

ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO POTENCIAL EM TORNO DE UM AEROFÓLIO UTILIZANDO O MÉTODO DOS PAINÉIS

Luiz Henrique Gomes Pereira

Departamento de Engenharia Mecânica-LABMFA - EE / COPPE.
Universidade Federal do Rio de Janeiro.
Correio eletrônico: luizpereira@ufrj.br

Daniel Fonseca de Carvalho e Silva

Departamento de Engenharia Mecânica-LABMFA - EE / COPPE.
Universidade Federal do Rio de Janeiro.
Correio eletrônico: danielcarvalho@ufrj.br

Gustavo César Rachid Bodstein

Departamento de Engenharia Mecânica – EE/COPPE.
Universidade Federal do Rio de Janeiro.
Centro de Tecnologia – Bloco G – sala 204 – Ilha do Fundão.
21945-970, Rio de Janeiro – RJ, Brasil.
Correio eletrônico: gustavo@serv.com.ufrj.br

Resumo. O presente trabalho analisa o desempenho do Método dos Painéis de acordo com diversos tipos de singularidades, tais como fontes, dipolos e vórtices, e suas distribuições utilizadas sobre os painéis de um aerofólio. A metodologia é aplicada a aerofólios da família de Van de Vooren, determinando seus carregamentos aerodinâmicos. Emprega-se uma discretização senoidal e não uniforme do aerofólio, a fim de concentrar uma maior quantidade de painéis na região em torno dos pontos de estagnação do bordo de ataque e de fuga. Os resultados obtidos com diferentes tipos de combinações de singularidades foram comparados entre si e à solução analítica para o escoamento potencial sobre o aerofólio de Van de Vooren. A inclusão de equações de conservação globais no sistema de equações foi também testada. A análise de erro encontrado em cada um dos testes realizados permite mostrar quais são as distribuições de singularidades mais adequadas para cada caso.

Palavras chave: método dos painéis, aerofólio, escoamento potencial, aerodinâmica.

1. Introdução

A análise de escoamentos potenciais é de grande utilidade em situações envolvendo geometrias aerodinâmicas, podendo comprovadamente prever a sustentação e distribuição de pressão sobre corpos imersos em um escoamento.

Um dos métodos que utilizam elementos da teoria potencial, o Método dos Painéis, foi originalmente desenvolvido por Martensen (1959), tendo continuidade em Hess e Smith (1966). Uma revisão histórica e características detalhadas do método podem ser vistas em Hess (1990), assim como em dois conhecidos livros que abordam o método: Katz e Plotkin (1991) e Moran (1984). O Método dos painéis, também conhecido como método de Douglas-Neumann permite uma escolha relativamente arbitrária dos elementos de singularidades a serem empregados, assim como a forma de se especificar a condição de contorno. Em vista de exibir uma base comparativa entre as diversas possibilidades de escolha, este trabalho apresenta as soluções desenvolvidas para o escoamento potencial ao redor de aerofólios.

O método dos painéis ainda possui grande importância pela sua capacidade de analisar geometrias arbitrárias, sendo essa sua grande vantagem perante outros métodos.

O aerofólio de Van de Vooren, apesar de não apresentar grande aplicação prática, pode ser utilizado para validar os resultados obtidos neste trabalho, pois possuem solução analítica (via Transformação Conforme), o que não ocorre para os aerofólios da família NACA.

A associação do Método dos Painéis a outras formulações, tal como o Método de Vórtices Discretos pode ser uma ferramenta adequada para uma grande classe de escoamentos, inclusive para escoamentos rotacionais. Desta forma, podem ser incluídas ainda condições de conservação de massa e de circulação, de forma a apresentar a sensibilidade do método mediante a variáveis globais.

2. Formulação do Problema

Considerando o problema de valor de contorno para o escoamento potencial, bidimensional e incompressível ao redor de corpos rígidos em repouso, onde a velocidade do escoamento incidente vale Q_∞ no infinito, a equação que

rege o problema pode ser representada pela equação de Laplace (1.a), sujeita às condições de contorno (1.b, c).

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \text{no fluido} \quad (1.a)$$

$$\nabla \phi(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad \text{na fronteira do corpo} \quad (1.b)$$

$$\lim_{\mathbf{r} \rightarrow \infty} \nabla \phi(\mathbf{r}, t) = \mathbf{Q}_\infty, \quad \text{no infinito.} \quad (1.c)$$

O vetor \mathbf{n} é normal a superfície do corpo, apontando para dentro, enquanto que o vetor \mathbf{r} (X,Z) representa uma posição qualquer no sistema de coordenadas fixo no corpo em um instante t, conforme mostrado na Fig. (1).

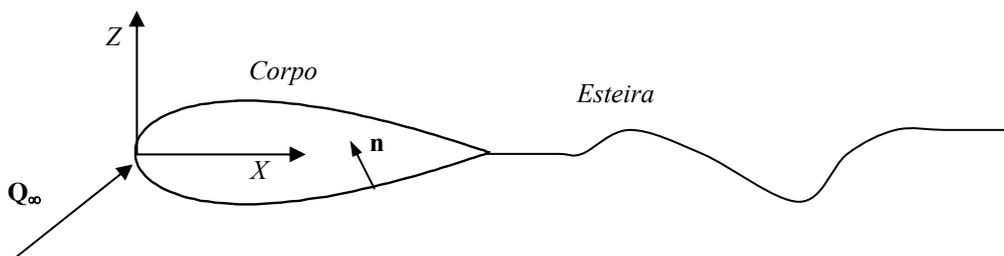


Figura 1 – Descrição do Sistema, Katz e Plotkin (1991).

Utilizando a identidade de Green, Katz e Plotkin (1991), pode-se mostrar que a solução para potencial de velocidades da Eq. (1) pode ser escrita como:

$$\phi(P) = \int_{\text{Corpo+Esteira}} -\frac{\mu}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} (\ln \mathbf{r}) dS + \int_{\text{Corpo}} \frac{\sigma}{2\pi} \ln \mathbf{r} dS + \phi_\infty. \quad (2)$$

Nesta equação é possível notar que o argumento da primeira integral corresponde ao potencial de um dipolo (equivalente a um vórtice) de intensidade μ , assim como o argumento da segunda ao potencial de uma fonte (ou sumidouro) de intensidade σ . Já o último termo, ϕ_∞ , corresponde ao potencial do escoamento externo. Vale lembrar que a integração do termo de fonte é realizada somente ao longo da superfície do corpo devido à fina espessura da esteira, sendo, portanto o gradiente do potencial contínuo ou em outras palavras não suportando carregamento.

3. Método dos Painéis

Devido às características matemáticas das funções que descrevem os potenciais das singularidades empregadas, com velocidades induzidas da ordem de $1/r$, no máximo, sua influência tende a zero para pontos muito distantes das mesmas, satisfazendo automaticamente a condição de contorno (1.c). Resta, portanto, aplicar a condição de contorno (1.b) na Eq. (2).

Satisfazer essa condição de contorno em toda a fronteira do corpo analiticamente é bastante complicado para uma geometria arbitrária, opta-se então por utilizar um Método Numérico, conhecido como Método dos Painéis, Katz e Plotkin (1991), de forma que as condições de contorno sejam satisfeitas em pontos discretos ao longo da superfície, os pontos de controle. Para o emprego desta solução, divide-se a fronteira do corpo em painéis, cada qual com seu respectivo ponto de controle, colocado no centro de cada painel, conforme a Fig. (2).

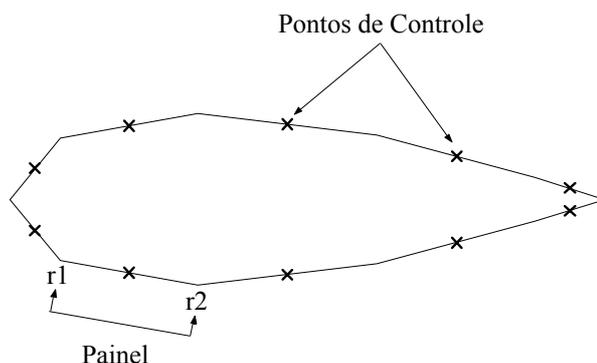


Figura 2 - Aerofólio discretizado, mostrando os pontos de controle.

A partir da geometria discretizada, e considerando, por simplicidade, o caso no qual a intensidade das singularidades é constante ao longo do painel, para um sistema discretizado com N painéis ao longo da superfície do corpo

$$\left\{ \sum_{k=1}^N \mu_k A_k + \sum_{k=1}^N \sigma_k B_k \right\} \cdot \mathbf{n} = -\nabla \phi_\infty \cdot \mathbf{n}, \quad (3)$$

onde A_k e B_k , os coeficientes de influência, dependem apenas da geometria do corpo. Esta equação é numericamente equivalente à condição de contorno de Neumann, Eq. (1b), e será usada para determinar a intensidade das singularidades escolhidas, originando um sistema de equações algébricas lineares. A equação que expressa a condição de Dirichlet pode ser desenvolvida analogamente.

4. Escolha de Singularidades

Para cada situação física a ser modelada, deve ser feita a escolha de singularidades adequada, desta forma, embora haja um certo grau de arbitrariedade nesta escolha, é necessário observar se este conjunto é capaz de representar o fenômeno físico em questão. Para o caso de escoamento externo sobre aerofólios, a utilização de fontes unicamente só pode ser aplicada para aerofólios simétricos com ângulo de ataque nulo. Para situações diferentes dessa, é necessário empregar singularidades que possam representar um certo grau de assimetria, tais como vórtices ou dipolos. Escolhidas as singularidades, pode-se ainda utilizar distribuições de singularidade ao longo do painel, conforme mostrado na Fig. (3a). Neste trabalho são empregadas apenas singularidades de distribuição constante e linear, singularidades de ordem superior (a partir de linear) possuem a vantagem de serem contínuas ao longo da superfície do corpo.

O potencial de velocidade e velocidades nas direções x e z , no sistema de coordenadas do painel, para todos os tipos de singularidades empregados neste trabalho estão apresentados na Tab. (1). Estas expressões utilizam algumas variáveis auxiliares $r_1, r_2, \theta_1, \theta_2$, apresentadas na Fig. (3b) e dadas por

$$r_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + (z - z_k)^2} \text{ e } \theta_k = \tan^{-1} \left(\frac{z - z_k}{x - x_k} \right). \quad (4.a,b)$$

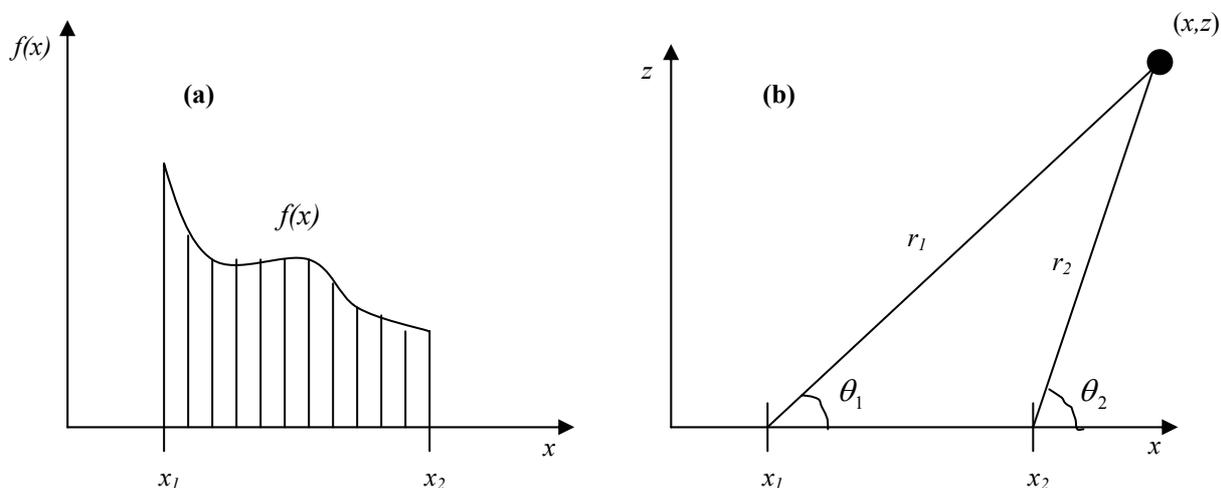


Figura 3. (a) Distribuição de singularidade ao longo do painel, (b) Variáveis auxiliares no sistema de coordenadas do painel.

Como todas as variáveis da Tab. (1) estão expressas no sistema de coordenadas local (do painel) é necessário transformar as coordenadas de um sistema de coordenadas global (X, Z) para o local (x, z) , a relação entre os dois sistemas pode ser observada na Fig. (4), onde é indicado o ângulo α , diferente para cada painel, através do qual é possível fazer a rotação dos eixos.

Tabela 1. Ordem da distribuição de singularidades sobre os painéis.

Elemento	Constante	Linear
Fonte	$\phi = \frac{\sigma_0}{2\pi} [(x - x_1) \ln r_1 - (x - x_2) \ln r_2 + z(\theta_2 - \theta_1)]$ $u = -\frac{\sigma_0}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$ $w = \frac{\sigma_0}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1)$	$\phi = \frac{\sigma_1}{4\pi} [(x^2 - x_1^2 - z^2) \ln r_1 - (x^2 - x_2^2 - z^2) \ln r_2 + 2xz(\theta_2 - \theta_1) - x(x_2 - x_1)]$ $u = \frac{\sigma_1}{2\pi} \left[z(\theta_2 - \theta_1) - x \ln \frac{r_2}{r_1} - (x_2 - x_1) \right]$ $w = \frac{\sigma_1}{2\pi} \left[z \ln \frac{r_2}{r_1} + x(\theta_2 - \theta_1) \right]$
Dipolo	$\phi = -\frac{\mu_0}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1)$ $u = -\frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{z}{r_1^2} - \frac{z}{r_2^2} \right)$ $w = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{x - x_1}{r_1^2} - \frac{x - x_2}{r_2^2} \right)$	$\phi = -\frac{\mu_1}{2\pi} \left[z \ln \frac{r_2}{r_1} + x(\theta_2 - \theta_1) \right]$ $u = -\frac{\mu_1}{2\pi} \left[(\theta_2 - \theta_1) - z \left(\frac{x_2}{r_2^2} - \frac{x_1}{r_1^2} \right) \right]$ $w = -\frac{\mu_1}{2\pi} \left[\ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{x(x - x_2) + z^2}{r_2^2} - \frac{x(x - x_1) + z^2}{r_1^2} \right]$
Vórtice	$\phi = -\frac{\gamma_0}{2\pi} [(x - x_1)\theta_1 - (x - x_2)\theta_2 - z \ln \frac{r_2}{r_1}]$ $u = \frac{\gamma_0}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1)$ $w = \frac{\gamma_0}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$	$\phi = \frac{\gamma_1}{2\pi} \left[xz \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{z}{2}(x_2 - x_1) + \frac{x^2 - x_2^2 - z^2}{2}\theta_2 - \frac{x^2 - x_1^2 - z^2}{2}\theta_1 \right]$ $u = \frac{\gamma_1}{2\pi} \left[x(\theta_2 - \theta_1) + z \ln \frac{r_2}{r_1} \right]$ $w = \frac{\gamma_1}{2\pi} \left[(x_2 - x_1) - z(\theta_2 - \theta_1) + x \ln \frac{r_2}{r_1} \right]$

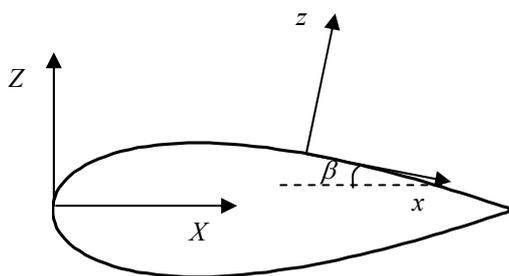


Figura 4. Sistema de coordenadas global e local.

5. Implementação Computacional

A discretização cossenoidal é usada para aumentar o número de painéis nas regiões dos bordos de ataque e de fuga. Isto é feito para melhorar o modelamento geométrico (bordo de ataque) e para utilizar mais painéis em regiões onde se tem variação acentuada de velocidade. Deste modo, mesmo com uma discretização sem refinamento a condição de contorno será satisfeita em mais pontos nestas regiões críticas.

Ao aplicar a condição de impenetrabilidade, Eq. (1b), ou equivalentemente a condição de potencial constante (condição de Dirichlet) em todos pontos de controle chega-se a um sistema de equações algébricas lineares $N \times N$, onde as intensidades dos elementos de singularidade λ são as incógnitas. Deste modo,

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,N} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N,1} & a_{N,2} & \dots & a_{N,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \\ \vdots \\ RHS_N \end{pmatrix}, \quad (5)$$

onde RHS representa a influência do escoamento externo, equivalente ao termo da direita da Eq. (3).

O coeficiente de influência $a_{i,j}$ é a componente normal da perturbação de velocidade \mathbf{q} produzida pelo j-ésimo elemento de singularidade de intensidade unitária sobre o i-ésimo ponto de controle, no caso da condição de Neumann. Ao passo que na condição de Dirichlet, este coeficiente é definido como sendo o próprio potencial ϕ .

A condição de Kutta deve ser sempre satisfeita, sendo que para aerofólios simétricos com incidência nula, esta é automaticamente satisfeita. Ao passo que nos demais casos, esta condição deve ser imposta para que haja igualdade das velocidades na superfície superior e inferior do bordo de fuga. Esta condição é expressa matematicamente através das circulações no bordo de fuga, Katz e Plotkin (1991),

$$\Gamma_1 + \Gamma_N = 0, \quad (6)$$

$$\text{onde } \begin{cases} \Gamma_i = \gamma_i \Delta c_i & , \text{ para vórtice} \\ \Gamma_i = \mu_i - \mu_{i+1} & , \text{ para dipolo} \end{cases}$$

Tendo em vista as condições locais expressas pelo sistema de equações lineares, Eq. (5), para garantir a conservação da massa e/ou circulação, podem ainda ser impostas condições globais de conservação, expressas por:

$$\sum_{i=1}^N \bar{\sigma}_i \Delta c_i = 0, \text{ conservação da massa e } \sum_{i=1}^N \bar{\Gamma}_i = \Gamma_o, \text{ conservação de circulação,} \quad (7.a,b)$$

onde $\bar{\sigma}_i$ é a intensidade média da fonte, $\bar{\Gamma}_i$ é a intensidade média da circulação e Δc_i é o comprimento, todos referentes ao painel i.

O novo sistema, com a inclusão de pelo menos uma das equações de conservação globais e a condição de Kutta, quando for necessário, é resolvido de duas formas diferentes, substituindo uma condição local por esta equação, num determinado ponto de controle, ou incorporando esta equação ao sistema, resultando em um novo sistema com uma equação a mais, caracterizando um sistema sobredeterminado, que será resolvido através do Método dos Mínimos Quadrados, Kreyszig (1999). No caso da inclusão da conservação de circulação, necessita-se da solução exata para circulação ao redor do aerofólio, neste caso obtida via transformação conforme para o aerofólio de Van de Vooren.

O cálculo dos coeficientes de influência e a solução do sistema de equações algébricas lineares foram implementados em rotinas FORTRAN, e, uma vez calculados as intensidades das singularidades, é interessante determinar alguns parâmetros aerodinâmicos importantes, tais como: coeficiente de pressão ao longo do aerofólio (C_p) e coeficiente de sustentação (C_L) definidos por:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho Q_\infty^2}, \quad C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho Q_\infty^2 c}, \quad (8.a,b)$$

onde p_∞ é a pressão de referência, c é a corda do aerofólio, L a força de sustentação e ρ é a massa específica do fluido. Uma vez calculadas as intensidades das singularidades, é possível avaliar a velocidade tangencial ao i-ésimo painel e o coeficiente de pressão, através da equação de Bernoulli, é dado por

$$C_p = 1 - \frac{u_i^2 + w_i^2}{Q_\infty^2} \quad (9)$$

Portanto, a partir da integração do coeficiente de pressão, é possível calcular o coeficiente de sustentação, C_L . Alternativamente, quando empregados vórtices ou dipolos utiliza-se o teorema de Kutta-Joukowski para avaliar o coeficiente de sustentação

$$C_L = \frac{2}{Q_\infty c} \sum_{i=1}^N \Gamma_i \quad \text{onde} \quad \begin{cases} \Gamma_i = \gamma_i \Delta c_i & , \text{para vórtice} \\ \Gamma_i = \mu_i - \mu_{i+1} & , \text{para dipolo} \end{cases} \quad (10)$$

6. Resultados

Para validação dos resultados são feitas comparações com o coeficiente de pressão e de sustentação para o aerofólio de Van de Vooren, que possui solução analítica conhecida, via Transformação Conforme, Katz e Plotkin (1991). A espessura escolhida para os testes é de 15% e o bordo de fuga do aerofólio possui um ângulo de 20°.

Os resultados serão apresentados para diferentes tratamentos das condições globais (conservação de massa ou circulação), o método convencional corresponde a solução do sistema unicamente com as condições de contorno locais, conforme Katz e Plotkin (1991). O método modificado corresponde a substituir uma equação do sistema por uma equação global, sempre evitando regiões próximas às extremidades do aerofólio. O Método dos Mínimos Quadrados incorpora a equação global e considera uma solução aproximada para o sistema sobredeterminado.

Distribuindo inicialmente apenas fontes sobre o aerofólio, a análise fica restrita a aerofólios sem sustentação, i.e., para o caso de um aerofólio simétrico, com ângulo de ataque nulo. Aplicando os diferentes métodos descritos, utilizando 30 painéis, pois as diferenças ficam mais evidentes, pode-se observar na Fig. (5) resultados próximos à solução analítica, exceto pela flutuação anômala de pressão identificada pelo método modificado, justamente no ponto onde a condição local foi removida. Ao incluir a conservação da massa em lugar de uma condição local, a primeira é automaticamente satisfeita, com o custo de não respeitar uma condição local. Já incluindo esta equação e obtendo a solução por mínimos quadrados, este erro tende a ser distribuído para todas as fontes, amenizando seu efeito local. Os resultados para fonte constante não são mostrados nesta figura pois resultaram em curvas praticamente idênticas, fato que pode ser confirmado pela Tab. (2) que mostra como o valor do somatório das fontes varia com o número de painéis.

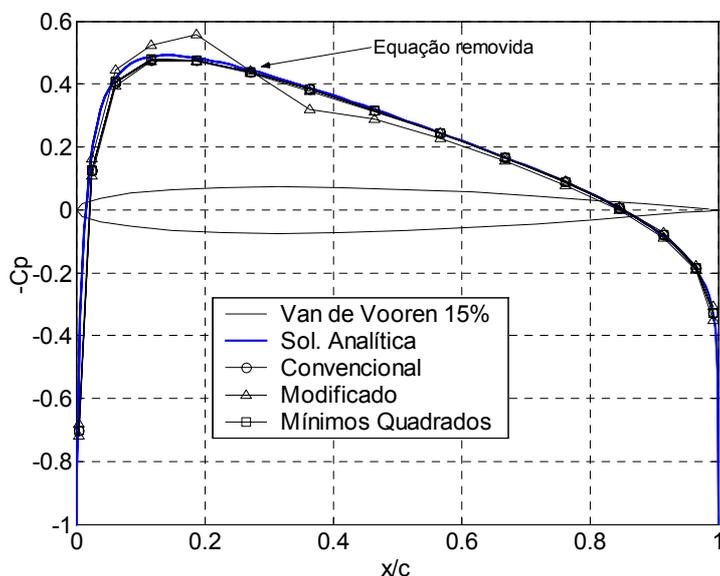


Figura 5. Variação de C_p ao longo da superfície do aerofólio. (N=30, $\alpha=0^\circ$)

Tabela 2. Análise do Somatório das Fontes, Variando-se o Método e o Número de Painéis.

Singularidade	Distribuição	Método	N = 20	N = 60	N = 100	N = 300
Fonte (C.C.Neumann)	Constante	Convencional	0.0107	0.0035	0.0021	0.0007
		Modificado	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		Mínimos Quadrados	0.0085	0.0033	0.0020	0.0007
	Linear	Convencional	0.0118	0.0036	0.0021	0.0007
		Modificado	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		Mínimos Quadrados	0.0095	0.0033	0.0020	0.0007

Com a inclusão de termos assimétricos, vórtices \ dipolos, é possível analisar aerofólios com sustentação. Escolhendo um ângulo de ataque de 10°, onde as variações de pressão são mais acentuadas e tendo em vista o grande número de combinações possíveis de condições de contorno, singularidades e ordem de distribuição, é possível ilustrar a qualidade do resultado de diferentes combinações através da Tab. (3), onde se encontram os erros percentuais do coeficiente de sustentação em relação ao seu valor analítico.

Tabela 3 – Análise do Erro do Coeficiente de Sustentação em função do Elemento de Singularidade, da Distribuição e do Número de Painéis. (Vande Vooren 15%, $\alpha = 10^\circ$)

C.C.	Singularidade	Distribuição	N = 20	N = 60	N = 120	N = 300
Neumann	Vórtice	Constante	-10.27%	-1.93%	-1.06%	-0.28%
		Linear	-0.84%	-0.10%	-0.04%	-0.004%
Dirichlet	Dipolo e Fonte	Constantes	-6.91%	-2.35%	-1.40%	-0.47%
		Lineares	-11.48%	0.05%	0.09%	0.01%
	Dipolo	Constante	-4.12%	-1.34%	-0.91%	-0.61%
		Linear	-11.48%	0.05%	0.09%	0.01%

A Fig. (6) mostra uma comparação entre dois dos melhores métodos disponíveis na Tab. (2), utilizando novamente 30 painéis pelo mesmo motivo anterior. Pode-se notar a que a solução utilizando dipolos lineares e condição de Dirichlet tende a capturar mais corretamente o pico de sucção no bordo de ataque do aerofólio, embora nas demais regiões a solução com vórtices lineares e condição de Neumann é mais próxima da solução analítica. Neste ponto, deve-se comentar que a c.c. de Dirichlet que é imposta no interior do corpo, é equivalente à imposição da c.c. de Neumann na região exterior.

Conforme previsto, a solução se aproxima do valor analítico com o aumento do número de painéis, a Fig. (7) ilustra esta convergência, tendo como base soluções de vórtices constantes por diversos métodos e a solução por vórtices lineares. Nesta figura fica evidente que a solução com vórtices lineares converge mais rapidamente para solução analítica, fato caracterizado pela inclinação mais íngreme de sua curva.

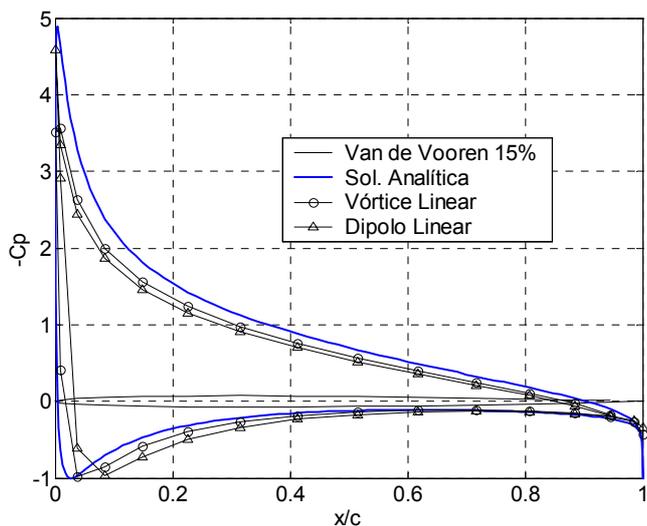


Figura 6 – Comparação entre os Coeficientes de Pressão (C_p) para Vórtice e Dipolo Linear. $N=30$, $\alpha = 10^\circ$

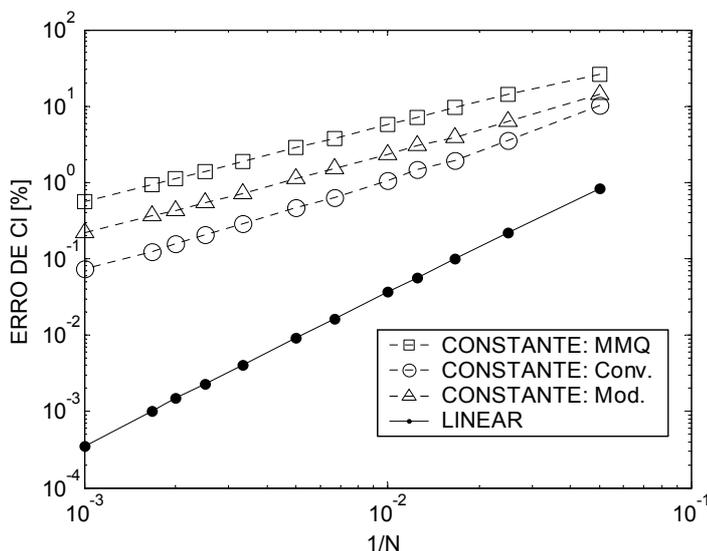


Figura 7 – Comparação entre o erro do Coeficiente de Sustentação (C_L) para Vórtice e Dipolo Linear. $\alpha = 10^\circ$

Tomando a solução com vórtices lineares como referência, é possível observar, na Fig. (8) uma visão ampliada das regiões críticas da curva de C_p . Nesta figura, o CASO A corresponde ao método convencional; o CASO B ao caso modificado, com inclusão da conservação de circulação em uma posição arbitrária do aerofólio; o CASO C ao mesmo método modificado, porém a equação adicional entra no lugar da condição de Kutta e finalmente o CASO D, no qual a equação é adicionada ao sistema existente e a solução é obtida pelo Método dos Mínimos Quadrados. A Fig. (8) mostra novamente como as soluções aproximam-se da solução analítica com o aumento do número de painéis, o que já era esperado, uma vez que a superfície do aerofólio passa a ser melhor representada. Esta figura também mostra como as curvas são qualitativamente equivalentes, à exceção do CASO B, que indica que a condição de conservação de circulação e a condição de Kutta são análogas, e somente uma delas deve ser considerada no sistema de equações.

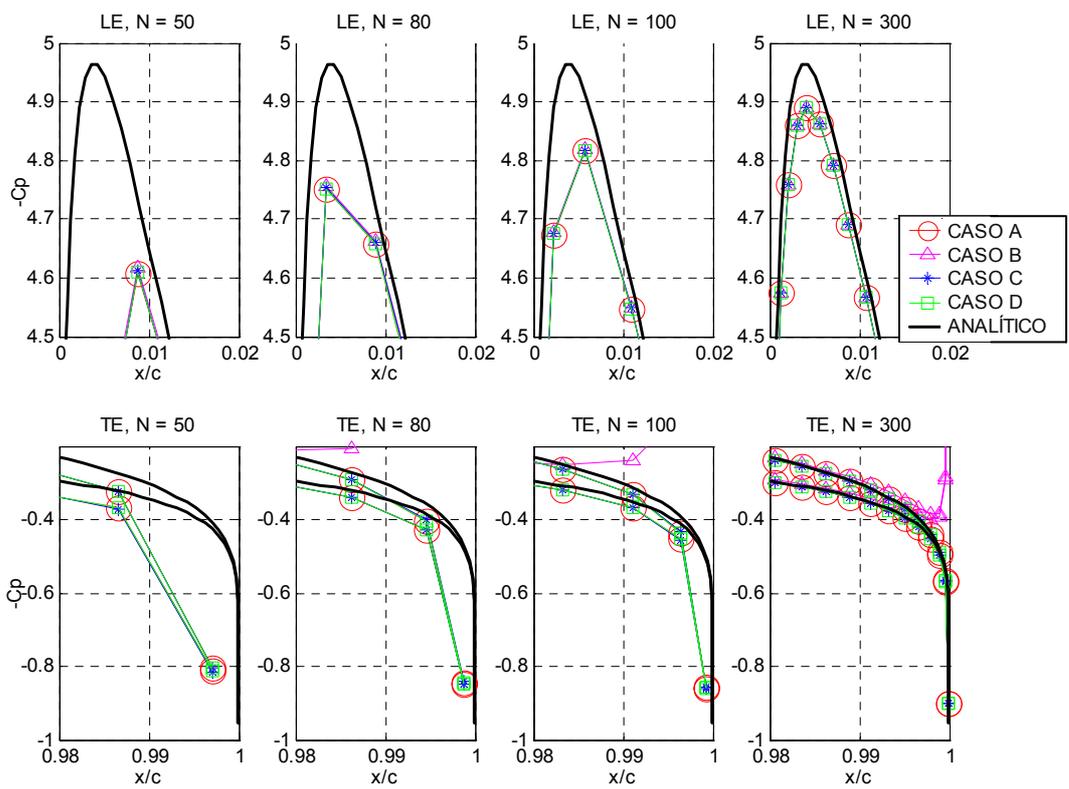


Figura 8 – Detalhe do bordo de ataque (LE) e bordo de fuga (TE) para um ângulo de ataque de 10° e solução com vórtices lineares

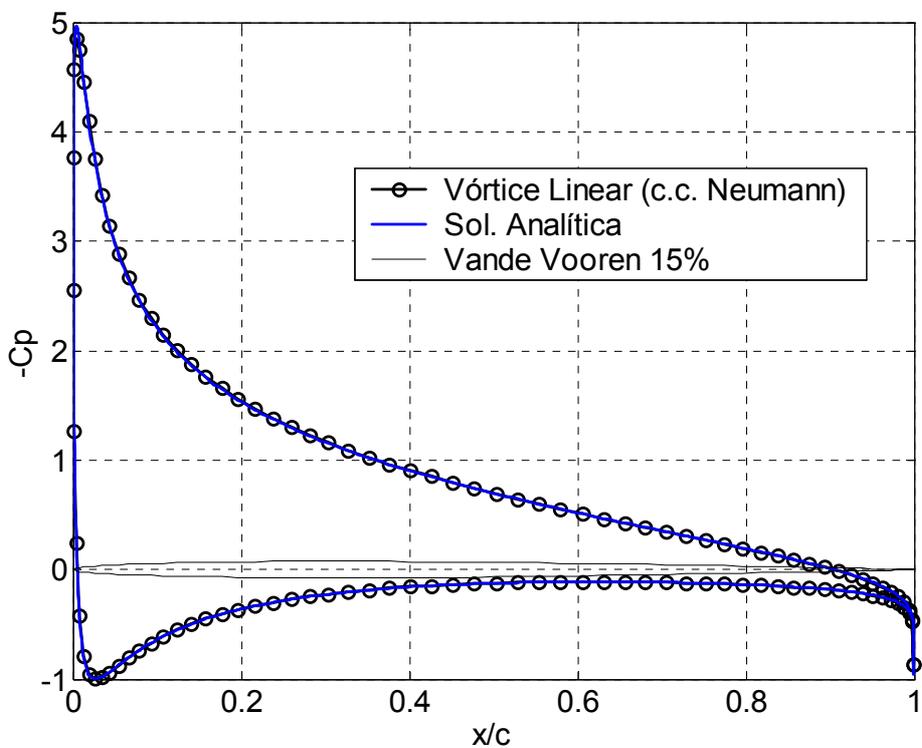


Figura 9 – Coeficiente de pressão para vórtice lineares, condição de Neumann, para N=120 e $\alpha = 10^\circ$

7. Conclusões

Analisando os resultados, é possível destacar alguns aspectos com respeito ao Método dos Painéis. Para aerofólios sem sustentação, apesar de ser possível também a utilização de vórtices ou dipolos, optou-se pela utilização de fontes sujeita à condição de Neumann. Os resultados mostram que, ao se refinar a metodologia, empregando distribuições lineares de fontes, não houve melhora nos resultados, conforme a Tab. (2). Dentre as singularidades assimétricas, a solução com vórtices lineares sujeita à condição de Neumann, apresentou os melhores resultados, conforme mostra a Fig. (9) utilizando 120 painéis, com resultados muito próximos à solução analítica. As soluções através da condição de Dirichlet convergem rapidamente, mesmo para um número de painéis reduzido ($N = 20$), conforme os valores da Tab. (3) atestam. A inclusão da conservação de circulação ou de massa confirma que é apropriado resolver o sistema através do Método dos Mínimos Quadrados, quando houver necessidade de uma equação adicional. Finalmente, a equivalência da condição de Kutta e conservação de circulação também foram confirmadas.

Os testes realizados podem ser utilizados como orientação na escolha de singularidades em soluções para outras geometrias. Os resultados podem ainda ser melhorados incluindo efeitos de curvatura para superfície, em lugar de painéis planos. Além disso, espera-se que o uso de distribuições de ordem superior forneçam uma solução mais refinada para um número de painéis menor.

7. Referências

- Hess, J. L., "Panel Methods in Computational Fluid Dynamics," Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 22, 1990, pp. 255-274.
- Hess, J. L., Smith A. M. O., "Calculation of Potencial Flow About Arbitrary Bodies", Progress in Aeronautical Sciences, Vol.3, Pergamon Press, New York, 138p.
- Katz, J. and Plotkin, A., "Low - Speed Aerodynamics", 1991, 2nd edition, Cambridge University Press.
- Kreyszig, E., 1999, "Advanced Engineering Mathematics", 8th edition, J. Wiley.
- Martensen, E., 1959, "The Calculation of the Pressure Distribution on a Cascade of thick Airfoils by means of Fredholm Integral Equations of the Second Kind", Aerodynamics Experimental Station, Göttingen.
- Moran, J. An Introduction to Theoretical and Computational Aerodynamics, John Wiley & Sons, New York, 1984.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE APPROACH FOR THE POTENTIAL FLOW OVER AIRFOILS USING THE PANEL METHOD

Luiz Henrique Gomes Pereira

Department of Mechanical Engineering - EE/COPPE.

Federal University of Rio de Janeiro.

e-mail: luizpereira@ufrj.br

Daniel Fonseca de Carvalho e Silva

Department of Mechanical Engineering - EE/COPPE.

Federal University of Rio de Janeiro.

e-mail: danielcarvalho@ufrj.br

Gustavo César Rachid Bodstein

Department of Mechanical Engineering - EE/COPPE.

Federal University of Rio de Janeiro

Address: Centro de Tecnologia - Bloco G - sala 204 - Ilha do Fundão.

21945-970, Rio de Janeiro - RJ, Brasil.

e-mail: gustavo@serv.com.ufrj.br

Abstract.

This paper analyses the Panel Method with several singularities types, such as sources, doublets and vortices and their distribution, which can be constant or linear, over the Van de Vooren airfoil. The methodology is applied to the calculation of the aerodynamic loads on the airfoil surface. A sinusoidal and non-uniform discretization is used to concentrate more panels around the stagnation points, the airfoil leading edge and trailing edge. The results calculated with different combinations of singularities and distributions are compared with the analytical solution for the potential flow around a Van de Vooren airfoil. The addition of global conservation equations in the system is also tested. An error analysis for each method tested shows the most adequate distribution for each kind of calculation.

Keywords: panel method, airfoil, potential flow, aerodynamics.