

# ESCOAMENTO COM SUPERFÍCIE LIVRE COMPLETAMENTE DESENVOLVIDO EM UM CANAL HELICOIDAL DE SEÇÃO RETANGULAR COM PASSO FINITO

**Rigoberto E. M. Morales**

Laboratório de Ciências Térmicas - LACIT

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais – PPGEM

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná - CEFET-PR

Av. Sete de Setembro, 3165 - Curitiba/PR, Brasil - CEP 80230-901

rmorales@cefetpr.br

**Eugênio S. Rosa**

Departamento de Energia - DE

Faculdade de Engenharia Mecânica - FEM

Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP

Barão Geraldo, Campinas, SP, Cx.P. 6122, CEP. 13083-970

erosa@fem.unicamp.br

**Resumo.** Neste trabalho é realizado uma simulação numérica do escoamento com superfície livre completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular em regime laminar. As equações de conservação foram escritas para um sistema de coordenadas ortogonais locais. O sistema de equações foi discretizado e resolvido pelo método de volumes finitos com o esquema híbrido de interpolação, implementados no PHOENICS-CFD. A interface livre é calculada utilizando o algoritmo HOL (Height-Of-Liquid). As simulações numéricas foram realizadas para fluidos com viscosidade de 50 e 100cP e Reynolds de 352 a 856. As simulações mostram que o método utilizado, quando comparado com dados experimentais, calcula satisfatoriamente a localização da interface. Apresenta-se os campos da velocidade e do escoamento secundário. A partir dos resultados numéricos calcula-se o fator de atrito local e médio.

*Palavras chave:* Canal Helicoidal, Superfície Livre, Volumes Finitos, HOL

## 1. Introdução

O estudo do escoamento em canais curvos e helicoidais constitui um problema de fundamental interesse na área de mecânica dos fluidos e transferência de calor. Ele emerge tanto da área aplicada quanto da área básica. Em termos das aplicações, estas configurações vêm sendo utilizadas em diversos processos industriais tais como: trocadores de calor, coletores ou difusores em máquinas de fluxo e máquinas térmicas, reatores químicos, separadores de fases na indústria de petróleo e nuclear entre outras áreas. Do ponto de vista básico este problema vêm atraindo a atenção da comunidade científica por cerca de setenta e cinco anos se tomarmos por referência o trabalho pioneiro de Dean (1927). Desde então ele vem sendo abordado por meio de técnicas experimentais, analíticas e numéricas para analisar o comportamento do escoamento relativo às variações da curvatura e torção no que se refere ao regime de transição, bifurcações das soluções, escoamentos secundários, fator de atrito e coeficiente de troca de calor entre outros parâmetros.

Os canais helicoidais, de uma maneira genérica, podem ser representados geometricamente por meio de dois parâmetros: a curvatura,  $\kappa$ , e a torção,  $\tau$  a serem definidos na seguinte seção. A Figura 1 mostra uma representação esquemática de um canal quadrado de dimensão 'a' com curvatura  $\kappa = 0.1$  para quatro valores distintos de torção. Deve-se observar que quando  $\tau = 0$ , o canal helicoidal degenera-se para uma curva plana e o canal passa a ser representado por um toróide.

A curvatura do canal é um dos parâmetros responsáveis pelo surgimento de correntes secundárias transversais à seção do escoamento. Estes escoamentos secundários são gerados pelas forças centrífugas e de Coriolis devido à curvatura das linhas de corrente. No caso de dutos curvos planos o escoamento secundário é basicamente constituído por duas células de recirculação simétricas, podendo aparecer células de recirculação adicionais para regimes de escoamento acima do número de Reynolds crítico. Em canais helicoidais as células de recirculação são assimétricas, com o aumento do número de Reynolds o escoamento é caracterizado por duas células de recirculação adicionais, sendo estas posteriormente distorcidas até seu desaparecimento (Bolinder e Sunden, 1995; Morales e Rosa, 2001). A presença das correntes secundárias e da curvatura das linhas de correntes causam substanciais desvios no fator de atrito assim como nos coeficientes de transferência de calor. É conhecido que o efeito da torção nos canais helicoidais constitui um segundo parâmetro geométrico e exerce uma influência de primeira ordem para o surgimento das correntes secundárias Tuttle (1990). Um dos maiores obstáculos para o progresso no estudo desta geometria deve-se à não-ortogonalidade da velocidade axial com respeito às velocidades tangencial e radial no sistema de coordenadas helicoidais, fato pelo qual a solução torna-se mais complexa (Wang, 1981; Murata, 1981; Germano, 1982 e Morales e Rosa 2001).

Apesar de existirem estudos sobre escoamentos forçados em dutos helicoidais seja com seção circular ou retangular (Wang, 1981; Germano, 1982; Chen e Jan, 1993; Bolinder e Sunden, 1995; Bolinder 1996), aparentemente não se tem conhecimento de estudos sobre o escoamento com superfície livre em canais helicoidais com seção

retangular. Este tipo de escoamento ocorre em separadores bifásicos de gás e líquido ou mesmo trifásicos gás, líquido e sólido empregados em operações de produção e perfuração de petróleo. A motivação deste trabalho decorre da necessidade de se estudar e modelar este fenômeno devido a uma recente demanda da indústria do petróleo em recuperação de reservas marginais submarinas ou mesmo para viabilizar novas técnicas de perfuração na costa oceânica.

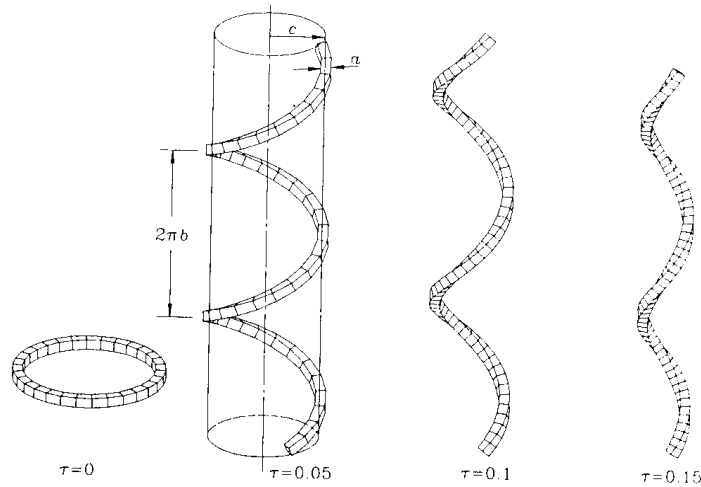


Figura 1. Canais Helicoidais de seção quadrada com dimensão ‘a’ e curvatura  $\kappa = 0.1$  e diferentes valores de torção,  $\tau$

Os separadores são projetados com a finalidade de aproveitar a ação das forças centrífuga e gravitacional a fim de promover a segregação das fases e bombear a mistura através do canal. A mistura de gás-líquido entra no separador pela sua parte superior e é descarregada num canal helicoidal. O escoamento no canal se dá de forma descendente pela ação da gravidade. A segregação das fases é devido à ação combinada da gravidade e dos efeitos centrífugos que são criados pela curvatura e torção do canal helicoidal. Estes, progressivamente, deslocam as bolhas da fase gás nas direções vertical ascendente e radial apontando para o centro. A completa segregação das fases ocorre estabelecendo um escoamento estratificado exibindo uma superfície livre curva. Uma descrição do separador gás-líquido pode ser encontrada em França *et al.* (1996).

O presente estudo limita-se ao escoamento completamente desenvolvido da fase líquida, isto é, num regime estratificado onde a segregação das fases já tenha sido concluída e as fases gás e líquido encontram-se separadas pela interface livre. Nestas condições, o fenômeno torna-se similar ao escoamento de canal aberto com tensão interfacial desprezível. Os fluidos de trabalho apresentam comportamento Newtoniano e são incompressíveis.

O objetivo deste trabalho é simular numericamente o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de superfície livre. Por meio desta análise numérica pretende-se levantar parâmetros de projeto tais como: fração de área ocupada pelo líquido em função da vazão, fator de atrito local e fator de atrito global além das características do perfil de velocidades na direção principal e as correntes secundárias. Os resultados são validados contra dados experimentais da posição da interface obtidos por Alves (2000).

## 2. Formulação

O canal helicoidal é constituído a partir da trajetória da hélice que descreve sua linha de centro. O vetor posição da linha de centro é  $\vec{R}(s)$  e “s” é o comprimento de arco conforme representação na Fig. 2. Com base na linha de centro pode-se definir três vetores ortogonais entre si:  $\vec{T}(s), \vec{N}(s)$  e  $\vec{B}(s)$ , que representam os vetores tangente, normal e bi-normal a s. A curvatura,  $\kappa$ , a torção,  $\tau$ , e a inclinação da linha de centro do canal com a horizontal,  $\alpha$ , são respectivamente dadas por:

$$\kappa = \frac{\bar{R}}{\bar{R}^2 + b^2}; \quad \tau = -\frac{b}{\bar{R}^2 + b^2}; \quad \alpha = \text{arcTan}(b/\bar{R}) = \text{arcTan}(-\tau/\kappa), \quad (1)$$

onde  $\bar{R}$  é o raio do cilindro onde a linha do centro do canal se desenvolve e b é igual ao passo do helicóide dividido por  $2\pi$ . O arco na direção “s” e o ângulo de deslocamento da hélice,  $\varphi(s)$ , medido no sentido anti horário no plano (x,y) e estão relacionados por:

$$\varphi(s) = \frac{s - s_0}{\sqrt{\bar{R}^2 + b^2}} \quad (2)$$

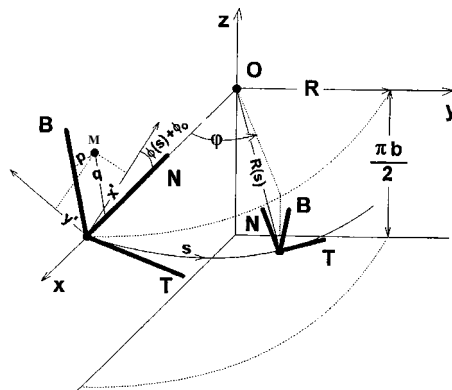


Figura 2. Representação esquemática da triade de Frenet T,N e B, do comprimento de arco s desenvolvido pela hélice e da base ortogonal (x',y',s) obtida pela transformação de Germano.

A exceção da linha de centro, (0,0,s), a base  $\bar{T}(s), \bar{N}(s)$  e  $\bar{B}(s)$  constitui um sistema de coordenadas não-ortogonal (Wang, 1981) aqui denominado por sistema de coordenadas centrado no corpo. Um sistema ortogonal (x',y',s) pode ser obtido utilizando-se a transformação de Germano (1982) aqui denominado por sistema de coordenadas centrado no espaço. O sucesso da transformação consiste na rotação introduzida nos eixos x' e y' com relação aos vetores  $\bar{N}(s)$  e  $\bar{B}(s)$  de forma contínua ao longo do arco s da linha de centro do canal. Pode-se mostrar (Morales, 2000) que os fatores de escala para as direções x', y' e s são, respectivamente, dados por:

$$h_{x'}^2 = 1, \quad h_{y'}^2 = 1 \quad \text{e} \quad h_s^2 = [1 - \kappa x' \sin(\phi(s)) + \kappa y' \cos(\phi(s))]^2, \quad (3)$$

onde  $\phi(s) = -\tau s$ . Note que para torção nula, os fatores de escala da Eq. 3 ficam coincidentes com aqueles de um canal toroidal de seção retangular, Ghia e Sokhey (1977).

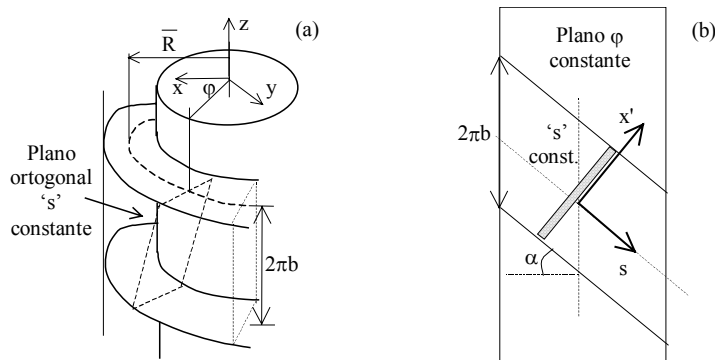


Figura 3. Representação esquemática do plano ortogonal a seção do canal helicoidal.

Uma das manifestações da falta de ortogonalidade do sistema centrado no corpo é o decréscimo linear da inclinação com a horizontal do canal a partir da parede interna em direção a parede externa. Este fato mostra que não é possível encontrar um plano com inclinação constante em toda seção transversal de tal modo que sua normal seja sempre coincidente com o vetor tangente da curva que passa pela sua interseção. O plano definido por 's' constante, obtido por meio da transformação de Germano, define esta superfície ortogonal. Uma representação esquemática deste plano é dada na Fig. 3 num sistema cartesiano (x,y,z) onde o próprio canal helicoidal está representado e em duas vistas laterais. Devido a rotação dos eixos x' e y' com relação aos vetores N e B, a representação das vistas laterais aplica-se somente para os planos onde o produto  $\tau \cdot s$  é um múltiplo de  $2\pi$ .

Dependendo das propriedades geométricas do canal helicoidal, o plano ortogonal pode ser razoavelmente aproximado pela projeção da seção transversal do canal com o coseno da inclinação média,  $\alpha$ , como sugerido pela Fig. 2b. Este procedimento é exato para canais toroidais. Utilizando a transformação de Germano pode-se mapear os pontos do plano projetado no sistema de coordenadas centradas no espaço. As limitações desta aproximação para escoamentos em canais helicoidais são discutidas por Morales e Rosa (2001).

Considerando casos em que  $2\pi/(\tau \cdot d_h) \gg 1$  (Morales e Rosa, 2001), onde  $d_h$  é o diâmetro hidráulico do canal, pode-se impor à formulação a condição de escoamento desenvolvido como uma aproximação de primeira ordem. Nesta condição, o valor absoluto das variáveis dependentes na direção "s" não mais se modifica,  $\partial/\partial s = 0$ , a exceção do gradiente de pressão,  $\partial p/\partial s$ , que se torna uma constante. A imposição da aproximação de escoamento desenvolvido na

formulação permite que a análise possa ser feita em qualquer plano transversal ao escoamento, isto porque as variáveis independem da direção axial (s). Considerando o escoamento invariante na direção “s”, e centrado o análise em seções transversais onde  $s = (2\pi/\tau)n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) os fatores de escala tomam a forma,

$$h_s = 1 + \kappa y'; \quad h_{x'} = h_{y'} = 1.0, \quad (4)$$

e as derivadas de  $h_s$  apresentam os valores:

$$\frac{\partial h_s}{\partial x'} = 0; \quad \frac{\partial h_s}{\partial y'} = \kappa; \quad \frac{\partial h_s}{\partial s} = -x' \tau \kappa; \quad (5a)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial h_s}{\partial x'} \right) = -\tau \kappa; \quad \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) = 0 \quad (5b)$$

As equações de transporte de massa e quantidade de movimento são escritas na forma conservativa por meio de operadores tensoriais e representadas de forma genérica por:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{h_{x'}h_{y'}h_s} \left[ \frac{\partial}{\partial x'} (h_{y'}h_s J_{x'}^\phi) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_{x'}h_s J_{y'}^\phi) \right] = S^\phi + P^\phi, \quad (6)$$

onde  $\phi$  é uma variável genérica, h os fatores de escala,  $S^\phi$  o termo fonte,  $J_j^\phi$  e  $P^\phi$  representam ao tensor de transporte e termo fonte de pressão respectivamente,

$$J_j^\phi = \rho V_j \phi - \frac{\Gamma}{h_j} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \quad \text{e} \quad P^\phi = \frac{1}{h_j} \frac{\partial P}{\partial x_j}, \quad (7)$$

onde  $\Gamma$  representa ao coeficiente de difusão.

**Equação da Massa** – é obtida a partir das equações 5, 6 e 7 fazendo-se  $\phi = 1$ ,  $\Gamma = 0$ ,  $S = 0$  e  $P = 0$ , sua representação está na Tabela 1.

**Equação de Transporte de Quantidade de Movimento** – associa-se às direções  $x'$ ,  $y'$  e s as velocidades u, v e w, respectivamente. As componentes da quantidade de movimento são obtidas a partir das equações 5, 6 e 7 fazendo-se  $\phi = u$ , v e w,  $\Gamma = \mu$ , e S e P assumindo as representações dadas na Tabela 1. Observa-se que se a torção é nula, a formulação se reduz para a formulação do escoamento em uma curva plana (Ghia, 1977). A formulação para o canal helicoidal difere daquela de um canal toroidal pela inserção de quatro novos termos fontes nas equações de u, v e w que trazem, explicitamente, a influência da torção no modelo.

Tabela 1. Equações de transporte para o escoamento hidrodinamicamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular,  $h_s = 1 + \kappa y'$ .

$\phi$	$\Gamma$	$J_{x'}^\phi$	$J_{y'}^\phi$	$S^\phi$	$P^\phi$
1	0	$\rho u$	$\rho v$	0	0
u	$\mu$	$\rho u u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial x'}$	$\rho v u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial y'}$	$\frac{\mu}{h_s^2} \cdot \tau \cdot \kappa \cdot w - \rho g \cos \alpha$	$-\frac{\partial}{\partial x'}(P)$
v	$\mu$	$\rho u v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial x'}$	$\rho v v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial y'}$	$\frac{\rho \kappa w^2}{h_s} - \mu \frac{\tau \kappa^2}{h_s^3} x' w - \mu \left[ \frac{\kappa}{h_s} \right]^2 v$	$-\frac{\partial}{\partial y'}(P)$
w	$\mu$	$\rho u w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial x'}$	$\rho v w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial y'}$	$-\frac{\rho \kappa v w}{h_s} - \mu \frac{\tau \kappa}{h_s^2} u + \mu \frac{\tau \kappa^2}{h_s^3} x' v - \mu \left[ \frac{\kappa}{h_s} \right]^2 w + \rho g \sin \alpha$	0

### 3. Método Numérico

A discretização das equações mostradas na Tab. 1 foi realizada por meio do método numérico dos volumes finitos (Patankar, 1980) com uma malha deslocada e com o esquema híbrido de interpolação para os termos convectivos. O

domínio computacional é cartesiano e as distorções da malha são incorporadas aos termos de fluxo por meio de um multiplicador das áreas das faces das células da grade numérica aqui denominado por porosidade assim como pela inserção de termos fontes. Isto traz o atrativo de poder trabalhar com as equações de transporte em uma malha cartesiana que é bem estabelecida e relativamente simples além da redução do tempo e da capacidade de armazenamento computacional, quando comparada à utilização de coordenadas curvilíneas generalizadas. Esta proposição é similar à utilizada por Rosa *et al.* (1999) e Morales e Rosa (2001).

Para simular numericamente o escoamento completamente desenvolvido, seguindo o procedimento do modelo parabólico é necessário realizar os cálculos, plano a plano, na direção principal do escoamento até atingir o regime de escoamento completamente desenvolvido. Claramente, este procedimento é ineficiente se o interesse principal está na solução hidrodinamicamente desenvolvida e não na solução intermediária do desenvolvimento. Porém, o grande atrativo de se resolver um problema hidrodinamicamente desenvolvido é que sua solução pode ser obtida a partir de um único plano cuja normal é paralela à direção principal do escoamento. Isto traz uma substancial redução de tempo e armazenamento computacional no problema em questão. Para o escoamento completamente desenvolvido a convecção e a difusão na direção do escoamento são nulas; de maneira que se a vazão mássica ou o gradiente de pressão médio na direção axial são especificados, a solução pode realizar-se em um simples plano transversal ao escoamento.

Como o gradiente de pressão na direção  $s$  é nulo (escoamento de superfície livre) e os gradientes na direção axial são desprezados para o escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, o domínio computacional é reduzido ao plano  $(x', y')$ . As equações governantes nas direções transversais  $(x'$  e  $y')$  são elípticas e resolvidas pelo algoritmo SIMPLEST (Spalding, 1994), enquanto que a equação de conservação na direção “ $s$ ” é resolvida a partir do balanço global de massa (condição de fluxo imposta). A solução é obtida iterativamente no mesmo plano transversal bidimensional, detalhes sobre este procedimento de cálculo podem ser encontradas em Madhav (1992) e Morales (2000).

A posição da interface é obtida pelo método de captura de interface HOL (Height-Of-Liquid) desenvolvido por Spalding (1994). A principal característica de método HOL é que sua formulação é puramente algébrica, não sendo necessário resolver nenhuma equação diferencial adicional. Devido a esta característica, este método não apresenta o problema de difusão numérica apresentados nos métodos MAC (Welch *et al.*, 1966) e VOF (Hirt e Nichols, 1981). A desvantagem do método HOL é que ele não é aplicável em escoamentos que tem mais de uma interseção de interfaces por coluna de líquido.

Para monitorar a convergência da solução foi utilizado um controle de convergência de iteração para iteração (local) e um controle da convergência global a partir dos valores médios do problema. Como o método adotado foi transiente, o controle da convergência no passo de tempo foi realizado localmente pela seguinte relação:

$$R_{ij} = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p, \quad (9)$$

onde  $R_{ij}$  é o valor do resíduo local. A solução é considerada convergida para as equações de momento, energia cinética turbulenta e dissipação de energia cinética turbulenta quando a soma dos resíduos locais para cada variável ( $R_{ij}$ ) é da ordem de  $1.0E-06$ , isto é  $\sum R_{ij} \leq 1.0E-06$ . A conservação da massa tem-se considerado satisfeita quando a soma dos resíduos de massa é menor que  $1.0E-08$ . Com estas condições controla-se a convergência da solução no intervalo de tempo, depois de atingido esta condição passa-se ao seguinte intervalo de tempo.

O controle de convergência global do problema foi realizado a partir do valor de vazão mássica calculada. A relação implementada para este fim é dada pela seguinte relação:

$$R_G = \frac{\dot{m}_{in} - (\rho w A)_{num}}{\dot{m}_{in}}, \quad (10)$$

onde  $R_G$  é o resíduo global,  $\dot{m}_{in}$  é o valor da vazão mássica imposta e  $(\rho w A)_{num}$  é o valor da vazão mássica calculada numericamente no tempo atual. A solução do problema é considerada como certa quando  $R_G \leq 1.0E-04$ .

#### 4. Definições das Dimensões Geométricas dos Canais Helicoidais

Com a finalidade de facilitar a compreensão do texto é apresentado na Fig. 4 um desenho esquemático da seção transversal do canal helicoidal, definindo uma nomenclatura para identificar as paredes e as dimensões geométricas do canal. As quatro paredes laterais seguem a orientação da malha computacional; tomando-se como referência a origem do eixo  $x'y'$  e percorrendo a figura no sentido antihorário, elas são denominadas por parede oeste, norte, leste e sul. Na tabela 2 são apresentadas as propriedades geométricas dos dois canais helicoidais testados, doravante identificados como canal I e II.

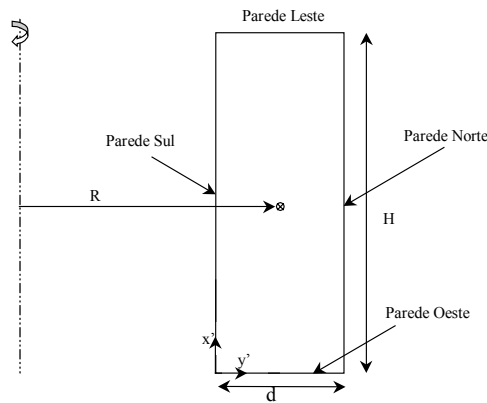


Figura 4. Esquema da seção transversal do canal helicoidal

Tabela 2. Propriedades geométricas do Canal helicoidal e malha computacional utilizada.

Canal Helicoidal	R <sub>in</sub> (mm)	R <sub>ex</sub> (mm)	Passo (mm)	Curv. K (1/m)	Torção τ (1/m)	α (graus)
I	44.45	68.5	58.5	17.238	2.842	9.4
II	44.45	68.5	114.9	16.028	5.188	17.95

Como o passo do canal helicoidal é no plano vertical, a altura, H, da seção transversal ao escoamento (plano ortogonal) é a projeção do passo. A base, d, do canal é dada pela diferença entre o raio externo e interno, isto é:

$$H = \text{Passo} * \text{Cos}(\alpha) ; d = R_{\text{ex}} - R_{\text{in}} . \tag{8}$$

A área da seção transversal ortogonal é dado por:  $A = d * H$ . Os valores das dimensões da seção transversal ortogonal, curvatura ( $\kappa$ ), torção ( $\tau$ ), angulo de inclinação ( $\alpha$ ) e o Raio hidráulico do canal ( $R_{\text{HC}}$ ) são mostrados na Tab. 3.

Tabela 3. Dimensões do canal helicoidal no plano ortogonal ao escoamento.

Canal	d (mm)	H (mm)	Curv. κ (1/m)	Torção τ (1/m)	α (graus)	A <sub>t</sub> (mm <sup>2</sup> )	R <sub>HC</sub> (mm)
I	24.1	57.72	17.238	2.842	9.4	1391.052	8.501
II	24.1	109.28	16.028	5.188	17.95	2633.648	9.873

## 5. Resultados

A seguir, são apresentados os resultados numéricos obtidos para o escoamento de superfície livre em um canal helicoidal para diferentes condições de operação. Foram utilizados como fluido de trabalho duas soluções de água com glicose de milho, ambas com comportamento Newtoniano. A faixa de vazões, as propriedades dos fluidos e os canais utilizados nas simulações numéricas são apresentadas na Tab. 4. Os resultados obtidos foram validados contra dados experimentais de Alves (2000) referentes à posição da interface. Uma vez validado o código numérico, são apresentados os campos de pressão, velocidades e os fatores de atrito local e global.

Tabela 4. Dados de entrada no programa computacional.

Teste Nro.	Canal	Vazão Kg / s	Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidade (cP)	Fluido	Regime	Malha x' . y'
1	II	0.55	1324.0	94.50	Glicose 82%	Laminar	55 x 25
2	II	0.98	1324.0	96.70	Glicose 82%	Laminar	55 x 25
3	II	1.57	1324.0	98.96	Glicose 82%	Laminar	55 x 25
4	I	0.48	1285.0	46.10	Glicose 71%	Laminar	50 x 25
5	I	0.76	1285.0	46.75	Glicose 71%	Laminar	50 x 25

As figuras 5 e 6 apresentam uma comparação entre a posição da interface determinada por meio do modelo e aquela obtida experimentalmente por Alves (2000). As coordenadas x' e y' referem-se a altura do canal (H) e a sua posição radial (d) da Fig. 4. Devido ao efeito centrífugo a posição da superfície livre é deslocada em direção a parede norte, como era de se esperar. Os resultados mostrados na Fig. 5 apresentam uma boa concordância com os dados experimentais, a exceção da Fig. 6. Neste caso, os desvios são maiores, com resultados numéricos de até 4 mm acima dos resultados experimentais, porém, estes resultados estão dentro das incertezas experimentais reportadas por Alves (2000).

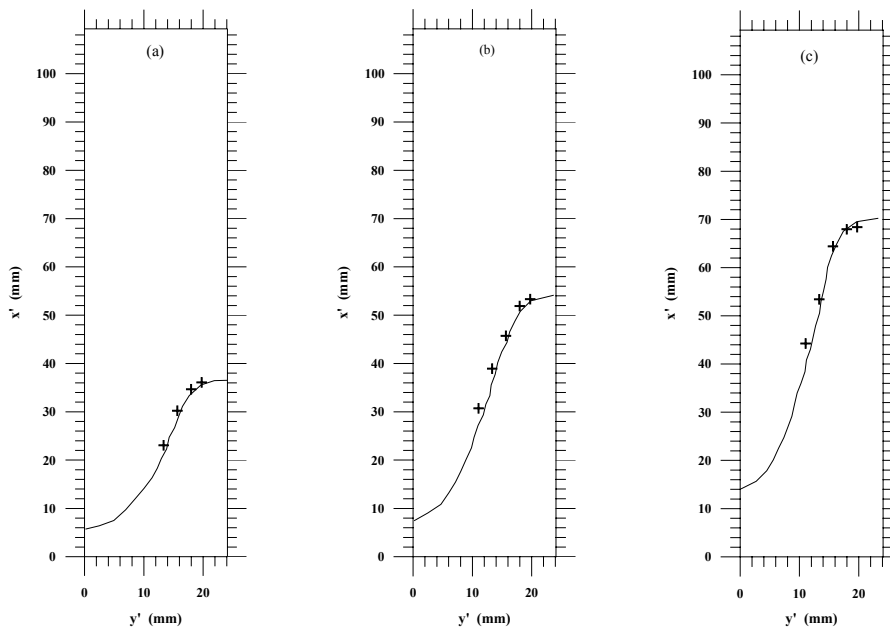


Figura 5. Posição da interface, (—) resultado numérico, (+++) resultado experimental (Alves, 2000); canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.

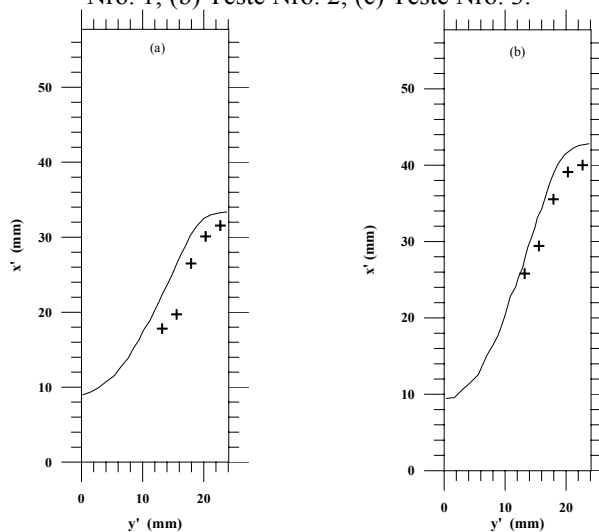


Figura 6. Posição da interface, (—) resultado numérico, (+++) resultado experimental (Alves, 2000); canal I; (a) Teste Nro. 4; (b) Teste Nro. 5.

A partir dos resultados do modelo foram calculados a área transversal ocupada pelo líquido ( $A_l$ ), o perímetro molhado ( $P_m$ ), a velocidade média do escoamento ( $W_m = \dot{m} / \rho A_l$ ), o Raio Hidráulico ( $R_H = A_l / P_m$ ) e o número de Reynolds ( $Re = 4W_m R_H / \nu_l$ ). Os resultados são mostrados na Tab. 5.

Tabela 5. Propriedades do escoamento calculadas a partir dos resultados numéricos.

Teste Nro	$A_l$ (mm <sup>2</sup> )	$P_m$ (mm)	$w_m$ (m/s)	$R_H$ (mm)	Re
1	492.6	66.0	0.84	7.47	352.8
2	729.3	83.8	1.01	8.71	483.9
3	1025.0	105.5	1.16	9.72	601.6
4	463.4	63.4	0.81	7.30	656.5
5	617.5	75.9	0.96	8.13	856.4

O campo de velocidades axial ( $w$ ) para o escoamento no Canal II para três condições operacionais é mostrado na Fig. 7. Conforme mostrado pelos contornos de velocidade axial, encontra-se os valores de máximo próximo da interface líquido/ar e os maiores gradientes de ( $w$ ) junto às paredes, de maneira similar a escoamentos em canais abertos sem curvatura, porém, levemente deslocados na direção onde atua a força centrífuga ( $y'$ ).

Na figura 8 apresenta-se os perfis da velocidade axial para o teste Nro.1 em três diferentes posições ( $y' = 12.5, 16.5$  e  $19.5$ ). O valor máximo da velocidade se encontra próximo da interface livre, conforme foi observado na Fig. 7a. O perfil tem a forma parecida ao observado para o escoamento de superfície livre em canais retos. Os valores máximos locais observados na Fig. 7a são os pontos de inflexão no perfil da velocidade, isto é evidente em  $y' = 12,5$  mm e  $16.5$

mm, no caso de  $y' = 19.5$  mm este efeito não é observado e os níveis de velocidade são menores devido a proximidade da parede norte.

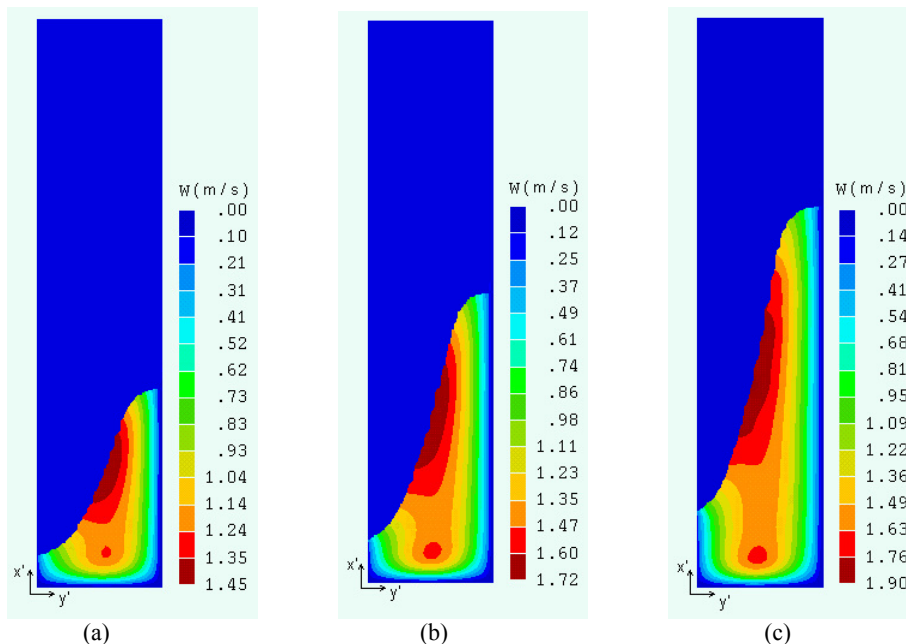


Figura 7. Campo de velocidade obtido para o Canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.

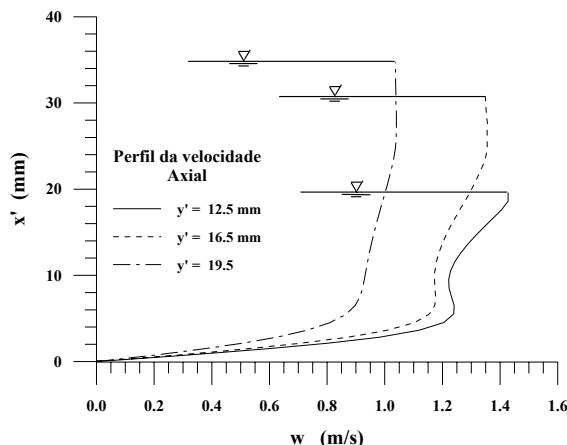


Figura 8. Perfis da velocidade axial para três diferentes posições da seção transversal para o Canal II; teste Nro. 1

Na figura 9 apresenta-se o campo do escoamento secundário obtido para o escoamento no canal II. Nas três condições de operação, observa-se que o escoamento secundário é formado por duas células de circulação não simétricas. A célula inferior apresenta uma circulação no sentido horário devido a iteração do campo centrífugo com a parede oeste que retarda a velocidade do fluido; a segunda célula é formada por indução da célula inferior devido ao arrasto viscoso e a presença da interface livre. Observa-se também que o sentido da circulação da célula inferior coincide com o gradiente de pressão junto à parede inferior do canal, o fluido é arrastada da região de maior pressão para a região de menor pressão (Morales, 2000).

Na tabela 6 é mostrado o fator de atrito médio obtido para as diferentes condições de operação. Nela são apresentados valores do fator de atrito obtido a partir de três diferentes relações: o fator de atrito médio obtido numericamente, o fator de atrito médio obtido através de um balanço de forças unidimensionais e o fator de atrito médio de Blasius para tubos retos em regime laminar.

O fator de atrito local numérico foi obtido a partir da relação de Fanning:

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho w_m^2}, \tag{9}$$

onde  $\rho$  a densidade do fluido e  $w_m$  é a velocidade axial média dada na Tab. 5 e  $\tau_w$  é a tensão de cisalhamento local (ver Morales, 2000). O fator de atrito médio numérico foi calculado a partir da Eq. 9 pela seguinte relação:



$$f_{num} = \frac{\sum(f * \Delta A)}{\sum \Delta A}, \tag{10}$$

onde  $\Delta A$  corresponde à área da malha computacional adjacente à parede.

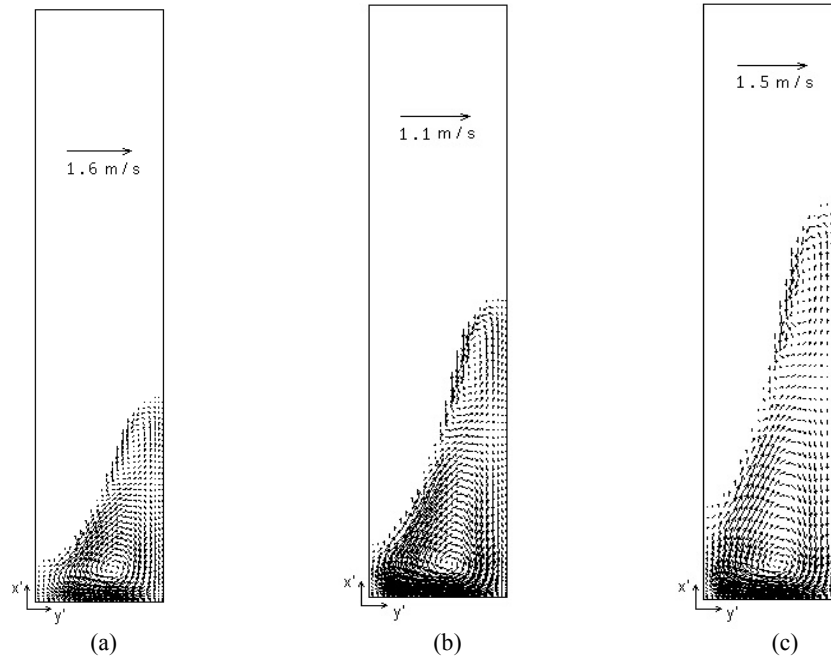


Figura 9 – Escoamento secundário obtido para o Canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.

Tabela 6. Fator de atrito médio

Teste Nro.	Re	$f_{num}$	$f_{bal}$	$\frac{f_{num} - f_{bal}}{f_{num}} \times 100$	$f_s$	$f_{num} / f_s$
1	352.8	0.0628	0.0635	-1.07	0.0403	1.558
2	483.9	0.0506	0.0511	-0.84	0.0294	1.721
3	601.6	0.0439	0.0438	+0.10	0.0236	1.860
4	656.5	0.0349	0.0360	-3.10	0.0217	1.608
5	856.4	0.0273	0.0284	-3.98	0.0166	1.645

O fator de atrito médio também pode ser obtido a partir do balanço de forças unidimensionais na direção do escoamento “s”, para o escoamento completamente desenvolvido, Ele resulta basicamente de um balanço de forças gravitacionais e viscosas. Como não há gradiente de pressão o escoamento está sujeito somente a estas duas forças que se opõem, detalhes desta formulação podem ser encontradas em Alves (2000). A partir destas hipóteses, o fator de atrito é dado pela seguinte relação:

$$f_{bal} = \frac{2 * A_l * g * \sin(\alpha)}{P_m * w_m^2}, \tag{11}$$

onde  $A_l$  é a área de líquido ocupado no canal,  $\alpha$  é o ângulo médio de inclinação do helicóide,  $P_m$  o perímetro molhado,  $g$  a gravidade e  $w_m$  a velocidade axial média. Os valores destas variáveis são mostrados nas Tabs. 3 e 5. Para referência também é determinado o fator de atrito para um tubo reto ( $f_s$ ), com mesmo diâmetro hidráulico, utilizando a relação de Blasius para regime laminar:

$$f_s = \frac{14.22}{Re}, \quad \text{onde } Re = 4W_m R_H / v_l \tag{12}$$

Dos valores mostrados na Tab. 6 observa-se que existe uma boa concordância entre os valores obtidos a partir dos dados numéricos e os obtidos a partir do balanço de forças, os desvios são menores de 4%. No caso do fator de atrito calculado a partir da relação de Blasius observa-se que seu valor é sempre menor daqueles obtidos numericamente. Isto coincide com o aumento do fator de atrito em escoamentos forçados em dutos curvos (Shah e Joshi, 1987). Nos testes conduzidos a razão entre o fator de atrito do tubo curvo para aquele do tubo reto variou de 1.558 a 1.860 exibindo uma

dependência com o número de Reynolds. A concordância menor de 4% entre os valores do fator de atrito médio obtidos através das Eqs. 10 e 11 dão suporte à qualidade da simulação numérica. Isto porque, os valores da Eq. 10 baseiam-se em informações locais do gradiente do campo médio de velocidades, enquanto que a informação da Eq. 11 vêm de valores médios globais do escoamento (área, perímetro molhado, velocidade média).

A distribuição do fator de atrito local na parede oeste do canal II é mostrada na Fig. 10a. Observa-se que os valores diminuem com aumento da vazão mássica, com um valor máximo coincidente com o centro da célula da corrente secundária (figura 9).

Na figura 10b são apresentados os perfis das velocidades tangencias ( $v$  e  $w$ ) no volume de controle adjacente à parede oeste do canal II para o teste Nro. 1. Estas velocidades foram utilizadas para o cálculo do fator de atrito nesta parede. Observa-se os valores absolutos máximos de velocidade na região coincidente com aquela onde ocorre o fator de atrito máximo (figura 10a), o que era de se esperar.

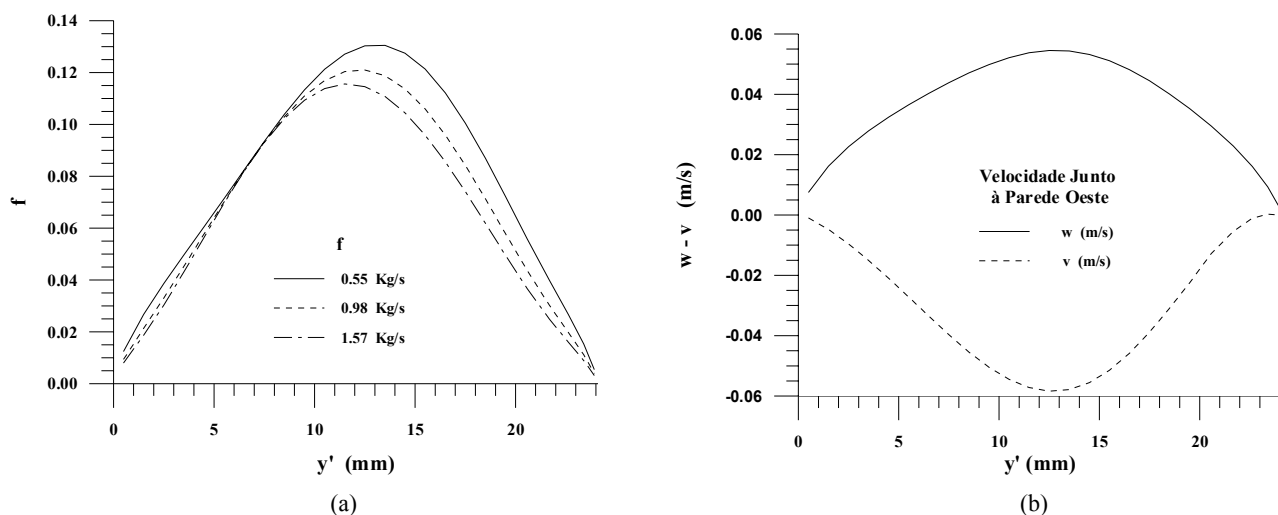


Figura 10. (a) Perfis do fator de atrito local na parede oeste; (—) Teste Nro. 1; (----) Teste Nro. 2; (- - -) Teste Nro. 3. (b) Distribuição da velocidade junto à parede oeste para o teste Nro 1.

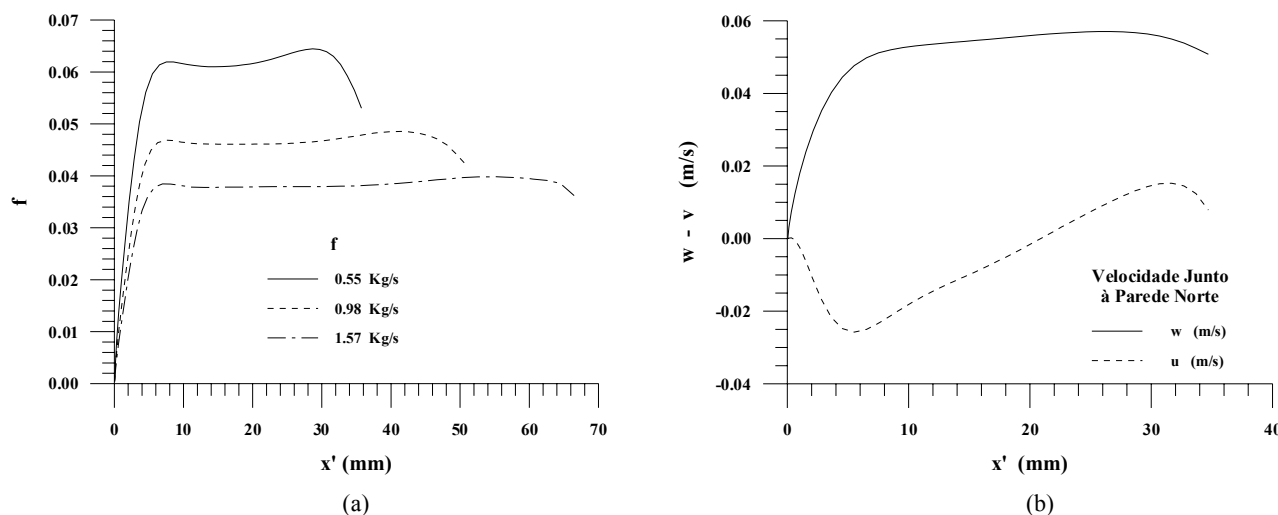


Figura 11. (a) Perfis do fator de atrito local na parede norte; (—) Teste Nro. 1; (----) Teste Nro. 2; (- - -) Teste Nro. 3. (b) Distribuição da velocidade junto à parede norte para o teste Nro 1.

Na figura 11a é mostrado o fator de atrito na parede norte para o canal II. Ao distanciar-se da parede oeste, f apresenta um valor quase constante. A distribuição de  $f$  tem dois máximos locais e na parte intermediária tem uma leve queda, que pode ser devido à presença da bifurcação do escoamento nas duas células de circulação observadas na Fig. 9. Os valores dos fatores de atrito diminuem com o aumento da vazão.

Na figura 11b é mostrada a distribuição da velocidade local junto à parede norte, para o teste Nro. 1. A velocidade axial ( $w$ ) sempre é positiva com característica similar àquela observada na figura (8.10). Entretanto, a velocidade  $u$ , exibe comportamento diferente, com inversão de valores devido à presença do escoamento secundário. Como estes valores são os que diretamente estão envolvidos no cálculo do fator de atrito, a partir deste resultado é explicado porque o fator de atrito apresenta duas regiões com máximos locais e uma região onde ocorre o valor mínimo.

Na figura 12a, apresenta-se os resultados para o fator de atrito na parede sul. Nelas observa-se que o fator de atrito tem uma característica sempre crescente, porém limitado a uma região reduzida devido à forma da interface; nesta região o perímetro molhado não chega a 12.0 mm. Nesta região o fator de atrito é devido basicamente ao valor da velocidade axial, isto porque o escoamento secundário nesta região é pouco intenso e os valores de  $u$  são pequenos comparados com  $w$ .

Na figura 12b são mostrados a evolução da razão do fator de atrito médio para um canal helicoidal com relação ao fator de atrito em um canal reto com o aumento do número de Reynolds, obtidos a partir dos resultados numéricos ( $f_{num}$ ), balanço unidimensional de forças ( $f_{bal}$ ) e da correlação proposta por Bolinder (1995) para escoamentos forçados em canais helicoidais. Observa-se que o resultado obtido numericamente ( $f_{num}$ ) tem uma boa concordância com o resultado encontrado a partir do balanço de forças unidimensionais ( $f_{bal}$ ), com um erro menor que 5%. Com relação à correlação proposta por Bolinder (1995), o erro é menor que 5% para a região onde  $4kR_H \leq 0.4$  e  $Re \leq 600$ . Porém, diverge para a região onde  $4kR_H \geq 0.4$  e  $Re \geq 600$ , isto pode ser devido a que a correlação proposta por Bolinder é válida para o escoamento onde  $4kR_H$  é menor que 0.4 e  $Re \leq 600$ . Observa-se que a razão  $f / f_s$  cresce com o aumento de  $Re$  podendo atingir valores até 2 vezes maiores do que o atrito para canais retos.

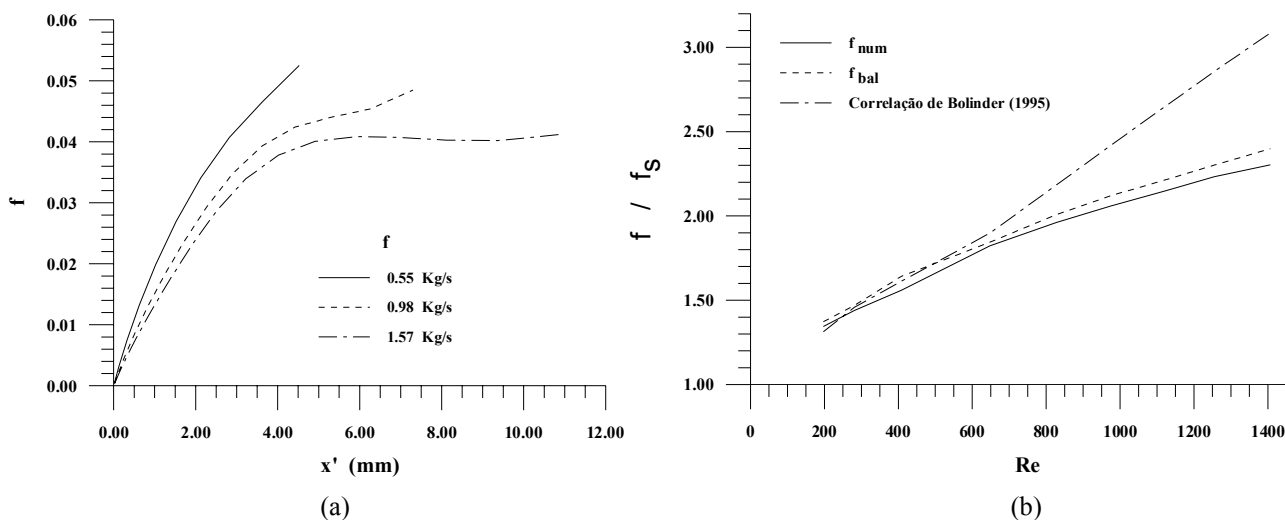


Figura 12 – (a) Perfis do fator de atrito local na parede sul; (—) Teste Nro. 1; (----) Teste Nro. 2; (— · —) Teste Nro. 3. (b) Fator de atrito médio para o canal helicoidal e o fator de atrito para um canal reto com o aumento do número de Reynolds, obtido para um fluido de  $\mu = 50$  cP e  $\rho = 1285$  Kg/m<sup>3</sup>.

## 6. Conclusões

O objetivo principal deste trabalho foi simular numericamente o escoamento laminar completamente desenvolvido com superfície livre em um canal helicoidal de seção retangular. A formulação das equações de conservação de massa e momento foram escritas para um sistema de coordenadas ortogonais. Posteriormente estas equações foram reduzidas para o escoamento completamente desenvolvido, região onde os efeitos difusivos e convectivos na direção axial são desprezados. A hipótese de escoamento hidrodinamicamente desenvolvido simplifica as equações de conservação. O algoritmo utilizado para calcular a localização da interface (método HOL) tem-se comportado eficientemente no presente trabalho.

Os resultados numéricos relativos à interface foram satisfatórios, com erros menores de  $\pm 4$  mm contra dados experimentais obtidos por Alves (2000). A partir da localização da interface foi possível calcular os demais parâmetros relativos ao escoamento, como Reynolds, Raio hidráulico, Perímetro molhado, área ocupada pelo líquido e fator de atrito médio. O campo de velocidades axiais ( $w$ ) obtidos são similares aos observados no escoamento em canais abertos, com um ligeiro deslocamento da velocidade máxima na direção onde atua a força centrífuga (parede norte).

Foram calculados os fatores de atrito locais e médios para o escoamento. O fator de atrito médio foi calculado a partir dos resultados numéricos e do balanço de forças unidimensionais, os quais foram comparados com o fator de atrito para um canal reto de seção quadrada. Os fatores de atrito em canais helicoidais são sempre maiores do que os calculados para canais retos, aumentando esta diferença com o aumento do número de Reynolds. O fator de atrito médio no canal helicoidal aberto foi comparado contra a correlação para o fator de atrito em escoamentos forçados em canais helicoidais proposta por Bolinder (1995). Os resultados são satisfatórios com erros menores que 5% para  $Re$  variando entre 200 e 600, região onde a correlação de Bolinder é válida ( $4kR_H \leq 0.4$ ).

## 7. Bibliografia

- Alves, L. G., 2000, "Escoamento em Canais Helicoidais com Interface Livre: Determinação da Interface e Fator de Atrito", Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas, SP, Brasil.
- Bolinder, C. J., 1996, "First-and Higher-Order Effects of Curvature and Torsion on the Flow in a Rectangular Duct", J. Fluid Mechanics, vol.314, pp. 113-138.
- Bolinder, C. J. e Sunden, B., 1995, "Flow Visualization and LDV Measurements of Laminar Flow in a Helical Square Duct With Finite Pitch, Experimental Thermal and Fluid Science", vol. 11, pp. 348-363.
- Chen, W. H. e Jan, R., 1993, "The Torsion Effect on Fully Developed Laminar Flow in Helical Square Ducts", Journal of Fluids Engineering, vol. 115, pp. 292-301.
- Dean, W. R., 1927, "Note on the Motion of Fluid in a Curved Pipe", Phil. Mag., vol. 4, pp. 208-223.
- Germano, M., 1982, "On the Effect of Torsion on a Helical Pipe Flow", J. Fluid Mechanics, vol. 125, pp. 1-8.
- França, F. A., Rosa, E. S., Banwart, A. C., Moura, L. F. M. e Alhanati, F. S., 1996, "Hydrodynamic Studies in a Cyclonic Separator", Offshore Technology Conference, OTC-96, Houston, U.S.A., pp. 281-289.
- Ghia, K. N. and Sokhey, J. S., 1977, "Laminar Incompressible Viscous Flow in Curved Ducts of Regular Cross-Sections", Journal of Fluids Engineering, vol. 99, pp. 640-648.
- Hirt, C. W. e Nichols, B. D., 1981, "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries", J. Comp. Physics, vol. 39, pp. 201-225, 1981.
- Madhav, M. T., 1992, "A Numerical Algorithm for the Simulation of Full-Developed Flows", Msc. Thesis, University of Greenwich, UK.
- Morales, R. E. M., 2000, "Simulação Numérica do Escoamento Livre em um Canal Helicoidal de Seção Retangular", Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas, SP, Brasil.
- Morales, R. E. M. e Rosa, E. S., 2001, "Simulação Numérica do Escoamento Laminar Completamente Desenvolvido em um Canal Helicoidal de Seção Quadrada com Passo Finito", CD do XVI COBEM, Uberlândia – MG, Brasil, de 26 a 30 de Novembro.
- Murata, S., Miyake, Y. and Inaba, T. and Ogawa, H., 1981, "Laminar Flow in a Helically Coiled Pipe", Bull. JSME, vol. 24, pp. 355-362.
- Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, 1980.
- Rosa E.S, Morales, R. E., Matos, A. e França, F. A., 1999, "Desempenho do Modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  para um Escoamento 3D em uma Curva de Seção Retangular", CD do XV COBEM, Águas de Lindóia, SP, Brasil.
- Spalding, D. B., 1994, "The PHOENICS Encyclopedia", CHAM Ltda., London, UK.
- Wang, C. Y., 1981, "On the Low-Reynolds-Number Flow in a Helical Pipe", J. Fluid Mechanics, vol. 108, pp. 185-194.
- Welch, J. E., Harlow, F. H., Shannon, J. P. e Daly, B. J., 1966, "The MAC Method: A Computing Technique for Solving Viscous", Incompressible, Transient Fluid Flow Problems Involving Free Surfaces, Los Alamos Scientific Laboratory, Report LA-3425, Los Alamos, NM.
- Tuttle, E. R., 1990, "Laminar Flow in Twisted Pipes", J. Fluid Mechanics, vol. 219, pp. 545-570.

## FREE SURFACE FLOW IN AN HELICAL CHANNEL OF RECTANGULAR CROSS SECTION WITH FINITE PITCH

**Rigoberto E. M. Morales**

LACIT/PPGEM/CEFET-PR

Av. Sete de Setembro, 3165 – Curitiba/PR, Brasil, CEP. 80230-901

rmorales@cefetpr.br

**Eugênio S. Rosa**

DE/FEM/UNICAMP

CxP 6122, 13083-970 - Campinas, SP, Brasil

**Abstract.** *A numerical simulation of the fully developed flow in an open helical channel with rectangular cross section for the laminar regime is accomplished. The conservation equations are written in a local orthogonal coordinate system. The conservation equations are solved by the finite volume method with the hybrid scheme of interpolation, implemented in PHOENICS-CFD. The free surface is calculated using the HOL algorithm (Height-Of-Liquid). The numerical simulations were accomplished for fluids with viscosity varying from 50 to 100cP and Reynolds from 352 to 856. The numerical results for the free surface position agrees within  $\pm 4$  mm against the experimental data. The axial velocity and the secondary flow fields are presented. Finally the local and the averaged friction factors are presented.*

**Keyword:** *helical channel, free surface flow, finite volume, fully developed, HOL*