

APLICAÇÃO DE DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL EM PROBLEMAS DE BIOENGENHARIA

Juliano Marcelo de Arruda

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica
jmarruda@mecanica.ufu.br

Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica
alfernandes@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica
aristeus@mecanica.ufu.br

Alexandre Megiorin Roma

Universidade de São Paulo, Instituto de Matemática e Estatística
roma@ime.usp.br

Resumo. Simulação de Grandes Escalas (SGE) e o Método da Fronteira Imersa são propostas para a simulação de escoamentos sanguíneos em Dispositivos de Assistência Ventricular (DAV). Na análise destes escoamentos, que ocorrem a Re de aproximadamente 7000, faz-se necessário um modelo de turbulência para que se possa capturar zonas de recirculação e zonas de altas tensões cisalhantes. Estas zonas são indesejáveis pois proporcionam a morte de células sanguíneas através dos processos de trombogênese (formação de trombos) e de hemólise (ruptura das células). Apresenta-se neste trabalho resultados preliminares da simulação de escoamentos em geometrias representativas de dispositivos de bombeamento sanguíneo, tais como câmaras (cavidades) e tubos (canais).

Palavras chave: método da fronteira imersa, canais, diferenças finitas, fronteira móvel.

1. Introdução

Os diversos tipos de dispositivos de bombeamento sanguíneo desenvolvidos são utilizados em algumas aplicações específicas, sendo estas: a assistência ventricular no pré e no pós operatório, momentos nos quais é necessário manter a pressão e o fluxo sanguíneo em níveis fisiológicos (pré-operatório) ou auxiliar a função cardíaca até a recuperação total do coração (pós-operatório); a circulação extra-corpórea, quando o dispositivo substitui as funções cardíacas e pulmonares; a assistência ventricular enquanto da espera de um transplante cardíaco sem um doador disponível; a implantação, em paralelo ao coração natural, de um Coração Artificial Auxiliar (CAA) auxiliando o coração em suas funções e a implantação do Coração Artificial Total (CAT), quando o coração é totalmente substituído.

Dentre os desafios encontrados para utilizar estes dispositivos com sucesso, estão as reduções dos potenciais trombogênico e hemolítico. Pelo primeiro entende-se a formação de trombos a qual é determinada, entre outros motivos, pela própria característica do escoamento no local em que o mesmo ocorre. A região na qual ocorre a formação de trombos compreende pontos de estagnação e células de recirculação, levando à uma coagulação mais eficiente do sangue, o que propicia a formação dos trombos. O potencial hemolítico trata da morte das células sanguíneas através do rompimento destas, o que pode ser originado pela existência de grandes gradientes de velocidade, grandes diferenciais de pressão e, em escoamentos turbulentos, pela dissipação viscosa dos turbilhões. Entretanto um baixo nível de turbulência é desejável pois assim uma porção do fluido que esteja estacionária ou em recirculação pode ser devolvida ao escoamento principal.

Alguns pesquisadores tem realizado estudos numéricos em modelos de CAT, porém a maioria considera o escoamento em regime laminar. Nerem *et al.* *apud* König *et al.* (1999) sugeriram que o escoamento na Aorta, considerando a teoria de camada limite, pode ter o número de Reynolds crítico expresso em função do número de Womersley, α , dado por,

$$\alpha = R \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \quad (1)$$

onde R é o raio da bomba, ω a velocidade angular e ν a viscosidade cinemática.

König *et al.* (1999), simularam o escoamento estacionário em um modelo de assistência ventricular (DAV), cujo maior valor obtido para o número de Re foi de 3300, nos tubos de entrada (injeção de fluido) e saída (ejeção de fluido) do DAV. Seguindo o critério proposto por Nerem *et al.*, o número de Re crítico para o caso deles estaria dentro de uma faixa de 3040 a 12160. Mesmo com o maior valor do número de Re estando dentro da faixa proposta, e sabendo que uma expansão súbita do escoamento, como da entrada do escoamento numa câmara pode transicionar a um número de Re de 754, eles consideraram o escoamento como laminar. Chesler e Kamm *apud* König *et al.* (1999), e Rogers *et al.*

apud König *et al.* (1999), também simularam casos considerando o escoamento como laminar. Kim *et al.* apud König *et al.* (1999) simularam o escoamento em um CAT tanto para regime laminar quanto para turbulento, tendo como simplificações um modelo bidimensional e de paredes estacionárias.

No presente trabalho, dividido em duas etapas, apresenta os primeiros resultados para a construção de um modelo numérico de um CAA em duas dimensões que contenha modelagem para turbulência e para paredes móveis, com a proposta de se chegar a um modelo 3D. Na primeira etapa apresenta-se um escoamento em um canal sobre uma cavidade. Este caso, cuja geometria foi simulada utilizando-se condições de contorno clássicas, Neumann para as paredes e Dirichlet para entrada e saída do canal, permitiu avaliar o código computacional desenvolvido, tendo sido implementado o modelo sub-malha para SGE. Na Segunda etapa apresenta-se os casos para dois tipos de escoamento em um canal: escoamento de Couette e escoamento de Couette-Poiseuille. Para estes casos a geometria do canal, que tem a parede superior em movimento, foi simulada utilizando-se o Método da Fronteira Imersa (Peskin, 1977), e para modelar a força, o Modelo Físico Virtual (Lima e Silva, 2002).

2. Modelo Físico e Matemático

2.1. Equações Governantes

Considera-se um escoamento incompressível, isotérmico, de fluido newtoniano em um domínio retangular Ω . As equações governantes são as de conservação da massa e de Navier-Stokes, dadas respectivamente por:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad (2)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v} \right] = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \left[\nu_{ef} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \vec{\nabla}^T \cdot \vec{v}) \right] + \vec{F}, \quad (3)$$

onde ν_{ef} é a viscosidade cinemática efetiva e \vec{F} é um termo adicional de força. A viscosidade cinemática efetiva é dada por:

$$\nu_{ef} = \nu + \nu_t, \quad (4)$$

sendo ν_t a viscosidade turbulenta e ν a viscosidade molecular. A viscosidade ν_t é dada por

$$\nu_t = (c_s l) (\overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}})^{1/2}, \quad (5)$$

sendo c_s a constante de Smagorinsky, determinada empiricamente, l o comprimento característico sub-malha de Smagorinsky, e $\overline{S_{ij}}$ o tensor deformação [Padilla, 2000]. O termo de força \vec{F} é explicado mais detalhadamente no item a seguir. Na primeira etapa do trabalho, onde a geometria é modelada utilizando condições de Neumann e Dirichlet e a modelagem da turbulência se faz necessária, ν_{ef} é calculada, e o termo de força \vec{F} é tomado como nulo. Na Segunda etapa do trabalho, escoamentos em canais, os casos foram simulados a baixo números de Re, sendo ν_t igual a zero. Quanto ao termo de força, este passa a ser calculado, uma vez que a geometria do canal passa a ser modelada segundo o Método da Fronteira Imersa.

2.2. Modelo Físico Virtual

O termo \vec{F} representa o campo de força euleriano, dado por:

$$\vec{F}(\vec{x}) = \int_{\Omega} \vec{f}(\vec{x}_k) \cdot \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) d\vec{x}_k, \quad (6)$$

onde \vec{x}_k são os pontos lagrangianos, $\vec{f}(\vec{x}_k)$ é a densidade de força lagrangiana e $\delta(\vec{x} - \vec{x}_k)$ é a função Delta de Dirac. A densidade de força lagrangiana é calculada através dos termos da equação de Navier-Stokes sobre os pontos lagrangianos, e é definida por

$$\vec{f}(\vec{x}_k) = \vec{f}_a(\vec{x}_k) + \vec{f}_i(\vec{x}_k) + \vec{f}_v(\vec{x}_k) + \vec{f}_p(\vec{x}_k), \quad (7)$$

onde,

$$\vec{f}_a(\vec{x}_k) = \rho \frac{\partial \vec{V}(\vec{x}_k)}{\partial t}, \quad (8)$$

$$\vec{f}_i(\vec{x}_k) = \rho (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{V}(\vec{x}_k), \quad (9)$$

$$\vec{f}_v(\vec{x}_k) = -\mu \nabla^2 \cdot \vec{V}(\vec{x}_k), \quad (10)$$

$$\vec{f}_p(\vec{x}_k) = \vec{\nabla} p(\vec{x}_k), \quad (11)$$

são respectivamente os termos de aceleração, inercial, viscoso e de pressão. Estes termos são avaliados sobre a própria interface, usando os campos de velocidade e pressão do próprio escoamento. Observa-se que sobre a interface as velocidades eulerianas $\vec{v}(\vec{x})$ e lagrangianas $\vec{v}(\vec{x}_k)$ devem ser iguais, satisfazendo assim a condição de não deslizamento.

Uma vez obtidas as derivadas espaciais da pressão e da velocidade através das Eqs. (2) e (3), elas são interpoladas para os pontos próximos da interface, como pode ser visto na Fig. (1).

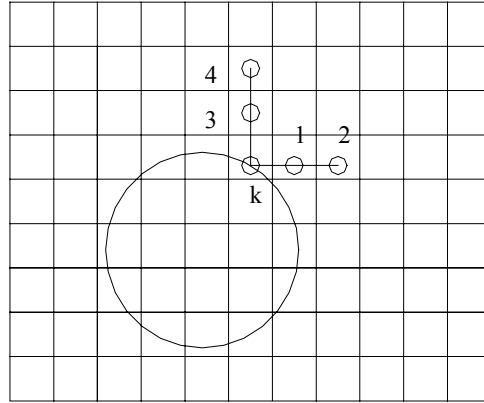


Figura 1. Esquema de interpolação para a velocidade e a pressão.

As derivadas da velocidade e da pressão são resolvidas através da aproximação por um polinômio de Lagrange de 2ª ordem, as quais, na sua forma geral, são dadas por

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_2)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_k)} \phi_1 + \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_1)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_k)} \phi_2 + \frac{(x_i - x_1) + (x_i - x_2)}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)} \phi_k, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{2\phi_1}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_k)} + \frac{2\phi_2}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_k)} + \frac{2\phi_k}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{(y_i - y_k) + (y_i - y_4)}{(y_3 - y_4)(y_3 - y_k)} \phi_3 + \frac{(y_i - y_k) + (y_i - y_3)}{(y_4 - y_3)(y_4 - y_k)} \phi_4 + \frac{(y_i - y_3) + (y_i - y_4)}{(y_k - y_3)(y_k - y_4)} \phi_k, \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{2\phi_3}{(y_3 - y_4)(y_3 - y_k)} + \frac{2\phi_4}{(y_4 - y_3)(y_4 - y_k)} + \frac{2\phi_k}{(y_k - y_3)(y_k - y_4)}. \quad (15)$$

Uma vez calculada a densidade de força lagrangeana, esta é distribuída para os pontos eulerianos da região de interesse do escoamento, como pode ser visto na Fig. (2), a partir de uma função de distribuição D_{ij} , tal que,

$$\vec{F}_{ij} = \sum D_{ij} \vec{f}_k. \quad (16)$$

Juric (1966) sugeriu que esta função distribuição seja definida por

$$D_{ij}(\vec{x}_k) = \frac{f[(x_k - x_i)/h]f[(y_k - y_j)/h]}{h^2}, \quad (17)$$

$$f(r) = \begin{cases} f_1(r) & \text{se } \|r\| < 1 \\ \frac{1}{2} - f_1 \cdot (2 - \|r\|) & \text{se } 1 < \|r\| < 2 \\ 0 & \text{se } \|r\| > 2 \end{cases} \quad (18)$$

com

$$f_1(r) = \frac{3 - 2 \cdot \|r\| + \sqrt{1 + 4 \cdot \|r\| - 4 \cdot \|r\|^2}}{8}, \quad (19)$$

onde r pode ser tomado como $(x_k - x_i)/h$ ou $(y_k - y_i)/h$, e h é o tamanho da malha euleriana.

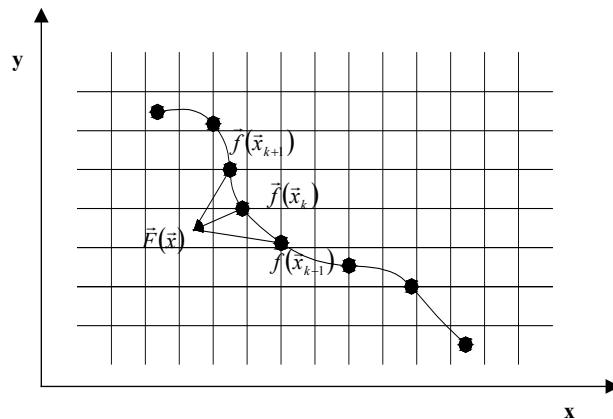


Figura 2. Distribuição do campo de forças lagrangeanos para o campo de força euleriano.

3. Método Numérico

As Equações (2) e (3) foram discretizadas via diferenças finitas, com um esquema centrado de segunda ordem no espaço, e com um esquema de Euler de primeira ordem no tempo.

O acoplamento pressão-velocidade é realizado pelo método de correção da pressão de segunda ordem (Armfield e Street, 1999), e o sistema linear dele resultante foi resolvido usando o método MSI, *Modified Strongly Implicit Procedure*, (Schneider e Zedan, 1981).

4. Resultados

4.1 Escoamento em um canal sobre uma cavidade

Foram realizados testes com uma malha de 160 x 80, cujos resultados foram comparados com os obtidos por Sinha *et al.* (1982), em testes experimentais com escoamento a um número de Reynolds de aproximadamente 2300. As dimensões da cavidade são altura $h = 0,025$, e comprimento também h . As dimensões do canal são altura: $3h$ e comprimento $8h$, sendo o comprimento da entrada h , e o da saída $6h$. São mostrados a seguir as linhas de corrente e o perfil de velocidade média do escoamento.

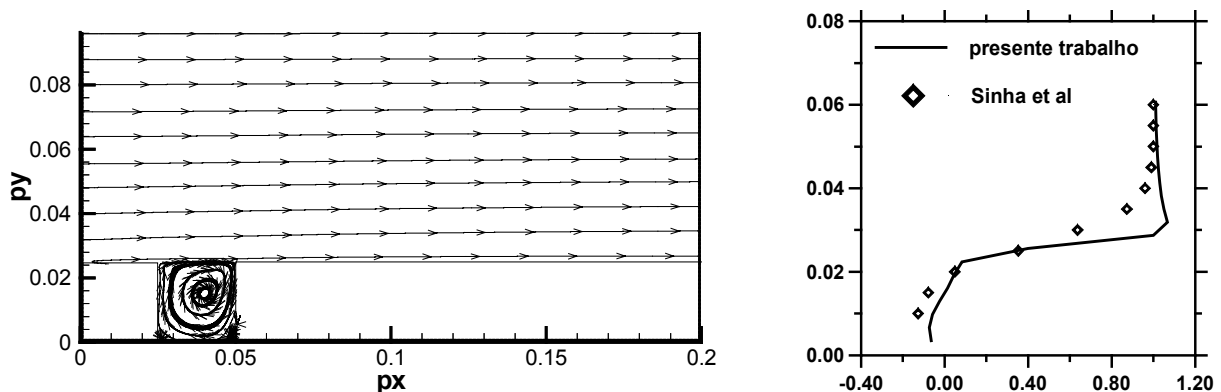


Figura 3 – Linhas de corrente e perfil de velocidade em $x/b = 0.5$

4.2 Escoamento em canais

Aplicando o método da Fronteira Imersa e o Modelo Físico Virtual, foram simulados diferentes escoamentos em um canal, a diferentes números de Re , objetivando a validação desta metodologia para geometrias planas, fixas ou móveis. O MFV foi utilizado para simular as paredes do canal. As dimensões do canal são altura $h = 0,5$ e comprimento $2h$. Foi utilizada uma malha de 160×96 pontos. Observa-se ainda que a altura h do canal refere-se à distância das paredes virtuais, e não a altura de todo o domínio (h_d), que é igual a $0,6$. O número de Re é definido então em relação à altura h do canal, ou seja, em relação à distância das paredes virtuais do canal, modeladas pelo Método da Fronteira Imersa e pelo Modelo Físico Virtual.

Os escoamentos simulados foram: Couette e Couette-Poiseuille. São apresentados os campos de força, de velocidade, os perfis de velocidade e os coeficientes de atrito para diferentes números de Re . Os dois últimos são comparados com resultados analíticos.

4.2.1 Escoamento de Couette

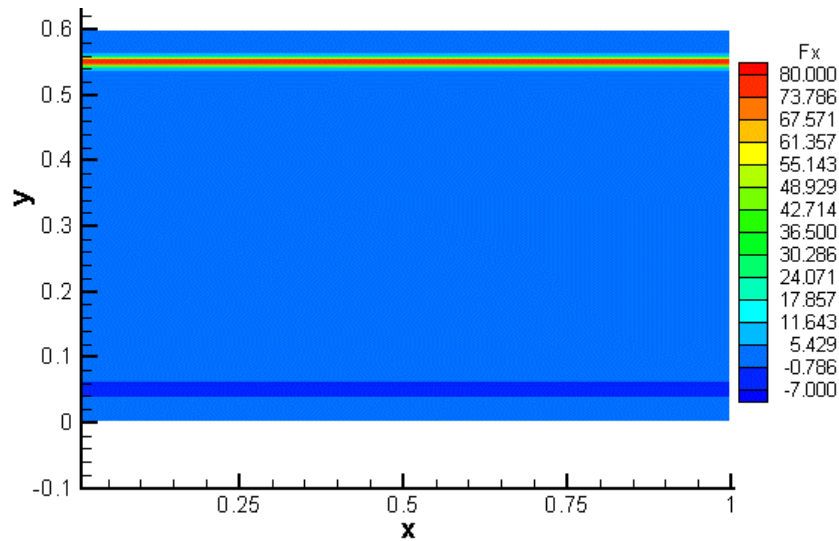


Figura 4. Campo de força – componente horizontal; $Re = 250$

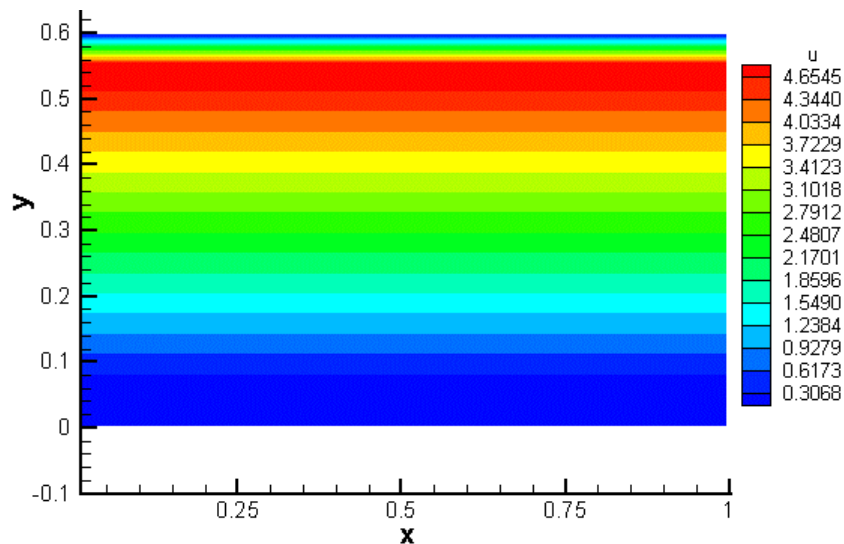


Figura 5. Campo de velocidade – componente horizontal; $Re = 250$

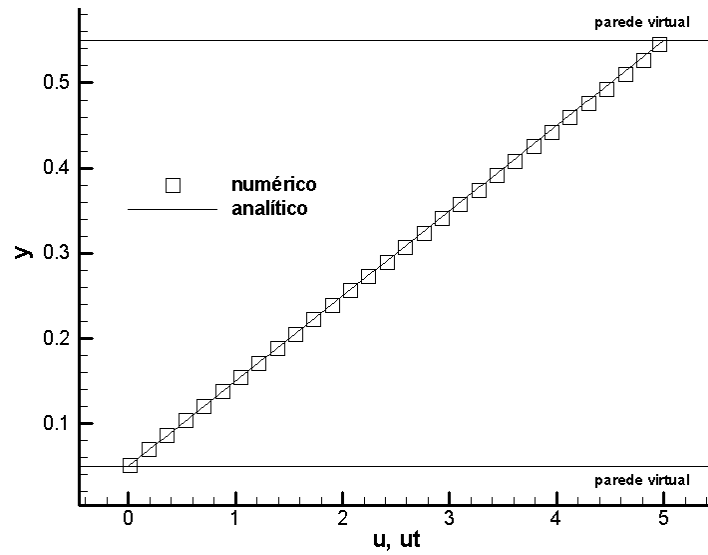


Figura 6. Perfil de velocidade – numérico x analítico; Re 250

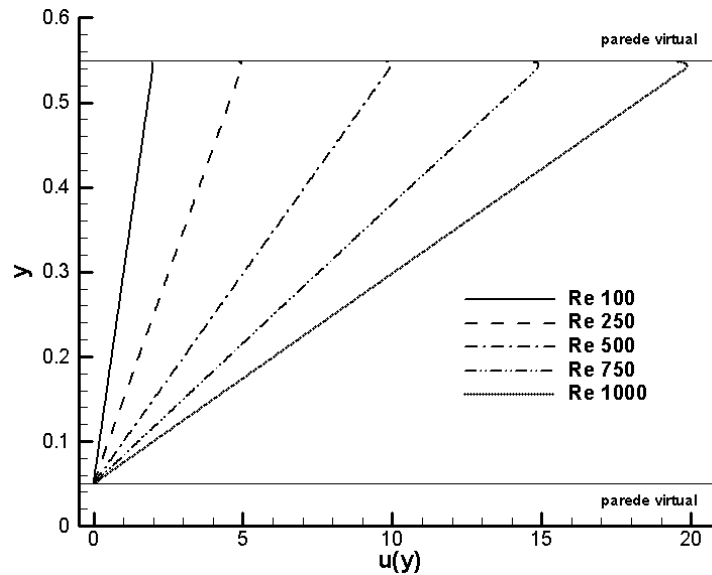


Figura 7. Perfis de velocidades para diferentes números de Re

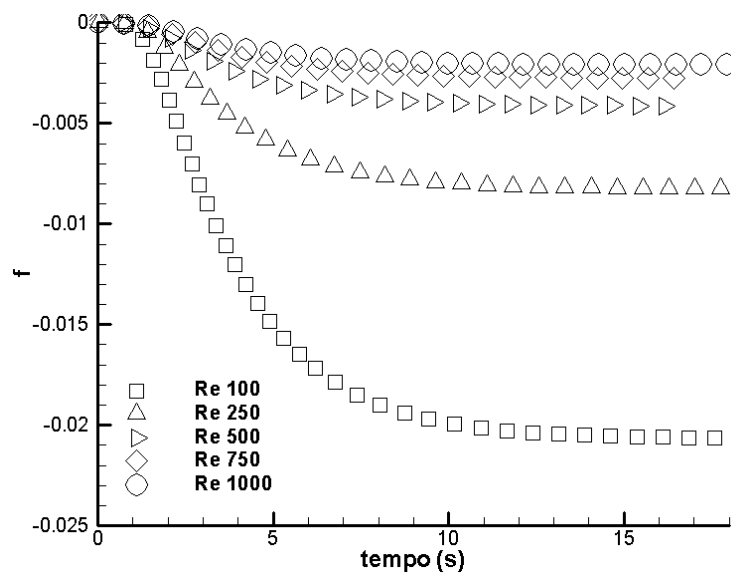


Figura 8. Perfis de coeficientes de atrito para diferentes números de Re

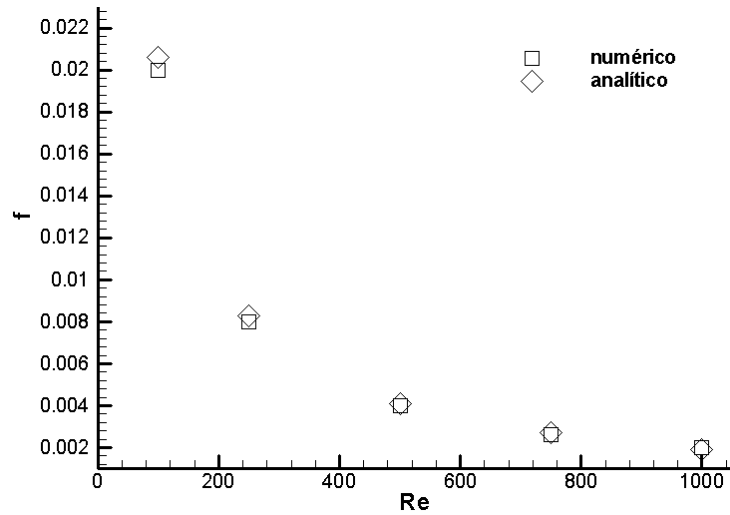


Figura 9. Coeficientes de atrito x Re - numérico e analítico

O coeficiente de atrito f é definido como

$$f = \frac{\tau_{yx}}{\frac{1}{2}\rho\bar{u}^2}, \quad (20)$$

onde τ_{yx} é a tensão cisalhante, e \bar{u} a velocidade média no interior do canal. A tensão cisalhante analítica é dada por:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (21)$$

A tensão cisalhante numérica é obtida multiplicando-se a força por unidade de volume que o fluido exerce na fronteira por dx . É importante salientar que ao se calcular a força, o valor obtido é referente às forças atuantes nos dois lados da parede virtual, isso quer dizer que tem-se escoamento nos dois lados de cada parede virtual. Devido a isso, ao se calcular a tensão cisalhante analítica, deve-se levar em consideração os dois pequenos canais, cujas alturas são iguais a 0,05, que estão adjacentes ao canal principal. Portanto o coeficiente de atrito é definido em função da tensão cisalhante do fluido de ambos os lados da parede, e da velocidade média do escoamento no interior do canal principal.

4.2.2 Escoamento de Couette-Poiseuille

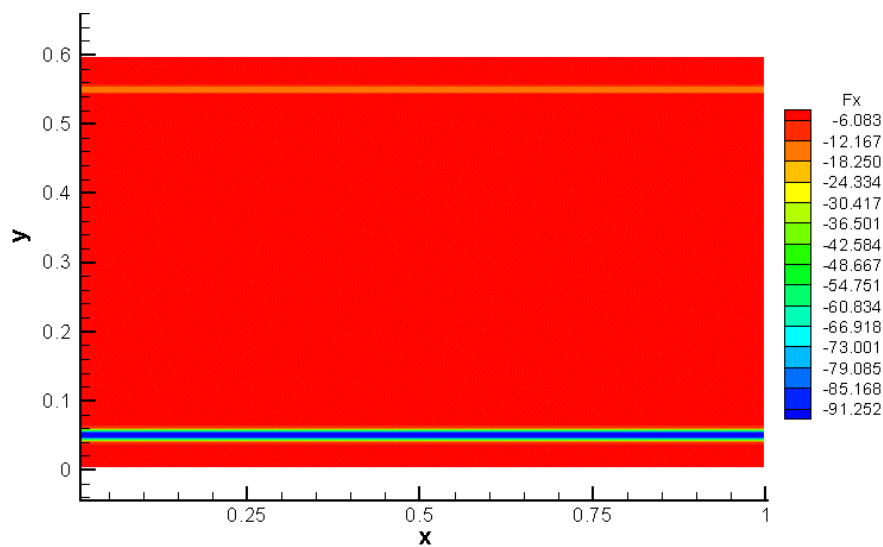


Figura 10. Campo de força – componente horizontal; Re 25

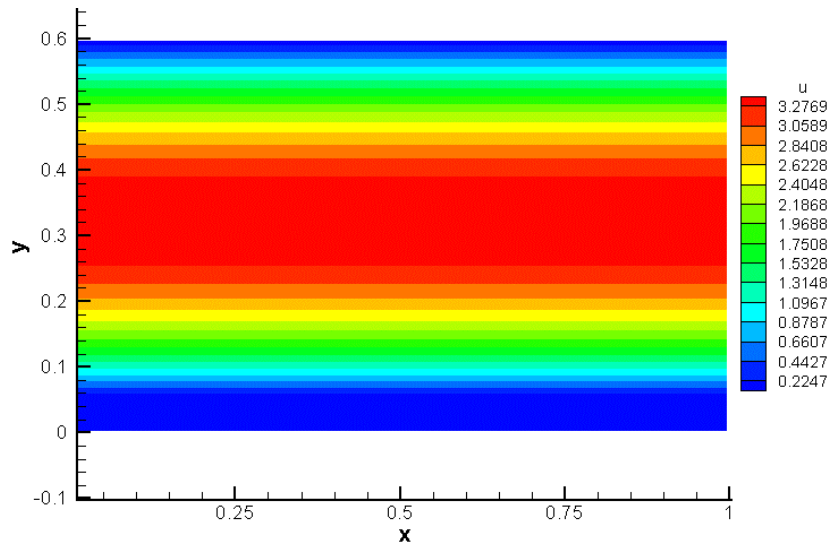


Figura 11. Campo de velocidade – componente horizontal; Re 25

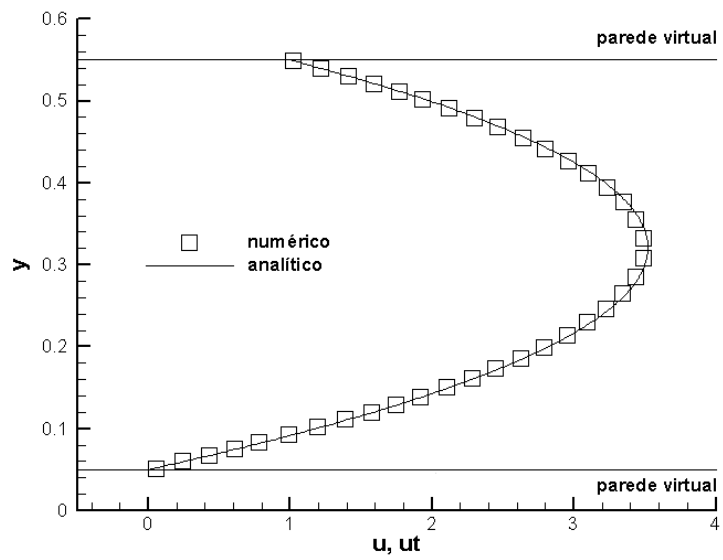


Figura 12. Perfil de velocidade – numérico x analítico; Re 25

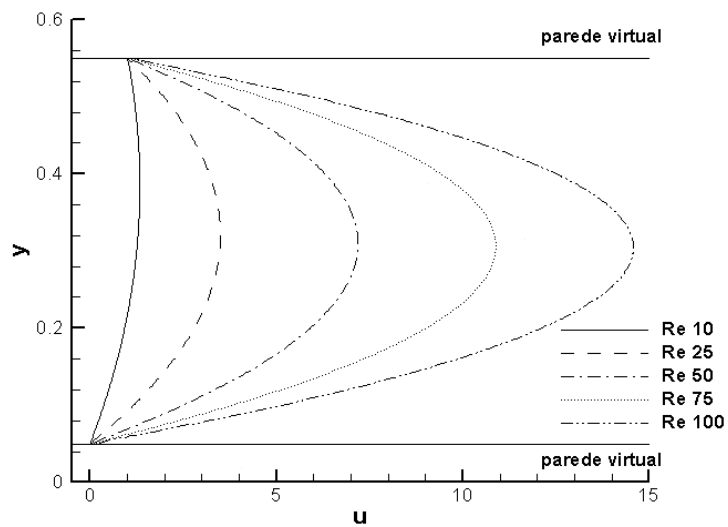


Figura 13. Perfis de velocidade para diferentes números de Re

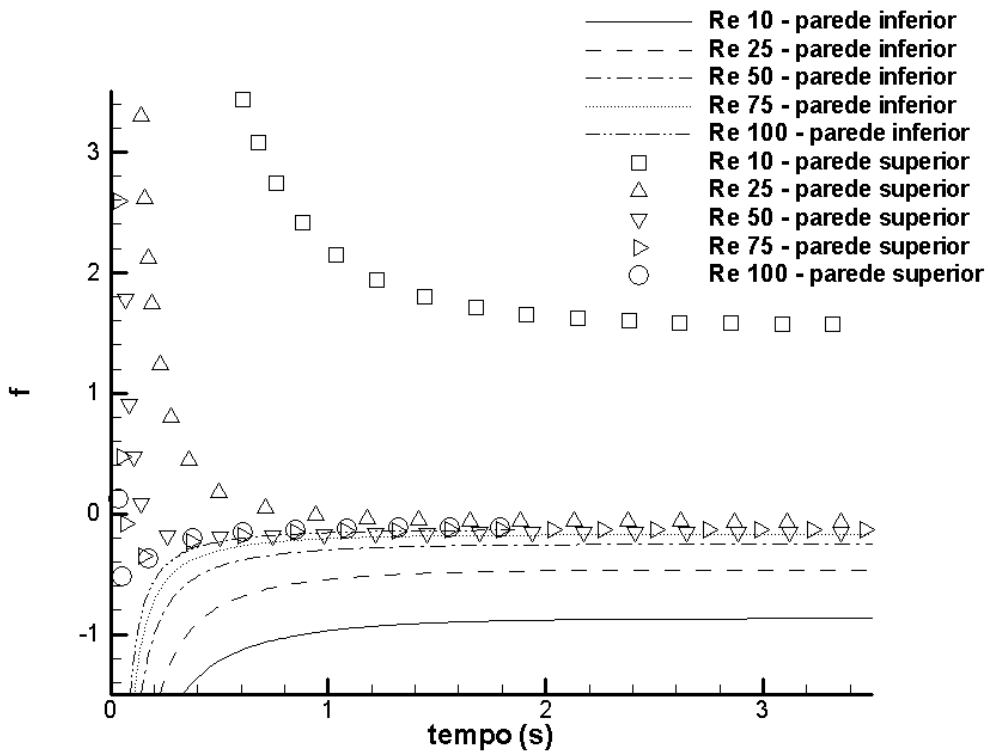


Figura 14. Perfis de coeficiente de atrito para diferentes números de Re

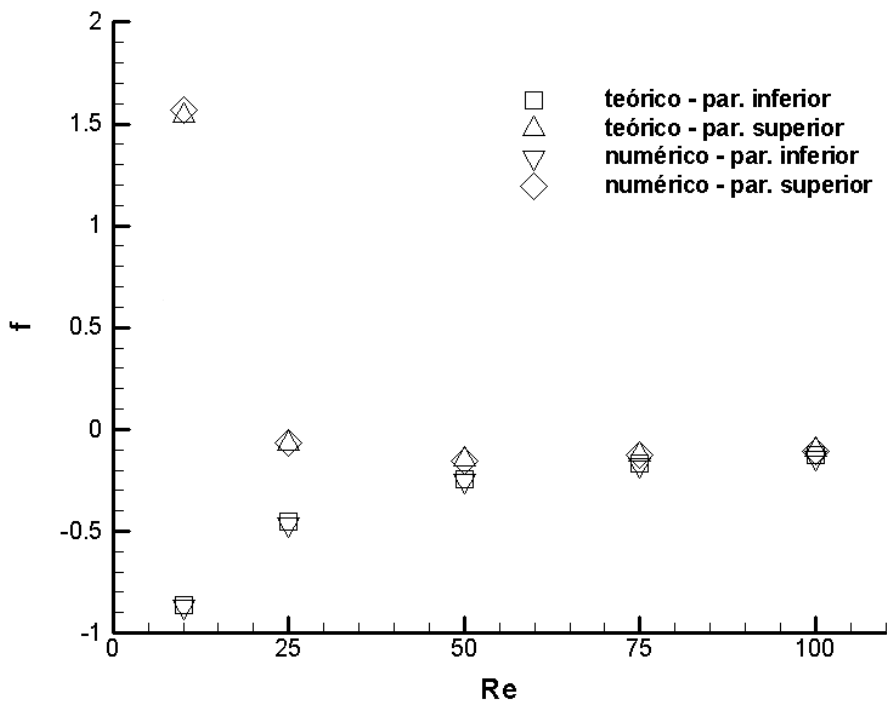


Figura 15. Coeficientes de atrito x Re – numérico e analítico

No escoamento de Couette-Poiseuille são calculados dois coeficientes de atrito, relativos às paredes inferior e superior do canal, uma vez que as tensões cisalhantes em cada parede são diferentes. As mesmas observações feitas para o cálculo do coeficiente de atrito no caso do escoamento de Couette são válidas aqui também.

5. Conclusões

Os resultados obtidos, usando as metodologias propostas, Simulação de Grandes Escalas e Método da Fronteira Imersa, apresentam erros da ordem de 1%. Estes resultados permitem prosseguir para o próximo passo, a

implementação das duas metodologias simultaneamente, para a simulação de escoamentos turbulentos em geometrias complexas com fronteiras móveis.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pelo suporte financeiro concedido.

7. Referências

- Armfield, S., Street, R. - "The Fractional-Step Method for the Navier-Stokes on Staggered Grids: The Accuracy of three Variations". NOTE. Journal of computational Physics, 153, 660-665, 1999.
- Juric, D. - "Computation of Phase Change". Ph.D. Thesis, Mechanical Engineering, University of Michigan, 1996.
- König, C.S., Clark, C., Mokhtarzadeh-Dehghan, M.R. - "Investigation of Unsteady Flow in a Model of a Ventricular Assist Device by Numerical Modelling and Comparison with Experiment". Medical Engineering & Physics, 21, 53-64, 1999.
- Lima e Silva, A. L. F. - "Desenvolvimento e Implementação de uma Nova Metodologia para Modelagem de Escoamento sobre Geometrias Complexas: Método da Fronteira Imersa com Modelo Físico Virtual". Tese de Doutorado, FEMEC/UFU, Uberlândia, 2002.
- Padilla, E.L.M. - "Simulação Numérica de Grandes Escalas com Modelagem Dinâmica, Aplicada à Convecção Mista", Dissertação de Mestrado, FEMEC/UFU, Uberlândia, 2000.
- Patankar, S. V. - "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", 1ª ed., Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- Peskin, C.S., - "Numerical analysis of blood flow in the heart", Journal of. Computational Physics, 25,220-252, 1977.
- Schneider, G. E., Zedan, M. - "A Modified Strongly Implicit Procedure For The Numerical Solution of Field Problems". Numerical Heat transfer, 4, 1-19, 1981.
- Sinha, S. N., Gupta, A. K. e Oberai, M. M. - "Laminar Separating Flow Over Backsteps and Cavities, Part II: Cavities", AIAA Journal, 20, 3, 370-375, 1982.

COMPUTATIONAL FLUIDS DYNAMIC APPLICATIONS IN BIOENGINEERING PROBLEMS

Juliano Marcelo de Arruda

Federal University of Uberlândia, College of Mechanical Engineering
jmarruda@mecanica.ufu.br

Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva

Federal University of Uberlândia, College of Mechanical Engineering
alfernandes@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

Federal University of Uberlândia, College of Mechanical Engineering
aristeus@mecanica.ufu.br

Alexandre Megiorin Roma

University of São Paulo, Mathematics and Statistics Institute
roma@ime.usp.br

Abstract. . *Large Eddy Simulation (LES) and Immersed Boundary Method are used to simulate blood flows in Ventricular Assist Device (VAD). For these type of flows, whose occur at $Re \approx$ of 7000, a turbulence model is necessary to track flows recirculation regions and high shear stresses regions. These regions are undesirable because they lead to the Trombogenesis (thrombus formation) and Hemolysis (red cells damages). The goal of this paper is to present the early results of flows in representative geometries of blood pump, such as chambers (cavities) and tubes (channels).*

Keywords. *immersed-boundary method, channels flows, cavities flows, finite-difference method, moving boundary*