

LASER DOPPLER VELOCIMETRIA – LDV

Vilson Carlos da Silva Ferreira

BRDE, AGPOA

Rua Uruguai, 155/3° Andar, Porto Alegre, RS – CEP 90010-140

vilson.ferreira@brde.com.br / vferreir@pro.via-rs.com.br

1 - INTRODUÇÃO

A história da velocimetria a laser Doppler (LDV) teve início na década de 60. Em 1964, Yeh e Cummins apresentaram a primeira aplicação em mecânica dos fluidos medindo um escoamento plenamente desenvolvido em regime laminar num conduto fechado. A partir desta data ficou comprovado ser possível utilizar esta nova tecnologia na medição de campos de velocidade mais complexos.

Com o rápido desenvolvimento de componentes eletrônicos, microprocessadores e instrumentação sofisticada (analisadores de espectro) foi possível tornar uma técnica eficiente, rápida e com boa exatidão de resultados, se tomados cuidados adequados.

A laser velocimetria está baseada no princípio físico descoberto em 1842 por *CHRISTIAN DOPPLER*, que apresentou, nesta data, uma explicação científica para o fenômeno acústico de um trem aproximando-se e afastando-se de um observador.

Dois princípios físicos são correlacionados e são empregados na medição da velocidade de uma partícula que se movimenta com o fluido com a técnica LDV. Podem ser assim enunciados:

1 - “Um observador que se afasta de uma fonte acústica (ou *luminosa*) ouve o som (ou “*vê a luz*”) com uma frequência menor do que aquele observador que está estacionário”.

2 - “Uma partícula em movimento tem a propriedade de interagir com um feixe de onda acústica (ou luminosa), colimado e, em consequência, espalhar o feixe incidente. Para um observador estacionário, o feixe espalhado se apresenta com uma frequência diferente da frequência fonte originária”.

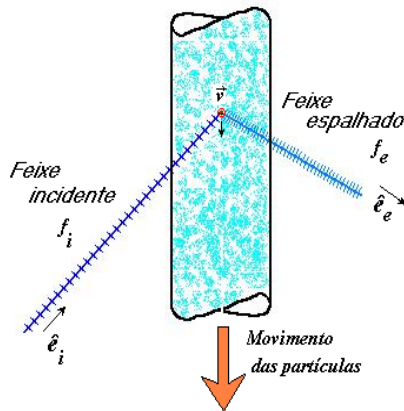


Figura 1 - Princípio da Laser Doppler Velocimetria (LDV)

Na figura 1, os versores \vec{e}_i e \vec{e}_e representam as direções dos feixes incidente e espalhado, respectivamente, enquanto f_i e f_e as frequências dos mesmos feixes. A partícula que promoveu o espalhamento tem velocidade \vec{v} , também representada na figura.

A equação vetorial que estabelece a relação entre as diferentes variáveis do problema é dada por:

$$f_e = f_i + \frac{\vec{v}}{\lambda} \cdot (\vec{e}_e - \vec{e}_i) \quad (1)$$

onde λ é o comprimento de onda da luz incidente.

Defini-se frequência Doppler f_D , a diferença de frequências entre o feixe incidente e o espalhado:

$$f_D = |f_e - f_i| \quad (2)$$

assim:

$$f_D = \frac{\vec{v}}{\lambda} \cdot (\vec{e}_e - \vec{e}_i) \quad (3)$$

Pode ser visto na Equação anterior (Eq. 3) que a frequência DOPPLER é diretamente proporcional a velocidade da partícula e inversamente ao comprimento de onda da luz incidente.

2 – REQUISITOS PRELIMINARES

Para que a medição de velocidade de um fluido em escoamento possa ter resultados práticos e efetivos, com a aplicação dos fenômenos físicos de interferência e espalhamento da luz descritos anteriormente, é necessário observar alguns pontos importantes e adotar soluções e arranjos eficientes que garantam a exatidão de medida:

1º – É necessário que o feixe de luz seja estável, monocromático (um único comprimento de onda λ), colimado e com alta intensidade luminosa. A potência do feixe deve ser alta o suficiente para penetrar em toda a extensão da região de medição. A redução de energia do feixe luminoso, devido as absorções pelo fluido, não deve ser muito grande para que o efeito (DOPPLER) não produza um sinal¹⁾ débil e de difícil detecção.

2º – É necessário conhecer, com boa exatidão, em que posição do feixe incidente ocorreu o efeito DOPPLER. Note que a interação pode ocorrer em qualquer ponto ao longo da trajetória do feixe incidente, pois as partículas assumem distribuição aleatória no escoamento. A medição de velocidade pelo efeito DOPPLER, com apenas um feixe luminoso, permite obter o valor da velocidade da partícula, mas não define as coordenadas espaciais do local onde a interação ocorreu.

¹⁾ Note que a intensidade do sinal DOPPLER é proporcional a intensidade do feixe incidente.

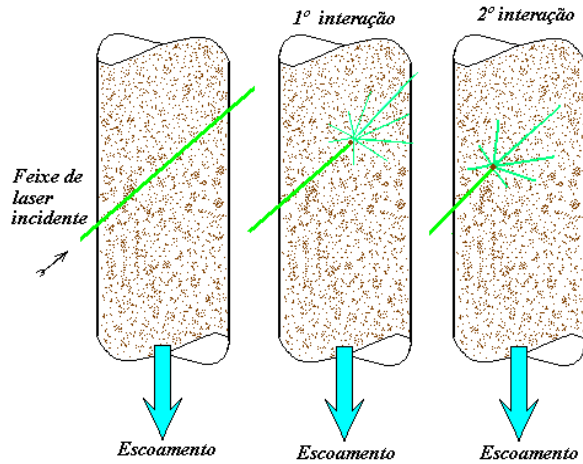


Figura 2 – Efeito DOPPLER em diferentes pontos de ocorrência

3º – A geometria das partículas, suas características físicas, como homogeneidade, massa específica (densidade), estabilidade química, estabilidade física (poder de equalescência, por exemplo) e ainda a taxa de disseminação no fluido, devem ser adequadas a cada situação de medida. Assim, partículas de grandes dimensões ou muito pesadas não seguirão perfeitamente o fluido apresentando valores distorcidos de velocidades²⁾.

4º – As paredes que contém o fluido em movimento bem como o próprio fluido, devem ser transparentes ao feixe luminoso incidente e ao efeito DOPPLER produzido.

5º – A instrumentação de detecção do efeito DOPPLER deve ter uma alta frequência de captura e de resposta.

Para atender os pontos mencionados, as providências a serem tomadas, são:

1º - Usar um feixe de luz coerente (tipo laser) com um único comprimento de onda³⁾. Para tanto, é necessário empregar-se concentradores de feixe, divisores de comprimento de onda (superfícies espelhadas, dispositivos ópticos como prismas e “ethalons”), como mostrado na Figura 3.

2º - Utilizar um sistema de referência local posicionado exatamente no ponto onde ocorreu o efeito DOPPLER e relacionado com o sistema de referência do laboratório (inercial).

²⁾ Note que, a velocidade medida com um Velocímetro a Laser Doppler é, efetivamente, a velocidade das partículas e não a do fluido.

³⁾ Note que nem todas as fontes de laser produzem um único comprimento de onda. Uma fonte de íons de argônio, por exemplo, possui 11 diferentes comprimentos de onda (do 454,5 nm ao 676,4nm)

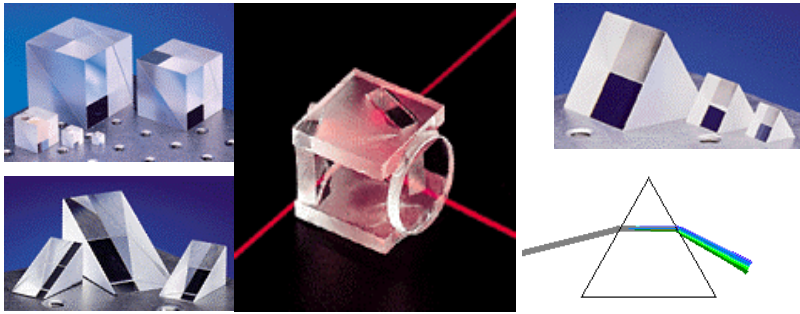


Figura 3 – Diferentes dispositivos Ópticos empregados na LDV

A melhor forma de atender este requisito é fazer com que outro feixe de laser cruze o feixe anterior definindo, no ponto de cruzamento, o ponto de referência. Esta solução além de identificar a origem do sistema de referência local, ilumina-o com maior intensidade (praticamente com o dobro da intensidade luminosa). Isto permite melhor captura do efeito DOPPLER, já que a intensidade do sinal é diretamente proporcional a intensidade do feixe incidente.

3º - Para atender o 3º requisito, deve-se ter o cuidado de conhecer bem a natureza das partículas existentes no escoamento (ou as a serem disseminadas). Em muitos casos⁴⁾, o fluido já contém partículas adequadas e em quantidades suficientes.

Importante : FLUIDO SEM PARTÍCULA NÃO PRODUZ EFEITO DOPPLER

As dimensões das partículas, sua concentração no fluido e sua densidade caracterizam uma propriedade importante: *a de seguir (perfeitamente) o escoamento nas mudanças de direção, nos movimentos em fluxo reverso e nos escoamentos secundários*. Como regra geral, devem possuir geometria mais esférica possível, diâmetro da ordem da largura das franjas de interferência⁵⁾ e cor, a mais reflexiva possível (branca, por exemplo).

A concentração das partículas em movimento no fluido deve ser tal que a probabilidade de existência simultânea de duas partículas, no mesmo ponto de referência⁶⁾ seja mínima. Desta forma, a concentração de partículas depende da velocidade local do escoamento (quanto mais rápido for o fluido menor deve ser a densidade de partículas necessária), da velocidade de captura do sistema de aquisição de dados e das dimensões do volume⁷⁾ de medição, VM .

⁴⁾ Por exemplo, a água potável, “água da torneira”, contém sais minerais que atuam como partículas apropriadas para a interferência DOPPLER.

⁵⁾ A interseção de dois feixes monocromáticos gera um padrão de franjas claras e escuras, com espessura que depende do comprimento de onda (λ) e da metade do ângulo de interseção ($\theta/2$).

⁶⁾ A grande maioria dos sistemas de processamento de dados descarta o sinal DOPPLER quando este é proveniente de duas partículas cruzando simultaneamente o volume de medição.

⁷⁾ As dimensões do volume de medição formado pelo cruzamento de dois feixes de laser, depende, conforme será visto adiante, do diâmetro dos feixes e do ângulo formado entre eles.

As partículas usadas na disseminação do escoamento, devem ter densidade próxima da do fluido empregado para terem o mínimo de influência das forças de flutuações (tendência de precipitação ou de flutuação na superfície).

4° - Para atender as condições impostas pelo item 4, os materiais que compõem as superfícies do fluido em escoamento, devem ser homogêneos, isotrópicos, translúcidos e, de preferência, com índice de refração (n_p) próximo do índice do fluido (n_f). Os materiais mais empregados são o vidro, quartzo e acrílico transparente.

5° - Para que a medição possa ser feita sem a violação da hipótese de regime permanente, a frequência de resposta da instrumentação deve ser da ordem de MHz.

3 – MODOS DE OPERAÇÃO

A utilização de um segundo feixe de laser para definir um ponto de referência permite diversos arranjos. Entre eles, dois arranjos são os mais empregados, o do *feixe de referência* e o do *modo franjas*.

Nestes dois arranjos, o feixe primário, antes de incidir no escoamento, é dividido em dois através de um prisma divisor (beam splitter, Figs. 2 e 4) procurando-se, sempre, manter os dois feixes produzidos com igual intensidade e percurso. Posteriormente, os dois feixes são focados, por meio de lentes, num único ponto do escoamento (origem do sistema de referência local).

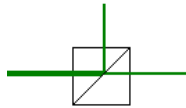


Figura 4 – Divisor do feixe de laser (beam splitter)

3.1 - Arranjo “Feixe de Referência”

Neste arranjo, uma fotomultiplicadora é focada no ponto de referência e alinhada segundo a direção do feixe principal. A figura 5 esquematiza este arranjo.

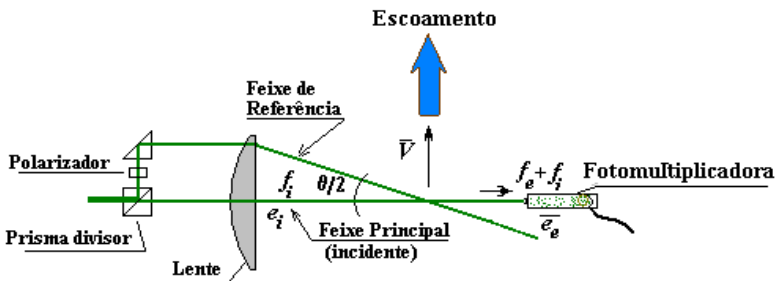


Figura 5 - Arranjo “Feixe de Referência”

A fotomultiplicadora recebe dois sinais luminosos com frequências diferentes, o primeiro com uma frequência inalterada, idêntica a da fonte de laser original (f_i) e o segundo, contendo a interferência de uma partícula em movimento (frequência do espalhamento, f_e). O sinal de saída da fotomultiplicadora é alternado, com um “*batimento de frequência*” igual a composição das duas frequências:

$$f_D = f_e - f_i \quad (3)$$

É interessante notar que a velocidade absoluta da partícula (V) não é medida diretamente e sim sua componente ortogonal ao feixe principal (V_x).

No local onde os dois feixes se cruzam forma-se um volume de medida com geometria similar a de um elipsóide de revolução. A intensidade do feixe de referência é reduzida com a polarização, feita com a finalidade de otimizar o sinal DOPPLER.

3.2 - Arranjo “modo franjas”

Na configuração do modo franjas (também denominado de modo diferencial) dois feixes de igual intensidade se cruzam definindo também um sistema de referência através do ponto de medida. A figura 6 mostra esta configuração.

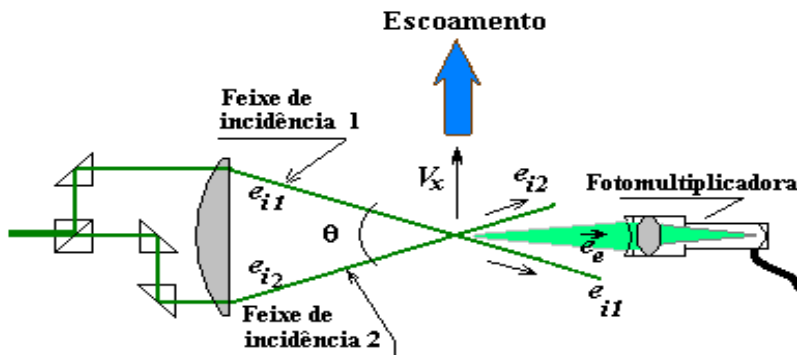


Figura 6 - Arranjo “modo franjas”.

Uma partícula do fluido em movimento, que passa pelo ponto de cruzamento, produz espalhamento em cada um dos feixes, produzindo duas mudanças de frequências (f_{e1} e f_{e2}). Cada uma delas é relacionada com as respectivas direções dos feixes incidentes, conforme as seguintes expressões:

$$f_{e1} = f_{i1} + \frac{1}{\lambda} \vec{V} \cdot (\vec{e}_{e1} - \vec{e}_{i1}) \quad (4)$$

$$f_{e2} = f_{i2} + \frac{1}{\lambda} \vec{V} \cdot (\vec{e}_{e2} - \vec{e}_{i2}) \quad (5)$$

A composição destas duas frequências produz uma frequência de batimento (frequência DOPPLER: $f_{e2} - f_{e1}$) dada por:

$$f_D = \frac{1}{\lambda} \vec{V} \cdot (\vec{e}_{i2} - \vec{e}_{i1}) \quad (6)$$

já que as frequências espalhadas são iguais ($f_{e1} = f_{e2}$) bem como a direção da medição, dada pela orientação da fotomultiplicadora ($\vec{e}_{e1} = \vec{e}_{e2}$).

O produto escalar na Eq. 6, determina a componente do vetor velocidade (\vec{V}) na direção $(\vec{e}_{i2} - \vec{e}_{i1})$, que corresponde a uma direção ortogonal à bissetriz do ângulo θ . A Figura 7 mostra o arranjo geométrico desta situação e a comprovação analítica é apresentada no *Anexo I*.

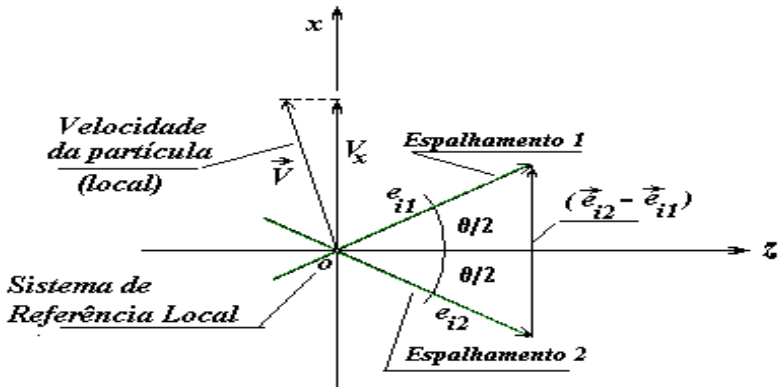


Figura 7 – Componente V_x da velocidade da partícula

A Eq. 6, após o produto escalar proposto, fica:

$$f_D = \frac{1}{\lambda} 2 \text{sen}(\theta/2) V_x \quad (7)$$

Da Eq. 7 pode-se tirar o valor da velocidade (componente V_x) medida com o LDV no modo franjas, como:

$$V_x = f_D \frac{\lambda}{2 \text{sen}(\theta/2)} \quad (8)$$

A denominação “*modo franjas*” é devido a formação de um conjunto de franjas claras e escuras, de geometria bem definida, promovidas pela interferência dos dois feixes de laser, no ponto de cruzamento. Esquemáticamente, esta interferência é representada na Figura 8.

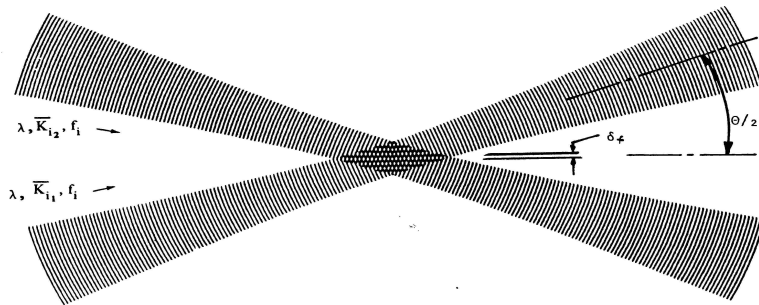


Figura 8 – Franjas de interferência

Note que o modelo físico adotado na representação geométrica (Figura 8), onde a frequência dos dois feixes de laser é representada por dois “trens de ondas” que se cruzam, representa muito bem a formação das franjas de interferência.

A Figura 9 mostra a distribuição de intensidade luminosa (distribuição normal) num plano transversal (zy) do volume de medição. Com esta consideração é possível definir-se as dimensões físicas do volume de medição (VM).

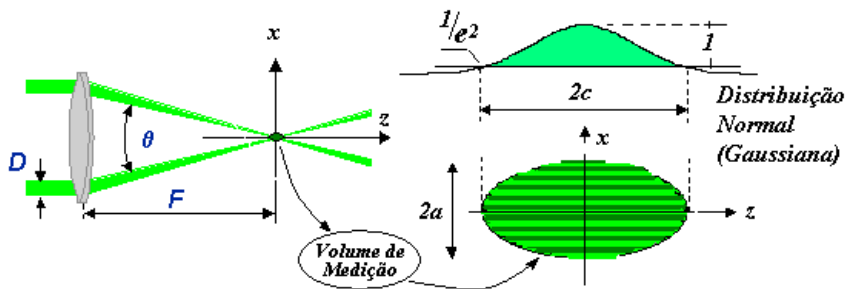


Figura 9 – Distribuição de intensidade luminosa (distribuição Gaussiana)

Admitindo-se que o VM tenha a geometria de um elipsóide de revolução, as dimensões geométricas são calculadas segundo as Eqs. 9:

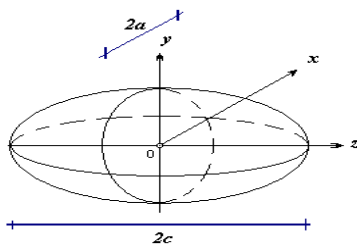


Figura 10 – Elipsóide de revolução

$$\boxed{2a = \frac{d_f}{\cos(\theta/2)}} \quad \text{e} \quad \boxed{2c = \frac{d_f}{\sin(\theta/2)}} \quad (9)$$

onde, $d_f = \frac{4 F \lambda}{\pi E D}$;

Nas expressões acima, d_f representa o diâmetro do feixe de laser exatamente na distância focal (F) e E , o índice de expansão para um conjunto de lentes adicional que permite aproximação do ponto focal. A Figura 11 esquematiza uma situação possível de expansão e a Figura 12, sondas do tipo com expansão e simples, respectivamente.

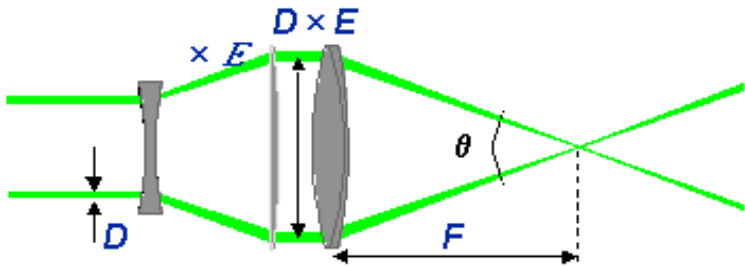


Figura 11 – Conjunto de expansão



Figura 12 – Sondas com e sem Expansão

A espessura das franjas pode ser calculada, conhecendo-se as características físicas dos feixes de laser, e o ângulo de cruzamento:

$$\delta_f = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)} \quad (10)$$

Pode-se também obter o número de franjas formadas num VM (na direção x), como:

$$N_{\text{franjas}} = \frac{2a}{\delta_f} = \frac{4a \cdot \sin(\theta/2)}{\lambda} \quad (11)$$

É interessante notar também que a Eq. 7 (e a Eq. 8, naturalmente) pode ser dada em função da espessura das franjas de interferência formadas no VM :

$$f_D = \frac{1}{\lambda} 2 \sin(\theta/2) V_x = \frac{V_x}{\delta_f} \quad (12)$$

ou

$$V_x = f_D \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)} = f_D \cdot \delta_f \quad (13)$$

O valor δ_f é conhecido como *constante do equipamento*, pois uma vez definida a fonte de laser (λ) e o ângulo de interferência (θ) dos dois feixes, este valor ficará fixo. A componente de velocidade só dependerá então, da frequência DOPPLER, produzida pelas partículas que cruzam o VM em tempos diferentes e desta constante.

4 – INSTRUMENTAÇÃO DA LASER DOPPLER VELOCIMETRIA

Costuma-se imaginar a instrumentação LDV formada de três sistemas distintos: Sistema de geração de luz coerente (fonte de laser), Sistema óptico e Sistema de aquisição e processamento do sinal.

4.1 - Sistema de Geração (Fonte de Laser)

Uma fonte de laser, para ser empregada numa instrumentação LDV, deve ter duas características fundamentais: a) produzir um (feixe) de laser concentrado, com comprimentos de onda e frequências estáveis e b) ter potência compatível com a devida aplicação. A potência de geração necessária da fonte de laser vai depender do arranjo do sistema óptico utilizado, (captura de espalhamento DOPPLER “à frente” ou “para atrás”). A captura do sinal DOPPLER “para atrás” requer maior potência do feixe incidente do que a captura à frente.

A Figura 13 mostra, qualitativamente, um diagrama polar de distribuição de intensidade de um sinal DOPPLER ao redor da origem do sistema de referência local, posicionado no centro do volume de medição. Note que “para atrás” a intensidade de sinal DOPPLER é bem menor do que para frente, requerendo, desta forma, uma fonte de laser com grande potência e/ou fotomultiplicadora de melhor qualidade.

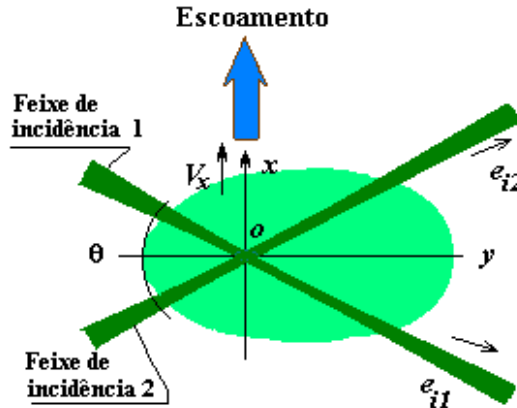


Figura 13 – Distribuição de intensidade DOPPLER

As demais característica de uma fonte de laser, como alimentação elétrica, arrefecimento (do tubo de plasma) à água ou a ar, dispositivos de acionamento e segurança, são próprias de cada fabricante e devem ser analisadas a cada caso. Todas estas informações constam dos catálogos técnicos e cuidados necessários devem ser tomados, principalmente com relação a segurança⁸⁾ dos operadores.

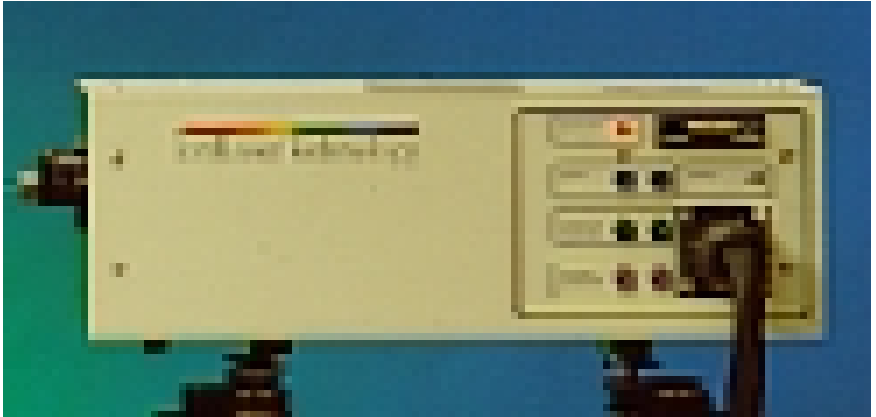


Figura 14 – Fonte de laser a íons de argônio, resfriada a ar

⁸⁾ Deve ser lembrado que um feixe de laser de alta energia é capaz de causar lesões irreversíveis no corpo humano quando ocorrer uma incidência direta, como por exemplo, às retinas dos olhos. Queimaduras na pele são também possíveis de acontecer mesmo com a incidência indireta (reflexões) de um feixe de laser.



Figura 15 – Moderna fonte de laser (com tecnologia “solid state”).

4.2 - Sistema Óptico

A finalidade de um sistema óptico é dividir o feixe luminoso proveniente da fonte de laser, em dois ou mais feixes, de igual intensidade, conduzi-los até um ponto definido do escoamento (VM) e captar o efeito DOPPLER gerado no ponto de cruzamento. Para satisfazer estas funções, diferentes componentes ópticos são empregados, como espelhos, prismas de reflexão e difração, fibras ópticas, lentes e colimadores.

Diversos arranjos físicos são possíveis de ser adotados num sistema óptico. Nos primeiros LDVs, os feixes de laser percorriam o espaço aberto do ambiente de medida e, através de prismas ou espelhos (altamente polidos) e lentes, eram focados para o ponto de medida, dentro do escoamento. Os LDVs modernos usam a fibra de vidro para conduzir os feixes de laser até uma *sonda posicionadora*. Esta sonda possui lentes e prismas capazes de, não só focarem os feixes num ponto do escoamento (no VM), mas também captarem o sinal DOPPLER “para atrás”. Desta forma o conduto (ou recipiente) que contém o escoamento não precisa ser totalmente transparente, basta tão somente ter uma janela de inspeção por onde os feixes incidentes penetram no escoamento e o efeito DOPPLER retorna.

A Figura 16 (a, b) mostra os dois arranjos tradicionais adotados antigamente pela maioria dos fabricantes de LDV.

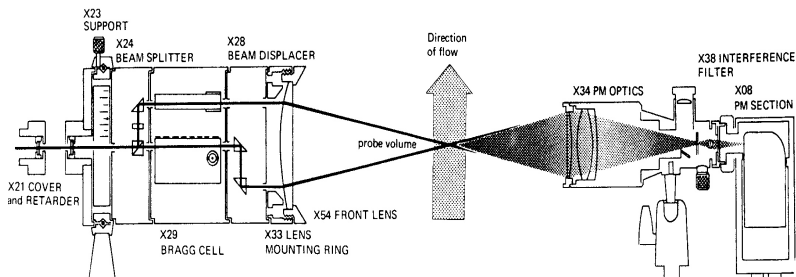


Figura 16 (a) – Arranjo com captura para frente

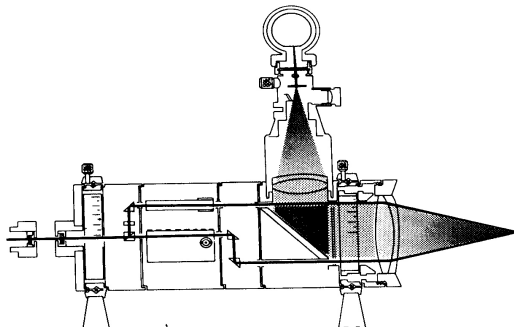


Figura 16 (b) – Arranjo com captura para atrás

As Figura 17, 18 e 19, mostram um arranjo mais moderno com fibra óptica conectando a saída do distribuidor com a sonda e com uma fotomultiplicadora. A Figura 18 detalha internamente o transmissor e a Figura 19 apresenta um conjunto *fonte x transmissor*, disponível no mercado.

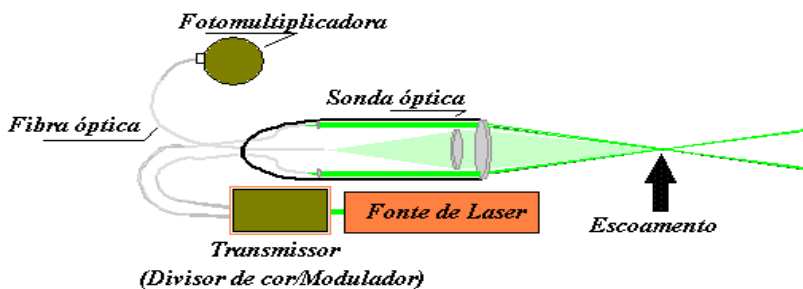


Figura 17 – Sistema óptico com fibra de vidro. (Captura para atrás)

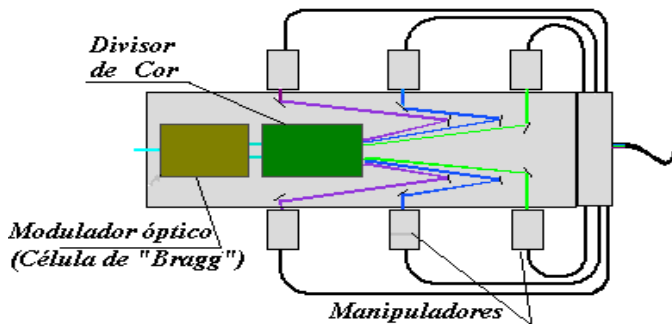


Figura 18 – Detalhes construtivos do Transmissor



Figura 19 – Foto do Transmissor e Fonte de Laser

A Figura 20 mostra a fotografia de duas sondas empregadas na medição tridimensional do vetor velocidade.

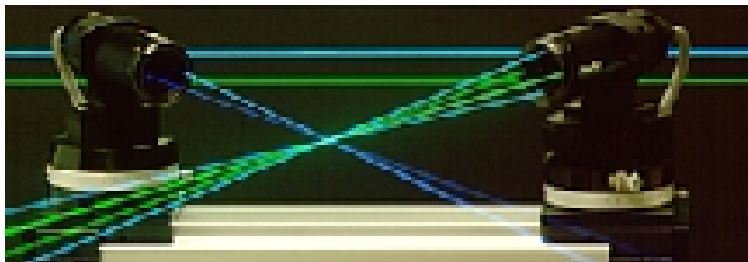


Figura 20 – Sondas mono e bidimensional

O sinal DOPPLER retro-capturado por cada sonda, é conduzido até uma fotomultiplicadora que transforma o sinal luminoso (de batimento) em sinal elétrico. O sinal de saída da fotomultiplicadora é utilizado pelo sistema de processamento do sinal.

4.3 - Sistema de processamento do sinal.

Para melhor entender um processador de sinal DOPPLER é necessário compreender, primeiro, a natureza do sinal de saída da fotomultiplicadora. Quando uma pequena partícula⁹⁾ cruza o ponto de encontro de dois feixes (VM) o sinal capturado pela fotomultiplicadora tem o aspecto mostrado na Figura 21, a seguir. O sinal apresentado na figura é aleatório e de natureza dinâmica registrado no domínio do tempo. O sinal de alta frequência, produzido pelo efeito DOPPLER e intensificado pela presença das franjas, está modulado de um outro sinal em baixa frequência denominado de “pedestal”. A componente de baixa frequência é devido a distribuição normal da intensidade luminosa existente também ao longo da direção x .

⁹⁾ A dimensão (diâmetro) da partícula deve ser menor do que a espessura de uma franja (δ_f).

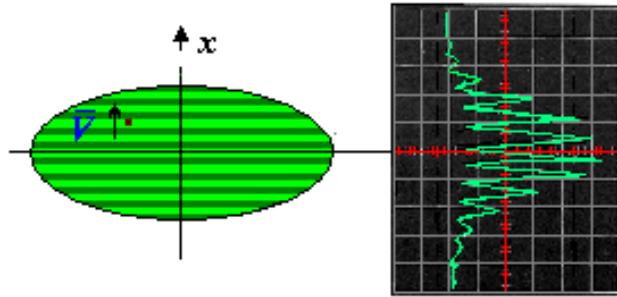


Figura 21 – Sinal DOPPLER visto no osciloscópio.

O objetivo do processador é tratar o sinal de saída da fotomultiplicadora de tal forma a obter a informação do “tempo” utilizado pela partícula para percorrer o espaço de N franjas no interior do VM .

A eliminação do sinal de baixa frequência bem como demais ruídos¹⁰⁾ (altas frequências, muito superiores a frequência esperada do sinal DOPPLER) permite obter um sinal limpo como o apresentado na Figura 22.

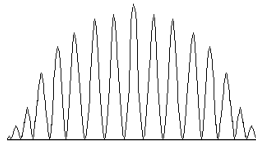


Figura 22 – Sinal DOPPLER pré-tratado (retirada a baixa frequência de “Pedestal”)

Posterior tratamento do sinal permite ainda torná-lo simétrico e próprio para a obtenção da frequência DOPPLER e, conseqüentemente, do *tempo de transito* t_t da partícula pelas N franjas do VM .

Um escoamento com uma disseminação adequada e partículas com dimensões menores do que a espessura das franjas produz um sinal DOPPLER que, após o tratamento, se apresenta como o representado na Figura 23.

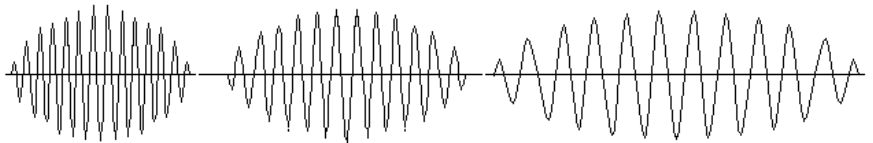


Figura 23 – Sinal DOPPLER de três partículas, com diferentes velocidades.

¹⁰⁾ Os ruídos são provenientes, basicamente, de duas fontes: do circuito eletrônico, como por exemplo, da própria fotomultiplicadora e do sistema óptico de incidência e de captura.

No caso de múltiplas partículas coexistindo no VM , o sinal DOPPLER de cada uma, capturados pela mesma fotomultiplicadora, é combinado de acordo com as respectivas fases. Como a chegada das partículas no VM é aleatória haverá sempre a probabilidade de uma diferença de fases entre elas. A Figura 24 mostra um caso hipotético onde duas partículas, com velocidades e fases diferentes, cruzam ao mesmo tempo o VM .

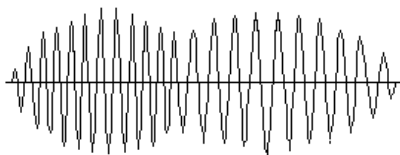


Figura 24 – Efeito DOPPLER de duas partículas no VM .

Dois casos excepcionais podem ocorrer quando duas partículas, com mesmas velocidades, chegam no VM : (a) em fase e (b) ou defasadas de exatamente 180° . Estas duas situações são representadas na Figura 25.

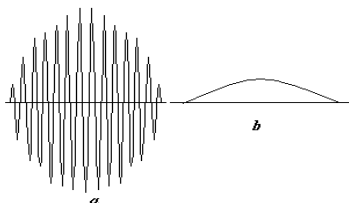


Figura 25 – Partículas com mesma velocidade, a) em fase, b) defasadas 180° .

O sinal proveniente de uma combinação de duas ou mais partículas que coexistem no VM é considerado um sinal espúrio e, conseqüentemente, deve ser eliminado. De modo geral, todos os processadores de sinal DOPPLER são capazes de eliminar, automaticamente, este tipo de sinal.

Quatro diferentes métodos tradicionais são empregados no processamento do sinal DOPPLER:

Contador de Franjas, Seguidor de Frequência, Analisador de Correlação e Analisador de Espectro de Frequência.

4.3.1 – Contador de Franjas

Este processador de sinal foi um dos primeiros empregados na Laser Doppler Velocimetria. Basicamente, um contador apresenta os seguintes estágios de operação: Filtragem para remover a frequência de pedestal e ruídos de alta frequência, Detecção de passagem pelo zero e Contagem de franjas.

Quando o processador é alimentado por um sinal (DOPPLER) que ultrapassa o primeiro nível, um pulso é gerado pelo contador que altera o estado do sinal de saída de 0

(zero) para o estado 1 (um). Quando o sinal retorna (negativo) e passa pelo mesmo nível, o contador faz retornar o sinal de saída para o estado inicial (zero). Tem-se, na verdade, a cada sinal DOPPLER (válido) um pulso.

O processador “*contador de franjas*”, na verdade, emprega dois contadores operando independente e cada um num nível diferente de disparo, *nível alto* e *nível baixo*. A Figura 26 mostra esta situação. Cada contador está programado para medir um número definido de franjas (N_f). Normalmente, o primeiro contador (nível baixo) processa as primeiras **5 franjas** enquanto que o segundo (alto nível) as primeiras **8 franjas**. Dois cronômetros são empregados para medir o tempo correspondente ao cruzamento das 5 e 8 franjas.

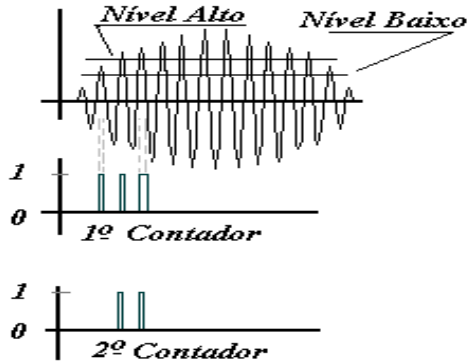


Figura 26 – Níveis de disparo dos contadores

O tempo t_2 , cronometrado pelo cronômetro de alta (tempo de passagem pelas 8 franjas) é maior do que o tempo t_1 do cronômetro de baixa (5 franjas). Um circuito de validação do sinal, influenciado por um comparador analógico, permite validar o sinal DOPPLER após multiplicar o valor de t_2 por 5/8.

O circuito comparador permite ao operador alterar o critério de aceitação (ϵ) na comparação entre os dois tempos tornando o resultado mais ou menos rígido, segundo sua necessidade. Um valor aceito para este critério é dado pela expressão abaixo:

$$\left| \frac{t_1 - \frac{5}{8} t_2}{t_1} \right| \times 100 \leq \epsilon (1,5\% \text{ a } 3\%) \quad (14)$$

4.3.2 – Seguidor de Freqüência

É um processador baseado num circuito de fase chaveada que trabalha comparando as fases do circuito com a fase do sinal DOPPLER. Variações de freqüência resultam numa diferença de fase entre um oscilador controlador e o sinal de entrada. O ajuste da diferença de fase é realizado por um “perseguidor automático”. Removida a diferença de fase o resultado fornece a freqüência DOPPLER f_D .

O processador tem um circuito de validação que permite descartar sinais espúrios, provenientes de outros efeitos. Esta validação é feita chaveando a frequência e a fase ao sinal DOPPLER por um pequeno período de tempo (por 8 ciclos do sinal DOPPLER, por exemplo). O valor da tensão elétrica, proporcional ao sinal DOPPLER, é armazenado num circuito de “coleta e congelamento” (*sample and hold*) e comparado com o valor do sinal da fase chaveada, que se permanecer constante, o sinal DOPPLER será validado.

4.3.3 – Analisador de Correlação

Este analisador de sinal é baseado em técnicas de correlação (auto-correlação) onde o sinal proveniente da fotomultiplicadora é dividido em dois. Um deles é atrasado de uma fração de tempo τ (previamente escolhido) e o outro segue inalterado para ser correlacionado através de um correlator.

Diferenças de fase são estimadas através de um comparador de fase e quando divididas pelo tempo de atraso τ a frequência DOPPLER é determinada. As Figuras 27 e 28 mostram dois sinais DOPPLER (1,0 e 1,25 KHz, respectivamente) após filtrados da frequência de pedestal e dos ruídos de alta frequências.

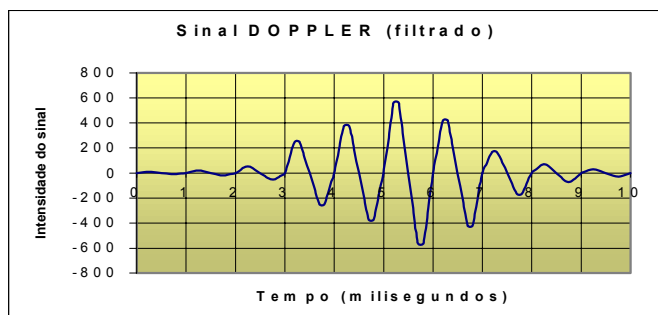


Figura 27 – Sinal DOPPLER tratado (1,0 KHz)

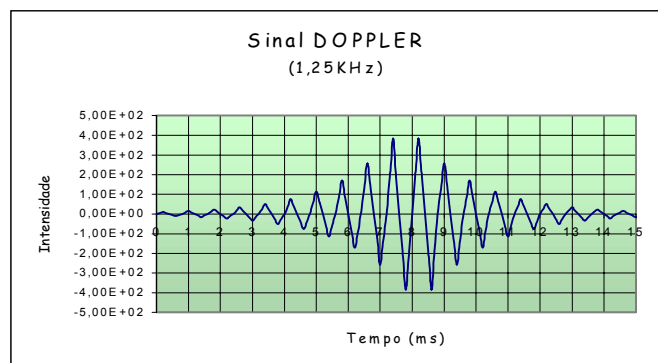


Figura 28 – Sinal DOPPLER tratado (1,25 KHz)

A função auto-correlação $R_x(\tau)$ do sinal DOPPLER capturada no domínio do tempo como $\phi(t)$, é definida como:

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi(t)\phi(t-\tau)dt \quad (15)$$

O diagrama da função auto-correlação $R_x(\tau)$ versus o tempo fornece um gráfico denominado de *auto-correlograma* que permite determinar a frequência DOPPLER f_D . Os respectivos diagramas de auto-correlação do sinal DOPPLER (*auto-correlogramas*) são mostrados nas figuras seguintes (Figuras 29 e 30). Note que o primeiro pico de correlação (fora da origem) indica um tempo (τ cujo seu inverso corresponde, exatamente, a frequência DOPPLER procurada.

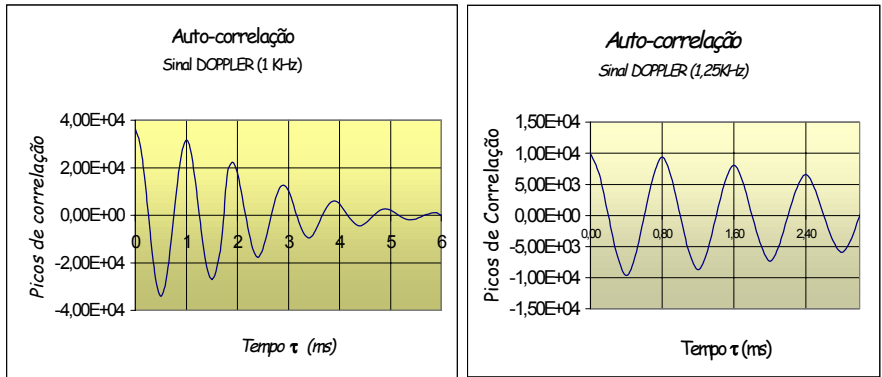


Figura 29 – Auto-correlações dos Sinais DOPPLER

4.3.4 – Analisador de Espectro de Frequência

O método de análise do sinal DOPPLER empregando um analisador de espectro é, na teoria, o mais simples de todos. Nos primórdios do desenvolvimento da técnica de LDV usavam-se analisadores de espectro convencionais. Hoje são desenvolvidos analisadores específicos com características peculiares tendo em vista a natureza do sinal DOPPLER.

A grande maioria dos processadores de sinal DOPPLER hoje disponíveis no mercado são no seu todo ou, pelo menos em parte, processadores que utilizam a análise espectral de sinal.

A Figura 30 apresenta, esquematicamente, a função densidade de probabilidade (**FDP**) distribuída continuamente no domínio da frequência.

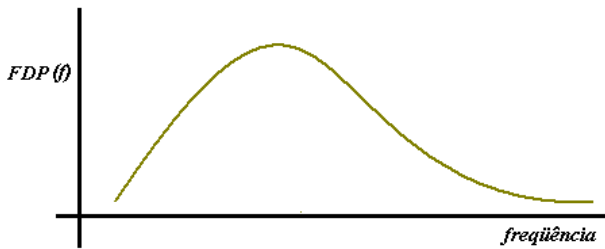


Figura 30 - Função Densidade de Probabilidade $FDP(f)$

Uma instrumentação capaz de medir a função densidade de probabilidade de frequência na sua forma contínua, ainda não está disponível. A solução prática possível é dividir o espectro de potência em pequenas bandas de frequência Δf de igual largura (Figura 31). O domínio de frequência será então representado, como:

$$[\Delta f_1, \Delta f_2, \Delta f_3, \dots, \Delta f_n] \tag{16}$$

A integração ao longo do tempo do espectro de energia permite obter, aproximadamente a função densidade de probabilidade (FDP).

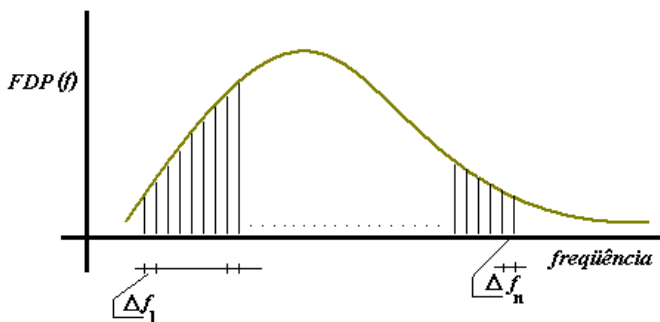


Figura 31 – Bandas de igual frequência

Para qualquer sinal, $\phi(t)$ contido numa banda de frequência Δf_i , a sua energia será dada por:

$$\Delta E_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi^2 \Delta f_i(t) dt \tag{17}$$

onde $\phi \Delta f_i(t)$ é o sinal de saída do filtro passa banda ideal¹⁰⁾ (Δf_i), para um sinal de entrada total $\phi(t)$.

¹⁰⁾ O filtro *passa banda* ideal elimina todas as frequências fora da banda Δf_i .

Para se obter a densidade de distribuição de frequência, é necessário dividir a expressão anterior pela largura da banda Δf e tomar o seu limite para zero:

$$FDP(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T \cdot \Delta f} \int_0^{T_i} \phi^2 \Delta f_i(t) dt \right] \quad (18)$$

Um equipamento capaz de registrar a $FDP(f)$ em função da frequência é denominado de Analisador de Espectro (AE).

A Figura 32 esquematiza três sinais dinâmicos (sinais DOPPLER, por exemplo) com representação tridimensional, segundo o domínio do tempo e da frequência.

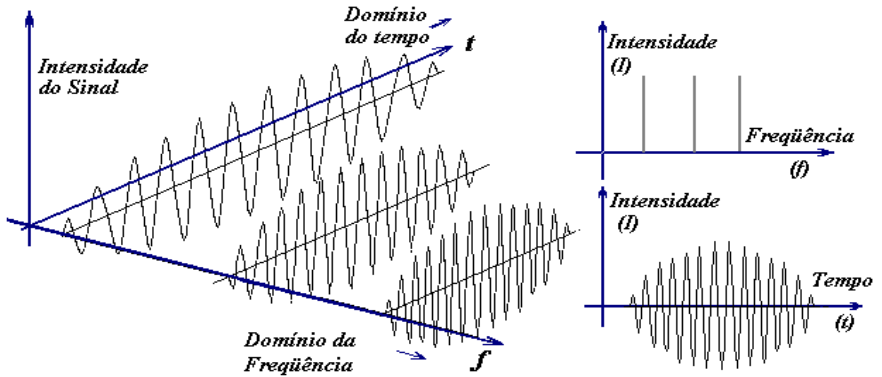


Figura 32 – Sinais dinâmicos no domínio do tempo e frequência

O resultado final na tela do AE (Monitor) será um gráfico $PDF(f)$ versus frequência total conforme mostra a Figura 33, onde na largura de banda (finita) escolhida um pico exatamente na frequência DOPPLER é produzido.

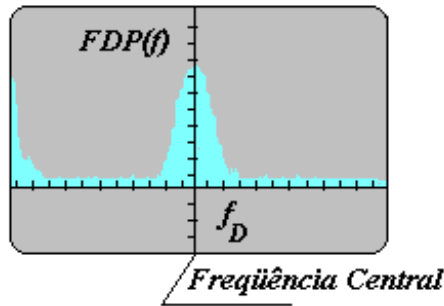


Figura 33 – Tela monitora de um AE

O diagrama espectral obtido no monitor do Analisador de Espectro (AE) apresenta efeitos de borda que tornam a frequência DOPPLER medida diferente da frequência real (exata), apresentando erros de medição e, conseqüentemente, um grau de incerteza¹¹⁾. Os efeitos de borda aparecem devido a natureza dos filtros empregados (os filtros “não ideais” produzem cortes no sinal não bem definidos) e das larguras finitas das bandas de frequência (Δf_o) escolhidas (idealmente deveriam ser infinitesimais). Na prática, um AE permite ajustar a largura banda de frequência Δf_o . É recomendável usar-se um valor menor possível em relação a largura do espectro DOPPLER. Para um sinal DOPPLER de características Gaussiana, com variância σ^2 , o valor recomendado para Δf_o deve ser menor do que 10% do desvio padrão da distribuição ($\Delta f_o \leq 0,1\sigma$).

Outra característica importante de um AE é o tempo de varredura sobre a largura do próprio filtro. Este tempo deve ser superior ao tempo de sua resposta.

$$\frac{\Delta f_o}{df/dt} \geq \frac{1}{\Delta f_o} \quad (19)$$

Adicionais efeitos de bordas são também causados pelos gradientes de velocidade das partículas e pela turbulência do escoamento. Todos estes fatores concorrem para produzir um sinal ainda *mais espesso* no entorno da frequência central. Informação da intensidade de turbulência pode ser obtida com a análise da largura do espectro DOPPLER mostrado no monitor do AE (Figura 33).

Os processadores do tipo “Analisador de Espectro de Frequência” são os que apresentam melhor performance. Têm frequência de resposta mais rápida e apresentam bom desempenho, mesmo para situações onde é baixa a relação sinal/ruído (*signal to noise ratio* - SNR).

Uma das vantagens que os processadores do tipo “auto-correlação” exerciam sobre os de análise espectral era a possibilidade de medir, além da velocidade, o diâmetro das partículas (diâmetro de bolhas ou gotas de sprays) disseminadas no escoamento. Este processamento, disponível nos processadores de auto-correlação, denominado genericamente de “Analisador Dinâmico de Partículas” (*ANEXO II*), está hoje incorporado em quase todos os modernos processadores tipo AE.

Os modernos processadores de sinal DOPPLER, sejam do tipo auto-correlação ou analisadores de espectro, possuem hoje propriedades importantes, como as abaixo mencionadas:

Auto centralização do efeito DOPPLER. Esquemas de detecção da região central do efeito DOPPLER permitem calcular a frequência em tempo real.

¹¹⁾ Muitas outras fontes de incertezas está sujeita a medição com uma instrumentação tipo LDV. Uma breve análise de incerteza é apresntada mais adiante (Item 7).

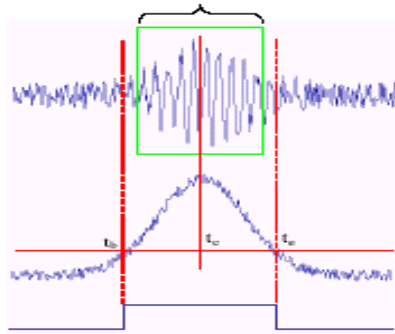


Figura 34 – Detecção do centro do efeito DOPPLER

Altas taxas na aquisição de dados de velocidade. Esquemas de intercambiabilidade dos canais (no caso de medição de múltiplos componentes de velocidades) permite superposição de sinais DOPPLER aumentando a taxa de medição. Lembrar que esta característica não era possível nos processadores antigos (Contadores de Franjas e Seguidores de Frequência).

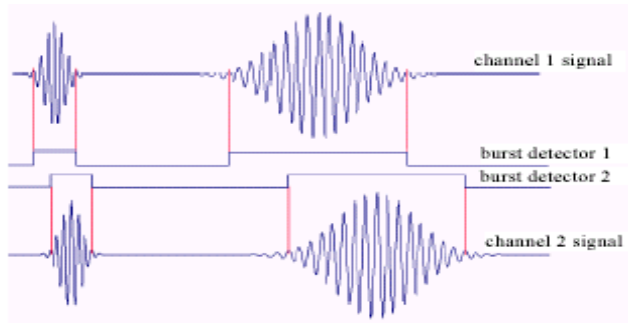


Figura 35 – Intercambiabilidade de canais

Medições de altas velocidades. Partículas que chegam ao VM , freqüentemente, estão separadas de um intervalo de tempo muito pequeno. Os “buffers” empregados nos modernos processadores possuem características de captura do sinal que permitem individualizar situações de altas taxas de chegada de partículas. Os modernos processadores do tipo AE, por exemplo, podem extrair valores confiáveis de velocidade e informações de dimensões de partículas com duração menor do que 50 ns.

Velocidade de transferência de dados. A alta freqüência de comunicação de dados entre o processador e o *microcomputador de pós-processamento* é obtida com o emprego de microprocessadores dedicados.

4.4 – Pós-processadores e “softwares”

Os processadores apresentados anteriormente resolvem o sinal DOPPLER causado por cada uma das partículas que produzem um sinal válido. São capazes de disponibilizar estes dados de velocidade (f_D) para um microcomputador que opere como sistema de pós-processamento.

A quantidade de dados (número de f_D válidos) necessários para a obtenção da velocidade de um ponto apenas, depende da natureza do escoamento e do local onde está sendo feita a medida. De modo geral, quanto maior forem as instabilidades (intensidade de turbulência) e quanto mais próximo da parede estiver o ponto, maior deverá ser o número¹²⁾ de f_D necessários, para permitir um tratamento estatístico adequado.

O pós-processamento feito com auxílio do microcomputador e programa dedicados (*softwares*) são desenvolvidos com as mais diferentes características e necessidades de aplicação. De modo geral, os fabricantes apresentam um programa geral bastante abrangente, porém podem desenvolver características especiais de acordo com a necessidade de cada cliente.

A seguir algumas saídas (diagramas e gráficos) dos pós-processadores disponíveis no mercado.

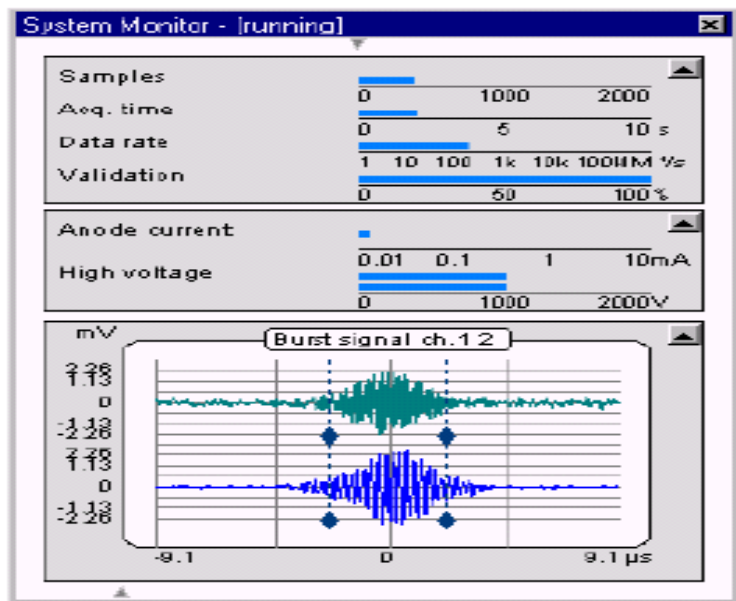


Figura 36 – Monitoramento do Sinal DOPPLER

¹²⁾ A quantidade recomendada de dados varia entre 1500 a 3000 sendo que, muitas vezes, estes valores são drasticamente reduzidos para que o tempo de aquisição não seja muito grande e a hipótese de *regime permanente* seja invalidada.

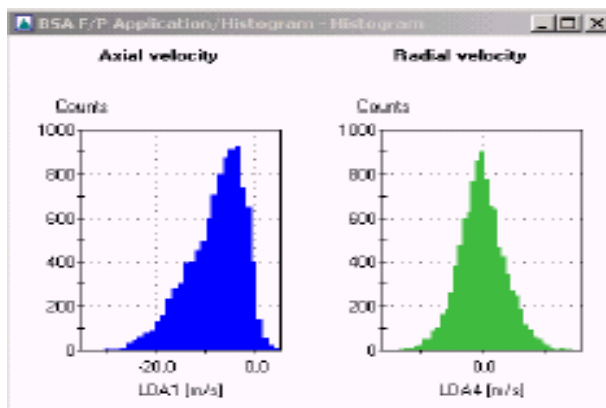


Figura 37 - Histograma de velocidades

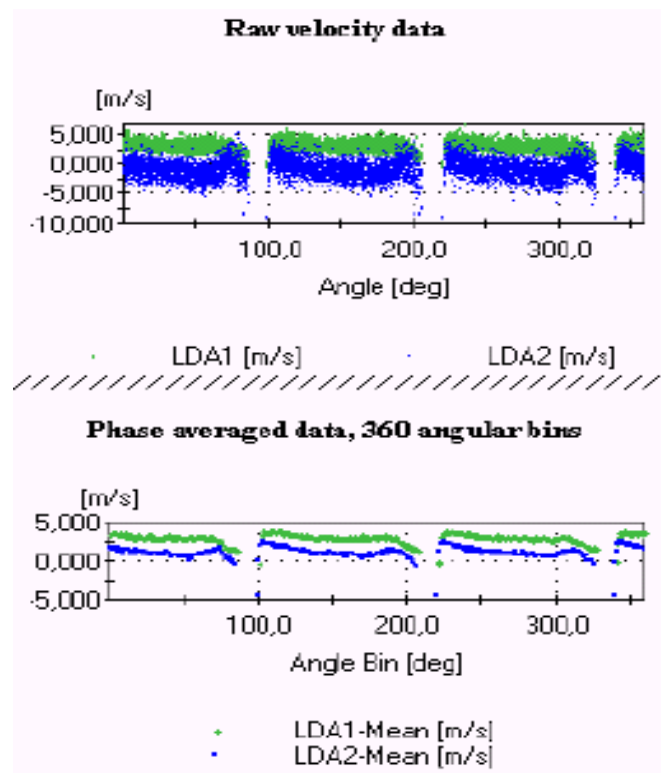


Figura 38 – Perfis de velocidade num escoamento cíclico.

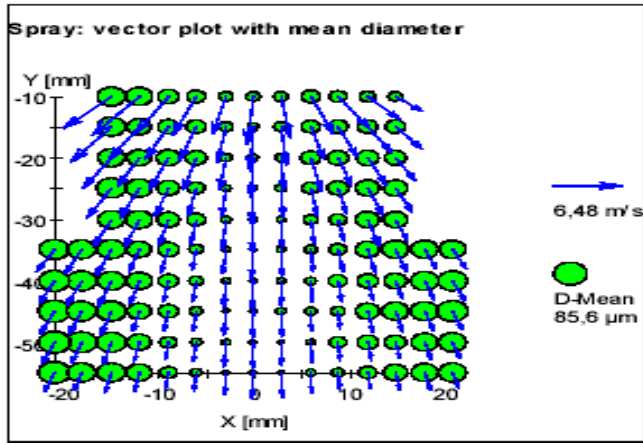


Figura 39 - Dimensões, concentração e velocidade de bolhas num jato de “spray”.

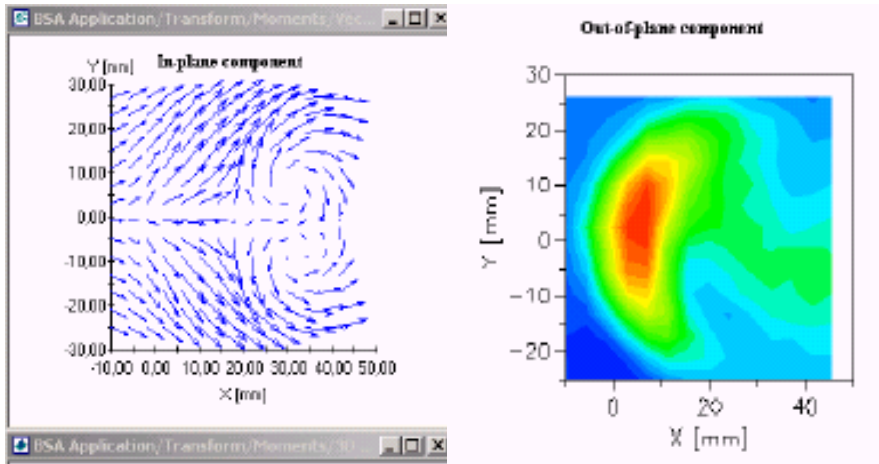


Figura 40 – (a) Campo de velocidade bidimensional. (b) “Renderização” do campo de velocidade

4.4.1 – Múltiplos componentes

Conforme apresentado anteriormente, a velocidade medida através de um sistema LDV (unidimensional) é, na verdade, apenas o componente do vetor velocidade ortogonal ao bissetor do ângulo formado pelos dois feixes que se cruzam. Para se ter a completa informação do vetor velocidade é necessário usar um sistema LDV a três componentes (múltiplos canais).

Um sistema a três componentes é formado por: (a) uma fonte de laser policromática com, no mínimo, três comprimentos de onda (λ_1 , λ_2 , e λ_3), (b) três processadores de sinal em paralelo, (c) um sistema óptico capaz de formar três *VMs* em planos diferentes e focados no mesmo ponto do escoamento, (d) três fotomultiplicadoras capazes de individualizar cada efeito DOPPLER em separado nos três *VM* e (e) um sistema de pós-processamento capaz de analisar, separadamente, os dados recebidos. Assim, uma partícula que passa pelos três *VMs* deve gerar três f_D , válidos, processados individualmente em cada canal do multiprocessador.

Uma fonte do tipo *ions de argônio* satisfaz esta finalidade pois tem, pelo menos, três comprimentos de onda com intensidade suficiente para promover efeitos DOPPLER (verde, $\lambda_1 = 514,5$ nm; azul $\lambda_2 = 488$ nm e violeta $\lambda_3 = 476,5$ nm).

A Figura 41 mostra a representação de duas seções transversais ortogonais dos dois *Volumes de Medição*, *VMs* (elipsóides de revolução verde e azul) produzidos pela sonda bidimensional mostrada na Figura 20. Uma partícula que cruza os dois volumes, produz um efeito *DOPPLER verde* e um *efeito DOPPLER azul* permitindo assim determinar o componente da velocidade V_x na direção x (verde) e o componente V_y , na direção y (azul).

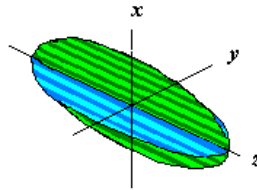


Figura 41 – Seções Transversais de dois Volumes de Medição

Para a medição do outro componente da velocidade utiliza-se mais uma sonda (unidimensional), como mostrado na Figura 20. Esta segunda sonda (com dois feixes de laser de comprimento de onda λ_3 – cor violeta) será inclinada de um ângulo (φ) com relação a sonda anterior. Novo volume de medição será formado e a seção transversal deste elipsóide terá uma inclinação de um o ângulo φ com relação ao eixo x do sistema de referência (x , y , z) já definido. A Figura 42 mostra o plano xz com as duas seções transversais dos volumes de medição no mesmo plano. Note que, na figura anterior, a seção transversal do segundo VM (azul) é representada ortogonalmente a este plano.

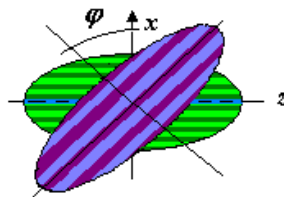


Figura 42 – Seção transversal do terceiro Volume de Medição.

Para a determinação da resultante final da velocidade (\vec{V}) basta compor os três componentes medidos. Note que, o sistema de referência local, formado pelos três eixos principais dos volumes de medição, definem um sistema de referência, cartesiano, não ortogonal. Para se obter os componentes ortogonais, paralelos aos eixos de referência inercial (sistema do laboratório) é necessário uma mudança de coordenadas.

Um arranjo tradicional para a medição tridimensional da velocidade foi apresentada na Figura 20. Nela, identifica-se duas sondas (uma bidimensional e a outra unidimensional) posicionadas a formarem um ângulo maior do que 90° entre elas. A Figura 43 mostra uma moderna sonda, já disponível no mercado, que permite medir os três componentes do vetor velocidade, simultaneamente.

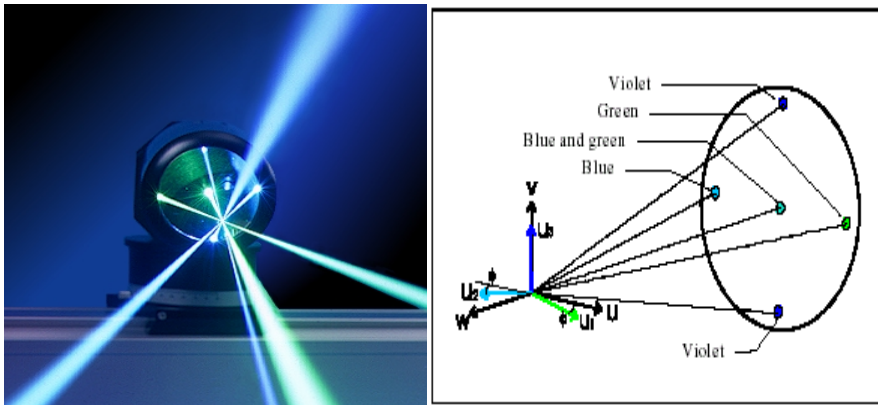


Figura 43 - Sonda para a medição tridimensional de velocidade

4.4.2 – Campos com velocidades reversas

Uma grande dificuldade dos LDV antigos era a determinação do sentido (do sinal) da velocidade medida. O sinal DOPPLER, produzido por uma partícula que cruza o VM num sentido, é o mesmo que outra partícula, na mesma direção e velocidade produz, quando cruza em sentido contrário. A frequência DOPPLER é um sinal escalar, não define, portanto, o sentido do componente da velocidade. Este fenômeno, denominado de “*ambigüidade de sinal*”, é resolvido com o auxílio de moduladores opto-acústicos, normalmente, denominado de Células de *BRAGG*.

O modulador opto-acústico permite promover a mudança na frequência (Shift frequency) em apenas um dos feixes do par de laser que se cruzam de tal modo que, quando a interferência ocorre, o conjunto de franjas formado apresenta um movimento. Com o movimento das franjas a faixa de velocidade fica ampliada para o lado negativo dos eixos de referência, conforme pode ser visualizado na Figura 44.

A figura mostra, esquematicamente, a dependência linear entre a frequência e a velocidade. Para uma dada configuração de equipamento, a faixa de velocidade possível de ser medida é definida. Não havendo mudança de frequência a faixa ocupa uma região positiva no eixo da velocidade. Com um determinado atraso de frequência provocado pelo

modulador opto-acústico, a faixa se desloca a esquerda da origem dos eixos de velocidade permitindo medir velocidades negativas (escoamentos reversos). A expressão para a velocidade fica:

$$V_x = (f_D \pm f_s) \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)} = (f_D \pm f_s) \cdot \delta_f \quad (20)$$

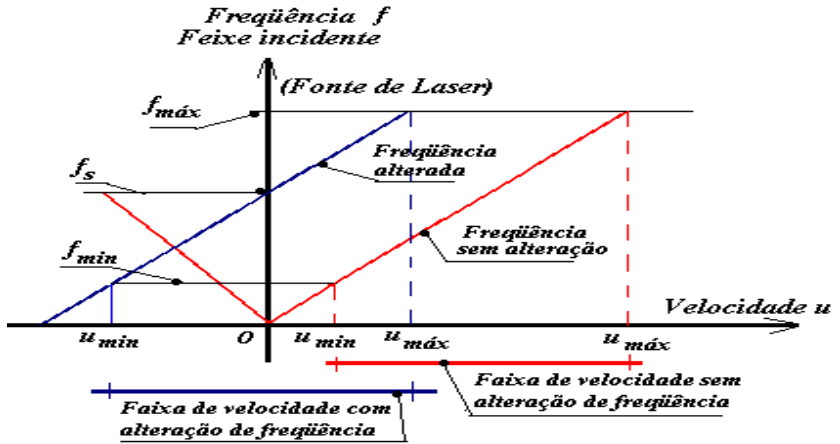


Figura 44 – Efeito da alteração de frequência num feixe incidente.

A Figura 45 esquematiza um modulador opto-acústico onde uma alteração de frequência de 40 MHz é provocada pelo oscilador externo.

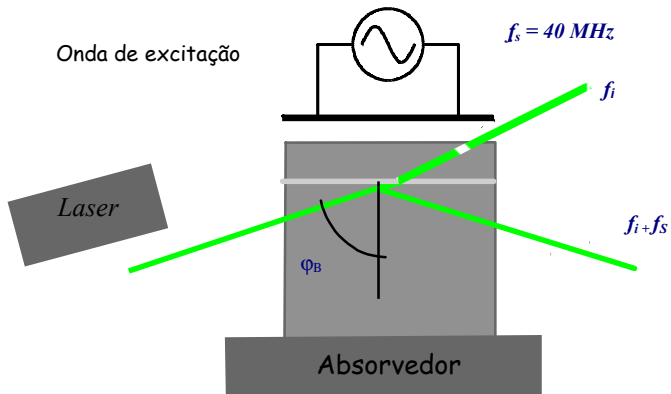


Figura 45 – Desenho esquemático de uma Célula de BRAGG

4.4.3 – Campos cíclicos de velocidade

O emprego de dispositivos de sincronismo externo (*encoders*) permite investigar escoamentos mais complexos como: escoamentos pulsantes, com vorticidade cíclica ou no interior das pás de uma turbomáquina. Se nestes escoamentos, o período for facilmente identificado, pode-se ajustar o sistema de sincronismo à captura do sinal DOPPLER. Os pós-processadores e *softwares* modernos permitem individualizar cada período cíclico.

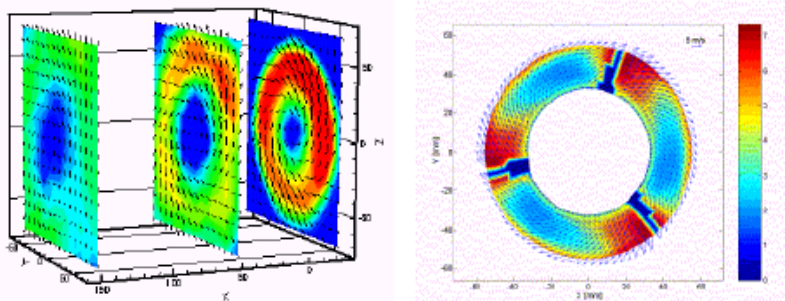


Figura 46 – Diferentes campos de velocidade num escoamento cíclico

5 – ANÁLISE DINÂMICA DE SINAIS (ALGUMAS RECOMENDAÇÕES)

Os dados de velocidade (f_D) medidos com um sistema LDV, ocorrem de forma discreta e aleatória ao longo do tempo. Uma medição de velocidade é feita somente quando uma partícula, que interage com um feixe de laser, produz um “*espalhamento de frequência*” com uma intensidade capaz de ser capturada pela fotomultiplicadora e validada no processador de sinal. A taxa de aquisição dos dados capturados e processados é expressa em partículas por segundo (p/s). Se a frequência dominante no escoamento (*flutuações de propriedades*) é da ordem de 1 Hz uma taxa de aquisição superior a 100 p/s é, normalmente, suficiente para se ter um confiável resultado da velocidade medida. Se, no entanto, o escoamento apresentar flutuações da ordem de 1 KHz, certamente que esta taxa de aquisição não será suficiente para se ter uma visão correta do fenômeno físico.

Antes de iniciar um processo de medição, uma investigação deve ser feita para determinar o ajuste de parâmetros adequados do LDV (potência da fonte de laser, sistema óptico, processador sinal) e permitir uma leitura mais fiel possível do escoamento.

A densidade (de aquisição) de dados é representada pela seguinte expressão:

$$\delta_{\text{dados}} = \dot{N}T = \dot{N} \frac{\sigma_u}{\sqrt{(du/dt)^2}} \quad (21)$$

onde \dot{N} representa a taxa de aquisição em p/s , T é conhecido como micro-escala de Taylor e σ_u a variância do componente da velocidade em análise, U no caso.

Define-se:

Baixa densidade de dados quando $\delta_{\text{dados}} \ll 1$
Alta densidade de dados quando $\delta_{\text{dados}} \gg 1$

Altas densidade de dados são sempre requeridas para uma representação mais realista. Os limites acima estabelecidos caracterizam bem quando as flutuações de grande escala do escoamento estão presentes.

Experimentalmente, está comprovado que as partículas com maior velocidade produzem mais efeitos DOPPLER *válidos* do que as partículas com baixas velocidades. Assim, a curva de distribuição de velocidade por sinal validado tem a tendência de não ser simétrica em relação a média (coeficiente de assimetria de Pearson $CP_{Ass} > 0$). Este fato promove um desvio no valor da velocidade quando for obtido pela simples média aritmética dos sinais validados pelo processador. Muitos programas de pós-processamento permitem corrigir este efeito, no entanto, é muito difícil se atingir uma exatidão nos parâmetros de correção. A melhor maneira de minimizar, ou praticamente, eliminar este efeito é trabalhar sempre com uma alta densidade de dados ($\delta_{\text{dados}} \gg 1$). A Figura 47 mostra duas situações de medição, com baixa e alta densidade de dados.

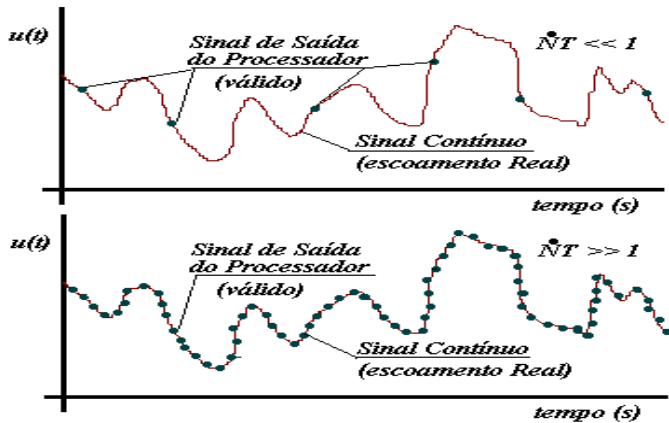


Figura 47 - Processamentos com baixa e alta densidade de dados

IMPORTANTE

Escoamentos com alta intensidade de turbulência e baixa densidade de dados apresentam sempre uma fraca exatidão de medição.

Assim, é sempre recomendável trabalhar com altas taxas e, se possível, uma frequência uniforme (no tempo) de captura de dados para obter-se informações fidedignas do escoamento. Altas taxas de disseminação de partículas e um processador de sinal com alta performance permitem garantir uma melhor confiança nos resultados de uma medição.

6 – MEDIÇÃO ATRAVÉS DE MEIOS MÚLTIPLOS

Com exceção às medições feitas no ar atmosférico, os feixes de um LDV sofrem a influência, no seu percurso, dos diferentes meios translúcidos que percorrem. As leis da refração são aplicáveis para a determinação do ponto (sistema local de referência) onde a medida está sendo feita. Nestas situações, um novo sistema de referência deve ser identificado baseado no índice de refração dos meios (n_m). Dependendo deste índice, a nova posição do *VM* estará mais próximo ou mais afastada do sistema de referência inercial (do laboratório). A Figura 48 mostra uma situação com apenas dois meios diferentes¹³⁾ onde o índice de refração (n_2) do segundo meio é maior do que o do primeiro (n_1).

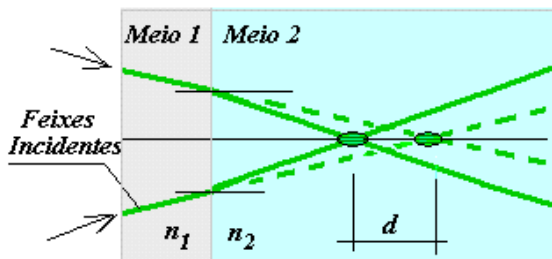


Figura 48 – Refração de dois feixes de laser num arranjo com dois meios.

Note que, os índices de refração afetando os ângulos de inclinação dos feixes incidentes, alteram a formação das franjas de interferência (o espaçamento e a espessura das franjas). A expressão que dá o valor do novo *seno do meio ângulo*, é a seguinte:

$$\text{sen}(\theta_2 / 2) = \frac{n_1}{n_2} \text{sen}(\theta_1 / 2) \quad (22)$$

Sendo alterado o ângulo θ , a constante do equipamento, conforme a Eq. 8, ficaria também alterada, caso os comprimentos de onda dos feixes (λ) não sofressem da mesma influência:

$$\lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \lambda_1 \quad (23)$$

Desta forma, a Eq. 8, definida para um único meio, fica assim relacionada, segundo as leis da refração:

$$V_x = f_D \frac{\lambda_1}{2 \text{sen}(\theta_1 / 2)} = f_D \frac{\lambda_2 \frac{n_2}{n_1}}{2 \text{sen}(\theta_2 / 2) \frac{n_2}{n_1}} = f_D \frac{\lambda_2}{2 \text{sen}(\theta_2 / 2)} \quad (24)$$

¹³⁾ A situação mais comum é para três meios diferentes, onde a sonda se encontra no ar ambiente (n_{ar}), existe uma parede (n_p) que separa o fluido do ar e o terceiro meio é o próprio fluido (n_f).

onde se conclui que:

$$\frac{\lambda_1}{2\text{sen}(\theta_1/2)} = \frac{\lambda_2}{2\text{sen}(\theta_2/2)} \quad (25)$$

Assim, somente a posição do *VM* deve ser corrigida dos efeitos da refração, de acordo com o novo sistema de referência.

Problemas mais sérios ocorrem quando, eventualmente, o posicionamento do feixe de laser não é correto. Assim, quando o bissetor do ângulo θ não for ortogonal ao plano de incidência, as refrações dos dois feixes acontecem com ângulos diferentes. Há, nestas situações, um deslocamento do *VM* no plano (deslocamentos *h* e *d*) com formação de franjas distorcidas e de espessuras diferentes. A figura 49 configura esta situação.

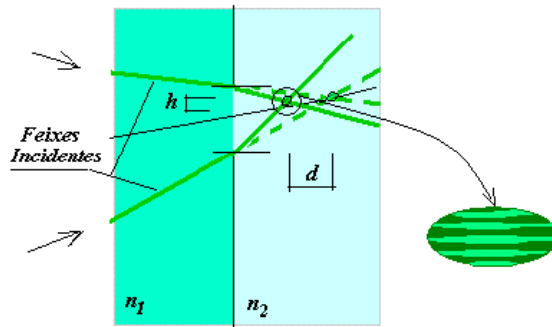


Figura 49 – Desalinhamentos dos feixes com o plano de refração

Mais complicado é o caso de medições com múltiplos componentes em geometrias axi-simétricas (medições dos componentes axial (V_x) e circunferencial (V_θ) em tubulações circulares). Como as condições de incidência dos pares de feixes (verde e azul) não apresentam mesmos ângulos, o encontro dos feixes não ocorre no mesmo ponto físico. Assim, a medida de velocidade, embora seja simultânea, não acontece no mesmo ponto físico. Neste caso, muito cuidado deve ser tomado na composição do vetor velocidade e na determinação das propriedades turbulentas (intensidade de turbulência e correlações). A Figura 50 esquematiza esta situação.

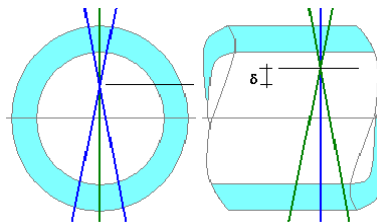


Figura 50 – Medição bidimensional numa geometria axi-simétrica.

7 - ERROS NA MEDIÇÃO COM LDV (AVALIAÇÃO DAS INCERTEZAS)

De acordo com o “*Guia para a Expressão da Incerteza de Medição*”, incerteza é um “*parâmetro associado ao resultado de uma medição que caracteriza a dispersão dos valores que poderiam ser, razoavelmente, atribuídos ao mensurando*”.

Toda a medição experimental carrega consigo um grau de incerteza. Segundo o mesmo guia, a metodologia recomendada para a avaliação da incerteza de uma medição deve seguir os seguintes passos:

- 1^o passo - Identificação do Mensurando
- 2^o passo – Identificação das fontes de incerteza
- 3^o passo – Quantificação das fontes de incerteza
- 4^o passo – Determinação da incerteza combinada
- 5^o passo – Avaliação da incerteza expandida

O *primeiro passo* está centrado na especificação correta e inequívoca do mensurando simbolizado por um funcional genérico Y . É preciso saber com clareza e sem ambigüidades o que se quer medir e, sempre que possível, estabelecer uma expressão (analítica) relacionando o valor do mensurando aos parâmetros que ele depende. Estes parâmetros podem ser outros mensurandos, quantidades não diretamente medidas, constantes ou mesmo coeficientes.

Para o *segundo passo*, uma lista de possíveis fontes de incerteza (X_i) deve ser montada. Neste estágio, não é ainda necessário preocupar-se com a quantificação individual de cada fonte. O objetivo é ter uma visão muito clara a respeito do que deve ser considerado na medição.

Para formar a lista de fontes de incerteza é conveniente começar com uma expressão básica usada para calcular o mensurando através de valores intermediários que a definem. Todos os parâmetros, nesta expressão, devem ter uma incerteza associada e, desta forma, devem ser uma potencial fonte de incerteza para a medição. Ainda mais, pode haver outros parâmetros que não aparecem explicitamente na expressão mas afetam parte ou todo o processo de medição e contribuem para a incerteza do mensurando, com por exemplo o tempo, a temperatura, a umidade relativa, etc... Estas são potenciais fontes de incerteza a serem consideradas.

Na forma implícita, o mensurando identificado no primeiro passo pode ser, genericamente escrito, como:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_i, X_N) \quad (26)$$

No *terceiro passo* a quantificação das fontes de incerteza deve ser feita. O mensurando, identificado pelo seu funcional genérico, será determinado quando estiverem disponíveis todas as grandezas de entrada. A incerteza do mensurando, será avaliada combinando-se as incertezas de cada uma das variáveis (fontes de incertezas) que fizerem parte do processo de medida.

Cada componente de incerteza (x_i), independente da forma adotada para a determinação da estimativa individual, poderá ser classificado segundo dois tipos: Tipo **A** e Tipo **B**.

7.1 - Avaliação da Incerteza do "tipo A"

As incertezas do **tipo A** são as de natureza aleatória e avaliadas (calculadas) segundo métodos estatísticos, que calculam a distribuição dos valores em torno de uma média (variância). Embora nenhuma correção possa ser feita para se eliminar os componentes aleatórios, sua incerteza associada torna-se cada vez menor quanto maior for o número de amostras usadas.

A incerteza de um componente x_i é calculada utilizando-se uma amostragem deste componente. A amostragem poderá ser composta de k elementos ($x_{i,k}$ equivale a dizer tomar k elementos do componente i).

Assim, o valor mais provável do componente será dado pela sua média aritmética:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{i,k} \quad (27)$$

O seu desvio padrão, pela expressão:

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \bar{x}_i)^2} \quad (28)$$

e, finalmente, a sua incerteza, como:

$$s(\bar{x}_i) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} = u(\bar{x}_i) \quad (29)$$

7.2 - Avaliação da Incerteza do "tipo B"

A avaliação das incertezas do **tipo B** é realizada seguindo-se outros procedimentos, diferentes dos utilizados na análise estatística de uma série de observações. Este procedimento é usado para avaliar as incertezas das estimativas x_i de uma grandeza de entrada X_i caracterizadas por: (a) possuírem natureza sistemática ou (b) serem de natureza aleatória mas que não puderam ser avaliadas pelo método usado para o **tipo A**. A incerteza padrão $u(x_i)$ é calculada por meio de *juízos científicos* baseados em todas as informações disponíveis sobre a variabilidade de X_i . O conjunto de informações pode incluir:

- dados de medições prévias
- experiência do comportamento e propriedades dos instrumentos relevantes
- especificações do fabricante
- dados de certificados de calibração
- incertezas extraídas de manuais, etc..

Para a avaliação das incertezas do **tipo B** é necessário o conhecimento da distribuição de probabilidade associada ao valor da fonte de incerteza em questão. As distribuições de probabilidades mais comuns são:

a - Distribuição de probabilidade retangular:

Há casos em que somente é possível estimar as fronteiras do valor de uma grandeza de entrada X_i , ou seja, está se afirmando que “a probabilidade do valor X_i estar dentro do intervalo a_- até a_+ é igual a unidade (100%) e que a probabilidade de X_i estar fora destes limites é literalmente zero”. Nestes casos, será usada a distribuição de probabilidade retangular. Se não houver indicação ou conhecimento específico sobre outros valores possíveis de X_i no interior do intervalo, pode-se assumir que é, igualmente provável, que aconteça em qualquer posição do intervalo com uma distribuição uniforme de probabilidade. Então a estimativa x_i do valor X_i é o ponto médio do intervalo:

$$x_i = (a_+ + a_-) / 2 \quad (30)$$

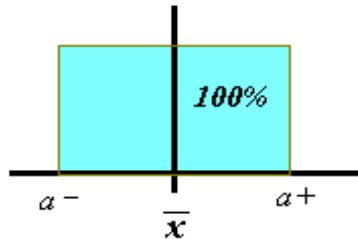


Figura 51 – Distribuição de Probabilidade retangular

Assim, uma distribuição retangular é aquela onde o valor da probabilidade pode ocupar qualquer ponto dentro de uma região (simétrica ou não) retangular em relação aos dois valores extremos ($\pm a_i$) e nunca fora deles. A incerteza padrão (**tipo B** neste caso) é calculada como:

$$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{3}} \quad (31)$$

b - Distribuição de probabilidade normal:

A distribuição normal de probabilidade é uma distribuição natural. Muitos eventos da natureza ocorrem com uma distribuição deste tipo. A sua forma em torno da média tem uma geometria característica de uma colina, onde o pico contém o valor mais provável e, nos extremos, o valor da probabilidade vai decrescendo de forma é assintótica ao eixo horizontal. A incerteza padrão **tipo B** é calculada como:

$$u(x_i) = \frac{a_i}{k_p} \quad (32)$$

onde k_p é o fator de abrangência para um determinado nível de confiança p especificado. Para uma distribuição de t-Student este fator é dado na seguinte tabela:

Tabela 1 – Nível de confiança x fator de abrangência

Nível de confiança p (%)	Fator de abrangência k_p
50	0,6756
68,27	1
90	1,645
95	1,960
95,45	2
99	2,576
99,73	3

Uma vez identificada cada uma das fontes de incerteza e determinado o valor das diversas incertezas padrões $u(x_i)$ o passo seguinte é compô-las, adequadamente, para obter-se a incerteza (combinada) do mensurando (quarto passo).

Se o modelo matemático não corresponde a alguma forma simplificada então, o procedimento a ser seguido deve estar de acordo com a teoria da propagação de erros descrita por Herschy. A variância combinada é dada pela expressão:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (33)$$

ou

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_i c_j u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i, x_j) \quad (33a)$$

onde $\frac{\partial f}{\partial x_i} = c_i$ são os coeficientes de sensibilidade de cada uma das fontes de incerteza

(calculado conforme *Anexo III*), $u(x_i, x_j)$ as covariâncias das fontes de incertezas, $u(x_i)$ as incertezas padrões de cada fonte individualizada. As variáveis de entrada x_i e x_j são as estimativas de X_i e X_j , respectivamente.

O grau de correlação entre x_i e x_j é caracterizado pelo coeficiente de correlação definido anteriormente. Este coeficiente varia entre -1 e $+1$. Se as estimativas x_i e x_j não forem correlacionadas entre si, ele valerá 0 (zero).

O coeficiente de correlação é, mais facilmente, interpretado do que as covariâncias e mais empregado para a determinação da variância combinada. A última expressão pode ser re-escrita, como:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) \quad (34)$$

A incerteza combinada será dada pela raiz quadrada da expressão anterior, como:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j)} \quad (35)$$

Note que, se as fontes de incertezas não forem correlacionadas, $r(x_i, x_j) = 0$, a expressão acima fica:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)} \quad (36)$$

Aplicando esta metodologia para o caso da medição de velocidade com LDV pode-se simplificar o andamento utilizando-se um diagrama de *causa e efeito*. Para um componente de velocidade (V_x) teremos o diagrama da Figura 52:

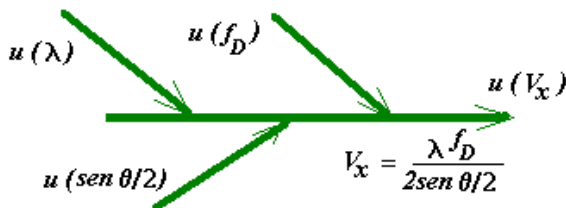


Figura 52 – Diagrama causa e efeito para um componente de velocidade

Onde $u(\lambda)$ representa a incerteza do valor do comprimento de onda λ , $u(\text{sen}\theta/2)$ a incerteza do seno do semi-ângulo entre os dois feixes de laser, e $u(f_D)$ a incerteza do valor da frequência DOPPLER capturada pela fotomultiplicadora.

Cada fonte de incerteza, por sua vez, é caracterizada por diferentes causas. Assim:

- o comprimento de onda λ (514,5 nm, por exemplo medido pelo fabricante da fonte de laser) tem, associado ao seu valor uma incerteza (do tipo B);

- o ângulo θ , da mesma forma depende, principalmente, do fabricante do sistema óptico quando for utilizado uma sonda comercial (tipo B). Depende também do posicionamento feito pelo operador do LDV (que poderá ser do tipo A ou B);

- finalmente, a frequência DOPPLER f_D depende de uma cadeia de fontes: da repetitividade da medição, do número de amostras de cada medição (tipo A), das características da fotomultiplicadora, do sistema óptico (aberrações óticas), do processador do sinal DOPPLER, do sistema de aquisição (digital) e do pós-processamento (computador e software). O diagrama abaixo mostra uma composição para as incertezas da frequência DOPPLER.

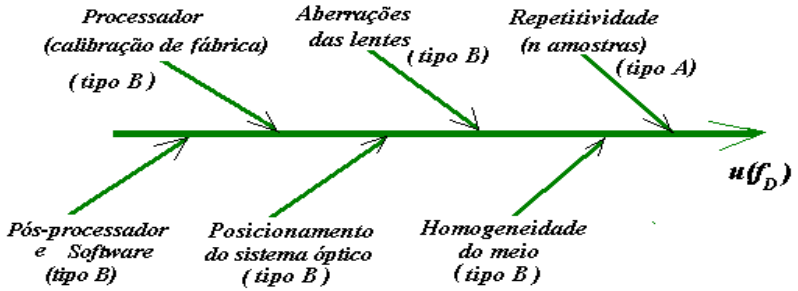


Figura 53 – Diagrama causa e efeito para f_D .

Uma grande dificuldade numa análise de incertezas é estabelecer o funcional que relaciona as diferentes fontes de incerteza acima mencionadas.

Considerando as três fontes de incerteza não correlacionadas¹⁴, e já compostas conforme diagrama da figura 53, a expressão da incerteza combinada, para o componente da velocidade V_x , seria:

$$u_c(V_x) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 c_i^2 u^2(x_i) + c_\theta^2 u^2(x_\theta) + c_{f_D}^2 u^2(x_{f_D})} \quad (37)$$

onde os coeficientes de sensibilidade são dados por:

$$c_\lambda = \frac{f_D}{2 \operatorname{sen}(\theta/2)} \quad (38)$$

$$c_\theta = -\frac{\cos(\theta/2)}{4 \operatorname{sen}^2(\theta/2)} \lambda_{f_D} \quad (39)$$

$$c_{f_D} = \frac{\lambda}{2 \operatorname{sen}(\theta/2)} \quad (40)$$

Finalmente, não se deve esquecer da incerteza das coordenadas do(s) $VM(s)$. Quando se mede um escoamento se está procurando estabelecer um campo de velocidade ou, pelo menos, um perfil de velocidade. Assim, num escoamento tridimensional, com simetria cilíndrica, o campo de velocidade deverá ser expresso genericamente pela função:

$$\vec{V} = f[V_x(x, \varphi, r); V_\varphi(x, \varphi, r); V_r(x, \varphi, r)] \quad (41)$$

As coordenadas x (axial), φ (circunferencial) e r (radial) de cada componente de velocidade estão sujeitas, pelo menos, as incertezas causadas pelo posicionamento da(s)

¹⁴ Há que justificar bem esta hipótese.

sonda(s), pelas aberrações das lentes, pela não homogeneidade do meio (refrações imperfeitas).

A avaliação da incerteza nas medições com LDV tem se constituído num trabalho árduo e moroso, imprescindível, no entanto, para uma qualificada análise de resultados.

8 - ANEXO I – COMPONENTE DA VELOCIDADE MEDIDA

Decompondo os vetores segundo as orientações (x e y) do sistema de referência local, teremos:

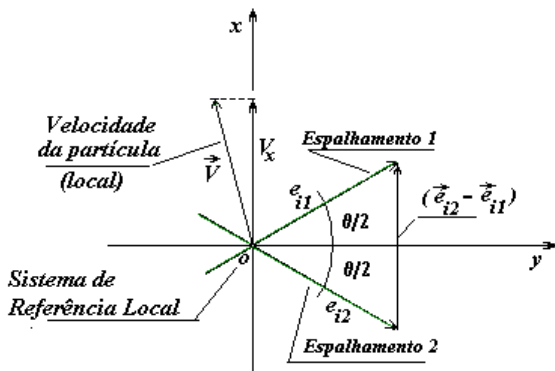


Figura 54 – Componente de velocidade medida com LDV

O vetor velocidade \vec{V} , fica:

$$\vec{V} = -V_y \vec{j}_y + V_x \vec{j}_x \quad (42)$$

O versor \vec{e}_{i1} (unitário), fica

$$\vec{e}_{i1} = 1 \times \cos(\theta/2) \vec{j}_y + 1 \times \sin(\theta/2) \vec{j}_x \quad (43)$$

O versor \vec{e}_{i2} (unitário), fica

$$\vec{e}_{i2} = 1 \times \cos(\theta/2) \vec{j}_y - 1 \times \sin(\theta/2) \vec{j}_x \quad (44)$$

O valor da expressão $(\vec{e}_{i2} - \vec{e}_{i1})$, fica:

$$[1 \times \cos(\theta/2) \vec{j}_y - 1 \times \sin(\theta/2) \vec{j}_x] - [1 \times \cos(\theta/2) \vec{j}_y + 1 \times \sin(\theta/2) \vec{j}_x] \quad (45)$$

ou seja,

$$\begin{aligned}
 & [\cos(\theta/2)\vec{j}_y - \text{sen}(\theta/2)\vec{j}_x - \cos(\theta/2)\vec{j}_y - \text{sen}(\theta/2)\vec{j}_x] = \\
 & [\cos(\theta/2) - \cos(\theta/2)]\vec{j}_y - [\text{sen}(\theta/2) + \text{sen}(\theta/2)]\vec{j}_x = \\
 & -[\text{sen}(\theta/2) + \text{sen}(\theta/2)]\vec{j}_x = -2\text{sen}(\theta/2)\vec{j}_x
 \end{aligned} \tag{46}$$

O produto escalar $[\vec{V} \cdot (\vec{e}_{i2} - \vec{e}_{i1})]$, ficará então:

$$\begin{aligned}
 \vec{V} \cdot (\vec{e}_{i2} - \vec{e}_{i1}) &= [-V_y\vec{j}_y + V_x\vec{j}_x] \cdot [-2\text{sen}(\theta/2)\vec{j}_x] = \\
 & \boxed{-2\text{sen}(\theta/2)V_x}
 \end{aligned} \tag{47}$$

9 - ANEXO II – DOPPLER DE FASE

O princípio de operação de um processador empregado para a análise de partículas (diâmetro, concentração e fluxo de massa) é baseado no espalhamento da luz num plano, por partículas esféricas.

Feixes de luz incidente sobre uma partícula esférica são refletidos e/ou refratados. Dois detectores colocados em posições diferentes recebem o sinal com diferenças de fase, efeito denominado “DOPPLER de Fase”. Este efeito foi, pela primeira vez, reportado por Durst e Zaré em 1975. O primeiro equipamento, no entanto, veio a ser comercializado somente em 1984.

A mudança de fase destes dois sinais é proporcional^{a)} ao diâmetro da partícula e a sua interação no espaço proporciona um sinal com “batimento” com uma frequência que é proporcional à velocidade da partícula (DOPPLER de frequência). Desta forma, o processador permite determinar não só o diâmetro da partícula mas também sua velocidade. Por extensão, pode ser calculada a concentração das partículas, sua distribuição espacial e o fluxo de massa da fase particulada (a segunda fase de um escoamento bifásico).

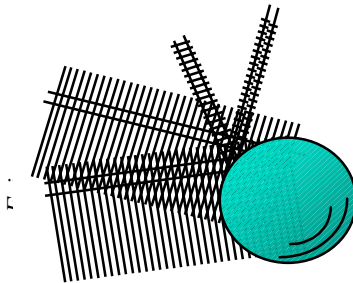


Figura 55 – DOPPLER de fase.

^{a)} A relação linear somente existe se o detector for posicionado de tal forma a capturar a luz espalhada no modo dominante.

A relação de intensidade entre o feixe incidente e o espalhado pode ser calculada. Seu valor depende do ângulo de incidência, da polarização da luz, e dos índices de refração (da partícula n_p e do meio n_m) e ainda com os coeficientes de Fresnel. O ângulo de espalhamento é dado pela lei de Snell e sua fase depende do trajeto percorrido pelo feixe espalhado. As Figuras 55 e 56, esquematizam o princípio de medição utilizando o efeito DOPPLER de fase.

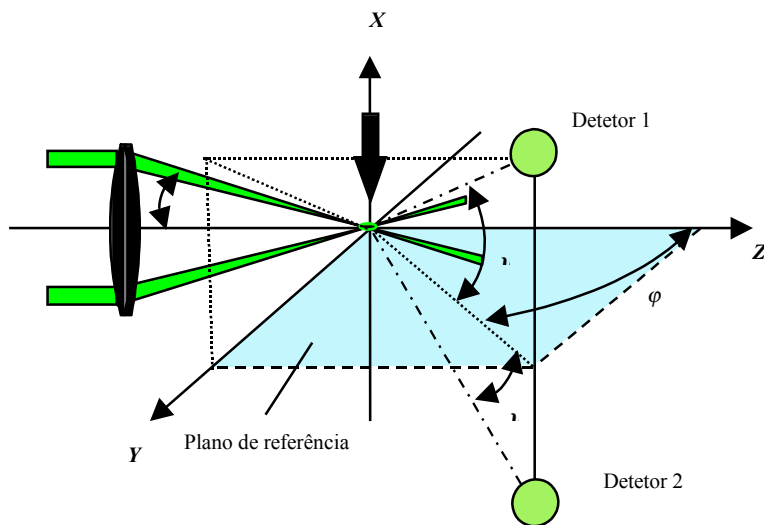


Figura 56 – Configuração física para a detecção do DOPPLER de fase.

A intensidade do sinal de espalhamento decai rapidamente e após o terceiro modo de reflexão, praticamente, não existe mais sinal detectável. A Figura 57 seguinte, mostra o decaimento da intensidade do sinal DOPPLER de fase com a ordem de refração.

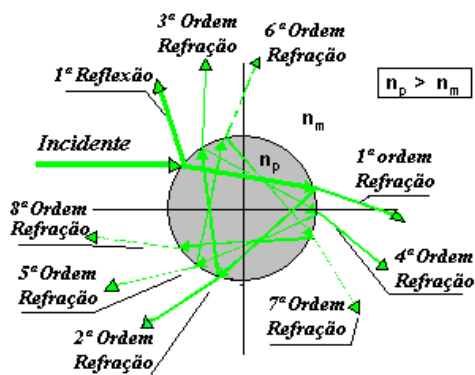


Figura 57 – Decaimento da intensidade do sinal DOPPLER de fase.

A diferença de fase entre a luz incidente e a espalhada aumenta com o aumento do diâmetro da partícula. Desta forma há uma limitação na defasagem. Valores superior a 2π promovem ambigüidades no diâmetro medido.

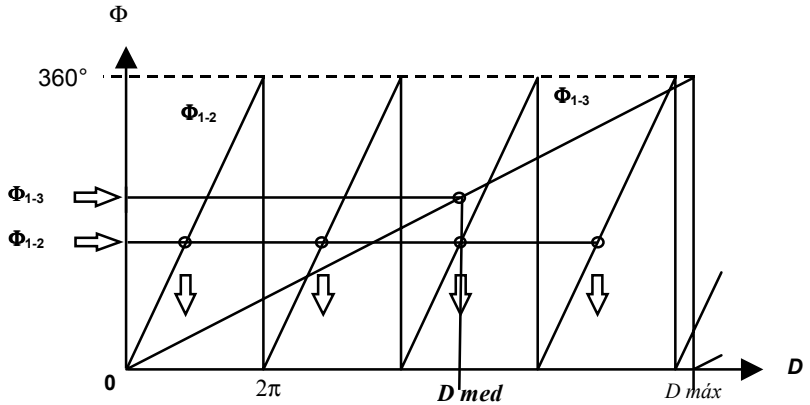


Figura 58 – Diagrama de defasagem em função do diâmetro

Assim, partículas que causam ângulo de defasagem acima de 2π não podem ser detectadas com um sistema PDA com apenas dois detectores (função Φ_{1-2}). A Figura 58 mostra a ambigüidade na definição do diâmetro. Com mais um detector a ambigüidade é resolvida (função Φ_{1-3}).

Os índices de refração interferem nas interações DOPPLER. O comportamento das reflexões/refrações se alteram com a relação de índices. Na Figura 59 são apresentados os diagramas de reflexão/refração para gotas de água no ar (a) e bolhas de ar na água (b).

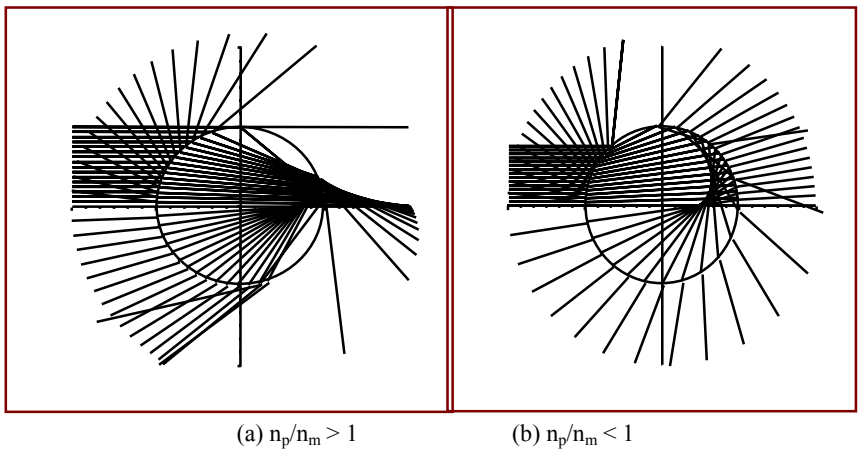


Figura 59 – Diagramas de reflexão/refração-a) Gotas de água no ar; b) Bolhas de ar na água

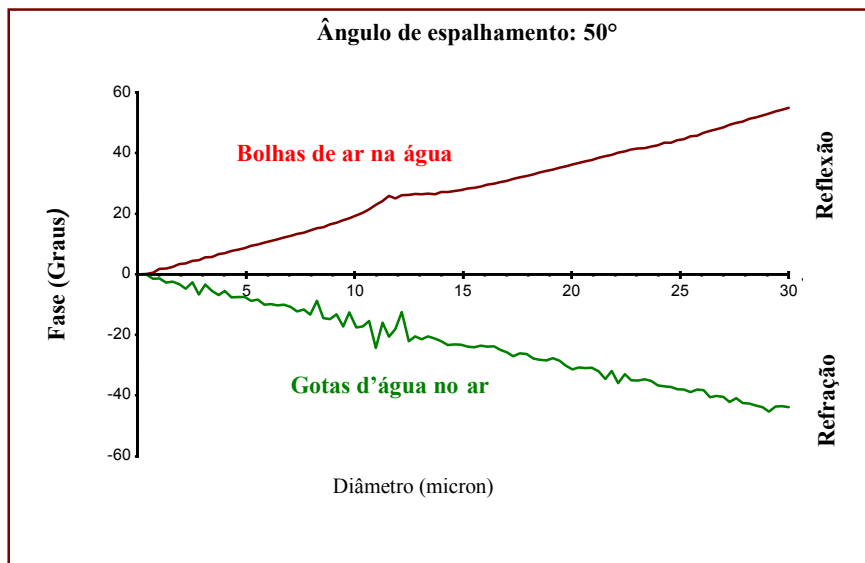


Figura 60 – Ângulo de fase *versus* Diâmetro das partículas

10 - ANEXO III - DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE

Antes de combinar incertezas provenientes de outras origens é essencial apreciar o efeito de cada componente de entrada no cômputo total da incerteza da grandeza de saída. É desta forma, interessante introduzirmos o conceito de coeficiente de sensibilidade para cada uma das grandezas de entrada (x_i).

Como visto, a incerteza da variável de saída (y) não é igual ao simples somatório quadrático das incertezas das variáveis de entrada pois existe uma dependência (eventualmente não linear) entre elas que deve ser levada em consideração. Para que isto seja levado em consideração, precisa-se determinar os coeficientes de sensibilidade de cada variável de entrada em relação a variável de saída.

A determinação dos coeficientes de sensibilidade pode ser feita, basicamente, de duas formas: analiticamente e numericamente

10.1 - Solução Analítica

O coeficiente de sensibilidade é definido como a variação da quantidade de saída por cada quantidade de entrada. Matematicamente, esta variação é expressa pela derivada parcial da função. Se esta função for expressa pela Eq. 4.1, teremos:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial y}{\partial x_i} \quad (48)$$

onde c_i é o coeficiente de sensibilidade.

10.2 - Solução Numérica

Quando não está disponível uma relação funcional analítica (explícita) ou o funcional é complexo, pode ser mais fácil obter-se o coeficiente de sensibilidade numericamente, calculando-se o efeito de pequenas trocas na variável de entrada x_i sobre o valor de saída y . Os passos para o emprego desta metodologia são os seguintes:

- Calcular, primeiramente, o valor de y usando o valor de x_i .
- Calcular um novo valor para y usando o valor de $x_i + \Delta x_i$, onde Δx_i deve ser um novo valor de x_i com um pequeno incremento.
- O segundo resultado para y pode ser expresso como $y + \Delta y$ onde Δy é do incremento causado na variável de saída por Δx_i .
- O valor do coeficiente de sensibilidade é então calculado como:

$$c_i \approx \frac{\Delta y}{\Delta x_i} \quad (49)$$

O incremento usado (Δx_i) deve ser tão pequeno quanto possível. Note que se deve levar em conta a perda da precisão numérica causada pelo truncamento dos resultados numéricos.

A planilha (eletrônica) apresentada pela TABELA 2 otimiza e simplifica a determinação dos coeficientes de sensibilidade, principalmente quando o funcional do mensurando, equação 26, é implícita.

TABELA 2 - Cálculo dos Coeficientes de Sensibilidade – (Numericamente)

Coeficiente de Sensibilidade	Incremento	x_1	x_2	...	x_i	...	x_N	y	Valores de c_N
		x_1	x_2	...	x_i	...	x_N		
	$\Delta_N < 0,001 x_N$	x_1	x_2	...	x_i	...	x_N	$y_{nom} = f(x_1, x_2, \dots, x_i, x_N)$	
c_1	Δ_1	$x_1 + \Delta_1$	x_2	...	x_i	...	x_N	$y_1 = f(x_1 + \Delta_1, x_2, \dots, x_i, x_N)$	$(y_1 - y_{nom}) / \Delta_1$
c_2	Δ_2	x_1	$x_2 + \Delta_2$...	x_i	...	x_N	$y_2 = f(x_1, x_2 + \Delta_2, \dots, x_i, x_N)$	$(y_2 - y_{nom}) / \Delta_2$
.....
c_N	Δ_N	x_1	x_2	...	x_i	...	$x_N + \Delta_N$	$y_N = f(x_1, x_2, \dots, x_i, x_N + \Delta_N)$	$(y_N - y_{nom}) / \Delta_N$

11 - REFERÊNCIAS

- Abernethy, R.B. and Thompson, J.W. – “Uncertainty in Gas Turbine Measurements”- AEDC-TR-73-5, The Aerospace Industries Division of ISA, Springfield, USA/80.
- Adrian, R.J. , Fingerson, L.M., Menon, R.K. and Kaufman, S.L. – “Data Analysis, Laser Doppler Velocimetry and Particle Image Velocimetry”, 1º Volume, TSI Short Course Text, 1991.
- Adrian, R. Fingerson, L.M., Menon, R.K. and Kaufman, S.L. – “Data Analysis, Laser Doppler Velocimetry and Particle Image Velocimetry”, 2º Volume, TSI Short Course Text, 1991.
- Ferreira, V.C.S. e Santos, S.M. – “Caracterización de Corrientes Periodicos com Remolinos atraves de Velocimetria Laser Doppler”, RIT, La Serena, Chile, VII – 4º, vol 6, pp 133-140, 2000.
- Ferreira, V.C.S. – “Differential Pressure Spectral Analysis for two Phase Flow through na Orifice Plate” – Int. Journal of Pressure Vessels and Piping – Londres, V. 73 – 19-23, 1997.
- Ferreira, V.C.S. – “Metrologia e a Incerteza das Medições”, Iº Encontro de Metrologia Médica, 1999, FIERGS, RS, POA.
- Ferreira, V.C.S. – “Medição de Velocidade em Fluidos com Técnicas Não Intrusivas” - Tópicos Especiais em Fenômenos de Transporte, Notas de aula MEC037, PROMEC – UFRGS, POA, 1998.
- Ferreira, V.C.S. – “Avaliação da Incerteza em Ensaios Químicos segundo a EURACHEM”, Notas de curso, Rede Metrológica RS, POA, 1999.
- Ferreira, V.C.S. – Flow Patterns Inside a Turbine Type Flowmeter”, Tese de Doutorado, DFEI, Cranfield Institute of Technology, Bedford, UK, 1988.
- Goulas, A. – “Laser Doppler Anemometry” – Notas de curso, Cranfield Institute of technology, Bedford, UK, 1985.
- Goulas, A. and Versteeg, H.K. – “A Guide and Operating Instructions to the Argon LDA System”, - Cranfield Institute of Technology, Bedford, UK, 1987.
- Herschly, R.W. – Streamflow Measurement – Elsevier Applied Science Publishers, London, 1985.
- Hare, L.B. – “Design and Analysis of Mixture Experiments”- (NIST) Advanced School of Metrology, Uncertainty in Measurement , Angra dos Reis, Fev/97, RJ.
- Kornblit, F. – “Evaluation of Uncertainty in Calibration and Testing”- (INTI), Advanced School of Metrology, Uncertainty in Measurement , Angra dos Reis, Fev/97, RJ.
- Melling, A. e Whitelaw, J.H. - “Seeding of Gas Flows for Laser Anemometry”, Dept. of Mechanical Engineering, Imperial College, London, 1973.
- Melling, A., Durst, F. e Whitelaw, J.H. – Principles and Practice of Laser DOPPLER Anemometry, Academic Press, Second Edition , NY, 1981.
- Rogers, J.A. - “The Importance of Uncertainty of Measurement in Assuring the Quality of Calibration and Testing”- (UKAS), Advanced School of Metrology, Uncertainty in Measurement , Angra dos Reis, Fev/97, RJ.
- _____ - “Fundamentals of Signal Analysis” – Application Note 243, Hewlett-Packard, USA 1989,
- _____ - “Informações Técnicas da TSI” – site www.tsi.com.
- _____ - “Informações Técnicas da Dantec Dynamics” – site www.dantecdynamics.com

- _____ - “Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement”, International Organization for Standardization, ISO - 1993 - 2^o Ed. Brasileira; INMETRO, ABNT – ISBN 85-86768-03-0, RJ, 1998
- _____ - Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais de Metrologia, INMETRO, RJ, 1995
- _____ - “Statistics – Vocabulary and Symbols”, Part 1 – International Organization for Standardization, ISO 3534-1, Genebra, 1993
- _____ - “Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration”, European Cooperation for Accreditation of Laboratories, EAL-R2. Genebra, Abril/97.
- _____ - “Measurement of Fluid Flow – Estiamtion of Uncertainty of a Flow-rate measurement”, - ISO/TC 30/SC 9 N2, draft da ISO/WD 5168.2,
- _____ - “Suplement 1 to EAL-R2, Expression of Uncertainty of Measurement in Calibration”, European Cooperation for Accreditation of Laboratories, EAL-R2. Genebra, Novembro/97.
- _____ - “The Expression of Uncertainty in Quantitative Testing”- EAL/Tfeut(95)19, Draft5, Genebra/95.
- _____ - “Analytical Methods Committee”: Analyst 118, No. 1217 (1993)

OBS: Fotos e Diagramas com cortesia da DANTEC DYNAMICS e da TSI.