

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO MISTA NUMA REGIÃO RETANGULAR SEMI-ABERTA

Rogério Fernandes Brito – rogbrito@iem.efei.br

Genésio José Menon – genesio@iem.efei.br

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Departamento de Engenharia Mecânica
Av. BPS, 1303 – 37500-903 – Itajubá, MG, Brasil

***Resumo.** A convecção mista laminar que ocorre no interior de uma cavidade retangular semi-aberta, com uma parede aquecida e uma outra parede resfriada, é estudada neste trabalho. A cavidade tem as superfícies verticais direita e esquerda mantidas, respectivamente, nas temperaturas adimensionais $\theta = 1$ e $\theta = 0$. As superfícies horizontais são mantidas isoladas termicamente. A entrada de fluido na cavidade ocorre através de uma fronteira aberta vertical, à esquerda, na parte inferior da cavidade. O fluido deixa a cavidade através de uma outra fronteira aberta posicionada na parte superior direita da cavidade. O fluido entra na cavidade na temperatura baixa $\theta = 0$ e sai, isolado termicamente. O método de elementos finitos é utilizado para se resolver as equações bidimensionais de conservação na forma adimensional, para a temperatura adimensional (θ), função corrente adimensional (ψ) e vorticidade adimensional (ω). Os resultados para o número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h), e as distribuições da função corrente adimensional (ψ) e da temperatura adimensional (θ) são apresentados em função dos diversos parâmetros geométricos e térmicos.*

***Palavras-chave:** Convecção mista, Transferência de calor, Elementos finitos*

1. INTRODUÇÃO

A transferência de calor em cavidades retangulares semi-abertas tem sido estudada por vários autores. O estudo da convecção mista nessas cavidades é de interesse em várias aplicações industriais. Dentre elas, podemos citar: resfriamento de centrais termoelétricas, resfriamento de equipamentos eletrônicos, tanques que armazenam produtos químicos e outras.

Alguns bons trabalhos desenvolvidos foram apresentados por Oosthuizen & Paul (1985), Safi & Loc (1994).

Oosthuizen & Paul (1985) utilizando o método de elementos finitos, analisaram numericamente a transferência de calor, devido ao processo de convecção mista, numa cavidade retangular semi-aberta com duas aberturas para o escoamento do fluido. Variou-se as posições das aberturas da cavidade, bem como o sentido de escoamento através destas aberturas.

Safi & Loc (1994) estudaram numericamente a transferência de calor de um fluido escoando numa cavidade retangular semi-aberta. A cavidade era formada por uma entrada, localizada na região superior da superfície vertical à esquerda, e uma saída localizada na região inferior da superfície vertical à direita. Foram considerados dois tipos de condições de contorno para as superfícies verticais e horizontais. No primeiro, as superfícies eram condutoras e no segundo, eram consideradas adiabáticas.

O presente trabalho utiliza o método de elementos finitos para estudar numericamente a convecção mista laminar numa cavidade retangular semi-aberta. Conforme pode ser visto na Fig. 1, a cavidade tem razão de aspecto $A = H/L = 2$, com um comprimento adimensional da região de entrada e saída de fluido (D) igual a $0,2$. O fluido entra frio em $A'B'$, com um perfil de velocidades parabólico. O modelo numérico considera que o fluido sai em $D'E'$ adiabaticamente com um perfil de velocidades também parabólico. Os resultados numéricos foram obtidos, utilizando o método de elementos finitos, a partir de um programa computacional desenvolvido. Para o presente estudo foi utilizada uma malha uniforme com 2970 elementos triangulares lineares, conforme mostra a Fig. 2. O número de Nusselt médio na parede quente (Nu_h) é calculado para números de Grashof (Gr) iguais a $0, 10^4, 10^5$ e 5×10^5 , para números de Reynolds (Re) iguais a $1, 10, 50$ e 100 , para número de Prandtl (Pr) igual a $0,7$ e razão de aspecto (A) da cavidade igual a 2 . São mostradas as distribuições de função corrente (ψ) e de temperatura adimensional (θ) em função dos diversos parâmetros.

2. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Neste trabalho estuda-se a transferência de calor por convecção mista numa cavidade retangular semi-aberta, com uma parede vertical aquecida e a outra resfriada. As paredes verticais possuem duas fronteiras abertas de dimensão (D) por onde circula o fluido. As paredes horizontais são consideradas adiabáticas. São admitidas as seguintes hipóteses: o escoamento é laminar, bidimensional e incompressível; o regime é não permanente; a função dissipação viscosa foi desprezada; as propriedades físicas do fluido (ρ, μ, c_p, k) são constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo; não há geração interna de calor; os efeitos de compressibilidade são desprezados.

Considerando-se as hipóteses anteriores descritas, as equações de conservação na forma adimensional, para este problema, são:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\omega, \quad (1)$$

$$\frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \omega}{\partial X} \right) + \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial \omega}{\partial \tau}, \quad (3)$$

sendo ψ a função corrente adimensional, ω a vorticidade adimensional e θ a temperatura adimensional.

Com a finalidade de generalizar a análise teórica, são utilizados os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\tau = \frac{U_o t}{H}, X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{u}{U_o}, V = \frac{v}{U_o}, P = \frac{p}{\rho U_o^2}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \quad (4)$$

sendo: u e v as componentes de velocidades nas direções x e y ; t o tempo; ρ a massa específica; p a pressão; g a aceleração da gravidade; β o coeficiente de expansão térmica; T a temperatura; T_h a temperatura na parede quente; T_c a temperatura na parede fria; ν a viscosidade cinemática; α a difusividade térmica do fluido; τ o tempo adimensional; X e Y as coordenadas adimensionais; U_o a velocidade média de fluido na entrada da cavidade; U e V as componentes de velocidades adimensionais nas direções x e y ; P a pressão adimensional; θ a temperatura adimensional e k a condutividade térmica do fluido. O número de Prandtl (Pr), o número de Grashof (Gr), o número de Reynolds (Re) e o número de Richardson (Ri) são dados por:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)H^3}{\nu^2}, Re = \frac{U_o H}{\nu}, Ri = \frac{Gr}{Re^2}. \quad (5)$$

A função corrente (ψ) e a vorticidade (ω) são definidas por:

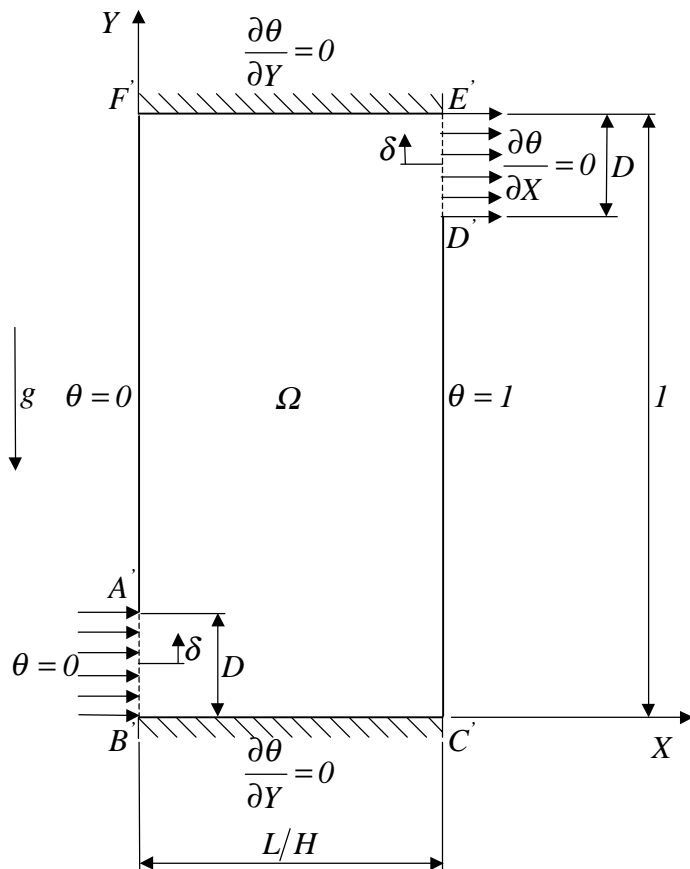


Figura 1 – Cavidade estudada.

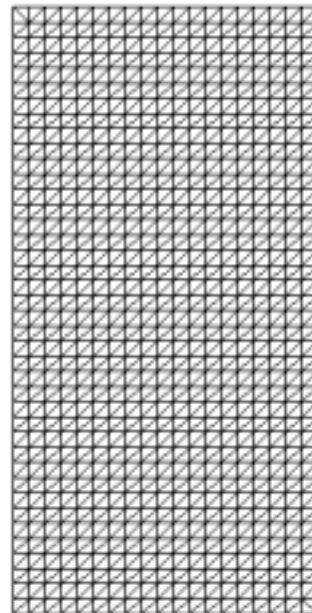


Figura 2 – Malha utilizada.

$$\frac{\partial \psi}{\partial Y} = U, \quad -\frac{\partial \psi}{\partial X} = V \quad \text{e} \quad \omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}. \quad (6)$$

As condições iniciais para todo o domínio computacional (Ω), conforme mostra na Fig. 1 e para $\tau = 0$, são:

$$\psi = \theta = \omega = 0. \quad (7)$$

As condições de contorno adotadas nas paredes e nas fronteiras abertas consideram as seguintes hipóteses: a) não existe escorregamento do fluido nas paredes; b) a parede vertical esquerda é fria e isotérmica; c) a parede vertical direita é quente e isotérmica; d) as paredes horizontais são adiabáticas; e) o fluido entra frio e isotérmico na fronteira inferior; f) o fluido sai adiabaticamente na fronteira superior. Com estas considerações, as condições de contorno são as seguintes, para $\tau > 0$:

a) nas paredes horizontais ($0 < X < L/H, Y = 0 \text{ e } 1$):

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0, \quad \psi|_{Y=1} = D, \quad \psi|_{Y=0} = 0, \quad \omega_w = \frac{3(\psi_B - \psi_N)}{\ell^2} - \frac{\omega_N}{2}; \quad (8)$$

b) na fronteira aberta $A'B'$ de entrada de fluido ($X = 0, 0 < Y < D$):

$$\theta = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0, \quad \psi = \frac{1}{2}D + \frac{3}{2}\delta - \frac{2\delta^3}{D^2}, \quad \omega = \frac{12\delta}{D^2}; \quad (9)$$

c) na parede vertical esquerda ($X = 0, D < Y < 1$):

$$\theta = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0, \quad \psi = D, \quad \omega_w = \frac{3(\psi_B - \psi_N)}{\ell^2} - \frac{\omega_N}{2}; \quad (10)$$

d) na fronteira aberta $D'E'$ de saída de fluido ($X = L/H, 1 - D < Y < 1$):

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0, \quad \psi = \frac{1}{2}D + \frac{3}{2}\delta - \frac{2\delta^3}{D^2}, \quad \omega = \frac{12\delta}{D^2}; \quad (11)$$

e) na parede vertical direita ($X = L/H, 0 < Y < 1 - D$):

$$\theta = 1, \quad \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0, \quad \psi = 0, \quad \omega_w = \frac{3(\psi_B - \psi_N)}{\ell^2} - \frac{\omega_N}{2}; \quad (12)$$

onde: δ é a coordenada vertical medida a partir do centro das fronteiras abertas, conforme mostra a Fig. 1; ω_w é a vorticidade do fluido junto ao contorno; ψ_B é o valor da função corrente no contorno; ψ_N é o valor da função corrente num ponto situado a uma pequena distância ℓ do contorno; ω_N é o valor da vorticidade também situado a uma distância ℓ do contorno.

3. MÉTODO DE SOLUÇÃO

O sistema de Eq. (1) a (3), juntamente com as condições (7) a (12), foram resolvidas usando o método de elementos finitos com um esquema de Galerkin. O domínio computacional (Ω) foi dividido em elementos triangulares lineares. Detalhes do método de elementos finitos são apresentados por (Zienkiewicz & Taylor, 1989).

As Eq. (1), (2) e (3), após a minimização da integral residual de volume no interior do domínio Ω e da superfície de contorno S , resultam em três sistemas de equações lineares que podem ser escritas na seguinte forma:

$$[K_\psi] \{\psi\} = \{R_\psi\}, \quad (13)$$

$$[K_\theta] \{\theta\} = \{R_\theta\}, \quad (14)$$

$$[K_\omega] \{\omega\} = \{R_\omega\}. \quad (15)$$

O sistema formado pelas Eq. (13), (14) e (15) foram resolvidos iterativamente, para se obter as distribuições de (ψ), (θ) e (ω). A seguir se descreve a seqüência utilizada para se obter a solução.

- (a) Cálculo da distribuição da função corrente da Eq. (13) utilizando os valores da vorticidade do tempo anterior;
- (b) Cálculo da vorticidade no contorno ω_w usando a Eq. (10). São utilizados os valores da vorticidade e da função corrente do tempo anterior;
- (c) Cálculo da vorticidade no interior do domínio Ω através da Eq. (15). São utilizados os valores da temperatura e função corrente do tempo anterior;
- (d) A distribuição de temperatura é calculada através da Eq. (14) utilizando os valores de temperatura e da função corrente do tempo anterior;
- (e) Cálculo do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) pela seguinte equação:

$$Nu_h = \int_0^l \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=L/H} dY; \quad (16)$$

- (f) Incrementa-se o tempo;
- (g) Verifica-se a convergência ou se atingiu o tempo limite de cálculo. Se isto for verificado finalizam-se os cálculos;
- (h) Caso o item (g) não for verificado retorna-se ao item (a).

4. VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

Inicialmente foi feito um estudo da influência do refinamento da malha sobre os resultados do Nusselt (Nu_h). As malhas utilizadas foram 360, 1190, 1520 e 2970 elementos. Através deste estudo, pode-se observar que para uma malha com 1520 elementos, o desvio do resultado do número de Nusselt (Nu_h), em relação à malha com 2970 elementos, foi menor do que 0,40%, o que pode ser considerado satisfatório. No presente trabalho, todos os

resultados numéricos foram apresentados para uma malha com espaçamento uniforme de 2970 elementos.

Para efeito de validação do código computacional, foi estudado o caso limite quando $Re \rightarrow 0$, o qual recai no caso de convecção natural. Esta situação limite foi testada usando programas de convecção natural e mista com a finalidade de verificar os desvios nos resultados calculados para o número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h). Nestes testes foram considerados os seguintes parâmetros: número de Grashof $Gr = 10^4, 10^5$ e 5×10^5 ; número de Prandtl fixo em $Pr = 0,7$ e razão de aspecto da cavidade $A = 2$. Foi utilizada uma malha uniforme 28×56 equivalente a 2970 elementos. O maior desvio no cálculo do número de Nusselt médio da superfície quente (Nu_h) foi de $-7,95\%$ para $Gr = 5 \times 10^5$ e o menor desvio foi de $-4,53\%$ para $Gr = 10^4$.

Após a realização destes testes os resultados obtidos foram considerados satisfatórios para validação do código computacional.

5. RESULTADOS

As Fig. 3 e 4 mostram, respectivamente, as linhas de corrente e as isothermas desenvolvidas dentro da cavidade retangular semi-aberta, após o sistema atingir o regime permanente. Os valores de Reynolds foram: $Re = 1, 10, 50$ e 100 com Grashof $Gr = 0$ e 10^5 . O número de Prandtl foi fixado em $Pr = 0,7$, assim como também a razão de aspecto (A) em $A = 2$ e a dimensão adimensional da fronteira aberta (D) em $D = 0,2$.

Para a Fig. 3, observa-se que, quando as linhas de corrente encontram-se mais próximas uma das outras, maior é a velocidade do escoamento neste local. Para as Fig. 3(a), 3(b), 3(c) e 3(d), respectivamente, com $Re = 1, 10, 50, 100$ e com $Gr = 0$, o aumento do Re praticamente não influenciou no comportamento do escoamento, conforme pode ser observado pelas linhas de corrente, bem como, os valores máximos da função corrente ($\psi = 0,20$). Ainda para essas figuras, observa-se que praticamente não há recirculação de fluido no seu interior. Aumentando-se o número de Grashof, para um valor de Reynolds fixo, aumenta a circulação de fluido no interior da cavidade, aumentando-se portanto, a vazão de fluido. Das Fig. 3(e) e 3(f), como se tem valores baixos dos números de Reynolds ($Re = 1$ e $Re = 10$) com um valor alto do número de Grashof ($Gr = 10^5$) o efeito da convecção natural é dominante. Para a Fig. 3(h), mesmo com um valor de Gr alto, ou seja, $Gr = 10^5$, a convecção forçada predomina sobre a convecção natural. Para a Fig. 3(g), observa-se um equilíbrio dos efeitos de convecção natural e forçada. Parte do fluido fica circulando no interior da cavidade e outra parte é conduzida para a fronteira aberta de saída da cavidade. Com $Re = 100$ e com um valor alto de Grashof ($Gr = 10^5$), o aparecimento de uma pequena célula convectiva conforme a Fig. 3(h), não influencia, em geral, no escoamento do fluido no interior da cavidade. Para esta figura, o valor máximo da função corrente foi de $\psi = 0,22$.

Ainda para a Fig. 3, os valores dos números de Richardson (Ri) variaram entre $Ri = 0$ e $Ri = 10^5$. Os valores utilizados na Fig. 3 foram: $Ri = 0, 10, 40, 10^3$ e 10^5 . Observa-se que para valores mais altos do que $Ri = 40$, o efeito da convecção natural é dominante e para valores de Richardson mais baixos do que $Ri = 40$, o tipo de convecção dominante é a convecção forçada. Para as Fig. 3(a), 3(b), 3(c) e 3(d), com $Ri = 0$, tem-se casos com convecção forçada pura, onde o valor de Grashof é $Gr = 0$. À medida que cresce o número de Richardson, aumenta-se a recirculação de fluido na cavidade. Para a Fig. 4(g), com $Ri = 40$, observa-se um equilíbrio dos efeitos da convecção forçada e da convecção natural. Os mesmos valores de Richardson (Ri) utilizados na Fig. 3 foram utilizados na Fig. 4.

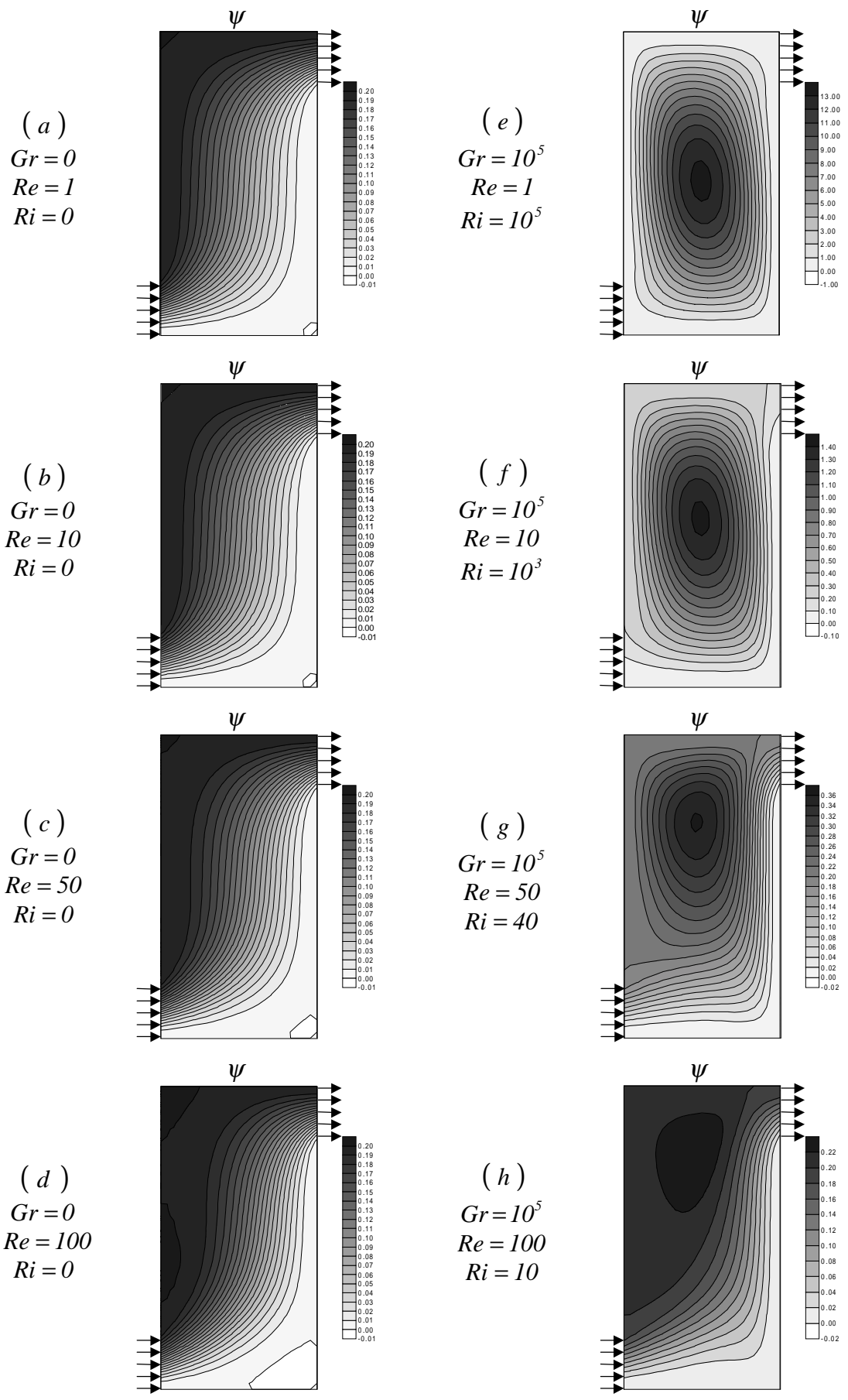


Figura 3 – Distribuição da função corrente (ψ) para $Pr = 0,7$; $A = 2$; $D = 0,2$.

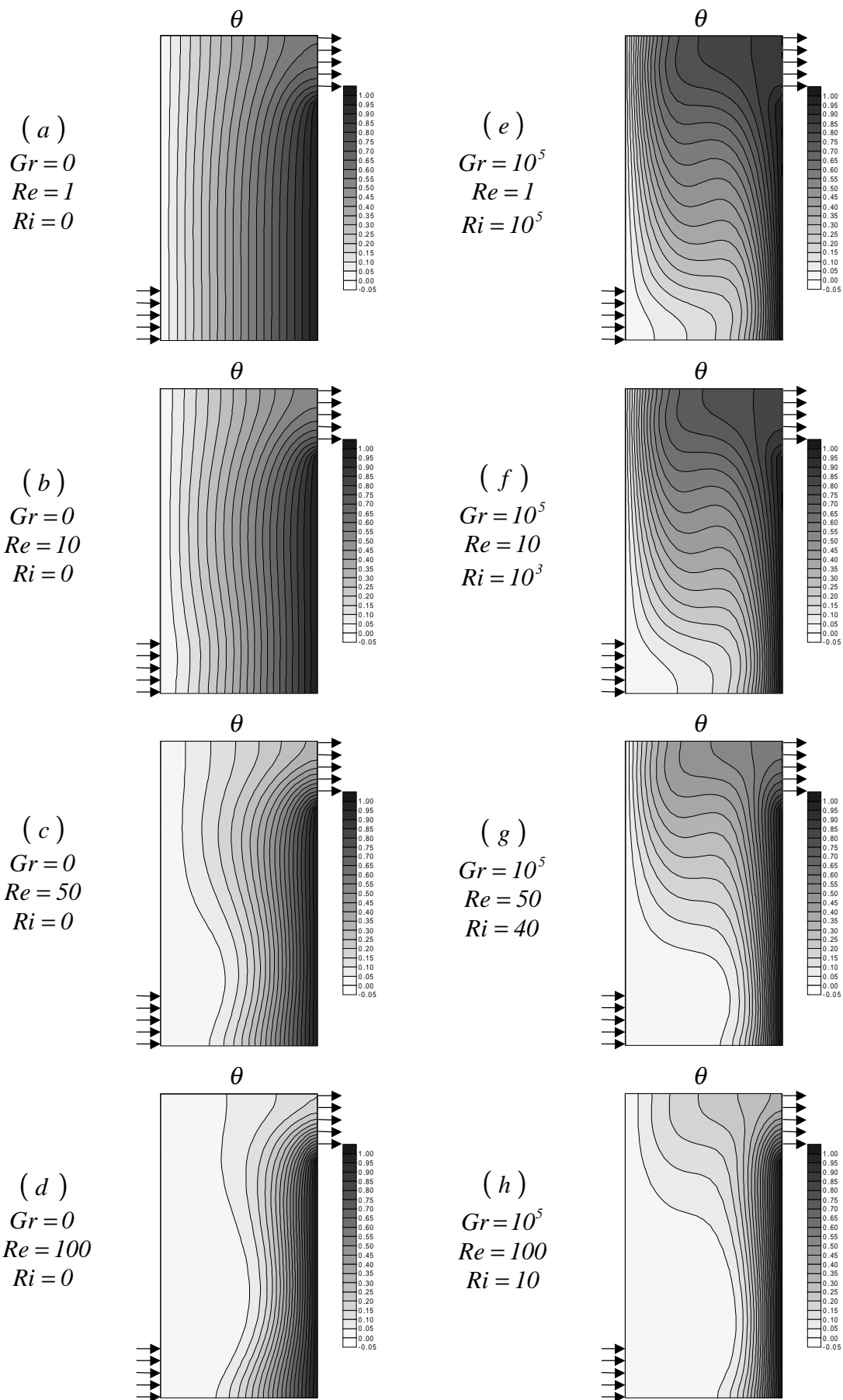


Figura 4 – Distribuição da temperatura adimensional (θ) para $Pr = 0,7$; $A = 2$; $D = 0,2$.

Para a Fig. 4, as diferenças de temperaturas entre duas isotérmicas próximas é constante. Para as distribuições das isotermas da Fig. 4(a) para $Re = 1$ e $Gr = 0$, o fluxo de calor ocorre, predominantemente por condução pura, a qual pode ser vista pelas distribuições, quase que paralelas, entre as isotermas em quase toda região de fluido da cavidade. Pode-se notar que, mantendo o número de Reynolds fixo e aumentando o número de Grashof de $Gr = 0$ para $Gr = 10^5$, aumenta-se a circulação de fluido no interior da cavidade. Assim, formam-se regiões de fluido com altos gradientes de temperatura. Estas regiões podem ser visualizadas pelas Fig. 4(e), 4(f), 4(g) e 4(h), as quais contém isotermas muito próximas uma das outras. As Fig. 4(g) e 4(d) apresentam os casos onde se tem uma fina região, com altos gradientes de temperaturas, muito próxima da superfície quente. Conseqüentemente, maiores serão as trocas de calor e maior será a região de fluido frio no interior da cavidade.

A Fig. 5 apresenta os resultados do número de Nusselt (Nu_h) versus o número de Reynolds (Re). Para a Fig. 5, os valores do número de Reynolds foram: $Re = 1, 10, 50$ e 100 com Grashof $Gr = 0, 10^4, 10^5$ e 5×10^5 . Observa-se que quando cresce o número de Reynolds, o valor do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) também cresce para toda a faixa do número de Reynolds.

A Fig. 6 apresenta a relação do número de Nusselt (Nu_h) para convecção mista sobre o número de Nusselt (Nu_{h0}) para convecção forçada ($Gr = 0$) em função nos números de Grashof (Gr) e Reynolds (Re). Pode-se observar que quanto maior o Reynolds, menor é a razão Nu_h/Nu_{h0} . Nota-se também que aumentando-se o número de Grashof, há um aumento da razão Nu_h/Nu_{h0} , para todos os valores de Reynolds.

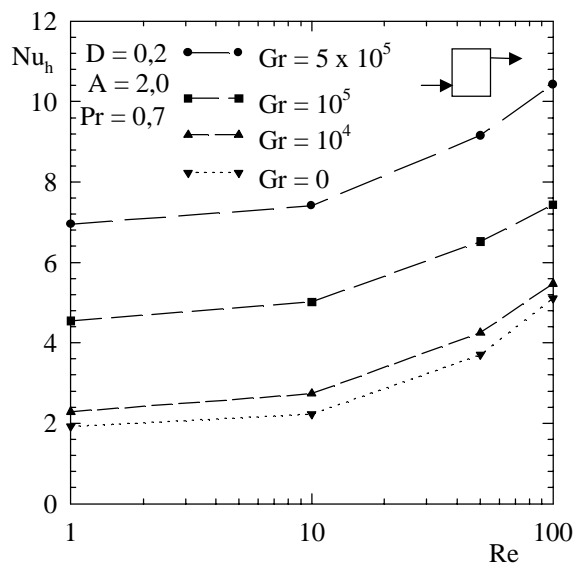


Figura 5 – Nu_h em função de Re e Gr .

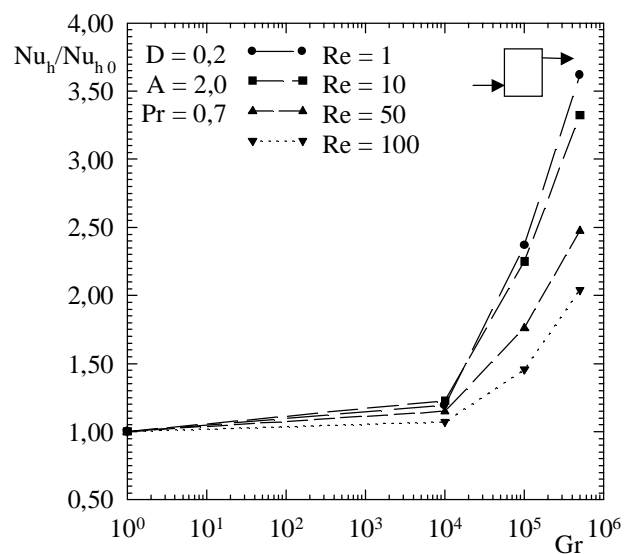


Figura 6 – Nu_h/Nu_{h0} em função de Gr e Re .

6. CONCLUSÕES

Com os resultados obtidos do presente trabalho, foi possível analisar a influência das variações dos números de Reynolds (Re) e Grashof (Gr) nos resultados do número de Nusselt médio (Nu_h). Pode-se portanto, saber em qual caso haverá uma maior troca de calor com a superfície quente. Através das linhas de corrente e as isotermas, pode-se visualizar, respectivamente, as regiões de fluido com maiores velocidades e as regiões de fluido com

maiores gradientes de temperatura. Analisando as isothermas das Fig. 4(c) até 4(h), observou-se o aparecimento de regiões com isothermas muito próximas uma das outras. Isto vem mostrar a formação de regiões com altos gradientes de temperatura próximas à superfície isotérmica quente. Logo, maiores serão as trocas de calor com a superfície quente e consequentemente, maiores serão os valores obtidos do número de Nusselt (Nu_h) calculado nesta superfície. A Fig. 5 mostra os resultados dos valores de Nusselt (Nu_h) obtidos do presente trabalho em função de Reynolds e Grashof. Pode-se observar que, com o aumento de qualquer parâmetro térmico, seja o Reynolds ou o Grashof, aumentou-se o valor do Nusselt (Nu_h) calculado na superfície isotérmica quente. Portanto, as situações com maiores valores de Nusselt (Nu_h) obtidos são aqueles onde se tem uma grande concentração das linhas isothermas. Pode-se concluir, através da Fig. 5, que a maior variação do Nusselt (Nu_h) foi aquela quando se aumentou o Reynolds de $Re = 10$ para $Re = 100$, com $Gr = 0$. Nessa faixa de Reynolds, o aumento do Nusselt (Nu_h) foi de 129,1%. A menor variação foi para $Gr = 5 \times 10^5$ e seu valor foi de 40,7%. A menor variação do aumento do Nusselt (Nu_h), quando o Reynolds aumentou de $Re = 1$ para $Re = 10$, foi para $Gr = 5 \times 10^5$ e seu valor foi de 6,6%. Ainda nessa faixa de Reynolds, a maior variação foi para $Gr = 0$ e seu valor foi de 16,1%. Assim, para valores baixos de Grashof ($Gr = 0$ e 10^4), o efeito do aumento do Reynolds sobre o resultado do Nusselt é maior comparando-se com a mesma situação, quando se aumenta também o Reynolds para valores altos de Grashof ($Gr = 10^5$ e 5×10^5).

REFERÊNCIAS

- Brito, R. F., 1999, Simulação numérica da transferência de calor e do escoamento de fluidos, Dissertação de Mestrado, EFEI, Itajubá, M.G., Brasil.
- Ingham, D. B., Watson, P. e Heggs, P. J. , 1995, Recirculating laminar mixed convection in a horizontal parallel plate duct, Int. J. Heat and Fluid Flow, vol. 16, pp. 202-210.
- Oosthuizen, P. H. e Paul, J. T. , 1985, Mixed convective heat transfer in a cavity, Proceedings of the 23rd National Heat Transfer Conference, Denver, U.S.A., pp. 159-169.
- Safi, M. J. e Loc, T. P., 1994, Development of thermal stratification in a two-dimensional cavity: a numerical study, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 37, pp. 2.017-2.024.
- Zienkiewicz, O. C. e Taylor, R. L., 1989, The Finite Element Method, McGraw-Hill Book Company, vol. 1, 4th Edition, London.

NUMERICAL SIMULATION OF MIXED CONVECTION IN A SEMI OPENED RECTANGULAR REGION

Abstract. *In this work the laminar mixed convection inside a semi opened rectangular cavity is studied. The bottom and top horizontal surfaces are thermally insulated and the right and left vertical surfaces are assumed to be respectively the hot and cold isothermal surfaces. The fluid is introduced at a low temperature through an opening in the left vertical surface and leaves the cavity through another opening in the right vertical surface. The finite element method is used to solve the conservation equations in a dimensionless way, for temperature (θ), stream function (ψ) and vorticity (ω). The results for the average Nusselt number at the hot isothermal surface (Nu_h), for the distribution of the dimensionless stream function (ψ) and for the dimensionless temperature (θ) are presented as function of the thermal and geometrical parameters.*

Key words: *Mixed convection, Heat transfer, Finite element*