



## **ANAIS / PROCEEDINGS**



**V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5TH THERMAL SCIENCES BRAZILIAN MEETING**

**II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2ND THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM**

**Promoção: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas**

**Data: 7 a 9 de dezembro de 1994**

**São Paulo - SP - Brazil**





V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING

II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

# ANAIS

*PROCEEDINGS*

7 a 9 de dezembro de 1994, São Paulo - Brasil

**ABCm**

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA  
DE CIÊNCIAS MECÂNICAS





V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING

II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

**Promoção**

Promoted By

- **Associação Brasileira de Ciências Mecânicas**  
*Brazilian Society of Mechanical Sciences*

- **Comite de Ciências Térmicas**  
*Thermal Science Committee*

Álvaro T. Prata  
Clóvis R. Maliska  
Durval Duarte Júnior  
Leonardo Goldstein Júnior  
Luís Fernando A. Azevedo  
Miguel H. Hirata  
Silvio de Oliveira Júnior

- **Diretoria**  
*Board of Directors*

Arthur Palmeira Ripper Neto	-	Presidente
Sidney Stuckenbruck	-	Vice-Presidente
Agamenon R. Eufrásio Oliveira	-	Secretário Geral
Carlos Alberto de Almeida	-	Secretário
Aura Comci	-	Diretor de Patrimônio

- **Organização**  
*Organization*

Departamento de Engenharia Mecânica  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Agrupamento de Engenharia Térmica  
Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo



- **Comissão Organizadora e Editorial**  
*Organizing and Editorial Committee*

Eitaro Yamane	-	EPUSP
Francisco Domingues Alves de Souza	-	IPT
Jurandir Itizo Yanagihara	-	EPUSP
Marcos de Mattos Pimenta	-	EPUSP
Miriam Rocchi Tavares	-	EPUSP
Otávio de Mattos Silveiras	-	EPUSP/IPT
Silvio de Oliveira Júnior	-	EPUSP/IPT

- **Apoio de Secretaria**  
*Assistant to Secretary*

Gilmara Aparecida dos Santos  
Coordenação de Eventos - EPUSP

- **Patrocínio**  
*Sponsorship*

FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo  
CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico  
Shell  
White Martins

- **Mini-Cursos**  
*Short Courses*

- **Combustão de Óleos Ultra-Viscosos**

Clemente Greco	-	EPUSP
Francisco D. A. Souza	-	IPT

- **Análise Energética de Processos**

Luiz Augusto Horta Nogueira	-	EFEI
Silvia A. Nebra de Perez	-	UNICAMP
Silvio de Oliveira Júnior	-	EPUSP/IPT

- **Técnicas de Medição em Engenharia Térmica**

Fausto Furnari	-	IPT
Jurandir Yamagihara	-	EPUSP
Kahoru Torii	-	Yokohama National University - Japão





**V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING**

**II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM**

## **Apresentação**

A quinta edição do Encontro Nacional de Ciências Térmicas, ENCIT, promovido pela ABCM - Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, realizou-se na Cidade de São Paulo, fruto dos esforços conjuntos do Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo e do Agrupamento de Engenharia Térmica do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo.

Cerca de 300 resumos foram submetidos à Comissão Organizadora dos quais 161 se converteram em artigos submetidos ao processo de revisão e destes, 129 trabalhos foram aceitos para publicação. O processo de revisão e seleção dos trabalhos, coordenado pela Comissão Organizadora, foi desenvolvido por 21 Coordenadores Técnicos que contaram com o apoio de 156 revisores. Os trabalhos foram apresentados em sessões de painéis para haver interação mais efetiva entre autores e participantes.

Seis professores estrangeiros, vindos dos Estados Unidos, Inglaterra, Japão e Escócia foram convidados para proferirem palestras acerca de temas relevantes em engenharia e ciências térmicas.

Seguindo a tradição de ENCITs anteriores, foram oferecidos mini-cursos de aperfeiçoamento por especialistas nas áreas de combustão, instrumentação e análise exergética. Neste ENCIT foi dada ênfase na participação de especialistas brasileiros na condução dos mini-cursos.

Dando continuidade à iniciativa tomada no ENCIT-92 foi organizado o II Simpósio de Engenharia Térmica, SIENT-94, com o objetivo de apresentar e discutir trabalhos de pesquisa e desenvolvimento realizados nas indústrias. Pretendemos assim incrementar a colaboração universidades-institutos de pesquisas-empresas. Os resumos destas apresentações estão publicados neste volume.

Finalmente, agradecemos a valiosa colaboração dos coordenadores técnicos e revisores que participaram no V ENCIT, fundamental para assegurar a manutenção da qualidade técnica e científica do ENCIT, bem como aos patrocinadores do Congresso: FAPESP, CNPq, White Martins e Shell.

Esperamos que o ENCIT/SIENT-94 tenha sido marcado por frutíferas trocas de informações técnico-científicas e por um rico relacionamento humano entre seus participantes.

*Comissão Organizadora*





**V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING**

**II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM**

## PRESENTATION

The V Thermal Sciences Brazilian Meeting, ENCIT-94, promoted by the Brazilian Society of Mechanical Sciences, ABCM, has been held in São Paulo and has been organized by both the Mechanical Engineering Department of the Polytechnic School of the University of São Paulo, EPUSP, and by the Thermal Engineering Group of the São Paulo Technological Research Institute, IPT.

About 300 abstracts had been proposed to the Organizing Committee. From those ones, 161 had been converted into papers which had been submitted to the revision process, 129 of which have been accepted for publication. The Organizing Committee has coordinated the revision process and papers selection. This process had involved 21 Technical Coordinators with technical support of 156 referees. The papers have been presented in posters sessions in order to enhance interaction among authors and participants.

Six internationally known researchers from England, Japan, Scotland and United States have been invited to present lectures on relevant subjects in Thermal Sciences and Engineering.

Following the ENCIT's tradition, short-courses have been offered by specialists in the areas of combustion, instrumentation and exergy analysis. Within the V ENCIT, we have put emphasis on the participation of Brazilian specialists in giving these short-courses.

Following the initiative of the ENCIT-94, the II Thermal Engineering Brazilian Symposium, SIENT-94 has been organized with the aim of discussing researches and technological developments that have been undertaken by industry. In this manner we intend to improve cooperation among the university, industry and research institutes. Abstracts from these presentations have also been included in this volume.

Finally, we would like to thank the important cooperation of technical coordinators and reviewers that have participated in the selection process. Their cooperation has been of fundamental importance in assuring technical and scientific quality to the ENCIT. In a similar manner we are beholden to the sponsors: Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP - Research Endowment Foundation of São Paulo), Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq - National Research Council), White Martins and Shell.

We hope that the ENCIT/SIENT-94 has enabled fruitful exchange of technical and scientific information among all participants.

Organizing Committee.



V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING

II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

Coordenadores Técnicos  
*Technical Committee*

Álvaro T. Prata	-	UFSC
Angela Nieckele	-	PUC/RJ
Antônio C. P. Brasil Jr.	-	UnB
Douglas Lauria	-	EPUSP
Fernando A. França	-	UNICAMP
João Luis F. Azevedo	-	IAE/CTA
José A.R. Parise	-	PUC/RJ
José Maria S. Jabardo	-	EESCa/USP
Luiz Augusto Horta Nogueira	-	EFEI
Luiz Fernando Milanez	-	UNICAMP
Márcio L.S. Santos	-	IPT
Marcus Giorgetti	-	EESCa/USP
Marcos de Mattos Pimenta	-	EPUSP
Marcos T. Pereira	-	EPUSP/IPT
Miguel H. Hirata	-	COPPE/UFRJ
Osvair Vidal Trevisan	-	UNICAMP
Paulo Sobral	-	FZEA/USP
Pedro Carajilescov	-	UFF
Renato Machado Cotta	-	COPPE/UFRJ
Sérgio Colle	-	UFSC
Sylvia A. Nebra de Perez	-	UNICAMP



**V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING**

**II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM**

**Revisores/ Referees**

Abimael F.D. Loula	-	LNCC/CNPq
Afonso Henriques Moreira Santos	-	EFEI
Alcir de Faro Orlando	-	DEM/PUC/RJ
Alvaro L.G.A. Coutinho	-	DEM/COPPE/UFRJ
Alvaro Toubes Prata	-	DEM/UFSC
Angela O. Nieckele	-	DEM/PUC/RJ
Anselmo Martinez	-	E.E.Mauá
Antônio C.P. Brasil Jr	-	UnB
Antônio Carlos Bannwart	-	DE/FEM/UNICAMP
Antônio Carlos Ribeiro Nogueira	-	DEM/UFSC
Antônio Cláudio F. Corrêa	-	PETROBRAS/CEPETRO/UNICAMP
Antônio Fábio Carvalho da Silva	-	DEM/UFSC
Antônio Fernando Teles da Silva	-	PEM/COPPE/UFRJ
Antônio Mac Dowell de Figueiredo	-	DEM/COPPE/UFRJ
Antônio Marozzi Righetto	-	DHC/EESC/USP
Antonio Moreira dos Santos	-	EESC/USP
Antônio P. Fortes	-	UnB
Aristeu Silveira Neto	-	UFU/CETEC/DEEME
Arnaldo Cesar da Silva Walter	-	FEM/UNICAMP
Atila P. Freire	-	UFRJ
Augusto Cesar Galeão	-	LNCC/CNPq
Carlos A. Almeida	-	DEM/PUC/RJ
Carlos A. Thompson	-	D.M/PUC/RJ
Carlos A.C. Alternani	-	DE/FEM/UNICAMP
Carlos Augusto de Camargo	-	IPT
Carlos Boabaid Neto	-	UFSC
Carlos Valois M. Braga	-	ITUC/PUC/RJ
Celso Luiz da Silva	-	UNESP/DEM/BAURU
César Costa Pinto Santana	-	DETF/FEM/UNICAMP
César J. Dschamps	-	DEM/UFSC
Cirus Macedo Hackenberg	-	PEQ/COPPE/UFRJ
Claúdio A. Oller do Nascimento	-	PQI/EPUSP
Claúdio Melo	-	EMC/CTC/UFSC
Clóvis Raimundo Maliska	-	DEM/UFSC
Demétrio Bastos Neto	-	INPE/LCP
Denis J. Schiozer	-	DEP/FEM/UNICAMP
Douglas Lauria	-	EPUSP
Edison da Rosa	-	DEM/UFSC
Eduardo Augusto Gomes Pereira	-	EESC/USP
Eduardo Cleto Pires	-	DHC/EESC/USP
Eduardo Gomes Dutra do Carmo	-	COPPE/UFRJ

Electo Silva Lora	-	DE/FEM/UNICAMP
Enrique Ortega	-	Fac. Eng. Alim/UNICAMP
Eugenio Spano Rosa	-	FEM/UNICAMP
Evandro Sergio Camelo Cavalcanti	-	CEPEL/ELETRONBRAS
Felipe Bastos de Freitas Rachid	-	DEM/UFF
Fernando Alves Rochinha	-	DEM/COPPE/UF RJ
Fernando de A. França	-	DE/FEM/UNICAMP
Fernando Eduardo Milioli	-	EESC/USP
Florencia Cecilia Menegalli	-	Fac.Eng. Alim/UNICAMP
Francesco Scofano Neto	-	IME/UF RJ
Francisco D.A. Souza	-	IPT
Francisco Eduardo Mourão Saboya	-	TEM/CTC/UFF
Francisco J.S. Alhanati	-	PETROBRAS/CENPES/DIPILOT
Genésio José Menon	-	EFEI
Geraldo Lombardi	-	EESC/USP
Gilberto de Martino Jannuzzi	-	FEM/UNICAMP
Gilson Krause	-	PROMON
Gustavo C.R. Bodstein	-	COPPE/UF RJ
Harry Edmar Schulz	-	DHC/EESC/USP
Helcio R.R. Orlande	-	DEM/COPPE/UF RJ
Hugo Borelli Resende	-	DTE/TEE/EAD
Jacek P. Gorecki	-	Consultor
Jamil Haddad	-	EFEI
Jerônimo Travelho	-	INPE/LCP
Jesus Perez Guerrero	-	COPPE/UF RJ
João Alexandre F. Rocha Pereira	-	FEQ/UNICAMP
João Andrade de Carvalho Jr.	-	INPE
João Francisco Peral Cespedes	-	DME/IPT
João Lizardo de Araújo	-	IEI/UF RJ
João Roberto Barbosa	-	CTA/ITA/TEM
Jorge Isaias Llagostera Beltran	-	DEM/UNICAMP
José Alberto Reis Parise	-	DEM/PUC/RJ
José Antônio Andrés Velásquez Alegre	-	DAMEC/CEFET/PR
José Antônio Bellini da Cunha Neto	-	DEM/UFSC
José Carlos Lauria	-	E.E.Mauá
José Celso Lunardelli Furchi	-	EESC/USP
José Humberto de Queiróz	-	Dep.Tec. Alim/UFV
José Luis Ferraz Bastos	-	IPEN/RTH/COPESP I
José Luiz A.F. Rodrigues	-	UnB
José Maria Saiz Jabardo	-	EESC/USP
José Teixeira Freire	-	DEQ/UFSCar
José Tomaz Vieira Pereira	-	FEM/UNICAMP
Júlio César Passos	-	DEM/UFSC
Kamal A.R. Ismail	-	DETF/FEM/UNICAMP
Kazuto Kawakita	-	DME/IPT
Kelsen Valente Serra	-	PETROBRAS/CEPETRO/UNICAMP
Leopoldo E.G. Bastos	-	COPPE/UF RJ
Luis Fernando Azevedo	-	EM/PUC/RJ
Luiz A.B. Cortez	-	Fac.Eng. Agr/UNICAMP
Luiz Augusto Horta Nogueira	-	EFEI
Luiz Cláudio Gomes Pimentel	-	COPPE/UF RJ
Luiz F. Milanez	-	FEM/UNICAMP
Luiz Felipe Mendes de Moura	-	DETF/FEM/UNICAMP
Luiz Fernando Gonçalves Pires	-	IPE/CTEx
Marcelo Moreira Ganzarolli	-	DE/FEM/UNICAMP
Márcio Ziviani	-	DEM/UFMG
Marcus F. Giorgetti	-	DHS/EESC/USP
Marco Antônio Rosa Nascimento	-	EFEI
Marco Aurélio Leal	-	COPPE/UF RJ
Marcos Aurélio Ortega	-	CTA/ITA/IEAA



Marcos S. P. Gomes	-	DEM/PUC/RJ
Marcos Tadeu Pereira	-	DME/IPT
Maria Laura Martins Costa	-	LNCC/CNPq
Mauricio Nogueira Frota	-	DEM/PUC/RJ
Miguel Angel Lozano Serrano	-	Univ. Zaragoza
Miguel H. Hirata	-	DEM/COPPE/UFRJ
Moacyr Marangone Mezavila	-	UFSC
Mônica Feijó Naccache	-	DEM/PUC/RJ
Marta Nogueira L. A.	-	L.A./EFEI
Nide Geraldo do Couto Ramos Fico Jr.	-	CTA/ITA/IEAA
Nilson M. Taira	-	DME/IPT
Nisio de Carvalho Lobo Brum	-	DEM/COPEE/UFRJ
Osvair V. Trevisan	-	DEM/UNICAMP
Otto Conde de Resende	-	DTE/TEE/EAD
Paulo Afonso de Oliveira Soviero	-	CTA/ITA/IEAA
Paulo César Philippi	-	DEM/UFSC
Paulo de Barros Correia	-	FEM/UNICAMP
Paulo Magalhães Filho	-	FEG/UNESP
Paulo Murillo de Souza Araujo	-	DEM/PUC/RJ
Paulo Roberto de Souza Mendes	-	DEM/PUC/RJ
Pedro Beaton Soler	-	UNICAMP/DFA
Pedro Carajilescov	-	TEM/CTC/UFF
Roberto da Mota Girardi	-	CTA/ITA/IEAA
Roberto de Aguiar Peixoto	-	DME/IPT
Roberto Guimarães Pereira	-	TEM/CTC/UFF
Rodrigo Otávio de Castro Guedes	-	IME/UFRJ
Rogério M. Saldanha da Gama	-	LNCC/CNPq
Rogério Tadeu da Silva Ferreira	-	EMC/CTC/UFSC
Romberg Rodrigues Gondim	-	UFRJ
Rubens Maciel Filho	-	FEQ/UNICAMP
Saburo Ikeda	-	DME/IPT
Sebastião Varella	-	EFEI
Sérgio Colle	-	DEM/UFSC
Sérgio Leal Braga	-	DEM/PUC/RJ
Sérgio Nascimento Bordalo	-	DEP/FEM/UNICAMP
Sérgio Peters	-	DIE/UFSC
Sérgio Valdir Bajay	-	DE/FEM/UNICAMP
Silvia A. Nebra de Pérez	-	DEP/FEM/UNICAMP
Silvio Oliveira Jr.	-	IPT/EPUSP
Sinclair Mallet-Guy Gerra	-	DE/FEM/UNICAMP
Vicente de Paulo Nicolau	-	DEM/UFSC
Walter Affonso Jr.	-	Consultor
Washington Braga Filho	-	DEM/PUC/RJ



V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING

II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

ÍNDICE  
CONTENTS

PALESTRAS CONVIDADAS  
INVITED LECTURES

RESEARCH TO ACCOMODATE OZONE-SAFE REFRIGERANTS, Bulland, C. W. ....	23
THERMAL CONTACT RESISTANCE, Torri, K. ....	31
THE PREDICTION OF ENGINEERING COMBUSTION EQUIPMENT, Lockwood, F. C. ....	31
ORGANIZATION OF THERMAL ENGINEERING RESEARCH IN THE UNITED KINGDOM, Kinghorn, F. ....	33



**V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING**

**II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM**

**V Encit - Artigos Técnicos  
*Technical Papers***

**Aerodinâmica e Dinâmica de Gases  
*Aerodynamics and Gas Dynamics***

COMPUTATIONAL ASPECTS OF WING VORTEX WAKE ROLL-UP Ribeiro, R.S. ....	35
AERODYNAMIC STUDY OF A THREE-ELEMENT AIRFOIL CONFIGURATION FOR AN AUTOMATIC FLAP DESIGN Girardi, R.M., Silva Fo., D.H. ....	39
NUMERICAL SIMULATION OF SHOCK-WAVE-TURBULENT-BOUNDARY LAYER INTERACTION Menezes, J.C.L., Ortega, M.A., Fico Júnior, N.G.C.R. ....	43
CRITICAL EVALUATION OF TURBULENCE MODELS FOR TRANSONIC FLOW OVER A SYMMETRICAL AIRFOIL Menezes, J.C.L., Ortega, M.A., Fico Júnior, N.G.C.R. ....	47
NUMERICAL EVALUATION OF TRANSONIC WIND TUNNEL NOZZLES USING THE THREE-DIMENSIONAL EULER EQUATIONS Fico Júnior, N.G.C.R., Azevedo, J.L.F. ....	51
2-D INTERACTION OF A POINT-VORTEX WITH A THIN AIRFOIL NEAR A GROUND PLANE Chacaltana, J.A.T., Bodstein, G.C.R., Hirata, M.H. ....	55

**Análise Exergética e Planejamento Energético  
*Exergetic Analysis and Energy Policy Research***

IMPACT ANALYSIS IN DEMAND FORECAST AND AN APPLICATION Senna, J.G., Silva, O.O. ....	59
DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIA E "SOFTWARE" PARA DIAGNOSTICAR O SETOR RESIDENCIAL (residências e condomínios) Torres, E.A., Hayashi, T.C., Rocha, R.T., Kirkpatrick, I.A.L., Renggli, U.R. ....	63

EXERGETIC AND THERMOECONOMIC ANALYSIS OF INDUSTRIAL PROCESSES IN THE BASQUE COUNTRY (SPAIN) Aguado, S.B., Lizarraga, J.M.S., Aranguren, V.L.P., Roperó, A.J.M. ....	67
OTIMIZAÇÃO ECONÔMICO-ENERGÉTICA NO PROCESSO DE CRAQUEAMENTO CATALÍTICO DE UMA REFINARIA ATRAVÉS DO MÉTODO DO "PINCH POINT" Rossi, L.F.S., Bannwart, A.C. ....	73
ANÁLISE EXERGEOCONÔMICA APLICADA AO SISTEMA DE COGERAÇÃO DE UMA INDÚSTRIA DE CELULOSE Almeida R.A., Santos A.H.M, Silveira J. L. ....	77
ANÁLISE EXERGÉTICA DA COMBUSTÃO DE GASES SIDERÚRGICOS Donatelli, J.L.M., Nogueira, L.A.H. ....	81
UMA ABORDAGEM ECONÔMICO SOCIAL DO USO DO CHUVEIRO ELÉTRICO PARA O AQUECIMENTO DE ÁGUA Pinheiro, P.C.C., Cerqueira, S.A. ....	85
EXERGY ANALYSIS OF A FORCED CIRCULATION CRYOGENIC COOLING SYSTEM Ordoñez, J.F., Oliveira Fo., O.B., Oliveira Júnior, S. ....	89
ANÁLISE ENERGÉTICA E EXERGÉTICA DO CICLO VAPOR DE UMA USINA SUCRO-ALCOOLEIRA Vertiola, S.R., Oliveira Júnior, S. ....	93
ASPECTOS ECOLÓGICOS DA ANÁLISE EXERGÉTICA: REVISÃO E ESTUDO DE CASO Errera, M.R., Milanez, L.F. ....	97

### **Camada Limite e Turbulência**

*Boundary Layer and Turbulence*

SIMULAÇÃO DA EVOLUÇÃO DE TRAÇADORES EM ESCOAMENTOS TURBULENTOS EM GEOMETRIAS RETANGULARES Schuls, H.E., Roma, W.N.L. ....	101
TRANSFERÊNCIA DE MASSA PARA JATOS ESPIRALADOS INCIDENTES Duarte, L. G. C., Azevedo, L.F.A. ....	105
NUMERICAL STUDY OF THE TURBULENT FLOW IN A BIFURCATING CHANNEL USING A MULTIDOMAIN PROCEDURE Vasconcellos, J.F.V., Maliska C.R. ....	109
MODELLING TURBULENT FLOW INSIDE TROPICAL FORESTS Brasil Júnior, A.C.P. ....	113
CHARACTERIZATION OF THE TURBULENT FIELD ALONG A SERPENTINE CHLORINE CONTACT TANK BY MEANS OF PHYSICAL MODELLING Teixeira, E.C., Shiono, K. ....	117
MODELLING OF TURBULENT FLOW THROUGH INTAKE SYSTEMS OF INTERNAL COMBUSTION ENGINES - LARGE VALVE LIFTS Deschamps, C.J., Watkins, A.P. ....	121



## **Cogeração e Geração Termoelétrica**

*Cogeneration and Thermoelectric Generation*

OTIMIZAÇÃO MATEMÁTICA DO PROJETO DE CENTRAIS DE COGERAÇÃO Balestieri, J.A.P., Correia, P.B.....	125
PLANEJAMENTO MULTIOBJETIVO DE UMA CENTRAL DE COGERAÇÃO PARA PLANTA DE PROCESSO QUÍMICO Balestieri, J.A.P., Correia, P.B.....	129
COGERAÇÃO PARA HOSPITAIS - ESTUDOS DE CASOS COM A UTILIZAÇÃO DE TURBINAS A GÁS Silveira, J.L., Walter, A.C.S., Luengo, C.A.....	133
SIMULAÇÃO E ANÁLISE DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS G-GT EM USINAS DE AÇÚCAR E ÁLCOOL Walter, A.C., Bajay, S.V., Nogueira, L.H.....	137
EXTENSÃO DA ANÁLISE DE CURZON E AHLBORN PARA UM CICLO BRAYTON IDEAL Zaparoli, E.L., Senna, J.G.S.M. ....	141
APPLICATION OF COMPREHENSIVE SIMULATION OF FLUIDIZED-BED REACTORS TO THE PRESSURIZED GASIFICATION OF BIOMASS Souza-Santos, M.L. ....	145

## **Combustão e Processos Industriais**

*Combustion and Industrial Processes*

ESTUDO DO AQUECIMENTO DE UM FORNO TÚNEL POR UMA TOCHA DE PLASMA A AR COMPRIMIDO PARA A SINTERIZAÇÃO DE CERÂMICAS Marotta, A., Silva, L.O.M.....	149
ESCOAMENTO REATIVO EM DESEQUILÍBRIO QUÍMICO ATRAVÉS DE BOCAIS CONVERGENTE-DIVERGENTE PELO MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS Barros, J.E.M., Paglione, P., Alvim Filho, G. F. ....	153
COMBUSTÃO DA CASCA DE DENDÊ EM UM REATOR PULSATIVO Torres, E.A., Carvalho Júnior, J.A.....	159
ESTUDO DA INTERFERÊNCIA DAS CHAMAS DE DIFUSÃO DE JATOS PARALELOS, DIVERGENTES E CONVERGENTES Abdalla, V.R., Ferreira, M.A., Carvalho Júnior, J.A. ....	163
ESTUDO DA QUEIMA DE GÁS EM COMBUSTOR PULSANTE TIPO TUBO DE RIJKE Momma, L.J., Abdalla, V.R., Ferreira, M.A., Carvalho Júnior, J.A.....	169
AN INTEGRO-DIFFERENTIAL MODEL FOR THE HEAT TRANSFER IN FOREST FIRES Macedo, A.P., Brasil Júnior, A.C.P.....	175
EMIÇÃO DE ÓXIDOS DE NITROGÊNIO EM CHAMAS OXI-COMBUSTÍVEIS Souza, F.D.A., Messias, L.S., Vergnhanini Fo., R., Kobayashi, W.T.....	179

ESTUDO DE UMA CÂMARA DE COMBUSTÃO DE FOGUETE A PROPULSÃO HÍBRIDA ATRAVÉS DA ANÁLISE DA CAMADA-LIMITE COM REAÇÃO QUÍMICA Oliveira Fo., A.G., Nobre, D.N., Scofano Neto, F. ....	183
ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS COMPUTACIONAIS DE INCÊNDIOS EM COMPARTIMENTOS Romani, R., Yanagihara, J.I. ....	187
NUMERICAL STUDY OF THE CRITICAL IGNITION CONDITIONS FOR SPHERICAL HYDROGEN-AIR FLAMES Vidal, M., Silva, L.F.F., Deshaies, B., Champion, M. ....	191
UTILIZAÇÃO DE COMBUSTÍVEIS SECUNDÁRIOS E RESIDUAIS EM FORNOS DE CIMENTO Silva, R.J., Rossi, L.F.S., Nebra, S.A. ....	195
GASEIFICAÇÃO DA CASCA DE ARROZ EM LEITO FLUIDIZADO Sanchez, C.G., Lora, E.S. ....	199
TAXA ESPECÍFICA DE QUEIMA DE CARVÃO VEGETAL EM SUSPENSÃO E EM LEITO FLUIDIZADO BORBULHANTE Goldstein Júnior, L., Santos, F.J. ....	203
CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DA COMINUIÇÃO POR ATRITO DE CARVÃO VEGETAL NA QUEIMA EM LEITO FLUIDIZADO BORBULHANTE Goldstein Júnior, L., Santos, F.J. ....	207

### **Escoamento em Meios Porosos e Transporte de Partículas**

*Flow Through Porous Media and Particles Transport*

A MODIFIED DARCY'S LAW WHICH ACCOUNTS FOR EXTENSION-THICKENING RHEOLOGICAL FLUID BEHAVIOR Mendes, P.R.S., Naccache, M.F. ....	211
SIMULAÇÃO DE CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA K EM MEIOS POROSOS Souza, H.A., Philippi, P.C. ....	215
DINÂMICA DAS PARTÍCULAS EM LEITO DE JORRO VIBRADO BIDIMENSIONAL: ENSAIOS PRELIMINARES Souza, C.A.G., Kieckbusch, T.G. ....	219
MEASUREMENT OF PARTICLE VELOCITIES IN A CYCLONE Kan, Z., Militzer, J., Hamdullahpur, F., Shakourzadeh, K. ....	223

### **Hidrodinâmica**

*Hydrodynamics*

ENERGY TRANSFER TO AN OSCILLATING CIRCULAR CYLINDER Meneghini, J.R., Bearman, P.W. ....	227
ANÁLISE TEÓRICO E EXPERIMENTAL DA PROPAGAÇÃO DE UMA FLUTUAÇÃO SENOIDAL DE VAZÃO EM TORNO DE UM ESCOAMENTO MÉDIO MÉDIO LAMINAR Valle, R.M., Maliska, C.R. ....	231

MODELAGEM DE ESCOAMENTOS ANULARES NA PERFURAÇÃO DE POÇOS EXPLORATÓRIOS DE PETRÓLEO Ribeiro, P.R., Podio, A.L., Sepehmoori, K. ....	237
--	-----

### **Instrumentação e Técnicas Experimentais**

*Instrumentation and Experimental Techniques*

METODOLOGIA PARA DETERMINAÇÃO DA RESISTIVIDADE DE MATERIAL PERTICULADO EM PRECIPITADORES ELETROSTÁTICOS Santos, J.M., Berthoud, J.S., Reis Júnior, N.C., Portilho, E.L., Caser, G.C. ....	241
EVOLUÇÃO DO MEDIDOR DE VAZÃO INSTANTÂNEA TUBO MULTÍFUROS Mariani, A.L.C., Pimenta, M.M. ....	245
DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE MEDIDA DE VAZÕES PARA ESCOAMENTOS BÍFÁSICOS Moura, L.F.M., Borges, M.G.S., Tambelini, F. ....	249
EFEITO DA GEOMETRIA E CONSTRUÇÃO DE TERMOPARES NA DETECÇÃO DE 'BURN OUT' DE PLACAS PARALELAS Bambace, L.A.W., Ramos, F.M. ....	253
UTILIZAÇÃO DO CILINDRO DE PITOT NA MEDIÇÃO DO ESCOAMENTO EM CICLONES Silva, R.J., Varella, S. ....	257

### **Máquinas de Fluxo**

*Turbomachinery*

THE STREAMLINE CURVATURE METHOD AND THE USE OF LOSS CORRELATIONS Schmidt, M.J.P. ....	261
ESTUDO EXPERIMENTAL DA PRÉ-ROTAÇÃO EM TURBINAS DE MEDIÇÃO Ferreira, V.C.S. ....	265

### **Máquinas, Equipamentos e Processos Térmicos**

*Heat Engines and Thermal Processes*

GRAFOS DE LIGAÇÃO PARA MÁQUINAS TÉRMICAS BÁSICAS Rangel, J.J.A., Speranza Neto, M., Scofano Neto, F. ....	269
INTEGRAÇÃO TÉRMICA SRV EM COLUNAS DE DESTILAÇÃO EXTRATIVA Batista, E.A.C., Meirelles, A.J.A. ....	273

## **Métodos Analíticos**

### *Analytical Methods*

O MÉTODO DA DECOMPOSIÇÃO APLICADO À SOLIDIFICAÇÃO: SOLUÇÃO ANALÍTICA DO MODELO DE SCHWARZ Brancher, J.D., Vilhena, M.T.M.B., Zaro, M.A. ....	277
ALTERNATIVE ANALYTICAL SOLUTION FOR HEAT DIFFUSION PROBLEMS IN HETEROGENEOUS MEDIA Scofano Neto, F., Guedes, R.O.C., Ozisik, M.N. ....	281
FLUXO DE CALOR TRANSIENTE EM PAREDES EXTERNAS MULTICOMPOSTAS Beyer, P.O., Vilhena, M.T.M.B. ....	285
INVERSE HEAT CONDUCTION PROBLEM FOR THE ESTIMATION OF THE TEMPERATURE DEPENDENCE OF THERMAL CONDUCTIVITY Orlande, H.R.B., Ozisik, M.N. ....	289
SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA A TROCA DE CALOR EM REGIME PERMANENTE ENTRE UM FLUIDO DE PERFURAÇÃO E A FORMAÇÃO A SEU REDOR Villas-Boas, M.B. ....	293
THE RESPONSE OF A LAMINAR BOUNDARY LAYER TO PERIODIC WALL PERTURBATIONS Su, J., Freire, A.P.S. ....	297
THE EFFECTS OF HYDRATE FORMATION ON THE MEAN PROPERTIES OF BUBBLE PLUMES, INCLUDING THE PREDICTION OF SURFACE WAVES Santos, L.C.C., Freire, A.P.S. ....	301

## **Métodos Numéricos**

### *Numerical Methods*

ENERGY TRANSFER SIMULATIONS IN A SOLID-FLUID MIXTURE EMPLOYING FINITE ELEMENT AND FINITE DIFFERENCE METHODOLOGIES Costa, M.L.M., Gama, R.M.S, Frey, S. ....	305
NON-SYMMETRIC CG-LIKE SCHEMES FOR THE ELEMENT-BY-ELEMENT SOLUTION OF FINITE ELEMENT EQUATIONS Coutinho, A.L.G.A., Amorim, R.B. ....	309
COMPRESSIBLE FLOW FORMULATION OF THE SIMPLE ALGORITHM FOR BOUNDARY-FITTED COORDINATE SYSTEMS Volpe, E.V., Pimenta, M.M. ....	313
THE EFFECT OF GRID NON-ORTHOGONALITY IN PREDICTING AXIAL FLOW AND WALL SHEAR STRESS IN DUCTS WITH CUSPED CORNERS Lemos, M.J.S. ....	317
COMPARAÇÃO ENTRE ESQUEMAS DISCRETIZANTES NO PROBLEMA DA CAVIDADE RECIRCULANTE Uribe, E.O., Franco, A.T., Figueiredo, J.R. ....	321
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO UTILIZANDO COORDENADAS GENERALIZADAS E INTERPOLAÇÃO TVD Mota, M.A.A., Maliska, C.R. ....	325

THE PHASE FIELD METHOD IN ENGINEERING: BEHAVIOR UNDER VARIOUS SOLIDIFICATION REGIMES Fabbri, M.....	329
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO UTILIZANDO MALHAS DE VORONOI Marcondes, F., Zambaldi, M.C., Maliska, C.R. ....	335
ESTUDO SOBRE A SOLUÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DE UM JATO LAMINAR Bóçon, F.T., Maliska, C.R. ....	339
UM MÉTODO NUMÉRICO PARA SOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS UTILIZANDO COMPONENTES CONTRAVARIANTES EM COORDENADAS NÃO ORTOGONAIS Pires, L.F.G., Nieckele, A.O. ....	343
HIDRODINÂMICA EM TUBOS COM OBSTRUÇÕES CURVILÍNEAS Pires, L.F.G., Nieckele, A.O. ....	347
CONSERVATIVE AND NON CONSERVATIVE FORMULATIONS FOR THE FINITE DIFFERENCE AND THE FINITE VOLUME METHODS Braga Fo., W., Thompson, C.A.....	351
A FINITE VOLUME METHOD USING VORONOI GRIDS FOR THE SOLUTION OF MISCIBLE DISPLACEMENT IN POROUS MÉDIA Maliska, C.R., Maliska Júnior, C.R. ....	355
TWO-DIMENSIONAL TWO-PHASE PETROLEUM RESERVOIR SIMULATION USING BOUNDARY-FITTED GRIDS Cunha, A.R., Maliska, C.R., Silva, A.F.C., Livramento, M.A. ....	359
TRIDIMENSIONAL PETROLEUM RESERVOIR SIMULATION USING GENERALIZED CURVILINEAR GRIDS Maliska, C.R., Cunha, A.R., Livramento, M.A., Silva, A.F.C. ....	363
A NUMERICAL GRID FOR DROPLET VAPORIZATION PROBLEMS Leiroz, A.J.K., Rangel, R.H. ....	367
STUDY OF CONVERGENCE OF SIMPLE, SIMPLER AND SIMPLEC ALGORITHMS FOR LAMINAR COMPRESSIBLE FLUID FLOW Volpe, E.V., Pimenta, M.M. ....	371
APLICAÇÃO DE MÉTODOS DA EQUAÇÃO INTEGRAL DE CONTORNO AO CÁLCULO DA TEMPERATURA DE SISTEMAS ELETRÔNICOS Bambace, L.A.W., Muraoka, I. ....	375
CFD MODELING OF MULTIPHASE OIL DROPLET COMBUSTION IN A 20 MWe INDUSTRIAL BOILER Coimbra, C.F.M., Queiroz, M. ....	379

## **Poluição e Impactos Ambientais**

### *Environmental Pollution*

QUANTIFICAÇÃO DAS EMISSÕES ATMOSFÉRICAS PROVENIENTES DO USO DE ENERGÉTICOS EM VEÍCULOS E INDÚSTRIAS NO RECÔNCAVO BAIANO Nogueira, E.M., Rocha, A.L.N., V.Júnior, J.A. ....	383
---	-----



INFLUÊNCIA DE ILHAS DE CALOR NA CAPACIDADE DISPERSIVA ATMOSFÉRICA Queiroz, R.S., Falbo, R.A., Varejão, L.M.C. ....	387
---	-----

## **Propriedades Físicas**

### *Physical Properties*

UMA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES TÉRMICAS ATRAVÉS DA TÉCNICA DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS Guimarães, G., Philippi, P.C. ....	391
SUBROTINAS COMPUTACIONAIS DE ELEVADA EXATIDÃO PARA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DA ÁGUA Beltrán, J.I.L. ....	395
IDENTIFICAÇÃO DE PROPRIEDADES RADIATIVAS DE ISOLANTES TÉRMICOS Nicolau, V.P., Sacadura, J.F. ....	399
CONVOLUÇÃO E DECONVOLUÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES TÉRMICAS Moreno, R.Z., Trevisan, O.V. ....	403

## **Reologia**

### *Rheology*

QUEDA DE PRESSÃO EM ESCOAMENTOS POLIMÉRICOS PARCIALMENTE BLOQUEADOS Pereira, R.G. ....	407
REOLOGIA DE SUSPENSÕES SÓLIDO-FLUIDO Massarani, G., Pereira, C.M.S. ....	411
MIXED-CONVECTION IN FLOWS OF VISCOELASTIC LIQUIDS - A PARAMETRIC STUDY Naccache, M.F., Mendes, P.R.S. ....	415

## **Refrigeração, Ar Condicionado e Energia Solar**

### *Refrigeration, Air-Conditioning and Solar Energy*

ANÁLISE EXPERIMENTAL DO ESCOAMENTO DE CFC-12 E HFC-134a EM TUBOS CAPILARES Melo, C., Ferreira, R.T.S., Boabaid Neto, C., Gonçalves, J.M., Thiessen, M.R. ....	419
VALIDAÇÃO DE UM MODELO NUMÉRICO PARA A ANÁLISE DE DESEMPENHO DE TUBOS CAPILARES Melo, C., Ferreira, R.T.S., Boabaid Neto, C., Gonçalves, J.M., Pereira, R.H., Thiessen, M.R. ....	423
ESTUDO DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS REFRIGERANTES EM TUBOS CAPILARES NÃO ADIABÁTICOS COM TROCADOR DE CALOR DO TIPO TUBOS LATERAIS E TUBOS CONCÊNTRICOS Paiva, M.A.S., Vodianskaia, P., Hernandez Neto, A., Fiorelli, F.A.S., Silveiras, O.M. ....	427

ANALYSIS OF THE THERMAL BEHAVIOR OF WALLS AND ROOFS Hernandez Neto, A., Pimenta, M.M. ....	431
CARACTERIZAÇÃO DE UM SISTEMA DE CONDICIONAMENTO DE AR POR ADSORÇÃO EM CICLO ABERTO REGENERADO POR ENERGIA SOLAR Gurgel, J.M. ....	435
MODELO DO PEIXE SEQUÊNCIAS HORÁRIAS DE RADIAÇÃO SOLAR Krenzinger, A. ....	439
EXPERIMENTAL AND ANALYTICAL STUDY OF A STONE BED SOLAR COLLERCTOR Alves, A.S.G., Mesquita, A.L.A. ....	443
AVALIAÇÃO DA RECIRCULAÇÃO DE AR EM UM SECADOR QUANTO AO DESEMPENHO DE UMA BOMBA DE CALOR CONDICIONADORA DO AR DE SECAGEM Perim, M.M., Neves, L.C., Kieckbusch, T.G. ....	447
ANÁLISE COMPARATIVA DE ESTRATÉGIAS DE AQUECIMENTO ELÉTRICO AUXILIAR EM INSTALAÇÕES SOLARES DE AQUECIMENTO DE ÁGUA Borges, E.N.M., Vilela Fo., G.R., Cerqueira, S.A.A.G. ....	451
ANÁLISE EXPERIMENTAL DE TROCADORES DE CALOR TUBO CAPILAR-LINHA DE SUCÇÃO UTILIZANDO HFC-134a Peixoto, R.A., Hrnak, P., Johnson, F., Meyers, J. ....	455
BALANÇO DE RADIAÇÃO SOLAR DE ONDAS CURTAS EM ESTUFA DE POLIETILENO Escobedo, J.F., Melo, J.M.D., Frisina, V.A., Saglietti, J.R.C. ....	459

### **Simulação de Sistemas e Equipamentos Térmicos**

*Simulation of Thermal Systems and Equipments*

DETERMINAÇÃO DO CAMPO DE TEMPERATURAS EM RODAS DE ÔNIBUS URBANOS Pauletti, R.M.O., Degasperri, F.T. ....	463
MODELAGEM HIDRODINÂMICA DE UM SIMULADOR DE FLUXO FISIOLÓGICO Mazza, R.A., ROSA, E.S. ....	467

### **Sistemas Multifásicos**

*Multiphase Systems*

ESCOAMENTO GRAVITACIONAL DE UM MEIO BIFÁSICO Souto, M.R., Nobre, D.N., Scofano Neto, F. ....	471
DISTRIBUTION OF SOLID PHASE IN UPWARD GAS-LIQUID-SOLID FLOW THROUGH CONICAL COLUMNS Silva, F.A., Pironti, F.F., Sáez, A.E. ....	475
SOLIDIFICAÇÃO EM MEIO POROSO PLANO, SATURADO COM LIQUIDO Pimentel, J. R., Ismail, K.A.R. ....	479
SIMILAÇÕES DA DEPOSIÇÃO DE GOTÍCULAS E DA TRANFERÊNCIAS DE CALOR DE UM ESCOAMENTO DISPERSO E TURBULENTO DE AR E ÁGUA EM UM TUBO VERTICAL Matida, E.A., Torii, K. ....	483

<p>MODELAGEM DA FORMAÇÃO DE GELO EM TORNO DE CILINDROS VERTICAIS  Scalon, V.L., Ismail, K.A.R. ....</p>	489
<p>THEORETICAL AND PRAGMATIC MODELIND OF GOVERNING EQUATIONS FOR  TWO-PHASE FLOW IN BUBBLY AND ANNULAR FLOW REGIMES  Bottoni, M., Sengpiel, W., Ahuja, S. ....</p>	493
<p>EVAPORAÇÃO INTERFACIAL DURANTE A FORMAÇÃO DE BOLHAS  SUPERAQUECIDAS EM ORIFÍCIOS  Hackenberg, C.M., Pinto, A.D. ....</p>	497
<p>GRAVITATIONAL SEGREGATION IN A VERTICAL OIL COLUMN BY WATER  DIESPERSION  Rosa, E.S., Quiroga, M.H.V., França, F.A. ....</p>	501
<p>SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANFERÊNCIA DE CALOR E MASSA NA  SOLIDIFICAÇÃO DIRECIONAL  Vielmo, H., Prata, A.T. ....</p>	505
<p>VAPORIZATION OF DILATING NON-IDEAL BINARY DROPLETS WITH RADIATION  ABSORPTION  Lage, P.L.C., Hackenberg, C.M., Rangel, R.H. ....</p>	509
<p>TWO-PHASE FLOW SIMULATIONS ON TRANSONIC CONVERGENT-DIVERGENT  NOZZLES  Azevedo, J.L.F., Nagata, E. ....</p>	513
<p>ON THE AERODYNAMIC LEVITATION OF A DROP  Tavares, M.R., Coutris, N., Hervieu, E. ....</p>	517
<p>ADIABATIC EVAPORATION WAVES  Moreira, J.R.S., Shepherd, J.E. ....</p>	521
<p>MODELAGEM NUMÉRICA PARA O MOVIMENTO NÃO LINEAR DE UMA BOLHA DE  GÁS EM UM LÍQUIDO  Rizzi, R.L., Silva, A.F.T. ....</p>	525
<p><b>Outros</b>  <i>Others</i></p>	
<p>TRANSIENT ANALYSIS OF NATURAL CIRCULATION IN PARALLEL LOOPS  Bastos, J.L.F., Torres, W.M. ....</p>	529
<p>O USO DE PLANILHA ELETRÔNICA NO ENSINO DE ENGENHARIA DE ALIMENTOS  Frankenberg, C.L.C. ....</p>	533
<p>ESTUDO DA DESCOMPRESSÃO ABRUPTA DE UMA CAVIDADE PRESSURIZADA  Pedroso, L.J., Brito, J.L.V., Barbosa, A.N. ....</p>	537
<p>MEDIDAS DA RADIAÇÃO EMITIDA POR PLASMA UTILIZANDO DETECTOR  BOLOMÉTRICO  Silveira, R.M., Vannucci, A. ....</p>	541
<p>FEEDBACK CONTROL THEORY APPLIED TO CHAOTIC FLOWS IN NATURAL  CONVECTIVE CLOSED LOOPS  Campo, A., Charalambous, C.D., Moore, K.L. ....</p>	545



**V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING**

**II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM**

**RESUMOS DAS APRESENTAÇÕES  
SUMMARIES OF PRESENTATIONS**

<b>PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA GERAÇÃO TERMOELÉTRICA PARA O ESTADO DE SÃO PAULO - MÉTODOS DE ANÁLISE,</b> Negri, J. C., Kann, Z. ....	549
<b>ATIVIDADES DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO NA DIVISÃO DE EXPLOTAÇÃO DO CENTRO DE PESQUISAS DA PETROBRÁS,</b> Ielo, V. C. F. ....	553
<b>EMISSÃO DE POLUENTES NA QUEIMA DE ÓLEOS COMBUSTÍVEIS ULTRAVISCOSOS,</b> Furnari, F., Vergnhanini Filho, R. ....	555
<b>RECOZIMENTO DE CHAPAS LAMINADAS A FRIO EM ATMOSFERA DE HIDROGÊNIO "HIGH PERFORMANCE HYDROGEN-HPH",</b> Dotti, B. ....	557
<b>FIRE-SIDE CORROSION IN BOILER FURNACE WATER-WALL TUBES,</b> Neves, A. S. B., Pucca Júnior, R. ....	559
<b>DESAFIOS TECNOLÓGICOS DA INDÚSTRIA DE REFRIGERAÇÃO,</b> Vodianitskaia, P. ....	561
<b>LATE PAPER FOR ENCIT</b>	
<b>NATURAL CONVECTION RESONANCE WITHIN A FLUID SATURATED POROUS MEDIUM ENCLOSURE SUBJECTED TO PERIOD HEATING FROM THE SIDE,</b> Antohe, B. V., Lage J. C. ....	563
<b>ÍNDICE DE AUTORES</b> .....	567

## RESEARCH TO ACCOMMODATE OZONE-SAFE REFRIGERANTS

CLARK W. BULLARD  
Director, Air Conditioning and Refrigeration Center  
University of Illinois at Urbana-Champaign  
1206 W. Green St., Urbana, IL 61801

### SUMMARY

The phaseout of chlorine-based fluorocarbon refrigerants has stimulated an unprecedented level of research on reversed-Rankine cycle air conditioning and refrigeration technologies. Because the use of hydrofluorocarbon substitutes may require substantial retooling by manufacturers of heat exchangers and other components, there is an incentive to investigate alternative cycles and to incorporate major improvements in system performance into the new designs. This has created a "window" for fundamental research contributions to have a significant impact on the next generation of air conditioning and refrigeration technologies.

### INTRODUCTION

As chlorofluorocarbon and hydrochlorofluorocarbon refrigerants are phased out to prevent stratospheric ozone depletion, there is growing concern about the need to increase energy efficiency to reduce emissions of carbon dioxide and other greenhouse gases. Both of these factors are stimulating an unprecedented level of R&D activity related to air conditioning and refrigeration technologies. This paper attempts to summarize the current state of the art research being conducted in the public domain, primarily in the United States. Substantial amounts of nearer-term research of a more applied nature is being conducted in industry, but is not as well documented in the peer-reviewed literature. Nevertheless an unprecedented fraction of industrially-funded research is being published, as companies attempt to shorten lead time by co-funding pre-competitive research through industry associations or consortia.

Since most research currently underway is focused on the reversed Rankine vapor compression cycle, the following review is organized by component. It does not address the large and growing body of research aimed at developing and publishing thermodynamic and thermophysical properties of alternative refrigerants and refrigerant mixtures (see e.g. Gallagher, 1992).

### HEAT EXCHANGERS

The introduction of new refrigerant-lubricant combinations created a need to systematically re-evaluate the refrigerant-side heat transfer and pressure drop correlations that had proven widely useful for designing heat exchangers. For decades the serpentine finned-tube heat exchanger was widely used for air conditioning evaporators and condensers because of its relatively low cost. There was limited flexibility in optimizing the performance of such tubes because manufacturing constraints dictated that diameter be constant over their length, and hence the entire range of refrigerant quality. For example a tube diameter optimized for a low quality regime might cause excessive pressure drop in the higher quality regime.

Recent advances in vacuum brazing technology have created new opportunities for parallel circuiting in which refrigerant passes between headers through a number of parallel tubes that may vary as a function of refrigerant quality. This allows designers to select a value of mass flux that optimizes the tradeoff between heat transfer and pressure drop for each quality regime. Parallel circuiting technology is now used almost exclusively in evaporators for automotive applications where the tubes are flat plates that present a high aspect ratio rectangular cross section to the refrigerant flow. Similar circuiting is now being used for an increasing fraction of condensers for mobile air conditioning systems. Brazed, parallel-circuited heat exchangers are currently not cost-effective for stationary air conditioning because component volume is not a serious constraint as it is for the auto industry. However the increasing stringency of energy efficiency regulations may force a

change to compact heat exchangers as the materials cost of simply adding surface area becomes prohibitive due to diminishing returns.

At the same time, the need to redesign heat exchangers created an opportunity to investigate opportunities for improving air-side performance, for example by refocusing research on such basic processes as frosting and various heat transfer enhancement methods. Both refrigerant- and air-side technology developments are reviewed below. The refrigerant-side studies emphasize R-134a; it was the first to be addressed because of the need to begin using it in mobile air conditioning systems as early as 1994. The development of heat transfer correlations for R-134a as a substitute for R-12 illustrates the path taken by recent research in this area.

Refrigerant-side heat transfer. The new-found flexibility to select the optimal mass flux for each quality regime is creating demands for heat transfer data that are much more detailed than what has traditionally been produced. Average two-phase heat transfer coefficients, while adequate for serpentine designs, are not useful for designing modern parallel-circuited heat exchangers. Local correlations for refrigerant-side pressure drop and heat transfer are required. Early work by Eckels & Pate (1991a) and others on screening HFC substitutes for CFC's initially sought average heat transfer coefficients in smooth tubes, in the interest of time. Later work by Dobson et al (1994a) and Wattelet et al (1991, 1992) was much more thorough, and aimed at developing correlations for each of the flow regimes.

In the case of evaporation, Wattelet et al (1994) found that heat transfer coefficients for R-134a exceeded those for R-12 by about 25% over a wide range of flow regimes, heat and mass fluxes, quality and saturation temperature. For condensation, Dobson et al (1994a) determined that the heat transfer coefficient for R-134a exceeded that of R-12 by about 10-15% in the wavy flow regime, independent of mass flux. For annular flow they observed an essentially linear dependence of heat transfer coefficient with mass flux, with the R-134a coefficient about 15-20% greater than R-12. Wattelet & Chato developed an evaporation correlation that combined the convective boiling and nucleate boiling components with an asymptotic model. This model was verified against data over a wide range of mass fluxes and flow regimes, and matched measured data better than the correlation of Kandlikar (1990), Shah (1976, 1979, 1982), and others. Dobson et al (1994a) developed an annular flow correlation based on a two-phase multiplier approach and a wavy flow correlation based on a modified Nusselt-type approach. These correlations predicted their data for R-134a and R-12 more accurately than the correlations of Shah (1976, 1979, 1982), Chen et al (1987), Cavallini & Zecchin (1974), and Travis et al (1973).

All of these results were obtained for smooth round tubes of inside diameter greater than 4.5 mm. Experiments conducted with smaller tubes, especially those of noncircular cross section, have observed heat transfer coefficients substantially larger than those predicted by the correlations cited above. One explanation for the



improvement involves the effects of surface tension, and research is underway to explore this and other factors in detail. Interest in this technology has been fueled by the development of technologies for extruding flat aluminum tubes containing 10-40 parallel channels of millimeter-scale hydraulic diameter. These tubes, brazed between headers, are becoming widely used in mobile air conditioning condensers because of the substantial savings in size, weight and refrigerant charge inventory (Goodremote et al, 1988; Struss et al, 1989a, 1989b, 1990, Guntly, 1990; and Modine, 1986).

**Internal tube enhancements.** The use of fluted and rifled tubes in evaporators and condensers has increased rapidly in recent years, due in large part to increasing demands for energy efficiency. They reduce heat transfer resistance in at least two ways: first by increasing the surface area on the refrigerant side, and second by increasing the liquid velocity over the entire circumference of the tube wall. For example in the case of boiling, Schlager et al (1989) observed that average heat transfer coefficient for R-22 increased with mass flux as expected, but the enhancement factor relative to smooth tubes decreased from 1.9 to 1.5 as mass flux increased over the range tested. Kandlikar (1991) found that the mass flux dependence of the enhancement factors (for both convective and nucleate boiling, and for both R-22 and R-113) vanished when the actual diameter of the enhanced tube was used for normalization; enhancement was a function only of the tube itself. More recently Christofferson et al (1993), using R-22, R-134a and a 60-40 blend of R-32/125 with a particular microfin geometry, observed enhancement factors as high as 2 or 3 in the wavy flow regime. At higher mass fluxes where the flow was annular they noted that the enhancement factor approached the area ratio for all the refrigerants. Disaggregating the enhancement factors for convective and nucleate boiling they concluded that the principal effect for that particular type of tube enhancement was almost entirely convective, increasing heat transfer via wall-wetting and turbulence promotion. Research trends for condensation parallel those described above for evaporation.

In addition to fluted and rifled tubes, a variety of other mechanical enhancement techniques have been attempted over the years, including the insertion of twisted tapes and wires into the tubes. A fundamentally different technique that has been the subject of recent research by Ohadi (1992) and others is electrohydrodynamic enhancement, accomplished by inserting a high-voltage wire inside the tube. Both mechanical and electrohydrodynamic enhancement techniques, to the extent their benefits are attributable to increased wall-wetting, are in competition with some lubricants which produce the same effect, for example in the stratified flow regime of an evaporator, with perhaps lesser effects on pressure drop. Heat transfer enhancement techniques cannot be compared solely on the basis of experiments with pure refrigerants, because of the presence of oil in most refrigeration and air conditioning systems. They must be evaluated for their incremental improvement at a given oil concentration, because their effects are not necessarily additive. (Ha & Bergles, 1993).

Future research on heat transfer enhancement needs to focus first on understanding the basic mechanisms by which geometric characteristics of the tubes affect such phenomena as nucleation, wall wetting, and turbulence. Simultaneous investigations of the effects on pressure drop are also required in order to understand the tradeoffs associated with exploiting any of these phenomena for heat transfer purposes. From this new level of basic understanding, research can proceed on zeotropic mixtures where mass-transfer and concentration gradients that inhibit heat transfer might be offset by the same phenomena produced by mechanical enhancements to the inside of tubes.

**Effect of lubricant concentration.** A comprehensive though dated review of the effects of oil concentration on the heat transfer and pressure drop characteristics of refrigerants was published by Chaddock (1966) in 1966. More recent studies of evaporation by Spatz & Zheng (1990), Fukushima & Kudou (1990), Hambræus (1991a, 1991b) and Eckels & Pate (1991b) examined R-134a with some of the first polyalkylene glycol lubricants that were developed for use with HFC's. Those results are generally comparable to a more recent study by Panek et al (1992) which confirmed the general trend that heat transfer coefficients increased by as much as 20% in the annular flow regime (probably due to increased surface area due to frothing) and up to 40% in wavy flow due to increased wall wetting. The enhancement effect tends to peak in the range of 1-3% oil concentration and eventually becomes negative at concentrations greater than about 5%.

In the case of condensation Hinde et al (1992) observed that the presence of 0-5% polyolester lubricant in R-134a had virtually no effect on heat transfer coefficient in the wavy flow regime as expected, while a concentration of only 1.2% actually increased annular flow heat transfer coefficients by about 10-15% for reasons that are not yet clear. Further research with other lubricants and refrigerants is clearly needed, and it is obvious that local behavior can vary markedly from the average effects observed during years of testing refrigerants for serpentine heat exchanger designs. Indeed HFC's with synthetic lubricants may behave in a fundamentally different manner from CFC's and HCFC's with mineral oil, due to differences in conductivity, miscibility and other factors.

The effects of oil on two-phase pressure drop are monotonically deleterious because the viscosity of the lubricant increases viscous shear at the walls and at the liquid-vapor interface. This effect is most pronounced at high qualities where the concentration of oil in the liquid refrigerant is highest. Most of the above-cited studies of heat transfer also report the effects on pressure drop.

**Refrigerant mixtures.** As environmental regulations have narrowed the range of pure refrigerants available, attention has turned towards the opportunity of designing mixtures of refrigerants for specific applications. The greatest challenge is to find a mixture of HFC's suitable for replacing R-22 while minimizing adverse effects on thermodynamic and volumetric efficiency. The most recent research on the thermodynamic and thermophysical properties of these mixtures, and such issues as materials compatibility and lubricant solubility and miscibility, are reported in the proceedings of the 1994 International CFC and Halon Alternatives Conference. In the area of heat transfer and pressure drop, current efforts in the United States are funded by the Electric Power Research Institute, directed by the Air Conditioning and Refrigeration Technology Institute, and conducted by researchers at the University of Illinois at Urbana-Champaign, Iowa State University, and Lehigh University (1992a, 1992b). Most of the attention in these studies and others are focused on mixtures containing R-32 blended with R-125 and R-134a, although other HFC's are included along with propane and ammonia. Almost all the HFC mixtures are zeotropes, exhibiting temperature glides of less than 10°C. Pure R-32 is flammable, but not in the mixtures being tested.

One HFC mixture that is very nearly azeotropic is the 60-40 blend of R-32/125. Initial studies have focused on this mixture because its azeotropic behavior minimizes the potential for separation via differential leakage that might create flammable concentrations of R-32 in air. Due to its high condensing and evaporating pressures, however, it is being considered for use in new equipment and not for retrofitting existing equipment. For evaporation in smooth tubes Christofferson et al (1993) found that the convective component of the heat transfer coefficient of the mixture was essentially identical to that for R-22 and R-134a. The nucleate boiling component was much higher for the mixture, however, due to increased reduced pressure at a given temperature. This difference in nucleate boiling behavior led to improvements in heat transfer coefficients for the mixture relative to R-22 and R-134a, with the improvement being highly sensitive to heat flux. The largest increases in heat transfer were observed at high heat fluxes and in the wavy flow regime, i.e. in situations where the nucleate boiling accounted for a substantial fraction of the heat transfer. As in the case of pure fluids they observed no enhancement due to microfin tube enhancements in the annular flow regime, suggesting that turbulent mixing is adequate to offset degradation due to mixture concentration gradients. The microfin enhancement for wavy flow was approximately a factor of 2 to 3, just as in the case of pure refrigerants.

Parallel studies by Dobson et al (1994b) for condensation revealed that heat transfer coefficients for the R-22, R-134a and R-32/125 were approximately equal in the wavy flow regime and independent of mass flux. For annular flow the heat transfer performance of all three fluids was nearly identical at each mass flux.

Other mixtures containing HCFC's are being designed for retrofitting existing equipment in situations where it would be too costly to change compressors when CFC's are no longer available for recharging. One such mixture being considered as a replacement for R-12 is a 52-33-15 mixture of R-22/124/152a. Although the mixture has only a small temperature glide, Wattlelet et al (1994) observed azeotropic behavior in the form of significant reductions in both nucleate and convective boiling in wavy-stratified flows due to

concentration gradients in the liquid and vapor streams. The lack of turbulent mixing in wavy-stratified flow contributes to this degradation from the heat transfer coefficients that would be predicted using the weighted averages of liquid and vapor properties. The tentative conclusion, which should probably apply to condensation as well is that systems using refrigerant blends, especially zeotropes, should be designed to operate in the annular flow regime to minimize the substantial degradation that results from the concentration gradients present in stratified or wavy flow.

The foregoing observations of heat transfer with azeotropic and zeotropic refrigerant mixtures are only the most recent in a long series of studies aimed at the ultimate goal of developing correlations to predict the performance of blends as well as that of pure refrigerants. A comprehensive review of such studies is given by Wang & Chato (1992) for evaporation and condensation inside and outside of smooth and enhanced tubes. While most of those studies reported results obtained with mixtures of CFC's and HCFC's, their results yield important insights into the important underlying phenomena. Wang & Chato concluded that a fundamental understanding of local phenomena is an essential first step in describing the behavior of mixtures. As in the case of pure refrigerants where local phenomena must be understood first and then combined to predict overall average behavior, predictions of mixture performance must be built up from models of local behavior. Moreover, models of mixture performance at specific local conditions must be derived from an understanding of the ways in which concentration gradients and other mixture-specific factors interact with basic phenomena such as nucleate boiling, turbulence and vapor diffusion that govern the local heat transfer and pressure drop behavior of pure refrigerants.

**Pressure drop.** Broadly speaking, the design of heat exchangers involves a tradeoff between the two primary mechanisms that dissipate available energy: friction and heat transfer across a finite temperature difference. The objective, however, is not to minimize the irreversibility of the heat exchanger alone, but to minimize the total dissipation in the system. In the case of air conditioning and refrigeration systems, where a large fraction of the irreversibility occurs in the compressor, a typical intermediate objective is to minimize the pressure difference across which the refrigerant must be pumped. This is done by increasing the refrigerant-side heat transfer coefficient in the evaporator and condenser in order to reduce the refrigerant-to-air temperature differences. The resulting increase in evaporating temperature and decrease in condensing temperature (and their corresponding saturation pressures) would allow the compressor to operate more efficiently, except for the effect of pressure drop which operates in the opposite direction. The optimal tradeoff between these phenomena is compressor-specific, so there is a need for correlations to predict pressure drop as well as heat transfer so the heat exchanger design tradeoffs can be made within the context of a system model.

The most dramatic illustration of this effect on the selection of alternative refrigerants has been published by Spatz (1991, 1993a, 1993b). His analysis using a system simulation model and some of the early correlations for average pressure drop and heat transfer that were available at the time, evaluated several R-22 alternatives for use in air conditioning systems. His results demonstrated how an azeotropic blend of R-32/134a can achieve a higher system efficiency than R-134a, which is clearly superior based on its thermodynamic properties alone. He shows how the transport properties of the blend, thermal conductivity and viscosity, combine with its thermodynamic properties and contribute to superior heat transfer and pressure drop performance which more than offset the thermodynamic advantages of R-134a. The low pressure drop of the azeotrope also allows for smaller tube diameters, which will in turn prove advantageous for dealing with the higher pressures in the design of R-32/125 systems.

The development of pressure drop correlations for refrigerants parallels that for heat transfer. Correlations initially developed for steam and water and applied to refrigerants (Chisholm, 1968, 1973) were found by Christofferson et al (1993) to underpredict the data by as much as 50% at high qualities, in their study of R-22, 134a and R-32/125 evaporation. More recent refrigerant-specific correlations such as that of Jung & Radermacher (1989) were found to be more accurate, but their experiments were limited to higher flow rates and tended to overpredict the data in the wavy flow regime typically encountered in refrigerators. Detailed

investigations by Souza et al (1993) and Wattelet et al (1994) have recently produced correlations that predict pressure drop for pure refrigerants and certain refrigerant mixtures across a wide range of flow regimes encountered in evaporators and condensers. For condensation Hinde et al (1992) found no difference between pressure drop of R-12 and R-134a at equivalent mass flux, which implies a 40% lower pressure drop on the basis of equivalent cooling capacity, in both the wavy and annular flow regimes. Dobson et al (1994b) found striking differences between R-22 and two potential substitutes. At constant cooling capacity the pressure drop for R-134a was 38% higher for R-134a than for R-22, and 34% lower for R-32-125.

**Charge minimization.** Charge minimization is becoming an increasingly important factor in the design of air conditioning and refrigeration systems because of the cost, flammability or toxicity of many of the suggested alternative refrigerants. Charge inventories are greatest in large water chillers which rely on nucleate boiling on the outside of tubes in flooded shell-and-tube heat exchangers. For this reason there has been a renewed interest in falling film evaporators in which thin sheets of refrigerant fall from one water tube to another, taking advantage of the increased heat transfer in the thin films as well as the reduction in charge inventory. Gonzalez et al (1992) recently completed a thorough review of 144 publications relevant to the design of falling film evaporators, focusing on factors affecting the design of chillers that would use ammonia as the refrigerant.

Mobile air conditioning is another application in which charge minimization is important because the ozone-safe refrigerant R-134a has a significant greenhouse warming potential, and charge leakage is a significant factor because certain of design features. Hermetically-sealed systems are not currently used in automotive air conditioners because of the extra cost and weight required to supply the electric power that would eliminate belt-driven compressors and their inherently leak-prone seals. Also in vehicles flexible refrigerant lines must be used to tolerate vibration, so their connectors introduce another source of leakage, along with refrigerant diffusion through polymer tubing as it ages and undergoes temperature cycling (Geil & Rybnikar, 1993).

Void fraction correlations are needed to calculate the amount of charge present in the two-phase sections of heat exchangers, because liquid and vapor velocities differ and nonequilibrium effects may be significant (See Domanski & Didion, 1983; Baroczy, 1965; Zivi, 1964; Smith, 1969; Premoli et al, 1971; Tandon et al, 1985; and Hughmark, 1962). Accurate equations for charge inventory are also essential for modeling off-design performance of all systems because the charge inventory strongly affects the amount of condenser area rendered ineffective by subcooling, and the resultant effects on predictions of condensing pressure and the inlet conditions for the expansion device. Melo (1993) found the Hughmark (1962) correlation to be the most accurate for predicting refrigerant charge in the evaporator and condenser of a room air conditioner using R-22. Rice (1987) reviewed a variety of alternative correlations that are included in the heat pump simulation model that is developed and maintained by Oak Ridge National Laboratory (Fischer & Rice, 1983 and Rice, 1991), as did Farzad & O'Neal (1993).

Concern about charge minimization, as well as condenser size and weight, has helped accelerate the introduction of microchannel tubing into the automotive air conditioning sector. Rather than retooling condenser production lines to produce standard fin-tube designs of a different diameter, many manufacturers seized the opportunity to switch to vacuum brazed designs that allow more complex parallel circuiting and employ smaller-diameter refrigerant passages to increase heat transfer rates while substantially reducing refrigerant charge. Modern extrusion techniques are making it possible to incorporate internal surface enhancements on the sub-millimeter scale within various polygonal cross-sections during the extrusion process. Further experimentation will be required to determine how to modify heat transfer, pressure drop and void fraction correlations for refrigerant flow in channels of small hydraulic diameter and complex cross-section.

**Air-side heat transfer enhancements.** In most refrigeration and air conditioning applications most of the resistance to heat transfer is on the air side. The inherent difference between the two-phase refrigerant and the single-phase air is only part of the reason.



External surface area is often limited by the need to minimize fouling of the surface. Evaporators and condensers are subject to fouling in many applications, adding to the constraints already imposed due to the formation of condensate and frost. For example the condensers of automotive air conditioners are often located upstream of the radiator to take full effect of the ram air, and are therefore affected by the accumulation of dust and insects as well as the corrosive effects of road salt. Refrigerator condensers are usually of wire-and-tube design, sacrificing air-side heat transfer area in order to minimize the potential for degradation due to long-term buildup of grease and dust. The potential for fouling not only constrains parameters such as fin spacing, but also limits the size and geometry of air-side heat transfer enhancement techniques appropriate available for use in air conditioning and refrigeration systems.

An important and perhaps the most widely-used method for enhancing air-side heat transfer is to "re-start" the boundary layer frequently to take advantage of the higher heat transfer near the leading edge of a flat plate (Cur & Sparrow, 1978). This technique is most commonly implemented by slicing the fin to create louvers that protrude and appear to the oncoming air as additional fins located in the channel between the fins. A second method commonly used in plate-fin heat exchangers for restarting the boundary layer is to orient transverse to the oncoming airflow a series narrow strip fins that are corrugated to present triangular or rectangular channels to the flow. By offsetting successive strips, the air-side boundary layer is restarted several times as it passes over the plates which carry the refrigerant (Manglik & Bergles, 1990).

Another technique for enhancing heat transfer is to create longitudinal vortices to mix the air as it passes over the fin. This can be done by punching delta-shaped winglets into the fin, embossing smooth bumps on the fin, or cutting sawteeth or other irregularities into the leading edge. Fiebig et al (1990, 1989) cite experiments that have shown 50% enhancements in the mean heat transfer coefficient, while Hu & Jacobi (1993) have reported local enhancements on the order of several hundred percent. One advantage of such techniques is their applicability in situations where fouling considerations may preclude the use of louvers.

While nearly all methods for air-side heat transfer enhancement have a theoretical basis, their development has been primarily empirical. Because there exists well-developed theory for limiting cases of simple geometries or over limited ranges of parameters, the intermediate cases can be modeled using a powerful asymptotic method developed by Churchill & Usagi (1990, 1972, 1974) using empirically-determined parameters to characterize the complex zones that lie between the asymptotic analytical solutions. The literature on air-side enhancement of compact heat exchangers is voluminous, and has been the subject of frequent review articles and edited volumes summarizing the state of the art. The classic text by Kays & London (1984) is an excellent starting point; the review by Shah et al (1990) is one of the most recent. The basic problem, as on the refrigerant side, is one of trading off heat transfer and pressure drop. All enhancement techniques come at some cost in pressure drop, but tend to be preferable to the traditional approach of increasing the velocity over the fins, because heat transfer coefficient increases only as the square root of the velocity while pressure drop and fan power requirements increase as the square and cube of velocity, respectively.

**Frost.** Evaporators of refrigerators heat pumps, and refrigerated warehouses must be designed to withstand the buildup of frost, and for ease of defrosting by thermal or mechanical means. For this reason fins must spaced more widely than on air conditioner evaporators, which operate at temperatures above freezing. The wide fin spacing, in turn, limits surface area and creates a situation in which most of the heat transfer resistance is on the air side and varies over time. Most studies of the effects of frosting on system or component performance have dealt with heat pumps and were aimed at determining optimal defrosting strategies or methods. Examples include Stoecker (1957), Wagner (1963), Gates et al (1967), Lotz (1967), Sanders (1975), Niederer (1986), Gatchilov & Ivanova (1979), Tantakitti & Howell (1986), Kondepudi & O'Neal (1990), and Senshu et al (1990). In virtually all cases the air-side pressure drop was observed to increase from the outset, while the heat exchanger UA-value increased to a maximum and then decreased. The initial increases were attributed to surface roughness produced by the initial growth of frost, and the decrease to the insulating effect of the frost on the fins.

Two recent studies by Rite & Crawford (1991a, 1991b) examined a quite different situation that exists in

refrigerator/freezers. There relative humidities are often lower than those encountered by heat pumps, and velocities are substantially lower. Over a wide range of operating conditions, the evaporator UA was observed to grow monotonically, far beyond the point at which pressure drop considerations dictated the need for defrosting. This probably resulted from the difference in fin spacings between refrigerator and heat pump evaporators, which occurs for two reasons. Because the heat pump evaporator must also serve as a condenser in air conditioning mode so it cannot be optimized for evaporator conditions alone. Second, the evaporator fan power in a refrigerator adds to the cabinet heat load so it is better to minimize pressure drop than to use a larger fan. The wider fin spacings provided Rite & Crawford with the opportunity to observe frost buildup over periods of 10 to 24 hours. While it was not possible to quantify all the factors contributing to the monotonic increase in UA, their data suggest that the insulating effect of the frost (due to texture as well as bulk) was always offset by the increase in area and to the increase in surface roughness. They observed that the heat transfer resistance between the fin and the air decreased by 10% over a 10-hour period, while the fin-tube contact resistance decreased by only about 2%. The frosting rate was found to depend on the airflow rate and the difference between the humidity ratios at the surface and in the free stream.

Fundamental experiments on frost formation have also been conducted on such simple geometries as flat plates, cylinders and annuli. See for example O'Neal & Tree (1984) and Sami & Duong (1989).

Defrosting is necessarily energy intensive. It can be accomplished by diverting hot gas from the compressor discharge into the evaporator, causing chunks of frost to fall from the coils. In refrigerators the frost must be completely melted and reliably removed from the cabinet so the preferred method is to use an electric heater to heat the air which in turn melts the frost. The potential for increasing the energy efficiency of either of these methods is quite limited.

If zeotropic refrigerant mixtures are used in counterflow evaporators of heat pumps or refrigerators to improve thermodynamic cycle efficiency, frost will tend to form nonuniformly due to the refrigerant temperature glide. This may call for development of manufacturing techniques that can vary fin spacing and other features.

## EXPANSION DEVICES

Most large refrigeration and air conditioning systems control mass flow at the throttling device, using either a thermostatic expansion valve or a float valve which closes completely when the system is shut off. In smaller systems mass flow is not controlled, and expansion occurs through a fixed orifice or capillary tube while capacity modulation is accomplished through cycling. The latter approach is the least costly and most reliable, but suffers the disadvantages of suboptimal off-design performance, in addition to losses resulting from the migration of refrigerant to the evaporator during the off-cycle (Rubas & Bullard, 1993).

The purpose of a controlled expansion valve is to limit the amount of superheat in the evaporator to ensure that all of its area is used effectively for two-phase heat transfer, even during off-design operating conditions. It has recently become possible, on small as well as large systems, to achieve the same mass flow modulation at the compressor. Variable displacement compressors are now used widely on automotive air conditioners where they were first developed to compensate for the lack of control over mass flow because of the belt-driven compressors operating at variable speed. Variable displacement technology is now available for stationary air conditioning systems, along with electronically commutated variable-speed drives for small hermetic compressors.

The renewed interest in low-cost reliable orifice tubes and capillary tubes is attributable in large part to these new technologies for controlling mass flow at the compressor. In the past, however, the process for designing orifice and capillary tubes has been extremely time-consuming and costly, and almost completely empirical. It takes about 2 days to re-charge and test a refrigerator after changing its capillary tube because the thermal capacitance of the system prolongs the pulldown period, and because it is necessary to test through at least one defrost cycle in order to obtain a valid estimate of average energy use. Because the optimal charge must be determined through a series of tests with a single capillary tube, the costs of such testing are high enough to dictate the need for accurate models of refrigerant flow through these simple devices.

The need is amplified by the switch to new refrigerants, for which there exists no storehouse of empirical data and design experience.

Kim & O'Neal (1993, 1994) have tested R-134a and other refrigerants in a family of orifice tubes to explore the relationship between refrigerant properties and tube geometries. The results, which included flow visualization using a transparent orifice tube, suggest that the process might be modeled in several distinct zones beginning with a vena contracta expansion and ending with a choked exit.

Simulation models for adiabatic capillary tubes have been developed by Li et al (1991) and by Peixoto & Silveiras (1992), but their validation awaits the accumulation of data on alternative refrigerants for a wide range of lengths and diameters for both one- and two-phase inlet conditions. Perhaps the most comprehensive set of data currently available for R-134a are from Wijaya (1991, 1992), who observed mass flows about 3 to 6 percent lower than for R-12 at the same conditions.

In almost all refrigerators the capillary tube is brazed to the suction line for two reasons. First, suction line heating reduces the possibility that liquid refrigerant will enter the compressor during off-design conditions or system transients. The second reason is to reduce the refrigerant quality at the evaporator inlet, thus increasing evaporator capacity for a given mass flow rate (this could also be accomplished by suction line-liquid line heat exchange in systems having other types of expansion devices). For many refrigerants including R-12 and R-134a the benefit of increased capacity exceeds the power penalty and loss of volumetric capacity at the compressor resulting from heating the suction gas. Domanski et al (1992) have used a simple model to quantify the potential advantages of suction line heat exchange for 29 common refrigerants, including HCFC's. The benefits for R-134a appear to be greater than for R-12 so there will be a continuing need for models to speed the design process.

The challenge of modeling a capillary tube-suction line heat exchanger is formidable indeed. The time for testing and optimization, already substantial for adiabatic capillary tubes as described above, is increased geometrically by the addition of several design parameters in addition to capillary tube length and diameter: the lengths of the suction line and capillary tubes in the heat exchanger portion; the lengths of the adiabatic sections of capillary tube upstream and downstream; and the movement of the flash point between the segments. The model must consider the possibility of recondensation in the capillary tube due to the suction line heat exchange, and the possibility that the suction line may be two-phase for part of its length. The first systematic and detailed investigation of some of these phenomena was conducted by Pate (1982) and Pate & Tree (1983) using R-12 in the capillary tube and air in the suction line. Peixoto & Silveiras (1992) and Peixoto and Bullard (1994) have formulated a finite-difference model that covers most of these cases, but it has not yet been verified.

## COMPRESSORS

Except for a few oil-free compressors used for laboratory experiments and other specialized applications, all compressors used in refrigerating and air conditioning systems must be lubricated. Very large systems may include oil separators to recycle the lubricant immediately to the compressor but in most cases part of the lubricant is circulated with the refrigerant at concentrations up to 3% while most remains in the sump. In mobile air conditioners where gravitational and inertial forces may interfere with the delivery of lubricant to critical contacts, the system may be designed to circulate more than 6% lubricant in lieu of reliance on a sump. Therefore the design of most compressors used in air conditioners and refrigerators requires data on the thermodynamic and transport properties of the refrigerant/lubricant mixture.

The switch to chlorine-free refrigerants and synthetic lubricants created a need for a fundamental re-evaluation of compressor design in general, and friction and wear processes in particular, for two reasons. First, the chlorine present in the refrigerant molecule reacts chemically with the contact surface to form a protective layer (Davis et al, 1992). Second, the mineral oils traditionally used with CFC's are not soluble in their HFC replacements. Because of the cost and complexity of oil separation, most R&D efforts have been focused on developing lubricants that are miscible with the new refrigerants, characterizing their solubility, and evaluating their efficacy in lubricating the compressor. Most such efforts are being conducted by manufacturers of lubricants, refrigerants and compressors. The largest publicly-funded effort currently underway is funded by the United States Department of

Energy and managed by the Air Conditioning and Refrigeration Institute, from whom a complete list of publications can be obtained. Other sources of the most current information include the biannual 1992 International Compressor Engineering Conference at Purdue and the annual International CFC and Halon Alternatives Conference.

Initial studies focused on the development of polyolester and polyalkylene glycol lubricants that displayed satisfactory miscibility over the range of operating temperatures and pressures encountered throughout the refrigerant loop. Once assured that the lubricant would circulate and return to the compressor, the next phase of screening activities focused on characterizing the friction and wear behavior of a variety of refrigerant-lubricant mixtures. Since there is no clear relationship between friction and wear, both must be evaluated. One major uncertainty was the applicability of tests conducted at atmospheric pressure; the pressure compressor sumps may range from near atmospheric to tens of atmospheres, depending on the refrigerant and whether the sump is on the high or low side of the system.

To accurately simulate realistic operating conditions, Davis et al (1992) constructed a pressurized tribotester capable of testing a wide range of material pairs and contact geometries at refrigerant pressures up to 1.7 MPa (250 psi). Results of those tests verified that pressure is indeed a significant factor that must be controlled for valid friction and wear comparisons of refrigerant-lubricant mixtures. Sheiretov & Cusano (1993) used the same tribotester to examine the potential for using polymer materials, and to study various kinds of surface treatments being considered for improving the wear resistance of critical contacts. The purpose of studies such as these is to re-optimize the tradeoff between reliance on lubrication and material properties in the critical contacts of the myriad compressor designs used in refrigeration and air conditioning applications.

Accurate thermodynamic and transport property data will be important for generalizing friction and wear results to a broader range of refrigerant-lubricant mixtures. Grebner & Crawford (1993a, 1993b) and others have shown that the solubility and thermodynamic properties of refrigerant-lubricant mixtures under these conditions must be determined empirically because Raoult's Law and Flory-Huggins theory do not apply. Such empirical studies are currently being conducted on a decentralized basis throughout the world and reported in journals such as the *International Journal of Refrigeration* and many others. In the absence of a theoretical framework for predicting mixture properties from constituent properties, the manufacturers of refrigerants and lubricants will probably be the primary compilers and distributors of the empirical property correlations developed in such studies.

The presence of lubricant in the circulating refrigerant is known to affect system performance, especially through its effect on heat transfer in evaporators and condensers, as described earlier. In evaporators where nucleate boiling is important, the heat transfer degradation due to lubricants has been studied by Jabardo & da Silva (1991).

The phaseout of CFC's and HCFC's has also stimulated extensive research into issues of materials compatibility. Such data are essential for screening pure refrigerants or mixtures that are under consideration for retrofitting existing systems, particularly because compressors contain such a variety of metallic and nonmetallic materials. Moreover the compressor is usually the most costly component of the system. One important short-term concern is the effect of residual amounts of R-12 (<5%) and mineral oil (<20%) in systems retrofitted with R-134a and polyolester or polyalkylene glycol lubricants. Sheiretov & Cusano (1993) found that such 'contamination' had a favorable but negligible effect on the friction and wear behavior of specimen contacts typical of rolling piston or swashplate compressors. This suggests that the primary constraint on contamination in such retrofits will lie in other components such as the potential for clogging expansion devices or for accumulating in other components.

Over the long term compressors will have to be constructed of materials that are compatible with HFC refrigerants because the choice of refrigerant is so highly constrained by such other factors as thermodynamic and transport properties, flammability and toxicity. Overall, the research conducted to date indicates that the tribological behavior of most of the new refrigerant-lubricant combinations will be inferior to that of the CFC and mineral oil combinations they replace.



## ACKNOWLEDGEMENT

I am grateful to my colleagues at the Air Conditioning and Refrigeration Center for performing much of the research and providing many of the insights on this paper is based.

## REFERENCES

- AREP, 1992. R-22 Alternative Refrigerants Evaluation Program (AREP) Participants Handbook. Arlington, VA: Air Conditioning and Refrigeration Institute.
- Baroczy CJ. 1965. Correlation of Liquid Fraction in Two-Phase Flow With Application to Liquid Metals. Chemical Engineering Progress Symposium Series. Vol. 61, No. 57:179-91.
- Cavallini A, Zecchin R. 1974. A Dimensionless Correlation for Heat Transfer in Forced Convective Condensation. in Proceedings of the Fifth International Heat Transfer Conference. Tokyo, Japan, Vol. 3:309-313.
- Chaddock JB, Noerager JA. 1966. Evaporation of Refrigerant 12 in a Horizontal Tube with Constant Wall Heat Flux. ASHRAE Transactions. Vol. 72, Pt. 1:90-101.
- Chen SL, Gerner FM, Tien CL. 1987. General Film Condensation Correlations. Experimental Heat Transfer. Vol. 1:93-107.
- Chisholm D. 1968. The Influence of Mass Velocity on Friction Pressure Gradients During Steam-Water Flow. Proc. Instn. Mech. Eng. Vol. 182:336-41.
- Chisholm D. 1973. Pressure Gradients Due to Friction During the Flow of Evaporating Two-Phase Mixtures in Smooth Tubes and Channels. Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 16:347-58.
- Christoffersen BR, Chato JC, Wattelet JP, Souza ALd, 1993. Heat Transfer and Flow Characteristics of R-22, R-32/R-125 and R-134a in Smooth and Micro-Fin Tubes. University of Illinois, Air Conditioning and Refrigeration Center: ACRC TR-47.
- Churchill SW, *The Development of Theoretically Based Correlations for Heat and Mass Transfer, in Compact Heat Exchangers*. 1990, Hemisphere Publishing Corp.: p. 207-29.
- Churchill SW, Usagi R. 1972. A General Expression for the Correlation of Rates of Heat Transfer and Other Phenomena. AIChE J. Vol. 18:1121.
- Churchill SW, Usagi R. 1974. A Standardized Procedure for the Production of Correlations in the Form of a Common Empirical Equation. Ind. Eng. Chem. Fundam. Vol. 13:39.
- Cur N, Sparrow EM. 1978. Experiments on Heat Transfer and Pressure Drop for a Pair of Colinear, Interrupted Plates Aligned With the Flow. International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 21:1069.
- Davis BA, Sheiretov TK, Cusano C. 1992. Tribological Evaluation of Contacts Lubricated by Oil-Refrigerant Mixtures. in Proceedings of the International Compressor Engineering Conference. Purdue University, West Lafayette, IN, USA, 477-87.
- Dobson MK, Chato JC, Hinde DK, Wang SP. 1994a. Experimental Evaluation of Internal Condensation of Refrigerants R-134a and R-12. ASHRAE Transactions. Vol. 100, Pt. 2.
- Dobson MK, Chato JC, Wang SP, Hinde DK, Gaibel JA. 1994b. Initial Condensation Comparison of R-22 With R-134a and R-32/R-125. ASHRAE Transactions. Vol. 100, Pt. 2.
- Domanski P, Didion D, *Computer Modeling of the Vapor Compression Cycle with Constant Flow Area Expansion Device*. 1983, NBS Building Science Series. p. 155.
- Domanski PA, Didion DA, Doyle JP. 1992. Evaluation of Suction Line-Liquid Line Heat Exchange in the Refrigeration Cycle. in Proceedings of the International Refrigeration Conference. Purdue University, West Lafayette, IN.
- Eckels SJ, Pate MB. 1991a. Evaporation and Condensation of HFC-134a and CFC-12 in a Smooth Tube and a Micro-Fin Tube. ASHRAE Transactions. V. 97, Pt. 2.
- Eckels SJ, Pate MB. 1991b. In-Tube Evaporation and Condensation of Refrigerant-Lubricant Mixtures of HFC-134a and CFC-12. ASHRAE Transactions. Vol. 97, Pt. 2.
- Farzad M, O'Neal DL. 1993. The Effect of Void Fraction Model on Estimation of Air Conditioner System Performance Variables Under A Range of Refrigerant Chargin Conditions. International Journal of Refrigeration. Vol. 16(5):1-9.
- Fiebig M, Brockmeier U, Mitra NK, Guntermann T. 1989. Structure of Velocity and Temperature Fields in Laminar Channel Flows with Longitudinal Vortex Generators. Numerical Heat Transfer - A. Vol. 15:281-302.
- Fiebig M, Mitra N, Dong Y. 1990. Simultaneous Heat Transfer Enhancement and Flow Loss Reduction of Fin-Tubes. in Proceedings of the 9th International Heat Transfer Conference. Vol. 4:51-56.
- Fischer SK, Rice CK, 1983. The Oak Ridge Heat Pump Models: I. A Steady-State Computer Design Model for Air-to-Air Heat Pumps. Oak Ridge National Lab: ORNL/CON-80/R1.
- Fukushima T, Kudou M. 1990. Heat Transfer Coefficients and Pressure Drop for Forced Convection Boiling and Condensation of HFC 134a. in Proceedings of the ASHRAE-Purdue CFC Conference. 196-204.
- Gallager J, McLinden MO, Morrison G, Huber M, Ely J, *NIST Thermodynamic Properties of Refrigerants and Refrigerant Mixtures Database*. 1992, National Institute of Standards and Technology: Gaithersburg, MD.
- Gatchilov TS, Ivanova VS. 1979. Characteristics of the Frost Formed on the Surface of the Finned Air Coolers. in XVth International Congress of Refrigeration. Vol. II:997-1003.
- Gates RR, Sepsy CF, Huffman GD. 1967. Heat Transfer and Pressure Loss in Extended Surface Heat Exchangers Operating Under Frosting Conditions, Part I: Literature Survey, Test Apparatus, and Preliminary Results. ASHRAE Transactions. Vol. 73, Pt. 2:I.2.1-I.2.13.
- Geil PH, Rybnikar F, 1993. Nylon Refrigerant Tubing. University of Illinois, Air Conditioning and Refrigeration Center: ACRC TR-52.
- Gonzalez JM, Jabardo JMS, Stoecker WF, 1992. Falling Film Ammonia Evaporators. University of Illinois, Air Conditioning and Refrigeration Center: ACRC TR-33.
- Goodremote CE, Guntly LA, et al. 1988. Compact Air Cooled Air Conditioning Condenser. Society of Automotive Engineers Technical Paper Series. (Paper #880445).
- Grebner JJ, Crawford RR. 1993a. The Effects of Lubricant on Evaporator Capacity for Systems Using Mixtures of R-12/Mineral Oil and R-134a/Synthetic Oil. ASHRAE Transactions. Vol. 99, Pt. 1:380-86.
- Grebner JJ, Crawford RR. 1993b. Measurement of Pressure-Temperature-Concentration Relations for Mixtures of R-12/Mineral Oil and R-134a Synthetic Oil. ASHRAE Transactions. Vol. 99, Pt. 1:387-96.
- Guntly L. 1990. Use of HCFC-22 in a Vehicular Air Conditioning System. Society of Automotive Engineers Technical Paper Series. (Paper #900599).
- Ha S, Bergles AE. 1993. The Influence of Oil on Local Evaporation Heat Transfer Inside a Horizontal Microfin Tube. ASHRAE Transactions. Vol. 99, Pt. 1:1244-255.

- Hambraeus K. 1991a. Heat Transfer Coefficient, Two-Phase Flow Boiling of HFC134a. in Proceedings of the ASHRAE-Purdue CFC Conference, 205-14.
- Hambraeus K. 1991b. Two Phase Flow Boiling of Oil-HFC134a Mixture. in XVIIIth International Congress of Refrigeration.
- Hinde DK, Dobson MK, Chato JC, Mainland ME, Rhines N, 1992. Condensation of Refrigerants 12 and 134a in Horizontal Tubes With and Without Oils. University of Illinois, Air Conditioning and Refrigeration Center: ACRC TR-26.
- Hourahan G, Godwin D. 1992. ARI's R22 Alternative Refrigerants Evaluation Program (AREP). in Proceedings of the International CFC and Halon Alternatives Conference, Washington, DC, 55-64.
- Hu X, Jacobi AM. 1993. Local Convective Behavior in Finned-Tube Heat Exchangers, and Its Impact on Surface Performance. Journal of Heat Transfer. (in press).
- Hughmark GA. 1962. Holdup in Gas-Liquid Flow. Chemical Engineering Progress. Vol. 58, No. 4:62-65.
- Jabardo JMS, Silva CLd. 1991. Modeling of the Nucleate Boiling of Refrigerant-Oil Mixtures. in XVIIIth International Congress of Refrigeration, Montreal, Quebec, Canada, Paper No. 155.
- Jung DS, Radermacher R. 1989. Prediction of Pressure Drop During Horizontal Annular Flow Boiling of Pure and Mixed Refrigerants. International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 32:2435-446.
- Kandlikar SG. 1990. A General Correlation for Saturated Two-Phase Flow Boiling Heat Transfer Inside Horizontal and Vertical Tubes. ASME Journal of Heat Transfer. 112:219-228.
- Kandlikar SG. 1991. A Model for Correlating Flow Boiling Heat Transfer in Augmented Tubes and Compact Evaporators. Transactions of the ASME. 113:966-72.
- Kays WM, London AL. 1984. Compact Heat Exchangers, New York, NY: McGraw-Hill.
- Kim Y, O'Neal DL. 1993. A Semi-Empirical Model of Two-Phase Flow of Refrigerant-134a Through Short Tube Orifices. Experimental Thermal and Fluid Science. (forthcoming).
- Kim Y, O'Neal DL. 1994. Two-Phase Flow of Refrigerant-22 Through Short Tube Orifices. ASHRAE Transactions. Vol. 100, Pt. 1, Accepted for publication.
- Kondepudi SN, O'Neal DL. 1990. The Effects of Different Fin Configurations on the Performance of Finned-Tube Heat Exchangers Under Frosting Conditions. ASHRAE Transactions. Vol. 96, Pt. 2.
- Li RY, Chen ZH, Chen DK, Lin S. 1991. Numerical Analysis on Flow of Stratospherically Safe Refrigerant-R-134a Through Capillary Tube. in XVIII International Congress of Refrigeration 1991, Montreal, Quebec, Canada, 1151-154.
- Lotz H. 1967. Heat and Mass Transfer and Pressure Drop in Frosting Finned Coils. in XII International Congress of Refrigeration, Volume II:499-505.
- Manglik RM, Bergles AE, *The Thermal-Hydraulic Design of the Rectangular Offset-Strip-Fin Compact Heat Exchanger*, in Compact Heat Exchangers. 1990, Hemisphere Publishing Corp.:123-49.
- Melo C, Marques ME. 1993. Assessing the HPSIM Program's Capability to Simulate Room Air Conditioners. ASHRAE Transactions. Vol. 99, Pt. 2.
- Modine Manufacturing Company, 1986-90. U. S. Patents 4,688,311; 4,615,385; and 4,936,381, Racine, Wisconsin, USA.
- Niederer RH. 1986. Frosting and Defrosting Effects on Coil Heat Transfer. ASHRAE Transactions. Vol. 92, Pt. 1:467-73.
- O'Neal DL, Tree DR. 1984. Measurement of Frost Growth and Density in a Parallel Plate Geometry. ASHRAE Transactions. Vol. 90, Pt. 2:278-90.
- Ohadi MM, Papar RA, Ng TL, Faani MA, Radermacher R. 1992. EHD Enhancement of Shell-Side Boiling Heat Transfer Coefficients of R-123/Oil Mixture. ASHRAE Transactions. Vol. 98, Pt. 2:427-34.
- Panek JS, Chato JC, Jabardo JMS, Souza ALd, Wattelet JP, 1992. Evaporation Heat Transfer and Pressure Drop in Ozone-Safe Refrigerants and Refrigerant-Oil Mixtures. University of Illinois, Air Conditioning and Refrigeration Center: ACRC TR-11.
- Pate MB, 1982. A Theoretical and Experimental Analysis of Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers, PhD thesis. Purdue University.
- Pate MB, Tree DR. 1983. An Experimental Analysis of a Capillary Tube-Suction Line Heat Exchanger. in XVIIth International Congress of Refrigeration 1983, 709-15.
- Peixoto RA, Silveiras OM, *Theoretical Analysis of the Capillary Tube Suction Line Heat Exchanger Using R-12 and R134a*. 1992, presented to The Spanish and Inter-American Air Conditioning and Refrigeration Congress in Madrid, Spain.
- Peixoto RA, and Bullard CW. 1994. A Simulation and Design Model for Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers in Proceedings of the International Refrigeration Conference at Purdue, 335-40.
- Premoli AD, Francesco D, Prina A. 1971. A Dimensional Correlation for Evaluating Two-Phase Mixture Density. La Termotecnica. Vol. 25, No. 1:17-26.
- Rice CK, 1991. The ORNL Modulating Heat Pump Design Tool - User's Guide, Oak Ridge National Laboratory: Draft Version.
- Rice CK. 1987. The Effect of Void Fraction Correlation and Heat Flux Assumption on Refrigerant Charge Inventory Predictions. ASHRAE Transactions. Vol. 93, Pt. 1:341-46.
- Rite RW, Crawford RR. 1991a. The Effect of Frost Accumulation on the Performance of Domestic Refrigerator-Freezer Finned-Tube Evaporator Coils. ASHRAE Transactions. Vol. 97, Pt. 2:428-37.
- Rite RW, Crawford RR. 1991b. A Parametric Study of the Factors Governing the Rate of Frost Accumulation on Domestic Refrigerator-Freezer Finned-Tube Evaporator Coils. ASHRAE Transactions. Vol. 97, Pt. 2:438-46.
- Rubas PJ, Bullard CW, 1993. Assessment of Factors Contributing to Refrigerator Cycling Losses. University of Illinois, Air Conditioning and Refrigeration Center:ACRC TR-45.
- Sami SM, Duong T. 1989. Mass and Heat Transfer During Frost Growth. ASHRAE Transactions. Vol. 95, Pt. 2.
- Sanders CT, 1975. Frost Formation: The Influence of Frost Formation and Defrosting on the Performance of Air Coolers. Ph.D. thesis. Technische Hogeschool.
- Schlager LM, Pate MB, Bergles AE. 1989. Heat Transfer and Pressure Drop During Evaporation and Condensation of R-22 in Horizontal Micro-Fin Tubes. International Journal of Refrigeration. 12:6-13.
- Senshu T, Yasuda H, Oguni K, Ishibani K. 1990. Heat Pump Performance under Frosting Conditions: Part I—Heat and Mass Transfer on Cross-Finned Tube Heat Exchangers Under Frosting Conditions. ASHRAE Transactions. Vol. 96, Pt. 1.
- Shah MM. 1976. A New Correlation for Heat Transfer During Boiling Through Pipes. ASHRAE Transactions. Vol. 82, Pt. 2:66-86.

- Shah MM. 1979. A General Correlation for Heat Transfer During Film Condensation Inside Pipes. International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 22:547-556.
- Shah MM. 1982. Chart Correlation for Saturated Boiling Heat Transfer: Equations and Further Study. ASHRAE Transactions. Vol. 88, Pt. 1:185-196.
- Shah RK, Kraus AD, Metzger D. 1990. Compact Heat Exchangers. Hemisphere Publishing Corp.
- Sheiretov TK, Cusano C, 1993. Tribological Evaluation of Compressor Contacts - Retrofitting and Materials Studies. University of Illinois, Air Conditioning and Refrigeration Center:ACRC TR-46.
- Smith SL. 1969. Void Fractions in Two-Phase Flow: a Correlation Based Upon an Equal Velocity Head Model. Proc. Instn. Mech. Engrs., London. Vol. 184, Part 1, No. 36:647-64.
- Souza AL, Chato JC, Jabardo JMS, Wattelet JP, Panek JS, Christoffersen BR, Rhines NL. 1993. Pressure Drop During Two-Phase Flow of Refrigerants in Horizontal Smooth Tubes. in Proceedings of the National Heat Transfer Conference. (Submitted and approved):
- Spatz M. 1991. Performance of Alternative Refrigerants From a System's Perspective. in Proceedings of the International CFC and Halon Alternatives Conference, Arlington, VA: Alliance for Responsible CFC Policy, 352-61.
- Spatz MW, Zheng J. 1990. An Experimental Evaluation of the Heat Transfer Coefficients of R-134a Relative to R-12. in Proceedings of the ASHRAE-Purdue CFC Conference, 225-33.
- Spatz MW, Zheng J. 1993a. R-22 Alternative Refrigerants: Performance in Unitary Equipment. ASHRAE Transactions. 99, Pt. 2.
- Spatz MW. 1993b. Alternative Refrigerants for R-22 Chillers. ASHRAE Journal. Vol. 35, No. 5:50-52.
- Stoecker WF. 1957. How Frost Formation on Coils Affects Refrigeration Systems. Refrigerating Engineering. February:42-6.
- Struss RA, Gabbey LW. 1990. Performance of HFC-134a and CFC-12 in a Heavy Truck Air Conditioning System. Society of Automotive Engineers Technical Paper Series. (Paper #902261).
- Struss RA, Henkes JP, al e. 1989a. Refrigerant Charge Reduction Through the Application of a New Vehicular Condenser. Society of Automotive Engineers Technical Paper Series. (Paper #890226).
- Struss RA, Henkes JP, al e. 1989b. Performance Comparison of HFC-134a and CFC-12 with Various Heat Exchangers in Automotive Air Conditioning Systems. Society of Automotive Engineers Technical Paper Series. (Paper #900598).
- Tandon TM, Varma HK, Gupta CP. 1985. A Void Fraction Model for Annular Two-Phase Flow. International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 28, No. 1:191-98.
- Tantakitti C, Howell RH. 1986. Air-to-Air Heat Pumps Operating Under Frosting Conditions on the Outdoor Coil. ASHRAE Transactions. Vol. 92, Pt. 1:827-42.
- Traviss DP, Rohsenow WM, Baron AB. 1973. Forced Convective Condensation in Tubes: A Heat Transfer Correlation for Condenser Design. ASHRAE Transactions. Vol. 79, Pt. 1:157-65.
- Wagner WB, 1963. Frost Formation on an Extended Surface Heat Exchanger in Crossflow of Humid Air. M.S. thesis. Ohio State University.
- Wang SP, Chato JC, 1992. Review of Recent Research on Boiling and Condensation Heat Transfer With Mixtures. University of Illinois, Air Conditioning and Refrigeration Center: ACRC TR-23.
- Wattelet JP, Chato JC, Jabardo JMS, Panek JS, Renie JP. 1991. An Experimental Comparison of Evaporation Characteristics of HFC-134a and CFC-12. in XVIIIth International Congress of Refrigeration. Montreal, Quebec, Canada, Paper No. 57.
- Wattelet JP, Chato JC, Souza AL, Christoffersen BR. 1994. Evaporative Characteristics of R-134a, MP-39, and R-12 at Low Mass Fluxes. ASHRAE Transactions. Vol. 100, Pt. 1.
- Wattelet JP, Jabardo JMS, Chato JC, Panek JS, Souza AL. 1992. Experimental Evaluation of Convective Boiling of Refrigerants HFC-134a and CFC-12. in Proceedings of the National Heat Transfer Conference. San Diego, CA, Vol. 197:121-27.
- Wijaya H. 1991. An Experimental Evaluation of Adiabatic Capillary Tube Performance for HFC-134a and CFC-12. in Proceedings of the International CFC and Halon Alternatives Conference. Baltimore, MD.
- Wijaya H. 1992. Adiabatic Capillary Tube Test Data for HFC-134a. in Proceedings of the 1992 International Refrigeration Conference-Energy Efficiency and New Refrigerants. Purdue University, 63-71.
- Zivi SM. May 1964. Estimation of Steady-State Steam Void Fraction by Means of the Principle of Minimum Entropy Production. Transactions ASME, Journal of Heat Transfer. Vol. 86(Series C):247-52.





V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING

II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

THERMAL CONTACT RESISTANCE ,  
Kahoru Torii  
Yokohama National University - Japan  
(somente apresentação oral)

THE PREDICTION OF ENGINEERING COMBUSTION EQUIPMENT  
F. C. Lockwood  
Imperial College of Sciences, Technology and Medicine, U. K.  
(somente apresentação oral)



V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING

II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

ORGANIZATION OF THERMAL ENGINEERING RESEARCH IN  
THE UNITED KINGDOM

Franck Kinghorn

National Engineering Laboratory, U. K.

(somente apresentação oral)

## COMPUTATIONAL ASPECTS OF WING VORTEX WAKE ROLL-UP

Renato S. Ribeiro

EMBRAER - Empresa Brasileira de Aeronáutica S.A.

12227-901 São José dos Campos, SP, Brazil

### SUMMARY

*The roll-up process of vortex wakes generated by wings (with a straight trailing edge) is computed, with the aid of two and three-dimensional vortex-in-cell methods. Results and computational effort of the two approaches are compared, and the accuracy of traditional assumptions made to allow the solution of the problem in the two-dimensional domain is investigated.*

### INTRODUCTION

The computation of wing roll-up is of importance in several aircraft analysis problems, like canard-wing interference, induced downwash determination, and the interference suffered by an aircraft taking off shortly after another. Early attempts to solve the problem separated the wake in portions near and far from the wing, and adopted different simplifying assumptions for each region (Spreiter and Sacks, 1951). A widely studied two-dimensional model solves the problem in the Trefftz plane, using point vortices. This model, although simple, provides good insight into the wake roll-up dynamics. The inclusion of 3-d effects is essential when two or more lifting surfaces interact, or when the influence of the wake shape in the wing circulation is important. Three-dimensional computations have largely used singularity and panel methods to represent wings and wakes. Sarpkaya (1989) and Hoeijmakers (1983) present a thorough review of 2-d and 3-d vortex methods applied to problems in fluid dynamics.

The vortex-in-cell methodology can improve the computational efficiency of 2-d and 3-d vortex methods. Its advantages are greater when a large number of singularities is used, since it reduces computational times and removes large scale instabilities. Therefore, vortex-in-cell methods are especially suitable for computation of detailed wake shapes.

This study applies 2-d and 3-d wake roll-up methods based in the vortex-in-cell approach to several wing geometries, in order to investigate some aspects of wing wake dynamics. These include the simplifying assumptions made in 2-d models, downwash distribution, and wing aspect-ratio effect.

### BASIC EQUATIONS AND NUMERICAL METHOD

Consider a wing in steady, low-subsonic flow. A coordinate system is attached to it, with the  $x$  axis aligned with the undisturbed flow velocity,  $U_\infty$ ,  $y$  placed along the span and  $z$  pointing upward. Lengths are made non-dimensional relative to the semi-span  $s$ , and velocities are relative to  $U_\infty$ . For a thin wing at low angle of attack, the flow can be considered inviscid and incompressible, so that it respects the incompressible potential equation. Since the problem is linear, a solution can be obtained by the superposition of fundamental singular solutions, placed on the flow internal boundaries. The solutions

chosen here are vortex points in two dimensions, and straight vortex segments in three dimensions.

As the wing generates lift, it creates behind it a thin sheet of vorticity, which can be modeled as a surface of discontinuity in potential. In a further simplification, the sheet is represented by a set of vortex lines that start at the trailing edge of the wing and proceed downstream towards infinity. The vortex theorems of Helmholtz and Kelvin state that free vortex lines embedded in potential flow move with the local velocity. This non-linear boundary condition ensures that the wing wake is not subjected to forces, and produces rolled-up wake shapes.

Three-Dimensional Formulation. The wing is represented by a network of vortex segments, i.e., a vortex lattice. The present method (Ribeiro, 1992; Ribeiro and Kroo, 1992) employs vortex rings in order to easily conserve total circulation. The boundary condition of zero normal flow is enforced at control points on the center of the wing vortex rings. The wake filaments are supposed to be initially straight and aligned with the direction of  $U_\infty$ . The vortex-lattice solution for this starting geometry provides the wing and wake circulation distributions, which are kept fixed throughout the roll-up process. A sub-vortex technique creates additional vortices on the wake, filling the space between the vortex lines that originate at vortex ring segments. This technique distributes better the wake vorticity along the span, in preparation for the vortex-in-cell calculation. The wake vortex-segments are created so that their extremities, or nodes, lie in  $x = const$  cross-flow planes. This is solely a choice of construction of the wake, not a restriction of the method. The wake is cut-off at a certain distance  $X_{cutoff}$  downstream of the wing.

After velocities are determined on the wake, a relaxation procedure changes the wake geometry, aligning its segments with the local flow velocity. If  $u_i^n$  indicates the velocity at the upstream node of a wake segment, and  $r_i^n$  its position, both at relaxation iteration  $n$ , the new position of the segment's downstream node is given by

$$r_{i+1}^n = r_i^n + \Delta\tau_i u_i^n \quad (1)$$

$$\Delta\tau_i = \Delta x / u_{xi}^n \quad (2)$$

$\Delta x$  is the  $x$  distance between the wake cross-flow planes — that maintains the wake nodes always at the same cross-flow

planes. At each relaxation iteration, the vortex-in-cell method computes the velocities  $u_i^n$  induced by all the vortex segments on the wake nodes, and then all wake nodes are moved. The process is repeated until the maximum node displacement is smaller than a specified convergence factor.

The vortex-in-cell method solves the following vector Poisson equation:

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (3)$$

where  $\psi$  is the vector potential of the perturbation velocity field  $\mathbf{u}$ , and is defined by  $\mathbf{u} = \nabla \times \psi$ . Vorticity,  $\omega$ , is defined by  $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$ . The method has basically three phases. First, a Cartesian mesh is superimposed over the wing and wake vortex network. The vorticity concentrated in the vortex segments is then distributed to the grid, so as to produce a discrete representation  $\omega_{ijk}$  of the singular field,  $\omega(x, y, z)$ . The spreading of the vorticity in one segment is performed by applying a three-dimensional spreading function on all of its points. That generates a line integral, which can be approximated by Gauss-Legendre two-point quadratures. The spreading function is now applied to the portion of vorticity allocated to each quadrature point. The spreading function is assembled through the product of three one-dimensional functions. These are quadratic splines that span 3 grid-cell lengths in each Cartesian direction. A quadrature point distributes vorticity to the closest 27 grid-cells.

The second phase is the solution of the second-order discrete versions of the three scalar Poisson equations in (3). A Fast Poisson Solver, based on Fast Sine and Cosine Transforms, is used. A fast convolution procedure is introduced in order to satisfy the boundary condition of vanishing perturbations at infinity. The influence of a portion of the wake that extends beyond the computational box (i.e.,  $x > X_{cutoff}$ ) is taken into account by an artifice introduced in the convolution scheme. This artifice effectively doubles the wake length in the  $x$  direction for calculation purposes, with negligible increase in computational time. Velocities on grid points are computed from the solution  $\psi_{ijk}$  by second-order central finite-differences.

In the final phase, velocities at points of interest (wake segment nodes, in this case) are interpolated from grid point values. The interpolation procedure uses the same quadratic splines of the spreading scheme. The application of the vortex-in-cell method presents two basic advantages. The effect of the spreading/interpolation procedure is analogous to the introduction of a viscous core for the vortex segments. The velocity singularity at the segment position is removed, and the effective core has a radius of about 1.5 grid-cell lengths. The second advantage appears when detailed descriptions of the wake are desired. The method has computational time of the order  $M \log_2 M$ , where  $M$  is the number of grid cells, while the interpolation and spreading schemes have times of the order of the number of vortex segments,  $N$ . Therefore, the  $N^2$  dependence of traditional vortex methods is removed, and wakes with a large number of vortices can be computed much faster.

**Two-Dimensional Formulation.** The roll-up process of wing wakes can be simulated approximately by disregarding the wing influence and the wake curvature in the streamwise direction. Such hypotheses permit the representation of the discretized wake by straight, parallel infinite vortices, which move under their induced velocities. These velocities have components only in the  $yz$  plane and can be computed from a corresponding set of 2-d point vortices, in cross-flow planes of the wake. Although these simplifications are valid only at far distances downstream (i.e., at the Trefftz plane), a first approximation of the wake shape can be obtained by using the 2-d

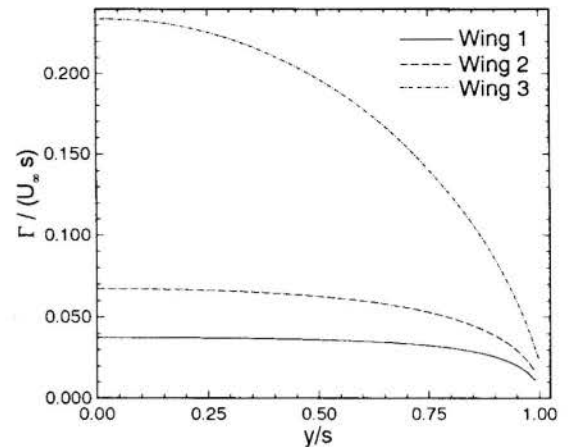


Figure 1: Bound circulation distribution for the computed wings.

model as soon as the wake leaves the wing. In the 2-d limit, the  $x$  coordinate is identified with a pseudo-time variable  $t$ , so that  $x = U_\infty t$ . When  $t$  is made non-dimensional relative to  $s/U_\infty$ , one has simply  $x = t$ .

The 2-d computation starts with the 3-d wake at the wing trailing-edge cross-flow, which provides the starting positions and the circulations for the 2-d point vortices. The wake roll-up method in 2-d is a pseudo-time integration, and a simple Euler scheme is employed here. In analogy to the 3-d relaxation scheme, the position of vortex  $i$  at time  $(n + 1)\Delta t$  is given by

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \Delta t \mathbf{u}_i^n \quad (4)$$

$\mathbf{r}$  denotes now the position of a point vortex on the  $yz$  plane. The velocities  $\mathbf{u}_i^n$  are computed by a 2-d version of the vortex-in-cell method described above, which solves the scalar Poisson equation given by

$$\nabla^2 \psi_x = -\omega_x \quad (5)$$

Observe that only the  $x$  components of vector potential and vorticity are needed. In fact,  $\psi_x$  is identified as the 2-d stream function in this case.

## RESULTS

Both wake roll-up methods were applied to three wings with decreasing aspect-ratio and no twist, all at  $5^\circ$  angle-of-attack. Wing 1 was rectangular and had aspect-ratio,  $AR$ , equal to 10. Wing 2 was also rectangular, and had  $AR = 5$ . Wing 3 was a delta wing with  $AR = 2$ . Fig. 1 shows the circulation distribution for the three wings. The lift coefficient for Wings 1, 2 and 3 was 0.33, 0.28 and 0.18 respectively.

All 3-d wake roll-up computations used grid-cell lengths equal to  $0.1 \times 0.04 \times 0.04$  for the vortex-in-cell method. The  $x$ -direction length of the wake segments,  $\Delta x$ , was equal to 0.1. All 2-d computations used the same grid-cell sizes for the  $y$  and  $z$  directions, and a pseudo-time increment ( $\Delta t$ ) equal to 0.1, to maintain correspondence to the 3-d calculations. The wake length in the  $x$  direction was 5 wing spans ( $X_{cutoff} = 10s$ ). In the 3-d case, the convergence factor for the wake was 0.05% of  $s$ . Symmetry was not explored in the computations, so that the whole wing and wake were modeled. The coordinate system origin was placed at the trailing edge of the root chord.

Wings 1 and 2 had 111 panels along the span, only one panel along the chord, and the wake was formed by 1000 vortex lines. Wing 3 had 102 panels along the span and 2 along the chord, and 919 vortices in the wake.

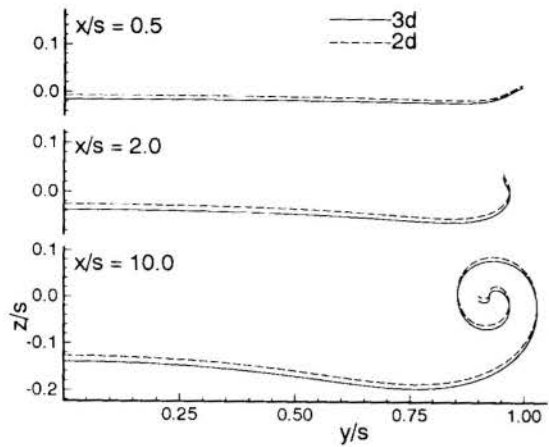


Figure 2: Comparison of computed wake shapes for Wing 1.

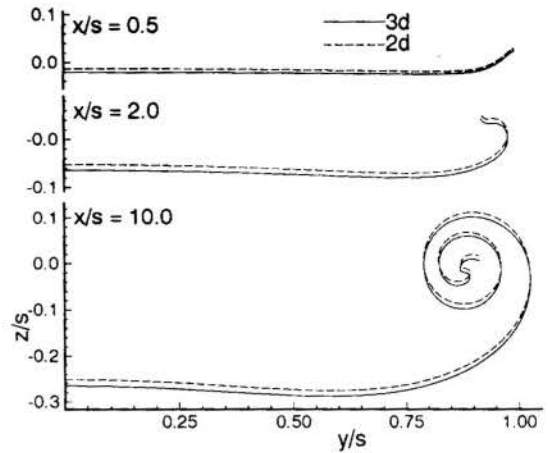


Figure 5: Comparison of computed wake shapes for Wing 2.

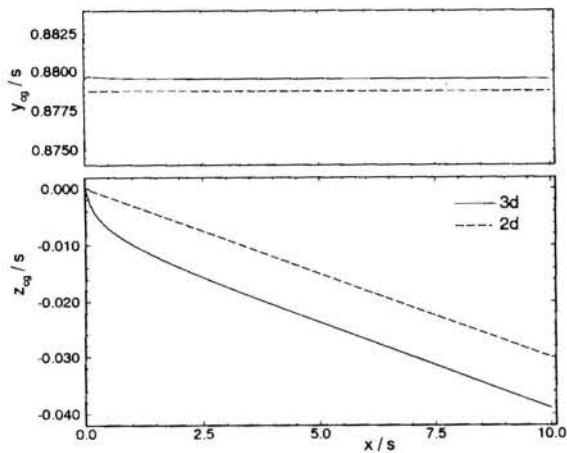


Figure 3: Path of the 2-d center of gravity of vorticity for Wing 1.

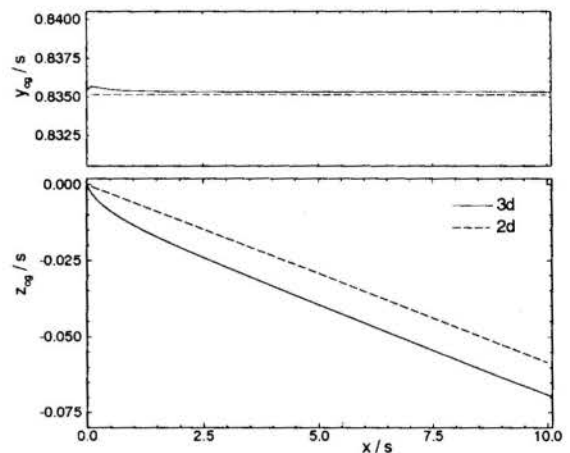


Figure 6: Path of the 2-d center of gravity of vorticity for Wing 2.

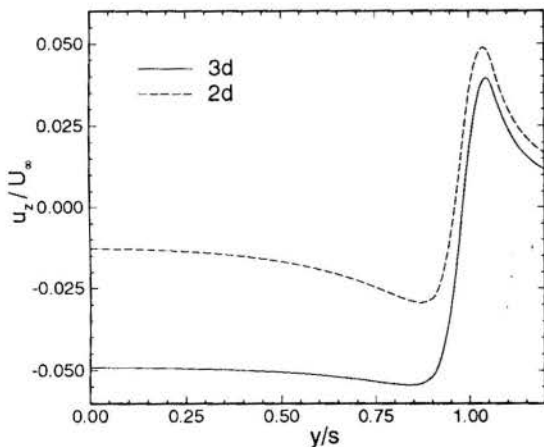


Figure 4: Downwash distribution at the wing trailing edge for Wing 1.

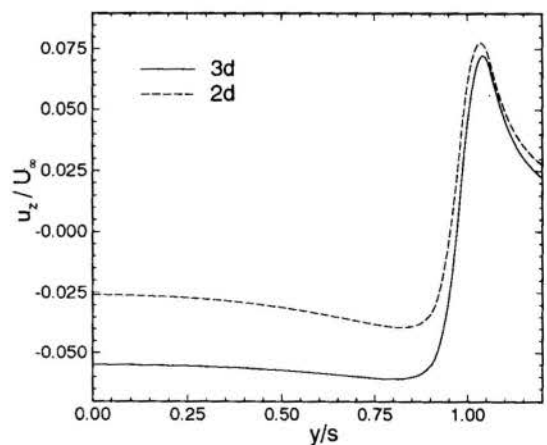


Figure 7: Downwash distribution at the wing trailing edge for Wing 2.

Observe in Fig. 2 that the wake shapes computed for Wing 1 by the 2-d and 3-d methods were practically identical for all cross-flow planes shown, except for small downward shifts for the 3-d wake. Fig. 3 shows the position of the center of gravity of vorticity in the cross-flow planes. Notice that the  $y$  position of the c.g. remained essentially constant for both computations, in agreement with theoretical 2-d wake roll-up

considerations (Spreiter and Sacks, 1951). The vertical position of the c.g. of the 3-d wake departed markedly from the 2-d wake position as soon as the wakes left the wing trailing edge. However, at a distance of about one span behind the wing, the downward shift had essentially reached a constant value. The reason for this difference in wake displacement close to the wing is illustrated in Fig. 4, that shows downwash distributions



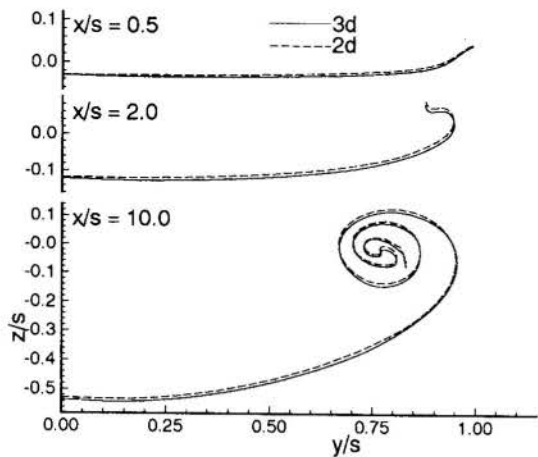


Figure 8: Comparison of computed wake shapes for Wing 3.

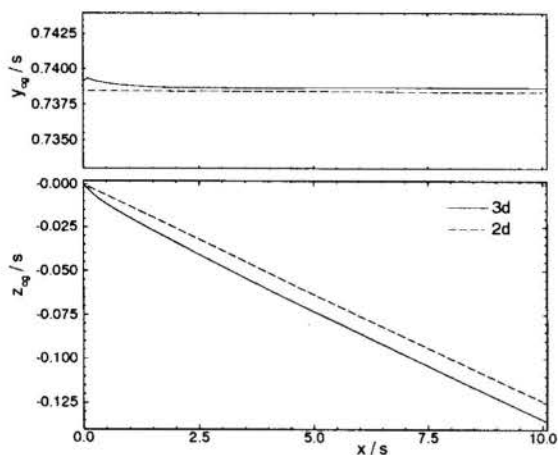


Figure 9: Path of the 2-d center of gravity of vorticity for Wing 3.

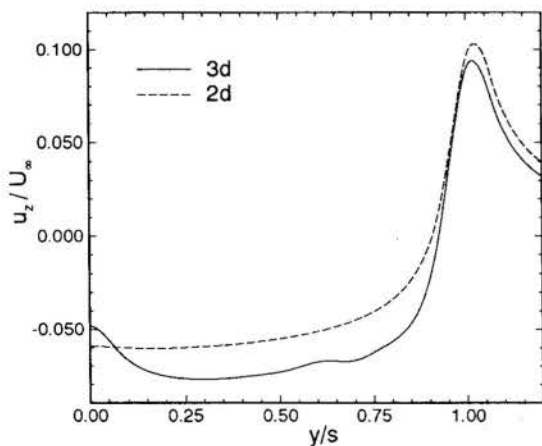


Figure 10: Downwash distribution at the wing trailing edge for Wing 3.

at the wing trailing edge. The 3-d values were in average 4 times those of the 2-d calculation. This shows that, for this high-aspect wing, the decrease in downwash due to the removal of the wing effect is much larger than the increase due to the addition of the upstream semi-infinite wake extension in the 2-d formulation.

Figures 5 to 10 show results for Wings 2 and 3. Notice

the increasing degree of roll-up of the wakes, due to the higher circulation of the wake vortices. The same observations concerning wake shapes and vorticity c.g. position apply here. For Wing 2 (Fig. 7), the 3-d downwash values were still larger than the 2-d ones, but the difference decreased. The discrepancy in downwash magnitude decreased even further for Wing 3, but the distributions had differences in shape close to the wing root.

The last grid used by the 3-d vortex-in-cell method for Wing 3 had dimensions equal to  $129 \times 65 \times 33$ . Wake convergence was reached after 203 relaxation iterations. The 3-d computation took 3.83 CPU hours in an IBM-RISC6000/340 workstation. In contrast, the 2-d computation used only 10 seconds.

## CONCLUSIONS AND COMMENTS

The wake shapes computed by the 2-d and 3-d approaches were surprisingly similar. The 3-d wakes presented a downward shift due to the higher downwash in the proximity of the wing. However, as showed by the vertical position of the center of gravity of vorticity, the vertical position remained essentially the same after about one span behind the trailing edge. The magnitude of this shift reached from 0.9 to 1.1% of the semi-span, where the higher values occurred for the wings with lower aspect ratio. On the other hand, the horizontal position of the c.g. could be considered constant for both computations. Such small differences between the results of the two methods reaffirm the applicability of the 2-d approach for these wings with straight trailing edges. The speed of the 2-d method largely compensates for its inaccuracies, especially if one is interested on wake shapes at distances of more than one semi-span behind the trailing edge. This suggests that a 2-d roll-up method that includes 3-d effects, like the one by Nikolic et al. (1992), which takes into account the influence of the wing bound vorticity, should provide very accurate results for such wings. Further studies should investigate the case of wings with swept trailing edges.

## ACKNOWLEDGEMENT

The author wishes to thank Prof. John R. Spreiter, from Stanford University, whose suggestions originated this work.

## REFERENCES

- Spreiter, J.R., and Sacks, A.H., "The Rolling Up of the Trailing Vortex Sheet and Its Effect on the Downwash Behind Wings," *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 18, pp. 21-32, 1951.
- Sarpkaya, T., "Computational Methods with Vortices — The 1988 Freeman Scholar Lecture," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 111, 1989.
- Hoeijmakers, H.W.M., "Computational Vortex Flow Aerodynamics," *AGARD CP-342*, 1983.
- Ribeiro, R.S., *Analysis of Wing Wake Roll-Up Using a Vortex-in-Cell Method*, Ph.D. Thesis, Stanford University, Stanford, CA, USA, 1992.
- Ribeiro, R.S., and Kroo, I., "Vortex-in-Cell Analysis of Wing Wake Roll-Up," *10th AIAA Applied Aerodynamics Conference — A Collection of Technical Papers (AIAA Paper 92-2703)*, Palo Alto, CA, USA, pp. 753-763, 1992.
- Nikolic, V., et al., "WINGWAKE' — A Computational Model for Preliminary Assessment of Vortex Attenuation Schemes," *AIAA Paper 92-4209*, Washington, DC, USA, 1992.

AERODYNAMIC STUDY OF A THREE-ELEMENT AIRFOIL  
CONFIGURATION FOR AN AUTOMATIC FLAP DESIGN

ROBERTO M. GIRARDI and DURVAL HENRIQUES DA SILVA Fo.

Departamento de Aerodinâmica  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica  
12228-900 CTA, São José dos Campos - São Paulo

SUMMARY

*A numerical method based on potential flow theory and a distribution of tangent dipoles is used to compute the pressure distributions on a MS-0313 airfoil with several configurations of Fowler flap and leading-edge slat. Results are compared with wind tunnel tests. Data should allow the aerodynamic design of a flap system to be deployed automatically in order to improve the low-speed performance of an agricultural airplane.*

INTRODUCTION

In some flight conditions, higher values of lift coefficient (Cl) are interesting to permit flight at lower velocities. This is the case of take-off and landing situations, where high-lift devices are used, such as flaps and slats (leading-edge flaps). These devices are usually commanded by the pilot, but in some cases an automatic operation is desirable. In fighters, automatic operation is commonly used during air combat, when the entirely control operations are made by computers. Control surfaces (flaps, slats, spoilers, etc) are deflected by servo-motors and the whole automatic system is very complex and expensive. Automatic high-lift devices are also desirable for agricultural airplanes, because their operation usually requires several 180 degrees turns, in order to quickly spread agricultural products on an area of interest. Such turns must be as small as possible and have to be done at low velocities and with high lift coefficient. Meanwhile, for such application, automatic operation has to be simple and cheap.

The main objective of the present work is to design an automatic high-lift device, which is controlled by the pressure distribution on the profile surface. In Figure 1 is shown the device studied in this paper, which is intended to be applied for improving the operation of agricultural airplanes.

During cruise all parts of the three element airfoil are kept joined together due to the fact that the stagnation point is upstream from point A (see Figure 1a), and therefore, the spring force is counterbalanced by the flow pressure force. When the airfoil's angle of attack is increased, the stagnation point tends to move to a position downstream from point A. In this case, the spring force overcomes the aerodynamic force and the three elements are separated as shown in the Figure 1b. In the above configuration, the slat is the controller element and, at the same time, it gives an additional contribution to the lift coefficient.

The mechanical device inside the profile will not be treated in this paper. Only the flow over the configurations shown in Figure 1 will be analyzed in order to design the slat shape (define the position of point A) and to study the effective position and attitude of the slat and flap, when these elements are separated. Such aerodynamic analysis is very important to calculate forces and moments acting on the slat and flap surfaces, which will be used to specify the mechanical device characteristics, such as the spring strength.

The aerodynamic study mentioned above will be performed numerically and the panel method will be used. From the numerical point of view, the main concern when multi-elements are to be calculated is the problem arising when one element is very close to the other, as is the case of the present configuration. The classical Hess & Smith [2] scheme, with constant strength source and vortex panels, presents the above problem. If higher order singularity distributions and curved panels are implemented, the mentioned problem can be minimized (for instance, see Johnson [5]), but the numerical scheme is more complex. Bristow [1] has proposed an interesting method based on the Green's identity, where a combination of source and normal dipole were used and good results were obtained for configurations similar to that shown in the Figure 1.b. Although one of the above methods could be used to solve the problem in question, a new scheme based on the tangent dipole singularity will be tested for the case of multi-element configuration.

After a brief description of this new numerical method, a two-element configuration (profile with a flap) will be used to validate the numerical code, which will then be applied to design the slat shape and to define its best relative position.

NUMERICAL METHOD

The numerical method used in this work was initially developed to study internal flows, as is the case of an airfoil inside the test section of a wind tunnel (see Girardi [3]). Due to the good results obtained, the above numerical scheme was extended to study the flow over multi-element configurations. The validation of this new version is one of the goals of the present paper.

The main feature of the present numerical method is the usage of the dipole singularity, whose orientation is tangent to the panel surface. The boundary condition (Neumann problem) is prescribed by using the stream function, which has a constant value ( $\psi_k$ ) on the surface of each element (k) of the configuration.

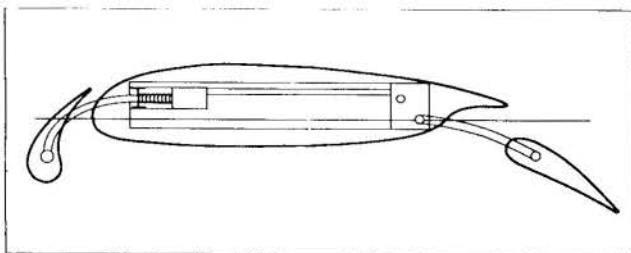
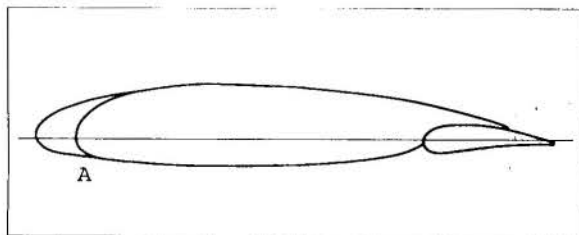


Figure 1: Three element airfoil (a) with its parts joined together and (b) with its parts separated for maximum lift coefficients.



In order to model the circulation around each element, vortex panels are also considered and their strengths determined by imposing the Kutta condition on the trailing edge of each configuration.

Due to the above combination between singularity and boundary condition, the tangent dipole distribution has not a unique solution (see procedure described by Hunt [4]). In order to overcome this problem, the strength of one tangent dipole panel of each element "k" has to be fixed with an arbitrary value  $\mu_k$ .

This procedure causes another difficulty related to a greater number of linear equations ( $N_e$ ), in comparison to the number of unknowns ( $N_u$ ). The difference between  $N_e$  and  $N_u$  is equal to the number of elements "k" within the configuration. Therefore one needs "k" more unknowns to determinate the linear system of equations. To solve the above problem, values of the stream function ( $\psi_k$ ), which must be imposed as boundary condition on each element "k", are considered as unknowns. This procedure is very interesting because another problem is simultaneously solved, when values of  $\psi_k$  are still unknowns, due to the fact that they depend on the circulation around each element "k".

For a closed discretization (which is necessary to treat sharp trailing edges), the parameters  $\mu_k$  can have arbitrary values but, for an open discretization (appropriate to blunt trailing edge), values for  $\mu_k$  have to be lower than  $10^{-4}$ , in order to avoid numerical difficulties, which arise due to the leakage problem (see Hunt [4]). This kind of problem also arises for the vortex distribution and, in this numerical method, for each element "k", the vortex panel strengths are not constant as they usually are. They are varied along the element surface in such a way that, at the trailing edge, the panel strengths tend to zero.

It is interesting to emphasize that the present numerical method can be applied to study the flow over multi-elements configurations, in such a way that the cases of sharp or blunt trailing edges can be treated, without any kind of artificial discretization closure, which could cause numerical problems at the neighborhood of the trailing edge.

### PRESSURE COEFFICIENT CORRELATION

To verify the capability of the present code to accurately predict the pressure distribution around a two-element airfoil, the flowfield characteristics over a MS-0313 rear loaded cambered airfoil with a 25% chord single-slotted flap are selected for calculation. Two particular angles of attack and three flap angles of deflection are selected for this correlation, for which all the necessary experimental data are available from reference [7]. In the mentioned reference we find the airfoil and flap coordinates, as well as the exact relative flap positions with respect to the main airfoil trailing edge, to each angle of deflection. The slot created by the flap backward movement has its upper surface redesigned in order to reduce local curvature and to avoid unrealistic pressure oscillations, observed in preliminary calculations. These discrepancies are due to the typical potential theory assumptions, which impose a flow surface tangency everywhere and fails to represent sharp edges.

The pressure distribution calculated around the MS-0313 single-element airfoil shows very good agreement with experimental data, for angles of attack up to 8 degrees. All main pressure distribution characteristics are well predicted, including the leading edge acceleration, the near flat top central portion and the strong rear loaded region.

During the two-element analysis, we have focused the study on 0 and 8 degrees of angle of attack and 10, 20 and 30 degrees of flap deflection. These cases also reproduce quite well experimental pressure distribution, over both main and flap airfoils. For 10 degrees of flap deflection, the experimental results shows a highly accelerated flow around the upper leading edge flap, which overcome the calculated pressure coefficient values. A probable reason for such a behavior is the effect of a thick boundary layer that reduces the effective throttle area, accelerating the flowfield through the slot. This condition is particular to the 10 degrees of flap deflection because of its relative lower position, which seems to be more affected by the airfoil trailing edge, where the slot surface is redesigned.

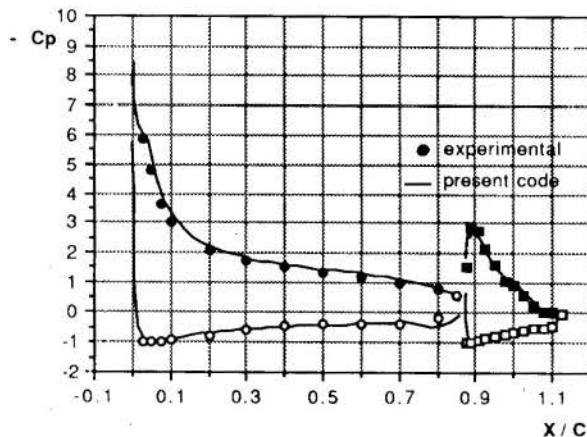


Figure 2. Pressure distribution over a two-element airfoil with 8 degrees of angle of attack and 20 degrees of flap deflection

In 20 degree flap deflection case, the theoretical-experimental pressure correlation is even better over both airfoil elements. The negative peak pressure calculated near the airfoil leading edge is a little higher than the measured data, as expected by potential theory, but the pressure recovery region is properly determined (see Figure 2). The pressure distribution on the main airfoil lower surface and the entire flap body is accurately predicted. When flap is deflected to 30 degrees, viscous effects became too strong, reducing the leading edge flow circulation and resulting in boundary layer separation on the second-half of the flap upper surface. The pressure keeps a constant value and the flow recovery is not completed on the flap trailing edge. This loss of efficiency could also be detected by the small amount of lift increment generated with a 30 degree flap deflection (Figure 3). Obviously, this flow separation could not be captured by a code based on potential theory, and the pressure correlation started to fail. Nevertheless, the pressure distribution pattern is correctly predicted over the entire attached flow region.

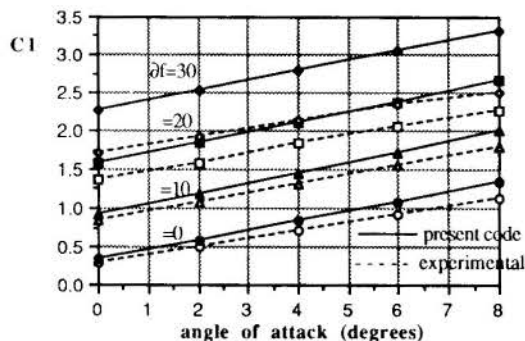


Figure 3. Lift coefficient evolution with angle of attack and flap deflection

Figure 3 shows the lift coefficient calculated by simple numerical pressure integration, compared with aerodynamic loads measured, for angles of attack up to 8 degrees. As it is expected, calculated values overestimates experimental lift coefficients by about 12%, up to 20 degrees of flap deflection. The computed lift curve slopes are almost constant for any deflection and the lift increment due to flap showed good agreement with measured values to flow attached conditions.

The first step to the present code validation is then concluded. The numerical method has demonstrated to be very accurate to perform flow analysis over two dimensional multi-element airfoils into a range of angles of attack and flap deflections where viscous effects are still limited and no flow separations is present.

## LEADING-EDGE SLAT DEFINITION

Following the flow solver validation we have proceeded to define a leading edge high-lift device, incorporated to the MS-0313 airfoil configuration, with a 25% chord single-slotted flap at 20 degrees deflection position. Our first goal is to design a slat airfoil, according to the leading edge upper surface on the main airfoil, and to create a new smooth upper nose line (slat lower surface), considering the stagnation position at the design angle of attack, as shown in Figure 4. All sharp geometric contours are eliminated to avoid numerical miscalculations. Preliminary computations have shown a smooth pressure distribution over this modified airfoil leading edge without the slat element, which is very close to the original airfoil behavior.

After a trailing-edge flap deflection, the flow circulation around the airfoil nose is highly increased, which induces high levels of negative pressure coefficient, followed by strong adverse pressure gradients. The main purpose for using a leading-edge slat combined with a powerful flap device to be operated at high angles of attack, is to reduce this negative peak pressure by realigning the airfoil nose with the local flowfield upward direction. By doing so, the risk of flow separation is minimized and the stall may be delayed. In order to guarantee the slat efficiency, it is necessary to find a proper relative position and right slat angle of deflection, which create a regular convergent channel shape between the airfoil leading edge and the slat lower surface. This resulting configuration should drive high energized flow from the slot towards the airfoil upper surface, blowing its boundary layer.

A grid of 9 points considering horizontal and vertical displacements is established to localize the slat element in relation to the main airfoil (see Figure 4). Using the present code, we have computed the flow characteristics around the three element airfoil at 8 degrees of angle of attack ( $\alpha$ ), in each grid position, and slat deflections from +10 to -35 degrees. This  $\alpha$  angle condition was preliminarily selected as the flight attitude when all the wing high-lift devices should be automatically deployed to improve the airplane low speed performance.

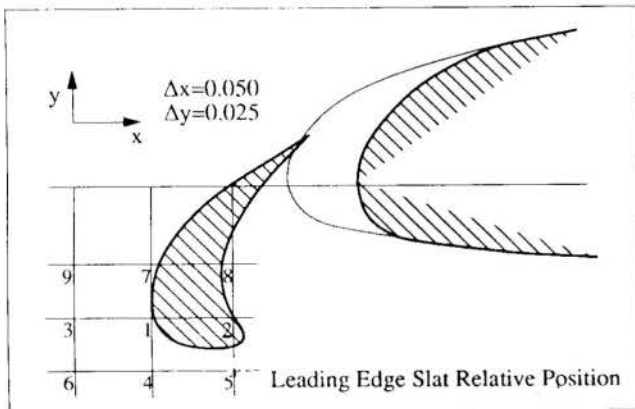


Figure 4. Slat relative position

Computed results have clearly shown that when slat deflections become more negative, the induced negative peak pressure over the slat upper surface quickly falls, while it slightly grows in the main airfoil (see Figure 5). It means that a small loss of flow circulation around the slat produces higher flow velocities through the convergent channel, increasing leading edge suction on the main airfoil. For a certain slat deflection the two minimum pressure values are equal and their magnitudes are slightly affected by the slat vertical relative position. On the other hand, this particular angle of deflection is more negative for closer horizontal slat positions, probably because it results in more suitable channel shapes.

In the sweep configuration analysis, little influence is noticed on the global lift coefficient value. Each element has its own lift adjusted, keeping the total lift near constant, as can be seen for the particular slat position illustrated by Figure 5. This aspect may change when viscous effects are considered, because of the eventual flow separation.

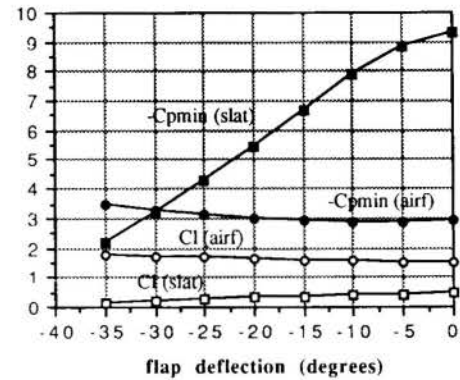


Figure 5. Aerodynamic coefficients as a function of slat deflection for designed slat relative position

Knowing that the use of a slat device should minimize the leading edge peak pressure and reduce the local angle of attack, we have then selected three representative positions (a closer, medium and farther - numbers 8, 1 and 6 from Figure 4), and their respective angles of slat deflection (-30, -25 and -15 degrees). To these configurations the negative peak pressure are lower in both slat and main airfoils. At higher angles of attack, the flow analysis around each configuration selected allow us to hold the closest slat position with respect to the main airfoil, since it has kept the peak pressure at lower levels to any angle of attack. For this position, the risk of slat flow separation is low, since its lift coefficient is only moderate. Figure 6 presents the pressure coefficient distribution over each airfoil element, calculated in the design condition.

Flap lift increment and minimum pressure have remained almost constant during the angle of attack sweep (see Figure 7), while lift increment due to slat contributions has continuously increased, proving to be more efficient at high incidences. For each airfoil element, minimum pressure coefficients have reached almost the same value at the design condition, as can be seen in Figure 7. From Figure 8, it is interesting to notice that the minimum negative pressure coefficient at the design condition ( $C_{pmin} \approx -4.0$ ) over the main airfoil, with slat and flap deployed, is smaller than the one associated with the isolated airfoil, although producing double lift. The use of the designed slat device has also reduced to half the flow acceleration around the airfoil leading edge, for the same amount of lift increment due to flap deflection. As expected, a slat device has little influence over the global lift coefficient evolution with  $\alpha$  angle (see Figure 9), but shall delay the airfoil stall, controlling flow accelerations and boundary layer separation from its leading edge surface. When the slat is deployed a decrease of about 8% in total lift is computed due to a small loss of pressure force in the leading edge slot region

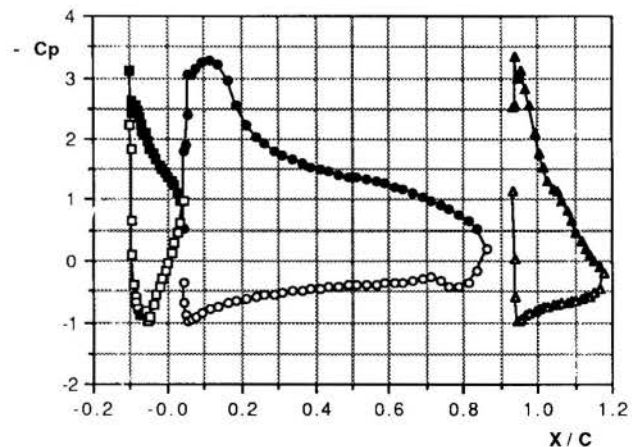


Figure 6. Multi-body pressure distribution

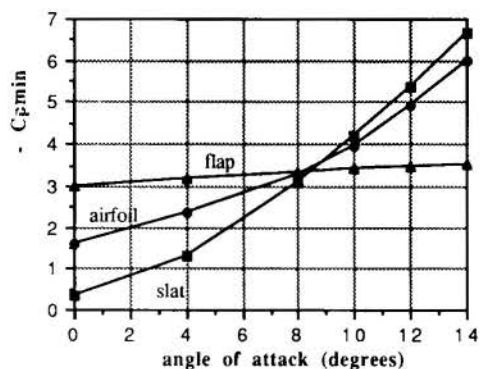


Figure 7. Minimum pressure coefficient versus angle of attack for each element.

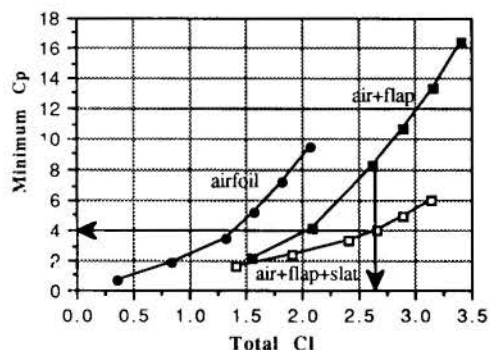


Figure 8. Minimum pressure versus total lift coefficient.

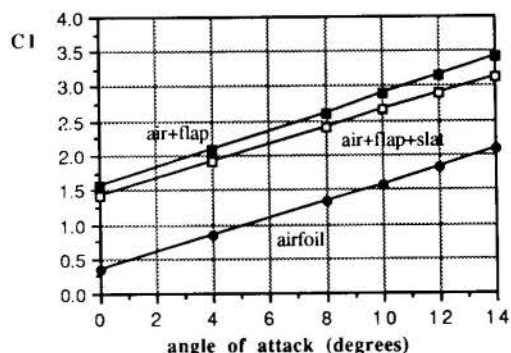


Figure 9. Multi-body lift coefficients

### CONCLUDING REMARKS

A potential flow multi-body airfoil code is used to evaluate a complete high-lift device, preliminarily designed to be applied in an agricultural airplane. An extensive aerodynamic analysis is performed in order to determine the best relative position and angle of deflection of a leading-edge slat, in combination with a trailing edge fowler flap, which should be deflected automatically to prevent flow separation at high angles of incidence.

In order to select slat relative position and deflection, two criteria are adopted: (a) for the design angle of attack (8 degrees), three positions (closer, medium and farther) and their deflections are chosen by considering equal negative pressure peaks on slat and airfoil surfaces. (b) the final decision is taken by analyzing the negative pressure peak behavior, when the configuration angle of attack is increased.

The device designed (closer position) has demonstrated to be very effective in increasing lift without overaccelerating the flowfield around the airfoil leading edge. It is expected by the authors that it will reduce the additional pitch moment created with flap deflection. This will result in small changes in the airplane flight characteristics after high-lift deployment.

This paper reports the initial stage of the present development and the mentioned criteria are adopted because boundary layer calculations are not considered yet. A boundary layer correction will certainly improve the present code accuracy, especially to provide a proper simulation of the flow characteristics inside the created leading edge channel. The slat shape can also be improved and the design angle of attack has to be analyzed, in order to verify the better condition for a high-lift device deployment.

### REFERENCES

- [1] Bristow, D. R. and Grose, G. G., "Modification of the Douglas Neumann Program to Improve Efficiency of Predicting Component Interference and High Lift Characteristics" NASA CR-3020, NASA Washington, DC, 1978.
- [2] Hess, J.L. and Smith, A. M. O., "Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies", Progress in Aeronautical Sciences, Vol. 8, Pergamon Press, 1966.
- [3] Girardi, R. M., "A Panel Method Based on Tangent Dipole Singularity for Internal and External Flows", Boundary Elements Communications, Vol. 5, n. 2, pp.53-56, 1994.
- [4] Hunt, B., "The Panel Method for Subsonic Aerodynamic Flows", VKI Lectures on Computational Fluid Dynamics, 1978.
- [5] Johnson, F. T., "A General Panel Method for the Analysis and Design of Arbitrary Configurations in Incompressible Flows", NASA CR-3079, NASA, Washington, DC, 1980.
- [6] Katz, J. and Plotkin, A., "A Low-speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods", McGraw-Hill, Singapore, 1991.
- [7] Wentz Jr., W. H., "Wind Tunnel Force and Pressure Tests of a 13% Thick Medium Speed Airfoil with 20% Aileron, 25% Slotted Flap and 10% Slot-Lip Spoiler", NASA CR-3439, NASA, Washington, DC, 1981.



NUMERICAL SIMULATION OF  
 SHOCK-WAVE-TURBULENT-BOUNDARY  
 LAYER INTERACTION

J. C. Lobo de Menezes, M. A. Ortega, and Nide G. C. R. Fico Jr.

Divisão de Aeronáutica  
 Instituto Tecnológico de Aeronáutica  
 Centro Técnico Aeroespacial  
 12228-900 - S. J. dos Campos - SP - Brasil

SUMMARY

The present work deals with the numerical aspects of the simulation of the interaction shock-wave-boundary-layer. The influence of parameters such as artificial dissipation coefficient and mesh refinement among others upon the numerical solution, using two different turbulence models, are systematically investigated. The study is performed on a supersonic flow over a compression ramp. The 2-D Navier-Stokes equations are used to model the physical situation and the finite-difference implicit Beam and Warming algorithm is called upon to perform the numerical solution. The Turbulence modelling is accomplished through the schemes of Baldwin and Lomax and of Johnson and King.

INTRODUCTION

The continuous growth of available computational power is helping to make the numerical solution of the Navier-Stokes equations over complex geometries a much more feasible task. However, before a particular code can be used for design purposes it must undergo a very careful and systematic validation. One of the key points in this process is to study the influence of numerical factors upon the final flow solution. In other words the code must not only give the right solution but the user must be skilled enough in order to discern between numerical and physical aspects of the results obtained.

The ideal test problem would be one which combines the basic features of the flows the numerical code will be dealing with in its production phase together with sufficiently detailed experimental measurements. The shock-wave-turbulent-boundary-layer interaction presents both of these qualities and therefore it was chosen to be the test problem in this work. This type of flow contains concomitantly all the difficulties of turbulence and of the viscous-inviscid interaction. Further, this physical phenomenon has great interest in the design of supersonic inlets, external aerodynamics, and turbomachinery. The flow situation to be investigated is the supersonic flow over a 24-degree compression ramp.

The governing equations are written in strong conservation-law form for a general body-conforming curvilinear coordinate system. The equations are solved using the Beam and Warming finite-difference implicit approximate factorization algorithm (Beam and Warming, 1978 and Pulliam and Steger, 1980) in which the implicit Euler method is used for the time march and central differences are employed to discretize all spatial derivatives. As usual with central-difference methods artificial dissipation terms must be added in order to control nonlinear instabilities. These terms are fourth-order differences so that they do not compete with the physical viscosity. In order to render the algorithm more robust the boundary conditions should be implemented in such way that they preserve the physics of the process. The characteristic relations for the 2-D Euler equations are used at the entrance and exit boundaries because they preserve much more of the physics of the flow than other type of "numeric extrapolation". (MacCormack, 1984)

The main goal of this work, which represents a step further of ITA's CFD group towards the implementation of very robust and reliable numerical algorithms, is to perform a systematic

investigation of numerical influences such as amount of artificial dissipation and computational grid refinement upon the solution of the two-dimensional thin-layer Reynolds-averaged Navier-Stokes equations in a physical situation of great practical interest.

NUMERICAL IMPLEMENTATION

The 2-D thin-layer Reynolds-averaged Navier-Stokes equations written in conservation-law form for a general, body conforming, curvilinear coordinate system are

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} = 0, \quad (1)$$

where

$$Q = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{Bmatrix},$$

$$E = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho U \\ \rho u U + p \xi_x - Re^{-1} (\tau_{xx} \xi_x + \tau_{xy} \xi_y) \\ \rho v U + p \xi_y - Re^{-1} (\tau_{xy} \xi_x + \tau_{yy} \xi_y) \\ (e + p) U - p \xi_t - Re^{-1} (\beta_x \xi_x + \beta_y \xi_y) \end{Bmatrix},$$

$$F = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho V \\ \rho u V + p \eta_x - Re^{-1} (\tau_{xx} \eta_x + \tau_{xy} \eta_y) \\ \rho v V + p \eta_y - Re^{-1} (\tau_{xy} \eta_x + \tau_{yy} \eta_y) \\ (e + p) V - p \eta_t - Re^{-1} (\beta_x \eta_x + \beta_y \eta_y) \end{Bmatrix},$$

and

$$\begin{aligned} U &= \xi_t + \xi_x u + \xi_y v, \\ V &= \eta_t + \eta_x u + \eta_y v, \\ \beta_x &= \tau_{xx} u + \tau_{xy} v - q_x, \\ \beta_y &= \tau_{xy} u + \tau_{yy} v - q_y. \end{aligned}$$

Here,  $U$  and  $V$  are the contravariant velocity components,  $u$  and  $v$  are the Cartesian velocity components, while  $\rho$  stands for density,  $p$  stands for pressure,  $e$  is the total energy per unit

volume, and  $q_x$  and  $q_y$  are the components of the heat flux vector.  $J$  is the transformation Jacobian,  $\xi_t, \xi_x, \xi_y, \eta_t, \eta_x, \eta_y$  are metric terms and  $Re$  is the Reynolds number. Further,

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= (\lambda + 2\mu)\partial u/\partial x + \lambda\partial v/\partial y, \\ \tau_{xy} &= \mu(\partial u/\partial y + \partial v/\partial x), \\ \tau_{yy} &= (\lambda + 2\mu)\partial v/\partial y + \lambda\partial u/\partial x,\end{aligned}$$

where  $\mu$  is the molecular viscosity and  $\lambda$  is taken as  $-(2/3)\mu$ , the Stokes hypothesis. Fluid property relationships complete the mathematical model and convenient reference parameters are used to nondimensionalize the set of equations. After introducing the time-march implicit Euler scheme, the approximate factorization concept and the space discretization, the final form of the algorithm reads (Pulliam, 1984)

$$L_\xi L_\eta \Delta_t Q^n = R_\xi + R_\eta, \quad (2)$$

where  $Q$  is the vector of conserved properties and

$$\begin{aligned}\Delta_t Q &= Q^{n+1} - Q^n, \\ L_\xi &= I + \Delta t \delta_\xi \hat{A}^n - \Delta t Re^{-1} \bar{\delta}_\xi J^{-1} \hat{M}_\xi^n J - \varepsilon_i \Delta t J^{-1} \nabla_\xi \Delta_\xi J, \\ L_\eta &= I + \Delta t \delta_\eta \hat{B}^n - \Delta t Re^{-1} \bar{\delta}_\eta J^{-1} \hat{M}_\eta^n J - \varepsilon_i \Delta t J^{-1} \nabla_\eta \Delta_\eta J, \\ R_\xi &= -\Delta t \delta_\xi E^n - \varepsilon_e \Delta t J^{-1} (\nabla_\xi \Delta_\xi)^2 J Q^n, \\ R_\eta &= -\Delta t \delta_\eta F^n - \varepsilon_e \Delta t J^{-1} (\nabla_\eta \Delta_\eta)^2 J Q^n.\end{aligned}$$

In the above expressions  $\Delta t$  stands for the time step, and  $n$  for the time level.  $E_e$  and  $F_e$  represent the inviscid flux vectors while  $E_v$  and  $F_v$  are the viscous flux vectors.  $\hat{A}$  and  $\hat{B}$  that appear in the local time linearization of  $E_e$  and  $F_e$  are the inviscid flux Jacobian matrices.  $\hat{M}_\xi$  and  $\hat{M}_\eta$  are the coefficient matrices of the viscous terms. The reader should refer to Pulliam and Steger (1980), and Pulliam (1984) for these matrices.  $\delta_\xi$  and  $\delta_\eta$  are three-point second-order central-difference operators.  $\Delta_\xi, \Delta_\eta$  and  $\nabla_\xi, \nabla_\eta$  are standard first order forward- and backward-difference operators, respectively. The mid-point operators used for the viscous terms are defined by:

$$\bar{\delta}_\xi Q_{i,j}^n = [Q_{i+1/2,j} - Q_{i-1/2,j}], \quad (3)$$

$$\bar{\delta}_\eta Q_{i,j}^n = [Q_{i,j+1/2} - Q_{i,j-1/2}]. \quad (4)$$

## TURBULENCE MODELS

As it is the authors desire to have a code with the capability to interchange turbulence models, according to the problem at hand, this work deals with two different means of turbulence closure: the two-layer eddy-viscosity algebraic Baldwin and Lomax model (B&L model) and the two-layer eddy-viscosity half-equation Johnson and King model (J&K model).

The Baldwin and Lomax approach assumes turbulence to be in local equilibrium, i.e., no turbulent transport effects are taken into account. This assumption is valid as long as the boundary layer is attached to the wall or, at most, a mild separation exists. The model length scale, at the inner layer, is the Prandtl mixing length and the velocity scale is derived with the aid of the vorticity field. At the outer layer the Clauser formulation is modified so that the length scale is also related to the distribution of vorticity and, therefore, the need to find the outer edge of the boundary layer is removed (Baldwin and Lomax, 1978).

The Johnson and King model was developed with the capability of treating a specific kind of flow: two-dimensional, turbulent boundary layers subjected to strong adverse-pressure gradients and the attendant separation. The strong "history effects"

present in such flows are accounted for through the introduction of a transport equation. This is an ordinary differential equation, the solution of which is used to determine eddy-viscosity changes in the streamwise direction. More details about the model, as well as its actual numerical implementation may be found in Johnson and King (1985), Shirazi and Truman (1988) and Menezes (1994).

The turbulent Prandtl number,  $Pr_t$ , is taken to be constant and equal to 0.9. In reality this parameter varies throughout the boundary layer. However, if the molecular Prandtl number value,  $Pr$ , is close to unity (which is the case for air)  $Pr_t$  is practically constant within the boundary layer (Cebeci and Bradshaw, 1984).

## BOUNDARY CONDITIONS

The flow at the entrance station is supersonic and, therefore, all four boundary conditions are fixed; in other words no extrapolation should be made from the interior of the computational domain shown, in Fig. 1, in order for the problem to be "well posed". The 2-D velocity profile is taken from the experimental data of (Settles et al, 1976). As the Prandtl number is taken to be of order one the non-dimensional temperature profile,  $\theta$ , can be assumed to match the velocity profile. The pressure is considered to be uniform and equal to its free-stream value,  $p_{inf}$ . The exit plane is also supersonic and as a consequence none of the flow variables may be fixed. These variables are made equal to the interior flow solution at the plane just before the exit plane (zeroth-order extrapolation). At the wall, considered adiabatic, the no-slip condition is applied and the pressure follows the "boundary-layer assumption"  $p_{i,1} = p_{i,2}$  (the index "1" denoting the wall). The outer boundary free-stream conditions are kept constant.

The first cases were run with a grid height equal to  $4\delta_0$  as recommended by Visbal and Knight (1984), where  $\delta_0$  is the boundary-layer thickness. However, it was found later that a height of  $5\delta_0$  is more appropriate. It should also be mentioned that the grid was set in such a way that the shock wave generated by the compression ramp always crossed the boundary at the exit plane; this facilitates the enforcement of the boundary conditions.

The computational domain as well as the main flow features and boundary conditions are shown in Fig. 1.

## PARAMETERS INVESTIGATED

The supersonic flow along a 24-degree compression corner was studied. Several values of the linear artificial dissipation coefficient,  $\varepsilon_e$  were used. The reference value for this parameter is considered to be of order one (Pulliam, 1986). In this

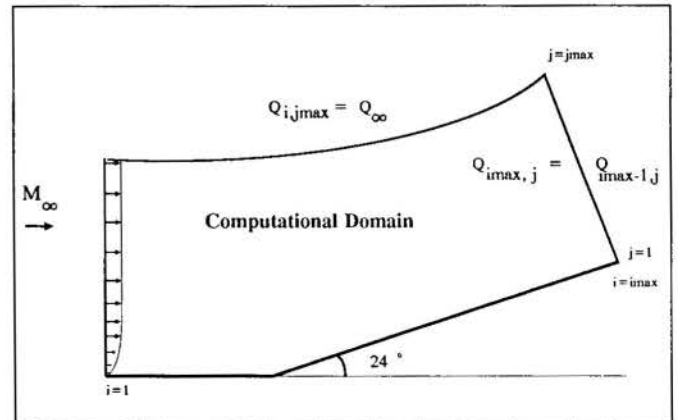


Figure 1: Sketch of the 24-degree compression ramp.

work a value as large as fifty was tested. The left-hand side counter part of  $\epsilon_e$  was taken to be four times larger. Three different meshes were used; the coarser one has  $45 \times 55$  points and the finer one has  $150 \times 60$  points. For every grid the first point off the wall lies within the viscous sub-layer, as recommended, in order for the turbulence model to yield meaningful results (Baldwin and Lomax, 1978). The importance, to the code robustness, of implicit implementation of boundary conditions for the Beam and Warming method is also a subject of interest to the authors. Finally, the influence upon the flow solution of the distance from the wall to the free-stream boundary was also investigated.

## RESULTS

Fig. 2 shows that grid refinement affects only slightly the converged solution when turbulence closure is accomplished by the Baldwin and Lomax scheme. However, in Fig. 3, however, one does observe a larger grid refinement influence, especially at the shock region, when the Johnson and King model is used. With the finest mesh, there is a tendency to oscillations in both the pressure and friction coefficients around  $x/\delta_0 = 0$  for both models, although this kind of behaviour is more pronounced for the Johnson and King model. It should be also mentioned that as the number of points in the streamwise direction increases the solution appearing in Fig. 3 becomes closer to the experimental

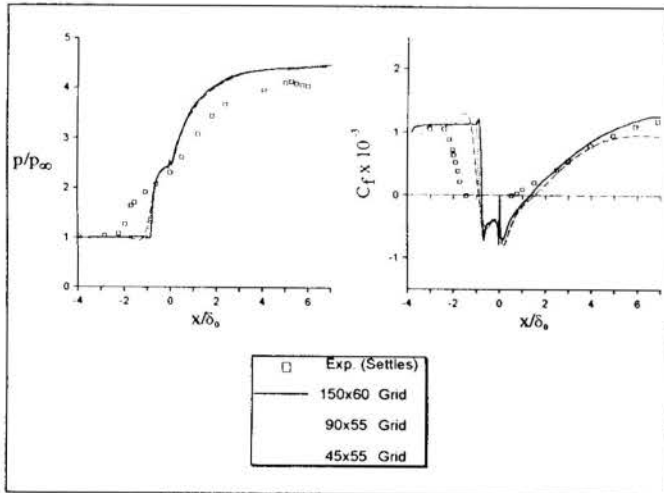


Figure 2: Comparison of the results with the B&L model for several grids with  $\epsilon_e = 5.0$ .

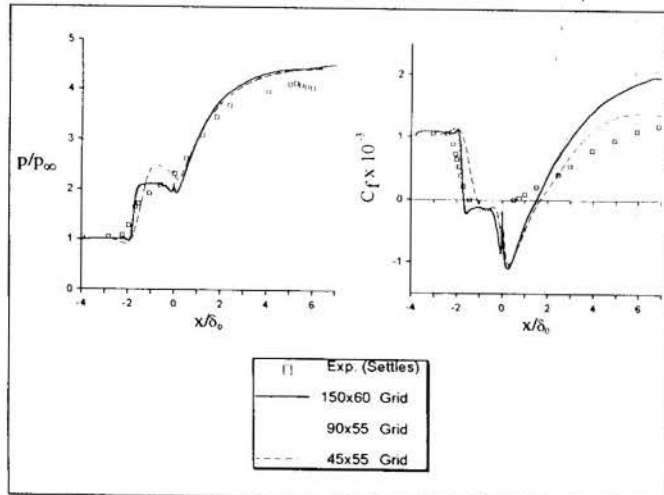


Figure 3: Comparison of the results with the J&K model for several grids with  $\epsilon_e = 5.0$ .

data (Settles et al, 1976) All results presented in Figs. 2 and 3 are for  $\epsilon_e = 5$ .

The comparisons shown in Figs. 4 and 5 using a  $90 \times 55$  grid for several values of the artificial dissipation factor demonstrates that the Johnson and King model is once again more susceptible to the variation of numerical parameters. The result for  $\epsilon_e = 1$  is not included in Fig. 4 because in this case the numerical algorithm diverged. That is, in this case the artificial dissipation was not sufficient to damp high frequency oscillations that cause numerical divergency. No apparent trend can be inferred, from the results obtained, in respect to the influence of the  $\epsilon_e$  variation, at least for the grid used.

In Figs. 2-5 the experimental data shows a trend different from that of the numerical solution for the pressure distribution for  $x/\delta_0 > 5$ . This is due to the fact that the ramp used by Settles et al. (1976) is longer than the critical value ( $6\delta_0$ ) necessary to approximate infinite ramp length conditions according to the strong interaction analysis of Hunter and Reeves (1971).

Finally Figs. 6 and 7 are examples of typical numerical solutions that may be obtained with the turbulence models tested in problems in which strong adverse-pressure gradients are present. The results for each model is reproduced in these graphics. The grid used is  $150 \times 60$  and  $\epsilon_e = 5$ . It is clear from these figures that the Johnson and King model has an advantage over the Baldwin and Lomax model for the kind of physical situation here studied. It predicts the shock wave loca-

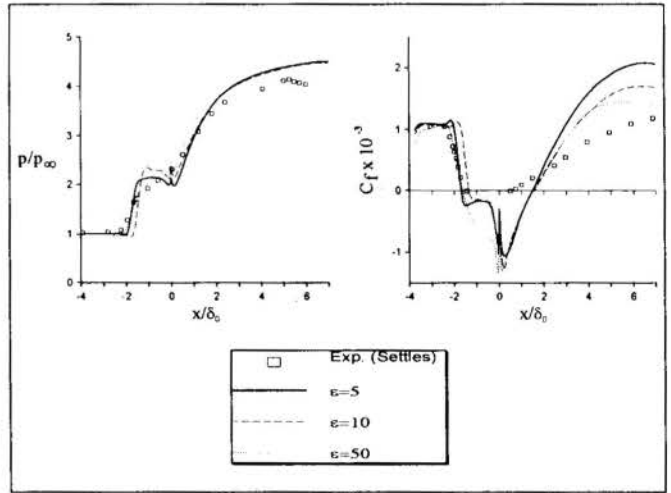


Figure 4: Comparison of the results with the J&K model for several values of  $\epsilon_e$  with a  $90 \times 55$  grid.

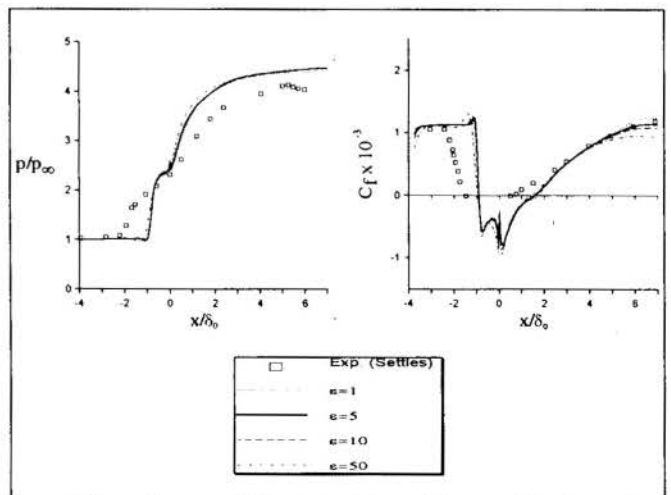


Figure 5: Comparison of the results with the B&L model for several values of  $\epsilon_e$  with a  $90 \times 55$  grid.



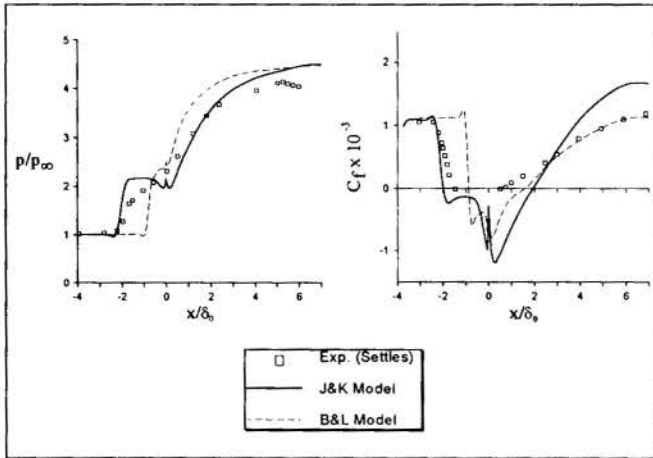


Figure 6: Comparison of the pressure and friction coefficients obtained with both models (grid =  $150 \times 60$  and  $\epsilon_e = 5.0$ ).

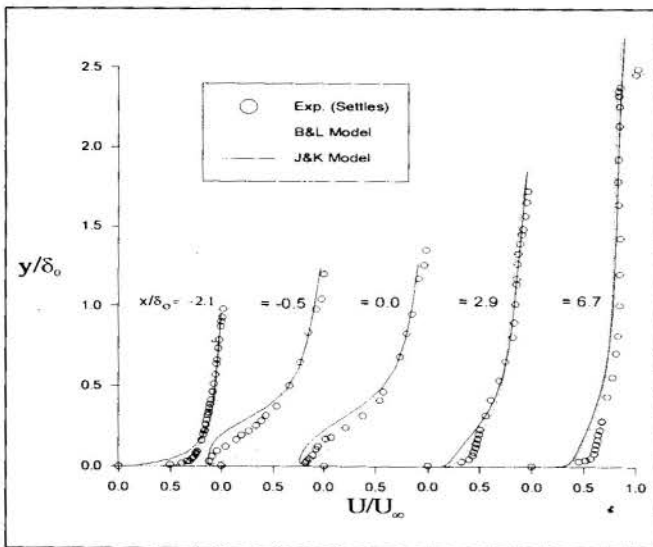


Figure 7: Comparison of the velocity profiles along the ramp obtained with both models (grid =  $150 \times 60$  and  $\epsilon_e = 5.0$ ).

tion much more adequately and it is also capable of predicting the boundary layer separation point closer to the experimental data (Settles et al, 1976). Further, at the recirculation zone, the velocity profiles associated with the J&K closure agrees much better with the experimental data. However, it should be noticed that neither model is properly capturing the velocity recuperation after the flow reattaches (see Fig. 7).

### CONCLUSION

The influence of numerical aspects on the solution of a flow with strong adverse-pressure gradient was studied for two different turbulence models. The J&K model proved to be able to produce better results, but it is also more sensitive to the variation of the numerical parameters investigated. Therefore, the J&K model should be used with much more care than the B&L model.

### ACKNOWLEDGMENTS

The present work was partially supported by Conselho Nacional de Desenvolvimento Tecnológico, CNPq, under grant

number 530109/93-0. The availability of the computational resources at the Instituto de Aeronáutica e Espaço is also greatly appreciated.

### REFERENCES

- Baldwin, B. S., and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-257, AIAA 16th Aerospace Sciences Meeting, Huntsville, Alabama, Jan. 16-18, 1978.
- Beam, R. M., and Warming, R. F., "An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 4, pp. 393-402, April 1978.
- Cebeci, T., and Bradshaw, P., "Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer," Springer-Verlag, New York, 1984.
- Hunter, L. G., Jr. and Reeves, B. L., "Results of a Strong Interaction Wake-Like Model of a supersonic Separated and Reattaching Turbulent Flows," *AIAA Journal*, Vol. 9, No. 4, pp. 703-712, April 1971.
- Johnson, D. A. and King, L. S., "A Mathematically Simple Turbulence Closure Model for Attached and Separated Turbulent Boundary Layers," *AIAA Journal*, Vol. 23, No. 11, pp. 1684, 1985, November 1985.
- MacCormack, R. W., "An Introduction and Review of the Basics of Computational Fluid Dynamics," AIAA Professional Study Series on CFD, Snowmass, CO, June 1984.
- Menezes, J. C. L., "Numerical Solution of Transonic Flows about Airfoils with Two Turbulence Models," (in Portuguese), Master Thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, S. J. dos Campos, S. P., July 1994.
- Pulliam, T. H., "Euler and Thin Layer Navier-Stokes Codes: ARC2D, ARC3D," Notes for Computational Fluid Dynamics User's Workshop, The University of Tennessee Space Institute, Tennessee, March 12-16, 1984.
- Pulliam, T. H., "Artificial Dissipation Models for the Euler Equations," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 12, pp 1931-1940, December 1986.
- Pulliam, T. H., and Steger, J. L., "Implicit Finite Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow," *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 2, pp.159-167, Feb. 1980.
- Settles, G. S., Vas, I. E., Bogdonoff, S. M., "Details of a Shock-Separated Turbulent Boundary Layer at a Compression Corner," *AIAA Journal*, Vol. 14 No. 12, December 1976.
- Shirazi, S. A., and Truman, C. R., "A Study of Algebraic and Half-Equation Turbulence Models For Hypersonic PNS Predictions," AIAA Paper 88-0222, 1988.
- Visbal, M. and Knight, D., "The Baldwin-Lomax Turbulence Model for Two-Dimensional Shock-Wave / Boundary-Layer Interactions," *AIAA Journal*, Vol. 22, No. 7, pp. 921-928, July 1984.

## CRITICAL EVALUATION OF TURBULENCE MODELS FOR TRANSONIC FLOW OVER A SYMMETRICAL AIRFOIL

J.C. LOBO DE MENEZES, M.A. ORTEGA, AND NIDE G.C.R. FICO JR.

Divisão de Aeronáutica  
 Instituto Tecnológico de Aeronáutica  
 Centro Técnico Aeroespacial  
 12228-900 S. J. dos Campos SP Brasil

### SUMMARY

The eddy viscosity model of Baldwin and Lomax and the non-equilibrium model of Johnson and King have been critically examined for the case of transonic flow over a 18% thick circular arc airfoil at zero angle of incidence. The flow is modeled using the 2-D Thin-layer Reynolds-averaged Navier-Stokes equations. Numerical implementation was done with the implicit Beam and Warming scheme. The results showed that the Johnson and King model is more suited to the physical situation studied, as it was able of capturing the pressure plateau after the shock wave, at least, qualitatively.

### INTRODUCTION

The continuous enhancement of computational power over the last decades made the solution of the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations a feasible task. However, as it is well known, the numerical solution of this set of equations needs some kind of turbulence modelling in order to close the problem ("turbulence closure problem"). The modelling of turbulent transport terms may be obtained in a variety of ways, however, one seeks a turbulence model that: (i) has a wide range of application (ii) follows the physics of the problem as close as possible (iii) is easy to implement and (iv) does not penalize the computational cost "too much". The major challenge facing the CFD community is to come up with a turbulence model that joins all four characteristics just outlined.

The great popularity of the algebraic models, such as the one due to Baldwin and Lomax (1978) lies upon their simplicity and low computational cost. These models are also known as equilibrium models due to the fact that they do not take into account the turbulent transport. This kind of approach is restricted to flows, at most, mildly separated. On the other extreme of the eddy-viscosity-model scale of complexity one has the two-equation models such as the  $q-\omega$  due to Coakley (1983) and the  $\kappa-\epsilon$  (Jones and Launder, 1972). These type of turbulence models introduce two additional partial differential equations to the original set of equations. Therefore the computational cost is significantly increased.

Johnson and King (1985) introduced their half-equation model in which the turbulent transport is modelled by an ordinary differential equation. Their motivation was to better represent the turbulence process with little additional computational cost when compared to the algebraic models.

As there is no universal turbulence model, the choice of the "best" one is directly related to the physical situation under consideration and the computational power available. In this work the flow over a circular-arc airfoil is simulated using the Baldwin and Lomax and the Johnson and King turbulence models. The main objective is to investigate the model influence on the prediction of the pressure and friction coefficients as well as upon the shock location.

The numerical algorithm used to solve the two-dimensional Thin-Layer Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations is the one due to Beam and Warming (1978). To enhance the convergence rate, a spatially variable time stepping technique was implemented (Coakley, 1981).

### NUMERICAL IMPLEMENTATION

The 2-D Thin-Layer Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations in matrix form in generalized curvilinear coordinate system

are given by

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} (F - \frac{M_\infty}{Re_\infty} F_{v_d}) = 0 \quad (1)$$

where  $Q = J^{-1}[\rho \quad \rho u \quad \rho v \quad e]^T$  is the vector of conserved quantities,  $\rho$  is the density,  $u$  and  $v$  are the cartesian velocity components,  $e$  is the total energy per unit of volume,  $J$  is the Jacobian of the variables transformation,  $M_\infty$  and  $Re_\infty$  are, respectively, the Mach and the Reynolds Numbers referred to free-stream conditions.

The implicit finite-difference Beam and Warming algorithm is used to discretize the governing equations. As the interest lies upon steady-state solutions the time march is performed with the implicit Euler method which yields first-order accuracy in time. All space derivatives are represented by three-point, second-order, centered finite-difference expressions. The left-hand side operators, after being locally linearized by Taylor series expansions, are approximately factored in the usual way with the Beam and Warming scheme. The resulting finite-difference equations can be written for the 2-D case as:

$$L_\xi L_\eta \Delta_t Q^n = R_\xi + R_\eta \quad (2)$$

The various operators are defined as

$$L_\eta = \left( I + \Delta t \delta B_\eta^n - \Delta t D_{t\eta} - \Delta t \frac{M_\infty}{Re_\infty} \bar{\delta}_\eta J^{-1} M_\eta^n J \right) \quad (3)$$

$$L_\xi = \left( I + \Delta t \delta A_\xi^n - \Delta t D_{t\xi} \right) \quad (4)$$

$$R_\eta = -\Delta t (\delta_\eta F^n - \bar{\delta}_\eta F_{v_d}^n) - \Delta t D_{E\eta} Q^n \quad (5)$$

$$R_\xi = -\Delta t \delta_\xi E^n - \Delta t D_{E\xi} Q^n \quad (6)$$

In the above,  $\delta_\xi$  and  $\delta_\eta$  are central difference operators and  $\bar{\delta}_\eta$  is a midpoint central difference operator.  $v_\xi$ ,  $v_\eta$  are forward difference operators in the  $\xi$  and  $\eta$ -directions, respectively. The  $\Delta_t$  is a forward difference operator in time defined as  $\Delta_t Q^n = Q^{n+1} - Q^n$ . The inviscid flux Jacobian matrices  $A, B$  as well as the viscid one  $M$  and the flux vectors  $E$  and  $F$  are described in detail by Pulliam (1984), Pulliam and Steger (1985).

In the previous expressions, the artificial dissipation terms necessary for numerical stability of the algorithm have already been introduced. Since the spatial derivatives are being approximated by central difference operators, the artificial dissipation is not

automatically provided by the spatial discretization scheme; consequently, those terms must be added in order to damp high frequency uncoupled error modes and to prevent oscillations near shocks and other discontinuities (Jameson, 1981). For the constant coefficient artificial dissipation model the  $D_k$  and  $D_E$  operators in the previous equations are given by

$$D_k = \epsilon_k J^{-1} \nabla_k \Delta_k J, \quad (7)$$

$$D_E = \epsilon_E J^{-1} (\nabla_k \Delta_k)^2 J, \quad (8)$$

the index  $k$  stands for either  $\xi$  or  $\eta$ . These are simple second and fourth difference terms, and the constant value of  $\epsilon_E$  should be provided by the code user. The  $\epsilon_k$  coefficient is taken to be four times  $\epsilon_E$ .

## COMPUTATIONAL GRID AND BOUNDARY CONDITIONS

The mesh generator is based upon the ALGEM code (Fletcher, 1988). This code uses exponential stretching to cluster points near a solid boundary. The  $\eta$  lines generated are quasi-orthogonal to the airfoil surface. Originally created for NACA 00XX airfoils the program was adapted to be used with the circular-arc airfoil. Fig. 1 shows the computational domain. Due to the flow inherent symmetry, only the upper-half of the airfoil is considered.

The boundary conditions are treated with care because their implementation is directly related to the code robustness. At the airfoil surface the non-slip condition is applied,  $u_{i,1} = v_{i,1} = 0$  (assuming that the surface is placed at  $j=1$ ). The other two boundary conditions at the surface are the usual  $p_{i,1} = p_{i,2}$ , and  $\rho_{i,1} = \rho_{i,2}$ . Taking advantage of the symmetrical shape of the airfoil (circular arc) only the flow over its upper surface is simulated (see Fig 1). The line of symmetry is placed at  $i=2$  (for all  $j$ ) and  $j=1$  (for  $i$  greater than it, where it is the index for the trailing edge); along these line the boundary conditions are enforced as  $p_{i,1} = p_{i,2}$ ,  $u_{i,1} = u_{i,2}$ ,  $v_{i,1} = 0$  and  $e_{i,1} = e_{i,2}$ . It is taken into account that at a sufficient large distance from the airfoil, the flow properties do not vary considerably. Thus at the exit plane ( $i=i_{max}$ ) property derivatives are set equal to zero, that is  $Q_{i,max} = Q_{i,max-1}$ . Finally, at the outer boundary the free-stream boundary condition is used.

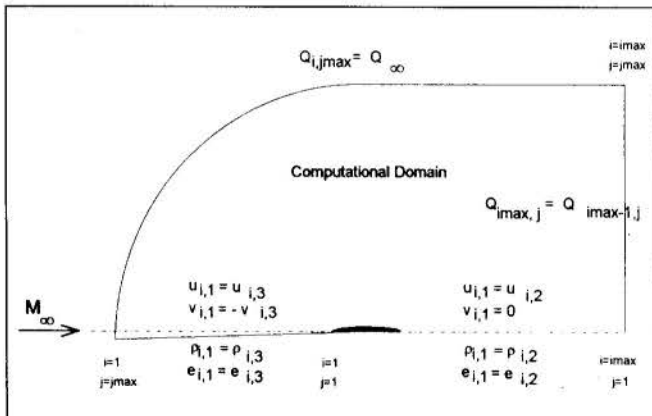


FIGURE 1. Scheme of a symmetrical flow about an airfoil.

## TURBULENCE MODELS

**Baldwin and Lomax:** The Baldwin and Lomax turbulence model is an evolution of the original Cebeci and Smith (1980) approach, upon which it is based. A major advantage was introduced, namely, there is no need to calculate the boundary-layer thickness. The model assumes local equilibrium and calculates the turbulent velocity scale from the vorticity distribution. The length scale is the Prandtl mixing length and the van Driest damping factor is used for

better prediction of the buffer zone. The boundary-layer is divided in two regions. In the inner region, the turbulent eddy viscosity is given by

$$\mu_t = \frac{Re_\omega}{M_\infty} \rho \ell^2 |\omega|, \quad (9)$$

where  $\omega$  is the vorticity,  $\ell = kND$ , and  $k=0.4$  is the von Kármán constant;  $N$  is the normal distance from the wall and  $D$  is the van Driest damping factor. At the outer region one has

$$\mu_{t_o} = \frac{Re_\omega}{M_\infty} KC_{cp} F_{wake} F_{Kleb}(N), \quad (10)$$

where  $K=0.0168$  is the Clauser constant,  $C_{cp}=1.6$ ,  $F_{Kleb}$  is the Klebanoff intermittency factor and

$$F_{wake} = \min(N_{max} F_{max}, \frac{C_{wk} N_{max} U_{dif}^2}{F_{max}}), \quad (11)$$

where  $F_{max} = \max(N|\omega|D)$ ,  $N_{max}$  is the value of  $N$  at which  $F_{max}$  occurs,  $C_{wk}=0.25$  is another model constant and  $U_{dif}$  is the difference between the maximum and minimum velocity magnitude in the profile.

After calculating the value of  $\mu_t$  and  $\mu_{t_o}$ , the turbulent viscosity is given by

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_t, & N \leq N_c \\ \mu_{t_o}, & N > N_c \end{cases} \quad (12)$$

where  $N_c$  is the smallest value of  $N$  at which inner and outer values of the eddy-viscosity are equal.

Finally, the model incorporates the capability of simulating the laminar/ turbulent transition. It should be noted that this "numerical transition" takes place at a point and not over a region. The  $\mu_t$  value is set to zero if  $(\mu_t)_{max} < C_{mutum}$ , where  $C_{mutum} = 14$  is adjusted for flow over a flat plate.

**Johnson and King:** This model was proposed to capture the main physical characteristics of turbulent flows with adverse pressure gradients and boundary-layer separation. Turbulent transport is modelled through an ordinary differential equation. This equation describes the maximum Reynolds stress behaviour along a streamline. Once this maximum Reynolds stress is calculated, it is used to modify the turbulent viscosity obtained through an algebraic model. This modification is done in order to lend some turbulence transport effects to equilibrium models.

In the present work the Johnson and King model is actually implemented with the modifications suggested by Abid et alii (1990) and Johnson and Coakley (1990). The Johnson and King model also subdivides the boundary layer into two regions and the turbulent viscosity is given by

$$\mu_t = \mu_{t_o} \tanh\left(\frac{\mu_t}{\mu_{t_o}}\right). \quad (13)$$

The above expression provides a smooth transition from the inner to the outer layer and also makes  $\mu_t$  dependent of  $\mu_{t_o}$  throughout any given transversal section of the boundary layer. This last feature is desirable because  $\mu_t$  is an important parameter in the J&K model. At the inner region one has

$$\mu_t = (1 - \gamma_2)(\mu_t)_{BL} + \gamma_2(\mu_t)_{JK}, \quad (14)$$

where  $\gamma_2$  is a ponderation factor and

$$(\mu_t)_{JK} = \left(\frac{Re_\omega}{M_\infty}\right)^{1/2} \rho D^2 \kappa N \sqrt{\frac{\rho_m \tau_m}{\rho}}, \quad (15)$$

where  $\kappa$  is the von Kármán constant,  $D$  is the van Driest damping factor with  $A^+ = 17$ , and the subscript  $m$  denotes properties evaluated

where a maximum Reynolds shear-stress occurs.

The outer region uses the B&L model formulation multiplied by  $\sigma(\xi)$ , which is the factor that introduce non-equilibrium effects,

$$\mu_{\tau} = \frac{Re_{\infty}}{M_{\infty}} \sigma(\xi) K C_{cp} F_{wake} F_{Kleb} (N). \quad (16)$$

The value of  $\sigma(\xi)$  is obtained iteratively from the ordinary difference equation (ODE)

$$U_m \frac{dg}{ds} = \left( \frac{M_{\infty}}{Re_{\infty}} \right)^{1/2} \left\{ -\frac{a_1}{2L_m} \left[ \frac{g}{g_{eq}} - 1 \right] - \frac{C_D L_m |1 - \sigma^{1/2}|}{a_1 (0.7\delta - N_m)} \right\} \quad (17)$$

where  $U_m$  is the velocity,  $a_1 = 0.25$  e  $C_D = 0.5$  are model constants,  $s$  is a streamline-direction,  $\delta = 1.9N_{max}$  is the boundary-layer thickness,  $L_m = \min(0.4N_m; 0.09\delta)$  is the dissipation length scale,  $g = (\tau_m)^{-1/2}$  is an adequate new variable which leads to  $g_{eq} = (\tau_{m,eq})^{-1/2}$ , where  $\tau_{m,eq}$  is determined from the equilibrium eddy-viscosity distribution which is obtained simply by doing  $\sigma(\xi)=1$  in the eq.(16).

In a previous station, all the quantities of the right hand side of eq. (17) are known. So, using Euler's method, one can obtain a value for  $\tau_m$  at the present station. The value of  $\sigma(\xi)$  is iteratively adjusted, so that  $\tau_m$  calculated from the eq. (13) matches  $\tau_m$  from the ODE. The J&K model is not self-starting and therefore the eddy-viscosity field calculated with the B&L model is needed as initial condition. The details of the numerical implementation is very similar to that of Gee et alli (1992) and are described in detail by Menezes (1994).

## RESULTS

The calculations were undertaken for a transonic flow ( $Re_c = 11.0 \times 10^6$  and  $M_{\infty} = 0.783$ ) over a 18% thick circular-arc airfoil. Three different computational meshes were used, the first one had 90x65 points; successive refinement near the trailing edge gave rise to two other grids, one with 108x65 points and the other with 135x65 points. In order to minimize numerical instabilities the leading edge was turned blunt, with 1% chord nose radius (Levy, 1978). All the results to be presented in this work were obtained with a Courant number equal to unity ( $CFL=1$ ) and  $\epsilon_E = 5$ .

Fig. 2 shows the behaviour of the pressure coefficient along the airfoil for the three meshes with the computation based on the Baldwin and Lomax turbulence model. Comparison with experimental results (Levy, 1978) shows that, even with mesh refinement, the numerical prediction is not adequately reproducing the flow physics after the shock wave. Actually, the Baldwin and Lomax model is not able to reproduce all the physical aspects of the boundary-layer/shock-wave interaction and therefore the position of the shock wave is miscalculated. Also, the experimental pressure plateau is not predicted in the numerical solution. This kind of behaviour is well known in the literature (Visbal and Knight, 1984) and it is attributed to the fact that the function  $F$  does not have a well defined maximum in regions where the boundary layer is separated. A remarkable fact is that steady-state solutions were obtained. Steger (1978) reported a non-steady-state solution of the same problem, which is in fact a steady-state problem (Levy, 1978). The authors believe that the use of the airfoil symmetry in the grid generation process was beneficial to the numerical stability; Steger performed his calculation using a C-mesh involving the whole airfoil. The above results were obtained setting the free-stream boundary at a distance equal to six airfoil chords, as in the work of Abid et alli (1990). In order to check the influence of the free-stream boundary location, a case in which the outer boundary was moved to a distance equal to 20 times the chord was simulated. The result was nearly identical and therefore the free-stream boundary was kept at the original 6-chord distance from the airfoil (see Fig. 3).

Results for the two turbulence models used in this work, obtained with the 90x65 grid, are compared in Fig. 4. The flow

conditions are exactly the same as before. It can be seen that the Johnson and King model presents a solution closer to the experimental data available (Levy, 1978) than the Baldwin and Lomax model. The shock wave location is now well predicted; the pressure plateau is also present in the numerical result, although still with some quantitative deviation. The superior performance of the J&K model is explained by the fact that it takes into account the non-equilibrium aspects of turbulence.

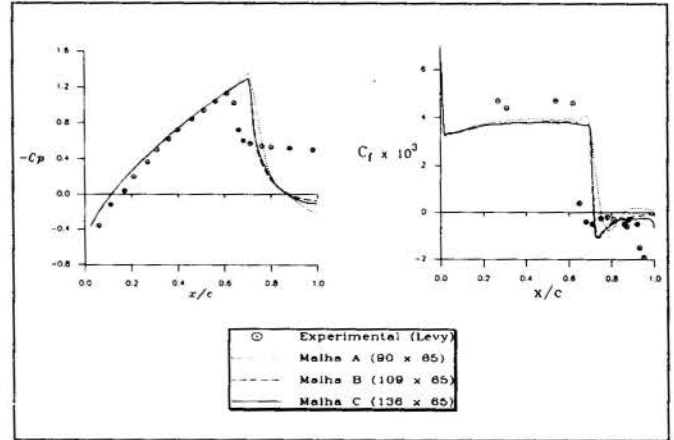


FIGURE 2. Mesh refinement influence on the numerical solution with the Baldwin and Lomax model.

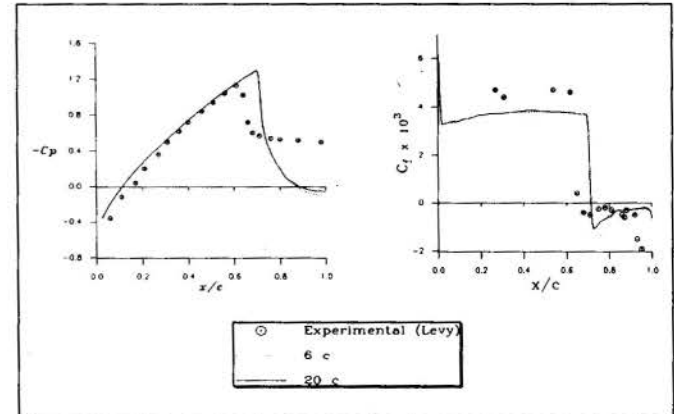


FIGURE 3. Outer boundary position influence on the numerical solution with the Baldwin and Lomax model.

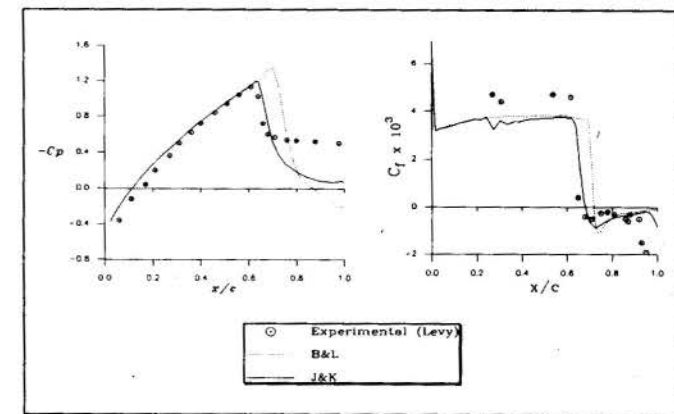


FIGURE 4. Comparison between the numerical results with the two turbulence models, using a 90x65 point mesh.



As it can be seen on Fig. 5 mesh refinement brings about a somewhat better result in terms of the pressure plateau but, on the other hand, the prediction of the shock location is worsened and also the computational cost is much higher.

Concerning the friction coefficient calculation, both models have just about the same trend before the shock wave, but the Johnson and King model predicts the separation closer to the experimental data (see Fig. 4).

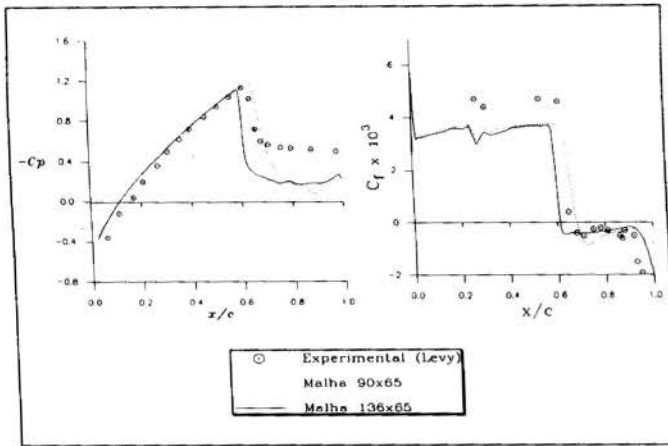


FIGURE 5. Mesh refinement influence on the numerical solution with the Johnson and King model.

## CONCLUSION

Transonic flow along 18% thick circular arc airfoil with zero incidence was calculated using two different turbulence closure models: the Baldwin and Lomax and the Johnson and King models. For this case, independent of the grid refinement level, the J&K approach showed superior performance in predicting shock wave location and pressure distribution after the shock. As these data are of utmost importance in predicting lift and drag, the J&K model has an apparent advantage over the B&L model and should be preferred, at least in principle, in the calculation of transonic airfoils. Also, it should be pointed out that the fact of taking advantage of the problem symmetry makes it possible to calculate a steady-state solution.

## ACKNOWLEDGMENTS

The present work was partially supported by Conselho Nacional de Desenvolvimento Tecnológico, CNPq, under grant number 530109/93-0. The availability of the computational resources at the Instituto de Aeronáutica e Espaço is also greatly appreciated.

## REFERENCES

- Abid, R., Vatsa, V.N., Johnson, D.A. e Wedan, B.W., "Prediction of Separated Transonic Wing Flows with Nonequilibrium Algebraic Turbulence Model", *AIAA Journal*, Vol. 28-8, pp.1426-1431, 1990.
- Baldwin, B.S., and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," *AIAA Paper 78-257, AIAA 16th Aerospace Sciences Meeting*, Huntsville, Alabama, Jan. 16-18, 1978.
- Beam, R.M., and Warming, R.F., "An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, vol.16, No. 4, pp. 393-402, April 1978.
- Cebeci, T., and Smith, A.M.O., "A Finite-Difference Method for Calculating Compressible Laminar and Turbulent Boundary Layers," *Journal of Basic Engineering*, pp. 523-535, Sept. 1980.
- Coakley, T.J., "Numerical Method for Gas Dynamics Combining Characteristic and Conservation Concepts", *AIAA Paper 81-1257*, 1981.
- Coakley, T.J., "Turbulence Modeling Methods for the Compressible Navier-Stokes Equations", *AIAA Paper 83-1693*, 1983.
- Fletcher, C.A.J., "*Computational Techniques for Fluid Dynamics*", Vol.2, pp. 101-120, Springer-Verlag, 1988.
- Gee, K., Cummings, R.M. e Schiff, L.B., "Turbulence Model Effects on Separated Flow About a Prolate Spheroid", *AIAA Journal*, Vol. 30-3, pp.655-664, 1992.
- Jameson, A., Schmidt, W. e Turkel, E., "Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite-Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes", *AIAA Paper 81-1259*, 1981.
- Johnson, D.A. e Coakley, T.J., "Improvements to a Nonequilibrium Algebraic Turbulence Model", *AIAA Journal*, Vol. 28-11, pp.2000-2003, 1990.
- Johnson, D.A. e King, L.S., "A Mathematically Simple Turbulence Closure Model for Attached and Separated Turbulent Boundary Layers", *AIAA Journal*, Vol 23-11, pp. 1684-1692, 1985.
- Jones, W.P. e Launder, B.E., "The Prediction of Laminarization with a Two-equation Model of Turbulence", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 301-304, 1972.
- Levy Jr., L.L., "Experimental and Computational Steady and Unsteady Transonic Flows about a Thick Airfoil", *AIAA Journal*, Vol. 16-6, pp.564-572, 1978.
- Menezes, J.C.L., "*Numerical Analysis of Turbulent Transonic Flows about Airfoils*", (in portuguese), Master Thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, S.J. Campos, S.P., 1994 (to be presented).
- Pulliam, T. H., "Euler and Thin Layer Navier-Stokes Codes: ARC2D, ARC3D," *Notes for Computational Fluid Dynamics User's Workshop*, The University of Tennessee Space Institute, Tennessee, March 12-16, 1984.
- Pulliam, T.H., and Steger, J.L., "Implicit Finite Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow," *AIAA Journal*, vol.18, No.2, pp.159-167, Feb.1980.
- Steger, J.L., "Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries", *AIAA Journal*, Vol.16-7, pp. 679-686, 1978.
- Visbal, M. e Knight, D., "The Baldwin-Lomax Turbulence Model for Two-Dimensional Shock-Wave / Boundary-Layer Interactions", *AIAA Journal*, Vol. 22-7, pp.921-928, 1984.

## NUMERICAL EVALUATION OF TRANSONIC WIND TUNNEL NOZZLES USING THE THREE-DIMENSIONAL EULER EQUATIONS

Nide G.C.R. Fico Jr. and João L. F. Azevedo  
 Divisão de Aeronáutica  
 Instituto Tecnológico de Aeronáutica  
 Centro Técnico Aeroespacial  
 12228-900 São José dos Campos - SP - BRAZIL

### SUMMARY

*A numerical investigation of the flowfield in three proposed geometries for the nozzle and contraction of a transonic wind tunnel facility is performed. The primary objective was to understand details of the flow in the tunnel in order to try to maximize test section flow quality. The calculations presented here are full 3-D computations. The code used was previously validated by the authors and co-workers, and these validation studies are available in the literature. The flow solver used implement an Euler formulation, and use the implicit approximate factorization Beam and Warming algorithm for the solution of the discretized equations. Results obtained for a sonic nozzle and for two Laval nozzles are presented; they helped in the selection process which led to the transonic facility which is currently being built.*

### INTRODUCTION

Transonic wind tunnels usually operate from low subsonic Mach numbers ( $M \cong 0.25$ ) to the supersonic regime ( $M \cong 1.6$ ). The tunnel nozzle is a key element in achieving the desired test-section Mach number,  $M_{TS}$ . Mach numbers up to unity are obtained using a sonic nozzle. There are two possible solutions for  $M_{TS}$  above this value: (i) the installation of a flexible Laval nozzle or (ii) a sonic nozzle used in conjunction with test-section mass extraction. In the case of test-section evacuation, about 2.5% of the tunnel total mass flow enters the plenum chamber through ventilated walls. While the first option is mechanically complex and much more expensive, it yields better test-section flow quality than the second one. Moreover, the second option is also limited to  $M_{TS} \leq 1.3$ , since above this test section Mach number value the mass extraction needed is prohibitive as it would demand very large auxiliary compressors and it would also have an adverse impact upon the tunnel flow quality.

Centro Técnico Aeroespacial (CTA) is designing a large transonic wind tunnel facility with a  $2.0 \times 2.4$  m test section (TTS Project). To minimize the technical risks involved in such an enterprise, the project's first phase consists of the construction and operation of a Pilot facility (TTP). Among the many important points to be checked in the TTP emerges the nozzle design. The design of the nozzle is of utmost importance as it is directly related to the flow quality at the test section. On the other hand, Computational Fluid Dynamics (CFD) methods are enjoying increasing application assisting in the selection of tunnel airline component geometry (Davis, 1986). These techniques have been used to design diffusers and flexible nozzles as well as investigate other aspects of the tunnel flow. Therefore, the major objective of the present work is to study, using CFD techniques, three possible nozzles for the TTP. One of them is a sonic nozzle, and the other two are Laval nozzles with a nominal Mach number of 1.3. It was decided that, in the TTP context, the optimum choice for the nozzle element would be to have fixed interchangeable nozzle blocks, instead of the flexible nozzle planned for the full size facility.

The calculations presented here are full 3-D computations. The code used for the present calculations was previously validated by the authors and co-workers, and these validation studies are available in the literature (Azevedo et al., 1993). An Euler formulation is implemented in the codes, and the Beam and Warming implicit approximate factorization algorithm (Beam and Warming, 1976 and 1978; Pulliam, 1980) is used to discretize and solve the governing equations. The implicit Euler method is used for the time march and central differences are used to discretize the space derivatives. Artificial dissipation terms are explicitly added in order to control non-linear instabilities. Considerable effort was invested in the accurate implementation of entrance and exit boundary conditions through the use of one-dimensional characteristic relations (Azevedo et al., 1992; Fico Jr., 1991). The most stringent requirement for a tunnel nozzle, besides giving the desired test section Mach number, is the quality of the flow it provides for the test section.

The present work will briefly describe the formulation of the code used and it will concentrate on the discussion of the results for the nozzle geometries considered. Particularly interested is placed upon evaluating whether the nozzles can indeed produced the desired test section Mach number and on the quality of the flow provided by the contraction to the test section. On the latter subject, the existence, or not, of any shocks produced by the nozzle wall, is of primary interest.

### THEORETICAL FORMULATION

The compressible Euler equations can be written in strong conservation-law form for general three dimensional, body-conforming, curvilinear coordinates (Pulliam, 1980) as

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

where the vector of conserved quantities,  $\bar{Q}$ , is defined as

$$\bar{Q} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{Bmatrix} \quad (2)$$

The flux vectors  $\bar{E}$ ,  $\bar{F}$  and  $\bar{G}$  can be written as

$$\bar{E} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho U \\ \rho u U + p \xi_x \\ \rho v U + p \xi_y \\ \rho w U + p \xi_z \\ (e + p) U - p \xi_t \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\bar{F} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho V \\ \rho u V + p \eta_x \\ \rho v V + p \eta_y \\ \rho w V + p \eta_z \\ (e + p) V - p \eta_t \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\bar{G} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho W \\ \rho u W + p \zeta_x \\ \rho v W + p \zeta_y \\ \rho w W + p \zeta_z \\ (e + p) W - p \zeta_t \end{Bmatrix} \quad (5)$$

In the above equations, the usual nomenclature is being used. Therefore,  $\rho$  is the density,  $u$ ,  $v$  and  $w$  are the cartesian components of velocity, and  $e$  is the total energy per unit of volume. The equations have been nondimensionalized following the work of Azevedo (1990). Hence, density is made dimensionless with respect to the stagnation density at the nozzle entrance conditions,  $\rho_t$ , and velocity components are referred to the critical speed of sound at the



nozzle entrance conditions,  $a_*$ . Pressure and total energy per unit of volume are referred to  $\rho_1 a_*^2$  and the specific internal energy is nondimensionalized with respect to  $a_*^2$ .

The pressure,  $p$ , can be obtained by the equation of state for perfect gases

$$p = (\gamma - 1) \rho e_i = (\gamma - 1) \left[ e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right] \quad (6)$$

where  $e_i$  is the specific internal energy of the fluid, and  $\gamma$  is the ratio of specific heats. The contravariant velocity components are defined as

$$\begin{aligned} U &= \xi_t + \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w \\ V &= \eta_t + \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w \\ W &= \zeta_t + \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \end{aligned} \quad (7)$$

Throughout this work, the Cartesian coordinate system is defined such that  $x$  is the direction along the axis of the tunnel, positive from upstream to downstream, and the  $y$ - and  $z$ -directions form a right-handed system with  $z$  positive upwards. The curvilinear coordinate system is defined such that  $\xi$  is the longitudinal direction,  $\eta$  is the nominally wall-normal direction which spans the tunnel from the centerline to the wall, and  $\zeta$  is the circumferential direction. This coordinate system is obtained from the transformation of variables

$$\begin{aligned} \tau &= t \\ \xi &= \xi(x, y, z, t) \\ \eta &= \eta(x, y, z, t) \\ \zeta &= \zeta(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (8)$$

The Jacobian of the transformation,  $J$ , can be expressed as

$$J = (x_\xi y_\eta z_\zeta + x_\eta y_\zeta z_\xi + x_\zeta y_\xi z_\eta - x_\xi y_\zeta z_\eta - x_\eta y_\xi z_\zeta - x_\zeta y_\eta z_\xi)^{-1} \quad (9)$$

Expressions for the various metric relations can be found, among other references, in Pulliam and Steger (1980 and 1985).

## NUMERICAL IMPLEMENTATION

The previously given governing equations were implemented through the use of finite difference methods. The implicit Euler method was used for the time-march, and the spatial derivatives were approximated by three-point, second order central differences. The Beam and Warming implicit approximate factorization scheme (Beam and Warming, 1976 and 1978) was used for the solution of the resulting finite difference equations in order to obtain a cost efficient algorithm. The resulting scheme is second order accurate in space, as mentioned, but it is only first order accurate in time due to the use of the implicit Euler method.

The factored finite difference equations can be written in the delta form as (Azevedo, 1988)

$$L_\eta L_\zeta L_\xi \Delta_t \bar{Q}^n = R_\xi + R_\eta + R_\zeta \quad (10)$$

The various operators are defined as

$$\begin{aligned} L_\xi &= (I + \Delta t \delta_\xi \bar{A}^n - \epsilon_I \Delta t J^{-1} \nabla_\xi \Delta_\xi J) \\ L_\eta &= (I + \Delta t \delta_\eta \bar{B}^n - \epsilon_I \Delta t J^{-1} \nabla_\eta \Delta_\eta J) \\ L_\zeta &= (I + \Delta t \delta_\zeta \bar{C}^n - \epsilon_I \Delta t J^{-1} \nabla_\zeta \Delta_\zeta J) \\ R_\xi &= -\Delta t \delta_\xi \bar{E}^n - \epsilon_E \Delta t J^{-1} (\nabla_\xi \Delta_\xi)^2 J \bar{Q}^n \\ R_\eta &= -\Delta t \delta_\eta \bar{F}^n - \epsilon_E \Delta t J^{-1} (\nabla_\eta \Delta_\eta)^2 J \bar{Q}^n \\ R_\zeta &= -\Delta t \delta_\zeta \bar{G}^n - \epsilon_E \Delta t J^{-1} (\nabla_\zeta \Delta_\zeta)^2 J \bar{Q}^n \end{aligned} \quad (11)$$

In the above,  $\delta_\xi$ ,  $\delta_\eta$  and  $\delta_\zeta$  are central difference operators;  $\nabla_\xi$ ,  $\nabla_\eta$  and  $\nabla_\zeta$  are backward difference operators; and  $\Delta_\xi$ ,  $\Delta_\eta$  and  $\Delta_\zeta$  are forward difference operators in the  $\xi$ -,  $\eta$ - and  $\zeta$ -directions, respectively. As an example,

$$\begin{aligned} \delta_\xi \bar{Q}_{i,j,k}^n &= \frac{1}{2} [\bar{Q}_{i+1,j,k}^n - \bar{Q}_{i-1,j,k}^n] \\ \nabla_\xi \bar{Q}_{i,j,k}^n &= \bar{Q}_{i,j,k}^n - \bar{Q}_{i-1,j,k}^n \\ \Delta_\xi \bar{Q}_{i,j,k}^n &= \bar{Q}_{i+1,j,k}^n - \bar{Q}_{i,j,k}^n \end{aligned} \quad (12)$$

The  $\Delta_t$  is a forward difference operator in time given by

$$\Delta_t \bar{Q}^n = \bar{Q}^{n+1} - \bar{Q}^n \quad (13)$$

Artificial dissipation terms have been introduced in the operators described by Eq. 11 in order to maintain the stability of the numerical solution process. Fourth order numerical dissipation terms were added to the right-hand side operators, and second order terms were used in the left-hand side operators. From an accuracy standpoint, one would like to also use fourth order artificial dissipation in the implicit operators. However, computational efficiency constraints prevent such use. The flux Jacobian matrices  $\bar{A}^n$ ,  $\bar{B}^n$  and  $\bar{C}^n$  are described in detail elsewhere in the literature (see, for instance, Pulliam and Steger (1985)).

## BOUNDARY CONDITIONS

The three-dimensional simulations here presented take advantage of the double geometric symmetry existing in the nozzles considered in order to reduce the computational effort. Hence, only one-quarter of the complete nozzles are represented, and flow symmetry boundary conditions are enforced at both the vertical and horizontal symmetry planes. This is clearly assuming that flow conditions at the entrance of the computational domain are symmetric or, in other words, that the flow velocity at the entrance of the contraction is aligned with the tunnel axis. Such an assumption does represent a simplification in the sense that some misalignment can certainly occur, especially for closed circuit tunnels. In the present case, we have decided to neglect this effect mainly due to computational power limitations and because the TTP is not a closed circuit facility. The symmetry boundary conditions are computationally enforced by allowing for an extra plane of grid points on the other side of the symmetry plane and forcing the appropriate symmetry, or anti-symmetry, of the conserved variables. Hence, boundary conditions in the  $\zeta$ -direction are always symmetry, or reflection, conditions in the present case.

Due to the present code data structure, it is very difficult to strongly impose the flow tangency condition at the wall, at least at the boundary condition enforcement stage. Hence, the wall boundary condition is implemented by extrapolating all conserved variables from the computational surface adjacent to the wall, when explicitly enforcing the boundary conditions, and by imposing a zero convective flux in the wall normal direction in the residue computation. The reader should observe that, with such a scheme, the residue calculation sees the exact wall boundary condition at every time step, whereas the value of the conserved variables at the wall is progressively improved, as convergence is advanced, in order to reflect the correct flow tangency condition. Nozzle axis boundary condition is also implemented by extrapolating and by imposing a no-flux condition across the axis. A further complication arises in this case because the axis is a singularity of the transformation, in the sense that a line in physical space corresponds to a full plane in computational space. Hence, properties at a given point along the axis are obtained by extrapolating from the adjacent point (in the  $\eta$ -direction) and, then, averaging all values in the  $\zeta$ -direction. The residue calculation is also modified in the centerline case in order to enforce the no-flux condition across the centerline.

Nozzle entrance and exit conditions are enforced using the concept of one-dimensional characteristic relations for the Euler equations. The concept is described in the 2-D case by MacCormack (1984). Complete details for its implementation in two dimensions for both the planar and the axisymmetric case are described by Azevedo et al. (1992). The present three-dimensional computations have used these ideas in order to define how many quantities should be specified at each boundary and how many should be extrapolated from interior information. However, in order to simplify the implementation, the actual extrapolation process (of whatever quantities should be extrapolated) does not use the characteristic relations but simple zero-th order extrapolation. As the authors have done in previous work (Azevedo et al., 1992), the stagnation pressure, the stagnation temperature and the flow entrance angle are specified at a subsonic entrance. The exit static pressure is fixed at a subsonic exit and, as determined by a characteristic relation analysis, no property can be specified at a supersonic exit. Aside from the fact that zero-th order extrapolation is being used for the actual extrapolation process, the treatment of entrance and exit conditions here is an exact extension to 3-D of the ideas discussed in Azevedo (1990) and Azevedo et al. (1992), and the interested reader is referred to these references for further details.

## RESULTS AND DISCUSSION

Initial evaluation of the proposed nozzles was performed using

a two-dimensional formulation (Fico Jr. and Azevedo, 1993). It is clear that the flowfield in the nozzles considered in the present work is truly 3-D. However, these initial 2-D calculations already pointed out some of the difficulties associated with obtaining high test section flow quality. The wall contours, for the plane  $\theta = 90$  (in the cartesian system  $y = 0$ ), for all three nozzles treated in the present 2-D simulations are shown in Figs. 1 and 2. The interested reader should refer to Fico Jr. and Azevedo (1993) for the complete 2-D analysis of the nozzle geometries studied here.

The 3-D calculations were performed using a  $100 \times 20 \times 29$  mesh points. Fig. 3 shows an overall view of a typical computational grid used in this work. The 3-D grids were also generated by algebraic methods, after the wall surface definition was provided by a CAD system. Particular attention was dedicated to obtain a detailed definition of the transition from the circular entrance section to the quadrilateral geometry of the throat and downstream regions. It should be noted that we have taken advantage of the nozzle double symmetry in order to reduce computational costs.

The Mach number contours at planes perpendicular to the streamwise direction are shown in Figs. 4 and 5, for geometries *a* and *b*, respectively. These four planes correspond to  $i = 1$  (entrance plane), two interior planes  $i = 25$  and  $i = 75$  and  $i = 100$  (exit plane).

The misleading impression of a very non-uniform behaviour rapidly disappears as one takes a close look at the values shown by the graphic scales. In fact, both Laval nozzles have a very smooth Mach number distribution at planes along their longitudinal axis. Geometry *a* has the further advantage of producing at its exit plane a very uniform flow at the nozzle nominal Mach number of 1.3.

Other relevant results are plotted in Figs. 6 and 7. They show Mach number contours at the nozzle symmetry planes for geometry *a* and geometry *b*, respectively. The upper portion of both figures represent the plane  $\theta = 90$  deg, while at the lower part the Mach number contours for the plane  $\theta = 0$  deg appear. Contrary to the 2-D results in which shock waves appeared in both geometries (Fico Jr.

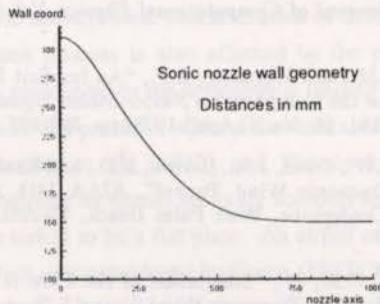


Figure 1: 2-D wall geometry for the sonic nozzle

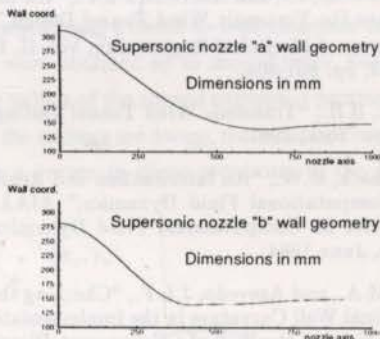


Figure 2: 2-D wall geometry for the Laval nozzles.



Figure 3: View of a typical 3-D computational grid.

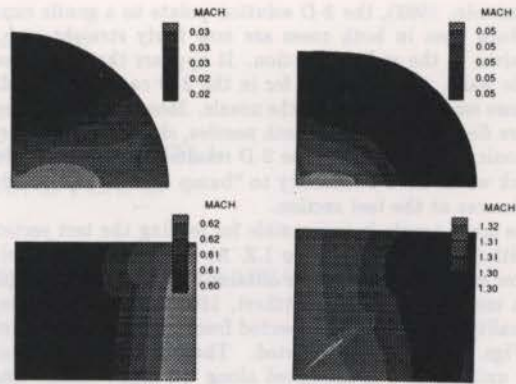


Figure 4: Mach number contours at planes perpendicular to the nozzle axis for geometry *a*, nominal  $M_{TS} = 1.3$ .

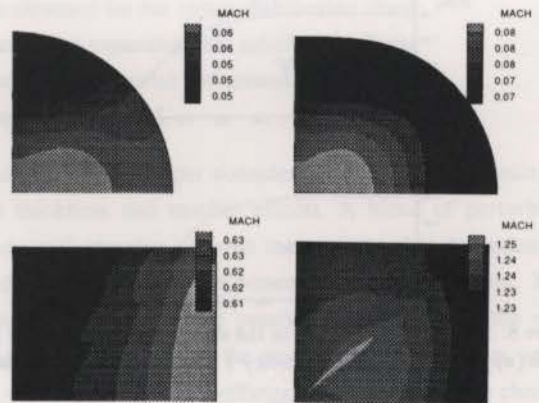


Figure 5: Mach number contours at planes perpendicular to the nozzle axis for geometry *b*, nominal  $M_{TS} = 1.3$ .

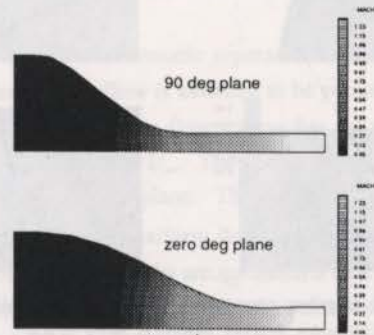


Figure 6: Mach number contours at the symmetry planes for geometry *a*.

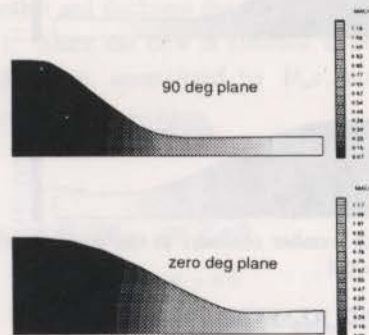


Figure 7: Mach number contours at the symmetry planes for geometry *b*.



and Azevedo, 1993), the 3-D solution points to a gentle expansion. The Mach lines in both cases are now fairly straight and extend themselves in the radial direction. It appears that the presence of the side walls, not accounted for in the 2-D case, helps guiding the flow more smoothly through the nozzle. Moreover, the 90 deg-plane pressure distributions along both nozzles, shown in Fig. 8, present a monotonic behavior, unlike the 2-D results. This is highly desirable as shock waves have a tendency to "bump around" introducing flow disturbances at the test section.

The sonic nozzle is responsible for feeding the test section with flow with Mach numbers up to 1.2. As usual in wind tunnel operation, low supersonic speeds are obtained with sonic nozzles plus test section mass extraction (Goethert, 1961). As an example of the flow quality that might be expected from the sonic nozzle simulated here, Figs. 9 and 10 are presented. These results demonstrate that a very uniform flow is produced along the entire nozzle length. If one observes the lower plot in Fig. 10, which represents the nozzle exit plane, it is clear that the test section is being supplied with a very high quality flow.

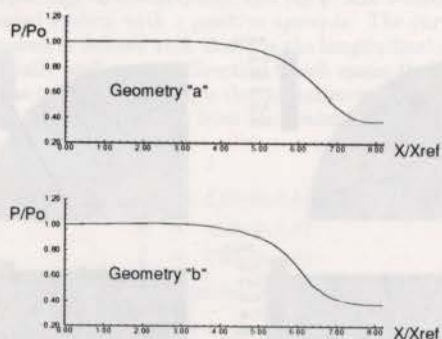


Figure 8: Pressure distribution in the streamwise direction for geometry *a* (upper one) and for geometry *b* (lower one) (3-D simulation).

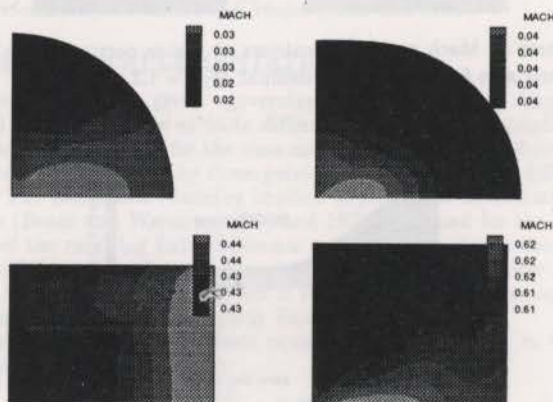


Figure 9: Mach number contours at planes perpendicular to the nozzle axis for the sonic nozzle, nominal  $M_{TS} = 0.6$ .

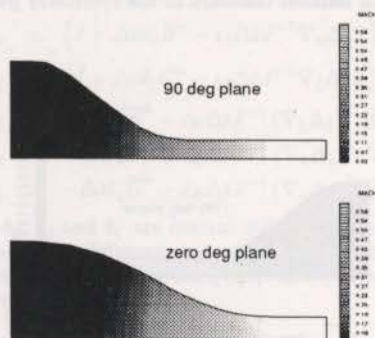


Figure 10: Mach number contours at the nozzle symmetry planes, nominal  $M_{TS} = 0.6$ .

### CONCLUDING REMARKS

In summary, the present work has used CFD techniques to perform full 3-D simulations of transonic wind tunnel nozzles. The

flow was modeled with the aid of the Euler equations. The 3-D calculations seem to corroborate the earlier 2-D results (Fico Jr. and Azevedo, 1993) in the sense that they point to geometry *a* as being a better nozzle candidate. The sonic nozzle studied proved to be able to give high-quality test section flow. These simulations are of great interest in an actual design environment in order to aid in the selection of appropriate nozzle geometries to equip the TTP facility which is currently being constructed.

### ACKNOWLEDGMENTS

The present work was partially supported by Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, under grant number 530109/93-0.

### REFERENCES

- Azevedo, J.L.F., "Aerodynamic Flow Simulation Using a Finite Difference Method," *Proceedings of the 2nd National Meeting of the Thermal Sciences*, Águas de Lindóia, SP, Brazil, Dec. 1988, pp. 3-6.
- Azevedo, J.L.F., "Euler Solutions of Transonic Nozzle Flows," *Proceedings of the 3rd Brazilian Thermal Science Meeting*, Vol. I, Itapema, SC, Brazil, Dec. 1990, pp. 243-248.
- Azevedo, J. L. F., Fico Jr., N. G. C. R., Ortega, M. A., and Luna G. C., "Nozzle Flow Calculations Using the Euler Equations," ICAS Paper 92-4.1.2, *Proceedings of the 18th Congress of the International Council of Aeronautical Sciences*, Vol. 1, Beijing, China, Sept. 1992, pp. 97-107.
- Azevedo, J.L.F., Moraes, P., Jr., Maliska, C.R., Marchi, C.H., and Silva, A.F.C., "Code Validation for High Speed Flow Simulation over the VLS Launcher Fairing," AIAA Paper 93-3046, AIAA 24th Fluid Dynamics Conference, Orlando, FL, July 1993.
- Beam, R.M., and Warming, R.F., "An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form," *Journal of Computational Physics*, Vol. 22, 1976, pp. 87-110.
- Beam, R.M., and Warming, R.F., "An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 4, April 1978, pp. 393-402.
- Davis, M.W., Gunn, J.A., Herron, R.D., and Kraft E.M., "Optimum Transonic Wind Tunnel", AIAA 14th Aerodynamic Testing Conference, West Palm Beach, Florida, March 5-7, 1986.
- Fico, N.G.C.R., Jr., "Simulation of the Flow in the Reentry Flap Region of a Transonic Wind Tunnel," Doctoral Dissertation, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brazil, Jul. 1991.
- Fico, N.G.C.R., Jr., and Azevedo, J.L.F., "On the Use of CFD Techniques For Transonic Wind Tunnel Design," 12th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Vol. II, Brasília, D.F., Dec. 1993, pp. 801-804.
- Goethert, B.H., "Transonic Wind Tunnel Testing," Pergamon Press, New York, 1961.
- MacCormack, R.W., "An Introduction and Review of the Basics of Computational Fluid Dynamics," AIAA Professional Study Series on Computational Fluid Dynamics, Snowmass, Colorado, June 1984.
- Ortega, M.A., and Azevedo, J.L.F., "Checking the Influence of Longitudinal Wall Curvature in the Implementation of Boundary Conditions at the Wall of a Convergent-Divergent Nozzle," *Proceedings of the 11th Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, São Paulo, SP, Dec. 1991.
- Pulliam, T.H., and Steger, J.L., "Implicit Finite-Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow," *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 2, Feb. 1980, pp. 159-167.
- Pulliam, T.H., and Steger, J.L., "Recent Improvements in Efficiency, Accuracy and Convergence for Implicit Approximate Factorization Algorithms," AIAA Paper 85-0360, AIAA 23rd Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, Jan. 1985.

## 2-D INTERACTION OF A POINT-VORTEX WITH A THIN AIRFOIL NEAR A GROUND PLANE

JULIO A.T. CHACALTANA, GUSTAVO C.R. BODSTEIN, MIGUEL H. HIRATA  
 Mechanical Engineering Department  
 COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro - C.P. 68503  
 21945-970 - Rio de Janeiro - Brasil

### SUMMARY

The problem of a thin two-dimensional airfoil interacting with a point-vortex in the vicinity of a ground-plane is investigated. A potential flow model is developed, coupled with a first order perturbation analysis for thin airfoils. An integral equation is obtained for the vortex distribution along the airfoil chord, which is solved assuming a suitable Fourier series expansion that satisfies the Kutta condition at the trailing-edge. Results for the pressure distribution on the airfoil and ground surfaces and the lift coefficient as a function of the chord-to-ground clearance are presented.

### INTRODUCTION

Many practical situations can be found where the flow field around an airfoil is modified by the presence of a nearby vortex and a ground plane (Figure 1). A helicopter, for example, sheds vortices from the tips of its blades, which interact with the airfoil and change the aerodynamic characteristics of the blade profiles. This interaction process is also affected by the proximity of a ground plane, such as when the helicopter is landing or taking off.

A version of this problem, without the vortex, has been studied before. Tomotika et al. (1933) and Havelock (1938) used conformal mapping to obtain an exact solution to this problem, assuming the airfoil to be a flat plate. An airfoil of general shape in ground effect was considered by Green (1947). Giesing (1965) used a panel method to obtain a numerical solution to the problem. Plotkin and Kennell (1981) approached the same problem analytically, performing perturbation expansions in terms of a thickness parameter and a chord-to-wall clearance ratio parameter. Their results were obtained up to second order, but they are valid only for large values of the second expansion parameter.

As far as the authors are aware, there has not been any analysis that includes a vortex in close proximity to the airfoil and the

ground plane. This paper considers this situation, including the airfoil thickness and camber effects. A blend of perturbation methods and complex variable theory is used to formulate and solve the problem, which are presented in the next section. In the last section, results for the pressure distribution on the upper surface of the airfoil and on the ground surface are shown, as well as the variation of the lift coefficient as a function of the chord-to-ground clearance.

### PROBLEM FORMULATION AND SOLUTION

Figure 1 shows a schematic representation of the problem being considered. The flow is assumed to be potential, steady and two-dimensional. A uniform flow approaches the airfoil from the left, with freestream speed  $U_\infty$ . The vortex is held stationary at a position  $(x_v, y_v)$  in the  $xy$ -plane. The airfoil, set at zero angle of attack, is aligned with the uniform flow and is located a distance  $h$  above the ground. All lengths are normalized by  $c$  and speeds by  $U_\infty$ . The dimensionless vortex strength is denoted by  $\Gamma$ , and the coordinate system is also shown in Figure 1.

The airfoil is assumed to be thin, where its profile is described by the equation  $F \equiv y - \varepsilon[\eta(x) \pm \delta(x)] - h = 0$ . The small parameter  $\varepsilon$  is the thickness ratio, and the functions  $\eta$  and  $\delta$  define the camber and thickness distributions, both considered to be of order 1. Since the flow is assumed to be potential, the velocity potential  $\phi$ , normalized by  $U_\infty c$ , must satisfy the following boundary value problem

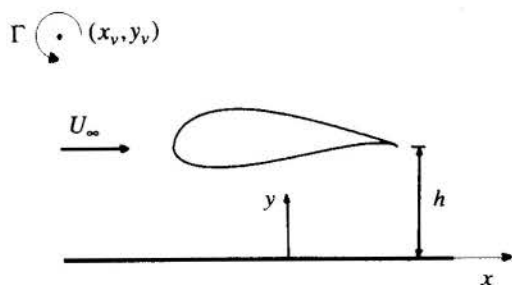


Figure 1. Airfoil in a uniform flow interacting with a vortex in the vicinity of a ground plane.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{in the fluid region} \quad (1)$$

$$\phi_y = \varepsilon[\eta(x) \pm \delta(x)]\phi_x \quad \text{on } F = 0 \quad (2)$$

$$\phi_y = 0 \quad \text{at } y = 0 \quad (3)$$

$$|\nabla \phi| \rightarrow 1 \quad \text{as } \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty \quad (4)$$

$$\text{Kutta condition at } (x, y) = (1, h) \quad (5)$$



The boundary condition (2) can be obtained from the condition that the material derivative of  $F$  is zero on  $F=0$ .

We adopt a regular perturbation expansion for  $\phi$  and  $\Gamma$  in terms of  $\varepsilon$ , given by

$$\phi = \phi_0 + \varepsilon\phi_1 + \dots \quad (6)$$

where the vortex contribution is assumed to be of order  $\varepsilon$ . Substitution of Eq. (6) into (1)-(5) reduce the problem to the following boundary value problem

$$\nabla^2\phi_1 = 0 \quad \text{in the fluid region} \quad (7)$$

$$\phi_{1y} = \eta_x(x) \pm \delta_x(x) \quad \text{on } y=h \quad (8)$$

$$\phi_{1y} = 0 \quad \text{at } y=0 \quad (9)$$

$$|\nabla\phi_1| \rightarrow 0 \quad \text{as } \sqrt{x^2+y^2} \rightarrow \infty \quad (10)$$

$$\text{Kutta condition at } (x,y) = (1,h) \quad (11)$$

where the zeroth-order solution is

$$\phi_0 = x \quad (12)$$

The first-order perturbation velocity potential  $\phi_1(x,y)$  includes the effects of the airfoil thickness and camber, the presence of the vortex and the presence of the ground.

It is convenient, at this point, to introduce a complex potential  $f(z)$ , such that  $\phi_1 = \text{Re}[f(z)]$ . The complex variable  $z$  is defined as  $x+iy$ . A solution to Eq. (7) that satisfies (10) can readily be found

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{z_a}^{z_b} [\gamma(\zeta) + i\sigma(\zeta)] \ln(z-\zeta) d\zeta - \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln(z-z_v) \quad (13)$$

where  $\gamma$  and  $\sigma$  are vortex and source distributions, placed along the airfoil chord, and, therefore, are real functions. By using the reflection theorem (Churchill and Brown, 1984), the boundary condition (9) is automatically obeyed if we define  $F(z)$  to be  $F(z) = f(z) + f^*(z^*)$ . The symbol "\*" denotes complex conjugate, and now we can write

$$F(z) = f(z) - \frac{1}{2\pi i} \int_{z_a}^{z_b^*} [\gamma(\zeta) + i\sigma(\zeta)]^* \ln(z^* - \zeta) d\zeta^* + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln(z^* - z_v^*) \quad (14)$$

where  $f(z)$  is given by Eq. (13). The velocity field everywhere in the fluid region,  $Q(z) = u-iv$ , is determined by taking the derivative of Eq. (14) with respect to  $z$ , which yields

$$u-iv = \frac{1}{2\pi i} \int_{z_a}^{z_b} \frac{\gamma(\zeta) + i\sigma(\zeta)}{(z-\zeta)} d\zeta - \frac{1}{2\pi i} \int_{z_a^*}^{z_b^*} \frac{[\gamma(\zeta) + i\sigma(\zeta)]^*}{(z-\zeta^*)} d\zeta^* - \frac{i\Gamma}{2\pi} \left[ \frac{1}{z-z_v} - \frac{1}{z-z_v^*} \right] \quad (15)$$

The second integral in Eq. (15) has no singularities in the fluid region, but the first integral is singular at  $\zeta = z$ . Since we intend to evaluate  $F(z)$  on the airfoil surface, the singularity may be removed, transforming the integral into a Cauchy principal value integral plus a contribution due to the singularity at  $\zeta = z$ . According to Plemelj's formula (Muskhelishvili, 1953), Eq. (15) becomes

$$u-iv = \frac{1}{2\pi i} PV \int_{z_a}^{z_b} \frac{\gamma(\zeta) + i\sigma(\zeta)}{(z-\zeta)} d\zeta \mp \frac{1}{2} [\gamma(z) + i\sigma(z)] - \frac{1}{2\pi i} \int_{z_a^*}^{z_b^*} \frac{[\gamma(\zeta) + i\sigma(\zeta)]^*}{(z-\zeta^*)} d\zeta^* - \frac{i\Gamma}{2\pi} \left[ \frac{1}{z-z_v} - \frac{1}{z-z_v^*} \right] \quad (16)$$

where  $z = x+ih$ .

In the coordinate system chosen, we have

$$z = x+ih, \quad \zeta = x'+ih \quad \text{and} \quad z_v = x_v+iy_v.$$

Since  $[\gamma(\zeta) + i\sigma(\zeta)]^* = \gamma(\zeta) - i\sigma(\zeta)$ , Eq. (16) can be written as

$$u-iv = \frac{1}{2\pi i} PV \int_{-1}^1 \frac{\gamma(x') + i\sigma(x')}{(x-x')} dx' \mp \frac{1}{2} [\gamma(x) + i\sigma(x)] - \frac{1}{2\pi i} \int_{-1}^1 \frac{\gamma(x') - i\sigma(x')}{(x-x') + 2ih} dx' - \frac{i\Gamma}{2\pi} \left[ \frac{1}{(x-x_v) + i(h-y_v)} - \frac{1}{(x-x_v) + i(h+y_v)} \right] \quad (17)$$

Eq. (17) provides the velocity field at  $z = x+ih$ , for  $-1 \leq x \leq 1$ , as long as the vortex and source distributions are known. These quantities must be determined such that the remaining boundary conditions (8) and (11) are satisfied. Hence, imposing boundary condition (8) on the  $v$ -component of the velocity field, we have

$$\sigma(x) = 2\delta_x(x) \quad (18)$$

$$\frac{1}{2\pi} PV \int_{-1}^1 \frac{\gamma(x') dx'}{(x-x')} - \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{(x-x')\gamma(x') dx'}{(x-x')^2 + 4h^2} = \eta_x(x) - \frac{h}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\sigma(x') dx'}{(x-x')^2 + 4h^2} - \frac{\Gamma}{2\pi} \left[ \frac{x-x_v}{(x-x_v)^2 + (h-y_v)^2} - \frac{x-x_v}{(x-x_v)^2 + (h+y_v)^2} \right] \quad (19)$$

Eq. (18) states that the source distribution is determined by the airfoil thickness distribution, whereas Eq. (19) is an integral equation for  $\gamma(x)$ . The vortex distribution must satisfy the Kutta condition at the trailing-edge, i.e.,

$$\gamma(1) = 0. \quad (20)$$

As  $h \rightarrow \infty$ , the second integral on the left-hand side of Eq. (19) behaves as  $h^{-2}$ , whereas the integral on the right-hand side behaves as  $h^{-3}$ . The behavior of these integrals at infinity indicates that they do not contribute much for large values of  $h$ .

In order to solve (19), we perform the following transformation using polar coordinates

$$x' = \cos \theta', \quad 0 \leq \theta' \leq \pi; \quad x = \cos \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

and we expand  $\gamma(x)$  in a Fourier series in  $\theta$ , given by (Anderson, 1991)

$$\gamma(\theta) = A_0 \frac{(1 - \cos \theta)}{\sin \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta. \quad (21)$$

The vortex distribution (21) automatically satisfies condition (20). Its substitution into Eq. (19) yields a system of algebraic equations for the series coefficients  $A_n$ . A numerical solution based on the Gaussian elimination scheme can be easily obtained for any known camber and thickness distributions, vortex strength and position. The first integral on the left-hand side of (19) is evaluated analytically, whereas the second is evaluated numerically using the Gauss-Legendre quadrature. The integral on the right-hand side requires an algorithm based on the Gauss-Chebyshev quadrature. Both numerical integrals were calculated using 40 points. The numerical methods employed here can be found in Carnahan et al. (1969). Once the coefficients are determined, Eq. (21) provides the vortex distribution along the airfoil chord, from which all the quantities of interest can be obtained.

The first order pressure field can be obtained from Bernoulli's equation and the small perturbation assumption, yielding

$$C_p = -2u(x, y). \quad (22)$$

The  $u$ -component of the velocity field on the airfoil can be found by taking the real part of the right-hand side of Eq.(17), and of Eq. (15) for the ground plane (with  $y = 0$ ).

The first-order lift coefficient (per unit depth) is given by

$$C_l = -\int_{-1}^1 \gamma(x) dx = -\pi(A_0 + A_1/2). \quad (23)$$

Even though  $C_l$  depends only on the first two series coefficients, their values depend on the number of terms taken. We have found numerically that, with the first 20 terms, the solution is accurate up to  $10^{-5}$ .

## RESULTS

Results for the lift and pressure coefficients are presented in this section for a symmetrical Joukowski airfoil, with thickness distribution given by (Van Dyke, 1956)

$$\delta(x) = (1-x)(1-x^2)^{1/2}.$$

Figure 2 depicts these results for the lift coefficient as a function of  $h$ , the chord-to-ground clearance, for a flow without the vortex. In this case the presence of the wall induces the flow in the clearance to move faster than the flow above the airfoil. The pressure on the bottom surface is, therefore, lower than the pressure on the top surface, and the lift force is negative. As  $h$  increases, the ground effect decreases, and  $C_l$  tends to zero. Conversely, if  $h \rightarrow 0$ ,  $C_l \rightarrow -\infty$ , a result not possible to be obtained using Plotkin and Kennell's approach. The results are shown for  $h > 1$  in order to compare them with those of Plotkin and Kennell, which are valid for  $h \gg 1$ . Even though Figure 2 also shows results for  $h$  of order 1, this comparison is to be carried out only for large values of  $h$ . As it can be seen, both solutions coincide, in this limiting case, for values of  $h$  as large as 5.

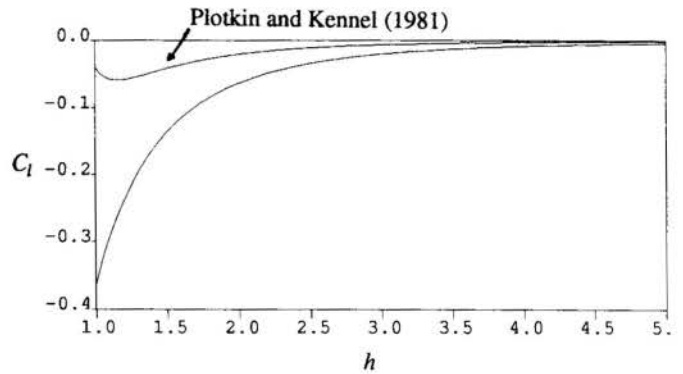


Figure 2. Lift coefficient as a function of the chord-to-ground clearance, with the vortex absent.

The combined effects of the wall and the vortex can be seen in Figure 3. It shows the variation of the lift coefficient with  $h$  for two values of  $\Gamma$  (+1.0 and -1.0) and several different values of the vertical vortex position relative to the airfoil  $y_v - h$ , at constant  $x_v = -2.0$ . In the range of parameters shown  $C_l$  is negative if  $\Gamma$  is negative, for all values of  $y_v - h$ , which indicates the occurrence of a large suction effect that pushes the airfoil towards the ground. For  $\Gamma$  positive, the vortex effect dominates far from the ground, except when  $y_v - h$  is large and/or  $h$  is small. This behavior is to be expected since, in this situation, there is a competition between the suction effect caused by the ground on the airfoil lower surface and the suction effect caused by the vortex on the airfoil upper surface.

Figure 4 shows the pressure coefficient on the airfoil upper surface for different values of  $\Gamma$ , with  $h = 1$  and the vortex placed at  $x_v = -0.5$  and  $y_v = 2.0$ . For negative values of  $\Gamma$  the flow induced by the vortex impinges on the upper surface of the airfoil, and a pressure increase occurs. At the airfoil leading-edge the pressure coefficient tends to  $+\infty$  because the vortex distribution in



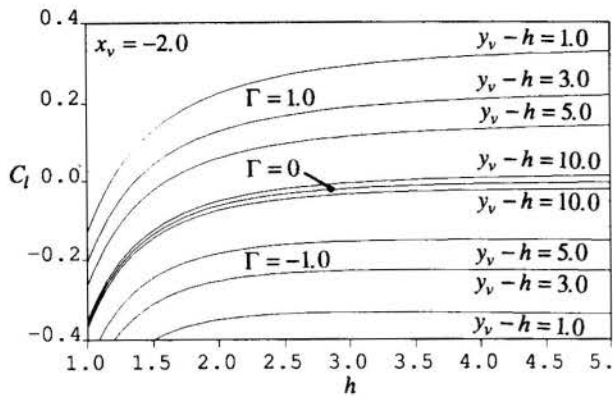


Figure 3. Lift coefficient as a function of the chord-to-ground clearance, with the vortex present.

the airfoil, which is related to  $C_p$  via Eqs. (17) and (22), possesses a (integrable) singularity at the leading-edge. An interesting feature of the solution is the presence of a positive suction peak on the airfoil upper surface, which increases the pressure slightly. This effect is also due also to the flow induced by the vortex. The opposite effect takes place when  $\Gamma$  is positive.

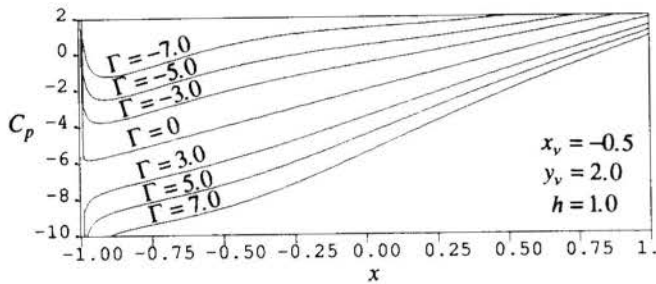


Figure 4. Pressure coefficient on the upper surface of the airfoil

The pressure coefficient on the ground plane is presented in Figure 5 for  $\Gamma = 3.0$ ,  $h = 1.0$ ,  $y_v = 2.0$  and different values of  $x_v$ . Both the airfoil and the vortex cause a large suction peak to occur on the ground. In cases where the vortex is far from the airfoil ( $x_v = \pm 4.0$ ), two suction peaks appear, one for each contribution. When the vortex is near  $x = 0$ , the two contributions cannot be distinguished, and just one large peak can be seen. The pressure distribution in this case can be compared to the effect due only to the airfoil ( $\Gamma = 0$ ), also shown in the figure. The vortex contribution displaces  $C_p$  in the direction of its negative values.

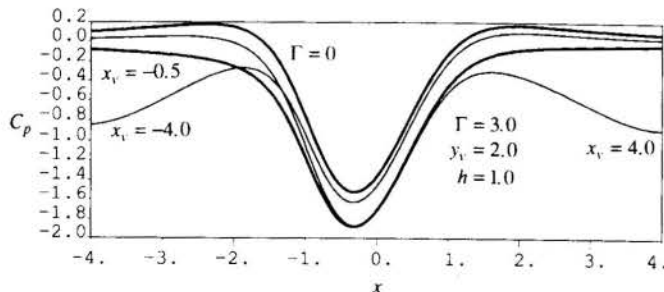


Figure 5. Pressure coefficient on the ground plane.

In summary, the presence of the ground generates negative lift on the airfoil, and the vortex increases or decreases this effect, depending on its direction of rotation. The pressure distribution on the airfoil upper surface presents a suction peak, whereas the pressure distribution on the ground show one or two peaks, depending on the vortex position in the streamwise direction. These peaks are very important, since they are followed by regions of favorable and adverse pressure gradients. These gradients determine whether flow separation is likely to occur in the real flow.

## REFERENCES

- Anderson, J.D., "Fundamentals of Aerodynamics", McGraw-Hill, NY, 1991.
- Carnahan, B., Luther, H.A., and Wilkes, J.O., "Applied Numerical Methods", John Wiley & Sons, NY, 1969.
- Churchill, R.V., and Brown, J.W., "Complex Variables and Its Applications", McGraw-Hill, NY, 1984., 1984.
- Giesing, J.P., "Potential Flow about Two-Dimensional Airfoils", Douglas Aircraft Company Rept. LB31946, Dec. 1965.
- Green, A.E., "The Two-Dimensional Aerofoil in a Bounded Stream", Quarterly Journal of Mathematics, Vol. 18, pp. 167-177, 1947.
- Havelock, T.H., "The Lift and Moment on a Flat Plate in a Stream of Finite Width", Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. 166, pp. 178-196, 1938.
- Muskhelishvili, N.I., "Singular Integral Equations", P. Noordhoff N.V., Groningen-Holland, 1953.
- Tomotika, S., Nagamiya, T., and Takenouti, Y., "The Lift on a Flat Plate Placed Near a Plane Wall with Special Reference to the Effect of the Ground Upon the Lift of a Monoplane Aerofoil", Aeronautical Research Institute of Tokyo, Rept. No. 97, 1933.
- Van Dyke, M.D., "Second-Order Subsonic Airfoil Theory Including Edge Effects", NACA Rept. 1274, 1956.
- Plotkin, A., and Kennell, C.G., "Thickness-Induced Lift on a Thin Airfoil in Ground Effect", AIAA Journal, Vol. 19, No. 11, pp. 1484-1486, Nov. 1981.

## IMPACT ANALYSIS IN DEMAND FORECAST AND AN APPLICATION

José Guilherme Senna & Orion de Oliveira Silva  
Instituto de Estudos Avançados - IEAv/CTA  
Rodovia dos Tamoios, Km 5.5, CP 6.044  
12231-970 São José dos Campos - SP - Brazil

### SUMMARY

An exercise in demand forecasting, coupled with impact analysis, is made so that one can ascertain the potential of this new methodology, which can be incorporated easily in any existing conventional planning.

### INTRODUCTION

This paper presents an application of a methodology to support planning under uncertainties. This methodology combines "Trend Impact Analysis", "Fuzzy Set Theory" and "Possibility Theory". As a support methodology, it is readily adaptable to any existing approach to energy planning, such as demand and supply forecasting, price and cost evaluation, import and export analysis, and so forth. Due to the fundamentals of Fuzzy Set Theory, it is particularly suitable for the evaluation of social, ecological and strategical aspects, usually very difficult to model with more conventional methods, and very important in any energy policy analysis.

The proposed application will be an exercise in demand forecast based on simple regression analysis using historical data furnished by Eletrobrás.

### METHODOLOGY AND APPLICATION

The methodology works as shown in Figure 1, which presents a diagram of all the steps involved.

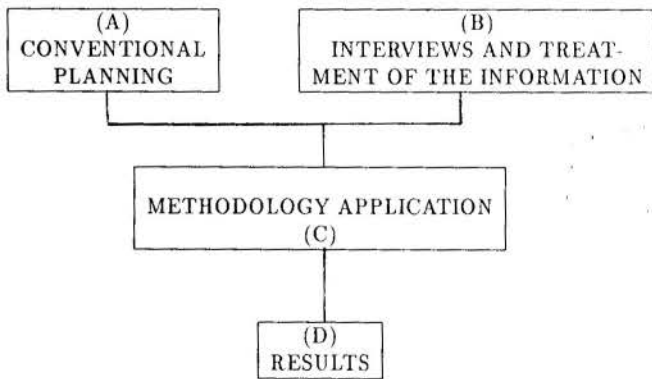


Figure 1 - SENIOR Methodology.

An illustrative example of the steps mentioned in Figure 1 will be the forecast of electrical energy demand for Brazil up to the year 2005.

In this example, the actual results are not sought, only the mechanisms to apply the methodology are of relevance.

A brief description of each step follows:

Step (A) :- CONVENTIONAL PLANNING - This could be the result of the forecast made by energy agencies in any kind of form: econometrical models, end use energy demand, and so forth. All that is needed in this step is a projection of energy demand for the next 11 years. We chose a simple regression analysis, based on historical data from Eletrobrás.

The regression formula obtained, taking 1970 as base year, was:

$$\ln Y = 0,096t + 10,28 \quad (1)$$

where "Y" is the demand in MWh, "t" is the time in years (Senna, 1987).

Step (B) :- INTERVIEWS AND TREATMENT OF THE INFORMATION - This corresponds to the gathering of individual opinions, from experts on the subject, on events that could impact demand of energy and could occur in the time span of the study. In this example, the interviews were made with researchers from "Instituto de Estudos Avançados do Centro Técnico Aeroespacial", who are not really experts on the subject. It still serves as a demonstration of the kind and shape of the information sought. One could use methods such as brainstorming, brainwriting, personal interviews, DELPHI processes, and others. We used a DELPHI process, without feedback, and obtained a list of possible events, their possibility of occurrence, and their impact profile, as shown in Tables 1 and 2. It is worthwhile to mention that the number of events is not limited to 5, nor the time span to 11 years.

#### - List of Events

- (A) Reduction of industrial consumption due to improvements in processes and cogeneration.
- (B) Implementation of commerce among the countries of South-America.
- (C) Growth in the number of energy-intensive industries.
- (D) Stabilization of the economy, raising living standards.
- (E) Unstable political environment that could diminish investments in energy generation plants.

Table 1 – Possibility of occurrence.

Event	Year										
	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
A		0.15			0.30			0.50			0.70
B	0.30		0.70				0.85				
C				0.15					0.30		0.50
D				0.15		0.30			0.50		0.70
E	0.70	0.85									

Table 2 – Impact Profile.

Event	$t_n$	$t_m$	$i_m$	$t_{SS}$	$i_{SS}$
A	2	4	-30	7	0
B	1	3	+20	6	+10
C	2	4	+20	6	+10
D	2	5	+15	7	+10
E	0	3	-30	5	-15

where  $t_n$  = time in years for the impact to be felt.  
 $t_m$  = time in years for maximum impact.  
 $i_m$  = value of maximum impact.  
 $t_{SS}$  = time for steady state.  
 $i_{SS}$  = value of steady state impact.

Step (C) :- METHODOLOGY APPLICATION - Combines the results from steps A and B. First the fuzzy matrices are generated for each event, combining possibilities of occurrence and impact profile, and then all events are put together through fuzzy reasoning (Senna & Silva, 1992). The impact and confidence interval in the conventional forecast are then calculated. The results, Step (D), are shown in the next section.

The mathematical details of the operations involved will be omitted in the present work, but are available from the authors. The highlights of the methodology are:

1. From the user, a future trend of a variable,  $\mathcal{X}$ , is obtained, such that one has  $\mathcal{X} = \mathcal{X}(t)$ , where "t" is the time, from the present ( $t = t_0$ ), through the time span of the study. ( $t =$  Last year for forecast).
2. From the interviews, one obtains a possibility of occurrence for each event with time,  $P = P(E_i, t)$ , where  $E_i$  is the event and "t" is the time. One also obtains its related impact profile,  $a(E_i, u)$ , where "u" is a different time scale, as mentioned before. It is not related to the time span of the projection, but rather to the time after the event has actually occurred. There is also a corresponding density function  $p = p(E_i, t)$ , used to determine the value of the average impact.
3. The average value of the impact due to each event in a year k, is given by:

$$V(E_i, k) = \sum_{x=t_0}^{x=k} p(E_i, x).a(E_i, y), \quad (1)$$

where  $y = k - x$ .

4. The events being considered independent, as expected from the data obtained in item 2 of the information sought in step (B), the net impact of all the events is simply:

$$V(k) = \sum_{i=1}^n V(E_i, k), \quad (2)$$

where "n" is the number of events.

5. To obtain the limiting value of the impact, which define the confidence interval for the projection, one has to combine  $P(E_i, t)$  and  $a(E_i, u)$ . For each event, a matrix  $P \times a$  is generated and through fuzzy reasoning [10], the minimum and maximum for each column is taken, such that:

$$VI(E_i, k) = \min[(P.a)_{1,m}, (P.a)_{2,m}, \dots, (P.a)_{n,m}] \quad (3)$$

$$VS(E_i, k) = \max[(P.a)_{1,m}, (P.a)_{2,m}, \dots, (P.a)_{n,m}]. \quad (4)$$

6. After this is done for all events, the net values of the limits can be written as,

$$VI(k) = \sum_{i=1}^n VI(E_i, k) \quad (5)$$

$$VS(k) = \sum_{i=1}^n VS(E_i, k). \quad (6)$$

7. The value of the variable under study, once the impact is known for each year "k", is:

$$\mathcal{X}_I = \mathcal{X}(k)(1 + V(k)) \quad (7)$$

8. The highest and the lowest values to be expected are:

$$\mathcal{X}_{IH} = \mathcal{X}(k)(1 + VS(k)) \quad (8)$$

and

$$\mathcal{X}_{IL} = \mathcal{X}(k)(1 + VI(k)). \quad (9)$$

## RESULTS

The results obtained are shown in Table 3 and, in graphical form, in Figure 2. Keeping in mind that the method used for the "surprise free" forecast is not the actual way planning is done, one can disregard the numbers, one can disregard the numbers and visualize the use of the methodology alone. Better visualize the results by looking directly at the graphs in Figure 2.

Table 3. Forecast.

Year	Lower Value	Impacted Tendency	Surprise Free	Higher Value
1995	277.81	298.72	321.2	321.20
1996	262.43	305.16	353.6	359.96
1997	233.58	299.94	389.2	403.21
1998	266.14	368.36	428.4	459.24
1999	312.33	446.18	471.6	530.08
2000	353.52	516.08	519.1	610.46
2001	382.62	571.07	571.1	682.25
2002	412.00	630.65	629.0	764.66
2003	438.98	692.55	692.4	856.69
2004	469.52	766.70	762.2	968.34
2005	499.26	843.21	839.1	1007.22

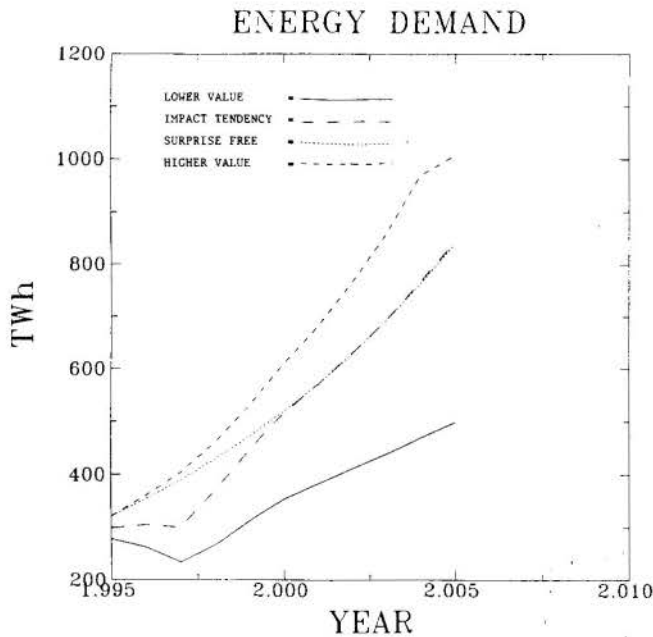


Figure 2 - Energy Demand.

What the results show is that, within the frame proposed by the events selected, one can expect the future behaviour of electric energy demand to lie between the lower and higher values, through the proposed time span.

## CONCLUSIONS

The methodology is very easy to make compatible with any kind of forecasting. One just has to have a future trend of some parameter of interest, well defined, time and resources available to select and interview experts in the area of study.

Also, it is not limited to the form of the results presented in this work. Depending on the needs of its user, the methodology can be utilized in a broader range of applications. For example:

- for impact analysis, the original trend is impacted by values obtained from the fuzzy matrices generated in (C) ;
- for monitoring the planning, it is simply a matter of yearly updating the possibility matrices generated in (C).
- for scenario development, it is very suitable because one can define the most probable outcome by selecting events with higher possibilities, or the most favorable outcome, by selecting the more positive impacts and so forth;
- For decision making, by transforming the decision to be taken into an event with possibility of occurrence of 1.0(one), one can define its impact profile and thus determine the best time to make that decision.

Many other applications of the methodology could be listed. All depend on small changes in the mathematical operations performed, that is, on the introduction of small modifications in the algorithm built for the calculations.

## REFERENCES

- .Bouhid, J. M., O desenvolvimento de uma técnica probabilística de previsão tecnológica e sua aplicação ao crescimento do parque computacional brasileiro. Tese de Mestrado, ITA, 1983.
- .Goodrich, B. Previsão Tecnológica. Notas de aula de MB 260, ITA, 1986.
- .Kandel, A. Fuzzy Mathematical Tecnicue with Applications, Addison-Wesley Publishing Compan, 1986.
- . Senna, J. G. S. M., "Uma Apreciação do Futuro Energético Brasileiro usando Técnicas de Previsão Tecnológica". IV CBE, Rio de Janeiro, 1987.
- . Senna, J. G. S. M., Silva, O. O. SENIOR, "Uma metodologia de apoio a tomada de decisão". Nota Técnica IEAv - 010/92, 1992.
- . Senna, J. G. S. M., Silva, O. O. "Impact Analysis as an Auxiliary Tool for Energy Planning". IV International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems. Rio de Janeiro. Brazil, September, 1994.
- .Zadeh, L. A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. Fuzzy sets and Systems. Vol. 1, N<sup>o</sup> 1, pp. 3-28, 1978.



## DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIA E 'SOFTWARE' PARA DIAGNOSTICAR O SETOR RESIDENCIAL (residências e condomínios)

Torres, E. A. <sup>(1)</sup>, Hayashi, T. C. <sup>(1)</sup>, Rocha, R. T. <sup>(1)</sup>, Kirkpatrick, I. A. L. <sup>(1)</sup>, Renggli, U. R. <sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> LEN - Laboratório de Energia / DEQ / DEM - Escola Politécnica da UFBA

R. Aristides Novis, 2, Federação - Salvador - Bahia - Brasil 40210-630

<sup>(2)</sup> Alteno AG Ausserdorf, 8, Langenbruck - Switzerland 4438

### SUMMARY

Originally a method to diagnose the energy consumption of the residential sector (residences and buildings) was developed. Approved the methods efficiency, a computer program was developed to automatize the data entrance and ease the calculation of certain energetic factors that are important index to the results analyses. The software is available to all IBM-PC computer users (or any other compatible) and will calculate some global and individual factors related to familiar income classes, as others, comparing the example cases with a data base and producing a final report with sugestions explaining how to use the energetics in a rational manner.

O software é de fácil interação com o usuário, através de telas auto-explicativas, e no final resulta na emissão de um relatório com os principais índices, gráficos, tabelas e as recomendações para o uso racional da energia.

### METODOLOGIA

A metodologia para a conservação da energia no setor residencial leva em consideração os dados pessoais, área do imóvel, renda familiar etc., como também os insumos energéticos (energia elétrica, GLP, gás natural e lenha), e da água consumida. Os dados sobre o consumo de energia elétrica são fornecidos pela concessionária na conta mensal, de maneira similar ao consumo da água. O consumo de GLP, ou de gás natural, ou lenha, é indicado pelo próprio morador. O usuário deve preencher os dados acima e além disso, informar os equipamentos domésticos consumidores de energia, dando a demanda e o tempo de utilização dos mesmos.

Após o preenchimento do questionário, que pode ser realizado pelo usuário ou acompanhado por um estudante de engenharia, introduz-se os dados computador.

O software tem telas auto-explicativas dispendo o usuário na primeira tela da seguinte opção: **Residencial** ou de **Condomínios**. Portanto, ele pode realizar o diagnóstico energético da unidade domiciliar ou do prédio de apartamentos. As telas seguintes baseiam se no questionário. O passo posterior é o processamento, onde é realizado um balanço energético, confrontando os dados de consumo da energia elétrica e tempo de utilização dos equipamentos informado pelo usuário, com relação aos dados fornecidos pela concessionária de energia, tolerando um desvio de até  $\pm 5\%$ . Se o software recusar os dados deve ser revista a demanda dos equipamentos e/ou os tempos de utilização. Em seguida a essa fase, é apresentado o consumo desagregado por uso:

- . Iluminação
- . Cocção
- . Ar condicionado
- . Refrigeração
- . Eletrodomésticos
- . Lazer
- . Aquecimento de água
- . Bomba

A próxima tela coloca a disposição do usuário o consumo de energia por fontes:

- . Elétrica
- . GLP
- . Gás natural
- . Lenha

A seguir serão apresentadas ao usuário as telas com índices calculados versus renda familiar. Os índices avaliados

### INTRODUÇÃO

O setor de energia tem um destaque importante no processo de desenvolvimento do nosso país. O Brasil, devido a sua grande extensão geográfica constitui-se um desafio a produção e a distribuição de energia para os diversos setores da economia.

O petróleo e a hidroeletricidade são as principais de energia fontes primárias consumidas no país. A hidroeletricidade representou 42,4% da produção da energia primária, em 1992.

A desagregação do consumo final da energia, em 1992, por setor, é a seguinte: residencial (16,4%), industrial (38,6%), comercial (4,8%), agropecuário (4,3%), público (3,3%), energético (7,9%) e outros (5,3%), o que representou o consumo total no país de  $1,76 \times 10^8$  tep. No período de 1985 a 1992 houve um incremento de 17,19% do consumo da energia final no Brasil.

Para o caso específico da energia elétrica, o consumo por classe no país é: residencial (22,6%), industrial (50,5%), comercial (11,3%), agropecuário (3,3%), público (8,5%), transportes (0,5%), e o energético (3,3%), e representou um crescimento entre 1985 a 1992 de 32,74%.

Em particular, o Estado da Bahia consome cerca de 7,0% (base 92) da energia final total do país, ou seja, 12.192.103 tep. A desagregação da energia final total consumida por setor é: residencial (28,5%), industrial (43,8%), transportes (13,1%), comercial (2,5%), agropecuário (2,0%), público (2,4), energético (7,6) e outros (0,1%), apresentou um crescimento entre 1985 a 1992 de 31,24%. O consumo total final residencial evoluiu de 2.251.000 tep em 1985 para 3.475.000 tep em 1992, crescendo a uma taxa média anual de 5,0%. A totalização da energia elétrica para o setor residencial cresceu de 1.275,9 GWh em 1985 para 1.931 GWh, em 1992, e representou o crescimento, no período, de 51,35%.

O PROCEL - Programa Nacional de Energia Elétrica - e o CONPET - Programa nacional de uso dos derivados do petróleo e gás natural, são exemplos de ações governamentais que vêm sendo desenvolvidas com o objetivo de reduzir o consumo no setor industrial. Porém, as ações para o setor residencial assumem um papel secundário, não despertando grande interesse. No entanto, o seu consumo é representativo, o que justifica uma melhor atuação no sentido de reduzi-lo.

A metodologia que trata este trabalho foi desenvolvida com o objetivo de contribuir com os consumidores do setor residencial, no intuito de reduzir o consumo de energia, em especial entre os de maior renda. Para testar a metodologia foi elaborado um software cuja finalidade é ajudar o contribuinte ou a empresa fornecedora de energia a, rapidamente, efetuar um diagnóstico energético da residência ou do prédio de apartamentos.

servem para compatibilizar os resultados além de servirem com de base para a comparação, ou seja:

- 1) MJ/m<sup>2</sup>.ano, isto é, o consumo de energia total na unidade residencial por metro quadrado de área, por ano;
- 2) kWh<sub>EL</sub>/hab.mês, representa o consumo de energia elétrica na unidade residencial por habitante por mês;
- 3) kWh<sub>GLP</sub>/hab.mês, representa o consumo de energia por cocção por habitante por mês.

Além desses, são apresentados outros fatores energéticos que servem para traçar o perfil de consumo de energia da unidade. Todos estes parâmetros são correlacionados com a renda familiar, resultando numa comparação direta entre os dados de consumo e renda familiar em salários mínimos.

O usuário dispõe ao final de um menu de opções para imprimir tabelas ou gráficos individuais, ou o relatório padrão onde são fornecidos os principais parâmetros e recomendações para a família fazer uso racional da energia.

## ANÁLISE DE RESULTADOS

Foram diagnosticados cerca de 100 residências com diferentes rendas familiares e consumos de energia.

Para melhor apresentar os resultados é analisado um caso exemplo, onde foi realizado um diagnóstico energético em uma residência com área interna de 100m<sup>2</sup>, renda familiar de 15 salários mínimos equivalente (US\$ 975,00), 12m<sup>2</sup> de área refrigerada e o consumo anual de energia elétrica de 3208kWh e 156kg de GLP.

Os eletrodomésticos existentes são: geladeira, "freezer", máquina de lavar roupas, liquidificador, ar condicionado, televisão, vídeo cassete, chuveiro elétrico, ferro de passar roupas, lâmpadas etc., com variadas demandas e tempo utilização.

Nos gráficos 1 e 2, apresenta-se o consumo de energia por fontes, enfocando o caso em estudo e a média do banco de dados. Neste exemplo, a energia elétrica representa 60% do consumo da residência e 40% do GLP. Comparado com os dados do banco, a energia elétrica representa 61% e o GLP 39%.

Gráfico 1 - Desagregação da Energia Consumida na Residência (Caso Exemplo)

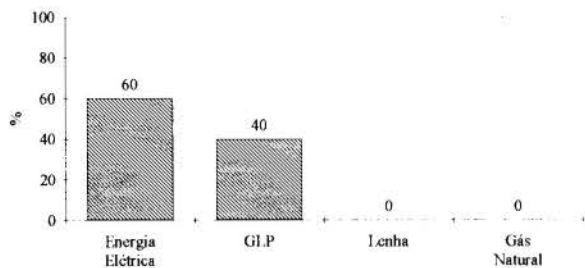
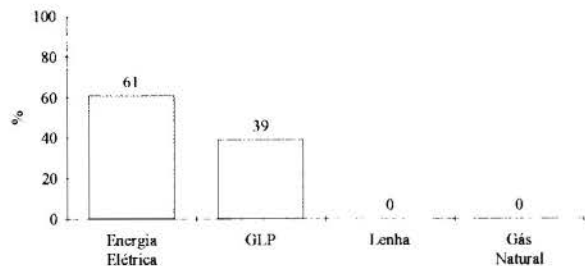


Gráfico 2 - Desagregação da Energia Consumida na Residência (Média do Banco de Dados)



Nos gráficos 3 e 4, mostra-se a desagregação do consumo de energia elétrica por uso, isto é, iluminação, cocção (forno elétrico, microondas etc); refrigeração (geladeira e/ou "freezer"); ar condicionado, eletrodomésticos (liquidificador, batedeira, ferro de passar roupa etc); lazer (televisão, vídeo etc); aquecimento de água (chuveiro elétrico) e bombeamento de água para as famílias que residem em casas. Observa-se que a iluminação consome 12% da energia elétrica, para o caso exemplo, cocção 0%, refrigeração 47%, ar condicionado 19%, eletrodoméstico 1%, lazer 10%, aquecimento de água 11% e 0% para bombeamento de água. Enquanto na média do banco de dados apresenta-se 16%, 11%, 33%, 13%, 12%, 8%, 16% e 1% respectivamente.

Gráfico 3 - Desagregação da Energia Elétrica Consumida na Residência (Caso Exemplo)

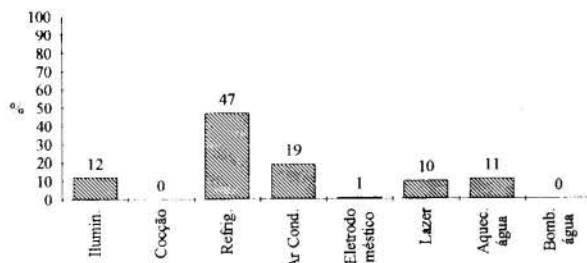
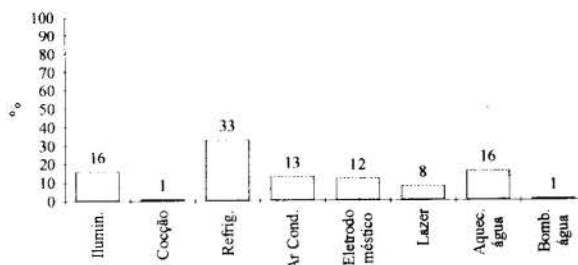


Gráfico 4 - Desagregação da Energia Elétrica Consumida na Residência (Média do Banco de Dados)



Observa-se que o consumo com refrigeração, ar condicionado e iluminação são os mais representativos, destacando o primeiro com 47%. Com relação à média do banco de dados, a refrigeração é significativa, porém, com menor índice, isto provocado, provavelmente, por nem todas as residências possuírem "freezer".

A tabela 1 apresenta os fatores energéticos para a residência em estudo. O Fator Fe<sub>1</sub> representa o consumo de energia global da residência, isto é, 191,92 MJ/m<sup>2</sup>.ano, reunindo energia elétrica e GLP. O fator Fe<sub>2</sub> representa o consumo somente de energia elétrica, o qual é de 53,23 kWh<sub>EL</sub>/hab.mês. O Fator Fe<sub>3</sub> mostra o consumo de GLP, que no caso é de 35,62 kWh<sub>GLP</sub>/hab.mês ou 2,6 kg<sub>GLP</sub>/hab.mês. Os três fatores individuais podem ser comparados para a média do banco de dados ou para a média do Estado da Bahia ou do País. Entretanto, nestes dois últimos casos, a média do Estado e do País, são apenas indicativos pois não levam em conta a renda familiar.

**Tabela 1 - Fatores Energéticos**

	Valor Calculado	Banco de dados
Fe <sub>1</sub> MJ/m <sup>2</sup> .ano	191,92	164,40
Fe <sub>2</sub> kWh <sub>EL</sub> /hab.mês	53,23	72,30
Fe <sub>3</sub> kWh <sub>GLP</sub> /hab.mês	35,62	48,70
kg <sub>GLP</sub> /hab.mês	2,60	3,60
Área Const. m <sup>2</sup> /hab	20,00	31,30
Número de Pessoas	5,00	4,70
Consumo Anual Medido kWh <sub>EL</sub>	3208,00	4065,40
Consumo Anual Calculado kWh <sub>EL</sub>	3193,92	4039,40
Energia Total Consumida MJ	19242,72	24056,50
Renda SM	15,00	22,90
Nº de Registros	-	102

Sendo assim, a tabela 2 apresenta a estratificação por renda e, efetivamente, podem ser comparados os fatores energéticos para as diversas classes.

Para o caso em estudo a renda familiar é de 15 SM, o que a inclui na classe de 10-20 SM. Para essa categoria, a média do fator Fe<sub>1</sub> encontrado vale Fe<sub>1</sub> = 149,7 MJ/m<sup>2</sup>.ano. É também verificado que existe uma diminuição do fator para as rendas menores, e um aumento do mesmo fator para as classes de rendas maiores devido que, entre a menor classe e a maior, o fator Fe<sub>1</sub> praticamente dobrou, passando de 90 para 177,2 MJ/m<sup>2</sup>.ano.

**Tabela 2 - Fatores Energéticos x Renda Familiar**

Salário Mínimo (SM)	0 a 5	5 a 10	10 a 20	20 a 30	mais de 30
Fe <sub>1</sub> MJ/m <sup>2</sup> .ano	90,0	149,7	152,6	170,3	177,2
Fe <sub>2</sub> kWh <sub>EL</sub> /hab.mês	38,8	50,3	60,9	69,0	94,9
Fe <sub>3</sub> kWh <sub>GLP</sub> /hab.mês	44,5	46,1	43,1	52,6	55,0
kg <sub>GLP</sub> /hab.mês	3,3	3,4	3,1	3,8	4,0
Área construída m <sup>2</sup> /hab	40,0	27,8	29,4	30,3	35,2
Nº de pessoas	2,0	3,8	4,4	5,1	5,0
Consumo anual medido kWh <sub>EL</sub>	926,0	2297,6	3309,7	4178,3	5734,0
Consumo anual calculado kWh <sub>EL</sub>	930,0	2279,0	3234,5	4215,8	5730,8
Energia total consumida MJ	7180,6	15800,7	20143,7	26117,6	31374,8
Renda SM	4,0	7,5	13,6	21,5	42,8
Registros %	1,0	8,9	41,2	20,6	28,4
Total de registros	1,0	9,0	42,0	21,0	29,0

Para o fator Fe<sub>2</sub>, que indica o consumo de energia elétrica por habitante por mês, também é verificada a correspondência com a renda familiar. Da faixa de menor poder aquisitivo a de maior, este fator evoluiu de 38,8 kWh<sub>EL</sub>/hab.mês (0 a 5 SM), para 50,3 kWh<sub>EL</sub>/hab.mês (5 a 10 SM), 60,2 kWh<sub>EL</sub>/hab.mês (10 a 20 SM), 69,0 kWh<sub>EL</sub>/hab.mês (20 a 30 SM). Assim, a variação de Fe<sub>2</sub> da primeira faixa para a última foi de 2,45 vezes.

Ainda na tabela 2 são apresentados outros parâmetros que colaboram na análise do consumo de energia residencial. Os principais são: área construída por habitante (m<sup>2</sup>/hab), do número total de habitantes. Além destes, há também o consumo total de energia elétrica, medido pela concessionária informado na conta mensal, e ainda é apresentado o consumo de energia

elétrica é pouco representativa na amostragem, atingindo no máximo 2,63% do consumo total. Por outro lado, a refrigeração tem um peso significativo na primeira classe, isto é devido ao fato das famílias possuírem, provavelmente, uma geladeira, algumas poucas lâmpadas e talvez uma televisão. Entretanto, nas classes seguintes há um decréscimo relativo, que acontece em função da aquisição de outros eletrodomésticos, deslocando o consumo. Outro índice importante é o que mostra o consumo de energia elétrica para aquecimento de água. Este item de consumo é significativo para a classe de (5 a 10 SM), aproximadamente de 21,47%, enquanto nas demais classes fica em torno de 16%. Isso se deve, provavelmente, ao pequeno número de diagnósticos realizados nessa classe, frente ao número de demais registros.

**Tabela 3 - Uso da Energia Elétrica x Renda Familiar**

Salário Mínimo (SM)	0 a 5	5 a 10	10 a 20	20 a 30	mais de 30
Iluminação % kWh/mês	10,91 8	15,23 260	15,47 1751	14,06 1037	17,71 2452
Cocção % kWh/mês	0,0 0	2,63 45	0,36 40	0,43 32	2,56 355
Refrigeração % kWh/mês	62,96 49	37,45 640	39,18 4435	36,62 2702	25,14 3482
Ar Condicionado % kWh/mês	0,0 0	0,0 0	7,91 896	11,89 877	19,30 2672
Eletrodomésticos % kWh/mês	7,10 6	14,61 250	11,33 1282	12,21 901	11,47 1587
Lazer % kWh/mês	19,04 15	8,60 147	8,71 986	9,28 685	7,17 993
Aquecimento % kWh/mês	0,0 0	21,47 367	16,88 1911	15,08 1113	15,59 2159
Bombeamento % kWh/mês	0,0 0	0,0 0	0,16 19	0,43 31	1,07 148
Nº de registros %	1,0	8,8	41,2	20,6	22,4
Total de registros	1	9	42	21	29

## CONCLUSÃO

Da análise do banco de dados, observa-se uma forte correlação entre o consumo com a renda familiar. Nesse trabalho, porém, são apresentados índices, fatores, gráficos, corroboradas pela metodologia desenvolvida, onde é demonstrada de forma inofismável esta interdependência. Atualmente são disponíveis, na literatura especializada, valores globais dos índices, realizados dos balanços de energia nacional e estaduais. Para ilustrar, citamos dois exemplos: para o Brasil o Fe<sub>2</sub> = 19,67 kWh<sub>EL</sub>/hab.mês e para a Bahia Fe<sub>2</sub> = 19,70 kWh<sub>EL</sub>/hab.mês. Muito abaixo do verificado para a mesma classe de renda.

Estes são os parâmetros utilizados pelo setor, que na realidade nada informam, pois falta uma correlação com o poder aquisitivo dos consumidores. Assim sendo, este trabalho vem oferecer novos valores, novas correlações. Sabe-se que estes índices ainda são preliminares, pois o banco de dados disponível é pequeno, entretanto, espera-se ampliar e gerar novos fatores.

## AGRADECIMENTOS

Os autores desejam reconhecer a valiosa colaboração do Governo Suíço, através da sua Embaixada em Brasília, pelos recursos que permitiram a instalação e manutenção das atividades do Laboratório de Energia da Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia - UFBA, do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC/CNPq, e do RHAIE, pelo apoio aos bolsistas e a todos que contribuíram para a formação do banco de dados.

## REFERÊNCIAS

- Bahia, Secretaria de Energia, Transportes e Comunicação, (1994), Bahia - Balanço Energético - 1993, 97p, il., Salvador, Bahia, Brasil.
- Brasil, Ministério das Minas e Energia, (1993), Balanço Energético Nacional - 1993, 140p, il., Brasília, Brasil.
- Manual do Usuário do Software "Diagnóstico Energético para o Setor Residencial - Residências e Condomínios", 1993, Salvador, Bahia, Brasil.
- Torres, E. A. et alli, (1990), Sistema de Demanda de Energia - Setor Residencial, il., Salvador, Bahia, Brasil.
- PROCEL - Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica, (1993), Manual de Conservação de Energia Elétrica, 32p, il., Rio de Janeiro, Brasil.



## EXERGETIC AND THERMOECONOMIC ANALYSIS OF INDUSTRIAL PROCESSES IN THE BASQUE COUNTRY (SPAIN)

SANTIAGO BAEZA AGUADO  
JOSÉ MARÍA SALA LIZARRAGA  
VICTOR DE LA PEÑA ARANGUREN  
ANTONIO JOSÉ MITRE ROPERO  
Applied Thermodynamics Department

Universidad del País Vasco- Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales  
427 80 55 Bilbao- Spain

### SUMMARY

*There has been carried out a work consisting in the application of the System Theory and the Exergy Analysis Method, including Thermoeconomic techniques, to the industrial processes in the Basque Country (Spain). In this analysis, the irreversibilities in each basic operation have been quantified and the energetic and exergetic efficiencies have been evaluated. The exergetic costs have been also calculated for every energy and material flow, as well as their corresponding economic costs. Besides, there is intended to value the effects on the consumption of energy and materials when new technologies are introduced.*

*The basic aims of this study are, on the one hand, to develop a system of strategic planning in the field of energetic technologies and, on the other hand, to define a strategy plan for equipments, processes, technologies and areas ( industrial, services and residential sectors), consuming energy and/or materials, referred to the Basque Country as a framework.*

*The above-mentioned study has been applied, as an example, to the green glass manufacturing area.*

### INTRODUCTION

Efficiency on the use of energy is being constantly analysed. The depth of these studies is certainly variable but always aiming to evaluate the specific consumptions in the different processes and uses.

A few years ago, these analysis restricted their field to relate the useful energy at the output of an equipment with the energy supplied to it, in order to show the possible improvements to increase that quotient. Together with these studies, an idea is emerging and its development is becoming more and more necessary: the quality of the energy and the differentiation of the energetic flows, not only because of its energetic content but also because of its exergetic content.

This other type of analysis, carried out from the view of the Second Principle of Thermodynamics, intends to evaluate with a greater scientific rigour the efficiency in the use of energy.

### OBJECTIVES

Every year, since 1982, the Energy Department of the Basque Government picks up information about the consumptions of energy and raw materials in the more representative industrial areas, what affects in whole to 320 enterprises, 21 subsectors, 560 processes, 3,800 raw materials and 4,400 basic operations, involving 960 furnaces and 400 boilers. This information, stored in suitable data bases, is the starting point of the project whose main lines are next presented.

This project has a double objective:

- a.- To develop a system of strategic planning in the field of energetic technologies.
- b.- To define a strategy plan for equipments, processes, technologies and sectors consuming energy and/or raw materials, analysing the effects of introducing new systems and disposing, in short term, of an specific methodology to follow

the actual levels evolution.

There has been necessary, in order to reach this double aim, to develop a software package with a modular structure wich allows to manage different tasks such as:

- Simple updating of auxiliary files concerning raw materials, energies, equipments, and so on.
- Homogeneous and integrated evaluation of selected processes, in such a way that different pointers can easily be obtained (i.e., mean efficiency of a basic operation, mean efficiency of a process, etc.).
- Quick estimation of the effect of innovation of equipments and processes on the consumptions of raw materials and energy as well as on the different efficiencies.
- Inclusion of a system of graphic support consisting on tables and drawings which aid to systematize the results.

### METHODOLOGY

There has been calculated, for each one of the 320 plants being analysed, the values of the energetic and exergetic efficiencies and the exergy destruction in every basic operation, as well as the energetic, exergetic and economic costs of the different flows. So, we have followed these steps:

Definition of the Logical Structure of the Plant. The structure of an industrial plant is shown as a series of blocks, each one representing a basic operation involving exchange flows of materials and energies and whose aim is the transformation of some functional products (Fuels) into others with a higher added-value (Products).

The relation between flows and basic operations is established through the incidence matrix,  $A(n,m)$ . The elements of such matrix,  $a_{ij}$ ,

come to +1 if flow  $j$  enters the basic operation  $i$ , to -1 if it leaves and to 0 if no physical relation exists between them.

Calculation of the Energy and Exergy of Each Flow. Starting from the data supplied by the inquests fulfilled every year for each plant, it is possible to get the values of the physical and chemical enthalpies, as well as the physical and chemical exergies of the different flows. The calculations are carried out according to the method of Szargut (1986).

Mass, energy and exergy balances. These balances consist on the establishment and the solving of the next system of matrix equations:

$$A \times M = 0 \quad (1)$$

$$A \times E = 0 \quad (2)$$

$$A \times B = D \quad (3)$$

Where  $M$ ,  $E$  and  $B$  are the column-vectors (dimension  $m \times 1$ ) whose elements correspond to the mass, respectively, to the mass, energy and exergy of the different flows, and  $D$  is the column vector (dimension  $n \times 1$ ) representing the exergy destructions.

The matrix equations (1) and (2) are the basis of the method of traditional analysis. However, equation (3) allows the calculation of the diagnostic vector  $D$ , that is, the exergy destruction in each basic operation as a result of the irreversibilities.

Definition of Fuel-Product-Loss. Any industrial plant can be considered as a series of subsystems mutually related through mass, energy and exergy flows, aiming to reach a determined productive objective. Applying this functional analysis to each basic operation belonging to a given process, we define the fuel ( $F$ ), products ( $P$ ) and losses ( $L$ ) through the equation

$$F - P = L + D = I \quad (4)$$

where  $D$  is already known and  $I$  represents the total irreversibilities.

Starting with the definition of  $F$ ,  $P$  and  $L$ , the matrices  $A_F$ ,  $A_P$  and  $A_L$  (dimension  $n \times m$ ) are built, what allows the determination of the fuel and product exergies for each basic operation.

Calculation of Efficiencies. Next step is to proceed to estimate the values of the energetic efficiencies (conventional values) and the exergetic efficiencies for each basic operation. So, we have referred to the operation  $i$ :

$$\eta_{b_i} = \frac{P_i}{F_i} = 1 - \frac{I_i}{F_i} \quad (5)$$

If  $F_T$  means the total fuel used in the plant, and  $P_T$  refers the whole product, the efficiency of the plant will be

$$\eta_T = \frac{P_T}{F_T} = 1 - \frac{\sum I_i}{F_T} \quad (6)$$

Exergetic Costs of the Flows. The energy of any flow does not depend on the process followed to obtain that flow, but the exergy varies according with the process particularly followed. The exergy amount necessary to generate a determined flow is just its exergetic cost,  $B^*$ .

For each basic operation in an industrial plant, the following balance of exergetic costs is satisfied:

$$\sum_i B_i^* = \sum_j B_j^* \quad (7)$$

where  $e$  and  $s$  represent, respectively, the number of input and output flows. So, for the whole process ( $n$  basic operations) the next matrix equation comes true

$$A \times B^* = 0 \quad (8)$$

Taking into account that the number of unknown quantities ( $m$ ) is greater than that of the basic operations ( $n$ ),  $m-n$  additional equations are required. Valero (1986) shows that these equations are obtained through the establishment of a series of proposals. Once the matrix  $B^*$  is known, the exergetic costs of the fuels ( $F^*$ ) and products ( $P^*$ ) are immediately found, since

$$F^* = A_F \times B^* \quad (9)$$

$$P^* = A_P \times B^* \quad (10)$$

Technological innovations and operational improvements. One of the objectives of this study is to evaluate the savings in materials and energies which are reached either when introducing improvements in the equipments involved in any basic operation or when incorporating technological innovations.

Thermoeconomics states that there is no equivalence between different basic operations irreversibilities. This means that, for a given operation, the greater the exergetic cost of the fuel is, the greater the repercussions on the fuel consumption are.

Thermoeconomics shows that when a basic operation  $i$  is modified so that its efficiency improves, the corresponding fuel saving ( $A_i$ ) can be evaluated through the expression

$$A_i = K_{F_i} \cdot P_i \cdot \frac{\Delta \eta_{b_i}}{\eta_{b_i}^2} \quad (11)$$

where  $K_{F_i}$  is the exergetic cost of the fuel for that basic operation,  $P_i$  is the corresponding product, and  $\Delta \eta_{b_i}$  represents the variation of the exergetic efficiency. The above expression is only valid when  $\Delta \eta_{b_i}$  neither implies any modification in the rest of basic operations of the current process nor in the exergetic relations concerning possible recirculations.

For each industrial process there has been defined:

- a- The minimum exergy, that is, the exergy of the product.
- b- The ideal similar process. These ideal processes are established for the different physical-chemical transformations. In such processes all the lost energies are recoverable and there is no exergy destruction in the equipments.
- c- The theoretical technical process. The minimum exergy loss and destruction are viewed both in the process and the equipments.
- d- The reference process. It corresponds to the equivalent industrial process performed with the highest efficiency among all those from which there is information in the different countries.

Economic Costs of the Flows. We have associated to each flow of an industrial process its economic cost, which represents the number of monetary units per second that are required to produce that flow. This value will be the result of two contributions, one of them coming from the monetary cost of the input exergy in the plant (fuel, electricity and materials) and the other one including the paying-off costs and the maintenance costs.

The economic balance for a whole process can be stated as the following matrix equation

$$(A \times \Pi) + Z = 0 \quad (12)$$

where  $A$  is the incidence matrix (already referred),  $\Pi$  is the matrix containing the economic costs of each flow, and  $Z$  represents the economic matrix concerning the paying-off and maintenance costs.

### APPLICATION TO THE GLASS INDUSTRY

Next we present the results we got through the application of the above methodology to the glass industry, specifically to the green glass area.

**Raw Materials and Productions.** According with the available information corresponding to 1992, the amounts of raw materials consumed and green glass produced for that year are shown in the following table

Table 1

Raw Material	t	kg/prod.t
Green sand	34,906	483.2
Felspar sand	7,046	97.5
NaOH	21,915	303.4
Sulphates	794	11.0
Dolomite	7,211	99.8
Green glass fragments	9,685	134.1
Glass fragments	6,779	93.8
Recycled glass	7,200	99.7
Total	95,536	1,322.5
Production	72,239	

**Flow Diagram.** Eight basic operations have been considered in the production process as well as a whole of forty flows. Therefore, an incidence matrix of dimension  $8 \times 40$ . Figure 1 represents the flow diagram. There have supposed that main flow conditions at the output of each basic operation are the one corresponding to the input to next operation. Eight residuary heat flows have also been included (one for each basic operation).

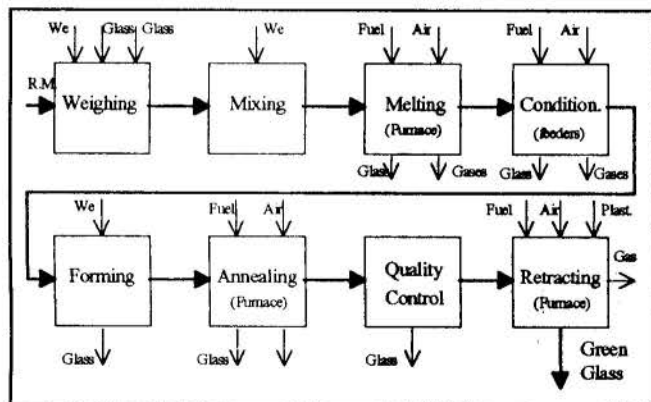
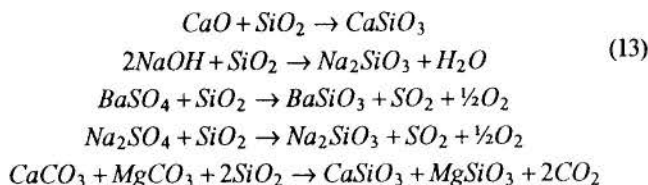
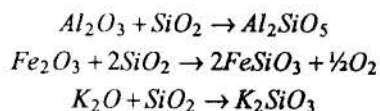


Figure 1

**Melting Model.** A series of chemical reactions occur during melting in which different kind of silicates are formed. When producing these silicates, the solution of silicous acid in excess begins as well as the mutual solution of the different silicates until the whole melting is reached.

The main chemical reactions which typify the melting operation in our reference process are the following:



**Thermodynamic Data.** The values of the formation enthalpy are obtained from Perry (1992). With regard to the standard chemical exergy either we have referred to the values furnished by Szargut (1986) or we have directly proceeded to calculations when missing.

**Mass, Energy and Exergy Balances.** Table 2 shows the mass, energy and exergy of the different flows belonging to the reference process.

Table 2

Flow	Mass (t)	Energy (GJ)	Exergy (GJ)
Raw materials (W)	78,651	16,102	45,514
Bottle gl. frag.(w)	9,685	4,146	2,934
Recycled glass (w)	7,200	3,082	2,178
Electricity		negligible	negligible
Electricity		negligible	negligible
Fuel (melting)	625	33,225	31,076
Air (melt.)	13,094	0	0
Gases (melt.)	22,166	11,919	4,792
Glass frag. (melt.)	7,650	3,365	2,391
Fuel (cond.)	18	933	873
Air (cond.)	377	0	0
Gases (cond.)	395	212	85
Glass frag. (cond)	negligible	negligible	negligible
Electricity		54,929	54,929
Glass frag. (form)	negligible	negligible	negligible
Fuel (arneal)	28	1,452	1,358
Air (ann.)	586	0	0
Gases (ann.)	614	330	133
Glass frag. (ann)	negligible	negligible	negligible
Glass frag. (q.c.)	7,200	3,082	2,183
Fuel (retrac.)	3	197	184
Air (retrac.)	63	0	0
Plastic (retrac.)	negligible	negligible	negligible
Gases (retrac.)	66	36	14
<b>GREEN GLASS</b>	<b>72,239</b>	<b>30,918</b>	<b>21,897</b>
Output-1 (weig.)	95,536	23,330	50,626
Output-2 (mix.)	95,536	24,233	50,626
Output-3 (melt.)	79,439	34,929	24,831
Output-4 (cond.)	79,439	34,929	24,831
Output-5 (form.)	79,439	34,040	24,095
Output-6 (ann.)	79,439	34,000	24,080
Output-7 (q.c.)	72,239	30,918	21,897
Heat Loss-3		7,245	5,992
Heat Loss-4		721	585
Heat Loss-5		55,818	34,282
Heat Loss-6		1,162	866
Heat Loss-8		161	negligible

Table 3 indicates the exergy destructions in each basic operation.



Table 3

Basic Operation	Exergy Destruction (GJ)
Weighing	0
Mixing	0
Melting	43,696
Conditioning	203
Forming	19,742
Annealing	374
Quality Control	0
Retracting	170

**Energetic and Exergetic Efficiencies.** Once the functional analysis has been performed and the Fuels and Products have been defined for each basic operation, the efficiencies can be calculated. Table 4 shows these values.

Table 4

Basic Operation	$\eta_{en}$	$\eta_{ex}$
Weighing	1	1
Mixing	1	1
Melting	0.723	0.341
Conditioning	0.993	0.991
Forming	0.382	0.305
Annealing	0.987	0.983
Quality Control	1	1
Retracting	0.995	0.993

As a consequence of the starting hypothesis, the operations of Weighing, Mixing and Quality Control turn to reach unitary efficiencies.

The lesser efficiency operations are Forming and Melting. Concerning the operation of Forming, that is due to the fact that in such an action the consumption of electricity coincides with the destruction of exergy, since all the electric power becomes lost heat, whose exergy is a part of the total losses,  $L$ . On the other hand, the low melting operation exergetic efficiency is a consequence of the important irreversibilities inherent to both the combustion and silicate formation reactions and, besides, to the heat transfer processes.

**Exergetic Costs.** By using the eight equations, resulted from the application of exergetic cost balance to each operation, and the additional thirty two relations, obtained through an exergetic cost assignment method based on Thermoconomics, we can calculate the exergetic cost of each flow, as well as their unitary costs (see Table 5)

Table 5

Flow	Exergetic Cost (GJ)	Unit. Exergetic Cost	Economic Cost ( $\times 10^6$ ptas 1992)
Raw materials	41,312	1	538.9
Bottle frag. gl.	15,653	5.908	107.4
Electricity (w)	~0	~1	~0
Elect. (mix)	~0	~1	~0
Fuel (melting)	22,301	1	106.8
Fuel (cond.)	203	1	1.1
Elect. (form.)	49,436	1	131.4
Fuel (ann.)	360	1	1.8
Fuel (retr.)	170	1	0.7
Plastic	~0	~0	~0
Output (weigh)	56,965	1.2954	646.3
Output (mix)	56,965	1.2954	646.3
Output (melt.)	79,266	3.5105	753.1
Output (cond.)	79,469	3.5195	754.2

Output (form.)	128,905	5.8832	885.6
Output (ann.)	129,265	5.9034	887.4
Output (q.c.)	129,265	5.9034	887.4
Output (retr.)	129,435	5.911	888.1

Table 5 makes clear that as we go ahead through the process, unitary exergetic cost becomes greater, since exergetic contribution to produce a determined flow is all the greater because the flow is more ahead in the process flow diagram.

So, as an example, the exergetic cost of the scrap glass in melting is about 4.54, whereas the exergetic cost of the scrap glass in the quality control turns to be 7.05. The unitary exergetic cost of the green glass (final product) is about 7.06, this is, to produce 1 kJ of exergy there has been necessary to use 7.06 kJ along the process.

**Saving Measures and Technological Innovation.** There has been also evaluated the effect on the Fuel consumption (energy and raw materials) derived from both the application of saving measures and technological innovations. Table 6 picks up the results obtained when improvements in basic operations lead to increases of the global exergetic efficiency of 3%, 5% and 9%.

Table 6

Basic Operation	$K_i$	$K_{ex}P_i$ (GJ)	$\Delta\eta_{ex}=3\%$	$\Delta\eta_{ex}=5\%$	$\Delta\eta_{ex}=9\%$
Weighing	1	92530.3	-	-	-
Mixing	1	92645.6	-	-	-
Melting	3	41105.2	10171.6	16075.3	28450.1
Conditioning	1.03	109753.0	2851.8	-	-
Forming	3.31	50140.4	15148.0	23848.8	41813.1
Annealing	1.06	159891.2	5661.7	-	-
Qual. Control	1	170004.8	-	-	-
Retracting	1.01	153279	-	-	-

As it can be easily observed, for a given increase of the process energetic efficiency, the best result is reached when the improvement occurs in the operations of Melting, Annealing and Conditioning (in this order).

**Flows Economic Costs.** Economic cost of each flow has been estimated, just taking into account the monetary costs of the fuels, raw materials and electricity. This calculation has been performed in such a way since we have not been able to get any information on the money costs, maintenance costs and so on. Last column on Table 5 presents the values into 1992 pesetas.

## CONCLUSIONS

There has been developed a useful implement for technological evaluation, making feasible different technological improvement in equipment, basic operations and processes possibilities assessment. We are in front of a system, open and integrated, which allows us to plan and establish global strategies in the field of the technological development.

Such a system is based on the use of the System Theory and the incorporation of both the Exergetic Analysis Method and the Thermoconomics, what leads to the determination of exergetic efficiencies in basic operations as well as the estimation of exergetic and economic costs of the different flowstakeing part in each production process.

As an example, we have offered the results obtained when applying the above-explained methodology to the green glass



industrial area. This application more outstanding points are:

- Greatest exergy destructions occur in melting operation (93,696 GJ) and Forming operation (21,062 GJ).
- Main flow unitary exergetic costs gradually increase in following basic operations (from a value of 1.83 in the first operation up to a value of 7.06 in last operation).
- Green glass economic cost (without considering money and maintenance costs) goes up to 14.5 pts/kg (about 0.11 U.S. \$/kg).

We can finally conclude that there has been developed a system being able to give priority to the basic directives concerning energetic innovation, raw materials and environment.

#### BIBLIOGRAPHY

Szargut, J., Morris, D.R., "Standard Exergy of Some Elements of the Planet Earth", Energy, vol 11, pp 733-755, 1986.

Perry, R.H., et al., "Manual del Ingeniero Químico", McGraw Hill, México D.F., 1992.

Sala, J.M., "Termodinámica de Fluidos y el Método del Análisis Exergético", Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco, Bilbao, 1987.

Kotas, T.J., "The Exergy Method of Thermal Plant Analysis", Butterworths, London, 1985.

Valero, A., Lozano, M.A., Muñoz, M. "A General Theory of Exergy Saving", ASME, WAM 1986, AES-vol 2-3, pp 1-21.

Tsatsaronis, G., "A Review of Exergoeconomic Methodologies. Second Law Analysis of Thermal Systems.", ASME Book I00236, 1987, pp 81-87.

Tribus, M., El-Sayed, Y.M., "Thermoeconomic Analysis of an industrial Process.", Center for Advanced Engineering Study, MIT, 1980.

## OTIMIZAÇÃO ECONÔMICO-ENERGÉTICA NO PROCESSO DE CRAQUEAMENTO CATALÍTICO DE UMA REFINARIA ATRAVÉS DO MÉTODO DO "PINCH POINT"

LUCIANO FERNANDO DOS SANTOS ROSSI<sup>1</sup>

ANTONIO CARLOS BANNWART<sup>2</sup>

1 - PPG / FEM / UNICAMP

2 - DEPTO DE ENERGIA / FEM / UNICAMP

### RESUMO

O objetivo deste trabalho é analisar o consumo energético de uma planta típica da indústria do petróleo, caracterizando principalmente o compromisso existente entre recuperação energética e o custo de equipamentos e utilidades envolvidos no processo. A partir dos resultados obtidos pelo uso da metodologia "pinch point" para o processo, são geradas configurações alternativas para a situação atual de operação da planta, com o menor consumo energético de fontes externas. São calculados os custos anualizados dos trocadores de calor e do forno, assim como do combustível queimado neste último, permitindo avaliar a otimização da planta em função da mínima diferença de temperaturas respeitada na rede de trocadores de calor.

### INTRODUÇÃO

O crescente custo da energia tem levado, nas últimas duas décadas, à procura por métodos visando a economia energética nos processos industriais. A tarefa de se obter uma configuração adequada de equipamentos térmicos, capaz de conduzir ao mínimo consumo de energia, tem sido considerada, já há um certo tempo. De início, o objetivo da *máxima recuperação energética* (M.R.E.) foi tentado através de duas linhas de pesquisa: uma caracterizada pela utilização de conceitos termodinâmicos e algumas regras heurísticas, e outra onde havia o predomínio da busca daquele objetivo, através de métodos matemáticos (como por exemplo, Programação Linear e Não Linear, Programação Inteira, Programação Inteira Mista etc.). Porém, com a crescente complexidade dos processos industriais abordados na procura por uma configuração *ótima* para o processo, percebeu-se que a enumeração de pares de correntes (que poderiam ser prováveis trocadores de calor), tornava-se impraticável (alguns processos industriais chegam a ter dezenas de correntes de processo), com os procedimentos computacionais disponíveis até então. Nesse contexto, de acordo com Gundersen and Naess (1988), os trabalhos de Hohmann (1971) tendo por base as características termodinâmicas dos processos, tornaram-se de fundamental importância para o posterior desenvolvimento dos métodos visando à M.R.E., em especial o Método do Pinch Point estabelecido por Flower and Linnhoff (1977) e Linnhoff (1978). Algumas técnicas de integração de processos começaram a surgir na década de 70 (Nishida et al., 1981), mas aquelas fazendo uso do conceito de *curvas compostas*, base para a recuperação de energia "pinch", tiveram posterior desenvolvimento nos trabalhos de Flower and Linnhoff (1977), Linnhoff (1978) e Linnhoff et al. (1982). O conceito da recuperação de energia "pinch", é considerado de fundamental importância para o projeto de redes de trocadores de calor tendo sido descoberto, de forma independente, por Umeda et al. (1978) e Linnhoff et al. (1979) muito embora já houvesse sido mencionado mas não interpretado por Huang and Elshout (1976).

A metodologia "pinch" (ou do ponto de estrangulamento) está baseada na construção de duas curvas temperatura *versus* entalpia, uma das quais engloba a contribuição das correntes do processo, que necessitam de aquecimento (curva composta fria), e outra levando em conta as contribuições entálpicas das correntes que necessitam de resfriamento (curva composta quente). A partir da construção dessas curvas, em um mesmo par de eixos, desloca-se uma das curvas em direção à outra, de tal

forma a se obter as mínimas necessidades de aquecimento e resfriamento envolvendo fontes externas (as utilidades de processo). Assim fazendo, pode-se observar, no eixo da temperatura, uma distância vertical para essa situação de mínimo consumo de utilidades. Essa distância é denominada o  $\Delta T_{\min}$  do processo. Todas essas características podem ser acompanhadas observando-se a figura 1.

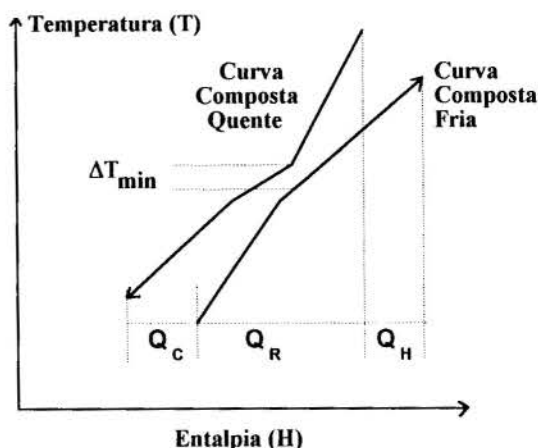


Figura 1. Esquema das Curvas Compostas.

O presente trabalho apresenta um estudo de caso (parte do setor de craqueamento catalítico de uma refinaria de petróleo), lançando mão dos conceitos da metodologia "pinch", e fazendo uma análise econômica das possíveis redes de equipamentos térmicos que conduzem à M.R.E..

### DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O objeto deste trabalho é a etapa pré-reator catalítico da Refinaria de Paulínia (REPLAN), da Petrobrás. Nessa etapa tomam parte seis correntes de processo, sendo que a única corrente fria é a carga de gasóleo que deve ser introduzida no reator catalítico, na temperatura de 273°C. Para que a temperatura requerida seja obtida, o processo faz uso de cinco correntes quentes provenientes de outras partes do craqueamento: Nafta, Óleo Leve para Reciclo (LCO), Óleo Decantado de Produção (ODEC PROD), Óleo Decantado para Reciclo (ODEC REC) e Óleo Pesado para Reciclo (HCO) (na tabela 1., encontram-se os dados térmicos relativos às correntes).

As cinco correntes quentes transferem energia à carga, sendo porém insuficientes para que a temperatura desejada seja atingida pelo gasóleo, faz-se uso de um forno que fornece à carga a energia restante para que a mesma alcance 273 °C. Nas condições atuais de operação, com um valor observado de  $\Delta T$  mínimo de 12 °C, consome-se 10.61 MW com a intervenção do forno. A redução desse consumo é de fundamental importância. Faremos uso dos conceitos oriundos da recuperação energética "pinch" na procura do mín. consumo de utilidades para o processo.

Corrente (i)	Temp. inicial (°C)	Temp. final (°C)	Densidade (20° C/ 4°C)	Vazão (m <sup>3</sup> /dia)
Gasóleo	77	273	0,93	7800,
Nafta	130	50	0,75	13680,
LCO	240	40	0,97	520,
ODEC PROD	320	80	1,1	950,
HCO	245	170	1,0	5200,
ODEC REC	348	210	1,1	1800,

Tabela 1. Dados Térmicos do Processo

Na figura 2., está representado o esquema do circuito do gasóleo, no setor de craqueamento catalítico da REPLAN.

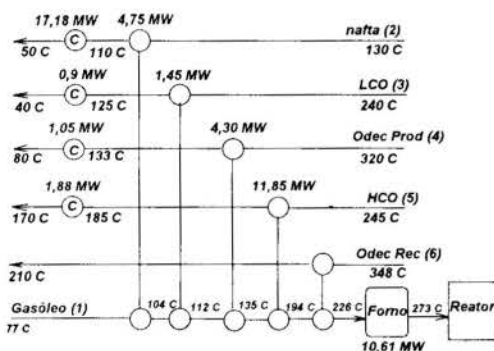


Figura 2. Esquema Atual da Planta de Pré-Aquecimento

### CÁLCULO DE PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS

Os dados apresentados na tabela 1. precisam ser trabalhados de tal forma a podermos expressar as contribuições entálpicas das correntes, em função de suas temperaturas extremas. Para o cálculo da entalpia de hidrocarbonetos líquidos, faremos uso da seguinte expressão (1989):

$$\Delta H = \int_{T_0}^T (0,055 \cdot K + 0,35) \cdot [0,6811 - 0,308 \cdot G + (0,000815 - 0,000306 \cdot G)] \cdot T \cdot dT \quad (1)$$

onde  $\Delta H$  representa a variação de entalpia para o hidrocarboneto (a partir de  $T_0 = 60$  °F) e é dada em BTU / lbm, com T em °F. G representa a densidade do hidrocarboneto a 60 °F, relativamente à densidade da água à 60 °F e é dada pela seguinte expressão:

$$d_{\frac{60^\circ F}{60^\circ F}} = d_{\frac{20^\circ C}{4^\circ C}} + 0,0003 + \frac{0,0004168}{d_{\frac{20^\circ C}{4^\circ C}} - 0,4} \quad (2)$$

O fator K em (1) representa o fator de caracterização de Watson (1990) para o hidrocarboneto, grandeza esta que se

relaciona intimamente com o processo de ebulição do mesmo, e pode ser obtido através das seguintes equações (1990):

$$PEMV = \frac{1}{5} \cdot \sum_i ASTM(i\%), \quad i = 10,30,50,70,90 \quad (3)$$

$$PEMV F = 1,8 \cdot PEMV + 32 \quad (4)$$

$$PEMeF = PEMVF + 2 \cdot \left[ \frac{1,8 \cdot (ASTM90\% + ASTM10\%) + 15}{170 + 0,075 \cdot PEMVF} \right]^3 \quad (5)$$

$$K = \frac{\sqrt[3]{PEMe(^{\circ}R)}}{d_{\frac{60^\circ F}{60^\circ F}}} \quad (6)$$

onde PEMV representa o ponto de ebulição volumétrico (em °C); os valores ASTM (I %), representam temperaturas (em °C) da curva ASTM a 1 atm relativa ao corte de (I %) do hidrocarboneto (ou seja, a porcentagem do líquido que passou à fase vapor); PEMVF nada mais é do que PEMV em °F; e PEMe representa o ponto de ebulição mediano do hidrocarboneto, em °R.

### O MÉTODO DO PINCH POINT

Como destacado na introdução deste trabalho, o método do "pinch point" baseia-se na procura do ponto de "estrangulamento" do processo (através da construção das curvas compostas, que permitem a identificação do ponto de M.R.E., para um dado processo). Esse ponto identifica a situação na qual a carga térmica atravessando essa região é nula. Além disso, percebe-se a existência de penalidades quando se transfere mais energia do que a mínima necessária. Nessa situação, para cada unidade de energia colocada no processo, a penalidade caracterizar-se-á pela obrigatoriedade de se rejeitar a mesma unidade excedente de energia para fontes externas, havendo dupla intervenção destas no processo.

Dessa forma, neste trabalho os dados entálpicos das correntes de processo envolvidas, são utilizados para a obtenção dos valores de mínimo aquecimento ( $Q_H$ ) e mínimo resfriamento ( $Q_C$ ), necessários ao processo para um dado valor de  $\Delta T$  mínimo (tal como mostra a figura 1.). Na tabela 2, aparecem os resultados da aplicação do método do "pinch point" ao processo de aquecimento do gasóleo, para diversos valores de  $\Delta T$  mínimo, nas condições de M.R.E..

$\Delta T$ mín. (°C)	$Q_H$ (MW)	$Q_C$ (MW)
1	4,27	14,50
2	4,46	14,68
5	5,02	15,24
8	5,58	15,80
12	6,33	16,55
16	7,08	17,30
20	7,81	18,04
24	8,55	18,77
28	9,26	19,48
32	9,96	20,18
36	10,67	20,89
40	11,37	21,59

Tabela 2. Valores de Consumo Energético nas Utilidades Quente e Fria pelo Método Pinch Point, para diversos  $\Delta T_{\min}$ .

## O COMPROMISSO ÁREA X ENERGIA

Através do método do pinch point, aplicado para cada valor de  $\Delta T$  mínimo, pode-se obter as necessidades de aquecimento e resfriamento, na situação de M.R.E. de um processo. De posse desses valores, deve-se procurar projetar a rede de equipamentos térmicos que atenda às necessidades mínimas de consumo de utilidades. Para tanto lançou-se mão do procedimento descrito em Rossi & Bannwart (1992) para a distribuição das cargas térmicas necessárias, acima e abaixo do pinch point. Através desse procedimento pode-se agora, partir para o cálculo da área de troca térmica de cada trocador de calor, e com isso, a área total da rede de equipamentos pode ser obtida. Esse cálculo é efetuado através da expressão clássica:  $Q = U \cdot A \cdot Ft$  (MLDT), na qual  $Ft$  representa um fator de correção decorrente do escoamento dos fluidos no interior dos trocadores; MLDT é a média logarítmica das diferenças de temperaturas terminais de um trocador;  $A$  é a procurada área de troca térmica;  $U$  é o coeficiente global de transferência de calor entre os fluidos de um dado trocador de calor; e  $Q$  representa a carga térmica envolvida na transferência de energia entre os fluidos. Os resultados dos cálculos das áreas de troca térmica totais, e os respectivos valores de aquecimento exigidos para a M.R.E., aparecem na figura 3., tendo  $\Delta T$  mínimo como parâmetro.

Essa figura apresenta as características apontadas por Hohmann (1971) em seu trabalho, quando constatou que a linha formada pelos pares (energia, área) dividia o espaço das soluções para o problema da máxima recuperação energética, em factível e infactível. O compromisso, tal como mostra a figura 3., permite observar-se que à medida em que  $\Delta T$  mínimo diminui, embora exista uma redução no consumo energético do processo, há também, um sensível aumento na área de troca térmica total, que por sua vez, de acordo com Gundersen and Naess (1988), acarreta um aumento indesejável no número de unidades de troca térmica. Seria adequada, a partir de agora, uma avaliação econômica das diversas situações levantadas, a fim de se tentar estimar a configuração da rede que melhor represente o processo analisado, dos pontos de vista econômico e energético.

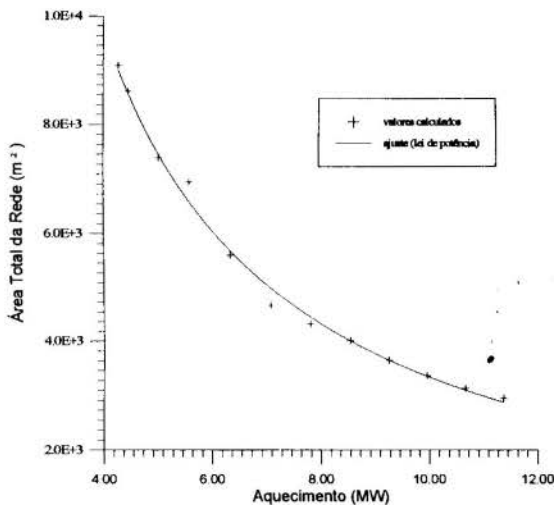


Figura 3. O compromisso Área de troca térmica x Energia.

## AValiação Econômica do Processo

**Custo de Equipamentos** - com base nos valores estimados para as áreas de troca térmica totais do processo, para um dado valor de  $\Delta T$  mínimo, pretende-se avaliar economicamente as diversas situações possíveis e obter aquela que proporcione o menor custo monetário anualizado. Nesta

tarefa, faremos uso da seguinte expressão, para o cálculo do custo unitário médio de permutadores de calor, tipo caçoteço flutuante, casco e tubos e que operam em uma faixa de até 2 MPa, construídos em aço carbono, em função da área de troca térmica total, conforme dados fornecidos pela REPLAN:

$$C_{Troc} = 4143,17 \cdot A^{0,62} \quad (7)$$

onde  $A$  representa a área do trocador em  $m^2$ , e  $C_{Troc}$  seu custo unitário em US\$ (base 1993).

Para o cálculo do custo unitário dos fornos de processo, em função da carga térmica exigida para as diversas situações possíveis, admitir-se-á que o forno poderá vir a sofrer algumas alterações nas condições de operação, no decorrer de sua vida útil (o que poderá requerer uma menor intervenção do forno no processo). Desta forma, o custo dos fornos terá como base a carga máxima exigida durante a avaliação para os vários valores de  $\Delta T$  mínimo. Sendo assim, o custo dos fornos para quaisquer situações de M.R.E. terá o mesmo valor que a  $40^\circ C$ . Adotaremos a seguinte expressão para o cálculo do custo dos fornos, de acordo com Piovesani (1990):

$$C_{Forno} = 1464,38 \cdot \left( \frac{Q}{1,1622} \right)^{0,527} \quad (8)$$

onde  $Q$  representa a carga térmica exigida pelo processo, em MW e  $C_{Forno}$  representa o custo unitário do forno em milhares de US\$.

**Custo de Utilidades** - Para cada condição de M.R.E. ditada pela escolha do  $\Delta T$  mínimo, é necessário fornecer ao processo uma certa quantidade de aquecimento e de resfriamento. De acordo com os dados fornecidos pela refinaria, o óleo combustível utilizado para aquecimento tem um custo estimado de US\$ 90 / ton., (Out.1993). Já para a água de refrigeração, a literatura (Piovesani, 1990) indica um valor estimado de US\$ 15 / 1000  $m^3$  de água. Para a água, adotaremos seu estado como sendo o de líquido saturado a  $10^\circ C$ .

Será utilizada, para o cálculo do custo relativo ao uso das utilidades de processo, a seguinte expressão conforme Piovesani (1990):

$$C_{Util} = 3600 \cdot HOP \cdot (2,1857 \times 10^{-6} \cdot UQ + 3,57228 \times 10^{-7} \cdot UF) \quad (9)$$

onde  $HOP$  representa o número de horas de operação por ano, do processo (estimado aqui, em cerca de 8000 horas). Os coeficientes de  $UQ$  e  $UF$ , respectivamente as necessidades de se utilizar aquecimento e resfriamento, representam os custos dessas utilidades em US\$ /KJ.

**Custo Anualizado da Rede de Equipamentos** - Para um determinado valor de  $\Delta T$  mínimo, os valores obtidos através das eqs. (7) e (8) devem ser somados para obtermos os custos de capital totais para uma das situações possíveis de M.R.E.. O custo do capital deve ser anualizado, supondo-se uma taxa de atratividade  $I$  e um tempo de vida útil  $n$  dos equipamentos (em nosso caso,  $n = 15$  anos e  $I = 10\%$ , que são valores médios obtidos da literatura). A seguinte expressão foi utilizada para o cálculo dessa anualização, conforme Peters and Timmerhaus (1991):

$$C_{anual, equip.} = C_{equip.} \cdot \left( \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right) \quad (10)$$



onde  $C_{equip}$  representa a soma dos custos relativos aos trocadores de calor e ao forno;  $C_{anual, equip}$  representa os custos anualizados dos equipamentos de processo, tendo como base um período  $n$  de vida útil dos equipamentos, estipulado.

Dessa forma, para um dado valor de  $\Delta T$  mínimo, pode-se obter os custos totais anualizados do processo, somando-se as eqs. (9) e (10), com o resultado em US\$, equivalente a um pagamento anual por um período de 15 anos, a uma taxa de depreciação dos equipamentos de 10% ao ano. Os resultados finais relativos aos custos das diversas situações de M.R.E. possíveis, aparecem na figura 4.

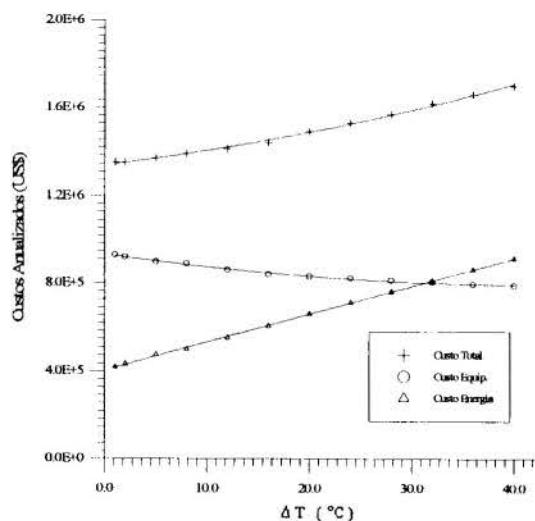


Figura 4. Custo Total Anualizado da Planta

Como se pode observar, a curva de custo total anualizado é monotonicamente crescente com  $\Delta T_{min}$  (não foi estudada a região  $\Delta T_{min} < 1$  °C), em contraste com o comportamento previsto por Linnhoff *et al* (1982), que indicam a existência de um ponto de mínimo nessa curva. Uma possível explicação dessa discrepância está ligada às correlações por eles adotadas no cálculo do custo dos equipamentos, isto é, trocadores de calor e forno, que não são as mesmas empregadas neste trabalho. Mas a explicação que nos parece mais correta é de que, no caso da planta aqui estudada, o custo da rede de trocadores de calor é comparável ao do forno e resfriadores. Assim, a diminuição do custo dos trocadores com  $\Delta T_{min}$  (devido à menor recuperação de energia) é quase que totalmente encoberta pelo correspondente aumento do custo do forno e resfriadores (devido ao maior consumo de utilidades). Isto gera uma curva de custo de equipamentos com pequena inclinação, como mostra a figura 4.

## CONCLUSÕES

Mostrou-se, neste trabalho, que uma vez fixadas as temperaturas terminais e vazões das diversas correntes que participam de um processo, é possível realizar um estudo de otimização da diferença mínima de temperaturas respeitada na rede de trocadores de calor, visando obter o menor custo total da instalação. Para este fim foi utilizada a metodologia "pinch point", e o caso estudado foi o processo de aquecimento de uma carga de gasóleo, na etapa pré-reator catalítico da Refinaria de Paulínia (REPLAN). Os resultados mostraram que o custo total anualizado da unidade cresce monotonicamente com  $\Delta T_{min}$ , e que o valor ótimo desse parâmetro é pequeno, da ordem de 1 °C.

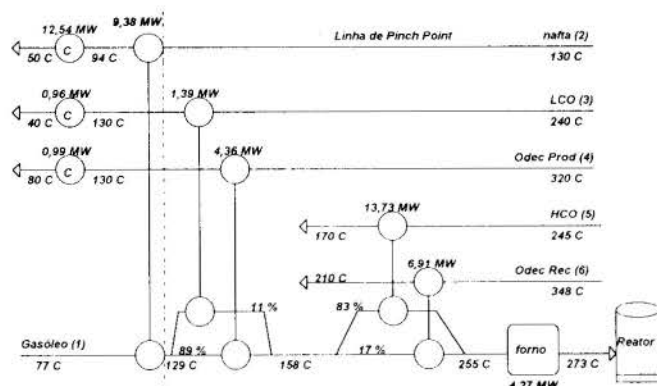


Figura 5. Esquema da Unidade, para um  $\Delta T_{min} = 1$  °C.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Refinaria de Paulínia (REPLAN) pela informações necessárias a esta análise, e em especial ao Eng. Geraldo Márcio do PCRAQ/REPLAN.

## REFERÊNCIAS

- Annual Book of ASTM Standards - Petroleum products and lubricants - section 5, vol. 5.02, p 509, 1989.
- Flower, J.R. & Linnhoff, B., Computer aided synthesis of energy recovery schemes, *ICHEME Conf. Comput. Chem. Engng.*, Edinburg, 1977.
- Gundersen, T. & Naess, L., The synthesis of cost optimum heat exchanger networks: an industrial review of the state of art, *Comput. chem. Engng* 12, 503-530, 1988.
- Herrmann Jr, C.C. *et al.*, Apostila PETROBRÁS - Cap 2 - Craqueamento, Seção 2 - Cálculo das propriedades das correntes líquidas, 1990.
- Linnhoff, B., Mason, D.R. and Wardle, I., Understanding heat exchanger networks, *Comput. Chem. Engng.* 3, 295-302, 1979.
- Linnhoff, B. *et al.*, User Guide on Process Integration for the Efficient Use of Energy, *Inst. Chem. Engrs*, U. K., 1982.
- Nishida, N., Stephanopoulos, G. and Westerberg, A.W., A review of process synthesis, *AIChE J* 27, 321-351, 1981.
- Peters, M.S. & Timmerhaus, K.D., Plant Design and Economics for Chemical Engineers, 4ª ed., Mc Graw Hill Intern. Edition, 1991.
- Piovesani, P. D., Influência dos Coeficientes de Película na Otimização de Redes de Trocadores de Calor. Tese de Mestrado COPPE-UFRJ, 1990.
- Rossi, L.F.S. & Bannwart, A.C., Projeto de redes de trocadores de calor pelo método do "Pinch Point": Relação com as Leis da Termodinâmica e Estudo de casos, IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT), Rio de Janeiro, Dez. 1992.
- Umeda, T., Itoh, J. and Shiroko, K., Heat exchanger system synthesis, *Chem. Engng. Prog.* 74, 70-76, 1978.

## ABSTRACT

In this work the economical and energetic tradeoff for the heating of a process stream, in the catalytic cracking plant, of a Brazilian oil refinery has been analyzed. In this task, the Pinch Design Method in an association with an economic model, has been used.

ANÁLISE EXERGOECONÔMICA APLICADA AO SISTEMA  
 DE COGERAÇÃO DE UMA INDÚSTRIA DE CELULOSE

ROBERTO A. ALMEIDA<sup>(a)</sup> AFONSO H. M. SANTOS<sup>(b)</sup>  
 JOSÉ L. SILVEIRA<sup>(c)</sup>

(a)UNICAMP-Campinas (b)EFEI-Itajubá (c)UNESP-Guaratinguetá

RESUMO

Este artigo apresenta a aplicação de um método exerético e matricial de análise termodinâmica e de alocação de custos em um sistema de cogeração de uma indústria de celulose. Objetiva-se a determinação dos fluxos exeréticos e dos respectivos custos, bem como a eficiência dos equipamentos e a exergia destruída nos mesmos.

INTRODUÇÃO

A cogeração atualmente tem despertado interesse especial de pesquisadores e empresários brasileiros dos mais diversos setores industriais, visando atingir a auto-suficiência e mesmo a geração de excedentes de eletricidade, com pretensões a sua comercialização junto às concessionárias de energia elétrica. O custo do vapor e da energia elétrica cogerada é fortemente afetado pelo método de alocação. Se verifica que o setor industrial por não dispor de um critério único de repartição de custos apresenta custos bem diferenciados. O custo pela exergia e não pela energia traz o benefício da valorização da qualidade não da quantidade.

ANÁLISE EXERGÉTICA

O sistema de cogeração em estudo pertence a Celulose Nipo-Brasileira S.A. (CENIBRA) e consome principalmente refugos de madeira e lixívia para a geração de vapor e eletricidade, que proporcionaram uma produção de 1.040 toneladas de pasta celulósica.

São considerados subsistemas da planta de cogeração todos os equipamentos, junções e bifurcações que apresentam fluxo líquido de exergia. A figura 1 mostra o sistema de cogeração com seus 43 FCS's (flow constraint system), que é definido como uma partícula infinitesimal de fluxo, localizada na superfície de interface dos subsistemas. Os valores das propriedades termodinâmicas dos FCS's são apresentados na tabela 4.

As saliências referentes aos FCS's 4, 9, 14 e 43 indicam que a superfície está suficientemente afastada, de modo que o material a ser descarregado para o meio externo, ao atravessá-la, estará em total equilíbrio termodinâmico com o meio.

Ao conjunto de mais de um FCS denomina-se LFCS (linked flow constraint system), sendo considerado como um sistema fictício. Para este sistema de cogeração define-se os seguintes LFCS's: LFCS1 composto pelos FCS's 1 a 4; LFCS2, pelos FCS's 5 a 9; LFCS3, pelos FCS's 10 a 14; LFCS4, pelos FCS's 15 a 39; e LFCS5, pelos FCS's 34, 40 e 41.

**Interação Exerética.** A interação exerética (e) é definida como o fluxo líquido de exergia que sai (produto) ou que chega (insumo) a um subsistema, conforme equação 1. Seus valores são apresentados na tabela 1.

$$e = \sum_e \dot{m} b - \sum_s \dot{m} b \quad (1)$$

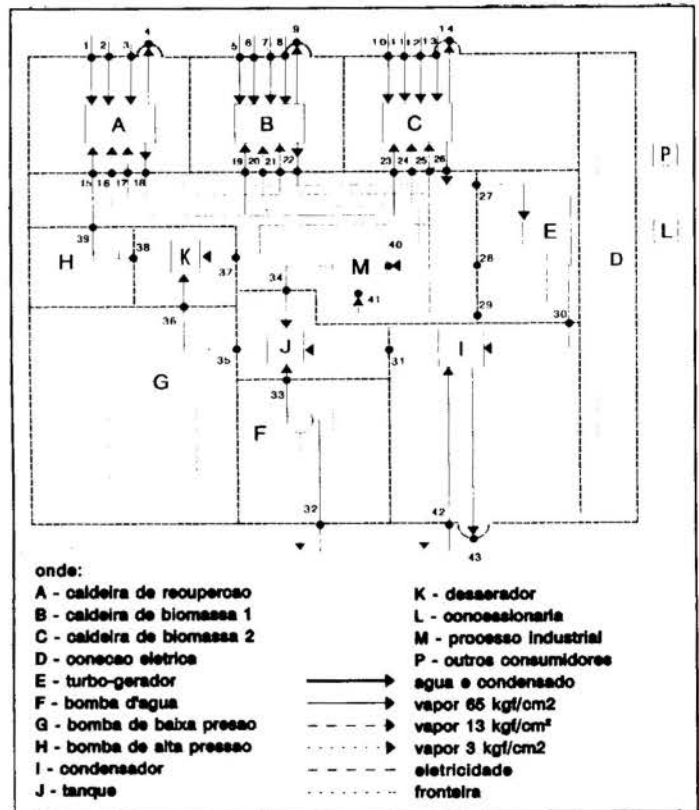


Figura 1. Sistema de Cogeração Discretizado

onde a exergia, para este caso, pode ser calculada por:

$$b = h - t_0 s \quad (2)$$

O conceito de interação exerética possibilitou representar o sistema de cogeração pelo diagrama mostrado na figura 2.

**Matriz Incidência.** A matriz incidência (I) (figura 3) é a representação matricial dos sentidos das interações exeréticas apresentadas na figura 2.

Tabela 1. Características dos Fluxos

k	T °C	P bar	m ton/h	h MJ/ton	Fluxo de Material
1	25	1.00	60.44	13,376.00	lixívia
2	25	1.00	0.12	42,877.33	óleo
3	25	1.00	-	0	ar
4	25	1.00	-	0	gases
5	25	1.00	11.45	9,697.60	lenha
6	25	1.00	7.13	10,533.60	casca
7	25	1.00	0.27	42,877.33	óleo
8	25	1.00	-	0	ar
9	25	1.00	-	0	gases
10	25	1.00	11.28	9,697.60	lenha
11	25	1.00	7.02	10,533.60	casca
12	25	1.00	0.24	42,877.33	óleo
13	25	1.00	-	0	ar
14	25	1.00	-	0	gases
15	120	65.00	221.75	508.05	condensado
16	270	13.00	5.82	2,973.50	vapor
17	170	3.00	15.13	2,803.50	vapor
18	450	65.00	201.39	3,292.00	vapor
19	120	65.00	71.58	508.05	condensado
20	270	13.00	1.92	2,973.50	vapor
21	170	3.00	4.98	2,803.50	vapor
22	450	65.00	66.31	3,292.00	vapor
23	120	65.00	64.47	508.05	condensado
24	270	13.00	1.69	2,973.50	vapor
25	170	3.00	4.40	2,803.50	vapor
26	450	65.00	58.61	3,292.00	vapor
27	450	65.00	306.93	3,292.00	vapor
28	270	13.00	115.95	2,973.50	vapor
29	170	3.00	167.36	2,803.50	vapor
30	39	0.07	23.62	2,572.00	vapor
31	39	0.07	23.62	163.32	condensado
32	25	1.00	170.40	104.80	líquido
33	25.2	1.20	170.40	105.64	líquido
34	80	0.47	166.85	334.90	condensado
35	59.5	0.40	360.80	203.50	condensado
36	60	2.50	360.80	205.90	condensado
37	170	3.00	32.02	2,803.50	vapor
38	118	2.50	353.50	417.50	condensado
39	120	65.00	353.50	420.00	condensado
40	270	3.00	83.91	2,973.50	vapor
41	170	3.00	111.90	2,803.50	vapor
42	25	1.00	-	0	líquido
43	25	1.00	-	0	líquido

**Eficiência.** Define-se eficiência ( $\xi$ ) como a relação entre a interação exergética que sai (produto exergético) e a interação exergética de chega (insumo exergético) em um sistema termodinâmico. O vetor  $E_i$ , composto pelos insumos exergéticos ( $e_i$ ), é obtido pela multiplicação da matriz  $I$  pelo vetor interação exergética ( $E$ ). A matriz  $I$  é obtida zerando-se todos os dígitos "-1" da matriz incidência.

$$E_i = I_i E \quad (3)$$

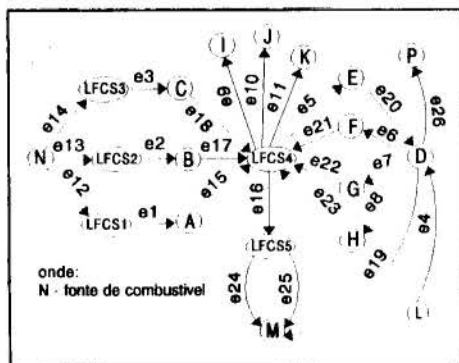


Figura 2. Interações Exergéticas

Analogamente os produtos exergéticos ( $ep$ ) compõem o vetor  $E_p$ , resultante do produto entre a matriz  $I_p$  e o vetor interação exergética. A matriz  $I_p$  é obtida zerando-se todos os dígitos "1" e tornando positivos os dígitos "-1" da matriz incidência.

$$E_p = I_p E \quad (4)$$

Assim, a eficiência de cada subsistema, cujos valores são mostrados na tabela 2, é determinada dividindo-se seu componente de  $E_p$  pelo respectivo componente de  $E_i$ .

$$\xi = \frac{ep}{ei} \quad (5)$$

**Destruição de Exergia.** A exergia destruída em um sistema termodinâmico é definida como sendo a diferença entre o insumo exergético e o produto exergético. Matricialmente define-se um vetor destruição ( $D$ ) composto pela exergia destruída em todos os subsistemas.

$$D = E_i - E_p \quad (6)$$

Tabela 2. Características das Interações Exergéticas

j	e MJ/h	e* MJ/h	Z US\$/h	$\eta$ US\$/MWh
1	813.815,80	813.815,80	-1.521,85	0,09
2	197.779,70	197.779,70	- 913,11	19,29
3	193.568,60	193.568,60	- 913,11	19,44
4	15.220,00	15.220,00	0,00	52,40
5	135.695,50	255.067,70	- 610,10	30,78
6	282,26	269,05	- 0,14	13,80
7	1.750,54	1.627,68	- 0,24	14,74
8	1.828,14	1.661,19	- 0,25	14,38
9	56.905,07	0	- 5,64	- 0,36
10	4.315,05	0	- 1,02	- 0,85
11	16.465,09	0	-0,22	- 0,05
12	813.815,80	813.815,80	0,00	- 0,09
13	197.779,70	197.779,70	0,00	19,29
14	193.568,60	193.568,60	0,00	19,44
15	490.598,30	813.815,80	0,00	11,32
16	507.341,90	953.654,20	0,00	30,78
17	162.264,40	197.779,70	221,54	43,77
18	142.816,50	193.568,60	21,32	49,36
19	107.781,60	203.343,90	1.059,63	50,32
20	130.020,00	255.067,70	1.045,22	49,01
21	143,14	269,05	0,00	30,78
22	865,92	1.627,68	0,00	30,78
23	883,75	1.661,19	0,00	30,78
24	224.757,60	422.478,60	0,00	30,78
25	282.584,30	531.175,70	0,00	30,78
26	33.597,45	63.385,90	0,00	50,32

INTERACOES EXERGÉTICAS																											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
C	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
D	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1	
E	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
F	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
G	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
J	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
K	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
LFCB1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
LFCB2	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
LFCB3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
LFCB4	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
LFCB5	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Figura 3. Matriz Incidência

**ANÁLISE EXERGOECONÔMICA**

Denomina-se custo exergoeconômico o custo monetário de uma interação exergetica. Ele é uma composição do custo de investimento ( $\psi$ ) e do custo de combustível ( $\phi$ ). O custo de investimento é apresentado na tabela 1 ( $Z_1$  a  $Z_{16}$ ). O custo total dos combustíveis consumidos por cada caldeira pode ser determinado por:

$$\phi = \sum (C \dot{m}) \tag{7}$$

Os custos exergoeconômicos podem ser calculados pela aplicação de balanço de custos nos subsistemas, resultando em um sistema de equações lineares, representado matricialmente por:

$$I \Pi = - \Psi \tag{8}$$

A equação 8 não apresenta solução, pois a matriz "I" é retangular (m x n), sendo necessárias n - m equações auxiliares, que são obtidas segundo as proposições de Valero (1986).

**Proposição combustível** - O custo exergoeconômico relativo a um combustível é igual ao seu custo monetário.

$$\pi = \phi \tag{9}$$

**Proposição laço** - o custo exergoeconômico unitário de qualquer interação exergetica que entra e sai do nó de origem de um ou mais laços são iguais.

$$\left(\frac{\pi}{e}\right)_s - \left(\frac{\pi}{e}\right)_e = 0 \tag{10}$$

**Proposição bifurcação** - os custos exergoeconômicos unitários são os mesmos para todas as interações exergeticas que deixam uma bifurcação.

$$\left(\frac{\pi}{e}\right)_s = C^{Ls} \tag{11}$$

Assim, obtém-se um novo sistema de equações lineares que matricialmente pode ser representado por:

$$\Pi = A^{-1} Z \tag{12}$$

onde o vetor "Z" (tabela 1) e a matriz custo "A" (figura 4) são compostos pelas constantes e pelos coeficientes deste sistema de equações, respectivamente.

Os custos exergoeconômicos (tabela 1) foram obtidos pela solução da equação 12, através do método de eliminação de Gauss. Essa equação também representa o diagrama de custos exergoeconômicos (figura 5).

<b>A =</b>	I									
	0001	0	0000000000	00	0	0	0	0	0	0
	0000	0	0000001000	00	0	0	0	0	0	0
	0000	0	0000000100	00	0	0	0	0	0	0
	0000	0	0000000010	00	0	0	0	0	0	0
	00001/e50000000000	00	0	0	0	-1/e21	0	0	0	0
	00001/e50000000000	00	0	0	0	0	-1/e22	0	0	0
	00001/e50000000000	00	0	0	0	0	0	-1/e23	0	0
	00001/e50000000000-1/e1600	00	0	0	0	0	0	0	0	0
	0000	0	0000000000	00	0	0	0	0	1/e24-1/e25	0
0000	0	0000000000	00	-1/e190	0	0	0	0	-1/e26	

Figura 4. Matriz Custo

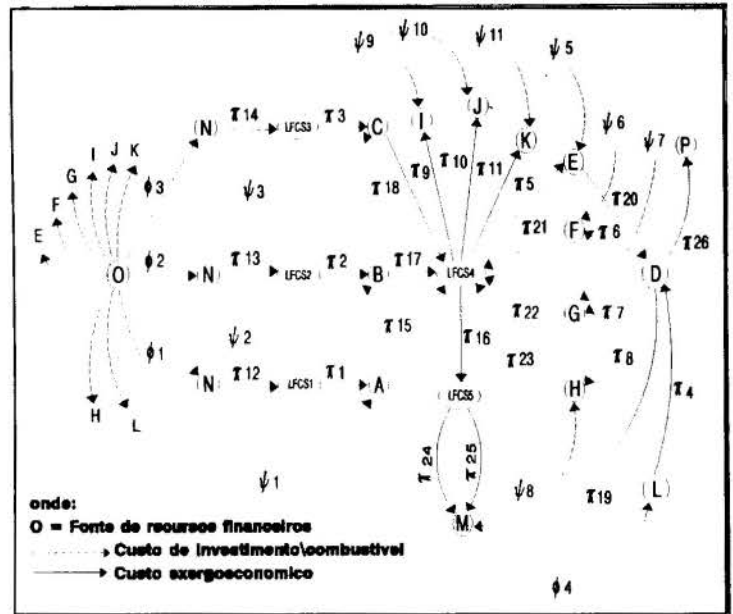


Figura 5. Custos Exergoeconômicos

Tabela 3. Características dos subsistemas

	D (MJ/h)	ξ (%)		D (MJ/h)	ξ (%)
A	578.881	28,9	G	113	49,0
B	120.346	39,2	H	2.967	48,1
C	125.189	35,3	I	2.583	0,0
D	0	100,0	J	440	0,0
E	48.599	72,8	K	6.508	0,0
F	6	51,0	LFCS4	45.318	88,2

**CONCLUSÕES**

A análise exergetica efetuada no sistema de cogeração demonstrou que as maiores perdas ocorrem nas caldeiras. Portanto, estes equipamentos devem ser objeto de estudos mais profundos.

Os custos obtidos são coerentes, podendo, a priori, parecerem altos quando comparados com os valores praticados pelas empresas. Isto deve ao fato de se ter custeado em base exergetica e não em base energética, como é feito atualmente. A explicação é que embora a exergia expresse a qualidade de um fluxo, quantitativamente a exergia é menor que a energia, fazendo com que os custos unitários dos fluxos exergeticos sejam superiores aos custos unitários dos fluxos energéticos.

O presente método possibilita a análise e o rateio dos custos de grandes centrais de utilidades com um mínimo esforço computacional, já que os cálculos matemáticos consistem de operações elementares de matrizes.



Tabela 4. Custos dos Combustíveis

Diesel	115,66 US\$/ton
eletricidade	52,4 US\$/MWh
lixívia	0 US\$/ton
lenha	20 US\$/ton
casca	0 US\$/ton

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almeida, R.A., "Alocação de Custos Segundo uma Visão Exergética: Uma Aplicação à Indústria de Papel e Celulose", Tese de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Itajubá, 1993.

McGovern, J.A. e O'toole, F., "A Virtual- System Concept for Exergy Analysis of Flow Network Plant", Proceedings of the International Symposium on Efficiency, Costs, Optimization and Simulation of Energy System, pp. 155-166, Zaragoza, Spain, 1992.

Valero A., Lozano, M.A. and Munoz, M., "A General Theory of Exergy Saving", ASME, WAM 1986, AES-vol.2.3, pp. 123-130

#### ABSTRACT

This paper presents an application of an exergetic and matrix method of thermodynamic analysis and cost allocation in a cogeneration plant of a pulp industry. It aims to determine the exergetic flows and its related cost, as well as the efficiency of equipment and the destructed exergy in each equipment. Such a method provides a visual approach of the exergetic and economic flows through diagrams of the cogeneration plant.

## ANÁLISE EXERGÉTICA DA COMBUSTÃO DE GASES SIDERÚRGICOS

MARCON DONATELLI, J.L.

HORTA NOGUEIRA, L.A.

Escola Federal de Engenharia de Itajubá  
37.500 - Itajubá - MG

### RESUMO

*Nas siderúrgicas produzem-se gases combustíveis como o gás de coqueria e o gás de alto forno, de importância no balanço energético destas plantas. Em função das disponibilidades, são empregadas misturas de composição variável destes gases, queimadas em fornos e caldeiras. Neste trabalho apresenta-se uma análise exergética da combustão destas misturas, visando determinar a irreversibilidade associada à reação de combustão e o ar, e avaliando o efeito do excesso de ar, do enriquecimento do ar de combustão com oxigênio e da composição da mistura.*

### INTRODUÇÃO

Os gases siderúrgicos, produzidos no processo de fabricação do ferro gusa e do aço, tem grande importância no âmbito das usinas siderúrgicas, como fonte de energia em fornos e caldeiras. Em sua utilização podem ocorrer alterações na composição, serem misturados entre si, queimados com ar enriquecido de oxigênio, sofrerem pré-aquecimento, etc.. Diante destas variações, torna-se oportuno sistematizar e analisar, inclusive com auxílio do método exergético, sua combustão. Do ponto de vista da Primeira Lei da Termodinâmica, praticamente não se perde energia no processo de combustão; porém pela Segunda Lei se observa grande irreversibilidade e portanto, destruição de exergia, justificando a aplicação do método exergético para sua avaliação.

### PRODUÇÃO DE GASES SIDERÚRGICOS

A redução do minério de ferro num alto-forno (AF) é obtida com auxílio de um gás redutor formado dentro do próprio AF, contendo CO e H<sub>2</sub>, que flui através do leito poroso composto por camadas sucessivas de coque e sinter, no caso de um AF a coque, a situação mais freqüente. O sinter, que é o minério de ferro aglomerado, ao entrar em contato com o gás redutor, perde oxigênio, isto é, se reduz. Tal reação é essencial para a produção de gusa. Como somente parte do CO e H<sub>2</sub> participam das reações de redução, o gás de alto forno (GAF) que sai no topo ainda contém CO e H<sub>2</sub>, seus componentes combustíveis. O gás de coqueria (GCO) é um subproduto da coqueificação do carvão, isto é, da destilação do carvão nos fornos de uma coqueria, na ausência de oxigênio. Em

média, para cada tonelada de carvão, uma coqueria produz 780 Kg de coque, 150 Kg de GCO, 32 Kg de alcatrão, 10 Kg de benzol e 3 Kg de amônia (ABM, 1984). A produção de GCO, em termos energéticos, corresponde a cerca de 20% dos produtos que saem da coqueria.

De menor importância tem-se ainda o gás de aciaria (GAC), gerado em aciarias empregando o processo "LD", como um subproduto do refino da carga (gusa, sucata e adições diversas) de um conversor, através do sopro de oxigênio puro na carga líquida. Esse processo desprende enorme quantidade de um gás rico em monóxido de carbono (CO) e grande quantidade de poeira. Sabendo-se que o teor de CO varia durante o sopro, a composição final do GAC depende do desempenho do sistema de recuperação do gás. Devido à grande variação em sua composição e em sua taxa de produção, este gás não é sempre utilizado para fins energéticos e não será abordado nos resultados apresentados neste trabalho.

As composições volumétricas típicas do GAF, GCO e GAC, são dadas na Tabela 1 (ABM, 1984). Esses gases, antes de serem usados, sofrem um processo de limpeza, que pode ser por via úmida (lavadores) ou por via seca, e de um modo geral podem ser considerados saturados, já que o teor de umidade é elevado em ambos os casos e estes gases são resfriados ao longo da tubulação. Assim, a energia térmica contida nestes gases é função também da temperatura ambiente, que determina as condições de saturação. A Figura 1 mostra a variação do poder calorífico inferior em base úmida saturada para os gases siderúrgicos e Tabela 2 apresenta algumas características destes combustíveis (Donatelli, 1993).

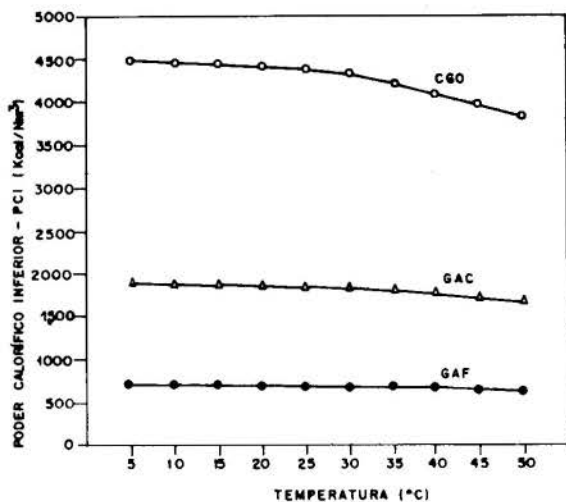


Figura 1 - Poder Calorífico Inferior de Gases Siderúrgicos, em base úmida saturada

Tabela 1 - Composição dos Gases Siderúrgicos, (% em volume)

componente	GAF	GCO	GAC
oxigênio		0.10	0.30
monóxido de carbono	21.60	6.00	60.40
dióxido de carbono	23.40	1.34	15.10
nitrogênio	52.30	1.81	21.20
hidrogênio	2.70	63.16	3.00
sulf. de hidrogênio		0.09	
metano		23.72	
acetileno		0.08	
eteno		2.15	
etano		0.77	
propano		0.13	
benzeno		0.65	

Tabela 2 - Propriedades de Gases Siderúrgicos, em base seca

propriedade	GAF	GCO	GAC
PCI (kcal/Nm³)	721.	4528.	1900
densidade (kg/Nm³)	1.385	0.417	1.323

#### MÉTODO EXERGÉTICO APLICADO À COMBUSTÃO DE GASES SIDERÚRGICOS

A combustão, é um fenômeno físico-químico complexo, que se processa apresentando a formação de substâncias químicas intermediárias, dissociação dos produtos e dependência da geometria e da temperatura das paredes da câmara de combustão, da mistura efetiva entre o ar e o combustível, entre outros fatores, para um bom desempenho. A análise exergética da combustão de gases siderúrgicos aqui desenvolvida apoia-se em algumas simplificações em relação ao processo real, já que seu objetivo é

avaliar a influência de alguns parâmetros, como o excesso de ar, o enriquecimento com oxigênio do ar de combustão, da temperatura de pré-aquecimento do ar de combustão e do combustível e da mistura dos gases combustíveis sobre o rendimento exergético da combustão. Assim, o sistema de combustão idealizado incorpora os processos de mistura da mescla combustível e o ar, além da reação de combustão propriamente dita, ambos processos irreversíveis e portanto destruidores de exergia. Desta forma, por eficiência exergética entende-se a relação entre a exergia recuperada e o consumo de exergia no volume de controle mostrado na Figura 2.

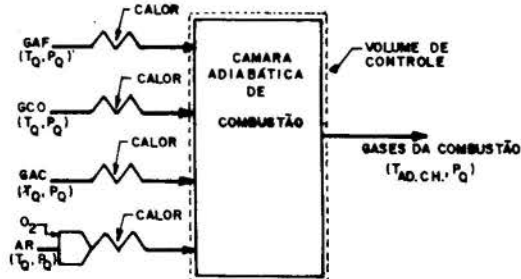


Figura 2 - Sistema de combustão para a análise exergética

Para os cálculos da exergia dos gases e dos produtos de combustão adotou-se a formulação corrente na literatura, conforme Bejan(1988) e Szargut (1988). É relevante observar que a exergia de um combustível compõem-se de duas parcelas: a variação de energia livre de Gibbs entre os produtos (gases de combustão) e os reagentes (ar e combustível) e a exergia associada à diferença de concentração dos produtos de combustão, relativamente a composição de referência do ambiente. A primeira parcela possui uma magnitude próxima ao poder calorífico inferior, contudo a agregação da segunda parcela, correspondente à exergia de dissolução, tende elevar valor da exergia química do combustível, em função de sua composição. De todo modo esta contribuição não é muito significativa, especialmente para os gases siderúrgicos (Kotas, 1985). Como a valorização exergética dos efeitos difusivos nem sempre é adotada, neste trabalho optou-se por apresentar resultados considerando a exergia do combustível incluindo ou não o componente associado a composição dos gases de combustão. Detalhes sobre a formulação empregada para as reações de combustão podem ser encontrados em Donatelli (1993), onde se desenvolve uma abordagem generalizada considerando a queima de GAF, GCO e GAC e se apresenta o programa computacional empregado para a obtenção dos resultados descritos a seguir.

Efeito da composição do gás combustível. Os cálculos foram efetuados para várias combinações de teores de GAF e GCO, buscando-se reproduzir as condições usualmente observadas em usinas reais, conforme a composição apresentada na Tabela 1. Aumentando-se a participação do GCO no combustível, como pode ser observado na Figura 3, o rendimento exergético determinado desprezando-se a exergia química associada à diferença de concentração cresce ligeiramente no início, até 30% de GCO, diminuindo sua taxa de crescimento para participações maiores de GCO no combustível, enquanto o rendimento exergético considerando a exergia total apresenta um crescimento relativamente menor. A variação apresentada para o temperatura adiabática de chama é naturalmente um efeito do maior poder calorífico do GCO.

Visto que nas instalações existentes a exergia térmica é mais interessante, pode-se, em princípio, dizer que a zona mais interessante para incremento da participação de GCO no combustível vai de 0 a 30%, o que de certa forma já é atendido pelas disponibilidades relativas em uma siderúrgica real (ABM, 1985).

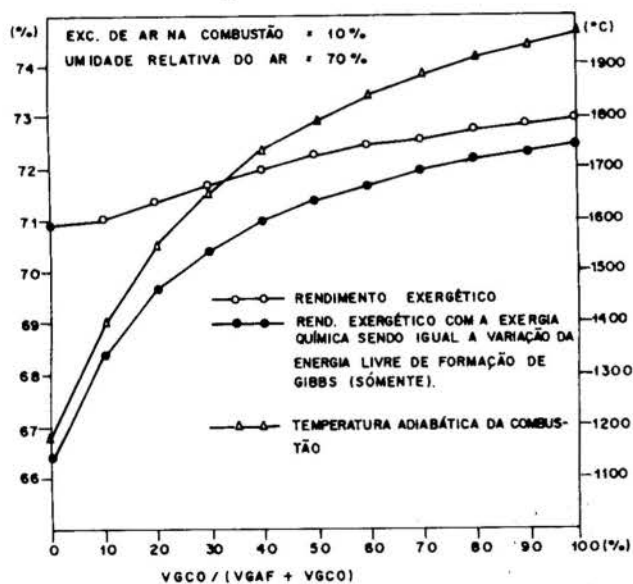


Figura 3 - Comportamento exergético da combustão em função do teor de GCO na mistura GAF/GCO

Excesso de ar na combustão. Essa variável é de grande importância para a obtenção de bons níveis de desempenho no equipamento térmico que utiliza a mescla combustível. Levando-se em conta que a mistura de gases pode ser feita com relativa facilidade, o excesso de ar foi estudado até 30%, em relação ao estequiométrico, para algumas situações de composição da mescla combustível. Observa-se na Figura 4 que, como esperado, aumentando-se o excesso de ar na combustão provoca-se a diminuição da temperatura adiabática de chama e do

rendimento exergético. Este efeito é mais prejudicial quanto maior a participação do GCO no combustível, pois para este gás é requerido maior volume de ar de combustão, proporcionalmente ao GAF. Desta forma, seria lógico recomendar um excesso de ar nulo, porém como na combustão real a mistura ar/combustível não é realizada com perfeição e a reação deve ocorrer em um tempo finito, sempre é necessário trabalhar com algum excesso de ar, que normalmente é ajustado para evitar fuligem na chaminé e a presença de monóxido de carbono (CO) nos gases da combustão.

É interessante observar que o efeito exergético da concentração dos gases influi de modo distinto conforme o combustível. O rendimento exergético, considerando a exergia total, para 0% de GCO no combustível, torna-se maior que o mesmo rendimento exergético para 10% de GCO a partir de 16% de excesso de ar na combustão. Como no caso do rendimento baseado exclusivamente na energia livre de Gibbs este comportamento não se observa, o responsável é provavelmente a variação da exergia química devido à diferença de concentração dos componentes em relação ao meio ambiente.

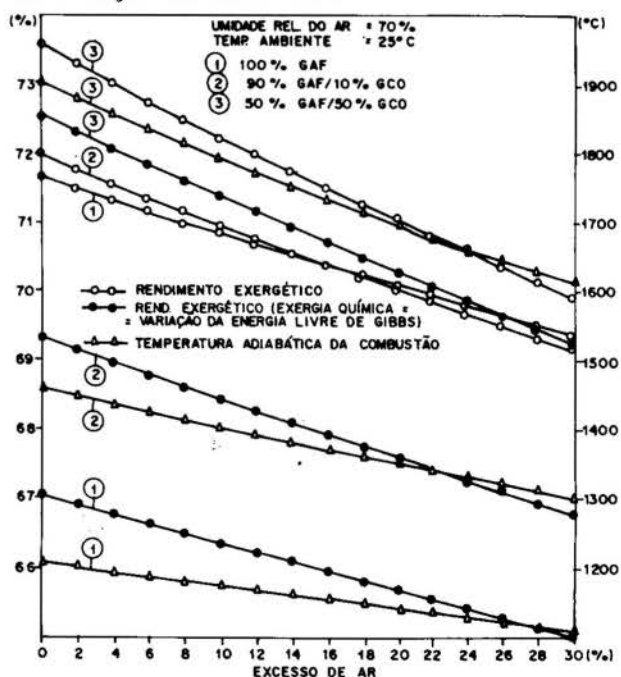


Figura 4.- Desempenho exergético da combustão em função do excesso de ar

Enriquecimento do ar de combustão com oxigênio. Frequentemente nas usinas siderúrgicas existe disponibilidade de oxigênio, que se não for utilizado será venteadado para a atmosfera. Assim, deve ser considerada sua utilização nos sistemas de combustão dos gases siderúrgicos. A injeção de oxigênio no ar de combustão apresenta grande influência



no rendimento exergético da combustão e na temperatura adiabática de chama. Tal influência torna-se maior quanto mais GCO for usado no combustível, conforme pode ser visto na Figura 5, pois como já observado o maior requerimento de ar deste combustível o torna mais sensível às variações associadas ao ar de combustão.

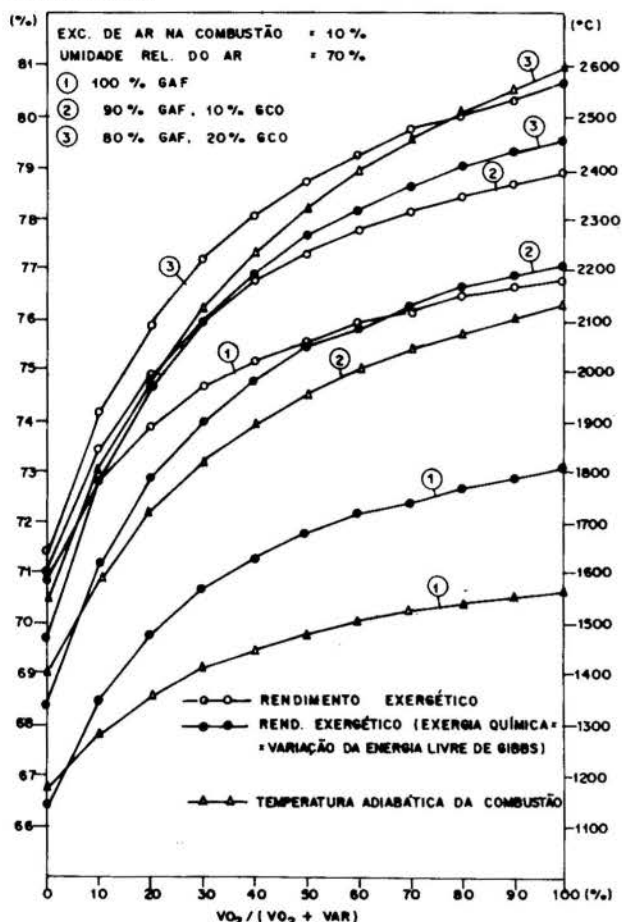


Figura 5 - Comportamento exergético da combustão em função do enriquecimento do ar de combustão

#### CONCLUSÕES

A aplicação do Método Exergético no estudo da combustão dos gases siderúrgicos permite determinar quantitativamente as irreversibilidades associadas a este processo, e avaliar o efeito de medidas de racionalização energética, como o controle do excesso e o enriquecimento do ar de combustão. De um modo geral, nas diversas condições estudadas para a combustão das misturas de gases siderúrgicos, foram observadas perdas entre 20 e 30% da exergia química do gás combustível, sendo que a elevação do teor de gás de coqueria tende a reduzir o desempenho exergético

da combustão. Por restrições de espaço, não foram apresentados outros casos estudados através do programa, como influência da umidade do ar, que frente a variações de 10 a 100% na umidade relativa, induz a decrementos da ordem de 0,4% no rendimento exergético e o pré-aquecimento do ar, que para elevações de temperatura de 100 °C permite elevar o rendimento da combustão em aproximadamente 2%.

O presente trabalho apresenta interesse imediato na avaliação de fornos e caldeiras no ambiente siderúrgico e sua implementação computacional permite inclusive a adoção de rotinas de controle baseados em seus resultados.

#### REFERÊNCIAS

ABM- Associação Brasileira de Metais, "Sistema de Energia em Siderurgia", Editora ABM, São Paulo, 1984.

Bejan, A., "Advanced Engineering Thermodynamics", Wiley, New York, 1988.

Donatelli, J.L.M., "Análise Termodinâmica aplicada à Central Termoelétrica da Cia. Siderúrgica de Tubarão", Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Itajubá, MG, Brasil, 1993.

Kotas, T.J., "The Exergy Method of Thermal Plant Analysis", Butterworths, London, 1985.

Szargut, J., Morris, D.R., Steward, F.R., "Exergy Analysis of Thermal, Chemical and Metallurgical Processes", Hemisphere, New York, 1988.

#### ABSTRACT

In steel mills are produced by-product gases of medium and low heating value, respectively coke oven gas and blast furnace gas, of importance in the energy balance of these plants. Depending on the availabilities, one uses mixtures with variable composition of these gases, generally burned in power boilers and furnaces. In this paper, an exergy analysis of combustion systems using these mixtures is presented, allowing to determine the exergy losses and the influence of air excess, oxygen enrichment in combustion air, preheating of combustion air and fuel gas and gas mixture composition. The results are presented based on actual plant data.

## UMA ABORDAGEM ECONOMICO SOCIAL DO USO DO CHUVEIRO ELÉTRICO PARA O AQUECIMENTO DE ÁGUA

**PAULO CÉSAR DA COSTA PINHEIRO**

Departamento de Engenharia Mecânica da UFMG  
Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901 Belo Horizonte, MG  
e-mail: PINHEIRO AT BRUFMG.BITNET

**SÉRGIO AUGUSTO DE CERQUEIRA**

Departamento de Física Aplicada / FUNREI  
Pç. Frei Orlando, 170, 36300-000 São João Del Rei, MG

### SUMÁRIO

Este artigo faz uma abordagem economico social do uso dos aquecedores de passagem para aquecimento de água residencial, apresentando diversas implicações suscitadas pelo momento atual. É realizada uma análise economico, ecológica e social e a comparação com o uso da energia solar.

### INTRODUÇÃO

Verifica-se num futuro próximo um risco de déficit de Energia Elétrica, sobretudo se o Brasil sair da recessão econômica. Quando a economia voltar a crescer haverá um aumento de consumo que não poderá ser atendido pelas usinas hidrelétricas e térmicas existentes. O crescimento do consumo de energia elétrica é superior ao crescimento do PIB. Em 1992, enquanto o PIB caiu 0,9%, o consumo de energia cresceu 3,9%.

Para acompanhar a média anual de 5% de crescimento do consumo de energia elétrica, são necessários investimentos no setor de US\$ 6 bilhões anuais. É conhecida a falta dinheiro público para investimento no setor. Em 1993, a Eletrobrás, investiu somente US\$ 1,4 bilhão em lugar dos US\$ 2,3 bilhões previstos.

Sabendo que o custo marginal de longo prazo de instalação da eletricidade no Brasil é de US\$ 2.500/kWh, e que o potencial de instalação de grandes usinas hidroelétricas na região sudeste encontra-se praticamente esgotado, medidas preventivas devem ser tomadas imediatamente de modo a evitar o colapso do sistema energético. A conservação de energia é economicamente mais interessante do que novos investimentos.

O setor residencial (53599 GWh em 1993) representa cerca de 24% do consumo total de energia elétrica no Brasil (220571 GWh em 1993), dos quais 16 a 26% são utilizados para o aquecimento de água (CESP 1980, CEMIG 1991). Além disso, existe um problema de pico de consumo nas redes elétricas, que ocorre diariamente no período entre 17h e 21h. O perfil da demanda de energia elétrica no Brasil para um dia típico de consumo, é apresentado na figura 1 (ELETROBRAS 1994).

A razão deste pico é o acendimento de luzes devido ao início da noite e o hábito brasileiro de se tomar banho diariamente nesse horário (Figura 2, CEMIG 1991). Isso faz com que os aquecedores de água de passagem (chuveiros elétricos residenciais), sejam um fator agravante desse pico no consumo, representando nesse período, cerca de 8,5% da demanda total de energia elétrica (CEMIG 1991).

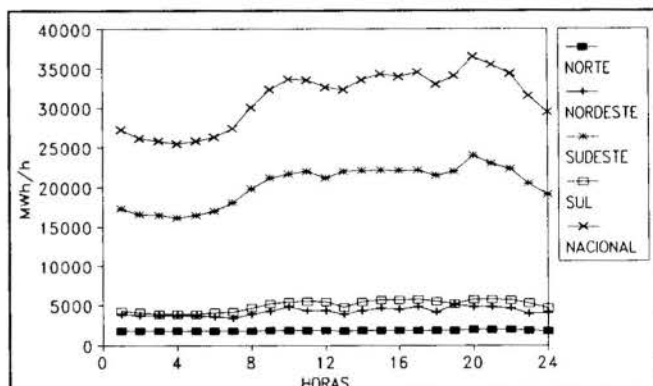


Figure 1. Carga típica por região (16/03/94)

Este pico de consumo aumenta o custo dos sistemas de geração e distribuição de energia, que devem ser dimensionados para atender a demanda destes momentos, e não para a média de consumo registrada nas demais horas do dia.

A redução deste pico, permite uma melhor utilização dos recursos elétricos, de modo a distribuir a carga durante todo o dia e não sobrecarregar o sistema. Para diminuir este pico, devem ser tomadas atitudes no sentido de reduzir a demanda de eletricidade em iluminação e no aquecimento de água. As principais estratégias recomendadas são:

- 1) Uso de medidores de tarifação diferenciada.
- 2) Uso de lâmpadas econômicas: fluorescentes, halógenas.
- 3) Mudança dos padrões (normas) de iluminação para valores mais conservativos.
- 4) Uso de fontes alternativas de aquecimento de água.

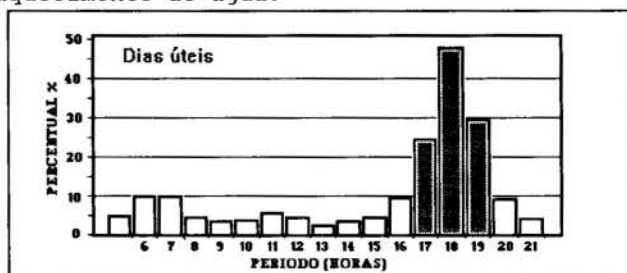


Figura 2. Hábitos de uso do chuveiro elétrico no Brasil

## ANALISE ECONÔMICA: O CUSTO DO CHUVEIRO ELÉTRICO

O setor residencial brasileiro consome aproximadamente 40% de toda a eletricidade produzida no país, sendo portanto alto o preço da ineficiência. No Brasil o aquecimento de água para uso domiciliar é realizado basicamente por energia elétrica, através de equipamentos de passagem (chuveiros elétricos e aquecedores centrais 75%). Cada chuveiro possui um consumo médio de 28kWh/mês, ou 9 Kwh/mês/pessoa (CEMIG, 1983).

Muito se tem falado do aspecto social da energia elétrica. Hoje para instalação de um kW de eletricidade no Brasil, são necessários investimentos da ordem de US\$ 2.500 entre produção, transmissão e distribuição. O fator de utilização dos chuveiros elétricos no horário de pico é de 20%. Cada chuveiro que se deixa de instalar posterga um investimento no setor elétrico de US\$ 2.000,00 (2500 US\$/Kw \* 20% \* 4kW).

As tabelas abaixo mostram os principais chuveiros elétricos e aquecedores de passagem existentes no mercado nacional. Ela mostra o menor preço encontrado no comércio varejista e principais jornais de São Paulo, Rio de Janeiro e Belo Horizonte, no período de Maio a Junho de 1994. A não ser especificação em contrário, referem-se a equipamentos de 127 Volts.

Tabela 1 - Chuveiros elétricos

MARCA	MODELO	Watts	US\$
Cardal	Ducha Standart	5100	104,00
Cardal	Ducha Cromada	5100	177,00
Corona	Ducha standart SS	4250	8,20
Corona	Ducha Corona II	4250	18,00
Corona	Ducha Status Cromada	4250	20,00
Corona	Ducha 4 Estações Blindada	6500*	77,50
Corona	Banho Total	6500*	210,00
Fame	Super Ducha	4200	7,50
Fame	Ducha JD Jato Dirigível	4200	28,00
Fame	Jato Forte	4200	180,00
Fame	Chuveiro Tradicional	4200	34,00
Jauense	Chuveiro Robot	5100	38,00
KDT	Ducha Iguçu	8800*	112,00
Lorenzetti	Maxi Ducha Plus	4400	7,50
Lorenzetti	Ducha LorenDuxa	5400	22,00
Lorenzetti	Ducha Jet Set	4400	32,50
Lorenzetti	Ducha Jet Master	5400	115,00
Lorenzetti	Ducha jet Turbo	5400	133,00
Lorenzetti	Chuveiro Tradição	4400	42,00

Tabela 2 - Aquecedores de passagem

MARCA	MODELO	Watts	US\$
Cardal	Central 6000 B	8200*	210,00
Cardal	Central 4000 BX	7800*	190,00
Cardal	Individual	5100	137,00
Cardal	Hidromassagem	5200	192,00
Corona	Torneira Elétrica PVC	4250	26,00
Corona	Aquecedor	6500*	
Fame	Torneira Elétrica Cromada	4200	37,00
Fame	Aquecedor Metálico	4200	95,00
KDT	Aquecedor Central Electr.	8800*	274,00
KDT	Aquecedor Electr. Hidrom.	8800*	289,00
Lorenzetti	Torneira Elétrica PVC	4000	24,00
Lorenzetti	Torneira Elétrica Cromada	4000	57,00
Lorenzetti	Maxi Aquecedor	4000	31,00
Lorenzetti	Aquecedor Hidromassagem	4000	35,00

\* 220V

Pode-se notar que todos os equipamentos possuem potência nominal superior a 4000W. Em 1983 a potência nominal dos chuveiros era 3000W e a real era 3600W (CEMIG, 1983).

## ANALISE ECOLÓGICA

"Todos têm direito ao meio ambiente ecologicamente equilibrado, bem de uso comum do povo e essencial à sadia qualidade de vida, impondo-se ao Poder Público e à Coletividade o dever de defendê-lo e preservá-lo para as presentes e futuras gerações". Artigo 225 da Constituição do Brasil.

A energia hidráulica supre 5% do consumo energético mundial. O Brasil tem um perfil energético muito particular: a eletricidade é responsável por 40% do balanço energético, dos quais 96% são gerados por hidroelétricas.

Toda tecnologia energética tem seu impacto ambiental. Os recursos hidráulicos são geralmente considerado como o modo mais limpo de se produzir eletricidade. Mas esta utilização não é totalmente incólume sobre o meio ambiente.

A solução brasileira para a geração de energia elétrica tem sido a construção de grandes barragens (onde os problemas ecológicos são bem mais sérios), em detrimento do aproveitamento de pequenas quedas ou linhas d'água.

Tabela 3.

Superfície necessária para produção de eletricidade (EDF 82)	
Fonte de Energia	m2/Kw
Hidráulica	225
Eólica	207
Solar	37,5
Fossil (carvão, petróleo)	7,2
Nuclear	3,1
Aquecimento Solar	10,0

A construção de reservatórios de acumulação de água provoca uma gama significativa de impactos ao meio ambiente. Os impactos físicos são relativos às características geológicas (elevação do nível freático nas proximidades do reservatório, favorecendo a erosão), geomorfológicos (possibilitando a ocorrência de abalos sísmicos), pedológicos (alterando a capacidade de uso dos solos), climáticos (alterando o microclima), hídricos (mudando o regime de escoamento do corpo de água) e as conseqüentes alterações no ecossistema aquático, influenciando sobre a qualidade da água e devido à estagnação das águas o desenvolvimento de um habitat favorável à proliferação de vetores de enfermidades endêmicas tais como a mosquitos, malária, a esquistossomose etc (Hespanhol 1984).

A inundação de grandes áreas de solos férteis pelas represas das barragens deve ser examinada com atenção. É necessário analisar a perda de utilização destes solos em relação ao valor da energia produzida. Por outro lado, os aluviões, ricos em matérias minerais e orgânicas, retidos ao nível da barragem, não fertiliza mais as zonas agrícolas na vazante durante as cheias. O exemplo clássico dos ecologistas são os efeitos da barragem de Assuam sobre o curso inferior e o delta do Rio Nilo. Os efeitos das grandes barragens Brasileiras sob o regime de escoamento das águas, merecem ser estudados.



Os custos sócio-ambiental do deslocamento de populações ribeirinhas, desmatamentos, alteração no ecossistema e perda de terras férteis também deve ser quantificados.

Assim, a utilização da energia solar pode reduzir muito o impacto ambiental da geração de energia. Como a eletricidade é progresso, a energia solar pode também interiorizar o desenvolvimento, sendo levada ao campo sem necessitar o investimento em redes de distribuição.

#### ANALISE SOCIAL

O conceito tradicional a função da Engenharia é projetar e produzir produtos tecnológicos, eficientes, econômicos e perfeitos tecnicamente. Entretanto, hoje surge um novo paradigma, denominado ecológico-social, onde a função da engenharia é procurar resolver os problemas do homem na sociedade, utilizando os conhecimentos científico e tecnológicos no contexto social.

A avaliação dos equipamentos térmicos é normalmente realizada somente a partir de uma análise tecno-econômica. Os custos sociais e humanos não são computados no custo-benefício imediatamente relacionados com o resultado financeiro. A análise do custo do chuveiro elétrico não deve ser realizada somente pelo custo do equipamento. Os custos de geração e transmissão também devem ser considerados. Como é a sociedade que arca com o custo da instalação do sistema energético, é necessária uma análise social do seu uso.

Como estes custos são socializados, a sociedade deve interferir no seu uso. O chuveiro elétrico é um equipamento de uso individual, de grande demanda energética. É um dos símbolos de conforto da classe média Brasileira. Ao contrário da tendência mundial, tem-se verificado nos últimos anos um consumo crescente de energia no setor residencial Brasileiro. No período de 1980 a 1990, o consumo de energia cresceu 75%, enquanto o número de domicílios aumentou em apenas 44%. A expansão do uso e aumento da potência dos chuveiros elétricos é uma das causas.

#### COMPARAÇÃO DA ENERGIA SOLAR COM OS CHUVEIROS ELÉTRICOS

Sendo a energia solar uma forma renovável não poluente e abundante no Brasil, face às suas características de país tropical, pretende-se que seja alcançado um uso mais intensivo dessa energia. A densidade média anual da energia solar incidente sobre o Brasil é de 200 W/m<sup>2</sup>, atingindo valores de 220 W/m<sup>2</sup> numa faixa junto ao litoral nordeste e 170 W/m<sup>2</sup> no sul. A energia solar total incidente ultrapassa bastante as nossas necessidades, mas ela é difícil de captar, concentrar e armazenar.

Pesquisas tem sido realizadas visando a conversão direta da energia solar em eletricidade, mas os resultados continuam modestos. No início de 70, quando as células solares eram produzidas com as mesmas técnicas e os mesmos materiais nobres utilizados para fabricação de dispositivos da microeletrônica (silício monocristalino, titânio, paládio, prata etc) o custo do kW pico (que corresponde

ao máximo da potência produzida no ciclo diário, sol no zenite) era de US\$90.000/kW pico.

Com a utilização de processos alternativos aos da microeletrônica, materiais de menor conteúdo energético (silício policristalino) e materiais com propriedades eletroóptica projetadas para a conversão fotovoltaica como as ligas de silício amorfo hidrogenado, o preço do kW pico tem constantemente diminuindo, chegando a US\$3000 a US\$4000/kW pico, considerando produções na faixa de MW pico. Há projeções que o custo seja reduzido abaixo de US\$1000/kW pico ainda nesta década (Impactos 1992).

A aplicação mais facilmente realizável da energia solar é a captação da mesma por meio de coletores solares visando transformá-la em energia térmica para aquecimento direto de água, ou ainda gerando vapor para produzir eletricidade num ciclo termodinâmico. O desenvolvimento da energia solar tem 2 frentes de pesquisa: redução do custo do coletor e sistemas adequados de armazenamento.

A vantagem da energia solar reside no fato que não sendo necessário transportá-la, ela permite satisfazer a necessidades pontuais de pequena importância, sobretudo em escala residencial. Mas como não pode suprir todas as necessidades e usos, uma outra fonte de energia complementar (eletricidade, gás etc) deve ser sempre utilizada.

O Brasil recebe insolação suficiente para o funcionamento correto dos sistemas de aquecimento solar. Os maiores índices de insolação ocorrem geralmente nos meses frios quando a nebulosidade é menor e quando é maior a necessidade de aquecimento de água.

Conhecendo essa realidade, é evidente que a utilização da energia solar, em substituição do sistema convencional aquecimento de água residencial, ameniza o pico de demanda de eletricidade e, por conseguinte, gera uma economia dos investimentos governamentais para atender essa demanda acentuada num curto período do dia.

O custo de um sistema de aquecimento solar para 4 pessoas é apresentado na tabela 4. Podemos notar que é um investimento muito inferior ao custo marginal da eletricidade. Entretanto, do ponto de vista do usuário, o uso dos coletores planos tradicionais para fins industriais e doméstico é inviabilizado pelo longo prazo de retorno do investimento, cerca de 7 anos (A.A.E. 1989), o que a cada dia é mais inviável devido à diminuição do poder aquisitivo da classe média.

Tabela 4.

SISTEMAS SOLARES (4 pessoas)				
Marca	Coletor	Reservatório	Elet Aux	US\$ *
Arksol	4m2	400l fibrocimento	3kW	979,00
Enalter	4m2	400l inox/alum.	3kW	1.100,00
Hypersol	4m2	400l inox/alum.	2kW	1.040,00
Pantho	4m2	400l inox/alum.	2kW	1.126,00
Térmica	4m2	400l inox/alum.	3kW	999,00
Tuma	4m2	400l inox/alum.	3.5kW	1.200,00

\* Preço total instalado.



## CONCLUSÕES

A conservação dos recursos elétricos é prudente e deve ser encorajada. Entretanto a conservação sozinha não resolve o problema. Conservar significa aumentar a eficiência na utilização da energia e renunciar à prestação de serviços de energia. A primeira possibilidade é um problema de ordem técnica, ao passo que a segunda é mais de ordem político-administrativa. Sem medidas restritivas poucos estão dispostos a renunciar aos padrões conquistados e à qualidade de vida correspondente.

É falsa a idéia que a introdução de toda e qualquer fonte de energia alternativa, conduz a sistemas mais de uso mais intensivo de capital. Isto também se aplica às chamadas tecnologias limpas. A crescente necessidade de capital, só pode ser suprida através de uma diferença crescente entre a produção e o consumo.

O uso de eletricidade para aquecimento de água deveria ser proibido nos aquecedores de passagem. Isto só é viável com a proibição da fabricação e instalação e utilização destes equipamentos. Somente poderia ser permitido com o uso de acumuladores (boilers), que possuem um consumo médio de 500 W. Além de diminuírem a sobrecarga nos horários de pico, como a corrente consumida é menor, são mais seguros.

Considerando que o custo marginal de longo prazo é o custo mínimo de expansão do setor elétrico, o concessionário pode negociar com o usuário um sistema de aquecimento de água até o valor que ela própria incorreria na expansão, ou seja o custo marginal. Assim qualquer equipamento de aquecimento de água de custo total inferior a US\$ 2000,00 é preferível ao chuveiro elétrico. Os sistemas de aquecimento de água por energia solar podem e devem ser financiados pelas concessionárias de eletricidade.

Levando-se em conta, entre outras características, que: a) esta fonte energética não apresenta emissões de CO<sub>2</sub> ou de outra natureza, b) não provoca a inundação de vales férteis, c) pode gerar energia em locais próximos das fontes de uso, não necessitando de longas linhas de transmissão, conclui-se que os impactos ambientais são mínimos.

Deve-se criar um meio de inviabilizar o uso dos aquecedores de passagem e chuveiros elétricos, seja por proibição ou por imposto alto.

O governo permite o uso de aquecedores de passagens, por uma visão equivocada do aspecto social da eletricidade. A aplicação dos recursos acima citados na construção de moradias populares, seria de um retorno social muito maior do que o uso de chuveiro elétrico. O custo de construção de uma casa popular é entre US\$15,00/m<sup>2</sup> a US\$60,00/m<sup>2</sup>. Os kits de casa de madeira pré-fabricada, produto típico da classe média, estão na ordem de US\$130,00/m<sup>2</sup>.

## BIBLIOGRAFIA

A.A.E. Retorno, um Obstáculo aos Coletores Solares. São Paulo Energia, São Paulo, Set. 1989. p42.

CEMIG - COMPANHIA ENERGÉTICA DE MINAS GERAIS. Energia solar para Aquecimento de Água. Procel, Belo Horizonte, 1991.

CEMIG - COMPANHIA ENERGÉTICA DE MINAS GERAIS. Consumo Médio de Aparelhos Eletrodomésticos. ED-5.36, 25p, Novembro 1983.

CESP - COMPANHIA ENERGÉTICA DE SÃO PAULO. Perfil dos Consumidores Residenciais das Áreas da Cesp e Cpfl em 1979. São Paulo, 1980.

ELETROBRÁS, CENTRAIS ELÉTRICAS BRASILEIRAS. Boletim de Mercado e Carga Própria. Março 1994.

EDF. Énergies et Environnement. Eletricité de France, Paris, 1982, 48p.

HESPAHOL L. Impactos ambientais por reservatórios de água: O Caso Particular da Vegetação Inundada. Revista Politécnica, n.183, p.16-20, Janeiro 1984.

IMPACTOS DA CADEIA ENERGÉTICA. Revista Politécnica, n.204/205, p.31-32, Janeiro/Julho 1992.

## SUMMARY

This paper discusses the social and economic aspects of direct water heating equipment intended for domestic use. The analysis of the problem involves economic, ecologic and social parameters, which are related with the solar energy use.

EXERGY ANALYSIS OF A FORCED CIRCULATION CRYOGENIC COOLING SYSTEM

JONHSON F. ORDOÑEZ, OLAVO. B. OLIVEIRA F.,  
 SILVIO DE OLIVEIRA Jr.  
 UNICAMP, EPUSP, EPUSP-IPT

SUMMARY

*This Cryogenic System, used for the new superconducting particle accelerator Pelletron-LINAC, is designed to supply continuous cooling at temperatures as low as 4.4 K during long periods of time. This paper presents the EXERGY ANALYSIS, in order to identify the main sources of irreversibilities with the objective to evaluate the energy consumption of the system.*

INTRODUCTION

The superconducting heavy-ion linear accelerator, LINAC, will be used as a booster for the existing Pelletron accelerator at the University of São Paulo, Brazil.<sup>1</sup> At the first phase of the project it will be assembled one superconducting buncher, two cryostats and one superconducting rebuncher. The first cryostat has three low beta resonators and four high beta resonators, to run at synchronous velocities of 0.06 and 0.105 times the velocity of light, respectively. This cryostat has also three superconducting solenoid focusing magnets. The second cryostat has six resonators (all high beta) and three superconducting solenoid focusing magnets, the buncher and the rebuncher have one low beta and one high beta resonators respectively.<sup>2</sup> These resonators are already being under construction at Argonne National Laboratory.

The cryogenic system of the LINAC must supply continuous cooling at temperatures as low as 4.4 K during long periods of time. It will be used a forced circulation liquid helium cooling from the refrigerator, through liquid-nitrogen-shielded valve boxes and lines, to the superconducting elements. The closed-cycle helium system, which may be operated in a wide variety of conditions, consists of a CCI CRYOGENICS refrigerator that nominally yields 300 Watts of cooling or, alternatively, liquefies 75 L per hour of helium<sup>3</sup> (if no liquid nitrogen pre-cooling is used), a 1000 liter dewar with a built-in heat exchanger coil, a 46 m<sup>3</sup> helium gas storage tank, three distribution boxes with valves, heat exchangers, and transfer line ports, connected by around a 30 m long liquid-nitrogen-shielded coaxial distribution lines. A schematic diagram of the main cooling system components is shown in Figure 1.

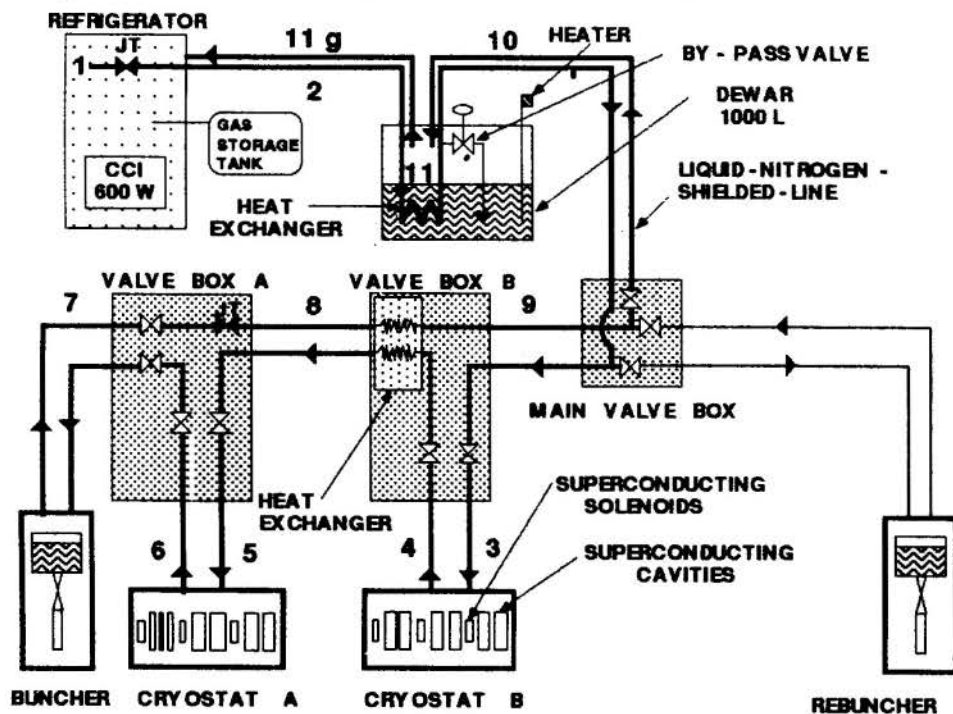


Figure 1. Cooling system helium flow diagram.

The thermodynamic analysis is a very important tool to permit the operation of the system in an efficient way. With the exergy concept,<sup>4</sup> it is possible to optimize the thermal design of the equipments and the processes of the cycle involved.<sup>5</sup> This paper uses the exergy concept to analyze the cryogenic system of the LINAC and also to evaluate each component, in order to use them in the most efficient way. It is defined a method<sup>6</sup> and through the exergy balance of the cooling system, it is identified the main sources of irreversibilities. It is also presented an exergy-enthalpy diagram for the helium, showing the main thermodynamic processes of the cryogenic plant and the exergy losses.

### CRYOGENIC SYSTEM DESCRIPTION

The helium circuit is shown in the diagram of Figure 1 and the helium conditions at corresponding points around the circuit are given in the pressure-enthalpy diagram in Figure 2. The scheme used to control the quality of the outgoing stream in this system is similar in some aspects to that used in ATLAS superconducting heavy ion accelerator, at Argonne National Laboratory.<sup>7</sup> The main differences are in the thermodynamic conditions and the necessity of a main valve box to divide the flow in two parts. The outgoing stream is held at a higher pressure and temperature than the returning stream. The pressure is dropped through a J-T expansion valve at Valve Box A, and the cooler returning, two-phase stream picks-up heat from the outgoing stream. The outgoing stream boils in Cryostat B, and is then condensed and sub-cooled in the heat exchanger located in the Valve Box B, before entering the Cryostat A. The use of sub-cooled flow directly from the refrigerator and the sub-cooling of the flow by a coil in the dewar, that receives the returning flow, are also features in the cooling system. The heart of the cryogenic system is the CCI CRYOGENICS refrigerator/liquefier that supplies 9 g/s of liquid helium, corresponding to one compressor on and no pre-cooling with liquid nitrogen.

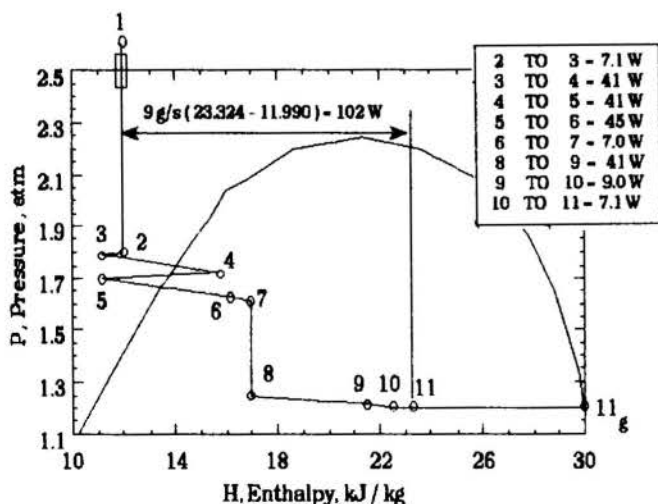


Figure 2. Pressure - Enthalpy diagram

Table 1. Approximate heat loads for each LINAC component.

COMPONENTS	HEAT LOADS	COMMENTS
CRYOSTAT A	43 W	28W - 7 Resonators x 4W 15W - Cryostat
CRYOSTAT B	39 W	24W - 6 Resonators x 4W 15W - Cryostat
BUNCHER	5 W	~ 1.5W - Resonator ~ 3.5W - Buncher
REBUNCHER	5 W	~ 1.5W - Resonator ~ 3.5W - Rebuncher
HELIUM DISTRIBUTION LINES	10 W	10W - 5 Lines x 2W

The static heat leaks of the components, as shown in Table 1, are based on the data of the Argonne National Laboratory, as well as the pressure drop of each component.<sup>8,9</sup> The RF power of the resonators is variable and in this work we assumed the maximum value for the corresponding heat load, 4 W.<sup>9</sup> In the operation of the LINAC, the resonators are separately phased, and power to the various resonators can be optimized to give maximum acceleration for the available refrigeration capacity.

As shown in Figures 1 and 2, liquid helium leaves the refrigerator at point 2 and enters the heat exchanger in the 1000 liter dewar. The thermodynamics conditions of the fluid depends upon its enthalpy at point 1, before the refrigerator J-T expansion, and the pressure of the outgoing stream in the distribution line. The mass flow for one compressor is 9 g/s and as the pressure at point 2 is 1.8 Atm, is obtained sub-cooled helium. The heat removed in the heat exchanger of the 1000 l dewar to sub-cool the flow to 4.5 K is 7.1 W.<sup>10</sup>

The flow then goes to the main valve box where it is divided in two parts: one to the rebuncher (corresponding to approximate 1/15 of the total mass flow) and other to the cryostat B, absorbing 39 W plus 2 W of the helium line (see Table 1). The heat exchanger inside valve box B removes 41 W, so the conditions at point 5 are almost the same at point 3, except that the pressure is lower. The heat loads of cryostat A and the buncher, are taken together in series, including the estimated heat line losses of 4 W (see Table 1). The J-T valve (between point 7 to 8) inside the valve box A drops the return stream to a pressure slightly above that of the 1000 liter dewar and lower its temperature to give a reasonable temperature gradient in the heat exchanger. The return stream passes through the shell sides of the heat exchanger, absorbing 41W from the outgoing stream and increasing the gas fraction. The heat loads of the rebuncher, 5 W, and the estimated heat line losses, 2 W, are taken together in series with the estimated 2 W heat load of the returning line between points 9 and 10, once the mass flow of the rebuncher is much smaller compared to the main flow. Finally, part of the returning liquid is evaporated by a heater inside the dewar (point 11)



If the total heat load of the system is less than the refrigeration capacity, the liquid level drops and the excess gas is transferred to a storage tank. The flow returns to the refrigerator as saturated vapor (point 11<sub>g</sub>) at the temperature and pressure of the dewar.

Table 2. Properties of each point of the cryogenic system

POINT	H (J/g)	P (atm)	S (J/g.K)	T (K)	e (J/g)
1	11.990	-	-	-	-
2	11.990	1.800	3.813	4.601	6718.09
3	11.201	1.788	3.648	4.500	6766.80
4	15.757	1.718	4.617	4.851	6480.66
5	11.201	1.695	3.665	4.500	6761.70
6	16.201	1.625	4.734	4.782	6446.90
7	16.979	1.613	4.889	4.773	6400.28
8	16.979	1.247	5.043	4.466	6354.08
9	21.535	1.212	6.086	4.435	6045.73
10	22.535	1.200	6.319	4.424	5976.83
11	23.324	1.200	6.496	4.424	5924.52
11 <sub>g</sub>	29.940	1.200	7.993	4.424	5482.04

### EXERGY ANALYSIS

The Table 2 presents the thermodynamic conditions of each point, as shown in Figure 2, calculated from the data of Mc Carty.<sup>12</sup> It is also presented the physics exergy of each state, using  $P_0 = 1$  Atm. and  $T_0 = 300$  K. The Figure 3 shows the helium exergy-enthalpy diagram for the cryogenic system.

The exergy analysis of the cryogenic plant includes the exergy balance of each component, with the main goal to identify the sources of irreversibilities. If we apply an exergy balance on a control volume, at steady state conditions, we obtain:<sup>11</sup>

$$\sum \dot{m} (e_0 - e_1) = \sum \dot{Q} (1 - \frac{T_0}{T}) - \dot{W} - \dot{m} e_{lost} \quad (1)$$

The equation (1) is used to calculate the lost exergy for the components of the system: the refrigerator, 1000 L Dewar, cryostats, valve boxes, heat exchangers, liquid-nitrogen-shielded-lines, buncher and rebuncher. If we choose an appropriate control volume for each component and takes into account that all the cryostats, liquid

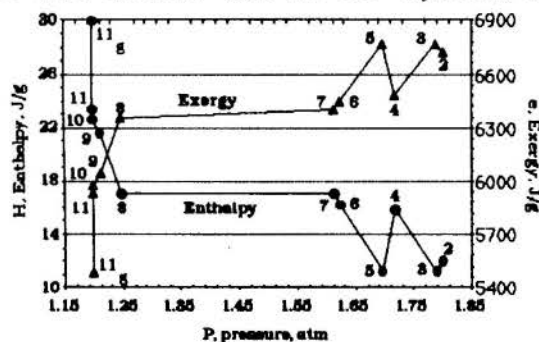


Figure 3. Exergy-Enthalpy-Pressure diagram

helium lines and the valve boxes are isolated from the environmental by liquid nitrogen (77 K), it is possible to evaluate the exergy lost for all the main components. The results are presented in Table 3.

Table 3. Lost exergy of the main components

POINTS	$H_0 - H_i$ (J/g)	$Q/m$ (J/g)	$W/m$ (J/g)	$e_0 - e_i$ (J/g)	$e_{lost}$ (J/g)
DEWAR					
02-03	-0.789			048.71	
10-11	0.789			.....	
11-11 <sub>g</sub>	6.616			.....	
10-11 <sub>g</sub>	.....	0.000	-6.616	-494.79	452.70
REBUNCHER/ RETURN LINE					
09-10	1.000	0.833	-0.167	-068.90	066.65
CRYOSTAT B/ LINE					
03-04	4.556	1.889	-2.667	-286.14	283.34
HEAT EXCHANGER					
04-05	-4.556			281.04	
08-09	4.556	0.000	0.000	-308.35	027.31
CRYOSTAT A/ LINE					
05-06	5.000	1.889	-3.111	-314.80	312.44
BUNCHER/ RETURN LINE					
06-07	0.778	0.611	-0.167	-046.62	045.02
J - T					
07-08	0.000	0.000	0.000	-046.20	046.20

The results shown in table 3 permit us to quantify, in terms of percentage, the amount of lost exergy of each component. Thus:

Dewar	36.7%
Cryostat A / LHe line	25.3%
Cryostat B / LHe line	23.0%
Rebuncher / return line	5.4%
Buncher / return line	3.7%
J-T	3.7%
Heat Exchanger	2.2%

The above percentage distribution shows the importance of the Dewar in the exergy destruction of the system, as electric power dissipated by the heater. Next comes the cryostats and in this case the exergy losses are characterized by environmental heat inputs and RF power dissipation. The same occurs in the buncher and rebuncher. We can also note the related percentages of the J-T valve and the heat exchanger inside the valve box B.

### FINAL COMMENTS

The exergy analysis of a cryogenic system of a superconducting accelerator, permit us to identify the main sources of irreversibilities of a system, that the main goal is to produce and distribute a cryogenic fluid to cryostats, through valve boxes, transfer lines and heat exchangers.

The results indicate that the Dewar is responsible for the main destruction of the exergy, due to the heat dissipation of the heater. We must remark that this behavior may be modified with the installation of a third cryostat.



## ACKNOWLEDGEMENTS

We wish to acknowledge all the people of Argonne National Laboratory, specially to Eng. J. M. Nixon and Dr. L. M. Bollinger and gratefully thank the people of CCI Cryogenics, Inc. for their cooperation.

## REFERENCES

1. LINAC Studygroup, "Pelletron-LINAC design-update of the original proposal", Physics Institute, University of São Paulo, SP, Brazil, 1991.
2. J. F. Ordonez, O. B. Oliveira F., O. Sala, J. C. Acquadro and E. F. Pessoa, "The control of the cryogenic system of the superconducting accelerator at the University of Sao Paulo", Proceedings of the International Congress COLD'92, IIF, Buenos Aires, Argentina, 1992.
3. Proposal for helium liquefier for the University of Sao Paulo, CCI Cryogenics, Inc., Allentown, PA, USA, 1989.
4. J. Szargut, "Exergy Analysis of Thermal Chemical and Metallurgical Processes", Hemisphere Publishing Corporation, 1988.
5. A. Bejan, "Advanced Engineering Thermodynamics", John Wiley & Sons, New York, 1988.
6. M.Thirumaleshwar, "Exergy method of analysis and its application to a helium cryorefrigerator", Cryogenics, June, pp. 351, 1979.
7. J. M. Nixon, "The Atlas cryogenic system". Rev. Sci. Instrum. 57: 804,1985.
8. J. M. Nixon and L. M. Bollinger, "Cooling the ANL SC heavy-ion Linac with two refrigerators in parallel", Advances in Cryogenic Engineering, vol.27, pp. 579, 1982.
9. J. M. Nixon and L. M. Bollinger, "Forced circulation cooling system for the Argonne superconducting heavy ion LINAC", Advances in Cryogenic Engineering, vol. 25, pp. 317, 1980.
10. "Design of 1000 Liter Dewar", Technical Note, CCI-Cryogenics, Inc. Allentown, PA, USA, 1990.
11. O. B. Oliveira F., J. F. Ordonez, S. Oliveira Jr., "Análise exergética do sistema de refrigeração do acelerador de partículas PELLETRON-LINAC da Universidade de São Paulo", Proceedings of the 12th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Brasília, Brazil, 1993.
12. R. D. Mc Carty and V. D. Arp. "Thermophysical Properties of Helium-4 from 0.8 to 1500 K with Pressures to 2000 MPa", NIST, Technical note 1334, 1989.

## NOMENCLATURE

Symbol	PhysicalQuantity	Unit
m	mass flow rate	g / s
e	specific exergy	J / g
Q	heat rate	W
T	temperature	K
W	power	W
H	specific enthalpy	J / g
P	pressure	Atm.
S	specific entropy	J / g. K

## Indices

o	outlet
i	inlet
lost	lost
0	ambient (300 K, 1 Atm.)

## ANÁLISE ENERGÉTICA E EXERGÉTICA DO CICLO VAPOR DE UMA USINA SUCRO-ALCOOLEIRA

SERGIO ROBLES-VERTIOLA <sup>a</sup>  
 SILVIO DE OLIVEIRA JÚNIOR <sup>a, b</sup>

<sup>a</sup> Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo SA

<sup>b</sup> Escola Politécnica da USP

### RESUMO

*Neste trabalho é apresentada a análise energética e exergética do ciclo vapor de uma usina de açúcar e álcool de porte médio, baseada em dados de medição de campo. São calculados os rendimentos energéticos e exergéticos dos principais equipamentos/módulos, bem como são avaliadas as perdas e destruição de exergia.*

### NOMENCLATURA

ex	: exergia específica
Ēx	: fluxo de exergia
h	: entalpia específica
ṁ	: vazão mássica
PCI	: poder calorífico inferior
Q̇	: taxa de transferência de calor
s	: entropia específica
T	: temperatura absoluta
W	: potência
η	: rendimento
φ	: umidade relativa

### Subscritos

aa	: água de alimentação
ar	: ar de combustão úmido
c	: combustível
cald	: caldeira
caldo	: aquecimento de caldo
ciclo	: ciclo de vapor
D1	: destilaria 1
D2	: destilaria 2
e	: entrada
ee	: energia elétrica
ef	: energia elétrica fornecida
evap	: evaporação
ex	: exergético
i	: i-ésimo elemento
iso	: isoentrópico
mec	: mecânica
proc	: processo
purgas	: purgas
rep	: água de reposição
s	: saída
TG1	: turbo-gerador 1
TG2	: turbo-gerador 2
v	: vapor

### INTRODUÇÃO

A presente análise é realizada sobre dados obtidos em uma medição do ciclo vapor de uma usina sucro-alcooleira de porte médio do estado de São Paulo. Esta análise fornece elementos

adicionais para caracterizar o nível de eficiência do setor bem como para aprofundar a discussão relativa à cogeração. Este aspecto ganha importância no cenário do programa assinado em 1993 entre representantes do setor sucro-alcooleiro e as companhias energéticas do estado de São Paulo. O programa prevê o acréscimo de geração de energia elétrica para garantir a autosuficiência e exportação à rede num total aproximado de 3000 MW até o ano 2008 (PROGRAMA... 1993).

### CARACTERIZAÇÃO DA UNIDADE INDUSTRIAL

O fluxograma simplificado do ciclo vapor da usina é apresentado na figura 1.

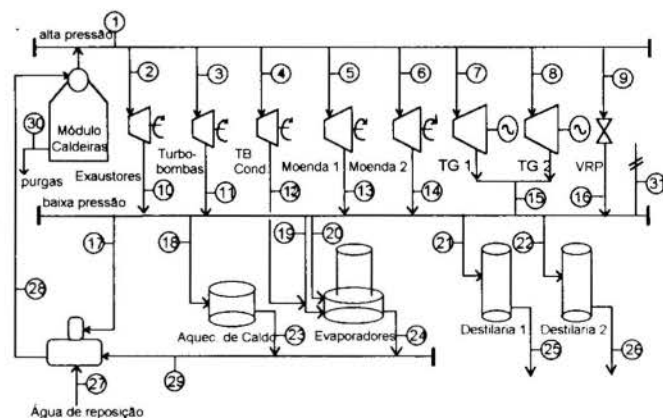


Figura 1. Fluxograma simplificado.

**Geração de vapor.** O vapor é gerado em quatro caldeiras de queima de bagaço, do tipo grelha basculante, totalizando aproximadamente 200 t/h @ 2,16 MPa abs e 290°C.

**Produção.** A produção da usina é de aproximadamente 19000 l/h de álcool hidratado e 500 t de açúcar por dia.

**Moagem.** O total de cana moída diariamente é da ordem de 8900 t.

**Excedente de bagaço.** O excedente de bagaço verificado durante o ensaio foi de 5%.

**Geração de energia elétrica.** Na usina é gerada energia elétrica em turbogeradores de potência nominal total de 4 MW.

## METODOLOGIA DA MEDIÇÃO

A metodologia (Robles-Vertiola et al., 1993 e IPT, 1990) é resumidamente descrita a seguir.

**Período de ensaio.** Para a obtenção de dados significativos das medições em campo, foi realizada a monitoração no meio da safra por um período de 48 h, utilizando-se dados referentes a 33 h de ensaio para fins de cálculo.

**Seleção de pontos de medição de vazão.** A escolha dos pontos de medição ao longo do ciclo vapor obedeceu ao critério de medição das correntes de entrada em cada um dos módulos ou obtenção destas por meio do balanço de massa.

**Seleção de pontos de medição de pressão e temperatura.** Os pontos de medição de pressão e temperatura foram escolhidos a fim de poder determinar o estado termodinâmico do vapor a montante de turbinas ou conjuntos de turbinas. Pontos de medição de temperatura adicionais foram determinados para permitir monitorar a temperatura de gases de chaminé de caldeiras, temperatura de tanques de água e de condensados.

**Módulo de caldeiras.** O conjunto de quatro caldeiras, que geram um total aproximado de 200 t/h @ 2,16 MPa abs e 290 °C teve de ser analisado como um módulo único em virtude da dificuldade de efetuar medições de vazão do combustível (bagaço) queimado em cada uma das caldeiras. Nos cálculos utiliza-se a vazão total média.

**Instrumentação.** Os instrumentos utilizados no ensaio, foram, em sua maioria, instrumentos com sinal elétrico.

Utilizaram-se, para efetuar medição de vazão, 22 placas de orifício, 2 medidores eletromagnéticos e 1 hidrômetro. Foram instalados 32 transdutores de pressão, 18 manômetros tipo Bourdon, 37 termopares tipo T e 2 aparelhos de Orsat.

No total, foram coletados 93 dados continuamente e 28 de maneira descontínua.

## DADOS DE MEDIÇÃO

Na tabela 2 são apresentados os dados correspondentes aos pontos assinalados na figura 1, onde as propriedades foram calculadas usando o programa TS<sup>®</sup>. O estado de referência adotado é  $p_0=0,09806$  MPa,  $T_0=298,15$  K e  $\phi=50$  %.

TABELA 1 - Dados de medição

Ponto No.	Equipamento	Vazão (t/h)	Pressão absoluta (MPa)	Temp. (oC)	Entalpia (kJ/kg)	Entropia (kJ/kg.K)	Exergia (kJ/kg)
1	Caldeira 1	47,6	2,157	291,0	3009,89	6,6976	1109,72
1	Caldeira 2	46,0	2,157	291,0	3009,89	6,6976	1109,72
1	Caldeira 3	53,8	2,157	297,3	3024,58	6,7253	1116,17
1	Caldeira 4	53,2	2,099	270,8	2963,41	6,6218	1085,84
2	Aliment. Exaustor 2	6,1	1,991	274,5	2972,42	6,6415	1088,97
2	Aliment. Exaustor 3	3,8	2,079	263,6	2942,06	6,5662	1081,09
2	Aliment. Exaustor 4	4,1	2,020	244,5	2893,12	6,4866	1055,86
3	TB Água Alimentação	5,9	2,050	268,8	2959,65	6,6260	1080,82
4	TB Cond. Barométrico	12,1	2,079	281,4	2989,33	6,6758	1095,65
5	Aliment. Moenda 1	46,0	2,069	286,6	3001,94	6,7014	1100,64
6	Aliment. Moenda 2	41,7	2,000	284,6	2999,13	6,7110	1094,96
7	Aliment. TG1	29,5	2,020	284,8	2999,09	6,7068	1096,17

8	Aliment. TG2	31,2	2,059	285,5	2999,63	6,6993	1098,96
9	Antes VRP	20,2	2,010	288,0	3004,16	6,6972	1104,11
10	Após Exaustores	14,0	0,245	202,6	2875,66	7,4165	761,16
11	Saida TBA	5,9	0,245	174,5	2818,05	7,2896	741,37
12	Saida TB CB	12,1	0,226	167,1	2803,86	7,2959	725,30
13	Saida Moenda 1	46,0	0,255	171,4	2811,02	7,2561	744,32
14	Saida Moenda 2	41,7	0,245	170,3	2809,30	7,2700	738,49
15	Saida TGs	60,7	0,255	140,5	2744,07	7,1050	722,44
16	Após VRP	20,2	0,147	235,0	3004,15	7,6786	811,15
17	Vapor desaerador	15,4	0,275	164,0	2794,02	7,1846	748,67
18	Vapor aq. caldo	47,6	0,128	143,1	2752,74	7,1791	709,01
19	Aliment. Evap. 1	18,1	0,226	143,7	2754,08	7,1820	709,48
20	Aliment. Evap. 2	38,6	0,226	143,1	2752,74	7,1791	709,01
21	Aliment. D1	18,6	0,216	144,7	2757,13	7,2093	704,42
22	Aliment. D2	43,3	0,245	176,3	2821,82	7,2980	742,64
23	Condensado Aq. Caldo	47,6	0,121	105	440,62	1,3639	130,69
24	Condensado Evap.	67,6	0,3956	143,2	602,56	1,7710	171,26
25	Saida D1	18,6	0,098	97,0	407,02	1,2743	123,82
26	Saida D2	43,3	0,098	97,0	407,02	1,2743	123,82
27	Água de Make-up	68,8	0,098	25,0	103,90	0,3640	92,10
28	Alimentação caldeiras	219,4	2,157	123,0	516,53	1,5597	148,22
29	Condensado desaerador	204,0	0,461	87,0	365,08	1,1595	116,11
30	Purgas	18,8	2,157	216,0	925,89	2,4815	282,74
31	Escape p/ atmosfera	6,9	0,245	170,8	2810,35	7,2725	738,78

A vazão de combustível média, bagaço de cana com 50% de umidade, foi de 95,5 t/h

## USO DO VAPOR NO CICLO

O vapor gerado nas caldeiras totaliza uma vazão média de 200,6 t/h e sua distribuição na unidade está indicada na tabela 2.

TABELA 2 - Distribuição do consumo de vapor

Módulo	Vazão (t/h)	Fração da vazão no nível de pressão (%)
Vapor de alta pressão	180,4	100,0
• Moagem	87,7	48,6
• Turbo-geradores	60,7	33,6
• Turbinas de exaustores de caldeiras	13,0	7,8
• Turbo-bomba do condensador barométrico	2,1	6,7
• Turbo-bomba de água de caldeiras	5,9	3,3
Vapor de baixa pressão	193,7	100,0
• Aquecimento de caldo	47,6	24,6
• Destilação	61,9	32,0
• Evaporação/Fábrica de açúcar	68,8	35,5
• Desaerador	15,4	8,0
Perdas	6,9	100,0
• Escape para a atmosfera	6,9	100,0

Deve-se notar que a produção de vapor é superior em 20,2 t/h ao consumo de vapor de alta pressão. Conclui-se daí que esta diferença passa pelas válvulas redutoras de pressão, fato comprovado pelas medições de temperatura realizadas.

Por outro lado, o consumo de vapor de baixa pressão é também inferior à geração, donde se conclui que esta diferença, de 6,9 t/h, é perdida para a atmosfera.

### ANÁLISE DE DESEMPENHO

Foram calculados os rendimentos energético e exergético (Szargut, 1988 e Kotas, 1985) para o ciclo e para os principais equipamentos.

Os insumos e produtos do ciclo vapor são aqueles apresentados na figura 2.

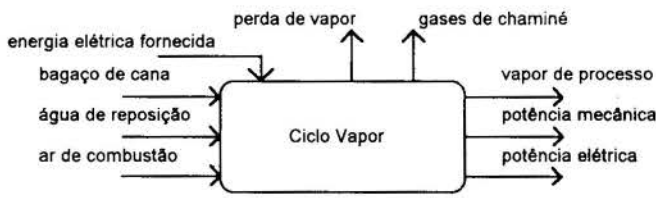


Figura 2. Insumos e produtos do ciclo vapor.

**Rendimento energético.** O rendimento energético do módulo de caldeiras é definido como

$$\eta_{cald} = \frac{\sum_i \dot{m}_{vi} \cdot (h_i - h_{aa}) + \dot{m}_{purgas} \cdot (h_{sat} - h_{aa})}{\dot{m}_c \cdot (PCI + C_{pc} \cdot \Delta T_c) + \dot{m}_{ar} \cdot C_{par} \cdot \Delta T_{ar} + \dot{m}_{aa} \cdot C_{paa} \cdot \Delta T_{aa}} \quad (1)$$

onde  $\Delta T_c = \Delta T_{ar} = 0$ . Esta formulação está de acordo com a norma ASME (1965).

O rendimento dos turbo-geradores é dado por

$$\eta_{TG} = \frac{\dot{W}_{ee}}{\dot{m}_v \cdot (h_e - h_{s,iso})} \quad (2)$$

Para as turbinas de acionamento o rendimento é expresso por

$$\eta_T = \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{m}_v \cdot (h_e - h_{s,iso})} \quad (3)$$

onde  $\dot{W}_{mec} = \eta_{mec} \cdot (h_e - h_s)$  considerando o rendimento mecânico igual a 0,9.

No caso das outras turbinas de acionamento, onde não foi medido o trabalho realizado nem é possível fazer uma boa estimativa, foi calculado o rendimento isoentrópico.

$$\eta = \frac{h_e - h_s}{h_e - h_{s,iso}} \quad (4)$$

Finalmente, o rendimento energético do ciclo é calculado pela expressão

$$\eta_{ciclo} = \frac{\dot{W}_{mec} + \dot{W}_{ee} + \dot{Q}_{proc}}{\dot{m}_c \cdot (PCI + C_{pc} \cdot \Delta T_c) + \dot{m}_{ar} \cdot C_{par} \cdot \Delta T_{ar} + \dot{m}_{aa} \cdot C_{paa} \cdot \Delta T_{aa} + \dot{W}_{ef}} \quad (5)$$

que também se simplifica devido a  $\Delta T = 0$ .

**Rendimento exergético.** O rendimento exergético do módulo de caldeiras é expresso por

$$\eta_{ex,cald} = \frac{\sum_i \dot{m}_{vi} \cdot (ex_i - ex_{aa})}{\dot{m}_c \cdot ex_c + \dot{m}_{aa} \cdot ex_{aa}} \quad (6)$$

onde  $ex_c$  é calculada de acordo com a expressão apresentada em (Szargut, 1988) para combustíveis sólidos, que depende da composição elementar e do poder calorífico inferior.

O rendimento dos turbo-geradores é dado por

$$\eta_{ex,TG} = \frac{\dot{W}_{ee}}{\dot{m}_v \cdot (ex_e - ex_s)} \quad (7)$$

Para as turbinas de acionamento

$$\eta_{ex,T} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{m}_v \cdot (ex_e - ex_s)} \quad (8)$$

e, finalmente, o rendimento exergético do ciclo de cogeração é dado pela expressão

$$\eta_{ex,ciclo} = \frac{\dot{W}_{mec} + \dot{W}_{ee} + \sum_i \dot{m}_i \cdot (ex_{e,i} - ex_{s,i})}{\dot{m}_c \cdot ex_c + \dot{m}_{aa} \cdot ex_{aa} + \dot{W}_{ef}} \quad (9)$$

onde  $i$  representa os diversos consumidores de vapor.

Utilizando os dados obtidos nas medições (tabela 1), chega-se aos rendimentos apresentados na tabela 3.

Tabela 3 - Rendimentos energéticos e exergéticos no ciclo de vapor.

Equipamento	Rendimento energético (%)	Rendimento exergético (%)
TG1	55,6	62,0
TG2	49,7	55,2
Moenda 1	30,1	35,6
Moenda 2	29,9	35,4
Módulo de caldeiras	64,5	24,0
Ciclo de vapor	42,6	16,4
Exaustores <sup>a</sup>	15,6	-
TB água de alimentação <sup>a</sup>	34,0	-
TB condensador barométrico <sup>a</sup>	42,1	-

a) apresenta-se o rendimento isoentrópico.



## COMENTÁRIOS FINAIS

Durante o ensaio operou-se a planta em regime o mais próximo possível do regime permanente, excluindo-se dados de intervalos de transitórios devido a paradas de moendas ou problemas de alimentação de combustível. Mesmo naquela situação, quando os consumos de vapor de alta e de baixa pressão devem ser equivalentes foi verificado a passagem de vapor através da válvula redutora de pressão. A exergia destruída neste processo atinge o valor de 1788 kW. Este valor corresponde a cerca de 50% da exergia utilizada na geração de energia elétrica em um dos turbo-geradores da unidade.

Observando este valor pode-se dizer que, no caso de uma unidade que tem consumos de vapor de alta e baixa pressão desbalanceados, após efetuar todas as medidas para evitar essa condição, é aconselhável realizar uma análise termo-econômica a fim de avaliar a instalação de um turbo-gerador para realizar a expansão do vapor.

O vapor de baixa pressão perdido para a atmosfera (representando 3,4% em massa do vapor gerado) equivale a uma perda de exergia (física) de 1240 kW. É interessante comparar este valor com a perda representada pelos gases de chaminé. Na unidade analisada as caldeiras operaram com excesso de ar médio da ordem de 110% e temperatura de gases de chaminé média de 190 °C, de modo que a exergia física perdida por meio dos gases de chaminé atinge 12 kW.

Os índices aqui calculados apontam para a necessidade de elevar os níveis dos rendimentos energéticos e exergeticos a patamares mais elevados, a fim de atingir as metas estabelecidas no programa de cogeração do setor.

Para elevação dos índices podem ser tomadas medidas tradicionais de racionalização do uso da energia, num primeiro momento, passando-se posteriormente a modificações de processo e equipamentos, como a elevação do nível de geração de vapor, possibilitando a geração de energia elétrica em equipamentos mais eficientes, e, por fim, a adoção de outra tecnologia, como é o caso do ciclo combinado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- PROGRAMA de cogeração e produção particular de energia elétrica no setor sucroalcooleiro do estado de São Paulo São Paulo, Secretaria de Energia do Estado de São Paulo, 1993 08 p.
- ROBLES-VERTIOLA, S. et alii Análise energética do ciclo vapor de uma usina sucro-alcooleira 5º Congresso Nacional da STAB Águas de São Pedro, 1993.
- INSTITUTO de PESQUISAS TECNOLÓGICAS do ESTADO de SÃO PAULO S.A. Conservação de energia na indústria do açúcar e do álcool. Manual de recomendações. São Paulo, 1990. 796 p. (IPT-Publicação, 1817)
- TS-Programa de cálculo de propriedades da água. Agrupamento de Engenharia Térmica, Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo. São Paulo, IPT, 1993.
- KOTAS, T.J. The exergy method of thermal plant analysis London, Butterworths, 1985. 296 p.

- SZARGUT, J. et alii Exergy analysis of thermal, chemical and metallurgical processes New York, Hemisphere, 1988. 332 p.
- AMERICAN SOCIETY of MECHANICAL ENGINEERS - ASME. Performance test code for steam generating units. ASME/PTC 4.1. New York, 1965.

## ABSTRACT

This paper presents the energetic and exergetic analyses of the steam cycle of a medium sized sugar and alcohol mill, based on measured data. Energetic and exergetic efficiencies of the main equipments/modules are calculated. Exergy losses/destruction are also evaluated.

## ASPECTOS ECOLÓGICOS DA ANÁLISE EXERGÉTICA : REVISÃO E ESTUDO DE CASO

Marcelo Risso Errera

Luiz Fernando Milanez

Dep. de Energia - FEM UNICAMP  
CP 6122 - 13083 - 970  
errera@fem.unicamp.br

### RESUMO

*Este trabalho analisa duas abordagens existentes que consideram os aspectos térmicos, econômicos e ecológicos dos processos. Discute-se a importância e possível extensão de cada. Considerações são feitas sobre a exergia como indicador do grau de poluição de um efluente e da qualidade de um recurso natural. Ao final é apresentado um caso comparativo entre dois métodos de extinção (apagamento) do coque siderúrgico após sua coqueificação - CDQ e CWQ.*

### INTRODUÇÃO

A crescente escassez de recursos naturais para a geração de energia elétrica, bem como aquecimento e refrigeração nos processos industriais e residências em geral, levaram à vinculação de conceitos termodinâmicos à economia - *Termoeconomia* (Tribus & Evans, 1962; Frangopoulos, 1983; Valero & Lozano, 1994).

Para melhor compreender este trabalho recomenda-se a leitura de Reistad, 1970; Szargut, 1980; Moran, 1982; Kotas, 1985; Bejan, 1988 e Milanez & Gallo, 1992 a respeito de *Exergia*.

A Análise Exergética é a ferramenta que permite distinguir claramente entre as perdas de energia para o ambiente e as irreversibilidades internas ao processo, sendo complementar à análise de 1ª Lei da Termodinâmica.

Várias abordagens já foram idealizadas e aplicadas; a seguir serão apresentadas duas - *Custo Ecológico* (Szargut, 1978) e *Environomics* (Frangopoulos, 1992).

### O CUSTO ECOLÓGICO

O Custo ecológico,  $\rho$ , expressa o consumo total de exergia dos recursos naturais não-renováveis vinculados a toda uma cadeia de produção, partindo da matéria prima até o produto final em estudo. Complementa-se incluindo também os danos materiais e ecológicos dos efluentes do processo (Szargut, 1986).

Para efeito de simplificação, Szargut partiu para relações lineares, permitindo aplicar programação linear para otimizar após realizar o balanço exergético. Para isso, foi considerado o balanço indicado na Fig. (1) (Szargut, 1978).

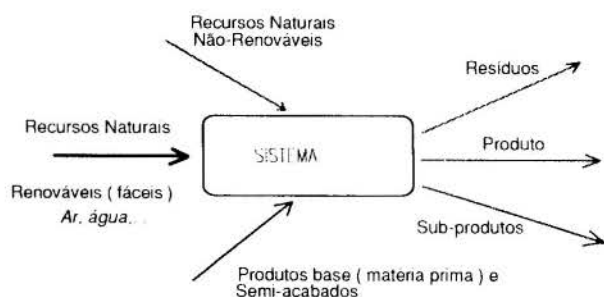


Figura 1. Interação do sistema com o exterior

Devido à maneira como a exergia é definida, relativa a um estado de referência no ambiente, ela pode ser utilizada como uma medida da qualidade de um recurso natural. Recursos naturais são os componentes do ambiente que diferem dos valores médios ambientais na sua composição química e nos seus parâmetros termodinâmicos.

A exergia de cada elemento dos efluentes será anulada ou não na vizinhança externa em algum tempo. Isso deve causar algumas consequências no meio ambiente e que de um modo geral são de degradação. Para os efluentes a exergia se caracteriza como uma propriedade diretamente vinculada ao desequilíbrio físico e químico em relação ao estado de referência (Gallo & Milanez, 1990) ou ao meio ambiente. (Szargut, 1986).

Ao contrário da energia que sempre se conserva, a exergia pode ser destruída ou gerada (localmente) pelos seres vivos, no caso, a biomassa utilizada em processos. Entretanto, a atividade humana a destrói mais rapidamente que a tendência do ecossistema de restaurá-la (Szargut, 1986).

Ao analisar um processo sob a ótica ecológica, deve-se considerar os custos ecológicos dos elementos beneficiados ou produzidos. Para exemplificar, considere uma análise exergética num motor diesel. A exergia destruída no ciclo do motor, deve-se somar o custo ecológico associado ao refino do petróleo (recurso não-renovável, emissão de efluentes, consumo de eletricidade,...). Não se pode considerar que um sistema alimentado a gás natural tenha o mesmo "impacto ecológico" que outro a gás proveniente de uma refinaria. O gás natural foi concebido ao longo dos anos pelo próprio ecossistema, sem chuva ácida, dano à flora e fauna e à saúde humana.

Ao considerar os custos ecológicos dos recursos semi-acabados que são utilizados num processo, deve-se estabelecer a amplitude da análise, podendo ser: doméstica (país) ou global (Szargut, 1990).

Na análise doméstica, quando um país adquire produtos já beneficiados, semi-acabados ou recursos não renováveis de outros países, o custo ecológico se torna menor, pois os danos ecológicos foram gerados em outro lugar, sendo assim a análise global mais coerente. Pode-se citar o caso das exportações brasileiras de placas de aço semi-acabadas, minério de ferro, papel celulósico e outros com grande quantidade de energia elétrica agregada (alumínio), até produtos agro-industriais, se considerarmos as áreas devastadas para o plantio.

O custo ecológico pode ser apresentado na forma da Eq. (1) (Szargut, 1990).

$$\rho_m = \sum_n \left[ a_{nm} - f_{nm} + d_{nm} + \sum_s B_{sm} \cdot x_{ns} \right] \cdot \rho_n + \sum_s \left[ B_{sm} \cdot \left( \sum_k y_{ks} + z_s \right) \right] + \sum_k B_{km} \quad (1)$$

Numa maneira conceitual, Szargut abrangeu os aspectos mais importantes. Existe uma dificuldade de implementação dessa abordagem, já que é necessário obter as exergias de uma série de produtos e recursos naturais e suas correlações. Talvez numa análise em macro-escala ( país ) possa se justificar estudos em busca da exergia, da concentração, e dos índices de destruição ocasionados pelos efluentes.

A partir das idéias do *custo ecológico*, chega-se a uma conclusão já comum entre os ecólogos - *toda atividade humana deve devolver ao ecossistema os efluentes em sua forma naturalmente encontrada*, ou escrevendo de outra forma : com exergia nula,  $Ex_{ef} = 0$  na fonte ( atmosféricos ).

### TERMOCONOMIA COM CONSIDERAÇÕES AMBIENTAIS

A abordagem aqui apresentada é baseada na *Thermoecologic Functional Approach*, T.F.A. ( Frangopoulos, 1983 ). As considerações ambientais foram implementadas permitindo incluir os custos do controle da poluição, bem como as penalidades e ganhos relativos à contaminação do exterior ou reciclagem dos resíduos, respectivamente (Frangopoulos, 1992).

Denominada "*Environomics*", a análise permite concluir otimizando o sistema sob vários critérios e já considerando os limites de emissões. Em caso de combinar critérios conflitantes, pode-se utilizar de técnicas programação multi-objetivo. Alguns critérios podem ser sugeridos,

*termodinâmico :*

- Max  $\eta_{1th}$  rendimento de Primeira Lei ;
- Max  $\eta_{2nd}$  Segunda Lei ;
- Max w Potência específica ;
- Min  $H_f$  consumo de combustível ;
- Min I Irreversibilidade gerada ;

*econômico :*

- Min  $Z_a$  Custo anualizado ;
- Max  $L_a$  Lucro anualizado ;

*ambiental :*

- Min E Emissões ;
- Max  $\delta$  Eficiência de despoluição ;

Foi proposto que para cada equipamento de controle ambiental,  $rm$  ( Fig. 3 ) seja associada uma eficiência de redução ou abatimento,  $\delta_{rm}$ , definida pela Eq. (2) e a poluição lançada ao exterior,  $p_{rm}$  sendo função da produção da unidade  $r$ ,  $y_r$ , e de suas características técnicas. Geralmente  $p_{rm}$  está associada a alguma penalização que o sistema sofre por poluir. Os parâmetros para avaliar estas penalizações devem ser determinados pelo Estado e de tal forma a conduzir ao mínimo de dano ao ecossistema.

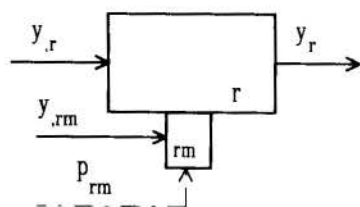


Figura 3 - Unidade com dispositivo de controle.

$$\delta_{rm} = \frac{P_{rmi} - P_{rm}}{P_{rmi}} \quad (2)$$

Algumas medidas da poluição foram sugeridas com base na exergia Eq. (3.a) e (3.b).

$$P_{rm}^q = Ex^q = \left( 1 - \frac{T_0}{T} \right) Q \quad (3.a)$$

$$P_{rm}^{ch} = Ex^{ch} = \left( \sum_k (\mu_{k0} - \mu_k^0) N_k \right) \quad (3.b)$$

As expressões acima representam a poluição térmica e química, respectivamente. São expressões elegantes porém atualmente toda a legislação estabelece os limites em g/kJ, g/kWh, g/Nm<sup>3</sup>, etc.. Para contornar este inconveniente Gaivao e Jaumotte, 1985 propuseram o fator de dano para qualquer tipo de emissão (Eq. 4).

$$P \equiv \frac{\alpha - \alpha_0}{\bar{\alpha} - \alpha_0} A \quad (4)$$

onde

$$\frac{\alpha - \alpha_0}{\bar{\alpha} - \alpha_0} \rightarrow \text{fator de dano}$$

Deste modo a poluição térmica e química podem ser representadas por :

$$P_{rm}^q = \frac{T - T_0}{\bar{T} - T_0} Q \quad (3.c)$$

$$P_{rm}^{ch} = \frac{c - c_0}{\bar{c} - c_0} c \cdot V \quad (3.d)$$

As expressões acima ponderam tanto em espécie como em fluxo. Conforme o receptor dos efluentes, também deve se considerar a capacidade dispersiva do meio ( exemplo : poluição térmica num pequeno lago ou rio ).

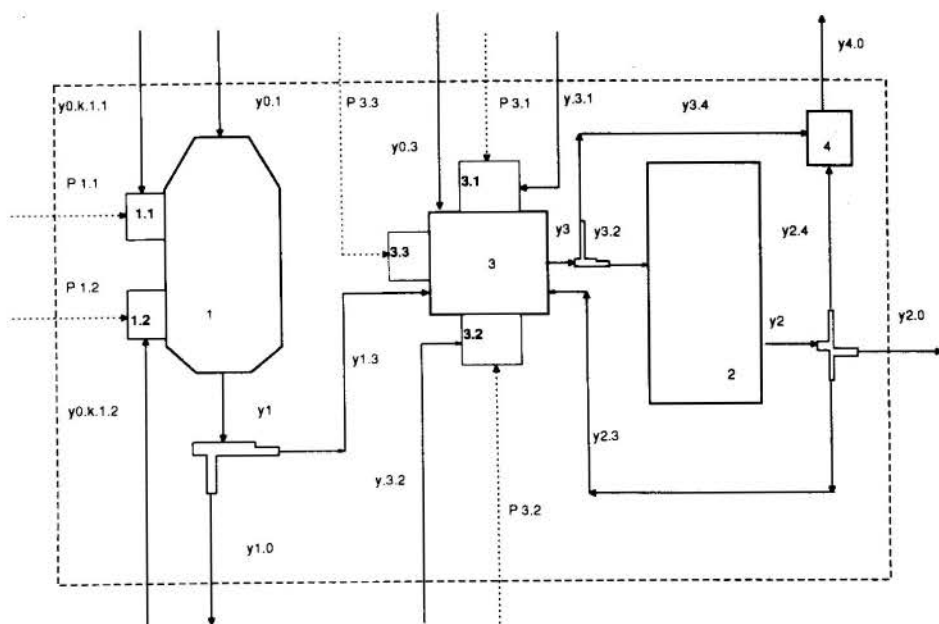
Esta abordagem permite analisar um sistema sob duas óticas - *empresa e comunidade*. No caso de se encarar o problema sob o ponto de vista da empresa, o mau dimensionamento da penalização por poluir pode levar o sistema a continuar com as emissões atuais e assumir os custos das multas. Por outro lado, com o Estado promovendo campanhas de conservação ambiental, a empresa poderá obter ganhos por reduzir ou eliminar suas emissões. Estes ganhos estão associados à melhoria da imagem da empresa no mercado e outros tipos de ganhos em *marketing*. Tudo isso, se apropriadamente quantificado, pode ser incluído na análise.

Através de gráficos de *Trade-Off* entre *custos e emissões* pode-se estimar quanto uma empresa estaria disposta a investir no seu processo. Investimentos estes, não só voltados ao controle ambiental, mas também em processos *limpos* ou matéria prima de melhor qualidade ( combustível com menos enxofre, ... ).

### ESTUDO DE UM SISTEMA DE APAGAMENTO DE COQUE A SECO - CDQ

Um sistema de apagamento de coque siderúrgico a seco, ou *Coke Dry Quenching - CDQ* foi estudado e comparado ao processo convencional a úmido *Coke Wet Quenching - CWQ*. Esses sistemas entram na cadeia produtiva de uma siderúrgica para apagar o coque incandescente recém saído dos fornos de coqueificação. De concepção diferente, o CDQ aproveita a energia retirada do coque incandescente a 1050 °C através da circulação de um gás à base de N<sub>2</sub> através dele para gerar vapor ( 350 °C e 23 atm ) num processo contínuo de extinção, enquanto no processo a úmido, CWQ, é lançado água a temperatura ambiente sobre o coque até sua extinção. Todo o vapor ali produzido ascende para a atmosfera carregando consigo material particulado e alguns hidrocarbonetos.

A princípio, uma análise energética já seria necessária para indicar o CDQ como mais adequado, entretanto ao abordar o tema através da ótica apresentada neste trabalho, vê-se que a exergia



- |                             |   |                        |
|-----------------------------|---|------------------------|
| 1 - Câmara de extinção      | 4 - Unidade fictícia                      | 3.1 - Ciclones         |
| 2 - Caldeira de recuperação | 1.1 - Despoeiramento da carga de coque    | 3.2 - Coletor primário |
| 3 - Corpo do CDQ            | 1.2 - Despoeiramento da descarga de coque | 3.3 - Emissões livres  |

Figura 4 - Diagrama Funcional do CDQ

destruída no CWQ é muito maior e deverá se incorporar a toda análise subsequente que seja feita na cadeia produtiva (alto-forno, laminação, etc...). Se alternativas semelhantes ao CDQ forem implementadas ao longo de todo o processo de fabricação do aço, é esperada uma redução significativa no seu custo ecológico.

Comentando brevemente os aspectos operacionais e econômicos, o CDQ requer uma estrutura e controle maior, com custo inicial e operacional também maior. O processo contínuo do CDQ é superior ao sistema de bateladas do CWQ.

Outro ponto a se destacar é o de emissão de particulados no CDQ. Por ser um processo a seco, há uma tendência de facilitar o arraste das partículas pelos ventos. Esse inconveniente é superado com equipamentos adequados de despoeiramento (ciclones, filtros de manga,...). Além disso, todo o material coletado ( fins ) é reaproveitado e em torno de 70 % ( caso particular estudado ) é vendido por aproximadamente US\$ 100.00 a tonelada, quase como um subproduto. Para mais informações ver Errera *et al*, 1994.

A Fig. (4) apresenta o *diagrama funcional* (Frangopoulos, 1983) do CDQ estudado. As unidades e seus dispositivos estão ligados entre si através de fluxos de energia representados pelas setas. O vetor  $\bar{y}_{r,m}$  apontando para os dispositivos de controle ambiental representa os recursos utilizados do exterior além do ganho proveniente da venda de parte do material particulado retido. A unidade (4) é fictícia e aparece no modelo para expressar as perdas para o exterior. O elemento  $\bar{y}_{2,1}$  representa a energia utilizada para acionar as turbinas dos sopradores do gás circulante.

Os elementos  $p_{r,m}$  pontilhados representam as emissões de cada dispositivo, apesar do fato de estarem apontando para os mesmos indica que há um custo ou penalização que o sistema está sujeito ou pagando ao exterior (como um recurso sendo utilizado).

A abordagem *Environomics* propicia muitas informações da instalação - permite identificar o custos marginais de despoluição ou controle ambiental do sistema ( Errera, 1994).

Os resultados obtidos da análise exérgica são ilustrados nas figuras (5a) e (5b) em relação aos percentuais dos fluxos. A exergia destruída por coque extinto nos dois casos é apresentada na fig. (6) que mostra o CDQ gerando metade de irreversibilidade do CWQ.

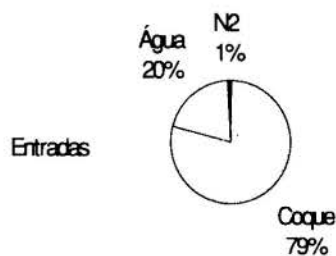


Figura 5a - Fluxo de entrada de exergia

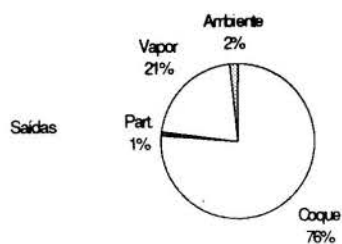


Figura 5b - Fluxo de saída de exergia

As principais fontes de geração de irreversibilidade no CDQ são a extinção do coque e sua combustão parcial, a compressibilidade do gás circulante, o escoamento através da caldeira de recuperação, a turbina do soprador e os dois ciclones.

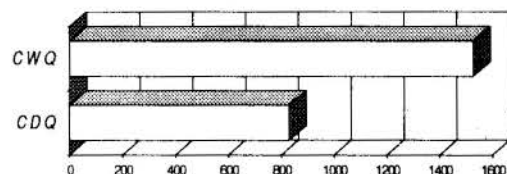


Figura 6 - Exergia destruída ( kJ/kgCoque )



## CONCLUSÃO

Aspectos ecológicos geralmente encontram obstáculos na área econômica, quando aparentemente apontam para interesses conflitantes. Alternativas semelhantes à deste trabalho ( CDQ ) têm sido apresentadas constantemente, mas nem todas implementadas. Considerar todos os critérios em um única análise propicia uma melhor discussão e esclarecimento aos diversos setores da comunidade. A abordagem *Environomics* permite modelar, otimizar e estabelecer argumentos para decidir melhor entre termodinâmica, economia e ecologia dentro de suas respectivas importâncias que o decisor atribuir.

A análise através do *Custo Ecológico* se implementada de maneira global permite que países como o Brasil ( em desenvolvimento), se previna dos processos mais agressivos à ecologia.

## TERMINOLOGIA

### Custo Ecológico

- $\rho$  custo ecológico unitário ;  
 $a_{mn}$  coeficiente do consumo geral de produtos semi-acabados (nacionais) **n** ou da mão-de-obra dispensada ao processo **m**, por unidade do produto principal ;  
 $f_{nm}$  Coeficiente de sub-produção do **n** em relação à unidade **m** (principal) ;  
 $d_{nm}$  Coeficiente do consumo de produtos semi-acabados importados substituindo um semi-acabado nacional **n** ;  
 $B_{sm}$  Exergia dos poluentes **s** por unidade do produto principal **m** produzido ;  
 $x_{sm}$  Coeficiente de degradação do bem **n** por unidade de exergia dos poluentes **s** ;  
 $y_{ks}$  Coeficiente de degradação do recurso natural não-renovável **k** por unidade de exergia dos poluentes **s** ;  
 $Z_s$  Multiplicador do consumo de exergia para eliminar os resultados da deterioração da saúde humana, por unidade de exergia do poluente **s** ;  
 $B_{km}$  Consumo direto de recursos naturais não-renováveis nacionais **k** por unidade **m** ( produto ) .  
 O coeficiente  $d_{nm}$  pode ser expresso por :

$$d_{nm} = X_n \frac{\sum_r D_r a_{rm}}{\sum_n X_n D_n}$$

onde  $D_r$ ,  $D_n$  custo unitário do produto importado **r** por unidade de **m**;

- $x_n$  exportação do produto **n** ;  
 $a_{rm}$  Coeficiente do consumo total do produto importado **r** por unidade **m**.

Lembrando que um sub-produto desse processo pode ser às vezes, um produto final de outro país, então :

$$f_{nm} = f_{um} z_{nu}$$

- $f_{um}$  Coeficiente de sub-produção de **u** por unidade do produto principal **m** ;  
 $z_{nu}$  Taxa de substituição (quantidade em unidades do produto principal **n** substituído pelo sub-produto **u**).

### Environomics

- $P_{rmi}$  Efluente antes de ser tratado ;  
 $T$  Temperatura  
 $c$  Concentração volumétrica  
 $V$  Vazão volumétrica do efluente  
 $Q$  Fluxo de calor ao ambiente  
 $\alpha$  propriedade medida na saída do equipamento ;  
 $\alpha_0$  Estado de referência no meio ambiente;  
 $\bar{\alpha}$  limite permitido pela sociedade ;  
 $A$  vazão, em volume ou massa, e fluxos em geral ;  
 $y_{rT}$  recursos utilizados pela unidade **r** ;

## BIBLIOGRAFIA

- Bejan, A. (1988): *Advanced Engineering Thermodynamics*. John Wiley & Sons.  
 Errera, M. R. (1994) : Considerações Ambientais em Termoeconomia : Um Estudo de Caso. Tese de Mestrado. UNICAMP, Campinas, SP.  
 Errera, M.R.; da Cruz, S. S. ; Milanez, L.F. (1994) : *Análise Térmica do Sistema de Apagamento de Coque a Seco (CDQ) da CST : Aspectos Operacionais e Ecológicos*. Anais do Congresso Internacional de Tecnologia Metalúrgica e de Materiais (Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais - ABM). 10 a 13 de outubro, 1994. São Paulo, SP.  
 Frangopoulos, C. A. (1983): *Thermoeconomic Functional Analysis: A Method for Optimal Design or Improvement of Complex Thermal Systems*. Ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology.  
 Frangopoulos, C. A. (1992): *An Introduction to Environomic Analysis and Optimization of Energy-Intensive Systems*. In The International Symposium on Efficiency, Costs, Optimization and Simulation of Energy Systems, Zaragoza, Spain. ASME, ECOS'92, 231-239.  
 Gaivao, A. & Jaumotte, A.L. (1985): *Evaluation Économique de la Pollution de l'Environnement par une Activité Industrielle. Application aux Centrales Électriques*. Entropie 121, 5-11.  
 Gallo, W.L.R. & Milanez, L.F. (1990): *Choice of a Reference State for Exergetic Analysis*. Energy 15(2), 113-121.  
 Kotas, T.J. (1985): *The Exergy Method of Thermal Plant Analysis*. Butterworths.  
 Milanez, L.F. & Gallo, W.L.R. (1992): *Exergy : Concepts and Applications*. Revista Brasileira de Ciências Mecânicas. XVI(3), 279-298.  
 Moran, M.J. (1982): *Availability Analysis : A Guide to Efficient Energy Use*. Prentice-Hall, Inc.  
 Reistad, G.K. (1970): *Availability : Concepts and Applications*. PhD Thesis, University of Wisconsin.  
 Szargut, J. (1978), *Minization of the Consumption of Natural Resources*. Bull. Acad. Pol. Tech., 6, pp 41-45.  
 Szargut, J. (1980): *International Progress in Second Law Analysis*. Energy 5(8-9), 709-718.  
 Szargut, J. (1986), *Application of Exergy for the Calculation of Ecological Cost*. Bull. Acad. Pol. Tech., 34, pp 475-480.  
 Szargut, J. (1990), *Ecological Aspects of Exergy Analysis*. Workshop on Second Law of Thermodynamics. Erayes U-T.I.B.T.D 27-30/8/1990, Kayseri.  
 Tribus, M. & Evans, R. B. (1962), *A Contribution to the Theory of Thermoeconomics*, UCLA Report No. 62-36, University of California at Los Angeles, Ca.  
 Valero, A & Lozano, M.A. (1994). *Curso de Termoeconomia*. (2 vol). UNICAMP, Campinas. Julho, 1994.

## AGRADECIMENTOS

Discussões com os professores Waldyr Gallo, Silvia Nebra de Perez e Gilberto Martins muito contribuíram para a elaboração deste trabalho.

O primeiro autor agradece ao CNPq pela bolsa concedida e ao BANDES e à CST pelo suporte.

## ABSTRACT

*Two existing approaches considering thermal, economic and ecological aspects of processes are analyzed in this work. The relevance and possible extension of each approach is discussed. Considerations are made about the exergy as an indicator of the degree of pollution on an effluent and of the quality of the natural resource. A comparative study is presented for the two methods of quenching the siderurgical coke.*

SIMULAÇÃO DA EVOLUÇÃO DE TRAÇADORES EM  
 ESCOAMENTOS TURBULENTOS EM GEOMETRIAS  
 RETANGULARES

HARRY EDMAR SCHULZ e WOODROW NELSON LOPES ROMA  
 Departamento de Hidráulica e Saneamento  
 Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo  
 13560-250, São Carlos, São Paulo

RESUMO

O modelo  $k-\epsilon$  é usado para simular escoamentos em regime turbulento que ocorrem em geometrias retangulares. Atenção especial é dada à simulação da evolução da concentração de traçadores lançados na seção de entrada. A curva de evolução da concentração é monitorada na seção de saída. O efeito do tempo de injeção do traçador é analisado a partir dos resultados simulados e da solução analítica de um caso ideal. Observa-se que a solução analítica pode ser usada para avaliar *a priori* a ordem de grandeza do tempo de injeção, de forma que este não interfira no resultado obtido para a curva de concentração do traçador.

INTRODUÇÃO

O transporte de traçadores em escoamentos em geometrias complexas é um assunto de interesse para as ciências da engenharia. Exemplos de seu uso são os estudos das características de bacias de sedimentação usando as curvas de evolução de concentração nas seções de saída, e, também, o estudo da auto-depuração de rios (considerando o oxigênio como um traçador).

O transporte de traçadores está vinculado geralmente a escoamentos turbulentos, não existindo soluções analíticas de uso geral. Por outro lado, estudos experimentais são morosos e onerosos. Assim, o uso de ferramentas numéricas surge como uma forma alternativa rápida e de baixo custo que permite avaliar características gerais em escoamentos complexos. Curvas de evolução de concentração podem também ser simuladas. Contudo, o tempo de injeção da amostra, um parâmetro necessário para efetuar as simulações, geralmente não é fornecido ou é escolhido como uma porcentagem fixa do tempo teórico de residência, um procedimento que não pode ser generalizado, no que tange ao valor de porcentagem adotado (Stamou et al., 1989). Algumas tendências das curvas de concentração em escoamentos simples podem ser estudadas a partir de soluções analíticas próprias. Neste trabalho estuda-se o efeito do tempo de injeção da amostra sobre as curvas de concentração, utilizando-se uma solução analítica para um caso simplificado e simulações efetuadas com base em dados da literatura. Como resultado apresenta-se, então, uma forma de avaliar, *a priori*, a faixa utilizável do tempo de injeção.

APROXIMAÇÃO ANALÍTICA

Neste estudo optou-se por utilizar tanques de geometria retangular, conforme o esquema da figura 1, de forma similar àquela estudada por Stamou e Adams (1988) e discutida em Adams e Rodi (1990) e Schulz e Krebs (1994)

O caso ideal, utilizado para avaliar tendências das curvas de concentração, é mostrado na figura 2, onde admite-se que haja turbulência isotrópica e homogênea. Nas figuras 1 e 2,  $C$  é a concentração do traçador,  $U$  é a velocidade média do escoamento,  $L$  é o comprimento do tanque e  $l$  é o comprimento de uma "mancha" de traçador lançada na seção de entrada. Outros parâmetros de interesse são a difusividade turbulenta,  $D_T$ , o tempo teórico de residência,  $T_0=L/U$ , e o tempo associado com  $l$ ,  $t_0=l/U$ , usado aqui como o tempo de injeção. Utiliza-se, também, a solução obtida para uma mancha instantânea como aproximação para

o caso de uma mancha injetada ao longo do tempo. A equação governante para o problema é a equação unidimensional para transferência de massa com coeficiente de difusividade constante. A solução para a curva de concentração na seção 2 da figura 2 é dada pela Eq. 1 (adaptada de Carlsaw e Jaeger, 1947):

$$\bar{C} = \frac{L}{2l} \left\{ \operatorname{erf} \left[ \frac{1-2\left(\frac{L-Ut}{l}\right)}{\sqrt{\frac{16D_T t}{l^2}}} \right] + \operatorname{erf} \left[ \frac{1+2\left(\frac{L-Ut}{l}\right)}{\sqrt{\frac{16D_T t}{l^2}}} \right] \right\} \quad (1)$$

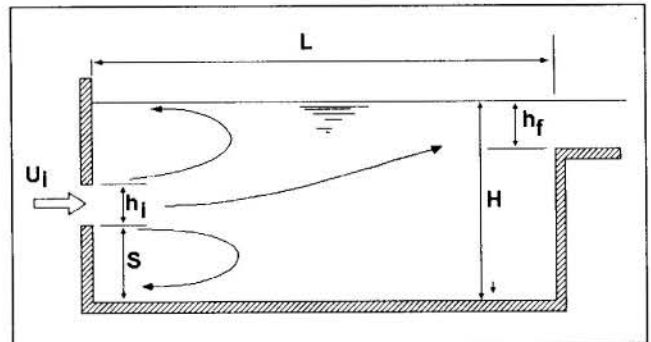


Figura 1- Geometria do tanque: H=profundidade, h<sub>i</sub> e h<sub>f</sub>=seções de injeção e saída, S=cota da injeção, L=comprimento, U<sub>i</sub>=velocidade de injeção

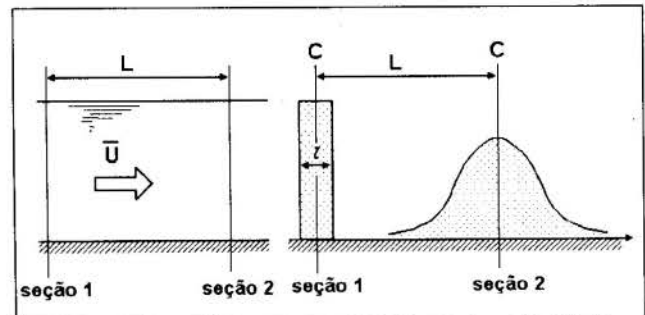


Figura 2- Escoamento ideal, turbulência homogênea e isotrópica

$C$  é uma concentração adimensional, definida como a razão entre a concentração observada e uma concentração fictícia, esta última obtida dividindo a massa injetada pelo volume total do trecho entre as seções 1 e 2.

O pico de concentração teórico ocorre quando  $t_0=L/U$  e é dado pela Eq.2.

$$\overline{C}_{pico} = \frac{L}{Ut_0} \operatorname{erf} \sqrt{\frac{U^3 t_0^2}{16 D_T L}} \quad (2)$$

As curvas de concentração são comumente associadas com fontes instantâneas, isto é, situações nas quais  $t_0 \rightarrow 0$ . Isto também conduz à máxima concentração,

$\overline{C}_{max}$ , abaixo representada:

$$\overline{C}_{max} = \sqrt{\frac{LU}{4\pi D_T}} \quad (3)$$

Entretanto, como já foi mencionado, é preciso utilizar um tempo finito diferente de zero para realizar as simulações. Expandindo a Eq.2 em série de potências e usando aproximação de terceira ordem, um tempo teórico de injeção,  $t_0$ , pode ser definido (válido para  $t_0 \ll T_0$ ),

$$t_0 = \sqrt{48\alpha \frac{D_T L}{U^3}} \quad \text{ou} \quad \frac{t_0}{T_0} = \sqrt{48\alpha \frac{D_T}{LU}} \quad (4)$$

onde  $\alpha$  é a razão entre as concentrações calculada e máxima.  $\alpha$  é necessariamente um valor pequeno, porque há interesse em manter a solução próxima ao caso de fonte instantânea. Assim, o critério de determinação de  $t_0$  é obter pequenas reduções dos picos de concentração calculados. Mais adiante, são comparados os tempos de injeção obtidos utilizando as Eqs. 4 com aqueles que produzem pouca redução de pico nos cálculos numéricos.

#### EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Os escoamentos calculados são admitidos bi-dimensionais. Foram resolvidas as equações de continuidade e quantidade de movimento (Eqs. 5 a 7), bem como as equações de  $k-\varepsilon$  (Eqs 8 a 11), com o auxílio do programa FAST-2D do *Institut für Hydromechanik* da *Universität Karlsruhe* na Alemanha (Zhu, 1991). Utilizou-se discretização por volumes finitos e as condições de contorno envolvem o uso de perfis logarítmicos de velocidade. A superfície livre é tratada como um plano de simetria. A velocidade na entrada é admitida homogênea sobre toda a seção. A energia cinética turbulenta por unidade de massa,  $k$ , é definida, na entrada, como,  $k_{ent}=0.001.U_{ent}^2$ . A taxa de dissipação de energia por unidade de massa,  $\varepsilon$ , é definida, na entrada, como  $\varepsilon_{ent}=9(k_{ent})^2/10000\nu$ , onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v_T}{\sigma_k} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_T}{\sigma_k} \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v_T}{\sigma_k} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_T}{\sigma_k} \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial Uk}{\partial x} + \frac{\partial Vk}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + Pr - \varepsilon \quad (8)$$

$$\frac{\partial U\varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial V\varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + c_1 Pr \frac{\varepsilon}{k} - c_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (9)$$

$$Pr = v_T \left[ 2 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (10)$$

$$v_T = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} + \nu \quad (11)$$

$U$  e  $V$  são as velocidades nas direções horizontal e vertical, respectivamente.  $P$  é a pressão,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $Pr$  é a produção de energia turbulenta e  $v_T$  é a viscosidade cinemática efetiva do escoamento e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido. Os valores das constantes do modelo  $k-\varepsilon$  foram coletados da literatura (Rodi, 1980), de forma que  $\sigma_k=0,09$ ,  $c_1=1,44$ ,  $c_2=1,92$ ,  $\sigma_\varepsilon=1,22$ ,  $\sigma_k=1,0$ . O esquema HLPFA é usado para o cálculo do escoamento, juntamente com o algoritmo SIMPLEC para a correção da equação de pressão. Seis situações de escoamento são calculadas, usando as condições de trabalho de Stamou e Adams (1988). A tabela 1 apresenta os parâmetros principais necessários para efetuar os cálculos.

Tabela 1: Parâmetros usados para efetuar os cálculos numéricos no presente estudo.

Ca-so	L (cm)	H (cm)	S (cm)	hi (cm)	hf (cm)	Ui (cm)	To (s)	Ph	Pv
1	250	11.0	9.0	2.0	1.14	12.5	110	139	75
2	250	13.0	9.0	2.0	1.14	12.5	130	139	97
3	100	17.0	9.0	2.0	1.14	12.5	68	85	128
4	175	17.0	9.0	2.0	1.14	12.5	119	113	128
5	250	17.0	9.0	2.0	1.14	12.5	170	139	128
6	250	29.0	9.0	2.0	1.14	12.5	290	139	150

$Ph$  e  $Pv$  são, respectivamente, o número de células nas direções horizontal e vertical. Grades próprias foram ajustadas para cada situação de escoamento, com células de tamanhos variáveis em ambas as direções.

#### TRANSFERÊNCIA DE MASSA

A Eq. 12 foi resolvida em conjunto com as equações de movimento, também usando o programa FAST-2D (Zhu, 1991). Neste estudo apresentamos as curvas de concentração obtidas para as seções de saída dos tanques. Os esquemas de convecção HYBRID, SOUCUP, HLPFA, SMART e QUICK são comparados na figura 3. Neste estudo, o esquema HYBRID forneceu resultados mais próximos às observações experimentais de Stamou e Adams (1988), sendo, portanto, utilizado no restante dos cálculos. A difusividade turbulenta  $D_T$  é calculada como  $D_T=v_T/\sigma_c$ , com  $\sigma_c=0.7$ . No presente estudo o traçador é um líquido, inerte com relação à água contida no tanque. Isto permite estudar a variação da concentração após o cálculo do campo de velocidades (não existem efeitos como correntes de densidade ou interação partícula-fluido). Os detalhes quanto aos algoritmos de discretização temporal, da resolução das equações acopladas de continuidade e quantidade de movimento e do algoritmo de resolução do sistema são encontrados em Zhu (1991).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial UC}{\partial x} + \frac{\partial VC}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_T \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_T \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (12)$$

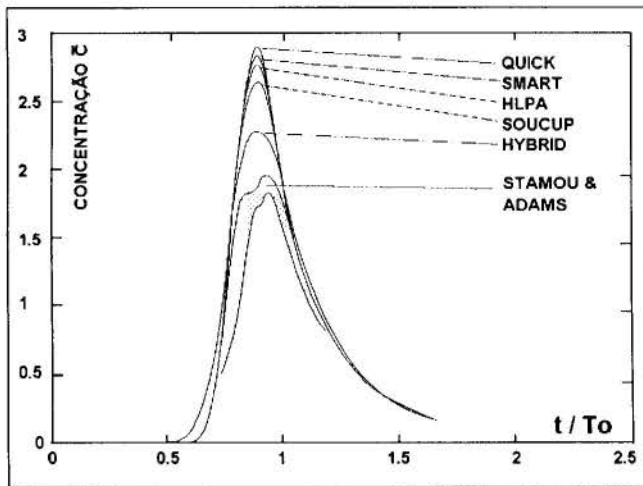


Figura 3-Comparação entre os 5 esquemas de convecção adotados ( $t_0/T_0=9\%$ ) e com dados de Stamou e Adams (1988), adaptado de Schulz e Krebs (1994).

### RESULTADOS NUMÉRICOS

Conforme mostrado na figura 1, regiões de recirculação são formadas junto ao fundo e junto à superfície. As figuras 4a, 4b e 4c mostram a comparação entre valores de área e de comprimento calculados e medidos para tais regiões. Como pode ser visto, obteve-se uma boa reprodução dos dados medidos, mostrando que as simulações dos campos de velocidade são de boa qualidade. Um exemplo da distribuição da viscosidade turbulenta, necessária para calcular a difusividade turbulenta, é mostrada na figura 5. O exemplo corresponde ao caso 1 da tabela 1. O efeito do tempo de injeção sobre as curvas de concentração, também calculadas para o caso 1, é mostrado na figura 6. Os valores de  $T_0$  são 4,5%, 9,0% e 27%, que correspondem a valores de  $c_{pico}$  de 2,33, 2,30 e 2,02. Os picos mantêm um

valor razoavelmente constante para pequenos  $t_0$  (4,5 e 9,0% de  $T_0$ ), mas o valor claramente diminui quando  $t_0$  aumenta. Este fato corrobora as previsões das Eqs. 2 e 3, obtidas para o caso ideal da figura 2.

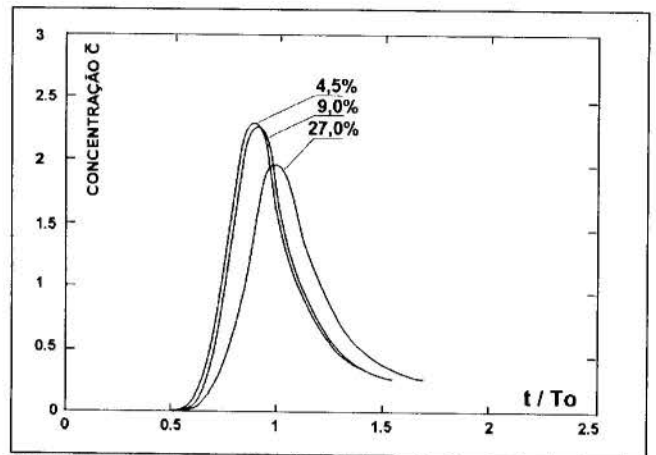


Figura 6-Curvas de concentração de traçador para o caso 1, usando os tempos de injeção: 4,5; 9,0 e 27% de  $T_0$ .

Para utilizar as Eqs. 2, 3 e 4 nos escoamentos descritos na tabela 1, um valor coerente de  $D_T$  deve ser escolhido. Definiu-se o valor médio  $\overline{D_T}$  como sendo:

$$\overline{D_T} = \frac{\sum_i D_T^i A^i}{\sum_i A^i} = \frac{v_T}{\sigma_c} \quad (13)$$

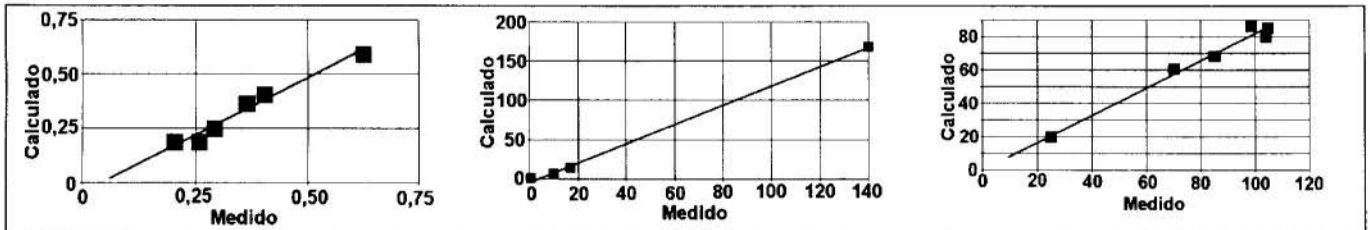


Figura 4-Valores medidos "versus" calculados: a-Área das regiões de recirculação (relação entre a área das regiões de recirculação e a área total). b- Comprimento longitudinal das regiões de circulação, na superfície (log(cm)). c- Comprimento longitudinal das regiões de circulação, no fundo (cm). Dados experimentais de Stamou e Adams (1988).

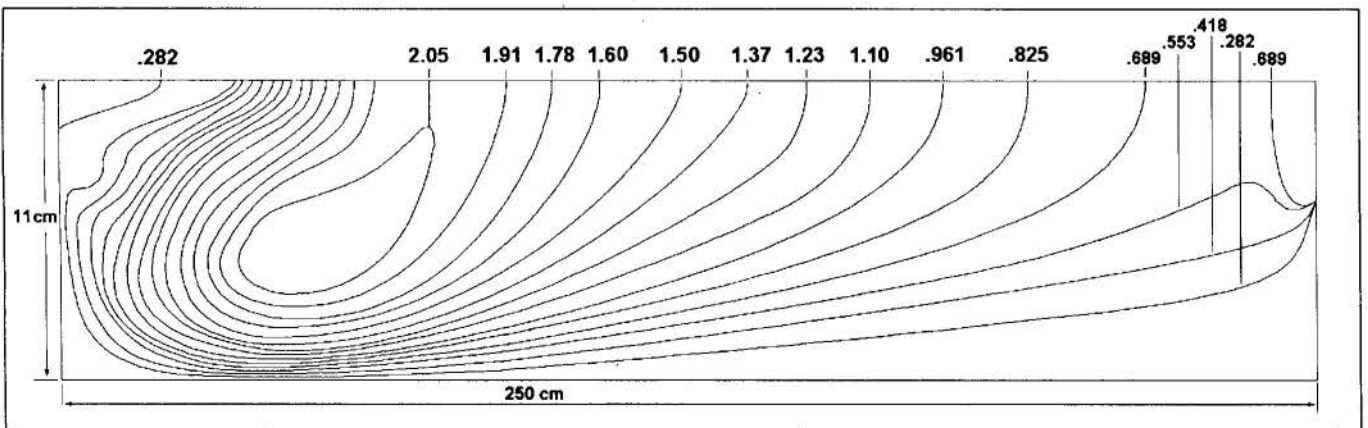


Figura 5- Viscosidade Turbulenta para o caso 1 da tabela 1. Valores multiplicados por  $10^4$  ( $m^2/s$ )



Onde

$$v_T = \frac{\sum_i v_T^i A^i}{\sum_i A^i} \quad (14)$$

As  $A^i$  são as áreas das células que correspondem a  $\Delta V^i$ . A figura 7 mostra a comparação entre os valores de  $C_{pico} / C_{max}$  calculados através de simulação e usando as Eqs. 2 e 3. Apesar de os valores calculados para a mesma situação utilizando ambos os procedimentos serem diferentes, a forma das curvas obtidas é similar. Isto aponta para a possibilidade de utilizar a Eq. 4 para estabelecer *a priori* uma faixa utilizável para  $t_0$  também para os cálculos numéricos.

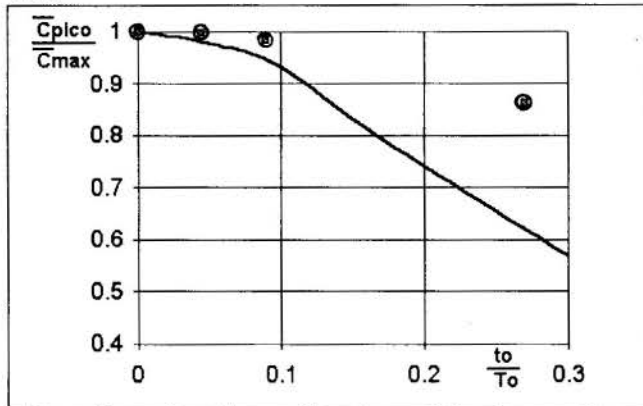


Figura 7- Valores simulados e calculados com as equações 2 e 3 de  $C_{pico}/C_{max}$ . A linha cheia representa os valores das equações 2 e 3.

Para  $\alpha=0,01$  e  $0,07$ , obtém-se (caso 1 da tabela 1):

$$t_0^{(\alpha=0.01)} = 3,8s \quad \text{ou} \quad \frac{t_0^{(\alpha=0.01)}}{T_0} = 3,4\% \quad (15)$$

$$t_0^{(\alpha=0.07)} = 10s \quad \text{ou} \quad \frac{t_0^{(\alpha=0.07)}}{T_0} = 9,1\% \quad (16)$$

Os resultados obtidos para o caso ideal mostram que, se há interesse em trabalhar com uma redução de pico menor que 1% ( $\alpha=0,01$ ), é preciso escolher  $t_0/T_0$  menor que 3,4%. Se for aceitável uma redução de pico de até 7% ( $\alpha=0,07$ ), pode-se escolher valores de  $t_0/T_0$  até 9,1%. Como as variações da concentração de pico são menores nos casos reais (do que as variações calculadas para os casos ideais), este mesmo procedimento pode ser utilizado para estabelecer *a priori* os valores limites superiores para as faixas de utilização  $t_0/T_0$ . Como exemplo, a simulação numérica do caso 1 da tabela 1 mostrou que para  $t_0/T_0 = 9,0\%$  obtém-se uma redução de pico de aproximadamente 1,5%, que é menor que o valor 7% sugerido pela Eq. 15. Assim, o procedimento atua em favor da segurança. Conforme mencionado, valores pequenos de  $\alpha$  devem ser usados, uma vez que se pretende manter a solução próxima àquela da fonte instantânea. Altos valores do tempo de injeção também transladam a curva de concentração no tempo (figura 6), o que, evidentemente, não é desejável.

## CONCLUSÕES

Escoamentos em geometrias retangulares foram simulados para reproduzir situações experimentais encontradas na literatura. As curvas de concentração para esses

escoamentos foram calculadas e o efeito do tempo de injeção sobre as mesmas foi analisado. Observou-se que o pico de concentração adimensionalizado diminui quando o tempo de injeção é aumentado. Por outro lado, para valores pequenos do tempo de injeção, o pico de concentração mantém-se aproximadamente constante. O mesmo comportamento foi observado para um caso ideal para o qual há solução analítica simples. Uma equação que permite calcular o tempo de injeção para o caso ideal foi fornecida. O tempo de injeção é expresso como função de uma porcentagem aceitável para a redução do pico de concentração. Escoamentos em geometrias retangulares como aquelas aqui estudadas produzem reduções menores do que aquela calculada para o caso ideal. Assim, a mesma equação obtida para o cálculo de  $t_0$  pode ser utilizada nos procedimentos numéricos para avaliar o limite superior da faixa de tempos de injeção aceitáveis para efetuar as simulações.

## AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos à **FAPESP**, financiadora deste estudo, ao Prof. Wolfgang Rodi, aos colegas Peter Krebs, Tobias Buchal e Gerhard Bosch, do *Institut für Hydromechanik* da *Universität Karlsruhe*, Alemanha.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adams, E.W. e Rodi, W., "Modeling flow and Mixing in Sedimentation Tanks", *Journal of Hydraulics Engineering*, Vol 116, No. 7, July, pp.895-913, 1990.
- Carlsaw, H.S. e Jaeger, J.C., *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press, London, 1947.
- Rodi, W., *Turbulence Models and Their Applications in Hydraulics*, a state of art review, International Hydraulics Research Association, Delft, 1980.
- Schulz, H.E. and Krebs, P., "Two-Dimensional Flow Simulation and Mass Transport for Rectangular Tanks", *Proceedings of the X International Conference on Computational Methods in Water Resources*, Heidelberg, Germany, 1994.
- Stamou, A.I. e Adams, E.W., "Study os the Hydraulic Behaviour of a Model Settling Tank using Flow-Through Curves and Flow Patterns", *Technical Report SFB 210/E/36, March*, University of Karlsruhe, 1988.
- Stamou, A.I., Adams, E.W. e Rodi, W., "Numerical Modeling of Flow and Settling in Primary Rectangular Clarifiers", *Journal of Hydraulics Research*, Vol.27, No.5, pp.665-681, 1989.
- Zhu, J., *FAST-2D: A Computer Program for Numerical Simulation of Two-Dimensional Incompressible Flows with Complex Boundaries*, Institute for Hydromechanics, University of Karlsruhe, Germany, 1991.

## ABSTRACT

Flows in rectangular tanks are calculated with the aid of numerical tools and the k- $\epsilon$  model. Numerical results for some flow properties are presented and compared with experimental data from other sources. The present study is concerned with mass transport in turbulent flows, more specifically, with the mass concentration evolution of a tracer at the outlet of the tank in the form of Flow-Through Curves (FTC). Considerations about the injection time of the tracer are made in view of analytical solutions for the case of isotropic and homogeneous turbulence.

## TRANSFERÊNCIA DE MASSA PARA JATOS ESPIRALADOS INCIDENTES

L.G.C. Duarte e L.F.A. Azevedo  
Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio  
22453-900 - Rio de Janeiro, RJ

*As características de transferência de massa de jatos turbulentos espiralados incidindo ortogonalmente sobre uma placa plana foram investigados experimentalmente. Foram estudados os efeitos do número de Reynolds do jato, da distância jato/placa e da intensidade do escoamento espiralado dada pelo número de Swirl. Coeficientes locais e médios de transferência de massa foram obtidos utilizando-se uma mesa de coordenadas computadorizada. Os resultados demonstraram que, de uma maneira geral, a presença do escoamento espiralado reduz a troca de massa.*

### INTRODUÇÃO

Jatos incidindo sobre superfícies produzem as mais elevadas taxas de transferência de calor ou massa que podem ser obtidas em escoamentos monofásicos e, por esta razão, são largamente empregados na indústria. O uso de jatos no aquecimento, resfriamento ou secagem é encontrado em várias aplicações, dentre as quais destacam-se a secagem de papel e tecido, a têmpera de vidro, o aquecimento e resfriamento de metais, o resfriamento de palhetas de turbinas e de componentes eletrônicos.

Uma revisão da literatura relacionada com jatos incidentes revela um grande número de trabalhos investigando vários aspectos desta configuração. Os resultados destes trabalhos de pesquisa estão resumidos nos artigos de revisão publicados por Martin (1977) e Downs e James (1987). Os trabalhos citados incluem descrições dos diversos parâmetros que influenciam a troca de calor ou massa para jatos. Estes parâmetros incluem os efeitos geométricos tais como, espaçamento e diâmetro do jato, forma da seção reta do jato, número de Reynolds, intensidade de turbulência, efeitos de temperatura, ângulo de incidência do jato e curvatura da superfície. Também foram investigadas na literatura as características de transferência de calor e massa de conjunto de jatos incidentes, e a influência da forma com que o fluido utilizado é descartado para o ambiente.

Mais recentemente os trabalhos publicados na literatura indicam um crescente interesse no estudo de jatos incidentes de líquido. Stevens e Webb (1991) estudaram a troca de calor para jatos de líquido com ênfase na estrutura da superfície livre e dos efeitos causados pela inclinação do jato. Zumbunnen e Aziz (1993) investigaram a troca de calor para jatos intermitentes de líquido, enquanto Liu, Gabour e Lienhard (1993) incluíram efeitos de tensão superficial. As aplicações de resfriamento de componentes eletrônicos com altas taxas de geração de calor têm motivado o estudo de jatos de líquido incidindo em pequenas superfícies aquecidas (Slayzak et al, 1994 e Womac et al, 1993).

Apesar do grande número de publicações relacionadas com jatos incidentes, os efeitos da presença de um componente circunferencial na velocidade do jato foram pouco explorados. Estes jatos espiralados encontram grande aplicação em combustores, onde o componente circunferencial de velocidade é introduzido com o objetivo de homogeneizar a mistura e estabilizar a chama. Em muitas aplicações, jatos provenientes de combustores são utilizados diretamente no aquecimento de chapas para tratamento térmico, sendo necessário o conhecimento dos coeficientes médios e locais de troca de calor para o projeto destes equipamentos.

Martin (1977) em seu extenso trabalho de revisão menciona, sem apresentar dados numéricos, que a presença do componente circunferencial na velocidade de um jato incidente não produz alterações significativas na troca de calor ou massa. Ward e Mahmood (1982), no entanto, apresentam conclusões opostas às de Martin, indicando que a presença do escoamento espiralado reduz significativamente a troca de

calor ou massa. Este trabalho é bastante limitado, apresentando resultados de troca de calor local para apenas um valor do número de Reynolds do jato. É apresentada também uma correlação para o número de Nusselt médio em função da distância adimensional do jato à placa, do número de Prandtl, do número de Reynolds e da intensidade do escoamento espiralado. A acurácia desta correlação deve ser verificada, visto que foi construída com dados de apenas dois valores do número de Reynolds.

O objetivo do presente trabalho é apresentar dados detalhados sobre as características de transferência de massa da configuração formada por um jato de ar espiralado incidindo ortogonalmente sobre uma placa plana. Estes resultados, além de esclarecerem as divergências entre os trabalhos de Martin e Ward e Mahmood, fornecem informações locais e médias sobre esta configuração não disponíveis até o presente.

### DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

As informações desejadas sobre os coeficientes de troca para o jato incidente espiralado foram obtidas neste trabalho utilizando-se a técnica de sublimação do naftaleno (Souza Mendes, 1991). Esta técnica, além de permitir a medição de coeficientes médios de troca de massa, permite também a obtenção da distribuição detalhada dos coeficientes locais de troca de massa.

Para sua implementação, uma superfície plana de naftaleno é fabricada, sobre ela incidindo o jato de ar espiralado a ser estudado. Este jato provoca a sublimação do naftaleno, acarretando perda de massa que pode ser avaliada e relacionada com os coeficientes de troca de massa. A pesagem da placa de naftaleno antes e depois da exposição ao ar fornece o coeficiente médio de troca de massa, enquanto a distribuição espacial do coeficiente local de troca de massa é obtida através de um detalhado levantamento topográfico realizado sobre a superfície de naftaleno antes e depois da exposição ao ar. Como será descrito a seguir, este levantamento foi realizado neste trabalho utilizando-se uma mesa de coordenadas computadorizada, especialmente construída para este fim.

**Seção de Testes.** Para a obtenção de resultados confiáveis com a técnica de sublimação de naftaleno é necessário que o experimento seja realizado com temperatura constante. Por esta razão, foi necessário construir uma seção de testes que permitisse a formação de um jato incidente proveniente de um ambiente com temperatura constante.

A Fig. 1(a) auxilia a descrição da seção de testes construída. O ar succionado por um exaustor colocado fora do laboratório era forçado a passar por uma câmara geradora de escoamento espiralado, por uma câmara reguladora do escoamento espiralado, através do tubo que formava o jato, incidindo sobre a placa de naftaleno posicionada no interior de um tanque de grandes dimensões. Após incidir sobre a placa, o ar contendo vapor de naftaleno era conduzido para o exterior do laboratório através de uma tubulação que continha uma placa de orifício para medida de vazão, uma válvula de esfera para corte rápido do fluxo de

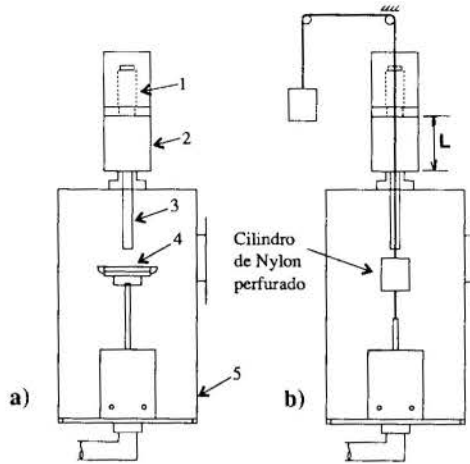


Fig. 1a) Seção de Testes, ① Câmara geradora, ② Câmara reguladora, ③ Jato, ④ Placa, ⑤ Tanque. 1b) Seção Medidora de Swirl.

ar e uma válvula globo para controle da vazão. O tanque possuía uma janela removível que permitia a manipulação da placa de naftaleno, quando desejado.

A seção geradora do escoamento espiralado era formada por um tubo fechado em sua extremidade superior e aberto em sua extremidade inferior. Na superfície lateral deste tubo foram usinadas quatro fileiras de 25 furos com 1,5 mm de diâmetro, dispostos verticalmente ao longo da geratriz do tubo, formando um total de 100 furos passantes. As fileiras eram espaçadas circunferencialmente de 90 graus. Os furos foram usinados cuidadosamente de forma a serem tangentes à circunferência interna do tubo. Desta forma, o ar sucionado pelo exaustor penetrava na câmara geradora tangencialmente, produzindo o componente circunferencial de velocidade desejado.

O escoamento espiralado produzido na câmara geradora penetrava na câmara reguladora, que era formada por um tubo de acrílico tendo em sua extremidade inferior uma tampa adaptada ao tubo do jato, e em sua extremidade superior um êmbolo adaptado à câmara geradora. O êmbolo, solidário à câmara geradora, podia ser movimentado verticalmente, de forma a variar as dimensões da câmara reguladora. A variação da posição vertical do êmbolo na câmara reguladora influa na taxa de decaimento do escoamento espiralado, permitindo o controle da intensidade do escoamento espiralado que penetrava no tubo e iria posteriormente incidir sobre a placa de naftaleno. Quando o êmbolo era posicionado no fundo da câmara reguladora, produzia-se a maior intensidade do escoamento espiralado, para uma determinada vazão de trabalho.

A placa de naftaleno era formada a partir da fundição do naftaleno líquido sobre um cassete circular de alumínio. Este cassete tinha a finalidade de dar rigidez à superfície de naftaleno e de impedir a exposição ao ar das superfícies inferior e lateral da placa de naftaleno. Desta forma, somente a superfície superior da placa era exposta ao jato de ar. Na operação de fundição o cassete era montado sobre uma superfície metálica polida, de maneira que, quando desmoldada, a superfície de naftaleno produzida apresentava excelente acabamento superficial. O cassete de alumínio contendo a placa de naftaleno era colocado sobre um suporte ajustável no interior da seção de testes. Ajustando-se a posição do suporte podia-se variar a distância jato/placa, um dos parâmetros investigados no presente estudo.

**Medição da Intensidade do Escoamento Espiralado.** A intensidade do escoamento espiralado é normalmente caracterizada pelo número de *Swirl*, definido como a razão entre a quantidade de movimento angular do jato dividida pelo raio do tubo multiplicado pela quantidade de movimento linear. A quantidade de movimento linear do jato pode ser obtida facilmente das medidas de vazão, e assumindo-se um perfil típico de velocidade no tubo. A medida da quantidade de movimento angular do jato, requereu a construção de um sistema especial de medição, como será descrito a seguir.

A medida da quantidade de movimento angular do escoamento na saída do jato foi obtida através da utilização do princípio de conservação da quantidade de movimento angular e da medição do torque produzido

pelo escoamento. A Fig. 1(b), apresenta esquematicamente o experimento montado. Um cilindro de nylon de 70 mm de diâmetro perfurado longitudinalmente por 60 furos de 6 mm de diâmetro era colocado em frente à saída do jato, no interior do tanque. Um fio de aço de 0,2 mm de diâmetro solidário ao cilindro era fixado em uma extremidade na base que acomodava a placa de naftaleno (removida nestes experimentos). A outra extremidade do fio era fixada a uma massa de 6 kg, depois de passar pelo centro do tubo do jato, pelas câmaras reguladoras e geradoras de escoamento espiralado e por um par de roldanas fixadas ao teto do laboratório. Um pequeno furo na tampa superior da câmara geradora de escoamento espiralado permitia a passagem do fio. O jato de ar penetrava nos furos transferindo sua quantidade de movimento angular para o cilindro, provocando um torque que era equilibrado pela torção do fio. A medição ótica da rotação do cilindro e um procedimento de calibração do conjunto cilindro/fio permitiam a determinação do torque, o qual era igualado à quantidade de movimento angular desejada. O número de *Swirl* podia assim ser determinado. Os detalhes da construção e calibração do torquímetro, podem ser encontrados no trabalho de Duarte (1994).

**Medida dos Coeficientes de Troca de Massa.** Os coeficientes médios de troca de massa eram obtidos a partir da pesagem do cassete contendo o naftaleno, antes e depois da exposição ao escoamento. Para isto utilizou-se uma balança analítica com resolução da ordem de 0,1 mg.

Os coeficientes locais de troca de massa eram obtidos realizando-se um levantamento topográfico da superfície de naftaleno antes e depois do escoamento. A superfície de naftaleno era posicionada sobre uma mesa de coordenadas computadorizada com resolução espacial da ordem de 0,01 mm. Esta mesa movimentava a superfície sob um apalpador digital fixo com resolução de 0,5µm, realizando medidas em posições previamente estabelecidas, e armazenando as leituras no computador controlador do sistema. As medidas em um mesmo ponto, realizadas antes e depois do escoamento eram subtraídas, o que fornecia a profundidade de sublimação naquela determinada posição. Experimentos preliminares com medições realizadas ao longo de 8 diâmetros demonstraram a perfeita simetria circular do escoamento. Por esta razão, os resultados locais foram obtidos realizando-se medições em pontos ao longo de dois diâmetros ortogonais. Duzentos e setenta pontos eram medidos ao longo de cada diâmetro o que, tipicamente, requeria 7 minutos de operação do sistema de medição.

**Redução dos Dados.** A redução dos dados experimentais tinha como objetivo o cálculo dos números de Reynolds e *Swirl* do jato e dos números de Sherwood local e médio, adimensionais que, juntamente com a distância adimensional jato/placa, governam o problema em estudo.

O número de Reynolds era calculado a partir da vazão mássica,  $m$ , medida na placa de orifício, como

$$Re = 4m/\pi D\mu \quad (1)$$

onde,  $D$  é o diâmetro do jato e  $\mu$  a viscosidade absoluta do ar.

O número de *Swirl*, era definido como,

$$S = G\varphi/RG_x \quad (2)$$

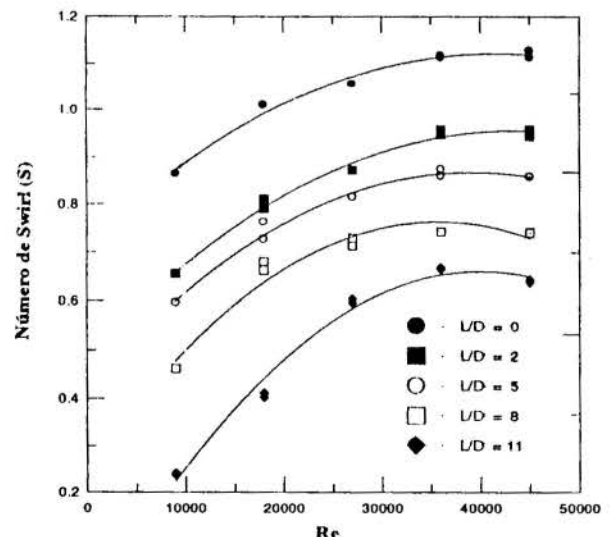


Fig. 2 - Número de Swirl versus Reynolds, para jato com  $D = 22$  mm.



onde  $G_\phi$  e  $G_x$  representam as quantidades de movimento angular e axial do jato, e  $R$  é o raio do tubo. A quantidade de movimento angular era tomada como sendo igual ao torque medido no torquímetro, enquanto a quantidade de movimento axial era calculada assumindo-se um perfil uniforme no jato com velocidade média  $V$ . Assim,

$$G_x = \pi \rho V^2 R^2 \quad (3)$$

Curvas auxiliares apresentando o número de *Swirl* como função do número de Reynolds foram construídas a partir dos experimentos de calibração do torquímetro, para cada valor do diâmetro do tubo utilizado, e para cada posição  $L/D$  do êmbolo na câmara controladora do escoamento espiralado. Estas curvas eram utilizadas para estabelecer o número de *Swirl* em cada experimento de troca de massa a ser realizado. A Fig. 2 apresenta uma destas curvas, obtida para um tubo com diâmetro igual a 22 mm.

O coeficiente médio de troca de massa para a placa circular de naftaleno,  $K$ , era obtido pela pesagem e cronometragem do tempo de exposição da superfície ao jato de ar. Este coeficiente era calculado pela expressão,

$$K = \Delta M / \tau A \Delta \rho_n \quad (4)$$

onde,  $\Delta M$  é a massa de naftaleno sublimada durante o experimento, obtida por pesagem antes e depois da exposição ao jato,  $\tau$  é o tempo de exposição ao jato,  $A$  é a área de troca da placa e  $\Delta \rho_n$  a diferença de massa específica do vapor de naftaleno na superfície sólida e no ar. Como o ar é considerado isento de naftaleno,  $\Delta \rho_n$  é simplesmente a massa específica do vapor na superfície sólida. Este valor pode ser obtido a partir da medição da temperatura da superfície de naftaleno em conjunto com a equação de Sogin citada em Souza Mendes (1991).

O coeficiente local de troca de massa,  $k$ , foi determinado pela expressão,

$$k = m / \Delta \rho_n, \quad \text{com} \quad m = \rho_{ns} \Delta Y / \tau \quad (5)$$

onde  $m$  é a taxa de transferência de massa local por unidade de área,  $\rho_{ns}$  é a massa específica do naftaleno sólido,  $\Delta Y$  a profundidade de sublimação do naftaleno medida com o apalpador e  $\tau$  o tempo de exposição ao jato de ar.

Os coeficientes adimensionais médio e local de troca de massa foram utilizados nas apresentações dos resultados na forma de números de Sherwood médio,  $Sh$ , e Sherwood local,  $Sh_\ell$ , definidos como,

$$Sh = \rho_{ar} K D Sc / \mu_{ar} \quad \text{e} \quad Sh_\ell = \rho_{ar} k D Sc / \mu_{ar} \quad (6)$$

onde  $Sc$  representa o número de Schmidt para o vapor de naftaleno no ar e  $\rho_{ar}$  e  $\mu_{ar}$  são, respectivamente, a massa específica e viscosidade absoluta do ar.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção serão apresentados os resultados de transferência de massa obtidos nos experimentos realizados. Os experimentos foram realizados para números de Reynolds iguais a 9000, 27000, 36000 e 45000. Para cada valor do número de Reynolds, foram investigados três valores da distância adimensional jato/placa ( $H/D = 2, 4$  e  $8$ ) e três valores da intensidade do escoamento espiralado caracterizado pelo número de *Swirl* ( $S = 0, 0,28, 0,54$  e  $0,74$ ). Experimentos foram também realizados para o caso base formado pelo jato não espiralado ( $S = 0$ ). Estes experimentos foram usados como base de comparação para os efeitos do escoamento espiralado. Ao todo 60 experimentos foram realizados mas, por limitação de espaço, apenas alguns resultados serão apresentados. Os resultados completos podem ser encontrados em Duarte (1994).

A distribuição radial do número de Sherwood local é apresentada nas Figs. 3,4 e 5, respectivamente, para  $H/D$  igual a 2, 4 e 8 e para  $Re = 9000$ . Nestas figuras, a intensidade do escoamento espiralado investigada está caracterizada pelos números de *Swirl*, identificados na legenda. O caso base, correspondente a  $S = 0$ , está também representado para facilitar as comparações.

Uma observação geral das figuras 3,4 e 5 mostra que o efeito preponderante da presença do escoamento espiralado é no sentido de diminuir o número de Sherwood local em comparação como o caso base onde o escoamento não é espiralado.

Para pequenas e médias distâncias jato/placa ( $H/D = 2$  e  $4$ ), o comportamento das distribuições de  $Sh_\ell$  é semelhante. Nota-se uma forte redução em  $Sh_\ell$  na região de estagnação, seguida de uma recuperação e um comportamento assintótico tendendo para os valores de Sherwood do caso base.

Estes resultados podem ser explicados pelas alterações impostas no perfil de velocidade do jato pela presença do componente de velocidade circunferencial. De fato, é descrito na literatura (Ward e Mahmood, 1982), que a presença de um componente circunferencial em

um jato livre provoca um deslocamento do ponto de máxima velocidade da linha de simetria do jato no caso base para posições radiais da ordem do raio do tubo. Dependendo da intensidade do número de *Swirl*, pode-se até produzir reversão do escoamento na linha de simetria do jato. A redução de  $Sh_\ell$  na linha de centro, assim como os picos na distribuição em torno de  $r/D = 1$ , são o reflexo da nova configuração do perfil de velocidade. Experimentos de visualização realizados utilizando a técnica de óleo com negro de fumo, confirmaram a presença de reversão de escoamento na região de estagnação para altos valores de  $S$ .

A medida que o jato é afastado da placa, a distribuição de  $Sh_\ell$  é alterada em alguns aspectos. Como pode ser observado, os picos na região  $r/D = 1$  presentes no caso de menor  $H/D$ , não são mais notados para baixos valores de  $S$ , apresentando-se bastante atenuados para valores maiores de  $S$ . A drástica redução em  $Sh_\ell$  na região de estagnação e a tendência à assintotização para os valores do caso base continuam, no entanto, presentes.

Para números de Reynolds intermediários (18000 e 27000) a tendência geral de diminuição de  $Sh_\ell$  com a presença do escoamento espiralado é mantida. No entanto notou-se que a diminuição de  $Sh_\ell$  na região de estagnação não é tão pronunciada como no caso de baixos  $Re$ , indicando que a quantidade de movimento linear do jato foi aumentada em comparação com o gradiente de pressão adverso gerado pelo escoamento espiralado, de forma a não provocar reduções tão drásticas na velocidade axial do fluido nesta região.

No caso dos maiores  $Re$  investigados, mostrados nas Figs. 6, 7, pode-se observar o mesmo comportamento qualitativo descrito para os outros valores de Reynolds. Uma comparação de casos com a mesma distância

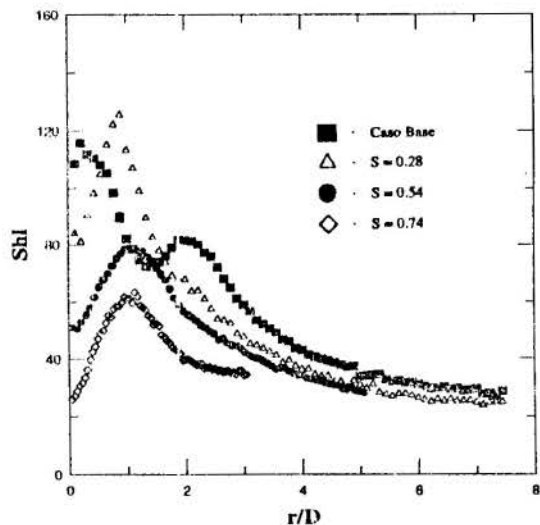


Fig. 3 - Distribuição Radial de Sherwood,  $Re = 9000$ ,  $H/D = 2$ .

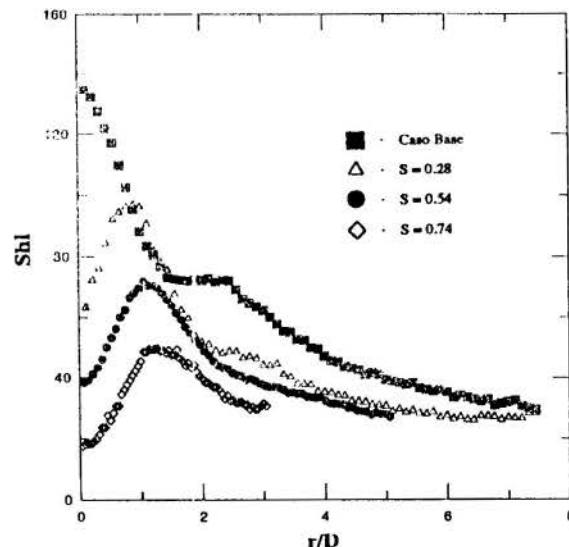


Fig. 4 - Distribuição Radial de Sherwood,  $Re = 9000$ ,  $H/D = 4$ .



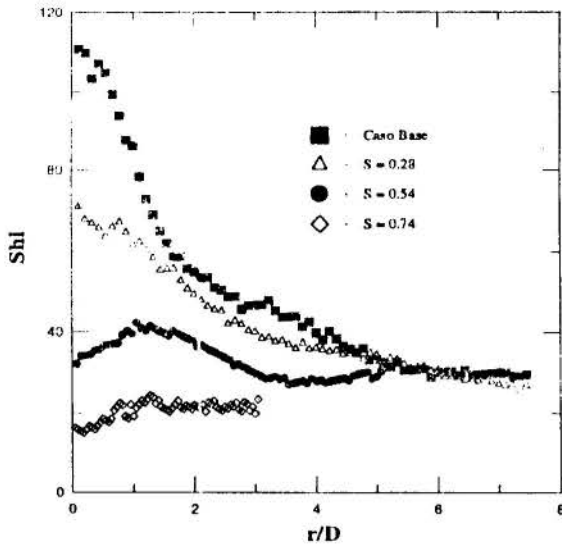


Fig. 5 - Distribuição Radial de Sherwood,  $Re = 9000$ ,  $H/D = 8$ .

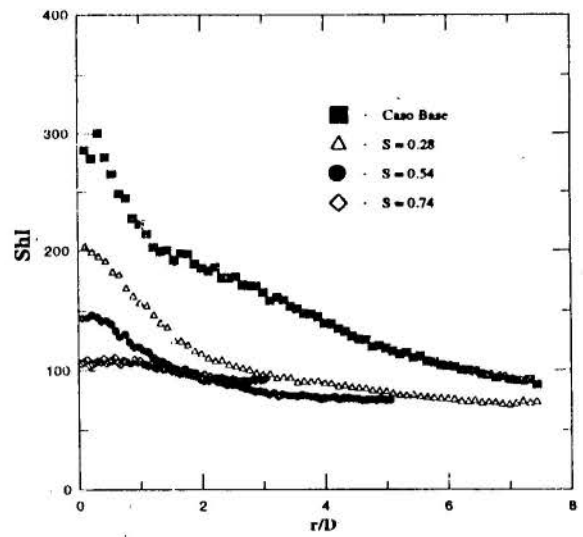


Fig. 7 - Distribuição Radial de Sherwood,  $Re = 45000$ ,  $H/D = 8$ .

jato/placa e diferentes  $Re$ , mostra que quanto maior o número de Reynolds maior o número de  $Swirl$  necessário para alterar a forma da distribuição local de Sherwood.

Os números de Sherwood locais foram integrados ao longo da área da placa até uma distância  $r/D = 3$ , de modo a fornecer valores médios de Sherwood para esta região. Os resultados obtidos mostram que a razão entre este número de Sherwood médio e o Sherwood médio correspondente ao caso base,  $Sh/Sh_{cb}$ , são insensíveis à distância jato/placa e fracamente dependentes do número de Reynolds, dependendo apenas da intensidade do escoamento espiralado dada pelo número de  $Swirl$ . Assim, para  $S = 0,28$ ,  $0,54$ , e  $0,74$ , a razão  $Sh/Sh_{cb}$  vale, respectivamente,  $0,8$ ,  $0,6$  e  $0,3$ , revelando a significativa queda na troca de massa média provocada pela presença do componente circunferencial na velocidade do jato incidente.

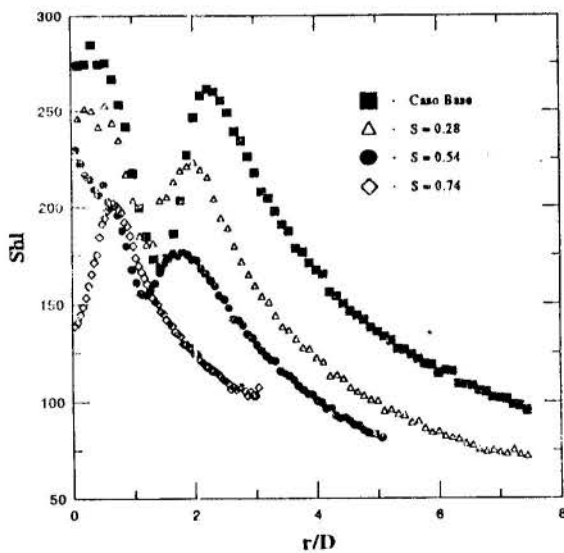


Fig. 6 - Distribuição Radial de Sherwood,  $Re = 45000$ ,  $H/D = 2$ .

## CONCLUSÕES

O presente trabalho investigou experimentalmente a transferência de massa para jatos turbulentos espiralados incidindo ortogonalmente sobre uma superfície plana. Foram estudados os efeitos sobre a transferência de massa do número de Reynolds do jato, da distância jato/placa e da intensidade do escoamento espiralado dada pelo número de  $Swirl$ . Os experimentos realizados permitiram a obtenção de informações detalhadas sobre a distribuição espacial dos coeficientes de troca de massa na superfície da placa, assim como os coeficientes médios de troca de massa. A técnica de sublimação de naftaleno foi utilizada em conjunto com um sistema automatizado para realização das medidas locais.

Os resultados revelaram que, de uma maneira geral, a presença de um componente circunferencial no escoamento do jato produz uma diminuição nos coeficientes de troca de massa, quando comparados ao caso base de escoamento não espiralado. Em particular, verificou-se uma significativa diminuição dos coeficientes de troca de massa na região de estagnação do jato.

Os coeficientes médios de troca apresentaram também diminuição em relação ao caso base.

## REFERÊNCIAS

- Duarte, L.G.C., "Transferência de Massa para Jatos Espiralados e Incidentes", Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1994.
- Liu, X, Gabour, L.A. and Lienhard, J.H., "Stagnation-Point Heat Transfer During Impingement of Laminar Liquid Jets: Analysis Including Surface Tension", *ASME J. Heat Transfer*, 1993, pp. 99-105.
- Martin, H., "Heat and Mass Transfer Between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces" em *Advances of Heat Transfer*, 1977, pp.1-60.
- Souza Mendes, P.R., "The Naphthalene Sublimation Technique", *Experimental Thermal and Fluid Science*, 1991, pp.510-523.
- Stevens, J. and Webb, B., "Local Heat Transfer Coefficients under an Axisymmetric, Single-Phase Liquid Jet", *ASME J. Heat Transfer*, 1991, pp.3-17.
- Ward, J. and Mahmood, M., "Heat Transfer From a Turbulent Swirling Jet", *Proc. 7th Int. Heat Mass Transfer Conf.*, 1982, pp. 401-408.
- Womac, D.J., Ramadhyani, S. and Incropera, F.P., "Correlating Equations for Impingement Cooling of Small Heat Sources With Single Circular Liquid Jets", *ASME J. Heat Transfer*, 1993, pp.88-95.
- Zumbrennen, D.A. and Aziz, M., "Convective Heat Transfer Enhancement Due to Intermittency in an Impinging Jet", *ASME J. Heat Transfer*, 1993, pp. 91-98.

## ABSTRACT

The present work is an experimental study of the mass transfer characteristics of a swirling jet impinging on a flat plate. The main objective of the investigation was to determine the influence of a circumferential velocity component ( the swirl component ) on the local and average mass transfer coefficients at the plate surface. The dimensionless parameters investigated were the jet Reynolds number, the jet-to-plate distance, and the strength of the swirl flow given by the swirl number. Mass transfer coefficients were obtained utilizing the naphthalene sublimation technique. The local coefficients were determined employing a computerized coordinate table which allowed a detailed study of the effects of the presence of the swirl component. Average coefficients were determined independently through precision weighing, and displayed excellent agreement with the integrated local coefficients. The results demonstrated that the presence of the swirl component decreases the mass transfer coefficients, when compared with than non swirl case.

## NUMERICAL STUDY OF THE TURBULENT FLOW IN A BIFURCATING CHANNEL USING A MULTIDOMAIN PROCEDURE

J. F. V. Vasconcellos and C. R. Maliska

SINMEC - Laboratory of Computational Fluid Dynamics  
 Mechanical Engineering Department - UFSC  
 P. O. Box 476 - 88040-900 - Florianópolis - SC - Brazil

### SUMMARY

*Bifurcating ducts occurs in a wide range of engineering applications. The motivation for this work is the need of better understanding the turbulent flow in a bifurcating channel encountered in the wire enamelling process. Due to the nature of the channel geometry the use of boundary-fitted coordinates which maps onto a single rectangular domain is unfeasible. Therefore, a multidomain technique is developed where velocity and pressure information from one domain to another is transferred through the interface. The k-ε turbulent model for high Reynolds number flows is employed.*

### INTRODUCTION

Bifurcating ducts occur in a wide range of engineering applications, such as hydraulic and ventilation systems, heat exchangers, chemical processing plants and residential hot water plumbing. Several variations in flow configuration, like a 90° tee, a 45° branch, or a symmetric "Y" branch with combining or dividing flows, are possible. Although many arrangements are employed in practice, the objective of this work is to present a multidomain method applied to a special type of geometry and flow configuration encountered in the industrial oven where enamelled wire is manufactured.

Numerous representative reports of studies on bifurcation flows have appeared in the literature. Dimitriadis (1986) predicted the three-dimensional turbulent flowfield in junctions consisting of ducts with rectangular cross-section using both numerical and experimental methods. Three-dimensional computation of turbulent flow in a tee-junction with wall heat and mass transfer is shown in Pollard (1981) and in Pollard and Spalding (1978) where they performed a numerical study of a splitting flow in a similar geometry. Three-dimensional flows was also computed by Samagaio and Vlachos (1989) which shows the three-dimensional flow produced in the recirculating regions of tee-junctions. Kawaguti and Hamano (1979) studied the two-dimensional low Reynolds flow in a channel with variable angle branch. Bramley and Sloan (1987) performed a numerical study of "Y" branch using boundary-fitted coordinates. Hayes *et alli* (1989) studied the flow characteristics of a Newtonian fluid in a two-dimensional right angled tee-branch by solving the Navier-Stokes equations using the finite element method.

The present work is based on the numerical solution of the two-dimensional form of the time-averaged constant-property Navier-Stokes equations with the goal at developing a multidomain algorithm to deal with a broad class of bifurcating channels. Turbulent viscosity is defined by the high Reynolds number version of the k-ε model of turbulence (Lauder and Spalding, 1974).

### MATHEMATICAL MODEL

The conservation equations written for general coordinate systems (ξ, η) for a generic scalar φ is

$$\frac{\partial(\rho U \phi)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\rho V \phi)}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( c_1 \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( c_2 \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( c_4 \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + S^\phi - P^\phi \quad (1)$$

where

$$\begin{aligned} U &= uy_\eta - vx_\eta & V &= vy_\xi - ux_\xi \\ J &= (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)^{-1} & c_1 &= J(x_\eta x_\eta + y_\eta y_\eta) \\ c_2 &= -J(x_\eta x_\xi + y_\eta y_\xi) & c_4 &= J(x_\xi x_\xi + y_\xi y_\xi) \end{aligned} \quad (2)$$

with  $P^\phi$  given by

$$P^\phi = y_\eta \frac{\partial P^*}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial P^*}{\partial \eta} \quad \text{when } \phi = u \quad (3)$$

$$P^\phi = x_\xi \frac{\partial P^*}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial P^*}{\partial \xi} \quad \text{when } \phi = v \quad (4)$$

$$P^\phi = 0 \quad \text{when } \phi = 1, k, \epsilon \quad (5)$$

φ	Γ	S <sup>φ</sup>
1	0	0
u	μ <sub>εf</sub>	$\frac{\partial}{\partial \xi} [J \mu_{\epsilon f} y_\eta (y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} - x_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi}) + J \mu_{\epsilon f} y_\xi (y_\eta \frac{\partial u}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial v}{\partial \eta})] + \frac{\partial}{\partial \eta} [J \mu_{\epsilon f} y_\eta (x_\xi \frac{\partial v}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial u}{\partial \xi}) + J \mu_{\epsilon f} y_\xi (x_\xi \frac{\partial v}{\partial \eta} - y_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta})]$
v	μ <sub>εf</sub>	$\frac{\partial}{\partial \xi} [J \mu_{\epsilon f} x_\eta (x_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} - y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi}) + J \mu_{\epsilon f} x_\xi (x_\eta \frac{\partial v}{\partial \eta} - y_\eta \frac{\partial u}{\partial \eta})] + \frac{\partial}{\partial \eta} [J \mu_{\epsilon f} x_\eta (y_\xi \frac{\partial u}{\partial \xi} - x_\xi \frac{\partial v}{\partial \xi}) + J \mu_{\epsilon f} x_\xi (y_\eta \frac{\partial u}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial v}{\partial \eta})]$
k	μ <sub>k</sub> + $\frac{\mu T}{\sigma_k}$	$P_k^T - \rho \epsilon$
ε	μ <sub>ε</sub> + $\frac{\mu T}{\sigma_\epsilon}$	$\frac{\epsilon}{k} (C_1 P_k^T - C_2 \rho \epsilon)$

Table 1: Values of Γ and S<sup>φ</sup> Eq. (1)

The φ variable represents the mass conservation equation, the two cartesian time mean velocity components in the x and y directions - u and v, respectively -, the turbulent kinetic energy, k, and its dissipation, ε. P\* is the local effective pressure in the mean-flow momentum equations. The values of Γ, S<sup>φ</sup> and P<sup>φ</sup> are summarized

in Table 1. The constants in the  $k-\epsilon$  model are those proposed by Launder and Spalding (1974).

With reference to Table 1, the effective viscosity,  $\mu_{ef}$ , is calculated from the local values of the turbulence kinetic energy,  $k$ , and its dissipation rate,  $\epsilon$  via

$$\mu_{ef} = \mu_L + \mu_T = \mu_L + \frac{C_\mu \rho k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

where  $\mu_L$ ,  $\mu_T$  and  $\mu_{ef}$  are respectively molecular, turbulent and effective viscosities.

The volumetric generation rate of turbulence,  $P_k^T$ , written in the  $(\xi, \eta)$  coordinate system is:

$$P_k^T = \mu_T J \left[ \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (vy_\eta - ux_\eta) - \frac{\partial}{\partial \eta} (ux_\xi - vy_\xi) \right]^2 + 2 \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (uy_\eta) - \frac{\partial}{\partial \eta} (uy_\xi) \right]^2 + 2 \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (vx_\xi) - \frac{\partial}{\partial \xi} (vx_\eta) \right]^2 \right] \quad (7)$$

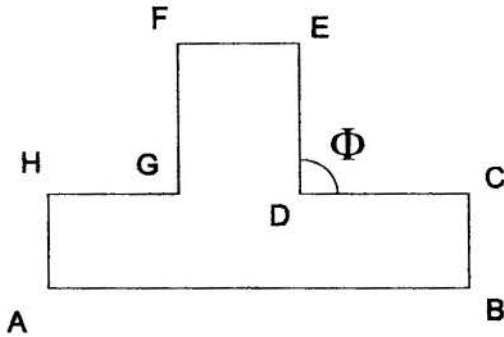


Figure 1: Bifurcation Geometry

## BOUNDARY CONDITIONS

### Inlet Boundaries

On the inlet planes,  $\overline{AH}$  and  $\overline{BC}$  section in Fig. 1, all dependent variables - except pressure - are prescribed as

$$u = U_{inlet} \quad v = 0 \quad k = 10^{-3} U_{inlet}^2 \quad \epsilon = \frac{k^{1.5}}{H} \quad (8)$$

where  $H$  is the length  $\overline{AH}$  and  $U_{inlet}$  is a function of the Reynolds number. The Reynolds number is defined as  $\rho U_{inlet} / \mu$ .

### Outlet Boundary

On the outlet plane,  $\overline{EF}$  section in Fig. 1, the derivative of all dependent variables - except pressure - are prescribed as

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial \epsilon}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

where  $x$  in Eq. (9) is the direction normal to the  $\overline{EF}$  section.

## Walls

On the wall planes -  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DE}$ ,  $\overline{DE}$ ,  $\overline{FG}$  and  $\overline{GH}$  sections in Fig. 1, the artificial boundary condition known as wall function is applied. The wall functions that had been used in this work are the same that can be seen in Hackman's thesis (1982) and are given by

$$v = 0 \quad (10)$$

At the wall,  $w$ , the shear stress,  $\tau_w$ , are given by:

$$\tau_w = (\mu + \mu_T) \frac{du}{dy} = \begin{cases} \frac{\rho \kappa C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\ln(Ey^+)} & \text{se } y^+ > 11.63 \\ \frac{\mu_L u}{y} & \text{se } y^+ \leq 11.63 \end{cases} \quad (11)$$

and the dimensionless distance from the wall,  $y^+$ , is

$$y^+ = y \frac{C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\mu_L} \quad (12)$$

where  $\kappa = 0.4187$  e  $E = 9.793$ .

The turbulence energy dissipation rate is:

$$\epsilon = \frac{C_\epsilon^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y} \quad (13)$$

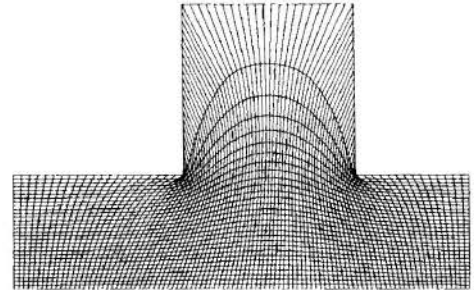


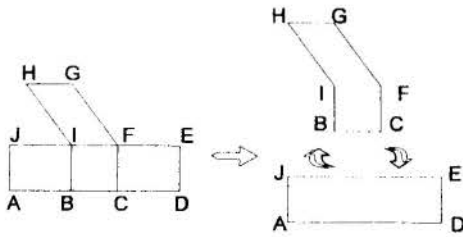
Figure 2: Boundary-fitted coordinates applied in a tee-branch

## NUMERICAL PROCEDURE

A finite volume method (Patankar, 1980) using nonorthogonal grids with co-located variables is used to formulate the approximations to the differential equations of this problem. The difficulty associated with the use of co-located variables was removed using the numerical approximation of the pressure gradients proposed by Marchi and Maliska (1994) based on Peric's work (1988).

The SIMPLEC method of Van Doormall and Raithby (1984) is employed for treating the pressure-velocity coupling. The five systems of algebraic equations are solved by an ADI procedure as described in Silva *et alli* (1993).

Boundary-fitted coordinates were used to discretize all differential equations. This methodology has been used to handle a wide range of geometric configurations. Therefore, for geometries with protuberances, as in Fig. 2, it is not easy to find a coordinate system with maps onto a single rectangle. A much better approach to handle this geometry is to segment into two simple geometries instead of using only a single domain.



**Figure 3:** Bifurcation geometry and its two sub-domains

Fig. 3 shows how the bifurcation geometry is transformed into two domains which are easier to apply the boundary-fitted methodology. Since the two domains are linked, there must exist a relation between each grid. The grid in the  $\overline{IFCB}$  region must be the equal for both domains.

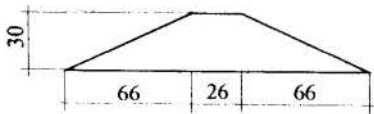
The Eq. (1) is solved for each subdomain. But the actual boundary condition is not available for all subdomain. When the code is solving the horizontal domain, the boundary conditions on  $\overline{IF}$  is unknown, and when the code is solving the vertical domain, the boundary conditions on  $\overline{IB}$  and  $\overline{CF}$  are also unknowns. In the vertical domain, both section  $\overline{IB}$  and  $\overline{CF}$  are available because they are interior section in the horizontal domain. This situation is equivalent for the  $\overline{IF}$  boundary, which is a boundary in the vertical domain, but is an interior section in the vertical domain.

The multidomain procedure algorithm is therefore :

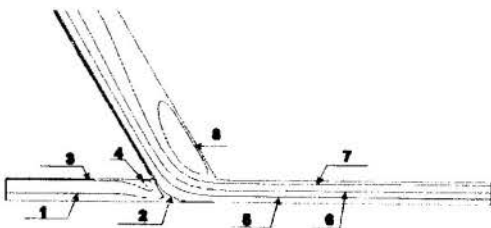
1.  $\phi$  is estimated for each variable and each subdomain;
2. Horizontal subdomain - Eq. (1) is solved for each  $\phi$ . The value of  $\phi$  on the  $\overline{IF}$  boundary should be get from the  $\phi$  on the vertical subdomain;
3. Vertical subdomain - Eq. (1) is solved for each  $\phi$ . The value of  $\phi$  on the  $\overline{IB}$  and  $\overline{CF}$  boundaries should be get from the  $\phi$  on the horizontal subdomain;
4. The step 2 and 3 must be repeated until the convergence of both subdomains is reached.

Changing a boundary-fitted single domain code into a boundary-fitted multidomain is not too difficult. The single domain code must be a subroutine of a multidomain algorithm shown before.

One of the convergence criteria adopted is related with mass residuals. First the absolute mass residual for each finite volume is calculated and this value is divided by the mass-flow of the section. This value should be smaller than 0.01% for all cells. Second, none of the  $\phi$  variables on the unknown boundaries must change by more than 1% between two successive cycles.

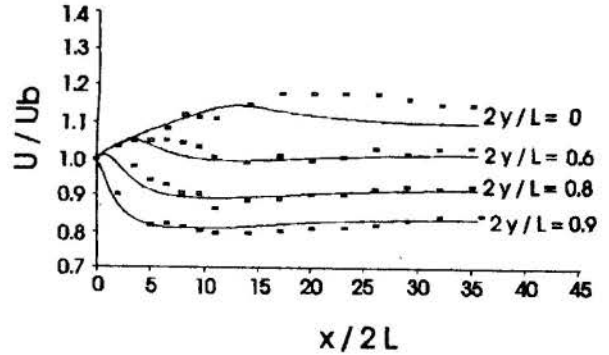


**Figure 4:** Bump dimensions [mm]



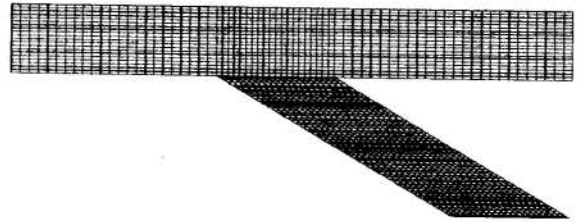
**Figure 5:** Streamlines for the first geometry

The turbulence model was compared with the Stephenson (1975) work, where two-dimensional turbulent flow in parallel plates is predict by the use of a finite-difference solution procedure. The Reynolds number, definid on bulk velocity ( $2\rho u_b L/\mu$ ) is 140,000. The spacing between the parallel plates,  $L$ , is 0.051 [m]. These plates are 3.66 long and the grid used to solve this problem is  $60 \times 48$ . The result is shown in Fig. 6 where the dots are Stephenson's results and  $y$  is the distance from the plates centreline. The results agree well except along the centreline.

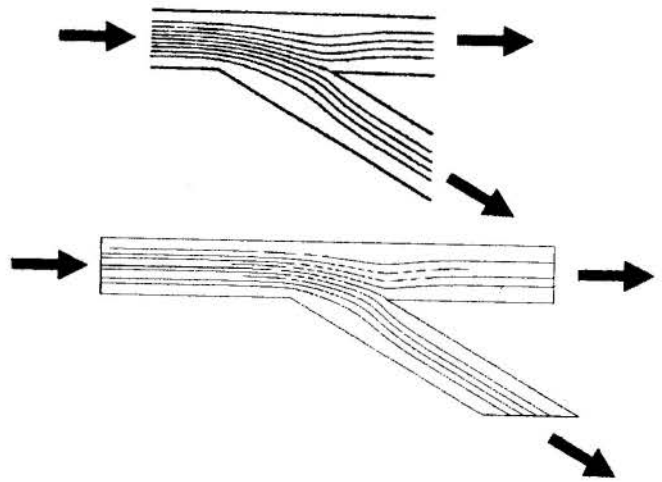


**Figure 6:** Two-dimensionaol turbulent flow between parallel plates

The multidomain procedure was compared with the results of Kawaguti and Hamano (1979). Fig. 7 shows the grid used to compute laminar flow in a  $30^\circ$  bifurcation. Fig. 8 shows the streamlines of the Kawaguti and Hamano results (upper) and the streamlines obtained in this work. Further details about the multidomain procedure can be find in Vasconcellos (1993).



**Figure 7:** Bifurcation grid  $82 \times 22$  (horizontal) and  $22 \times 82$  (vertical)



**Figure 8:** Streamlines in a  $30^\circ$  bifurcation



## RESULTS AND CONCLUSIONS

The computations presented herein comprise two geometries of combining-flow mode. The first geometry reproduces the situation where the bifurcation angle,  $\Phi$ , is  $60^\circ$  and without bumps in the horizontal domain. The second reproduces the situation where  $\Phi = 90^\circ$  and with four bumps in the horizontal domain. The bumps helps to create a flow where heat and mass transfer is enhanced. For the enameling process this is of almost importance Both calculations were performed for Reynolds number equal  $63,781 - \mu = 1.846 \times 10^{-5} \text{ [kg/ms]}$  and  $\rho = 1.1774 \text{ [kg/m}^3\text{]}$  – and were carried out with  $120 \times 16$  (horizontal domain) and  $32 \times 62$  (vertical domain) meshes. This grid was chosen after a grid dependence study. The bifurcation dimensions are :  $\overline{AH} = 70 \text{ [mm]}$ ,  $\overline{FE} = 200 \text{ [mm]}$ ,  $\overline{AB} = 1500 \text{ [mm]}$ ,  $\overline{HG} = 450 \text{ [mm]}$  and  $\overline{DE} = 450 \text{ [mm]}$ . Fig. 4 shows the bump dimensions. The first upper bump is located at  $689 \text{ [mm]}$  from the left side of the bifurcation while the second at  $1,061 \text{ [mm]}$ . The first lower bump is located at  $862 \text{ [mm]}$  from the left side of the bifurcation while the second at  $1,260 \text{ [mm]}$ . The left inlet mass flow is  $v_w = 0,05 \text{ [m}^2\text{/m]}$  and the right inlet mass flow is  $v_e = 0,95 \text{ [m}^2\text{/m]}$ .

Fig. 5 and Fig. 9 show the streamlines for the first and second case, respectively. For these problems no experimental data could be found in the open literature.

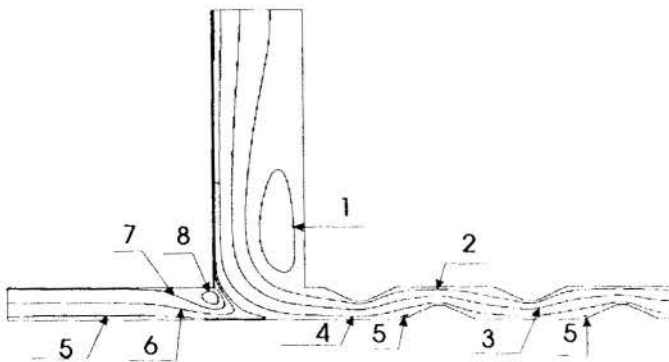


Figure 9: Streamlines for the second geometry

Number	Streamlines 1 <sup>st</sup> case	Streamlines 2 <sup>nd</sup> case
1	$1.743 \cdot 10^{-2}$	$-1.079 \cdot 10^0$
2	$-7.276 \cdot 10^{-3}$	$-8.797 \cdot 10^{-1}$
4	$4.864 \cdot 10^{-2}$	$-1.487 \cdot 10^{-1}$
3	$5.920 \cdot 10^{-2}$	$-5.310 \cdot 10^{-1}$
5	$-2.502 \cdot 10^{-1}$	$6.527 \cdot 10^{-3}$
6	$-5.451 \cdot 10^{-1}$	$2.814 \cdot 10^{-2}$
7	$-8.607 \cdot 10^{-1}$	$5.092 \cdot 10^{-2}$
8	$-1.035 \cdot 10^0$	$6.675 \cdot 10^{-2}$

Table 2: Streamlines - Fig. 5 and Fig. 9

It was demonstrated with the tests presented in this paper that the use of boundary-fitted grids with a multidomain technique is an attractive alternative for solving fluid flow problems in complex geometries.

## REFERENCES

- Bramley, J. S. e Sloan, D. M., "Numerical Solution for Two-Dimensional Flow in a Branching Channel Using Boundary-Fitted Coordinates", *Computers & Fluids*, Vol. 15, pp. 297-311, 1987.
- Dimitriadis, K. P., "Computation of Three-Dimensional Turbulent Flow in Nonorthogonal Junctions", *Ph.D. Thesis*, Manchester University, Manchester, England, 1986.

- Hackman, L. P., "Numerical Study of the Turbulent Recirculating Flow over a Backward-Facing Step Using a Two Equation Turbulence Model", *Ph.D. Thesis*, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1982.
- Hayes, R. E. et al., "Steady Laminar Flow in a 90 Degree Planar Branch", *Computers & Fluids*, Vol. 17, pp. 537-553, 1989.
- Kawaguti, M. e Hamano, A., "Numerical Study on Bifurcating Flow of a Viscous Fluid", *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 46, pp. 1360-1365, 1979.
- Launder, B. E. e Spalding, D. B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- Marchi, C. H. and Maliska, C. R., "A Nonorthogonal Finite Volume Method for Solution of All Speed Flows Using Co-Located Variables", *Numerical Heat Transfer*, Accepted for publication, 1994.
- Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", *Hemisphere Publishing*, 1980.
- Peric, M., Kessler, R. e Scheuerer, G., "Comparison of Finite Volume Numerical Methods with Staggered and Colocated Grids", *Computers & Fluids*, Vol. 16, pp. 389-403, 1988.
- Pollard, A., "Computer Modelling of Flow in Tee-Junctions", *Physic Chemical Hydrodynamics*, Vol. 2, pp. 203-227, 1981.
- Pollard, A. e Spalding, D. B., "The Prediction of the Three-Dimensional Turbulent Flow Field in a Flow-Splitting Tee-Junction", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 13, pp. 293-306, 1978.
- Samagaio, A. e Vlachos, N. S., "Calculation of Three-Dimensional Laminar Flows in T-Shaped Junctions", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 75, pp. 393-407, 1989.
- Silva, A. F. C., Marchi, C. H., Livramento, M. A. and Azevedo, J. L.F., "On the Effects of Vectorization for Efficient Computation of Three-Dimensional Segregated Finite Volume Solutions", *XI Proceedings of the XI ABCM Mechanical Engineering Conference*, pag. 109-112, São Paulo, São Paulo, Brasil, 1991.
- Stephenson, P. L., "A Theoretical Study of Heat Transfer in Two-Dimensional Turbulent Flow in a Circular Pipe and Between Parallel and Diverging Plates", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 413-423, 1989.
- Van Doormaal, J. P. e Raithby, G. D., "Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flow", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp. 147-163, 1984.
- Vasconcellos, J. F. V., "Simulação Numérica de Escoamento Turbulento em Bifurcação usando Multidomínios", *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brazil, 1993.

## ACKNOWLEDGMENTS

The partial financial support to J. F. V. de Vasconcellos by Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) and Pirelli Industrial Brasileira S/A is gratefully acknowledged.

MODELLING TURBULENT FLOW INSIDE TROPICAL FORESTS

ANTONIO C. P. BRASIL JUNIOR  
 Universidade de Brasília  
 Departamento de Engenharia Mecânica  
 701910-900 Brasília - DF

SUMMARY

*In this work the turbulent flow inside tropical forests is modelled. The canopy is considered as a flexible porous structure which interacts with the air flow, changing momentum and energy. The continuum mixture theory, coupled to the turbulence modelling methodology, is used to describe the conservation equations in a averaged form. A first order closure is proposed and some preliminar results concerning the boundary layer above and inside a tropical forest canopy, are presented.*

INTRODUCTION

The prediction of the turbulent flow inside tropical forests is a subject of great interest presently. The studies in this domain are very important in order to explain the role of the interaction between the forest canopy and the atmosphere, underlining its influence in the microclimate of a specific region. The understanding of heat, mass and momentum exchange processes in the tropical forest, allows the ecologists to obtain information which can be used to determine biological activities in forest life. Most of the physical and chemical processes of the vegetation like transpiration, photosynthesis, etc.. are strongly influenced by the turbulent fluxes in the forest canopy.

Specifically for the Amazon forest, a great number of research projects have been developed recently. The main interest is the study of the chemical and physical characteristics of the surface boundary layer over the Amazon forest and how it changes for different *Scenarios* of forestry manipulation, like forest cleaning fires (*Queimadas*) and areas transformed by agriculture. In this work a modelling approach to describe the air flow inside canopies is presented. The proposed model is specifically applied to the flow in a tropical forest.

MATHEMATICAL MODEL

The modelling of air flow in a forest canopy is a complex research topic in atmospheric fluid mechanics. The turbulence characteristics of the flow and the random spatial distribution of the vegetation, requires a statistical treatment of the problem, using the same concepts developed in the theory for turbulent two-phase flow (Besnard & Harlow (1988)).

Various different approaches used to model turbulent flow in plant canopies are encountered in literature. One of the most important was proposed by Raupach & Thom (1981a) based in the original idea of Wilson & Shaw (1977). This approach treats the flow using a concept of *horizontal average*, applying it to the conservation equations (Raupach & Shaw (1981b)). It is an approach which was successfully applied to the modelling of atmospheric boundary layer above and inside horizontally homogeneous canopies subject to stationary flow. It

can be also interpreted as a particular application of the mixture theory for two-phase flow (Drew (1983)), taking into account specific considerations for homogeneity of the vegetation layer and also the turbulent characteristics of the flow.

Two-Phase Flow Modelling

In this work the continuum mixture theory is used to model the turbulent two-phase flow inside the canopy. Problems due to non-homogeneous spatial distribution of the vegetation can be treated. From this point of view the flow inside the plant canopy will be described by a superposition of two continuum media: The *air flow* and the *solid canopy* elements, noted here by the subscripts *f* and *s* respectively. In a first step the *laminar* behavior of the mixture air-vegetation can be modelled by the following equations, written in a conservative form:

$$\frac{\partial \gamma_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\gamma_f \mathbf{u}_f) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \gamma_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\gamma_s \mathbf{u}_s) = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial (\gamma_f \mathbf{u}_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\gamma_f \mathbf{u}_f \otimes \mathbf{u}_f) = \varphi \nabla \cdot \mathbf{T}_f - \mathbf{m} \tag{3}$$

$$\frac{\partial (\gamma_s \mathbf{u}_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\gamma_s \mathbf{u}_s \otimes \mathbf{u}_s) = (1 - \varphi) \nabla \cdot \mathbf{T}_s + \mathbf{m} \tag{4}$$

The equations (1) and (2) represent the mass balance for each component of the mixture. The equations (3) and (4) establish the conservation of linear momentum for the air and for the canopy. In those equations  $\mathbf{u}_f$  and  $\mathbf{u}_s$  are the local velocities of the two fields,  $\varphi$  the *porosity* of the vegetation structure, and  $\gamma_f$  and  $\gamma_s$  the partial densities defined as:

$$\gamma_f = \varphi \rho_f \tag{5}$$

$$\gamma_s = (1 - \varphi) \rho_s \tag{6}$$

$\mathbf{T}_f$  and  $\mathbf{T}_s$  are the fluid and canopy partial stress tensors and  $\mathbf{m}$  is the vector force which establishes the mechanical

relationship between the air flow and the flexible canopy elements.

Constitutive equations for the partial stress tensors can be proposed as:

$$\mathbf{T}_f = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D}(\mathbf{u}_f) \quad (7)$$

$$\mathbf{T}_s = -p\mathbf{I} + 2\Gamma_s\mathbf{D}(\mathbf{u}_s) \quad (8)$$

where  $\mathbf{I}$  is the identity tensor,  $p$  the effective pressure in the mixture,  $\mu$  the viscosity of the fluid and  $\Gamma_s$  a constitutive tensor describing the anisotropic behaviour of the stress in the solid elements.  $\mathbf{D}(\mathbf{u})$  is the symmetric part of the velocity gradient tensor written as:

$$\mathbf{D}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + \nabla^T\mathbf{u}) \quad (9)$$

The interaction of the two fields,  $\mathbf{m}$ , can be modelled, using a parameter  $\alpha$ , by the following linear constitutive relation:

$$\mathbf{m} = \alpha(\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s) \quad (10)$$

### Turbulence Modelling

To take into account the turbulence, a statistical approach for the equations (1)-(10) has to be used. The classical Reynolds decompositions for mean and fluctuating part of a field is used for the pressure and the porosity. It can be written as:

$$p = \bar{p} + p' \quad (11)$$

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad (12)$$

$\overline{(\cdot)}$  is the ensemble average operator.

For the velocity field the Favre's decomposition is used (Favre(1965)). In this method the mean operator is weighted by the porosity field as:

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u}' \quad (13)$$

Where

$$\tilde{\mathbf{u}} = \frac{\bar{\varphi}\mathbf{u}}{\bar{\varphi}} \quad (14)$$

Using (11)-(14), the ensemble averaged version of governing equations (1)-(4) are written as:

$$\frac{\partial \bar{\gamma}_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\gamma}_f \tilde{\mathbf{u}}_f) = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \bar{\gamma}_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\gamma}_s \tilde{\mathbf{u}}_s) = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial (\bar{\gamma}_f \tilde{\mathbf{u}}_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\gamma}_f \tilde{\mathbf{u}}_f \otimes \tilde{\mathbf{u}}_f) = -\bar{\varphi} \nabla \bar{p}$$

$$\begin{aligned} & + \bar{\varphi} \mu \nabla \cdot (\nabla \tilde{\mathbf{u}}_f + \nabla^T \tilde{\mathbf{u}}_f) - \alpha \tilde{\mathbf{u}}_f - \nabla \cdot (\bar{\gamma}_f \overline{\mathbf{u}'_f \otimes \mathbf{u}'_f}) \\ & - \rho_f \nabla \cdot (\overline{\varphi' \mathbf{u}'_f \otimes \mathbf{u}'_f}) - \overline{\varphi' \nabla p'} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\bar{\gamma}_s \overline{\mathbf{u}'_s \otimes \mathbf{u}'_s}) &= -(1 - \bar{\varphi}) \nabla \bar{p} - \alpha \tilde{\mathbf{u}}_f + \\ & + \rho_s \nabla \cdot (\overline{\varphi' \mathbf{u}'_s \otimes \mathbf{u}'_s}) + \overline{\varphi' \nabla p'} \end{aligned} \quad (18)$$

The higher order turbulence correlations of fluctuating fields in the momentum equation (17)-(18), obtained in the averaging process, have to be modelled using a closure model. In this work a first order method will be used.

The averaged momentum equation for the canopy elements (18) is obtained considering the null mean velocity  $\tilde{\mathbf{u}}_s$ . This equation will not be directly used for the computations of fields, although it gives important information about the momentum exchange in the mixture.

The Reynolds stress tensor for the fluid is modelled using the Boussinesq eddy viscosity assumption, given by:

$$\bar{\gamma}_f \overline{\mathbf{u}'_f \otimes \mathbf{u}'_f} = \frac{2}{3}(\bar{\gamma}_f k + \mu_T \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}_f) \mathbf{I} - 2\mu_T \mathbf{D}(\tilde{\mathbf{u}}_f) \quad (19)$$

$k$  is the kinetic energy of turbulence of the air flow defined by:

$$k = \frac{1}{2} \text{tr}(\overline{\mathbf{u}'_f \otimes \mathbf{u}'_f}) \quad (20)$$

Using a zero equation model, the eddy viscosity  $\mu_T$  is related to a mixing length scale,  $l$  by:

$$\mu_T = \bar{\gamma}_f l^2 (\mathbf{D}(\tilde{\mathbf{u}}_f) : \mathbf{D}(\tilde{\mathbf{u}}_f))^{1/2} \quad (21)$$

To model the triple correlation, the generalized gradient diffusion hypothesis is used (Launder (1987)). It can be written as:

$$\overline{\varphi' \mathbf{u}'_f \otimes \mathbf{u}'_f} = -C_{\varphi 1} \tau (\overline{\mathbf{u}'_f \otimes \mathbf{u}'_f}) (\nabla \overline{\mathbf{u}'_f \varphi'}) \quad (22)$$

where  $\tau$  is a convenient time scale, and  $C_{\varphi 1}$  one of the constants of the model. This equation introduces a new unknown variable: The turbulent flux of the porosity,  $\overline{\mathbf{u}'_f \varphi'}$ . It is interpreted as a transport of the volume fraction by the fluctuation of air velocity. The same variable is used to model the fluctuation of porosity - pressure gradient correlation. The concepts of return-to-isotropy can be considered (Launder (1987)) and the following relation can be used:

$$\overline{\varphi' \nabla p'} = C_{\varphi 2} \rho_f \frac{1}{\tau} \overline{\mathbf{u}'_f \varphi'} \quad (23)$$

The simplest method to evaluate the turbulent flux, which appears in all higher order correlation models (22)-(23), is to relate it to the gradient of the mean field as:

$$\overline{\mathbf{u}'_f \varphi'} = -\frac{\mu_T}{\sigma_\varphi} \nabla \bar{\varphi} \quad (24)$$

The new constants  $C_{\varphi 2}$  and  $\sigma_\varphi$  (equations (23) and (24)) are introduced.

Using the preceding equations, the closed momentum conservation equation can be written as:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (\bar{\gamma}_f \tilde{\mathbf{u}}_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\gamma}_f \tilde{\mathbf{u}}_f \otimes \tilde{\mathbf{u}}_f) = -\bar{\varphi} \nabla \bar{p} + \\ & + \nabla \cdot [2\bar{\varphi}(\mu + \mu_T)\mathbf{D}(\tilde{\mathbf{u}}_f)] - \alpha \tilde{\mathbf{u}}_f - \frac{2}{3} \bar{\varphi} \nabla (\mu_T \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}_f) + \Phi(\nabla \bar{\varphi}) \end{aligned} \quad (25)$$

where  $\Phi(\nabla\bar{\varphi})$  is a function obtained from (22)-(24). In fact this term is null for homogeneous canopy distribution. On the other hand, in some kinds of unsteady flow like propagation of void waves in canopies (Finnigan (1979)), this function has to be taken into account.

#### Model for tropical forest

For steady turbulent flow, and considering a homogeneous distribution of the vegetation layer, which is a characteristic of dense forests, the preceding equations can be written as:

$$\nabla \cdot (\bar{\gamma}_f \tilde{\mathbf{u}}_f) = 0 \quad (26)$$

$$\nabla \cdot (\bar{\gamma}_f \tilde{\mathbf{u}}_f \otimes \tilde{\mathbf{u}}_f) = -\bar{\varphi} \nabla \bar{p} + \nabla \cdot [2\bar{\varphi}(\mu + \mu_T)\mathbf{D}(\tilde{\mathbf{u}}_f)] - \alpha \tilde{\mathbf{u}}_f \quad (27)$$

Using those equations the problem of turbulent flow inside forests can be solved for a given porosity of the forest, using a estimative of the turbulent mixing length. The parameter  $\alpha$  is modelled considering the hydrodynamical drag in the vegetation as follows:

$$\alpha = C_D A |\tilde{\mathbf{u}}_f| \quad (28)$$

where  $C_D$  is a constant drag coefficient and  $A$  the reference leaf area by unit of vegetation volume.

For a dense tropical forest, the mixing length can be considered as a constant inside the canopy. Above the canopy a linear behaviour of  $l$  will be used, using a Von Karmann-like constant  $\kappa$ . The behaviour of the mixing length in canopy flow is discussed by Fitzjarrald *et al* (1990), for the Amazon forest, and by Pinker & Moses (1982) for other tropical forests.

#### The Boundary layer problem

Considering a homogeneous spatial distribution of the vegetation. The  $x$  component of the momentum equation using the turbulent boundary layer approximation, can be written as:

$$\frac{d}{dz} \left( \bar{\varphi} \mu_T \frac{dU}{dz} \right) - C_D A U^2 = 0 \quad (29)$$

where

$$\mu_T = l^2 \left| \frac{dU}{dz} \right| \quad (30)$$

$C_D$  is non-zero only inside the canopy, and  $l$  is given by:

$$l = \begin{cases} l_h; & \text{if } z \leq h \\ l_h + \kappa(z - h); & \text{if } z > h \end{cases} \quad (31)$$

The boundary conditions for this problem are established as:

$$\text{for } z = 0; U = 0 \quad (32)$$

$$\text{for } z = z_{max}; U = U_\infty \quad (33)$$

where  $h$  is the canopy height and  $l_h$  is the mixing length inside the canopy. The computation domain is bounded to a upward limit  $z_{max}$  where a known velocity is imposed.

## NUMERICAL RESULTS

To solve the boundary layer problem given by the equations (29)-(33), a spatial finite difference discretization is used with a finite volume approach. The non-linearity of the problem is treated by a fixed point algorithm, using a relaxation strategy. A initial estimative for the velocity field is used, based in a power-law distribution.

In discretising the computational domain ten volumes were in the region into the canopy. The same number of control volumes is used for the free flow region. The computational domain is limited at a height  $z_{max} = 3h$ . The characteristic parameters for this test case are presented in the table 1.

Parameter	Value
$C_D$	0.1 - 0.5
$A(m^2/m^3)$	0.8 - 1.2
$\kappa$	0.3
$l_h$	0.05h - 0.3h
$h(m)$	25

Tab. 1: Characteristic Parameters of Canopy

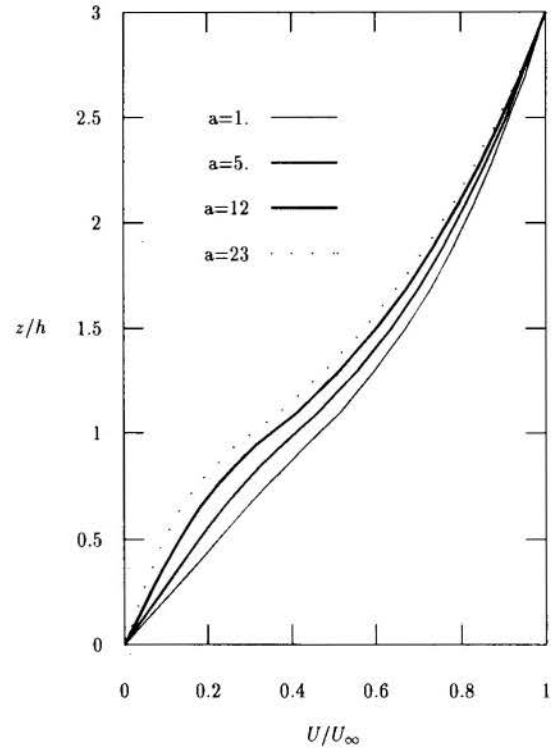


Fig. 1 : Mean velocity inside and above the forest

In the figures 1 and 2 the vertical distribution of the velocity and the turbulent stress are presented. The results are presented as a function of the canopy index  $a$ , defined as :

$$a = \frac{C_D A}{l_h^2 \bar{\varphi}}$$



This index is related to the forest density from a fluid mechanics point of view. For dense forests  $a$  has a large value. The drag coefficient and the leaf area,  $C_d$  a  $A$ , increases when the canopy is very dense. Also the porosity and the mixing length decreases for those situations.

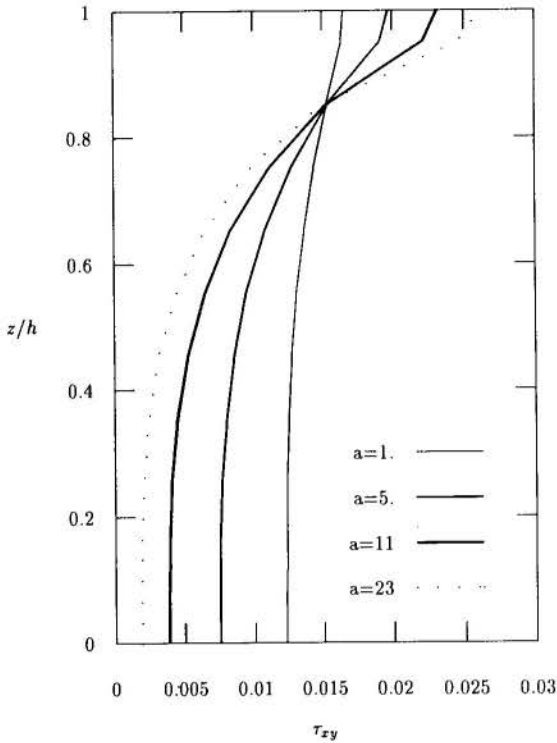


Fig. 2 : Turbulent stress inside the canopy

For small values of  $a$ , the flow inside the canopy is strong and the boundary layer is weakly influenced by the canopy flow. For higher values of the canopy index, the flow is slowed down into the forest, and small values of the horizontal velocity near the bottom of the forest are obtained. The variation of the velocity field in the canopy presents a inflection point close to the top. In the free flow region a distribution like a *log-law* is observed. The turbulent stress is quite constant inside the canopy, and a small variation is observed close to the top. Those results are compatible with the experimental measurements presented by previous papers for homogeneous vertical distribution of vegetation as in a tropical forest (Pinker & Moses (1982)) or as in the corn canopies (Li *et al* (1985)).

In Fig. 3 the variation of the velocity at the top of the canopy and the stress in the ground level is shown in function of the canopy index. Both values decrease when the density of the vegetation is high. In fact the vegetation acts as a filter for the turbulence of the free flow, decreasing its value just at the bottom.

In Fig. 4 a comparison between the measurements reported in the works of Pinker & Moses (1982), Viswanadham *et al* (1990) and Fitzjarrald *et al* (1990), and the computations using a flow index equal to 142.9 is presented. A good agreement between the results is observed.

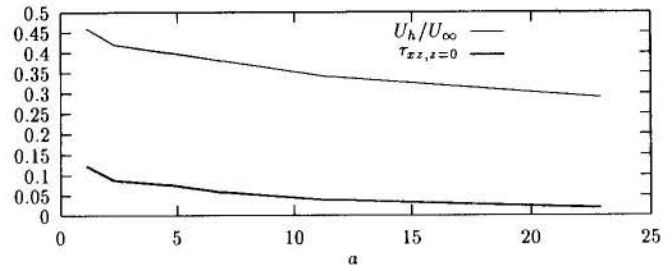


Fig. 3 : Top velocity and bottom stress.

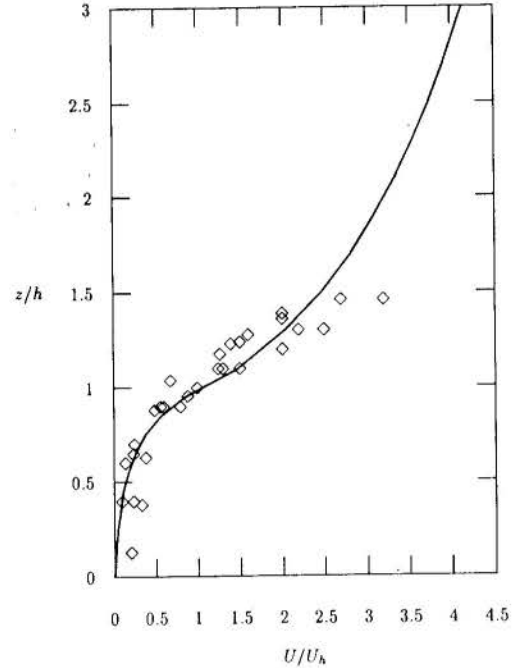


Fig. 4 : Computed and Experimental results

## REFERENCES

- D. C. Besnard & F. H. Harlow; Turbulence in multiphase flow, *Int. J. Multiphase Flow*, 14, 6, 679-699, 1988.
- D. Drew; Mathematical Modeling of Two-Phase Flow, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 15, 261-291, 1983.
- J. J. Finnigan, Turbulence in Waving Wheat. Structure of Momentum Transfer, *Boundary-Layer Meteorol.*, 16, 213-236, 1979.
- D. R. Fitzjarrald, K. R. Moore, O. M. R. Cabral, J. Scolar, A. O. Manzi e L. D. de Abreu Sá; Daytime Turbulent Exchange Between the Amazon Forest and the Atmosphere, *J. of Geoph. Research*, 95, 16825-16838, 1990.
- B. E. Launder, An Introduction to Single-Point Closure Methodology, VKI course Lectures, 1987.
- Z. J. Li, D. R. Miller & J. D. Lin; A first-order scheme to describe counter - gradient momentum transport in plant canopies, *Boundary-Layer Meteorol.*, 33,77-83, 1985.
- R. T. Pinker e J. F. Moses, On the Canopy Flow Index of a Tropical Forest, *Boundary-Layer Meteorol.*, 22, 313-324, 1982.
- M. R. Raupach e R. S. Shaw, Averaging Procedures for Flow Within Vegetation Canopies, *Boundary-Layer Meteorol.*, 19, 79-90, 1981a.
- M. R. Raupach e A. S. Thom, Turbulence in and Above Plant Canopies, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 13, 97-129, 1981b.
- Y. Viswanadham, L. C. Molion, A. O. Manzi, L. D. A. Sá, V. P. Silva Filho, e R. G. B. André; Micrometeorological Measurements in Amazon Forest During GTE / ABLE 2A Mission, *J. of Geoph. Research*, 95, 13669-13682, 1990.
- N. R. Wilson e R. H. Shaw, A high Order Closure Model for Canopy Flow, *J. Appl. Meteorol.*, 16, 1197-1205, 1977.

CHARACTERIZATION OF THE TURBULENT FIELD ALONG A SERPENTINE  
CHLORINE CONTACT TANK BY MEANS OF PHYSICAL MODELLING

Edmilson Costa Teixeira<sup>1</sup> and Koji Shiono<sup>2</sup>

(1) Dept. Hidraulics & Sanitary Engrg - UFES  
Cx. Postal 01-9011; 29060-970 Vitoria - ES Brazil  
(2) Dept. Civil and Building Engrg.  
Loughborough University of Technology - U.K.

SUMMARY

Based on a great number of three-dimensional turbulent velocity data acquired by a TSI two-component laser Doppler anemometer and measured throughout an eight-compartments serpentine contact tank model, very detailed analyses of the turbulent field were undertaken, which allowed the identification of significant levels of turbulence and finding out the causes of their generations.

INTRODUCTION

The characterization of the turbulent field of a water body is a very helpful tool for the understanding of mixing processes taking place in it [Jobson & Sayre, 1970; Lyn & Rodi, 1990]. Since a turbulence-free flow is among the characteristics of the ideal flow regime in contact tanks [Teixeira, 1993], the characterization of the turbulent field in existing contact tanks with the objective of acquiring an understanding of the mechanisms of generation, dissipation, diffusion and advection of turbulence in them, can be of great help for the design of this type of unit. In the following sections, the results of an analysis carried out for a model of an existing serpentine contact tank are presented (see the model's configuration and dimensions in Figure-1). A constant flow rate equal to 1.171/s was established throughout the tank for the conduction of the experiments. This flow rate corresponded to the maximum flow rate for the prototype tank, and was determined by the use of the Froudian similarity law (in assuming that gravity effects dominated over viscous effects). It also yielded a tank mean water depth (Ht) of 53.6cm, and an approximate cross-sectional mean velocity ( $U_0 = Q/(Wc.Ht)$ ) equal to 1.0cm/s - Wc is the width of the tank's compartments.

IDENTIFICATION OF FLOW REGIONS OF SIGNIFICANT LEVELS OF TURBULENCE, AND CAUSES OF THEIR GENERATION

The analysis presented in this section is based on the normalized intensities  $u'/U_0$ ,  $v'/U_0$  and  $w'/U_0$  of the longitudinal, transverse and vertical velocity components, respectively, and the normalized Reynolds stress components  $-\overline{uv}/U_0^2$  and  $-\overline{uw}/U_0^2$ .

The highest levels of turbulence were found in the region between the inlet weir and the tank inlet section, where the reasons for this are mainly attributed to the impact of the flow past the weir onto the bottom of the approach channel, and the existence of a vertical recirculating flow in this region [Teixeira & Shiono, 1992]. The values of  $u'/U_0$  and  $w'/U_0$  found in this region ranges approximately between 2.0 & 9.0, and 2.5 & 7.0, respectively; Figura-2a. The levels of turbulence in the top flow region of compartment.1 are still quite significant in comparison to those in the region between the inlet weir and the tank inlet section, in which the values

of  $u'/U_0$  and  $w'/U_0$  ranges approximately between 1.5 & 3.5, and 1.5 & 2.5, respectively. The magnitude and distribution of the normalized Reynolds stress  $-\overline{uw}/U_0^2$  given in Figure-2b indicate that shear is an important characteristic of the flow in this region. Thus, the turbulence in this flow layer may be due to both shear-generated turbulence locally, and transport of turbulence from the region between the inlet weir and the tank inlet section (this is discussed in more detail below). The turbulence in compartment.1 is also appreciable in the layer adjacent to wall TW-3, see Figure-2b, which appears to be due to wall-generated turbulence.

The regions of most significant levels of turbulence in compartment.2 are located on the first half of the compartment length; i.e., within  $x/Wt > 0.5$ . They correspond to the horizontal recirculating flow regions in the top and mid-depth layers [Teixeira, & shiono, 1992] Figures-2.(c & d), respectively, and the bottom region immediately downstream from the lee of baffle.1, Figure-2.e. The values of  $u'/U_0$  in these regions ranges approximately from 1.0 to 2.5. A reason for the significant levels of turbulence in the bottom region may be the turbulence generated as a result of the flow deflection from the lee of baffle.1. Contours of the normalized Reynolds stress component  $-\overline{uv}/U_0^2$  for the recirculating flow regions in the top and mid-depth layers, given in Figures-2(f & g), show that the values of  $-\overline{uv}/U_0^2$  in these regions are still appreciable in comparison to those found in the top flow layer in compartment.1. This indicates that the turbulence in these recirculating flow regions is partially due to shear. The interaction between the reversing and streamwise flows in this layer [Teixeira & Shiono, 1992] is another source of turbulence generation).

Values obtained for  $u'/U_0$  in compartment.3 are smaller than 1.5, and smaller than 0.75 in compartment.4. This indicates the occurrence of an overall decaying of the levels of turbulence in the longitudinal direction. However, from compartment.5 onwards, the turbulence tends to be maintained by two other sources of turbulence generation. They are the flow acceleration/deceleration at the vicinity of the transition sections between compartments, and the recirculating flows behind the baffles in compartments.(5-8) [Teixeira, 1993]. See in Figure-2h, for instance, that the values of  $u'/U_0$  in each of the compartments.(5-7) ranges from 0.4 to 0.6.

**THE BALANCE OF TURBULENT KINETIC ENERGY IN THE TOP AND BOTTOM FLOW REGIONS OF COMPARTMENT.1**

It has been mentioned above that the reasons for the relatively high levels of turbulence in the top flow layer of compartment.1 might be the locally shear-generated turbulence, and the transport of turbulence from the region between the inlet weir and the tank inlet section by the mean current. Thus, in order to examine this and gain an understanding of the mechanisms of transport, generation and dissipation of turbulence in this flow layer, an analysis of the conservation equation for the turbulent kinetic energy was carried out, and is presented in this section. This analysis was also applied to the bottom flow layer.

The conservation equation of turbulent kinetic energy ( $q^2$ ), is given below for the X-Z plane:

$$U \frac{\partial q^2}{\partial x} + W \frac{\partial q^2}{\partial z} + \overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} + \bar{\epsilon} + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{q^2 w} + \overline{pw}) = 0 \quad (1)$$

1

2

3

4

where,

- 1 = total advection of kinetic energy (ADVEC)
- 2 = generation (-GENER)
- 3 = viscous dissipation (DISSI)
- 4 = diffusion (DIFFU)
- x, z = longitudinal and vertical coordinates, respectively
- u, w = longitudinal and vertical components of the turbulent intensities
- U, W = longitudinal and vertical mean velocity components.

The adopted record length for the measurements of the velocity time series used to obtain the parameters  $U$ ,  $W$ ,  $q^2$ ,  $-\overline{uw}$  and  $\bar{\epsilon}$  was 15min. The turbulent energy  $q^2$  was taken as the mean between  $q_1^2$  and  $q_2^2$ , given by

$$q_1^2 = 0.5 (r_1'^2 + 2.r_j'^2) \quad (2)$$

$$q_2^2 = 0.75 (r_1'^2 + r_j'^2) \quad (3)$$

where,  $r_1'$  and  $r_j'$  are measured turbulent intensities in the directions of the main and secondary flows, respectively.

The energy dissipation  $\bar{\epsilon}$  was obtained by averaging a number of  $\epsilon$  values calculated by Equation (4), below, and corresponding to points ( $k_w$ ,  $E(k_w)$ ) within the inertial subrange, which obeyed the "-5/3" power law,

$$E(k_w) = \alpha \epsilon^{2/3} k_w^{-5/3} \quad (4)$$

where  $k_w$  is the wave number,  $\epsilon$  is the energy dissipation rate, and  $\alpha$  is a constant (= 0.5).

Then, the advective, generation and dissipation terms in Equation (1) were determined for various z positions over the top and bottom flow layers, at  $x/W_t = 0.5$ . The discretization of the advective term are given below, where  $x_{i-1} = x/W_t = 0.3$ ,  $x_i = x/W_t = 0.5$ , and  $x_{i+1} = x/W_t = 0.7$ :

Advection in the x-direction

$$\left( U \frac{\partial q^2}{\partial x} \right) \Big|_{i,k} = U_{i,k} \frac{q_{i+1,k}^2 - q_{i-1,k}^2}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad (5)$$

Advection in the z-direction

\* if  $z/H_t \neq 0.96, 0.81, 0.18$  and  $0.04$

$$\left( W \frac{\partial q^2}{\partial z} \right) \Big|_{i,k} = W_{i,k} \frac{q_{i,k+1}^2 - q_{i,k-1}^2}{z_{k+1} - z_{k-1}} \quad (6)$$

\* if  $z/H_t = 0.96$ , or  $0.18$

$$\left( W \frac{\partial q^2}{\partial z} \right) \Big|_{i,k} = W_{i,k} \frac{q_{i,k}^2 - q_{i,k-1}^2}{z_k - z_{k-1}} \quad (7)$$

\* if  $z/H_t = 0.81$ , or  $0.04$

$$\left( W \frac{\partial q^2}{\partial z} \right) \Big|_{i,k} = W_{i,k} \frac{q_{i,k+1}^2 - q_{i,k}^2}{z_{k+1} - z_k} \quad (8)$$

The discretization of the generation term followed the same procedure described above to obtain the advective terms. The diffusion term was then calculated by difference. The results of the calculations are given in Figures-3(a & b). From these values, the overall balances of turbulent kinetic energy for both top and bottom layers were determined by integrating each term in Equation (1) over the thickness of each flow layer, and the results are presented in Table-1.

Generation and dissipation are the most significant terms in the overall energy balance; see Figures-3(a & b). They account for 100% and 81% of the total gain and loss, respectively, of the turbulent kinetic energy in the top flow layer, and 77% and 68%, respectively, in the bottom layer; see values in Table-1. The absolute value (AVTGL) of the total gain/loss of kinetic energy in the bottom region, shown in Table-1, is about 10.5% of AVTGL in the top flow region. This indicates that the shear-generated turbulence in the top region is much greater than the bottom-generated turbulence. Although the overall advection of turbulent energy is small in the top flow layer ( $\approx 2.5\%$  of AVTGL), it is about 25% of AVTGL within the upper 1/3 part of this flow layer, i.e., within  $z/H_t > 0.94$ . Figure-3b shows that when approaching the bottom of the tank, the loss of turbulent energy due to diffusion becomes more significant than the loss due to viscous dissipation. In the case of the top flow region, the viscous dissipation is, for all the points over the vertical, greater than any other corresponding loss of kinetic energy.

CONCLUDING REMARKS

Based on a great number of turbulent velocity data acquired by the use of a laser Doppler anemometer, very detailed analyses of the turbulent flow structure throughout a serpentine contact tank model were undertaken. The results of these analyses reinforce the conclusion taken by the authors in a previous work [Teixeira & Shiono, 1992], that the hydrodynamic of a contact unit can significantly deviate from that assumed in its project stage, i.e., the hydrodynamic of the idealized plug flow.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank the financial and/or technical support given by CAPES (from the Brazilian Ministry of Education), The British Science and Engineering Research Council, Bristol Industrial and Research Associates Ltd., and The West Yorkshire Water Authority.

**REFERENCES**

Jobson, H.E., and Sayre, W.W., "Vertical transfer in open channel flow", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 96, No. HY3, 1970, pp. 703-724.

Lyn, D.A., and Rodi, W., "Turbulence measurements in model settling tank", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 1, 1990, pp. 3-21.

Teixeira, E.C., "Hydrodynamic processes and hydraulic efficiency of chlorine contact units", Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Bradford, England, 1993.

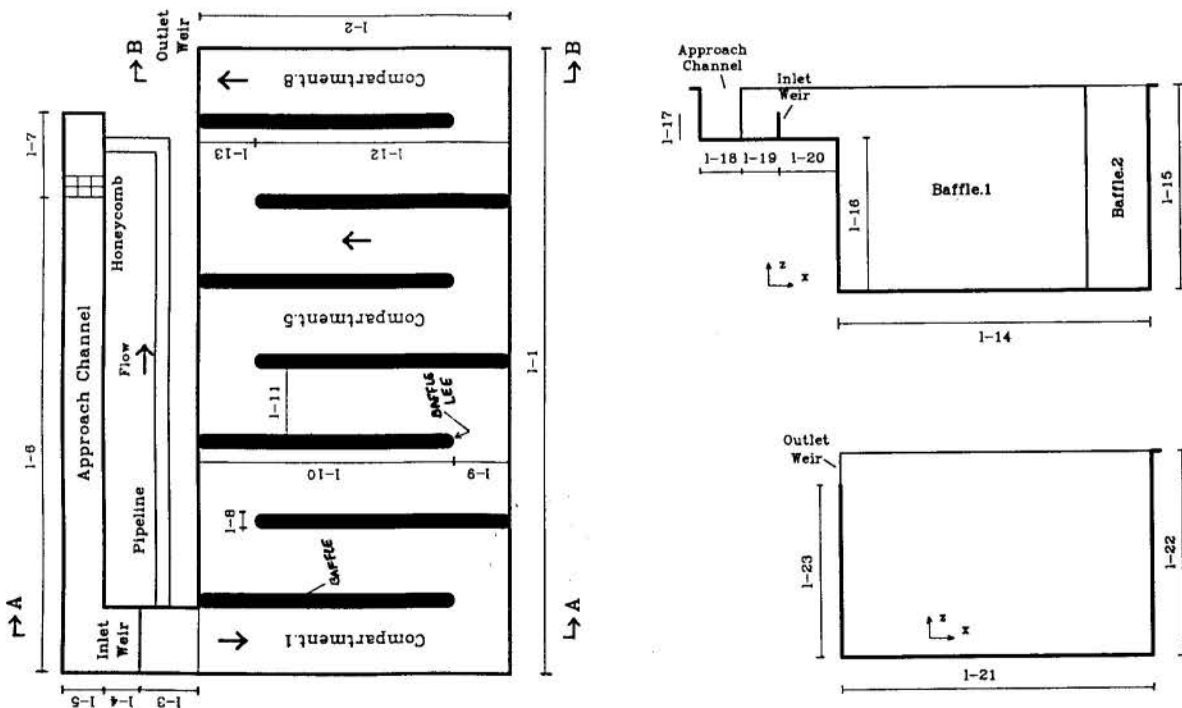
Teixeira, E.C., e Shiono, K., "An investigation of the hydraulic behaviour of a Chlorine contact tank", Proceedings of the Sixth International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, 1992.

**Table-1: Overall balance of the turbulent kinetic energy for the top and bottom flow layers**

Top Flow Layer				
z/Ht	ADVEC <sub>23</sub> cm/s	-GENER <sub>23</sub> cm/s <sup>3</sup>	DISSI <sub>23</sub> cm/s <sup>3</sup>	DIFFU <sub>23</sub> cm/s
0.94 - 0.96	-1.56	-4.59	4.18	1.97
0.91 - 0.94	-0.98	-7.43	6.32	2.09
0.89 - 0.91	-0.34	-9.28	7.35	2.26
0.87 - 0.89	0.19	-5.57	4.53	0.86
0.84 - 0.87	1.04	-5.99	4.95	0.00
0.81 - 0.84	2.61	-4.37	2.78	-1.01
<b>Total</b>	<b>0.95</b>	<b>-37.22</b>	<b>30.10</b>	<b>6.17</b>
Bottom Flow Layer				
z/Ht	ADVEC <sub>23</sub> cm/s	-GENER <sub>23</sub> cm/s <sup>3</sup>	DISSI <sub>23</sub> cm/s <sup>3</sup>	DIFFU <sub>23</sub> cm/s
0.10 - 0.18	-0.24	-1.32	1.64	-0.08
0.07 - 0.10	-0.39	-0.99	0.69	0.69
0.04 - 0.07	-0.26	-0.74	0.33	0.67
<b>Total</b>	<b>-0.89</b>	<b>-3.05</b>	<b>2.66</b>	<b>1.28</b>

Negative values mean energy gain  
Positive values mean energy loss

Absolute value of the total gain/loss of turbulent kinetic energy (AVTGL):  
Top flow layer, AVTGL = 37.22 cm<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>  
Bottom flow layer, AVTGL = 3.94 cm<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>



l No.	l (cm)	l No.	l (cm)	l No.	l (cm)
1	200.0	17	19.0	17	7.5
2	94.0	18	75.0	18	12.5
3	17.0	19	21.0	19	11.0
4	11.0	20	19.0	20	17.0
5	158.0	21	75.0	21	94.0
6	20.0	22	94.0	22	60.0
7	4.5	23	60.0	23	50.0
8	4.5	24	45.0		

Figure-1: Configuration and dimensions of the experimentation tank



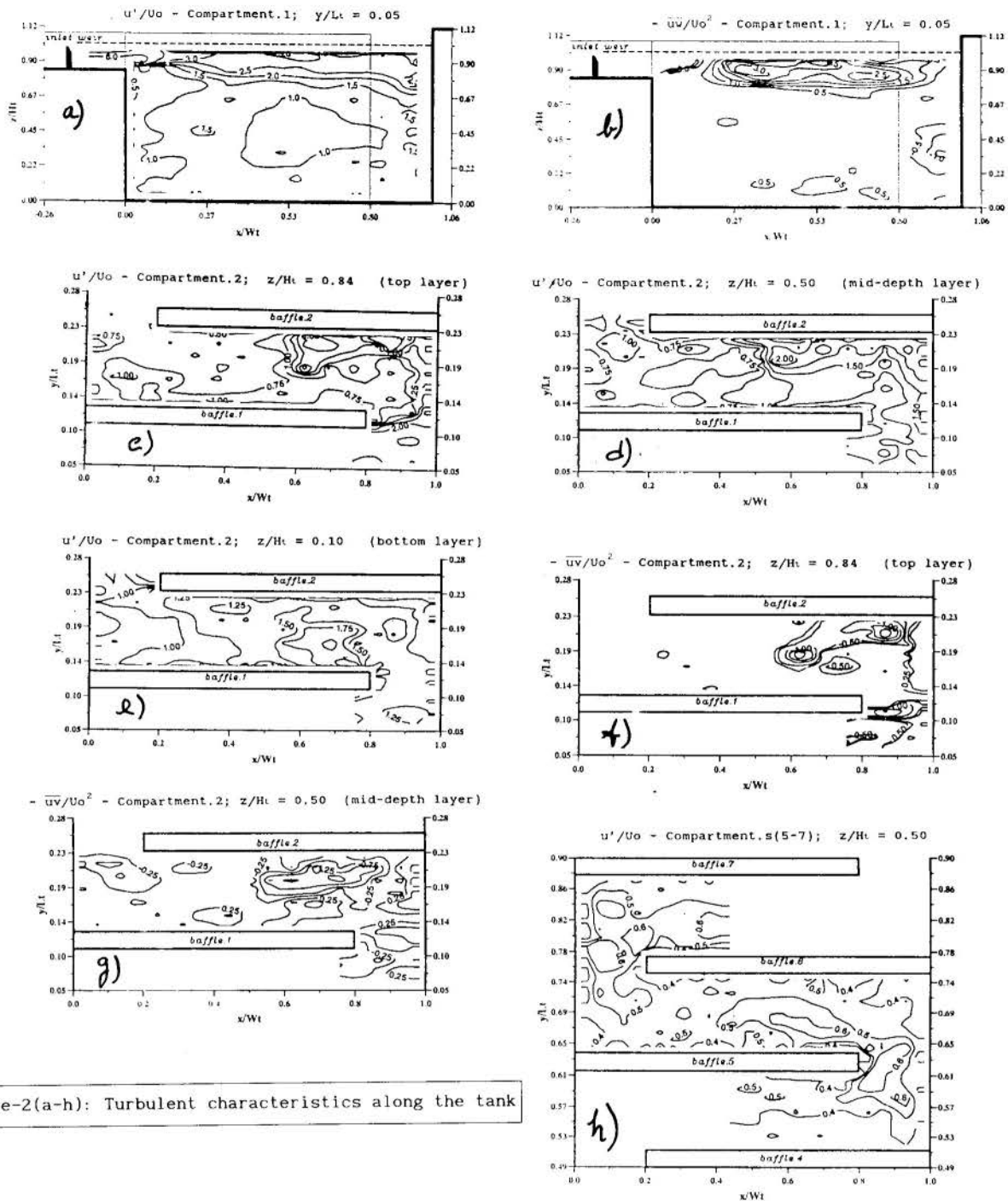


Figure-2(a-h): Turbulent characteristics along the tank

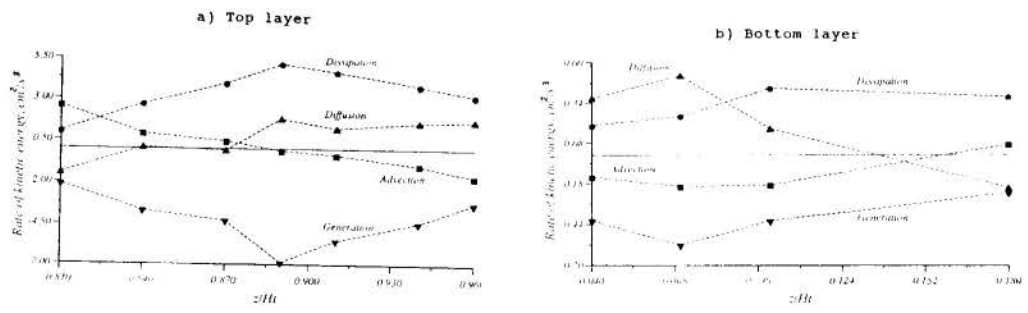


Figure-3: The balance of turbulent kinetic energy in the top and bottom flow regions of compartment.1

MODELLING OF TURBULENT FLOW THROUGH INTAKE SYSTEMS  
 OF INTERNAL COMBUSTION ENGINES - LARGE VALVE LIFTS

C.J. DESCHAMPS\* and A.P. WATKINS  
 Department of Mechanical Engineering  
 University of Manchester Institute of Science and Technology  
 PO Box 88 Manchester M60 1QD England

SUMMARY

The paper presents a numerical investigation of turbulent flow through inlet port and valve passages of internal combustion engines using three different turbulence models: i) the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model, ii) the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model and iii) a two-layer model. Comparisons between numerical results and experimental data show that the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model reproduces best the phenomenon and that wall-functions necessary in the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model are inadequate for the analysis.

INTRODUCTION

The process of filling the cylinder with as much fresh air as possible and supplying a favourable flow field for combustion is one of the main goals in internal combustion engines. The first requirement, also known as volumetric efficiency, is usually expressed in terms of the discharge coefficient,

$$C_d = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{th}} \quad (1)$$

where  $\dot{m}$  is the actual mass flow rate through the valve system and  $\dot{m}_{th}$  is the theoretical mass flow rate given by a one-dimensional isentropic flow analysis. Consequently, in order to maximise the discharge coefficient it is required that restrictions to the flow be minimised and flow separation avoided. Since the valve/port assembly is the most important flow restriction in the intake and exhaust system a good understanding of the fluid mechanics in such devices is critical to developing engine designs with better operating and emission characteristics.

The numerical analysis of flows in port/valve assemblies has received much attention in recent years. The range of investigations has been large, varying from predictions in two-dimensions (Ahmed, 1987 and Lilek et al, 1991) and three-dimensions (Argueyrolles et al, 1988 and Taklanti, 1988) under steady state condition up to complete port and cylinder geometries under motoring conditions (Errera, 1987 and Aita et al, 1991).

The present work is a numerical analysis of turbulent flow through an axisymmetric inlet port and valve geometry shown in Figure 1. The same geometry has been the subject of other numerical investigations (Ahmed, 1987 and Tsui and Lee, 1992), experimental explorations (Bicen et al, 1985 and Ahmed, 1987) and is currently being used at UMIST for the in-cylinder flow analysis with a differential Reynolds stress model of turbulence (Lea, 1994). Although the geometry is idealised it still has important features present in more practical assemblies. The work is mainly motivated by the poor flow prediction given by the standard High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model at large valve lifts; a general conclusion drawn in previous numerical analyses (Ahmed, 1987 and Tsui and Lee, 1992). Here, the main objective is to assess the performance of

three different turbulence models in the prediction of the flow for a typical situation of large valve lift ( $L/d=0.25$ ).

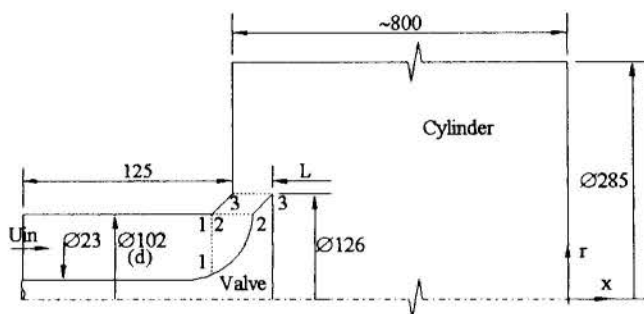


Figure 1. Flow geometry.

METHODOLOGY

The time-averaged Navier-Stokes equations were closed with i) the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model, ii) the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model (Launder and Spalding, 1974) and iii) a two-layer model. In the latter approach, a one-equation model is applied in the viscous affected region close to the walls whereas in the turbulent region calculations follow the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model.

In the one-equation model used in this work the turbulence kinetic energy  $k$  ( $= \overline{u_i u_i} / 2$ ) is obtained from its transport equation and the rate of dissipation  $\epsilon$  is modelled according to

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{l} \quad (2)$$

The eddy viscosity  $\nu_t$  is calculated through the following relationship

$$\nu_t = C_\mu k^{1/2} l_\mu \quad (3)$$

where  $C_\mu$  ( $=0.09$ ) is an empirical constant. The length scales  $l$  and  $l_\mu$  are given by

\* Present Address: Department of Mechanical Engineering, Federal University of Santa Catarina, P.O. Box 476, Florianopolis, SC, 88 040 - 900, Brazil.

$$l = 2.4y[1 - \exp(-A_D y^*)] \quad ; \quad l_\mu = 2.4y[1 - \exp(-A_\mu y^*)] \quad (4)$$

where  $A_D$  and  $A_\mu$  are equal to 0.235 and 0.0016, respectively, and  $y$  is the distance to the wall. The turbulence Reynolds number

$$y^* = \frac{k^{1/2}y}{\nu} \quad (5)$$

appearing in relations (4) is used to correct the length scales in regions where the molecular viscosity  $\nu$  is greater or comparable to the turbulence viscosity  $\nu_t$ .

The set of equations, written for an orthogonal curvilinear co-ordinate system, are solved using a finite volume formulation. In this method, schemes used to evaluate property transport by convection across each volume surface can be of primary importance to the accuracy of the numerical results. The classical approach of first order accurate upwind differencing usually suffers from severe inaccuracies in complex flow situations originated by truncation errors and streamline-to-grid skewness. Of much help for the present work was some evidence of the discretization level needed for the analysis made available by Ahmed (1987) and Tsui and Lee (1992). Nevertheless, the procedure adopted was to extend further the sensitivity tests carried out in those works. Initially, the *Power Law Differencing Scheme* (PLDS) was used to find the level of discretization beyond which further refinements would produce only minor changes to the flow field solution. Then, a further reduction in the numerical error was promoted with the employment of the *Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics* (QUICK) scheme in the final calculations. The choice of the PLDS for the sensitivity tests was essentially linked to numerical stability reasons. However, it is expected that the solution dependence on the level of discretization be more pronounced with the PLDS than with QUICK. Additional details on both schemes and a comparison of their performance in some cases of turbulent flow can be found in the work of Han et al. (1981).

The sensitivity tests aforementioned were executed for both the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model and the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model. In the latter case the refinement normal to the walls conflicts with the restriction that the level of turbulence at the node adjacent to the wall is not too low. It is usual to adopt the parameter  $y^+$  ( $=C_\mu^{1/4}k^{1/2}y/\nu$ ) to fix the minimum value of turbulence close to the walls that can be considered by the model. This limit has been specified differently by several authors but, for practical purposes, the absolute minimum is agreed to be 11.6. Consequently, in flows where important features occur in the proximity of walls it is quite difficult to balance the needed grid refinement against the minimum turbulence level.

Figure 2 gives a partial view of the selected grid used in conjunction with the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  and the two-layer models to obtain the present results. The interface between the one-equation model and the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  necessary in the two-layer approach was located so as to satisfy that  $y^+$  there was greater than 11.6. For the remainder of the cylinder domain, not shown in that figure, the grid was generated according to a simple geometric progression in the streamwise direction of ratio 1.1.

Concerning boundary conditions, the velocity and turbulence kinetic energy profiles at inlet were interpolated from the available experimental data (Ahmed, 1987) and the dissipation profile was estimated from the assumption of turbulence-energy equilibrium via a standard ramp function (Launder and Spalding, 1972).

In the plane of symmetry, the normal velocity and the normal gradients of all other quantities were set to zero. The fluid exit boundary was located far enough downstream that a condition

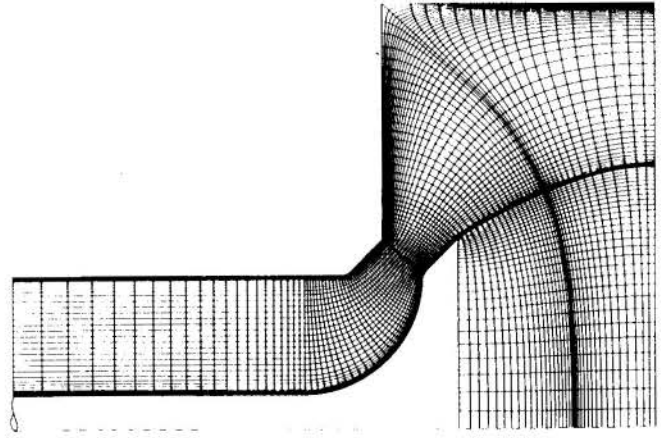


Figure 2. Computational grid used for the numerical analysis with the Low Reynolds  $k-\epsilon$  model and the two-layer model

of parabolic flow could be assumed. At the solid walls, the so called 'wall function' approach suggested by Launder and Spalding (1974) was adopted for the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model. On the other hand, in the case of the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model or the two-layer model numerical calculations were extended up to the walls.

Results of streamline contours used to check the validity of the parabolic flow condition used at the exit boundary are shown in Figure 3.

## RESULTS

The assessment of the models was executed by comparing numerical and experimental results of property profiles such as mean velocity components in the axial and radial directions ( $U$  and  $V$ , respectively), turbulence kinetic energy  $k$  and Reynolds shear stress  $uv$ . All quantities were normalized using the mean velocity  $U_{in}$  at the entrance of the port duct.

In Figure 4 numerical results of velocity components  $U$  and  $V$  at the entrance and exit of the valve passage (cross sections 2-2 and 3-3 in Figure 1) are compared with experimental data of Ahmed (1987). Because Ahmed used hot-wire anemometry in his measurements he was unable to differentiate between positive and negative velocities. Nevertheless, by integrating the experimental velocity profile starting from the valve surface he arrived at an estimate of the separated region (indicated by the dashed line). The best agreement is found for results obtained with the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model, in spite that the region of maximum velocity at the exit of the valve passage indicated by the measurements suggests that the flow separation is under predicted. Flow predictions of the two layer model is somewhat better than those of the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model.

The difference between the results is associated with the size of the separated flow region predicted in the valve passage. As can be seen in Figure 5, the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model result shows a considerable separated flow region on the valve seat surface. On the other hand, the two-layer model predicted only a tiny separation in that region whereas the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model failed completely to capture such a flow feature. Since one of the most important regions of this type of flow is precisely the valve passage, where flow separation reduces the engine efficiency, it is agreed that any successful numerical model must return good quality results there.

Values of predicted and measured discharge coefficients,  $C_d$ , are illustrated in Table 1. The Low Reynolds Number  $k-\epsilon$

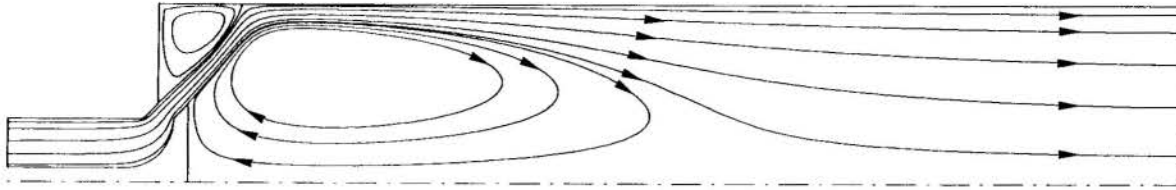


Figure 3. Total view of streamline contours.

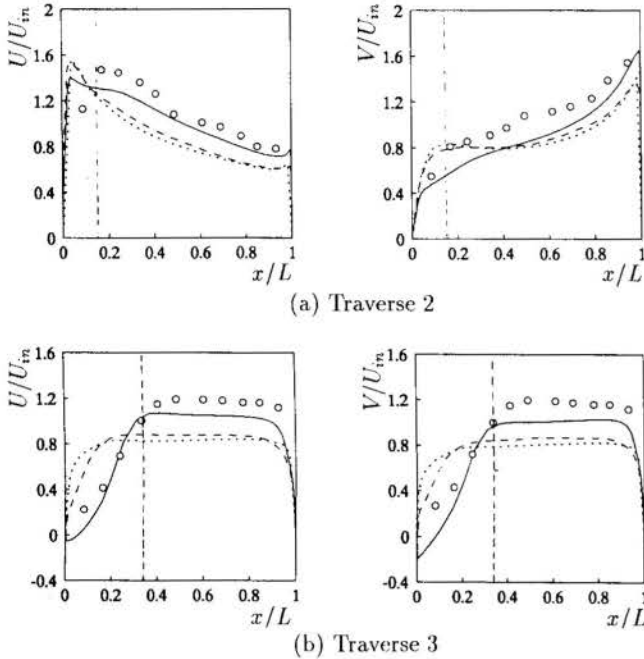


Figure 4. Numerical results and experimental data of mean velocity.  
 ..... High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model; - - - Two-layer model;  
 — Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model;  $\circ$  Exp. data (Ahmed, 1987).

model is by far the model that gives values of  $C_d$  closest to the experimental data of Ahmed (1987), a performance that can be attributed to its capability to predict the separated flow region in the valve passage in accordance with the experimental data.

In fact, the correct prediction of the separated flow region in the valve passage is not only important for an accurate estimate of the pressure drop throughout the system but also for determination of the subsequent flow condition in the in-cylinder region. Any obstruction in the valve passage will of course change the characteristics of the jet being fed into the cylinder and, as a result, the intensity of recirculating regions close to the cylinder head, the level of turbulence kinetic energy production, etc.

Table 1. Predicted discharge coefficients.

	$C_d$	Difference
Exp. data (Ahmed, 1987)	0.50	—
High Reynolds Number $k-\epsilon$ model	0.71	42 %
Low Reynolds Number $k-\epsilon$ model	0.54	8 %
Two-layer model	0.64	28 %

A known weakness of the transport equation for the dissipation rate  $\epsilon$  is that of returning too high length scales  $l (=k^{3/2}/\epsilon)$  in presence of adverse pressure gradients. As a consequence, in such situations skin friction coefficients are usually found to be over

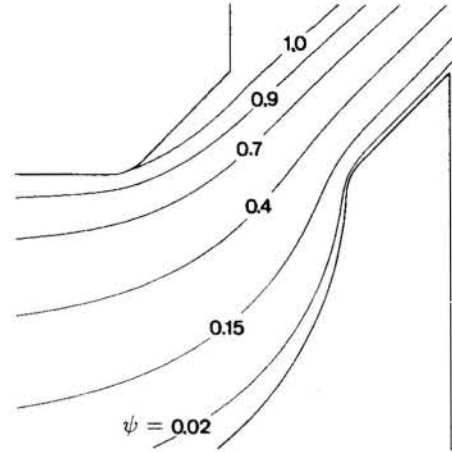


Figure 5. Streamline contours predicted by the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model.

predicted and the calculated flow to remain attached where experimental data indicate separation occurs. Rodi and Scheuerer (1986) compared the performance of the one-equation model, the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model and the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model in a boundary-layer under adverse pressure gradients. They concluded that both versions of the  $k-\epsilon$  model are not satisfactory in such a situation and that the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model gives the worst result. Ahmed (1987) has pointed out that this was the main reason why in his computation with the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model he was unable to predict the separated flow region in the valve passage. Results obtained in the present work confirm the inadequacy of the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  for the analysis but, nevertheless, given the good performance of the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model, suggest that the problem has a different origin. To clarify this point Figure 6 was prepared. In that figure predicted values of length scale  $l$  in the vicinity of the port surface at traverses 1-1 and 2-2 (two regions situated immediately upstream of the flow separation) are compared to the turbulence equilibrium relation  $l_e = 2.44y$ , represented by the diagonal line (quantities are normalized by the hydraulic port diameter  $d_h$ ). In both regions the calculated length scale  $l$  is lower than  $l_e$ . Therefore, the unsuccessful flow prediction provided by the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model, and in part by the two-layer model, cannot be attributed to predicted levels of  $l$  being above  $l_e$ . In fact, this observation, combined with the fact that some separation was verified with the two-layer, suggests that for the present analysis the inclusion of the viscous region in the calculations is essential. Wall functions used in the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model render a poor grid refinement adjacent to the walls, with control volumes of size comparable to typical separated flow regions found in the valve passage.

The likely reason for the superior results of the Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model can be extracted from profiles of Reynolds shear stress plotted in Figure 7 for traverses 1-1 and 2-2.



In both traverses the model is seen to return much lower levels of  $\overline{uv}$  close to the valve seat surface, the region where the flow is expected to start breaking away from the wall, and this creates more favourable conditions for flow separation. Physically, in regions of acceleration, as the one close to the valve seat chamfer surface at traverse 1-1, the Reynolds shear stress is subject to a process of destruction and of diminishing importance due to the rise of the viscous stress. The Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model is the only model employed in this investigation that can mimic this 'laminarization' and this is why it returns much lower levels of Reynolds shear stress close to the port surface than do the other two models.

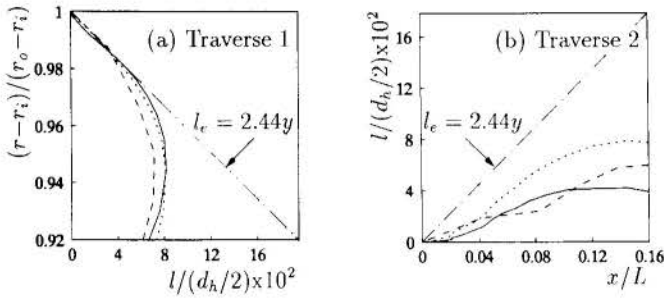


Figure 6. Length scale distributions in the vicinity of the port surface  
 ..... High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model; ----- Two-layer model;  
 ——— Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model.

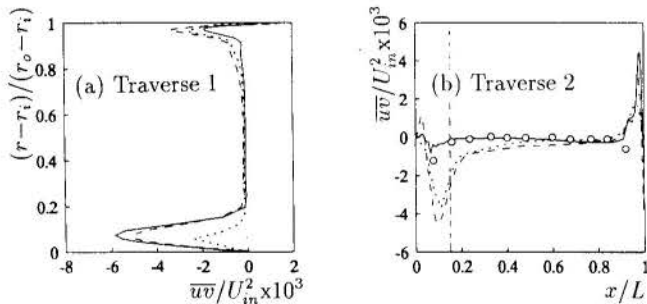


Figure 7. Reynolds shear stress profiles at the valve passage entrance  
 ..... High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model; ----- Two-layer model;  
 ——— Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model; O Exp. data (Ahmed, 1987).

## CONCLUSION

A numerical analysis of turbulent flow through an axisymmetric port/valve assembly at large valve lifts has been presented.

One of the main findings is that the inclusion of the near-wall region in the calculations is essential for the prediction of separated flow regions in the valve passage. Turbulence models such as the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model that use wall-functions to bridge the wall to the fully turbulent flow region, therefore avoiding calculations in the viscous affected layer, are inappropriate for modelling the present flow.

Some authors (Ahmed, 1987 and Tsui and Lee, 1992) have associated the failure of the High Reynolds Number  $k-\epsilon$  model to over predicted length scales in the vicinity of the port duct close to the separation point. The present work shows that length scales returned by the model in that region do not exceed those given by the turbulence equilibrium relation.

In the proximity of the valve seat chamfer surface at the

valve passage entrance, the Reynolds shear stress  $uv$  seems to undergo a process of destruction that is caused at least in part by the acceleration field there. This phenomenon creates more favourable conditions for subsequent flow separation on the valve seat. The Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model adopted in this work can mimic in part such a process and, consequently, predicts a separated flow region in the valve passage that is in accord with experimental evidence.

## REFERENCES

- Aita, S., Tabbal, A., Munck, G., Montmayer, N., Takenaka, Y., Aoyagi, Y. and Obana, S., "Numerical Simulation of Swirling Port-Valve-Cylinder Flow in Diesel Engines", *SAE Technical Paper Series*, Vol. 91, p. 0263, 1991.
- Argueyrolles, B., Taghavi, R. and Zellat, M., "Potentials of Today's CFD Codes for Modelling Real Engine Geometries", *Proceedings of the Second Int. Conf. on Supercomputing Applications in the Automotive Industry*, Seville, 1988.
- Bicen, A.F., Vafidis, C. and Whitelaw, J.H., "Steady and Unsteady Airflow through the Intake Valve of a Reciprocating Engine", *J. Fluids Engng.*, Vol. 107, p. 413, 1985.
- Errera, M.P., "Numerical Prediction of Fluid Motion in the Induction System and the Cylinder in Reciprocating Engines", *SAE Technical Paper Series*, Vol. 87, p. 0594, 1987.
- Ahmed, A.M.Y., "Investigation of the Flow in an Idealised Port/Poppet Valve Assembly", PhD Thesis, University of London, 1987.
- Han, T., Humphrey, J.A.C. and Launder, B.E., "A Comparison of Hybrid and Quadratic-Upstream Differencing in High Reynolds Number Elliptic Flows", *Comput. Meths. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 29, p. 81, 1981.
- Launder, B. E., and Spalding, D.B., "Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, 1972.
- Launder, B.E. and Spalding, D.B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Comp. Meths. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 3, p. 269, 1974.
- Lea, C.J., "Second Moment Closure for In-Cylinder Flow calculations", PhD Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester, 1994.
- Lilek, Z., Nadarajah, S., Peric, M., Tindal, M.J. and Yianneskis, M., "Measurements and Simulation of the Flow around a Poppet Valve", *Proceedings of the Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows*, Munich, 1991.
- Rodi, W. and Scheuerer, G., "Scrutinizing the  $k-\epsilon$  Turbulence Model under Adverse Pressure Gradient Conditions", *Trans. ASME*, Vol. 108, p. 174, 1986.
- Taklanti, A., "Numerical Flow Simulation in the Internal Combustion Engine and Manifold", *Proceedings of the Second Int. Conf. on Supercomputing Applications in the Automotive Industry*, Seville, 1988.
- Tsui, Y. Y., and Lee, S. Y., "Calculation of Turbulent Flow through Engine Inlet Ports", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 13, No. 3, pp. 232-240, 1992.

## OTIMIZAÇÃO MATEMÁTICA DO PROJETO DE CENTRAIS DE COGERAÇÃO

José Antonio Perrella Balestieri  
DEN/FEG/UNESP  
Guaratinguetá - SP

Paulo de Barros Correia  
DE/FEM/UNICAMP  
Campinas - SP

### RESUMO

O projeto de centrais de cogeração tem sido desenvolvido segundo diferentes modelos, analíticos e de otimização, com destaque para os termoeconômicos na última classe. Uma modelagem de otimização multiobjetiva é aqui apresentada em seus fundamentos, bem como as técnicas de simulação que lhe servem de suporte no processo de decisão. A formulação matemática é apresentada, bem como desenvolve-se uma discussão em torno dos parâmetros e correspondentes valores que devem ser estimados para uma perfeita validação dos resultados do processo de otimização.

### INTRODUÇÃO

A questão da pesquisa de configurações para centrais de cogeração tem apresentado uma forte tendência ao emprego de modelos de otimização, especialmente os de caráter termoeconômico.

Isso não significa, no entanto, que não haja uma contrapartida da modelagem analítica e de simulação: elas continuam a serem pesquisadas e vem apresentando bons resultados em muitas aplicações.

O desenvolvimento de planilhas de cálculo especializadas para o projeto de centrais de cogeração (Jackson, 1988) tem sido objeto de estudo tanto de pesquisadores quanto de empresas de consultoria. Sistemas especialistas vem sendo testados para o acoplamento de centrais de cogeração a plantas de processo no sentido de orientar a escolha das tecnologias que devem compor a configuração final (Birur e Lee, 1989). Procedimentos de simulação que aliam características operacionais, regimes de operação e estratégias de atendimento das demandas (Bantz, 1989) atestam sua utilidade na medida em que permitem uma visão mais geral da questão da escolha de tecnologias.

Os modelos termoeconômicos, baseados no conceito da Segunda Lei da Termodinâmica em estreita combinação com considerações econômicas, têm sido alvo de intenso desenvolvimento. De maior relevância para o âmbito desse trabalho, Frangopoulos, 1992, apresenta as bases para uma metodologia automatizada de pesquisa de configurações ótimas, bem como uma revisão dos principais autores que vêm contribuindo para seu desenvolvimento.

Nesse trabalho são apresentadas as bases da formulação multiobjetiva de otimização matemática, aplicada a projetos de centrais de cogeração, bem como os modelos e valores auxiliares para a composição dos critérios a serem utilizados nas funções objetivo.

### FORMULAÇÃO MULTI OBJETIVO

O modelo multiobjetivo interativo devido a Geoffrion, Dyer e Feinberg (GDF) foi considerado o mais adequado aos propósitos desse trabalho pela facilidade com que se adapta à estrutura de grafos generalizados que lhe serve de suporte na solução do problema linear, bem como pela recursividade na pesquisa da configuração final (Steuer, 1986).

O algoritmo é iniciado a partir de uma solução básica factível, que pode ser a solução ótima individual de qualquer dos critérios considerados.

Ao decisor cabe indicar suas preferências entre os critérios que compõem as funções objetivo a partir da definição de pesos relativos. O problema multiobjetivo se torna, desse modo, monobjetivo pela redução dos diversos critérios a um único, ponderado pelas preferências apresentadas. A nova solução é obtida a partir da minimização do gradiente da função utilidade do decisor, que no caso expressa a distância entre a última solução proposta e as soluções ótimas individuais de cada critério.

O problema linear monobjetivo é resolvido pela utilização de Grafos Generalizados, uma técnica que apresenta vantagens em termos de esforço computacional comparativamente à solução Simplex convencional. Para tanto, parte do conceito de que o nó origem  $i$  se conecta a um nó destino  $j$  a partir de um arco; esse arco permite a passagem de um certo fluxo  $m_{ij}$  mediante um custo  $c_{ij}$ ; como a rede não é conservativa, existe um fator de conversão do fluxo  $w_{ij}$  tal que o fluxo oriundo de  $i$  não necessariamente se iguala ao fluxo que chega a  $j$ .

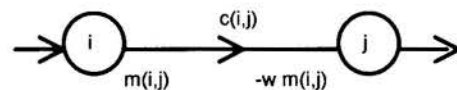


Figura 1. Representação de Grafo Generalizado

Esse fator de conversão pode representar ganhos ou reduções no fluxo origem, tal como se discutirá no próximo item.

Por função utilidade do decisor se entende uma relação matemática que expressa suas preferências ante diferentes opções. Para o caso em questão, admite-se uma função utilidade que expressa a distância entre a última solução proposta ( $z$ ) e as soluções ótimas individuais de cada critério ( $z^*$ ), expressa por:

$$u[z(x)] = \sum_{i=1}^6 w_i * [(z_i(x) - z_i^*) / z_i^*]$$

para cada solução  $x^h$ .

Soluções intermediárias entre a solução básica e a nova solução são elencadas e apresentadas ao decisor; a escolha de uma das alternativas irá definir sua preferência e reorientar a direção do gradiente da função utilidade para nova proposta de solução. Essa estrutura se repete enquanto o decisor assim o queira.

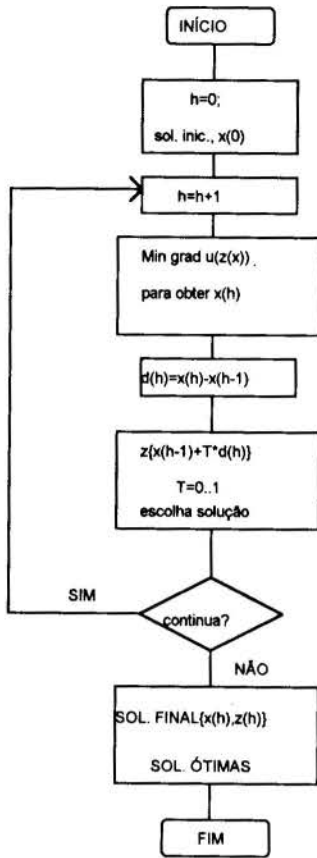


Figura 1. Algoritmo do Modelo GDF

No caso do projeto de centrais de cogeração, os seis objetivos considerados são:

- minimização das irreversibilidades termodinâmicas
- minimização das emissões de CO<sub>2</sub>
- minimização das emissões de SO<sub>2</sub>
- minimização das emissões de NOx
- maximização do fluxo na rede
- maximização do benefício líquido.

A planta genérica pode conter, para processos industriais com até 4 níveis entálpicos (o último de condensação), conjuntos de geradores de vapor (arcos 3 e 4) ou unidades de turbinas a gás e caldeiras de recuperação (arco 5); os arcos de 6 a 11 representam grupos de turbinas a vapor. Os arcos 1 e 2 representam os fluxos de combustíveis (óleo e gás, respectivamente); o nó 0 é um nó 'fantasma', sem significado físico.

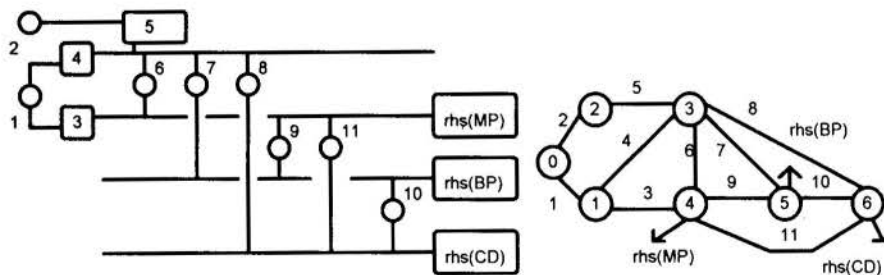


Figura 2- Planta genérica de central de cogeração e correspondente rede de grafos; os números dos arcos correspondem a equipamentos da planta

O problema multiobjetivo pode ser expresso como sendo:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{nK} (\chi_i * \Delta H_i) * m_i \quad \{\text{critério 1}\}$$

$$\text{Min} \sum_{i=1}^2 \text{ECO}_{2,i} * m_i \quad \{\text{critério 2}\}$$

$$\text{Min} \sum_{i=1}^2 \text{ESO}_{2,i} * m_i \quad \{\text{critério 3}\}$$

$$\text{Min} \sum_{i=1}^2 \text{ENO}_{x_i} * m_i \quad \{\text{critério 4}\}$$

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{nK} m_i \quad \{\text{critério 5}\}$$

$$\text{Max} \sum_{i=5}^{nK} (p e_i * m_i) - \sum_{i=3}^5 (p u_i * m_i) - \sum (FIXF) \{\text{critério 6}\}$$

sujeito a:

$$m_4 + m_3 - w^1 * m_1 = 0 \quad \{\text{nó 1}\}$$

$$m_5 - w^2 * m_2 = 0 \quad \{\text{nó 2}\}$$

$$m_6 + m_7 + m_8 - w^4 * m_4 - w^5 * m_5 = 0 \quad \{\text{nó 3}\}$$

$$m_9 + m_{11} - w^3 * m_3 - w^6 * m_6 = \text{rhs(MP)} \quad \{\text{nó 4}\}$$

$$m_{10} - w^9 * m_9 - w^7 * m_7 = \text{rhs(LP)} \quad \{\text{nó 5}\}$$

$$-w^8 * m_8 - w^{10} * m_{10} - w^{11} * m_{11} = \text{rhs(CD)} \quad \{\text{nó 6}\}$$

referente a rede de grafos da figura 2.

Das equações se observa que apenas a vazão de fluxos energéticos foi assumida como parâmetro de otimização. Desse modo, para a solução desse problema algumas informações de cunho técnico e econômico-financeiros devem ser fornecidas ao modelo, bem como outras devem ser posteriormente apresentadas para um maior apoio à decisão.

#### INFORMAÇÕES TÉCNICAS

As principais informações técnicas necessárias para a solução do problema multiobjetivo para projeto de centrais de cogeração são: características operacionais, fatores de conversão dos vetores energéticos e taxas de saídas forçadas em máquinas térmicas; características de emissão de poluentes dos combustíveis empregados; irreversibilidades termodinâmicas dos diversos componentes das configurações e o cálculo da probabilidade de perda de carga.

Do ponto de vista operacional, as máquinas térmicas apresentam características próprias que as individualizam e que devem ser respeitadas no projeto de centrais de cogeração.

A existência de limites inferior e superior para a operação desses sistemas conduz a uma pesquisa para a adequada implantação do modelo matemático. Caldeiras a vapor obedecem a uma relação que considera por capacidade mínima cerca de 20% da capacidade máxima (Cavaliere *et al.*, 1972). Tal fato se deve não apenas a questões de eficiência mas às dificuldades de se operar tais equipamentos em baixas cargas.

Turbinas a vapor são caracterizadas pela razão entre a vazão de vapor que lhes é entregue e a potência nos terminais do alternador, e expressa em diagramas de consumo. Unidades a vapor de grande capacidade de geração apresentam um número considerável de válvulas de admissão de vapor que são abertas em sequência para que seja obtida uma potência sempre crescente; tal fato pode conduzir a uma característica não-convexa no seu diagrama de consumo, onde técnicas de otimização não podem ser aplicadas. A adoção de linhas de coleta de vapor (*common headers*) pode ser solução técnica para esse problema.

As limitações de carga mínima em unidades a vapor são geralmente impostas pela necessidade de se manter estável a combustão na fornalha do gerador de vapor, bem como por restrições próprias do projeto (resfriamento dos tubos que circulam na fornalha).

Turbinas a gás não são normalmente operadas em cargas parciais, considerando-se a princípio que estejam a plena carga todo o tempo em que se encontram disponíveis. Quando fazem parte de ciclos combinados, podem operar como ciclo simples, estando as caldeiras de recuperação e/ou as turbinas a vapor indisponíveis, pelo *by-pass* dos gases exaustos.

A conversão dos fluxos energéticos (combustíveis, gases e vapor) é outro fator que distingue as tecnologias, bem como permite o emprego adequado dos Grafos Generalizados.

Uma avaliação de diferentes equipamentos permitiu a composição dos valores médios da Tabela 1.

Tabela 1. Fatores de Conversão dos Fluxos Energéticos

Equipamentos	Mc/Mg	Mg/Mv	Mv/Mc
Turbinas a Gás	0.0172	---	---
Caldeiras a Vapor	---	---	13.0-13.5
óleo			2.0 - 2.5
bagaço de cana			
Ciclo Combinado	0.018	7.0-8.0	8.3

Nota: /c/ combustível /g/ gases /v/ vapor

M- vazão de fluxos energéticos

Fonte: Balestieri, 1994

As taxas de saída forçada representam um dos índices usados para expressar a confiabilidade das máquinas térmicas, e será aqui utilizado por melhor se adequar ao cálculo da probabilidade de perda de carga.

A taxa de saída forçada (FOR - *Forced Outage Rate*) é definida como a razão entre a soma de horas em saída forçada, horas indisponíveis em reserva de capacidade e horas relativas a falhas na partida, com relação ao período em operação. Valores representativos desse índice em máquinas térmicas são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Taxas de Saída Forçada em Máquinas Térmicas

Ciclo	Componente	FOR (%)
a vapor	turb. vapor e gerador	1.0 / 1.5 [2]
	caldeira convencional	5.8/3.9/5.5 [1]
	demaís componentes	3.2/3.1/2.3 [1]
a gás	turbina a gás	0.80
	cald. de recuperação	0.23
	demaís componentes	1.23

Notas: /1/ óleo-gás-carvão /2/ciclo combinado-ciclo a vapor

Fonte: Balestieri, 1994

A probabilidade de perda de carga (LOLP - *Loss Of Load Probability*) deve ser avaliada para que se quantifique, teoricamente, a porcentagem do tempo em que a configuração proposta não deverá atender às demandas por energia elétrica.

Seja a curva de permanência de cargas apresentada na figura 2, onde a capacidade instalada representa a soma de toda capacidade presente na instalação, considerando inclusive a reserva.

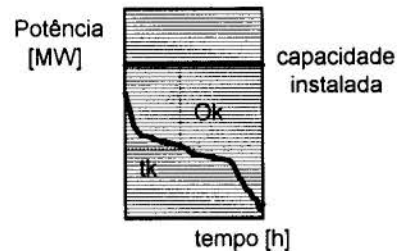


Figura 2. Curva de Permanência de um Processo

Seja também  $O_k$  a magnitude da  $k$ -ésima saída forçada,  $P_k$  a probabilidade de uma saída forçada como capacidade  $O_k$  e  $t_k$  a magnitude de tempo no intervalo de estudo em que uma saída  $O_k$  iria causar perda de carga; matematicamente, o valor esperado total de perda de carga para o intervalo em estudo será:

$$LOLP(t) = \sum (P_k * t_k)$$

Admite-se que as centrais de cogeração devam operar de forma contínua por longos períodos (acima de 7000 h/ano) e portanto valores de LOLP inferiores a 1700 h/ano (20%) são considerados satisfatórios.

A exergia pode ser definida como a máxima quantidade de energia entre dois estados que pode ser teoricamente convertida em trabalho puro. Ela é sempre menor ou igual à energia e expressa uma medida qualitativa da mesma, sendo as irreversibilidades responsáveis pelo descompasso entre energia (en) e exergia (ex).

A irreversibilidade das centrais de cogeração é avaliada globalmente para o conjunto dos componentes presentes na configuração; cada arco representa um equipamento e a eles se associam os fatores de exergia dados por:

$$\chi = \Delta ex / \Delta en = 1 - T_o (\Delta s / \Delta H)$$

Esse parâmetro varia no intervalo [0,1]; quando o fator se iguala ao limite inferior evidencia-se que a exergia é nula e que toda a energia se converteu em irreversibilidade. Para o limite superior, a irreversibilidade é nula, admitindo-se que toda energia se converteu em exergia.

De acordo com Chinneck e Chandrashekar, 1984, os combustíveis e as formas de trabalho apresentam fatores de exergia iguais à unidade. Vale observar que a temperatura do estado de referência ( $T_o$ ) é usualmente assumida como sendo 298K.

Quanto às emissões de poluentes, apresentam-se os fatores de emissão referentes a  $CO_2$ ,  $SO_2$  e  $NO_x$  para alguns combustíveis típicos que podem ser empregados em centrais de cogeração (Tabela 3) bem como os índices de emissão específica, utilizados como parâmetros de comparação entre as unidades (Tabela 4). Os primeiros se destinam à formulação do problema e os últimos são auxiliares no processo de decisão.

Tabela 3. Fatores de Emissão de Alguns Combustíveis (em kg poluente/kg combustível)

Combustível	$CO_2$	$SO_2$	$NO_x$
Óleo	3.156	0.00018	0.0073
Gás	2.683	0.00010	0.0068
Lixívia	1.380	0.06800	0.0

Fonte: Balestieri, 1994



Tabela 4. Valores Típicos de Emissão Específica  
(em kg poluente/MWh<sub>e</sub>)

Combustível	CO <sub>2</sub>	SO <sub>2</sub>	NO <sub>x</sub>
óleo	958.10	6.16 a 23.40	5.02
gás natural	509.25	0.0023	2.85

Fonte: Tabors e Monroe III, 1991

## INFORMAÇÕES ECONÔMICO-FINANCEIRAS

Do ponto de vista econômico-financeiro, apresentam-se os elementos referentes ao custo de investimento em novos equipamentos, anualizados para taxa de interesse 15% e vida útil dos equipamentos de 25 anos.

Tabela 5. Custo de Investimento Anualizado para Equipamentos

Equipamento	Custo de Investimento (10 <sup>6</sup> US\$/a), dólar 1992
caldeira a vapor	0.0573 a 0.155
turbina a vapor -condensação	0.670 a 0.690
turbina a vapor -contrapressão	0.186 a 0.190
turb. vapor - condens/extração	0.836 a 0.879

Fonte: Balestieri, 1994

A função objetivo do máximo benefício líquido se baseia no Método do Valor Atual, que consiste em trazer para um ponto único ('ponto zero') todos os valores dispersos ao longo da escala temporal; foi utilizado para o óleo combustível e gás natural, respectivamente, 0.13 US\$/kg e 0.24 US\$/kg para o custo dos combustíveis (pu). O preço da eletricidade cogera (pe) é um valor que depende de acordos contratuais, porém pode ser assumida minimamente como 67 US\$/MWh nas atuais condições brasileiras.

O *payback* é uma das variáveis de apoio à decisão empregadas nessa modelagem, calculada a posteriori apenas a título de ilustração da parte financeira do projeto, e consiste em se projetar o tempo em que o capital empatado será retornado, a menos de taxas de juros.

Os valores de *payback* alcançáveis são variáveis de acordo com a tecnologia empregada na configuração, com os níveis entálpicos presentes na planta de processo e os níveis de demanda interna; valores da ordem de 1,5 a 3 anos tem sido relatados para algumas unidades a vapor.

## CONCLUSÕES

Foi apresentada uma formulação multiobjetiva interativa para auxílio no projeto de centrais de cogeração que utiliza modelos de simulação para o cálculo de índices auxiliares para apoio à decisão. Os resultados mais relevantes de uma pesquisa de índices para a composição das funções objetivo e para os sistemas auxiliares são apresentados em conjunto com as equações do modelo de otimização.

## REFERÊNCIAS

BALESTIERI, J.A.P. **Planejamento de centrais de co-geração: uma abordagem multiobjetiva.** Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 1994

BANTZ, T. **Evaluating cogeneration retrofit alternatives.** Energy Engineering, vol. 86, no. 5, p. 38-48, 1989.

BIRUR, G.C., LEE, R. **An expert system for cogeneration energy system selection.** Intersoc. Energy Convers. Engineering Confer., 23, Proceed., ASME, p. 129-134, 1988.

CAVALIERI, F. et al. **Use of mixed integer programming to investigate optimum running conditions for a thermal power station and possible extension to capacity.** Operational Research Quarterly, v. 22, n. 3, p. 221-236, 1972.

CHINNECK, J.W., CHANDRASHEKAR, M. **Models of large-scale industrial energy systems - I. Simulation.** Energy, v. 9, n. 1, p. 21-34, 1984a.

CHINNECK, J.W., CHANDRASHEKAR, M. **Models of Large-Scale Industrial Energy Systems - II. Optimization and Synthesis.** Energy, v. 9, n. 8, p. 679-692, 1984b.

FRANGOPOULOS, C.A. **Optimal synthesis and operation of thermal systems by the thermo-economic functional approach.** Journ. Engin. Gas Turbines Power, v. 114, N. 4, p. 707-714, 1992.

JACKSON, H. **Using the ELF (electric load following) model and the personal computer to optimize the cogeneration system choice.** The Cogeneration Journal, v. 3, n. 2, p. 67-78, 1988.

TABORS, R.D., MONROE III, B.L. **Planning for future uncertainties in electric power generation: an analysis of transitional strategies for reduction of carbon and sulfur emissions.** Trans. Power Systems, v. 6, n. 4, p. 1500-1507, 1991.

STEUER, R.F. **Multiple Criteria Optimization.** John Wiley, N.Y., 1986.

## ABSTRACT

A multiobjective interactive optimization technique for cogeneration systems design was presented; this approach uses another simulation techniques as support. The formulation is presented together with a discussion on the relevant data that must be estimated to be used in the optimization formulation.

## Notação

m	Vazão de vapor, combustível, gases	ton/h
h	entalpia específica	kJ/kg
w	ganho do arco	--
CFIX	custo de investimento	10 <sup>6</sup> US \$/un
pe	retorno por venda de en. elétrica	10 <sup>6</sup> US \$/kW
pu	gastos com combustíveis	10 <sup>6</sup> US \$/kW
F	fator de recuperação de capital	1/ano
rhs	<i>right-hand side</i>	
AP	Alta Pressão	
MP	Média Pressão	
BP	Baixa Pressão	
CD	Condensação	

## PLANEJAMENTO MULTIOBJETIVO DE UMA CENTRAL DE COGERAÇÃO PARA PLANTA DE PROCESSO QUÍMICO

José Antonio Perrella Balestieri  
DEN/FEG/UNESP  
Guaratinguetá - SP

Paulo de Barros Correia  
DE/FEM/UNICAMP  
Campinas - SP

### RESUMO

A partir de informações de uma indústria química, apresentam-se os resultados da aplicação de uma metodologia para projeto de centrais de cogeração com base em programação multiobjetivo e que tem por critérios a maximização do benefício líquido e do fluxo de vapor para obtenção de níveis mínimos de confiabilidade, a minimização da emissão de poluentes e das irreversibilidades termodinâmicas da configuração. A análise é dinâmica e realizada em duas etapas interdependentes: numa primeira fase propõe-se o ciclo mais apropriado e na etapa seguinte discriminam-se o tipo, capacidade e quantidade de cada componente. Apresentam-se aqui os resultados da análise referente à primeira etapa.

### INTRODUÇÃO

Técnicas analíticas para projeto de centrais de cogeração tem sido propostas em diversas situações e têm se revelado úteis na determinação de quantidade, tipo e capacidade individual das Máquinas Térmicas.

Os modelos termoeconômicos permitem que as avaliações conduzam a soluções ótimas sob diferentes critérios, alguns econômicos e outros termodinâmicos. Seus resultados se revelam satisfatórios para a análise de configurações a partir de estruturas fixas (ciclos definidos) [Frangopoulos, 1992].

Uma outra classe de modelos emprega técnicas de programação matemática para obtenção de soluções ótimas, especialmente considerando critérios econômicos para definição das características de cada configuração. Essas soluções tem sua base nos problemas lineares a partir do método Simplex [Puttgen e MacGregor, 1989/Gustafsson e Karlsson, 1991]; uma alternativa ao problema linear a partir do método Simplex é o emprego de grafos conservativos; [Chinneck e Chandrashekar, 1984] os utiliza para minimização de irreversibilidades na configuração.

Os modelos lineares inteiros também encontram amplo emprego na operação e projeto de centrais de cogeração, na medida em que permitem a diferentes tecnologias candidatas a entrarem na configuração final a disputa entre si a partir de valores inteiros (álgebra de Boole) [Ehmke, 1990/Ito et al, 1990/Gustafsson, 1992].

A modelagem multiobjetiva proposta neste trabalho permite a escolha ótima de configurações de centrais de cogeração com múltiplos critérios, o que conduz não mais a soluções ótimas porém eficientes, que representam um compromisso de perda e ganho entre os mesmos. A estrutura do problema se mantém linear, porém a solução é obtida a partir de grafos generalizados.

### FORMULAÇÃO MULTIOBJETIVO

O modelo multiobjetivo escolhido é devido a Geoffrion, Dyer e Feinberg - GDF (Steuer, 1986). O algoritmo é iniciado a partir da solução básica factível, que pode ser a solução ótima individual de qualquer dos critérios considerados.

Ao decisor cabe indicar sua preferência entre os critérios pela indicação de pesos relativos ( $w$ ). O problema multiobjetivo se torna, então, monobjetivo pela redução dos diversos critérios a um único, ponderado pelos pesos. A nova solução é obtida a partir da minimização do gradiente da função utilidade do decisor.

Por função utilidade do decisor se entende uma relação matemática que expressa suas preferências ante diferentes opções. Para o caso em questão, admite-se uma função utilidade que

expressa a distância entre a última solução proposta ( $z$ ) e as soluções ótimas individuais de cada critério ( $z^*$ ), expressa por:

$$u[z(x)] = \sum_{i=1}^6 w_i * [(z_i(x) - z_i^*) / z_i^*]$$

para cada solução  $x^h$ .

Soluções intermediárias entre a solução básica e a nova solução são elencadas e apresentadas ao decisor; a escolha de uma das alternativas irá definir sua preferência e reorientar a direção do gradiente da função utilidade para nova proposta de solução. Essa estrutura se repete enquanto o decisor assim o queira.

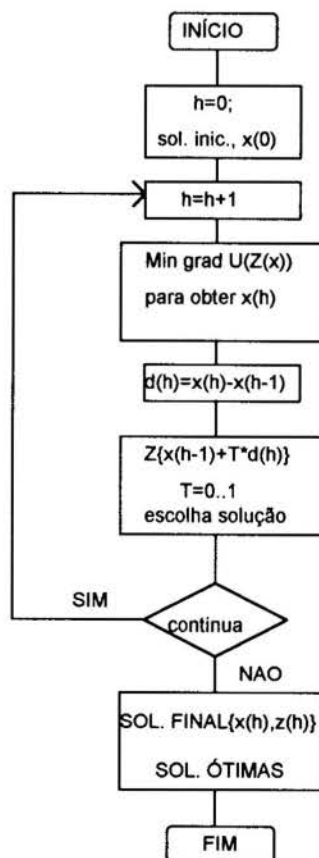


Figura 1. Algoritmo do Modelo GDF

No caso do projeto de centrais de cogeração, os seis objetivos considerados são:

- minimização das irreversibilidades termodinâmicas
- minimização das emissões de CO<sub>2</sub>
- minimização das emissões de SO<sub>2</sub>
- minimização das emissões de NO<sub>x</sub>
- maximização do fluxo na rede
- maximização do benefício líquido.

O problema multiobjetivo pode ser expresso como sendo:

$$\begin{aligned} \text{Min} \sum_{i=1}^{nk} (\chi_i \Delta H_i) m_i & \quad \{\text{critério 1}\} \\ \text{Min} \sum_{i=1}^2 \text{ECO}_{2,i} m_i & \quad \{\text{critério 2}\} \\ \text{Min} \sum_{i=1}^2 \text{ESO}_{2,i} m_i & \quad \{\text{critério 3}\} \\ \text{Min} \sum_{i=1}^2 \text{ENOX}_i m_i & \quad \{\text{critério 4}\} \\ \text{Max} \sum_{i=1}^{nk} m_i & \quad \{\text{critério 5}\} \\ \text{Max} \sum_{i=5}^{nk} (pe_i m_i) - \sum_{i=3}^5 (pu_i m_i) - \sum (FIX / F) & \quad \{\text{critério 6}\} \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} m_4 + m_3 - w^1 m_1 &= 0 & \{\text{nó 1}\} \\ m_5 - w^2 m_2 &= 0 & \{\text{nó 2}\} \\ m_6 + m_7 + m_8 - w^4 m_4 - w^5 m_5 &= 0 & \{\text{nó 3}\} \\ m_9 + m_{11} - w^3 m_3 - w^6 m_6 &= rhs(MP) & \{\text{nó 4}\} \\ m_{10} - w^9 m_9 - w^7 m_7 &= rhs(LP) & \{\text{nó 5}\} \\ -w^8 m_8 - w^{10} m_{10} - w^{11} m_{11} &= rhs(CD) & \{\text{nó 6}\} \end{aligned}$$

referente a rede de grafos da figura 2; a correlação entre a rede e a central de cogeração genérica da figura 3 é apresentada a seguir.

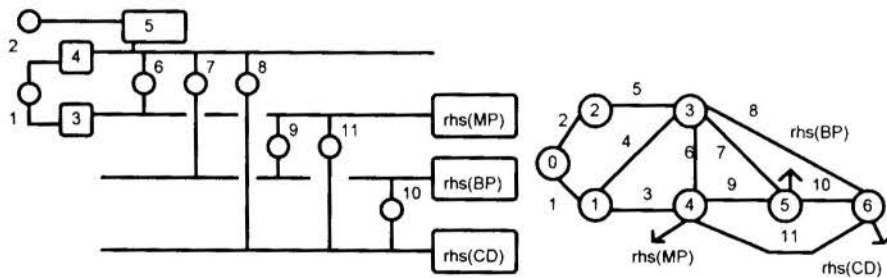


Figura 2- Planta genérica de central de cogeração e correspondente rede de grafos; os números dos arcos correspondem a equipamentos da planta

A rede formulada permite análise de integração de centrais de cogeração a plantas de processo em dois níveis de demanda de vapor (MP e BP) e a possibilidade de condensação (CD); vapor pode ser gerado em alta pressão (AP) por caldeiras convencionais (arco 4) ou conjuntos turbina a gás-caldeira de recuperação (arco 5), ou em média pressão (MP) por caldeiras convencionais (arco 3); energia elétrica pode ser gerada nas unidades a gás (arco 5) ou em turbinas a vapor de contrapressão (arcos 6,7,9) ou de condensação (arcos 8,10,11), sempre atendendo aos níveis de demanda térmica de média (rhs[MP]) e baixa pressões (rhs[BP]).

Os arcos 1 e 2 representam, respectivamente, fornecimento de óleo e gás natural, admitidos disponíveis na região em que se analisa o empreendimento, sem maiores restrições ao seu emprego na planta em análise.

## ANÁLISE DE INTEGRAÇÃO

Uma planta de processos químico apresenta demanda anual média de 105.0 (10<sup>6</sup> kg/ano) a 1.8 MPa/220 C e demanda de baixa pressão de 6.2 (10<sup>6</sup> kg/ano) a 0.6 MPa/180C, supridas inicialmente por um grupo de caldeiras de média pressão; a demanda de baixa é suprida por uma válvula redutora de pressão e a demanda elétrica de 29.7 GWh/ano (3.4 MW) é comprada da concessionária. Uma alternativa de expansão do parque gerador é o emprego de uma central de cogeração.

A figura 3 apresenta a configuração original da unidade de geração e a correspondente rede da planta de processo analisada. A nova planta tem a possibilidade de queimar gás natural (0.24 US\$/kg) ou óleo (0.13 US\$/kg). No caso de empregar novos equipamentos para geração de vapor, devem ser de alta pressão (4.0 MPa /350C): grupos a gás com fator de conversão combustível - vapor igual a 8 ou caldeiras de fator de conversão 15. Turbinas a vapor de condensação também podem ser empregadas, considerando que se destine 500 (10<sup>6</sup>kg/ano) para condensação.

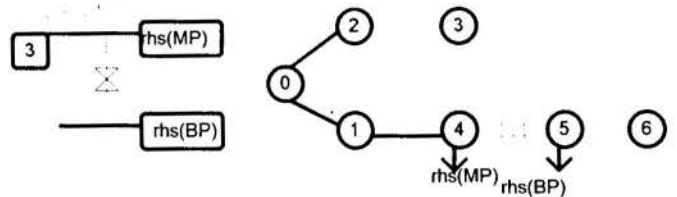


Figura 3- Central de Utilidades original e correspondente rede

Os custos anualizados para novos equipamentos são apresentados na Tabela 1 (fator de recuperação de capital= 6.26, taxa anual= 15%, vida útil= 25 anos).

Os níveis de emissão de poluentes para óleo e gás natural foram coletadas da literatura e expressam valores médios (Tabela 2). O fator de perda exérgica é calculado pela expressão seguinte, obtida a partir da Segunda Lei da Termodinâmica:

$$\chi_i = 1 - T_0(\Delta s/\Delta H)$$

Tabela 1. Custos Anualizados de equipamentos de Geração

Equipamento	Custo Fixo 10 <sup>6</sup> US\$/ano	Custo Variável US\$/kg
Turb. a gás-Cald. recup.	0.780	0.0002364
Caldeira de Alta Pressão	0.232	0.0005857
Turb. Vap. Contrapressão	0.185	0.0004186
Turb. Vap. Condensação	0.670	0.0034740

Fonte: Balestieri, 1994

Tabela 2. Níveis de emissão (em [kg poluente/kg combustível])

combustível	CO <sub>2</sub>	SO <sub>2</sub>	NOx
óleo BPF	3.156	0.018	0.00728 /1/
Gás natural	2.683	0.001	0.00681 /2/

Nota: /1/ equivalente a 300 ppm/2/ equivalente a 200 ppm  
 Fonte: Balestieri, 1994

As soluções ótimas individuais foram calculadas para os diferentes critérios e seis configurações foram obtidas e apresentadas na Tabela 3. De acordo com esses resultados, os critérios de otimização 1,2,4 e 6 indicam o ciclo Rankine - critérios 1, 2 e 6 mantém a caldeira de Média Pressão adicionando caldeira de Alta Pressão e turbinas a vapor, e o critério 4 elimina a caldeira de Baixa Pressão e adiciona grupos a gás e caldeiras de alta pressão. Os critérios 3 e 5 indicam ciclo combinado, o último com maior quantidade de turbinas a vapor que o primeiro.

Tabela 3. Soluções ótimas individuais dos 6 critérios (valores em 10<sup>6</sup> kg/ano)

arco	irrevers	CO <sub>2</sub>	SO <sub>2</sub>	NOx	fluxo	D-R
1	46.75	41.12	0	40.00	0	41.12
2	0	0	76.40	1.40	76.40	0
3	18.00	1.12	0	0	0	1.12
4	28.75	40.00	0	40.00	0	40.00
5	0	0	76.40	1.40	76.40	0
6	131.20	593.80	605.00	605.00	611.20	100.00
7	300.00	6.20	6.20	6.20	0	0
8	0	0	0	0	0	500.00
9	30.00	0	0	0	30.00	6.20
10	323.80	0	0	0	23.80	0
11	176.20	500.00	500.00	500.00	476.20	0
f.o.	1139.94	130.35	0.08	0.30	1217.60	-27.49

Nota-tarifa de compra de en. elétrica (critério 6): 35 US\$/MWh

As vantagens da solução de compromisso podem ser visualizadas nesses resultados; por sua condição monobjetiva, somente um critério foi maximizado (ou minimizado) em cada solução, e portanto dados conflitivos podem se comportar em direções opostas.

O critério 6 foi considerado a solução factível inicial, x<sup>0</sup>, a solução obtida pela minimização do gradiente da função utilidade é apresentada em conjunto com a solução inicial e parâmetros auxiliares na Tabela 4. As condições de compromisso para a escolha da solução de consenso são: reduzir o retorno do investimento (payback) o mais possível, visto que o mesmo depende inversamente do benefício líquido, e alcançar uma probabilidade de perda de carga (excedente) - LOLP - da configuração inferior a

15%, uma vez que seu cálculo está vinculado ao cálculo da rede de fluxo máximo. Os resultados da solução de compromisso, de acordo como as condições propostas, são apresentados na Tabela 5. A Figura 3 apresenta a configuração proposta e a correspondente rede de grafos.

Tabela 4- Solução factível inicial e a nova solução indicada pela minimização do gradiente da função utilidade

	Solução Inicial	Nova Solução
Fluxo nos arcos [Milhões kg/ano]		
1	41.12	0
2	0	76.40
3	1.12	0
4	10.00	0
5	0	76.40
6	100.00	135.00
7	0	0
8	500.00	476.20
9	6.20	30.00
10	0	23.80
11	0	0
Capacidade Instalada(MW)	32.05	47.79
Excedente Elétrico (MW)	28.65	44.39
LOLP (h/ano)	1355.18	1078.56
(%)	15.47	12.31
CO <sub>2</sub> (kg/MWh)	549.30	557.80
SO <sub>2</sub> (kg/MWh)	4.68	0.21
NOx (kg/MWh)	1.26	1.19
Custo Invest.(Milhões US\$)	27.16	32.48
Payback (anos)	1.60	8.48
Benef. Líquido (M US\$\$/a)	16.96	3.83

Tabela 5- Solução de Compromisso - Dados Gerais

Fluxo nos arcos [10 <sup>6</sup> kg/ano]		Capacid. Instalada (MW):	35.20
1	32.90	Excedente Elétrico (MW):	31.80
2	15.28	LOLP (h/a):	1300.59
3	0.90	(%)	14.85
4	32.00	CO <sub>2</sub> (kg/MWh):	553.19
5	15.28	SO <sub>2</sub> (kg/MWh):	3.44
6	107.00	NOx (kg/MWh):	1.24
7	0	Custo Invest. (10 <sup>6</sup> US\$):	34.52
8	495.24	Payback (anos):	2.53
9	10.96	Ben. Líq. (10 <sup>6</sup> US\$)/a):	13.66
10	4.76		
11	0		

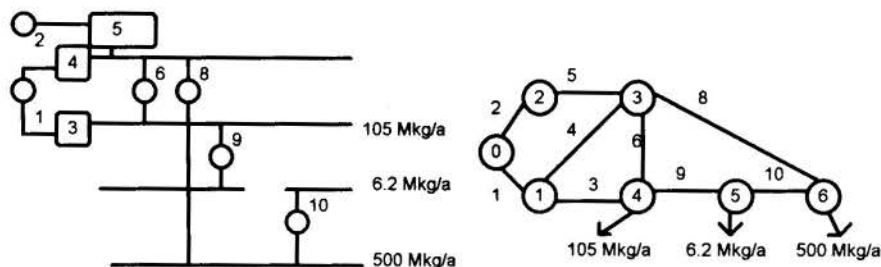


Figura3- Central de cogeração obtida por consenso entre os objetivos e correspondente rede



## CONCLUSÕES

A modelagem multiobjetiva proposta tem por mérito permitir uma pesquisa de configurações eficientes para o projeto de centrais de cogeração que se situam no entorno das soluções ótimas de diferentes objetivos, aqui considerados sem atribuição de pesos preferenciais para quaisquer deles.

Os resultados obtidos no processo iterativo proposto satisfazem as premissas básicas do problema e permitem visualizar diferentes soluções que privilegiam uns critérios em detrimento dos demais, bem como uma solução mista que considera as preferências do decisor.

## REFERÊNCIAS

- BALESTIERI, J.A.P. **Planejamento de centrais de co-geração: uma abordagem multiobjetiva**. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 1994.
- CHINNECK, J.W., CHANDRASHEKAR, M., 1984. **Models of large-scale industrial energy systems - I- Simulation**. Energy, v. 9, n. 1, p. 21-34, 1984.
- EHMKE, H.J. **Size optimization for cogeneration plants**. Energy, v. 15, n. 1, p. 35-44, 1990.
- FRANGOPOULOS, C.A. **Optimal synthesis and operation of thermal systems by the thermoeconomic functional approach**. Journ. Engin. Gas Turbines Power, v. 114, n. 4, p. 707-714, 1992.
- GUSTAFSSON, S.I. **Optimization of building retrofits in a combined heat and power network**. Energy, v. 17, n. 2, p. 161-171, 1992.
- GUSTAFSSON, S.I., KARLSSON, B.G. **Linear programming optimization in CHP networks**. Heat Recov. Syst. CHP, v. 11, n. 4, p. 231-238, 1991.
- ITO, K. *et al.* **Influence of fuel cost on the operation of a gas turbine-waste heat boiler cogeneration plant**. Trans. of the ASME, v. 112, n. 1, p. 122-128, 1990.
- PUTTGEN, H.B., MacGREGOR, P.R. **Optimum scheduling procedure for cogenerating small power producing facilities**. IEEE Trans. PAS, v. 4, n. 3, p. 957-963, 1989.
- STEUER, R.F. **Multiple Criteria Optimization**. John Wiley, N.Y., 1986.

## ABSTRACT

According to the data of a chemical process, it is presented the results of a cogeneration systems' multiobjective optimization technique that deals with six criteria: net benefit maximization, pollutant levels (CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub> and NO<sub>x</sub>) emission minimization, network flow maximization and irreversibility minimization. A compromise solution is obtained by means of a trade-off between them.

## Notação

m	Vazão de vapor, combustível, gases	ton/h
h	entalpia específica	kJ/kg
w	ganho do arco	--
CFIX	custo de investimento	10 <sup>6</sup> US \$/un.
pe	retorno por venda de en. elétrica	10 <sup>6</sup> US \$/kW
pu	gastos com combustíveis	10 <sup>6</sup> US \$/kW
F	fator de recuperação de capital	1/ano
rhs	<i>right-hand side</i>	
AP	Alta Pressão	
MP	Média Pressão	
BP	Baixa Pressão	
CD	Condensação	

COGERAÇÃO PARA HOSPITAIS - ESTUDOS DE CASOS COM A  
UTILIZAÇÃO DE TURBINAS A GÁS

JOSÉ L. SILVEIRA\* ARNALDO C. S. WALTER\*\* CARLOS A. LUENGO\*\*

\* UNESP \*\*UNICAMP

SUMÁRIO

O presente trabalho apresenta o estudo da viabilidade técnica e econômica de sistema de cogeração utilizando turbina a gás para a produção de eletricidade e vapor ou água gelada, de modo a suprir as necessidades de energia de um hospital. São analisadas 4 possibilidades de cogeração para este estabelecimento do setor terciário. Em uma primeira parte é efetuada a análise energética das opções de modo a determinar as capacidades dos sistemas. Posteriormente é efetuado o estudo de viabilidade econômica onde são determinados os custos de produção de eletricidade e calor útil, de maneira a escolher a melhor opção em termos de economia anual esperada.

Nomenclatura

Cag - Custo de produção de água gelada [US\$/kWh]  
Ccomb - Custo do combustível (gás natural) [US\$/kWh]  
Cel - Custo de produção de eletricidade [US\$/kWh]  
CMcr - Custo de manutenção da caldeira de recuperação [US\$/kWh]  
CMsra - Custo de manutenção do sistema de refrigeração por absorção [US\$/kWh]  
CMstg - Custo de manutenção do sistema de turbina a gás incluindo o custo de manutenção do gerador elétrico [US\$/kWh]  
Cvap - Custo de produção de vapor pelo sistema de cogeração [US\$/kWh]  
Cvc - Custo de produção de vapor por caldeira convencional [US\$/kWh]  
Ec - Fluxo de calor residual recuperado [kW]  
Ecomb - Potência suprida no combustível [kW]  
Ep - Eletricidade produzida [kW]  
Er - Eletricidade consumida no hospital [kW]  
Ev - Fluxo de calor utilizado na forma de vapor [kW]  
f - Fator de anuidade [1/ano]  
GPag - Ganho anual devido a produção de água gelada [US\$]  
GPel - Ganho anual devido a produção de eletricidade [US\$]  
GPv - Ganho anual devido a produção de vapor [US\$]  
H - Período equivalente de utilização [h/ano]  
Icr - Investimento na caldeira de recuperação [US\$]  
Ipl - Investimento total no sistema a ser instalado [US\$]  
Isra - Investimento no sistema de refrigeração por absorção [US\$]  
Isrc - Investimento no sistema de recuperação de calor [US\$]  
k - Período de amortização ou "pay-back" [anos]  
m - Fluxo mássico de gases de escape [kg/s]  
mg - Consumo de gás natural [m<sup>3</sup>/h]  
n - Rotação [rpm]  
nc - Eficiência do compressor [%]  
ngc - Eficiência de geração de calor [%]  
nge - Eficiência de geração de energia elétrica [%]  
nG - Eficiência global do sistema de cogeração [%]  
nisot - Eficiência isoentrópica ou de expansão da turbina [%]  
nt - Eficiência térmica da turbina [%]  
PEag - Preço equivalente de produção de água gelada por sistema de refrigeração elétrico [US\$/kWh]  
Pel - Preço da eletricidade comprada da rede [US\$/kWh]  
Per - Perda de energia no sistema turbina a gás [kW]  
Pf - Potência frigorífica do sistema de refrigeração por Absorção [kW]  
Pvel - Tarifa de venda de eletricidade excedente [US\$/kWh]  
r - Taxa anual de juros [%]  
R - Receita anual esperada [US\$]  
RP - Relação de pressão ou taxa de compressão

T2 - Temperatura do ar na saída do compressor [K]  
T3 - Temperatura dos gases na entrada da turbina [K]  
T4 - Temperatura dos gases na saída da turbina [K]  
Weixo - Potência de eixo da turbina [kW]

1 - Introdução

A geração descentralizada de energia elétrica tem-se incrementado de maneira eficiente nos países industrializados, destacando-se as tecnologias de cogeração, as quais podem ser definidas como sendo técnicas de produção simultânea de potência elétrica ou mecânica e calor útil a partir da queima de um único combustível.

Existe a expectativa, no entanto, de que tecnologias compactas de cogeração para o setor terciário (hospitais, hotéis, shopping centers, restaurantes, condomínios residenciais, etc) possam ganhar espaço nos próximos anos, como vem acontecendo em vários países desenvolvidos.

Neste trabalho apresenta-se a aplicação de uma metodologia para o estudo da viabilidade técnica e econômica da instalação de micro-cogeneradores utilizando pequenas turbinas a gás para um hospital. Este sistema além de gerar potência elétrica, permite recuperar calor residual que é utilizado como fonte de energia para a produção de vapor em caldeira de recuperação sem queima suplementar de combustível ou para acionar um sistema de refrigeração por absorção visando a produção de água gelada necessária ao sistema de ar condicionado do prédio.

2 - Por Que Cogerar em Hospitais?

De acordo com as experiências internacionais [1-3] os hospitais são os estabelecimentos do setor terciário onde a aplicação de tecnologias de cogeração apresentam maior viabilidade econômica. Vários fatores contribuem para este fato, entre os quais podem ser citados os seguintes:

-Os hospitais apresentam menor razão entre eletricidade e calor consumido quando comparado com os demais estabelecimentos do setor terciário;

-A necessidade de maior confiabilidade no abastecimento de energia elétrica e a manutenção compulsória de sistemas de atendimento emergencial;

-A oportunidade para a redução nos gastos com energia elétrica;

-O crescimento da oferta de gás natural, que é um combustível adequado para sistemas de cogeração compactos;

-A reestruturação institucional do setor elétrico, em vários países, garantindo espaço à cogeração.

### 3 - As Necessidades Energéticas do Hospital Estudado

Para o propósito do nosso estudo, optou-se por analisar o caso do Hospital de Clínicas Barão Geraldo da Universidade Estadual de Campinas, no estado de São Paulo. Este Hospital possui um total de 400 leitos, ocupa uma área de 60.000 m<sup>2</sup> onde trabalham 3.000 funcionários e existe em média um público flutuante (acompanhantes e parentes de internados) de 100 pessoas por dia.

A figura 1 mostra os perfis de demanda de eletricidade, vapor, água gelada e água quente do hospital para um dia típico de verão.

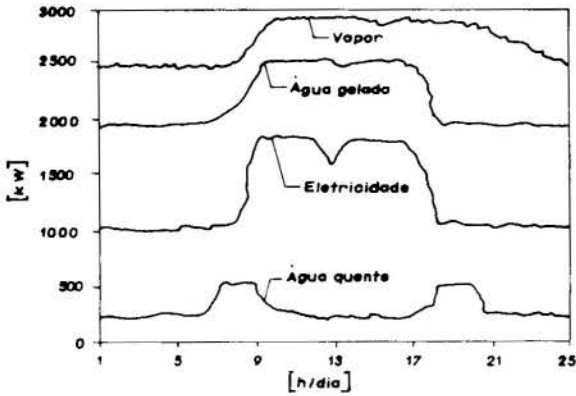


Figura 1 - As necessidades energéticas do hospital

### 4 - As Configurações Possíveis de sistemas de Cogeração Para o Hospital

A figura 2 mostra o esquema do sistema de cogeração para o hospital no caso do uso de caldeira de recuperação visando a produção de vapor.

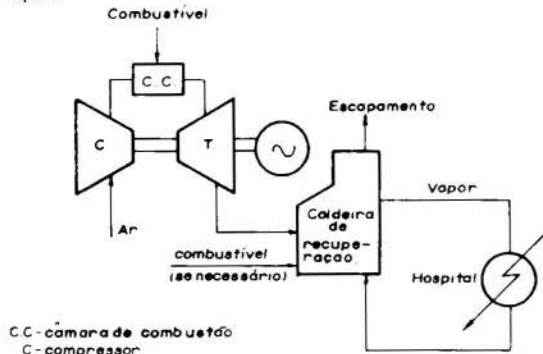


Figura 2 - Sistema de cogeração para a produção de vapor

A figura 3 esquematiza uma instalação de cogeração com uso direto do calor dos gases de exaustão da turbina para a produção de água gelada em sistema de refrigeração por absorção.

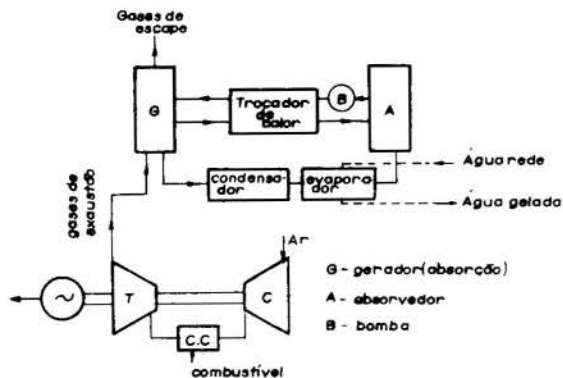


Figura 3 - Sistema de cogeração para a produção de água gelada

Dentro destas possibilidades técnicas estudaremos 4 casos de

cogeração para o hospital:

Caso 1: Utilização de turbina a gás e caldeira de recuperação em substituição a produção de vapor nas caldeiras atuais. O limite de geração que corresponde à máxima demanda é avaliada em 3.600 kg/h de vapor saturado (7,5 kgf/cm<sup>2</sup>);

Caso 2: Utilização de turbina a gás e caldeira de recuperação para produção somente da quantidade de vapor necessária a cozinha, consumo este avaliado em 800 kg/h de vapor saturado (7,5 kgf/cm<sup>2</sup>);

Caso 3: Utilização de turbina a gás e caldeira de recuperação para produção somente da quantidade de vapor necessária a lavanderia, o que corresponde a 2160 kg/h de vapor saturado (7,5 kgf/cm<sup>2</sup>);

Caso 4: Utilização de turbina a gás e sistema de refrigeração por absorção com o uso direto dos gases de exaustão, de modo a suprir a produção de água gelada (7 °C) em substituição ao sistema de refrigeração por compressão do freon (capacidade frigorífica de 700 TR).

### 5 - Análise Energética das Opções de Cogeração

A análise energética se baseia nos princípios da Termodinâmica de acordo com procedimentos indicados por Wu [4] e Taki et alii [5].

De modo a buscar sistemas turbinas a gás disponíveis comercialmente, as seguintes considerações foram feitas para a seleção e dimensionamento de máquinas para os casos de cogeração do hospital:

- Temperaturas ambientes de 15 °C para a seleção de equipamentos e de 30 °C para o dimensionamento do sistema;
- Temperatura dos gases de exaustão da turbina entre 400 e 600 °C;
- Temperatura dos gases de escape para a atmosfera no caso de produção de vapor igual a 140 °C e para o caso de produção de água gelada 170 °C (determinados pelo critério do "pinch point");
- Para o poder calorífico do gás natural utilizou-se o valor de 39.356 kJ/m<sup>3</sup> [6];
- Calor específico à pressão constante dos gases da turbina igual a 1,055 kJ/kg.K para o nível do mar [7] (considerando o mesmo valor para o local da instalação);
- Eficiências do gerador elétrico e da câmara de combustão com valores respectivamente iguais a 95 % e 97 % [8];
- Eficiência da caldeira de recuperação e coeficiente de performance do sistema de refrigeração por absorção com valores respectivamente iguais a 70 % e 0,65 [8];

Em função dos valores necessários para o fluxo mássico e temperatura dos gases na saída da turbina tem-se as máquinas selecionadas que mais se aproximam da possibilidade de atender as demandas térmicas para os casos de cogeração do hospital (tabela 1).

Seguindo os procedimentos de Bhargava [9] e de acordo com "Stewart and Stevenson" [10], a tabela 2 mostra a correção dos parâmetros de performance dos sistemas selecionados para os casos de cogeração do hospital.

### 6 - Análise Econômica das Opções de Cogeração

Os custos de produção de eletricidade e de vapor ou água gelada podem ser determinados pelas equações seguintes.

$$C_{el} = (I_{pl} - I_{src}) \cdot f / H \cdot E_p + C_{comb} \cdot (E_{comb} - E_c - Per/2) / E_p + C_{Mstg} \quad (1)$$

$$C_{vap} = I_{cr} \cdot f / H \cdot E_v + C_{comb} \cdot (E_c + Per/2) / E_v + C_{Mcr} \quad (2)$$

$$C_{ag} = I_{sra} \cdot f / H \cdot P_f + C_{comb} \cdot (E_c + Per/2) / P_f + C_{Msra} \quad (3)$$

onde:

$$f = [q^k \cdot (q-1)] / (q^k - 1) \quad (4)$$

$$q = 1 + r/100 \quad (5)$$

O ganho devido a produção de eletricidade (GPel) no caso de excedente elétrico é calculado pela equação 6, e no caso de déficit de eletricidade pela equação 7.

$$GPel = Er.H.(Pel-Cel) + (Ep-Er) .H. (PVel - Cel) \quad (6)$$

ou

$$GPel = Ep.H.(Pel - Cel) \quad (7)$$

Para o caso de investimento em sistema de cogeração empregando turbina a gás com caldeira de recuperação os fatores de comparação são a tarifa de eletricidade praticada pela concessionária local para o atendimento do hospital e o custo da produção de vapor por caldeiras convencionais queimando óleo BPF.

Quanto ao ganho devido a produção de vapor, este pode ser determinado utilizando-se a equação a seguir.

$$GPv = Ev.H.(Cvc - Cvp) \quad (8)$$

A receita anual esperada (R) será a soma dos ganhos devido a produção de eletricidade e a produção de vapor pelo sistema de cogeração.

$$R = GPel + GPv \quad (9)$$

Para o caso de investimento em sistema de cogeração empregando turbina a gás com sistema de refrigeração por absorção é necessário conhecer a tarifa de eletricidade praticada pela concessionária local e o custo de produção de água gelada por um sistema de refrigeração elétrico (por compressão).

O ganho devido a produção de eletricidade (GPel) neste caso, também pode ser determinado utilizando-se as equações 6 ou 7, dependendo da situação.

Já o ganho devido a produção de água gelada (GPag) é calculado utilizando-se a equação 10.

$$GPag = Pf.H.(PEag - Cag) \quad (10)$$

Para este caso a receita anual esperada é calculada pela equação 11.

$$Resp = GPel + GPag \quad (11)$$

Para o estudo da viabilidade econômica das opções de cogeração propostas as seguintes considerações foram feitas:

- O período equivalente de utilização considerado foi de 7.000 h/ano;
- O valor do custo do gás natural utilizado foi de 0,011 US\$/kWh [6];
- Os valores adotados para o custo de investimento em sistemas turbinas a gás (incluindo turbina a gás, compressor, câmara de combustão, gerador elétrico, placa suporte, caixa acústica, silenciador, dutos de entrada e de exaustão, controle padrão e sistema de partida) seguem os dados de Biasi [7], acrescidos de 15% referente ao transporte e a taxa de importação;
- Para o custo de manutenção de sistema turbina a gás adotou-se o valor de 0,015 US\$/kWh [8];
- Os valores de investimento e manutenção em caldeira de recuperação seguem a metodologia sugerida por Boehn [11];
- Os valores de investimento e manutenção em sistema de refrigeração por absorção também seguem os procedimentos sugeridos por Boehn [11];
- Para o preço da eletricidade comprada da rede local, utilizou-se o valor real de 0,070 US\$/kWh;
- Para o preço do kWh excedente de energia elétrica adotou-se o valor de 0,050 US\$/kWh;
- Para a análise da viabilidade econômica considerou-se o caso de um hospital novo, e assim, o investimento em cogeração (envolvendo sistema turbina a gás com caldeira de recuperação ou sistema de refrigeração por absorção) é comparado com o investimento em equipamentos convencionais (caldeira a vapor convencional e sistema de refrigeração por compressão).

A tabela 3 mostra os custos de produção de eletricidade, vapor ou água gelada para os quatro casos de cogeração estudados,

considerando uma taxa anual de juros de 12 % e um período de amortização de 5 anos.

Opção	Eletricidade [US\$/kWh]	Vapor [US\$/kWh]	Água Gelada [US\$/kWh]
1	0.05589	0.02080	-
2	0.06760	0.01868	-
3	0.05816	0.02143	-
4	0.05617	-	0.03075

A figura 4 mostra a receita anual esperada em função do período de amortização, considerando uma taxa anual de juros de 12 %.

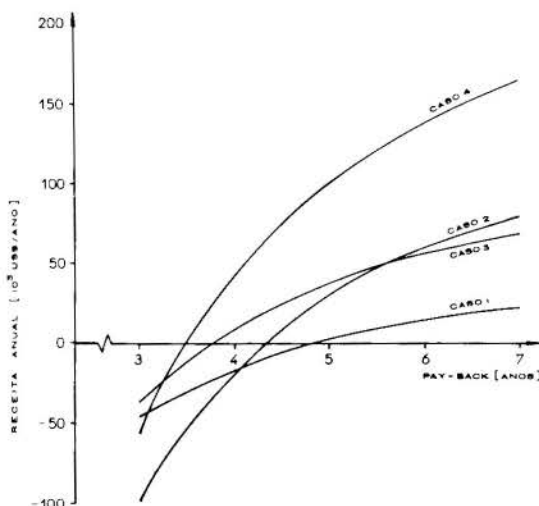


Figura 4 - Receita anual esperada em função do período de amortização, r = 12 %

Podemos apreciar desta figura que para o caso 4 existe viabilidade econômica para períodos de amortização de 3,4 anos, sendo para o caso 3, de 3,7 anos; Os valores mínimos para os casos 1 e 2 são respectivamente 4,8 e 4,3 anos.

A variação da receita anual esperada em função da taxa anual de juros é mostrada na figura 5, que considera um período de amortização de 5 anos.

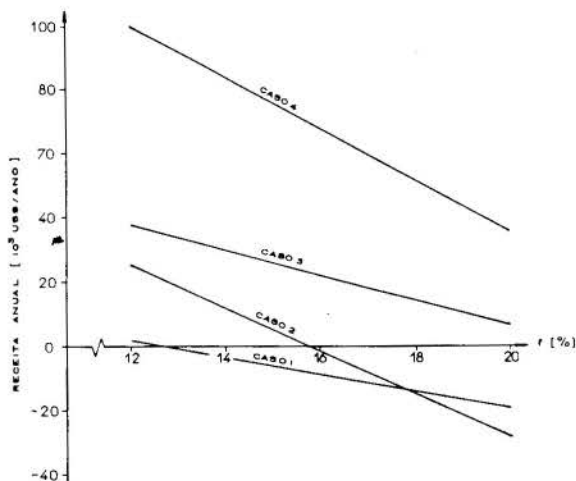


Figura 5 - Receita anual esperada em função da taxa anual de juros para k=5 anos



Observe-se que para o caso 1 existe viabilidade econômica quando valores menores do que 12,7 % são atribuídos às taxas anuais de juros. Já para o caso 2 isto ocorre para valores menores do que 15,8 % ao ano. A melhor vantagem é destacada para o caso 4.

Finalmente para o caso de existência de excedente de eletricidade (caso 4), observou-se um valor mínimo de 0,036 US\$/kWh para o preço de venda do excedente, de modo a permitir a viabilidade econômica da instalação (para  $k=5$  anos).

## 7 - Conclusões

Sistemas de cogeração compactos do tipo analisado aqui podem buscar excelentes oportunidades para a aplicação em hospitais e outros segmentos do setor terciário, no cenário energético nacional.

Decisão de implantação ou não destas modalidades de cogeração deverá sempre ser calçada em análises técnico-econômicas baseadas em metodologias que consideram os múltiplos parâmetros relevantes em uma combinação criteriosa, como a apresentada no escopo deste trabalho.

Como resultado da análise efetuada neste trabalho, dentro das considerações de custos atribuídas, existe maior viabilidade para o caso 4 no qual um sistema turbina a gás é associado a um sistema de refrigeração por absorção. Os principais fatores envolvidos nesta conclusão são:

- O custo de produção de eletricidade é relativamente pequeno quando comparado com a tarifa praticada pela concessionária;
- A implantação de um sistema de cogeração como este, resulta em uma redução de cerca de 30 % no consumo de eletricidade do hospital, indicando mais um atrativo à economia nos gastos com eletricidade deste estabelecimento.

De um modo geral, é preciso considerar que a cogeração para o setor terciário é uma alternativa sensível do ponto de vista econômico, exigindo métodos especiais de dimensionamento, seleção de equipamentos e definição de arranjos contratuais associados ao suprimento de eletricidade e combustíveis.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1) Radanne, p.; Jenn, F. et Schulz, J., "La Cogeneration Dans le Secteur Tertiaire en Europe", INESTENE-Institut d'Evaluation des Stratégies sur l'Energie et l'Environnement en Europe, p.55, Paris, 1990.

- 2) Mitjà, A. et alli, "CENTRES HOSPITALARIS - Tecnologias Avançadas en Estalvi i Eficiència Energètica", p.102, Direcció General d'Energia, Barcelona, novembre - 1990.
- 3) Mullins, P., "Hospital CHP Uses Advanced Heat Recovery System", Diesel and Gas Turbine Worldwide, pp.16-17, Vol.25, No.1, Brookfield, January/February - 1993.
- 4) Wu, C., "Power Optimization of an Endoreversible Brayton Gas Heat Engine", Energy Conversion Management, Vol.31, No.6, pp.561-565, Pergamon Press Publishing, London, 1991.
- 5) Taki, Y.; Babus'Haq, R. F.; Elder, R. L. and Probert, S. D., "Design and Analysis of a Compact Gas Turbine for CHP System", Heat Recovery Systems and CHP, Vol.11, No.2/3, pp.149-160, Pergamon Press Publishing, London, 1991.
- 6) Agência para Aplicação de Energia - "Informação Sobre Uso Racional de Energia", Número 23, São Paulo, Abril de 1992.
- 7) Biasi, V. (publisher), "For Project Planning, Design and Construction", Gas Turbine World - The 1992-93 Handbook, Vol.14, Pequot Publishing, Washington, 1993.
- 8) Taki, Y.; Babus'Haq, R. F. and Probert, S. D., "Combined Heat and Power as a Contributory Means of Maintaining a Green Environment", Applied Energy, Elsevier Science Publishers Ltd, Vol.39, pp.83-91, London, 1991.
- 9) Bhargava, R., "On-Site Performance Evaluation of Critical Components in a Cogeneration Plant", ASME Cogen Turbo Power '92, IGTI - Vol.7, pp.571-584, Houston, 1992.
- 10) Anônimo, "Stewart and Stevenson - Gas Turbine Products Division", Informações coligidas pelos autores, Houston, 1991.
- 11) Boehn, R.F., "Design Analysis of Thermal Systems", John Wiley, New York, 1987.

## Abstract

In this paper an analysis of various possible configurations of a gas turbine based compact cogenerator system for a hospital is presented. Several Cogeneration options are feasible since the heat is utilized as steam, hot and cold water to supply utilities.

In the first part the technical feasibility of these options is critically assessed to select the systems capacities. Later, the economic analysis discusses production costs of useful heat and electricity production to reach conclusions on the economic feasibility. The best system thus characterized is recommended to guarantee emergency electric generation.

Caso	Fabricante (Código)	Ep [kW]	RP	m [kg/s]	T4 [°C]	T3 [°C]	nt [%]	n [rpm]
1	E.G.T. (Hurricane)	1.600	9,2	6,99	600	1134	25,46	27.245
2	Turbomeca (Astazou)	300	5,6	2,54	490	-	18,02	1.800
3	Turbomeca (Makila TI)	1.050	9,6	5,44	505	-	25,44	1.800
4	Siemens KWU (PGT2)	2.000	12,0	9,98	544	-	24,99	22.500

Nota: E.G.T - European Gas Turbines

Caso	Ep [kW]	$\eta_t$ [%]	m [kg/s]	mg [m³/h]	T4 [°C]	nge	$\eta_{gc}$	$\eta_G$
1	*1600	*25,46	*6,99	*605,1	*600	*24,19	*51,28	*75,47
	+1496	+25,08	+6,43	+574,3	+636	+23,83	+53,59	+77,42
2	*300	*18,02	*2,54	*160,3	*490	*17,12	*53,53	*70,65
	+281	+17,75	+2,34	+152,4	+519	+16,86	+56,17	+73,03
3	*1050	*25,44	*5,44	*397,4	*505	*24,17	*48,22	*72,39
	+982	+25,06	+5,00	+377,3	+535	+23,81	+50,52	+74,33
4	*2000	*24,99	*9,98	*770,6	*544	*23,74	*46,75	*70,46
	+1870	+24,62	+9,18	+731,3	+576	+23,39	+49,18	+72,57

Nota: \* Condições nível do mar; + Condições locais

## SIMULAÇÃO E ANÁLISE DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS G-GT EM USINAS DE AÇÚCAR E ÁLCOOL

Arnaldo Cesar Walter\*, Sergio Valdir Bajay\*, Luiz Horta Nogueira\*\*

(\*) Departamento de Energia/FEM/UNICAMP -

13081 - 970 / Campinas / Brasil Fax - 55 192 393722

(\*\*) Escola Federal de Engenharia de Itajuba / Brasil - Fax 55 35 622 3956

### SUMÁRIO

Neste trabalho é descrito um procedimento que permite a simulação da operação de sistemas G-GT - gaseificação e emprego de turbinas a gás - em usinas de açúcar e álcool. São estudadas configurações em ciclo combinado, com a manutenção do sistema convencional a vapor, de contra-pressão, como "ciclo bottoming", e sistemas em que a turbina a gás é a única máquina motriz da instalação. Três turbinas a gás de diferentes capacidades são consideradas e seus respectivos resultados são comparados com informações de literatura. A modelagem permite a análise das necessidades da demanda de vapor de processo, da influência das extrações de "blast-air" e restrições operacionais da caldeira de recuperação.

### INTRODUÇÃO

O aumento da geração de eletricidade a partir de sub-produtos da cana-de-açúcar, tais como o bagaço e pontas e folhas, pode possibilitar reduções dos custos de produção dos produtos tradicionais do setor sucro-alcóoleiro: o açúcar e o álcool.

Uma das mais interessantes propostas nesse sentido consiste na gaseificação da biomassa e no uso do gás resultante como combustível de turbinas a gás aeroderivativas. A idéia, apresentada pela primeira vez nos anos 80, tem sido explorada através de algumas unidades em escala piloto. Essa tecnologia, genericamente designada G-GT, ou mais especificamente BIG-STIG - Biomass Integrated Gasifier / Steam Injected Gas Turbines -, ainda não está disponível comercialmente. No presente, as principais dificuldades estão na gaseificação da biomassa, na quantidade e com a qualidade requeridas pela turbina.

### DESCRIÇÃO DA PLANTA

Tem sido propostas duas versões de sistemas BIG-STIG. A primeira delas considera um sistema de cogeração com uma turbina a gás STIG como única máquina motriz. Em uma usina de açúcar e álcool, vapor de baixa pressão teria que ser produzido em uma caldeira de recuperação em condições de alimentar diretamente o processo industrial. Nesse caso, as turbinas a vapor que são empregadas no acionamento mecânico de moendas e desfibradores da cana teriam que ser substituídas por motores elétricos.

Na segunda versão a turbina a gás seria empregada como máquina de topo de uma instalação em ciclo combinado. Em novas plantas é provável que uma turbina a vapor de extração-condensação possa ser empregada mas, para usinas já existentes, é mais adequado imaginar a manutenção do sistema convencional de contra-pressão. Assim, vapor de média pressão precisa ser gerado para a alimentação das turbinas a vapor.

Uma planta BIG-STIG em ciclo combinado é esquematizada na Figura 1. Os quatro módulos principais da instalação - a unidade de pré-processamento e de gaseificação da biomassa, a turbina a gás, a caldeira de recuperação e a instalação convencional a vapor - são representados.

Em princípio, tanto gaseificadores de leito fixo quanto de leito fluidizado poderiam ser empregados. Esforços recentes de pesquisa e desenvolvimento têm estado mais voltados aos sistemas de leito fluidizado, apesar das vantagens imediatas - menor concentração de material particulado, maior facilidade de controle dos álcalis e menor necessidade de "blast-air" - que podem ser identificadas quanto nos sistemas de leito fixo. Por outro lado, algumas restrições podem citadas quanto a esses últimos, tais como a necessidade de injeção de vapor - "blast-steam" -, para que seja evitada a fusão das cinzas, e a necessidade de alimentação com biomassa relativamente seca e densificada (Larson et alii, 1989).

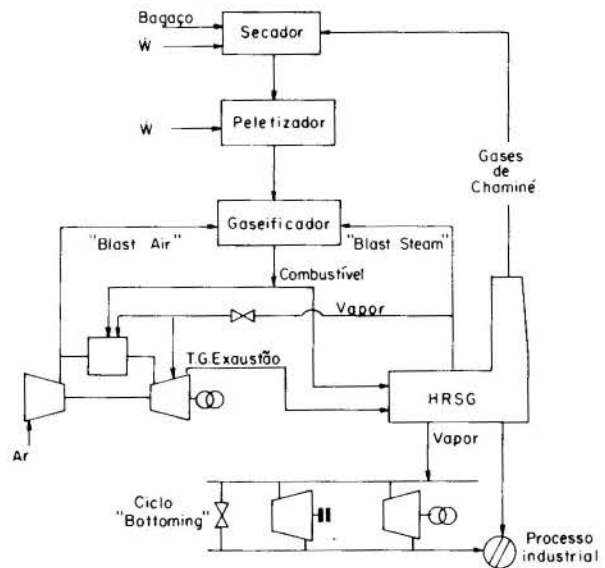


Figura 1 Sistemas G-GT em usinas de açúcar e álcool

Outra questão relativa à gaseificação diz respeito à melhor opção entre gaseificadores atmosféricos e pressurizados. A eventual vantagem técnica e econômica dos gaseificadores pressurizados em instalações G-GT ainda não está comprovada. Nesse trabalho foram considerados, exclusivamente, os gaseificadores pressurizados de leito fixo.

### PROCEDIMENTO DE SIMULAÇÃO

Na análise feita foram consideradas as turbinas aeroderivativas da classe LM - LM 1600 PB, LM 2500 PH e LM 5000 PD - fabricadas pela General Electric Marine & Industrial.

O procedimento envolve dois passos básicos. O primeiro permite a definição de alguns parâmetros das turbinas a gás, segundo a consideração de uma operação em regime de base, nas condições ISO, com injeção plena de vapor e queima de gás natural. Esses parâmetros, assim como os parâmetros de referência para cada turbina, são posteriormente aplicados na avaliação de desempenho das máquinas com gás de gaseificação.

Já o segundo passo envolve a simulação e a determinação dos parâmetros operacionais de todo o sistema, quando do funcionamento com biomassa e gás de gaseificação.

Os parâmetros de referência das turbinas, para efeito de cálculo e comparação dos resultados, correspondem às informações publicadas pela

Gas Turbine World (1993). Como parâmetros de cálculo foram tomados, para cada turbina, a relação de compressão, o fluxo mássico de ar a 15 °C e 1 atm, o fluxo máximo de vapor injetado e a temperatura máxima à entrada da turbina de potência. Os resultados obtidos na simulação foram comparados às informações de potência, eficiência térmica e temperatura de exaustão dos gases.

A turbina LM 5000 foi equacionada considerando tanto a injeção de vapor de alta pressão na câmara de combustão quanto a de vapor de baixa pressão na corrente de gases em expansão, entre os estágios de alta e baixa pressão do gerador de gases. Já para as turbinas LM 1600 e 2500, o equacionamento foi realizado segundo a consideração de injeção de vapor apenas na câmara de combustão.

As principais hipóteses adotadas foram: (i) não consideração de perda de carga dos gases em qualquer componente do sistema; (ii) não consideração da variação do calor específico dos gases com a temperatura; (iii) avaliação do calor específico do vapor a partir da variação das entalpias molares da água entre a temperatura de injeção do vapor e a temperatura de mistura gases/vapor.

## EQUACIONAMENTO DA TURBINA A GÁS

**Compressor.** As principais equações relativas ao compressor permitem a determinação da temperatura do ar ao fim do processo e da potência de compressão. São elas:

$$T_2 = T_1 \cdot \left\{ 1 + \left[ \frac{(rp)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{\eta_c} \right] \right\} \quad (1)$$

$$W_c = \text{mar} \cdot C_{par} \cdot T_1 \cdot \left\{ \left[ \frac{(rp)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{\eta_c} \right] \right\} \quad (2)$$

**Câmara de Combustão.** O equacionamento da câmara de combustão visa a determinação do fluxo de combustível que viabiliza, para cada turbina e quando da operação sem injeção de vapor, a máxima temperatura na câmara de combustão.

A injeção de vapor provoca a redução da temperatura dos gases. Para que seja respeitado o limite de temperatura dos gases à entrada da turbina de potência -  $T_{in}$  -, condição que deve ser satisfeita por imposição do procedimento de cálculo, deve haver um aumento do fluxo de combustível.

Na operação da turbina com gás de gaseificação, faz-se a extração de "blast-air" do compressor - marg. Como a quantidade de ar que deve ser extraída não pode ser determinada a priori, o procedimento de simulação adotado permitiu o cálculo das extrações do fluxo de ar dentro de uma ampla faixa de variação. A posteriori foram identificados, para cada turbina, os valores mínimos de extração que são compatíveis com os requerimentos da produção do gás, em cada regime de operação, e descartados os resultados não factíveis.

Na operação dos sistemas G-GT, quanto maior a temperatura do gás à saída do gaseificador, maior o aporte de energia à câmara de combustão na forma de calor sensível. No procedimento de simulação realizado foi assumido 600 °C para a temperatura do gás combustível, valor que corresponde à uma solução de compromisso, para os gaseificadores de leito fixo, para que não haja condensação do alcatrão e para que os álcalis possam ser tratados, no procedimento de limpeza, como partículas condensadas (Larson et alii, 1989).

A equação básica da câmara de combustão corresponde ao seu balanço de energia:

$$(\text{mar} - \text{marg}) \cdot C_{par} \cdot (T_2 - T_1) + \text{mft} \cdot [C_{pf} \cdot (T_r - T_1) + PC] + \text{mvt} \cdot C_{pv} \cdot (T_{ic} - T_1) = \text{mgc} \cdot C_{pgc} \cdot (T_{\text{max}} - T_1) \quad (3)$$

Para os gases de combustão, o valor do calor específico foi calculado a partir de uma estimativa de sua composição, considerado o excesso de ar e uma composição química de referência para o gás natural e para o gás de gaseificação.

**Turbina.** Para o caso mais complexo, o da turbina LM 5000, a análise da expansão dos gases deve considerar três estágios, dado que vapor pode ser injetado entre os corpos de alta e baixa pressão do gerador de gases.

A injeção de vapor foi assumida a 1,16 MPa. Definida a pressão, a temperatura dos gases antes da injeção pode ser avaliada a partir de um dado valor de eficiência politrópica da turbina de alta pressão

$$T_{tr} = T_{\text{max}} \cdot \left\{ 1 - \eta_{ta} \cdot \left[ 1 - (P_{tr}/P_{\text{max}})^{(\delta-1)/\delta} \right] \right\} \quad (4)$$

A temperatura dos gases cai após a injeção do vapor. Um balanço de energia no ponto de injeção permite a avaliação da temperatura de mistura -  $T_{mis}$ .

$$\text{mgc} \cdot C_{pgc} \cdot (T_{tr} - T_1) + \text{mvt} \cdot C_{pv} \cdot (T_{it} - T_1) = \text{mgt} \cdot C_{pgt} \cdot (T_{mis} - T_1) \quad (5)$$

A turbina de alta pressão produz parte da potência necessária ao acionamento do compressor e a turbina de baixa pressão o complemento. As equações que permitem a quantificação de suas contribuições são:

$$W_{al} = \text{mgc} \cdot C_{pgc} \cdot (T_{\text{max}} - T_{tr}) \quad (6)$$

$$W_{bx} = (W_c / \eta_{tm}) - W_{al} \quad (7)$$

A temperatura e a pressão dos gases à entrada da turbina de potência podem ser determinadas pelas equações

$$T_{in} = T_{mis} - [W_{bx} / (\text{mgt} \cdot C_{pgt})] \quad (8)$$

$$P_{in} = P_{tr} \cdot \left\{ 1 - \left\{ \frac{1}{\eta_{tb}} \cdot \left[ 1 - (T_{in} / T_{mis}) \right] \right\} \right\}^{\kappa/(\kappa-1)} \quad (9)$$

Uma vez determinadas as propriedades à entrada, a temperatura teórica de exaustão pode ser calculada desde que seja arbitrado um valor para a pressão de exaustão

$$T_{\text{esc}} = T_{in} \cdot (P_{\text{esc}}/P_{in})^{(\delta-1)/\delta} \quad (10)$$

Atribuindo-se valores à eficiência isentrópica de expansão na turbina de potência, à eficiência do gerador elétrico e à eficiência mecânica, pode-se então determinar a potência elétrica:

$$W_{elc} = \text{mgc} \cdot C_{pgc} \cdot \eta_{ge} \cdot \eta_{tm} \cdot \eta_{tp} \cdot (T_{in} - T_{\text{esc}}) \quad (11)$$

E, finalmente, a temperatura de escape dos gases será determinada pela relação:

$$T_{\text{esc}} = T_{in} - \eta_{tp} \cdot (T_{in} - T_{\text{esc}}) \quad (12)$$

A solução do conjunto de equações implica na definição de valores para alguns parâmetros. Com esse propósito, valores típicos foram atribuídos à eficiência mecânica, à eficiência do gerador elétrico e à pressão de exaustão.

Ato contínuo, a atribuição de valores às eficiências isentrópicas do compressor e dos vários estágios da turbina, desde que observadas as restrições relativas ao perfil de temperaturas dos gases no interior da turbina, permite o cálculo da potência elétrica produzida, da eficiência térmica e da temperatura de exaustão.

O critério adotado foi tentar igualar a potência calculada ao valor indicado pela referência, procurando minimizar o erro relativo aos dois parâmetros restantes. Um erro de 3% foi considerado aceitável.

Como o conjunto de equações confere um certo número de graus de liberdade, não há uma solução única. Assim, os resultados apresentados na Tabela 1 devem ser encarados apenas como soluções possíveis. Também são apresentados os parâmetros usados para comparação, válidos para a condição de injeção plena de vapor.

## EQUACIONAMENTO DA CALDEIRA DE RECUPERAÇÃO

A caldeira de recuperação recebe da turbina, à temperatura  $T_{\text{esc}}$ , o fluxo de gases de exaustão. Nessas condições, com a eventual queima suplementar do gás de gaseificação, o equipamento deve gerar (i) o vapor requerido pelo gaseificador, (ii) o vapor necessário à injeção na turbina aeroderivativa - no período de entre-safra - e (iii) o vapor necessário ao sistema de potência convencional a vapor e/ou ao processo.



**Tabela 1 Resultados do procedimento de simulação de turbinas a gás**

Máquina	Parâmetro	Referência	Resultado	Resultado
		GTW 1993 *	c/ injeção	s/ injeção
LM 1600 PB	Potência elétrica [kW]	16.900	16.900	14.792
	Eficiência térmica	0,397	0,388	0,362
	Temper. escape [°C]	470,00	454,57	461,67
LM 2500 PH	Potência elétrica [kW]	27.100	27.100	22.876
	Eficiência térmica	0,403	0,391	0,363
	Temper. escape [°C]	502,78	502,52	508,93
LM 5000 PD	Potência elétrica [kW]	51.100	51.100	40.033
	Eficiência térmica	0,432	0,420	0,369
	Temper. escape [°C]	400,00	412,66	424,14

\* Operação com injeção plena de vapor

Durante o período de safra, quando o sistema opera no modo cogeração, dois fluxos de vapor a diferentes níveis de pressão devem ser gerados. O fluxo de alta pressão, para a injeção de vapor na câmara de combustão da turbina a gás, deve ser gerado a 5,2 MPa e 390 °C. Para os sistemas em que a turbina atua como máquina de topo de um ciclo combinado, o fluxo de baixa pressão, que alimenta o sistema de potência a vapor, deve ser gerado a 2,1 MPa, 280 °C. Por outro lado, nos sistemas em que a turbina a gás é máquina única, o vapor de baixa pressão deve ser gerado à pressão de processo - 0,25 MPa -, ligeiramente superaquecido - 137 °C. No período de entre-safra, quando o sistema opera no modo STIG, só ocorre geração de vapor no maior nível de pressão.

O equacionamento da caldeira de recuperação está baseado no balanço de energia da instalação. Na realidade, para que o perfil de temperatura dos gases ao longo da caldeira de recuperação pudesse ser determinado, foram estabelecidos balanços de energia independentes, para os circuitos de alta e baixa pressão. Adicionalmente, algumas condições devem ser impostas para que seja assegurada a operacionalidade de todo o sistema.

Nas caldeiras de recuperação é fundamental a verificação das restrições associadas (i) ao "pinch-point", (ii) à diferença de temperaturas entre os gases à entrada e o vapor à saída da caldeira e, (iii) no caso específico em estudo, da temperatura dos gases de escape para que seja assegurada sua utilização como agente na secagem da biomassa. Foram considerados 30 °C como diferencial mínimo de temperaturas no "pinch-point", tanto na superfície de evaporação do vapor de alta quanto de baixa pressão, 50 °C como limite mínimo na diferença terminal entre os gases e o vapor superaquecido (Allen & Kovacik, 1984) e 260 °C para o limite inferior da temperatura de exaustão dos gases (ELETROBRÁS-COPERSUCAR, 1991).

Uma restrição adicional deve ser observada com relação ao balanço do fluxo de ar de gaseificação. Em algumas condições a restrição determinante pode ser a extração de "blast-air" do compressor, parâmetro que influencia a produção de gás combustível. Deve haver, por conseguinte, uma extração mínima que possibilite a produção de gás na quantidade necessária à operação da turbina.

O balanço de energia no superaquecedor e no evaporador do circuito de alta pressão da caldeira de recuperação permite a determinação da temperatura de "pinch-point"  $T_{pap}$  (ver Figura 2):

$$\frac{m_{gt} \cdot C_{pgt} \cdot (T_{esc} - T_1) + m_{fc} \cdot [C_{pf} \cdot (T_f - T_1) + PC]}{(m_{gt} + m_{fc}) \cdot C_{pgc} \cdot (T_{pap} - T_1)} = m_{vap} \cdot (h_{vap} - h_{satap}) \quad (13)$$

A consideração de que a efetividade da superfície de troca de calor entre as entradas dos evaporadores dos circuitos de alta e baixa pressão - isto é, entre  $T_{pap}$  e  $T_{pbp}$  - é constante, permite, para um dado valor de efetividade, a determinação da temperatura de "pinch-point" no circuito de baixa pressão -  $T_{pbp}$ :

$$\varepsilon = (T_{pap} - T_{pbp}) / (T_{pap} - T_{satbp}) \quad (14)$$

Definida a temperatura  $T_{pbp}$ , a realização de um balanço de energia entre as entradas dos evaporadores dos circuitos de alta e baixa pressão permite a determinação do fluxo de vapor de processo -  $m_{vbp}$  - que pode ser gerado em cada condição de simulação.

$$(m_{gt} + m_{fc}) \cdot C_{pgc} \cdot (T_{pap} - T_{pbp}) = m_{vbp} \cdot (h_{vbp} - h_{satbp}) \quad (15)$$

Finalmente, a temperatura de exaustão dos gases pode ser determinada pela realização do balanço de energia na seção dos economizadores dos circuitos de alta e baixa pressão:

### EQUACIONAMENTO DO GASEIFICADOR

O equacionamento do gaseificador permite a determinação dos fluxos mássicos de ar e de vapor necessários à produção de gás na quantidade necessária à operação da turbina e à geração de vapor. O equacionamento permite, também, a determinação da demanda de biomassa e a realização de balanços em relação à sua disponibilidade.

Os esquemas apresentados por Erbes (Larson & Williams, 1990) e pela COPERSUCAR (ELETROBRÁS-COPERSUCAR, 1991) consideram sistemas com gaseificadores pressurizados de leito fixo. A análise desses esquemas permitiu a definição de algumas relações que, tomadas como invariáveis para qualquer regime de operação, permitiram tanto a quantificação do fluxo de vapor necessário à gaseificação quanto do gás que pode ser gerado para queima auxiliar na caldeira de recuperação.

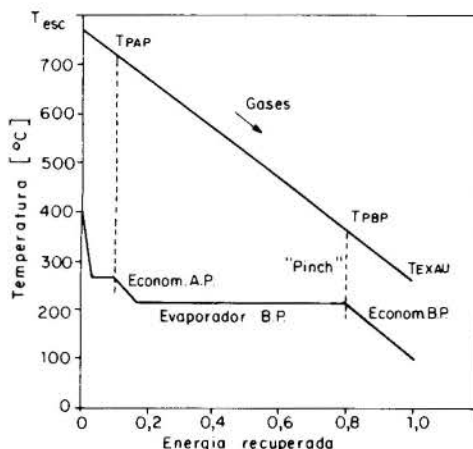
Os dados das duas referências citadas estão baseados nas mesmas relações mássicas: uma necessidade de 0,934 kg de ar por kg de biomassa seca e 0,352 kg de vapor/kg de biomassa seca. Esses números são ligeiramente diferentes das relações apresentadas por Larson et alii (1989), que indicam a necessidade de 0,80 kg de ar/kg de biomassa seca e 0,30 kg de vapor/ kg de biomassa.

### INSTALAÇÕES PRÉ-GASEIFICADOR

Nas usinas de açúcar e álcool o bagaço de cana normalmente está disponível com um teor de umidade que excede a especificação de alimentação do gaseificador. Na condição "in natura", à saída do processo de extração do caldo, o bagaço tem normalmente 50% de umidade.

O preparo da carga de biomassa dos gaseificadores de leito fixo requer, em princípio, sua secagem e peletização. A secagem é feita com o aproveitamento da energia dos gases de exaustão da caldeira de recuperação e com um aporte de potência associado à movimentação da matéria. Existe uma estimativa (COPERSUCAR-ELETROBRÁS, 1991) de que a potência requerida é da ordem de 4,58 kW/tonelada de biomassa processada, com 50% de umidade.

A peletização, para a compactação e a uniformização dimensional da carga, requer uma potência superior, estimada em 85,4 kW/tonelada de biomassa com 15% de umidade. Tal nível de consumo é bastante significativo e representa uma fração não desprezível da potência gerada pelo sistema, como pode ser observado na Tabela 2.



**Figura 2 Perfil de temperaturas na caldeira de recuperação**



**Tabela 2 Resultados da simulação do sistema BIG-STIG**

Operação	LM 5000			LM 2500		LM 1600	
	Ciclo comb.	apenas TG	TG STIG	Ciclo comb.	TG STIG	Ciclo comb.	TG STIG
	sem injeção	sem injeção	com injeção	sem injeção	com injeção	sem injeção	com injeção
Potência produzida - MW pela TG	42,82	37,59	51,12	25,75	28,04	17,00	17,79
pelo ciclo bottoming	37,12	37,59	51,12	20,05	28,04	11,30	17,79
	5,70	---	---	5,70	---	5,70	---
Potência requerida - MW processamento da biomassa pela usina	12,29	12,10	3,67	11,23	1,76	10,87	1,12
	4,34	4,15	3,67	3,28	1,76	2,92	1,12
	7,95	7,95	---	7,95	---	7,95	---
Potência para venda - MW	30,53	25,49	47,45	14,52	26,28	6,13	16,67
Eficiência da TG *	0,340	0,343	0,407	0,328	0,390	0,290	0,388
Eficiência global **	0,223	0,203	0,325	0,173	0,375	0,121	0,374
"Blast-air" - kg/s	12,09	11,56	10,23	9,13	4,91	8,14	3,13

\* Calculada como a relação entre a potência produzida e a potência do aporte de gás combustível, computado inclusive seu calor sensível.

\*\* A eficiência global é calculada como a relação entre a potência global produzida pela TG e pelo ciclo bottoming, descontada a potência requerida pelo processamento da biomassa, em relação ao aporte energético da biomassa - bagaço, pontas e/ou folhas.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

Cada extração representa uma nova condição operacional, cuja viabilidade deve ser checada contra as restrições impostas. A primeira verificação diz respeito à disponibilidade de gás combustível: para cada extração a produção de gás pode não ser suficiente para atender a demanda da turbina. Por outro lado, se existe mais combustível do que o requerido pela turbina, a quantidade adicional pode ser enviada à caldeira de recuperação, aumentando a produção de vapor.

Entre as soluções factíveis, a mais apropriada é aquela que atende, com o menor consumo de biomassa, as seguintes restrições: (i) as demandas de vapor e (ii) o perfil de temperaturas dos gases na caldeira de recuperação

Na Tabela 2 são apresentados os resultados para as turbinas simuladas. Os resultados correspondem à produção de vapor de baixa pressão para satisfazer uma demanda de vapor de processo equivalente a 370 kg/tc.

Para a avaliação da acuidade do procedimento proposto, os resultados apresentados na Tabela 2 são comparados com algumas informações disponíveis na literatura.

Larson et alii (1989) e Larson & Williams (1990) citam dados da General Electric para caracterizar a operação da turbinas LM 5000 nas condições discutidas nesse trabalho. Na operação no modo STIG o sistema produziria, segundo o fabricante, 53 MW elétricos, com 32,5% de eficiência global, e 39 MW, com 28,6% de eficiência, quando da operação sem injeção de vapor. É importante notar que esses resultados são de uma época em que a especificação da turbina LM 5000 correspondia a valores de potência 3% superiores aos da especificação empregada neste trabalho (Gas Turbine World, 1993).

Para a turbina LM 2500 alguns parâmetros de comparação também são disponíveis. Queiroz & Nascimento (1994) avaliam a produção de 21 MW elétricos em um sistema em que a produção de vapor de baixa pressão corresponde a uma demanda de 350 kg/tc. Nessas condições o resultado obtido pela aplicação do procedimento descrito neste trabalho é 20,2 MW.

Para a turbina LM 1600 não existem referências de comparação.

## REFERÊNCIAS

- Allen, R.P., and Kovacic, J.M., "Gas Turbine Cogeneration - Principles and Practice", *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 106, pp. 725-730, 1984.
- ELETROBRÁS-COPERSUCAR, "Geração de Energia Elétrica em Usinas e Destilarias", COPERSUCAR, Piracicaba, 1991.
- Gas Turbine World, "1993 Performance Specs", *Gas Turbine World*, Pequot Publishing Inc., Fairfield, USA, 1993.

- Larson, E.D., Svenningsson, P., and Bjerle, I., "Biomass Gasification for Gas Turbine Power Generation", in: *Electricity - Efficient End-Use and New Generation Technologies, and Their Planning Implications*, T.B. Johansson, B. Bodlund, R.H. Williams, eds., Lund University Press, Lund, Sweden, pp. 697-739, 1989.

- Larson, E.D., and Williams, R.H., "Biomass-Gasifier Steam-Injected Gas Turbine Cogeneration", *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 112, pp. 157-163, 1990.

- Queiroz, L.C., and Nascimento, M.J.M., "The Potential for BIG/CC Technology in the Sugarcane Industry", *International Cane Energy News*, International Cane Energy Network, Winrock International, January, 1994, pp. 5-8, 1994.

## ABSTRACT

This paper describes a simulation procedure to assess BIG-STIG - Biomass Integrated Gasifier / Steam Injected Gas Turbine - systems in sugar-cane mills. Two configurations are considered: one in which the conventional steam cycle is the bottoming part of a combined cycle and another one in which the gas turbine is used as the unique type of power machine. Both, the operation during the harvest season, and otherwise - when the steam injection occurs -, are simulated. The four main modules of a BIG-STIG system are dealt with: the gas turbine, the heat recovery steam generator - HRSG -, the biomass gasification plant and the conventional steam cogeneration back-pressure cycle. Three gas turbines of different capacities are studied and the corresponding results are compared with those available in some references. The modelling allows the analysis of the process steam requirements, the blast air extractions and the main HRSG operational constraints, like the minimum pinch-point temperature at the HRSG and the minimum HRSG stack gas value.

EXTENSÃO DA ANÁLISE DE CURZON E AHLBORN PARA UM CICLO  
 BRAYTON IDEAL

ZAPAROLI, E. L. e SENNA, J. G. S. M.  
 Departamento de Energia - Instituto Tecnológico de Aeronáutica  
 CTA-ITA-IEME  
 CEP-12228-900 - S. J. Campos - SP - Brasil

RESUMO

A abordagem de Curzon e Ahlborn para análise do ciclo de Carnot considera as restrições de dimensões e tempo finitos nas trocas de calor do fluido de trabalho com a fonte quente e o sumidouro frio, representando de forma mais fidedigna o comportamento das máquinas reais. Este trabalho apresenta uma extensão desta análise para o ciclo Brayton, mostrando a relação que existe entre a potência, a eficiência e a taxa de geração de entropia.

INTRODUÇÃO

A análise de ciclos de potência, na termodinâmica clássica, não leva em conta as restrições conhecidamente presentes em instalações reais nas taxas de transferência das formas de energia em transito. Conceitos simples da termodinâmica clássica têm sido estendidos, introduzindo-se formulações conhecidas da transferência de calor, especialmente a partir do trabalho de Curzon e Ahlborn ( 1975 ). Os modelos assim obtidos passam então a representar de forma mais fidedigna o comportamento das instalações reais.

Este trabalho aplica alguns destes conceitos à um ciclo Brayton ideal simples, procurando apresentar uma modelagem deste ciclo a partir de um enfoque baseado na 2ª Lei da termodinâmica e considerando as restrições nas taxas de transferência de calor, isto é, tempo finito para que ocorra a troca e/ou dimensão finita para o trocador de calor. Este trabalho é uma extensão da análise realizada para o ciclo de Carnot e apresentada em Zaparoli e Senna ( 1994 ). Os resultados para o ciclo de Carnot mostram que o máximo da potência não coincide com o mínimo da taxa de geração de entropia, em aparente contradição com o teorema de Gouy-Stodola. No ciclo de Carnot, o mínimo para a geração de entropia coincide com o ponto de máximo para a eficiência térmica, no entanto, a potência mecânica fornecida pelo ciclo é nula. Isto ocorre pois, se o produto do coeficiente global pela área de troca de calor for constante então a minimização da taxa de geração de entropia implica na anulação da taxa de troca de calor com a fonte quente.

Os resultados para o ciclo Brayton, obtidos neste trabalho, apresentam comportamento semelhante aos do ciclo de Carnot.

ANÁLISE DO CICLO

Aqui se analisa uma máquina térmica funcionando segundo um ciclo Brayton, absorvendo calor de uma fonte quente à temperatura  $T_{fc}$  e rejeitando para um sumidouro à temperatura  $T_{sc}$  como representado na Figura 1. Segundo a abordagem proposta por Curzon e Ahlborn ( 1975 ) considera-se a máquina térmica como endorreversível, ou seja, as irreversibilidades ocorrem somente nas trocas de calor com a fonte e o sumidouro de calor. A Figura 2 apresenta um diagrama T.s de um ciclo Brayton ideal simples. Considera-se, nesta análise, o fluido de trabalho como um gás ideal caloricamente perfeito ( calor específico,  $c_p$ , constante ).

As taxas de calor absorvido da fonte quente e rejeitado para o sumidouro pelo fluido de trabalho são iguais a:

$$\dot{Q}_a = \dot{m}c_p(T_2 - T_1) \quad (1)$$

$$\dot{Q}_r = \dot{m}c_p(T_3 - T_4) \quad (2)$$

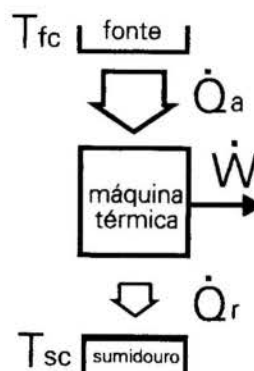


Figura 1 – Esquema de uma máquina térmica. T- temperatura, índices: fc-fonte de calor, sc-sumidouro de calor.

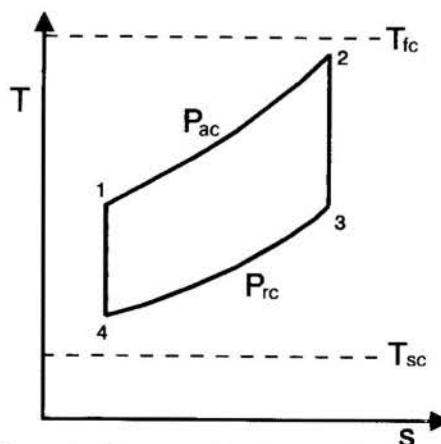


Figura 2 – Diagrama T.s de um ciclo Brayton simples ideal colocado entre as temperaturas  $T_{fc}$  ( fonte de calor ) e  $T_{sc}$  ( sumidouro de calor ).  $P_{ac}$  = pressão de absorção de calor ;  $P_{rc}$  = pressão de rejeição de calor.

A condição de endorreversibilidade do ciclo é dada por:

$$\frac{T_1}{T_4} = \frac{T_2}{T_3} \quad (3)$$

Onde esta razão é função apenas das pressões de absorção e de rejeição de calor:

$$\frac{T_1}{T_4} = \left( \frac{P_{ac}}{P_{rc}} \right)^{\left( \frac{k-1}{k} \right)} = a \quad (4)$$

com  $k = c_p / c_v$

A potência líquida fornecida pelo ciclo pode ser expressa por:

$$\dot{W} = \dot{Q}_a \left( 1 - \frac{\dot{Q}_r}{\dot{Q}_a} \right) = \dot{Q}_a \left( 1 - \frac{T_3}{T_2} \right) = \dot{Q}_a \left( 1 - \frac{1}{a} \right) \quad (5)$$

Considerando-se os resultados da teoria de trocadores de calor, as taxas de calor absorvido e rejeitado são calculadas com as expressões abaixo:

$$\dot{Q}_a = (UA)_{ac} \left( T_{fc} - \frac{T_1 + T_2}{2} \right) \quad (6)$$

$$\dot{Q}_r = (UA)_{rc} \left( \frac{T_3 + T_4}{2} - T_{sc} \right) \quad (7)$$

onde:

$(UA)$  = produto do coeficiente global pela área de troca de calor,

índice **ac** = se refere a absorção de calor,

índice **rc** = se refere a rejeição de calor.

Segundo Ozisik (1985), dentro de certas condições, pode-se aproximar a média logarítmica das diferenças de temperatura pela média aritmética, como utilizado nas Eq. (6) e (7).

Da Eq. (5) conclui-se que:

$$a = \frac{\dot{Q}_a}{\dot{Q}_r} \quad (8)$$

Substituindo as relações (6) e (7) em (8) obtém-se que:

$$\frac{T_2}{T_{fc}} = 2 \frac{\left[ (UA)_{ac} + a \left( \frac{T_{sc}}{T_{fc}} \right) (UA)_{rc} \right]}{(1 + a\tau) \left[ (UA)_{ac} + (UA)_{rc} \right]} \quad (9)$$

Onde  $\tau = T_4 / T_2$  é a relação entre a mínima e a máxima temperatura do ciclo, que pode variar entre  $\tau = 1$  ( não há máquina térmica ) e  $\tau = T_{sc} / T_{fc}$  ( a máquina térmica aproveita o máximo da diferença entre as temperaturas da fonte e do sumidouro de calor ).

Da substituição das Eq. (6) e (9) em (5) resulta na equação para a potência:

$$\frac{\dot{W}}{(UA)_{ac} T_{fc}} = \left( 1 - a \frac{T_{sc}}{T_{fc}} \right) \left( 1 - \frac{1}{a} \right) \quad (10)$$

O máximo da potência ocorre no ponto:

$$a = \sqrt{\frac{T_{fc}}{T_{sc}}} \quad (11)$$

A taxa total de geração de entropia é dada por:

$$\dot{s} = \frac{\dot{Q}_r}{T_{sc}} - \frac{\dot{Q}_a}{T_{fc}} \quad (12)$$

Define-se a taxa de geração de entropia adimensional como:

$$\bar{s} = \frac{T_{sc} \dot{s} \left[ 1 + \frac{(UA)_{ac}}{(UA)_{rc}} \right]}{(UA)_{ac} T_{fc}} \quad (13)$$

Substituindo-se as expressões para as taxas de troca de calor, resulta que:

$$\bar{s} = \left( 1 - \frac{T_{sc}}{T_{fc}} \right) \left( \frac{1}{a} \right) + \left( \frac{T_{sc}}{T_{fc}} \frac{(UA)_{rc}}{(UA)_{ac}} \right) \left( \frac{1-a}{a} \right) - \left( \frac{T_{sc}}{T_{fc}} \right) \left( 1 - a \frac{T_{sc}}{T_{fc}} \right) \quad (14)$$

Os limites de variação do parâmetro  $\tau$  impõem os seguintes limites para o parâmetro **a**:

- para  $\tau = 1$ ,  $a = 1$  ( por restrições físicas do ciclo );
- para  $\tau = T_{sc} / T_{fc}$ , deve-se ter  $T_2 = T_{fc}$  ( por restrição física ) e da Eq. (9) resulta que  $a = T_{fc} / T_{sc}$ .

No caso de  $a = T_{fc} / T_{sc}$ , a taxa de geração de entropia é mínima e igual a:

$$\bar{s} = \left( 1 - \frac{T_{sc}}{T_{fc}} \right) \left[ 1 - \frac{(UA)_{rc}}{(UA)_{ac}} \right] \left( \frac{T_{sc}}{T_{fc}} \right) \quad (15)$$

A eficiência do ciclo definida como a razão da potência pela taxa de calor absorvido da fonte, segundo a Eq. (5), é igual a:

$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_a} = \left( 1 - \frac{1}{a} \right) \quad (16)$$

A eficiência é nula para  $a = 1$  e cresce até o ponto onde  $a = T_{fc} / T_{sc}$ .

## RESULTADOS

A Figura 3 apresenta a variação da potência, da taxa de geração de entropia e da eficiência do ciclo em função do

parâmetro  $a$ , definido pela Eq. (4). Nota-se que a potência é nula para  $a = 1$  e para  $a = T_{fc} / T_{sc}$ . O comportamento da taxa de geração de entropia não é o esperado de acordo com o teorema de Gouy-Stodola, isto é, o máximo da potência não coincide com o mínimo da geração de entropia. No entanto, o mínimo da geração de entropia coincide com o máximo da eficiência.

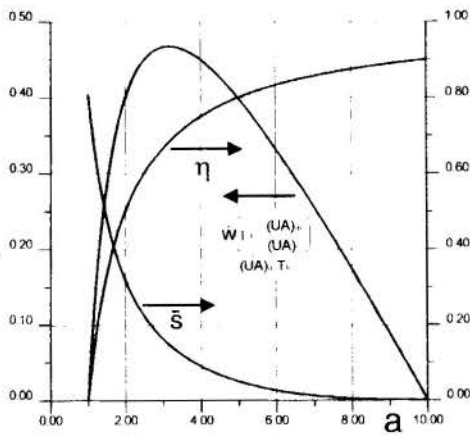


Figura 3 – Variação da potência, da taxa de geração de entropia e da eficiência para o ciclo Brayton em função do parâmetro  $a$ , para  $T_{sc} / T_{fc} = 0,1$  e  $(UA)_{fc} / (UA)_{ac} = 1$ .

O parâmetro  $(UA)_{fc} / (UA)_{ac}$  foi fixado igual a 1 (um) pois o mínimo da taxa de geração de entropia é nulo somente neste caso, como indica a Eq. (15).

## CONCLUSÕES

Os resultados apresentados na Figura 3 são semelhantes aos obtidos para o ciclo de Carnot e apresentados em Zaparoli e Senna (1994). A aparente contradição com o teorema de Gouy-Stodola se deve aos efeitos das dimensões finitas consideradas neste trabalho. Quando  $a = T_{fc} / T_{sc}$ , a potência se anula pois o ciclo Brayton torna-se um ciclo de Carnot sem absorção de calor da fonte quente.

A minimização da geração de entropia representa um aumento na qualidade da transformação de energia, sempre resultando em um ganho na eficiência da máquina térmica. No início, uma redução na taxa de geração de entropia (aumento do rendimento) implica em um aumento na potência apesar da redução nas taxas de troca de calor. No entanto, a partir de  $a = (T_{fc} / T_{sc})^{1/2}$  uma redução na taxa de geração de entropia implica em forte redução da taxa de troca de calor e, portanto, da potência. Devido à limitação em dimensão para os trocadores de calor e/ou devido à limitação de tempo, a máquina térmica para produzir uma potência não nula necessita de um certo grau de imperfeição (geração de entropia acima da mínima possível).

Outro resultado importante é obtido da Eq. (15). Como a taxa

de geração de entropia deve ser positiva, então a relação  $(UA)_{fc} / (UA)_{ac}$  deve ser menor ou igual a um, sendo no caso mais favorável igual a 1 (um), onde o mínimo da taxa de geração de entropia é zero.

O resultado da Eq. (11), apesar de ser igual ao obtido na análise clássica do ciclo, envolve, entretanto, uma diferença conceitual. No caso da análise clássica mantém-se as temperaturas mínima e a máxima do ciclo e, o ponto de máximo de potência do ciclo é igual ao da Eq. (11). O resultado da Eq. (11) foi obtido mantendo-se as temperaturas da fonte e do sumidouro de calor, enquanto a máxima e mínima temperatura do ciclo podiam variar.

No projeto de uma máquina térmica se for adotado como critério a maximização do valor atual do fluxo de caixa que considera o custo inicial e o de operação e manutenção, tem-se basicamente dois casos. O primeiro, onde o custo do combustível é relativamente baixo e a eficiência da máquina térmica não é importante, sendo primordial a minimização do custo inicial (custo por unidade de potência), talvez, maximização da potência com dimensões fixas. O segundo caso, onde o custo do combustível é relativamente alto e a eficiência torna-se primordial, sendo efetivo uma redução na taxa de geração de entropia (aumento de rendimento) apesar de ocorrer uma redução na potência de uma máquina de dimensões fixas. Um exemplo desta situação tem-se na utilização de uma máquina térmica para absorção de carga de ponta ou onde o custo do combustível é muito baixo (Oriente Médio), sendo recomendável a aplicação de uma turbina a gás de ciclo simples (ciclo Brayton aberto). Em situações onde o custo do combustível torna-se importante, deve-se aumentar o rendimento da máquina térmica, no caso de turbina a gás, pode-se recorrer à utilização de um regenerador que aumenta a eficiência mas reduz o trabalho específico, implicando em redução de potência para uma máquina de dimensões fixas.

## REFERÊNCIAS

- Curzon, F.L., Ahlborn, B., (1975), "Efficiency of a Carnot Engine at Maximum Power Output", *Am. J. Phys.*, Vol. 43, pp. 22-24.
- Bejan, A., (1988), "Advanced Engineering Thermodynamics", John Wiley & Sons, New York.
- Zaparoli, E. L. e Senna, J. G. S. M., (1994), "Eficiência de Curzon e Ahlborn, Uma Análise Pela Segunda Lei da Termodinâmica", III Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste-CEM-NNE/94, 21-24 jun. 1994.
- Ozisk, M. N. (1985), "Heat Transfer - A Basic Approach", McGraw-Hill, New York.

## ABSTRACT

*This paper presents an analysis of Brayton cycle based on Curzon and Ahlborn approach. The results obtained show power output, efficiency and entropy generation rate relations when heat exchangers dimensions are finite and fixed*



## APPLICATION OF COMPREHENSIVE SIMULATION OF FLUIDIZED-BED REACTORS TO THE PRESSURIZED GASIFICATION OF BIOMASS

MARCIO L. de SOUZA-SANTOS

IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo  
Department of Mechanical Engineering, Group of Thermal Engineering  
Av. Prof. Almeida Prado, C. Universitária, São Paulo, SP 05508-901, Brazil

### SUMMARY

*The first attempt to apply a previously developed computer program to simulate a pressurized fluidized-bed gasifier for wood is described. The experimental tests were reported by the Institute of Gas Technology (U.S.A.), which developed the process and the equipment. Among the overall and internal characteristics of the equipment operation obtained by simulation, the paper illustrates various aspects of temperature, composition, particle size distribution profiles throughout the bed and freeboard. The average deviations between these values are relatively small and allow the use of the program to call attention over possible improvements in the process.*

### INTRODUCTION

An increasing pressure toward the rational and environment minded use of biomass reserves for power generation has increased all over the world. Wood, forest and agriculture residues are the primary target for this utilization. In the particular case of Brazil, this application is even more pressing due to the exhaustion of the sources for hydroelectric generation.

High injection temperature and high efficiency gas turbine systems are the most attractive processes for that application. At the same time, the pressurized Fluidized-bed process is the most suitable process for the gas generation. Among other aspects, this is mainly due to its superior degree of controllability, lower rates of pollutant emissions ( $\text{NO}_x$  and Tar), high turn-down ratios, when compared to other processes.

Due to great amount of variables and parameters to be optimized for each specific application, the use of comprehensive simulation programs is a necessity.

The present mathematical model and simulation for Fluidized-Bed reactors were previously developed (de Souza-Santos, 1987, 1991) having in mind that application. Although the program reproduced, within small deviations, data obtained from operations of boilers using bituminous and sub bituminous coals, no test was made for pressurized biomass gasification.

Due to the necessity of our work at IGT, the simulation program was improved, and greatly rewritten, to be able of simulating the RENGAS pilot unit. The final objective was to use the program for process optimization and to help during the scaling-up to large industrial size units.

### THE MATHEMATICAL MODEL

The basic hypothesis and equations of the model can be found in de Souza-Santos (1987, 1981). The computer program has been improved to allow the application to carbonaceous and other solid particles with geometry other than spherical or near-spherical (de Souza-Santos, 1992).

As a first approximation, the production of hydrocarbons other than  $\text{CH}_4$  and  $\text{C}_2\text{H}_6$  were taken from the Tar fraction in the devolatilization process. Although these components do not represent a major part of the produced gas, some more work is needed here to improve the evaluation of their contribution.

### THE IGT PILOT UNIT AND EXPERIMENTAL TESTS

The basic characteristics and input conditions for test T12-1 are presented in Evans et al. (1986) and reproduced here under the form required by the simulation program.

TABLE 1. Proximate analysis of the wood feeding.

Fraction of the carbonaceous solid	Mass percentage (wet basis)
Moisture	4.94
Volatile	79.39
Fixed carbon	14.90
Ash	0.77
High Heat Value (Dry)	19.14 MJ/kg

TABLE 2. Ultimate analysis of the wood feeding.

Component of the carbonaceous solid	Mass fraction (dry basis)
C	0.4840
H	0.0631
O	0.4423
N	0.0021
S	0.0003
Ash	0.0082

TABLE 3. Other characteristics of the wood feeding.

Property	Value
Bulk density of the carbonaceous solid	160 $\text{kg/m}^3$
Apparent density of the carbonaceous solid particle	720 $\text{kg/m}^3$
True density of the carbonaceous solid	1750 $\text{kg/m}^3$

Sand was used during the test to control the temperature and 130 kg was fed just once. Therefore, it is a batch operation regarding this solid. Its particle density was 3560  $\text{kg/m}^3$ .

TABLE 4. Other conditions during test T12-1.

Condition	Value
Mass flow of carbonaceous feeding	8.113E-2 kg/s
Mass flow of the O <sub>2</sub> + steam mixture injected near the bottom	4.033E-2 kg/s
Temperature of the O <sub>2</sub> + steam mixture injected near the bottom	644 K
Composition of the O <sub>2</sub> + steam injected near the bottom	
Component	Mass fraction (wet basis)
O <sub>2</sub>	0.5102
H <sub>2</sub> O	0.4898
Mass flow of steam injected just below the O <sub>2</sub> + steam injection point	2.946E-2 kg/s
Temperature of the steam	672 K
Mass flow of nitrogen injected (a)	4.379E-2 kg/s
Pressure of gases injected into the bed	2.17E+6 Pa

(a): Nitrogen was used for sealing and, as a simplification, it has been assumed that all injection entered the bed at 0.381 m from the bed base.

## RESULTS

The experimental and simulation results are presented in the Tables 6 and 7. More properties of the produced gas are presented in Table 8.

TABLE 5. Basic geometry of the gasification unit.

Dimension or condition	Value
Bed equivalent hydraulic diameter	0.292 m
Bed dynamic height	1.585 m
Freeboard equivalent hydraulic diameter	0.451 m
Position of the top of the freeboard (measured from the bed base)	6.147 m
Position of the carbonaceous solid feeding point (measured from the bed base)	0.381 m

TABLE 6. Composition (vol. %) of the produced gas from test T12-1.

Components	Experimental	Simulation
CO <sub>2</sub>	17.06	17.01
H <sub>2</sub> O	35.82	35.91
CO	8.00	6.88
H <sub>2</sub>	12.05	14.58
CH <sub>4</sub>	7.37	5.68
N <sub>2</sub>	19.18	19.37
H <sub>2</sub> S	n.d.	0.53E-6
C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	0.03	0.03
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	0.22	0.20
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0.00	0.42E-2
C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	0.27	0.11
SO <sub>2</sub>	n.d.	0.55E-2
NO	n.d.	0.99E-7

n.d.: not determined or measured.

TABLE 7. Some conditions and parameters for test T12-1.

Condition or parameter	Value	
	Experimental	Simulation
Total mass flow of produced gas	0.1843 kg/s	0.1837 kg/s
Mass flow of solid entrained at the top of freeboard	0.210E-4 kg/s	0.487E-3 kg/s
Fluidization voidage (at the middle of the bed)	n.d.	0.886
Minimum fluidization velocity	n.d.	0.032 m/s
Superficial gas velocity (at the middle of the bed)	0.52 m/s	0.51 m/s
Average temperature at the middle of the bed	1105 K	1136 K
Circulation rate of carbonaceous particles (average)	n.d.	32.6 kg/m <sup>2</sup> /s
Circulation rate of inert particles (average)	n.d.	325.0 kg/m <sup>2</sup> /s
Average residence time of particles (based on the feeding rate)	n.d.	1175 s
TDH (Transport Disengaging High)	n.d.	5.677 m
Mass of the bed	n.d.	95.3 kg
Static bed depth	n.d.	0.834 m
Pressure drop in the distributor	n.d.	12 Pa
Pressure drop in the bed	n.d.	6278 Pa
External wall temperature at the top of the bed	n.d.	360 K
External wall temperature at the top of the freeboard	n.d.	372 K
Percent of power input lost to external ambient	n.d.	1.78 %
Carbon conversion to gas	90.2 %	86.57 %
Combustion enthalpy of the produced gas (dry, clean, at 298K)	7.311 MJ/kg	6.815 MJ/kg
(a)		

n.d.: not determined or measured or reported; (a) Calculated from the reported gas composition; (b) Carried with the produced gas stream.

TABLE 8. Some specific data, obtained by simulation, of the produced gas stream for test T12-1.

Property or Condition	Value
Temperature	1089 K
Pressure (absolute)	2.164 MPa
Specific Heat	1884.2 J/kg/K
Density	5.449 kg/m <sup>3</sup>
Viscosity	0.404E-4 kg/m/s
Thermal Conductivity	0.1104 W/m/K
Average Molecular Mass	22.74 kg/kmol
Density at standard condition (a)	1.017 kg/m <sup>3</sup>
Volume flow	0.0337 m <sup>3</sup> /s
Volume flow at standard condition (a)	0.1805 m <sup>3</sup> /s
Adiabatic Flame Temperature in air (mixture originally at 298K)	1453 K
Adiabatic Flame Temperature in O <sub>2</sub> (mixture originally at 298K)	2212 K

(a): 273.15 K, 101.325 kPa.

## DISCUSSION

The temperature profiles of the various phases in the bed and in the freeboard are presented in Figures 1 and 2. It should be noticed that the intermediate injection of cold (298 K) nitrogen provokes a sudden decrease in the bubble phase temperature. After that, the temperatures of all phases tend to a single value.

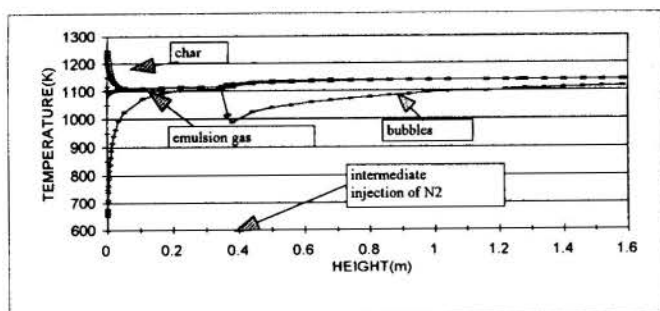


FIGURE 1. Temperature profiles in the bed.

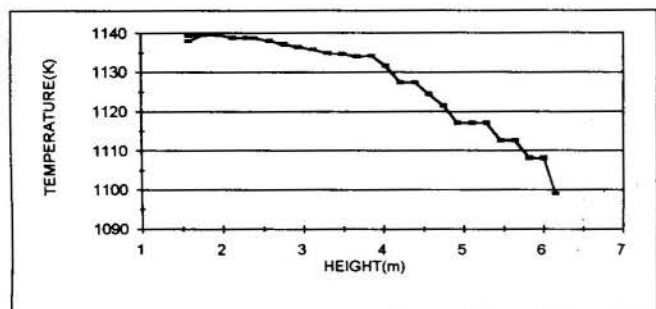


FIGURE 2. Temperature profiles in the freeboard.

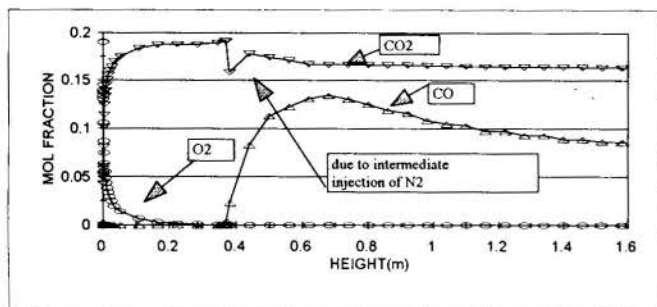


FIGURE 3. Concentration profiles of CO<sub>2</sub>, CO, and O<sub>2</sub> in the emulsion.

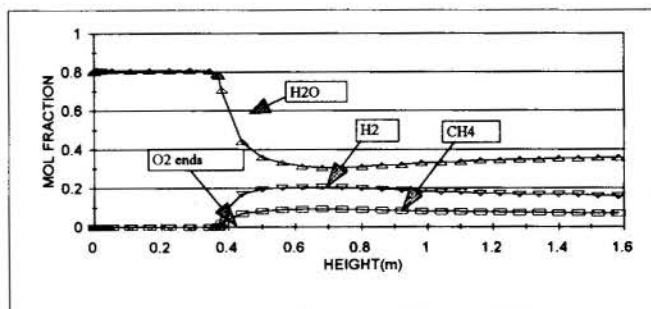


FIGURE 4. Concentration profiles of H<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub>, and CH<sub>4</sub> in the emulsion.

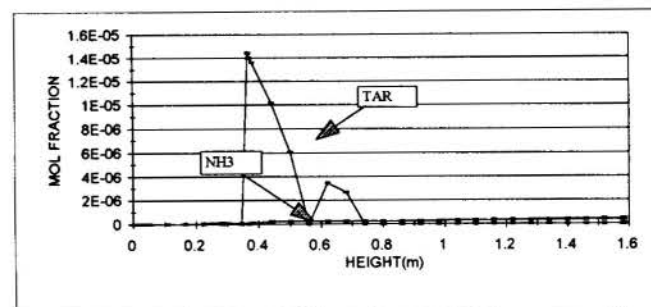


FIGURE 5. Concentration profiles of NH<sub>3</sub> and Tar in the emulsion.

The most important concentration profiles of gases in the emulsion are presented in Figures 3 to 5. The relative sudden decrease of CO<sub>2</sub> (Figure 3) is mainly due to the intermediate injection of inert gas. Of course, no sealing gas will be used in the industrial size unit.

The decrease of H<sub>2</sub>O, shown in Figure 4, is due to the combined effects of intermediate injection of gas, devolatilization (wood feeding is made at 0.3 m) and the consumption by C-H<sub>2</sub>O reaction. Due to the relative high temperature of the bed, the fast devolatilization occurs near the wood feeding point, as shown in Figure 5. Although the simulation shows that no tar can survive the cracking process — that takes place near the wood feeding point — during the experiments, some suspended liquid oil was observed in the gas stream leaving the freeboard. This may be caused by some degree of segregation of the lighter biomass particles from the average particles in the bed. The floating wood suffers devolatilization near the top of the bed. Therefore part of the released tar does not have sufficient residence time to be completely cracked.

Just as an illustration, the profiles of some gases in the bubble phase are presented in Figure 6. The mass transfer between bubble and emulsion phases is exemplified by the CO concentration profiles in those phases, as illustrated by Figures 3 and 6. The expected much slower consumption of O<sub>2</sub> in the bubble phase than in the emulsion can be observed. Therefore, it is necessary to provide enough space for complete transfer of oxygen from the bubbles to the emulsion. Added to that space, an extra bed height should be reserved to allow proper progress of the reducing reactions. The progress can be followed using the simulation which provides the profiles of the various gas components or by plotting the computed reaction rates. Of course, at the top of the freeboard, the compositions tend to those obtainable at the chemical equilibrium state at the exit temperature. On the other hand, the gas may leave the reactor before the equilibrium of all reactions is reached. The simulation can be used to verify these aspects.

The intermediate injection of gas led to the sudden increase on the superficial velocity and on the total void fraction, as shown in Figure 7. Also, this leads to the sudden increases on the rates of particle circulations in the bed (Figure 8).

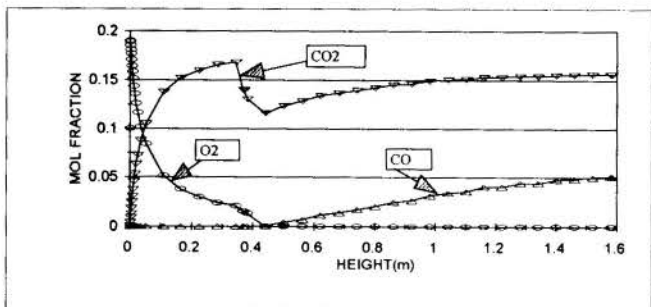


FIGURE 6. Concentration profiles of CO<sub>2</sub>, CO, and O<sub>2</sub> in the bubble phase.

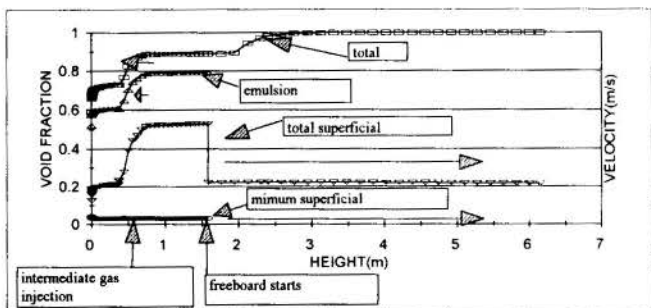


FIGURE 7. Profile of void fractions and superficial velocities.

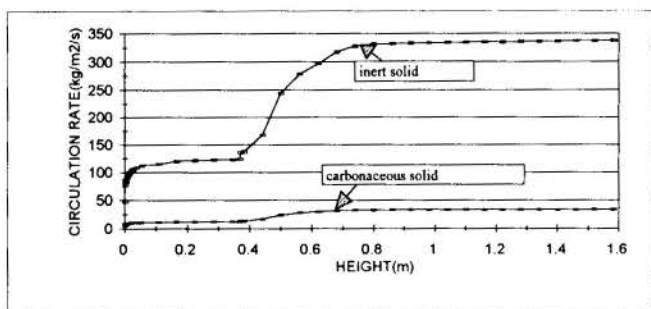


FIGURE 8. Profiles of circulation fluxes of particles in the bed.

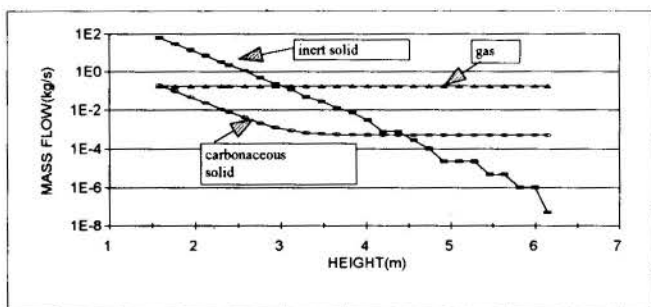


FIGURE 9. Mass flows of solid particles in the freeboard.

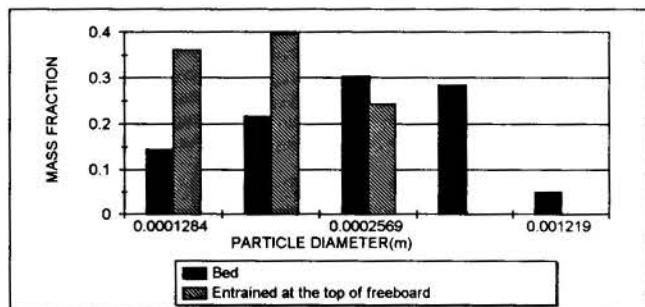


FIGURE 10. Particle size distributions of carbonaceous particles.

## CONCLUSIONS

As it could be verified, the simulation reproduced most of the important aspects of the experimental conditions within 5% deviations, specially for the total carbon conversion, produced gas composition, mass flow, and temperature.

Only a comprehensive simulation is capable of providing information on internal aspects of the process, for it can compute the average and individual phase composition and temperature profiles.

Additional work could be done regarding the stoichiometry of the tar decomposition to allow better predictions of some hydrocarbon productions. Also, some study should be carried on the rate of fine generation due to attrition of charcoal particles. This could improve the results of particle elutriation rates at the top of the freeboard.

Aside the underestimation of the elutriation rate, the simulation shows that some material should be continuously (or at intervals) withdrawn from the bed. Otherwise, the bed height would increase steadily. This may not constitute a problem for relatively short operation periods.

Despite these differences, the simulation is already useful to illustrate several aspects of the process and to indicate the path for improvements. For instance, the amount of injected steam, which caused relatively high concentrations of water in the produced gas, can be decreased. These excessive amounts were used to avoid temperatures above the ash softening point at the oxygen injection, which could lead to particle agglutination and bed collapsing due to loss of minimum fluidization conditions. A possible method to solve the problem could employ staged injections of oxygen. As the simulation computes the temperature of each solid and gas phase at all points of the system, the injection positions and conditions can be studied to avoid agglutinations. Once the objective is defined, the program can be used to find the best strategy, as well as to help during the search for an optimized design of an industrial size unit.

## ACKNOWLEDGMENTS

The author would like to express his gratitude to the colleagues Ronald Carty, Richard Knight, and Michael Onischak, for the information provided and interesting discussions during the work at IGT.

## REFERENCES

- Evans, R. J., Knight, R. A., Onischak, M. and Babu, S. P., "Process and Environmental Assessment of the RENU GAS Process," *Symposium on Energy from Biomass and Wastes X*, Sponsored by Institute of Gas Technology, Washington, D.C., U.S.A., April 6-10, 1986.
- de Souza-Santos, M. L., "Modelling and Simulation of Fluidized-Bed Boilers and Gasifiers for Carbonaceous Solids," Ph.D. Thesis, University of Sheffield, Sheffield, United Kingdom, 1987.
- de Souza-Santos, M. L., "Comprehensive Modelling and Simulation of Fluidized Bed Boilers and Gasifiers," *FUEL*, Vol. 68, pp. 1507-1521, 1989.
- de Souza-Santos, M. L., "Application of Comprehensive Simulation to Pressurized Fluidized-Bed Hydroretorting of Shale," *1992 Eastern Oil Shale Symposium*, Lexington, Kentucky, November 17-20, 1992.



## ESTUDO DO AQUECIMENTO DE UM FORNO TÚNEL POR UMA TOCHA DE PLASMA A AR COMPRIMIDO PARA A SINTERIZAÇÃO DE CERÂMICAS

A. Marotta e L. O. M. da Silva  
Instituto de Física "Gleb Wataghin"  
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP  
13083-970 - Campinas, SP - Brasil

### RESUMO

Neste trabalho apresentamos um estudo preliminar de um forno túnel de 3 m de comprimento, com baixa inércia térmica, e aquecido por uma tocha de plasma de ar comprimido. Pequenos gradientes axiais de temperatura de  $200\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$  e máxima temperatura de mais de  $1.600\text{ }^{\circ}\text{C}$ , foram obtidas no forno para uma potência térmica de  $19,1\text{ kW}$ . Um modelo matemático simples permitiu determinar a temperatura no estado estacionário, a constante de tempo, a capacidade térmica e a resistência térmica do forno. Foi possível prever o comportamento do forno para diferentes potências da tocha e visualizar a dinâmica do gás no interior do forno.

### INTRODUÇÃO

Fornos à óleo, gás combustível ou à resistência elétrica são largamente utilizados na indústria em inúmeras aplicações que, em sua maioria, requerem temperaturas de até  $1.400\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Dificuldades de caráter técnico-econômico começam a aparecer acima dessa temperatura, onde problemas de eficiência, custo, segurança operacional, fragilidade dos elementos térmicos e poluição ambiental são significativos.

Nas condições de altas temperaturas, as transferências térmicas são bem mais rápidas. A Fig. 1 (Ettlinger, 1980) mostra os níveis de eficiência de uma combustão química em relação à eficiência de uma tocha de plasma de ar, num processo de transferência de calor para uma temperatura de trabalho de  $1.340\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Vemos que na combustão apenas 36 % da energia é transferida, enquanto que se a fonte de calor for uma tocha de plasma, a transferência de energia pode alcançar 88 %.

As tochas de plasma podem operar com diferentes gases, oxidantes, neutros ou redutores. A exigência do processo dita o tipo de gás que deve ser usado. Isso permite aos sistemas a plasma um grau a mais de liberdade, pois a vazão de gás e a potência térmica podem ser variadas independentemente uma da outra, o que não acontece com a combustão. O uso de qualquer tipo de gás possibilita baixos níveis de poluição ambiental (Down, 1982; Drouet, 1984).

Os altos níveis de entalpia obtidos com as tochas a plasma resultam em muito menor volume de gás produzido para o mesmo nível de potência térmica, quando comparado com a combustão. Em consequência, as perdas térmicas carregadas para fora dos fornos pelos gases são também muito menores. Frequentemente são utilizados circuitos fechados nos projetos dos sistemas térmicos à plasma com a quase total eliminação de gases para a atmosfera.

Uma característica importante dos plasmas dos gases de moléculas mais simples (ar, argônio, nitrogênio) é o baixo nível de radiação térmica em comparação com a combustão. Nas condições do plasma as perdas por radiação térmica para as paredes dos fornos são muito menos importantes do que na combustão.

A alta densidade de energia das tochas de plasma resulta em sistemas térmicos compactos e de baixo custo. Existem em funcionamento industrial tochas de plasma com potências que variam desde algumas centenas de watts até vários megawatts, com eficiências de 80 a 95 % de conversão de energia elétrica em térmica.

As vantagens de um forno aquecido por tochas de plasma, quando comparado ao de resistências ou ao de combustão é a possibilidade de:

- utilização do forno em qualquer atmosfera gasosa;
- eliminação da fragilidade do elemento térmico;

- temperaturas mais altas;
- maior densidade de energia;
- baixa inércia térmica;
- instalações mais compactas;
- menor poluição;
- alta eficiência de utilização da energia;
- baixo volume de gases eliminados para a atmosfera.

Tomando por base uma tocha de plasma de ar comprimido, desenvolvida em nosso laboratório, e capaz de operar por mais de 50 horas sem reposição dos eletrodos, apresentamos neste trabalho resultados experimentais preliminares do estudo de um forno túnel aquecido por essa tocha de plasma.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O forno construído (Fig. 2) é do tipo túnel cilíndrico, com 3 metros de comprimento, 15 cm de diâmetro interno, com paredes de cerâmica refratária (9 manilhas de alumina que podem ser encaixadas umas às outras, de 33 cm de comprimento cada, espessura de parede 20 mm), revestidas com 4 camadas

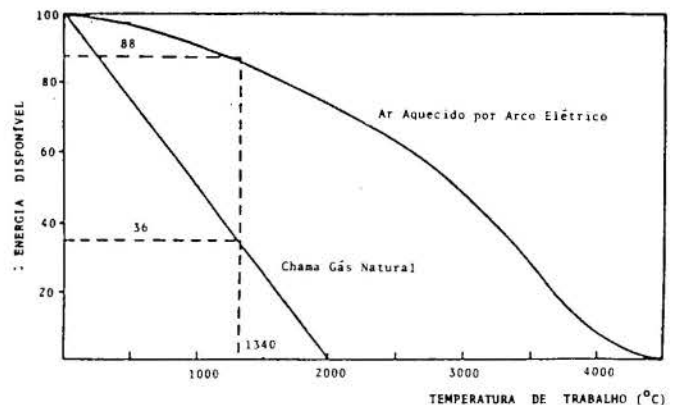


Fig. 1: Energia disponível em uma chama de gás natural e no plasma de uma tocha de ar (Ettlinger, 1980).

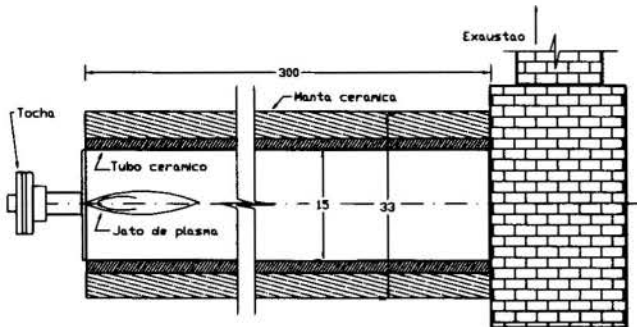


Fig. 2: Esquema do posicionamento da tocha de plasma no forno. Medidas em centímetros.

de manta cerâmica isolante Kawool de baixa densidade, espessura de 25 mm. Cada manilha possui 2 furos opostos, ao longo do diâmetro, que permitem a observação e medidas no interior do forno e a passagem de termopares. Termopar do tipo R (Platina-Platina/Ródio 13 %, temperatura máxima 1700 °C) foi utilizado para as medidas no interior do forno.

A tocha de plasma foi montada numa das extremidades do forno. Uma flange de latão, com o mesmo diâmetro do forno, refrigerada à água, foi montada no anodo da tocha, de forma a impedir a entrada de ar ambiente no interior do forno.

A tocha de plasma à arco elétrico, utilizada neste trabalho, é do tipo não-transferido, estabilizada pelo fluxo em vórtice do gás, com catodo de zircônio prensado e anodo tubular de cobre (Fig. 3). A câmara de vórtice, situada entre o catodo e o anodo, provê o gás de rotação e estabiliza o arco no eixo do canal. A tocha funciona com ar comprimido, fornecido por um compressor de ar e é alimentada por uma fonte de potência DC de 50 kW. Os eletrodos da tocha são refrigerados à água em circuito fechado e as vazões são de aproximadamente 1 l/min para o catodo e 5 l/min para o anodo. A iniciação do arco é obtida com uma fonte de ignição de RF de 10 kV. A tocha opera de forma estável por mais de 50 horas em correntes de 100 A.

As condições experimentais de operação da tocha de plasma no forno foram: potência elétrica - 24,6 kW, tensão - 246 V, corrente - 100 A, vazão de ar - 1,4 g/s, eficiência - 77,7 %, potência térmica - 19,1 kW, entalpia média - 13,7 x 10 kJ/kg, temperatura média - 5.820 K.

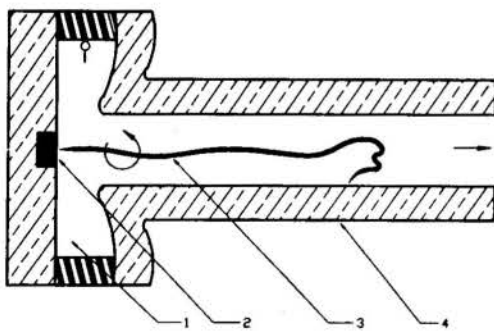


Fig. 3: Esquema da tocha de plasma. 1) câmara de vórtice, 2) catodo, 3) arco elétrico e 4) anodo.

## RESULTADOS

O forno foi aquecido durante 4 horas pela tocha de plasma de ar comprimido, a uma taxa de aquecimento máxima de 20 °C/min. As medidas de temperatura foram tomadas ao longo do tempo, a cada 33 cm de distância ( $z = 33$  cm,  $z = 66$  cm,  $z = 99$  cm,  $z = 132$  cm).

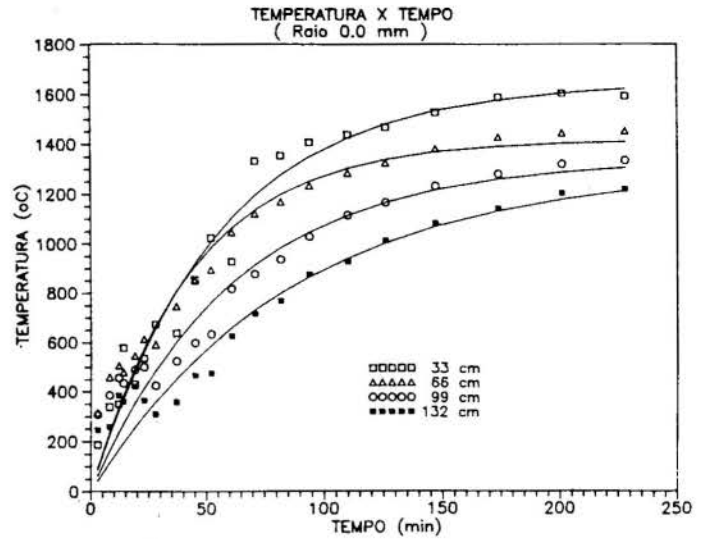


Fig. 4: Temperatura no centro do forno em função do tempo. Dados experimentais e curvas de ajuste.

em  $z = 99$  cm e  $z = 132$  cm) e em três posições radiais  $r = 0,0$  mm (centro do forno),  $r = 45,0$  mm e  $r = 75,0$  mm (parede). São apresentados apenas os resultados das medidas para os primeiros 1,32 metros de comprimento do forno.

Na Fig. 4 vemos o comportamento da temperatura em função do tempo para diferentes posições longitudinais e para  $r = 0,0$  mm. São apresentados os dados experimentais e os ajustes à equação não-linear do tipo

$$T = T_f (1 - e^{-t/\tau}) \quad (1)$$

Consideramos que o aquecimento do forno pode ser representado por um modelo matemático de carga e descarga de um capacitor em um circuito RC, onde  $C$  é a capacitância e  $R$  a resistência de descarga. A fonte de tensão corresponde à energia fornecida pela tocha, que fornece uma potência térmica  $P$ , a capacitância  $C$  corresponde à capacidade térmica do forno, a resistência  $R$  corresponde à resistência térmica do forno e  $T_f$  é a

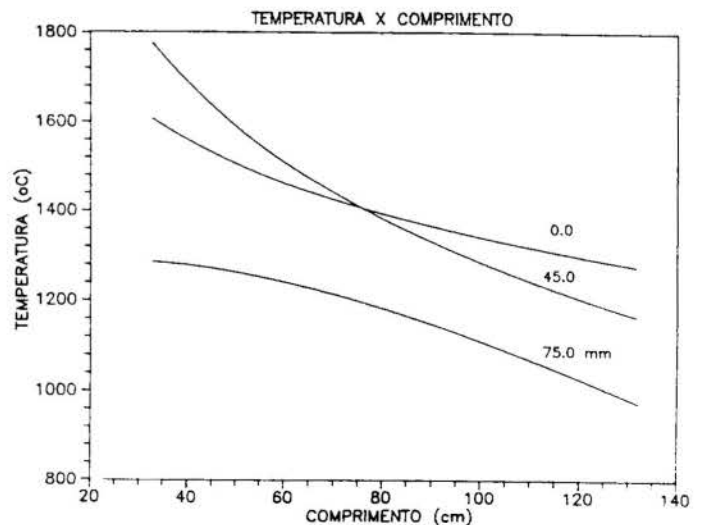


Fig. 5: Temperatura do forno em função do comprimento.

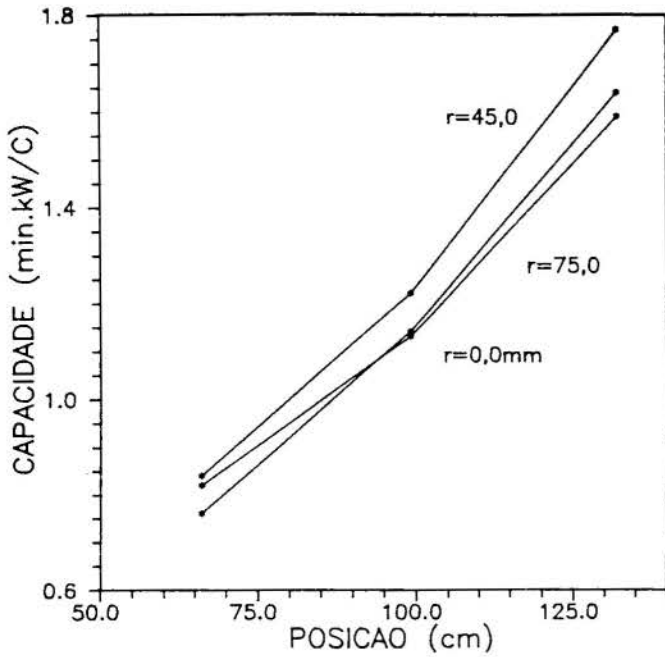


Fig. 6: Variação da capacidade térmica do forno ao longo do comprimento.

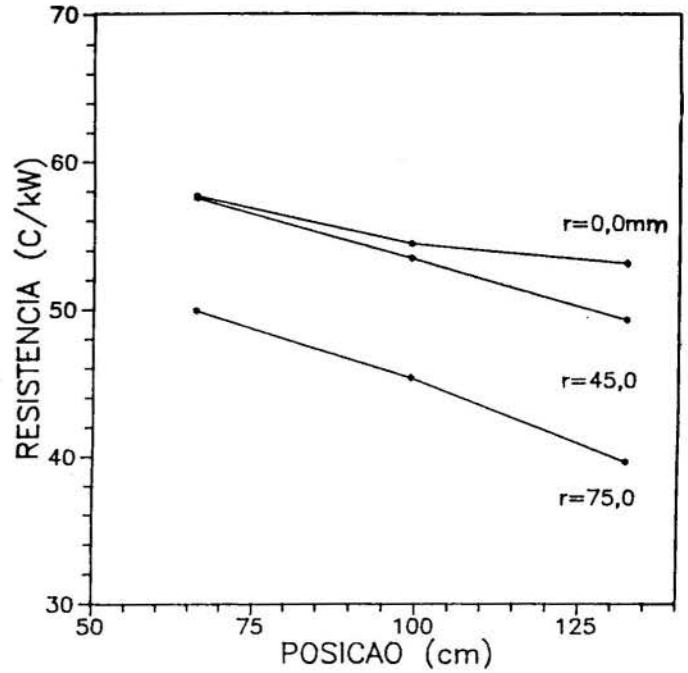


Fig. 7: Variação da resistência térmica do forno ao longo do comprimento.

temperatura final do forno, no estado estacionário. A constante de tempo de aquecimento do forno é  $\tau = RC$  e entre  $P$ ,  $T_f$  e  $R$  é válida a relação  $PR = T_f$ . O ajuste não-linear da equação acima aos pontos experimentais, permitiu determinar a temperatura final, a constante de tempo, a capacidade térmica e a resistência térmica em todas as posições.

Na Fig. 5 temos a temperatura final de estabilização em função do comprimento do forno, nas três posições radiais. Ressalta nessa figura a assimetria do jato de plasma, causando uma temperatura mais alta em  $r = 45,0$  mm do que em  $r = 0,0$  mm, nas regiões próximas à tocha. Vemos também que o gradiente longitudinal é maior para regiões próximas à tocha do que para as regiões mais afastadas, principalmente em  $r = 0,0$  mm. Da Fig. 5 podemos deduzir a existência de uma camada isolante de gás junto à parede, o que pode ser devido ao aumento da espessura da camada limite e à diminuição da turbulência. Esse efeito isolante do gás fica melhor ressaltado nas Figs. 6 e 7, onde estão representadas a capacidade térmica e a resistência térmica do forno em função de  $z$  nas três posições radiais.

Nota-se que a capacidade térmica não apresenta muita diferença nas três posições radiais, pois esta, obviamente, depende fortemente da parede cerâmica e não do gás. Vemos que a capacidade térmica cresce com  $z$ , enquanto a resistência decresce. Interessante, observar na Fig. 7, onde vemos o isolamento térmico, praticamente constante em  $z$ , produzido pela camisa de gás, da ordem de  $7,5$  °C/kW, enquanto a parede apresenta um valor que varia de 50 a 40 °C/kW no intervalo de 66 cm. Notamos também uma tendência para um aumento maior do isolamento na região central do forno, em  $r = 0,0$  mm.

A Tabela 1 lista os valores obtidos para as temperaturas finais  $T_f$  (°C), as constantes de tempo  $\tau$  (min), a capacidade  $C$  (min.kW/°C) e a resistência térmica  $R$  (°C/kW) nas três

posições radiais e nas quatro posições longitudinais.

Com os resultados obtidos acima, é possível estimar a potência da tocha de plasma necessária para se alcançar determinada temperatura no interior do forno, em determinada posição em  $z$  e em  $r$ . Na Fig. 8 apresentamos os resultados dessa estimativa. Estão representadas as temperaturas no centro do forno para as potências elétricas de 25, 30 e 35 kW da tocha de plasma.

Considerando-se que a tocha funcionou 4 horas, após o que o forno se aproximou das condições estacionárias de temperatura, conclui-se que a energia elétrica consumida foi de 98,4 kWh, o que representou um custo total de aproximadamente US\$ 10,00, de energia elétrica, a um custo unitário de US\$ 0,10/kWh.

## CONCLUSÕES

Temperaturas acima de 1600 °C, com pequenos gradientes, foram obtidas num forno de dimensões médias industriais, aquecido por uma tocha de plasma de ar. O forno apresentou baixa inércia térmica, sendo possível alcançar o estado estacionário de temperatura após 4 horas de aquecimento. Observou-se que as paredes se encontram a pelo menos 200 °C abaixo da temperatura do centro do forno. Um modelo matemático simples permitiu determinar a temperatura no estado estacionário, a constante de tempo, a capacidade térmica e a resistência térmica do forno, para cada posição espacial. Estes resultados permitiram prever o comportamento do forno para diferentes potências da tocha de plasma, como também possibilitaram a visualização do comportamento da dinâmica do gás no interior do forno.

Tabela 1: Temperatura final, constante de tempo, resistência e capacidade térmica do forno

z (cm)	33			66			99			132			
	r (mm)	75,0	45,0	0,00	75,0	45,0	0,00	75,0	45,0	0,00	75,0	45,0	0,00
$T_f$ ( $\times 10^3$ °C)		1,29	1,80	1,65	1,23	1,41	1,42	1,12	1,32	1,34	0,98	1,21	1,31
$\tau$ (min)		9,00	9,20	5,50	4,10	4,80	4,40	5,10	6,50	6,20	6,30	8,70	8,70
$R$ (°C/kW)		5,22	7,33	6,70	4,99	5,75	5,76	4,53	5,35	5,44	3,96	4,93	5,31
$C$ (min.kW/°C)		1,72	1,26	0,82	0,82	0,84	0,76	1,13	1,22	1,14	1,59	1,77	1,64

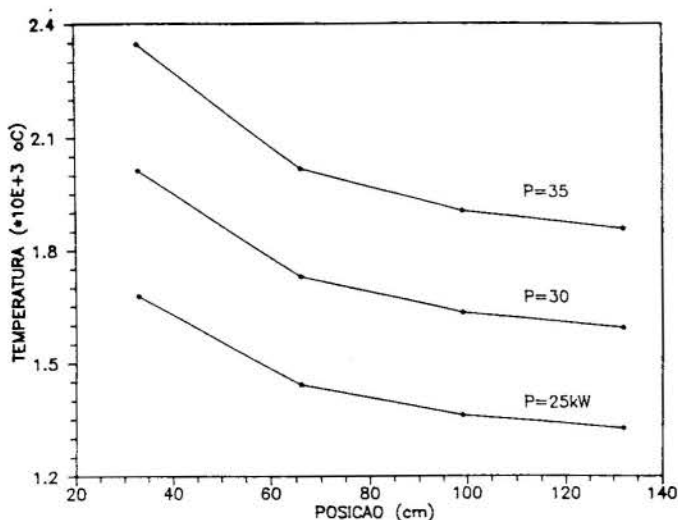


Fig. 8: Estimativa da temperatura no centro do forno em função da potência elétrica da tocha.

#### AGRADECIMENTOS

Agradecemos a A. A. B. do Prado e J. B. Pinheiro pelo apoio técnico durante o desenvolvimento deste trabalho. Agradecemos o suporte do CNPq, FAPESP, FINEP e FAP/UNICAMP.

#### REFERÊNCIAS

- . Down, M. G., "Plasma Processing for Materials Production", Final report prepared by Westinghouse Electric Corp. EPRI report EN-2771, Project 1275-9, 1982.
- . Drouet, M. G., "Plasma Technology: Review of the State of the Art and its potential in Canada", Report for the Canadian Electrical Association, IREQ, March 1984.
- . Ettliger, L. A., Nainan, T. D., Ouellette, R. P., Cheremisinoff, P. N., "High Temperature Plasma Technology Applications" in "Electrotechnology", Vol.6, Ann Arbor Science Publishers Inc., Michigan, 1980.

#### ABSTRACT

Preliminary results of the study of a ceramic tunnel furnace of three meters long, heated by an axial vortex-stabilized air plasma torch, are presented in this paper. Low axial gradient temperature profiles of 200 °C/meter and maximum temperatures of more than 1600 °C were obtained inside the furnace. The time to heat up the furnace to the maximum steady state temperature was about 4 hours with a thermal input power of the plasma torch of 19.1 kW. Based on the similarity between the process of charging a capacitor and the heating up of a furnace, we used a simple mathematical model to obtain the steady state temperature, the time constant, the thermal capacity and the thermal resistivity of the furnace. These results allowed to predict the behavior of the furnace for different plasma torch powers and also permitted to visualise the dynamics of the gas inside the furnace.



ESCOAMENTO REATIVO EM DESEQUILÍBRIO QUÍMICO ATRAVÉS DE  
 BOCAIS CONVERGENTE-DIVERGENTE PELO MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

José Eduardo Mautone Barros  
 Pedro Paglione  
 Universidade da Beira Interior - Portugal  
 Gordiano de Faria Alvim Filho  
 Instituto Tecnológico de Aeronáutica - Brasil

SUMMARY

Neste trabalho é apresentado um modelo para escoamento reativo em desequilíbrio químico através de bocais convergente-divergente. O método empregado para a solução numérica das equações é o método das características modificado para levar em conta os termos fontes resultantes da incrustação das reações químicas entre as espécies presentes. Considerou-se dois sistemas reagentes  $H_2$  e  $F_2$  e  $H_2$  e  $O_2$  admitindo-se a hipótese bidimensional. Os resultados do programa computacional elaborado são comparados com outros trabalhos teóricos e experimentais mostrando uma boa concordância. São apresentadas também comparações entre o presente modelo e outros mais restritivos em termos de hipóteses.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho é estudado o escoamento reativo em desequilíbrio químico através de bocais convergente-divergente, visando coletar subsídios para um projeto ótimo destes bocais, os quais podem ser componentes de motores a jato (turboreatores, turbofans, estatoreatores e motores foguetes).

Procura-se aqui a implementação de modelos de escoamentos reativos bidimensionais, com a finalidade de prosseguir os trabalhos já realizados sobre a otimização do contorno destes bocais para a obtenção do empuxo máximo, onde o escoamento foi considerado congelado, Paglione et al. (1988), e onde o escoamento foi considerado em desequilíbrio químico unidimensional, Barros et al. (1990).

Utilizando-se as equações de conservação de massa e de energia e a equação da quantidade de movimento, estudou-se o comportamento dos produtos de combustão dos reagentes ( $H_2$  e  $F_2$ ) escoando através de um bocal, considerando-o, por hipótese, bidimensional. Comparou-se então os resultados obtidos com outros semelhantes encontrados na literatura, com a finalidade de validação do programa implementado. A seguir, analisou-se o sistema dos reagentes ( $H_2$  e  $O_2$ ), comparando-se os resultados com valores experimentais encontrados em Pavli et al. (1987), Smith et al. (1987), Kacynski et al. (1987).

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Conforme apresentado por Zucrow et al. (1977), o sistema de equações que descreve o escoamento reativo bidimensional em regime permanente é o seguinte :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial y} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \delta \rho v / y = 0 \quad (1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} - a_f^2 u \frac{\partial p}{\partial x} - a_f^2 v \frac{\partial p}{\partial y} = \psi \quad (4)$$

$$\rho u \frac{\partial C_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial y} = \sigma_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (5)$$

Equações Características :

$$\left[ \frac{dy}{dx} \right]_0 = \lambda_0 = \frac{v}{u} \quad (\text{Linha de Corrente}) \quad (6)$$

$$\left[ \frac{dy}{dx} \right]_{\pm} = \lambda_{\pm} = \tan(\theta \pm \alpha) \quad (\text{Linhas de Mach}) \quad (7)$$

Equações de Compatibilidade :

$$dp + \rho v dV = 0 \quad (8)$$

$$dp - a_f^2 d\rho = \frac{\psi}{u} dx \quad (9)$$

$$\rho u dC_i = \sigma_i dx \quad (i = 1, \dots, n) \quad (10)$$

$$\frac{\sqrt{M_f^2 - 1}}{\rho V^2} dp_{\pm} \pm d\theta_{\pm} + \left[ \frac{\delta \sin \theta}{\gamma M_f} - \frac{\psi}{\rho V^2 a_f} \right] \frac{dx_{\pm}}{\cos(\theta \pm \alpha)} = 0 \quad (11)$$

onde, u e v são as componentes de velocidade nas direções x e y, respectivamente,  $\rho$  é a massa específica,  $C_i$  é a fração mássica da espécie química i, p é a pressão estática, x é a coordenada na direção paralela ao eixo do bocal, y é a coordenada radial do bocal, n é o número de espécies químicas envolvidas,  $\lambda$  são as inclinações das linhas características e (o,+,-) indicam cada uma das três linhas características existentes. Os demais termos são

definidos abaixo:

$$p = \rho t \sum_{i=1}^n C_i R_i \quad (12)$$

$$M_f = \frac{V}{a_f} = \text{número de Mach "congelado"} \quad (13)$$

$$a_f = \sqrt{\gamma_f R t} = \text{velocidade do som "congelada"} \quad (14)$$

$$\gamma_f = \frac{c_{pf}}{c_{pvf} - R} \quad (15)$$

$$c_{pf} = \sum_{i=1}^n C_i c_{pi} \quad , \text{ onde } c_{pi} \text{ é o calor específico} \quad (16)$$

do componente i

$$R = \sum_{i=1}^n C_i R_i = \text{constante do gás} \quad (17)$$

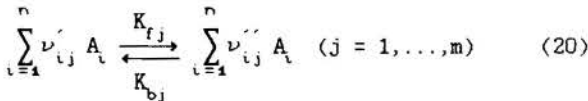
onde,  $R_i$  é a constante do gás para a espécie i.

$$\psi = \sum_{i=1}^n \left[ \gamma_f R_i t - (\gamma_f - 1) h_i \right] \sigma_i \quad (18)$$

$$h_i = \int_{t_0}^t c_{pi} dt + h_i^0 \quad (19)$$

onde,  $h_i^0$  é a energia de formação da espécie i por unidade de massa.

O termo  $\sigma_i$  é a função fonte da espécie i numa mistura de gases quimicamente reativa. Para esta mistura de gases, onde ocorrem simultaneamente várias reações, a equação geral da reação é:



onde,  $A_i$  é a espécie química i.

A partir da equação 20 e das leis de cinética química obtém-se a seguinte expressão:

$$\sigma_i = \sum_{j=1}^m \Delta \nu_{ij} \left[ K_{fj} \prod_{i=1}^n \left( \frac{\rho C_i}{\bar{m}_i} \right)^{\nu_{ij}} - K_{bj} \prod_{i=1}^n \left( \frac{\rho C_i}{\bar{m}_i} \right)^{\nu'_{ij}} \right] \quad (21)$$

onde,  $K_{fj}$  e  $K_{bj}$  são as constantes das taxas de reação das equações químicas no sentido direto e inverso,  $m$  é o número de reações químicas do mecanismo cinético,  $\bar{m}_i$  é o peso molecular da espécie i,  $\nu_{ij}$  e  $\nu'_{ij}$  são os coeficientes estequiométricos da espécie i na reação j.

Para a solução do sistema acima apresentado (1 a 5) utilizou-se o método das características, o qual possibilita substituir este por um conjunto de equações características (6 e 7) e de compatibilidade (8 a 11).

## ASPECTOS NUMÉRICOS

O método das características foi implementado usando técnicas de diferenças finitas. A figura 1 mostra esquematicamente a malha usada para a determinação das propriedades em um novo ponto (4) a partir de três outros conhecidos (1, 2 e 3). A técnica consiste na determinação da posição deste ponto através da intercessão da linha de Mach a esquerda (C+) com a linha de corrente (Co). A linha de Mach a direita (C-) é então estendida para trás de modo a se localizar o ponto 5 entre 2 e 3, sendo que as propriedades de escoamento são calculadas por interpolação linear. As propriedades de escoamento do ponto 4 são obtidas pela integração das equações de compatibilidade ao longo da linha de corrente e das duas linhas de Mach.

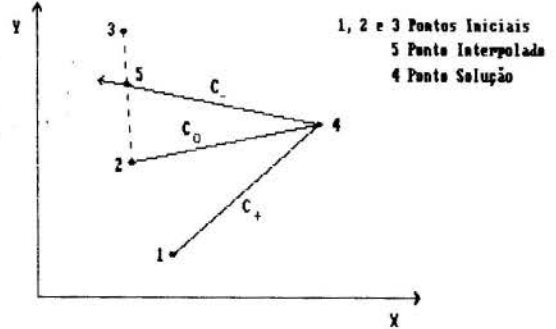


Figura 1 - Malha de Diferenças Finitas Empregada

Ao longo das linhas de Mach (C+ e C-) o método de integração utilizado foi o preditor-corretor (PEC<sup>n</sup>), conforme Zucrow et al. (1977), por serem as equações mais simples do ponto de vista numérico. Sobre a linha de corrente foi adotado o método de multivalores de GEAR (1971) que é adequado a integração de equações tipo "stiff" encontradas no modelamento do mecanismo de reação do problema.

Como o método das características aqui usado está restrito ao escoamento supersônico, existe a necessidade de uma linha de partida de propriedades conhecidas localizada após a linha sônica do bocal. Esta linha é de Mach e composição química constante e foi obtida através da série de Kliegel et al. (1965).

O programa de computador foi implementado num equipamento compatível com a linha IBM-PC 386. A linguagem de programação empregada foi TURBO PASCAL 5.5. O tempo de processamento neste equipamento varia conforme o bocal a ser calculado, mas para os casos aqui documentados este é inferior a 10 horas.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

O primeiro bocal é um bocal de divergente cônico com as seguintes características: Posição da garganta:  $x = 0,06$  m; Raio da garganta:  $r_t = 0,0127$  m; Raio de curvatura da garganta circular:  $r_{ct} = 0,0508$  m; Ângulo do convergente:  $45^\circ$ ; Ângulo do divergente cônico:  $15^\circ$ ; Razão de expansão:  $50:1$ .

Os reagentes são ( $H_2$  e  $F_2$ ) injetados a  $298,15$  K, numa razão de mistura por massa de oxidante/combustível igual a 12 e a pressão na câmara é de  $6,895 \times 10^5$  Pa. As demais condições na câmara de combustão foram calculadas com o programa termoquímico NASA-SP-273 (Gordon et al. (1971)). A composição química na garganta foi obtida com o programa reativo unidimensional elaborado por Barros et al. (1990). A figura 2 mostra as curvas de fração molar de alguns dos produtos de combustão, a figura 3 mostra o número de Mach "congelado" e a figura 4 mostra a temperatura e a velocidade, calculados para a parede e o eixo ao longo do bocal.

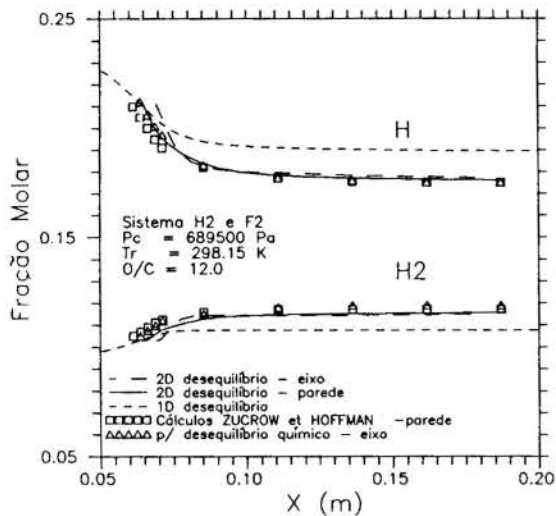


Figura 2 - Fração Molar dos produtos de Combustão H e H<sub>2</sub> para o Sistema Reativo H<sub>2</sub> e F<sub>2</sub> (Modelo 2D)

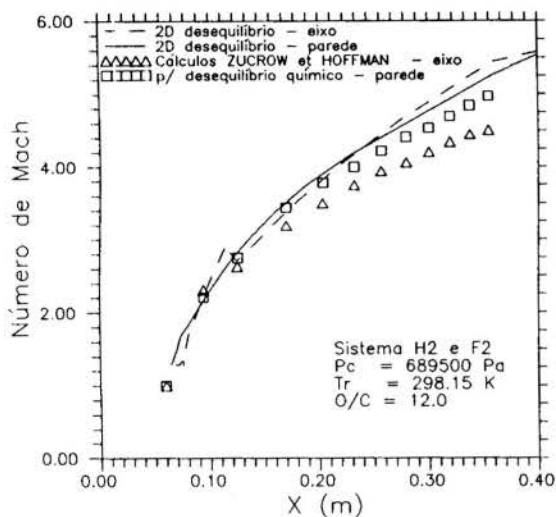


Figura 3 - Número de Mach ao Longo do Bocal para o Sistema Reativo H<sub>2</sub> e F<sub>2</sub> (Modelo 2D)

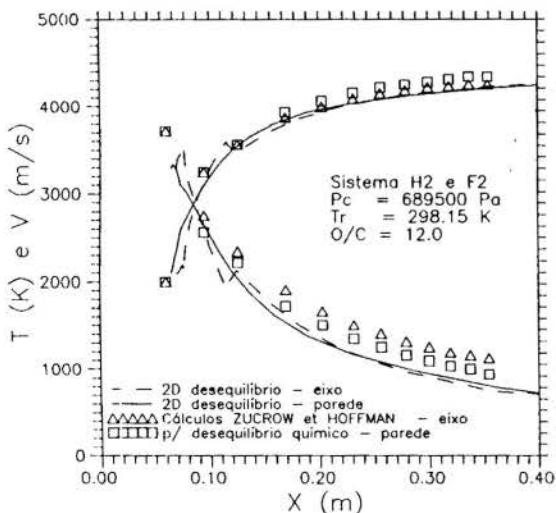
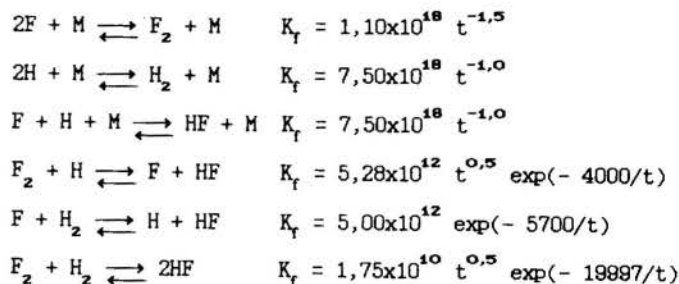


Figura 4 - Temperatura Estática e Velocidade do Escoamento ao Longo do Bocal para o Sistema Reativo H<sub>2</sub> e F<sub>2</sub> (Modelo 2D)

Considerando F<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, HF, H e F como produtos da combustão dos reagentes, o mecanismo de reação utilizado nos cálculos, proposto por Cherry, contante em Zucrow e Hoffman (1977), é apresentado a seguir, juntamente com as expressões para as constantes cinéticas (unidades em cm, mol, K e s):



onde, M é um terceiro corpo participante das reações. Nos cálculos aqui apresentados a fração mássica de M é admitida igual a 1.0, sendo o seu peso molecular igual ao peso molecular médio da mistura, ou seja, todas as moléculas presentes foram consideradas como possíveis terceiros corpos com iguais eficiências, conforme recomendado por Montchilof (1963).

As propriedades termodinâmicas de cada espécie química presente foram calculadas por meio de regressões polinomiais de quarta ordem dos dados publicados nas tabelas JANNAF (Gordon e McBride (1971)), e atualizadas conforme Chase et al (1982).

Alguns dos resultados encontrados estão mostrados nas figuras 2 a 4 para escoamentos reativo, em disequilibrium químico, unidimensional (1D) e bidimensional (ao longo da parede e do eixo do bocal). Estes resultados foram comparados com outros teóricos obtidos de Zucrow e Hoffman (1977), para o mesmo bocal. As diferenças encontradas os dois cálculos, principalmente na parte final do divergente, são devidas as precisões diferentes entre os métodos e dos algoritmos de construção da malha empregados. A precisão deste trabalho (sexta ordem) é teoricamente superior aos dos resultados apresentados por Zucrow e Hoffman (1977) (segunda ordem). O choque no eixo detectado pelo método aqui implementado, previsto teórica e experimentalmente, prova a melhor precisão do presente trabalho. Com isto o programa de computador elaborado foi considerado válido frente a dados teóricos. A seguir foi feita a validação do modelo em relação a resultados experimentais.

O segundo bocal calculado é apresentado na figura 5. Os reagentes (H<sub>2</sub> e O<sub>2</sub>) são injetados a 285,6 K e 279,2 K, respectivamente, numa razão de mistura por massa de oxidante/combustível igual a 3,84, sendo a pressão na câmara de 24,82x10 Pa. As demais condições na câmara de combustão foram calculadas com o programa termoquímico NASA-SP-273, (Gordon e McBride (1971)). A figura 6 mostra algumas curvas de fração molar dos produtos de combustão ao longo do eixo e da parede do bocal. Na figura 7 estão traçadas as curvas de pressão estática ao longo do bocal.

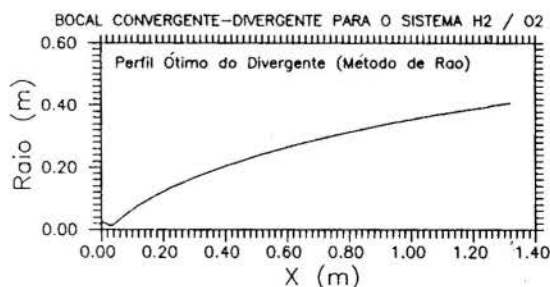


Figura 5 - Posição da garganta: x = 0,03435 m; Raio da garganta: r<sub>1</sub> = 0,0127 m; Raio de curvatura da

garganta circular:  $r_{ct} = 0,0254$  m; Ângulo do convergente:  $25^\circ$ ; Razão de expansão: 1030:1

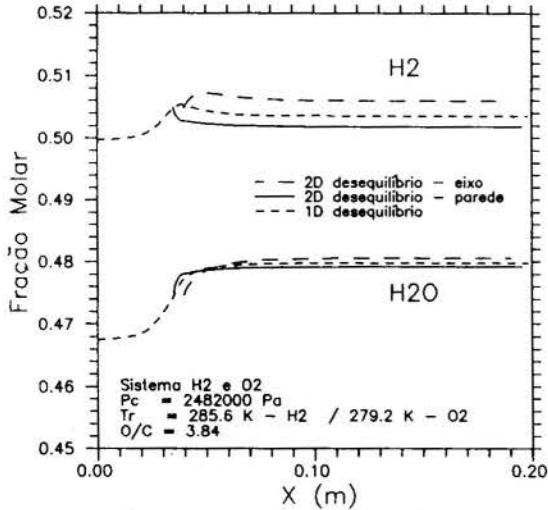


Figura 6 - Fração Molar dos Produtos de Combustão H e H<sub>2</sub>O para o Sistema Reativo H<sub>2</sub> e O<sub>2</sub> (Modelo 2D)

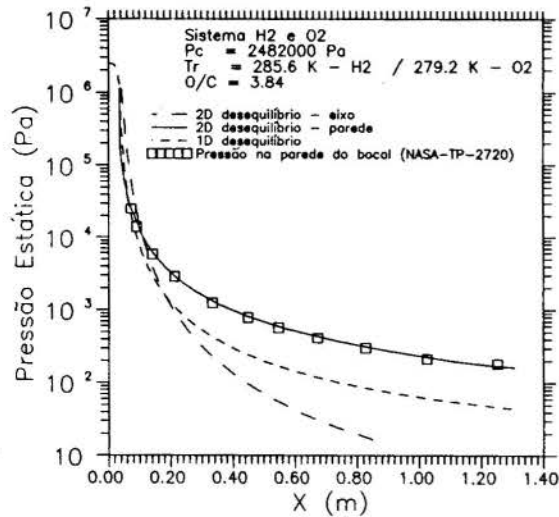
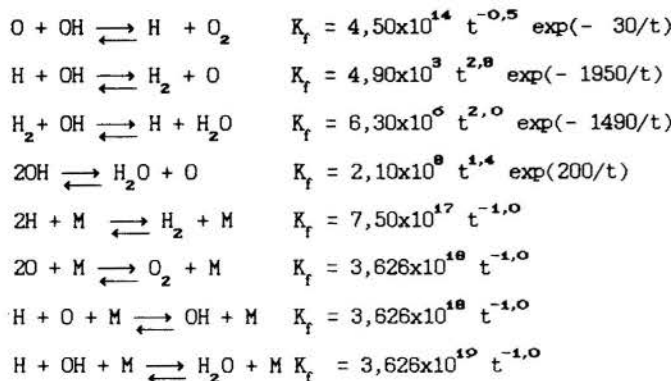


Figura 7 - Pressão Estática ao Longo do Bocal para o Sistema Reativo H<sub>2</sub> e O<sub>2</sub> (Modelo 2D)

Considerando H, H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, O, O<sub>2</sub> e OH como produtos da combustão dos reagentes, o mecanismo de reação utilizado nos cálculos, é apresentado a seguir, juntamente com as expressões para as constantes cinéticas (unidades em cm, mol, K e s):



onde, M é um terceiro corpo qualquer, sobre o qual foram feitas as mesmas considerações do sistema (H<sub>2</sub> e F<sub>2</sub>). Deve-se observar que as 5 primeiras

constantes  $K_f$  acima foram retiradas de Cohen e Westberg (1982) e as demais de Jensen e Kurzius (1965).

Também aqui as propriedades termodinâmicas de cada espécie química presente foram calculadas por meio de regressões polinomiais de quarta ordem dos dados publicados nas tabelas JANNAF, Gordon e McBride (1971), e atualizados conforme Chase et al. (1982).

As figuras 6 e 7 mostram os resultados encontrados para para escoamentos reativo, em desequilíbrio químico, unidimensional e bidimensional (ao longo da parede e do eixo do bocal). O cálculo da pressão estática foi comparado com medidas experimentais obtidas por Pavli et al. (1987) na figura 7. Pode-se ver que a concordância entre os dados é muito boa.

A tabela 1, a seguir, traz os valores de impulso específico no vácuo ( $I_{spv}$ ) calculados por diversos

métodos, os quais são comparados com medidas experimentais (NASA-TP-2725), Smith et al. (1987). Os modelos usados nos cálculos são: unidimensional em desequilíbrio químico, Barros et al. (1990), unidimensional em equilíbrio químico (NASA-SP-273), Gordon e McBride (1971), unidimensional e bidimensional em desequilíbrio químico (NASA-TP-2725), Smith et al. (1987) e do presente trabalho (2D Desequilíbrio). Uma correção de camada limite é aplicada aos resultados dos modelos 2D em desequilíbrio químico.

Tabela 1 - Impulsos Específicos Previstos neste Trabalho, por Smith et al. (1987) e o Experimental, Relativos ao Sistema H<sub>2</sub> e O<sub>2</sub>

	$I_{spv}$ (s)	
	NASA-TP-2725	Este Trabalho
2D Desequilíbrio Camada Limite	482,7	467,5
2D Desequilíbrio	494,2	479,7
1D Desequilíbrio	498,5	498,5
1D Equilíbrio	504,8	504,8
NASA-TP-2725 (experimental)	468,9	

Dos métodos indicados na tabela 1 acima, aquele com menos hipóteses restritivas é o modelo bidimensional em desequilíbrio químico (presente trabalho e do NASA-TP-2725), segue-se o modelo unidimensional em desequilíbrio químico e o unidimensional em equilíbrio químico (NASA-SP-273). Pode-se notar que as previsões de impulso específico no vácuo são coerentes, pois o método menos restritivo possui os melhores resultados. A correção da camada limite melhora ainda mais as previsões.

Os resultados deste trabalho apresentaram os menores desvios percentuais em relação ao valor experimental. Após a correção de camada limite o desvio da previsão foi de apenas 0,3 %, enquanto que o melhor resultado de Smith et al. (1987) apresenta um desvio de 3 %.

#### CONCLUSÃO

A hipótese de escoamento bidimensional com reação química em desequilíbrio, mostrou-se bastante adequada para o cálculo dos parâmetros de escoamento e de desempenho de bocais convergente-divergente, numa ampla faixa de razões de expansão (utilizaram-se



valores para bocais de 50:1 e 1030:1). Neste trabalho foram obtidos melhores resultados do que aqueles fornecidos por outros modelos unidimensionais e bidimensionais reativos (tabela 1).

O programa computacional elaborado possibilita encontrar resultados para sistemas reativos complexos, desde que seja conhecido o mecanismo das reações envolvidas. Cabe observar que, apesar de existir nas referências programas com as mesmas hipóteses deste trabalho (2D em Deseq.), os mesmos não estão disponíveis na literatura.

Este estudo será usado para a otimização da configuração de bocais por onde escoam fluidos reativos, visando melhorar ainda mais os projetos de motores a jato.

#### REFERÊNCIAS

- .Barros J.E., Alvin Filho, G.F. e Paglione, P., "Estudo de Escoamento Reativo em Desequilíbrio Químico Através de Bocais Convergente-Divergente", Anais do I Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Vol. 2, pp. 771 a 776, Itapema, Brasil, 1990.
- .Chase, M.W. et alii, "JANNAF Thermochemical Tables, 1982 Supplement", Journal of Physical and Chemical Reference Data, vol. 11, n<sup>o</sup> 3, 1982.
- .Cohen, N., Westberg, K.R., "Chemical Kinetic Data Sheets for High-Temperature Chemical Reactions", Journal of Physical and Chemical Reference Data, vol. 11, n<sup>o</sup> 3, 1982.
- .Gear, C.W., "Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations", Prentice Hall Inc., New Jersey, 1971.
- .Gordon, S., McBride, B.J., "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks, and Chapman-Jouguet Detonations", NASA-SP-273, 1971.
- .Jensen, D.E., Kurzius, S.C., "Rate Constants for Calculations on Nozzle and Rocket Exhaust Flow Fields", NASA-TP-149, 1965.
- .Kacynski, K.J., Smith, T.A., Pavli, A.J., "Experimental Evaluation of Heat Transfer on a 1030:1 Area Ratio Rocket Nozzle", NASA-TP-2726, 1987.
- .Kliegel, J. R. e Levine, J. N. "Transonic Flow in Small Throat Radius of Curvature Nozzles" In : AIAA Journal. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Vol. 7, No. 7, p. 1375-1378, Jul., 1965.
- .Montchiloff, I.N., "Kinetics in Hydrogen-Air Flow Systems. I. Calculation of Ignition Delays for Hypersonic Ramjets", 9th Symposium (International) on Combustion, pp 220-230, Academic Press, New York, 1963.
- .Paglione, P., Girardi, R.M., "Análise Teórica e Experimental para Bocais de Tração Máxima", Anais do II Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT 88), pp 45-48, Águas de Lindóia, Brasil, 1988.
- .Pavli, A.J., Kacynski, K.J., Smith, T.A., "Experimental Thrust Performance of a High-Area-Ratio Rocket Nozzle", NASA-TP-2720, 1987.
- .Smith, T.A., Pavli, A.J., Kacynski, K.J., "Comparison of Theoretical and Experimental Thrust Performance of a 1030:1 Area Ratio Rocket Nozzle at a Chamber Pressure of 2413 kN/m<sup>2</sup> (350 psia)", NASA-TP-2725, 1987.
- .Zucrow, M.J., Hoffman, J.D., "Gas Dynamics", John Wiley and Sons, New York, Vol.II, 1977.

#### SUMMARY

*A computational program to evaluate nonequilibrium reactive flows of combustion products through convergent-divergent nozzles is developed. The basic assumptions are: two reactant systems [(H<sub>2</sub> and F<sub>2</sub>) and (H<sub>2</sub> and O<sub>2</sub>)] and bidimensional flow. The results compare well to theoretical and experimental data from the literature.*

## COMBUSTÃO DA CASCA DE DENDÊ EM UM REATOR PULSATIVO

Ednildo Andrade Torres Eng. Mec M.Sc. - UFBA  
João Andrade Carvalho Junior - Eng. Mec Ph.D. - INPE

### ABSTRACT

The objective of this work is to investigate experimentally the characteristics of *dendê* peel pulsating combustion.

The fuel was burned in Rijke type pulsating combustor whose internal diameter was 200 mm. It was mounted in two different lengths: 2.400 and 3.200 mm. The walls was refrigerated by a water jacket. The pulsating combustion of *dendê* peel produced a maximum power output of 1.9 WW/m<sup>2</sup>. The maximum combustion efficiency was 96 %, which was obtained. The maximum percentage of the generated heat transferred to the cooling water was 60 %.

### INTRODUÇÃO

A combustão pulsativa ou oscilatória foi provavelmente observada pela primeira vez por *Higgins* [1] em 1777 com o fenômeno da *chama sonora* que ocorria quando uma mistura de hidrogênio e ar era queimada em um tubo aberto em ambas as extremidades [1,2] observou que as oscilações acústicas eram excitadas espontaneamente quando uma tela metálica aquecida era introduzida na metade inferior de um tubo vertical aberto nas extremidades.

Um combustor do tipo *Rijke* [3] é obtido pela substituição da tela metálica original por um leito em combustão. *Severyanin* [4] foi o primeiro a idealizar um combustor desse tipo.

Na década de 80 *Zinn* [3] e colaboradores conduziu uma considerável quantidade de pesquisas básicas com combustor do tipo *Rijke*, investigando diversos combustíveis.

Mais recentemente, o INPE - Instituto Nacional de Pesquisa Espaciais, em cachoeira Paulista construiu e operou um combustor do tipo *Rijke*, onde testou, carvão vegetal, etanol, casca de dendê e turfa.

A combustão de sólidos tem evoluído ao longo dos anos passando de equipamentos rudimentares, no passado, a sistemas sofisticados controlados atualmente por computadores. O combustor pulsativo é uma contribuição tecnológica em desenvolvimento para a queima de combustíveis sólidos e de outros tipos, na tentativa de melhorar a eficiência do sistema, reduzindo o excesso de ar e queimando combustíveis de variada granulometria. Apesar das vantagens dos combustores pulsativos, eles apresentam como desvantagens o ruído e a vibração da estrutura. Porém, estas dificuldades são resolvidas com o dimensionamento adequado para cada caso.

O sistema consta de um reator que é constituído por uma câmara de desacoplamento, um tubo vertical como câmara de combustão, uma camisa de água de refrigeração, uma câmara de retenção dos particulados elutriados, um sistema de alimentação de ar e de combustível. O comprimento do reator é regulável nas cotas 2.400 mm e 3.200 mm. O objetivo é investigar experimentalmente as características de queima da casca de dendê em um combustor pulsativo do tipo *Rijke* e analisar a eficiência de combustão, potência do reator, amplitude de pressão, excesso de ar e taxa de transferência de calor para a água e os gases.

### A UNIDADE EXPERIMENTAL

#### Combustor pulsativo

Para a execução dos testes, usou-se o combustor pulsativo desenvolvido no INPE - Instituto de Pesquisas Espaciais - em Cachoeira Paulista.

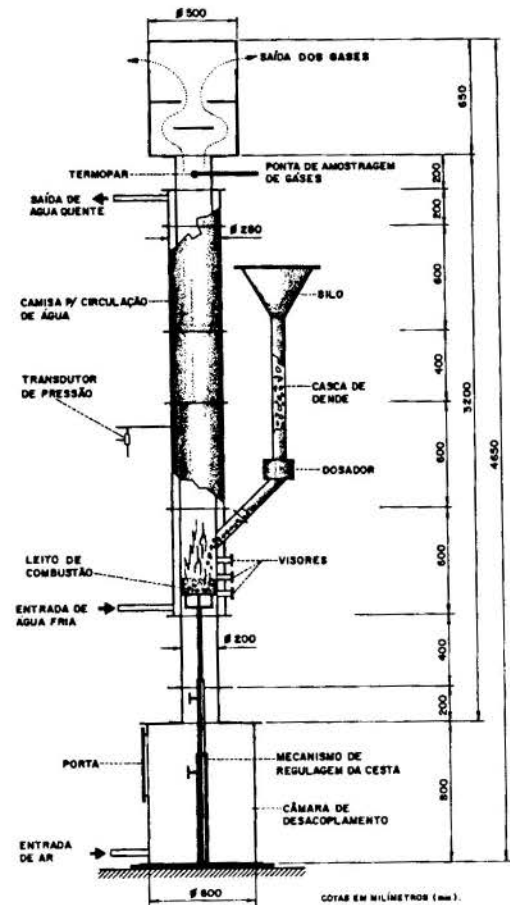


Fig. 3.1 - O combustor

O combustor, mostrado na figura 3.1 é constituído, basicamente, de um tubo vertical contendo em sua extremidade infe-

rior uma câmara de desacoplamento acústico e em sua extremidade superior uma câmara de retenção de particulados. O comprimento do combustor é regulável nas alturas, 2.400 mm e 3.200 mm, composto de módulos de 100 mm, 200 mm, 400 mm e 600 mm. Os módulos por onde circulam os gases quentes são encamisados, para a passagem da água de refrigeração. O diâmetro interno é de 200 mm. A câmara de desacoplamento, com 600 mm de diâmetro e 800 mm de altura, que tem a finalidade de reduzir as velocidades e pressões, simula condições de um tubo aberto em ambas as extremidades. Na câmara, existe uma porta de visita para manuseio da grelha e limpeza das cinzas.

O ar de combustão é fornecido por um compressor radial, com vazão volumétrica de até 9,0 Nm<sup>3</sup>/min.

A circulação da água de refrigeração do combustor é feita por uma bomba centrífuga, a vazão de água foi regulada para cada experimento.

O sistema de aquisição de dados, usado consiste de um datalog, um micro computador, uma impressora e um sistema de aquisição de dados acoplado a um gravador de fita magnética, todos marca HP.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

### Experimentos realizados

Os experimentos foram realizados com o combustor montado em nas versões: L=2.400mm e L=3.200mm de altura.

Os experimentos foram projetados para atender a um consumo de casca de dendê em base seca entre 67 a 200 g/min (4,0 a 12,0 Kg/h). Portanto, a vazão de combustível por unidade de área da seção transversal variou de 127,3 a 381,4 Kg/m<sup>2</sup>.h, e a vazão de ar de combustão situou-se no intervalo de 600 a 1.200 g/min.

O coeficiente entre a razão ar/ combustível real e a razão ar/ combustível estequiométrica, denominou-se de razão ar/combustível normalizada, situou-se entre 0,88 e 1,55.

A tabela 1 descreve a vazão de ar, a vazão de combustível e a razão ar/combustível normalizada dos experimentos realizados para a versão de 2.400 mm, em um total de 15 testes que foram divididos em três grupos. Em todos os testes, a altura da grelha ficou na posição de um quarto da altura (L/4), ou seja, a 600 mm da altura da base do combustor.

**Tabela 1** Testes realizados para versão L = 2.400 mm

Testes	m <sub>AR</sub> (g/min)	m <sub>comb</sub> (g/min)	Coef. exc. Ar normaliz.	Grupo
28/02/9C	581,5	86,8	1,11	I
01/03/9A	587,2	66,9	1,41	
01/02/9B	585,2	108,9	0,88	
27/02/9B	901,5	109,8	1,36	II
27/02/9C	904,5	106,6	1,40	
27/02/9D	995,8	106,0	1,56	
27/02/9E	900,9	96,5	1,55	
28/02/9A	890,8	129,2	1,14	
28/02/9B	886,5	137,4	1,07	III
01/02/9C	896,7	152,0	0,97	
24/02/9A	1.204,0	159,3	1,25	
24/02/9B	1.201,2	136,1	1,46	
24/02/9C	1.192,8	199,7	0,99	
24/02/9D	1.198,9	155,9	1,27	
27/02/9A	1.185,6	171,3	1,15	

Obs: 1) As vazões do ar e do combustível estão em base seca.

2) A vazão da água foi de: 10 L/min (600 kg/h).

A tabela 2 indica os valores da vazão de ar, a vazão de combustível e a razão ar/combustível normalizada para os experimentos realizados na versão L = 200 mm de comprimento.

Neste caso, também dividiu-se o conjunto dos testes em três grupos que, para efeito de descrição com relação ao conjunto anterior, foram denominados de grupos IV, V e VI, nesta versão a posição da grelha foi de 800 mm de altura da base.

**Tabela 2** Testes realizados para versão L = 3.200 mm

Testes	m <sub>AR</sub> (g/min)	m <sub>comb</sub> (g/min)	Coef. exc. Ar normaliz.	Grupo
02/03/9A	894,5	158,1	0,94	IV
02/03/9B	898,3	138,9	1,06	
02/03/9C	902,6	106,7	1,40	
03/03/9A	989,0	111,3	1,34	V
03/03/9B	1.203,2	223,4	0,89	
03/03/9C	1.202,4	226,4	0,88	
03/03/9D	1.196,7	174,3	1,14	
03/03/9E	1.199,0	146,8	1,35	
03/03/9F	1.430,2	280,2	0,85	
06/03/9A	1.427,5	250,1	0,94	VI
06/03/9C	1.425,9	216,4	1,09	
07/03/9A	1.438,2	162,8	1,47	
07/03/9B	1.442,6	179,7	1,33	

Obs: 1) A vazão do ar e do combustível estão em base seca.

2) A vazão da água no grupo IV e V foi de 10.000 g/min (600 kg/h) e no grupo VI foi de 12.000 g/min (720 kg/h).

O gráficos 1 e 2 mostram os valores da percentagem de CO nos gases de exaustão para os grupos em estudo.

Gráfico 1 Concentração de CO L=2.400 mm

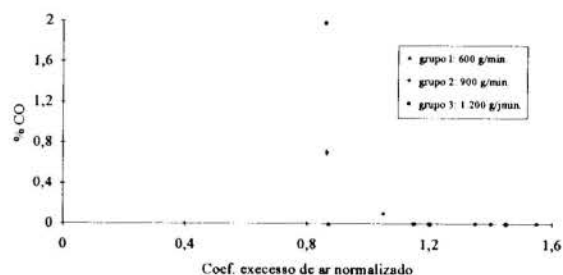
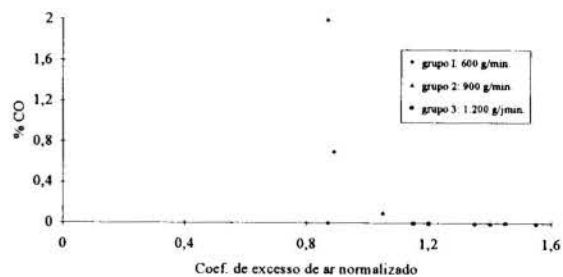


Gráfico 2 - Concentração de CO L=3.200 mm



### Eficiência de combustão

Da energia térmica liberada na combustão da casca de dendê parte é transferida para os gases de exaustão, para a água de refrigeração, parte é perdida sob a forma de monóxido de carbono e carbono não queimado e parte é liberada para a atmosfera. Os valores considerados para análise se restringiram, àqueles correspondentes ao tempo de regime, e para esta período obtive-se as eficiências médias, que são apresentadas nos gráficos 3 a 4.

Para os grupos I, II e III da versão de 2.400 mm de altura, as eficiências estiveram, em geral, abaixo daquelas correspondentes aos grupos IV, V e VI da versão de 3.200 mm. Constatou-se, nos grupos I, II e III, que, no final de cada teste, a

quantidade de material retido na grelha era tal que provocava a interrupção do experimento, devido ao acúmulo de material. Este fato afetou o cálculo da eficiência de combustão, pois a taxa de alimentação do combustível era diferente da taxa de consumo na grelha, isto é, a taxa de queima na grelha era inferior à vazão fornecida pelo alimentador. O material que ficava retido na grelha aumentava a perda de carga, dificultando a circulação do ar no reator. Em todos os testes da versão L = 2.400 mm houve a ocorrência deste fenômeno. Portanto, os valores calculados das eficiências, neste caso, devem ser considerados como afetados de alguma imprecisão.

Em uma análise global dos três grupos da versão L = 3.200 mm, observou-se que o melhor desempenho se deu para o grupo IV. A eficiência máxima do grupo IV foi de 96 %, enquanto que a do grupo V foi de 91,5 % e do grupo VI de 94,6 %, correspondendo a excessos de ar de 6 %, 14 % e 9 %, respectivamente. A explicação para o desempenho nos testes do grupo V é o observado acúmulo de material na grelha, o que ocorreu com muito menor intensidade nos testes dos grupos IV e VI.

Gráfico 3 - Eficiência de Combustão L=2.400 mm

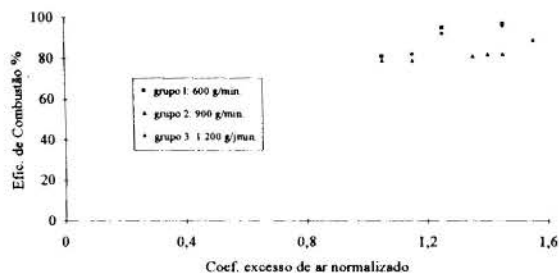
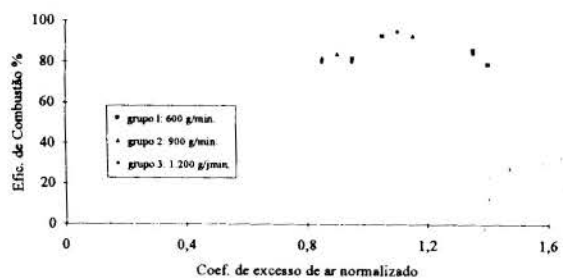


Gráfico 4 - Eficiência de Combustão L=3.200



### Potência gerada no combustor

As potências por unidade de área da seção transversal geradas no combustor são mostradas nos gráficos 5 e 6. O valor calculado foi encontrado multiplicando a vazão de combustível medida em cada teste pelo poder calorífico inferior do combustível e a eficiência média calculada. Observa-se que taxas da ordem de  $1,9 \text{ MW/m}^2$  foram obtidas para testes com as maiores vazões de massa de combustível, na versão L = 3.200 mm, operando com excesso de ar em torno de 10 % e eficiência de combustão em torno de 95 %.

Gráfico 5 - Potência combustor L=2.400 mm

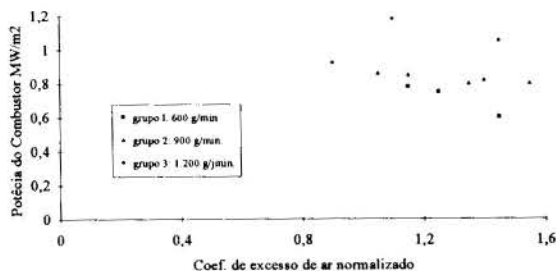
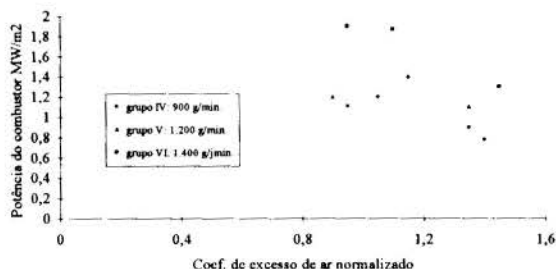


Gráfico 6 - Potência do Combustor L=3.200 mm



## CONCLUSÕES

Para a versão L = 2.400 mm operando com excesso de ar de 10 %, a produção de monóxido de carbono foi aproximadamente zero. O particulado elutriado continha cerca de 90 % das partículas com diâmetros menores do que 0,35 mm. Observou-se o acúmulo de material na grelha, indicando que a taxa de alimentação de combustível foi ligeiramente maior do que a taxa de queima. Este acúmulo aumentou a perda de carga do reator trazendo consequências no que diz respeito à queda da amplitude da pressão ao longo do teste. Para esta versão, a máxima amplitude de pressão acústica foi da ordem de 24 mbar e as frequências variaram entre 85 e 90 Hz. A potência máxima gerada no reator foi de  $1,13 \text{ MW/m}^2$ . A taxa de energia transferida para a água de refrigeração situou-se entre 40 e 60 %.

Na versão L = 3.200 mm, o combustor apresentou o melhor desempenho, com produção de monóxido de carbono de zero para o excessos de ar superior a 10 %. As frequências no reator situaram-se entre 63 e 70 Hz. As amplitudes de pressão acústica chegaram a 40 mbar, as mais altas registradas durante os experimentos. As temperaturas dos gases de exaustão foram as mais altas. Como consequência, observaram-se, nesta versão, as maiores temperaturas da água de refrigeração. O percentual da taxa de energia transferida para a água de refrigeração situou-se entre 60 e 80 %. As potências máximas por unidade de área geradas no reator foram da ordem de  $1,9 \text{ MW/m}^2$ . Observou-se quantitativamente que para as maiores amplitudes das pressões acústicas obtiveram-se as mais altas taxas de transferência de calor.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1) WOOD, A. "Acoustics", Blackie e Sons Limited, London, 1940.
- 2) LORD RAYLEIGH, "Theory of sound", V. I e II, Dover, 1945.
- 3) ZINN, B.T. "Pulsating combustion", Mechanical Engineering, pp. 36-41, Aug., 1985.
- 4) THRING, N.W. "Pulsating combustion, The collected work of F.H.Reynst", ed. Pergamon Press, New York, 1961.
- 5) FELDMAN, K.T.Jr. "Reveiw of the literature on Rijke thermo acoustic phenomena", J. Sound Vib.7(1) 83-89, 1968.
- 6) TAYLOR, D.S. "The pulsating combustion of pulverized coal", Ph.D. Thesis, University of Sheffield, 1964.
- 7) SEVERYANIN, V.S. "Application of pulsating combustion in industrial Installations", Bettle-Columbus Laboratories, pp,71-73, 1982.
- 8) PUTNAM, A.A. e DENNIS, W.R. "A study of burner oscillations of the organ-pipe", Trans. V.75, pp 15-28, 1953.
- 9) PUTNAM, A.A. e DENNIS, W.R. "Burner oscillations of the gauze-tonetype", J. Acoustical for American, V.26, nº 05, 1954.
- 10) PUTNAM, A.A. e DENNIS, W.R. "Suppression of burner oscillations by accoustical dampers", V.77, pp.875 -883, 1955.
- 11) SPEICH, W.R. e PUTNAM, A.A. e DENNIS, W.R. "Acoustic coupleing residential furnaces with their surroundings", TRANSASHARAE V.63, pp. 413, 1957.
- 12) HANBY, V.I. e BROWN, D.J. "A 50 lb/h pulsating combustor for pulverized coal", I. Inst. Full 41, pp, 423-425, Nov. 1968.
- 13) CARVALHO, Jr. J.A. "Investigations of the characteristics of a coal burning Rijke type pulsating combustor", Ph.D Thesis, Georgia Institute of Tecnologya, 1983.
- 14) WANG, M.R. "Mecanisms and performance of coal burning Rijke type pulsating combustors", Ph.D. Thesis, Georgia Institute, 1985.
- 15) FERREIRA, M.A. "Combustão pulsante de carvão vegetal em tubo de Rijke", Dissertação de Mestrado, Fac. de Eng. de Guaratinguetá, SP, 1989.
- 16) TORRES, E.A. "Combustão Pulsativa da Casca de Dendê", Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica/DEM, Universidade de São Paulo, 1990.

ESTUDO DA INTERFERÊNCIA DAS CHAMAS DE DIFUSÃO DE JATOS  
PARALELOS, DIVERGENTES E CONVERGENTES

V.R. ABDALLA; M.A. FERREIRA; E J.A. CARVALHO JR.  
Laboratório Associado de Combustão e Propulsão  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
12630-000 - Cachoeira Paulista - SP - Brasil

RESUMO

*Apresentam-se os resultados do estudo experimental da interferência entre duas chamas de difusão turbulentas de acetileno dispostas de forma paralela, divergente e convergente. Os comprimentos de chama foram obtidos por fotografias. Os parâmetros, número de Reynolds na saída dos jatos, ângulo e distância entre os jatos, foram variados neste estudo. Concluiu-se que o comportamento geral do comprimento de chama é a sua diminuição com o aumento dos ângulos de inclinação, a menos do caso arômalo de 10° convergente.*

INTRODUÇÃO

A queima de grandes volumes de gás, na atmosfera, através de um bico injetor, pode tornar-se uma operação de risco. O comprimento da chama, a radiação por ela emitida e a formação de poluentes são os principais fatores que uma vez controlados diminuem o risco, por exemplo em uma instalação industrial. Um método usual para a diminuição do comprimento de chama é a injeção do gás na atmosfera, feita através de múltiplos bicos injetores. Essa configuração de bicos (jatos) múltiplos induz diferentes condições de queima nas chamas. Estas diferentes condições de queima são, principalmente, funções tanto da distância entre os jatos, como do ângulo de injeção, da quantidade e da disposição geométrica dos jatos. Desta forma, a modificação das condições de queima de uma chama devido à presença de outra(s) chama(s) é denominada interferência de chamas.

Três principais efeitos decorrentes da interferência entre as chamas são: primeiro, a menor disponibilidade de oxidante entre as chamas; segundo, o aumento nos níveis de turbulência e, conseqüentemente, o aumento da taxa de mistura (combustível/oxidante) e terceiro, a união das chamas induz níveis de flutuações que são diferentes dos níveis obtidos quando as chamas estão separadas.

A interferência entre chamas livres e confinadas, ancoradas em queimadores, foi examinada experimentalmente por Lenze et al. (1975). Os experimentos foram feitos com 1, 3 e 5 queimadores usando-se gás natural e gás de rua. Fizeram-se medidas da concentração axial de CO, do comprimento e da largura das chamas. Os resultados mostraram que existe uma relação simples dos comprimentos das chamas de

queimadores múltiplos com o número de jatos e com a distância entre as chamas externas e a central.

Menon e Gollahalli (1985) estudaram os efeitos da interferência das chamas flutuantes de jatos múltiplos em ar estagnado para 1, 2, 3 e 5 queimadores de gás propano. Foram obtidos os comprimentos das chamas, altura de encontro das chamas, velocidade de "blowout", perfil de temperatura, radiação da chama e perfil da concentração de oxigênio, monóxido de carbono e óxido nítrico. Chegou-se a uma relação empírica para o comprimento da chama tendo como variáveis o número de jatos vizinhos, o diâmetro do bico de gás e a distância de separação entre os jatos externos e o jato central. Estes autores (Menon e Gollahalli (1988)) também estudaram experimentalmente o efeito da interação de jatos múltiplos na presença de escoamento transversal e forçado do oxidante, no caso o ar.

Heitor et al. (1991) analisaram experimentalmente as características da combustão de chamas flutuantes em interação mútua, através de seus comprimentos visíveis e da estrutura térmica. O estudo envolveu a caracterização de 1, 2, 3 e 5 bicos de gás de jatos paralelos de gás propano e metano. Foram analisados os casos de chamas luminosas e não luminosas, obtendo-se uma equação empírica para calcular o comprimento de chamas múltiplas.

Leite (1992) estudou queimadores multipontos para o gás acetileno com 1, 2, 3 e 5 bicos verticais e 2 e 3 bicos posicionados em linha, mantendo o paralelismo entre eles, e inclinados de 45°. Observou-se que no caso de  $a/d_0$  igual a vinte, onde  $a$  é a distância entre os centros dos queimadores e  $d_0$  o diâmetro de cada queimador, os comprimentos das chamas dos jatos inclinados era da ordem de 10% menores que os

comprimentos das chamas dos jatos verticais.

O objetivo do estudo apresentado neste trabalho é determinar o efeito da variação do ângulo de injeção de dois jatos de gás acetileno sobre os comprimentos das chamas obtidos. Foram propostos jatos convergentes e divergentes inclinados de 10°, 20°, 30° e 45° relativos ao eixo vertical e jatos paralelos.

#### DETALHES EXPERIMENTAIS

Os experimentos foram realizados em galpão de 50 m<sup>2</sup> de área com o objetivo de se evitar a influência de correntes de ar externo sobre a chama. O equipamento de teste era constituído de: cilindro de gás acetileno, medidor de vazão de gás do tipo placa de orifício concêntrico conectado a manômetros de tubo em U, distribuidor de gás e injetores. A Figura 1 apresenta o esquema do equipamento e também os arranjos dos injetores definindo o ângulo e a distância entre os jatos.

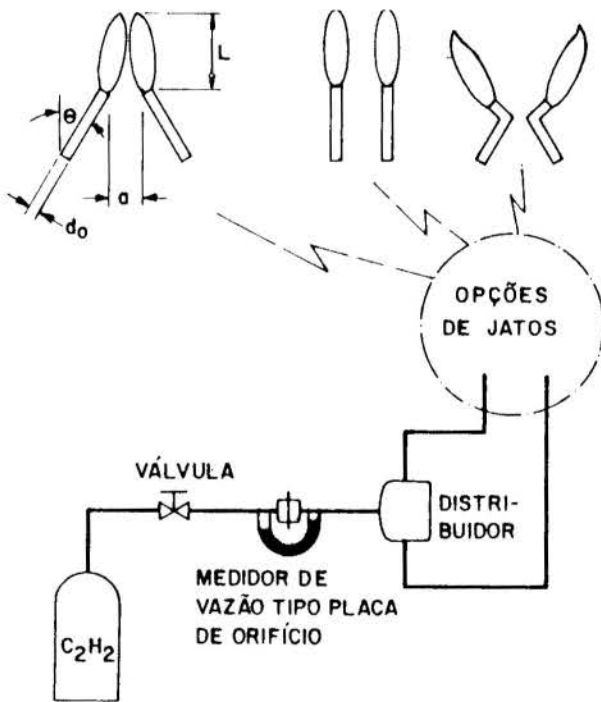


Figura 1. Esquema do Experimento.

Um dispositivo mecânico simples foi projetado, visando, primeiro, regular os ângulo e distância entre os jatos de forma contínua e, segundo, não fornecer impedimento ao escoamento de ar induzido pelas chamas.

Nos experimentos com jatos paralelos e convergentes, os bicos injetores eram de cobre, com diâmetro de saída igual a 3 mm e rosqueados a tubos de aço-inox com diâmetro externo de 1/4". Nos testes com jatos divergentes, os bicos eram de aço-inox com diâmetro de saída igual a 3 mm soldados a tubos de

aço-inox com diâmetro exteno de 5/16". Este último tipo de injetor foi necessário para se realizar os experimentos de jatos divergentes mantendo-os no mesmo plano.

Os comprimentos de chama foram obtidos através de fotografias com tempo de exposição de 2 segundos e filme de 25 ASA. As ampliações das fotos foram feitas em "slide" para melhor nitidez das imagens. O comprimento de chama foi definido como o comprimento da linha central da chama, desde o bico injetor até o final da primeira porção contínua da chama na fotografia.

#### RESULTADOS E DISCUSSÃO

**Jatos Paralelos.** Os experimentos com jatos paralelos foram realizados com a distância entre eles variando de 5, 10, 15 e 20 diâmetros do bico injetor e com os números de Reynolds variando de aproximadamente 6000, 9000, 12000 e 16000. Estes experimentos servem de parâmetro de comparação para as configurações de jatos convergentes e divergentes. A Figura 2 apresenta os resultados obtidos, ou seja, os comprimentos de chama como função do número de Reynolds e da distância entre os jatos.

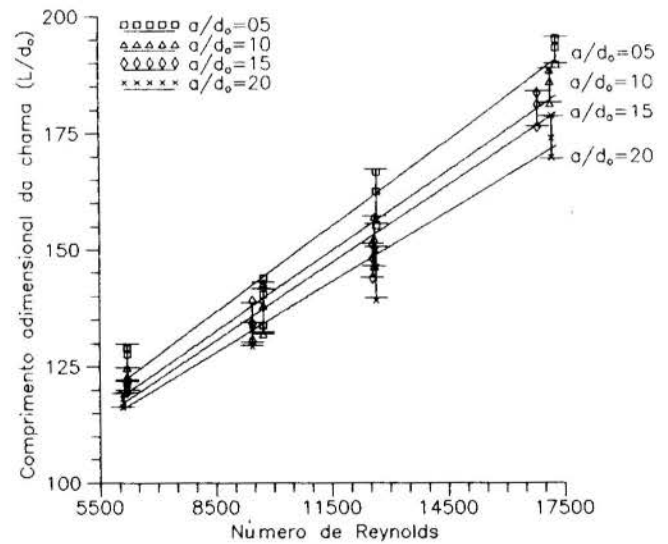


Figura 2. Comprimento de Chama para Jatos Paralelos.

Observa-se que o comprimento de chama aumenta com a diminuição da distância entre os jatos e com o aumento do número de Reynolds na saída dos jatos.

A Figura 3 apresenta a altura de encontro das chamas paralelas, também como função do Número de Reynolds e da distância entre os jatos.

Em se tratando de encontro das chamas, o aumento no número de Reynolds e a diminuição da distância entre os jatos causa a diminuição na altura de encontro. Este resultado, como elucidado por Menon e

Gollahalli (1985), vem da disponibilidade reduzida de oxidante entre as chamas causando o aumento no comprimento de chama.

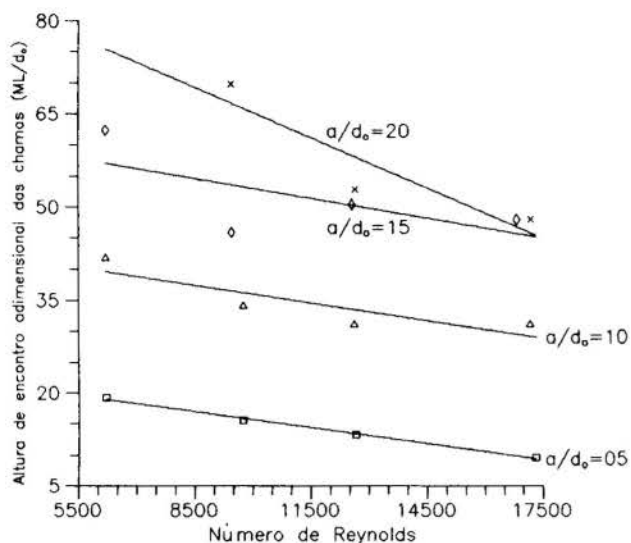


Figura 3. Altura de Encontro para Jatos Paralelos

**Jatos Convergentes.** Nos experimentos com jatos convergentes, os intervalos do número de Reynolds e as distâncias entre os centro dos jatos foram os mesmos que nos de jatos paralelos. Os ângulos de convergência, ou seja, os ângulos entre o injetor e a linha vertical, variaram de 10°, 20°, 30° e 45°.

A Figura 4 apresenta os resultados dos comprimentos de chama em relação ao número de Reynolds e a distância entre os jatos para os experimentos com ângulo de convergência de 10°.

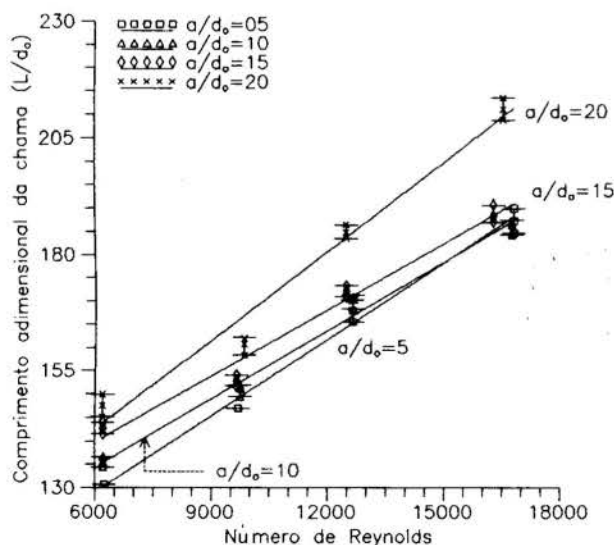


Figura 4. Comprimento de Chama para Convergência de 10°.

O aumento no comprimento de chama com o aumento do número de Reynolds segue a mesma tendência do

comportamento das chamas nos jatos paralelos, mas o aumento da distância entre os jatos acarreta no efeito contrário àquele ocorrido com jatos paralelos. Este efeito é devido ao aumento da altura de encontro das chamas com o aumento da distância entre os jatos, como indicado na Figura 5.

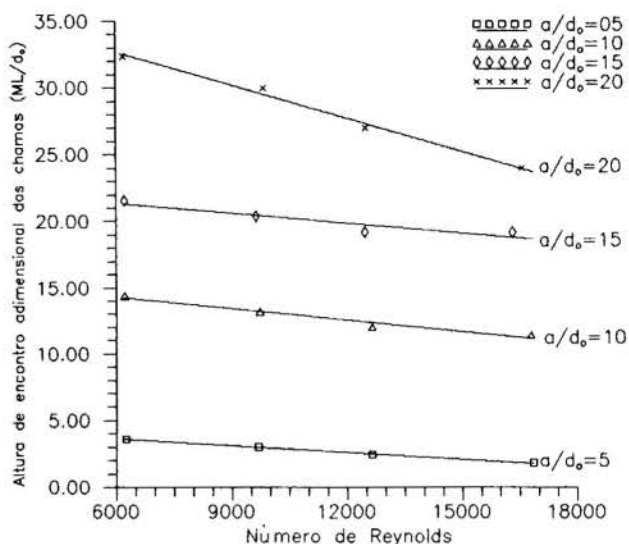


Figura 5. Altura de Encontro das Chamas de jatos com 10° de convergência.

As Figuras 6 e 7 apresentam os resultados do comprimento de chama e da altura de encontro das chamas, respectivamente, como função do número de Reynolds na saída do jato e da distância entre os injetores para o ângulo de convergência igual a 20°.

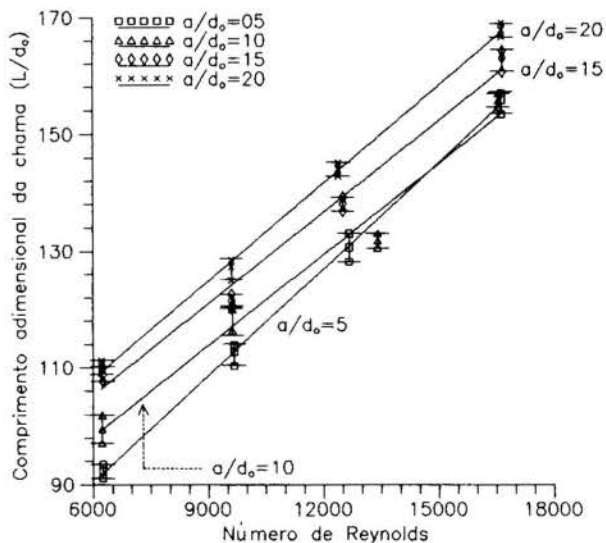


Figura 6. Comprimento de Chama para Ângulo de Convergência Igual a 20°.



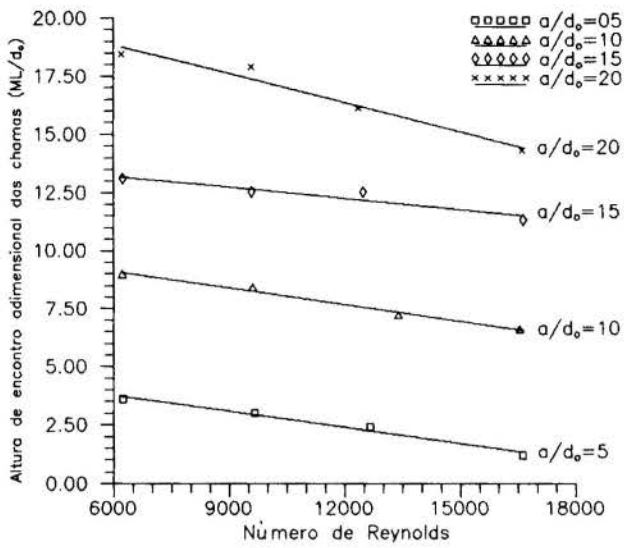


Figura 7. Altura de Encontro das Chamas de jatos com convergência de 20°.

Nas Figuras 8 e 9 são apresentados os resultados do comprimento de chama e da altura de encontro das chamas, respectivamente, em função do número de Reynolds na saída do jato e da distância entre os injetores para o ângulo de convergência igual a 30°.

Observa-se que para o caso em que as inclinações dos jatos são de 20° e 30°, tanto os comprimentos de chama como as alturas de encontro apresentam as mesmas tendências das dos jatos com 10° de inclinação.

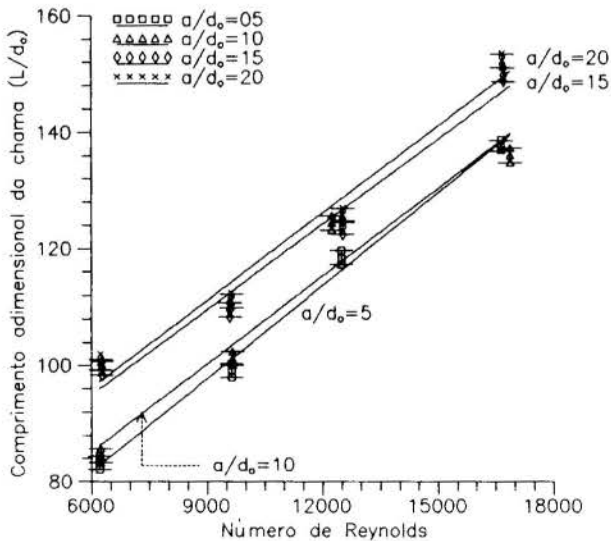


Figura 8. Comprimento de Chama para Ângulo de Convergência Igual a 30°.

Nota-se que para o caso de jatos com 45° de inclinação a tendência dos comprimentos de chama é a mesma dos casos anteriores (como mostrado na Figura 10), porém, a tendência das alturas de encontro não é apresentada, porque estas não puderam ser determinadas devido à saturação das fotos causadas pela grande radiação

emitida pela chama nesta configuração de 45° convergente.

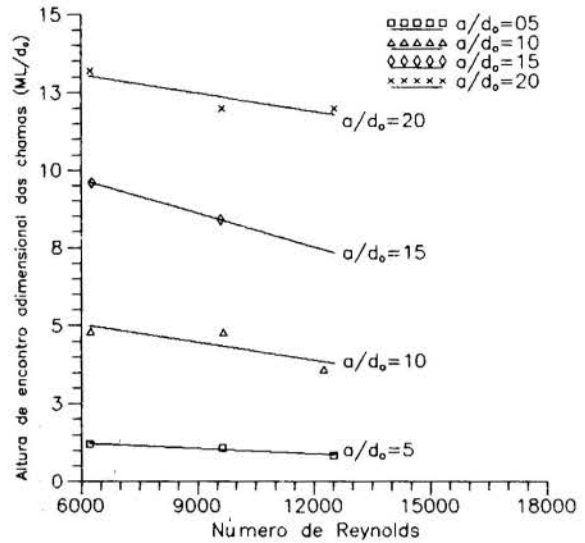


Figura 9. Altura de Encontro das Chamas de jatos com convergência de 30°.

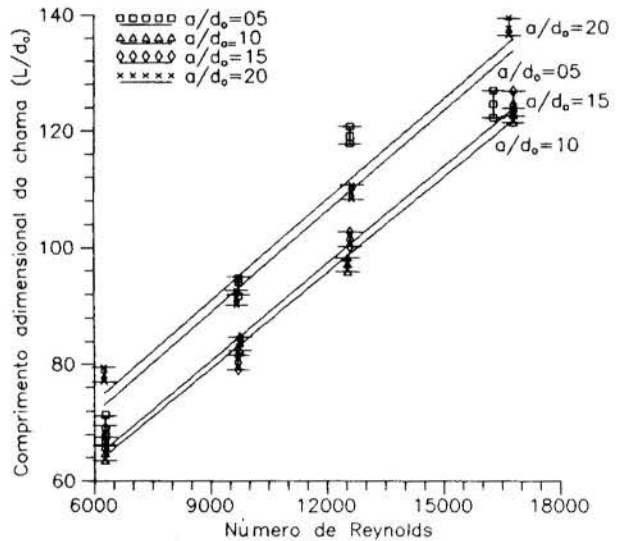


Figura 10. Comprimento de Chama para Ângulo de Convergência Igual a 45°.

**Jatos Divergentes.** Como no caso com jatos convergentes, nos experimentos de jatos divergentes os intervalos do número de Reynolds e as distâncias entre os centros dos jatos foram, novamente, os mesmos que nos de jatos paralelos, a menos dos experimentos com 30° e 45° cujas distâncias de separação dos jatos foram de 6 e 7 diâmetros do injetor, respectivamente, devido a impossibilidade física do bicos. Os ângulos de divergência, ou seja, os ângulos entre o injetor e a linha vertical, variaram de 10°, 20°, 30° e 45°.

Os comprimentos de chama, obtido dos experimentos com ângulo de divergência de 10°, são apresentados na Figura 11.

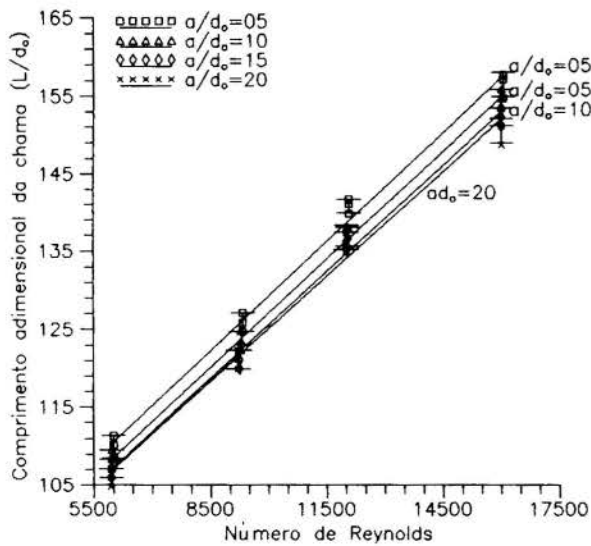


Figura 11. Comprimento de Chama para Ângulo de Divergência Igual a 10°.

Na figura acima observa-se que o comprimento de chama aumenta com o aumento do número de Reynolds e com a diminuição da distância entre os jatos.

Nas Figuras 12, 13 e 14, são apresentados os resultados dos comprimentos de chama para as configurações de jatos inclinados de 20°, 30° e 45°, respectivamente.

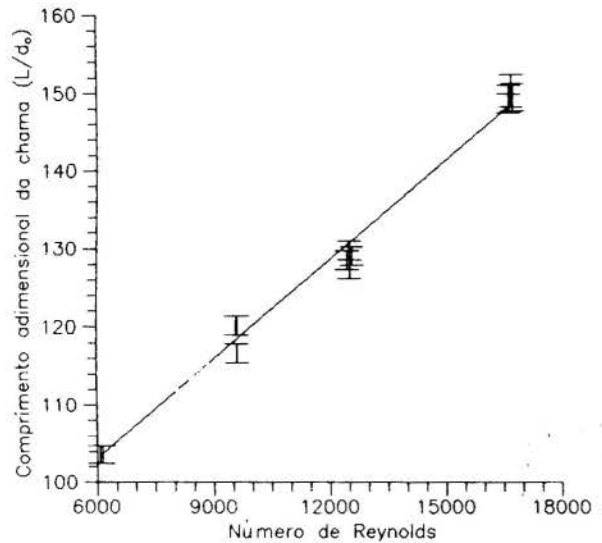


Figura 12. Comprimento de Chama para Ângulo de Divergência Igual a 20°.

Observa-se, em cada figura, que aparece somente um ajuste das curvas, porque estas se encontram muito próximas. Estas proximidades das curvas ocorrem devido à pequena influência da distância entre os jatos sobre os comprimentos de chama.

Os ajustes de curvas nas figuras são obtidos através de regressão linear e as barras de erros através do desvio padrão.

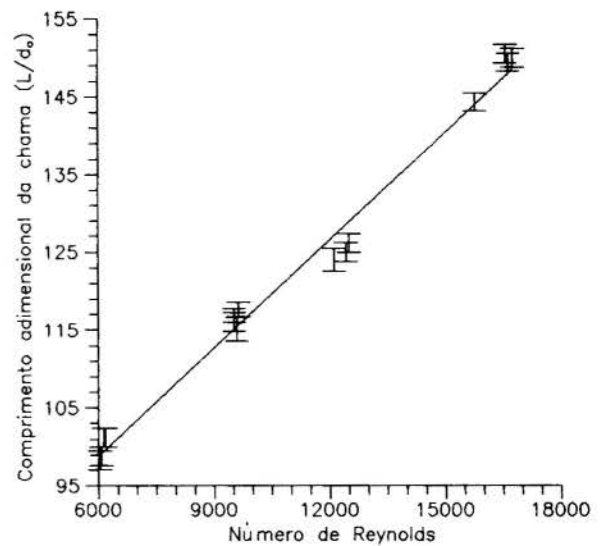


Figura 13. Comprimento de Chama para Ângulo de Divergência Igual a 30°.

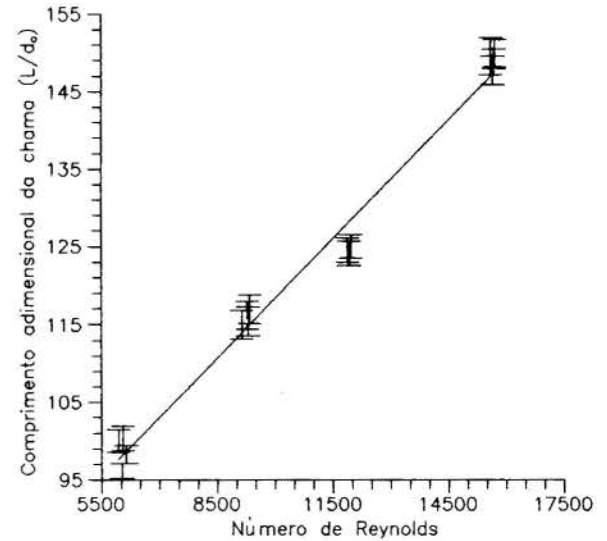


Figura 14. Comprimento de Chama para Ângulo de Divergência Igual a 45°.

#### CONCLUSÕES

Dos experimentos com jatos paralelos conclui-se que a distância de não interferência entre as chamas é igual a vinte diâmetros do bico injetor. Este resultado concorda com os resultados existentes na literatura (Gollahalli (1985) e Leite (1992)).

Para os experimentos com ângulos divergentes observou-se que existe um ângulo de não interferência entre as chamas, sendo este ângulo igual a 20°. Nestes experimentos observou-se que os comprimentos de chama diminuem com o aumento do ângulo de inclinação.

No caso dos experimentos com jatos convergentes um resultado um pouco mais singular foi obtido; para ângulos maiores que 10°, o comportamento da chama foi

o de diminuir com o aumento do ângulo, enquanto que para ângulos de  $10^\circ$  os comprimentos de chama foram os maiores obtidos de todos os experimentos.

A razão física que certamente governa o comprimento de chama nos casos de jatos convergentes, exceto no caso do ângulo de  $10^\circ$ , e de jatos divergentes é a hidrodinâmica dos jatos, isto é, a diminuição da componente da velocidade na direção vertical faz com que o gás tenha mais tempo para se aquecer e atingir a temperatura de ignição em uma região menor; desta forma, ocorre a diminuição do comprimento de chama.

Para o caso anômalo de  $10^\circ$  convergentes, o fator de disponibilidade do oxidante entre as chamas parece imperar sobre a hidrodinâmica dos jatos (uma vez que para pequenos ângulos a diminuição da componente da velocidade pode ser desprezível).

#### REFERÊNCIAS

- . Heitor, M.V., Pires, A.C. and Simões, J.P. "The Thermal Characteristics and radiation of Propane Jet Flame in a Concentric Stream", Proceedings of the XI Brazilian Congress of Mechanical Engineering, São Paulo, 1991.
- . Leite, A.O.P. "Estudos de Queimadores Multipontos para Gases," Dissertação de Mestrado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil, 1992.
- . Lenze, R., Milano, M.E. and Guther, R. "The Mutual Influence of Jet Diffusion Flame," Combustion Science and Technology, Vol. 11, pp. 1-8, 1975.
- . Menon, R. and Gollahalli, S.R. "Multiple Jet Gas Flame in Still Air," Heat Transfer in Fire Combustion Systems, Vol. 45, pp. 127-133, 1985.
- . Menon, R. and Gollahalli, S.R. "Combustion Characteristics of interacting Multiple Jets in Cross Flow," Combustion Science And Technology, Vol. 60, pp. 375-389, 1988.

#### ABSTRACT

This paper presents the results of an experimental investigation of the interference between parallel, divergent and convergent acetylene turbulent diffusion flames. The flame lengths were obtained by photography: the parameters - jet Reynolds number, angle and distance between jets - were varied in this study. The general behavior of flame length is its

decrease with increase of inclination angle, except flames length for the  $10^\circ$  case.

ESTUDO DA QUEIMA DE GÁS EM COMBUSTOR PULSANTE  
TIPO TUBO DE RIJKE

Momma, L.J.; Abdalla, V.R.; Ferreira, M.A.; e Carvalho, J.A. Jr  
Laboratório Associado de Combustão e Propulsão  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
12630-000 - Cachoeira Paulista - SP - Brasil

RESUMO

*Neste trabalho apresentam-se os resultados do estudo experimental da queima de gás em combustores pulsantes tipo tubo de Rijke. O GLP (Gás Liquefeito de Petróleo) foi o gás utilizado em todos os testes. As condições de injeção do gás no combustor foram determinadas pelo número de tubos distribuidores, pela vazão de gás ( $\dot{m}$ ) e pela razão ar/combustível normalizada ( $\alpha$ ). Obteve-se que de uma maneira geral, a tendência das amplitudes de pressão acústica é a de inicialmente crescer com o aumento de  $\dot{m}$  ou de  $\alpha$  até um máximo valor, em torno do qual há uma certa estabilização para posteriormente decrescer.*

INTRODUÇÃO

A combustão pulsante é estudada desde o século dezoito e o interesse na mesma tem sido renovado nos dias atuais devido às indicações de que sua aplicação na geração de energia pode oferecer as seguintes vantagens: economia de combustível, formação reduzida de poluentes, aumento das taxas de transferência de calor convectiva, escória reduzida e investimento de capital reduzido quando comparado às técnicas convencionais.

A chama musical ou cantante é, provavelmente, o primeiro exemplo conhecido de combustão pulsante, a qual foi relatada por Byron Higgins em 1777 (em Wood, 1966 e Tyndall, 1970). Som de considerável amplitude pode ser gerado quando uma chama é ancorada em um queimador de gás colocado dentro de um tubo. O som gerado é devido à excitação do modo acústico fundamental ou de um dos harmônicos do tubo, e sua ocorrência depende das características do queimador e da chama.

Um critério simples, que determina se a oscilação de pressão será amplificada ou não, devido ao processo de adição de calor, foi estabelecido por Lord Rayleigh (1945). Segundo Rayleigh, um processo de combustão exibirá caráter oscilatório quando o máximo e o mínimo da taxa de liberação de calor coincidirem com a fase de compressão e de rarefação da onda de pressão acústica, respectivamente; neste caso, as oscilações acústicas de pressão serão amplificadas. Ocorrendo o inverso, a oscilação de pressão será atenuada. Por outro lado, a frequência da oscilação, modificar-se-á se a adição de calor ao gás ocorrer instantaneamente quando a amplitude da oscilação de pressão for zero.

Putnam e Dennis (1953) colocaram o critério de Rayleigh em uma forma matemática precisa, que estabelece que a amplitude de oscilação crescerá quando

$$\oint Q P' dt > 0, \quad (1)$$

onde  $Q$  é a taxa de energia instantânea adicionada,  $P'$  a diferença entre a pressão instantânea e a pressão média (pressão acústica),  $t$  o tempo e  $\oint$  a integração sobre um ciclo de oscilação.

O critério de Rayleigh é uma condição necessária para a ocorrência de oscilações acústicas, mas não suficiente, uma vez que o mesmo não elucida o mecanismo responsável pelo surgimento das oscilações.

Um tipo de combustor pulsante que tem merecido atenção especial ultimamente é o combustor tipo tubo de Rijke. O tubo de Rijke (Lord Rayleigh, 1945; Wood, 1966) foi descoberto em 1859 por Rijke, o qual notou que fortes oscilações acústicas eram excitadas quando uma tela metálica aquecida era colocada na metade inferior de um tubo vertical aberto em ambas as extremidades, dentro do qual escoava ar frio, de baixo para cima.

O presente trabalho apresenta os resultados do estudo experimental da queima de gás em um combustor pulsante tipo tubo de Rijke. O Gás Liquefeito de Petróleo foi utilizado em todos os experimentos. Neste trabalho foram variadas as condições de injeção do gás no combustor, a saber: quanto à configuração do injetor, trabalhou-se sem os tubos, com seis tubos e com doze tubos de injeção, e quanto à razão ar/combustível normalizada (razão ar/combustível dividida pela razão ar/combustível estequiométrica), esta foi tanto constante como variável nos testes sem



tubos e nos com 12 tubos e apenas variável nos com seis tubos.

#### DETALHES EXPERIMENTAIS

O equipamento de teste era basicamente constituído de cilindros de gás GLP, compressor de ar, medidores de vazão de gás do tipo placa de orifício concêntrico conectado a manômetros de tubo em U, injetor de gás, combustor pulsante tipo tubo de Rijke, sensores de pressão e temperatura e sistema de aquisição de dados.

O combustor, mostrado na Figura 1, é modular, de aço 1020, com 320 cm de comprimento máximo e 20 cm de diâmetro interno. Sob este dispositivo encontra-se uma câmara de desacoplamento de 65 cm de diâmetro interno e 120 cm de altura, para permitir tanto a simulação da condição de contorno de tubo aberto na extremidade inferior como o controle do fluxo de ar e de gás combustível. Alguns módulos são revestidos com camisa d'água para refrigeração de suas paredes.

O injetor de gás consiste de tubos de aço de 6 mm de diâmetro interno e 72 mm de comprimento dispostos de forma radialmente uniforme. O número máximo de tubos é 12, sendo possíveis, também, as versões de 6, 4, 3 e 0 tubos. Em cada tubo há 8 orifícios de 1 mm de diâmetro, igualmente espaçados, distribuídos ao longo de seu comprimento.

O injetor de gás está acoplado a um sistema cujo mecanismo de suspensão é similar ao de um telescópio, de forma que ambos possam ser posicionados em qualquer altura desejada. Em todos os ensaios o injetor de gás estava posicionado a aproximadamente 70 cm acima da base do tubo.

Na parede do combustor estão fixados três termopares chromel-alumel tipo K, bitola 1,5 mm, para medidas de temperaturas dos gases dentro do combustor nos seguintes locais: a 25 cm, 150 cm e 308 cm acima da base do tubo; nas posições de entrada e saída da água de refrigeração estão fixados os termopares chromel-alumel tipo K, bitola 6 mm. Tais termopares estão ligados ao sistema de aquisição de dados o qual fornece a leitura das temperaturas medidas. Os termopares são diretamente ligados ao HP sem compensação térmica porque o aparelho possui a compensação interna.

As amplitudes de pressão acústica são monitoradas por transdutores de pressão piezoelétricos Kistler tipo 7261 sendo que um deles está posicionado a 160 cm acima da base do tubo, ou seja, na seção média deste, que corresponde aproximadamente ao local onde a amplitude de pressão acústica do modo fundamental de oscilação é máxima. Os demais transdutores de pressão

estão instalados a 15 cm, 58 cm e 80 cm acima da base do tubo. Os sinais dos transdutores de pressão seguem para um amplificador de carga Kistler tipo 5006 e posteriormente são transferidos para uma tela do osciloscópio Tektronix modelo 7633 para a visualização das amplitudes e frequências da pressão acústica. A leitura das frequências da oscilação de pressão é efetuada por intermédio de freqüencímetros Tektronix modelo FD15 e Analog modelo F1800.

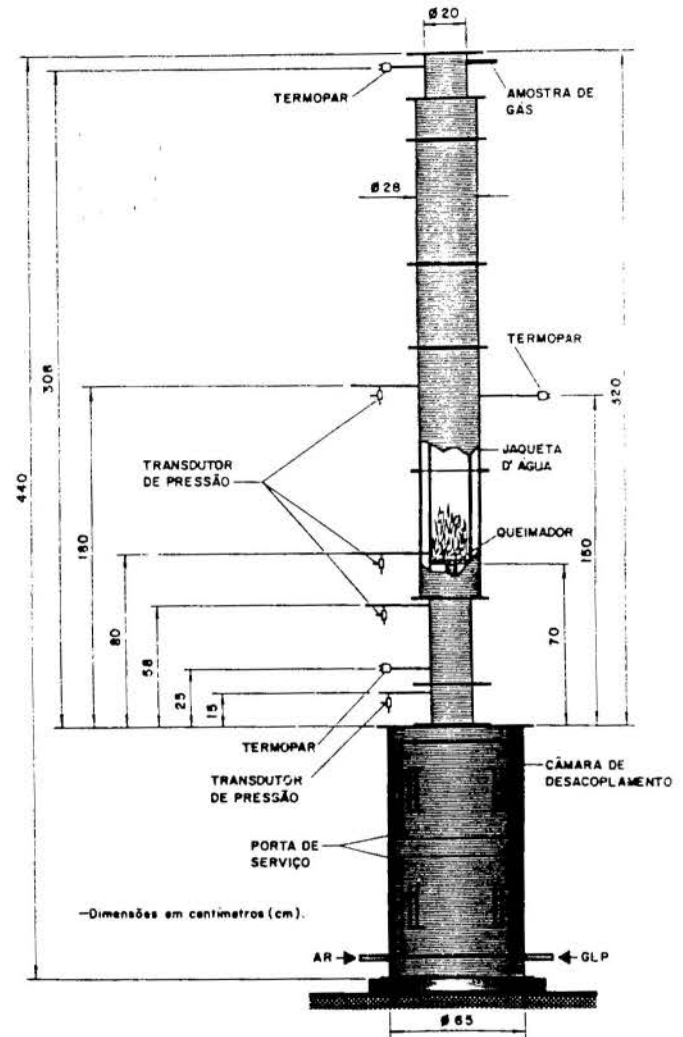


Figura 1. Combustor tipo tubo de Rijke e instrumentação associada.

Os dados são adquiridos, ao longo do teste, de um total de 500 varreduras. Em cada varredura faz-se as leituras de 6 termopares e 4 transdutores de pressão (pressões e frequências acústicas).

A ignição era efetuada usando-se uma pequena tocha a qual era previamente embebida em álcool. Imediatamente após a introdução da tocha acesa, através de uma das janelas do combustor, para dentro deste, no qual escoava ar, abria-se a válvula do gás combustível. Logo em seguida a janela era fechada.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nos testes realizados com a razão ar/combustível normalizada constante, operou-se com variação tanto da vazão de combustível como de ar, de forma a manter tal razão em torno de 1,10.

Nos testes em que a razão ar/combustível normalizada não foi mantida constante, operou-se com vazão constante de combustível em torno de 1,20 g/s, incrementando-se a vazão de ar.

Ensaio sem os Tubos do Distribuidor. Com o bico injetor sem os tubos, não houve oscilações acústicas em momento algum por mais que se variasse a razão ar/combustível e a vazão de gás. Com esta configuração, a chama estava concentrada ao longo do eixo do tubo, tendo maior comprimento que as chamas divididas para a mesma vazão de gás. Com a distribuição de calor em uma região mais longa do tubo, é indicativo que o calor disponível em região determinada pelo critério de Rayleigh (na metade inferior do tubo) não era suficiente para excitação e manutenção das oscilações.

DISTRIBUIDOR COM 12 TUBOS E  $\alpha$  CONSTANTE. Para esta situação observa-se que as amplitudes de pressão acústica crescem com o aumento da vazão de combustível até  $\dot{m}_c$  aproximadamente 2,2 g/s, após a qual observa-se pouco crescimento das amplitudes, sugerindo assim uma estabilização dos valores das mesmas, como mostrado na Figura 2. Esta estabilização provavelmente se deve ao fato da chama estar ocupando toda a extensão do tubo, para o caso de altas vazões de ar e combustível. Esta observação concorda com o princípio de Bosscha e Riess que afirma que um aquecimento na metade superior do tubo de Rijke implica em amortecimento das oscilações acústicas. A amplitude máxima obtida, no centro do combustor, foi aproximadamente 30 mBar. As frequências das oscilações variaram entre 67 e 74 Hz.

Na Figura 3, observa-se que a temperatura dos gases de combustão cresce com o aumento das vazões de combustível. Nota-se que a diferença de temperaturas entre a saída e o centro do tubo diminui com o aumento da vazão de combustível, conforme esperado.

Nos experimentos realizados, observou-se que as queimas, apesar da presença das oscilações, eram bastante enfumaçadas e somente após o aumento do excesso de ar a fumaça era eliminada e as amplitudes de pressão acústica incrementadas. Notou-se que, em um dos testes, ao ignitar-se em baixas vazões de ar e combustível, o regime oscilatório era impossível de ser atingido. Somente após o aumento destas vazões as pulsações se iniciaram. Em outro teste, apesar da

ignição ocorrer com altas vazões de ar e combustível, as oscilações iniciais apresentaram baixas amplitudes de pressão, sendo amplificadas somente após a injeção de ar comprimido no orifício destinado a um dos transdutores de pressão. Este fato indica que quaisquer perturbações são capazes de alterar os níveis de amplitudes de pressão.

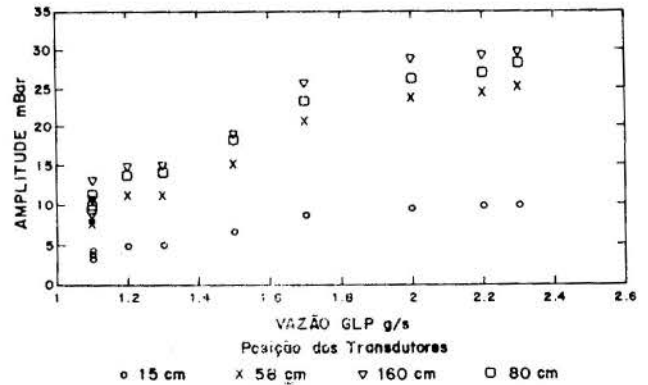


Figura 2. Variação das amplitudes de pressão acústica com a vazão de GLP. Ensaio com 12 tubos e  $\alpha$  constante.

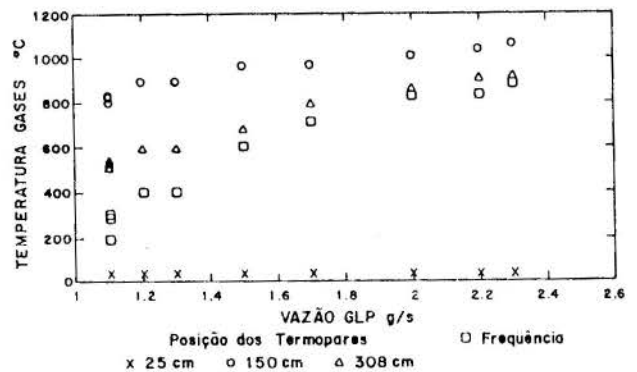


Figura 3. Variação das temperaturas dos gases e da frequência com a vazão de GLP. Ensaio com 12 tubos e  $\alpha$  constante.

DISTRIBUIDOR COM 12 TUBOS E  $\alpha$  VARIÁVEL. Para os testes executados nestas condições, sendo a vazão de GLP mantida em torno de 1,2 g/s, observa-se que, conforme o gráfico da Figura 4, as amplitudes de pressão acústica crescem à medida que a razão ar/combustível normalizada é aumentada. Este crescimento da amplitude de pressão se deve ao aumento da velocidade dos gases no tubo, caso similar ao de uma flauta. A combustão, porém, é necessária para gerar as perturbações e assim manter as oscilações acústicas. No centro do combustor, a máxima amplitude de pressão obtida foi 27,2 mbar correspondendo ao valor de  $\alpha$  igual a 1,91.

Na Figura 5 são apresentadas as temperaturas dos gases de combustão na seção média e na saída do

combustor. Na seção média do tubo, a temperatura dos gases aumenta de 777°C até 830°C, que é a temperatura máxima atingida, quando  $\alpha$  aumenta de 1,05 a 1,21. Isto se justifica face ao aumento da eficiência de combustão e a variações do comprimento de chama conforme  $\alpha$  aumenta. Posteriormente a temperatura naquele local experimenta um leve declínio à medida que a vazão de ar cresce, fato explicado pela maior disponibilidade de oxidante.

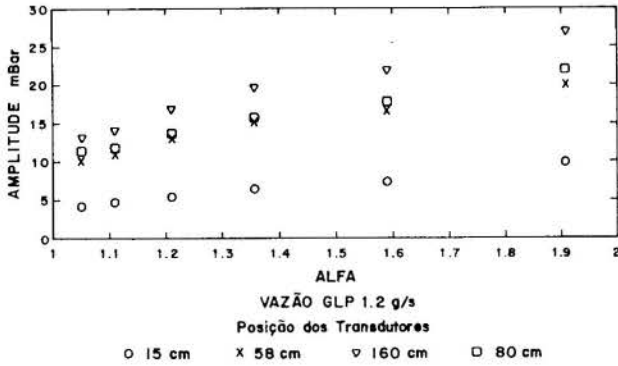


Figura 4. Variação das amplitudes de pressão acústica com  $\alpha$ . Ensaio com 12 tubos e  $\alpha$  variável.

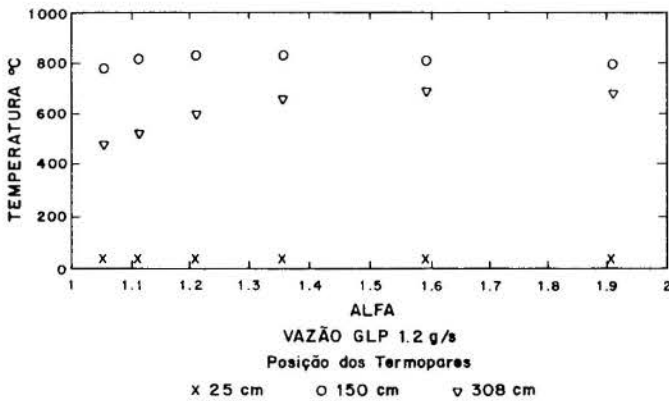


Figura 5. Variação das temperaturas dos gases com  $\alpha$ . Ensaio com 12 tubos e  $\alpha$  variável.

Quanto à temperatura dos gases na saída do tubo, inicialmente há uma forte elevação de 474 até 656°C à medida que  $\alpha$  aumenta de 1,05 até 1,36. Esta elevação íngreme da temperatura é justificada pelo fato de que o aumento da vazão de ar tende a elevar a eficiência de combustão, assim liberando mais calor. Posteriormente, a elevação desta temperatura segue uma tendência mais suave e estável com o aumento do excesso de oxidante.

A ignição nestes testes foi efetuada em regime de baixas vazões de ar e as oscilações iniciaram-se imediatamente após a ignição. No entanto, a queima se apresentava enfumaçada. Com o aumento do excesso de ar, a fumaça foi eliminada.

Distribuidor com 6 Tubos e  $\alpha$  Variável. Os primeiros resultados para o distribuidor de 6 tubos são apresentados na Figura 6, de onde se observa que as amplitudes de pressão acústica na seção média do tubo aumentam com o aumento de  $\alpha$  até aproximadamente  $\alpha$  igual a 1,34, correspondente à máxima amplitude, no centro do tubo, igual a 29,7 mBar. Posteriormente, à medida que se aumentou a vazão de ar, as amplitudes decresceram em todas as posições, tendendo a valores constantes para  $\alpha$  superior a 1,7. Este resultado difere daquele anteriormente apresentado para 12 tubos (Figura 4) em dois aspectos: a) um máximo de amplitude é atingido para  $\alpha$  em torno de 1,3 e b) as amplitudes são maiores. As razões para estas diferenças provavelmente estão relacionadas com as configurações de chama e com a perdas de carga através do queimador para os dois casos.

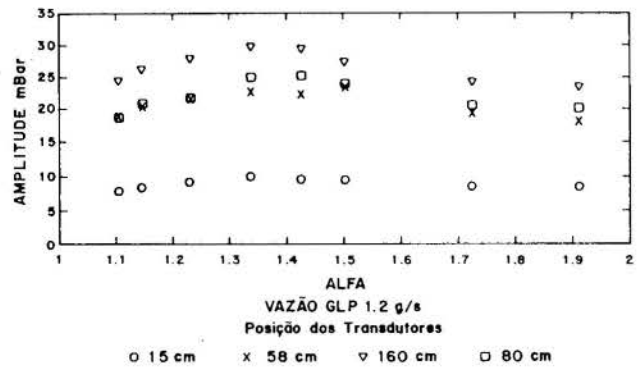


Figura 6. Variação das amplitudes de pressão acústica com  $\alpha$ . Ensaio com 6 tubos e  $\alpha$  variável.

Com relação à temperatura dos gases de combustão, observa-se na Figura 7 que a temperatura no centro do combustor manteve-se praticamente constante em 850°C com o aumento da razão ar/combustível normalizada até esta razão assumir o valor 1,43, e, em seguida, diminuiu lentamente. Todavia a temperatura medida na saída do combustor, elevou-se até a razão ar/combustível normalizada assumir o valor 1,43 correspondendo à temperatura dos gases na saída igual a 657°C. Esta temperatura não se alterou, mesmo com os aumentos posteriores da razão ar/combustível normalizada. Uma comparação com os dados para 12 tubos (Figura 5) mostra que não houve alterações substanciais entre as temperaturas dos gases obtidas para as duas configurações do queimador.

#### CONCLUSÃO

A queima de gás no combustor pulsante tipo tubo de Rijke foi relativamente simples porque, para sua efetivação, o aparelho foi adaptado a dispositivos

simples. O controle da alimentação do combustível foi facilitado pelo uso de válvulas, sendo a ignição efetuada sem dificuldades. As amplitudes de pressão rapidamente alcançavam patamares estáveis e foi possível a realização dos ensaios por longos períodos, sem interrupção.

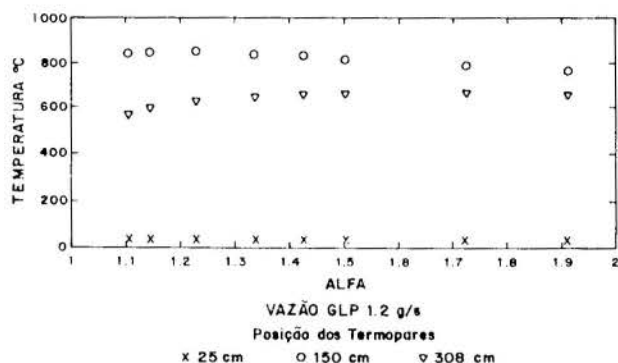


Figura 7. Variação das temperaturas dos gases com  $\alpha$ .  
Ensaio com 6 tubos e  $\alpha$  variável.

De uma maneira geral, a tendência das amplitudes de pressão acústica, em todos os casos analisados, é a de inicialmente crescer com o aumento da vazão de combustível ou da razão ar/combustível normalizada até um máximo valor, em torno do qual há uma certa estabilização para posteriormente decrescer. Há indícios que esta tendência esteja relacionada com a temperatura no interior do combustor. Observa-se que a diferença de temperatura dos gases entre a saída e a seção média do tubo decresce, em todos os casos.

Para o caso de  $\alpha$  constante, esta diminuição da diferença das temperaturas dos gases decorre do crescimento da chama. O crescimento é confirmado tanto visualmente como pelos dados das temperaturas no centro e na saída do tubo que sempre crescem com o aumento das vazões de ar e GLP. A chama começa a procurar ocupar toda a extensão do tubo, à medida que se aumentam as vazões de ar e combustível, diminuindo então o gradiente de temperatura entre a posição 1/4 do comprimento do tubo e a saída do mesmo. Assim, a máxima liberação de calor deixa de ocorrer na metade inferior do tubo como estabelecido por Rijke. Consequentemente, o amortecimento das oscilações é favorecido. Evidentemente, há diversos fatores que também favorecem o amortecimento, dependendo do caso.

Para o caso de  $\alpha$  variável, também ocorre o decréscimo da diferença de temperaturas dos gases na saída e no centro do combustor. Contudo, observa-se que a temperatura no centro do tubo sempre diminui conforme se aumenta  $\alpha$ , enquanto na saída a temperatura ou cresce ou mantém-se aproximadamente estável. Estes

dados indicam que ocorre diminuição do comprimento da chama com o incremento da vazão de oxidante, concentrando-se a troca de calor nas regiões mais próximas à metade inferior do tubo. Desta maneira, as amplitudes crescem até um valor limite e posteriormente tendem a decrescer quando as vazões de oxidante são mais elevadas, devido à perda de calor da chama para o excesso de ar, e aquecimento por convecção dos gases da parte superior do tubo, os quais diminuem o gradiente de temperatura entre a metade inferior e a saída do combustor. Assim, à medida que as temperaturas nos diversos pontos do combustor tornam-se próximas e não mais ocorrendo máxima liberação de calor na metade inferior do tubo, as amplitudes tendem a decrescer.

Constatou-se de todos os ensaios, exceto para o teste com 6 tubos e  $\alpha$  variável no qual obteve-se a frequência de 69 Hz constante durante todo o ensaio, que o crescimento das frequências de oscilações está relacionada com o aumento das vazões tanto de ar como de combustível, ou seja, quanto maiores as vazões destes, maiores eram as frequências, como mostrado por Momma (1993).

#### REFERÊNCIAS

- . Lord Rayleigh, "The Theory of Sound", Dover, New York, 1945.
- . Momma, L.J., "Estudo da Frequência e Amplitude de Pressão Acústica em Combustores Pulsantes Tipo Tubo de Rijke", Dissertação de Mestrado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil, 1993.
- . Putnam, A.A. and Dennis, W.R. "A Study of Burner Oscillations of the Organ-Pipe Type", Transaction of ASME, Vol. 75, pp. 15-28, 1953.
- . Tyndall, J., "Sound", Physical Sciences, Vol. 30, pp. 231-257, 1970.
- . Wood, A., "Acoustics", Dover, New York, 1966.

#### ABSTRACT

This paper presents the result of an experimental study of the gas burning in Rijke type pulsating combustor. The LPG was utilized in all experiments. The injection condition was varied by the number of distributor tube, by the mass flow of gas fuel ( $\dot{m}$ ) and by the normalized air/fuel ratio ( $\alpha$ ). The general behavior of the amplitude of acoustics pressure is the



initial rise with the increase of  $\dot{m}$  or  $\alpha$  up to it reaches a maximum value, around one there is a stabilization and afterwards it decreases.

## AN INTEGRO-DIFFERENTIAL MODEL FOR THE HEAT TRANSFER IN FOREST FIRES

Antonini Puppim Macedo & Antonio C.P. Brasil Jr.  
Universidade de Brasília  
Departamento de Engenharia Mecânica  
70910-900 Brasília. Brasil

### ABSTRACT

*The influence of radiative changes between the flame and the forest material, at ground level, is given by integral models deriving from the radiosity balance between an emitting volume and the receiving surface. Thus, the heat transfer can be described by a convolution integral where the flame influence is quantified by a Green function that describes the heat exchange decay by the distance from the flame. From this approach, the formulation of an integro-differential model is proposed and numerically implemented by a Monte Carlo Integration / Explicit Euler propagation coupled method.*

### INTRODUCTION

Physical phenomena involved in the combustion of forest biomass, during natural or accidental fires, are extremely complex and its behavior involves advanced knowledge related to fluid dynamics and heat transfer in reacting media. The current importance of the study of this kind of problems, within the scope of mathematical modelization and numerical simulation, as well as advanced experimentation, are justified by the growth of the international interests related to environmental questions. An important point of interest is the necessity of evaluation of the amount of emissions in atmosphere, specially  $CO$ ,  $CO_2$ , and particulates, due to forest biomass burn.

Besides many environmental problems related to forest fires, one can list some of great importance: the after cutting burning in Amazon (*Queimada*), the natural fires in the Brazilian *Cerrado*, the pasture maintenance fires in Amazon and sugar cane culture burns. A priority might be given to the *Queimada* due to its large amounts of  $CO_2$  emissions involved. In this process, an area of the forest is cut during the beginning of the Amazon dry season (june to october). Two or three months later, when the forest material is dry, it is burned. Part of it is converted in combustion gases, and this way, spread into the atmosphere. Other part is laid on the ground in the form of *char*.

As this practice is very used during the dry season in Amazon, in recent years, several burns have been observed inducing many controversies about its rule in the increase of the Greenhouse effect. Some recent works such as Kirkchoff (1993), Kirkchoff et al. (1989), Carvalho et al. (1993), Fearnside et al. (1993) and Kaulfinan et al. (1992) show that the rates of  $CO_2$  emissions in the atmosphere are less than the amount stated in several international works, and that new experimental and theoretical studies must be strongly encouraged.

Among some works related to the simulation and modelization of physical phenomena during forest fires, the Russian literature is specially rich. The works developed by Dorrer (1984a), (1984b) present models of propagation of forest fires that are adopted as a basis for the present work. The works of Brabander et al. (1989) e Grishin et al.(1985) use a mixture theory like approach that describes conveniently *in situ* observations of fires in

homogeneous forests. Still on the russian literature, the works of Konev (1984), on the propagation of flame fronts in surface fires, and Grishin et al (1984). about the effects of thermals during forest fires are cited.

Some other works present relevant aspects of heat transfer in forest fires: The works from Rothermel (1972) and Albin (1976). In this last work, the heat transfer is quantified by a Green Function integral. This model is the basis of the works from Dorrer cited above. Anderson (1968) proposes a simplified model of forest fires propagation based on discrete convolution methods which were recently improved by Richards (1988).

Some combustion-fluid dynamics coupled approaches can also be found in the literature (Siqueira (1993)). In this work, the simplified model of Rothermel is coupled to a turbulent flow simulation code.

### MATHEMATICAL MODEL

The propagation of the combustion in a general layer of forest fuel will be considered in a fixed cartesian coordinate system  $x, y, z$ . In two dimensions, a continuous layer  $\Omega(x, y)$  can be considered for surface fires. In a generic point  $C(x, y)$  of this layer the potential forest fuel, in a time instant  $t$ , can be in one of three states defined by the function  $s(x, y, t)$ :

$$s(x, y, t) = \begin{cases} 0, & \text{if there is potential fuel, but no} \\ & \text{combustion;} \\ 1, & \text{if there is combustion (mass decay);} \\ 2, & \text{if there is no potential fuel and the} \\ & \text{combustion is impossible.} \end{cases} \quad (1)$$

In  $s(x, y, t) = 0$  generally the heating and evaporation are related only to the moisture, so it is a process involving only water. Therefore, a general equation for the enthalpy increase is valid.

In  $s(x, y, t) = 1$  a biomass combustion model can be implemented by proposing a general rule to the chemical components of the combustion products. The combustion of forest fuels is quantified by the kinetics of the pyrolysis reaction.

In this process, reaction velocity is established for the formation of each of its products and also for each

complete reaction stage. To evaluate a general description for a forest fire, a global reaction model is proposed for the mass decay in this point  $C(x, y)$  at  $s(x, y, t) = 1$  as follows:

$$\frac{\partial m(x, y, t)}{\partial t} = -K \quad (2)$$

where  $K$  is the velocity rate of reaction that can be given by a Arrhenius term:

$$K = A([O_2], T) \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (3)$$

In this equation,  $[O_2]$  is the concentration of oxygen in the air layer in contact with the material in combustion.  $T$  is the gas temperature and  $R$  the gas constant.  $A$  and  $E$  are characteristics constants of the combustion of forest material (see Kaviani & Fatehi (1992)). These constants can also be evaluated from the experimental exponential decay plots of Rothermel (1972).

The heat produced during the combustion is thus given by:

$$\Phi(x, y, t) = -K \Delta H_m \quad (4)$$

where  $\Delta H_m$  is the specific heat of the forest fuel.

Besides the complexities involving the heat transfer between the fire front ( $s = 1$ ) and the region with no combustion ( $s = 0$ ), a general equation, based on the previous work from Dorrer (1984) can be proposed for the variation of enthalpy:

$$\frac{\partial H(x, y, t)}{\partial t} = q_{rad} - q_c \quad (5)$$

$H(x, y, t)$  is the enthalpy of the forest material,  $q_{rad}$  in the radiative heat flux and  $q_c$  is the convective one. These terms are given by:

$$q_c = \bar{U}(T - T_\infty) \quad (6)$$

$$q_{rad} = \int \int \Phi(x', y', t) \xi(x - x', y - y') dx dy \quad (7)$$

In those equations,  $\bar{U}$  is a convective heat transfer coefficient and  $\xi(x - x', y - y')$  is a flame influence function proposed by Dorrer (1994) as (in polar coordinates):

$$\xi(x - x', y - y') = \xi(r, \theta) =$$

$$a_0 \delta \left(1 - \frac{\delta}{3h_f}\right) \exp\left(\frac{r \cos^2 \alpha_f}{r_0(1 + \sin^2 \alpha_f \cos \theta)}\right) \quad (8)$$

The parameters in this equation are:

$a_0$  : fraction of the heat spent in the propagation of the combustion.

$\delta$  : Thickness of the fuel bed.

$h_f$  : flame height.

$\alpha_f$  : Flame inclination angle

$r_0$  : Effective flame effect radius

As the function  $\xi(x - x', y - y')$  is in polar coordinates,  $r$  and  $\theta$  are the polar coordinates with origins in the point  $C(x, y)$ , and  $x'$  and  $y'$  are its neighbors.

## NUMERICAL METHODS

The present model was implemented by means of an explicit time discretization for the enthalpy variation, mass decay and heat produced.

$$H^{t+\Delta t} = H^t + \Delta t (q_{rad}^t - q_c^t) \quad (9)$$

$$m^{t+\Delta t} = m^t - K^t \Delta t \quad (10)$$

$$\Phi^{t+\Delta t} = -K^t \Delta H_m \quad (11)$$

Before the calculation of the enthalpy variation, it is necessary to calculate the heat accumulation given by  $q_{rad}$ . As this function is an undefined integral of a continuous function, it can not be calculated by a simple direct convolution. In later works from Puppim Macedo & Brasil Junior (1994), it was possible due to special discrete characteristics of the model. Some convolution matrices were defined giving good qualitative behavior of the propagation but imposing some difficulties in their calibration from experimental and field information.

The use of a Green function gives good possibilities of calibration and comparisons with experiment and field information, but imposes the use of more refined integration techniques. Under this situation, the use of a Monte-Carlo method was chosen due to its facilities of implementation. Besides, it works very well with the Green function used, giving good precision.

The Monte Carlo Method is very well cited to smooth multi-dimensional functions in an easy to sample region. The Green Function used in this model has all these features.

The region of interest is defined by a flame influence parameter defined by the characteristics of the flame (height, intensity etc.). This parameter can be experimentally defined as the distance, from the flame front, for the decay of the temperature to a value close to the value of the unheated fuel bed. Thus, a simple Monte Carlo Method can be used.

To perform it,  $N$  random numbers are set uniformly distributed in a multidimensional volume  $V$ . These points are called  $\{x_1, \dots, x_n\}$ . Then the basic theorem of Monte Carlo integration estimates that the integral of a function  $f$  over the multidimensional volume is given by:

$$\int f dV \approx V \langle f \rangle \pm V \sqrt{\frac{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2}{N}} \quad (12)$$

Here the angle brackets denote taking the arithmetic mean over the  $N$  sample points,

$$\langle f \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (13)$$

$$\langle f^2 \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f^2(x_i) \quad (14)$$

The "plus or minus" term in the equation (12) is a one standard deviation error estimate for the integral, not a rigorous bound; further, there is no guarantee that the error is distributed as a Gaussian, so the error term should be taken only as a rough indication of probable error. On the other hand, it is possible to infer that the error is inversely proportional to the square root of the number

of points  $N$  by the equation (12) above.

The algorithm used was very straightforward due to characteristics of the flame effect function used. At each time step of the time propagation a random set of numbers (in polar coordinates) is set around the grid point in the space discretization grid. These points generate a random Monte Carlo *sub-grid*. As a large random sequence is needed, so the long period random number generator presented by Press et al. (1993) is used. After each time step a new *sub-grid* is generated in order to avoid conditioned propagation of the solution.

The points in this *sub-grid* may lay on a region of several points in the main grid, thus an interpolation routine is performed for all variables involved in the calculation of the integral.

To assure the precision of the integration routine implemented it was tested for a defined integral and an error of about 10% is usually observed for a set of 500 random points.

### RESULTS AND DISCUSSION

To perform initial tests on the model, some basic configurations were chosen. A square unitary grid of  $50 \times 50$  points was used for the spatial discretisation. For the Monte Carlo integration 500 sample points were used. Thus, the total grid size can be considered as  $50 \times 50 \times 500$  (1250000 points).

Simulations were performed only in order to assure stable propagation of the solution. The parameters involved in the calculations are presented in table 1.

Enthapy:	Dimensions:	Others:
$H_o = 400 \text{ MJ/kg}$	Space - $5 \times 5 \text{ m}$	Mass = $0.5 \text{ kg/m}^2$
$H_s = 400 \text{ MJ/kg}$	Grid - $50 \times 50 \text{ pts.}$	$\alpha_{flame} = 45^\circ$
$H_{ig} = 800 \text{ MJ/kg}$	Sub-Grid - $500 \text{ pts.}$	---
$H_{int} = 1100 \text{ MJ/kg}$	Time step - $0.01 \text{ sec}$	---

Tab. 1: Physical Parameters

The flame inclination angle of  $45^\circ$  corresponds to a mid-flame wind velocity of about  $2 \text{ m/s}$ , as given by a  $Fr$  number relation from Ventura et. al (1989) and Albini (1981). A flame height of  $0.7 \text{ m}$ , as normally observed in surface fires, (Baines (1990)) was used here.

Two cases of interest were chosen for the initial simulations: a front evolution and a *Queimada*. In this second case, a square set of points is burned trying to reproduce this after cut burn technique in Amazon.

As an initial condition for the front evolution case, a line of several points in the grid were ignited, as show in Fig. 1.

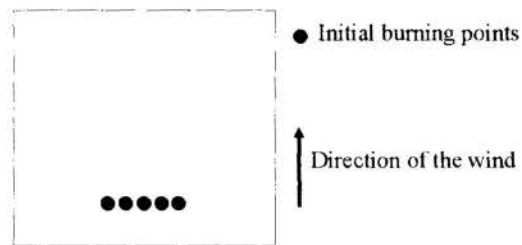


Fig. 1 : Fire front initial condition

The time evolution of this front is shown in Fig. 2. As expected, the front evolves regularly driven by the wind. The velocity of propagation in the direction of the wind is faster than in the opposite one. In the transition between ignited zones and non-ignited ones, the enthalpy do not reaches the ignition enthalpy and a small region of heating can be observed, as expected.

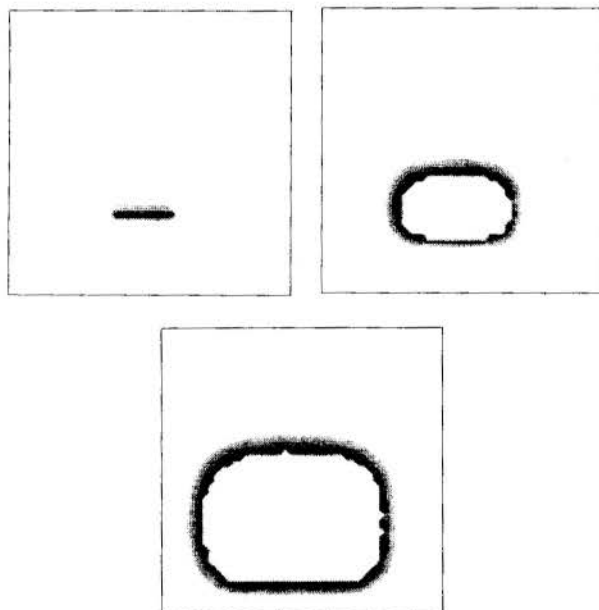


Fig. 2 : Evolution of the front fire

The mass decay can be observed in the regions of the evolution of the burn as the fire consumes the forest fuel layer. In the implemented model an amount of residual forest material is allowed after the burn but, in the present case, it was not considered.

To perform the initialization of the *Queimada* case, a square set of points was ignited as shown in Fig. 3. In this case, the burn evolves in a very efficient way burning a large forest region in a small time interval (Fig. 4). Thus, the rates of combustion gases release are expected to be very high. The effect of adjacent small fire fronts usually make two different main fronts to evolve. One evolves in the inside direction of the initial square burn set and other one in the outside direction. Between these fronts an expanding ring of burned material is formed, avoiding the propagation through it.



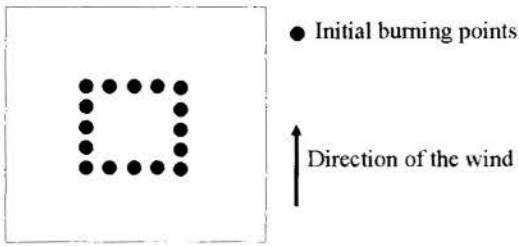


Fig. 3 : Queimada initial conditions

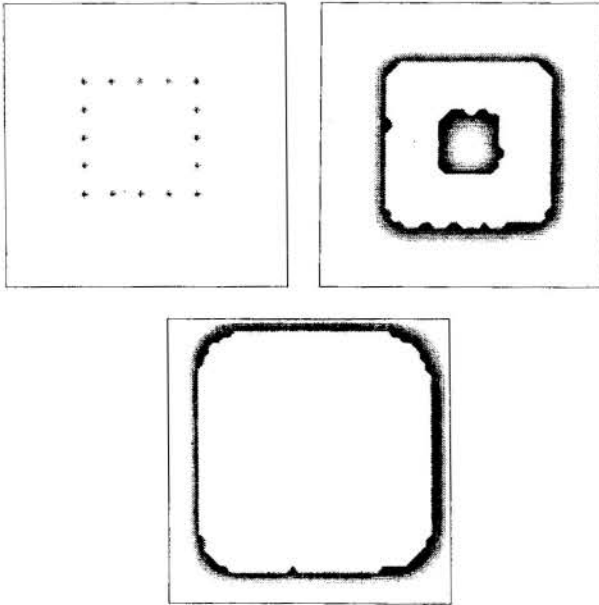


Fig. 4 : Queimada evolution

### CONCLUSIONS AND PERSPECTIVES

As it can be seen from the results present here, the model has a good qualitative behavior and introduces a very useful approach to the numerical simulation of forest fires. The evolution of the propagation agrees very well with what was expected from previous works, as well as it allows the approach of many different situations.

The equations of the proposed model are based on many physical parameters easy to determine from experiments classically performed and usually found in the literature.

The radiative heat accumulation given by a convolution integral gives a straightforward way to approach the radiative changes in means of a partially-transparent radiative forest medium. On the other hand, the calibration of the flame effect function and convolution function coefficients must be very carefully done in order to rigorously fit the physical characteristics of the phenomena.

The heat losses terms, nevertheless, are not very well modelized in the present work and new considerations must be done specially following related topics in previous works like: de Mestre et al (1989), and Baines (1990). Some strong evidences showing the rule of the convective terms must also be taken into account in order to better characterize the phenomena.

By the results shown here, the stability of this approach is assured. The implementation of other different terms in the equations to deal with convective effects and others may not compromise its precision and stability.

This work gives the tools to the implementation of a new model in the forest fire heat transfer problem, making it also possible to be applyble to other situations. The qualitative physical behavior of the model is very satisfactory and its calibration parameters are general enough to deal with many different pratical situations.

### REFERENCES

- F. A. Albini; Estimating Wildfire Behaviour and Effects, USDA Forestry Service, Gen. Tech. Rep. INT-30, 1976.
- H. E. Anderson, Sundance Fires, an Analysis of Fire Phenomena, USDA Forestry, Paper INT-56, 1968.
- P. G. Baines, Physical Mechanisms for the Propagation of Surface Fires, *Math. Comput. Modelling*, 13, 12, 83-94, 1990.
- O. P. Brabander, O. A. Vdovina, A. M. Grishin e A. D. Gruzin, Investigation of the Conditions of Transition of a Surface Forest Fire to A Crown Fire, *Comb. Expl. and Shock Waves*, 24, 4, 435-440, 1989.
- J. A. Carvalho Jr., J. M. Santos, J. C. Santos, M. M. Leitão e N. Higuchi, Forest Cleaning Combustion experiment in Manaus Region, INPE internal Report, 1993.
- G. A. Dorrer, A Model for Propagation of Curvilinear Forest Fire fronts, *Comb. Expl. and Shock Waves*, 20, 1, 8-15, 1984a.
- G. A. Dorrer, A Model of the Spreading of a Forest Fire, *Heat Transfer - Soviet. Res.*, 16, 6, 39-52, 1984b.
- P. M. Fearnside, N. Leal Jr. e F. M. Fernandes, Rainforest Burning and the Global Budget: Biomass, Combustion Efficiency and Charcoal Formation in Brazilian Amazon, *J. of Geoph. Research*, 98, 16733-16743, 1993.
- A. M. Grishin, N. A. Alekseyev, O. P. Brabander e V. F. Zal'Mezh, Propagation of Forest Fire-Induced Thermals in the Ground Layer of the Atmosphere, *Heat Transfer - Soviet Res.*, 16, 6, 28-38, 1984.
- A. M. Grishin, A. D. Gruzin e V. G. Zverev; Study of the Structure and Limits of Propagation of the Front of an Upstream Forest Fire, *Comb. Expl. and Shock Waves*, 21, 1, 9-18, 1985.
- Y. J. Kaufman, A. Setzer, D. Ward, D. Tanre, B. N. Holben, P. Menzel, M. C. Pereira e R. Rasmussen, Biomass Burning Airborne and Spaceborne Experiment in Amazonas (BASE-A), *J. of Geoph. Research*, 97, 14581-14599, 1992.
- M. Kaviani e M. Fatehi, Combustion in Porous Media, *Anais do IV ENCIT*, p17-p38, 1992.
- V. W. J. H. A. Kirkchhoff, A. W. Seter e M. C. P. Pereira, Biomass Burning in Amazonia: Seasonal effect on Atmospheric O<sub>3</sub> and CO, *Geophys. Res. Lett.*, 16, 459-472, 1989.
- V. W. J. H. A. Kirkchhoff, *Queimadas na Amazônia e o efeito estufa*, Ed. Contexto, 1993.
- E. V. Konev, Analysis of the Spreading of Natural and Intentionally Set Forest Fires, *Heat Transfer - Soviet Res.*, 16, 6, 1-27, 1984.
- N. J. de Mestre, E. A. Catchpole, D. H. Anderson & R. C. Rothermel, Uniform Propagation of a Planar Fire Front Without Wind, *Comb. Sci. and Tech.*, 65, 231-244, 1989.
- Press et al., *Numerical Recipes 2nd Ed.*, Cambridge Press, 1993.
- A. Puppim Macêdo & A. C. P. Brasil Junior, Numerical Simulation of Ground Forest Fires, *Anais do CBEM/NNE 94*, 1984.
- G. D. Richards; Numerical Simulation of Forest Fires, *Int. J. of Num. Meth. Engineering*, 25, 625-633, 1988.
- R. C. Rothermel, A Mathematical Model for fire Spread Prediction in Wildland Fuels, USDA Forest Service Res. Paper INT-115, 1972.
- M. B. B. de Siqueira, Cálculo Numérico do Escoamento Tridimensional sobre Terreno Complexo e na Vizinhaça de um Fogo Florestal, Dissertação de Mestrado, IST, Lisboa, 1993.

## EMIÇÃO DE ÓXIDOS DE NITROGÊNIO EM CHAMAS OXI-COMBUSTÍVEIS

Francisco Domingues Alves de Souza\*, Laiete Soto Messias\*, Renato Vergnhanini Filho\*, William Thoru Kobayashi\*\*

\*Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo

\*\* White Martins Gases Industriais S.A.

### SUMÁRIO

*Neste trabalho foram estudadas as influências de parâmetros construtivos e operacionais de queimadores oxí-combustíveis nas taxas de emissão de óxidos de nitrogênio por chamas produzidas numa fornalha de testes cilíndrica horizontal, tendo-se concluído que a posição relativa dos jatos de oxigênio e do "spray" central de combustível, a natureza do fluido de nebulização, a relação mássica fluido de nebulização/combustível, a estequiometria global do processo e a taxa volumétrica de combustão influem fortemente nas taxas de emissão desse poluente.*

### 1. INTRODUÇÃO

No caso de processos de combustão em que se usa oxigênio puro ou ar enriquecido como comburentes, além das emissões de  $SO_x$  e  $CO$ , existe especial preocupação com as taxas de emissão de  $NO_x$ , em razão das altas temperaturas e dos altos teores de  $O_2$  reinantes em determinadas regiões da câmara de combustão, fatores estes que reconhecidamente governam as taxas de formação deste poluente.

Neste trabalho procurou-se verificar experimentalmente a influência de: geometria do bocal do queimador (C), natureza do fluido de nebulização (A), relação mássica entre este fluido e o combustível (B), excesso global de oxigênio utilizado no processo (D) e taxa volumétrica de combustão (E) na taxa de emissão de  $NO_x$  em processo de combustão de óleo residual de média viscosidade.

### 2. MECANISMOS DE FORMAÇÃO DE $NO_x$

No interior de chamas, pequenas parcelas do nitrogênio presente podem ser convertidas a  $NO$  e, posteriormente a  $NO_2$ , cuja mistura se denomina genericamente  $NO_x$  (normalmente a mistura tem apenas alguns por cento de  $NO_2$ , sendo a quase totalidade  $NO$ ). Existem três mecanismos pelos quais essa oxidação ocorre, denominados: "térmico", "combustível" e "prompt". No chamado mecanismo "térmico",  $NO$  é produzido a partir de nitrogênio do comburente, de acordo com o seguinte conjunto de reações, proposto por Westenberg (1971).



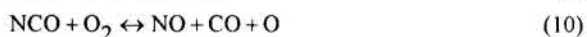
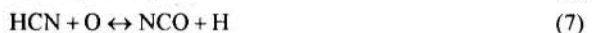
A taxa de formação do mecanismo "térmico" pode ser representada por:

$$\frac{dNO}{dt} = 6.10^{10} \cdot T_e^{-1/2} \cdot \text{EXP}\left(-\frac{69090}{T_e}\right) [O_2]_e^{1/2} [N_2]_e \quad (4)$$

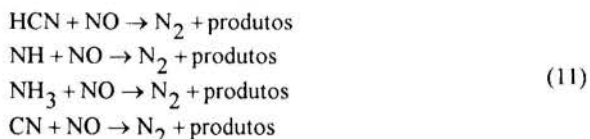
onde  $T_e$ ,  $[O_2]_e$  e  $[N_2]_e$  são a temperatura, o teor de  $O_2$  e o teor de  $N_2$  na região considerada em equilíbrio termodinâmico local.

No chamado mecanismo "combustível", nitrogênio associado a moléculas de combustível é liberado no craqueamento

destas, associado a radicais, os quais geram posteriormente  $NO$  a partir das seguintes reações:



Por outro lado outros produtos liberados no craqueamento das moléculas de combustível podem reagir com o  $NO$  formado, consumindo-o, conforme o conjunto de reações a seguir, resultando  $N_2$ .



Miller (1989) propôs as expressões a seguir para a taxa de formação (eq. 5 a 10) e para a taxa de consumo (eq. 11):

$$\frac{dNO}{dt} = K_a [N_{\text{comb}}] [O_2]_e \cdot \text{EXP}\left(-\frac{E_a}{RT_e}\right) \quad (12)$$

para formação e

$$\frac{dNO}{dt} = -K_b [N_{\text{comb}}] [NO]_e \cdot \text{EXP}\left(-\frac{E_b}{RT_e}\right) \quad (13)$$

para consumo

onde  $K_a$  e  $K_b$  são as constantes de velocidade de reação,  $T_e$ ,  $[O_2]_e$  e  $[NO]_e$  são a temperatura, o teor de  $O_2$  e o teor de  $NO$  na região considerada em equilíbrio termodinâmico local e  $[N_{\text{comb}}]$  é a fração mássica de  $N$  no combustível.

A parcela de  $NO$  produzida pelo mecanismo denominado "prompt" é muito pequena e será desprezada neste trabalho.

Observando-se a expressão 4, fica claro que à medida que a temperatura, o teor de O<sub>2</sub> e N<sub>2</sub> sobem, aumenta a taxa de formação de NO "térmico". No caso de chamas a ar, os teores de N<sub>2</sub> são tão altos que suas variações pouco afetam essa taxa. No entanto, em chamas cujo comburente é o O<sub>2</sub>, os teores de N<sub>2</sub> podem ser bastante baixos (N<sub>2</sub> provém apenas do ar de nebulização, se utilizado, ou de infiltrações de ar ambiente); neste caso os teores de N<sub>2</sub>, conforme mostrado naquela expressão terão papel mais importante que os de O<sub>2</sub> na taxa de reação.

Em qualquer chama, a temperatura, o teor de O<sub>2</sub> e o de N<sub>2</sub> variam ponto a ponto e, portanto, percebe-se que para uma mesma estequiometria global pode-se ter distribuições muito diferentes para estas variáveis e, conseqüentemente, para as taxas de emissão de NO<sub>x</sub>.

A observação das expressões 12 e 13 revela que a taxa líquida (formação - consumo) de NO, depende do teor de Nitrogênio do combustível e do teor de O<sub>2</sub> na região da chama onde ocorrem a vaporização e o craqueamento das moléculas de combustível, região esta localizada nas proximidades do bocal do queimador. Neste caso fica mais claro o efeito de outros parâmetros, por exemplo de aerodinâmica, derivados da geometria do bocal do queimador, na formação de NO "combustível", acarretando taxas de emissão bastante distintas para duas chamas com a mesma estequiometria global.

Adicionalmente é imediato verificar que para uma dada estequiometria global, à medida que se aumenta a taxa de operação, potência liberada por unidade de volume da câmara de combustão, as temperaturas ao longo da chama aumentam e, portanto, devem aumentar também as taxas de emissão de NO<sub>x</sub>, quer formado pelo mecanismo "térmico" quer formado pelo mecanismo "combustível".

### 3. APARATO EXPERIMENTAL

Para a realização das chamas nas quais foram estudados os efeitos dos parâmetros já mencionados foi utilizada uma fornalha de testes cilíndrica, horizontal, com diâmetro interno 1,1 m e comprimento 4,0 m, tendo revestimento interno em mantas de fibra cerâmica. Tal fornalha é acoplada a um canal de gases horizontal, no qual existe uma secção de amostragem para inserção da sonda resfriada destinada a coletar continuamente amostras dos gases de combustão. O canal de gases é por sua vez conectado a uma chaminé, com a qual se pode estabelecer o valor da pressão desejada no interior da fornalha. Nestes ensaios as pressões no interior da fornalha foram mantidas em cerca de 20 Pa (efetiva).

Os queimadores utilizados foram dois protótipos em escala real, cujo bocal é constituído por um orifício central para descarga do jato de combustível nebulizado (fluido de nebulização + gotas), circundado por bocais circulares pelos quais é feita a descarga de oxigênio. Os bocais de injeção de oxigênio podem ser dispostos de forma que os jatos deles efluentes sejam paralelos, convergentes e

divergentes em relação ao jato central de névoa de combustível. Estes queimadores/processo são cobertos pelas patentes n.ºs U.S. 4.378.205 de 29/3/83 e U.S. 4.541.796 de 17/9/85 pertencentes à Praxair, Inc., ex-Union Carbide Industrial Gases.

O óleo foi previamente condicionado em uma estação de aquecimento, bombeamento e filtragem, sendo controladas a temperatura (tolerância de 1°C em torno do ponto desejado) e a vazão (tolerância de 2,5% em torno do ponto desejado).

A composição da fase gasosa no canal de gases foi continuamente monitorada através de um trem de analisadores contínuos: O<sub>2</sub> (paramagnético); CO<sub>2</sub> e CO (infravermelho) e NO<sub>x</sub> (quimiluminescência). O teor de O<sub>2</sub> nos gases de escape foi mantido ao redor de 1% (com tolerância de 0,5%) em todas as chamas, a não ser nos casos devidamente assinalados na tabela 1. Todas as variáveis foram registradas continuamente.

### 4. COMBUSTÍVEL UTILIZADO E CHAMAS PRODUZIDAS

O óleo combustível utilizado foi do tipo 3A (nomenclatura DNC), tendo sido submetido a caracterização laboratorial no IPT que resultou os seguintes valores:

- Análise elementar (% em massa, base seca):

C - 86,5%; H - 9,5%; S - 2,7%; N - 0,7%; O - 0,5%; Cinzas < 0,06%; umidade < 0,1%; PCS = 41,6 + 0,1 MJ/kg; PCI = 39,6 + 0,1 MJ/kg; viscosidade (s.s.u.): 19636 s a 50°C e 703 s a 100°C.

Para estudar a influência dos parâmetros já mencionados foram realizadas várias chamas, conforme mostrado na Tabela 1, cada uma delas com cerca de 20 horas de duração em regime permanente.

### 5. RESULTADOS OBTIDOS

A tabela 2 sumariza os resultados obtidos com relação à taxa de emissão de NO<sub>x</sub>.

#### 5.1. Efeito da Natureza do Fluido de Nebulização

Observando os resultados obtidos para as chamas 5A, 21 e 22, todas com mesma potência (cerca de 620 kW) mesma configuração (bocais convergentes) e mesma estequiometria global (1% de O<sub>2</sub> nos gases de escape), verifica-se que a menor taxa de emissão ocorre para a chama 22 (nebulização a vapor) e a maior taxa ocorre para a chama 21 (nebulização a ar), ficando a taxa de emissão da chama 5A (nebulização a oxigênio) num valor intermediário.

Estes resultados confirmam a importância da concentração de N<sub>2</sub> na taxa de formação de NO "térmico", como mostrado na equação 4. Considerando que nas chamas 5A e 22 todo o NO é formado pelo mecanismo "combustível", percebe-se a influência do teor de O<sub>2</sub> nas regiões iniciais da chama na formação de NO por

TABELA 1: Caracterização das chamas estudadas.

CHAMA Nº	VAZÃO DE ÓLEO (kg/s)	FLUIDO DE NEBULIZAÇÃO	RELAÇÃO FLUIDO NEB./COMBUSTÍVEL	POSIÇÃO DOS JATOS DE O <sub>2</sub>	% O <sub>2</sub> NOS GASES DE ESCAPE	INFLUÊNCIA DO PARÂMETRO
1	0,0109	ar	0,47	paralelos	1	C
4	0,0108	ar	0,48	divergentes	1	C
5	0,0111	ar	0,44	convergentes	1	C
17	0,0059	ar	0,82	paralelos	1	B
18	0,0058	ar	0,49	paralelos	1	B
5A	0,0111	O <sub>2</sub>	0,51	convergentes	1	A
20	0,0062	ar	0,44	convergentes	1 a 20	D/E
21	0,0104	ar	0,41	convergentes	1 a 20	A/D/E
22	0,0106	vapor d'água	0,44	convergentes	1 a 20	A/D
23	0,0148	ar	0,49	convergentes	1 a 20	D/E

**TABELA 2: Resumo das taxas de emissão obtidas.**

CHAMA N°	1	4	5	17	18	5A	20	21	22	23
NO <sub>x</sub> * ppm	1300	400	2600	1897	1215	2100	1883	2270	1710	2462
NO <sub>x</sub> ng/J	173	48	337	200	119	173	193	212	137	237

\*normalizado para 1% de O<sub>2</sub>

este mecanismo, conforme mostrado na eq. 12. Observe-se que na chama 5A o teor de O<sub>2</sub> no jato central é superior ao da chama 22. Este teor é também superior ao prevalente na chama 21, o que denota a menor influência do O<sub>2</sub>, relativamente ao N<sub>2</sub>, como mostrado na eq. 4.

#### 5.2. Efeito da Relação Mássica Fluido de Nebulização/Combustível

No caso de chamas nebulizadas a ar, o qual aporta nitrogênio ao processo, é de esperar que o aumento da vazão de fluido de nebulização aumente a taxa de emissão de NO, principalmente formado pelo mecanismo "térmico", como mostrado na eq. 4.

De fato, comparando as chamas 17 e 18, ambas realizadas com a mesma potência (248 kW), mesma configuração dos jatos de O<sub>2</sub> (paralelos) e mesma estequiometria global (1% de O<sub>2</sub> nos gases efluentes), verifica-se que a taxa de emissão de NO<sub>x</sub> da chama 17 (relação f.n/c = 0,82) é quase o dobro daquela relativa à chama 18 (relação f.n/c = 0,49). Na verdade esta diferença nas taxas de emissão não se deve apenas ao maior aporte de N<sub>2</sub>, mas também ao maior aporte de O<sub>2</sub> ao jato central, o que favorece inclusive a formação de NO pelo mecanismo "combustível", como se verá adiante.

#### 5.3. Efeito da Geometria do Bocal

Como visto na tabela 1, três diferentes configurações dos bocais de O<sub>2</sub> (periféricos) foram utilizadas: uma na qual os jatos de O<sub>2</sub> eram descarregados paralelamente ao jato central; a segunda na qual esses jatos eram divergentes em relação ao jato central e a terceira na qual os jatos de oxigênio convergiam para o jato central.

É intuitivo que fixada uma abcissa a partir do bocal do queimador, a fração das vazões mássicas dos jatos (central e periféricos) já misturadas até aquela abcissa, valor este denominado "índice de mistura" por Pieri (1973) é maior para o caso da configuração convergente e menor para a configuração divergente, assumindo valor intermediário para o caso da configuração de jatos paralelos; desta forma, o aporte de O<sub>2</sub> ao jato central é maior para a chama 5, intermediário para a chama 1 e menor para a chama 4. É importante observar que quanto maior o aporte de O<sub>2</sub> ao jato central maior será o valor do pico de temperatura no eixo da chama e menor a distância deste pico em relação ao bocal do queimador.

Os dois fatos apontados, teor de O<sub>2</sub> e temperatura influem quer na formação de NO pelo mecanismo "térmico", quer pelo mecanismo "combustível".

As taxas de emissão de NO<sub>x</sub>, 337 ng/J para a chama 5 (jatos convergentes); 173 ng/J para a chama 1 (jatos paralelos) e 48 ng/J para a chama 4 (jatos divergentes) deixam clara a importante influência do índice de mistura dos jatos central e periféricos no fenômeno.

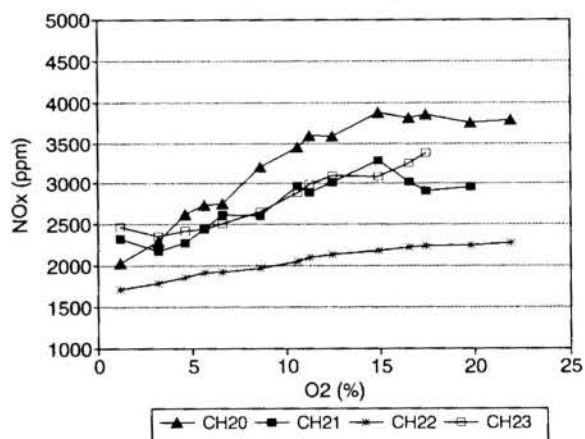
#### 5.4. Efeito do Excesso de O<sub>2</sub> (estequiometria global)

Observando as expressões das taxas de formação de NO por ambos os mecanismos, eq. 4 e eq. 12, constata-se que o aumento do excesso de O<sub>2</sub> e, portanto da pressão parcial de O<sub>2</sub> ao longo de toda a chama acarreta aumento de ambas as taxas. Por outro lado, o aumento do excesso de O<sub>2</sub> a valores significativamente superiores à condição estequiométrica provoca abaixamento das temperaturas ao

longo da chama e, conseqüentemente abaixamento dessas mesmas taxas. É previsível, portanto, a existência de uma faixa na qual o primeiro efeito supera o segundo, fazendo crescer a taxa de emissão de NO<sub>x</sub> e, a partir de um máximo, a preponderância do segundo efeito.

Para verificar as faixas em que estes fenômenos ocorriam foram realizadas quatro chamas: n°s 20, 21, 22 e 23; a figura 1 mostra claramente que as taxas de emissão (normalizadas para 1% de O<sub>2</sub>) crescem com o teor de O<sub>2</sub> nos gases de escape (excesso de O<sub>2</sub>); no caso das chamas 20 e 21 nota-se claramente a existência de um máximo para essa taxa, sendo que para as chamas 22 e 23 esses máximos provavelmente estão situados além das condições exploradas nos ensaios.

Fig.1 NO<sub>x</sub> X O<sub>2</sub>  
(no canal de gases)



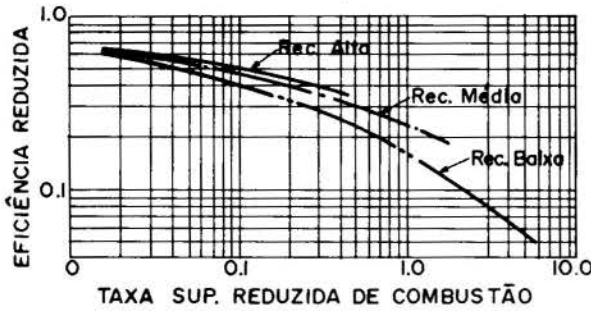
#### 5.5. Influência da Taxa Volumétrica de Combustão

Dada uma câmara de combustão, um queimador nela acoplado com certa geometria do bocal, um determinado combustível e determinada relação ar combustível, mantida constante, à medida que se aumenta a vazão de combustível ou seja a potência liberada por unidade de volume da câmara, também denominada "taxa volumétrica de combustão", sendo o mecanismo de transferência de calor da fase gasosa para as paredes da câmara predominantemente por radiação (caso presente), pode-se constatar que a fração da potência total liberada transferida para as paredes diminui com o aumento daquela taxa. Hottel (1967) demonstra este fato trabalhando não com a taxa volumétrica de combustão mas com uma taxa referida à unidade de área global de troca de calor por radiação entre a fase gasosa e a superfície interna da câmara que, uma vez fixadas as condições acima referidas, poder ser convertida para a taxa volumétrica. A figura 2 ilustra o resultado que nos interessa.

À medida que a taxa volumétrica de combustão aumenta, a eficiência da troca de calor com as paredes diminui e, portanto, as temperaturas ao longo da chama devem aumentar, acarretando aumento das taxas de formação de NO por ambos os mecanismos já citados.



Figura 2 - Efeito da taxa sup. de combustão na eficiência das trocas de calor em fornalha com diferentes índices de recirculação



De fato, comparando as chamas 20, 21 e 22, realizadas com o mesmo fluido de nebulização e com relações mássicas entre este fluido e o combustível muito próximas, porém com taxas volumétricas de combustão de 72, 121 e 173 kW/m<sup>3</sup>, respectivamente, verifica-se que as taxas de emissão de NO<sub>x</sub> são 193, 212 e 237 ng/J respectivamente, o que mostra uma relação aproximadamente linear nesta faixa de taxas volumétricas.

$$TENO_x = 161,6 + 0,4356 \cdot TVC \quad (14)$$

onde TENO<sub>x</sub> é a taxa de emissão de NO<sub>x</sub> (ng/J) e TVC a taxa volumétrica de combustão (kW/m<sup>3</sup>).

No entanto é importante observar que as taxas volumétricas de combustão utilizadas são relativamente baixas. À medida que estas taxas cresçam as temperaturas ao longo da chama tendem a valor assintótico (temperatura de chama adiabática) e, portanto, nessas regiões as taxas de emissão devem tender também a valores assintóticos.

#### 5.6. NO<sub>x</sub> "térmico" versus NO<sub>x</sub> "combustível"

Para verificar a contribuição relativa de ambos os mecanismos nas taxas de emissão de NO<sub>x</sub> foi realizada uma bateria de 3 testes, utilizando oxigênio como fluido de nebulização, eliminando portanto a presença de N<sub>2</sub> e, conseqüentemente, eliminando o mecanismo "térmico". Esses testes foram numerados como 1-A, 4-A e 5-A, uma vez que a menos do fluido de nebulização, todas as demais características são idênticas às das chamas 1, 4 e 5 respectivamente.

As taxas de emissão de NO<sub>x</sub> foram 148, 30 e 173 ng/J para as chamas 1-A, 4-A e 5-A respectivamente. Assumindo que todo o NO<sub>x</sub> é formado pelo mecanismo "combustível" e que o teor de N do óleo é 0,7% conclui-se que as porcentagens do nitrogênio presente no combustível convertidas a NO<sub>x</sub> são respectivamente 31%, 6% e 36%.

Estes resultados mostram a importante influência do índice de mistura (aporte de O<sub>2</sub> ao jato central) na taxa de formação do NO<sub>x</sub> "combustível"; na chama 4A (bocais divergentes) esse índice é muito baixo levando a taxas de conversão do N do combustível muito baixas.

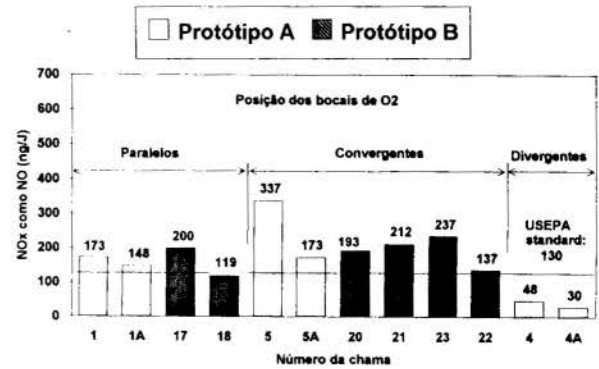
Comparando agora as taxas de emissão das chamas 1(173 ng/J) e 1-A(148 ng/J) conclui-se que nesta configuração a contribuição mais importante é do mecanismo "combustível"; na chama 1, a contribuição do mecanismo "térmico" representa apenas 14,5% do total emitido.

Se por outro lado se comparam as taxas de emissão das chamas 5(337 ng/J) e 5-A(173 ng/J), verifica-se que na chama 5, a contribuição do mecanismo térmico representa 48,7% do total emitido. A diferença entre as chamas 1 (jatos de O<sub>2</sub> paralelos) e 5 (jatos de O<sub>2</sub> convergentes) se explica basicamente pela diferença dos índices de mistura. Na chama 5 este índice é muito mais elevado, elevando simultaneamente a temperatura e a concentração de O<sub>2</sub> no eixo do jato o que contribui duplamente para o aumento da taxa de formação de NO "térmico", conforme visto na eq. 4.

## 7. CONCLUSÕES

A figura 3, na qual estão comparadas as taxas de emissão das doze chamas com o padrão de emissão para NO<sub>x</sub> da USEPA, mostra que é possível, mediante escolha apropriada da configuração do bocal do queimador e do fluido de nebulização, obter chamas oxí-combustíveis que, retendo a peculiaridade de apresentar altas temperaturas e altas taxas de transferência de calor para o invólucro ou cargas a aquecer, permitem atender o padrão de emissão EPA, conclusão esta que era um dos objetivos do trabalho realizado.

fig. 3 - Resumo das taxas de emissão de NO<sub>x</sub>



## AGRADECIMENTO

A White Martins Gases Industriais S.A. que tendo suportado financeiramente este trabalho, permitiu a divulgação dos seus resultados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Westenberg, A.A. "Kinetics of NO and CO in Lean, Premixed Hydrocarbon-Air Flames". Combustion Science and Technology, 1971, vol. 4, pp. 59-64.
- Miller, J.A. & Bowman, C.T. "Mechanism and Modeling of Nitrogen Chemistry in Combustion". Progr. Energy Combust. Sci. 1989, vol. 15, pp. 287-338.
- Pieri, G. "A Mixing Correlation for Annular Concentric Jets". Journal of the Institute of Fuel, dec. 1973, pp. 384-388.
- Hottel, H.C. & Sarofim, A.F. "Radiative Transfer" McGraw Hill, 1967.

## ABSTRACT

In this work influences of geometrical and operational parameters of oxí-fuel burners on the NO<sub>x</sub> emission rates were studied. The flames were confined in a cylindrical furnace with high recirculation rates, the conclusion being that the relative position of oxigen peripheral jets, the nature of atomizing fluid, the massic relation between this fluid and fuel, the overall stoichiometry and the volumetric combustion rate all influence the NO<sub>x</sub> emission rate.

ESTUDO DE UMA CÂMARA DE COMBUSTÃO DE FOGUETE  
 A PROPULSÃO HÍBRIDA ATRAVÉS DA ANÁLISE  
 DA CAMADA-LIMITE COM REAÇÃO QUÍMICA

A.G. de Oliveira Filho<sup>+</sup>, D.N. Nobre<sup>\*</sup> e F. Scofano Neto<sup>\*</sup>  
<sup>+</sup>CTE<sub>x</sub>/IPD, Av das Américas 28705, 23020-470 Rio de Janeiro-RJ  
<sup>\*</sup>IME-SE/4, Pça Gen Tibúrcio 80, 22290-270 Rio de Janeiro-RJ

RESUMO

A queima de um combustível sólido em presença de um fluxo oxidante envolve reações químicas em camadas-limite. Neste trabalho, analisa-se um desenvolvimento análogo ao do problema de Emmons, aplicando-o a uma câmara cilíndrica de um sistema híbrido polietileno-oxigênio líquido, calculando-se a taxa de combustão.

INTRODUÇÃO

A câmara de combustão analisada neste trabalho constitui-se de um tubo cilíndrico com um grão de polietileno monoperfurado no seu interior. Através do furo do grão de combustível flui oxigênio, que foi previamente injetado na fase líquida, de forma que se processe a reação de combustão. A situação é montada de forma que a taxa de regressão do combustível é observada apenas radialmente na superfície interna do grão.

Esta câmara se divide em duas regiões distintas: região de suporte de chama, onde o oxidante, admitido na fase líquida, é vaporizado e tem a sua velocidade diminuída pelo concurso da diferença de diâmetros entre os injetores-difusores e o furo do grão, e a região da câmara de reação, onde se desenvolve o escoamento e o processo de combustão é realizado e completado. Estas duas regiões estão reunidas pelo chamado "Ponto de Reatamento" (Fig. 1).

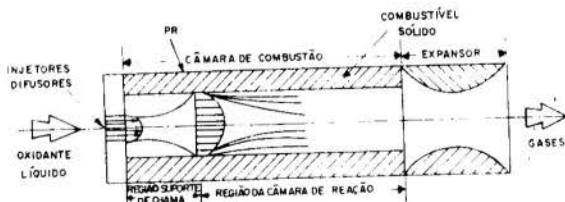


Figura 1. Esquema da Câmara de Combustão.

O modelo de câmara proposto assume as seguintes hipóteses:

- a) o escoamento interno é axissimétrico em relação ao eixo longitudinal da câmara de combustão;
- b) o escoamento está em regime permanente;
- c) as velocidades das reações químicas são altas o bastante para se manter o equilíbrio no interior da camada-limite;
- d) o polietileno está isento de aditivos sólidos, de forma a se admitir uma taxa de combustão uniforme em sua superfície.

CÂMADA-LIMITE COM REAÇÃO QUÍMICA

A maioria dos modelos analíticos da combustão em um foguete híbrido considera que a reação química entre combustível e oxidante ocorre na camada-limite próxima da superfície do grão e não na sua superfície propriamente dita. Assim, adota-se um desenvolvimento análogo ao do problema de Emmons, onde, devido à característica inicial de fluxo não misturado, aplica-se o ponto-de-vista da formulação de Shvab e Zeldovich. Contudo, a geometria cilíndrica da câmara de combustão exige uma mudança de coordenadas, o que é feito como descrito por Williams (1965).

No caso analisado, o número de Lewis pode ser considerado unitário. O número de Prandtl também pode ser considerado unitário em se tratando de gases e, logo, o número de Schmidt será igual à unidade, permitindo a generalização da formulação de Shvab e Zeldovich.

Com base nestas considerações, obtém-se as equações de equilíbrio simplificadas que guardam as características físicas do problema, ou sejam, os efeitos de compressibilidade, liberação de calor devido à reação química e efeitos viscosos na camada-limite. Todavia, busca-se obter formas que facilitem a sua solução sem a descaracterização do problema. Através da transformação de Howarth (Schlichting, 1968), pode-se convertê-las em equações de uma camada-limite incompressível hipotética em termos de uma coordenada radial  $\zeta$ :

$$\zeta \equiv \int_b^a \rho r dr \quad (1)$$

e de um novo fluxo de massa radial  $v$ :

$$v \equiv \rho r \bar{u}_r + \bar{u}_z \int_a^r \left( \frac{\partial \rho r}{\partial z} \right) dr \quad (2)$$

onde  $r$  e  $z$  são, respectivamente, coordenada radial e longitudinal do sistema cilíndrico considerado,  $\rho$  é a massa específica do fluxo gasoso e  $\bar{u}_i$  são as componentes da velocidade média do fluxo.

Considerando-se, a seguir, que  $\rho \mu$  (onde

$\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluxo) é apenas função de  $z$ , define-se:

- uma coordenada longitudinal transformada  $\xi$ :

$$\xi \equiv C_1 \int_c^z \frac{\rho \mu}{r^2} dz \quad (r \neq 0) \quad (3)$$

- uma nova velocidade radial ( $v'$ ) em uma nova coordenada radial ( $\zeta'$ )

$$v' \equiv -C_2 \frac{v}{\rho \mu} \quad (4)$$

$$\zeta' \equiv C_3 \int_a^\zeta -\frac{1}{r^2} d\zeta \quad (5)$$

onde:  $C_i$  - constantes que relacionam as unidades

Assim, as equações de equilíbrio se reduzem a:

$$\frac{\partial v'}{\partial \zeta'} + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \xi} = 0 \quad (6)$$

$$v' \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \zeta'} + \bar{u}_z \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 \bar{u}_z}{\partial \zeta'^2} = -\frac{dP}{d\xi} \quad (7)$$

$$v' \frac{\partial \beta_T}{\partial \zeta'} + \bar{u}_z \frac{\partial \beta_T}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 \beta_T}{\partial \zeta'^2} = \frac{\bar{u}_z}{J q_c} \frac{dP}{d\xi} \quad (8)$$

onde:  $J$  - equivalente mecânico do calor

$$\frac{dP}{d\xi} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{d\xi}$$

$P$  - pressão

$$\beta_T = \frac{\int_{T_0}^T C_p dt}{q_c} - \frac{Y_i}{w_i (\nu_i' - \nu_i)}$$

$C_p$  - calor específico a  $P$  constante

$q_c$  - calor de combustão

$Y_i$  - fração mássica da espécie  $i$

$w_i$  - massa da espécie  $i$

$\nu_i'$  - coeficiente estequiométrico da espécie  $i$  que aparece como produto

$\nu_i$  - coeficiente estequiométrico da espécie  $i$  que aparece como reagente

As condições de contorno são:

$$\left. \frac{\partial \beta_T}{\partial \zeta'} \right|_{\zeta' \rightarrow \infty} = 0 \quad \beta_T \Big|_{\zeta' = 0} = \text{CTE.}$$

$$\left. \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \zeta'} \right|_{\zeta' \rightarrow \infty} = 0 \quad \bar{u}_z \Big|_{\zeta' = 0} = 0$$

$$\bar{u}_z \Big|_{\zeta' \rightarrow \infty} = u_z^c \quad v'_0 = \frac{1}{r_c} \left( \frac{\partial \beta_T}{\partial \zeta'} \right) \Big|_{\zeta' = 0}$$

$$\text{onde: } r_c = \frac{l_g + q_p}{q_c}$$

$l_g$  - calor de gaseificação do combustível

$q_p$  - calor perdido pela superfície

A solução para o sistema constituído pelas Eq. (6), (7) e (8) é buscada através da similaridade, o que fornece a Eq. (9) que se

segue (diferencial ordinária de 3ª ordem), a qual, juntamente com as suas condições de contorno, resolve o problema da camada-limite com reação química (Ronzani, 1989). Ou seja:

$$f'''' + ff'' + \beta(\xi)[1 - (f')^2] = 0 \quad (9)$$

condições de contorno:

$$\eta + \eta\infty \quad ; \quad f'(\eta\infty) = 1$$

$$\eta = 0 \quad ; \quad f'(0) = 0$$

$$\frac{f''(0)}{f'(0)} = -r_c \left[ 2 \left( \beta_T^c(u_z^c) - \beta_T(\bar{u}_z=0) \right) + \frac{[u_z^c(\xi)]^2}{J q_c} \right]^{-1}$$

onde  $\eta$  é a coordenada da espessura da camada-limite, não está associada à borda da mesma e  $\beta_T$  ao centro da câmara de combustão.

#### CÂMARA DE REAÇÃO

Conforme indicado pelas condições de contorno à Eq. (9), necessita-se calcular a velocidade do fluxo ao longo da câmara. Este cálculo é feito de forma análoga à realizada por Costa (1992), levando-se, porém, em conta a variação de área de queima prevista por Ronzani (1989) e observada experimentalmente por Gurgel (1991) em modelos de câmara de estado-reactores semelhantes ao do caso em estudo.

Considerando-se, então, que a região de suporte de chama propicia um fluxo com velocidade inicial de 10 m/s e temperatura igual a 587 K para um diâmetro interno inicial de 5 cm, obtém-se valores para a velocidade do escoamento em 20 cm de comprimento da câmara que podem ser ajustados a um reta (Fig. 2). Logo:

$$u_z^c(\xi) = a_0 + a_1 \xi \quad (10)$$

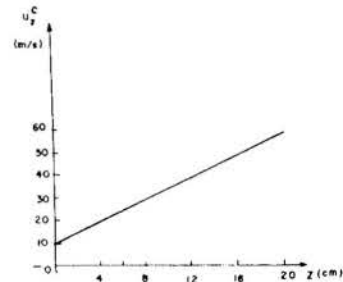


Figura 2. Gráfico velocidade do escoamento versus comprimento da câmara.

A solução da Eq. (9) é local, devendo ser obtida para cada ponto da câmara, e não-linear, necessitando de métodos numéricos. Cebeci (1977) apresentou um método para a sua solução, empregando Runge-Kutta de 4ª ordem. A partir desta solução, pode-se obter a taxa de combustão transformada ( $v'_0$ ) através da Eq. (11):

$$v'_0 g(\xi) = -f(0) \quad (11)$$

e a taxa de combustão local ( $\dot{r}_q$ ) através de:

$$\dot{r}_q(\xi) = \frac{\rho_g \mu}{\rho_f R_i} v'_0 \quad (12)$$

logo, substituindo-se a Eq. (12) na Eq. (11),

obtem-se:

$$\dot{r}_q(\xi) = \frac{\rho_g \mu}{\rho_f R_i} \frac{f(0)}{g(\xi)} \quad (13)$$

onde:  $\rho_g$  - massa especifica do combustivel gaseificado  
 $\rho_f$  - massa especifica do combustivel solido  
 $R_i$  - raio interno do grao para cada secao de camara

$$g(\xi) = \left[ \frac{2\xi}{(a_0 + a_1 \xi)} z \left( a_0 + \frac{a_1}{2} \xi \right) \right]^{1/2} \quad (14)$$

O valor de  $\xi$  é avaliado por:

$$\xi = \frac{\rho_p \mu}{R_i^2} \Delta z \quad (15)$$

Observa-se que existe uma variacao da area da secao reta do grao com o comprimento da camara e, logo, deve-se calcular  $\dot{r}_q$  em valores de  $\Delta z$  suficientemente pequenos nos quais a variacao do raio possa ser desprezada para tornar possivel a aplicacao da coordenada longitudinal transformada. A cada  $\Delta z$ , contudo, o valor de  $R_i$  sera diferente e considera-se que um perfil da superficie de combustao se desenha passo a passo a partir de um diametro inicial constante em toda a extensao do grao, de acordo com a Eq. (16) que se segue:

$$R_i = \frac{D_{i-1}}{2} - (\tan \alpha) \Delta z \quad (16)$$

onde  $\alpha = 2^\circ$ , conforme sugere a observacao dos resultados experimentais de Gurgel (1991).

Os dados de entrada para a resolucao numerica do problema da camara de reacao de um sistema hibrido polietileno - oxigenio funcionando a 10 atm com expansao otima dos produtos da combustao a uma relacao de equivalencia de 1,5, em comparacao a razao estequiometrica entre as vazoes massicas de combustivel e oxidante, sao avaliados nos valores abaixo:

$$\begin{aligned} \rho_f &= 0,93 \text{ g/cm}^3 & \beta_T|_{\xi=0} &= -0,104 \\ \rho_o &= 6,63 \text{ e-03 g/cm}^3 & T_c &= 3392 \text{ K} \\ \rho_g &= 3,35 \text{ e-03 g/cm}^3 & & \\ \rho_p &= 7,67 \text{ e-04 g/cm}^3 & \beta_T|_{\xi=0} &= -0,271 \\ C_p &= 1,7889 \text{ cal/g} & \mu|_{R_i} &= 2,22 \text{ e-4 g/cm s} \\ k &= 1,53 \text{ e-04 cal/cmK s} & r_c &= 0,028 \\ q_c &= -4655,74 \text{ cal/g} & & \end{aligned}$$

onde:  $\rho_o$  - massa especifica de oxidante  
 $\rho_p$  - massa especifica dos produtos da combustao  
 $k$  - condutividade termica media dos produtos da combustao  
 $T_c$  - temperatura de camara

Alguns dos resultados colhidos sao apresentados na Tab. (1). O valor medio de 0,113 mm/s para a taxa de combustao do polietileno foi obtido para 20cm de camara.

### CONCLUSAO

Conforme se nota, a taxa de combustao decresce ao longo da camara, justificando a suposicao inicial da variacao da area de

queima com z. Como consequencia do processo de queima do grao, haverá uma variacao crescente do seu diametro interno e, logo, a velocidade do fluxo e a taxa media de combustao diminuem (Tab. 2), enquanto aumenta a area de queima, tendendo para um processo de queima neutra.

Tabela 1. Taxa de combustao na camara de reacao para  $D_i = 50$  mm.

z (mm)	$\dot{r}_q$ (mm/s)
10	0,429
30	0,178
50	0,129
70	0,096
90	0,079
110	0,069
130	0,061
150	0,055
170	0,050
190	0,047

Tabela 2. Valores de  $u_z|_{z=0}$  e  $\dot{r}_q$  (med) devidos ao aumento de  $D_i$ .

$D_i$ (mm)	$u_z _{z=0}$ (m/s)	$\dot{r}_q$ (mm/s)
56	7,97	0,109
62	6,50	0,107
74	5,41	0,095

Pela aplicacao da Eq. (16) a evolucao da superficie de queima do grao pode ser ilustrada conforme a Fig. (3).

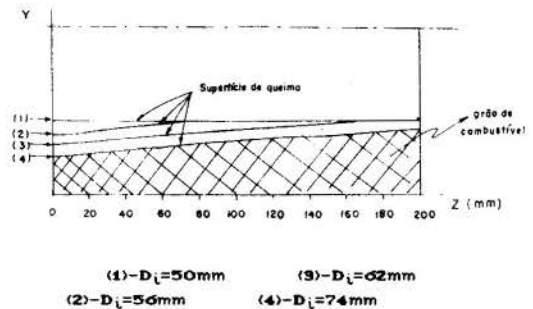


Figura 3. Evolucao da superficie de queima.

Finalmente, deve-se mencionar que estes resultados foram obtidos aplicando-se procedimentos de trabalhos anteriores sobre propulsao aerobica (Ronzi, 1989 e Costa, 1991) que nao incluem os efeitos da radiao na equacao da energia. Tal efeito, contudo, deve ser importante no caso de um sistema hibrido, tendo em vista as altas temperaturas de combustao destes sistemas. Assim, o proximo passo deve ser o de inclui-lo em estudos posteriores.

### REFERENCIAS

- Ball, A. M., "Solid Propellants - Part One", U.S. Army Research Office, Durham, 1972.
- Cebeci, T. & Bradshaw, W., "Momentum Transfer in Boundary Layers", Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1977.



- Costa, P.R., "Análise Teórica de uma Câmara de Combustão com Paredes Porosas para Estado-Reator a Combustível Líquido", Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia (IME), Rio de Janeiro, 1992.
- Gordon, S. & Mc Bride, B.J., "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks and Chapman-Jouguet Detonations (NASA SP-273)", NASA Scientific and Technical Information Office, Washington, 1971.
- Gurgel, C.A., "Análise Experimental da Câmara de Combustão de um Estado-Reator a Combustível Sólido", Tese de Mestrado, IME, Rio de Janeiro, 1991.
- Ronzani, E.R., "Análise Teórica do Sistema Estado-Reator a Combustível Sólido - Aplicação em Mísseis e Granadas", Tese de Mestrado, IME, 1989.
- Schlichting, H., "Boundary Layer Theory", Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1968.
- Williams, F.A., "Combustion Theory", Addison - Wesley Publishing Co., Massachussets, 1965.

#### ABSTRACT

The burning of a solid fuel under an oxidizer flow involves chemical reactions within boundary layers. In this paper, a similar development to the Emmons problem applied to a cylindrical combustion chamber of a polyethylene-liquid oxygen hybrid system is analysed, in order to calculate the fuel regression rate.

## ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS COMPUTACIONAIS DE INCÊNDIO EM COMPARTIMENTOS

RUBENS ROMANI e JURANDIR ITIZO YANAGIHARA

Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica Universidade de  
São Paulo, CP.8174 CEP 01065-970, São Paulo, SP.

### RESUMO

O objetivo deste artigo é apresentar um estudo comparativo entre alguns modelos computacionais de incêndio em compartimentos (FIRST, BRI2, COMPBRN-III, CFAST) e dados experimentais da SNL/UL relativos à simulação de incêndio em compartimento único. Foi verificado que os modelos fornecem resultados que estão aproximadamente de acordo com os dados experimentais; sendo portanto, adequados para os propósitos de engenharia. Os resultados computacionais mostraram que a análise de combustão e o modelo de pluma desempenham papel chave na predição dos resultados.

### INTRODUÇÃO

Especialistas em fenômenos naturais afirmam que o incêndio em ambiente confinado é o acidente que provoca maior pânico, pois a geração de fumaça tóxica, a falta de oxigênio e as altas temperaturas atingidas, dificultam muito o combate ao incêndio e a evacuação de pessoas.

Segundo Nowlen (1987), somente nos Estados Unidos, morrem 12.000 pessoas a cada ano em decorrência de incêndios, sendo que outras 300.000 são gravemente feridas. Essas perdas humanas tem sido acompanhadas por um prejuízo anual estimado em quatro bilhões de dólares. Nos países desenvolvidos, o custo total dos incêndios (custos ligados à perdas materiais, seguros e equipamentos de prevenção e combate a incêndio, e custos com assistência médica e previdenciária) chega a ser da ordem de 1% do PIB, valor este bastante significativo.

A procura dos Modelos Computacionais de Incêndio tem sido cada vez maior devido aos altos custos dos experimentos em escala real, ao desenvolvimento tecnológico de novos materiais muitas vezes inflamáveis, às obras com grandes ambientes confinados (altos edifícios, metrô, túneis, etc) e ao crescimento industrial principalmente da área petroquímica e nuclear.

Num incêndio em compartimento as principais características a serem determinadas são a variação da temperatura ambiente com o tempo, os fluxos de calor transferido às regiões vizinhas e as concentrações de gases tóxicos. Estes dados permitem avaliar a extensão do incêndio, sua possível propagação para outras áreas e as eventuais rotas de dispersão dos gases de combustão.

As características do incêndio dependem fortemente do volume do compartimento, do tamanho e localização das aberturas de comunicação, da geometria e localização dos materiais combustíveis presentes, da existência ou não de proteção contra incêndio e das propriedades físico-químicas não só dos materiais combustíveis mas também das paredes, piso e teto do compartimento.

Genericamente, o incêndio em um compartimento pode ser subdividido em cinco estágios: a) início; b) desenvolvimento; c) flashover; d) incêndio generalizado; e) extinção.

A fase de início de incêndio envolve a ignição de um pequeno elemento combustível no local analisado. Neste estágio de desenvolvimento a zona de risco restringe-se a vizinhança imediata ao foco do incêndio.

Na etapa seguinte, o fogo alastra-se sobre as superfícies combustíveis por avanço contínuo da chama, pelo aquecimento por radiação ou convecção de elementos combustíveis não contíguos, podendo provocar a ignição dos mesmos e, por vezes, pelo simples transporte de chama entre dois materiais combustíveis em contato. Próximo a chama, o ar e os gases voláteis aquecidos adquirem, por convecção natural, um movimento ascensional. Se não houver uma abertura no teto, os gases quentes podem começar a se acumular em torno da área do

teto, formando uma camada de gases.

Por radiação e convecção o fogo aquece também as paredes e o teto do compartimento. Estes corpos quentes, bem como a camada de gases quentes passam a agir como fontes irradiando e refletindo de volta o calor para as superfícies combustíveis, estejam elas queimando ou não, aumentando a taxa de volatilização dos combustíveis e alimentando ainda mais as chamas. Havendo combustível suficiente, o volume e a temperatura dos gases aumentarão com o tempo. Se não houver nenhum sistema de proteção contra incêndio atuando, e se as aberturas não forem suficientemente grandes, a temperatura no compartimento poderá atingir níveis tais que ocorra a ignição simultânea de todos os materiais combustíveis presentes. Esta propagação abrupta é conhecida como "flashover". O incêndio torna-se então generalizado e o nível de oxigênio começa a cair, acompanhado de um aumento nas concentrações de monóxido e dióxido de carbono.

O período de combustão generalizada, que se segue ao "flashover", é caracterizado por velocidades de queima limitadas seja pela taxa de ventilação do ambiente ou seja pela superfície livre de combustível. Nesta fase as temperaturas e os fluxos de calor aumentam consideravelmente, diminuindo em seguida, à medida que os materiais combustíveis são consumidos.

A fase de extinção ocorre quando a maior parte do combustível já foi consumida. A intensidade do fogo diminui drasticamente e a queima, em geral, se processa em pequenas chamas.

Os modelos existentes de incêndio em compartimentos colocam em evidência a grande complexidade do assunto, pois fenômenos térmicos, químicos, e da dinâmica dos fluidos aí estão presentes. Por esta razão, o problema é frequentemente tratado de forma simplificada no modelo de zonas, e para fins de análise o compartimento é dividido em zonas características com propriedades físicas e químicas homogêneas, como mostrado na figura 1.

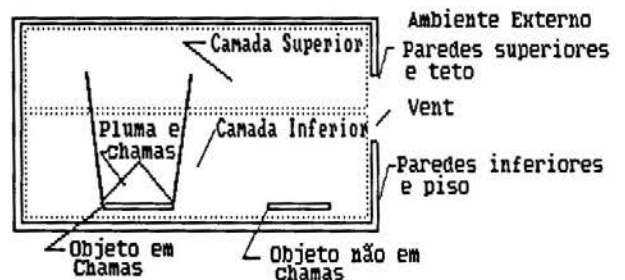


Figura 1: Modelo de Zonas

A vantagem dos modelos de zonas é que os programas de cálculo que a eles estão associados dão respostas rápidas e

razoavelmente precisas, rodam em computadores de pequeno porte permitindo facilmente atualizações e podem ser usados por não especialistas da área de Engenharia de Incêndio.

Os modelos de zonas são do tipo integral, não fornecendo portanto detalhes sobre a distribuição espacial das variáveis. A cada zona é atribuído um valor característico de cada variável principal e o modelo é capaz de descrever a variação no tempo de cada uma dessas grandezas.

## MODELOS DE INCÊNDIO EM COMPARTIMENTO

Os seguintes programas de simulação de incêndio, que usam o modelo de zonas, foram analisados: BRI2, COMPBRN-III, FIRST, CFAST.

FIRST (versão 1.2 - Set.1987) foi desenvolvido na Universidade de Harvard, Cambridge, EUA, (Mitler e Rockett, 1987).

BRI2 (versão BRI2T- Fev.92) foi desenvolvido no Building Research Institute, Tsukuba, Japan (Tanaka, 1992).

CFAST (versão 2.01- Fev.94) foi desenvolvido no National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, EUA (Peacock et al., 1993).

COMPBRN-III (versão e-1.1 - Fev.1993) foi desenvolvido na Universidade da Califórnia, Los Angeles, EUA (Apostolakis et al., 1990).

BRI2 e CFAST foram desenvolvidos para compartimentos múltiplos, FIRST e COMPBRN-III para compartimento único.

Os principais fenômenos que ocorrem num incêndio estão indicados na figura 2, sendo que estes fenômenos são tratados de forma distinta por cada programa de simulação de incêndio em compartimentos, conforme descrito a seguir.

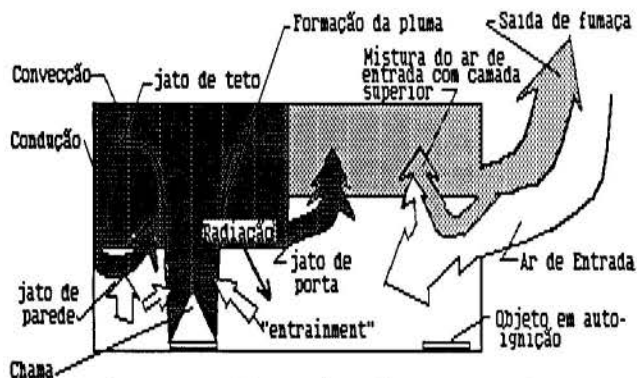


Figura 2 : Fenômenos Físicos no incêndio em compartimento

**Equações de Conservação.** Todos os programas utilizam as equações de conservação de massa e de energia para as camadas superior e inferior. A equação de conservação de espécies químicas também é utilizada no BRI2, CFAST e FIRST.

Para resolver o sistema de equações resultante FIRST utiliza um dos seguintes métodos: 1) Método de Jacobi (Substituições sucessivas); 2) Método Newton-Raphson (Método das secantes); 3) Método de Newton Rápido. COMPBRN-III utiliza somente o Método de Newton-Raphson. BRI2 e CFAST resolve as equações diferenciais ordinárias resultantes dos balanços por integração via Runge-Kutta.

**Modelo de Combustão.** A energia liberada através da queima de uma massa de combustível em função do tempo, levantada experimentalmente, é introduzida como dado inicial.

A taxa de queima depende da ventilação disponível, da área de superfície do combustível e da natureza do combustível. Nos quatro modelos, o incêndio pode ter sua taxa de queima limitada pela quantidade de oxigênio ou combustível disponível.

No FIRST existe, também, a possibilidade de se utilizar uma curva de crescimento exponencial ou o modelo de incêndio em poças.

**Plumas.** O empuxo gerado pelo processo de combustão em um incêndio causa a formação de uma pluma. A pluma transporta

massa e energia da fonte de incêndio para a camada superior. Quando a pluma de gases ascende ao teto o ar ambiente ao redor, relativamente mais frio, é misturado com a pluma ("entrainment"). Uma camada de gás quente é então, formada pela pluma do incêndio junto ao teto do compartimento.

O modelo de "entrainment" considera a penetração de ar lateralmente na pluma. Esta entrada de ar frio abaixa a temperatura dos gases da pluma.

O efeito da colocação de uma parede vertical próxima a uma fonte de incêndio, reduz o fluxo de massa da pluma pela diminuição da área da pluma em que ocorre a entrada de ar do ambiente. A redução do ar de "entrainment" causa uma elevação da temperatura da camada superior. Como menos ar entra na pluma, a espessura da camada quente diminui.

Os programas utilizam modelos de pluma baseados em dados empíricos. BRI2 utiliza o modelo de pluma de Zukoski. COMPBRN-III utiliza modelo de Zukoski simplificado. FIRST permite a escolha da modelo de pluma dentre as seguintes opções: 1) Morton-Taylor (Morton, 1956) 2) McCaffrey, (McCaffrey, 1983) 3) Zukoski, (Zukoski et al., 1981) 4) Delichatsios (Mitler, 1987) 5) Hasemi (Hasemi, 1982). No CFAST é utilizado somente o modelo de McCaffrey.

**Vents.** O ambiente do compartimento troca massa com os compartimentos adjacentes e com o exterior através dos vents. A entrada de ar e saída de gases quentes muda a energia interna do compartimento. Os sistemas de ventilação aumentam as trocas de massa com os compartimentos adjacentes.

Os programas BRI2, COMPBRN-III, FIRST e CFAST deduzem expressões de fluxos em vents em função da diferença de pressão e de densidade entre camadas de compartimentos adjacentes, do coeficiente de vazão, da área do vent e outros parâmetros geométricos.

**Transferência de Calor por Condução.** Parte do calor recebido pelas paredes e objetos é perdido por condução. Nos modelos de condução a equação de difusão de calor unidimensional é resolvida por Crank-Nicholson. As condições de contorno diferem de um programa para outro.

**Transferência de Calor por Convecção.** Os gases da camada superior perdem calor para as paredes e objetos por convecção conforme a lei de Newton de resfriamento. O coeficiente de transferência de calor por convecção é calculado de forma diferente em cada programa.

**Transferência de Calor por Radiação.** Os modelos utilizam o método da radiação líquida para o cálculo do calor líquido trocado pelas camadas, paredes, teto e objetos. No BRI2, CFAST e FIRST, a emissividade da camada superior é considerada dependente da concentração de fumaça na camada superior. COMPBRN-III não considera esse efeito.

**Jato de porta (doorjet).** O modelo de jato de porta considera a passagem de gases da camada superior de um compartimento para outro através de uma abertura entre eles (uma porta, por exemplo). A passagem de gases se dá através de um jato que entra no compartimento adjacente formando neste, uma camada de gases quentes. A distribuição de velocidade e temperatura nos gases ascendentes segue uma distribuição gaussiana. A parte interna do jato com maior velocidade penetra na camada superior do compartimento adjacente. BRI2 e CFAST consideram o jato de porta na modelagem.

**Jato de teto (Ceiling jet).** A pluma de incêndio penetra a camada superior e atinge o teto na forma de jato, estando a alta velocidade e temperatura. Este jato turbulento flui radialmente para fora ao longo do teto, transferindo calor. A taxa de transferência de calor varia com a distância radial do ponto em que o jato impinge o teto, reduzindo rapidamente com o aumento do raio. CFAST é o único dos programas que considera o jato de teto.

**Jatos de parede.** Um jato de teto, quando situado próximo a uma parede, pode produzir um jato de parede que se dirige para

baixo. O fluxo descendente nas paredes é revertido, num determinado momento, pela influência das forças de empuxo, reentrando na camada superior após provocar um "entrainment" adicional de ar frio da camada inferior. Desta forma a espessura da camada superior cresce mais rapidamente, mas com temperatura e concentração de gases menor. COMPBRN-III é o único dos programas que considera o jato de parede.

Mistura de ar de entrada com a camada superior. A mistura de ar de entrada com os gases da camada superior é um "entrainment" turbulento que ocorre quando ar frio entra na abertura e gases quentes saem do compartimento acima da interface térmica. Parte dos gases que saem é dirigido para a camada inferior por esse processo. O empuxo faz com que os gases quentes voltem a subir e uma quantidade adicional de ar mais fresco da camada inferior vai para a camada superior. Esta mistura causa diminuição da temperatura da camada superior e aumento da espessura da camada de gases de combustão. COMPBRN-III é o único dos programas que considera a mistura de ar de entrada com os gases da camada superior.

### SIMULAÇÃO

Com o intuito de comparar o desempenho dos programas citados, foi considerado o experimento realizado pela SNL/UL (Sandia National Laboratories e Underwriters Laboratories). O objetivo da experiência SNL/UL era verificar a adequabilidade da afirmação do apêndice R da norma 10CFR 50 de que a distância de 20 ft de separação entre cabos elétricos e materiais combustíveis seria suficiente para garantir a integridade funcional dos cabos em uma emergência.

A configuração do compartimento no experimento da SNL/UL está indicada na figura 3. Um tanque de heptano de 10 galões é colocado a 20 ft de distância horizontal de três bandejas de cabos e entra ignição através de uma chama piloto. Analisa-se a seguir a evolução do incêndio.

Para os modelos computacionais, foram fornecidos os dados referentes a geometria do compartimento, tamanho dos vents, propriedades físicas dos objetos, curva do calor liberado em função do tempo, etc. A partir desses dados os programas calcularam a temperatura e espessura da camada superior, a concentração dos gases, os fluxos nos vents etc, em função do tempo. Foram utilizados os dados de propriedades físicas do heptano conforme Brandberry (1990) e do PVC de revestimento dos cabos elétricos conforme Mitler (1987). A curva de calor liberado fornecida como dado de entrada é baseada em dados de Duong (1991). As estimativas das taxas de queima para o heptano foram baseadas em valores obtidos por Babrauskas (1983).

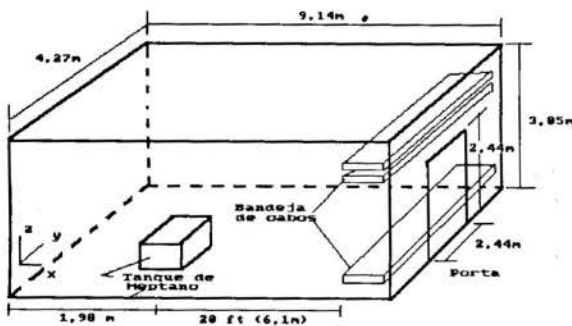


Figura 3 : Configuração do Experimento SNL/UL

A análise dos testes da SNL/UL, segundo Cline et al. (1983), mostrou que a distância de 20 ft não garante em todas as situações que não haja queima dos cabos elétricos. O relatório final da SNL/UL, demonstra vários casos em que houve danos aos cabos elétricos mesmo obedecendo a distância de 20 ft entre bandejas de cabos e uma fonte de incêndio no roteamento de cabos.

### DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Foi verificado que a eficiência de combustão é um parâmetro de forte influência nos resultados. FIRST e COMPBRN-III necessitam da eficiência de combustão como dado de entrada. Para estes foi utilizado o valor de 85% que está de acordo com dados de eficiência de queima de heptano para ambientes pouco ventilados similares ao do experimento SNL/UL (Tewarson, 1983). Já os programas BRI2 e CFAST possuem subrotinas que calculam a eficiência de combustão. BRI2 e CFAST fornecem eficiências de combustão mais altas que a real, e portanto fornecem temperaturas da camada superior mais altas que a real.

A figura 4 mostra que FIRST (utilizando o modelo de McCaffrey) e COMPBRN-III (com eficiência de combustão 85%) predizem a temperatura da camada superior com precisão muito boa, já BRI2 (modelo de Zukoski) e CFAST (modelo de McCaffrey) predizem temperaturas para a camada superior mais altas.

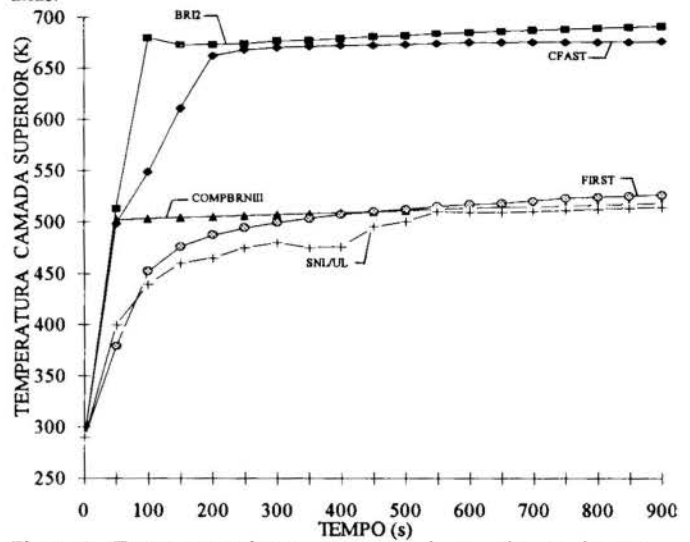


Figura 4 - Temperatura dos gases quentes da camada superior em função do tempo.

Os resultados computacionais do FIRST quando rodado com várias opções de subrotinas de pluma estão mostrados na figura 5. Verificamos que para este caso, os modelos de pluma de McCaffrey e Hasemi foram os que forneceram melhores resultados e o de Zukoski, o pior resultado.

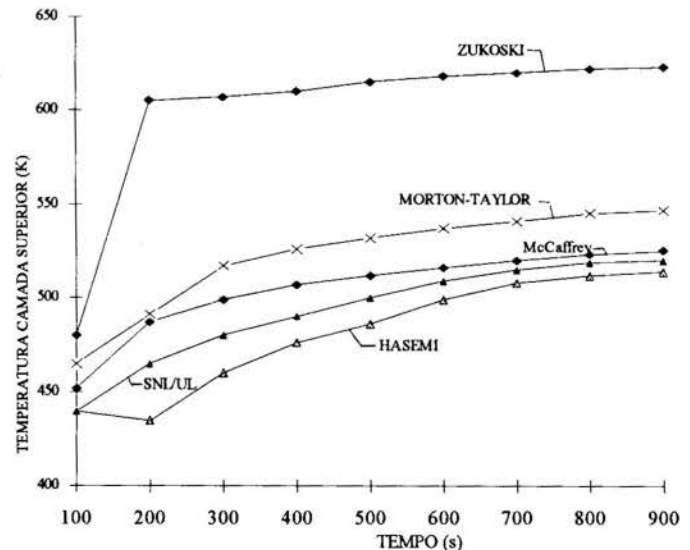


Figura 5 - Temperatura da camada superior com o programa FIRST para vários modelos de pluma.



Todas subrotinas de pluma são baseadas em relações empíricas para queima de diversos combustíveis em tanques de base circular. Para este caso que possui base não circular considera-se um tanque de área da base circular equivalente.

FIRST fornece a espessura da camada superior com boa aproximação, os demais fornecem valores menores que o real conforme figura 6. O modelo de pluma influe fortemente no fluxo de massa ascendente e portanto na espessura da camada superior formada. A taxa de queima e o fluxo de massa nos vents também influem na espessura da camada, e devem ser a causa dos resultados diferentes em cada modelo.

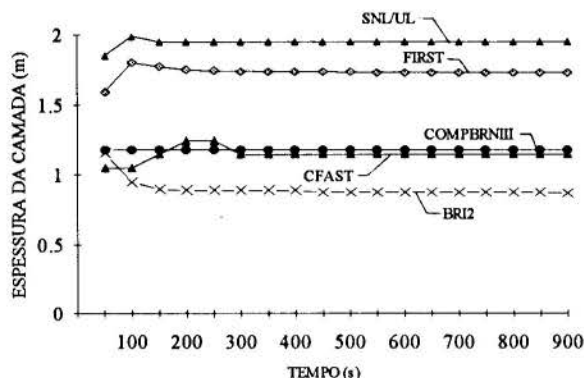


Figura 6 - Espessura dos gases quentes da camada superior em função do tempo

BRI2 e CFAST não avaliam a possibilidade de auto-ignição de objetos presentes no compartimento. Os resultados de FIRST e COMPBRN-III da figura 7 indicam que não ocorre auto-ignição no trem de cabos elétricos já que a temperatura da superfície dos cabos não atingiu 789 K (temperatura de auto-ignição dos cabos), o que está de acordo com o experimento da SNL/UL.

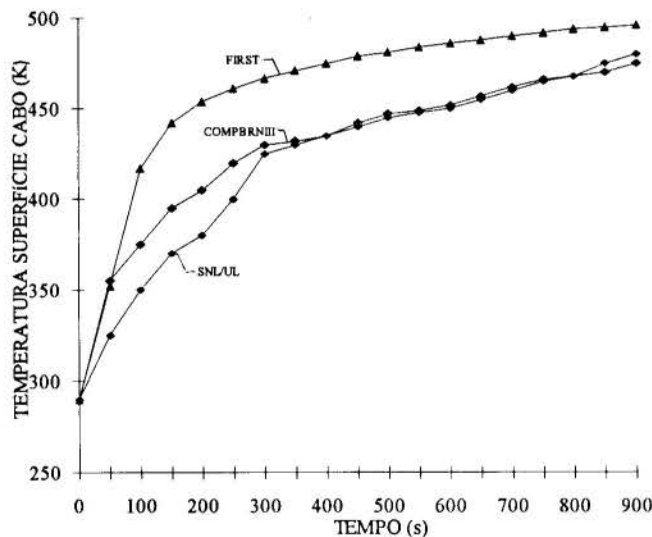


Figura 7 - Temperatura da superfície dos cabos elétricos em função do tempo

## CONCLUSÕES

Através de comparação com resultados do experimento da SNL/UL, verificou-se que os modelos computacionais apresentaram resultados satisfatórios.

Entre os parâmetros em estudo, a eficiência da combustão, a taxa de queima de combustível e o modelo de pluma são os que tem maior influência nos resultados. Foram verificados valores mais altos de temperatura e espessura da camada superior nos modelos que superestimaram a taxa de queima e a eficiência da combustão.

Houve grande variação nos resultados das temperaturas da

camada superior para as diversas subrotinas de plumas. Nenhuma das subrotinas de plumas considera o efeito da forma geométrica do tanque de heptano. Esta simplificação entretanto pode ter produzido desvios no cálculo da vazão de ar de "entrainment" e por consequência desvios no cálculo da temperatura e espessura da camada superior.

Da análise feita, conclui-se que deve-se utilizar as subrotinas disponíveis atualmente nos modelos computacionais com muito cuidado, já que estas somente são válidas em determinadas condições particulares de um incêndio. É necessário melhorar ainda mais os modelos de pluma e de taxa de queima de forma que para cada configuração do compartimento, tipo de combustível e concentração de oxigênio tenha-se o modelo mais adequado.

## REFERÊNCIAS

- .Apostolakis G., V. Ho, S. Chien - "COMPBRN-IIIe - An Interactive Computer Code for Fire Risk Analysis", UCLA, 1990.
- .Babrauskas, V., "Estimating large pool fire burning rates", *Fire Technology*, 19(4), 251, 1983.
- .Brandyberry, M., Apostolakis George - "Response Surface Approximation of a Fire Risk Analysis Computer Code" *Reliability Engineering and System Safety* 29, 153-184, 1990.
- .Cline, D.D., Riesemann, W.A., Chaves, J.M., "Investigation of Twenty-Foot Separation as a Fire Protection Method" Report NUREG/CR 3192, 1983.
- .Duong, D.Q., "Modelling and Hazard Analysis of SNL/UL Experiments" *Proceedings of Third International Symposium Fire Safety Sciences - Edinburg*, Vol.I, pp. 515-524, 1991.
- .Emmons, H.W., "The Prediction of Fire in Buildings" *Proceedings of the Seventeenth Symposium on Combustion*, Vol I, pp. 1101-1112, 1978.
- .Emmons, H.W., "The Calculation of Fire in a Large Building", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol.105, pp. 151-158, 1983.
- .Hasemi Y, Tokunaga T., Tanaka T., "Mass Flow Rate Formula for the upward Current above Diffusion Flames", *Fire Science and Technology*, 2, V.117, 1982.
- .Peacock, R.D., Forney G.P., Reneke P., Portier R., Jones W.W. - "CFAST, The Consolidated Model of Fire Growth and Smoke Transport", NIST, USA, 1993.
- .McCaffrey, B.J., "Momentum Implications for Buoyant Diffusion Flames", *Combustion and Flame*, 52, pp.149-167, 1983
- .Mitler H.E., Rockett, J.A. "User's Guide to FIRST, A Comprehensive Single-Room Fire Model", NBSIR, National Bureau of Standards, USA, 1987.
- .Morton B.R., Taylor G., "Turbulent Gravitational Convection from Maintained and Instantaneous Sources", *Proceedings of Royal Society (London)* A234, pp.1-23, 1956.
- .Nowlen, S.P. "Quantitative Data on the Fire Behavior of Combustible Materials Found in Nuclear Power Plants", Sandia National Laboratories, NUREG/CR-4679, Albuquerque, 1987.
- .Peacock, R.D., Forney G.P., Reneke P., Portier R., Jones W.W. - "CFAST, The Consolidated Model of Fire Growth and Smoke Transport", NIST, USA, 1993.
- .Tanaka, T., "Manual do BRI2T" (em japonês)-Building Research Institute - Tokyo, 1992.
- .Tewarson, A., "Heat release rate in fires", *Fire and Materials*, 4, 185, 1980.
- .Zukoski, E.E., Kubota, T., Centengen B., "Entrainment in Fire Plumes", *Fire Safety Journal*, 3, V.107, 1981.

## ABSTRACT

The aim of this article is to present a comparative study of some computer fire models (BRI2, COMPBRN-III, FIRST and CFAST) and experimental data by SNL/UL. It was found that the models give adequate results for engineering purposes. The computational results imply that the combustion analysis and the plume model play a keyrole on the prediction. There are many features that could be improved in each model.

## NUMERICAL STUDY OF THE CRITICAL IGNITION CONDITIONS FOR SPHERICAL HYDROGEN-AIR FLAMES

M. Vidal, L. F. Figueira da Silva, B. Deshaies & M. Champion  
Laboratoire d'Energétique et de Détonique - URA 193 au CNRS - ENSMA  
86960 Futuroscope Cedex, FRANCE

### SUMMARY

*We present a numerical study of the ignition of hydrogen-air spherical premixed flames. The numerical code used accounts for a detailed description of chemical kinetics. Physical properties are taken as functions of the local state of the gas. The minimum energy required to obtain ignition is mapped as a function of the mixture equivalence ratio, initial pressure and temperature, and of the characteristics (spatial extent and duration) of the energy source.*

### INTRODUCTION

Precise knowledge of the critical ignition conditions of premixed combustible gases is important from the point of view of both engine design and industrial hazards prevention.

In this work we focus our attention on the study of the conditions under which ignition and propagation of a spherical premixed flame can be obtained in hydrogen-air mixtures.

This problem has been treated previously both from an experimental and theoretical points of view. Lewis & von Elbe (1961) presented an experimental study of the influence of the equivalence ratio of the mixture on the energy required to obtain ignition by a spark ignition. A difficulty present in the interpretation of their results is the unknown amount of heat losses to the electrodes. Deshaies & Joulin (1984) and Champion et al. (1986, 1988) evidenced, by means of a theoretical and numerical study, the existence of a critical energy required to obtain ignition and propagation of a spherical premixed flame in an homogeneous mixture, in the case of a one-step irreversible reaction.

The study we present is carried out by using a computer code capable of simulating the combustion of a gaseous mixture whose physical properties are functions of pressure, temperature and of the composition (Kee et al., 1980, 1983). A complex chemical kinetics scheme (9 species and 19 reactions) is used to describe hydrogen-air chemistry (Kee et al., 1980). Ignition is triggered by a localized heat source of finite duration and spatial extent, which intends to approximate some of the characteristics of a spark ignition plug.

In a first step, we successfully compare the minimum ignition energy and the steady propagation velocity of the flame with previous numerical and exper-

imental results.

In a second step, we conduct an extensive study of the influence of the mixture equivalence ratio and of initial temperature and pressure on the critical ignition energy. We show that there exists a value of the equivalence ratio which leads to a minimum of the critical ignition energy. Furthermore, for given mixture composition and temperature, there exists a value of the pressure that leads to a minimum ignition energy. This feature is shown to be directly related to the existence of the extended second limit of explosion, which is in accordance with experimental evidence (Kurban Ghafil, 1986).

A survey on the influence of the duration of heat deposit on the critical ignition conditions is also performed. An asymptotic value of the minimum ignition energy is found to exist for the shortest durations.

### MATHEMATICAL FORMULATION

In the present paper we make the following assumptions: (i) spherical geometry, (ii) constant static pressure, (iii) negligible radiative and Dufour heat transfer, (iv) species diffusion obeys Fick's law. A critical analysis of these hypothesis can be found elsewhere (Champion et al., 1986). The conservation equations for mass, species, and energy can be written as (Williams, 1985):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \rho u r^2}{\partial r} = 0$$

$$\rho \frac{\partial Y_k}{\partial t} + \rho u \frac{\partial Y_k}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho r^2 D_k \frac{\partial Y_k}{\partial r} \right) = \dot{\omega}_k W_k \quad k = 1, \dots, K$$

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho u \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{r^2 c_p} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{c_p} \sum_{k=1}^K h_k \dot{\omega}_k W_k -$$

$$\frac{1}{c_p} \sum_k^K \left( \rho D_k c_{p_k} \frac{\partial Y_k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + Q = 0$$

$$\frac{p}{\rho} = RT \sum_{k=1}^K \frac{Y_k}{W_k}; \quad h_k = h_k^0 + \int_{T_0}^T c_{p_k} dT$$

In these equations classical terminology is employed. The boundary conditions used at the origin are zero velocity and derivatives for temperature and mass fractions. At the outer edge of the domain we suppose that temperature and species mass fractions remain constant. At the beginning of the calculation, and for a time duration  $\tau$ , a constant energy source is imposed at  $0 < r < R$ .

The chemical kinetics scheme used in this paper (Kee et al., 1980) involves the following species  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $H_2O$ ,  $OH$ ,  $H$ ,  $O$ ,  $HO_2$ ,  $H_2O_2$  and  $N_2$ , and 19 elementary reactions.

## RESULTS AND DISCUSSION

Numerical Code Validation. We validate our numerical code for both ignition and flame propagation phases.

Experimental data are available concerning the energy required to obtain ignition for different equivalence ratios of the hydrogen-air mixture (Lewis & von Elbe, 1961). The typical size and time for the energy deposit taken in our numerical study are 0.3mm and  $5\mu s$  respectively. In figure 1 we show a comparison between experimental values of the energy required to ignite the mixture and our calculated results, as a function of the equivalence ratio of the fresh unburned gases. Initial pressure and temperature are  $p_0=0.1MPa$   $T_0=300K$ . It is clear in this figure that the calculated critical energy required to ignite the mixture is always of the order of 10% of the measured electrical energy. This discrepancy can be attributed to the energy losses through the electrodes. Maly & Vogel (1979) have measured these losses, which vary between 50% and 70% of the electrical energy.

A second comparison is made with experimental data (Kageyama & Rakotonia, 1993) for an  $H_2$ -air mixture with unity equivalence ratio. The duration of the spark is 2.355ms and the distance between electrodes is 2mm. The calculated critical energy, 11mJ is again 20% of the measured one (51mJ).

Numerical results concerning the ignition by a central heat source are given by Mass & Warnatz (1988) and Kailasanath et al. (1982). In these works the heat source is considered to be an exponential decreasing function of the radius. In these two papers the ignition energies they obtain are 2mJ and 4mJ, respectively. These energies correspond to a radius of 1mm and a typical time of 0.1ms (duration time of the spark). For the same mixture ( $p_0=0.1MPa$ ,  $T_0=300K$  and  $\phi = 1$ ), we obtain a critical energy of 1.75mJ. It

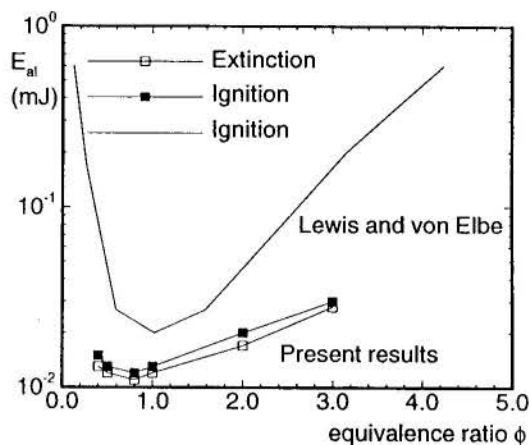


Figure 1: Ignition energy as a function of the equivalence ratio of the fresh unburned gases. Comparison between calculated and experimental results.  $p_0=0.1MPa$ ,  $T_0=300K$ ,  $\tau=5\mu s$  and  $R=0.15mm$

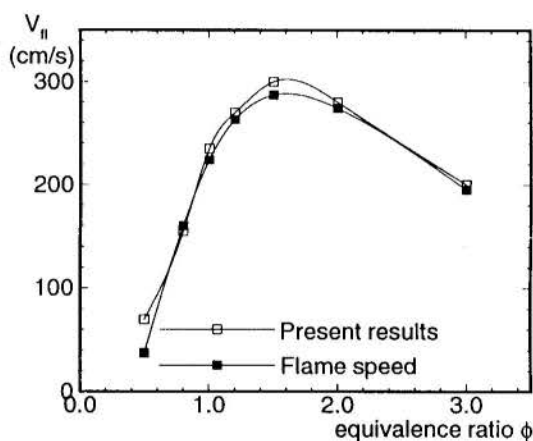


Figure 2: Flame velocity as a function of the equivalence ratio of the fresh unburned gases. Comparison between calculated values for the spherical flame and the adiabatic planar flame.  $p_0=0.1MPa$ ,  $T_0=300K$

must be noticed that different chemical kinetics models are used by each of the authors.

Once ignition is obtained, a spherical flame propagates in the mixture of fresh unburned gas. In the limit of very large flame radius (when compared to the flame thickness), this flame possesses the same characteristics of a planar freely propagating adiabatic flame.

In figure 2 we compare the adiabatic flame speed calculated with the original computer code with the values we obtain after the spherical flame attains a stable propagation. The values we calculate are within 10% of the adiabatic flame speed.

On the basis of the comparisons performed above, we consider that our numerical code is able to describe correctly the phases of ignition and propagation of combustion.

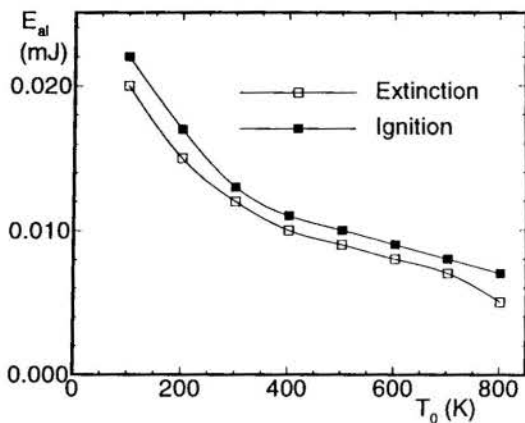


Figure 3: Critical ignition energy as a function of the temperature of the fresh unburned gases.  $p_0=0.1\text{MPa}$ ,  $\phi = 1$ ,  $\tau=5\mu\text{s}$  and  $R=0.15\text{mm}$

The Influence of the Initial Conditions of the Gas on the Critical Ignition Energy. We address here the influence of the initial temperature and pressure of the fresh unburned gases on the critical ignition energy. The characteristics of the heat source are held fixed ( $\tau=5\mu\text{s}$ ,  $R=0.15\text{mm}$ ), as well as the equivalence ratio,  $\phi=1$ .

In figure 3 we show the influence of the initial temperature of the mixture on the critical ignition energy, the pressure being held constant at  $0.1\text{MPa}$ . We observe that the critical energy decreases as the initial temperature increases. This result can be expected: as we increase the temperature of the fresh unburned mixture, we approach the self-ignition point, and thus less energy is required to ignite the gas.

In figure 4 the critical ignition energy is plotted as a function of the initial pressure, the temperature of the fresh unburned gases being  $T_0=300\text{K}$ . It can be seen that this curve possesses a minimum around  $p_0=0.1\text{MPa}$ . This is attributed to the second explosion limit of the hydrogen-air mixtures (Lewis & von Elbe, 1961). During the ignition phase, a competition exists between the reactions  $\text{H}+\text{O}_2 \rightleftharpoons \text{OH}+\text{O}$ , a chain branching reaction with high activation energy, and  $\text{H}+\text{O}_2+\text{M} \rightleftharpoons \text{HO}_2+\text{M}$ , a three-body chain propagation reaction, which is very sensitive to pressure. For the low pressures of the mixture, the first reaction dominates, while the second one becomes more important around  $p_0=0.1\text{MPa}$ . This second reaction leads to the slow propagating  $\text{HO}_2$  chain. Therefore, at high pressures, more energy is required in order to produce radicals, and thus ignite the mixture.

The Influence of the Heat Source Characteristics on the Critical Ignition Energy. We now fix the state of the fresh unburned gases to  $p_0=0.1\text{MPa}$ ,  $T_0=300\text{K}$ ,

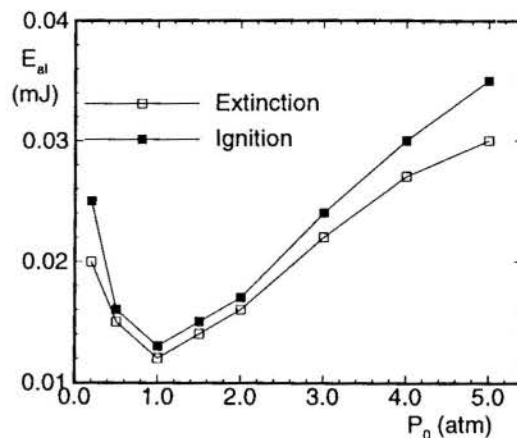


Figure 4: Ignition energy as a function of the pressure of the fresh unburned gases.  $T_0=300\text{K}$ ,  $\phi = 1$ ,  $\tau=5\mu\text{s}$  and  $R=0.15\text{mm}$

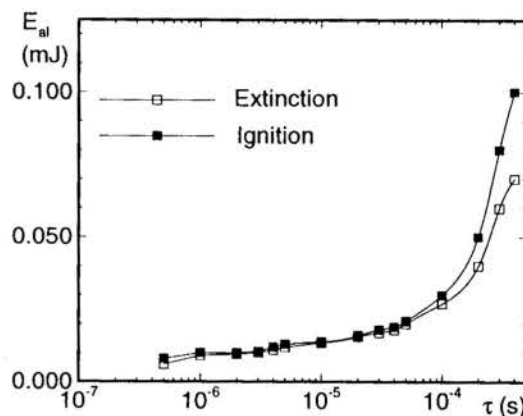


Figure 5: Ignition energy as a function of the source duration.  $p_0 = 0.1\text{MPa}$ ,  $T_0 = 300\text{K}$ ,  $\phi = 1$  and  $R=0.15\text{mm}$

$\phi = 1$  and vary both the duration and radius of the heat source.

Figure 5 shows the critical ignition energy as a function of the heat source duration for a fixed source radius of  $R=0.15\text{mm}$ . We can observe that the critical energy has an asymptotic behaviour for very small source times, increasing drastically for  $\tau > 0.1\text{ms}$ . For given energy deposition, the smaller is the duration time, the higher is the temperature reached in the kernel and the smaller the corresponding chemical time. For very small source durations, the chemical time is very short compared to the molecular transport time, and nearly all the energy is used by the chemical process. Ignition is triggered almost instantaneously.

As we increase the source duration, molecular transports will begin to play an important role, decreasing the temperature and radical concentration of the source kernel. This will lead eventually to an increase in the critical energy.



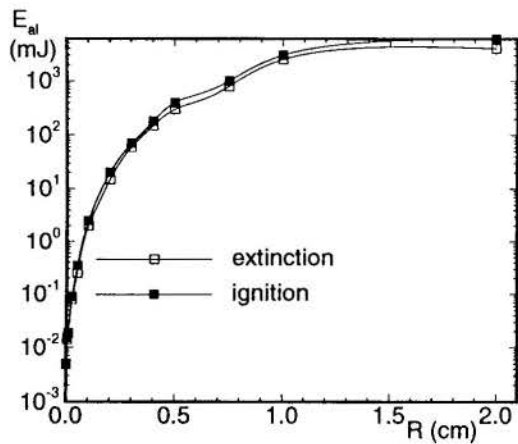


Figure 6: Ignition energy as a function of the source radius.  $p_0=0.1\text{MPa}$ ,  $T_0=300\text{K}$ ,  $\phi = 1$  and  $\tau=5\mu\text{s}$

In figure 6 the influence of the source radius on the critical energy, for a fixed duration  $\tau=5\mu\text{s}$  of the energy source is plotted. For large source radius,  $R>1\text{cm}$ , the critical energy possesses an asymptote, and for  $R<0.5\text{cm}$  a sharp decrease can be noticed.

In the limit of very small heat source radius, diffusion effects become extremely important, due to the  $1/r$  "additional" term in spherical coordinates. This has the effect of increasing heat and species transport from the source kernel to the fresh unburned gases, thus favouring ignition. As the source radius is increased, more energy will be required to heat the gas up to ignition. For large source radius, diffusion effects are far less important, and the center of the kernel is increasingly isolated from the fresh gases. This leads to a stabilisation of the critical energy required to obtain ignition.

## References

- M. Champion, B. Deshaies, and G. Joulin. "Relative influences of convective and diffusive transports during spherical flame initiation." *Combustion and Flame*, 74:161-170, 1988.
- M. Champion, B. Deshaies, G. Joulin, and K. Kinoshita. "Spherical flame initiation: Theory versus experiments for lean propane-air mixtures." *Combustion and Flame*, 65:319-337, 1986.
- B. Deshaies and G. Joulin. "On the initiation of a spherical flame kernel." *Combustion Science and Technology*, 37:99-116, 1984.
- S. Kurban Ghafil. "Contribution à l'Etude de l'Energie d'Allumage et de la Limite d'Inflammabilité des Mélanges Hydrogène-Oxygène Fortement Dilués avec l'Azote." PhD thesis, L'Université de Poitiers, Janvier 1986.

K. Kailasanath, E. Oran, and J. Boris. "A theoretical study of the ignition of premixed gases." *Combustion and Flame*, 47:173-190, 1982.

R. J. Kee, J. A. Miller, and T. H. Jefferson. "CHEMKIN: A general-purpose, problem-independent, transportable, fortran chemical kinetics code package." *Technical Report SAND80-8003/UC-4*, Sandia National Laboratories, March 1980.

R. J. Kee, J. Warnatz, and J. A. Miller. "A fortran computer code package for the evaluation of gas-phase viscosities, conductivities, and diffusion coefficients." *Technical Report SAND83-8209/UC-32*, Sandia National Laboratories, March 1983.

B. Lewis and G. von Elbe. "Combustion, Flames and Explosions of Gases." New York: Academic Press, 1961.

U. Maas and J. Warnatz. "Ignition process in hydrogen-oxygen mixtures." *Combustion and Flame*, 74:53-69, 1988.

R. Maly and M. Vogel. "Initiation and propagation of flame fronts in lean  $\text{CH}_4$ -air mixtures by three modes of the ignition spark." In *Seventeenth Symposium (International) on Combustion*, pages 821-831, Pittsburgh, 1979. The Combustion Institute, The Combustion Institute.

F. A. Williams. "Combustion Theory." Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., second edition, 1985.

## UTILIZAÇÃO DE COMBUSTÍVEIS SECUNDÁRIOS E RESIDUAIS EM FORNOS DE CIMENTO

R. J. SILVA<sup>1</sup>, L. F. S. ROSSI<sup>2</sup>, S. A. NEBRA<sup>2</sup>

1 - Depto. de Mecânica - IEM - Escola Federal de Engenharia de Itajubá.  
Av. BPS, 1303 - Pinheirinho - Cep. 37500-000 - Itajubá-MG

2 - Depto. de Energia - FEM - Universidade Estadual de Campinas.  
Caixa Postal 6122 - Cep. 13081-970 - Campinas-SP

### RESUMO

Este artigo apresenta um estudo sobre a utilização de combustíveis secundários e residuais alternativamente aos combustíveis fósseis na produção de cimento Portland, considerando aspectos tecnológicos e ambientais. A utilização destes está condicionada ao processo de transferência de calor no forno, às reações químicas no interior do mesmo, às emissões de sub-produtos para a atmosfera e aos níveis de absorção de metais pesados na matriz do clínquer.

### INTRODUÇÃO

A indústria de cimento é caracterizada pelo uso intensivo de energia térmica e elétrica, sendo a primeira forma utilizada principalmente nos fornos rotativos, e a segunda na moagem do cru e do cimento. Em termos do consumo mundial de energia em 1992, o setor apresentou-se como o quarto maior consumidor (Benoit e Hamel, 1993). Em 1990, a produção mundial alcançou a marca de 1,153 bilhões de toneladas anuais (SNIC, 1992).

O cimento Portland é obtido a partir de uma mistura, em proporções determinadas de clínquer, gesso e adições ativas. Em presença de água este inicia as reações de hidratação, que conduzem ao seu endurecimento, com características de alta resistência à compressão. O principal constituinte do cimento Portland, o clínquer, é obtido a partir da queima de uma mistura finamente moída, de calcário, argila, areia, minério de ferro e eventualmente outros aditivos em alta temperatura (1450°C). Algumas reações de formação do clínquer são endotérmicas e outras exotérmicas. A reação de calcinação ( $\text{CaCO}_3 \Rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2$ ) é fortemente endotérmica e consome a maior parte do calor teórico de formação do clínquer.

O clínquer pode ser obtido basicamente por dois tipos de processos, isto é, pelo processo de via úmida e pelo processo de via seca. A obtenção do clínquer pelo processo de via seca pode se dar em fornos longos, em fornos com preaquecedores, e em fornos com precalcinadores e preaquecedores. As características operacionais dos mesmos são apresentadas na Tabela 1, (Fonseca et al, 1992).

Os combustíveis tradicionais utilizados pela indústria cimenteira são: carvão mineral, óleo combustível e gás natural. Contudo o setor deste 1970, em especial nos Estados Unidos, vem investigando novas fontes de energia, com o objetivo de reduzir os custos de fabricação, no qual os combustíveis representam 1/3 do custo total. Neste contexto, a possibilidade de queima de combustíveis secundários, originados de resíduos industriais ou urbanos, nos fornos rotativos de produção de clínquer, representa não apenas uma alternativa do ponto de vista técnico e econômico, mas também uma alternativa à disposição destes em aterros sanitários.

Combustíveis secundários tem ganhado importância como uma alternativa à forte dependência de combustíveis fósseis, e sobretudo aos problemas ambientais criados pela disposição inadequada de resíduos em aterros sanitários.

### CONDIÇÕES PRELIMINARES

Os combustíveis secundários utilizados na fabricação de cimento normalmente substituem parte dos combustíveis fósseis. A quantidade de subs-

tituição depende de sua composição química, do teor de cloro, traços de metais pesados presentes, e a constituição de suas cinzas. Muitos destes resíduos possuem alta umidade (>20%), alto teor de cinzas (>40%), e baixo poder calorífico (<15000 kJ/kg). Por vezes apresentam também alta porcentagem de constituintes como: álcalis, enxofre, cloro, titânio,  $\text{P}_2\text{O}_5$ , etc.

Podem ser classificados como combustíveis secundários: carvão mineral com alto teor de cinzas e enxofre; resíduos agrícolas como, casca e palha de arroz, bagaço, etc.; materiais sintéticos como, resíduos de papel e plásticos; resíduos industriais; resíduos de petróleo; resíduos da indústria de fertilizante; resíduos da indústria de alumínio, etc. Existe uma longa lista de resíduos identificados, que podem ser utilizados na produção de cimento, os quais são apresentados na Tabela 2.

O forno rotativo da indústria de cimento é considerado um versátil incinerador, e pode queimar combustíveis no estado sólido, líquido ou gasoso. Pode ainda queimar uma variada gama de resíduos, em condições específicas. Contudo, deve-se atentar para a compatibilidade das cinzas e de outros sub-produtos da queima destes combustíveis com o clínquer, afim de se evitar queda da qualidade, problemas operacionais na produção, problemas ambientais com emissões, e saúde dos operários que manuseiam o cimento em seu uso final (Ahluwalia, 1992).

### A UTILIZAÇÃO DOS COMBUSTÍVEIS SECUNDÁRIOS

O uso de combustíveis secundários requer estudos específicos para solucionar muitos problemas que resultam de seu uso. Os principais problemas relacionados ao uso destes combustíveis podem ser classificados em: problemas operacionais e de preparação do combustível; impacto na qualidade; e poluição ambiental.

#### Preparação do Combustível e Problemas Operacionais.

Alguns tipos de combustíveis secundários queimados em fornos rotativos, necessitam por vezes de preparação prévia para sua utilização. Em certos tipos de resíduos é necessário proceder-se a uma secagem, pelletização, e/ou pulverização. Outros resíduos requerem corte, esmagamento, e/ou pulverização. Os problemas relacionados com a preparação do combustível são diferentes para cada tipo de resíduo, requerendo estudos individuais.

Alguns problemas operacionais relacionados com o uso de combustíveis secundários são: obstrução ao fluxo de material no preaquecedor devido aos voláteis, instabilidade na temperatura, formação de colagens, vida dos refratários, problemas de moagem devido à mistura, e problemas operacionais devido ao armazenamento e manuseio, etc.

Tabela 1 - Características Operacionais dos Sistemas de Produção de Clínquer

Tipo de Processo	Cons. Espec. [kJ/kg de clq]	Temperatura [°C]
Processo de Via Úmida forno rotativo longo	5860 - 5000	180 - 260
Processo de Via Seca forno rotativo longo	4600 - 3970	550 - 760
forno com preaquecedor	3600 - 3350	330 - 380
com precalc. e preaquec.	3180 - 3050	300 - 360

Tabela 2 - Resíduos Utilizados como Combustíveis Secundários na Produção de Cimento Portland

<b>1 - MATERIAIS NATURAIS</b> a - Agricultura - casca de arroz - palha de arroz - casca de coco - casca de amendoim - resíduos de madeira - bagaço  b - Outros - resíduos de animais - lama de esgoto - óleos usados	<b>3 - RESÍDUOS INDUSTRIAIS</b> a - Res. Petroquímicos - coque de petróleo - coque - resíduo asfáltico - lama ácida - resíduos químicos  b - Resíduos da Indústria de Fertilizantes  c - Resíduos da Indústria de Alumínio
<b>2 - MATER. SINTÉTICOS</b> - pneus usados - resíduos de borracha - resíduos plásticos - papelão - pó de grafite - carc. de bateria	<b>4 - OUTROS</b> - Resíduos domésticos - Resíduos municipais

#### Impacto na Qualidade.

A qualidade representa individualmente o mais importante parâmetro de controle no uso de combustíveis secundários na fabricação de cimento. Por isso, os combustíveis secundários podem somente ser utilizados, quando a composição de suas cinzas estiver em uma faixa considerada apta para a absorção pelo clínquer. Deve possuir também, compatibilidade com os componentes do cru, não apresentar problemas quanto à quantidade de metais pesados presentes e baixa toxicidade.

Entretanto, até o momento não se tem notícia de problemas mais sérios relacionados ao uso de combustíveis secundários, na qualidade do clínquer e no cimento produzido com ele.

Os efeitos da presença de metais pesados na qualidade do cimento produzido, tem sido objeto de novas investigações, com a avaliação dos níveis máximos de absorção, sem problemas na qualidade e na saúde de trabalhadores que manuseiam o cimento.

#### Poluição Ambiental.

A queima de combustíveis secundários nos fornos rotativos pode levar, de acordo com a classe e composição química, às emissões de produtos clorados, ácido clorídrico (HCl), outros gases ácidos, emissões de metais pesados (quando presentes em sua composição), bem como ao aumento das emissões de óxidos de enxofre (SOx) e óxidos de nitrogênio (NOx), em certos casos.

Baseado em estudos detalhados, a Agência de Proteção Ambiental dos Estados Unidos (USEPA), regulamentou a Legislação para Caldeiras e Fornos Industriais (BIF), que estabelece limites para emissões de hidrocarbonetos em 20 ppm, bem como uma eficiência e remoção de compostos clorados maior do que 99,99%. Baseado nesta Legislação, a quantidade de combustível secundário utilizado em substituição aos combustíveis fósseis, torna-se limitada pelos níveis aceitáveis de emissões consideradas sem riscos à saúde humana e ao ambiente (Holcomb and Pedelty, 1992). Para o caso de emissões de metais pesados,

os limites estabelecidos pela BIF para uma Máxima Exposição Individual (MEI) são apresentadas na Tabela 3 (Holcomb and Pedelty, 1992).

Tabela 3 - Limites Máximos para as Emissões Segundo a BIF (U.S. EPA).

Substância	Limites [µg/m³]	Substância	Limites [µg/m³]
<b>METAIS</b>			
Antimônio	0,30	Cromo Hex.	0,00083
Arsênio	0,0023	Chumbo	0,09
Bário	50,0	Mercúrio	0,08
Berílio	0,0042	Prata	3,0
Cádmio	0,0056	Tálio	0,50
<b>PRODUTOS DE COMBUSTÃO INCOMPLETA</b> 2,3,7,8 - TCDD equivalente			0,0000022
<b>PRODUTOS ORGÂNICOS PERIGOSOS</b> Eficiência de Destruição e Remoção			99,99%

NOTA: A Máxima Exposição Individual (MEI) corresponde a uma exposição em alta concentração para uma pessoa, durante 24hs por dia, 365 dias por ano, numa vida estimada de 70 anos.

Valores máximos aceitáveis para a concentração de metais pesados na composição do cimento, sem maiores danos à saúde dos operários, de acordo com Agências Internacionais de Saúde Ocupacional, foram reportados por Mantus (1992). Conforme verifica-se na Tabela 4, os teores médios de Arsênio e Cromo, levantados em testes realizados em 97 fornos rotativos, estão muito próximos dos limites máximos estabelecidos, chamando-se a atenção para o controle destes elementos.

Tabela 4 - Concentração de Metais Pesados no Cimento

METAIS	Nív. Aceitáveis [ppm]	Média [ppm]	Mínimo [ppm]	Máximo [ppm]
Antimônio	50.000,	2,4	0,7	4,0
Arsênio	200,	19,	5,0	71,
Bário	50.000,	280,	91,	1402,
Berílio	50,	1,1	0,3	3,1
Cádmio	1.000,	0,34	0,03	1,12
Cromo	100 (hexav)	76,	25,0	422,
Chumbo	5.000,	11,	1,0	75,
Mercúrio	5.000,	0,01409	0,00005	0,039
Níquel	---	31,	10,	29,
Selênio	---	1,42	0,062	2,23
Prata	1.000,	9,20	6,75	19,9
Tálio	10.000,	1,08	0,01	2,68

#### EXEMPLOS TÍPICOS DE COMBUSTÍVEIS SECUNDÁRIOS

A composição química de alguns combustíveis secundários, tais como: lama de esgoto (Obrist, 1987), combustíveis derivados de lixo (Haley, 1985), e pneus usados (Saito et al., 1987), dentre outros; foram tomados como exemplo para uma comparação com um carvão mineral (Weber, 1963), em termos de composição química e teor de cinzas. A Tabela 5 apresenta os valores encontrados, bem como os níveis de substituição alcançados com sucesso.

O enxofre introduzido no forno com a queima de combustíveis secundários pode levar a um aumento das emissões de SO<sub>2</sub>, caso não haja um balanço de álcalis na alimentação, os quais absorvem parte do enxofre, formando sulfatos alcalinos. Entretanto, isto depende das temperaturas no escoamento dos gases, e do tipo de instalação, que pode ser mais ou menos eficiente neste caso. Assim, havendo um excesso de álcalis, e boas condições de oxidação no forno, haverá correspondente diminuição das emissões de SO<sub>2</sub> para a atmosfera.

Compostos clorados como PVC, solventes, plásticos, resíduos petroquímicos, dioxinas e PCBs (policlorinatos bifenis), apresentam restrições para a sua queima em fornos rotativos, devido aos problemas

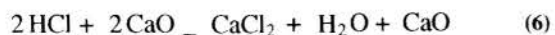
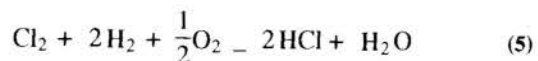
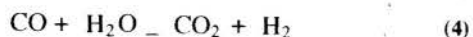
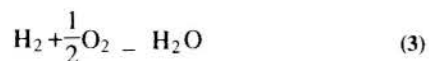
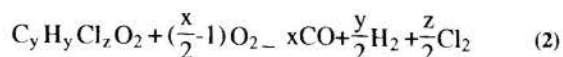
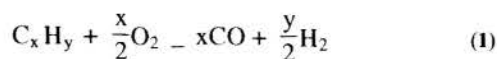
Tabela 5 - Análise Elementar da Composição Química de Alguns Tipos de Combustíveis Secundários.

Componente	Carvão Mineral	Lama de Esgoto	Combust. Derivado de Lixo	Pneus Usados
Carbono - C	75,2%	24,98%	34,2%	88,2%
Hidrogênio - H	4,1%	3,50%	5,0%	7,2%
Enxofre - S	1,2%	0,43%	0,4%	1,8%
Cloro - Cl	---	0,05%	0,8%	---
Nitrogênio - N	1,2%	3,50%	1,1%	< 1%
Oxigênio - O	2,6%	15,02%	---	---
Cinzas	14,9%	46,20%	29,6%	2,8%
Umidade	0,8%	6,60%	34,6%	---
Substituição	---	12%	20%	11-18%
Poder Calorífico [kJ/kg]	25392,	9235,	9850,	36125,

operacionais com os ciclos internos formados, bem como pela formação de HCl e a destruição incompleta destes componentes. Muitos estudos detalhados acerca da queima destes compostos têm sido feitos, com o intuito de estabelecer os limites para a introdução de cloro (Cl) nesses tipos de fornos. A partir de balanços de massa, e estudos de transferência de calor e equilíbrio termodinâmico, pode-se estimar os limites de substituição dos combustíveis fósseis pelos combustíveis secundários que contenham cloro.

#### Reações com Compostos Clorados

A alta temperatura dos gases de combustão no interior dos fornos rotativos (1200 a 2000°C) e o tempo de residência nestas temperaturas acima de 2 segundos, asseguram condições para a destruição completa dos compostos tóxicos presentes em combustíveis secundários, em níveis acima de 99,99%. Contudo, os compostos clorados formam HCl, que pode ser convertido em CaCl<sub>2</sub>, na atmosfera alcalina do forno, em temperaturas que favorecem esta reação. Conforme estudos de Jones and Lindstedt (1988), no qual as reações de combustão são analisadas por etapas, estabeleceu-se a cadeia de reações para o caso da queima de um orgânico-clorado, conforme segue:



Através do cálculo de equilíbrio termodinâmico é possível estimar o valor das emissões de HCl do forno rotativo no final do processo, considerando que parte deste reage com o CaO para formar CaCl<sub>2</sub>.

#### Estimativa das Emissões de HCl

Para a estimativa da conversão do HCl estabeleceu-se as seguintes equações de cálculo da energia livre de Gibbs ( $\Delta G$ ), em função das temperaturas de operação do forno (Sandler, 1989), as quais variam de 1200 a 2000 °C num forno de via seca, para as reações apresentadas nas Equações (5) e (6).

$$\Delta G_{(5)}^0 = \Delta H_{(5)}^0 - T \cdot \Delta S_{(5)}^0 \quad (7)$$

$$\ln K_{(5)} = - \frac{\Delta G_{(5)}^0}{R \cdot T} \quad (8)$$

$$K_{(5)} = \frac{(y_{HCl})^2 \cdot (y_{H_2O})}{(y_{Cl_2}) \cdot (y_{H_2})^2 \cdot (y_{O_2})^{0,5}} \quad (9)$$

$$\Delta G_{(6)}^0 = \Delta H_{(6)}^0 - T \cdot \Delta S_{(6)}^0 \quad (10)$$

$$\ln K_{(6)} = - \frac{\Delta G_{(6)}^0}{R \cdot T} \quad (11)$$

$$K_{(6)} = \frac{(y_{H_2O})}{(y_{HCl})^2} \quad (12)$$

onde:

$$\begin{aligned} y_{Cl_2} &= 1-e_1; y_{H_2} = 2-e_1; y_{O_2} = 0,5-0,5e_1; \\ y_{HCl} &= 2e_1-2e_2; y_{H_2O} = e_1+e_2; y_{CaO} = 2-e_2; \\ y_{CaCl_2} &= e_2. \end{aligned}$$

Tomando as relações de equilíbrio, em função da temperatura para as equações apresentadas, pode-se estimar que no final do processo, de 6 a 17% do cloro introduzido no forno poderá ser liberado para o ambiente na forma de HCl, após sua conversão parcial em CaCl<sub>2</sub>, conforme apresentado na Fig. 1.

Baseando-se nos limites máximos estabelecidos para estas emissões, pode-se estabelecer o percentual de substituição para os combustíveis secundários, tomando em conta também as condições de dispersão dos gases na atmosfera.

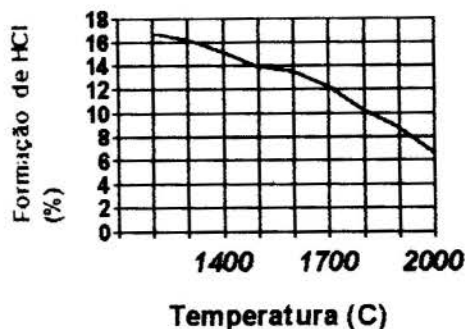


Fig 1 - Formação de HCl como uma função da temperatura.



Analisando a queima de combustível derivado de lixo, cuja composição está apresentada na Tabela 4, contendo 0,8% de Cloro, num percentual de substituição de 20% do carvão mineral, estima-se uma emissão na faixa de 14 a 34 ppm de HCl, que de fato, estabelece os limites de substituição.

## **CONCLUSÕES**

Como apresentado, utilizando o cálculo de equilíbrio termodinâmico, é possível estimar os níveis de emissão de gases tóxicos, utilizando a metodologia apresentada, para o caso da queima de combustíveis secundários. Entretanto, é necessário sua avaliação experimental, que deve ser feita no futuro.

De acordo com o exposto neste artigo, a queima de combustíveis secundários em fornos rotativos da indústria de cimento, deverá obedecer aos critérios de máxima absorção de metais pesados pelo clínquer, mínimos níveis de emissões de gases e metais tóxicos, taxa de alimentação do forno, e níveis de qualidade do cimento a ser produzido.

O conhecimento acerca dos mecanismos de destruição de componentes tóxicos, no interior dos fornos rotativos poderão propiciar alta segurança na queima de combustíveis residuais, com o conseqüente uso de seu potencial energético. Assim, estes poderão substituir combustíveis fósseis usados em grande escala pelo setor cimenteiro em todo o mundo.

A queima de muitos resíduos industriais como combustíveis secundários nos fornos da indústria de cimento, constituem uma boa alternativa do ponto de vista ambiental, se feita de maneira segura. Neste caso, ela propicia a destruição de substâncias perigosas, o que pode ser vantajoso, caso estas substâncias não sejam convenientemente armazenadas em aterros sanitários.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

. Ahluwalia, S.C. and Page, C.H. (1992). "Effect of low grade fuels, combustible wastes and non-traditional raw materials," 9th International Congress on the Chemistry of Cement, New Delhi, India, September, pp.83-122.

. Benoit, M.R. e Hamel, B.B. (1993). "Tratamento e Destruição de Resíduos Perigosos em Fornos de Cimento Portland", Revista Brasileira de Engenharia Química, Dezembro, pp. 10-16.

. Fonseca, M.A.S. et al. (1992). "Comparative Study on Energy Indicators for Cement Sector in Brazil and E.E.C.", Seminary EEC/Brazil, IPT, São Paulo, Brazil, March 23 to 25.

. Haley, C.A.C. (1985). "The Use of Refuse Derived Fuel in Cement Manufacture". Ciments, Bétons, Plâtes, Chaux; n. 754, March, pp.155-158.

. Holcomb, L.C. and Pedelty, J.F. (1992). "Exposure to Emissions from Cement Kilns Burning Waste-Derived Fuels Compared to Health Based Standards". Air & Waste Management Association, 85th Annual Meeting & Exhibition, Kansas City, Missouri, USA, June, 21-26.

. Jones, W.P. and Lindstedt, R.P. (1988). "Global Reaction Schemes for Hydrocarbon Combustion." Combustion and Flame, 73, pp.233-249.

. Mantus, E.K. (1992). "All Fired Up - Burning Hazardous Waste in Cement Kilns". Environmental Toxicology International, Washington, USA.

. Obrist, A. (1987). "Burning Sewage Sludge in Cement Kilns". World Cement, March, pp.57-64.

. Saito, I., Sakae, K. and Ogiri, T. (1987). "Effective use of waste tyres by gasification in cement plant". World Cement, September, pp.264-269.

. Sandler, S.I. (1989). "Chemical and Engineering Thermodynamics", John Wiley & Sons, Inc.: Singapore.

. Sindicato Nacional da Indústria de Cimento (1992). Relatório Anual, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

. Weber, P. (1963). "Heat Transfer in Rotary Kiln". Zement-Kalk-Gips, Bauverlag GMBH, Wiesbaden/Berlin, Germany.

## **ABSTRACT**

This work presents a study about the utilization of secondary fuels as an alternative to fossil fuels in the production of Portland cement, considering the technological and environmental aspects. The utilization of these fuels is conditioned to the process of heat transfer in the rotary kiln, to the chemical reactions into the kiln, to the emissions of by-products for the environmental and to the levels of absorption of heavy metals in clinker matrix.

## GASEIFICAÇÃO DA CASCA DE ARROZ EM LEITO FLUIDIZADO

Caio Glauco Sanchez, DETF/FEM/UNICAMP, Caixa Postal 6122, 13083-970, Campinas-SP, Brasil. Electo Silva Lora, Dpto. de Termoenergética, ISPJAM, Ave. Las Americas s/n, Santiago de Cuba 90900, Cuba.

### RESUMO

No artigo são apresentados os resultados de uma pesquisa experimental sobre gaseificação de casca de arroz em leito fluidizado. Apresenta-se também a descrição da instalação experimental utilizada assim como a metodologia de partida do reator e de realização dos testes. Como resultados são dados parâmetros de operação e de projeto do gaseificador em condições de máxima eficiência.

### INTRODUÇÃO

Em 1987 foram colhidas no mundo  $471 \times 10^6$  toneladas de arroz. Como a casca de arroz representa 20 % do arroz colhido, obteve-se  $94.2 \times 10^6$  toneladas de casca (Vellupillai e Mailander, 1987).

A energia necessária para o beneficiamento do grão pode ser fornecida por combustão ou gaseificação da casca. O processo de gaseificação tem o atrativo da possibilidade de produção de eletricidade com motores de combustão interna.

A granulometria fina e a baixa temperatura de fusão das cinzas dificultam o uso de gaseificadores de leito fixo. Os gaseificadores de topo aberto desenvolvidos na Índia (Mukunda et al., 1993) e na China (Mahin, 1990) constituem uma tentativa de adaptar os gaseificadores de leito fixo para este tipo de biomassa. Porém é a gaseificação em leito fluidizado a solução mais promissora, devido as vantagens desta tecnologia: operação isotérmica, possibilidade de operação com combustíveis de fina granulometria e facilidade de "scale-up".

Existem poucas publicações sobre resultados da gaseificação de biomassa em leito fluidizado. Hartiniati et al. (1989) apresentam os resultados da gaseificação da casca de arroz num reator de 400 mm. A temperatura do leito esteve na faixa de 721-871 °C e o poder calorífico inferior do gás na faixa de 4.09 a 6.43 MJ/Nm<sup>3</sup>. A eficiência do gaseificador foi de 63 a 67 %. Não são apresentados parâmetros ótimos de operação. Maniatis (1990) apresenta um valor máximo da eficiência de 35 %, com um poder calorífico do gás de 5.7 MJ/m<sup>3</sup> para um fator de ar de 0.22.

O presente artigo apresenta os resultados de um estudo experimental da gaseificação da casca de arroz em leito fluidizado, em particular parâmetros de operação em condições de máxima eficiência. O projeto foi realizado no Laboratório de Combustão do Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos da Universidade Estadual de Campinas (Campinas, Brasil) e constitui o fruto da cooperação entre pesquisadores desta Universidade e do Instituto Superior Politécnico "Julio A. Mella" de Santiago de Cuba.

### EQUIPAMENTO EXPERIMENTAL

O equipamento utilizado (figura 1) consiste de um tubo cilíndrico com 250 mm de diâmetro externo, de aço inox 316, revestido internamente com concreto refratário com 25 mm de espessura. O diâmetro interno do reator é de 200 mm. A altura total do reator é de 2000 mm, sendo a altura do refratário de 700 mm. Externamente o reator é isolado com lã mineral.

Pontos de medição de temperatura interna localizam-se ao longo da altura do reator, distanciados aproximadamente 150 mm.

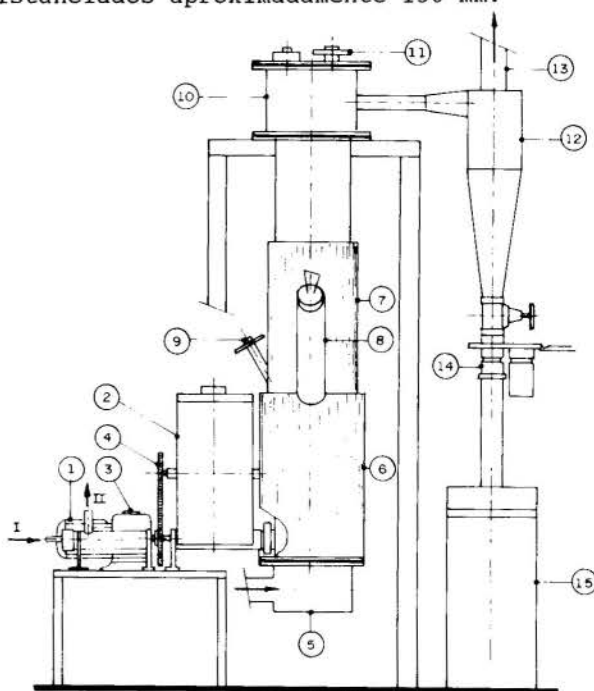


Figura 1- Gaseificador de leito fluidizado para biomassa.

1- Sistema de alimentação da biomassa, 2- Silo, 3- Redutor, 4- Corrente, 5- Plenum, 6- Corpo do reator, 7- Zona do freeboard, 8- Duto para a alimentação da alumina, 9- Vidro para observação, 10- Seção de saída do gás, 11- Selo de segurança, 12- Ciclone, 13- Saída do gás, 14- Sistema de amostragem de cinzas, 15- Silo de cinzas.

O ar de alimentação é fornecido por um compressor tipo Roots (Omel SR-07-12HP), sendo a vazão medida com placa de orifício calibrada. A distribuição de ar para o leito é feita por um plenum e placa de distribuição com aproximadamente 2000 furos de 1.5 mm. A biomassa é alimentada ao reator por um silo com rosca alimentadora, estando a entrada de alimentação no leito a 50 mm da placa distribuidora. A rosca alimentadora é refrigerada internamente com água e sua velocidade controlada por um moto-variador. O sistema de alimentação foi o componente que mais problemas apresentou, sendo feitas tentativas com dois pasos de rosca e três tipos de silos diferentes no alimentador até conseguirmos uma configuração com funcionamento satisfatório.

Na saída do reator há um ciclone que permite coletar partículas de coque não queimadas junto com as cinzas. O gás proveniente do reator é descarregado na atmosfera por uma chaminé de 6 metros de altura.

O material inerte do leito é óxido de alumínio branco (alumina) com a granulometria apresentada na tabela 1.

Tabela 1. Composição granulométrica da alumina utilizada como material inerte

Diâmetro das partículas mm	Fração em peso
menor de 0.33	0.02
0.30 a 0.42	0.65
0.42 a 0.59	0.33

#### METODOLOGIA DOS ENSAIOS

O aquecimento do reator foi realizado pelo seguinte procedimento:

- Injeta-se ar e GLP no plenum e acende-se por cima do leito de alumina, por aproximadamente uma hora para aquecer o leito até a temperatura de 700 °C,
- Desliga-se o GLP e aumenta-se gradativamente o ar até o início da fluidização,
- Alimenta-se imediatamente a biomassa em taxa suficiente para a combustão,
- Ao atingir a temperatura do leito próxima à esperada para a gaseificação, aumenta-se a taxa de alimentação do combustível ao valor desejado,
- Espera-se a estabilização da temperatura e inicia-se o ensaio.

Utilizou-se uma velocidade de gás de fluidização de aproximadamente 0.75 m/s.

É importante trabalhar em temperaturas do leito altas para craquear o alcatrão. Porém a faixa de temperatura pesquisada foi de 600 a 850 °C para evitar problemas de aglomeração e perda da fluidização no leito por causa da fusão das cinzas.

Os parâmetros monitorados no gaseificador foram:

- 1-Fluxo de ar alimentado ao gaseificador,  $f_a$ .
- 2-Fluxo de biomassa alimentada ao gaseificador,  $m_b$ .
- 3-Fluxo de finos elutriados,  $m_f$ .
- 4-Temperatura do leito a diferentes alturas,  $t_{l_i}$ .
- 5-Temperatura do gás no freeboard,  $t_g$ .
- 6-Temperatura do gás na entrada e saída do ciclone,  $t_c$  e  $t_{c_s}$ .

- 7-Composição do gás produzido, %CO, %H<sub>2</sub>, %CH<sub>4</sub>.
- 8-Teor de carbono nos finos elutriados, %cin.

A partir dos resultados das medições determinou-se.

- Relação ar/combustível, a/c.
- Fator de ar, FA.
- Poder calorífico do gás produzido, PCI.
- Eficiência a frio e a quente do gaseificador.

A avaliação das condições de operação do gaseificador foi feita a partir da análise das dependências:

- .  $PCI_g = f(FA)$
- .  $t_{l_i} = f(FA)$
- .  $Ef_f, Ef_q = f(FA)$
- . % CO = f(FA)
- . % CH<sub>4</sub> = f(FA)
- . % H<sub>2</sub> = f(FA)
- . Perdas de calor = f(FA)

A simbologia utilizada é a seguinte:

- PCI<sub>g</sub>- Poder calorífico do gás.
- FA- fator de ar: relação entre a quantidade de ar estequiométrica e a real (por kg de combustível).
- Ef<sub>f</sub> e Ef<sub>q</sub>- Eficiência, a frio e a quente, do gaseificador.
- %CO, %CH<sub>4</sub>, %H<sub>2</sub>- porcentagem de CO, CH<sub>4</sub> e H<sub>2</sub> no gás obtido.

O balanço energético do gaseificador, referenciado a base úmida, pode ser descrito como:

$$Q_d = Q_{util} + Q_g + Q_{cin} + Q_{ma} \quad (1)$$

Onde:

Q<sub>d</sub>- Energia disponível, MJ/kgcomb.

Q<sub>util</sub>- Energia útil, MJ/kgcomb.

Q<sub>g</sub>- Calor sensível do gás, MJ/kgcomb.

Q<sub>cinz</sub>- Perdas de calor sensível e o combustível não queimado nas cinzas, MJ/kgcomb.

Q<sub>ma</sub>- Perdas de calor ao meio ambiente, MJ/kgcomb.

A eficiência a quente e a frio são calculadas pelas seguintes equações:

$$Ef_f = (Q_{util}/Q_d) \cdot 100 \quad (2)$$

$$Ef_q = [(Q_{util} + Q_g)/Q_d] \cdot 100 \quad (3)$$

Os resultados dos testes foram analisados com o programa de análise estatística *Microstat*. Foi verificada a influência de cada parâmetro através da matriz de correlação e da análise de regressão dos dados, aproximados por um polinômio de segundo grau.

#### RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Inicialmente trabalhamos com uma velocidade de fluidização de 0.5 m/s. O risco de aglomeração das cinzas fundidas com o material inerte do leito nesta velocidade é grande, principalmente quando se trabalhar a temperaturas do leito maiores que 800 °C. Durante os testes iniciais aconteceu este fenômeno, o que nos levou a operar com uma velocidade de fluidização de aproximadamente 0.75 m/s.

O fator de ar é o parâmetro mais importante durante a operação do gaseificador, pois define a temperatura do leito (figura 2). Porém é preciso assinalar que existe uma dependência entre o valor do fator de ar correspondente à máxima eficiência e a

qualidade do isolamento externo do gaseificador.

A altura do leito foi variada entre 280 e 570 mm, não tendo mostrado influência significativa na maioria dos resultados para valores acima de 480 mm. O aumento da altura do leito devido à fluidização foi de 25 %.

Na figura 3 é mostrado o gráfico da concentração do CO, H<sub>2</sub> e CH<sub>4</sub> no gás obtido em função do fator de ar. Observa-se para os três gases a existência de um máximo nas curvas de ajuste para um fator de ar em torno de 0.4.

O gráfico de eficiência (figura 4) em função do fator de ar mostra que para valores de fator de ar entre 0.36 e 0.7 a eficiência a frio, segundo a curva de ajuste é sempre maior de 35 %. A máxima eficiência a frio experimental determinada foi de 53.9 % com fator de ar de 0.49. A curva de ajuste mostra um máximo de 43 % para um fator de ar de 0.55.

Na figura 5 mostra-se a dependência entre as diferentes perdas de calor e o fator de ar.

Foram determinados também parâmetros de projeto tais como:  
 -  $R_{g/n}$ : quantidade de gás obtida por kg de biomassa, m<sup>3</sup>/kg.  
 -  $Q_{vg}$ : potência volumétrica referida ao gás obtido (por unidade de volume do leito), MW/m<sup>3</sup>.  
 -  $V_{vb}$ : Vazão de biomassa por volume do leito, ton/m<sup>3</sup>h.

Na tabela 2 mostram-se os resultados da determinação dos parâmetros de operação e de projetos mais importantes para as condições de máxima eficiência.

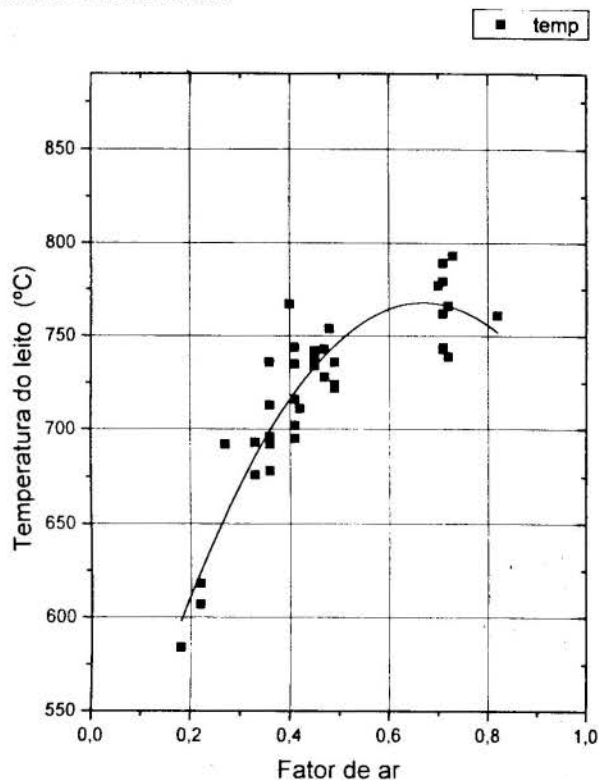


Figura 2- Temperatura do leito em função do fator de ar.

**CONCLUSÕES**

- A máxima eficiência experimental determinada foi de 53.9, para um fator de ar de 0.49. A curva de ajuste apresenta um máximo de 43 % para um fator de ar de 0.55.

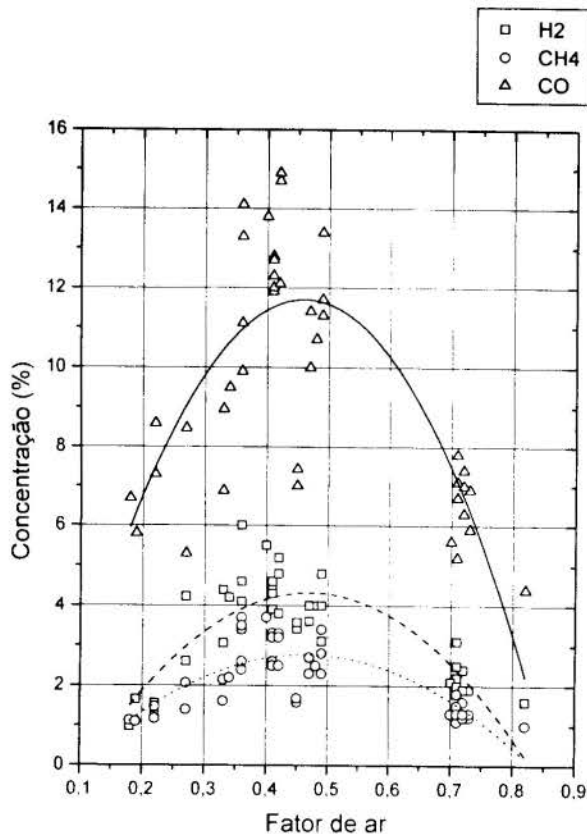


Figura 3- Concentração de gases combustíveis no gás produzido em função do fator de ar.

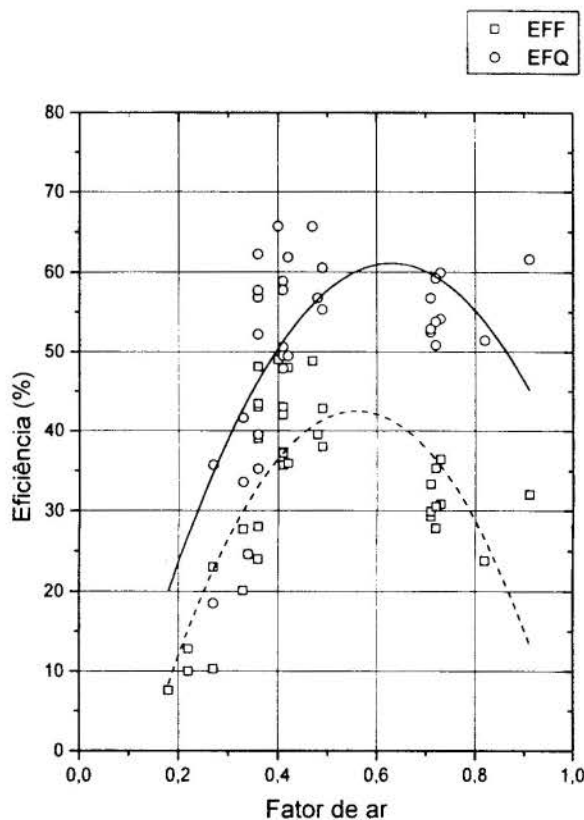


Figura 4- Eficiência a frio e a quente em função do fator de ar.



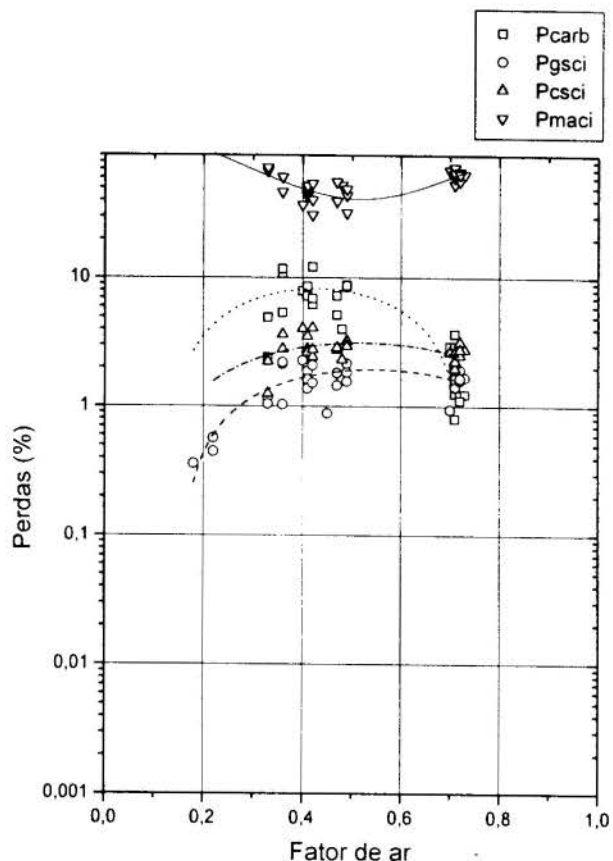


Figura 5- Perdas energéticas relativas, do gaseificador em função do fator de ar (para a temperatura do gás na saída do ciclone).

- $P_{gsci}$  - Perdas com o calor sensível do gás.
- $P_{carb}$  - Perdas com o carbono não queimado nas cinzas retiradas no ciclone.
- $P_{csci}$  - Perdas com o calor sensível das cinzas retiradas no ciclone.
- $P_{maci}$  - Perdas ao meio ambiente.

- A máxima concentração de CO corresponde a um fator de ar de 0.4. Um comportamento semelhante observa-se para o  $CH_4$  e o  $H_2$ .
- A influência da altura do leito expandido sobre a concentração de CO no gás obtido não é considerável para valores superiores a 480 mm.
- A operação do gaseificador deve realizar-se a temperaturas do leito menores de 850 °C, a fim de evitar a aglomeração do leito e o colapso da fluidização devido à fusão das cinzas.
- A velocidade de fluidização deve ser maior que a mínima de 0.4 m/s. A operação com 0.75 m/s garantiu a estabilidade da fluidização.

#### REFERÊNCIAS

- Hartiniati, Soemardjo A., Youvial M. Performance of a pilot scale fluidized bed gasifier fueled by rice husk. Proceedings of the Conference Pyrolysis and Gasification. Elsevier Applied Science. P. 257-263. 1989.
- Mahin D.B. Energy from rice residues. Bioenergy Systems Report. Published by Winrock International. 1990.
- Maniatis K. Fluidized bed gasification of agricultural residues. Preprint International simposium on Application and Management of Energy in Agriculture- The role of biomass fuels. 1990.

Tabela 2. Parâmetros de operação e de projeto em condições de máxima eficiência.

Parâmetro	Unidades	Valor Ajustado	Valor Máximo
FA	-	0.55	-
$T_1$	°C	759	-
CO	%	11.7	15.0
$H_2$	%	4.3	6.0
$CH_4$	%	2.8	3.7
$PCI_g$	MJ/m <sup>3</sup>	2.9	4.0
$Ef_f$	%	43.0	53.9
$Ef_q$	%	60.0	65.0
$R_{g/b}$	m <sup>3</sup> /kg	2.2	3.1
$Q_{vg}$	MW/m <sup>3</sup>	1.4	2.1
$V_{vb}$	ton/m <sup>3</sup> h	1.0	3.9

- Mukunda H.S., Dasappa S. Shrinivasa U. Open top wood gasifiers. P. 699-728. In Renewable Energy Sources for Fuel and Electricity. Island Press. 1993.
- Velupillai L., Mailander M.P. Rice hull utilization for energy review of the technologies. ASAE paper 87- 6027. 1987.

#### AGRADECIMENTOS

Agradecemos a FAPESP e FAEP pelo apoio na construção da instalação experimental, assim como ao Programa RHAIE do CNPq pelas bolsas de pesquisador visitante concedidas.

#### ABSTRACT

The paper presents the results of an experimental research on rice husk fluidized bed gasification. The experimental set description, the start-up and experiments realization methodologies are presented too. As results the gasifier operation and project parameters for maximal efficiency conditions are given.

TAXA ESPECÍFICA DE QUEIMA DE CARVÃO VEGETAL EM  
SUSPENSÃO E EM LEITO FLUIDIZADO BORBULHANTE

LEONARDO GOLDSTEIN JR.  
UNICAMP/FEM/DEF - Cx.P. 6122- 13081-970  
Campinas-SP-Brasil

FRANCISCO JOSÉ DOS SANTOS  
UNESP/IGCE/FÍSICA - Cx.P. 178 - 13500-970  
Rio Claro-SP-Brasil.

SUMÁRIO

Apresenta-se neste trabalho um estudo sobre a influência do meio sobre a queima de carvões vegetais. São comparados os valores da taxa específica de queima para vários combustíveis, obtida em suspensão numa corrente de gás quente e em leito fluidizado borbulhante. Os resultados deste estudo são analisados em relação a dados disponíveis na literatura.

INTRODUÇÃO:

Tradicionalmente os estudos da combustão em leito fluidizado tem sido realizados com a utilização de partícula esféricas de coque e carvão mineral. Esse procedimento foi adotado, provavelmente, devido ao fato de já existir toda a modelagem matemática desenvolvida no estudo da combustão pulverizada de carvão mineral, onde as pequenas partículas de combustível são estudadas como esferas de carbono.

Na condição onde a taxa de queima é controlada pela difusão de oxigênio até a superfície do combustível o enfoque mais comuns tem sido o de determinar o coeficiente de transferência de massa ( $K_m$ ) a partir de relações envolvendo o número de Sherwood ( $Sh$ ) na forma:

$$k_m = \frac{Sh \cdot D}{d}$$

onde:

$d$  = diâmetro de partícula de carbono e  
 $D$  = coeficiente de difusão molecular de  $O_2$  em  $N_2$

Expressões do número de  $Sh$  foram desenvolvidas por muitos autores e tem sido modificadas para se considerar a presença de um leito fluidizado.

As modificações envolvem termos com a porosidade do leito, perda de massa devido ao atrito, difusividade efetiva do  $O_2$  dentro do leito, porosidade da fase de emulsão etc...

Para se quantificar a influência do leito fluidizado sobre a transferência de

massa na queima de combustíveis sólidos foram realizadas medidas da taxa específica da queima para vários combustíveis (com pré-aquecimento da amostra de combustível), em suspensão numa corrente de gás (leito vazio) e com a presença do leito fluidizado.

APARATO EXPERIMENTAL E METODOLOGIA:

Os testes foram realizados utilizando o minileito fluidizado descrito na Figura 1. Para realizar os testes com e sem a presença do leito de inertes os experimentos foram iniciados com o leito vazio e, após os testes sem a existência do leito, o reator era preenchido com alumina com  $d_p = 0.32mm$ . A altura estática do leito foi de 10cm.

Utilizou-se como gás de fluidização a mistura de ar com os produtos da queima de G.L.P., nas concentrações de 5 e 10% de oxigênio.

A temperatura do gás foi variada entre 800 e 900°C, mas mantida constante durante cada teste. Durante os testes com o leito vazio, tomou-se a precaução de providenciar que a temperatura das paredes do reator fosse a mesma da corrente do gás.

A diferença nos coeficientes de transferência de calor nas duas condições de teste, impôs a necessidade do preaquecimento das amostras de combustível até a temperatura do gás, antes do início da combustão. Esse procedimento foi realizado aquecendo-se a amostra em uma corrente de  $N_2$ .

A diferença nos coeficientes da troca de calor também provoca uma variação distinta da temperatura superficial da

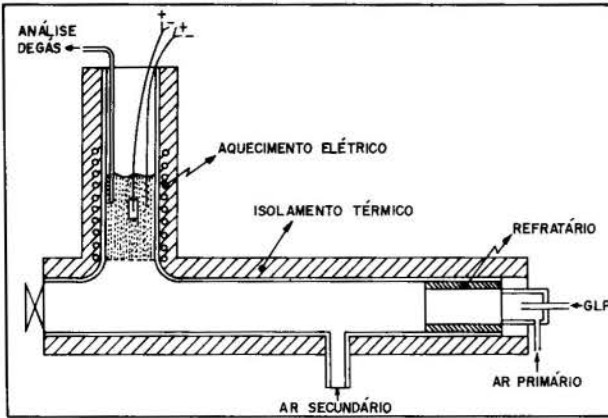


Figura 1: Minileito de Combustão Fluidizado

amostra de combustível, ao longo do tempo. Em função disso foram realizados testes que determinaram o período de 2 minutos como o tempo de residência adequado das amostras. Dentro desse intervalo de tempo foi possível obter a mesma temperatura da amostra na corrente de gás e dentro do leito.

Os testes de queima foram realizados para velocidades do gás de 0,5, 1,0 e 2,0 m/s.

Para efeito de comparação das taxas de perda de massa das amostras foram mantidos os mesmos valores de temperatura, concentração de  $O_2$ , e velocidade do gás, para cada condição de teste com e sem a presença do leito.

A massa das amostras antes e depois do teste foi medida em base seca. Os valores da taxa específica de queima,  $M$ , foram calculados em  $(g/cm^2 \cdot s)$ .

#### RESULTADOS:

Os valores da taxa específica da queima,  $M$ , são valores da perda de massa total, que no caso da queima dentro do leito incluem as perdas devido ao atrito. Os resultados estão apresentados nas Figuras 2 a 5, em função da área específica, que é um parâmetro característico de cada combustível; adotou-se esse critério de apresentação para melhor visualização dos resultados de cada combustível. Os pontos claros representam as medidas feitas apenas com a corrente de gás quente no leito vazio. Os pontos escuros representam as medidas realizadas com a presença do leito fluidizado.

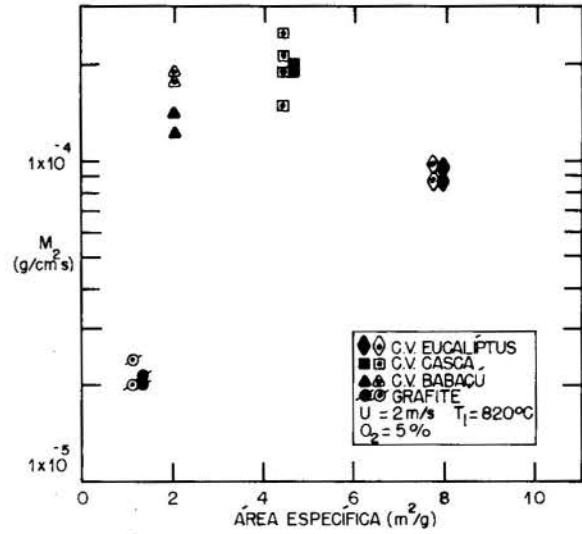


Figura 2: Comparação entre os valores da taxa específica de queima obtidos em suspensão e no leito fluidizado.

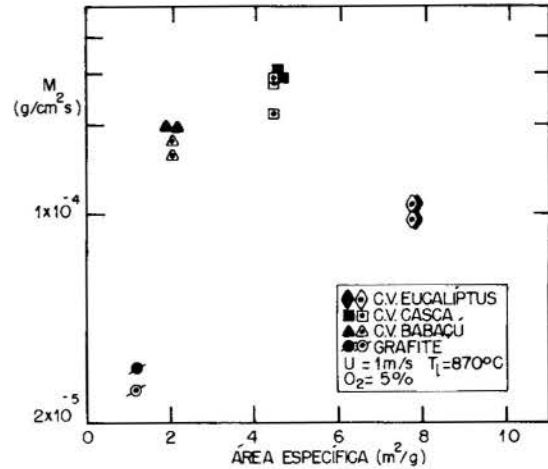


Figura 3: Comparação entre os valores da taxa específica de queima obtidos em suspensão e no leito fluidizado.

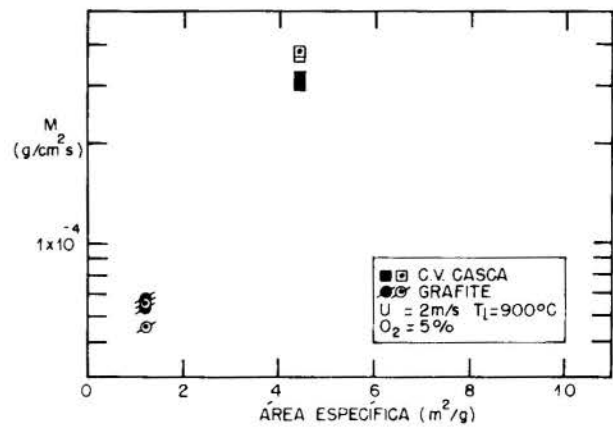


Figura 4: Comparação entre os valores de taxa específica de queima obtidos na suspensão e no leito fluidizado.

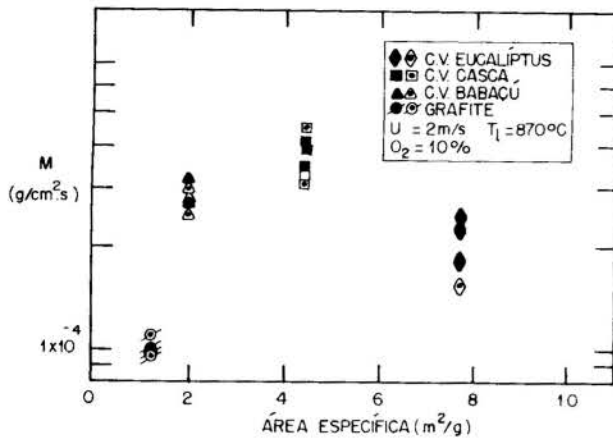


Figura 5: Comparação entre os valores de taxa específica de queima obtidos em suspensão e no leito fluidizado.

A análise dos gráficos mostra que, contrariamente ao esperado, mesmo no caso de um combustível friável, como o C.V. Casca, a presença física do leito de inertes não altera significativamente os valores de perda de massa total dos combustíveis em relação aos obtidos na corrente de gás quente.

O fato das taxas de queima serem praticamente iguais, dentro do leito e na corrente de gás, contraria também a idéia de que os inertes do leito agiriam como promotores de turbulência, aumentando o coeficiente de transferência de calor, como descrito por Botterill (1975), e por analogia, aumentando também os coeficientes de transferência de massa, como descrito por La Nauze (1985).

Em um leito fluidizado a capacidade térmica das partículas sólidas do leito é da ordem de 1000 vezes maior do que a capacidade térmica do gás intersticial, enquanto a velocidade média das partículas é cerca de 10 vezes menor do que a velocidade do gás. Torna-se claro, portanto, que o transporte convectivo de calor pelo movimento das partículas do leito é muito importante quando comparado com outros processos de troca de calor.

Por analogia entre a transferência de calor e a transferência de massa foi proposto por van Heerden, Nobel e Krevelen (1953) que para transferência de massa o equivalente à capacidade térmica das partículas (capacidade de armazenar calor) seria a capacidade de adsorção de massa. Ou seja, a capacidade das partículas inertes do leito adsorverem massa em um ponto do leito e a liberarem em outro ponto do leito.

Foi provado experimentalmente pelos autores que, se as partículas constituintes do leito forem impermeáveis, tal que não ocorra adsorção de massa, os coeficientes de transferência de massa em leito fluidizado serão iguais aos coeficientes da transferência de massa em leito fixo.

Prins, Casteleijn, Draijer e van

Swaij (1985) confirmam experimentalmente os resultados de Van Heerden Nobel e Krevelen (1953). Embora ambos os trabalhos tenham sido obtidos para vaporização de esferas de naftaleno a baixas temperaturas, as correlações empíricas propostas pela pesquisa mais recente foram aplicadas com sucesso para a combustão de coque em leito fluidizado, de La Nauze e Jung (1982).

Assim sendo, de acordo com o exposto, os resultados das Figuras 2 a 5 seriam devidos ao uso de inertes não porosos (alumina) como material do leito.

#### CONCLUSÕES:

Usando-se o pré-aquecimento das amostras de combustível, verifica-se que a presença física do leito fluidizado não tem influência significativa sobre a taxa de queima de carvões vegetais e grafite em relação aos valores obtidos na corrente de gás. Sugere-se que isto pode ocorrer devido a utilização de inertes não porosos para material do leito.

#### BIBLIOGRAFIA:

- Botterill J.B.M., 1975, "Fluid Bed Heat Transfer", Academic Press.
- La Nauze R.D., 1985, "Fundamental of Coal Combustion in Fluidized Beds". Chemical Engineering Research and Design, vol. 63, pp. 3-33.
- La Nauze P.D. and Jung K., Proceedings of 7<sup>th</sup> International Conference on Fluidized Combustion - Philadelphia.
- Prins W., Casteleijn T.P., Draijer W., and Van Swaij W.P.M., 1985, "Mass Transfer from a Freely Moving Single Sphere to the Dense Phase of Gas Fluidized Bed of Inerte Particles". Chemical Engineering Science, vol. 40, 3, pp. 481-497.
- Van Heerden C., Nobel A.P.P., and Van Krevelen D.W., 1953, "Mechanisms of Heat Transfer in Fluidized Beds", Industrial and Engineering Chemistry, vol. 45, pp. 1237-1242.

#### ABSTRACT

In this work we present results on burning biomass charcoal fuels in suspension and in bubbling fluidized bed. The results are compared with the existent data in the literature.



CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DA COMINUIÇÃO POR ATRITO DE CARVÃO VEGETAL  
NA QUEIMA EM LEITO FLUIDIZADO BORBULHANTE

FRANCISCO JOSÉ DOS SANTOS  
UNESP/IGCE/FÍSICA - Cx.P. 178 - 13500-970  
Rio Claro-SP-Brasil.

LEONARDO GOLDSTEIN JR.  
UNICAMP/FEM/DETF - Cx.P. 6122- 13081-970  
Campinas-SP-Brasil

SUMÁRIO

Este trabalho estuda a cominuição por atrito, na queima de carvão vegetal de babaçu, sabugo e casca de eucalipto, em leito fluidizado borbulhante. O estudo se baseia nos resultados experimentais da perda de massa da amostra de combustível por atrito com o material do leito. São comparados os valores da perda de massa por atrito com os valores da taxa específica de queima para os vários combustíveis. Discute-se os resultados da comparação e as condições que favorecem a produção de finos por atrito.

INTRODUÇÃO

A importância do conhecimento da taxa de gerações de finos na queima de combustíveis sólidos deve-se basicamente à sua influência na eficiência térmica do reator pois os finos de carvão carregados no gás, sem que ocorra a queima diminuem a eficiência energética por levarem consigo calor sensível e energia química não liberada.

O objetivo da realização desse trabalho foi estudar o efeito da perda de massa da amostra de combustível produzida pelo atrito com o particulado do leito em relação a perda de massa devido à reação de queima.

Para tanto comparou-se os valores das perdas de massa por atrito estando o leito à temperatura ambiente com os valores da taxa específica de queima de vários combustíveis obtida estando o leito fluidizado aquecido à temperaturas de 750, 850 e 950°C.

DISPOSITIVO E PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Medida de Perda de Massa das Amostras de Combustível Provocada Pelo Atrito com o Leito Frio.

Os testes para medida da perda de massa das amostras de combustível por atrito com o leito frio foram realizadas com o mini leito descrito na Figura 1, fluidizado com ar à temperatura ambiente.

Utilizou-se alumina com  $d_p = 0.32\text{mm}$  como material do leito. Foram realizados testes com velocidade superficial do ar de valores 1,0 e 3m/s e foram usadas amostras

de Grafite, Carvão Vegetal (C.V.) de Babaçu, C.V.Eucalipto, C.V. de Casca de Eucaliptos Alba e C.V. Sabugo.

As amostras foram colocadas dentro do leito por um período de 20 minutos, para cada valor da velocidade de fluidização. Os testes para cada tipo de combustível foram feitos em triplicata.

A massa das amostras antes e depois do teste do efeito do atrito foi medida em base seca. A perda de massa das amostras foi calculada como a razão da perda de massa pela área superficial da amostra e pelo tempo de residência dentro do leito e expressa em  $(\mu/\text{cm}^2.\text{s})$ .

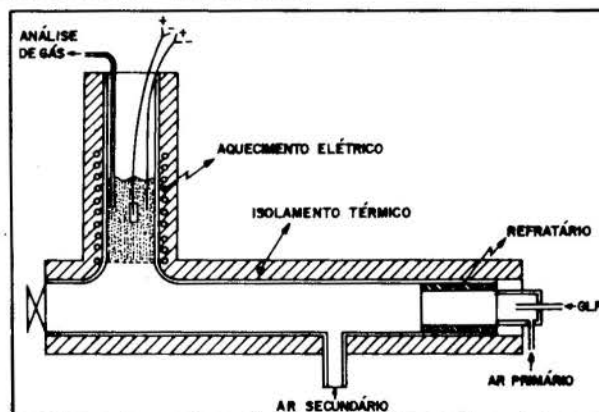


Figura 1: Mini Leito de Combustão Fluidizada.

APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Perda de Massa das Amostras de Combustível Devido ao Atrito no Leito Fluidizado a Frio.

O termo atrito utilizado neste trabalho refere-se ao atrito mecânico produzido pelo impacto de partículas

inertes contra a superfície do combustível como definido nos trabalhos de Chirone, Massimila e Salatino (1991) e de Flamant e Chraibi (1989).

Tabela 1: Perda de Massa das Amostras Devido ao Atrito com o Leito ( $\text{g/cm}^2 \cdot \text{s}$ ).

COMBUSTÍVEL	U (m/s)	
	1	3
Grafite	$0,3 \times 10^{-6}$	$0,6 \times 10^{-6}$
C.V. Babaçu	0,4	0,7
C.V. Eucaliptus	0,5	0,8
C.V. Casca	3,0	5,0
C.V. Sabugo	2,0	4,0

Os resultados acima mostram que os carvões C.V. Casca e C.V. Sabugo apresentam as maiores perdas de massa por atrito. Esses valores podem ser atribuídos à friabilidade desses combustíveis. Observa-se ainda a esperada dependência da perda de massa por atrito (mecânico cinético) com a velocidade do gás, sendo maior a perda de massa na velocidade maior.

#### DISCUSSÃO

Os resultados expressos na Tabela 1, mostram que o efeito do atrito no leito sobre as amostras de combustível existe e é mensurável. Apresenta-se na Tabela 2 a comparação entre a perda de massa total (expressa por M, e que inclui a perda de massa por combustão e por atrito) e a perda de massa devido apenas ao atrito.

Os valores de M foram obtidos de Santos (1991) com leito de alumina de  $d_p = 0.32\text{mm}$ , fluidizado com velocidades de 1 e 3m/s,  $O_2 = 10\%$ , nas temperaturas de 750, 850 e 950 °C. Os valores de DM são os da perda de massa por atrito, conforme Tabela 1, expressos como porcentagem relativa a M.

A análise da Tabela 2, mostra que percentualmente a perda de massa por atrito diminui com o aumento da temperatura. Isso se deve ao fato que a perda de massa por atrito é um efeito mecânico cinético que se mantém constante para cada velocidade do gás, enquanto a perda de massa pela reação de queima aumenta com a temperatura. Essa hipótese é validada por testes realizados por Santos (1991), onde se verificou que a presença física do leito, para temperaturas entre 800 e 900 °C, não altera significativamente os valores da perda de massa total dos combustíveis em relação aos obtidos em suspensão numa corrente de gás quente. Portanto, na combustão fluidizada o efeito do atrito na taxa de queima se torna menos significativo quando se opera o leito a temperaturas mais altas.

Tabela 2: Comparação entre a Perda de Massa por Atrito e a Perda de Massa Devido a Queima.

Leito de Alumina: $d_p = 0.32\text{mm}$		$O_2 = 10\%$		
Combustível	$M \times 10^{-6}$ ( $\text{g/cm}^2 \cdot \text{s}$ )	DM (%)	U (m/s)	T (°C)
Grafite	7	4,3	1	750
	45	0,67	1	850
	105	0,28	1	950
	20	3,0	3	750
	65	0,92	3	850
	130	0,46	3	950
C.V. Babaçu	100	0,40	1	750
	150	0,27	1	850
	180	0,22	1	950
	150	0,47	3	750
	180	0,39	3	850
	210	0,33	3	950
C.V. Sabugo	110	1,8	1	750
	115	1,7	1	850
	125	1,6	1	950
	120	3,3	3	750
	130	3,1	3	850
	145	2,8	3	950
C.V. Casca	180	1,7	1	750
	225	1,3	1	850
	275	1,1	1	950
	245	2,0	3	750
	300	1,7	3	850
	350	1,4	3	950

Os valores de perda de massa por atrito, para T = 850 °C, são menores do que 3% da taxa de queima e não justificam uma correção dos valores da M, pois sua influência é significativamente menor do que a dos erros experimentais no cálculo de M, os quais podem ser ordem de até 15%.

Os resultados para perda de massa por atrito são coerentes com as informações de Chakraborty e Howard (1980 e 1981), que consideram não significativas a perda de massa por atrito para amostras esféricas de eletrodos de carbono.

#### 4. CONCLUSÕES:

A perda de massa das amostras por efeito do atrito com os inertes do leito é uma função da velocidade do gás e da friabilidade do combustível.

Os resultados sugerem que o efeito do atrito sobre a taxa de queima se torna menos significativo quanto mais alta for a temperatura de operação do leito.

Para temperaturas do leito acima de 850 °C, a perda de massa por atrito é inferior a 3% da perda de massa pela reação de queima.

## 5. REFERENCIAS

- Chakraborty R.K. and Howard J.R. 1980, "An Experimental Study of Mechanism of Combustion of Carbon in Shallow Fluidized Beds". Proceedings of International Fluid Conference, Hennike, N.H., pp 167-174. Plenum Press, New York.
- Chakraborty R.K. and Howard J.R., 1981, "Combustion of Single Carbon Particles in Fluidized Beds of High Density Alumina". Journal of the Institute of Energy, march, pp. 55-58.
- Chirone R., Massimilla L., and Salatino P., 1991; "Comminution of Carbons in Fluidized Bed Combustion", Progress of Energy Combustion Science, vol 17, pp 297-326.
- Flamant G. and Chraibi M., 1989. "Kinetic, Thermal and Chemical Attrition of Particles in Fluidized Beds". Proceedings of VI International Conference on Fluidization, BANFF, Canadá, pp 725-733.
- Santos F.J., 1991 "Mecanismos da Queima de Combustíveis Vegetais em Leito Fluidizado Borbulhante". Tese doutorado - UNICAMP/FEM/DETF.

## ABSTRACT

Here we present the effect of comminution by attrition of charcoal fuels in bubbling fluidised beds, by comparing the loss of mass due to attrition with the specific burning rate.

A MODIFIED DARCY'S LAW WHICH  
 ACCOUNTS FOR EXTENSION-THICKENING  
 RHEOLOGICAL FLUID BEHAVIOR

P. R. Souza Mendes and M. F. Naccache

Department of Mechanical Engineering  
 Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ 22453-900, Brazil

SUMMARY

A constitutive relation between the pressure gradient and the seepage velocity has been developed that carries information about the liquid behavior on extension. Firstly the pressure drop/flow rate relationship for an ideal pore channel is obtained. Then a capillary model theory is applied to obtain the sought-for constitutive equation. Comparisons with experimental data for a M1 Boger fluid flowing in a model porous medium showed that the proposed relation has good prediction capabilities in a representative range of pressure gradients.

INTRODUCTION

Pore geometries are usually such that flows through real porous media can by no means be classified as shear flows (for an interesting discussion on flow classification, please see Astarita, 1979). The typically converging-diverging passages through which fluids flow in a porous medium impose a flow kinematics that has an important extensional characteristic.

The mechanical power loss of a liquid due to viscous action while flowing through channels is of the form  $Q\Delta p$ , where  $Q$  is the volume flow rate and  $\Delta p$  the pressure drop. In the classical theories of porous media, it is customary to blame this power loss on the action of shear stresses, so that  $Q\Delta p$  would be proportional to an appropriate volume integral of  $\tau_{21}\dot{\gamma}$ ,  $\tau_{21}$  being the shear stress and  $\dot{\gamma}$  the shear rate (the flow is locally in the 1 direction, i. e.,  $\mathbf{v} = u_1\mathbf{e}_1$ , and 2 is the local direction of grad  $u_1$ ). Examples are the Carman-Kozeny theory, the bundle of capillary tubes models, and nearly all other models described in the classical literature (see for example Dullien, 1992).

The local rate of conversion of mechanical energy into thermal energy in a flow per unit volume is equal to  $\text{tr}(\boldsymbol{\tau} \text{grad } \mathbf{v})$ , where  $\boldsymbol{\tau}$  is the extra-stress and  $\text{grad } \mathbf{v}$  is the velocity gradient. In simple shear flows this reduces to  $2\tau_{21}\dot{\gamma}$ , but in general other terms related to extension rates also appear. In a simple but quite illustrative analysis, Durst et al. (1987) showed that these non-shear terms are actually much larger than the shear terms. Their analysis suggests that, for a Newtonian liquid, about 75% of the power loss ( $Q\Delta p$ ) is due to extension. They also argue that the known disparity between the above theories and experimental data is related to the absence of extension in the corresponding model flows.

For Newtonian fluids, the extensional viscosity ( $\eta_E \equiv (\tau_{11} - \tau_{22})/\dot{\epsilon}$ , where  $\dot{\epsilon}$  is the extension rate) is just three times the shear viscosity ( $\eta_E = 3\mu$ ). This explains the qualitative success of the simple shear assumption. For viscoelastic liquids, however, the shear and extensional viscosities often behave oppositely: while the shear viscosity ( $\eta_s \equiv \tau_{21}/\dot{\gamma}$ ) is generally a decreasing function of the shear rate, the extensional viscosity  $\eta_E$  increases as the extension rate is increased. Moreover,  $\eta_E$  is typically some order of magnitudes larger than  $\eta_s$ , which makes the shear stresses to contribute negligibly to the total power loss.

The importance of fluid behavior on extension in flows through porous media is now established. Chmielewski and

Jayaraman (1992) recently observed that extensional viscosity is the governing material function for flows of non-Newtonian fluids through an array of cylinders, which is a model porous medium. In the present paper, we use another model porous medium to develop a constitutive relation between the flow rate and pressure drop, which accounts for the fluid's mechanical behavior on extension. We then compare our predicted results with the experimental ones presented by Chmielewski and Jayaraman (1992).

THE MODEL

The fluid considered here has an extension-thickening behavior, which is accounted for through the use of a generalized Newtonian model:

$$\boldsymbol{\tau} = 2\eta\mathbf{D}, \tag{1}$$

where  $\mathbf{D} = (\text{grad } \mathbf{v} + (\text{grad } \mathbf{v})^T)/2$ .

For the sake of simplicity, the viscosity function  $\eta$  is assumed to be of the form

$$\eta = \mathcal{K}\dot{\epsilon}^n, \tag{2}$$

where  $\mathcal{K}$  ( $\text{Pa}\cdot\text{s}^{n+1}$ ) and  $n$  are rheological constants. It is worth noting that for this generalized Newtonian fluid,  $\eta_E = 3\eta = 3\mathcal{K}\dot{\epsilon}^n$ .

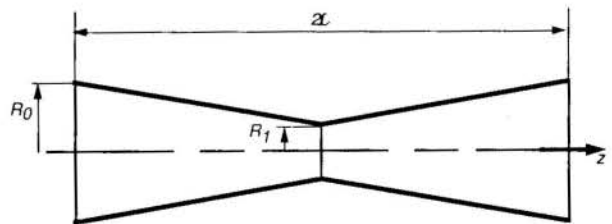


Fig. 1 - The geometry of the model.

The ideal porous medium employed here is composed of  $N$  convergent-divergent channels like the ones shown in Fig. 1, distributed in a parallelepiped of length  $2\mathcal{L}$  and frontal area  $A$ , following the reasoning of the theories that use as model geometry the bundle of capillary tubes (Scheidegger, 1974).



The volume flow rate of a Newtonian fluid inside a circular tube is

$$Q = -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{dp}{dz} \quad (3)$$

Using the lubrication approximation, this equation can be extended to convergent-divergent channels:

$$Q = -\frac{\pi R(z)^4}{8\eta} \frac{dp}{dz} \quad (4)$$

$$R(z) = \begin{cases} R_0 + (R_1 - R_0)\frac{z}{\mathcal{L}}, & 0 \leq z \leq \mathcal{L} \\ R_1 + (R_0 - R_1)\frac{(z-\mathcal{L})}{\mathcal{L}}, & \mathcal{L} \leq z \leq 2\mathcal{L} \end{cases} \quad (5)$$

Assuming that the fluid is non-Newtonian and that  $\dot{\epsilon} \simeq d\bar{u}/dz$ , the total flow rate through this ideal porous medium becomes

$$Q = N\pi R_1^3 \left\{ \frac{3(n+1)\mathcal{L}_*^{(n-1)}}{2^{(n+4)}\mathcal{K}(1-R_*^{3(n+1)})} (\Delta p)_{cycle} \right\}^{\frac{1}{(n+1)}} \quad (6)$$

where

$$N = \frac{3A\phi(1-R_*)}{\pi R_0^2(1-R_*^3)}; \quad (\Delta p)_{cycle} = p(0) - p(2\mathcal{L});$$

$$R_* = R_1/R_0; \quad \mathcal{L}_* = \mathcal{L}/(R_0 - R_1) \quad (7)$$

In the equations above,  $\phi$  is the porosity.

Analogously to Darcy's law, we can write eq. (6) in the form

$$\frac{Q}{A} = \mathcal{M} \frac{\Delta p}{L}, \quad (8)$$

where  $\Delta p/L = (\Delta p)_{cycle}/2\mathcal{L}$  is the average pressure gradient ( $L$  is the total length of the porous sample). The mobility  $\mathcal{M}$  is

$$\mathcal{M} = \left\{ 6\phi R_0^2 \mathcal{L}_* \frac{R_*^3(1-R_*^2)}{(1-R_*^3)} \right\} \cdot \mathcal{K}^{-\frac{1}{n+1}}$$

$$\times \left\{ \frac{3(n+1)2^{-(2n+4)}}{\mathcal{L}_* R_0^n (1-R_*)^n (1-R_*^{3(n+1)})} \right\}^{\frac{1}{(n+1)}}$$

$$\times \left\{ \frac{\Delta p}{L} \right\}^{-\frac{n}{n+1}} \quad (9)$$

The first factor of the RHS of eq. (9) is purely geometrical, while the second is purely rheological. The third and fourth factors are respectively geometry-rheology and pressure gradient-rheology interactions.

## RESULTS AND DISCUSSION

Perhaps the major problem that arises while trying to employ eq. (6) is related to extensional viscosity data. Due to the extreme difficulty (or perhaps impossibility) of obtaining in practice a purely extensional flow (Souza Mendes *et al.*, 1993), reliable extensional viscosity data are not available. Walters (1992) points out that "the extensional viscometers should be viewed as providing measurements of an extensional viscosity rather than the extensional viscosity." He also shows that the data obtained by several investigators for the M1 Boger fluid (Sridhar, 1990) differ by three to four orders of magnitude. Therefore, obtaining the rheological constants  $\mathcal{K}$  and  $n$  that appear in eq. (2) directly from extensional viscosity data would introduce major uncertainties to the predictions of eq. (6).

Another difficulty encountered is to establish a relationship between the geometric parameters that appear in the

derivation—namely,  $R_0$ ,  $R_*$  and  $\mathcal{L}_*$ —with the pore geometry of actual porous media. As is done in the Carman-Kozeny and related theories, for real porous media  $R_0$  could be interpreted as a characteristic pore radius.

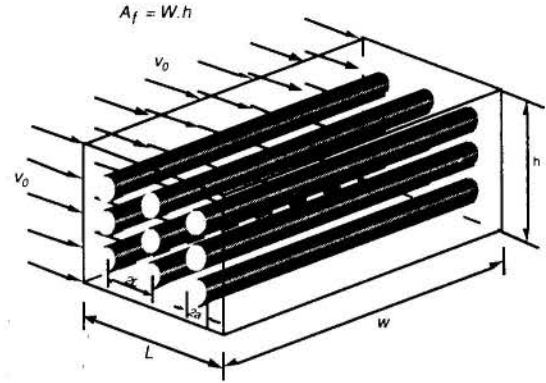


Fig. 2 - The Porous Medium of Chmielewski & Jayaraman.

The geometrical quantity  $R_*$  in a real porous medium would be a characteristic ratio of the throat diameter to the pore diameter. The other geometrical parameter,  $\mathcal{L}_*$ , would be the tangent of a characteristic angle of convergence (or divergence) in the pore space. These two parameters are clearly related to the flow strength through the pore space. In principle, they could be determined through available techniques of morphology characterization of porous media (Dullien, 1992).

An indirect but simpler approach to determine  $\mathcal{K}$ ,  $n$ ,  $R_*$  and  $\mathcal{L}_*$  for a given porous matrix is through least-squares fits

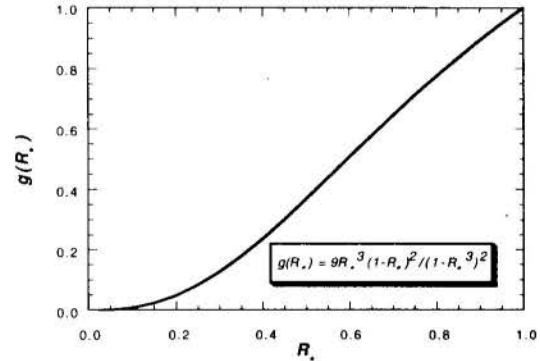


Fig. 3 - Dependence of Newtonian Permeability on  $R_*$ .

to data of  $Q \times \Delta p/L$  experiments. This approach is adopted here, for the ideal porous medium shown in Fig. 2.

We now describe the procedure adopted to compare the predictions of eq. (8) with the experimental data of Chmielewski and Jayaraman (1992). For Newtonian fluids ( $n = 0$ ), eq. (8) reduces to

$$Q = A_f \frac{\phi R_0^2}{8\mathcal{K}} g(R_*) \frac{\Delta p}{L} \quad (10)$$

where

$$g(R_*) = \frac{9R_*^3(1-R_*)^2}{(1-R_*^3)^2} \quad (11)$$

The function  $g(R_*)$  is the ratio of the Newtonian permeability predicted via the present converging-diverging channel model to the same quantity predicted via a straight tube model. Its dependence on  $R_*$  is shown graphically in Fig. 3.

It is worth noting that  $g(R_*) < 1$ , which corrects in the right direction the too high Newtonian permeability predicted by the straight capillary tube model.

Chmielewski and Jayaraman (1992) presented data for the friction factor  $f$  as a function of the Reynolds number  $Re$  for the flow of a Newtonian liquid through the array of Fig. 2. From their results,  $fRe = 150$ , and from their definitions of  $f$  and  $Re$ , it can be shown that

$$Q = A_f \frac{1}{fRe} \frac{4a^2}{\kappa} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \frac{\Delta p}{L} \quad (12)$$

Combining eqs. (10) and (12), a relationship between  $R_0$  and  $R_*$  is obtained, which is used to eliminate  $R_0$  in favor of  $R_*$  in eq. (8).

$$R_0 = \frac{4a\phi}{(1-\phi)} \sqrt{\frac{2}{g(R_*)fRe}} \quad (13)$$

For the rod-bundle periodic geometry shown in Fig. 2, the geometric cycle length  $2L$  is clearly the rod spacing. Then, using eq. (13) and for a given  $L, L_*$  can be written as a function of  $R_*$  only.

Extensional viscosity data for a fixed extension rate ( $\dot{\epsilon} = 15s^{-1}$ ) are presented by Chmielewski and Jayaraman (1992) for two non-Newtonian (M1 type) fluids of different molecular weights. These data, in conjunction with eq. (2), provide a relationship between  $\kappa$  and  $n$ .

The above considerations allow rewriting eq. (8) in the form

$$Q = A_f f(R_*, n) \left( \frac{\Delta p}{L} \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (14)$$

The  $Q \times \Delta p/L$  data for non-Newtonian fluids of Chmielewski and Jayaraman (1992) are given in a different form, namely,  $fRe \times De$ , where  $De$  is a Deborah number. Vossough and Seyer (1974) also presented their data in the same form. From their definitions of  $f, Re$  and  $De$ , we can obtain

$$Q = A_f \frac{a}{\lambda_1 \alpha} De \quad (15)$$

and

$$\frac{\Delta p}{L} = fRe \frac{\kappa}{4a\lambda_1 \alpha} \frac{(1-\phi)^2}{\phi^3} De. \quad (16)$$

These equations allow conversion of Chmielewski and Jayaraman's data for the M1 fluids into the  $Q \times \Delta p/L$  form, which is more convenient to the present purposes.

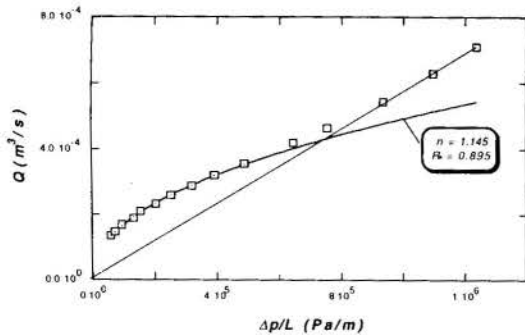


Fig. 4 - Comparison with Data - Low  $M_w$  fluid.

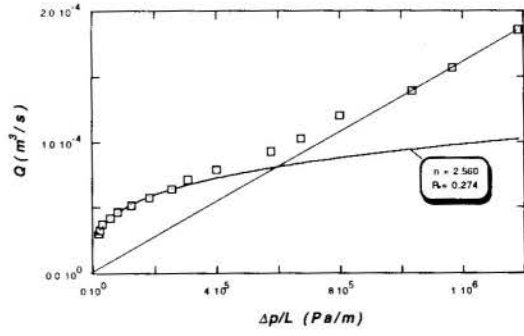


Fig. 5 - Comparison with Data - High  $M_w$  fluid.

Figures 4 and 5 show the data of Chmielewski and Jayaraman (1992) for two different M1-type Boger fluids (open squares). In Fig. 4 the data pertain to a low molecular weight ( $M_w$ ) fluid, whereas the data for a high  $M_w$  fluid are presented in Fig. 5.

For both fluids a definite trend is observed. In the low  $\Delta p/L$  range the slope of the curves decrease steadily as  $\Delta p/L$  is increased, indicating a decreasing mobility as the flow rate is increased. This qualitative trend is exactly the one predicted by eq. (8), and therefore a suitable choice of  $n$  and  $R_*$  (obtained via least-squares analysis) yields a nearly perfect agreement between the data and the predictions in the low  $\Delta p/L$  range (please see curves for  $n = 1.145, R_* = 0.895$  in Fig. 4 and for  $n = 2.560, R_* = 0.274$  in Fig. 5).

For each fluid investigated by Chmielewski and Jayaraman (1992), there is a critical value of  $\Delta p/L$  beyond which the  $Q \times \Delta p/L$  curve behavior becomes approximately linear, indicating that the mobility has approached an asymptotic value. These threshold values of  $\Delta p/L$  are approximately  $5 \times 10^5$  for the low  $M_w$  fluid and  $2.5 \times 10^5$  for the high  $M_w$  fluid. The linear portion of the  $Q \times \Delta p/L$  curve cannot be predicted by eq. (8), as discussed next.

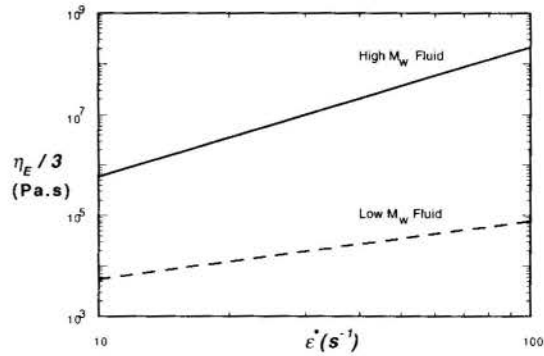


Fig. 6 - Viscosity Functions according to Eq. (2).

Figure 6 shows the viscosity functions adopted in the predictions of eq. (8), as given by eq. (2). They are of course monotonically increasing functions of the extension rate (or flow rate), which causes the predicted mobility to decrease monotonically with  $\Delta p/L$  (as illustrated in Figs. 4 and 5).

The qualitative behavior of extensional viscosity shown in Fig. 6 seems to be the typical behavior for polymeric liquids, and in particular for the M1 fluid (Walters, 1992). Therefore, we believe that the reason of the above discussed  $Q \times \Delta p/L$

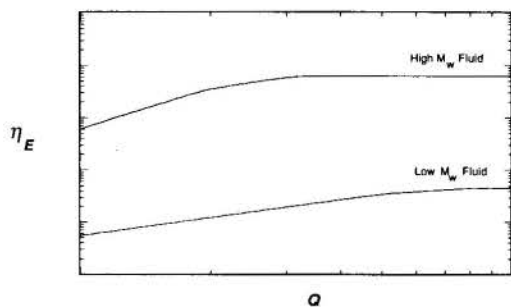


Fig. 7 - Dependence of  $\eta_E$  on Flow Rate.

change of behavior is related to a gradual change in flow pattern as the flow rate is increased, similar to the vortex enhancement phenomenon observed in abrupt contractions (Boger and Binnington, 1994). As the flow rate is increased, the streamlines are likely to get less curved, in an accommodation mechanism that avoids large extension rates which would cause too high extensional viscosities. Hence, as the flow rate is increased, the fluid tends to flow more straightly in narrow cores. This change in flow pattern causes the extension rate and hence the extensional viscosity to become nearly independent of the flow rate. This would explain the above discussed levelling off of the mobility.

It is interesting to observe that the range of values for the extensional viscosities shown in Fig. 6, which were obtained via a rather indirect approach, is not unreasonable when compared with other extensional viscosity data for the M1 fluid (Walters, 1992). It is also worth mentioning that the values found for  $R_0$  are not too far from the typical dimensions of the model porous medium of the experiments. For the low molecular weight fluid,  $R_0 = 5.4$  mm, whereas for the high  $M_w$  fluid  $R_0 = 16$  mm.

## CONCLUSIONS

Typical geometries of flow passages in porous media are usually of the converging and diverging type. Therefore, flows through real porous media can by no means be classified as shear flows. Converging-diverging passages impose a predominantly extensional flow kinematics.

On the other hand, it is well known that many non Newtonian fluids have an extension viscosity that increases dramatically with the extension rate. Therefore, it is reasonable to expect that in flows of such fluids through porous media the energy loss will be governed by their mechanical behavior on extension.

A simple theoretical approach has been employed to obtain a constitutive relation for flows of extension-thickening fluids through porous media. The non-Newtonian behavior of the fluid is accounted for by a generalized Newtonian fluid with a viscosity function that has a power-law type dependence on the extension rate.

The pore morphology is assumed to be composed of a bundle of periodically converging-diverging tubes. The Hagen-Poiseuille equation is applied in conjunction with the lubrication approximation to obtain the flow rate as a function of the pressure drop in a single tube. The capillary theory is then used to obtain the sought-for flow rate/pressure drop relationship for a porous medium. Rheological and geometrical parameters arise in the described analysis, which can be related to quantities found in flows through typical porous media.

In order to compare the predictions of the developed relationship with data, the experimental results of Chmielewski and Jayaraman (1992) were employed. The geometrical and rheological parameters appearing in the relationship were determined via a least-squares procedure.

Comparisons showed that the developed constitutive equation reproduces quite well the data within a low to moderate range of pressure drop. In this range the flow resistance increases as the flow rate is increased, exactly as predicted by the constitutive relation. However, beyond a certain value of flow rate, the flow rate/pressure drop experimental curve becomes linear, indicating that the mobility has sufficiently approached an asymptotic value. It is believed that this asymptotic value of mobility is directly related to a gradual change in flow pattern similar to the one observed in flows of viscoelastic liquids through abrupt contractions.

## REFERENCES

- Astarita G (1979) Objective and generally applicable criteria for flow classification, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics* 6:69-76.
- Boger DV, Binnington RJ (1994), Experimental removal of the re-entrant corner singularity in tubular entry flows, *J. Rheology* 38(2):333-349.
- Chmielewski C, Jayaraman K (1992) The effect of polymer extensibility on crossflow of polymer solutions through cylinder arrays, *J. Rheology* 36(6):1105-1126.
- Dullien FAL (1992) *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure* (2<sup>nd</sup> ed.). Academic Press.
- Durst F, Haas R, Interthal W (1987), The nature of flows through porous media, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics* 22:169-189.
- Scheidegger AE (1974) *The Physics of Flow Through Porous Media* (3<sup>rd</sup> ed.). University of Toronto Press.
- Souza Mendes PR, Padmanabhan M, Macosko CW, and Scriven LE (1993), Remarks on two available extensional viscosity measurement techniques, in *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics*, M. D. Kelleher, R. K. Shah, K. R. Sreenivasan and Y. Joshi, eds., 1:880-887. Elsevier.
- Sridhar T (1990), An overview of the Project M1, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics* 35:85-92.
- Vossoughi S, Seyer FA (1974), Pressure Drop for Flow of Polymer Solution in a Model Porous Medium, *Can. J. Chemical Engineering* 52:666-669.
- Walters K (1992), Recent developments in rheometry, in *Theoretical and Applied Rheology*, P. Moldenaers and R. Kunings, eds., 1:16-23. Elsevier.

SIMULAÇÃO DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA K  
EM MEIOS POROSOS

Henor Artur de Souza      Paulo C. Philippi  
Universidade Federal de Ouro Preto

RESUMO

*Neste trabalho, desenvolve-se um modelo geométrico para representar a estrutura porosa de uma argamassa de cimento e cal, como a utilizada no revestimento interno de edificações, com o objetivo de simular os processos de invasão capilar no interior do material e obter a condutividade hidráulica K em termos do conteúdo de umidade. A ampla faixa de tamanhos de poros e a heterogeneidade intrínseca do meio poroso não permite usar uma rede de percolação simples, numa única escala, para descrever numericamente a topologia e os processos físicos de transferência e retenção. Duas escalas são usadas na modelagem numérica da argamassa estudada aqui.*

INTRODUÇÃO

Os fenômenos de transferência de umidade que ocorrem no seio de materiais porosos são bastante influenciados pela geometria porosa. A estrutura dos materiais contém uma fase vazia conexa, chamada espaço poroso, no interior de uma fase sólida. O estudo do deslocamento imiscível de dois fluidos no interior de materiais porosos, em qualquer tipo de geometria admitida para os poros, apresenta grandes dificuldades associadas à hidrodinâmica da interface junto ao contorno sólido, imposta pela estrutura porosa.

A faixa de diâmetros dos poros do material poroso analisado neste trabalho abrange poros como diâmetros entre 200 e 140000Å. O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo para representar a estrutura porosa de uma argamassa de cimento e cal, e verificar a influência deste modelo sobre os processos de invasão capilar no interior do material e obter a condutividade hidráulica K em termos do conteúdo de umidade.

Um modelo em duas escalas é usado para representar a estrutura da argamassa de cimento e cal e simular os processos de transferência e retenção de umidade neste material. O modelo é baseado na análise qualitativa das micrografias de amostras da argamassa previamente preparadas, usando-se um microscópio eletrônico de varredura.

Muitos métodos para a determinação da relação entre a condutividade hidráulica e o conteúdo têm sido desenvolvidos (Childs e Collis-George, 1950; Marshall, 1958; Michiels et al, 1989). Conceitualmente a aproximação de Childs e Collis-George (1950), mais tarde modificada por Marshall (1958), se baseia em suposições nas quais um meio contém poros distintos de vários raios que são aleatoriamente distribuídos no espaço e quando dois planos adjacentes ou seções do solo são quebradas, a condutância hidráulica global é apenas influenciada pela frequência relativa dos diferentes poros e não pela topologia da configuração. Michiels et al (1989) apresentam modelos experimentais para prever a condutividade hidráulica em solos arenosos comparando os resultados com dados obtidos através de modelos matemáticos apresentados por Childs e Collis-George (1950) e Marshall (1958).

Em relação ao modelo utilizado aqui, Daian e Saliba (1991), basearam-se somente em resultados experimentais de intrusão de mercúrio e isothermas de adsorção. A fração em volume dos poros com diâmetros pequenos foi corretamente representada por uma rede cúbica de percolação de sítios e ligações, comprovando os valores experimentais das isothermas de adsorção. No entanto, a distribuição de tamanho de poros para os poros de grandes diâmetros foi influenciada pela falta de informação dos dados das isothermas de adsorção para umidades relativas acima de 96%, o que representa 50% da porosidade, e pelos os resultados de intrusão de

mercúrio obtidos em amostras pequenas onde o efeito superfície/volume foi importante e os grãos de areia arrancados funcionam como cavidades.

Neste trabalho, exclui-se ainda as fissuras observadas nas micrografias da estrutura porosa do material estudado. Faz-se a simulação levando em conta a transferência de duas fases contínuas ou descontínuas sobre um elemento de volume usando-se a hipótese de equilíbrio local, que permite escrever que o fluxo global é proporcional a uma variável de estado, definida através da escala microscópica. A simulação fornece a condutividade hidráulica K do material poroso.

No presente trabalho, a disponibilidade de uma análise qualitativa das micrografias, resultou num modelo em duas escalas. Numa segunda escala, representa-se os poros de menor diâmetro ( $1000\text{Å} \leq D \leq 10000\text{Å}$ ) através de uma rede de percolação cúbica de sítios, onde os sítios de diferentes classes de diâmetros são distribuídos aleatoriamente. As diferentes classes de sítios foram escolhidas seguindo uma distribuição em iso-número, (Souza, 1993b), da distribuição de tamanho de poros obtida das isothermas de adsorção e microscopia eletrônica (Yunes, 1992).

Dessa forma, as restrições resultam da distribuição espacial aleatória de sítios com diferentes diâmetros, contrariamente a Daian e Saliba (1991) que introduziram uma ligação entre sítios vizinhos a fim de reconstituir a sisothermas de desorção.

Numa primeira escala representa-se os poros com  $D > 10000\text{Å}$ .

CONCEPÇÃO DO MODELO

A distribuição em volume de poros utilizada foi obtida usando-se as isothermas de adsorção para poros com diâmetros menores que 2000Å, e microscopia eletrônica para poros com diâmetros maiores que 2000Å (Souza, 1993b; Philippi et al, 1994).

A curva de frequência para a faixa de diâmetros de poros entre 1000 e 10000Å é apresentada em Souza(1993b).

A ampla faixa de diâmetros de poros ( $200 < D < 140000\text{Å}$ ) e a heterogeneidade do meio poroso, não permitiu o uso de uma rede de percolação em uma única escala para descrever numericamente a topologia e os processos de retenção e transferência de umidade. Os diâmetros dos poros foram divididos em três faixas:  $D > 10000\text{Å}$ ,  $1000 < D < 10000\text{Å}$  e  $D < 1000\text{Å}$ . Esta escolha tornou possível o uso de redes de percolação finitas (Souza, 1993).

O modelo em duas escalas é apresentado na figura 1. A heterogeneidade do material poroso estudado, que está associada às fissuras observadas nas micrografias da estrutura porosa, não é considerada neste trabalho (Souza, 1993a).



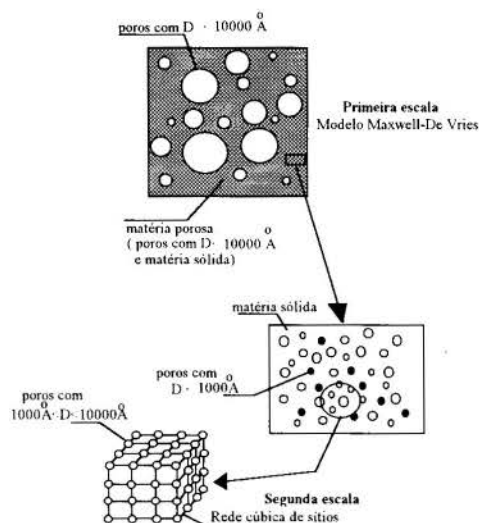


Figura 1 - Esquema mostrando os modelos representativos do meio poroso, para as duas escalas usadas na simulação.

Na segunda escala, simula-se com uma rede de percolação cúbica não ordenada somente de sítios (Souza, 1993b) os poros com diâmetros entre 1000Å e 10000Å. Admite-se que os poros com diâmetros inferiores a 1000Å estão continuamente preenchidos de líquido e não interferem nos processos de invasão. Estes poros formam redes vasculares isoladas em ilhas de poros circundadas por poros maiores.

Numa primeira escala, simula-se a pasta de ligantes através de um conjunto de cavidades esféricas, associadas aos poros com diâmetros maiores que 10000Å, randomicamente distribuídas dentro do meio poroso contínuo, composto pela matéria sólida e poros com diâmetros menores que 10000Å. Utiliza-se o modelo de transferência de Maxwell-De Vries através de meios compostos, com uma fase homogeneamente dispersa de corpos saturados, para simular a transferência de umidade.

Neste trabalho, admite-se a existência de um volume elementar representativo (um volume suficientemente grande para conter um número muito grande de poros mas, também, suficientemente pequeno em relação às dimensões representativas do material em estudo) e a hipótese de equilíbrio local: cada volume elementar está em equilíbrio.

Nestas condições, pode-se utilizar o formalismo macroscópico e as diferentes fases estão na mesma temperatura e no mesmo potencial termodinâmico. Na prática isto implica que no curso dos processos macroscópicos de transferência a umidade relativa e a pressão capilar médias podem ser relacionadas pela lei de Kelvin.

Objetiva-se simular a condutividade hidráulica nos processos de embebição e drenagem (Souza, 1993b). A hipótese de equilíbrio local permite escrever o fluxo global proporcionalmente a uma variável de estado, definida na escala microscópica. A simulação consiste em explicitar a operação de macroscopização considerando uma rede cúbica de sítios esféricos como o volume elementar representativo, na faixa de diâmetros de poro de 1000 a 10000Å, na segunda escala. Na primeira escala, o meio poroso contínuo, composto de matéria sólida e poros com  $D \leq 10000\text{Å}$ , dentro do qual cavidades esféricas, associadas aos poros com  $D > 10000\text{Å}$ , são randomicamente distribuídas.

## SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE TRANSFERÊNCIA ISOTÉRMICA DE UMIDADE

### Segunda escala

A migração de umidade no interior do elemento, concebido como uma rede de poros, tem analogia ao fluxo de corrente dentro

de uma rede de resistências elétricas. A condutância equivalente representa o coeficiente de transferência macroscópico para um dado estado de saturação. A contribuição de cada poro da rede ao fluxo macroscópico é descrita por uma resistência que o mesmo oferecerá à passagem de vapor, se o elemento está vazio, ou à passagem de líquido, se o elemento está cheio. Assim a condutância de cada poro ou ramo da rede é definida segundo seu estado de ocupação.

Nesta análise, utiliza-se um potencial de transferência único, calculado em todos os nós da rede. A difusão do vapor está associada a um gradiente de umidade relativa e o escoamento do líquido está associado a uma gradiente de pressão capilar. Aplicando-se a lei de Kelvin,

$$p_g - p_l = -\frac{\rho_l \mathcal{R} T}{M} \ln h, \quad (1)$$

em cada nó da rede (hipótese de equilíbrio termodinâmico entre fases), os dois potenciais podem ser relacionados. Na Eq.(1)  $p_l$  é a pressão da fase líquida,  $p_g$  a pressão da fase gasosa,  $\rho_l$  é a massa específica do líquido,  $\mathcal{R}$  é a constante universal dos gases,  $M$  é o peso molecular da água,  $T$  é a temperatura e  $h$  é a umidade relativa.

Assumindo creeping flow, Klopik(1982), desenvolveu uma expressão para a condutância associada ao fluxo de líquido entre o centro de um cavidade esférica, com diâmetro  $D$ , e uma abertura arbitrária na superfície, com diâmetro  $d$  (figura 2). Segundo Koplík, esta condutância é equivalente à condutância de um elemento cilíndrico com diâmetro  $d$  e comprimento  $2d/\pi$ ,

$$k_l = \frac{\rho_l \pi d^4}{128 \mu} \frac{\pi}{2d}, \quad (2)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade do líquido. Desta forma a resistência ao fluxo do líquido entre duas cavidades adjacentes na rede será imposta pela menor cavidade, que é considerada como uma abertura de diâmetro  $d$  e comporta-se como uma garganta à transferência de líquido.

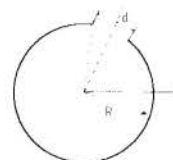


Figura 2 - Geometria de um poro esférico com uma abertura na superfície.

Se a cavidade está vazia, somente difusão de vapor é considerada. Para um elemento cilíndrico de comprimento  $L$  e diâmetro  $D$ , desprezando o efeito da camada adsorvida de líquido, a condutância equivalente é dada por:

$$k_v = \rho_{vs} \pi (D/2)^2 D_r \frac{M}{\rho_l \mathcal{R} T} h \frac{1}{L}, \quad (3)$$

onde  $D_r$  é o coeficiente de difusão do vapor d'água no ar e  $\rho_{vs}$  é a massa específica do vapor d'água saturado. De fato, no presente caso, os diâmetros dos poros podem ser considerados muito maiores do que a espessura da camada adsorvida.

Para o caso de uma cavidade esférica utiliza-se a mesma expressão aproximada usada no caso da cavidade esférica ocupada pelo líquido e dessa forma-se tem-se:

$$k_v = \rho_{vs} \pi (d/2)^2 D_r \frac{M}{\rho_l \mathcal{R} T} h \frac{\pi}{2d}, \quad (4)$$

O problema consiste em determinar a condutância equivalente da rede quando um pequeno gradiente do potencial  $p_l$ ,  $\Delta p_l$  ( $\Delta p_l \rightarrow 0$ ), é aplicado entre duas faces opostas da rede. Isto se resume em determinar a pressão  $p_l$  nos pontos nodais da rede,

levando em conta a resistência de cada ramo da mesma. Simulam-se os processos de embebição e drenagem (Souza, 1993b). Na embebição um sítio é efetivamente preenchido se e somente se ele satisfaz a condição de raio, calculada pela lei de Laplace, e está ligado à face de entrada por um caminho de sítios ativos e cheios. Na drenagem para o esvaziamento do sítio na rede deve-se satisfazer a condição de raio, calculada pela lei de Laplace. O sítio deve ainda estar em contato com a face de entrada (ar), por um caminho de sítios não ocupados pela água capilar, e pertencer a um agrupamento de sítios positivos em contato com a face de saída. Isto é a origem da histerese capilar associada à acessibilidade dos sítios (Souza, 1993b). Desconsideram-se, os efeitos de aprisionamento de ar.

#### Primeira escala

O modelo consiste de um meio poroso contínuo dentro do qual cavidades esféricas são distribuídas randomicamente, figura 1. Considera-se 20 classes de diâmetros de poros para representar a escala das cavidades esféricas, com  $D > 10000\text{Å}$ .

A condutividade hidráulica  $K$  é calculada, segundo De Vries (1952), da seguinte forma:

$$K = \frac{\Delta\eta_0 K_0 + \sum c_i \Delta\eta_i K_i}{\Delta\eta_0 + \sum c_i \Delta\eta_i} \quad (5)$$

onde  $K_0$  é a condutividade hidráulica da segunda escala, meio poroso contínuo,  $K_i$  é a condutividade hidráulica associada à cada classe dos poros de diâmetro maior que  $10000\text{Å}$ ,  $\Delta\eta_0$  representa a proporção em volume do meio poroso contínuo,  $\Delta\eta_i$  representa a proporção em volume dos poros com  $D > 10000\text{Å}$  e  $c_i$  é um coeficiente igual ao dado por De Vries (1952).

Tem-se um esquema de intervenção de duas fases, o vapor e a água capilar. Na simulação da drenagem admite-se inicialmente todo o meio saturado. As cavidades esféricas por estarem desconectadas só conseguem ser esvaziadas na pressão correspondente ao ponto de percolação da fase contínua, segunda escala (Souza, 1993a), o que significa que cada cavidade esférica está conectada com um agrupamento percolante na segunda escala. Na simulação da embebição as cavidades serão preenchidas com água depois que a segunda escala estiver completamente saturada, de acordo com o seu diâmetro a cada passo de pressão, segundo à condição de estabilidade dada pela lei de Laplace. Desconsideram-se, os efeitos de aprisionamento de ar.

## RESULTADOS

Nas figuras que se seguem mostram-se os resultados da simulação em relação aos processos de embebição e drenagem. Na figura 3 mostra-se a variação do coeficiente  $K$  com o grau de saturação, para três diferentes tamanhos da rede cúbica. Uma dimensão linear igual a 30 foi considerada ser satisfatória para os propósitos da simulação. Resultados análogos foram encontrados para a drenagem, figura 4.

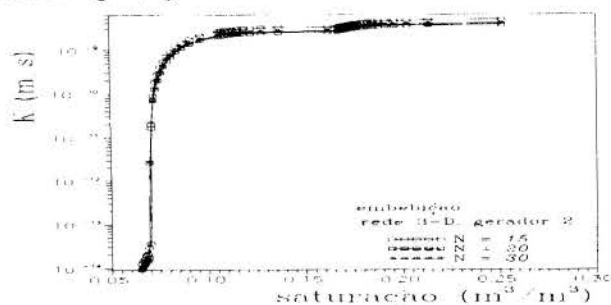


Figura 3 - Influência do tamanho da rede sobre o coeficiente  $K$ , na embebição.

Na figura 5 compara-se a condutividade hidráulica nos processos de embebição e drenagem.

A curva da condutividade hidráulica  $K$  sofre um aumento brusco para um grau de saturação em torno de  $0,069 \text{ m}^3/\text{m}^3$ , correspondente ao limite de continuidade da fase líquida, permanecendo, em seguida, essencialmente constante para valores maiores do grau de saturação.

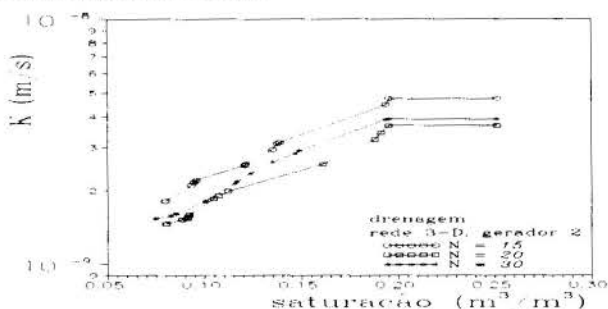


Figura 4 - Influência do tamanho da rede sobre o coeficiente  $K$ , na drenagem.

A distribuição de diâmetros de poros utilizada apresenta 15 classes sobre 50 (número de classes utilizadas - 30 segunda escala e 20 primeira escala) com diâmetros pequenos comparado às demais classes e tendo valores próximos uns dos outros e com a mesma probabilidade de presença, em função da distribuição em isonúmeros. Estas 15 classes de diâmetros representam apenas uma pequena variação no grau de saturação, como mostra a figura 5. No caso da drenagem este ponto representa a saturação mínima atingida.

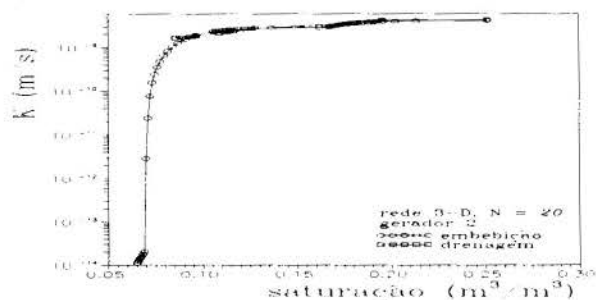


Figura 5 - A condutividade hidráulica  $K$  em função do processo simulado.

No processo de embebição, fica evidenciado a variação de  $K$  para baixos graus de saturação. Este comportamento se deve à concepção da rede utilizada na segunda escala neste trabalho (Souza, 1993b): cada sítio representa um poro. O primeiro agrupamento percolante engloba as classes formadas somente de poros pequenos, representando 22,5% da saturação total.

No caso da drenagem quando a fase não molhante percola, em função da dimensão da rede e da disposição aleatória dos poros na mesma, permanecem ilhas isoladas de poros pequenos, preenchidos de líquido, não permitindo no cálculo uma queda mais acentuada dos coeficientes de transferência para baixos graus de saturação.

Este comportamento pode ser explicado melhor quando se isola a contribuição das duas fases, difusão de vapor e migração de líquido, figura 6.

Na figura 6, a contribuição da migração de água capilar é obtida anulando-se a condutância dos poros ocupados pelo vapor. Observa-se que a contribuição da fase líquida é dominante em quase todo o domínio de saturação, coincidindo com o limite de continuidade da água capilar. A contribuição da difusão de vapor é obtida anulando-se a condutância dos poros ocupados pela água. Observa-se que a soma das contribuições das duas fases, supostas isoladas, é inferior ao coeficiente  $D_h$  (coeficiente global de difusão

associado ao gradiente de umidade) numa região do domínio de saturação, próximo do limite de continuidade da fase líquida. Isto mostra a contribuição dos processos de mudança de fase nesta região de saturação.

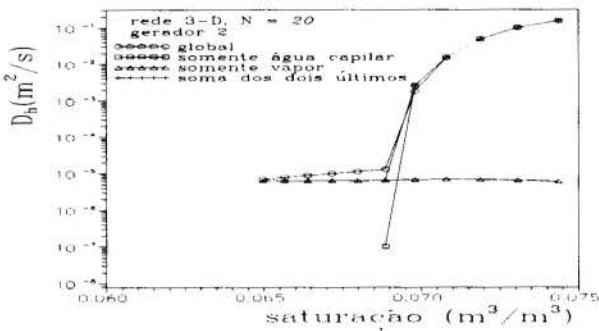


Figura 6 - Separação da difusão gasosa e da transferência capilar evidenciando a região no limite da continuidade da fase líquida.

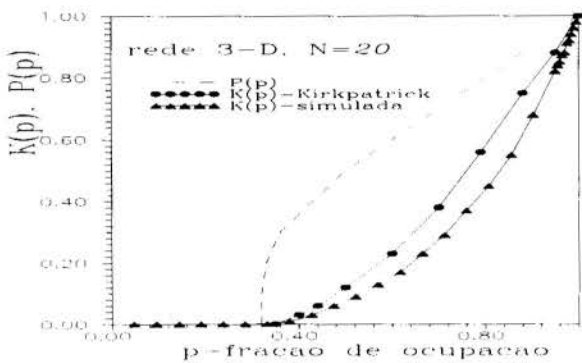


Figura 7 - A condutividade K segundo o modelo de Kirkpatrick(1973).

Na drenagem a condutividade hidráulica tem sido calculada para conteúdos de líquido maiores do que a saturação irreduzível, que corresponde ao conteúdo de líquido onde a fase líquida torna-se descontínua ( $\theta_d = 0,085 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ). É importante observar que o conteúdo de líquido correspondente ao limite de continuidade da fase líquida, na embebição ( $\theta_e = 0,069 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ), não é o mesmo conteúdo onde a fase perde sua continuidade,  $\theta_d$ , na drenagem. De fato, na drenagem,  $\theta_d$  é constituído não somente pela água contida nos sítios com  $D < 1147\text{Å}$ , (ou seja,  $\theta_e$ ) mas também pelos agrupamentos isolados da fase molhante no curso da drenagem, compostos pelos sítios que foram esvaziados primeiro.

A evolução da curva da condutividade hidráulica não é um problema de simulação e está diretamente ligada à rede utilizada neste trabalho. Quando se utiliza a frequência em número, figura 7, de sítios ocupados pela fase molhante o resultado mostra-se similar aos resultados encontrados por Kirkpatrick (1973), obtidos para redes compostas por somente dois tipos de resistências a cada fração de ocupação.

## CONCLUSÃO

Um modelo em duas escalas foi usado para simular os processos de embebição e drenagem num material poroso. Numa segunda escala, os poros são representados por sítios aleatoriamente distribuídos numa rede cúbica. Numa primeira escala, os poros grandes foram admitidos estar distribuídos aleatoriamente num meio poroso contínuo cujas propriedades hidráulicas foram calculadas na segunda escala, e a teoria de Maxwell-De Vries para meios compostos foi usada para prever a condutividade hidráulica.

Observa-se nos resultados obtidos, que as curvas da condutividade hidráulica, em função do grau de saturação,

apresentam um evolução mais acentuada comparados aos resultados de Daian e Saliba (1991).

Para Daian e Saliba, o ponto crítico corresponde à  $0,4 \text{ m}^3/\text{m}^3$ , que é consideravelmente maior que o ponto crítico associado à rede utilizada no presente trabalho. Isso se deve à concepção de rede utilizada por Daian e Saliba: os poros pequenos são agrupados em feixes e associados a um único sítio da rede, de modo a preservar a frequência relativa dos mesmos. De fato, a condutância equivalente para um elemento da rede (sítio e/ou ligação), representando um feixe de poros (tubos paralelos), é maior que a condutância equivalente associada a um único poro.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CHILDS, E. C. & COLLIS-GEORGE, N. "The permeability of porous materials". *Proc. Royal Soc.*, London, Vol. 201, pp. 392 - 405, 1950.
- DAIAN, J. F. & SALIBA, J. "Determination d'un reseau aléatoire de pores pour modéliser la sorption et la migration d'humidité dans un mortier de ciment." *Int. J. Heat and Mass Transfer.*, Vol. 34, n. 8, pp. 2081 - 2096, 1991.
- DE VRIES, D. A. "The thermal conductivity of granular materials." *Bull. Inst. Intern. du Froid.*, pp. 115 - 131, 1952.
- MARSHALL, T. J. "A relation between permeability and size distribution of pores." *Journal of Soil Science.*, Vol. 9, n. 1, pp. 1 - 8, 1958.
- MICHELIS, P. et al. "Comparisons of the unsaturated hydraulic conductivity of a coarse-textured soil as determined in field, in laboratory, and with mathematical models." *Soil Science*, Vol. 147, n. 4, pp. 299 - 304, 1989.
- KIRKPATRICK, S. "Percolation and conduction." *Reviews of Modern Physics.*, Vol. 45, n. 4, pp. 574 - 588, 1975.
- KOPLIK, J. "Creeping flow in two-dimensional networks." *J. Fluid Mech.*, Vol. 119, pp. 219 - 247, 1982.
- PHILIPPI, P. C. et al. "The microstructure of porous building materials: study of a cement and lime mortar." *Transport in Porous Media*, (accepted for publication), 1993.
- SOUZA, H. A. "Estudo dos processos de fixação e transferência isotérmica de umidade em meios porosos heterogêneos." Tese de Doutorado, Florianópolis, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Sta Catarina, 1993a.
- SOUZA, H. A.; PHILIPPI, P. C. "Processos de invasão em redes de percolação." *Anais do XXI Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos XXI ENEMP*, Vol. III, pp. 867 - 878, 1993b.
- YUNES, P. R. "Determinação da distribuição de poros de uma argamassa de cimento e cal usando as isotermas de equilíbrio e dados de microscopia eletrônica." Dissertação de Mestrado, Florianópolis, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Sta Catarina, 1992.

## ABSTRACT

*The present paper presents a study of moisture retention and isothermal transfer in a cement and lime mortar. The extended range of pore sizes and the intrinsic heterogeneity of the medium do not allow to use a single-scale percolation network for numerically describing the topology and the physical processes related to fluid retention and transfer. Two different scales are used for the numerical description of the cement and lime mortar studied in this paper.*



## DINÂMICA DAS PARTÍCULAS EM LEITO DE JORRO VIBRADO BIDIMENSIONAL: ENSAIOS PRELIMINARES

CÉLIO A. GOMES DE SOUZA<sup>1</sup> E THEO G. KIECKBUSCH<sup>2</sup>  
1) DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA/TE - UFFA  
2) FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA/DTF - UNICAMP

### RESUMO

Um leito vibro-jorrado bidimensional foi construído de acrílico e instalado sobre base cônica (ângulo de 50°). A vibração (Amplitude 8 mm; frequência 11 Hz) foi gerada por um excêntrico, que atuava diretamente na placa distribuidora de ar. O sistema foi ensaiado com esferas de vidro e com comprimidos e são apresentados resultados da variação da perda de carga com a vazão. O escoamento interno das partículas seguia o modelo mistura ideal, com alta dispersão do tempo de residência.

### INTRODUÇÃO

O Departamento de Termofluidodinâmica da Faculdade de Engenharia Química da UNICAMP, vem desenvolvendo pesquisas utilizando leitos de jorro como equipamento primário no recobrimento de partículas. O processo permite excelente uniformidade e bom controle do crescimento da cobertura.

A presente pesquisa visa melhorar a eficiência do processo, isto é, a obtenção de uma taxa de recobrimento mais alta com menor consumo de ar aquecido, pela incorporação de uma vibração vertical ao leito.

Leitos vibro-jorrados seguem a configuração clássica de leitos de jorro convencionais, com ou sem tubo interno acrescentando-se apenas um suporte (placa) perfurada na base, local de entrada do fluxo de ar. Esse suporte é submetido a uma vibração e a transmite ao leito, podendo promover sua agitação e recirculação mesmo na ausência de escoamento de ar. O movimento das partículas é suave, em fase densa, e a vazão de ar aquecida é estabelecida de acordo com as exigências da secagem e não mais como parâmetro fluidodinâmico para o movimento das partículas, Finzer e Kieckbusch, (1992).

A construção e montagem de um leito vibro-jorrado bidimensional e ensaios do comportamento fluidodinâmico com e sem vibração, são os objetivos iniciais deste trabalho. Um estudo completo sobre a secagem de recobrimento de comprimidos neste leito bidimensional com vibração está em andamento.

### DESENVOLVIMENTO DE UM SECADOR BIDIMENSIONAL

O projeto de um secador de leito fluidizado ou jorrado, prevê diversas configurações. Dentre elas a que se mostra mais promissora é a de um leito bidimensional, onde o problema de ampliação de escala reduz-se a simples extensão de uma dimensão do leito. Ele consiste em um recipiente de forma retangular com paredes verticais planas e sua base deve ser angulada, pois assim facilita uma melhor alimentação das partículas para dentro da área de jorro. Alguns estudos já foram feitos com este tipo de sistema por Kudra et al (1983), Passos (1991), Taranto (1992) e Ayub (1993), que analisaram tanto a fluidodinâmica como a transferên-

cia de calor gás-partícula no leito.

O leito bidimensional é mostrado na Figura 1. As dimensões utilizadas na sua construção seguiram as relações indicadas por Kalwar et al (1990).

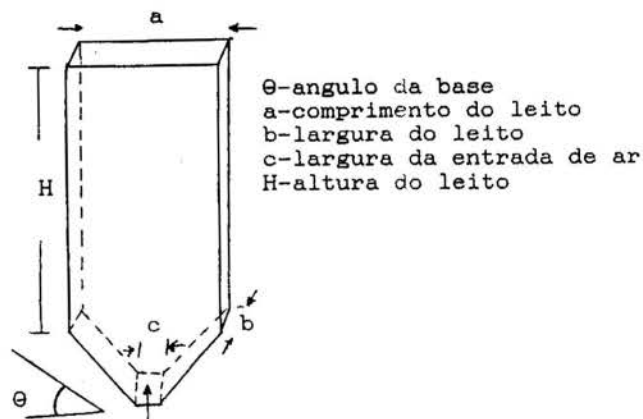


Figura 1 - Esquema do leito bidimensional

Com este tipo de geometria diminuí-se problemas de ampliação de escala e de capacidade de secagem encontradas no leito cone-cilíndrico, sendo que a relação entre as dimensões permite uma boa circulação dos sólidos.

O leito foi construído em acrílico, com altura de 40cm, comprimento de 32cm e largura de 4cm. Desta forma fica estabelecida uma relação de 1/8 de largura da entrada com o comprimento do leito. Três opções para a largura  $c$ , na entrada do ar, eram disponíveis: 4,6 e 8 cm. A parte inclinada do leito foi construída com ângulo de 50 graus, o qual está de acordo com a literatura que estabelece uma faixa de 30 a 60 graus. Não se usou tubo central.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A maneira de operar o sistema será sucintamente descrita a seguir.

O ar é insuflado pelo soprador (4 cv), sendo sua vazão controlada por uma válvula globo (1 1/2") e medida por rotâmetro devidamente calibrado. O ar chega ao leito bidimen-



sional da Figura 1, onde tem-se tomadas de pressão na base e no topo, que possibilita a determinação da queda de pressão no leito devido à carga de partículas.

O sistema de vibração é do tipo camo, com possibilidade de variação da amplitude e frequência de vibração. O movimento vibratório para as partículas no leito é feito ligando-se um motor elétrico de corrente contínua e ajustando o variador eletrônico de velocidade na frequência desejada, medida por tacômetro digital. A vibração é transmitida ao leito através da placa distribuidora móvel de ar, acoplada à haste de vibração.

Um ensaio experimental com vibração, pode ser descrito da seguinte maneira. Carregado o leito, mede-se a sua altura e fixa-se as condições de vibração. Aumenta-se então gradativamente a vazão de ar, medindo-se seu valor e a perda de carga correspondente. Após atingir a vazão máxima disponível inicia-se a operação inversa, fechando-se a válvula de controle e fazendo as leituras. Para os ensaios experimentais sem vibração, obviamente que o sistema de vibração não é acionado.

Foram utilizados esferas de vidro de diâmetro médio de 0,35cm e comprimidos com diâmetro de 0,649cm. O volume dos comprimidos foi calculado com base na sua forma geométrica, e comparado ao volume de uma esfera obtendo-se então o valor do diâmetro equivalente da partícula.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram levantados dados de altura do leito ( $H_0$ ), queda de pressão máxima ( $\Delta P_{max}$ ), e da vazão de jorro mínimo ( $Q_{jm}$ ), que são parâmetros de importância para o projeto de leito de jorro. O conhecimento da altura do leito irá assegurar uma circulação de partículas adequada, a queda de pressão máxima é a resistência a ser vencida pelo compressor, enquanto a vazão de jorro mínimo, fornece o valor da vazão a ser utilizada no ensaio.

Foram realizados trinta ensaios experi-

mentais, sendo 15 sem vibração e duas repetições do mesmo, mas sob uma vibração de 8mm de amplitude e frequência de 11Hz. Para cada um deles foi construída a curva de queda de pressão ( $\Delta P$ ) versus vazão de ar ( $Q$ ), e a partir delas foram obtidas os valores de  $Q_{jm}$ .

Observa-se pela Tabela 1, que para ensaios com mesmas alturas e tipo de material, em todas as corridas com vibração (C/V), a queda de pressão máxima e a vazão de jorro mínimo, são menores do que nos experimentos sem vibração (S/V). Esse resultado está de acordo com a literatura que diz que a vibração facilita o movimento das partículas.

Observou-se visualmente que a movimentação das partículas e sua circulação interna se intensificavam com o aumento da área de secção da entrada de ar. O mesmo acontecia com a transmissão da vibração ao leito.

As Figuras 2 a 7, apresentam curvas típicas de  $\Delta P \times Q$ . O comportamento geral das curvas obtidas concorda com os resultados publicados com ensaios sem vibração, Taranto (1992), e com vibração, Finzer e Kieckbusch (1992).

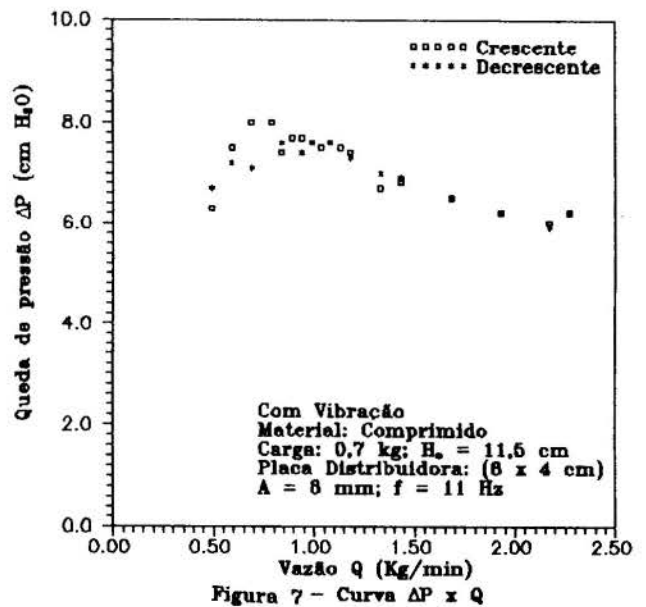
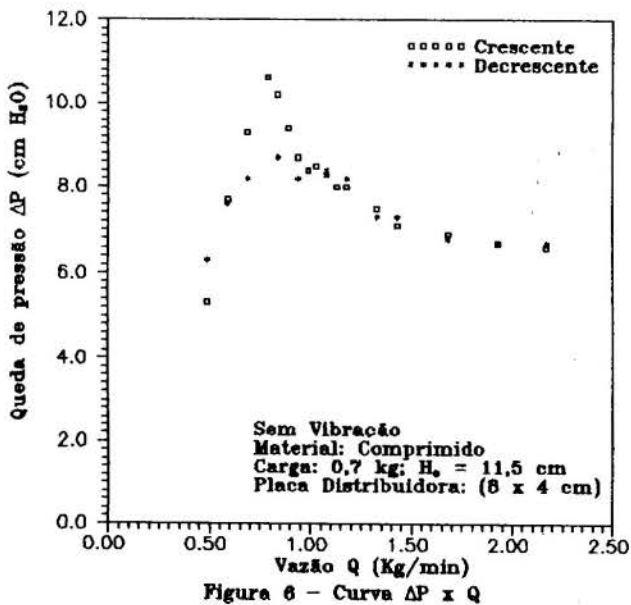
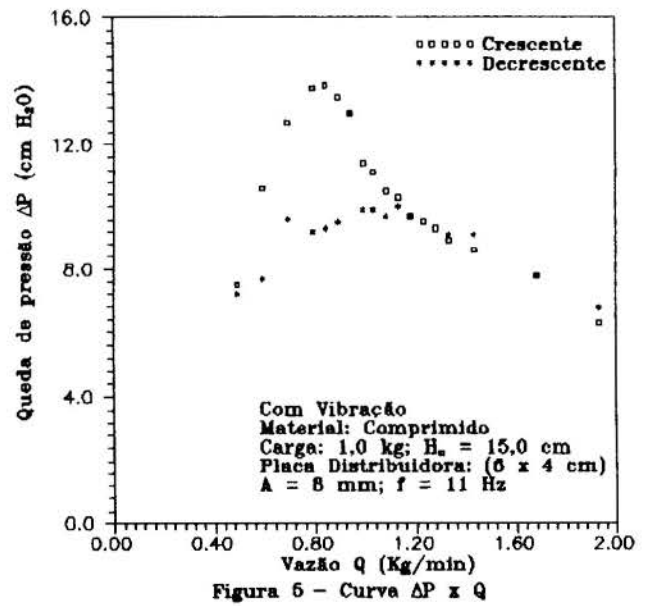
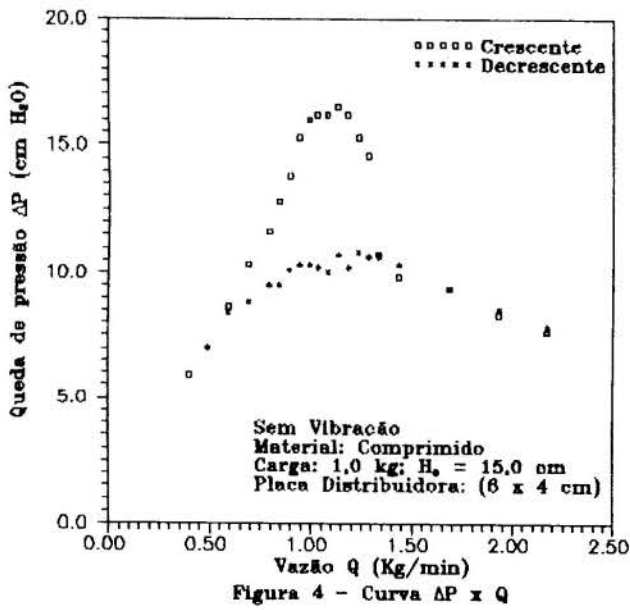
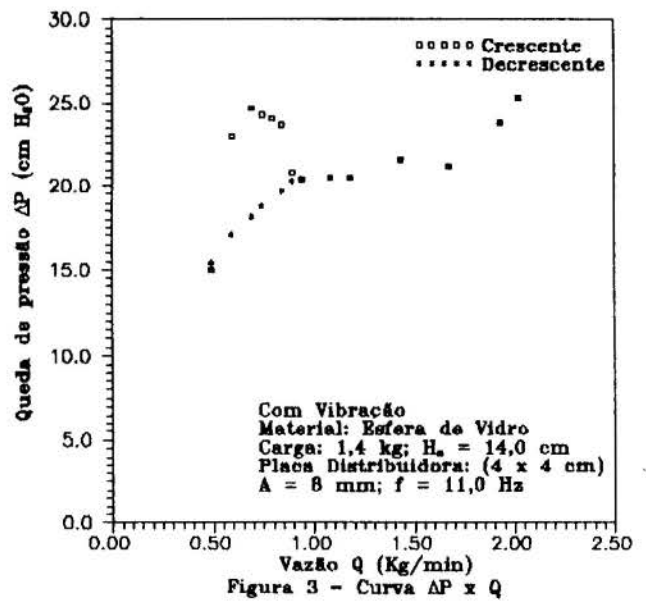
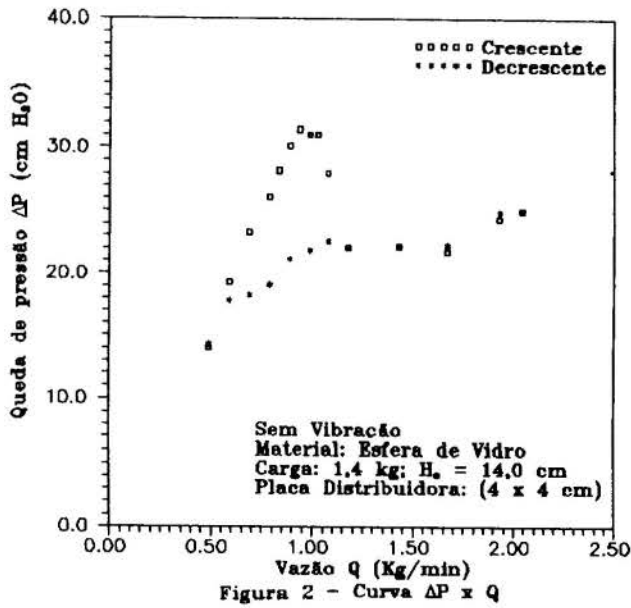
Foram também realizados ensaios preliminares para determinar a distribuição do tempo de residência na circulação dos sólidos no leito, acompanhando o movimento de comprimidos marcados no leito bidimensional com vibração.

Usou-se um comprimido marcado e fez-se um levantamento do tempo necessário para a partícula perfazer um ciclo, isto é, cronometrou-se o tempo que o comprimido marcado deixava a placa distribuidora e retornava à mesma posição. As condições experimentais utilizadas foram: carga de 0,7kg de comprimido, altura do leito de 11,5cm, placa distribuidora (8 x 4 cm), vazão de ar 1,93kg/min, amplitude 8mm e frequência 11Hz. O resultado desse ensaio foi feito com 46 repetições.

O tempo de residência médio das partículas no ciclo, foi calculado fazendo-se o somatório dos tempos reais pelo número de ensaios realizados, obtendo-se um valor de 8,47s.

**Tabela 1 - Parâmetros Dinâmicos do Leito Bidimensional**  
( $\Delta P_{max}$  cmH<sub>2</sub>O e  $Q_{jm}$  kg/min)

MATERIAL	Placa Distribuidora	(4 x 4 cm)				(6 x 4 cm)				(8 x 4 cm)			
		S/V		C/V		S/V		C/V		S/V		C/V	
		$\Delta P_{max}$	$Q_{jm}$	$\Delta P_{max}$	$Q_{jm}$	$\Delta P_{max}$	$Q_{jm}$	$\Delta P_{max}$	$Q_{jm}$	$\Delta P_{max}$	$Q_{jm}$	$\Delta P_{max}$	$Q_{jm}$
COMPRIMIDO	0,7	18,0	1,5	14,6	1,3	14,5	1,55	9,4	1,2	10,6	1,6	8,0	1,43
		$H_0 = 13,8$ cm				$H_0 = 12,0$ cm				$H_0 = 11,5$ cm			
	1,0	16,0	1,68	19,8	1,52	16,5	1,68	13,9	1,4	15,7	1,9	13,0	1,7
		$H_0 = 16,0$ cm				$H_0 = 15,0$ cm				$H_0 = 14,0$ cm			
ESFERA DE VIDRO	0,7	18,8	1,1	13,8	0,94	15,5	1,30	10,3	1,2	12,4	1,5	9,1	1,4
		$H_0 = 9,7$ cm				$H_0 = 8,0$ cm				$H_0 = 7,5$ cm			
	1,0	24,8	1,18	18,5	1,08	19,6	1,43	13,6	1,25	1,68	1,6	12,4	1,5
		$H_0 = 12,0$ cm				$H_0 = 10,8$ cm				$H_0 = 9,7$ cm			
1,4	31,4	1,7	24,7	1,33	28,5	1,68	19,5	1,43	23,9	1,7	17,0	1,55	
	$H_0 = 14,0$ cm				$H_0 = 13,5$ cm				$H_0 = 12,2$ cm				



A Figura (8) apresenta o histograma da distribuição dos tempos de residência obtidos, considerando-se intervalos de 1,2,3 e 4 segundos. Esses valores indicam uma notável dispersão em torno da média, com uma mediana da ordem de 5 segundos. O comportamento é próximo ao de um reator de mistura ideal, ao contrário de Finzer e Kieckbusch (1992), que usando leito cônico-cilíndrico com tubo central, obtiveram um escoamento pistonado com baixa dispersão.

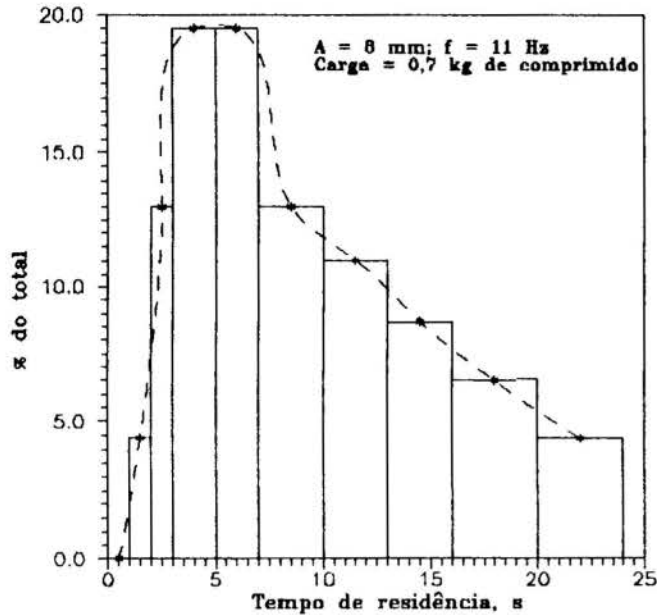


Figura 8 - Distribuição do tempo de circulação de uma partícula marcada no leito

Observações visuais confirmaram que os tempos mais curtos correspondem a partículas que abandonam a região anular antes de alcançar a base do leito. Por outro lado é grande o número de partículas que tem dificuldades em se movimentar junto a parede, aumentando o tempo do ciclo. Esse último comportamento é ainda mais acentuado quando não há vibração.

Essa dispersão é prejudicial para o recobrimento uniforme de comprimidos e portanto será avaliada com mais rigor, e se possível diminuída, antes de se realizarem ensaios definitivos de recobrimento.

#### REFERÊNCIAS

- Ayub, G.S.E., "Recobrimento de Comprimidos em Leito de Jorro Bidimensional: Análise do Crescimento e Transferências de Calor Gás-Partícula", Tese de Mestrado, Unicamp-FEQ, Campinas, SP, Brasil, 1993.
- Finzer, J.R.D. & Kieckbusch, T.G., "Secagem em Sistemas com Vibração", in: Tópicos Especiais em Secagem, São Paulo, Vol.1, pp. 87-127, 1992.
- Kalwar, M.I., Raghavan, G.S.V., Mujumdar, A.S. e Fanous, M.A., "Aerodynamics of Grains in a Large Scale Two-dimensional Spouted Bed With Draft Plates, "Notas Particulares", 1990.
- Kudra, T., Mujumdar, A.S. e Raghavan, G.S.V., "Gas-to-Particle Heat Transfer in Two-Dimensional Spouted Beds", Canadian J. Chem. Heat and Mass Transfer, Vol.16, pp. 730-741, 1989.

Passos, T.L.A. "Flow Characteristics of Two-dimensional Spouted and Spouted-Fluidized Beds of Particle." Ph. D.Thesis, McGill University, Montreal, Canada, 1991.

Taranto, O.P. "Estudo Experimental da Dinâmica em um Leito de Jorro Bidimensional: Aplicações em Recobrimento de Comprimidos," Tese de Mestrado, Unicamp-FEQ, Campinas, SP, Brasil, 1992.

#### Abstract

A bidimensional, vibro-spouted-bed dryer was built in plexiglass and mounted over a 50° angle inclined base. A vibration ( 8 mm amplitude, 11 Hz frequency ), induced by an eccentric was imposed to the air distribution plate. A comparison of bed pressure drop curves, with and without vibration, using glass beads and tablets is presented. The internal circulation of the particle proved to follow a plug flow model with high dispersion of residence time.

## MEASUREMENT OF PARTICLE VELOCITIES IN A CYCLONE

Z. Kan \*, J. Militzer\*, F. Hamdullahpur\* and K. Shakourzadeh\*\*

\* Technical University of Nova Scotia, P.O.Box 1000, Halifax, NS, B3J2X4, CANADA

\*\* Universite de Technologie de Compiègne, B.P. 649 - 60206, Compiègne, CEDEX, FRANCE

### SUMMARY

Velocity distributions of solid particles in a cyclone separator attached to a circulating fluidized bed were measured under ambient conditions. These were carried out with Vector a solid particle velocity measurement instrument with a fiber optic probe, LED's and a photo detector. Higher levels of particle velocity fluctuations were observed in the vicinity of the wall. This is in agreement with experimental observations of other confined gas-solid turbulent flows. The observed particle velocity distributions indicated the existence of three distinct regions in the cyclone. These observations combined with calculated gas velocities in the cyclone facilitated the understanding of the mechanism of particle separation.

### INTRODUCTION

The cyclone is the most widely used non-mechanical device for the separation of solid particles from a fluid. The basic design methodology of the cyclone, in its most common form which is based on several empirical correlations, has survived largely unchanged for over a century. For some specific applications, however, more in-depth understanding of the two-phase flow structure was found to be an essential component of the overall design procedure. A number of theoretical and experimental investigations have been undertaken to bring a better understanding to the flow structure in cyclones. In most of the earlier theoretical works it was generally assumed that the particle concentration in a cyclone was low, and thus, particles had a negligible effect on the gas flow. This, with the exception of some very dilute flow applications, not being always a reasonable simplifying assumption, has attributed to the lack of understanding of particle motion in the cyclone. In modern industrial applications there is a renewed interest in the design of cyclone particle separators for high temperature, high pressure and high particle concentration; in applications such as circulating fluidized bed combustors or pressurized fluidized bed gasifiers. This has given a new impetus to the research and development of high performance cyclones handling particles of wide particle size distribution. A good description of particle velocity and trajectory in a cyclone is hampered by lack of understanding of the forces affecting the particle motion; inter-particle forces, and particle wall collisions. Thus, all present day models are greatly influenced by the assumptions made, and give results that must be carefully interpreted.

Boysan et al (1982) developed a mathematical model using an algebraic stress model of turbulence for particle motion in a cyclone. It took into account the three dimensional effects of the flow. Basirat Tabrizi and Hamdullahpur (1990) developed a mathematical model based on material balance. They concluded that, compared with pure air, the dusty gas has a lower tangential velocity in the inner core section but a higher one near the cyclone wall. They attributed this to the shear forces and the turbulence which are created near the boundary of cyclone separator in the presence of the particles. Similar effects can be observed for the axial and the radial velocities. This is in agreement with the findings of Govan et. al. (1989), and Sommerfeld (1990). They used an axial-viewing technique and observed that a relatively high level of

particle velocity fluctuations occurs near the wall region of a cyclone. It is also known that particle/wall collisions, especially due to surface roughness and non spherical particle shape can have a strong effect on particle motion. Minier et. al. (1990) showed that only with the introduction of an irregular bouncing model which accounts for the surface roughness of the walls, and slight non sphericity in the particle shapes numerical predictions compare reasonably well with experimental observations. Later on, Minier et. al. (1992), to explain the occurrence of higher particle velocity near the wall region, proposed that the particle spin may be an important factor. This phenomenon was first reported by Matsumoto and Saito(1970), where particle rotational velocities up to 1800 r.p.s were measured for 0.5 mm glass beads in a pipe flow.

It is recognized that any sensible experimental data should be obtained by direct measurement of solid particle velocity. This is difficult mainly because of the complicated random nature of the flow. There are relatively few references in the literature about the measurement of particle velocity within a cyclone, and the discrepancies of these measured values were large due to different experimental conditions.

Zhou & Soo ( 1990 ) measured the swirl velocity of 60  $\mu\text{m}$  particles in a cyclone using the laser Doppler velocimetry technique. They found that the velocity of the solid particles is almost half of the gas swirl velocity. This was the case everywhere in cyclone except near the wall. They also reported some difficulties caused by low signal to noise ratio for both gas and particles velocity measurements in the region near the wall.

Recent advances in velocity measurements using fiber optic techniques enables it to be used for the measurement of velocities of particles and droplets in gas-solid and liquid-solid systems. In spite of that we could not find in the literature data on solid particle velocities near the wall of a cyclone. In the present investigation a fiber optic probe described in Militzer et al (1992) is used to measure solid particle velocities. This particle velocity measurement system has been successfully used in a large variety situations of solid particle flow including the highly variable flows such as those encountered in CFBs. Furthermore, unlike the LDA they can be used in regions of high solids concentrations, such as those encountered along the wall of a cyclone. The main purpose of this study is to obtain experimental data on particle velocity distributions within a cyclone fitted onto a cold model Circulating Fluidized Bed (CFB). One of the advantages of the CFB model is that it can be operated at relatively high solid loading.



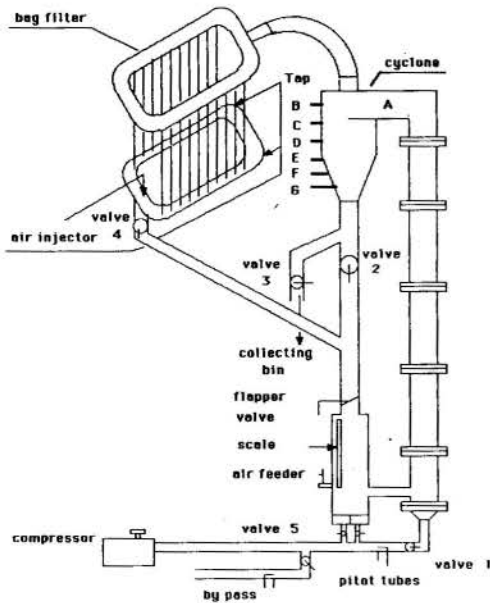


Figure 1. Experimental set-up

### EXPERIMENTAL SET-UP

Figure 1 shows the experimental set-up. The cold circulating fluidized bed system unit has a 0.23 m ID, 8.1 m high Plexiglas column, a cyclone separator, a dipleg and feed box with an L leg. Fluidization air is provided by a Roots type blower which delivers 0.225 m<sup>3</sup>/s (474 CFM) at 20.7 kPa (3 psi). The solids leaving the riser are collected by a cyclone and a bag filter. The cyclone has a 0.3 m ID and is 1.17 m high. The body of the cyclone is made of sheet metal and its inlet vane and dust exit pipe are made of Plexiglas. To allow the introduction of the fiber optic probe six axially distributed 5/8" brass fittings are welded to the body of the cyclone. The cross sectional area of the cyclone is approximately 2500 times larger than the probe, thus minimizing its effects on the flow. Solids collected by the cyclone and bag filter are returned to the solids reservoir via a 0.152 m ID Plexiglas dip leg. Fine sand known as silica powder is used in the experiments. Its density is 2300 Kg/m<sup>3</sup> and average particle diameter is 160 μm. The solids flow rate was maintained at 0.6 kg/s resulting in an average concentration of 2.66 kg per m<sup>3</sup> of air.

**Optical Fiber Probe.** Figure 2 shows the Vector solid particle velocity measurement set up. It is composed of an electronic circuit box, a PC computer, and a probe with two parallel optical fibers. The electronic circuit box contains two pairs of light emitting diodes (LED) and photo diodes used for converting the received light signal reflected by the solid particle into a voltage, and other electronic components for amplifying and controlling the light beams. The probe head contains two parallel 1 mm fibers about 2 mm apart. Each fiber is connected to an LED and to a photo diode, thus it is used to send and receive the light signals. Data is collected by a PC computer with a DMA analog / digital data acquisition card. A specially written computer program controls data acquisition, monitoring of signals, calculates correlations, velocities and does the statistical analysis. More details are given in Miltzer et al. (1992).

Figure 3 shows two typical curves of voltage versus time each received by the two fiber channels. The time delay between the two curves is caused by the relative position of the fibers, that is, a particle or a cluster of particles first passes by the lower fiber and later by the upper fiber. The time delay is obtained by calculating the cross correlation between the two signals. The particle velocity in the given direction is then obtained by dividing the distance between the fibers over the time delay. The figure also presents the normalized correlation curve for the given sample.

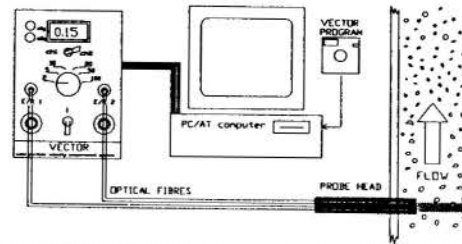


Figure 2. Particle velocity measurement instrument.

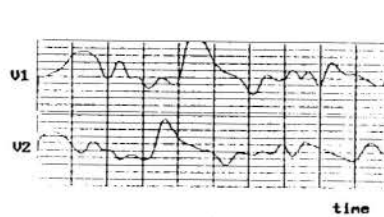


Figure 3. Typical probe voltages.

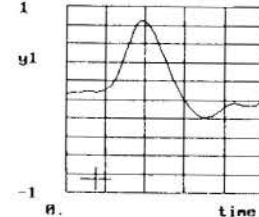


Figure 4. Correlation of the voltages.

### PARTICLES VELOCITY MEASUREMENT

Velocity measurements were carried out by introducing the fiber optical probe radially into the cyclone through the brass fittings. At each axial and radial position a series of samples were taken. Each series gives one velocity. To ensure statistically meaningful results, 100 series samples were taken at each location. The required sampling frequency is proportional to the particle velocity. For example assuming a solid particle velocity of 50 m/s a particle would travel from one fiber to the other (2mm apart) in 0.0004 s; so with a 50 kHz sampling rate 2 samples would be taken during that time. Thus a 50 kHz sampling rate was adopted. It was found that 512 samples per series provided adequate correlation of the signals. Velocities calculated with a normalized cross correlation coefficient smaller than 0.5 were rejected.

The solid particles near the wall of the cyclone follow a helical path. Thus at each location the probe had to be rotated until it was aligned with the flow. This could be detected from the velocity measurements, namely, the velocity was maximum when the probe was aligned with the flow. Due to the characteristics of the fiber optic instrument the reflected signal is directly proportional to the particle concentration. Thus, the signal intensity was higher near the wall of the cyclone and rapidly decayed as the probe was moved radially towards the core region. For the cyclone under consideration with a maximum radius of 150 mm the solid particle velocity measurements were limited to a region between 30 to 50 mm inward from the wall.

Following the data collection at each location, the cross correlation of each series and its respective velocity were calculated using the computer algorithm written for this application. The 100 velocity values for each location were processed, those with low correlation coefficient rejected and the remaining were statistically analysed.

### RESULTS AND DISCUSSION

**Particle Velocity Distribution.** The mean particle velocity and standard deviation values for each axial and radial locations are summarized in Table 1. At each tap, the velocity value measured furthest from the wall indicates the greatest distance from the wall at which it was still possible to obtain a signal appropriate for calculating the velocity. For example, at tap B this distance is (150 - 125) mm = 25mm. The value closest to the wall at each tap is within a few millimeters of the wall itself.

Tap C is fixed at almost the same height as the entry into the vortex finder. Figures 5a and 5b show the effect of the vortex finder entrance and cyclone wall on particle velocity. The gas

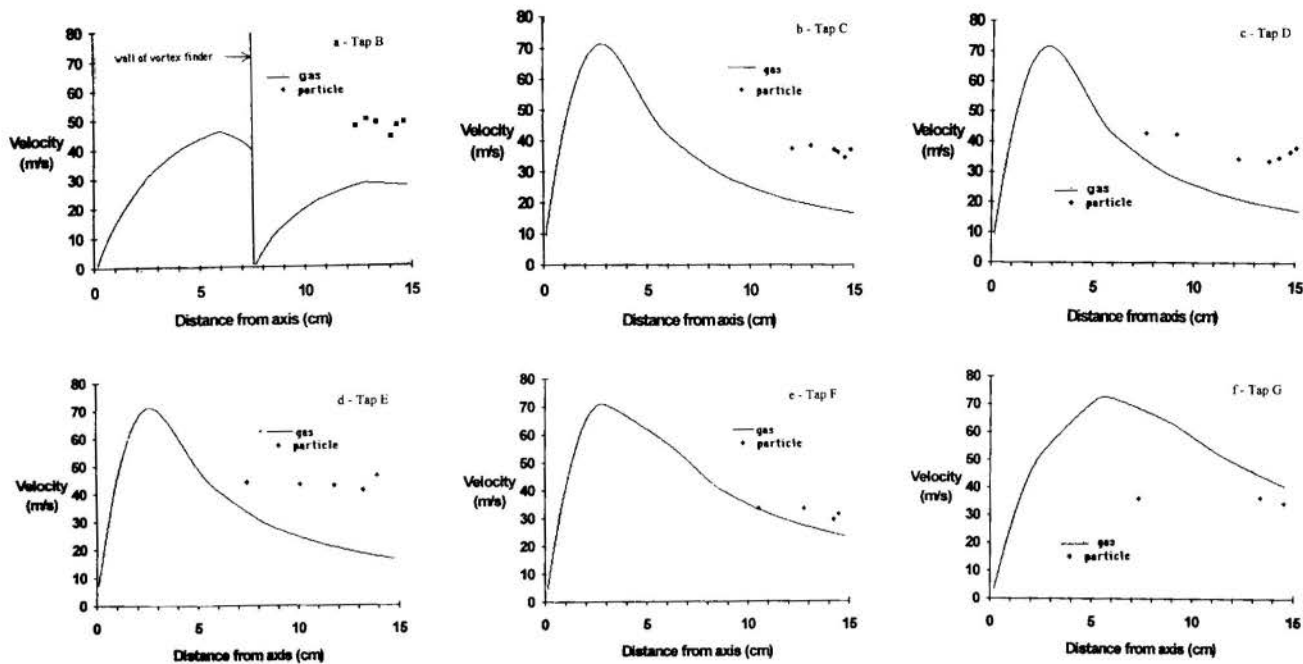


Figure 5. Particle velocities at different locations in the cyclone. (Gas velocities were obtained using analytical solution of Zhou et al, 1990).

velocity profiles were predicted using the analytic solution proposed by Zhou et al (1990). The particle tangential velocity obviously decreases with the increase of the cross section of the cylinder.

Taps C and D are located in the cylindrical section of the cyclone. This region with constant cross section induces a relatively uniform flow. The measured velocity values are almost the same, meanwhile all standard deviations are relatively small (see Figures 5b and 5c, and Table 1). But, the values near the wall are still higher than those near the core. The main reason might be that the separated larger particles with higher concentration near the wall region are subject to irregular bouncing and spin, as mentioned by some investigators (Sommerfeld 1990, Minier et. al. 1992).

Tap E is located near the top of the conical section in the vicinity of the cylindrical section. Higher velocity values can be observed in Figure 5d. These are believed to be caused by the transition from a constant cross sectional area to a gradually reducing conical cross section. Additional factors that can explain higher particle rotational speed are the increase of the particle concentration and irregular wall/particle collisions.

The results at Tap F show particle velocities somewhat closer to the gas velocities (see Figure 5e). However, the reversed gas up-flow begins disturbing the particle down-flow with a consequent decrease in the levels of particle velocities.

Velocities measured at tap G (Figure 5f) seem to be similar to those of tap F as shown in Figure 5e. The difference in velocities between tap F and tap G is that the gas velocity in the bottom of the cone is slightly higher than particle velocity. The lower pressure zone created by the upward swirling gas flow causes the re-entrainment of collected particles in the bottom region, as confirmed by many investigators (Enling and Yingmin, 1989).

**Particle Separation.** Particle separation in a cyclone is a very complex process. However, knowing the particle and gas velocity distributions, it is possible to predict the behaviour of particle separation and estimate the particle concentration distributions.

Most cyclone formulations have been based on the assumption that the separation of particles is the result of two opposing forces: a centrifugal force that acts radially outward and a gas drag that acts radially inward. In addition, a swirling gas flow

in the cone forms an axial flow downwards near the cone wall and upwards along the core. Fine or light particles, mainly influenced by the gas drag, would move radially inwards and then axially upwards to the vortex finder; bigger or heavy particles, subjected to higher centrifugal forces, would move to the wall and then downwards to the dust exit. The particle which designates  $d_{50}$  or cut size particle might attain equilibrium along a circular orbit in the core where the two opposing forces are in balance and the axial gas velocity equals zero. Therefore, their motions implies an extended residence time and higher concentration than in the core.

As illustrated by Table 1 and Figure 6, at each measuring tap there is a limiting radial position beyond which the concentration of particles is too low to produce a reliable reflected signal. These positions when connected in the axial direction would produce a line (in three dimensions it is actually a surface), L1 in the figure, which is designated as the critical or equilibrium particle trajectory. The critical or equilibrium particle might be the cut particle size ( $d_{50}$ ) which means that two opposite balanced forces, a centrifugal force and a gas drag force, act on it. Thus, only at this region, around the point of vanishing axial gas velocity, the cut size particle moves neither in the axial nor in the radial direction and therefore rotates on a stable circular path. The region from the core to L1, called Region 1, contains fine particles with low particle concentration. Based on the experimental observations of a relatively higher level of particle velocity and particle concentrations near the wall region of the cyclone, L2 is characterized by the magnitude of the change in particle standard deviation. This line thus divides Region 3 which is filled with fully separated bigger particles with higher concentrations and velocities from Region 2 where the actual separation process is taking place.

It is especially interesting to note that the dotted line in Figure 6, which gives the location where the calculated gas velocity vanishes, almost coincides with line L1, critical or equilibrium particle trajectory. Thus, depending on the axial gas velocity a particle in "equilibrium" can move to either side of line L1. If the part of region 2 is outside of L3 (the vanishing points of axial gas velocity) particles in this area might be completely separated from the gas; or particles might get into the vortex finder and be entrained. It is evident from Figure 6 that there are two particle re-entrainment areas, namely, near the vortex finder and near the dust

Table 1. Particle velocities in m/s at different taps (R is the radial distance from the axis; values between parentheses represent standard deviations)

R(cm)	TAP B	TAP C	TAP D	TAP E	TAP F	TAP G
2.6						36.1 (1.6)
5.6						36.5 (3.8)
5.9						34.7 (4.8)
7.4					34.2 (1.7)	
8.0				45.1 (7.1)		
9.0					34.0 (2.3)	
9.8					30.1 (3.0)	
10.2					32.2 (4.8)	
11.0				44.3 (2.0)		
11.8				43.9 (1.7)		
12.0			34.3 (1.6)			
12.4		37.6 (4.2)				
12.5	41.7 (6.6)					
13.0				42.3 (2.2)		
13.4		36.7 (4.0)				
13.5	42.4 (6.1)		33.4 (1.8)	47.4 (5.2)		
14.0		37.3 (4.0)				
14.4	38.6 (6.2)		36.3 (2.6)			
14.5		34.9 (5.6)				
14.7	42.8 (6.2)					
14.8			37.5 (3.5)			

opposing forces: a centrifugal force that acts radially outward and a exit due to the effect of suction caused by the strong up-flow of gas

## CONCLUSIONS

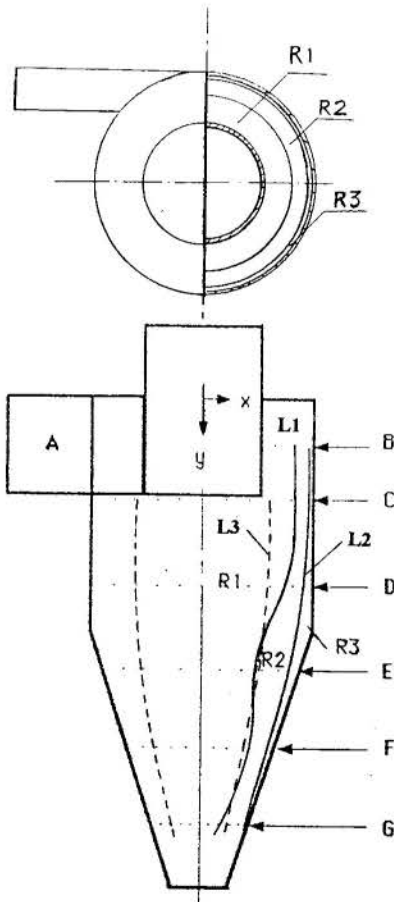
Throughout the course of this investigation, it was proven that the fiber optic based particle velocity measurement instrument to be quite accurate and reliable providing easily reproducible solid particle velocities even in regions of the cyclone where large velocity fluctuations are observed.

The experimental results show that particle velocities have large variations both in the axial and radial directions. The variation of the particle velocities measured depends on the local geometry, roughness of the cyclone surface, and particle concentration distribution. The analysis of the standard deviation calculated from a large set of experimental data reveals the nature of highly variable gas - solid flow at the each positions. Relatively high standard deviations exist at the wall region and other places such as the entrance of the vortex finder and at the junction of the cylinder and cone. They can also be attributed to the effects of the particle/wall collisions and very high particle rotation induced by particles bouncing of the cyclone walls.

The velocities measured by the optical fiber probe in this study qualitatively agree with the calculated values described in Basirat Tabrizi's study (1990). Relatively high levels of particle velocity near the wall also are in good agreement with those obtained in pipe flow by Sommerfeld (1991), and Durst (1982). The observation of the near velocities and trajectories and their relation to the gas velocities suggests that the cyclone can be divided into three main regions. These are separated by surfaces characterized by particle velocity inflection and the calculated points of vanishing axial gas velocity.

## REFERENCES

- Boysan, F., Ayers, W.H. & Swithenbank, J. "A Fundamental Mathematical Modelling Approach to Cyclone Design", *Trans I Chem. E.*, Vol.60, 1982 222 - 230.
- Basirat Tabrizi, H. and F. Hamdullahpur, "A New Collection Theory Based on Solid Distribution for Low and High Temperature Cyclone Separators" *Proceedings of ASME/IEEE Power Generation Conference*, Boston, MA, Paper No. 90, 1990
- Durst, F. "REVIEW--Combined Measurements of Particle Velocities, size Distributions, and Concentrations" *Journal of Fluids Engineering*, September 1982, Vol.104 284 - 296.
- Enling, Li and W. Yingmin, A New Collection Theory of Cyclone Separators, *A.I.Ch.E. J.*, Vol.35, no.4, P.666-669, NY, NY, (1989).
- Minier, J.P. & Mattei, J.D., "Numerical Modelling of Cyclone Separators", *1st CFB European Conference* 7 - 10 September 1992
- Minier, J.P. & Simonin, O., "A Numerical Approach of Cyclone Separators", *1st CFB European Conference* 7 - 10 September 1992.
- Mothes, H. & Löffler, F., "Motion and Deposition of Particles in Cyclones", *Ger. Chem. Eng.* 8 (1985) 223 -233.
- Militzer, J., Hebb, J. P., Jollimore, G., Shakourzadeh, K. (1992). Solid Particle Velocity Measurement. *Proceedings of Fluidization VII Conference*, held in Broadbeach, Gold Coast, Australia, May 3-8, 1992.
- Sommerfeld, M. "Numerical Simulation Of The Particle Dispersion In Turbulent Flow: the Importance of Particle Lift forces And Particle/Wall Collision Models", *Proceedings, Second Symposium on Numerical Methods for Multiphase Flows*, Ed., ASME, June 4-7, Toronto, Ontario, Canada 11- 18
- Zhou, L.X. & Soo, S.L., "Gas - Solid Flow and Collection of Solids in a Cyclone Separator", *Powder Technology*, 63 (1990) 45 -53.



**Region 1:** low concentration of fine particles  
**Region 2:** separation region with relatively high concentration of fine and coarse particles  
**Region 3:** fully separated high concentration large particles.  
**L1:** line (surface) of critical equilibrium of particle trajectories.  
**L2:** particle velocity inflection line  
**L3:** line of vanishing axial gas velocity (calculated)

Figure 6. The three main regions of a cyclone characterized by particle size and concentration.



ENERGY TRANSFER TO AN OSCILLATING  
 CIRCULAR CYLINDER

JULIO R. MENEGHINI\* AND PETER W. BEARMAN\*\*

\* University of São Paulo, Department of Mechanical Engineering, Brazil

\*\*Imperial College, Department of Aeronautics, London - UK

SUMMARY

The flow about an oscillating circular cylinder is simulated by considering a frame of reference fixed to the cylinder and a free stream with a superimposed oscillating cross flow. The phase angle between the transverse force coefficient and body displacement is obtained numerically for values of frequency of oscillation around the vortex shedding frequency. A discrete vortex method incorporating viscous diffusion is used.

INTRODUCTION

The occurrence of flow-induced vibration (FIV) is very common in cylindrical elements of heat exchangers. Vortex shedding is usually associated with vibration and some times with noise in such elements. An understanding of the fundamental mechanisms of vortex shedding and vortex-induced vibration is of great importance for this type of systems. In this paper, the phase angle between the lift coefficient and the body displacement is studied in detail. The study of the phase angle ( $\phi$ ) in cases where the body is forced to oscillate allows comparisons with the free-oscillating case for frequencies of oscillation around the vortex shedding frequency ( $f_s$ ). The importance of the phase angle lies in the fact that the energy transferred from the fluid to a free oscillating body is proportional to  $\sin(\phi)$ . To prove this affirmation, we consider the energy transferred per cycle as

$$\bar{E} = \int_0^T F_y(t) dy_b(t), \quad (1)$$

where  $F_y$  is the transverse force per unit length in the spanwise direction. This force leads the body displacement  $y_b$  by the phase angle  $\phi$  and it is given by

$$F_y = \frac{1}{2} \rho U^2 D \bar{C}_l \cos(2\pi ft + \phi), \quad (2)$$

where  $\rho$  is the specific mass of the fluid,  $U$  is the free-stream velocity,  $D$  is the diameter of the cylinder,  $f$  is the frequency of oscillation, and  $\bar{C}_l$  is the amplitude of the lift coefficient and

$$y_b = A \cos(2\pi ft) \quad (3)$$

where  $A$  is the amplitude of oscillation.

With expressions (2) and (3), the energy transferred to the body by the fluid per cycle of oscillation can be written as

$$\bar{E} = -\frac{1}{2} \rho U^2 D \bar{C}_l A \int_0^{2\pi} \cos(\tau + \phi) \sin \tau d\tau, \quad (4)$$

where  $\tau = 2\pi ft$ . This expression yields

$$\bar{E} = -\frac{\pi}{2} \rho U^2 D \bar{C}_l A \sin \phi. \quad (5)$$

which is proportional to  $\sin(\phi)$ . This result can also be seen in Griffin *et al* (1).

Analysing the force coefficient time histories, it is possible to draw the conclusion about the change in timing of the shedding of vortices. If the transverse force coefficient is decomposed into a term that is in phase with body displacement ( $Cl_m$ ), and another component in phase with body velocity ( $Cl_d$ ), we have

$$Cl = Cl_m \cos 2\pi ft - Cl_d \sin 2\pi ft \quad (6)$$

The minus sign appears due to the way that body displacement, expression (3), has been defined.

In order to determine the coefficients in expression (6), we use the orthogonality properties of the sine and cosine functions. Doing so, we obtain

$$Cl_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} Cl \cos \tau d\tau, \quad (7)$$

$$Cl_d = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} Cl \sin \tau d\tau, \quad (8)$$

where the integrals are evaluated over each cycle of oscillation and an average is taken.

To obtain the phase angle, expression (6) is rewritten as

$$\begin{aligned} Cl &= Cl_m \cos 2\pi ft - Cl_d \sin 2\pi ft = \bar{C}_l \cos(2\pi ft + \phi) = \\ &= \bar{C}_l (\cos 2\pi ft \cos \phi - \sin 2\pi ft \sin \phi), \end{aligned} \quad (9)$$

which in turn yields

$$Cl_m = \bar{C}_l \cos \phi, \quad (10)$$

$$Cl_d = \bar{C}_l \sin \phi, \text{ and} \quad (11)$$

$$\phi = \arctan \frac{Cl_d}{Cl_m}. \quad (12)$$

The term of the lift coefficient that is in phase with body displacement is some times called potential or added mass term, as can be seen in Lighthill(2). There is also a term referred as the vortex component of the force. This term is proportional to the rate at which the impulse of shed vorticity is changing. The jump of the phase angle occurs as we increase the frequency of oscillation close to the resonant point ( $f \approx f_s$ ). The potential term changes continuously if the frequency of oscillation is gradually



increased. From this observation, we can infer that the only term that can cause an abrupt change in the lift coefficient close to the resonant point is that due to the vortex component. An abrupt change in the vortex force means a sharp change in the dynamics of the shed vorticity, which in turn occurs due to the change of timing of a vortex being shed.

The values of the phase angle, and the in phase and out of phase components of the lift coefficient are studied in this paper. These results are shown for  $A/D = 0.15$ , and different values of  $ff_s$ . Values of reduced velocities, defined as  $V_r = U/(fD)$ , are given in order to make comparisons with some experiments carried out by Bearman and Bearman and Currie<sup>(3)</sup>. In Meneghini and Bearman<sup>(5)</sup> some results for the phase angle were also presented. In this paper, the results are shown with a much finer variation in  $ff_s$ . Analysing the results, it is possible to see the great change in the phase angle and in the in phase component of the lift ( $Cl_d$ ) as the frequency increases.

## NUMERICAL METHOD

The method used for the simulations is based on the Vortex-in-Cell formulation incorporating viscous diffusion. It has been applied by Meneghini and Bearman<sup>(5)</sup> to investigate the effect of large amplitude of oscillation on vortex shedding from an oscillating circular cylinder, and by Arkell *et al.*<sup>(6)</sup> to study the effects of waves on the far wake behind a circular cylinder. Details about the method can be found in Meneghini and Bearman<sup>(5)</sup>.

In order to study the flow about a circular cylinder a conformal transformation  $(x,y) \rightarrow (\xi,\eta)$  is used. The cylinder wall is specified by a line  $\eta=0$  in the transformed plane. The two-dimensional Navier-Stokes equations in vorticity( $\omega$ )/stream function( $\psi$ ) formulation in the transformed plane can be written as:

$$J \frac{\partial \omega}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} = \nu \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} \right) \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} = -J\omega \quad (14)$$

where  $D$  is the circular cylinder diameter,  $\nu$  is the kinematic viscosity and  $J=e^{2\eta}$  is the Jacobian of the transformation. Equation (14) represents the Poisson's equation for the stream function in the transform plane. Equation (13) is solved using the operator-splitting technique, where convection and diffusion of vorticity are treated separately

$$\left[ J \frac{\partial \omega}{\partial t} \right]_1 = - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \quad (15)$$

$$\left[ J \frac{\partial \omega}{\partial t} \right]_2 = \nu \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} \right) \quad (16)$$

The convection part is modelled assuming that the vorticity field  $\omega$  is carried on a large number of discrete vortices. The vorticity is represented by a distribution of discrete vortices in the form

$$\omega(\xi, \eta, t) = \sum_{k=1}^{n_v} \Gamma_k \delta(\xi - \xi_{k(t)}) \delta(\eta - \eta_{k(t)}) \quad (17)$$

where  $\Gamma_k$  is the circulation of the  $k$ th point vortex, and  $\delta$  is the Dirac function. Poisson's equation (14) is solved at each time step on a grid which is uniform in the  $\xi$  direction so that a Fast Fourier Transform algorithm may be used. A stretched mesh is used in the  $\eta$  direction in order to resolve accurately the cylinder boundary layer. For the purpose of solving Poisson's equation, circulation of

the  $k$ th discrete vortex in a mesh cell is projected to the four surrounding mesh points according to a bilinear area weighting scheme. Equation (14) results in a tridiagonal set of equations for the transform of  $\psi$  on the  $\eta = \text{constant}$  grid lines, after taking a fast discrete Fourier transform in the  $\xi$  direction and using a central difference scheme. The solution of this tridiagonal set of equations gives  $\psi$  at every mesh point  $(i,j)$ . The velocity components at these points are then calculated by a finite difference scheme applied to the definition of the stream function.

Boundary condition on  $\psi$  is  $\psi = 0$  at the body surface. The value of  $\psi$  is evaluated by Biot-Savart integration at the outer boundary of the computational domain. The contribution of the free stream is considered separately. The values of vorticity at the mesh points are considered for the Biot-Savart integration rather than the circulation of each discrete vortex. This is done in order to have a more efficient procedure in terms of computational time.

The diffusion part of equation (13), which is given in (16), is solved by a finite difference scheme in a semi-implicit form carried out on the same fixed expanding mesh as used for convection. The wall vorticity is calculated in order to satisfy the no-slip boundary condition. The solution of (16) gives the change in vorticity due to diffusion at every mesh point. The change in vorticity is projected back on to a point vortex in a similar manner as used by the area weighting scheme.

The convection part of the Navier-Stokes equations is satisfied by convecting the point vortices in a Lagrangian way. The velocity components of the  $k$ th discrete vortex are found by interpolation of the velocities in the four mesh points surrounding this vortex.

## FORCE EVALUATION

Force coefficients are calculated by suitably integrating the pressure and skin friction contributions. After considering the contributions from skin friction and pressure, the force components are resolved in the two directions  $x,y$  in the physical plane, yielding  $F_x$  and  $F_y$ . These forces are then non-dimensionalised as follows,

$$Cl_{fm} = \frac{2F_y}{\rho U^2 D} \quad (18)$$

$$Cd_{fm} = \frac{2F_x}{\rho U^2 D} \quad (19)$$

The flow about a circular cylinder forced to oscillate transversally to a free stream is kinematically equivalent to the flow about a fixed cylinder in a free stream with a superimposed cross oscillatory flow. These two flows differ dynamically by the so called Froude-Krylov force which arises from the inertia effects. With this in mind, the flow about a circular cylinder oscillating in the transverse direction is simulated considering a frame of reference fixed to the cylinder and with an oscillating cross flow. The inertia effects are taken into account by correcting the force coefficient in the oscillation direction ( $y$ ).

## RESULTS

Lift ( $Cl$ ) and drag ( $Cd$ ) coefficients, for the case of a fixed circular cylinder at a Reynolds number equal to 200, are shown in figure 1. This value of  $Re$  represents the limit of two-dimensional vortex shedding (Williamson<sup>(7)</sup>). A good agreement is obtained in comparison with simulations using other methods, e.g. finite difference as in Braza *et al.*<sup>(8)</sup>. The average drag coefficient is approximately 1.23, the rms value of lift is 0.59 and the average

lift coefficient peak to peak value is 1.7, slightly higher than Braza's results, where a value of 1.6 was found. For the present computations, Fourier analysis of the fluctuating lift yields a Strouhal number ( $f_s D/U$ ) of about 0.196.

A series of simulations for a fixed amplitude and different values of frequency of oscillation have been carried out to analyse the change in the phase angle ( $\phi$ ). The amplitude for this simulations was kept constant and equal to  $0.15D$ . For a frequency of oscillation  $f/f_s=1.00$ , force coefficient time histories are shown in figure 2. As the frequency of oscillation increases above 0.85 the flow condition moves inside the *lock-in* boundary. The vorticity contours for the flow presented in figure 2 is shown in figure 3.

In figure 4, the values of the phase angle are shown. The in phase and out of phase components of the lift coefficient are shown in figure 6 and 7. These results are shown for  $A/D=0.15$  and for different values of  $f/f_s$ . Values of reduced velocities, defined as  $V_r=U/(fD)$ , are given in order to make comparisons with some experiments carried out by Bearman and Currie<sup>(3)</sup>. In Meneghini and Bearman<sup>(5)</sup> some results for the phase angle were also presented. In this paper, the results are shown with a much finer variation in  $f/f_s$ .

Experimental results by Bearman and Currie<sup>(3)</sup> of the phase angle for an oscillating cylinder with  $Re=24000$  are shown in figure 5. The sharp change of the phase angle is also observed and both results show a similar trend. Even considering that the experiments were carried out in a higher Reynolds number range, it seems that the vortex dynamics are very similar in both cases.

## CONCLUDING REMARKS

The phase angle between the lift coefficient and the body displacement has been studied in detail in this paper. The results presented for  $Re=200$  show a similar trend to experimental results at much higher Reynolds number. The jump in the phase angle close to the resonance point is shown. This behaviour can be directly related to the change on timing of vortex shedding close to  $f/f_s=1.0$ .

## REFERENCES

- <sup>1</sup>Griffin, O. M., Skop, R. A., and Koopman, G. H. 1973 The vortex-excited resonant vibrations of circular cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 31, Part 2, 235-249.
- <sup>2</sup>Lighthill, J. 1986 Fundamentals concerning wave loading and offshore structures. *J. Fluid Mech.* 173, 67-681.
- <sup>3</sup>Bearman, P. W., and Currie, I. G., "Pressure-fluctuation measurements on an oscillating circular cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 91, Part 4, 1979, pp. 661-677.
- <sup>4</sup>Meneghini, J. R., and Bearman, P. W., "Numerical simulation of control of bluff body flow using a discrete vortex method incorporating viscous diffusion," *Proc. IUTAM Symposium on Bluff-Body Wakes. Dynamics and Instabilities*, Gottingen, 1992, pp. 4.
- <sup>5</sup>Meneghini, J. R., and Bearman, P. W., "Numerical simulation of high amplitude oscillatory-flow about a circular cylinder using a discrete vortex method", *AIAA 3rd Shear Flow Conference*, Orlando, Paper AIAA 93-3288, 1993, 11p.
- <sup>6</sup>Arkell, R. H., Graham, J. M. R., and Zhou, C. Y., The effects of waves and mean flow on the hydrodynamic forces on circular cylinders," *Proc. 6th BOSS Conference*, London, 1992, pp. 445-451.
- <sup>7</sup>Williamson, C. H. K., "2-D and 3-D Aspects of the wake of a cylinder, and their relation to wake computations," *Lectures of Applied Mathematics*, Vol. 28, American Mathematical Society, 1991, pp. 719-751.
- <sup>8</sup>Braza, M., Chassaing, P., and Ha Minh, H., "Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.165, 1986, pp. 79-130.

FIGURES

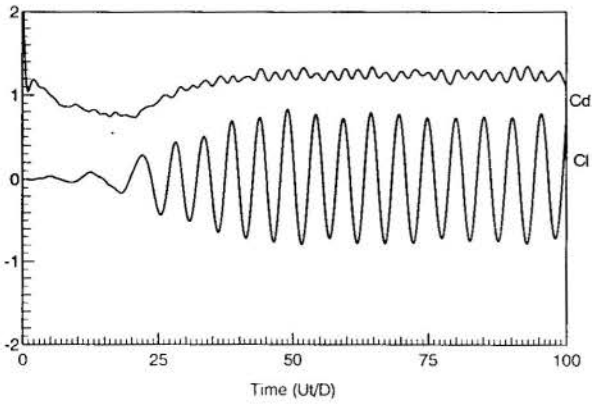


Figure 1.  $C_d$  and  $C_l$  time history,  $Re=200$ .

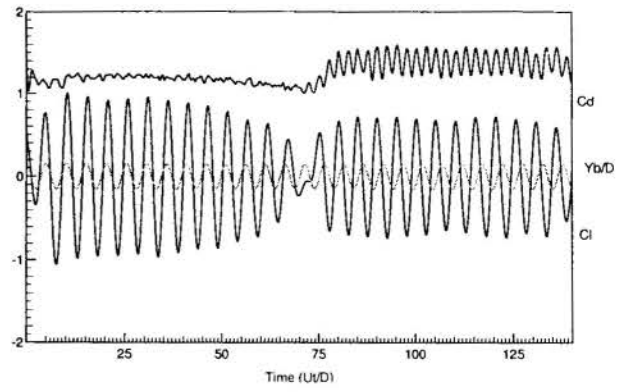


Figure 2.  $C_d$  and  $C_l$  time history,  $A/D=0.15, f/f_s=1.0$ .

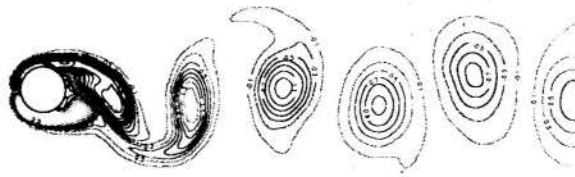


Figure 3. Vorticity contours for  $A/D=0.15, f/f_s=1.0$ .

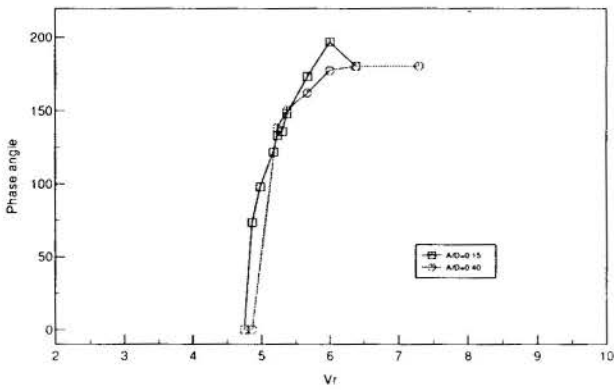


Figure 4. Phase angle,  $A/D=0.15$  and  $A/D=0.40$ .

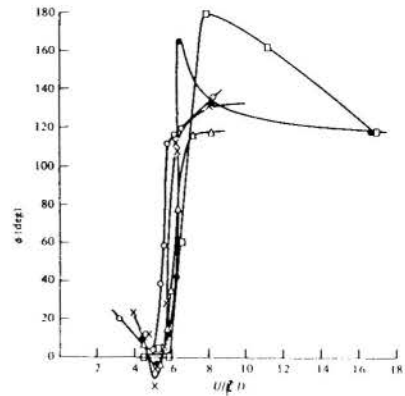


Figure 5. Experimental results by Bearman and Currie (1979). o,  $A/D=0.11$ ; x,  $A/D=0.22$ ;  $\Delta$ ,  $A/D=0.44$ ;  $\bullet$ ,  $A/D=0.89$ ;  $\square$ ,  $A/D=1.32$ .

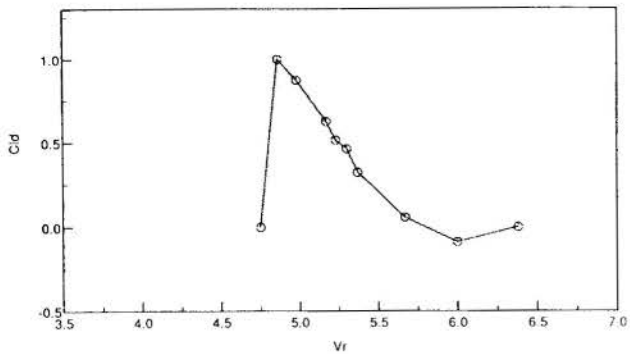


Figure 6.  $Cl_d$  for an amplitude of oscillation  $A/D=0.15$ .

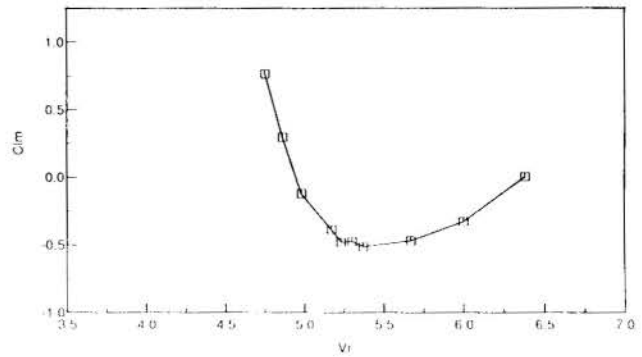


Figure 7.  $Cl_m$  for an amplitude of oscillation  $A/D=0.15$ .

ANÁLISE TEÓRICO E EXPERIMENTAL DA PROPAGAÇÃO DE UMA FLUTUAÇÃO  
 SENOIDAL DE VAZÃO EM TORNO DE UM ESCOAMENTO MÉDIO LAMINAR.

R. M. Valle  
 Depto. de Engenharia Mecânica  
 U F M G  
 31270-901 Belo Horizonte - MG

C. R. Maliska  
 Depto. de Engenharia Mecânica  
 U F S C  
 88040-900 Florianópolis - SC

RESUMO

A propagação de uma flutuação de vazão em torno de um escoamento médio é estudada analiticamente através de um modelo dinâmico unidimensional utilizando-se transformada de Laplace. Este modelo permite determinar o módulo e a fase da velocidade instantânea do fluido que atravessa uma placa de orifício concêntrico colocada a uma distância L do gerador da flutuação. Para corroborar os resultados teóricos, um sistema fluidodinâmico utilizando óleo hidráulico é construído para a geração experimental da flutuação da vazão.

INTRODUÇÃO

Escoamentos pulsantes são encontrados em muitas aplicações de engenharia, especialmente em sistemas hidráulicos e pneumáticos. As características dinâmicas destes sistemas impedem a utilização de medidores de vazão do tipo pressão diferencial, muito utilizados para medição de vazões em regime permanente. A utilização destes tipos de medidores para medição de vazões dinâmicas em sistemas hidráulicos e pneumáticos está ligada ao desenvolvimento de calibradores dinâmicos de vazão que permitam obter as características dinâmicas do medidor. A dificuldade na obtenção de modelos de calibração dinâmica de sistemas de medição de vazão está relacionada ao fato das ondas sofrerem uma série de transformações ao longo da sua propagação, ocorrendo o amortecimento das mesmas devido a perdas de energia ao longo do percurso.

O objetivo de presente trabalho é a obtenção de uma função transferência no tempo, capaz de descrever o comportamento dinâmico de uma flutuação de vazão ao longo do percurso e ao mesmo tempo indicar os principais parâmetros que influenciam a dissipação da mesma. Esta função transferência no tempo é capaz de fornecer o módulo e a fase da flutuação de vazão em função de parâmetros mensuráveis experimentalmente, tais como compressibilidade efetiva do sistema, viscosidade do fluido de trabalho, geometria e comprimento do orifício, frequência de pulsação e velocidade média, entre outras.

O modelo dinâmico desenvolvido é obtido a partir do balanço global das forças que atuam no sistema, sendo o seu comportamento similar a um sistema massa-mola amortecido. Para isto, considera-se a cavidade como sendo um oscilador com amortecimento excitado por uma fonte externa.

Para validação do modelo analítico é construída uma bancada experimental onde a flutuação de vazão é gerada através do movimento harmônico de um pistão acionado por um motor elétrico com velocidade angular controlada. A validação deste modelo permite a obtenção de um calibrador dinâmico de vazão, sempre que o módulo da perturbação aplicada ao sistema seja conhecido. Desta forma, comportamentos dinâmicos de medidores de vazão podem ser previstos.

METODOLOGIA ANALÍTICA

A Fig.1.a mostra o volume de controle do oscilador proposto e o percurso a ser percorrido pela onda de vazão gerada pelo movimento alternativo do

pistão. Conhecido o deslocamento instantâneo do pistão,  $x(t)$ , e considerando  $y(t)$  como sendo o deslocamento instantâneo do fluido nas proximidades da placa de orifício, colocada a uma distância L do gerador de pulsos de vazão, o objetivo do modelo é obter uma relação da forma  $y(t) = R_a x(t - \tau)$ , onde  $R_a$  representa a razão entre as amplitudes das velocidades e  $\tau$  o atraso da flutuação devido especialmente ao atrito viscoso.

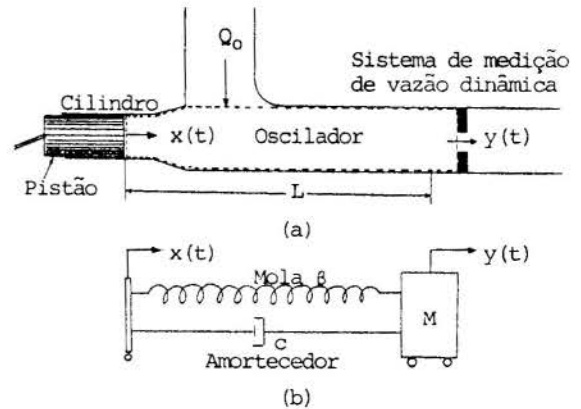


Fig. 1 - Volume de controle do sistema oscilatório e sistema massa-mola equivalente.

Neste sistema, as ondas se propagam de forma alternada e repetitiva, tendo um caráter oscilatório com constantes de tempo características. Estas características levam o sistema a um comportamento similar ao de um sistema massa-mola amortecido. A Fig. 1.b mostra esquematicamente o sistema massa-mola equivalente, onde M é a massa do fluido deslocado,  $\beta$  é o coeficiente de expansão isotérmico efetivo e c o coeficiente de amortecimento viscoso.

O balanço global das forças que atuam no sistema constituído pelo volume de controle mostrado na Fig. 1.a fornece

$$F_{\beta}(t) + F_c(t) + F_{Q_0}(t) + F_0(t) + F_m(t) = 0 \quad (1)$$

onde

- $F_{\beta}(t)$  = força devido à compressibilidade do sistema
- $F_c(t)$  = força devido ao amortecimento viscoso
- $F_{Q_0}(t)$  = força devido à variação da quantidade de movimento imposta pela vazão média  $Q_0$



$F_0(t)$  = força devido à resistência hidráulica do orifício  
 $F_m(t)$  = força de inércia da massa contida na cavidade

A força devido à compressibilidade do sistema pode ser obtida a partir da definição do coeficiente de compressibilidade isotérmico,  $\beta$ , o qual, para um processo de compressão linear pode ser obtido por [1]

$$\beta = - \frac{\Delta P(t)}{\Delta V(t)} \Big|_{\tau} \quad (2)$$

A força devido a compressibilidade do sistema é, finalmente, dada por

$$F_\beta(t) = - \frac{\beta A_d^2}{V_0} \left[ y(t) - \frac{A_c}{A_d} x(t) \right] \quad (3)$$

onde

$A_a$  = área da seção transversal da cavidade  
 $A_c$  = área da seção transversal do cilindro  
 $V_0$  = volume da cavidade de comprimento  $L$   
 $\Delta P$  = variação de pressão na cavidade  
 $x(t)$  = deslocamento instantâneo do pistão  
 $y(t)$  = deslocamento instantâneo do fluido nas proximidades da placa de orifício

A força amortecedora devido ao atrito viscoso nas paredes da cavidade pode ser determinada através da tensão viscosa na parede [2]. Para escoamento laminar obtém-se finalmente

$$F_c(t) = 32 \mu \pi L [y(t) - x(t)] \quad (4)$$

A força devido a variação da quantidade de movimento entre a vazão média  $Q_0$  e a flutuação de vazão pode ser dada por [3]

$$F_{Q_0}(t) = Q_0 \rho \left[ \frac{Q_0}{A_d} + y(t) - x(t) \right] \quad (5)$$

A força devido a resistência hidráulica do orifício está associada à queda de pressão dinâmica resultante da dissipação de energia mecânica devido a processos de atrito. Para escoamento laminar e considerando-se um perfil de velocidade plenamente desenvolvido, esta queda de pressão dinâmica é obtida por [4]

$$\Delta P(t) = \frac{128 \mu L_0}{\pi d^4} Q_a(t) \quad (6)$$

Aqui o termo  $128\mu L_0/\pi d^4$  é a resistência hidráulica do orifício, onde  $L_0$  e  $d$  representam o comprimento e o diâmetro do mesmo, respectivamente, e  $Q_a(t)$  é a vazão correspondente à flutuação. A força devido a esta resistência hidráulica é dada finalmente por

$$F_0(t) = \frac{8 \mu \pi L_0 D^4}{d^4} y(t) \quad (7)$$

Finalmente, a força de inércia é dada por

$$F_m(t) = M \ddot{y}(t) \quad (8)$$

Desta forma a equação da quantidade de movimento para o sistema fica

$$\tau^2 \ddot{y}(t) + 2 \tau \epsilon \dot{y}(t) + y(t) = X(t) \quad (9)$$

As constantes  $\tau$  e  $\epsilon$  representam a constante de tempo do sistema e a razão de amortecimento viscoso, respectivamente. Aqui  $\tau$  representa uma medida da velocidade de resposta, enquanto que  $\epsilon$  representa uma

medida do grau de amortecimento ou do caráter oscilatório do sistema. Estas constantes são dadas por

$$\tau^2 = \frac{\rho V_m V_0}{\beta A_d^2} \quad (10)$$

$$\epsilon = \frac{V_0 [8 \mu \pi (4L + L_0 D^4/d^4) + \rho Q_0]}{2 \tau \beta A_d^2} \quad (11)$$

onde  $V_m$  representa o volume da massa de fluido deslocado.

O sinal de excitação do sistema,  $X(t)$ , é constituído pelos parâmetros conhecidos ou impostos ao sistema

$$X(t) = \frac{A_c}{A_d} x(t) + \left( 2\tau\epsilon - \frac{8\mu\pi L_0 V_0 D^4}{d^4 \beta A_d^2} \right) \dot{x}(t) - \frac{\rho Q_0^2 V_0}{\beta A_d} x(t) \quad (12)$$

Supondo uma excitação proveniente de uma fonte externa capaz de produzir um deslocamento instantâneo no pistão da forma

$$x(t) = r (1 - \cos \omega t) \quad (13)$$

pode-se obter

$$\dot{x}(t) = r \omega \sin \omega t \quad (14)$$

onde  $r$  é o raio do excêntrico que movimenta o pistão,  $\omega$  é a frequência angular e  $\omega t$  é o ângulo da manivela correspondente.

Desta forma, obtém-se a equação do sinal de excitação, dada por

$$X(t) = a - b \cos \omega t + (2\tau\epsilon - c) r \omega \sin \omega t \quad (15)$$

onde

$$a = \frac{A_c r - \rho Q_0^2 V_0 / \beta A_d^2}{A_d} \quad (16)$$

$$b = A_c r / A_d \quad (17)$$

$$c = \frac{8 \mu \pi L_0 V_0 D^4}{d^4 \beta A_d^2} \quad (18)$$

A Eq. 9 pode agora ser resolvida utilizando-se a transformada de Laplace. Desta forma, obtém-se para o sinal de excitação

$$X(s) = \frac{a\omega^2 + (2\tau\epsilon - c)r\omega^2 s + (a-b)s^2}{s(s^2 + \omega^2)} \quad (19)$$

e para o sinal de saída

$$y(s) = \frac{(a-b)s^2 + (2\tau\epsilon - c)r\omega^2 s + as^2}{s(s^2 + \omega^2)(\tau^2 s^2 + 2\tau\epsilon s + 1)} \quad (20)$$

Resolvendo-se a Eq. 20 através de funções parciais obtém-se, depois de algumas simplificações, [5].

$$y(t) = a - [(b-2a)(1-\tau^2\omega^2) + 2\tau\epsilon\omega^2(2\tau\epsilon-c)] \cos \omega t + [2\tau\epsilon\omega r [(1-\tau^2\omega^2)^2 + \tau^2\omega^2(1-\tau^2\omega^2) - \frac{(b-2a)}{r} - c r \omega (1-\tau^4\omega^4)] \sin \omega t \quad (21)$$

de onde

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = & \omega [(b-2a)(1-\tau^2\omega^2) + \\ & 2r\tau\epsilon\omega^2(2\tau\epsilon-c)] \text{sen}\omega t + \\ & [2r\tau\epsilon\omega^2[(1-\tau^2\omega^2)^2 + \tau^2\omega^2(1-\tau^2\omega^2) - \\ & \frac{(b-2a)}{r}] - cr\omega^2(1-\tau^4\omega^4)] \text{cos}\omega t \end{aligned} \quad (22)$$

Usando a identidade trigonométrica  $p\cos\omega t + q\sin\omega t = R\text{sen}(\omega t + \theta)$ , onde  $R = (p^2 + q^2)^{1/2}$  e  $\text{tg}\theta = p/q$ , obtém-se finalmente a equação correspondente ao sinal de saída

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = & r\omega \frac{A_c}{A_d} \left\{ \left( \frac{A_d}{A_c} \right)^2 \left[ \frac{(b-2a)^2(1-\tau^2\omega^2)^2}{r} + \right. \right. \\ & \left. \frac{4r\tau\epsilon\omega^2}{r} (2\tau\epsilon-c)(b-2a)(1-\tau^2\omega^2) + \right. \\ & \left. 4\tau^2\epsilon^2\omega^4(2\tau\epsilon-c)^2 \right] + \frac{4\tau^2\epsilon^2\omega^2}{(A_c/A_d)^2} (1-\tau^2\omega^2) \\ & \left[ (1-\tau^2\omega^2)^3 + (1-\tau^2\omega^2)^2(2\tau^2\omega^2 - c \frac{1+\tau^2\omega^2}{\tau\epsilon}) + \right. \\ & \left. (1-\tau^2\omega^2)(\tau^4\omega^4 - \frac{2}{r}(b-2a) - \frac{cr\omega^2}{\epsilon}(1+\tau^2\omega^2)) + \right. \\ & \left. (1+\tau^2\omega^2)(c \frac{(b-2a)}{\tau\epsilon r} - \frac{c^2}{4\tau^2\epsilon^2}) - \right. \\ & \left. (b-2a) \left( \frac{(b-2a)}{r^2(1-\tau^2\omega^2)} + \frac{2\tau^2\omega^2}{r} \right) \right]^{1/2} \text{sen}(\omega t + \theta) \end{aligned} \quad (23)$$

onde

$$\theta = \text{tg}^{-1} \left\{ \frac{2r\tau\epsilon\omega [r(1-\tau^2\omega^2) - (b-2a)] - cr\omega(1-\tau^4\omega^4)}{(b-2a)(1-\tau^2\omega^2) + 4r\tau^2\epsilon^2\omega^2 - 2cr\tau\epsilon\omega^2} \right\} \quad (24)$$

As Eqs. 23 e 24 descrevem o comportamento de um sistema vibratório de segunda ordem onde a função estímulo é uma função senoidal. Estas equações descrevem de modo completo as características dinâmicas do sistema oscilatório.

Tomando-se em conta que a função estímulo é dada por  $x(t) = r\omega \text{sen}\omega t$ , a função resposta do sistema pode agora ser escrita da forma

$$\dot{y}(t) = \frac{A_c}{A_d} R_a \dot{x}(t) = \frac{A_c}{A_d} R_a r\omega \text{sen}(\omega t + \theta) \quad (25)$$

onde  $R_a$  é a raiz quadrada do termo entre chaves da Eq. 23. O parâmetro  $R_a$  representa o ganho do sistema, ou seja, a razão de amplitude entre o sinal de resposta  $\dot{y}(t)$  e o sinal de estímulo  $\dot{x}(t)$ . Por outro lado,  $\theta$  representa a fase do sistema, ou seja, o atraso com relação ao estímulo, devido principalmente ao atrito viscoso. O termo  $A_c/A_d$  é a relação de áreas entre o cilindro do gerador de flutuações e a cavidade (duto).

Esta metodologia permite obter a dissipação da flutuação de vazão a partir dos parâmetros  $R_a$  e  $\theta$ , sempre que o módulo da perturbação seja conhecido. Tanto  $R_a$  como  $\theta$  são funções dos parâmetros físicos característicos do sistema dinâmico utilizado. A compressibilidade do sistema, as frequências fornecidas, as vazões médias utilizadas e os parâmetros geométricos do orifício constituem os principais fatores que influenciam na dissipação da flutuação de vazão.

O acréscimo de vazão correspondente à flutuação pode ser determinado como sendo

$$Q_a(t) = \dot{y}(t) A_d \quad (26)$$

onde  $\dot{y}(t)$  é obtido pela Eq. 25.

Finalmente, a vazão total obtida a uma distância  $L$  do gerador de pulsos de vazão é dada por

$$Q_L(t) = Q_0 + Q_a(t) - Q_v(t) \quad (27)$$

Onde  $Q_v(t)$  é o vazamento através da folga pistão-cilindro, calculada teoricamente.

### COMPORTAMENTO GLOBAL DO MODELO

Antes de proceder com a metodologia experimental para a validação do modelo, torna-se necessário verificar se o mesmo comporta-se dentro dos limites lógicos esperados. A Fig. 2 mostra a variação do ganho do sistema com a compressibilidade, para uma frequência constante de 2 Hz e para várias vazões médias. A medida que o sistema torna-se mais compressível (aumento de  $\beta$ ) o ganho se aproxima de 1, mostrando que para sistemas totalmente incompressíveis o ganho não é mais função de  $\beta$  e a velocidade de saída é função apenas da relação de áreas, isto é,  $\dot{y}(t) = A_c/A_d \dot{x}(t)$ . Por outro lado, a medida que a compressibilidade do sistema aumenta (diminuição de  $\beta$ ) o ganho tende a zero, mostrando que o pulso é totalmente amortecido através do percurso.

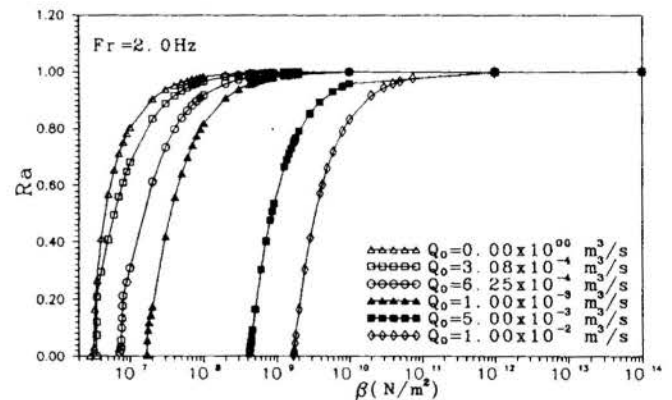


Fig. 2 - Variação do ganho com a compressibilidade do sistema para uma frequência de 2 Hz e vários valores de  $Q_0$ .

A Fig. 3 ilustra a variação da fase com a compressibilidade do sistema. Com o aumento da compressibilidade, a fase tende a  $-\pi/2$  e se aproxima de zero a medida que o sistema torna-se mais incompressível. A fase também é afetada pela vazão  $Q_0$  e pela frequência do sistema, sendo esta influência cada vez menor a medida que  $\beta$  aumenta (sistemas mais incompressíveis).

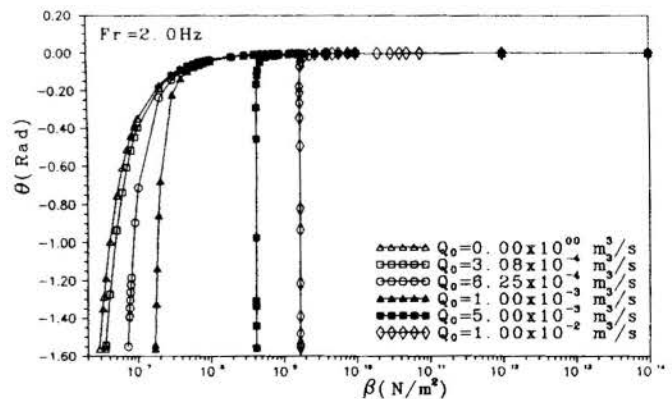


Fig. 3 - Variação da fase com a compressibilidade do sistema para uma frequência de 2 Hz e vários valores de  $Q_0$ .



foram medidas também a rotação do eixo (transdutor 4), para controle da frequência do gerador de flutuações, e o instante no qual ocorre a velocidade máxima do pistão (transdutor 5), para determinação experimental da fase do sistema. A cadeia de medição utilizada é mostrada na Fig. 9.

A utilização do mecanismo tipo garfo escocês para o acionamento do pistão, permite a obtenção de velocidades senoidais como as descritas pela Eq. 14, considerada teoricamente como sendo o sinal de excitação do sistema, gerado por uma fonte externa.

Cálculos teóricos foram realizados para tomar em conta o vazamento através da folga pistão-cilindro do gerador de flutuações. Tanto a compressibilidade do sistema, como a viscosidade e a densidade do fluido foram medidas experimentalmente.

A vazão total que passa pelo sistema de medição de vazão dinâmica é dada por

$$Q_o(t) = A_o k [\Delta P(t)]^b \quad (28)$$

onde

- $A_o$  = área do orifício (m<sup>2</sup>)
- $k$  = coeficiente global obtido da calibração da placa
- $b$  = constante obtida da calibração da placa
- $\Delta P(t)$  = gradiente de pressão no orifício, obtido experimentalmente.

O ganho do sistema pode agora ser determinado a partir das vazões experimentais obtidas

$$Ra_o = \frac{Q_o(t)}{Q_p(t) + Q_o - Q_v(t)} \quad (29)$$

onde  $Q_p(t)$  é a vazão instantânea deslocada pelo pistão, dada por

$$Q_p(t) = x(t) A_c \quad (30)$$

A fase do sistema é calculada por

$$\theta_o = -2 \pi f \Delta t \quad (31)$$

onde

- $f$  = frequência cíclica medida experimentalmente
- $\Delta t$  = tempo correspondente à defasagem entre  $x(t)$  e  $y(t)$ .

O tempo correspondente à defasagem,  $\Delta t$ , é determinado comparando-se o instante de tempo no qual o pistão atinge a sua velocidade máxima, medido pelo transdutor 5, com o instante de tempo no qual ocorre o valor máximo de  $\Delta P(t)$  captado pelos transdutores de pressão. Para o cálculo do primeiro, um foto-transistor colocado no eixo do gerador de flutuações emite um pico de tensão no instante em que o pistão atinge a sua velocidade máxima [5].

A validação do modelo consiste na comparação dos parâmetros teóricos obtidos pelo modelo ( $Q_o(t)$ ,  $Ra_o$  e  $\theta_o$ ), com os parâmetros obtidos experimentalmente ( $Q_o(t)$ ,  $Ra_o$  e  $\theta_o$ ).

## RESULTADOS

Os resultados apresentados nas Figs. 10 a 15 referem-se apenas a uma das vazões médias utilizadas, a uma geometria fixa do orifício e a valores de  $\beta$  iguais a  $10^5$  N/m<sup>2</sup>. Resultados para os demais casos podem ser vistos em [5]. As Figs. 10 e 11 mostram a variação do ganho no tempo para duas das frequências de trabalho. Aqui, o valor do ganho igual a 1 significa o pistão na posição de velocidade nula (pontos mortos). Valores menores de 1 representam o amortecimento da flutuação para deslocamentos positivos do pistão, enquanto que valores maiores que 1 representam o amortecimento da flutuação para

deslocamentos negativos do mesmo. Os mínimos e máximos são os pontos de velocidade máxima do pistão. Nota-se que o resultado analítico, obtido pelo modelo, prevê, em ambos os casos, um amortecimento da flutuação menor do que o obtido experimentalmente.

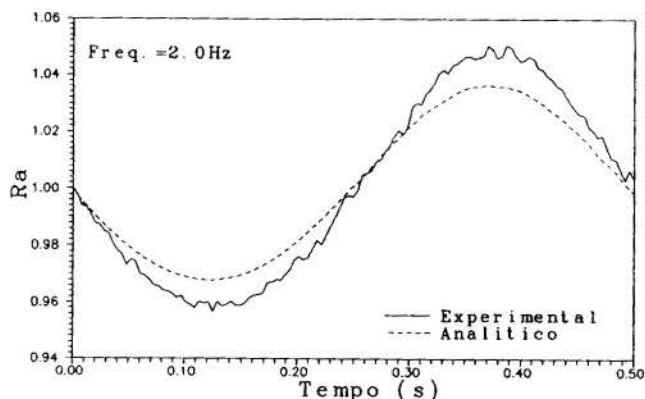


Fig. 10 - Variação do ganho no tempo, para uma frequência de 2 Hz.

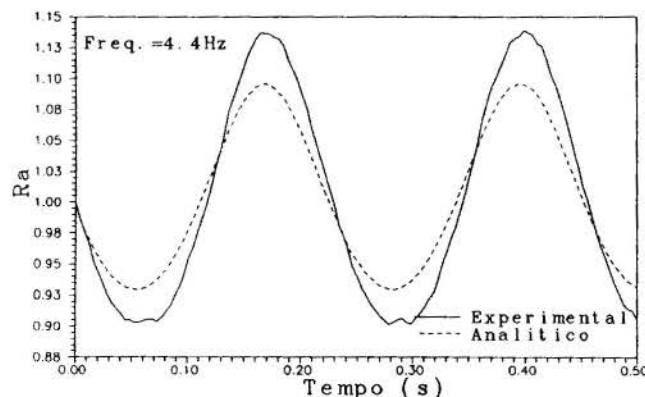


Fig. 11 - Variação do ganho no tempo para uma frequência de 4,4 Hz.

A Fig. 12 mostra a variação do ganho para a faixa de frequências de trabalho. Para toda a faixa de frequências utilizada, o ganho experimental é menor do que o obtido pelo modelo, indicando que a flutuação é, para toda esta faixa, mais amortecida do que o previsto pelo modelo.

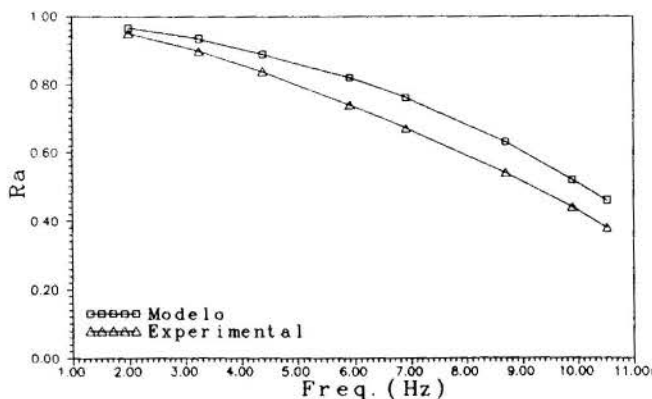


Fig. 12 - Variação do ganho para a faixa de frequências utilizada experimentalmente.

A Fig. 13 mostra a variação da fase com a frequência. Neste caso observam-se também defasagens experimentais maiores do que as previstas pelo modelo, embora o comportamento das curvas seja similar.



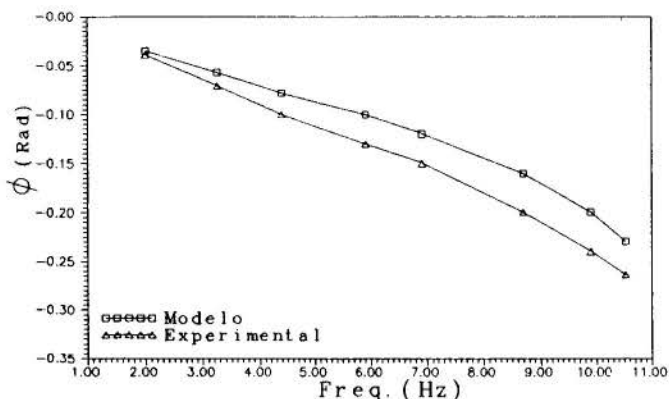


Fig. 13 - Variação da fase para a faixa de frequências utilizada experimentalmente.

As Figs. 14 e 15 mostram a variação da vazão no tempo para 2 das frequências utilizadas experimentalmente. Aqui a vazão teórica refere-se à flutuação sem amortecimento e sem fase ( $R_a=1$ ,  $\theta=0$ ), ou seja à vazão correspondente ao deslocamento do pistão. A vazão analítica é a vazão correspondente à flutuação amortecida, obtida pelo modelo. Nota-se que o aumento da frequência leva a uma dissipação mais acentuada do pulso de vazão. Experimentalmente esta dissipação é maior do que a obtida pelo modelo. No entanto, estas discrepâncias, segundo os autores, devem-se mais a problemas construtivos do experimento do que a falhas do próprio modelo.

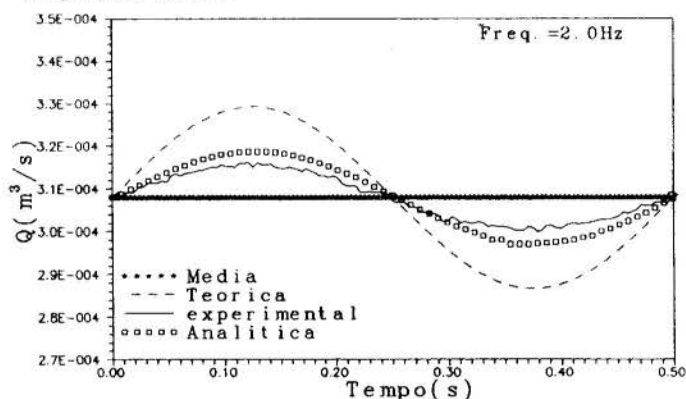


Fig. 14 - Vazões obtidas para uma frequência de 2 Hz.

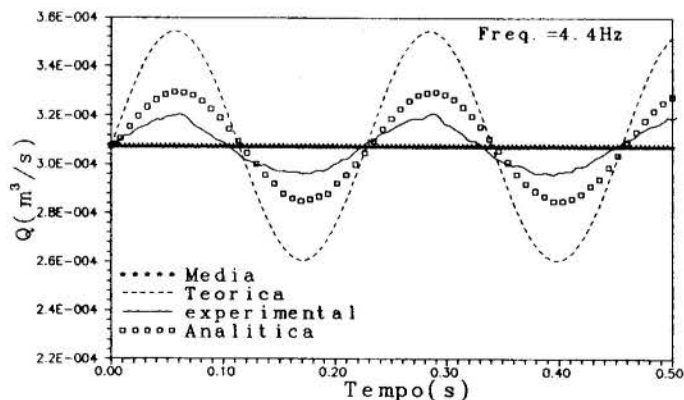


Fig. 15 - Vazões obtidas para uma frequência de 4,4 Hz.

#### ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES

A comparação dos resultados do modelo analítico com os obtidos experimentalmente, mostram discrepâncias máximas no ganho e na fase em torno de 10 a 15%. Discrepâncias menores ocorrem para os

PLEASE CAREFULLY READ ENCLOSED INSTRUCTIONS FOR TYPING THE MANUSCRIPT

extremos da faixa de frequências utilizada, tal como observado nas Fig. 12 e 13. Resultados experimentais e analíticos mostram que o pulso de vazão é totalmente amortecido quando se atingem frequências na ordem dos 14 Hz, para toda a faixa de vazões médias utilizadas.

Embora existam discrepâncias entre os dados analíticos e experimentais, o modelo desenvolvido para prever a dissipação da onda de vazão comporta-se dentro dos limites esperados, tal como mostram as Figs. 2 a 7. Acredita-se que as discrepâncias existentes entre os valores analíticos e experimentais devam-se à dificuldade de reproduzir experimentalmente as condições ideais do modelo. Embora os erros de medição dos sistemas de aquisição dinâmica tenham sido computados experimentalmente, a dificuldade para manter as frequências constantes, as vibrações dos equipamentos, as dificuldades ligadas às características construtivas dos componentes, entre outras, podem ter contribuído enormemente na discrepância dos resultados obtidos.

A obtenção de um calibrador dinâmico de vazão a partir do modelo desenvolvido no presente trabalho pode ser perfeitamente viável sempre que estas discrepâncias sejam tomadas em conta através de uma análise mais detalhada.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Stringer, J., Hydraulic Systems Analysis - An Introduction. The Macmillan Press Ltda, 1976.
- [2] Burmeister, L. C., Convective Heat Transfer, John Wiley & Sons, 1984.
- [3] Barna, P. S., Fluid Mechanics for Engineers - Third Edition Butterworth Co. Toronto, 1969.
- [4] Tsung, T., Analytische und Experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der Hydraulischen Induktivität von Schlitzten und Bohrungen, Doktor - Ingenieurs Dissertation, Rheinisch - Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, 1991.
- [5] Valle, R. M., Análise Numérica e Experimental de escoamentos Transientes em Placas de Orifício. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 1994.
- [6] Bendat, J. and Piersol, A. G., Random Data - Analysis and Measurement Procedures. John Wiley & Sons, 1986.
- [7] Coughanowr, D. R. e Koppel, L. B., Análise e Controle de Processos, Guanabara, 1978.
- [8] Ogata, K., Engenharia de Controle Moderno, Prentice Hall do Brasil, 1982.

#### SUMMARY

The present paper analysis theoretically and experimentally the laminar pulsating flow of oil in a circular tube where a senoidal pulse is generated in the entrance. The theoretical model is solved analytically using Laplace transform. The pulse is generated in the experimental apparatus through a piston device driven by an eletric motor with controlled angular velocity. Comparison between theoretical and experimental results are realized for several flow conditions.

## MODELAGEM DE ESCOAMENTOS ANULARES NA PERFURAÇÃO DE POÇOS EXPLORATÓRIOS DE PETRÓLEO

Paulo R. Ribeiro  
 Depto. de Engenharia de Petróleo - UNICAMP  
 Augusto L. Podio e Kamy Sepehmoori  
 The University of Texas at Austin

### SUMÁRIO

A modelagem do escoamento anular, laminar de fluidos de perfuração com modelo reológico de potência foi desenvolvido utilizando-se o método de elementos finitos, com uma formulação padrão de Galerkin. Foi investigado o efeito da rotação da coluna de perfuração e da excentricidade do anular nas perdas de carga do sistema de circulação de poços delgados. Foi constatado pelos resultados das simulações, que a rotação e a excentricidade causam um decréscimo significativo das perdas de carga no escoamento anular.

### INTRODUÇÃO

Durante a exploração de um campo de petróleo são perfurados poços em pontos estratégicos da área, de forma a se obter informações sobre a litologia, geologia e potencial produtivo do reservatório. Normalmente o mesmo equipamento utilizado na perfuração de um poço comercial é também utilizado na exploração, encarecendo sensivelmente a operação face aos seus riscos inerentes. De forma a reduzir os custos da exploração, a perfuração de poços delgados vem sendo adotada na indústria do petróleo.

Um dos problemas importantes no novo cenário, é a dificuldade na previsão das perdas de carga no sistema de circulação da sonda de perfuração. Devido às altas rotações impostas à coluna de perfuração e ao reduzido espaço anular existente entre o poço e a coluna de perfuração, observou-se uma grande sensibilidade das perdas de carga no sistema à rotação na coluna e também verificou-se a inadequação dos modelos convencionais de escoamento puramente axial, para a determinação do campo de velocidades e pressão do escoamento anular de interesse (Dewishe et al., 1992).

Com o intuito de analisar o efeito da rotação da coluna no escoamento anular, foi desenvolvido um modelo bidimensional de elementos finitos para o tratamento de escoamentos axi-rotacionais de fluidos não-Newtonianos de modelo de potência, para domínios axissimétricos. De forma a considerar também o caso de domínio anular excêntrico, simulações tridimensionais foram realizadas com um programa de elementos finitos comercial.

### FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

As equações governantes de um escoamento incompressível, isotérmico, laminar e viscoso são: a conservação da massa e do momento dentro do volume de controle que representa o domínio do problema.

Conservação do momento:

$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{f} \quad (1)$$

Continuidade:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

Condição cinemática:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad (3)$$

sendo  $\mathbf{u}$  o vetor velocidade do escoamento,  $\boldsymbol{\sigma}$  o tensor tensão total,  $\mathbf{f}$  o vetor de força de corpo, e  $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$  o tensor taxa de deformação.

As condições de contorno para as equações mostradas são velocidades e trações ao longo do contorno  $\Gamma$  do domínio  $\Omega$ .

O tensor tensão total para um fluido não-Newtoniano inelástico pode ser escrito da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - P\mathbf{I} \quad (4)$$

sendo  $P$  a pressão hidrostática e  $\mathbf{I}$  o tensor identidade.

Como estamos principalmente interessados em fluidos com modelo reológico de potência, a função de viscosidade,  $\mu$ , para o fluido Newtoniano generalizado da Eq. 4 é dada por:

$$\mu = k(J_2)^{n-1} \quad (5)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^2) \quad (6)$$

sendo  $J_2$  o segundo invariante de taxa de deformação,  $k$  o índice de consistência do fluido,  $n$  o índice de comportamento do escoamento, e  $\text{tr}(\ )$  o traço do tensor.

Fluidos com o índice de comportamento do escoamento ( $n$ ) menor do que 1 são chamados pseudoplásticos, que englobam a maioria das soluções poliméricas diluídas, tais como Hidroxi-etil Celulose (HEC) e Carboxi-metil Celulose (CMC). Tais soluções e água salgada são comumente utilizadas no problema que estamos interessados.

Fazendo o produto escalar de cada termo da Eq. 1 com uma velocidade arbitrária,  $\delta \mathbf{u}$ , e integrando sobre o domínio  $\Omega$ , obtemos uma expressão para a taxa de variação da energia mecânica do fluido:

$$\int_{\Omega} \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) \cdot \delta \mathbf{u} d\Omega = \int_{\Omega} (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \delta \mathbf{u} d\Omega + \int_{\Omega} \rho \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} d\Omega \quad (7)$$

De forma análoga, o trabalho realizado por qualquer variação de pressão,  $\delta P$ , é nulo devido à incompressibilidade:

$$\int_{\Omega} \delta P (\nabla \cdot \mathbf{u}) d\Omega = 0 \quad (8)$$

Ao aplicarmos o teorema do divergente ao primeiro termo do lado direito da Eq. 7, obtemos:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) \cdot \delta \mathbf{u} d\Omega + \int_{\Omega} \rho \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} d\Omega &= \int_{\Omega} \rho (\nabla \delta \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \rho \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} d\Omega + \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma} \cdot \bar{\mathbf{n}} \cdot \delta \mathbf{u} d\Gamma \end{aligned} \quad (9)$$

sendo  $\bar{\mathbf{n}}$  o vetor normal ao contorno do domínio.

De forma a resolver as equações para o caso mais genérico, é necessário utilizar métodos aproximados que, basicamente, reduzem o problema contínuo a um discreto. Em nosso tratamento, o domínio foi dividido em regiões simplesmente conectadas, que são chamadas de elementos finitos.

Tais elementos tratam da aproximação da geometria bem como da solução do problema discretizado.

Foi utilizada uma formulação mista para o problema, que consiste da aproximação do campo de pressão e velocidade do escoamento. A solução dentro de um elemento é aproximada em termos da solução nos pontos nodais:

$$u_i(x_j) = \Phi^T(x_j)u_i \quad (10)$$

$$P = \Psi^T P \quad (11)$$

sendo o índice  $i$  correspondente às três componentes da velocidade e  $X_j$  às coordenadas do sistema de referência.

Nas Eqs. 10 e 11,  $\Phi$  e  $\Psi$  são as matrizes das funções de interpolação de Lagrange quadrática e linear, respectivamente.

Substituindo as Eqs. 10 e 11 em 8 e 9, obtemos um sistema de equações da forma da Eq. 12, que requer um método de solução iterativo, devido a sua não-linearidade.

$$KU = F \quad (12)$$

onde  $K$  é a matriz formada pela contribuição dos termos convectivos, viscosos e de pressão;  $U$  é o vetor solução, que é formado pelos componentes do vetor velocidade e a pressão; e  $F$  é o vetor força, que é formado pelas forças de corpo e trações na superfície do domínio do escoamento (Ribeiro, 1994).

### ESCOAMENTO EM ANULARES CONCÊNTRICOS

O modelamento matemático de escoamentos em anulares concêntricos com rotação do cilindro interno tem sido explorado desde o final dos anos 50, quando Rivlin (1956) utilizou uma caracterização diferencial do tensor tensão de um fluido viscoelástico para determinar os componentes do tensor tensão total para um escoamento helicoidal, laminar, incompressível e plenamente desenvolvido. Coleman e Noll (1959) trataram o mesmo problema para um fluido genérico, obtendo expressões para o tensor tensão em termos de três funções materiais: função viscosidade e a primeira e segunda diferenças de tensão normal. Eles concluíram que o campo de velocidade em um escoamento helicoidal plenamente desenvolvido poderia ser determinado conhecendo-se apenas a função viscosidade. Frederickson (1960) utilizou a representação do tensor tensão de Rivlin (1956) para obter expressões integrais para a velocidade do escoamento e vazão de um fluido de Reiner-Rivlin, em termos de uma função de viscosidade aparente. Savins e Wallick (1966) desenvolveram um esquema numérico para calcular o escoamento helicoidal de fluidos não-Newtonianos com tensão de escoamento nula. Eles verificaram a relação entre a vazão, gradiente de pressão, velocidade angular e torque no cilindro interno para fluidos com viscosidade dependente da taxa de deformação. Pilehvari (1989) desenvolveu um código de elementos finitos unidimensional para calcular o escoamento helicoidal de fluidos com modelo de potência. Ele aplicou o modelo para estimar o efeito da rotação da coluna de perfuração, índice de comportamento do fluido e perda de carga no campo de velocidade, vazão, viscosidade aparente e torque na coulna de perfuração.

A maneira que adotamos para tratar esta classe de escoamentos foi similar à de Pilehvari, com a capacidade adicional de tratar domínios bidimensionais axissimétricos. O passo inicial foi a comparação dos resultados do modelo com dados de laboratório de Rea e Showalter (1967), que desenvolveram um método óptico para medir a distribuição de velocidade resultante no plano  $z-\theta$  de um escoamento helicoidal. Eles utilizaram uma solução com 3% de Poli-isobutileno (Fluido 1 da Tabela 1) dissolvido em decalim, escoando em um anular com rotação do cilindro externo (Geometria 1 da Tabela 2), sob um gradiente de pressão constante.

Tabela 1. Propriedades dos fluidos utilizados nas simulações: Densidade -  $\rho$ [lbm/gal], índice de consistência -  $k$ [lbf s<sup>n</sup>/100ft<sup>2</sup>], índice de comportamento -  $n$ .

Fluido	$\rho$	$k$	$n$
1	7.50	1.447	0.825
2	8.35	3.367	0.800
3	9.16	0.140	0.697
4	8.90	0.162	0.737

Tabela 2. Geometria dos anulares utilizados nas simulações: Diâmetro interno - Di[pol], diâmetro externo - Do[pol].

Geometria	Di	Do	Di/Do
1	3.00	4.00	0.75
2	0.46	0.73	0.63
3	1.25	1.50	0.83
4	3.70	4.38	0.83

De acordo com a Fig. 1, o modelo de elementos finitos representou as medidas de laboratório de forma satisfatória.

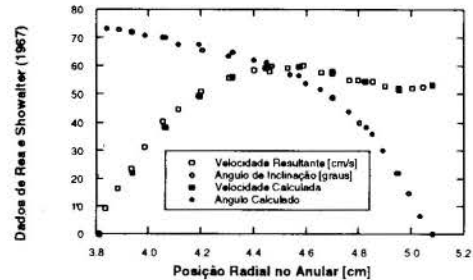


Figura 1. Comparação dos resultados da simulação de escoamento helicoidal com dados de laboratório de Rea e Showalter (1967).

De forma a observar o efeito da rotação do cilindro interno na resistência ao escoamento no anular, comparamos os resultados numéricos com dados de laboratório de Quigley et al. (1993). Eles estavam interessados no efeito de altas rotações do cilindro interno na perda de carga em anulares com razão de diâmetros similar à utilizada em poços delgados (Geometria 3 da Tabela 2). A perda de carga através da seção de teste de 48" do anular foi plotada na Figura 2, para uma larga faixa de rotações do cilindro interno.

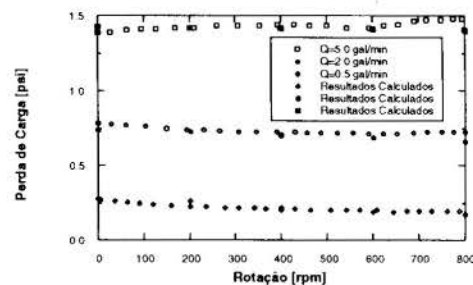


Figura 2. Comparação dos resultados da simulação de escoamento helicoidal com dados de laboratório de Quigley et al. (1993).

Como pode ser observado na Figura 2, houve acordo entre os valores calculados e os dados medidos na faixa de rotações e vazões baixas. Um decréscimo na perda de carga pode ser observado com o aumento da rotação do cilindro, para os valores de vazão baixos. Isto se deve à relevância da taxa de deformação tangencial na função viscosidade, resultando num decréscimo da resistência ao escoamento devido ao comportamento pseudoplástico do fluido (Fluido 3 da Tabela 1).

### ESCOAMENTO EM ANULARES EXCÊNTRICOS

O modelamento matemático de escoamentos de fluidos não-Newtonianos em anulares excêntricos tem sido feita, basicamente, desconsiderando-se a rotação dos contornos. Mitsuishi e Aoyagi (1973) utilizaram um princípio variacional para obter o campo de velocidade, vazão e perda de carga para um fluido com modelo de Sutterby. Eles conseguiram bom acordo entre os valores calculados e medidos de perda de carga, para uma faixa de números de Reynolds da ordem de 0.01. Guckes (1975) resolveu as equações de Stokes para o escoamento de fluidos com modelo de potência e de Bingham, utilizando diferenças finitas. Ele não teve sucesso na comparação dos valores calculados com os medidos de vazão versus gradiente de pressão, para uma mistura de água com bentonita.

Haciislamoglu (1989) fez um tratamento similar ao de Guckes, utilizando-se um fluido com modelo de Herschell-Bulkley. Ele conseguiu representar os dados de laboratório de Mitsuishi e Aoyagi com sucesso.

Chin (1992) seguiu a rota de Haciislamoglu, mas utilizando-se coordenadas naturais que se conformam ao contorno do domínio. Esta técnica permitiu que se computasse escoamentos permanentes através de seções de anulares com formato arbitrário.

O trabalho mais recente nesta área é o de Azouz et al. (1991), que resolveram as equações de Stokes para fluidos com modelo reológico de potência, utilizando-se coordenadas não-ortogonais curvilíneas. Além das vantagens de flexibilidade na representação de domínios complexos, os autores citaram a possibilidade de representação de anulares totalmente excêntricos.

Nós analisamos o problema a partir de uma formulação tridimensional plena de elementos finitos, permitindo o tratamento de escoamentos em desenvolvimento. Os resultados foram obtidos com o pacote comercial FIDAP (Versão 6.0.1), que foi projetado para o tratamento de várias classes de problemas de escoamento.

De forma a validar o modelamento, comparamos os resultados da simulação com dados de laboratório de Mitsubishi e Aoyagi (1967), que mediram o gradiente de perda de carga para soluções aquosas de Hidróxi-etil Celulose (Fluido 2 da Tabela 1), através de um anular excêntrico (Geometria 2 da Tabela 2). Observando-se a Fig. 3, conclui-se que as simulações numéricas representaram os dados de laboratório de forma satisfatória.

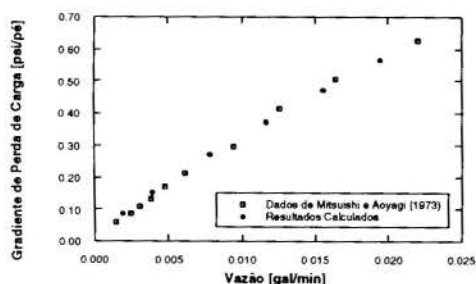


Figura 3. Comparação dos resultados da simulação de escoamento axial-excêntrico (Excentricidade = 0.43) com dados de laboratório de Mitsubishi e Aoyagi (1973).

Nosso estudo do efeito da rotação do cilindro interno no escoamento através de um anular excêntrico foi baseado no trabalho de Quigley et al. (1993). Embora não tenha sido possível simular o caso de excentricidade unitária, devido a limitações na ferramenta numérica, conseguimos tratar excentricidades até 0.75. Os gradientes de perda de carga obtidos nas simulações podem ser observados na Figura 4.

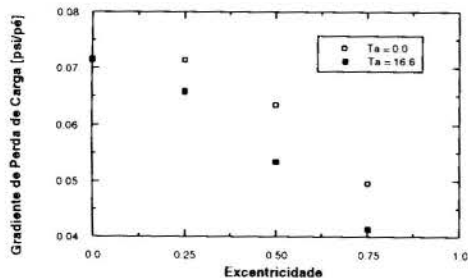


Figura 4. Efeito da excentricidade e rotação do cilindro interno na perda de carga do anular ( $Re = 39.6$  e  $N = 25rpm$ ).

## OBSERVAÇÕES DE CAMPO

O modelo de escoamento anular conc foi utilizado para a simulação do escoamento anular no poço teste (SHADS) desenvolvido por Bode et al. (1989). O esquema geral do poço pode ser observado na Figura 5, sendo as dimensões do anular correspondentes à geometria 4 da Tabela 2. O fluido utilizado na análise corresponde a uma solução diluída de Hidróxi-etil Celulose (Fluido 4 da Tabela 1), desenvolvido especialmente pela Amoco Research para a perfuração de poços delgados.

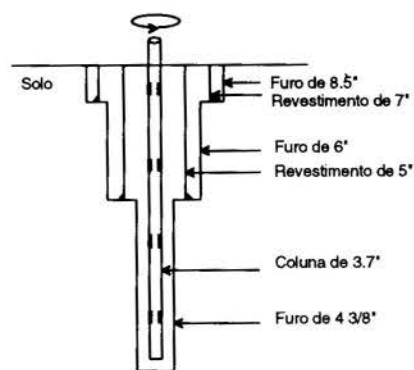


Figura 5. Configuração do poço delgado para testes (SHADS) utilizado por Bode et al. (1989).

A perda de carga no anular foi analisada em duas situações: circulação sem rotação da coluna de perfuração e circulação com rotação. O coeficiente de atrito de Fanning versus o número de Reynolds generalizado para o escoamento anular sem rotação da coluna pode ser observado na Figura 6. Comparando-se os dados experimentais com os resultados das simulações, pode-se verificar que a correlação para o cálculo da perda de carga em anulares totalmente excêntricos desenvolvida por Haciislamoglu (1989), foi mais representativa do que o modelamento concêntrico, na maior parte da região laminar do gráfico.

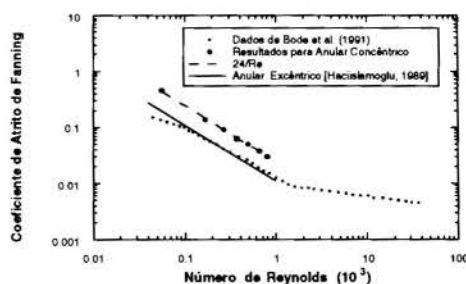


Figura 6. Coeficiente de atrito de Fanning versus número de Reynolds generalizado para o poço teste de Bode et al. (1989).

A simulação do efeito da rotação da coluna de perfuração na resistência ao escoamento no anular pode ser observada na Figura 7. Como pode ser esperado para um fluido pseudoplástico, houve um decréscimo na perda de carga com o aumento da rotação, devido ao efeito da taxa de deformação tangencial na função viscosidade dada pela Eq. 5.

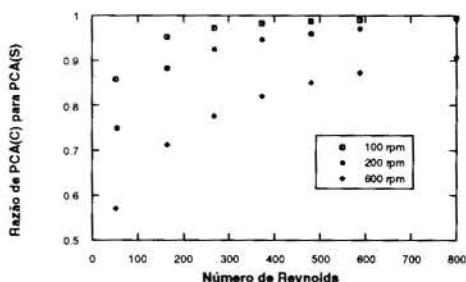


Figura 7. Razão entre a perda de carga no anular com rotação [PCA(C)] e a perda de carga sem rotação [PCA(S)] calculada para o poço teste de Bode et al. (1989).

As medidas de perda de carga no poço teste realizadas por Bode et al. (1989) podem ser observadas na Figura 8. Apesar da nuvem de pontos, pode-se verificar o aumento da perda de carga com o aumento da rotação. A divergência existente entre os resultados das simulações e os dados medidos no campo se deve, principalmente, à inadequação das hipóteses do modelamento. A consideração de regime laminar não é totalmente apropriada porque ela diz respeito a uma faixa de operação demasiadamente restrita, para a aplicação em estudo. Já a premissa de um domínio do escoamento estacionário é muito conservadora para a representação do



problema real. A coluna de perfuração tem um comportamento dinâmico que não somente causa a modificação do caminho do escoamento ao longo do poço, mas também excita regimes de escoamento de maior ordem no movimento do fluido de perfuração.

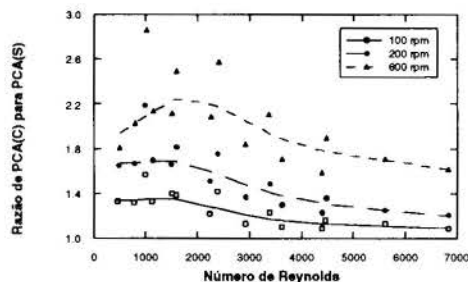


Figura 8. Razão entre a perda de carga no anular com rotação [PCA(C)] e a perda de carga sem rotação [PCA(S)] medida no poço teste de Bode et al. (1989).

## CONCLUSÕES

1. O modelamento bi e tridimensional por elementos finitos representou, de forma satisfatória, os dados publicados para escoamentos axi-rotacionais em anulares concêntricos e escoamento axial em um anular excêntrico.
2. A rotação do cilindro interno causou um decréscimo na perda de carga no anular para fluidos pseudoplásticos. A excentricidade causou um decréscimo na perda de carga no anular tanto para escoamentos axi-rotacionais quanto para puramente axiais.
3. Uma correlação para o cálculo da perda de carga em anulares totalmente excêntricos foi mais representativa dos dados de campo para perda de carga no anular, com a coluna de perfuração estática, do que um modelamento de escoamento concêntrico.
4. As hipóteses de regime laminar e domínio do escoamento estacionário utilizadas no modelamento, mostraram-se muito restritivas para a correta representação do escoamento no anular durante a perfuração de poços delgados. O melhor entendimento da dinâmica da coluna de perfuração e os possíveis regimes de escoamento durante a operação se faz necessário, para o sucesso no modelamento do problema.

## AGRADECIMENTOS

O suporte financeiro da Fapesp e Unicamp é muito apreciado. Os recursos computacionais foram fornecidos pelo Departamento de Engenharia de Petróleo, Centro de Computação de Alto Desempenho da Universidade do Texas em Austin, e Cray Research, Inc.

## REFERÊNCIAS

- Azouz, I., S.A. Shirazi, A. Pilehvari, and J.J. Azar: "Numerical Simulation of Laminar Flow of Power-Law Fluids in Conduits of Arbitrary Cross-Section," *Recent Developments in Non-Newtonian Flows and Ind. Applications* (1991) 73-9; *Trans.*, ASME.
- Bode, D.J., R.B. Noffke and H.V. Nickens: "Well Control Methods and Practices in Small-Diameter Wellbores," paper SPE 19526 presented at the 1989 SPE Annual Tech. Conf. and Exhibition, San Antonio, TX, Oct. 8-11.
- Chin, W.C.: *Borehole Flow Modeling in Horizontal, Deviated and Vertical Wells*, Gulf Publishing Co., Houston (1992).
- Coleman, B.D. and W. Noll: "Helical Flow of General Fluids," *J. Applied Phys.* (1959) 30, No. 10, 1508-12.
- Dewiche, R., M. Lejeune, P. Mawet, and R. Vighetto: "Slimhole Drilling Hydraulics," paper SPE 24596 presented at the 1992 SPE Annual Tech. Conf. and Exhibition, Washington, DC, Oct. 4-7.
- Frederickson, A.G.: "Helical Flow of an Annular Mass of Visco-elastic Fluid," *Chem. Eng. Sci.* (1960) 11, 252-9.

- Guckes, T.L.: "Laminar Flow of Non-Newtonian Fluids in an Eccentric Annulus," *J. Eng. Ind. Series B* (May 1975) 97, No. 2, 498-506; *Trans.*, ASME.
- Haciislamoglu, M.: "Non-Newtonian Fluid Flow in Eccentric Annuli and its Application to Petroleum Engineering Problems," Ph.D. dissertation, Louisiana State U., Baton Rouge (1989).
- Mitsuishi, N. and Y. Aoyagi: "Non-Newtonian Fluid Flow in an Eccentric Annulus," *J. Chem. Eng. Japan* (1973) 6, No. 5, 402-8.
- Pilehvari, A.: "Modeling of Laminar Helical Flow of a Power Law Fluid Using the Finite Element Method," The University of Tulsa Drilling Research Projects, Tulsa, OK (1989).
- Quigley, M.S., R.C. McCann, M. Zamora, and K. Slater: "Effects of High-Speed Pipe Rotation on Pressures in Narrow Annuli," paper SPE 26343 presented at the 1993 SPE Annual Tech. Conf. and Exhibition, Houston, TX, Oct. 3-6.
- Rea, D.R. and W.R. Showalter: "Velocity Profiles of a Non-Newtonian Fluid in Helical Flow," *Trans. Soc. Rheology* (1967) 11, No. 1, 125-43.
- Ribeiro, P.R.: "Finite Element Modeling of Annular Flows with Application to Slim Hole Drilling Hydraulics," Ph.D. dissertation, The University of Texas at Austin, Texas (1994).
- Rivlin, R.S.: "Solution of Some Problems in the Exact Theory of Visco-Elasticity," *J. Rational Mech. Anal.* (1956) 5, No. 1, 179-88.
- Savins, J.G. and G.C. Wallick: "Viscosity Profiles, Discharge Rates, Pressures, and Torques for a Rheologically Complex Fluid in a Helical Flow," *AIChE J.* (March 1966) 12, No. 2, 357-63.
- Walker, S.H. and K.K. Millheim: "An Innovative Approach to Exploration and Exploitation Drilling: The Slim-Hole High-Speed Drilling System," *J. Pet. Tech* (Sept. 1990), 1184-91.

## ABSTRACT

During the exploration and exploitation phases of an oil field, it is necessary to drill wells at strategic points of the field in order to obtain information about the geology, lithology and oil bearing potential of the reservoir.

Due to the financial and technical advantages of applying slim hole drilling and coring to exploration, increased effort in the analysis of the performance, safety and environmental impact of the operation has been observed. One of the major issues in slim hole drilling and coring operations is the accurate prediction of pressure losses in the annulus, in order to guarantee optimum operating conditions. As has been pointed out in the literature, the small annular clearance and the high rotational speeds of the drillstring are factors which preclude the common assumption of unidimensional axial flow in the annulus, which has commonly been applied for conventional pressure drop computations.

In order to address the effect of rotational speed and eccentricity of the drillstring in the laminar flow of power law fluids in the annulus, 2D and 3D finite element schemes were applied. The numerical modeling showed good agreement with available laboratory data for axial-rotary flows in concentric annuli and axial flows in an eccentric annulus.

The simulations revealed that the rotational speed and eccentricity of the drillstring causes a decrease in the pressure loss along the annulus.

Despite the satisfactory performance of the numerical modeling under the scope of its assumptions of laminar regime and steady flow configuration, it was found to be limited in its ability to predict the pressure loss in the annulus of the field case, due to the effects of drillstring dynamics and higher order flow patterns.

## METODOLOGIA PARA DETERMINAÇÃO DA RESISTIVIDADE DE MATERIAL PARTICULADO EM PRECIPITADORES ELETRÓSTÁTICOS

J. M. Santos, J. S. Berthoud, N. C. Reis JR., E. L. Portilho, G. C. Caser  
Departamento de Hidráulica e Saneamento  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Caixa Posta 01-9011 - F.C.A.A./CT - CEP 29.060-970 Vitória/ES  
Fax (027) 335-2650

### RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia de cálculo para a resistividade elétrica de materiais particulados, que é um dos principais indicativos da aplicabilidade de precipitadores eletrostáticos na coleta de resíduos industriais. com esta finalidade, foi construída uma célula de medição que simula as condições reais de precipitação e faz circular uma corrente elétrica aplicando uma diferença de potencial a uma camada de material particulado precipitado. Efetuando-se as medições de corrente e potencial pode-se obter o valor da resistividade através da simulação numérica da condução elétrica no interior da camada precipitada.

### INTRODUÇÃO

Os precipitadores eletrostáticos são equipamentos utilizados para controlar a emissão de material particulado proveniente de processos industriais. O princípio de funcionamento baseia-se no carregamento elétrico das partículas através da ionização do ar (efeito corona). O fluxo gasoso contendo partículas escoam entre duas superfícies planas paralelas e verticais onde estão dispostos uma série de fios (precipitadores de placas paralelas) ou através de um cilindro vertical com um único fio ao centro (precipitadores cilíndricos). As superfícies são denominadas eletrodos de coleta e os fios eletrodos de carregamento. A diferença de potencial entre os eletrodos de coleta e de carregamento gera um campo elétrico responsável pela ionização do ar e o conseqüente carregamento das partículas. Assim, as partículas eletricamente carregadas migram para o eletrodo de coleta devido a influência do campo elétrico formando uma camada de material precipitado da ordem de milímetros de espessura que pode ser removida, posteriormente, através de um sistema mecânico de batimentos.

A eficiência de coleta do precipitador eletrostático depende de fatores relacionados à natureza do escoamento no interior do precipitador - velocidade (Groves et al, 1980), turbulência e campo elétrico (Leonard et al, 1980) e outros relacionados às propriedades físicas das partículas - tamanho e resistividade (Robinson, 1975 e Crawford, 1976). A resistividade de um material representa a sua permeabilidade a corrente elétrica e, portanto, indica a aplicabilidade da precipitação eletrostática na coleta de um tipo de material particulado. Os valores de resistividade podem variar de  $10^5$  ohm.m, para alguns tipos de carvão mineral, à  $10^{12}$  ohm.m para resíduos de rochas (Strauss, 1966).

A adesão das partículas ao eletrodo de coleta ocorre devido à força de Coulomb, oriunda do campo elétrico, que é dependente da carga elétrica da partícula. Se o material particulado a ser coletado possui pequeno valor de resistividade, abaixo de  $10^2$  ohm.m, ao entrar em contato com o eletrodo de coleta, ocorrerá um rápido descarregamento das partículas devido à maior facilidade de movimentação das cargas elétricas no interior da camada precipitada. Assim, haverá diminuição das forças elétricas que mantém a partícula aderida, permitindo que sejam arrastadas pelo fluxo gasoso. Por outro lado, quando o valor da resistividade é maior do que  $5 \times 10^5$  ohm.m, há problemas para o descarregamento das partículas, podendo surgir o efeito "back-corona", estudado por Ogawa (1991), causado pela ruptura dielétrica dos gases no interior da camada precipitada devido às grandes diferenças de potencial que provoca pequenas explosões no interior da camada precipitada expulsando as partículas de volta ao fluxo gasoso.

Para materiais de baixos valores de resistividade costuma-se recobrir o eletrodo de coleta com uma solução aglomerante evitando o desprendimento do material particulado. Para valores elevados de resistividade utiliza-se condicionadores - água, amônia ou  $SO_3$  - (Strauss, 1966) que são aspergidos no fluxo gasoso formando uma película condutora sobre as partículas, permitindo a movimentação de cargas elétricas. Por exemplo, injetando-se 17 ppm de amônia no fluxo contendo material particulado com valores de resistividade entre  $10^1$  e  $10^2$  ohm.m, consegue-se um aumento de eficiência de coleta de 85 a 96%. Também pode-se obter bons resultados com a injeção de vapor d'água.

O acúmulo de cargas elétricas na superfície exterior da camada precipitada representa uma redução da diferença de potencial entre o eletrodo de carregamento e a região de coleta, reduzindo a velocidade de migração das partículas. Além disso, alterações físico-químicas do material podem ser originadas na variação da composição dos insumos básicos do processo industrial e na alteração dos valores de humidade e temperatura do fluxo gasoso.

Faz-se necessário, então, o perfeito controle do valor da resistividade da camada precipitada no eletrodo de coleta que varia constantemente no processo industrial, denominada resistividade aparente. Este controle pode ser efetuado utilizando-se uma metodologia de determinação da resistividade aparente do material.

### A CÉLULA DE MEDIÇÃO

A célula de medição de resistividade tem por objetivo simular a precipitação de material particulado sobre a placa coletora de maneira semelhante a um precipitador real, a fim de obter valores reais de compactação e temperatura e fornecer o valor da resistência elétrica da camada precipitada. Conhecendo-se a diferença de potencial, entre a superfície da camada precipitada e a placa de coleta, e o valor da corrente elétrica, pode-se obter o valor da resistência elétrica do material através da Lei de Ohm.

Conforme proposto por Strauss (1966), foi construída a célula de medição da resistividade aparente segundo o diagrama do circuito elétrico mostrado na figura 1.

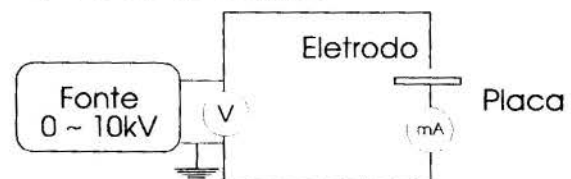


Figura 1 - Diagrama do circuito elétrico.

O equipamento constitui-se de fonte de tensão, sensor de deslocamento, fuso de esfera, aquecedor e ventilador, conforme mostra a figura 2.

Para simular a precipitação, o fluxo de ar contendo as partículas é gerado por um pequeno ventilador, fazendo-o escoar para o interior da célula. O fluxo é aquecido a fim de alcançar a temperatura de simulação desejada.

A fonte de tensão fornece, no máximo, 10 kV a fim de provocar a precipitação eletrostática das partículas e de gerar um campo elétrico no interior da camada precipitada. Após a precipitação, o eletrodo de carregamento é deslocado para atingir a superfície da camada fazendo circular corrente elétrica no seu interior que pode ser medida por um amperímetro acoplado a fonte de tensão.

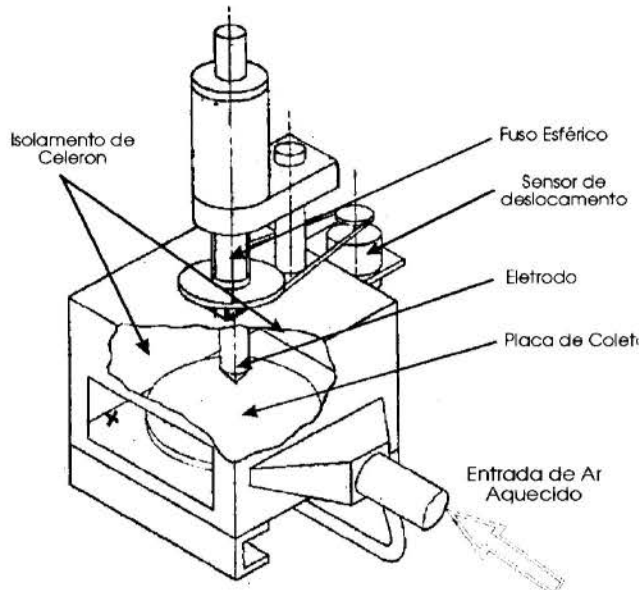


Figura 2 - Configuração da Célula de Medição de resistividade.

A espessura da camada precipitada pode ser medida utilizando-se o acoplamento existente entre o eletrodo de carregamento e o fuso esférico que permite a movimentação vertical do eletrodo. Existe, ainda, um sensor de deslocamento interligado ao fuso para indicar a distância entre a ponta do eletrodo e a placa coletora.

#### DETERMINAÇÃO DA RESISTIVIDADE

A partir do valor da resistência da camada precipitada pode-se, então, calcular a resistividade da camada precipitada:  $\rho = R A / L$ , onde  $R$  é a resistência elétrica,  $A$  é a área atravessada pela corrente elétrica e  $L$  representa a distância entre os pólos negativo e positivo.

A corrente que circula no interior da camada precipitada assume a forma de um parabolóide, conforme mostra a figura 3. Assim, o comprimento  $L$  e a área  $A$  necessárias ao cálculo do valor da resistividade devem ser determinados.

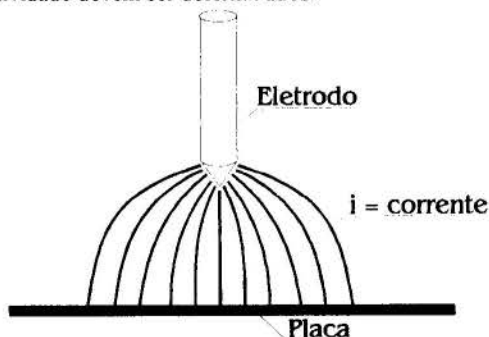


Figura 3 - Linhas de corrente elétrica no interior da camada precipitada.

**Modelagem Matemática:** Utilizando-se a analogia entre transferência de calor por condução e condução elétrica, pode-se determinar numericamente a distribuição espacial de tensão no interior da camada precipitada, através da solução da seguinte equação de difusão:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (rV)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

Dividindo-se o domínio de cálculo em volumes de controle, utilizando-se a técnica de diferenças finitas e integrando-se a equação de transporte obtém-se a equação discretizada para cada ponto nodal (Patankar, 1980). O sistema linear de equações foi resolvido utilizando-se a técnica da eliminação de Gauss.

Sabendo-se que a somatória das correntes que fluem através dos volumes de controle devem ser iguais a corrente total medida na placa coletora e considerando-se a resistividade elétrica constante ao longo da camada precipitada, pode-se escrever:

$$I_{TOTAL} = \sum_{i=0}^{i=n} \frac{1}{\rho} \frac{A_i}{L_i} \Delta V_i \quad (2)$$

$$\rho = \frac{I_{TOTAL}}{\sum_{i=0}^{i=n} \frac{A_i}{L_i} \Delta V_i} \quad (3)$$

**Condições de Contorno:** Considera-se a existência de simetria no centro da placa ( $r=0$ ). Nas regiões externas da camada precipitada ( $r=R$  e  $z=D$ ) não há movimento de cargas elétricas entre o ar e a camada, considerando-se, então, como extremidades isoladas. Na superfície da placa coletora o potencial é nulo, pois a placa está aterrada. O eletrodo em contato com a superfície externa superior da camada ( $r=0$ ,  $z=D$ ) representa uma região de potencial constante e igual a  $V_0$ .

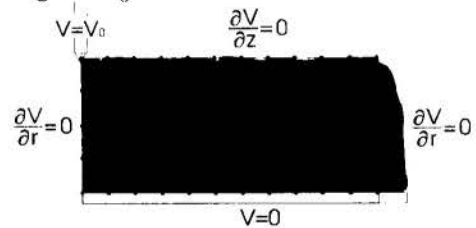


Figura 4 - Desenho esquemático da Célula de Medição e condições de contorno.

#### RESULTADOS

A figura 5 apresenta a distribuição de tensões na camada de material precipitado. Pode-se notar que os gradientes de tensão mais elevados, responsáveis pela corrente elétrica, estão localizados na região central da camada.

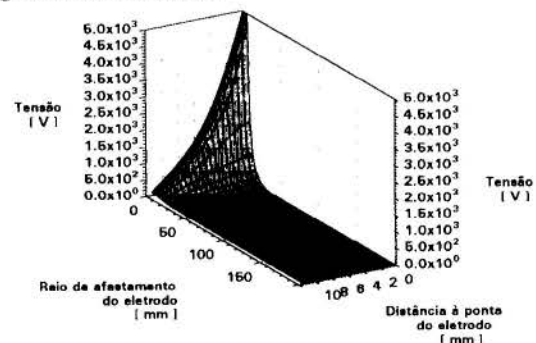


Figura 5 - Distribuição espacial de tensão no interior da camada precipitada, para uma d.d.p. aplicada de 5000 V e um afastamento placa-eletrodo de 12 mm.



Os resultados obtidos indicam o formato parabólico das linhas de campo elétrico, conforme mostrado na figura 6. O campo elétrico responsável por 99% da corrente elétrica que circula no interior da camada de material precipitado está concentrado na região da placa coletora com raio inferior a 50 mm.



Figura 6 - Linhas de Campo elétrico no interior da camada precipitada.

Obteve-se a distribuição espacial de tensão na região infinitesimalmente próxima à placa coletora, a fim de determinar o valor da resistividade a partir da equação (3). A distribuição de tensão, mostrada na figura 7, foi obtida durante o teste de malha para 3 diferentes malhas: 30 x 60, 35 x 75 e 40 x 80. Sendo selecionada a malha de 35 x 75 para este trabalho.

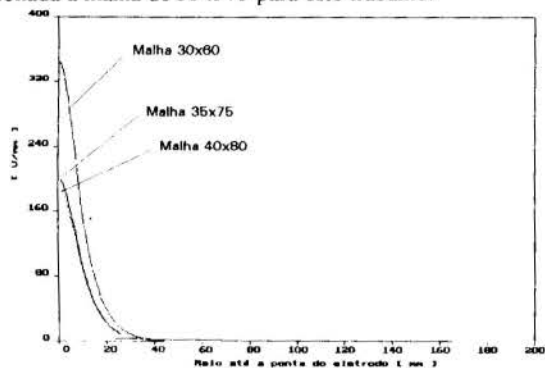


Figura 7 - Distribuição espacial de tensão na placa coletora.

A figura 8 apresenta uma comparação de valores de densidade de corrente obtidos no presente trabalho e valores obtidos pela solução analítica da Warburg (equação 4) obtidos para movimentação de cargas elétricas em uma configuração geométrica semelhante.

$$j(r) = j(0) \cdot \cos^m \theta \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 60^\circ \quad (4)$$

$$j(r) = 0 \quad \text{para } \theta \geq 60^\circ$$

sendo:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{r}{d}$$

d = distância entre a placa e o eletrodo

Os resultados de Warburg são bastante próximos aos resultados experimentais obtidos por Jones (1992).

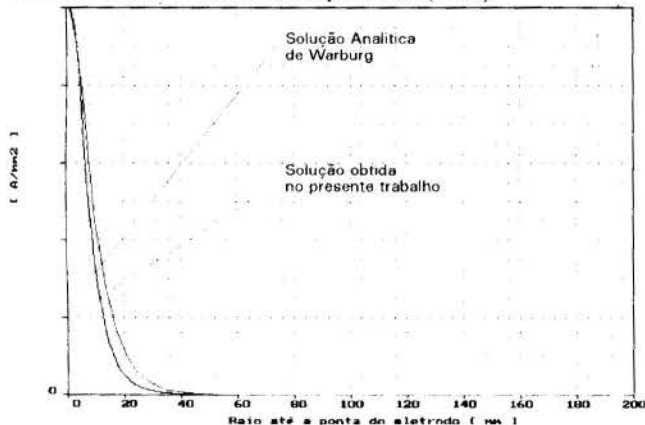


Figura 8 - Distribuição espacial de densidade de corrente na região próxima à placa, obtida neste trabalho e a mesma solução utilizando a formulação de Warburg.

Pode-se notar, o decaimento brusco da densidade de corrente com o aumento da distância radial ao eletrodo, indicando que a corrente elétrica se concentra na região central da camada precipitada.

Foi verificada também a tendência de diminuição dos valores de resistividade a medida que os valores de tensão aumentam. Foram realizadas medições para valores de tensão entre 1kV e 5kV e os valores de resistividade variaram entre  $5,5 \times 10^6$  Ohm.mm e  $7,5 \times 10^6$  Ohm.mm com a variação da tensão aplicada.

## CONCLUSÕES

A célula de medição construída conforme proposto por Strauss (1966) pôde simular as condições de temperatura e potencial envolvidos em um precipitador real. Os efeitos gravitacionais, devidos à configuração da célula, podem ser importantes em relação à deposição eletrostática para pequenos valores de tensão.

A medição dos valores de resistividade deve ser efetuada com valores de tensão entre 1kV e 5kV, a fim de simular os valores de campo elétrico encontrados no precipitador. Os valores máximos de tensão são limitados pela ruptura da rigidez dielétrica do ar no interior da camada de material precipitado, que corresponde ao efeito back-corona encontrado no P.E.. Os valores limites de tensão dependem da rigidez dielétrica do ar contido no interior da camada precipitada, ou seja, das condições de deposição do material particulado. O resíduo de um forno de pelletização, composto basicamente por minério de ferro, foi ensaiado para tensões de até 5000 V originando um campo elétrico de 1000 V/mm, para o qual se observou a abertura de um arco elétrico na região próxima ao ponto de contato entre o eletrodo e a camada precipitada, causando pequenas perturbações (pequenas explosões e caudamento de alguns pontos) na camada que invalidam as medições, caracterizando a ruptura dielétrica do ar.

A distribuição de tensão e campo elétrico foram determinados através da solução numérica da equação de difusão elétrica a fim de obter resistividade, pois a célula fornece somente valores da corrente total que flui na placa coletora.

O método apresentou resultados concordantes com a formulação de Warburg, e indicou uma tendência de diminuição dos valores de resistividade com o aumento de tensão, como já foi indicado por Strauss(1966).

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CVRD - Companhia Vale do Rio Doce pelos recursos destinados à realização deste trabalho.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Groves, J.F., Smith, C.R., "Gas flow Distribution Effects in Electrostatic Precipitators", *Journal of Electrostatics*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1980.
- Leonard, G., Mitchner, M., Self, S.A., "Particle Transport in Electrostatic Precipitators", *Atmospheric Environment*, Vol. 14, pp. 1289-1299, 1980.
- Robinson, M., "Electrostatic Precipitation", HSL, USAEC, 1975.
- Strauss, W., "Industrial Gas Cleaning", Pergamon Press, New York, 1966.
- Patankar, V.S., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, Washington, 1980.
- Sigmond, R.S., "Simple approximate treatment of unipolar space-charge dominated coronas: The Warburg's law and the saturation current", *Journal Appl. Physics*, 53(2), 1982.



- Jones, J.E., "On the drift of gaseous ions", Journal of Eletrostatics, Vol. 27, pp. 283-318, 1992.

### **ABSTRACT**

The present work describes a calculation method for electrical dust resistivity, which determines whether or not eletrostatic precipitation can be applied to a particular dust removal problem. A point-plate cell for measuring dust particles resistivity was constructed to simulate the real conditions of eletrostatic precipitator and to permit a current to pass through a precipitated dust layer caused by an electric-potential difference. The resistivity value was obtained using measurements of voltage and current and a numerical simulation of the steady-state electric conduction in the precipitated dust layer.

## EVOLUÇÃO DO MEDIDOR DE VAZÃO INSTANTÂNEA TUBO MULTÍFUROS

ANTONIO LUÍS DE CAMPOS MARIANI e MARCOS DE MATTOS PIMENTA

Departamento de Engenharia Mecânica  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Caixa Postal: 61.418 - São Paulo - SP

### SUMÁRIO

*O presente trabalho apresenta as origens do medidor de vazão tubo multifuros, seu princípio de funcionamento e seu equacionamento. Através de resultados de ensaios analisa-se o desempenho diferentes modelos e configurações. Relatam-se as vantagens para sua aplicação, e os fatores construtivos e geométricos que influenciam sua operação. São propostos modelos para realização de ensaios que ampliem as informações sobre o medidor.*

### INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de medidores de vazão que apresentem resultados confiáveis, simplicidade na instalação e operação, e flexibilidade em sua aplicação é a preocupação do estudo sobre a família dos medidores do tipo tubo multifuros.

Estes medidores de vazão instantânea possuem larga faixa de aplicação podendo ser utilizados em processos industriais, em redes de abastecimento de água, como também em sistemas de movimentação de ar e de gases em geral.

O medidor recebeu a denominação de tubo multifuros quando foi classificado pela norma brasileira, NBR 10396 de 1988, no grupo de medidores de vazão instantânea de pressão diferencial. Neste grupo estão os medidores de vazão tradicionalmente conhecidos, como a placa de orifício, o tubo de Venturi, o bocal e o tubo de Pitot.

Pesquisas que analisam o emprego de medidores de vazão na Europa e nos Estados Unidos apontam que os medidores que utilizam o princípio da pressão diferencial são aproximadamente metade do total empregado, confirmando a importância deste grupo de instrumentos. (Halcey (1986), Pereira (1989))

### DESCRIÇÃO DO MEDIDOR

O tubo multifuros é um medidor a ser utilizado em escoamento em condutos forçados. Ele funciona como se houvessem vários tubos de Pitot associados, avaliando a contribuição de pressão associada à velocidade em diferentes pontos da seção transversal do conduto, e obtendo um valor médio para elas.

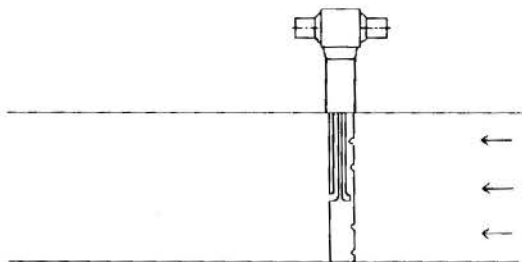


Figura 1. Medidor Tubo Multifuros

É constituído por um tubo cilíndrico, contendo orifícios dirigidos para montante que operam como tomadas da pressão de estagnação nas diferentes posições em que estão colocados. Possui, também, um ou vários furos opostos aos primeiros, dirigidos para jusante que permitem avaliar uma pressão denominada "de esteira". Estes furos tem a mesma função dos orifícios que medem a pressão estática no tubo de Pitot estático convencional.

### EQUAÇÕES E COEFICIENTES UTILIZADOS

A determinação da vazão é feita com equacionamento semelhante aos sensores que operam por pressão diferencial. A expressão que relaciona a diferença de pressão oferecida pelo medidor com a vazão do escoamento é apresentada a seguir:

$$Q = K \times S \times Y \times C_i \times \sqrt{\frac{2 \times DP}{\rho}} \quad (1)$$

onde:

- Q - vazão em volume
- K - coeficiente de vazão para o medidor
- S - área da seção transversal reta do conduto
- $\rho$  - massa específica
- Y - coeficiente de compressibilidade
- C<sub>i</sub> - coeficientes de correção
- DP - pressão diferencial

Os coeficientes de ajuste são utilizados de acordo com as características intrínsecas ao medidor, as propriedades do fluido e do escoamento, e também com as condições da instalação onde o instrumento está colocado.

Na equação apresentada tem-se o seguinte significado para cada coeficiente:

**Coefficiente de Vazão (K).** É a combinação do coeficiente de descarga (C) com o coeficiente de velocidade (E), que podem ser definidos pelas seguintes equações:

$$K = E \times C \quad (2)$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{1 - (d/D)^4}} \quad (3)$$

onde:

- d - diâmetro da menor seção do medidor de vazão
- D - diâmetro da seção transversal do conduto

O coeficiente de velocidade (**E**) é típico de medidores cuja característica básica usa a variação de área para determinar a vazão. No caso presente do multifuros, adota-se este coeficiente com valor igual a um, conforme apresentado por alguns autores.

Assim o coeficiente de vazão (**K**) para este medidor tem o mesmo significado que o coeficiente de descarga (**C**), relacionando os valores de vazão real e medida através do multifuros. Ele é usado, principalmente, para corrigir efeitos associados ao número de Reynolds, perdas de carga entre tomadas de pressão e localização das mesmas.

**Coeficiente Compressibilidade (Y).** Usado para corrigir, em escoamento de gases, influências na variação da massa específica entre as tomadas de pressão causada pela presença do corpo cilíndrico do sensor no escoamento, ou por uma diferença de temperatura entre essas tomadas.

A variação causada pelo escoamento em torno do corpo cilíndrico pode ser avaliada em função da relação entre as áreas (**B**), dada por:

$$B = a / S \quad (4)$$

onde:

**a** - área total livre na seção onde está instalado o medidor  
**S** - área da seção transversal reta do conduto

**Coefficientes de Correção (Ci).** Os coeficientes **Ci** expressam a influência de fatores como dilatação térmica da tubulação e do medidor, correções devido a altitude e localização onde está realizando-se a medição, entre outros.

## HISTÓRICO

Através de uma retrospectiva histórica sobre o tubo de Pitot, apresentada por Folsom (1956) e por Cole (1935), pode-se verificar a contínua e extensa busca de soluções e formas para esse medidor.

O chamado tubo de Pitot teve várias formas geométricas, desde a proposta em 1732 por Henry Pitot, modificado por Darcy (1855), depois por Cole (1896), multiplicando-se as alternativas até os nossos dias. Contudo ele foi consolidado como instrumento adequado para medição de velocidade e vazão em condutos, com as pesquisas realizadas na década de 30. A partir de então, surgem as formas geométricas atribuídas a Prandtl, à ASME (American Society of Mechanical Engineers), ao NPL (National Physical Laboratory), à AMCA (Air Movement and Control Association) / ASHRAE (American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers), entre outras. Estas formas geométricas são atualmente amplamente aceitas e utilizadas.

A partir dos anos 30, também são propostas configurações que tem a forma de um tubo cilíndrico com um ou mais orifícios em um único plano transversal, chamado de Pitot cilíndrico, ou Pitot transversal (Christiansen and French (1937), Thraser and Binder (1950), Winternitz (1955), Ower and Pankhurst (1966) e Hills (1983)).

Pode-se considerar que o tubo multifuros é derivado dos Tubos de Pitot e incorpora a técnica de localização dos pontos de medição ao longo de uma seção transversal.

A primeira versão do tubo multifuros, que operou como medidor de vazão, foi produzida em 1968, conforme relato de Plache (1974). Esta versão possuía quatro orifícios apontados para montante, distribuídos de modo que cada um deles avalia a pressão de estagnação média correspondente a uma das quatro regiões de igual área em que foi dividida a seção transversal da tubulação. A pressão total média, destas quatro contribuições é transmitida por um tubo interno ao cilindro, denominado tubo de interpolação. A pressão de esteira era medida através de um tubo independente localizado atrás do cilindro com seu orifício apontado para jusante.

Segundo Plache (1974), este tubo interpolador, que tem a função de fazer uma média dessas contribuições de pressão, foi a chave para capacitar o tubo multifuros como um medidor de vazão primário. Testes realizados no Laboratório de Hidráulica e Prevenção de Incêndios do *Illinois Institute of Technology* comprovaram o bem sucedido desempenho de um modelo construído para tubulações de 100 mm.(4"), schedule 40.

Novos modelos surgiram, como o apresentado pela Dieterich (1976), denominado Annubar, onde o tubo que mede a pressão de esteira teve sua localização alterada, passando a ser interno ao cilindro, com seu orifício faceado à superfície e apontado para jusante. Esta configuração é semelhante à alguns modelos de Pitot cilíndricos já citados, (Folsom (1956)).

**Evolução do modelo proposto em 1968.** A partir de 1968 foram realizadas pesquisas na busca de resultados que caracterizassem medidor multifuros como uma opção dentre os medidores de vazão por pressão diferencial.

Os trabalhos de investigação sobre os vários modelos adotados para o multifuros analisam as seguintes variáveis:

- Geometria externa do corpo cilíndrico definido pelo perfil da seção transversal.

- Número de furos (orifícios) que captam as pressões medidas

- Localização destes orifícios

- Arranjo físico no interior do medidor, presença e localização dos tubos que transmitirão as contribuições de pressão.

Thoi e Soh (1979), fazem uma simulação do comportamento do medidor analisando o uso de 4 tomadas de pressão para as pressões de estagnação, distribuídas ao longo de um diâmetro segundo método de Chebyshev, que propõe pesos iguais para a contribuição de cada uma delas.

Seus resultados indicam que, para escoamento em movimento turbulento, onde o perfil de velocidades obedece a lei da potência:

$$\frac{v_i}{v_{max}} = \left( \frac{y_i}{R} \right)^n \quad (5)$$

o valor obtido para a velocidade média associada à vazão determinada através do medidor, em relação ao obtido através da integração do perfil de velocidades é:

- para **n = 7**, 1,5% maior,
- para **n = 10**, 1,0% maior, e
- para **n = 20**, 0,8% maior,

Estes resultados apontam que a utilização de 4 orifícios localizados segundo a distribuição de Chebyshev é adequada quando o perfil de velocidades obedece a equação (5).

Britton e Mesnard (1982) apresentam resultados para ensaios realizados na *Colorado State University* com diferentes modelos construídos. Nesses testes são analisadas a influência da geometria externa do corpo cilíndrico e do arranjo físico interno em medidores construídos para tubulações de 150mm. (6"), schedule 40.

Os três tipos de sondas ensaiados são:

- Sonda **A**: seção transversal reta circular, sem utilização de tubo interpolador, internamente o medidor é dividido em duas regiões, uma de alta pressão outra de baixa.

- Sonda **B**: seção transversal reta circular, com a utilização de dois tubos transmissores de pressão. O tubo interpolador, e o outro tubo que conduz a pressão de esteira.

- Sonda **C**: seção transversal reta com forma octogonal não regular, também dito perfil diamante, que utiliza os dois tubos como no tipo **B**.

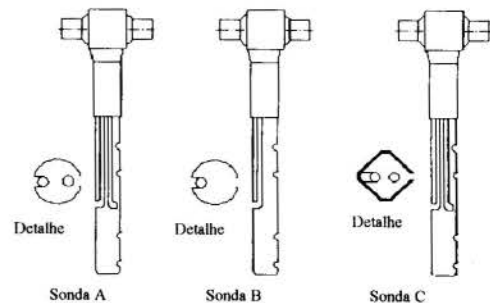


Figura 2. Esquema de sondas tipos **A**, **B** e **C**. Em detalhe corte da seção transversal.

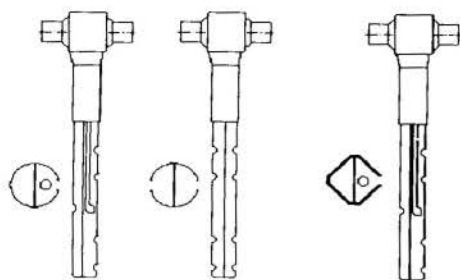


Figura 3 Variações das sondas tipos A, B e C; Arranjo interno utilizando-se divisor.

Os resultados dos testes nas sondas de tipos A, B e C estão apresentados na figura 4 onde verifica-se comparativamente o comportamento das curvas obtidas.

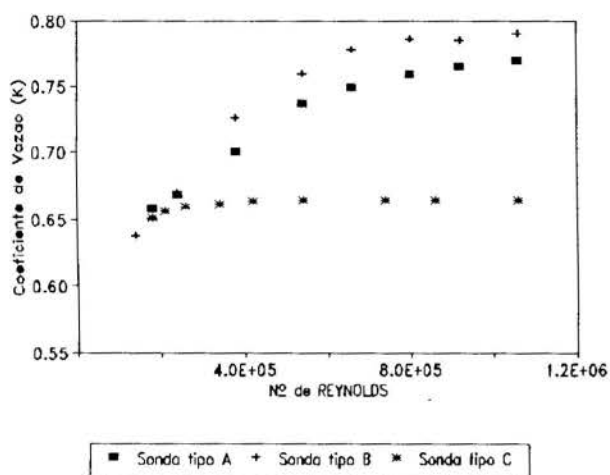


Figura 4. Resultados dos ensaios com Sondas A, B e C. Coeficiente de Vazão por Reynolds (Britton, Mesnard (1982))

Ensaio realizado em bancada de testes na EPUSP, utilizando-se uma linha com diâmetro de 150mm. (6"), para uma sonda do tipo C, apresentam, na figura 5, resultados para faixa de valores de Reynolds entre  $5,0 \times 10^4$  e  $3,0 \times 10^5$ .

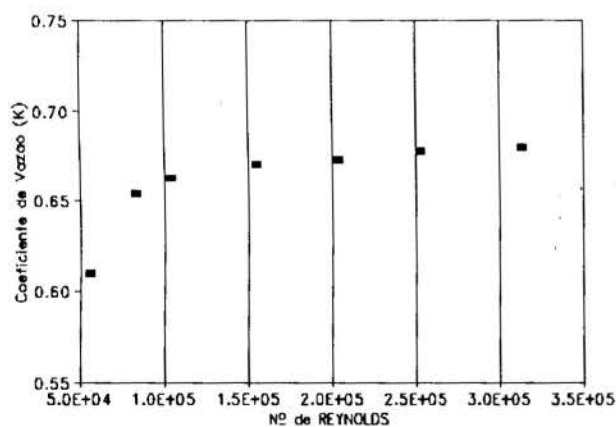


Figura 5. Resultado de ensaio com sonda C. Coeficiente de vazão por Reynolds (EPUSP 1994).

Relatório de ensaios realizados no *National Engineering Laboratory* (NEL) (1985) traz resultados de interesse para uma sonda construída com o perfil octogonal irregular, para tubulações de 200mm (8"), schedule 40, denominada Sonda D, conforme pode ser visto na figura 6.

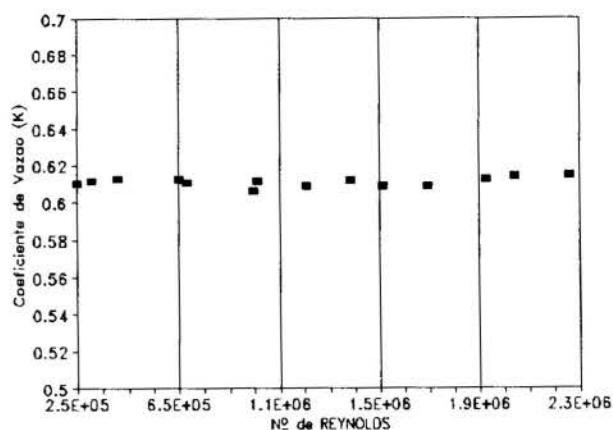


Figura 6. Resultados do ensaio com Sonda D. Coeficiente de Vazão por Reynolds (NEL (1985))

Foi, também, realizado ensaio no Centro Tecnológico de Hidráulica (CTH) (1984), quando foi testado um medidor com geometria externa octogonal, e que utiliza o tubo interpolador, fabricado para tubulações de 200mm (8"), schedule 40, que aqui é identificado como sonda E. Os resultados estão na figura 7.

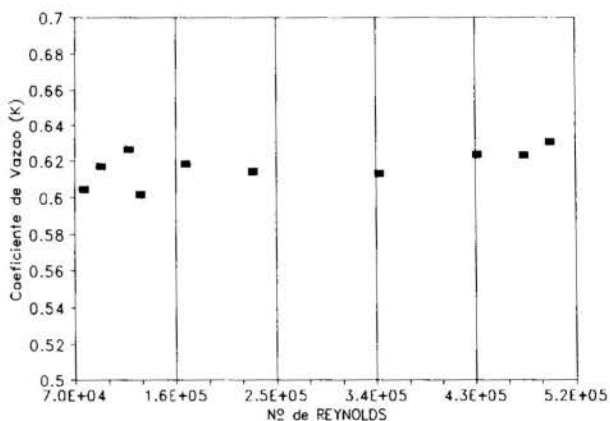


Figura 7. Resultados do ensaio com Sonda E. Coeficiente de Vazão por Reynolds (CTH (1984))

**Análise dos resultados** A partir do comportamento dos modelos testados são feitas observações que seguem:

Os resultados apresentados pelas sondas A e B, indicam que, dentro da faixa total de nº de Reynolds considerado, a sonda A apresenta uma variação total do coeficiente de vazão (K) menor que a sonda B, cerca de 15% contra 20%. Porém a análise da variação de K para valores de Reynolds entre  $5,4 \times 10^5$  e  $1,1 \times 10^6$ , indica uma menor amplitude para a sonda B.

A comparação dos valores obtidos pelas sondas A e B com os obtidos por C, considerada toda a faixa de Reynolds dos ensaios da figura 4, mostra para as primeiras uma grande amplitude nos valores de K, enquanto para esta última obteve-se apenas 2% de variação. Para a sonda do tipo C, porém, nota-se uma tendência de queda no valor do coeficiente de vazão para valores de Reynolds menores que  $10^5$ , confirmada na figura 5.

Os resultados para as sondas D e E, ocupam faixas de Reynolds praticamente complementares confirmando o comportamento verificado em C, com pequenas variações para o coeficiente K. Observa-se, também, que para valores de Reynolds menores que  $1,5 \times 10^5$ , aumenta a amplitude de variação para K, que tende a decrescer com Reynolds. Nestes casos temos a conservação da geometria e do arranjo físico do sensor variando apenas o diâmetro da tubulação onde foi instalado.



## CONCLUSÕES

A partir dos resultados analisados apresentam-se a seguir algumas conclusões, considerando que o melhor desempenho do medidor em uma ampla faixa de vazão será obtido quando o valor do coeficiente de vazão (**K**) variar com menor amplitude.

**Geometria do corpo cilíndrico.** A geometria é fator determinante no coeficiente de vazão (**K**). O comportamento do escoamento em torno do cilindro é função da própria geometria e do número de Reynolds. Desta forma para perfis que possuam características que impliquem a localização fixa do ponto de separação, como através da presença de arestas, obtém-se menor variação de **K**. Fato confirmado no modelo octogonal.

**Arranjo físico interno do medidor.** Este apresenta uma influência que pode ser notada na comparação dos resultados dos modelos **A** e **B**, sendo que o melhor desempenho de cada uma das alternativas testadas é obtido em função da faixa de Reynolds que se analisa.

**Localização e Número dos furos.** O perfil de velocidades na seção de medição é determinante no modo como as tomadas de pressão total estão distribuídas, podendo influir também sobre o número delas. Outro parâmetro que define o número de orifícios é o diâmetro do conduto onde será realizada a medida. A distribuição de Chebyshev, para 4 furos, apresentou bom resultado na simulação considerada.

**Comparativamente ao tubo de Pitot.** Proporciona maior diferencial de pressão (**DP**) causado pelo seu sistema de avaliação de pressão de esteira ao invés da pressão estática respectiva. Característica que ajuda na medição de escoamentos de baixas velocidades. Possui maior agilidade, rapidez e praticidade na leituras de pressão, e na determinação da vazão e da velocidade média.

Oferece, ainda, maior segurança na substituição do tubo de Pitot em avaliações de velocidade média através de um único ponto como citado nos artigos de Cole (1935), Christiansen and French (1937), no manual da SABESP (1982), e na norma BSI 1042 (1984), entre outros.

Como desvantagens o medidor tipo tubo multifuros, apresenta as características que seguem.

Existe dependência do perfil de velocidades. Mesmo que não haja necessidade de conhecer-se perfeitamente a distribuição das velocidades ao longo do diâmetro, o coeficiente de vazão pode ter variações imprevisíveis em situações onde a distribuição de velocidades tenha comportamento muito irregular, ou fortes assimetrias em relação ao eixo axial da tubulação.

Este instrumento não possui flexibilidade, como o tubo de Pitot, onde um sensor pode operar em tubulações de diferentes diâmetros. O multifuros é construído para uma especificação determinada de tubulação, isto é, com diâmetro interno bem definido.

**Comentários Finais.** Atualmente, no Departamento de Engenharia Mecânica da EPUSP, estão sendo fabricados protótipos de sondas para ampliar os resultados conhecidos conforme modelos apresentados na figura 3. Nestes pretende-se ter a possibilidade de uma ampla variação nos parâmetros identificados como importantes e analisar sua influência individualizada e de maneira conjugada. Para tanto, foram projetados quatro modelos básicos de sondas, que possibilitam doze arranjos diferentes a partir das seguintes características:

- Geometria externa: duas sondas possuem geometria circular, e duas outras geometria octogonal.

- Número e localização dos furos: estando a linha de testes com diâmetro de 150 mm. (6"), optou-se por 4 furos apontados para montante, distribuídos segundo Chebyshev, sendo que para os orifícios de jusante será feita análise de duas alternativas: um único furo na posição do eixo axial e quatro furos também segundo Chebyshev.

- Arranjo físico interno ao medidor: existe a possibilidade de utilização de um divisor interno ou de um tubo que conduzirá a pressão de esteira. Pode-se em ambas as alternativas introduzir-se ou não o tubo interpolador.

A semelhança que existe entre **K** e o coeficiente de arrasto (**C<sub>p</sub>**) para escoamento em torno de cilindros auxilia na escolha do perfil mais adequado para o medidor, considerando a faixa de Reynolds que será empregado. Desejando-se construir medidor com coeficiente de vazão estável deve-se pesquisar formas geométricas que apresentem pequenas variações no Coeficiente de Arrasto.

Trata-se de alternativa interessante, onde sua aplicação deve ser estudada considerando as características de escoamento, o sistema de condutos, a faixa de número de Reynolds, e o perfil de velocidades.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Medidor de vazão de fluidos - Classificação - NBR 10396*. Rio de Janeiro, 1988
- ASME - American Society of Mechanical Engineers; Bean, H. S., ed. *Fluid meters*. 6.ed. New York, 1971.
- Britton, C. and Mesnard, D. A performance summary of round-and-diamond-shaped averaging Pitot-type primaries. *Measurement and Control*, v.15, sept. 1982.
- BSI - British Standards Institution. *Measurement of fluid flow in closed conduits - BS 1042. Part 2: Velocity area methods, Section 2.1. - Method using Pitot static tubes*. London, 1983
- BSI - British Standards Institution. *Measurement of fluid flow in closed conduits - BS 1042. Part 2: Velocity area methods, Section 2.2. - Method of flow measurement of velocity at one point of a conduit of circular cross section*. London, 1984
- Christiansen, J. E. and French O. C. Characteristics of transverse Pitot tubes. *Agricultural Engineering*, v.18, p.21-24, 1937.
- Cole, Edward S. Pitot-tube practice. *Transactions of the ASME*, HYD, v.57, n.8.
- CTH - Centro Tecnológico de Hidráulica. *Relatório de ensaio de aferição para medidor de vazão: haste de inserção sonda 4*. São Paulo, set. de 1984.
- Dieterich Standard Co. *Annubar flow handbook*. Boulder, USA, 1984.
- Folsom, R. G. Review of the Pitot tube. *Transactions of the ASME*, v.78, n.7, p.1447, October 1956.
- Halcey, D. M. A survey of industrial flowmeters. *Measurement and Control*, 19 (5), London, June 1986.
- Hills, J. H. Investigation into the suitability of a transverse Pitot tube for two phase flow measurements. *Chemical Engineering Research and Design*, v.61, n.6, p.371-376, Nov 1983.
- Miller, R. W. *Flow measurement engineering handbook*. 2.ed. New York, McGraw Hill, 1989.
- NEL - National Engineering Laboratory. *Test Report of Annubar Flowmeter*. Glasgow, jun. 1985.
- Ower, E and Pankhurst, R. C.. *The measurement of air flow*. 4.ed. Oxford, Pergamon Press, 1966.
- Percira, M. T., Medição de vazão de líquidos. *Uso racional de energia na indústria - Procedimentos de medição - n.3*, IPT, São Paulo, 1989
- Plache, K. O., Annubar Averaging Applied to Flow Measurement. In: Symposium on Flow, Its Measurement and Control in Science and Industry. Pittsburgh, May 1971. *Proceedings*, Pittsburgh, 1974.
- SABESP - Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo. *Pitometria - aplicação em sistemas de abastecimento de água*. São Paulo, SABESP, 1982
- Sherwood, T. K.; Skaperdas, G. T. A Simplified Pitot Tube Transverse, *Mechanical Engineering*, New York, p.22-23, Jan. 1939.
- Taylor, J. C. Flow measurement by self-averaging Pitot-tubes. *Measurement and Control*, v.20, n.10, p. 145-147, dec. 1987/jan. 1988.
- Thrasher, L. W. and Binder, R. C. Influence of compressibility on cylindrical Pitot-tube measurements. *Transactions of the ASME*, v.72, p. 647 Jul. 1950.
- Thoi, N. Q. and Soh, W. K. On the averaging technique and the discharge coefficient of the annular-averaging flow sensor. *ISA Transactions*, v. 18 (1), p.41-48, 1979
- Winternitz, F. A. L. and Fischl, C. F. A. Simplified integration technique for pipe flow measurement. *Water Power*, v.9, p.225-234, jun. 1957.

## ABSTRACT

This Paper presents the origins of the multi-hole (averaging-Pitot) flowmeter, operation principle and equations. The advantages, the geometrical and construction factors are reported. Using test results and empirical equations, the performance of different models and shapes are analysed.

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE MEDIDA DE  
VAZÕES PARA ESCOAMENTOS BIFÁSICOS

L. F. M. MOURA, M. G. S. BORGES e F. TAMBELINI  
DETF / FEM - UNICAMP  
C.P. 6122 CAMPINAS S.P.

O principal objetivo deste trabalho é o desenvolvimento teórico e experimental de um sistema de medida de vazão e título para escoamentos bifásicos gás-líquido. Neste trabalho foram realizadas medidas de fração de vazio (através de um sistema de bloqueio do escoamento com duas válvulas de fechamento simultâneo) e medidas de perda de pressão (através de um venturi). A partir de um modelo teórico simplificado é possível relacionar o título da mistura e a vazão mássica total às medidas da fração de vazio e da perda de pressão, respectivamente. Os resultados obtidos mostraram uma boa concordância com os valores experimentais da vazão de cada fase, demonstrando o potencial do sistema de medidas.

INTRODUÇÃO

A resposta da maioria dos instrumentos para escoamentos bifásicos depende da vazão mássica e do título da mistura. Portanto, se a vazão mássica for conhecida, o título pode ser determinado através da resposta de um instrumento de medida, e vice-versa. Porém, se nem a vazão mássica nem o título forem conhecidos, então dois instrumentos de medida diferentes são necessários para determinar estes dois parâmetros. Em geral são utilizados um instrumento para medir a fração de vazio e um outro para medir a queda de pressão do escoamento através de um dispositivo. Segundo Hewitt (1978), a maior dificuldade encontrada na utilização deste sistema de medida está relacionada com a dependência da resposta dos instrumentos em função do padrão de escoamento.

Os sistemas de medida de vazão mássica e título em escoamentos bifásicos tem sido baseados em instrumentos de medida de pressão diferencial (combinados com outro instrumento de medida). O uso de placas de orifício e de venturis para medida de vazão mássica e de título da mistura foi descrito por Collins and Gacesa (1971), Fouda (1975), Lorenzi and Muzzio (1979), Lavagno and Panella (1979), Reimann et al. (1979), Lin (1982), Reimann et al. (1982), Chisholm (1983) e por Pal and Rodhes (1984).

MODELO TEÓRICO

A vazão mássica total e a fração mássica do gás (ou título da mistura) de um escoamento gás-líquido podem ser relacionadas com as medidas da fração volumétrica do gás (ou fração de vazio) e da queda de pressão no venturi, através de um modelo teórico simplificado.

A relação entre o título da mistura e a fração de vazio pode ser escrita da seguinte forma:

$$x = \frac{1}{1 + \frac{\rho_l}{\rho_g} \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \frac{1}{S}} \quad (1)$$

onde  $S = \frac{V_g}{V_l}$  é a razão de deslizamento.

A razão de deslizamento depende da fração de vazio. Uma correlação para a razão de deslizamento foi desenvolvida a partir dos resultados experimentais obtidos neste trabalho, através do ajuste de uma função polinomial.

A vazão mássica total pode ser relacionada com a perda de pressão no venturi, desde que seja conhecida a densidade da mistura, através da seguinte expressão:

$$\dot{m} = C_D A_T \sqrt{2 \rho_m \Delta P} \quad (2)$$

onde:

$C_D$  = coeficiente de descarga

$A_T$  = área da garganta

$\Delta P$  = queda de pressão

Existem várias definições para a densidade da mistura. A forma mais apropriada para a determinação da densidade da mistura pode ser obtida através do modelo da quantidade de movimento:

$$\rho_m = \left[ \frac{x^2}{\alpha \rho_g} + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha) \rho_l} \right]^{-1} \quad (3)$$

As equações (1) e (2) permitem calcular a vazão mássica total e o título da mistura a partir das medidas de fração de vazio e de perda de pressão no venturi, desde que seja determinada uma correlação para a razão de deslizamento.

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As medidas de fração de vazio e de perda de pressão em um venturi foram realizadas em uma seção de testes vertical de 21 mm de diâmetro interno. Um misturador localizado no início da seção de testes é alimentado por vazões de ar e de água medidas através de placas de orifício calibradas e de transdutores de pressão diferencial. Após uma seção de tranquilização do escoamento, a fração de vazio é medida através de um sistema de duas válvulas de fechamento simultâneo. O trecho da tubulação compreendido entre as duas válvulas é de acrílico de modo a permitir, tanto a determinação do

padrão de escoamento, quanto a leitura do nível de líquido capturado após o fechamento simultâneo das válvulas, e consequentemente a fração de vazio. O venturi encontra-se posicionado logo após a seção de acrílico, e a medida da perda de pressão é realizada através de transdutores de pressão diferencial, conforme a figura 1.

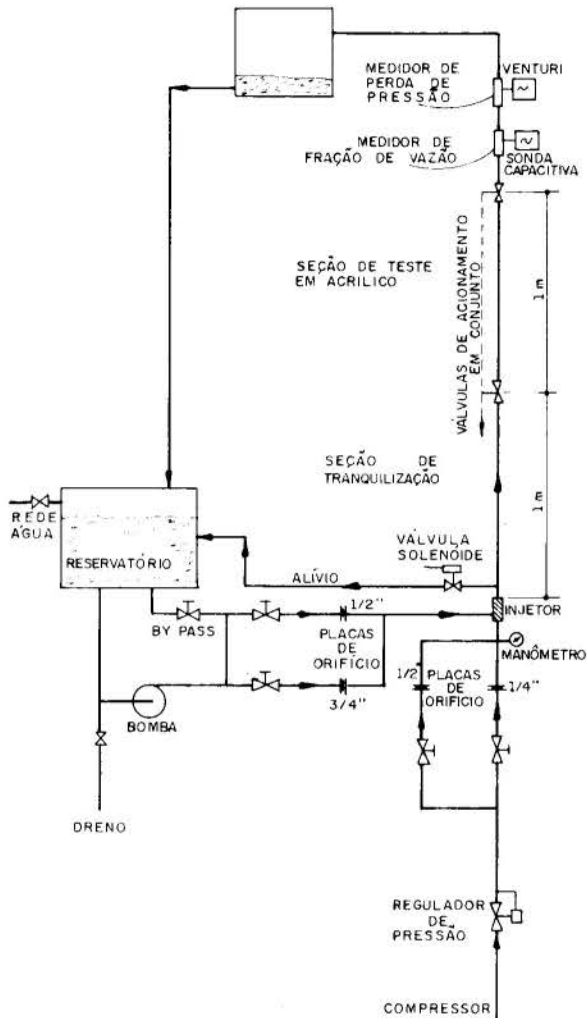


Figura 1 - Esquema do Aparato Experimental.

Foram realizados vários ensaios experimentais para diferentes padrões de escoamento. A figura 2 mostra os pontos experimentais na forma de um mapa de padrão de escoamento.

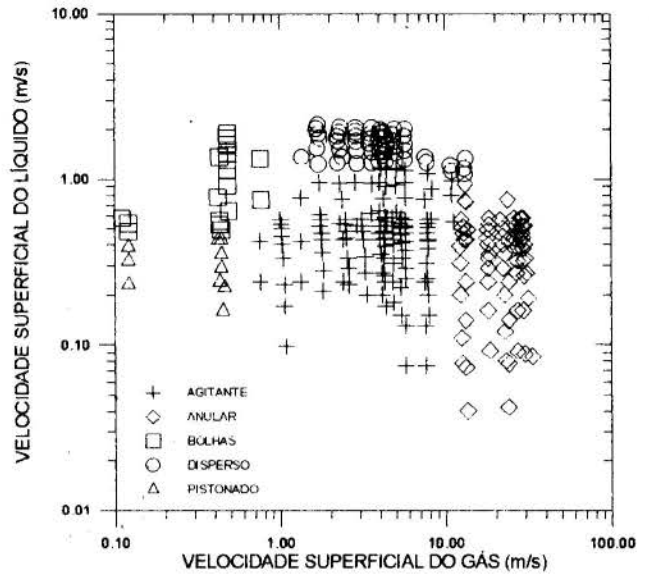


Figura 2 - Mapa de padrão de escoamento mostrando os pontos experimentais

O valor da razão de deslizamento foi calculado a partir das medidas de fração de vazio através da seguinte relação:

$$S = \left( \frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) \frac{J_G}{J_L} \quad (4)$$

A figura 3 mostra os valores da razão de deslizamento em função da fração de vazio, assim como a curva ajustada para este conjunto de dados experimentais:

$$S = 1.0 + 13.83 \alpha - 53.88 \alpha^2 + 59.76 \alpha^3 \quad (5)$$

O título da mistura foi calculado através do modelo teórico, equação (1), usando a correlação desenvolvida acima para a razão de deslizamento. A figura 4 apresenta uma comparação dos valores calculados do título com os valores obtidos experimentalmente.

Pode-se observar uma concordância razoável dos valores do título da mistura calculados a partir do modelo teórico simplificado, apesar das variações de razão de deslizamento observadas para valores altos da fração de vazio.

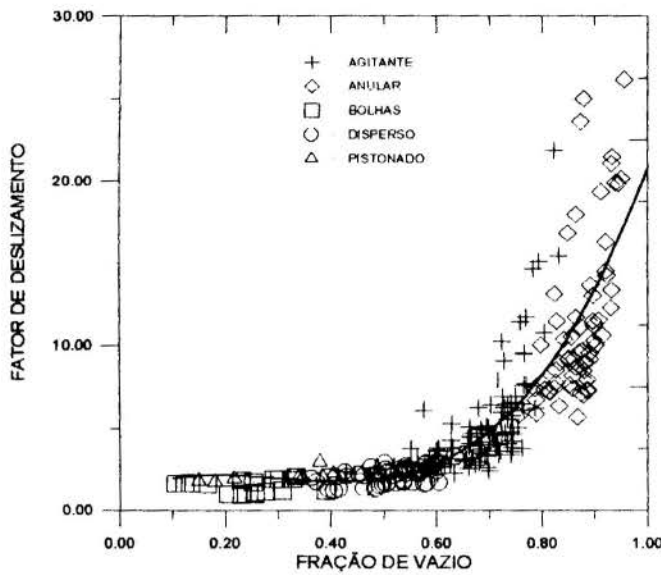


Figura 3 - Razão de deslizamento em função da fração de vazio.

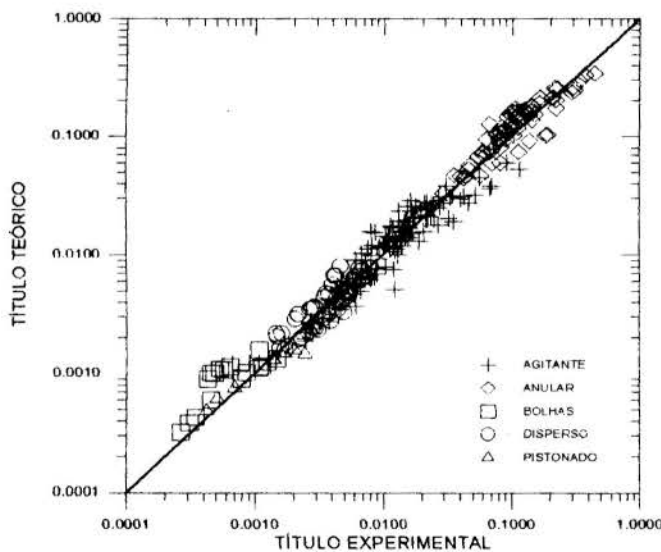


Figura 4 - Valores medidos e calculados do título da mistura

A vazão mássica total foi calculada a partir do modelo teórico simplificado, equação (2), usando o valor teórico do título da mistura para a determinação da densidade da mistura, equação (3). A figura 5 mostra uma comparação entre valores calculados e medidos da vazão mássica total. Foi utilizado o seguinte valor para o coeficiente de descarga:

$$C_D = 0.98$$

Observa-se na figura 5 que o comportamento do modelo teórico é adequado, exceto para os valores mais baixos da vazão mássica total, onde o modelo superestima a vazão.

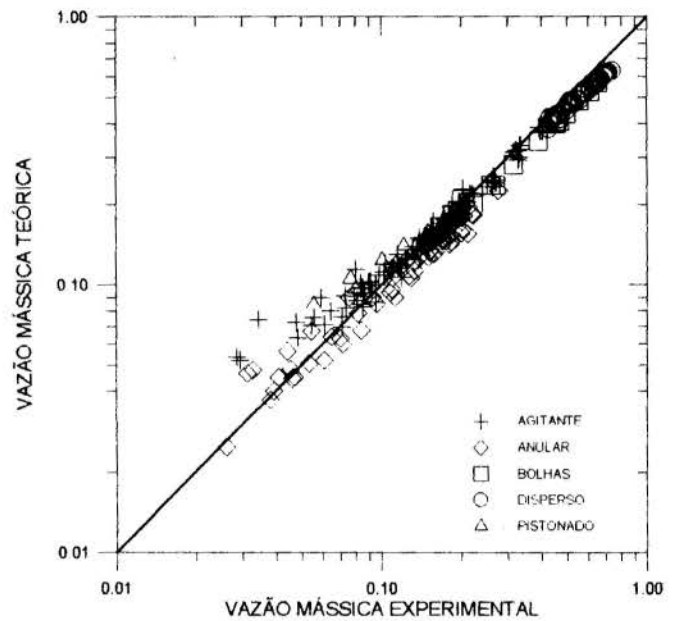


Figura 5 - Comparação entre valores calculados e medidos da vazão mássica total

## CONCLUSÕES

Neste trabalho foram realizados ensaios experimentais com escoamento ar-água em uma tubulação vertical de 21 mm de diâmetro interno, envolvendo medidas de fração de vazio com o sistema de válvulas de fechamento simultâneo e medidas de perda de pressão no venturi.

O modelo teórico simplificado apresentou resultados razoáveis na determinação da vazão mássica total e do título da mistura, a partir das medidas de fração de vazio e de perda de pressão no venturi.

No futuro serão realizados outros ensaios experimentais, incluindo as medidas de fração de vazio com um sensor de capacitância, assim como serão estudados outros modelos teóricos de modo a melhorar a precisão na determinação da vazão e do título da mistura.

## SUMMARY

The main objective of this work is the theoretical and experimental development of the mass flow rate and quality measurement system for gas-liquid two-phase flows. During this work, the void fraction was measured with a quick closing ball valves system, and the pressure drop in the venturi meter was measured with differential transducers. From a simplified theoretical model, it is possible to calculate the total mass flow rate and the mixture quality from the void fraction and the pressure drop measurements. A good agreement was found between theoretical and experimental values of the total mass flow rate and the mixture quality, showing the potential applications of the proposed system.



## NOMENCLATURA

$A_T$  = Área da garganta  
 $C_D$  = Coeficiente de descarga  
 $J_G$  = Velocidade superficial do gás  
 $J_L$  = Velocidade superficial do líquido  
 $\dot{m}$  = Vazão mássica total  
 $P$  = Pressão  
 $S$  = Razão de deslizamento  
 $V_G$  = Velocidade do gás  
 $V_L$  = Velocidade do líquido  
 $x$  = título da mistura  
 $\alpha$  = Fração de vazão volumétrica  
 $\rho_G$  = Densidade da fase gasosa  
 $\rho_L$  = Densidade da fase líquida  
 $\rho_m$  = Densidade da mistura

## REFERÊNCIAS

- Chisholm, D. (1983) Orifice plates: two-phase applications, *Measuring Techniques in Gas-Liquid Two-Phase Flows*, Springer-Verlag, Berlin.
- Collins, D. B. and Gacesa, M. (1971) Measurement of steam quality in two-phase upflow with venturimeters and orifice plates. *Journal of Basic Engineering*, Transactions of ASME, pp. 11-21.
- Fouda, A. E. (1975) Two-phase flow behaviour in manifolds and networks, Ph. D. Thesis, University of Waterloo, Canada.
- Hewitt, G. F. (1978) *Measurement of Two-Phase Flow Parameter*. Academic Press, London.
- Lavagno, E. and Panella, B. (1979) Two-phase flow measurements with venturis: A correlation and a comparison with theoretical models. *Multiphase Transport*, Vol. 5, pp. 2731-2764.
- Lin, V. H. (1982) Two-phase flow measurements with sharp-edged orifices. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 8, No. 6, pp. 683-693.
- Lorenzi, A. and Muzzio, A. (1979) Total mass flow rate and quality measurement in air-water mixtures with venturimeters, *Multiphase Transport*, Vol. 5, pp. 2681-2694.
- Pal, R. and Rhodes, E. (1984) Metering of two-phase liquid-liquid flow, *Multi-Phase Flow and Heat Transfer III, Part B: Applications* Elsevier Science Publishers, Amsterdam.
- Reimann, J., John, H. and Muller U. (1982) Measurement of two-phase mass flow rate: a comparison of different techniques, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 8, No1, pp. 33-46.
- Reimann, J., John, H. and Frank, R. (1979) Measurement of mass flow rate and quality with a venturi nozzle and a turbine meter in a steam-water flow. *Multiphase Transport*, Vol. 1, pp. 71-84.

## EFEITO DA GEOMETRIA E CONSTRUÇÃO DE TERMOPARES NA DETECÇÃO DE "BURN OUT" NA GEOMETRIA DE PLACAS PARALELAS

Luís Antonio Waack Bambace. Fernando Manoel Ramos.  
Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE  
Caixa postal 515. CEP 12200. São José dos Campos  
Júlio Cesar Passos.  
UFSC-DEM. Caixa Postal 476. CEP 88049. Florianópolis - SC

### Resumo

Apresenta-se neste trabalho um modelo simples para análise da diferença entre a temperatura real da face oposta ao escoamento em sistemas de medida de fluxo em canais retangulares com aquecimento direto e a temperatura indicada pelos termopares. Propõe-se, também, uma nova forma construtiva de junta, caracterizada por uma resposta dinâmica muito mais rápida que a dos termopares com isolamento mineral de pequeno diâmetro ou montagens onde se necessita um filme isolante de materiais plásticos.

### INTRODUÇÃO

Na medida de fluxo crítico em geometria de placas planas paralelas, com escoamento de água ou freon, uma geometria muito usada em reatores de pesquisa e de materiais, há sempre o problema de desligar o experimento quando se atinge este fluxo antes da elevação de temperatura decorrente da redução do coeficiente de transferência de calor. Este fluxo crítico é o máximo fluxo de calor para o qual ainda se tem o regime de ebulição nucleada na superfície dos resistores. Estão, assim, associados a medida deste fluxo, os fenômenos de afastamento do regime de ebulição nucleada (DNB - Departure from Nucleate Boiling) e de perda da secção ou "burn out". Quanto maior a potência de trabalho do sistema é mais difícil completar esta ação a tempo. Hoje o limite superior da faixa de fluxo crítico com água com interesse para a indústria já atinge mais de 700 W/cm<sup>2</sup>. Nestas condições o projeto do sistema de teste em si já se torna bastante complexo, e a rapidez da detecção da ocorrência do DNB é sempre um item relevante. Quando se usa aquecimento direto, com os elementos resistivos em contato direto com o fluido, há a necessidade de se isolar os termopares eletricamente, o que tem levado ao uso de termopares finos com isolamento mineral, ou a aplicação de um filme polimérico de isolamento. Esta isolamento, geralmente de baixa difusividade térmica, atrasa a detecção da instabilidade e aumenta o risco de perda da secção de testes. Neste trabalho apresenta-se uma modelagem matemática, que permite o cálculo das temperaturas nas faces do resistor de potência e no termopar durante o transiente de DNB, a partir da hipótese de colocação do termopar no ponto de início deste fenômeno. Nesta solução, supõe-se que a placa se torne isolada no instante do início do fenômeno. Delimita-se a viabilidade de detecção do início de fluxo crítico com termopares, como função do material e espessura do resistor utilizado, a partir de dados de propagação da frente de DNB, obtidos por Passos (1989). Finalmente, propõe-se uma nova forma construtiva de termopares, baseados na soldagem de termopares tipo K, seguida da aplicação de camadas de cobre e alumínio, prensagem da junta para torná-la plana e com grande área de contato, e posterior anodização junta. Sobre a anodização, coloca-se uma nova camada de cobre, para facilitar a posterior brasagem do termopar.

### MODELO MATEMÁTICO

Na avaliação de fluxo crítico de ebulição, freqüentemente se faz uso de placas metálicas finas aquecidas diretamente por efeito Joule. O lado oposto ao fluido destas placas é isolado termicamente para reduzir-se as perdas de calor. Os termopares são usualmente instalados na face oposta ao fluido, para que não se perturbe o escoamento. Para

avaliar a diferença entre a temperatura indicada no termopar e a temperatura real da face onde este está instalado, vamos supor que os gradientes de temperatura no plano da placa aquecedora sejam desprezíveis face aos gradientes transversais e à derivada no tempo da temperatura. Esta hipótese é razoável face ao fato de não haverem gradientes no plano da chapa na direção perpendicular ao escoamento, exceto nas vizinhanças da borda do canal. Na direção paralela ao escoamento, a conservação de energia fornece um gradiente de temperatura em regime da ordem de  $q''\delta/(\rho_f v b C_p)$ , muito menor que aquele na direção transversal, onde  $q''$  é o calor gerado por unidade de tempo e volume,  $\rho_f$  é a densidade do fluido,  $C_p$  é o calor específico do fluido,  $b$  a espessura do canal de escoamento,  $v$  a velocidade do fluido e  $\delta$  a espessura da chapa aquecedora. Na região do "burn out", onde a troca de calor placa vapor é muito pequena tem-se gradientes na direção paralela ao escoamento mais de uma ordem de grandeza abaixo do valor acima. A figura 1, ilustra uma montagem típica de medida de fluxo crítico.

Assim, é razoável tratar-se o problema apenas com o tempo e a dimensão transversal como variáveis independentes e considerar-se que imediatamente antes do início de "burn out", tenha-se uma distribuição de temperatura dada por:

$$T(0,x) = -0.5 q''x^2/k + q''x \delta/k + T_0 \quad (1)$$

onde  $k$  é a condutividade térmica do material da chapa aquecedora, e  $T_0$  é  $T_\infty + q''\delta/h$ , para  $h$  o coeficiente de película e  $T_\infty$  a temperatura do fluido.

A partir do "burn out", pode-se face a redução drástica do coeficiente de troca de calor, considerar a placa isolada em ambas as bordas. Assim, a distribuição de temperatura na placa aquecedora após o "burn out" é obtida pela equação de condução de calor em regime transitório:

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - q'' \quad (2)$$

sujeita a condição inicial fornecida pela equação (1), e a condição de contorno de bordas isoladas em  $x=0$  e  $x = \delta$ . Neste caso a solução transiente de temperatura da placa é composta de uma parcela  $T_1$  não dependente da posição que tende a infinito, associada ao termo não homogêneo da equação diferencial, e uma parcela  $T_2$  que satisfaz as condições de contorno homogêneas e a condição inicial, ou seja:

$$T_1(t) = q'' t / (\rho C_p) \quad (3)$$

$$k \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = \rho C_p \frac{\partial T_2}{\partial t} \quad (4)$$

sujeita a condição inicial dada pela equação (1), e cuja solução é da forma:

$$T_2(x,t) = A_0 \sum_j \{ [A_j \cos(\lambda_j x) + B_j \sin(\lambda_j x)] e^{-\lambda_j^2 \alpha_s t} \} \quad (5)$$

obtem-se das condições de contorno que os coeficientes  $B_j$  são nulos e que:

$$\lambda_j = j \pi / \delta \quad (6)$$

$$A_0 = \delta^2 q''' / (3k) \quad (7)$$

$$A_j = 2 q''' \delta^2 / (\pi^2 j^2 k) \quad p \ j=1,n \quad (8)$$

Assim:

$$T(x,t) = T_0 + \frac{q''' t}{\rho C_p} + A_0 \sum_j A_j \cos(j \pi x / \delta) e^{(-\alpha_s \pi^2 j^2 / \delta^2) t} \quad (9)$$

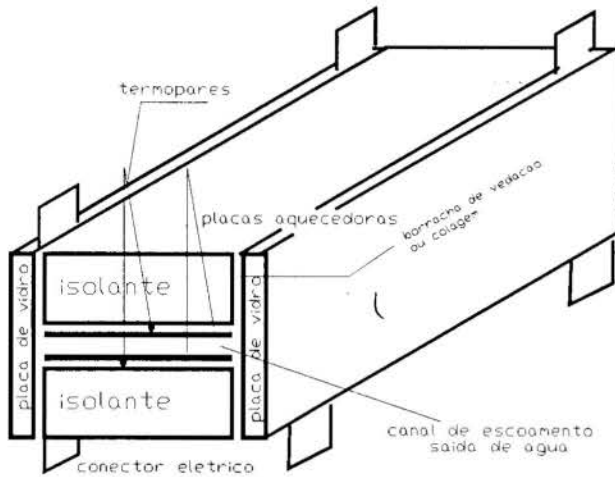


Fig. 1 - Geometria de Medida Experimental de Fluxo Crítico

Face, ao fato de se ter correntes elétricas pela placa, ou se solda diretamente o termopar a placa, sem camada isolante no termopar, e usa-se isolamento galvânica eletrônica de custo elevado, o que limita o número de termopares a serem empregados, ou coloca-se um isolante elétrico entre a junção do termopar e a placa. Usa-se, assim, termopares com isolamento mineral, nos quais há óxido de magnésio em pó compactado entre o fio e uma capa metálica, como também termopares comuns com um filme isolante entre o termopar e a parede. Um corte do termopar com isolamento mineral Termocoax da Philips é apresentado na figura 2. Nestas configurações, o material utilizado para garantir a isolamento elétrica do termopar tem baixa difusividade térmica, e atrasa a chegada da informação de que houve mudança das condições na parede junto ao sensor. Normalmente após instalar-se o termopar, recobre-se este e a secção de testes com um isolamento térmico, para reduzir as perdas de calor na experiência. Assim, desprezando as perturbações introduzidas pelo termopar no sistema, pode-se analisar apenas o material isolante do termopar, como um meio semi-infinito e considerar que o sensor colha a informação numa dada profundidade neste meio.

A distribuição de temperatura em um sólido semi-infinito, inicialmente a uma temperatura uniforme  $T_0$ , que em  $t=0$  tem sua superfície submetida a uma temperatura  $T_i$  é dada por:

$$T'(x,t) = (T_0 - T_i) \operatorname{erf}\left(0.5 x \alpha_s^{-1/2} t^{-1/2}\right) + T_0 \quad (10)$$

onde:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\pi^{0.5}} \int_0^x e^{-z^2} dz \approx \sum_n (-1)^n x^{(2n+1)} / n! / (2n+1) \quad (11)$$

Para o caso, de impor-se uma temperatura variável  $T(t)$  na face do corpo semi-infinito, tem-se uma solução para o perfil de temperatura neste sólido semi-infinito dada pela integral de Duhamel, via:

$$T_s(t) = T(0,t) + \int_0^t \operatorname{erf}\left(\frac{0.5 \delta_s}{(\alpha_s(t-\tau))^{1/2}}\right) \frac{\partial T(x,\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (12)$$

A integral em (12), pode ser facilmente executada, pela substituição da função erro, pela sua série, apresentada em (11). Vale notar, que nesta análise de atrasos não se tem interesse em avaliar o erro de regime permanente. A integração resulta em:

$$T_s(t) \approx T_0 - x \frac{q'''}{k} \left(\delta + \frac{x}{2}\right) + \sum_j \left\{ A_j (-1)^j e^{-\tau_j^2} \operatorname{erf}\left(\frac{0.5 \delta_s}{\sqrt{\alpha_s(t-\tau)}}\right) \Delta \tau \right\} \quad (13)$$

onde  $\tau^*$  é  $\alpha_s \pi^2 \tau / \delta^2$ . Esta solução converge rapidamente para valores pequenos de  $\tau$ .

Ao comparar-se as previsões do modelo acima, com a evolução no tempo da leitura dos termopares dos experimentos de fluxo crítico de Mishima e Nishihara (1985), verificou-se uma razoável concordância, de forma que o modelo proposto prevê satisfatoriamente o efeito das propriedades da montagem no atraso de detecção, como mostra a tabela 1. A tabela 2 ilustra a evolução calculada das temperaturas na geometria proposta por Mishima e Nishihara (1985) considerando-se que o termopar possui uma camada isolante de 12 microns de alumina. Assim, o modelo proposto pode ser usado para avaliar as temperaturas nas faces da placa aquecedora quando o sistema consegue efetivamente cortar a corrente, um dado tempo fixo após o sinal da temperatura indicada no termopar ou sua derivada atingirem o nível especificado de corte. Ao tempo necessário ao corte, deve-se acrescentar aquele necessário a frente de instabilidade chegar ao ponto onde está o termopar, pois provavelmente o fenômeno começará em outro ponto. Este tempo será tanto maior quanto menor o número de termopares ou quanto pior a previsão do ponto de início do fenômeno. As velocidades de propagação da frente de "burn out" obtidas por Passos (1989) para Freon 113 como fluido de trabalho, para potências de 38,6 W/cm<sup>2</sup> e 46,1 W/cm<sup>2</sup>, foram de 12mm/s e 36 mm/s. A mesma referência fornece uma velocidade 37,5 mm/s para água a 0.8 m/s.

Pode-se notar na tabela 2 a redução da diferença entre a temperatura de parede e a indicada no sensor de 33.9 °C para 5.32 °C em  $t=0.75$  segundos para o termopar proposto. Para  $t=0.05$  segundos o termopar proposto teria erros de 0.3 °C, contra 3 °C do termopar tradicional de isolamento mineral. Esta diferença de comportamento para tempos baixos é que aumenta sobremaneira a capacidade de detecção, e é tanto mais importante quanto mais fina a chapa e maior a potência dissipada.

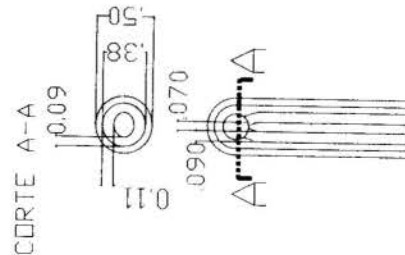


Figura 2: Cortes de um Termopar com Isolamento Mineral da Philips

**Tabela 1: Temperaturas Previstas e Indicadas nos Termopares Junto ao Burn Out em Medidas de Fluxo Crítico para a Geometria de Ensaio de Mishima e Nishihara (1985).**

Distância Junção Parede 0.10 mm  $\rho$  MgO 796 kg/m<sup>3</sup>  
 $C_p$  MgO 1088 J/(kg<sup>o</sup>K)  $k$  MgO 0.60 W/m/°K  
 Aquecedor Inox 316 1mm espessura  $k=17.3$   $\rho=8340$   $C_p=443$ .  
 Fluxo de Calor 89 W/cm<sup>2</sup>

tempo (s)	temperatura na parede de fixação do sensor °C	temperatura prevista no termopar °C	temperatura medida pelo termopar °C	erro do modelo °C
1.00E-3	100.00	100.00	100.0 ± 1	0
1.00E-2	100.00	100.00	101.0 ± 5	1
5.00E-2	104.53	101.83	103.0 ± 5	1,2
1.00E-1	115.64	109.05	107.0 ± 5	2,0
2.00E-1	139.62	127.94	123.0 ± 5	4,9
5.00E-1	211.87	190.55	182.6 ± 5	8,0
5.50E-1	223.91	201.28	193.0 ± 5	8,3
6.00E-1	235.96	212.30	203.4 ± 5	8,9
6.50E-1	248.00	222.88	214.7 ± 5	8,2
7.00E-1	260.04	233.74	223.7 ± 5	10
7.50E-1	272.08	244.62	235.6 ± 1	9,0

**Tabela 2: Desempenho de um Termopar com Isolação de Alumina Fina para a Geometria de Ensaio de Mishima e Nishihara (1985).**

Distância Junção Parede 12  $\mu$ m  $\rho$  Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 3850 Kg/m<sup>3</sup>  
 $C_p$  Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 795 J/(Kg<sup>o</sup>K)  $k$  Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 28 W/m/°K  
 Fluxo de Calor 89 W/cm<sup>2</sup>

tempo (s)	temperatura na parede de fixação do sensor °C	temperatura indicada pelo termopar °C	erro °C
4.00E-3	100.00	100.00	0
5.00E-3	100.00	100.00	0
1.00E-2	100.00	100.00	0
2.00E-2	100.26	100.22	0,02
2.50E-2	100.61	100.53	0,08
5.00E-2	104.19	103.87	0,32
7.50E-2	109.38	108.81	0,57
1.00E-1	115.13	114.33	0,80
1.25E-1	121.05	120.06	0,99
2.50E-1	151.12	149.20	1,92
5.00E-1	211.34	207.73	3,61
7.50E-1	271.56	266.24	5,32

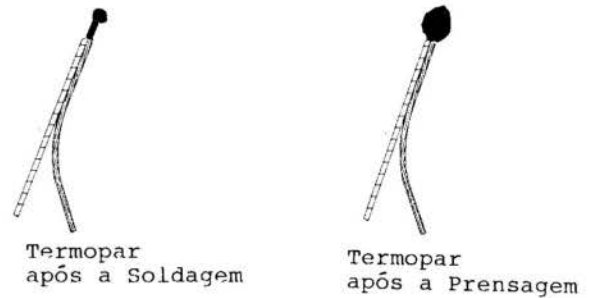
A partir dos resultados das tabelas acima, verifica-se que a capacidade de detecção e alarme do sistema cresce com a redução da camada isolante empregada, e com o aumento da difusividade térmica desta camada. Isto serviu de incentivo ao desenvolvimento do termopar apresentado na próxima secção.

**CARACTERÍSTICAS DO TERMOPAR PROPOSTO**

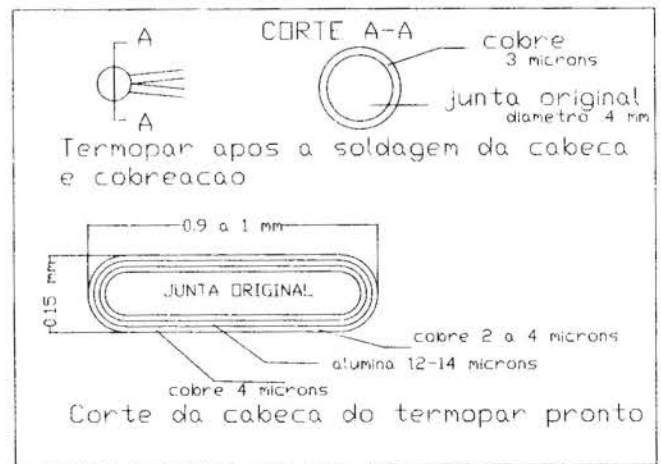
Devido ao fato do termopar mais usado para medidas de fluxo crítico ser o Cromel-Alumel, por causa de suas faixas de medida de temperatura; e a possibilidade destas ligas serem soldadas por imersão em alumínio fundido, e face as excelentes características das junções tipo Aalders (1981) para termopares Cobre-Constantan, junções estas que são obtidas por estanhagem dos fios tipo T, união e posterior prensagem; tentou-se inicialmente desenvolver uma junta similar via substituição dos fios tipo T, por fios tipo K, e do estanho por liga de alumínio, fazendo a soldagem por

imersão. A junta apresentou contudo fragilidade. Ao se soldar com chama redutora obteve-se uma junta resistente, mas deteriorou-se as propriedades do fio. Finalmente, executou-se uma junta por soldagem convencional por arco, que foi prensada, cobreada eletroliticamente e recoberta com papel alumínio, foi feito um novo arco para fundir o alumínio, e prensou-se novamente a junta a quente, fazedo após um aquecimento prolongado a 300 °C. Após isto submete-se a junta a anodização sulfúrica, e eletrodeposição de cobre com tensão superior a tensão de ruptura de isolação. As figuras 3 a 5, ilustram o termopar obtido e sua curva de calibração. Notar que a forma de construção da junta não afetou a curva de calibração deste tipo de termopar, estando as diferenças para a curva padrão, dentro da margem normal de erro.

Este termopar apresenta uma camada de anodização de cerca de 15 microns, e uma tensão de ruptura de isolação entre 90 e 120 volts a temperatura ambiente, que acredita-se ser pouco dependente da temperatura. Esta isolação é mais que suficiente para empregar-se o termopar na maioria dos sistemas de testes de fluxo crítico. Espera-se com o prosseguimento do trabalho obter-se capacidades de isolação ainda maiores com camadas de anodizado mais espessas e melhor controle da porosidade.



**Figura 3: Aspecto Geral do Termopar Proposto Após a Soldagem e Quando Pronto.**



**Figura 4: Geometria do Termopar Desenvolvido**

A condutividade térmica e calor específicos da camada de anodizado, são idênticas a da alumina, o que garante a esta camada uma elevada condutividade térmica. A tabela 3 ilustra o desempenho esperado para o termopar proposto (I) e o termopar de 0.5 mm com isolação mineral (II), em medidas de fluxo crítico de 200 w/cm<sup>2</sup> e 400 w/cm<sup>2</sup>. Vale notar que quase não há atraso para o termopar proposto.



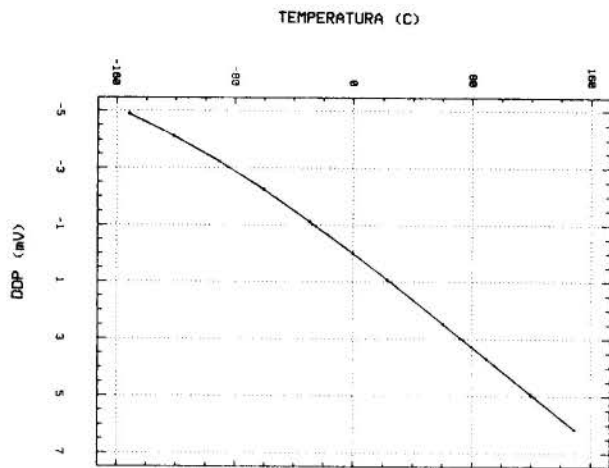


Figura 5: Curva de Calibração do Termopar Desenvolvido

Tabela 3: Desempenho de Termopares com Isolação de Alumina (I) e com Isolação Mineral (II) para Potências Elevadas.

Distância Junção Parede 12  $\mu\text{m}$   $\rho$  Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 3850 Kg/m<sup>3</sup>  
 $C_p$  Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 795 J/(Kg $^\circ$ K)  $k$  Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 28 W/m/ $^\circ$ K  
 Chapa de 0.3 mm de Inconel

tempo (s)	fluxo de calor (W/cm <sup>2</sup> )	temperatura na parede de fixação do sensor ( $^\circ$ C)	temperatura indicada pelo termopar (I) ( $^\circ$ C)	temperatura indicada pelo termopar (II) ( $^\circ$ C)
1.0E-3	200	179.61	179.61	179.60
2.0E-3	200	179.80	179.76	179.60
5.0E-3	200	182.71	182.33	179.71
1.0E-2	200	190.71	189.79	181.21
2.0E-2	200	208.15	206.45	188.33
3.0E-2	200	225.69	223.32	198.07
4.0E-2	200	243.24	240.23	209.09
5.0E-2	200	260.78	257.17	220.92
6.0E-2	200	278.32	274.12	233.30
7.0E-2	200	295.86	291.07	246.09
8.0E-2	200	313.41	308.02	259.21
9.0E-2	200	330.95	324.98	272.58
1.0E-1	200	348.49	341.95	286.18
1.5E-1	200	436.20	426.99	356.61
2.0E-1	200	523.92	512.41	429.84
2.5E-1	200	611.63	598.10	504.85
3.0E-1	200	699.34	683.92	581.08
1.0E-3	400	199.22	199.22	199.21
2.0E-3	400	199.62	199.52	199.21
3.0E-3	400	200.87	200.59	199.22
4.0E-3	400	202.89	202.37	199.28
5.0E-3	400	205.43	204.66	199.43
6.0E-3	400	208.32	207.31	199.73
7.0E-3	400	211.43	210.19	200.17
8.0E-3	400	214.68	213.23	200.77
9.0E-3	400	218.02	216.37	201.53
1.0E-2	400	221.42	219.58	202.42
2.0E-2	400	256.32	252.90	216.67
3.0E-2	400	291.40	286.64	236.14
4.0E-2	400	326.48	320.47	258.19
5.0E-2	400	361.56	354.35	281.84
6.0E-2	400	396.65	388.24	306.61
7.0E-2	400	431.73	422.14	332.19
8.0E-2	400	466.82	456.05	358.42
9.0E-2	400	501.90	489.96	385.17
1.0E-1	400	536.99	523.90	412.36
1.1E-1	400	572.08	557.66	439.94
1.2E-1	400	607.16	591.84	467.84
1.5E-1	400	712.41	693.99	553.22
1.0E-3	700	222.73	222.73	222.73
3.0E-3	700	226.66	226.02	222.92
5.0E-3	700	235.92	234.37	223.32
1.0E-2	700	265.76	262.34	229.23
6.5E-2	700	612.96	596.67	441.23

Deve-se notar que há um atraso de 1/120 de segundo para cortar alimentação após se detectar o fluxo crítico em sistemas com tiristores, e que pelo fato do termopar não estar exatamente sob o ponto de início da instabilidade há um tempo para onda de instabilidade atingir o termopar. Desta forma o tempo disponível para corte é o tempo para se atingir a temperatura de pane, menos a soma do tempo de viagem da onda de "burn out" e o atraso de corte. Para o sistema ser efetivo deve-se ter assim um alto número de sensores. O Alumínio funde-se a 660  $^\circ$ C, bem abaixo das temperaturas que o termopar mineral suporta, em compensação isolantes, vedantes, ligas de brasagem de fixação dos termopares e materiais das janelas de visualização raramente suportam temperaturas acima de 550  $^\circ$ C. nestas condições o atraso de 10 ms do termopar com isolação mineral torna-se importante, além disto, termopares tipo K com isolação mineral, tem cotação de mercado de 60 a 100 dólares, dependendo da qualidade do sensor.

## CONCLUSÕES

A configuração de termopar proposta, apresenta vantagens em medidas transientes relativas a detecção de instabilidades de ebulição, quando comparada aos termopares tradicionais. Isto se dá devido ao pequeno atraso na detecção, inerente à baixa espessura da camada isolante e as propriedades térmicas da alumina. Além disto o termopar tem boa capacidade de isolação elétrica, e pode ser feito em laboratórios pouco aparelhados. O modelo de atraso de detecção descrito aqui, embora simples, apresenta boa correlação com resultados experimentais, e pode ser usado para avaliar os riscos de sistemas de detecção de instabilidades com termopares não proverem o alarme para desligamento do sistema de potência em tempo hábil.

## Referências:

Passos, J.C. " Etude Experimentale de l'Ebullition d'un Liquide Sous-saturé en Convection Forcée", Tese de doutorado, Universidade de Paris, 1989.

Mishima, K; Nishihara, H. The Effect of Flow Direction and Magnitude on CHF for Low Pressure Water in Rectangular Channels. In Nuclear Engineering and Design, 86. 1985, pag 165-181.

Aalders, B.G.M. Thermal Measurements. European Space Agency ESA. December, 1981.

## ABSTRACT

A simple model to analyze the temperature differences between the flow opposite face in critical rectangular channel heat flux measurement systems directly heated by electric current and this face installed thermocouple indication is presented in this paper. A new thermocouple joint design is also proposed, characterized by a faster dynamic response than the mineral insulation standard thermocouple ones or the mounting with plastic electrical insulating layers.

## UTILIZAÇÃO DO CILINDRO DE PITOT NA MEDIÇÃO DO ESCOAMENTO EM CICLONES

ROGÉRIO JOSÉ DA SILVA  
SEBASTIÃO VARELLA

Escola Federal de Engenharia de Itajubá  
Av. BPS, 1303 - Cep. 37.500 - Itajubá-MG

### RESUMO

Este artigo apresenta os resultados de um trabalho experimental de medição do campo de velocidades, em um ciclone padrão de Stairmand de alta eficiência, utilizando uma sonda tipo Cilindro de Pitot. O trabalho objetivou identificar os gradientes de pressões e velocidades, e ainda as direções do fluxo interno do ciclone. No processo de medição do escoamento foram feitas medições de pressões, com o objetivo de identificar a pressão total e a pressão estática, de modo a calcular a velocidade e o ângulo de escoamento. Assim, pode-se calcular as velocidades tangenciais e axiais do escoamento ao longo do eixo imaginário do ciclone, cujos resultados finais são apresentados no artigo.

### INTRODUÇÃO

A crescente necessidade de se diminuir a poluição ambiental causada pela emissão de materiais particulados na atmosfera, tem nos últimos anos contribuído para o desenvolvimento e melhoria de separadores de partículas carregadas por gases. Neste contexto aparecem os ciclones, que devido à sua simplicidade construtiva e eficiência de separação, se apresentam como equipamentos de grande aplicação industrial.

Atualmente, com a utilização do ciclone em aplicações específicas, cujas condições de operação são especiais, existe a necessidade de se conhecer mais profundamente o comportamento dos ciclones. A partir da utilização de programas computacionais de simulação numérica e modernas técnicas de medições de velocidades no interior de escoamentos, é possível conhecer melhor o processo de separação no ciclone, e com isto fazer projetos otimizados deste equipamento, para várias condições de operação, com maior segurança na previsão do seu desempenho.

Assim, este trabalho apresenta um estudo do campo de velocidades no interior do ciclone, com o uso de uma sonda tipo Cilindro de Pitot, cujos detalhes construtivos são apresentados, bem como a técnica seguida nas medições das pressões e ângulos de escoamento. Dos dados obtidos foram plotados diagramas com a distribuição das componentes de velocidades, cujo conjunto de curvas representa o campo de velocidade no interior do ciclone.

### O BANCO DE ENSAIOS

Com o objetivo de realizar os ensaios para o levantamento do campo de distribuição de velocidades, projetou-se um banco de testes com um ciclone de alta eficiência, adotando-se a configuração padrão de Stairmand (1951). O diâmetro do ciclone foi adotado, dentro de uma escala que permitisse montá-lo em várias posições, e que estivesse dentro da faixa dos pequenos ciclones industriais.

As dimensões do ciclone são apresentadas na Figura 1, onde podem ser vistos alguns detalhes construtivos adotados. O corpo cilíndrico, a tampa e o cone são flangeados, de modo a permitir variações na altura do ciclone, bem como a retirada da transição do cone para o depósito. O tubo de saída do gás é móvel, afim de permitir a variação de sua profundidade, no interior do corpo do ciclone. A seção de entrada permite a introdução de guias, para reduzir a largura do canal de entrada de ar. No lado oposto à entrada, a parede do ciclone foi perfurada ao longo de seu eixo imaginário, com furos de 6 mm, com distância entre os centros de 64 mm. Estes furos permiti-

ram a introdução da sonda em questão, para as medições do campo de velocidades no interior do ciclone. O ciclone foi montado de modo a operar no lado de pressão do ventilador, o qual possuía vazão entre 0,290 e 0,475 m<sup>3</sup>/s.

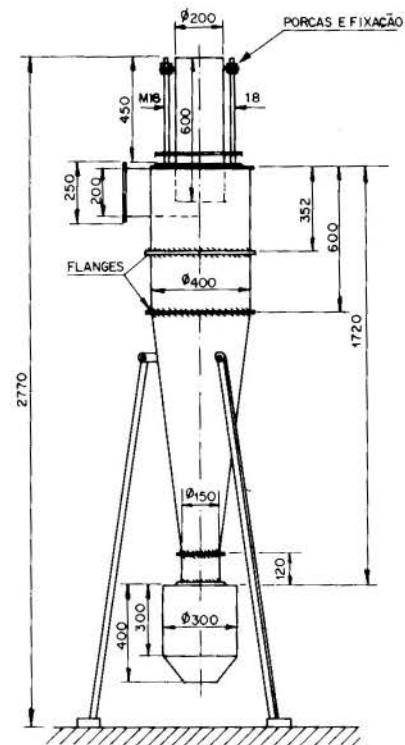


Figura 1 - Esquema do Ciclone de Alta Eficiência do Banco de Ensaio.

### CAMPO DE VELOCIDADES NO INTERIOR DO CICLONE

Para um entendimento mais profundo do processo de separação que ocorre no ciclone, existe a necessidade de se conhecer melhor o escoamento dentro do ciclone, através da identificação dos gradientes de pressão e velocidade, bem como as direções do fluxo.

Na revisão bibliográfica encontrou-se os resultados experimentais de medições do campo de velocidades feitas por Kelsal (Varella, 1983), o qual trabalhou com um hidrociclone cônico; os levantamentos de First et al. (Cheng and Teller, 1971) para ciclones a gás; e as clá-

sicas medições realizadas por Ter Linden (1949). Porém, cada autor trabalhou com um tipo diferente de ciclone, com proporções geométricas distintas, bem como velocidades e pressões diferentes na entrada do ciclone. Entre os resultados dos três, existem diferenças significativas na distribuição do campo. Como o ciclone construído na realização deste trabalho possui configuração diferente dos demais ciclones estudados, o estudo desta distribuição representa uma contribuição nova nesta área.

**MÉTODO DE MEDIDAS E RESULTADOS OBTIDOS**

O sistema projetado para as medições do campo de velocidades no interior do escoamento, foi desenvolvido a partir de uma sonda do tipo Cilindro de Pitot. Esta sonda permite a exploração em regiões difíceis ou impossíveis de serem alcançadas com um tubo de Pitot, com formato em "L". Na sua construção foi considerada a distância da ponta arredondada da sonda até o centro do orifício, igual a duas vezes o diâmetro do tubo, de tal modo que o fator do instrumento ficasse em 0,99 (Ower and Pankhust, 1977) e o diâmetro do orifício à razão de 1/6 do diâmetro do tubo da sonda. Pelo fato da sonda ser muito longa, para permitir medições na região de entrada do eixo geométrico do ciclone, o tubo da sonda teve de ser revestido por outro tubo com 5 mm de diâmetro, a fim de evitar oscilações. Um desenho esquemático da sonda e do seu sistema de posicionamento, com suas respectivas cotas, são apresentadas na Figura 2.

Ower and Pankhust (1977). Dois dos gráficos levantados durante os ensaios são apresentados nas Figuras 3 e 4, onde se identificam as medições realizadas a uma distância de 1 mm da parede até 200 mm, ou seja, no centro do ciclone.

Levantadas as diferenças entre pressão total e a estática, ou seja, a pressão dinâmica em cada ponto, as velocidades foram calculadas pela seguinte equação:

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{\rho_{man}}{\rho_{ar}} \cdot g \cdot \Delta h} \tag{1}$$

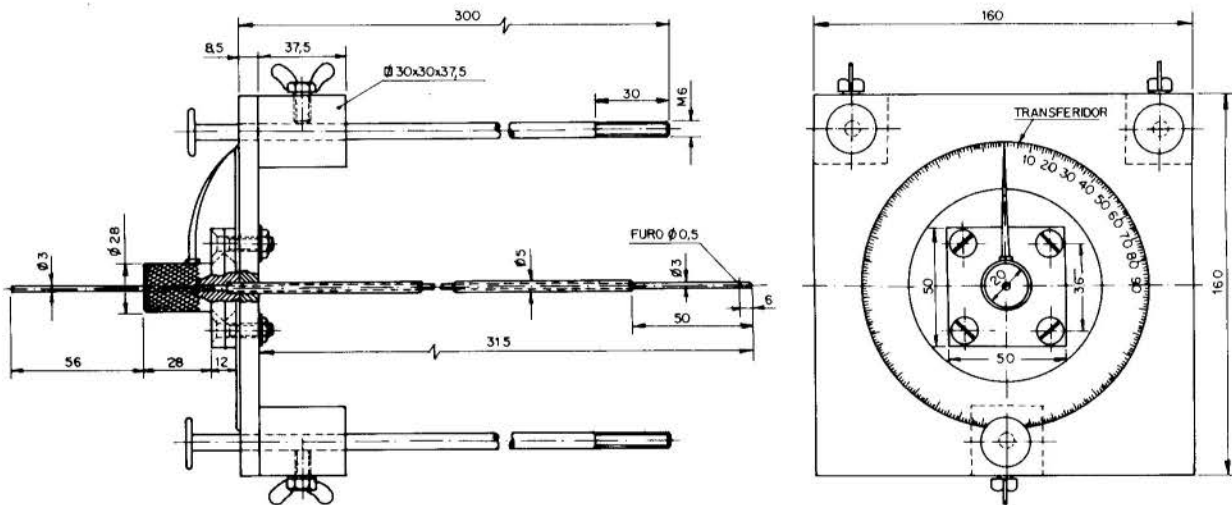
onde:

$$\Delta h = P_{dir}$$

O cálculo das componentes de velocidade, desprezando-se a componente de velocidade radial, foi feito a partir da identificação do ângulo  $\alpha$  e da velocidade local (V) do escoamento. A componente de velocidade tangencial é dada por:

$$U_T = V \cdot \cos(\alpha) \tag{2}$$

e a componente de velocidade axial dada por:



**SONDA CILINDRO DE PITOT**

Figura 2 - Esquema da Sonda Tipo Cilindro de Pitot, construída para as medições.

No processo de medição foi utilizada a mesma técnica de Varella (1982), a qual consiste em fazer medições posicionando-se o orifício da sonda em vários ângulos diferentes, em cada profundidade de introdução da sonda.

Assim, feito o posicionamento da sonda em uma estação de medida, a pressão era tomada em um manômetro de BETZ, com precisão de 0,2 mmCA. A sonda era então girada num intervalo de ângulo de 180°, escalonando-se as tomadas de pressão de 15°, 10° e 5°, na região de pressão máxima e, nos demais casos com 30°. As pressões medidas e seus ângulos correspondentes eram anotados numa Tabela e, a partir destes dados foram plotados as curvas correspondentes a cada ponto de medição. Adotou-se como referencial Zero o plano horizontal, e a partir deste referencial, procurava-se a pressão máxima e o seu ângulo correspondente. Como a pressão máxima corresponde à pressão total, a partir do seu ângulo de inclinação ( $\alpha$ ), tomava-se o valor da pressão estática localizada a um ângulo de 36,4° em ambos os lados da curva, conforme

$$U_A = V \cdot \sin(\alpha) \tag{3}$$

Os resultados destas medições já transformados nas componentes de velocidade, são exemplificados nas Figuras 5 e 6.

Foram realizadas medições em sete estações de medidas, cujos resultados são apresentados na Fig. 7. Nesta figura, para as mesmas condições de operação, são mostradas as velocidades: do escoamento, a componente tangencial e a componente axial.

**COMENTÁRIOS**

O escoamento possui velocidades diferentes ao longo do raio do ciclone. Pelas medições feitas a 1 mm da

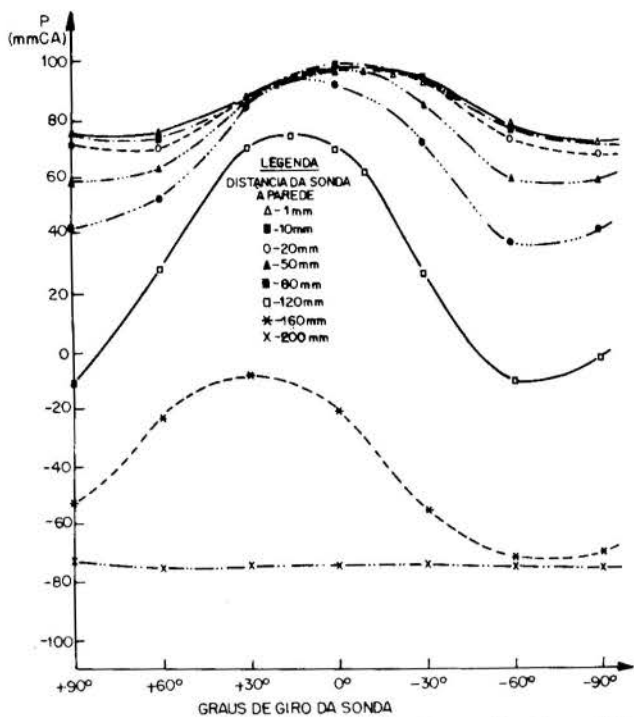


Fig. 3 - Resultados das medições na 3ª estação de medidas. Distância ao topo = 548 mm.

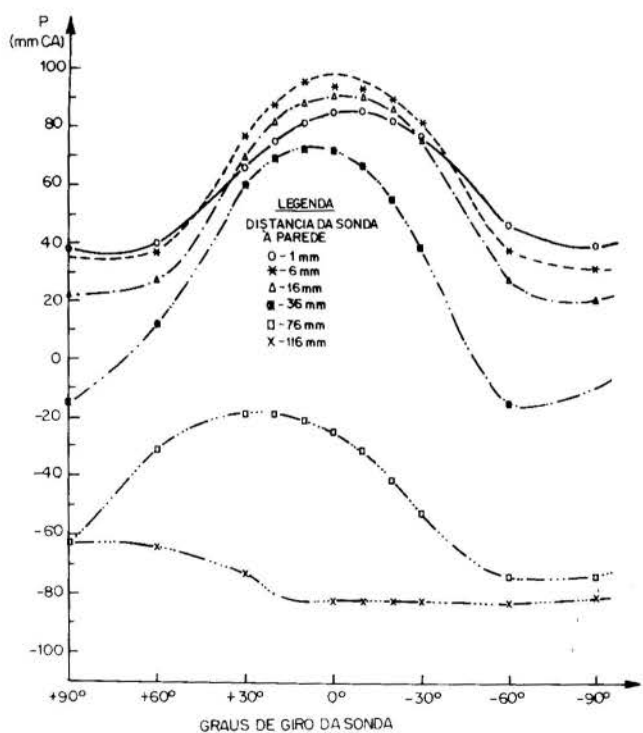


Fig. 4 - Resultados das medições na 6ª estação de medidas. Distância ao topo = 1.320 mm.

parede, nas quais o valor da velocidade já apresentava valores elevados, verificou-se que a camada limite é de pequena espessura, sendo deste modo impossível fazer uma análise desta com este tipo de sonda. Bem próximo à parede, a velocidade escoamento é aproximadamente igual à velocidade de entrada, até na metade da altura do cone. Das medidas realizadas no final do cone, verificou-se uma elevação da velocidade perto da parede. A velocidade de escoamento é crescente até a região central, atingindo o seu valor máximo, num diâmetro próximo de  $(0,77.D_e)$ , vindo a decrescer logo em seguida até zero.

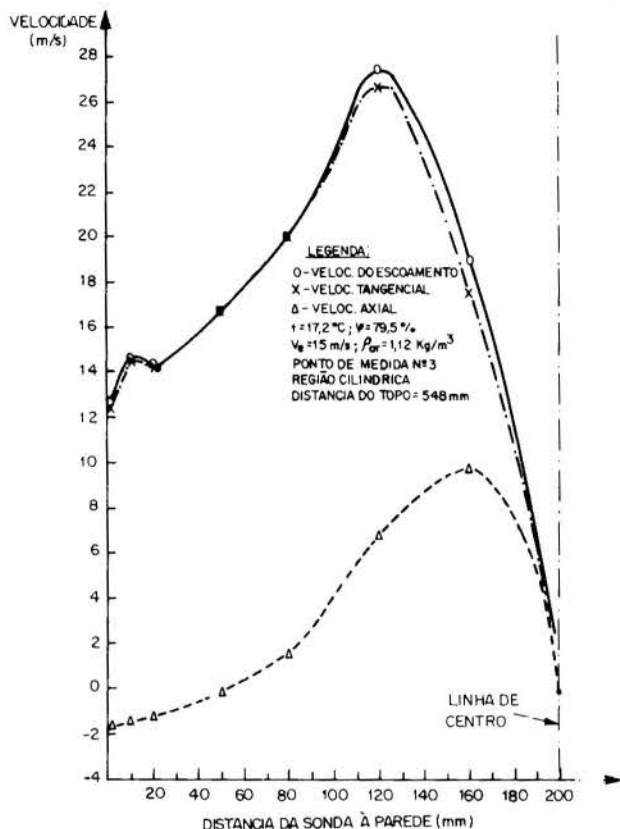


Fig. 5 - Velocidade do escoamento e componentes tangencial e axial para a 3ª estação de medidas.

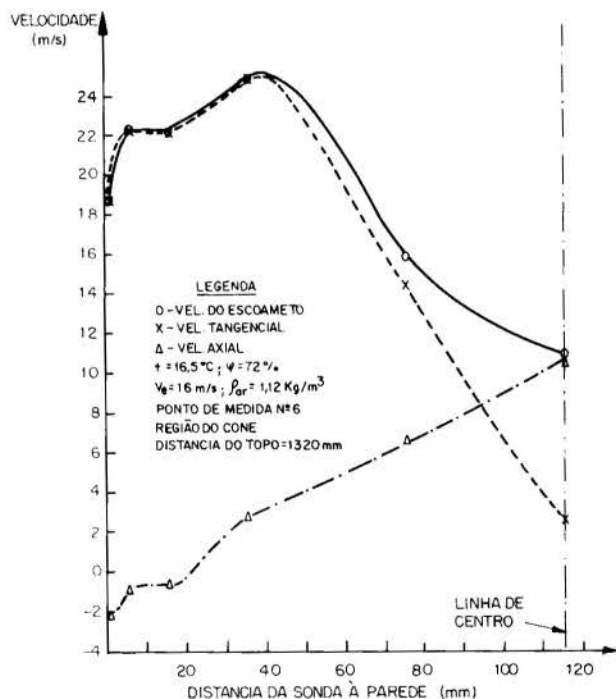


Fig. 6 - Velocidade do escoamento e componentes tangencial e axial para a 6ª estação de medidas.

A componente de velocidade tangencial conforme os resultados obtidos, obedece realmente a uma distribuição de vórtice livre até o valor de  $U_{T,max}$ . Porém, a partir daí, como  $U_T$  decresce, o escoamento passaria a ser regido por outro tipo de vórtice. Do mesmo modo que a velocidade de escoamento, a componente de velocidade tangencial é máxima, num cilindro central de diâmetro também de aproximadamente  $(0,77.D_e)$ . A velocidade tangencial a



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- .Cheng, S. and Teller, A.J., (1971). "Analog Simulation of Particle Trajectories in a Cyclone Separator". Simulation, Vol.17, Nr. 5, November, pp.187-195.
- .Ower, E. and Pankhurst, R.C., (1977) "The Measurement of Air Flow". Pergamon Press, 5th Edition.
- .Stairmand, C.J., (1951). The Design and Performance of Cyclone Separators". Trans. Inst. Chem. Engrs., Vol.29, pp.356-383.
- .Ter Linden, A.J., (1949). "Investigations into cyclone dust collectors". Institution of Mech. Eng. J., Vol.160, pp.233-251.
- .Varella, S., (1981). "A Theoretical and Experimental of Regenerative Blowers". PhD Thesis, University of Southampton.
- .Varella, S., (1983). "Escoamento em ciclones e fatores que influenciam na eficiência". 3º Seminário Interno da EFEI.

## ABSTRACT

This paper presents the results of an experimental work about the measurement of the velocity field, on a cyclone standard of Stairmand of high efficiency, utilizing a probe type Pitot Cylinder. The work purposes identify the gradients of pressure and velocity, and the directions of internal flux in cyclone. In process of measure of flux was made measurement of pressure, with the purpose of identify the total pressure and the static pressure, in order to calculate the tangential and axial velocity of flux along of the imaginary axis of the cyclone, whose conclusive results are presented in paper.

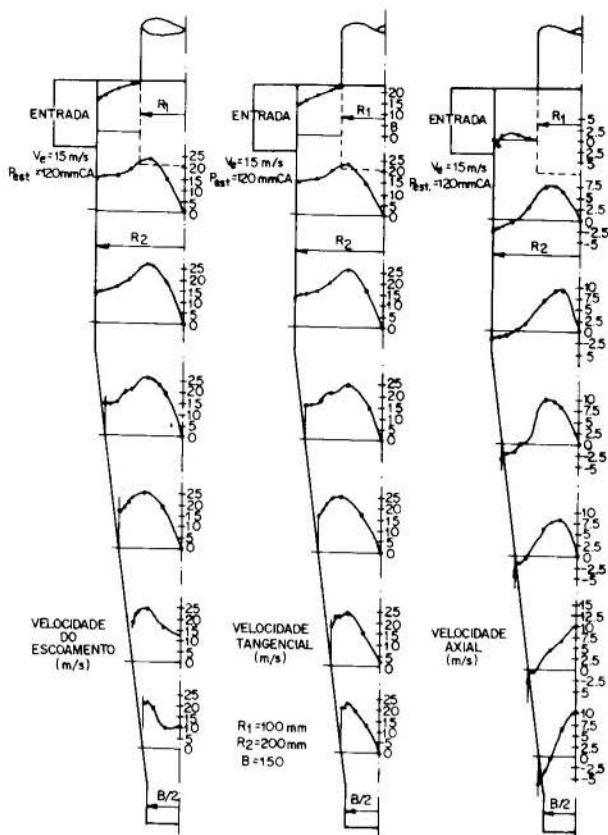


Fig. 7 - Distribuição do campo de velocidades no interior do ciclone, considerando 7 estações de medidas.

partir daí diminui na direção do centro, onde sua velocidade é nula.

Para o levantamento da velocidade axial, convencionou-se que, quando o sentido desta fosse descendente, o sinal da componente é negativo, e quando for ascendente, positivo. Deste modo, pode-se verificar na Figura 7, que a velocidade axial na região de entrada ainda não possui direção definida. No raio médio, a direção ascendente implica na criação de um escoamento na direção da tampa. Neste caso, uma partícula que estivesse nesta região tenderia a subir, e não o contrário. Junto à parede externa do tubo de saída do gás, a velocidade axial é nula.

À exceção da região de entrada, a velocidade axial no sentido descendente é maior próximo à parede, diminuindo sua intensidade até a região de velocidade axial nula e logo a partir desta região, a velocidade axial toma sentido ascendente. Na parte cilíndrica do ciclone, a velocidade axial adquire o sentido ascendente nas proximidades do raio médio, sendo que seus valores máximos ocorrem até na metade superior do cone, entre o Raio  $R_1$  e o Raio  $B/2$ . Devido ao vácuo criado na região central, e estando a saída da fase sólida aberta à atmosfera, existe uma sucção de ar, que mesmo no centro cria uma velocidade axial elevada neste local, conforme Figura 7.

## CONCLUSÕES

Através dos resultados obtidos para o levantamento do campo de velocidades com a utilização deste tipo de sonda, verifica-se que a mesma apresenta excelentes resultados para este tipo de estudo, principalmente em escoamentos em vórtice, ou em outros, cuja medição seja difícil, seja pelo formato dos locais a serem medidos, ou pelo tipo especial de escoamento.

THE STREAMLINE CURVATURE METHOD AND  
 THE USE OF LOSS CORRELATIONS

MÁRCIO JOSÉ DO PRADO SCHMIDT,  
 Centro Técnico Aeroespacial  
 Instituto Tecnológico de Aeronáutica  
 Departamento de Propulsão  
 12228-900 - São José dos Campos - SP

SUMMARY

This paper discuss the application of the "Streamline Curvature Method" on the solution of the flow inside a turbomachine. The problems of convergence of the equations, and the curve fittings of the streamlines are focused. The importance of the use of a suitable loss correlation model for profile losses, and for tip clearance losses, in the applications of the method is discussed. Final comments and conclusions are drawn.

INTRODUCTION

Euler codes are nowadays a very matured ones, and for this reason are being used as a day to day tool for design and analyses of turbomachinery.

Several techniques have been proposed for solving the Euler equations's (Lakshminarayana ,1991). One of these techniques is the " Streamline Curvature Method " (SCM) which gained early popularity due to its ability to hand odd geometric boundary shapes (Japikse, 1976). On the other hand, the utilization of this method does not lead, by itself, to an accurate solution for the flow inside a turbomachine, unless a good set of loss correlations is available. Even so, the problem of the convergence of the numerical calculation must not be overlooked. In this way, the aim of the present paper is to focus the way of taking advantage of the method by means of a carefull choice of the loss correlation model and, also by improving numerical calculation.

THE METHOD

As it is not a new method and, has already been discussed by several investigators (Smith Jr., 1966) (Novak, 1967) (Japikse, 1976), only a brief presentation will be given here.

From the Euler's Equation it may be written:

$$\frac{D\vec{C}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \vec{F} \quad (1)$$

where  $\vec{C}$  is the absolute velocity vector,  $\vec{F}$  the field forces,  $\rho$  is the mass density,  $p$  the static pressure, and  $t$  the time.

On the other hand, the continuity equation for a compressible flow is of the form:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{C}) = 0 \quad (2)$$

Taking now the vectorial and thermodynamic relationship,

$$(\vec{C} \cdot \nabla) \vec{C} = \nabla \left( \frac{C^2}{2} \right) - \vec{C}_x (\nabla_x \vec{C}) \quad (3)$$

and

$$\frac{\nabla p}{\rho} = \nabla h - T \nabla s \quad (4)$$

(where  $h$  is the specific enthalpy,  $T$  the static temperature and,  $s$  the specific entropy) and by the consideration of steady flow and absence of field forces, it comes from (1):

$$\vec{C}_x (\nabla_x \vec{C}) = -\nabla H + T \nabla s \quad (5)$$

where  $H$  is the total specific enthalpy.

This equation may now be worked out and written in terms of a suitable coordinate system. A cylindrical system of coordinates might be chosen, however, a conical system of coordinates would make easier the utilization of eq (5) when a more complex shape has to be dealt with.

In this way, it may be written:

$$\frac{\partial C_m^2}{\partial r} + \lambda(r) C_m^2 = T(r) \quad (6)$$

where:

$$P(r) = 2 \left[ -\frac{\sin \phi}{C_m} \frac{\partial C_m}{\partial m} + \frac{\cos \phi}{r_m} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial r} \right) \right] \quad (7)$$

$$T(r) = 2 \left[ \frac{1}{Q} \frac{\partial HQ}{\partial r} - \frac{C_\theta^2}{R} \frac{\partial RC_\theta^2}{\partial r} - \frac{C_\theta^2}{2} \left( \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial r} \right) \right] \quad (8)$$

$$Q = e^{-\lambda C_p}$$

$C_p$  = constant pressure air specific heat

$r_m$  = radius of curvature.

Figure 1 shows the components  $\vec{C}_\theta$ ,  $\vec{C}_x$  and  $\vec{C}_r$  of vector  $\vec{C}$  and, also the  $\vec{C}$  projection on meridional plane is shown.

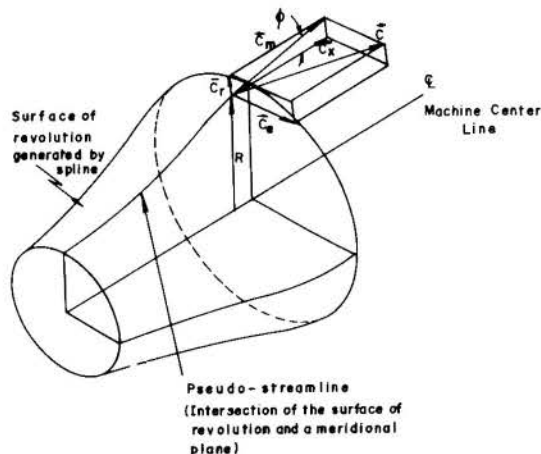


Fig. 1 - Decomposition of the absolute velocity  $\vec{C}$

By the same way eq. (2) may be written :

$$\frac{\sin \phi}{C_m} \frac{\partial C_{x1}}{\partial m} = \frac{\sin \phi [\operatorname{tg} \phi / r_m + (1 + M_{\theta}^2) (\sin(\phi + \lambda)) / R]}{1 - M_m^2} + \frac{(\partial \phi / \partial r) \operatorname{tg} \phi}{1 - M_m^2} \quad (9)$$

$M_{\theta}$  = Mach number in  $\vec{C}_{\theta}$  direction

$M_m$  = Mach number in  $\vec{C}_m$  direction

$\lambda$  = angle between  $\vec{C}_x$  and the machine center line

Equation 9 completes the solution of the problem.

Attention must be drawn for the fact that, if the streamline geometry is known, eq.(6) becomes a first order differential equation which can be numerically integrated if one boundary

condition is given. Indeed, the terms  $(\frac{\sin \phi}{C_m} \frac{\partial C_m}{\partial m})$  and  $\cos \phi / r_m$ , depends on streamline shape. This fact is the basis for the method. In other words, if one makes a first guess for the streamlines shape, eq.(6) may be solved for each machine section and its results may be used to calculate the velocities and thermodynamic properties throughout the machine. These new values may be utilized to recalculate a new shape for the streamlines. The angles and curvatures of these new streamlines may be compared with the previous ones and the differences checked against a suitable tolerance. In this way eq (6) may be solved again for each section and so forth until convergence.

**The Streamline Fitting.** As it could be already realised, the shape of the curve used for performing the streamline fitting, is a question of capital importance for the solution of eq.(6). Several curves have been utilized for this purpose (Japikse, 1976) and, in this way, the Spline, the Parabola and the Quartic have been tested. In this work a modification of the spline is used, it is the "stressed spline" (Ahlberg et al 1967). The advantage of this curve is the possibility of varying the degree of stressing, obtaining in this way different wavelengths for the curve. It is a real advantage, because the number of iterations can be reduced to a minimum. On the other hand, the use of the stressed splines, introduces nearly no complication relatively to the simple spline, because both are solved by means of tri-diagonal matrices, keeping in this way, nearly the same number of operations.

**The Use of Loss Correlations.** From equations (7) and (8) it can be seen the parameter Q. This parameter is defined (Novak, 1967) as:

$$Q = e^{-s/C_p} = \frac{(P_1/P_0)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{T_1/T_0} \quad (10)$$

where  $P_0$  and  $P_1$  are the total pressures at entry and exit respectively and,  $T_0$  and  $T_1$  the total temperature at entry and exit.

In this way, Q is a measure of energy dissipation and may be associated with the pressure losses

Unfortunately, pressure loss evaluation has to be carried out by means of loss correlations. Consequently, the solution of eq. (6) depends on the choice of the loss correlations used. Loss correlations may be divided into two main groups, the profile loss correlations and the endwall loss correlations, being the former a two dimensional loss correlation and the latter a tri-dimensional one. A good review of profile loss correlations may be found in AGARD (1981) and, for endwall loss correlations a good reference is Koch (1976). It should be pointed out that, an important part of the endwall loss is caused by the tip clearance because the complex flow pattern at the blade tip. Several works have been carried out with the aim of, either studying the flow pattern or studying the loss model (Lakshminarayana, 1967), (Peacock, 1983).

#### THE COMPUTER PROGRAMME AND THE TIP LOSSES

A computer programme, based on the presented method, was developed and tested. In this programme, convergence is attained by means of the use of stressed splines and by a careful

choice of the relaxation constants. For the loss calculations are utilized the Monsarrat Correlation, the Smith Correlation, and there is also the possibility of the use of a loss data table. On the other hand there is an allowance for taking into consideration the tip clearance losses. Based on the tip loss distribution presented in Schmidt (1985), the losses near the tip region are taken into consideration by means of

$$\bar{\omega}_t(r) = \bar{\omega}(r) \left[ 1 + \left( \frac{h}{h_t} - 0.85 \right) \frac{K}{0.15} \right] \quad (11)$$

where:

$\bar{\omega}_t(r)$  = tip clearance loss

$\bar{\omega}(r)$  = profile loss

$h$  = distance from the point considered to blade hub.

$h_t$  = blade height

$K$  = coefficient to account for the tip clearance losses

Formula (11) is used by the programme only for Smith Correlation (Koch, 1976) at height greater than or equal  $0.85h_t$ . It is not used for the Monsarrat Correlation, because in this case the losses at tip are already taken into consideration. It was not possible to calculate the coefficient K precisely because, as stated in Schmidt (1987), the value of the tip losses depend, besides tip clearance, of the blade loading at tip, and this relationship was not possible to be obtained from that data. In this way several values of K were checked and the value of  $K = 3.0$  was chosen, because in the final results the loss of efficiency agree well with the results obtained by several investigators (Schmidt, 1987).

In this way, and for the sake of clarity, the figures below reproduced from Schmidt (1987) are showing the loss in efficiency due to clearance, fig. (2), and a typical loss distribution near the tip region, fig.(3). From these figures it is clear that, if the clearance is not too exaggerated (about 1% approximately) and the stage loading is about 0.5 or 0.6 the effect of losses penetrate about 15% of height from tip and, the tip loss is about three times the profile loss at tip. It results in a triangular distribution of the losses near the tip. It was the basis for the choice of the value of  $K=3.0$ .

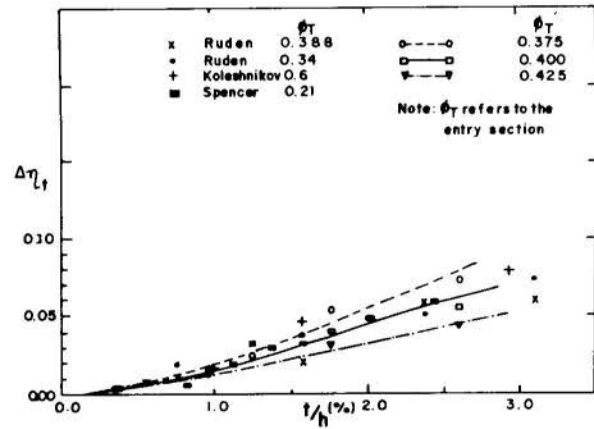


Fig. 2 - Adiabatic efficiency variation with  $t/h\%$  (tip clearance as percentage of blade height) for several  $\phi_T$  (flow coefficient at blade tip)

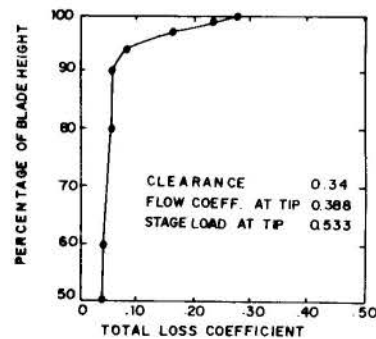


Fig.3 - Total loss coefficient distribution

**The One-Stage Machine Calculation.** To set a practical calculation example, it has been chosen the way of recalculating an existing one-stage machine, from which it was previously known the geometry and performance for various running conditions, including tip clearance variations. This way was chosen, because the programme to be tested is a " design programme " and, for this reason it calculates the machine geometry from the design data. The option of constructing a new machine from a non-tested programme, is not the best way to follow, for obvious reasons.

The machine chosen is the NGTE-C134 one-stage compressor, which is a part of a compressor test rig (Schmidt, 1985). The main features of this machine is shown in table 1.

Table 1 - The C134 Rotor blades geometry (tip radius 254,0 mm; hub radius = 127,0 mm).

Angles in deg	C 4 Circular arc camber line- t/c = 0.12 Blades = 27 (t/c = blade thickness to chord ratio)					
	129.6	158.3	185.4	190.5	216.3	246.4
Radius (mm)	129.6	158.3	185.4	190.5	216.3	246.4
Camber $\theta$	52.4	38.6	29.6	28.6	23.3	17.0
Stagger $\gamma$	9.2	21.6	30.9	31.8	38.3	45.0
Blade entry $\beta'_1$	35.4	40.9	45.7	46.1	49.9	53.5
Blade exit $\beta'_2$	-16.9	2.2	16.1	17.5	26.6	36.5
Solidity $\sigma$	1.61	1.31	1.11	1.09	0.96	0.85

In this way the following design specification has been established:

$\dot{m}$  = mass flow = 5,0 Kg/s (=11 lb/s)

N = speed = 1500 rpm

$\Delta t$  = temperature rise = 0,46 °C

$d_h$  = hub diameter = 254mm

$d_t$  = tip diameter = 508 mm

$\sigma$  = solidity (mid span) = 1.091

entry conditions: T = temperature = 15,0 °C

$p_a$  = pressure = 1,0 bar

blade profile: C 4 series, 12% max thickness

Finally, an approximate annulus geometry has been established.

These data was supplied as input to the programme, which gave as output the machine performance and flow geometry at design conditions. Also, the machine blade geometry has been established as output. As the space available in this paper is somewhat limited, only the important points will be presented here. In this way the resulting blade geometry is presented in table 2. These results were obtained when the program was utilizing the Smith Correlation for calculating the losses, a tip clearance of  $\delta = 0,35\%$ , an axial division of 10 cross sections and a radial division of 17 points. The resulting net was a 10x17 points.

Table 2 - Compressor geometry (from programme output)

Angles in deg	C 4 Circular arc camber line- t/c = 0.12 - 27 Blades (t/c = blade thickness to chord ratio)					
	127.0	158.75	182.56	190.5	214.31	246.06
Radius (mm)	127.0	158.75	182.56	190.5	214.31	246.06
Camber $\theta$	50.2	38.3	31.2	29.2	23.3	17.4
Stagger $\gamma$	8.1	22.1	30.6	33.0	39.8	47.2
Blade entry $\beta'_1$	33.2	41.2	46.2	47.6	51.5	55.9
Blade exit $\beta'_2$	-17.0	2.9	15.0	18.5	28.1	38.5
Solidity $\sigma$	1.64	1.31	1.14	1.09	0.97	0.84

The results obtained are shown in Table 3, together the results of the other correlations including the Smith Correlation with a zero tip clearance, and test rig results. In this way, the results of the correlation used are compared with the test rig data.

The comments about the results including zero tip clearance is left to the next paragraph.

Comparing the results of the Smith Correlation and taking into consideration the small difference between the flow coefficients and stage loadings, it is easily observed that the results are coherent. It is important to realise that, in the test rig the lower flow coefficient is compatible with the pressure ratio and stage loading. On the other hand the difference between the adiabatic efficiency is a reasonable one (about 3.3 %).

As the magnitude of pressure ratio and efficiency are closely dependent of the loss correlation model used, it is worthwhile to try another models. In this way, the programme is run again, but at this turn, using the Monsarrat correlation (see table 3).

In spite the total pressure ratio obtained is closer to 1.0057, the results are not encouraging because the calculated efficiency is too high. This kind of result could be expected, at some extent, because Monsarrat correlation was studied for high speed compressors. Also, as this correlation takes into consideration the effects of tip clearance (AGARD, 1981), at least partly, it is not possible to add its effect separately as in the previous example. On the other hand, the resulted geometry is approximately the same as for the Smith correlation, and for this reason it is not presented here.

Finally, it is important to utilize data directly from the test rig results.

In this way, the loss values distribution measured in the test rig are used as input to the programme.

By observing the results (table 3), it is noted that a reduction in efficiency and total pressure ratio takes place, when the data obtained directly from the test rig was introduced as input to the programme. It is important to realise that the loss distribution obtained from the test rig, was for  $\phi = 0.774$  and  $\psi = 0.584$ , which is different from the values used in the programme  $\phi = 0.912$ ;  $\psi = 0.516$ .

#### THE COMPARISON OF THE VARIOUS RESULTS

By comparing all the results it is evident that, the correct choice of the loss correlation plays an important role on the efficiency and pressure ratio results, but it exerts only secondary importance on the blades geometry, which depends mainly of the correlation used for the deviation and incidence angles calculation. As these correlations were kept the same for all the cases studied, the machine geometry obtained is approximately the same for all cases, unless small differences caused by the modification of the flow geometry (which is expected). On the other hand, small differences between the calculated and existing machines, may be caused, mainly, by the use of different deviation and incidence angles calculation. Also, the existing machine was probably designed by means of an other design method (for example, the simple radial equilibrium equation). Nevertheless, the geometry obtained is quite close of that of the existing machine, and it would be reasonable to compare the results of the calculation with those of the experiments. Unfortunately, the experimental data is not exactly for the design conditions (5.0 kg/s or 11.0 lb/s), and in this way it should be taken into consideration for the results analyses. In other words, it means that if the actual running conditions ( $\dot{m} = 4.2$  kg/s ; N 1500 rpm;  $\Delta t = 0,52$  °C) were supplied as input to the programme, it would be obtained the values 0.89 for the efficiency and 1.0056 for the pressure ratio which are quite close to the experimental results as shown for the NGTE - C134 in table 3. Resuming, it can be said that, a machine has been redesigned and calculation results are compared with test data.

Table 3 - Comparison of performance results  $p_a = 1.0$  bar;  $T_a = 15^\circ\text{C}$ ; (\*) Smith correlation plus tip clearance losses.

	Total press. ratio	Adiabatic eff.	Flow Coeff.	Stog Load.
Smith Cor. *	1.0052	0.93	0.912	0.516
Smith Cor.	1.0053	0.94	0.912	0.516
Monsarrat Corr.	1.0055	0.98	0.912	0.516
Experimental data	1.0048	0.86	0.912	0.516
NGTE-C134	1.0057	0.90	0.774	0.584



The Smith Correlation and the tip clearance Losses. When comparing the results the first thing which hit on the eyes is that, the use of the Smith correlation plus tip clearance loss calculation, have produced the best results when compared with the experimental data. If, on the other hand, it is taken into consideration the use of the Smith correlation with no tip clearance loss calculation, the difference is about 1%. Comparing now with results obtained from test rig data (fig.2), it points a difference of about 0.6% for a tip clearance of order of 0.35% (obtained by interpolation). In this way the utilization of the tip clearance loss for a clearance of about 0.35%, in spite the difference of 0.4% it has been produced a reduction in the error relative to test data. The tip clearance loss calculation has been taken into consideration by means of a nearly triangular distribution of the losses close to the tip region, as shown in fig 3. It has been done in this way because, as shown in Schmidt (1987), the loss correlation available in the open literature, gives us only global results, instead of loss distributions.

The Monsarrat Correlation. As Monsarrat Correlation was developed for high speed machines, it is expected that it should not give us good results for a low speed machine. Also, the use of a loss correlation model would not be recommendable because this correlation already takes the tip effects into consideration (in spite the magnitudes pointed for the tip losses are only a modest ones when compared with a real machine). For these reasons, the results produced are too optimistic ones (efficiency  $\eta_t = 0.98$ ).

The experimental data. These are the only case which calculated results are smaller than the measured ones. It is a paradox, at a first glance, because these experimental data were obtained from the existing machine, which pointed an efficiency of 0.90 while the calculation pointed only 0.86 for the efficiency. However, it is worth of mention the fact that, for the existing machine the running conditions were not the design condition. It was indeed, closer to the surge line than the calculated machine, which agree with the fact that the efficiency in this case is higher. The fact that the same losses does not correspond to the same efficiency, should not be taken as a matter of preoccupation because the losses are not defined on the basis of energy, as the efficiency does. Indeed, the loss is defined as the ratio of the difference in total pressures (before and after the rotor) to the dynamic pressure at rotor entry, while the efficiency is the ratio of the isentropic to the actual work of compression for a defined pressure ratio. In this way, the same loss distribution corresponds to an efficiency of 0.86, for the design conditions, and an efficiency 0.89 for the actual running conditions. This fact has already pointed out in Koch (1976).

#### FINAL COMMENTS

The streamline curvature method, in spite of being a method developed for a multistage machine, has demonstrated its applicability even for a one stage, low pressure machine. The importance of this fact is that, for a low pressure machine the numerical calculation usually leads to a false conclusion about the machine performance when a compressible fluid theory is used. It is because its small pressure variation, which associated with numerical errors, can produce an wrong picture of the performance parameters. It really happened in the early stages of the utilization of the method, which shown false results caused by the scattering of the results. The problems were overcome by the utilization of the double precision variables, and the utilization of a narrower tolerance band for the iteration process, which at its turn became possible only by the use of the stressed splines (otherwise it does not converge). On the other hand, consistent results were reached only when a reliable loss correlation was used. As a final comment it can be said that it is necessary more work in the way of producing better loss correlations, mainly for the evaluation of the tip loss distribution.

#### REFERENCES

- . AGARD - PEP - Working Group 12 - "Survey on Diffusion Factors and Profile Losses" - Ch. 2 2.1, AGARD - AR - 175, Oct. 1981.
- . Ahlberg et al. . "The Theory of Splines and Their Applications", Academic Press, New York and London, 1967.

- . Japikse, D., "Review - Progress in Numerical Turbomachinery Analysis", Journal of Fluids Engineering, pp. 592-606, Dec. 1976.
- . Koch, C.C. and Smith Jr., L.M., "Loss Sources and magnitudes in Axial-Flow Compressors", Journal of Engineering for Power, pp. 411-424, July 1976.
- . Lakshminarayana, B. "Methods of Predicting the Tip Clearance Effects in Axial Flow Turbomachinery", Journal of Basic Engineering, pp. 467-482, September 1970.
- . Lakshminarayana, B., "An Assessment of Computational Fluid Dynamic Techniques in the Analysis and Design of Turbomachinery - The 1990 Freeman Scholar Lecture", Journal of Fluids Engineering, Vol. 133, pp. 315-352, September 1991.
- . Novak, R. A., "Streamline Curvature Computing Procedures for Fluid-Flow Problems", Journal of Engineering for Power, pp. 478-490, October 1967.
- . Peacock, R.F., "A Review of Turbomachinery Tip Gap Effects-Part 2: Rotating Machinery", Int. Journal Heat & Fluid Flow, Vol. 4, n° 1, pp. 3-16, March 1983.
- . Schmidt, M.J.P., "Blade Tip Clearance Effects on an Axial Flow Compressor Rotor", Ph.D. Thesis, Cranfield Institute of Technology, Cranfield, Beds., England, 1985.
- . Schmidt, M.J.P. et al., "Tip Clearance Flows-Part II Study of Various Models and Comparison with Test Results". Eighth International Symposium On Air Breathing Engines, pp. 298-306, Cincinnati, Ohio, USA, 1987.
- . Smith Jr., L.H., "The Radial-Equilibrium Equation of Turbomachinery", Journal of Engineering for Power, pp. 1-12, January 1966.

## ESTUDO EXPERIMENTAL DA PRÉ-ROTAÇÃO EM TURBINAS DE MEDIÇÃO

FERREIRA, V.C.S., DEMEC - UFRGS  
Sarmiento Leite, 425 - Porto Alegre, RS,  
CEP 90050 - 170 - Fax (051)2260321

### RESUMO

*A pré-rotação numa turbina de medição foi investigada medindo-se o escoamento na entrada da turbina com um laser velocímetro. Os valores da pré-rotação podem ser uma indicação consistente para a avaliação dos torques resistivos e uma correlação com a parte linear da curva de calibração poderá ser obtida. O objetivo final deste estudo é obter um maior conhecimento do escoamento numa turbina de medição para melhor projetá-la e aprimorar o seu desempenho.*

### INTRODUÇÃO

A pré-rotação é uma característica inerente às máquinas de fluxo. As causas de sua existência ainda não são totalmente conhecidas e os modelos físicos disponíveis utilizados para explicar o seu comportamento, não completamente caracterizados. A operação de uma máquina fora das condições de projeto tem sido apontada como o principal motivo para a existência da pré-rotação. A interação da viscosidade do fluido com os bordos de ataque das pás, também tem sido considerada responsável pela pré-rotação explicando sua existência mesmo quando a máquina opera no ponto de projeto.

A premissa de existência de um fluxo axial uniforme na entrada da máquina permite projetar corretamente seus ângulos de pá de tal sorte a satisfazer plenamente o **ponto de projeto**. Em outras condições de operação, no entanto, os ângulos serão incorretos provocando a existência da pré-rotação.

A pré-rotação pode ser positiva ou negativa. Positiva, se a componente circunferencial da velocidade do fluido tem o mesmo sentido da rotação da máquina, normalmente ocorrendo quando a máquina opera aquém do ponto de projeto e negativa se contrária. Uma turbina de medição não tem um ponto de projeto definido mas sim uma faixa de utilização. A faixa de utilização de uma turbina de medição é definida como região linear da curva característica (rotação x vazão).

A pré-rotação é vista como responsável pelo decréscimo de eficiência de uma máquina. Em algumas situações, no entanto, pode ter um efeito benéfico. Isto ocorre quando a máquina opera próximo à condição de cavitação ou à de choque de pressão em escoamentos compressíveis além da condição crítica. Nestas duas situações a existência da pré-rotação positiva pode reduzir a possibilidade de cavitação ou choques.

Para uma turbina de medição não se tem ainda um completo conhecimento do efeito da pré-rotação no seu desempenho. O presente trabalho investiga, experimentalmente, a pré-rotação em um rotor de uma turbina de medição com pás retas e bordos de ataque chanfrados (sem arredondamento). As medições foram feitas com um laser doppler velocímetro (LDV) e a determinação da coordenada circunferencial feita utilizando-se um dispositivo

sincronizador que identifica a posição da pá em relação ao ponto de medida.

### EQUIPAMENTO

A medição da velocidade em pontos na entrada do rotor de uma turbina de medição foi feita com o auxílio de um LDV de fabricação DANTEC, modelo Flow Velocity Analyser (FVA), série 60X. Este equipamento permite a medição simultânea de duas componentes de velocidades (axial e circunferencial) utilizando uma fonte de laser estável (Spectra Physics - 4 W, ions argônio). Através de um separador de comprimentos de onda é possível individualizar os dois comprimentos característicos: verde (514,5 nm) e o azul (488 nm) empregados para as duas componentes, a axial e a circunferencial, respectivamente.

O equipamento é formado ainda por um sistema óptico de emissão e recepção do efeito doppler com cabos de fibra óptica, duas fotomultiplicadoras, um processador de sinal que usa técnicas de correlação (FVA) e um micro-computador para o pós-processamento. Como equipamento de apoio e monitoração são empregados um osciloscópio (400 MHz), um frequencímetro e o sincronizador de posição.

A posição da pá no exato momento em que o efeito doppler acontece é um dado importante no estudo do escoamento no interior de turbomáquinas. Esta informação permite traçar perfis circunferenciais de velocidades e determinar a influência da presença da pá. O sincronizador, desenvolvido para fornecer esta informação, produz um pulso elétrico (RESET) a cada passagem de uma pá. O processador de sinal (FVA) é informado deste pulso e relaciona-o com a posição da pá no exato momento em que ocorre um efeito DOPPLER. No presente caso o sincronizador está baseado na posição do captador magnético da turbina empregado para a medição da sua rotação. Informações adicionais sobre sincronizadores podem ser encontradas em Goulas (1987), Ferreira (1988) e em Ptacnik (1993).

A seção de medição onde foi instalada a turbina é a própria seção de teste da bancada de calibração de medidores de fluxo (água) descrita anteriormente (Ferreira, 1993). Esta instalação mostrou-se muito prática porque permitiu uma constante aferição do fluxo de fluido em circulação pela turbina de medição.

## PROCEDIMENTOS DE MEDIDA

As medidas de velocidades foram realizadas na região de entrada de um protótipo experimental. Os dados técnicos e características de desempenho deste protótipo foram apresentados por Ferreira (1993). A região de entrada em análise compreende uma distância desde um milímetro do bordo de ataque da pá da turbina até 6 milímetros. Três seções de medidas foram escolhidas nesta região: a 1 mm, 3 mm e a 5 mm da pá. Para cada seção foram tomados 7 pontos na direção radial, com coordenadas variando desde  $r = 12,5$  mm até 18,5 mm da origem. A Fig. 1 apresenta esquematicamente os pontos de medidas no protótipo.

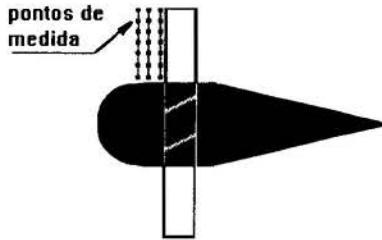


Fig. 1 - Seções de medidas

Foram escolhidas cinco rotações nominais da turbina: 20 Hz, 25 Hz, 30 Hz, 35 Hz e 40 Hz para serem analisadas no presente trabalho. Todos os cinco pontos estão dentro da faixa linear de operação (coeficiente de calibração) da turbina e correspondem as vazões de 1,71 l/s, 2,13 l/s, 2,56 l/s, 2,99 l/s e 3,42 l/s, respectivamente.

## RESULTADOS

Os resultados do presente trabalho são apresentados na forma de diagramas de velocidades (perfis radiais e circunferenciais das componentes da velocidade). As Figs. 2, 3 e 4 registram perfis radiais da componente axial para os pontos próximos ao bordo de ataque das pás ( $t = 1$  mm), para três rotações analisadas.

As figuras seguintes (Figs. 5 e 6) apresentam os perfis radiais para a componente circunferencial na mesma posição em relação ao bordo de ataque das pás.

Seguem as Figs. 7 e 8 onde os perfis circunferenciais para as duas componentes são registrados na rotação de 30Hz.

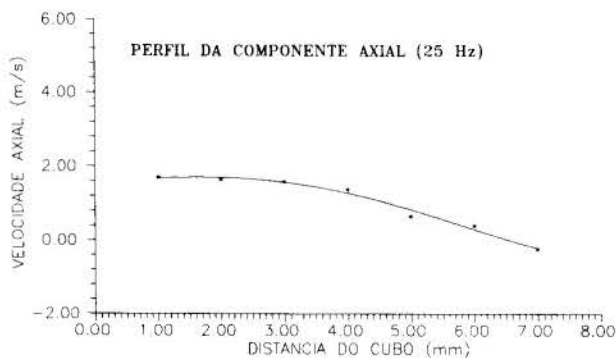


Fig. 2 - Perfil radial da componente axial (25 Hz)

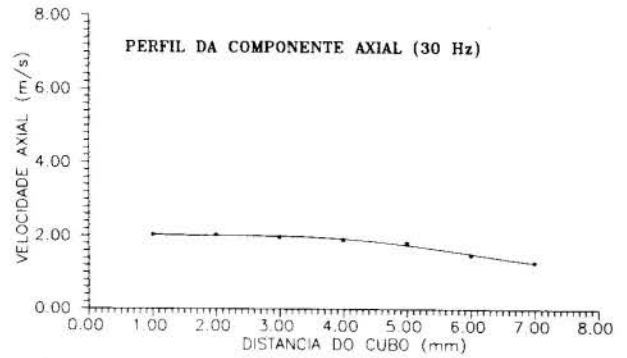


Fig. 3 - Perfil radial da componente axial (30 Hz)

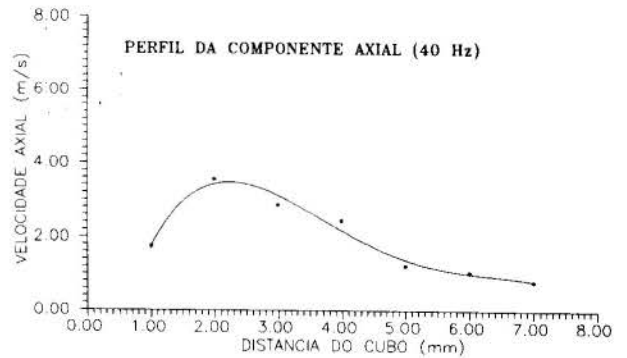


Fig. 4 - Perfil radial da componente axial (40 Hz)

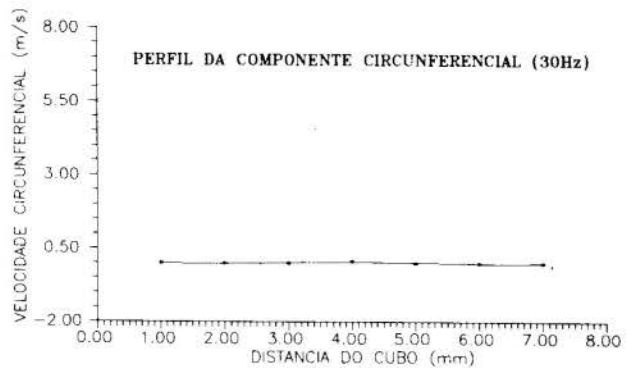


Fig. 5 - Perfil radial da componente circunferencial (30Hz)

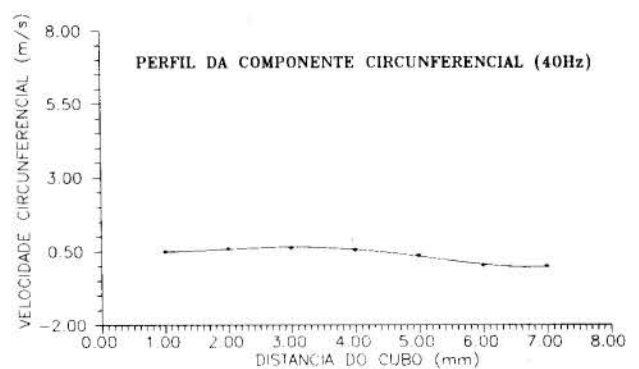


Fig. 6 - Perfil radial da componente circunferencial (40 Hz)

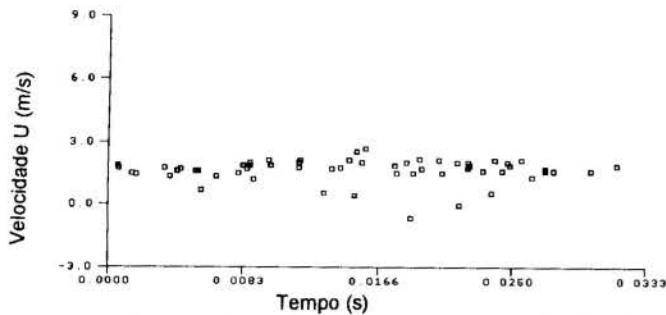


Fig. 7 - Perfil circunferencial da componente axial (30 Hz)

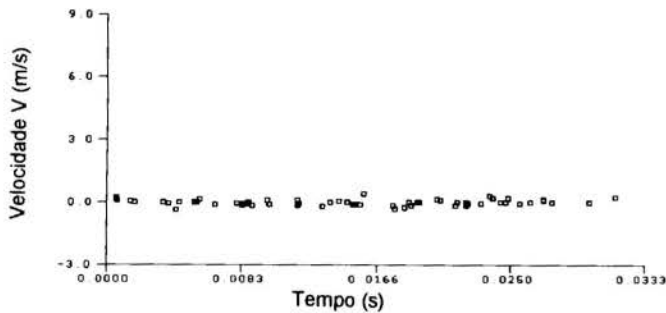


Fig. 8 - Perfil circunferencial da componente circunferencial (30 Hz)

Nas figuras acima (Fig. 7 e 8), a abscissa representa exatamente o canal de passagem entre pás do rotor. Está caracterizado em segundos pois representa o espaço de tempo que cada pá leva para passar pelo volume de medida, ponto de cruzamento dos feixes de laser. Para 30 Hz este tempo é de 0,0333 segundos ou em graus o equivalente a  $45^\circ$  já que o rotor tem oito pás. Devido a geometria simétrica do rotor os valores de velocidades obtidos em cada uma das passagens são superpostos.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos mostraram-se consistentes e apresentam muito boa precisão (repetibilidade). Uma análise preliminar mostrou ser a incerteza da ordem de  $\pm 5\%$  com nível de confiança de 95%. Uma análise de incerteza mais detalhada está em andamento.

O perfil de velocidade da componente axial aumentou proporcionalmente com o aumento da rotação da turbina o que era plenamente esperado. Para a componente circunferencial, no entanto, o aumento não foi proporcional. Até a rotação de 35 Hz os valores da componente circunferencial foram praticamente iguais, próximo a zero, com leve tendência para valores positivos. Os valores registrados nestas rotações, na verdade, são da ordem de grandeza da incerteza das medidas. Desta forma pouco se pode afirmar em termos de valores absolutos. Para as rotações acima de 35 Hz a componente circunferencial assume valores pouco maiores como podem ser vistos na Fig. 6.

Para as faixas de rotação em análise não foi detetada significativa influência da presença das pás no escoamento se aproximando do rotor. A presença da pá no entanto, pode ser percebida em pontos no interior do rotor (1 mm além do bordo de ataque) como mostra a Fig. 9.

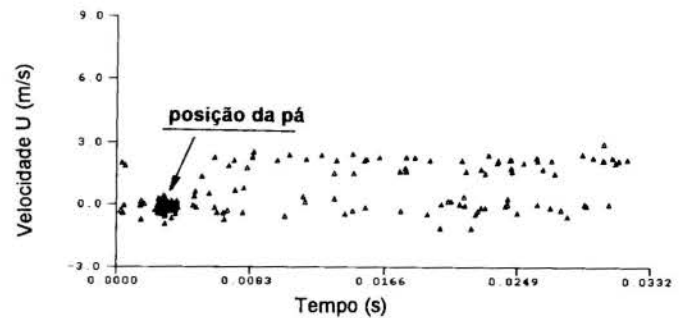


Fig. 9 - Perfil circunferencial da velocidade axial (1 mm dentro do rotor, região entre pás)

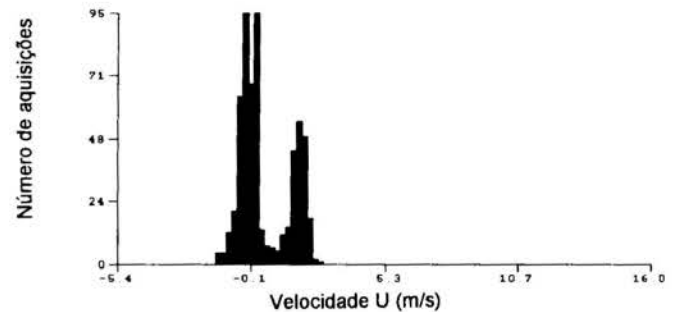


Fig. 10 - Histograma da Velocidade Axial ( $r = 18,5$  mm)

Situação ainda sob investigação é a apresentada nos histogramas de velocidade axial próximos à ponta da pá do rotor (Fig. 10). Em todas as situações de análise foi verificada a existência de dois "picos de velocidade" bem definidos. Estes picos foram detetáveis tanto na região de entrada como no interior do rotor.

## CONCLUSÃO

A pré-rotação, tema principal desta análise, foi avaliada com a verificação dos triângulos de velocidade na entrada. No presente trabalho pode-se dividir o estudo em duas situações: baixas vazões (até 35 Hz) e altas vazões (acima de 35 Hz).

- Para o primeiro caso, os triângulos de velocidade são muito próximos do triângulo retângulo onde a velocidade absoluta é considerada axial. Desta forma não se considera existência de pré-rotação. Os ângulos de incidência sobre a pá diminuem à medida que o ponto em análise se aproxima da ponta da pá. A variação ficou entre  $8^\circ$ , próximo à raiz da pá e  $2,5^\circ$  na ponta.

- Para a situação acima de 35 Hz os triângulos de velocidade são variados dependendo da posição radial. Variam, desde o tipo obtuso, na raiz, até o agudo no topo. A componente circunferencial se altera significativamente e com ela o valor dos ângulos de incidência. A pré-rotação é positiva com maiores valores próximo à raiz da pá. A variação dos ângulos de incidência foi bem maior do que no caso anterior. A faixa de variação, para o caso analisado de 40Hz, foi desde  $22^\circ$ , na raiz da pá até  $-7,29^\circ$ , na ponta.

- A presença de ângulos de incidência negativos nas pontas das pás em altas vazões identifica uma atuação dupla do rotor. Parte da pá opera como turbina e parte como bomba proporcionando um escoamento altamente perturbado. Esta característica de duplicidade deve ser a



explicação plausível para a forma dos histogramas de velocidade (axial e circunferencial). Encontrou-se, nas medições em altas vazões, histogramas amplos com um grande desvio padrão em relação aos valores da média.

**Conclusão final.** A inexistência da pré-rotação nas turbinas de medição em baixas vazões é devida à própria característica de desempenho delas. Como elas não tem um ponto de operação e respondem ao aumento de vazão com o aumento de rotação, os triângulos de velocidade se "adaptam" a cada rotação de tal sorte a produzirem pequenos ângulos de incidência suficientes para equilibrarem o torque resistivo naquela situação. Nas altas vazões, porém, a adaptação só é possível com o surgimento de uma pré-rotação. Isto é justificado pois os torques resistivos em altas rotações (torque hidrodinâmico no cubo do rotor, nas faces das pás, nas pontas do rotor e o torque resistivo nos mancais de rolamento), com exceção ao torque do arrasto magnético, que é constante, aumentam de forma não linear com a rotação (Tsukamoto e Hutton, 1985). Assim o aumento do ângulo de incidência decorrente do aparecimento da pré-rotação é uma necessidade para que o torque motor (driving torque) equilibre o somatório dos torques resistivos e mantenha a turbina na sua região linear.

O trabalho ainda não está concluído. O próximo passo será verificar as condições do escoamento em mais altas vazões onde a constante de calibração da turbina deixa de ser linear.

## **REFERÊNCIAS**

. FERREIRA, V.C.S., - Flow Patterns inside a Turbine Type Flowmeters, PhD Thesis, Cranfield Institute of Technology, Cranfield, UK, 1988.

. FERREIRA, V.C.S. e SANTOS, J.C.A. - "Influência da Temperatura na Calibração de uma Turbina de Medição", Anais do XII COBEM, Vol II, pp 929-932, Brasília, DF, 1993.

. GOULAS, A. and VERSTEEG, H.K. - A Guide and Operating Instructions to Argon-ion LDA System, Internal Report 87/HKV/IR/12, DFEI, Cranfield Institute of Technology, Cranfield, UK, 1987.

. PTACNIK, M., LAMKA, J. and FORT, I. - Velocity Vector LDA Measurement inside a Pitched Blade Impeller, Dantec Information, No 12, Skovlunde, Denmark, 1993.

. TSUKAMOTO, H. and HUTTON, S. P., Theoretical Prediction of Meter Factor for Helical Turbine Flowmeter - Fluid Control and Measurement - Meiji University - Tokyo, 1985.

## **ABSTRACT**

The prerotation (prewhirl) of a turbine flowmeter is investigated by measuring the inlet flow with laser doppler velocimeter. The values of the prewhirl may give some light about the resistance torque and the linear part of the calibration curve. The aim of this study is to improve the performance and the design of turbine meters.

## GRAFOS DE LIGAÇÃO PARA MÁQUINAS TÉRMICAS BÁSICAS

João José de Assis Rangel  
Escola Técnica Federal de Campos - ETFC/RJ  
Mauro Speranza Neto e Francesco Scofano Neto  
Dpto. de Engenharia Mecânica e de Materiais - IME/RJ

### RESUMO

O presente artigo estabelece uma metodologia para a modelagem de Máquinas Térmicas através dos Grafos de Ligação ("Bond Graphs"), visando aplicar esta técnica em problemas da Termodinâmica. O procedimento é ilustrado no desenvolvimento do modelo dinâmico de um ciclo padrão de Turbina a Gás.

### INTRODUÇÃO

Há alguns anos pesquisadores das mais diversas áreas estudam a modelagem de sistemas multidisciplinares, visando a resolver os problemas inerentes a este tipo de sistema, onde as interações entre os vários componentes definem seu comportamento dinâmico.

Dentre os procedimentos de modelagem conhecidos, a técnica dos Grafos de Ligação (Karnopp et al., 1990 e Speranza Neto et al., 1992) se destaca por conter uma representação gráfica e uma formulação matemática capazes de representar e equacionar diversos tipos de modelos físicos, tais como os elétricos, mecânicos, termodinâmicos, entre outros. Com isso pode-se conectar facilmente subsistemas de natureza física distinta, desenvolver o modelo de sistemas complexos e analisá-los usando uma mesma formulação, independentemente do domínio que se esteja trabalhando.

Esta técnica, por ser relativamente recente, não se encontra completamente formulada no que tange as aplicações em termodinâmica, abordando-a de maneira limitada. É de extrema importância para o estudo da dinâmica de sistemas termodinâmicos poder representar claramente os fenômenos típicos desta área através dos Grafos de Ligação. Deste modo pode-se analisar um sistema completo, como por exemplo um Turbo Gerador, composto de vários subsistemas, através de uma única formulação, visando ao seu projeto e controle.

Este trabalho estabelece uma metodologia para o tratamento de Máquinas Térmicas através da técnica dos Grafos de Ligação, aplicando-a na modelagem de um sistema de Turbina a Gás, envolvendo os efeitos de pressão, temperatura e vazão mássica no compressor, na tubulação, no queimador e na própria turbina, além dos efeitos de inércia e dissipação dos componentes mecânicos.

Inicialmente cria-se um Grafo de Ligação genérico, chamado de Unidade Funcional Básica ( UFB ), para representar um volume de controle, onde as leis básicas da termodinâmica são válidas. Em seguida, com base nas várias hipóteses comumente adotadas

para modelagem de máquinas térmicas gera-se um grafo para cada equipamento, pela simplificação da UFB. A conexão dos vários grafos leva ao Grafo de Ligação do sistema Turbina a Gás.

Finalmente o modelo dinâmico do sistema Turbina a Gás é obtido a partir do procedimento de equacionamento da técnica, e representado na forma de equações de estado.

### REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS TERMODINÂMICOS EM GRAFOS DE LIGAÇÃO

Com o objetivo de representar a potência que flui em sistemas termodinâmicos, será empregada a primeira lei da termodinâmica, na forma da Equação (1),

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \dot{Q}_{vc} + \sum \dot{m}_h h_1 - \sum \dot{m}_h h_2 - \dot{W}_{vc} \quad (1)$$

que para um gás perfeito pode ser simplificada como mostrado na Equação (2),

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \dot{Q}_{vc} + \sum \dot{m}_1 C_p T_1 - \sum \dot{m}_2 C_p T_2 + \dot{W}_{vc} \quad (2)$$

onde

$\frac{dE_{vc}}{dt}$ : Taxa de variação da energia no volume de controle [KJ.s<sup>-1</sup>]

$\dot{Q}_{vc}$ : Fonte ou sumidoro de potência térmica [KJ.s<sup>-1</sup>]

$\dot{m}$ : Fonte de massa [Kg.s<sup>-1</sup>]

$h$ : Entalpia específica [KJ.Kg<sup>-1</sup>]

$\dot{m}h$ : Potência trocada com o fluido trabalho [KJ.s<sup>-1</sup>]

$\dot{W}_{vc}$ : Fonte ou sumidoro de potência mecânica, elétrica, química, etc. [KJ.s<sup>-1</sup>]

$C_p$ : Calor específico a pressão constante [KJ.Kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

$T$ : Temperatura termodinâmica [K]

Adotando um Pseudo-Grafo de Ligação (Karnopp et al., 1990 e Papadakis e Krikelis,

1986), onde as variáveis da ligação P (pressão) e T (temperatura) são variáveis de esforço e m (vazão em massa) é variável de fluxo, como mostrado na Figura 1, pode-se representar um volume de controle, como na Figura 2, onde as Equações (1) e (2) são válidas, e

- P : pressão
- T : temperatura
- $\dot{Q}$  : fluxo de calor
- $\dot{m}_c$  : fluxo de massa complementar
- M : torque
- $\omega$  : velocidade angular
- m : fluxo de massa

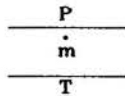


Figura 1. Pseudo-Grafo de Ligação.

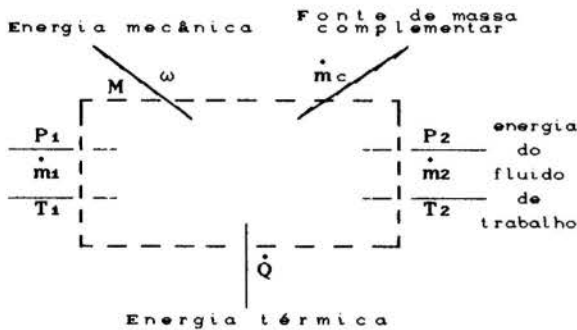


Figura 2. Volume de Controle.

É importante notar que o produto das variáveis da ligação do grafo da Figura 1 não é potência, por isto chamado de Pseudo-Grafo de Ligação, mas sendo interpretado como uma combinação de dois Grafos de Ligação, onde pode-se aplicar o procedimento de equacionamento desenvolvido para esta técnica sem maiores restrições.

Com base no modelo literal da Figura 2 define-se então a UFB - Unidade Funcional Básica - (Rangel, 1994) que caracteriza um volume de controle em Grafos de Ligação e representa um sistema termodinâmico independente, resultado da subdivisão de um sistema termodinâmico completo. Detalhando a UFB com o objetivo de facilitar sua interpretação, seja a Figura 3, onde  $\delta P$  é um incremento de pressão e  $\delta T$  um incremento de temperatura.

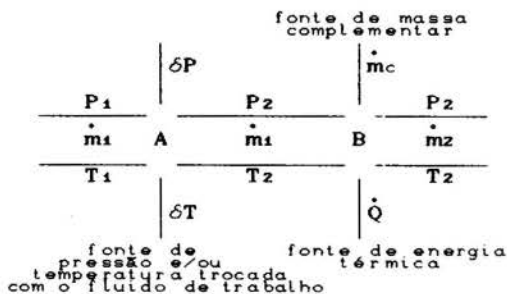


Figura 3. Volume de Controle Detalhado.

Analisando a Figura 3, observa-se que no ponto A ocorrem os incrementos de pressão e temperatura, que são responsáveis pelas trocas de energia com o fluido de trabalho. Neste ponto, a energia, devido a rotação de eixo, combustão em queimadores, etc., é fornecida ou extraída da unidade termodinâmica. Por isto, este ponto deverá receber uma junção 1, de fluxo comum, pois as variáveis de esforço serão incrementadas. Já o ponto B deverá receber uma junção 0, de esforço comum, pois neste ponto as variáveis de fluxo serão incrementadas.

O modelo em Grafo de Ligação da UFB com os elementos dinâmicos de inércia, capacitância e resistência, pode ser visto na Figura 4 a seguir onde

- I : inércia do fluido [ $m^{-1}$ ]
- C : capacitância do fluido [ $m \cdot s^{-1}$ ]
- R : perda de carga [ $N \cdot m^{-2}$ ]
- $C_T$  : capacit. térmica do fluido [ $KJ \cdot K^{-1}$ ]

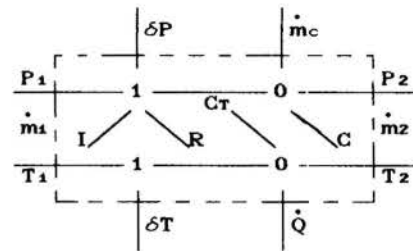


Figura 4. UFB com Elementos Dinâmicos.

A UFB é um Grafo de Ligação de um volume de controle, sendo assim, devem ser feitas as devidas simplificações para cada caso de máquina térmica que esteja representando (Rangel, 1994). Aplicando o procedimento de equacionamento da técnica, sobre a UFB, podem ser obtidas as equações diferenciais que governam o comportamento dinâmico do modelo apresentado na Figura 5, onde o fluxo de potência e causalidade encontram-se atribuídos.

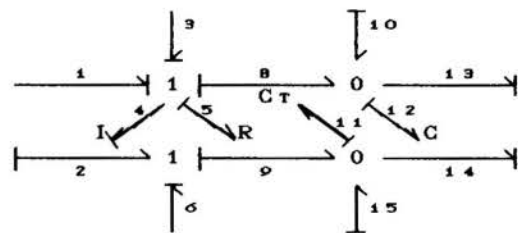


Figura 5. Grafo de Ligação da UFB.

As Equações (3) a (5) definem o modelo de estado da UFB,

$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{1}{I} (P_1 + \delta P - P_R - P_2) \quad (3)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{1}{C} (\dot{m}_1 + \dot{m}_c - \dot{m}_2) \quad (4)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{1}{C_T} (\dot{m}_1 C_P (T_1 + \delta T) - \dot{m}_2 C_P T_2 - \dot{Q}) \quad (5)$$

onde os parâmetros I, C, e  $C_T$  devem ser calculados conforme apresentado em Rangel (1994).

## ACOPLAMENTO TERMODINÂMICO-MECÂNICO

Para que o Pseudo-Grafo de Ligação proposto possa ser utilizado na modelagem de sistemas multidisciplinares, faz-se necessário o acoplamento deste, com os Grafos de Ligação utilizados nos demais sistemas físicos. Entretanto não se poderá usar um elemento padrão de acoplamento (transformadores e/ou giradores), pois nas ligações deste pseudo-grafo não flui potência (Figura 6). Deve-se empregar então elementos especiais que representem este acoplamento e tornem possível a interligação dos sistemas, através da técnica, como tratado em Thoma (1992).

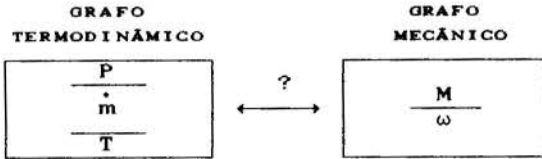


Figura 6. Relação entre sistemas.

Analisando a Figura 6, nota-se que existe uma proporcionalidade entre a vazão mássica ( $\dot{m}$ ) e a velocidade angular ( $\omega$ ). Observe que se for desejada uma rotação maior deve-se introduzir mais massa ou, aumentando-se o fluxo de massa acarretará em uma rotação maior. De forma análoga, aumentando-se o diferencial de temperatura ou pressão ( $\Delta T$  ou  $\Delta p$  respectivamente) acarretará em um torque ( $M$ ) maior ou, aumentando-se o torque aumentará a pressão e/ou temperatura.

Porém não se consegue uma equação que represente esta relação de forma geral, tornando ainda mais complexa a solução para este acoplamento, ficando impossível a utilização de um elemento padrão. A solução encontrada é definir um elemento especial, indicado por uma sigla, que represente a máquina térmica em questão, e possibilite obter as equações do acoplamento. A Figura 7 a seguir apresenta um caso típico, onde o elemento em questão é uma turbina, na qual, por hipótese, se verifica a relação de conservação de potência, logo neste caso as equações que regem o acoplamento termodinâmico-mecânico são

$$\dot{m} C_p \delta T = M \omega \quad (6)$$

$$\text{ou} \quad \dot{m} h = M \omega \quad (7)$$

$$\text{e} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (8)$$

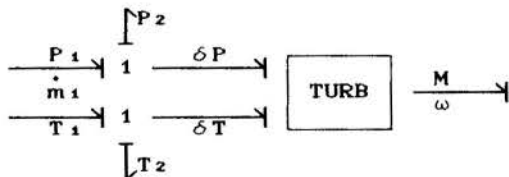


Figura 7. Acoplamento Termodinâmico-Mecânico.

## MODELAGEM DE UMA TURBINA A GÁS

A Figura 8 a seguir, mostra o ciclo de Turbina a Gás (Van Wylen e Sonntag, 1976) que será modelado utilizando a metodologia aqui descrita. Para facilitar o procedimento de

modelagem, o ciclo será subdividido em cinco subsistemas e cada um será representado por uma UFB, como visto anteriormente.

As UFB serão agrupadas, em ordem, com cada uma delas contendo todos os seus elementos dinâmicos e ligações de potência. De acordo com a Máquina Térmica ou equipamento que esteja representando, serão feitas então as simplificações, e posteriormente construído o modelo completo em Grafo de Ligação.

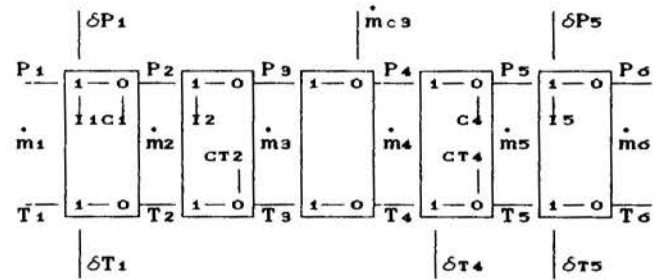
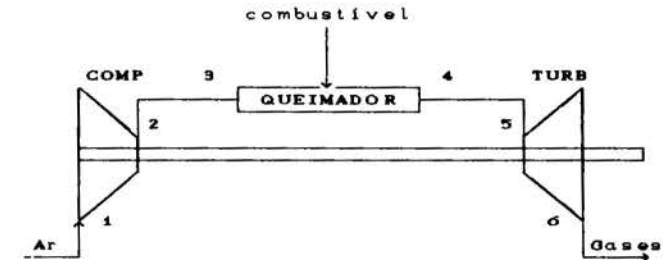


Figura 8. Ciclo de Turbina a Gás.

Após as simplificações comuns neste tipo de sistema (Rangel, 1994), constrói-se o modelo em Grafo de Ligação, acoplando-o ao sistema mecânico e químico, como mostrado na Figura 9 abaixo.

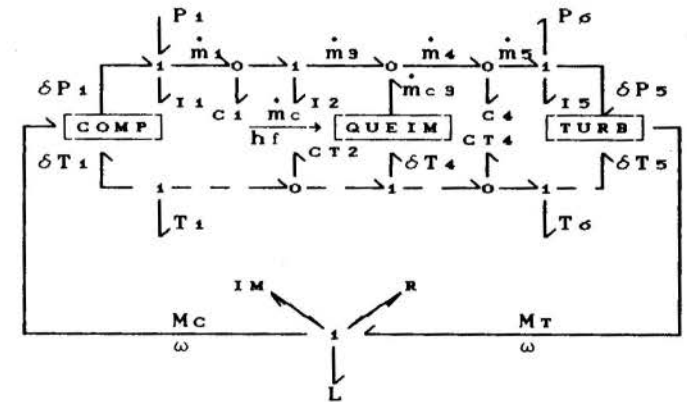


Figura 9. Grafo de Ligação da Turbina a Gás.

Aplicando o procedimento de equacionamento da técnica no grafo da Figura 9, chega-se as equações de estado que regem o comportamento dinâmico da turbina, como mostrado a seguir nas Equações (9) a (16). Uma vez mais os parâmetros associados a estas equações devem ser obtidos conforme mostrado em Rangel (1994) e Papadakis e Krikellis (1986).



$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{1}{I_1} \left[ P_1 + \delta P_1 - P_2 \right] \quad (9)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[ \dot{m}_1 + \dot{m}_2 \right] \quad (10)$$

$$\frac{dm_2}{dt} = \frac{1}{I_2} \left[ P_2 - P_5 \right] \quad (11)$$

$$\frac{dT_3}{dt} = \frac{1}{C_{T2}} \left[ \dot{m}_2 C_p T_2 - \dot{m}_2 C_p T_3 \right] \quad (12)$$

$$\frac{dP_5}{dt} = \frac{1}{C_4} \left[ \dot{m}_2 + \dot{m}_{c3} - \dot{m}_5 \right] \quad (13)$$

$$\frac{dm_5}{dt} = \frac{1}{I_5} \left[ P_5 - \delta P_5 - P_6 \right] \quad (14)$$

$$\frac{dT_5}{dt} = \frac{1}{C_{T4}} \left[ \dot{m}_2 C_p T_3 + \dot{m}_{c3} h_f - \dot{m}_5 C_p T_5 \right] \quad (15)$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{1}{I_M} \left[ M_T - M_R - M_L - M_C \right] \quad (16)$$

Este modelo de estado apresenta algumas não-linearidades implícitas, principalmente associadas aos elementos especiais TURB e COMP. A linearização das Equações (9) a (16) e a determinação dos parâmetros envolvidos no modelo dinâmico (Rangel, 1994 e Papadakis e Krikelis, 1986), possibilitou a simulação deste sistema. A Figura 10 mostra a variação da temperatura (T<sub>5</sub>) e da pressão (P<sub>5</sub>) dos gases na entrada da turbina, devido a uma variação em grau de injeção de combustível no queimador (m<sub>c3</sub>).

#### COMENTÁRIOS FINAIS

A utilização de modelos padronizados (UFB) para a representação genérica de volumes de controle proporciona uma grande flexibilidade no emprego da técnica dos Grafos de Ligação na modelagem de sistemas termodinâmicos.

A solução adotada para o acoplamento dos Grafos de Ligação, apesar de não usar nenhum elemento padrão da técnica, possibilita a interligação do sistema termodinâmico com os demais sistemas físicos, aumentando a potencialidade do modelo proposto em Pseudo-Grafos de Ligação.

A análise dos transientes, através da simulação digital, a partir do modelo de estado obtido, auxilia em uma das aplicações típicas dos modelos desenvolvidos segundo a metodologia apresentada neste trabalho, que é a dos sistemas de controle de máquinas térmicas, permitindo avaliar as mais diversas e críticas situações de emprego das mesmas, fornecendo resultados bastante confiáveis.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

. Karnopp, D.C., Margolis, D.L. e Rosenberg, R.C., "System Dynamics: A Unified Approach", John Wiley & Sons, 2nd Edition, 1990.

- Papadakis, F. e Krikelis, N., "Gas Turbine Modelling Using Pseudo-bond Graphs", International Journal of Simulation Sciences, Vol.19, pp.537-550, 1986.
- Rangel, J.J. A., "Modelagem de Máquinas Térmicas Através dos Grafos de Ligação", Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 1994.
- Speranza Neto, M., Scofano Neto, F. e Da Silva, F.R., "O Tratamento da Dinâmica de Sistemas Térmicos e Fluidos através da Técnica Generalizada dos Grafos de Ligação", IV ENCIT, Rio de Janeiro, RJ, pp 681 - 684, 1992.
- Thoma, J. U., "Thermofluid Systems by Multibond Graphs", Journal of the Franklin Institute, Vol.6, pp. 999-1009, 1992.
- Van Wylen, G. J. e Sonntag, R. E., "Fundamentos da Termodinâmica Clássica", Editora Edgard Blücher Ltda, Brasil, 1976.

#### ABSTRACT

This work describes a Thermal Machines modeling methodology using the Bond Graphs, aiming the application of this technique in Thermodynamics problems. This procedure is illustrated in the development of the dynamic model of a Gas Turbine standard cycle.

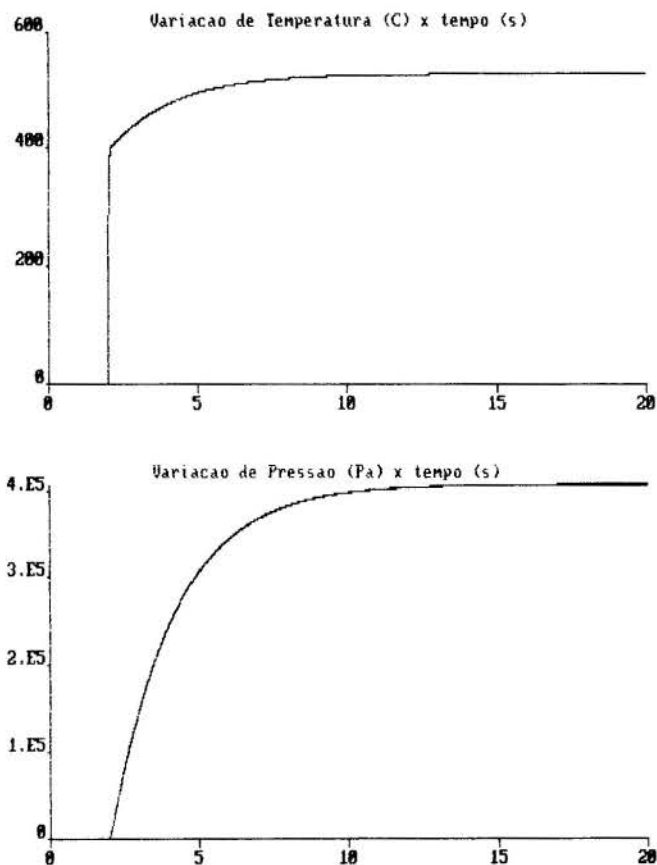


Figura 10. Simulação da Turbina a Gás.

## INTEGRAÇÃO TÉRMICA SRV EM COLUNAS DE DESTILAÇÃO EXTRATIVA

EDUARDO AUGUSTO CALDAS BATISTA<sup>(1)</sup>  
ANTONIO JOSÉ DE ALMEIDA MEIRELLES<sup>(2)</sup>

(1) Mestrando em Engenharia de Alimentos/DEA/FEA/UNICAMP  
(2) Professor Doutor DEA/FEA/UNICAMP

### RESUMO

Neste trabalho aplicou-se a integração térmica SRV ("Secondary Reflux and Vaporization") à destilação extrativa da mistura etanol/água, empregando etileno glicol como solvente. A simulação do processo foi conduzida utilizando-se o método de NAPHTALI & SANDHOLM, modificado para representar a integração SRV. Obteve-se uma redução no consumo do "reboiler" de cerca de 44%, quando comparado ao gasto energético do processo convencional.

### INTRODUÇÃO

A destilação extrativa para separação de misturas azeotrópicas ou daquelas que apresentam volatilidade relativa próxima de um, já é um processo conhecido e amplamente empregado industrialmente. Diferentes misturas, tais como, água - etanol e hidrocarbonetos aromáticos - não aromáticos, podem ser separados por este processo.

Uma das particularidades da destilação extrativa é a adição de um terceiro componente de baixa volatilidade, que por isso se concentra principalmente na fase líquida. Sua concentração é aproximadamente constante na seção de enriquecimento e na de esgotamento, embora sofra uma mudança de concentração na passagem de uma seção para outra devido a alimentação da mistura azeotrópica, que se encarrega de diluir o solvente na seção de esgotamento. Esta queda na concentração é acompanhada de uma queda de temperatura, conferindo um perfil de temperatura muito característico (MEIRELLES et al., 1992). Este gradiente sugere a possibilidade de uma integração térmica do tipo SRV entre as duas seções.

### PARTICULARIDADES DA DESTILAÇÃO SRV

Ao contrário do que se verifica nos métodos de múltiplo efeito ou recompressão de vapor, onde as correntes de vapor e líquido se mantêm inalteradas, na destilação SRV as taxas de refluxo e vaporização são manipuladas para aumentar a eficiência térmica global. A manipulação é acompanhada através da transferência de calor das correntes de vapor da seção de enriquecimento para as correntes de líquido da seção de esgotamento. Para garantir esta transferência de calor, as seções devem ser operadas a pressões diferentes. Neste esquema as correntes líquidas aumentam quando descemos a seção

de enriquecimento e as correntes de vapor aumentam quando subimos a seção de esgotamento, como resultado da troca de calor entre as duas seções.

A proposta inicial da integração térmica SRV, feita por MAH et al. (1977), foi aplicada na separação criogênica de hidrocarbonetos. Pesquisas posteriores se concentraram no estudo das características dinâmicas deste tipo de integração térmica (SHIMIZU e MAH, 1983) e em sugestões de mudanças nas colunas convencionais para adaptá-las à destilação SRV (MAH, 1981 e Tung et al., 1986).

Com exceção do trabalho de TAKAMATSU et al. (1988), aplicado à mistura metanol/água, as pesquisas disponíveis sobre este tipo de integração térmica sempre empregam misturas binárias com desvios pouco expressivos da idealidade (hidrocarbonetos leves). Não há antecedentes da aplicação deste tipo de integração térmica na destilação de sistemas que apresentam azeotropia, nem na simulação de métodos especiais de destilação, como a destilação azeotrópica ou a extrativa.

Neste trabalho, foi empregada a destilação extrativa da mistura azeotrópica etanol/água com etileno glicol como solvente. Como as temperaturas envolvidas são muito mais elevadas que na destilação de hidrocarbonetos leves, optou-se por elevar o gradiente de temperatura entre as seções da coluna principalmente através da redução da pressão da seção de esgotamento, ao contrário da proposta original de MAH et al. (1971).

A FIGURA 1 ilustra a coluna de destilação extrativa integrada termicamente.

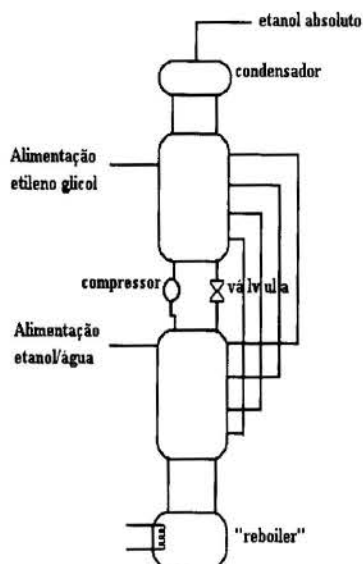


FIGURA 1

### SIMULAÇÃO

A coluna escolhida como configuração básica para a simulação tem 20 pratos teóricos. A alimentação da mistura etanol/água, com concentração 0,85/0,15 em fração molar respectivamente, é introduzida no prato 11 e a alimentação do solvente no prato 18.

Ao longo das diversas simulações, a razão de refluxo externa foi variada em uma faixa de valores de 0,05 - 2,0. Como critério de pureza mínima para o destilado (etanol absoluto) foi fixada a concentração de 0,995 em fração molar de etanol.

O coeficiente de transferência de calor, UA, entre os pares de pratos integrados termicamente foi variado de 0 - 10 kcal/h°C (11,16 W/°C).

Outras especificações necessárias para a simulação encontram-se na tabela 1. A partir do método de NAPHTALI & SANDHOLM (1971), foi desenvolvido um programa de simulação, incorporando modificações necessárias para representar a destilação SRV.

Tabela 1 Configuração básica para as simulações efetuadas.

	destilação convencional	destilação SRV
pressão da seção de esgotamento (bar)	0,51	0,51
Pressão da seção de enriquecimento (bar)	1,52	1,52
relação de vazão de solvente por vazão de etanol-água	1,0	1,0

### RESULTADOS

A FIGURA 2 apresenta a pureza de etanol no topo da coluna e consumo de energia no "reboiler" versus coeficiente de transferência de calor, UA. A razão de refluxo foi mantida constante e igual a 0,5. Além da redução no consumo de energia, também foi obtido um aumento na pureza do produto de topo para colunas integradas termicamente, em comparação a uma coluna convencional (quando UA é igual a zero). MEIRELLES et al. (1992) observaram em colunas de destilação extrativa convencional uma influência característica da razão de refluxo externa sobre a pureza do destilado. A concentração do produto de topo alcançava valores máximos em uma faixa de 0,5 a 2,0, como se pode observar da FIGURA 3 para coluna convencional. Na integração SRV, o mesmo efeito é conseguido pela variação de UA. Deve-se notar que a uma razão de refluxo externa fixa, o aumento do valor de UA provoca a elevação da recirculação interna das correntes. No caso da destilação convencional, este aumento da recirculação das correntes internas só pode ser obtido pela elevação da razão de refluxo externa.

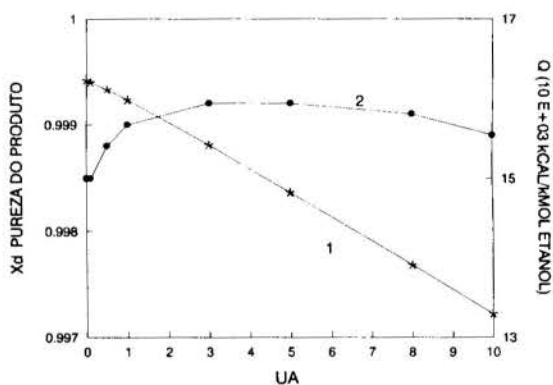


FIGURA 2 Curva 1 Pureza de produto vs. UA (kcal/h°C)  
Curva 2 Consumo de energia no "reboiler" vs. UA (kcal/h°C) com  $r = 0,5$

Na FIGURA 3 verifica-se que a curva de pureza de etanol versus razão de refluxo para uma coluna integrada termicamente com UA igual a 10 kcal/h°C (11,16 W/°C) (curva 2) foi deslocada em relação à curva da coluna de destilação convencional (curva 1). Isto significa que pode-se obter etanol a um alto grau de pureza em colunas integradas termicamente à uma razão de refluxo menor que a utilizada em colunas de destilação convencional. Deste modo o aumento da recirculação interna das correntes provocado pela integração térmica substitui em grande parte a razão de refluxo externa da destilação convencional, permitindo sua redução a valores tão baixos quanto 0,05. Isto sugere a possibilidade da total eliminação da razão de refluxo externo. Deve-se, no entanto, observar que a própria integração

térmica gera um refluxo interno. Além de reduzir diretamente o consumo de energia (vide FIGURA 2), a integração térmica SRV permite a sua redução adicional ao possibilitar a diminuição da razão de refluxo externa, sem comprometer a pureza do produto de topo.

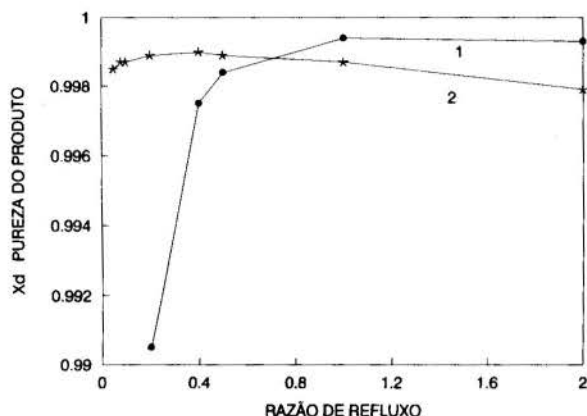


FIGURA 3 Pureza de produto de topo vs. Razão de refluxo externa  
Curva 1 coluna convencional  
Curva 2 coluna integrada  
termicamente com UA = 10 kcal/h°C (11,16 W/°C)

A FIGURA 4 representa o consumo de energia no "reboiler" (kcal/mol de etanol) versus razão de refluxo externa para colunas convencional (curva 1) e integrada termicamente, com UA igual a 10 kcal/h°C (11,16 W/°C) (curva 2). O consumo de energia no "reboiler" foi reduzido em aproximadamente 20% quando comparadas colunas convencional e integrada termicamente com mesma razão de refluxo externa. Ao se levar em conta o grau de pureza do etanol, uma coluna convencional com razão de refluxo igual a 0,5 produz etanol com concentração de 0,9985 em fração molar e consome  $16,2 \times 10^3$  kcal/kmol de etanol (67,8 kJ/kmol de etanol), enquanto uma coluna integrada termicamente com UA igual a 10 kcal/h°C (11,16 W/°C) e uma razão de refluxo igual a 0,05 produz etanol com a mesma concentração e consome  $9,12 \times 10^3$  kcal/kmol de etanol (38,2 kJ/kmol de etanol), o que representa uma redução de 44% no consumo de energia.

Uma última possibilidade de integração térmica foi estudada. Uma coluna convencional com razão de refluxo externa igual a 0,2, fornece um gradiente de temperatura de 20,54°C, suficiente para integração térmica sem utilizar gradiente de pressão entre as duas seções da coluna. Utilizando esta razão de refluxo externa, uma coluna sem gradiente de pressão entre as duas seções foi integrada e constatou-se que, embora o consumo de energia não se altere sensivelmente com o aumento de UA, o grau de pureza do etanol no topo da

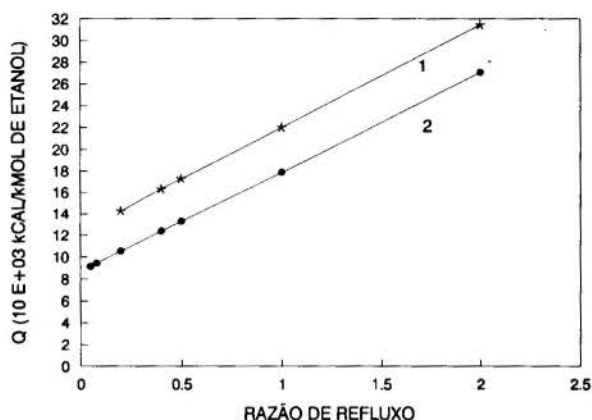


FIGURA 4 Consumo de energia no "reboiler" vs. Razão de refluxo externa.  
Curva 1 coluna convencional  
Curva 2 coluna integrada  
termicamente com UA = 10 kcal/h°C (11,16 W/°C)

coluna sofre um aumento significativo. Para esta coluna ( $r = 0,2$ ; pressão nas duas seções = 1,013 bar; UA = 10 kcal/h°C (11,16 W/°C); S/F = 1,0) obteve-se um destilado com concentração igual a 0,9984 e um consumo de energia de  $14,5 \times 10^3$  kcal/kmol de etanol (60,7 kJ/kmol de etanol). Nota-se que em relação à coluna convencional obteve-se uma redução de 10% no consumo de energia, sem modificação na concentração do destilado.

Os resultados deste trabalho demonstram a possibilidade de aplicar a destilação SRV em colunas de destilação extrativa, indicando uma redução apreciável no consumo de energia. Este tipo de integração térmica, proposto e estudado principalmente para separação de misturas criogênicas, pode ser utilizado com êxito, na separação de misturas de baixa volatilidade.

#### NOMENCLATURA

- U - coeficiente global de transferência de calor - kcal/hm<sup>2</sup>°C
- A - área de transferência de calor - m<sup>2</sup>
- Q - consumo de energia no "reboiler"
- S/F - relação de vazões molares de solvente/mistura azeotrópica etanol/água
- Xd - fração molar de etanol no destilado
- r - razão de refluxo externa

#### BIBLIOGRAFIA

- Mah, R.S.H., Nicholas Jr, J.J. & Wodnik, R.B., "Distillation with Secondary Reflux and Vaporization: A Comparative Evaluation", American Institute of Chemical Engineers Journal, Vol 23, pp. 651, 1977.
- Mah, R.S.H., "Performance Evaluation of Distillation System", International Conference on Foundations of Computer-Aided Chemical Process Design, Vol. 2, pp. 171, Henniker (New Hampshire), 1981



- Meirelles, A., Weiss, S. & Herfurth, H., "Ethanol Dehydration by Extractive Distillation", Journal of Chemical Technology and Biotechnology, Vol. 53, pp. 181, 1992.
- Naphtali, L.M. & Sandholm, D.P., "Multicomponent Separation Calculations by Linearization", American Institute of Chemical Engineers Journal, Vol 17, pp. 148, 1971.
- Shimizu, k. & Mah, R.S.H., "Dynamic Characteristics of Binary SRV Distillation System", Computers and Chemical Engineering, Vol.7, pp. 105, 1983.
- Takamatsu, T., Lueprasitsakul, V. & Nakaiwa, M., "Modeling and Design Method for Internal Heat Integrated Packed Distillation Column", Journal of Chemical Engineering, Vol. 21, pp. 595, 1988.
- Tung, H.H., Davis, J.F. & Mah, R.S.H., "Fractionating Condensation and Evaporation in Plate-Fin Devices", American Institute of Chemical Engineers Journal, Vol 32, pp. 1116, 1986.

#### AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado por recursos da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP: 93/4317-3)

#### ABSTRACT

This paper reports the use of the thermal integration SRV (Secondary Reflux and Vaporization) in the extractive distillation of the mixture ethanol/water, using ethylene glycol as solvent. The thermal integration uses the natural temperature gradient, a characteristic of the extractive distillation. This gradient may be increased when the rectifying section pressure is higher than the stripping section pressure. The process simulation was conducted utilizing the NAPHTALI & SANDHOLM method, modified to incorporate the SRV thermal integration. One can get 44% of reduction in the energy consume of the reboiler.

O MÉTODO DA DECOMPOSIÇÃO APLICADO À SOLIDIFICAÇÃO:  
SOLUÇÃO ANALÍTICA DO MODELO DE SCHWARZ

JACQUES DUÍLIO BRANCHER \*  
Dr. MARCO T. M. B. de VILHENA \*\*  
Dr. MILTON A. ZARO \*\*  
\* Doutorando - PPGEMM/UFRGS  
\*\* PROF. PROMEC/UFRGS

Este trabalho descreve a aplicação do método da Decomposição, proposto por Adomian et alii, no sentido de encontrar uma solução analítica (Closed Form Solution) para a equação que determina a constante de solidificação. Este método consiste na decomposição do operador diferencial em termos lineares e não lineares. Os termos não lineares são expandidos em polinômios propostos por Adomian. Como esse trabalho consiste na solução de uma equação transcendental para a constante de solidificação, então é considerada somente a expansão em polinômios de Adomian.

INTRODUÇÃO

O desafio atual ao modelar o fenômeno da solidificação é levar em conta todos os processos de transferência de calor, massa e momento envolvidos. No caso de metais puros é necessária a solução da equação da energia e, ao levar em conta o movimento da fase líquida, a solução da equação de Navier-Stokes. Ao lidar com ligas surge o problema da difusão de soluto, ou seja, o problema mássico precisa ser resolvido em forma acoplada. Uma discussão específica sobre modelos que considerem os aspectos acima mencionados encontra-se em Vielmo (1993).

Outrossim, o modelo de solidificação de Schwarz (Schwarz, 1931) é um modelo unidimensional que apresenta solução analítica para a distribuição de temperatura no molde, metal sólido e metal líquido, considerando meio semi-infinito e desprezando a resistência térmica de contato metal-molde.

No entanto, para calcular a temperatura em qualquer posição e instante, faz-se necessário resolver a equação transcendental resultante do balanço térmico na interface metal sólido / metal líquido, que tem sido resolvida por métodos numéricos.

Por outro lado, diversos métodos analíticos tem sido propostos para resolver equações transcendentais, destacando-se o de Delves/Lyness, Burminston/Siewert e Anastasselon (Vilhena, 1988). Sucintamente, a ideia do método de Delves/Lyness e Anastasselon consiste na construção de um polinômio cujos zeros coincidem com os zeros da função transcendental, enquanto o de Burminston/Siewert é baseado na construção de um problema de Hilbert homogêneo, associado à equação transcendental, de solução analítica conhecida.

Neste trabalho aplica-se o método da decomposição, proposto para a solução de equação diferencial não linear, em forma analítica (Adomian, 1986) na equação transcendental do modelo de Schwarz, e obtém-se uma formulação analítica para a constante de solidificação. Simulações numéricas obtidas por esta formulação são apresentadas.

MÉTODO DA DECOMPOSIÇÃO

Para a aplicação do método da decomposição na solução de equações transcendentais ( $F(u)=0$ ) deve-se escrever a equação em questão, na forma (Brancher, 1994):

$$u - c + f(u), \quad (1)$$

sendo  $u$  a solução da equação  $F(u)=0$ ,  $c$  o termo constante e  $f(u)$  o termo restante da decomposição.

Neste método, o termo não linear  $f(u)$  é expandido na série  $\sum_{n=0}^{\infty} A_n$ , onde os termos  $A_n$  são polinômios propostos por Adomian. Então a solução da equação (1) é escrita como (Brancher, 1994):

$$u = c + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \quad (2)$$

onde as expressões usadas para os para os polinômios  $A_n$  considerados neste trabalho (Brancher, 1994) são expressos como:

$$\begin{aligned} A_0 &= f(c), \\ A_1 &= A_0 \left( \frac{d}{dt} \right) f(c), \\ A_2 &= A_1 \left( \frac{d}{dt} \right) f(c) + \left( \frac{A_1^2}{2!} \right) \left( \frac{d^2}{dt^2} \right) f(c) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (3)$$

e assim sucessivamente.

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO TRANSCENDENTAL DO MODELO DE SCHWARZ PELO MÉTODO DA DECOMPOSIÇÃO

O balanço térmico na interface sólido-líquido no modelo de Schwarz resulta na seguinte equação transcendental:

$$z \frac{mS e^{-\rho^2}}{(1 - \operatorname{erf}(n\phi))} - \frac{e^{-n\rho^2}}{(M + \operatorname{erf}(\phi))} - \beta_1 = 0 \quad (4)$$

onde  $n = a_2/a_3$ ;  $\beta_1 = -H^* \varphi \sqrt{\pi}$ , e os parâmetros de superaquecimento e de calor latente de fusão são respectivamente expressos como:

$$S^* = \frac{(T_v - T_f)}{(T_f - T_0)} \quad (4a)$$

e

$$H^* = \frac{Lf_2}{Cp_2(T_f - T_0)} \quad (4b)$$

As constantes do molde  $M$  e do metal sólido-líquido  $m$ , são dados respectivamente por:

$$M = \frac{k_1 \sqrt{a_2}}{k_2 \sqrt{a_1}} \quad (4c)$$

e

$$m = \frac{k_3 \sqrt{a_2}}{\sqrt{a_3} k_2} \quad (4d)$$

Admitindo-se que as propriedades do metal líquido são iguais as do metal sólido, então a equação (4) é reescrita como ( $m=n=1$ ):

$$\frac{S^* e^{-\rho^2}}{(1 - \operatorname{erf}(\varphi))} - \frac{e^{-\rho^2}}{(M + \operatorname{erf}(\varphi))} - \beta_1 = \quad (5)$$

Para a determinação da constante de solidificação  $\varphi$  pelo método da decomposição, a equação (5) deve ser reescrita na forma da equação (1). Procedendo-se desta maneira, tem-se:

$$\frac{1}{e^{\rho^2}} \left[ \frac{MS^* + S^* \operatorname{erf}(\varphi) - 1 + \operatorname{erf}(\varphi)}{M + \operatorname{erf}(\varphi)(1 - M - \operatorname{erf}(\varphi))} \right] = \beta_1 \quad (6)$$

Então a equação (6) é reescrita na forma da equação (1) como:

$$\varphi = \frac{-1}{H^* \sqrt{\pi} e^{\rho^2}} \left[ \frac{MS^* - 1 + P2 \operatorname{erf}(\varphi)(S^* - 1)}{\operatorname{erf}(\varphi)(1 - M - \operatorname{erf}(\varphi)) + M} \right] \quad (7)$$

Cabe observar que  $c=0$  e  $f(\varphi)$  é o segundo termo da equação (7).

Neste trabalho considera-se a expansão até o terceiro termo da série dada pela equação (2), porque com estes termos foram encontrados resultados com a precisão desejada. O cálculo da primeira e da segunda derivadas foi efetuado utilizando-se o software de computação simbólica Reduce (Brancher, 1994).

Como  $c=0$ , então  $f(c)$  e suas derivadas assumem respectivamente os valores:

$$f(0) = \frac{1 - MS^*}{MH^* \sqrt{\pi}} \quad (8)$$

$$\frac{d}{d\varphi} (f(0)) = \frac{-2(M^2 S^* + 1)}{\pi H^* M^2} \quad (9)$$

e

$$\frac{d^2}{d\varphi^2} (f(0)) = \frac{2M^2 \pi + 2\pi M^3 S^*}{\pi \sqrt{\pi} H^* M^3} + \beta_2 \quad (10)$$

$$\text{onde: } \beta_2 = \frac{-8M^3 S^* + 8}{\pi \sqrt{\pi} H^* M^3} \quad (10a)$$

Das expressões (8), (9) e (10), determinam-se os polinômios  $A_n$  a partir de sua definição em (3), obtendo-se:

$$A_0 = \frac{(1 - MS^*)}{\sqrt{\pi} MH^*} \quad (11)$$

$$A_1 = \frac{-2(1 - MS^*) (M^2 S^* + 1)}{\sqrt{\pi} MH^* \pi H^* M^2} \quad (12)$$

e

$$A_2 = \beta_2 \left[ \left( \frac{MS^* + 1}{MH^* \sqrt{\pi}} \right) \left( \frac{2(M^2 S^* + 1)}{\pi H^* M^2} \right) \right] + \left[ \left( \frac{MS^* + 1}{MH^* \sqrt{\pi}} \right) \left( \frac{2(M^2 S^* + 1)}{\pi H^* M^2} \right) \right]^2 \quad (13)$$

$$\beta_3 = \left[ \frac{\left( \frac{MS^* + 1}{MH^* \sqrt{\pi}} \right) \left( \frac{2(M^2 S^* + 1)}{\pi H^* M^2} \right)}{2} \right]^2$$

onde:

$$\beta_2 = \left( \frac{-2(M^2 S^* + 1)}{\pi H^* M^2} \right) \quad (13a)$$

e

$$\beta_3 = \left( \frac{-2M^2 \pi^2 + 2\pi^2 M^3 S^* - 8\pi M^3 S^* + 8\pi}{\pi^2 \sqrt{\pi} H^* M^3} \right) \quad (13b)$$

Finalmente, obtém-se a seguinte expressão para a constante de solidificação, do modelo de Schwarz pelo método da decomposição (Adomian, 1986):

$$\varphi = \sum_{i=0}^2 A_i = A_0 + A_1 + A_2 \quad (14)$$

Onde  $A_0$ ,  $A_1$  e  $A_2$  são definidos pelas equações (11), (12) e (13).

## RESULTADOS NUMÉRICOS E ANÁLISE

Para mostrar a viabilidade de aplicação do método da decomposição na solução da equação

transcendental (8) do modelo de Schwarz, foram escolhidos os seguintes valores para os parâmetros  $S^*$ ,  $M$  e  $H^*$ :  $S^* = \{0; 0,05\}$ ;  $M = \{5; 10\}$  e  $H^* \in [0,4; 2]$ , dentre os analisados por Brancher (1994). Nas figuras 1, 2, 3 e 4 são apresentados gráficos comparativos entre a solução pelo método da decomposição com a do método de Newton.

A fórmula para o cálculo do erro relativo cometido pelo método proposto é a seguinte:

$$E = \frac{|\Delta x - x|}{|\Delta x|} \quad (15)$$

onde  $\Delta x$ , valor calculado por método numérico,  $x$  valor calculado pelo método da decomposição.

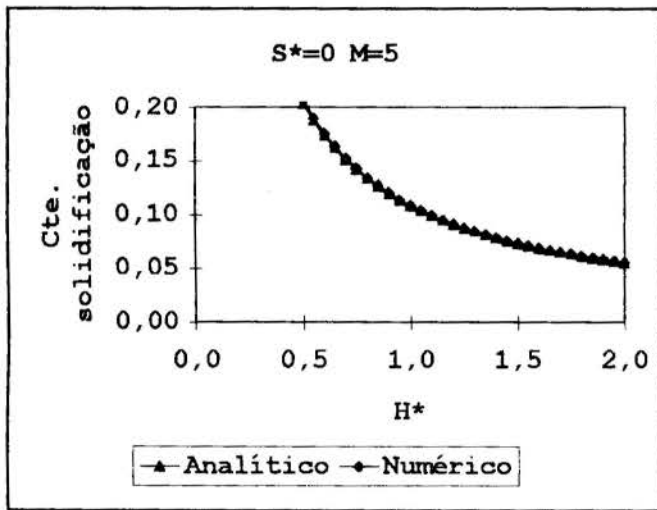


Figura 1 - Gráfico comparativo entre a solução proposta e o método de Newton.

Observa-se na figura 1, que o maior erro encontrado entre a solução proposta e o método de Newton foi de 2,8% e ocorreu para  $H^* = 0,4$ . A medida que o  $H^*$  cresce, o erro diminui, sendo que para  $H^* = 2$ , o erro cometido é da ordem de 0,02%.

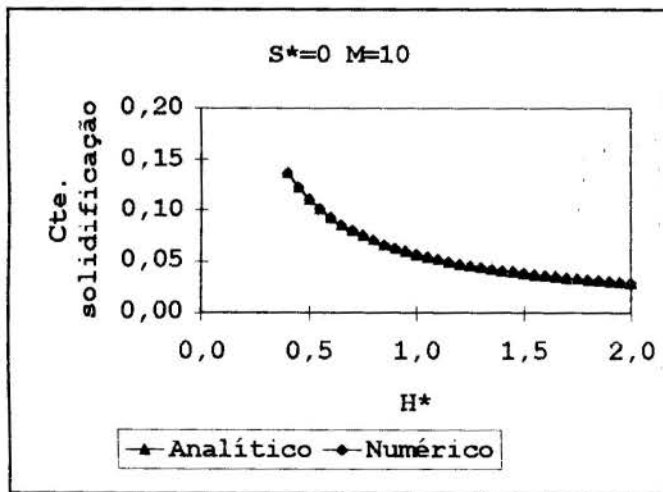


Figura 2 - Gráfico comparativo entre a solução proposta e o método de Newton.

Observa-se na figura 2, que o maior erro encontrado entre a solução proposta e o método de Newton foi de 0,2% e ocorreu para  $H^* = 0,4$ .

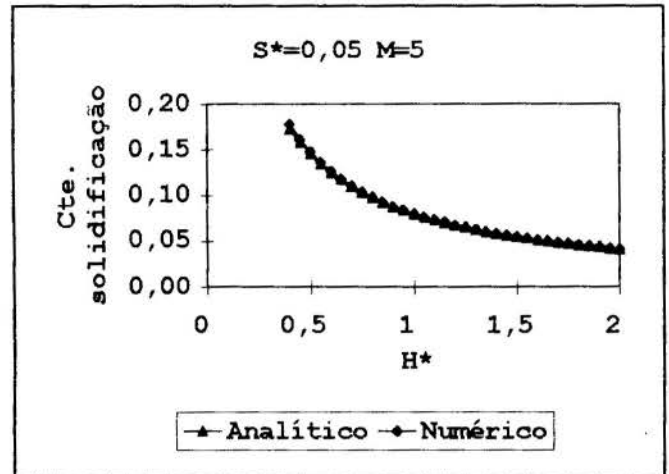


Figura 3 - Gráfico comparativo entre o método Proposto e o método da Newton.

Na figura 3 observa-se que o maior erro é de 2,8% e ocorreu para  $H^* = 0,4$ . Este erro cai drasticamente com o crescimento de  $H^*$ , sendo que para  $H^* = 1$  o erro cometido é da ordem de 0,18%.

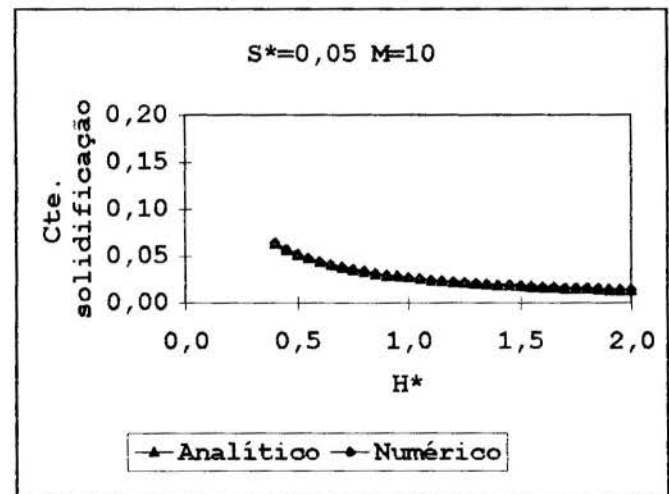


Figura 4 - Gráfico comparativo entre a solução proposta e o método de Newton.

Na figura 4 observa-se que o maior erro é de 0,25% e ocorreu para  $H^* = 0,4$ .

#### CONCLUSÕES

Analisando os resultados para os casos acima apresentados, verifica-se que com apenas três termos da série (2) obtém-se resultados com boa precisão quando  $M > 5$  e  $H^*$  no intervalo  $[0,4; 2]$ . Para que se encontrem resultados com maior precisão, um maior número de termos na série da equação deve ser considerado.

Entretanto, o objetivo deste trabalho foi alcançado, uma vez que não se buscava precisão nos resultados, mas sim avaliar a possibilidade



de aplicação do método da decomposição, na solução da equação transcendental associado ao modelo de Schwarz.

Finalmente ressalta-se que a solução do modelo de Schwarz tornou-se completamente analítica, uma vez que a constante de resfriamento também é obtida em forma analítica.

#### BIBLIOGRAFIA

- Adomian G., "Nonlinear Stochastic Operator Equations", Academic Press, Orlando, FL., 1986.
- Brancher J. D., "Solução Analítica para a constante de Solidificação do Modelo de Schwarz", Dissertação de Mestrado, PROMEC/UFRGS, 1994
- Schwarz C., Z. Angew. "Math und Mech", 1933, vol. 13, p202 e "Arch. Eisenlüttenwesen", 1931, vol. 5, p. 139
- Vielmo H., "Simulação numérica da transferência de calor e massa na solidificação de ligas binárias", Tese de Doutorado, PPGEM/UFSC, Florianópolis, 1993.
- Vilhena, M.T., Clayessen J.R., "Estudo Sobre os Métodos de Determinação Explícita dos Zeros de Equações Seccionalmente Analíticas e Aplicação a um Problema Elástico de Contorno", Anais do X CNMAC, Gramado, RS, 1987.

#### ABSTRACT

The aim of this paper consists, in the solution of the transcendental equation associated to the Schwarz model, analytically, by the method of decomposition proposed by Adomian (1986). Numerical simulations are presented and discussions of the results are reported.

ALTERNATIVE ANALYTICAL SOLUTION FOR HEAT DIFFUSION  
 PROBLEMS IN HETEROGENEOUS MEDIA

F. Scofano Neto, R. O. C. Guedes and M. N. Özisik<sup>(\*)</sup>  
 Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais  
 Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro - RJ  
 (\*) MAE Dept.- North Carolina State University - USA

SUMMARY

An alternative analytical solution for heat diffusion problems in heterogeneous media is presented. The problem is modeled as a set of diffusion equations coupled through source-sink terms and subjected to general linear boundary conditions. Previous reported solutions require the evaluation of a non-classical Sturm-Liouville problem. This difficulty is avoided in this paper by the use of the Generalized Integral Transform Technique. An application is considered to illustrate the enhanced characteristics of this methodology.

INTRODUCTION

Integral transform techniques have long been recognized as powerful analytical tools for the solution of diffusion problems. Mikhailov and Ozisik (1984) have catalogued seven different classes of problems in heat and mass diffusion together with their solutions through classical integral transform procedures. Among those classes, the so called Class V problem will be analyzed in this contribution. This problem, whose mathematical formulation can be used to describe the diffusion processes in reactors and on heterogeneous media, is characterized by a set of two diffusion equations coupled through source-sink terms, subjected to linear third type non-homogeneous boundary conditions. Although a closed form solution for this problem is available, the approach suggested by Mikhailov and Ozisik (1984) require the evaluation of a non-classical Sturm-Liouville type of auxiliary problem and, apparently, schemes for the accurate evaluation of the eigenvalues and related eigenfunctions are not yet fully established. This difficulty is here avoided by making use of the ideas in the Generalized Integral Transform Technique (Cotta, 1993) where two uncoupled standard Sturm-Liouville problems are used as a basis for the solution methodology as it shall be described in the following section.

ANALYSIS

The formulation of the Class V problem, defined over the  $x_0 < x < x_1$ ,  $t > 0$  region, is taken as:

$$\begin{aligned} W_1(x) \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial t} &= L_1 T_1(x,t) - P_1(x,t) - \\ b(x) \left[ \sigma_0 T_1(x,t) - \sigma_2 T_2(x,t) \right] & \\ W_2(x) \frac{\partial T_2(x,t)}{\partial t} &= L_2 T_2(x,t) - P_2(x,t) + \end{aligned} \quad (1)$$

$$b(x) \left[ \sigma_1 T_1(x,t) - \sigma_3 T_2(x,t) \right] \quad (2)$$

where the operator  $L_k$ ,  $k = 1,2$  is defined as:

$$L_k = \frac{\partial}{\partial x} \left[ K_k(x) \frac{\partial}{\partial x} \right] - d_k(x) \quad (3)$$

The initial conditions are supposed to be arbitrary known functions of the  $x$  variable:

$$T_k(x,0) = f_k(x), \quad k = 1,2 \quad (4,5)$$

and the uncoupled boundary conditions are written in sufficiently general expressions in the form of:

$$\alpha_{ok} T_k(x_0,t) - \beta_{ok} K_k(x_0) \frac{\partial T_k(x_0,t)}{\partial x} = \phi_{ok}(t) \quad (6,7)$$

$$\alpha_{ik} T_k(x_1,t) + \beta_{ik} K_k(x_1) \frac{\partial T_k(x_1,t)}{\partial x} = \phi_{ik}(t) \quad (8,9)$$

Clearly, innumerable problems can be extracted from the above formulation by prescribing expressions for the functions  $W_k(x)$ ,  $K_k(x)$ ,  $d_k(x)$ ,  $b(x)$ ,  $P_k(x,t)$ ,  $\phi_{ok}(t)$  and  $\phi_{ik}(t)$ ;  $k = 1,2$  and assigning values for the coefficients  $\alpha_{ok}$ ,  $\beta_{ok}$ ,  $\alpha_{ik}$ ,  $\beta_{ik}$ ;  $k = 1,2$  and  $\sigma_i$ ;  $i = 0, 1, 2, 3$ .

This problem has a closed form solution through the classical integral transform technique (Mikhailov and Ozisik, 1984) once the following auxiliary problem is solved for the eigenvalues  $\mu_l$  and related eigenfunctions

$\psi_{k,l}(x)$ ;  $k = 1, 2$ :

$$\begin{aligned} L_1 \psi_{1,l}(x) + \mu_l^2 W_1(x) \psi_{1,l}(x) - \\ -b(x) \left[ \sigma_0 \psi_{1,l}(x) - \sigma_2 \psi_{2,l}(x) \right] &= 0 \\ L_2 \psi_{2,l}(x) + \mu_l^2 W_2(x) \psi_{2,l}(x) + \\ + b(x) \left[ \sigma_1 \psi_{1,l}(x) - \sigma_3 \psi_{2,l}(x) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\alpha_{0k} \psi_{k,i}(x_0) - \beta_{0k} K_k(x_0) \frac{d\psi_{k,i}(x_0)}{dx} = 0$$

$$\alpha_{1k} \psi_{k,i}(x_1) + \beta_{1k} K_k(x_1) \frac{d\psi_{k,i}(x_1)}{dx} = 0$$

However, this auxiliary problem does not belong to the conventional Sturm-Liouville family and its solution, save for some simple values of the functions and coefficients, appear to be extremely involved. Therefore, based on previous experiences with other classes of problems in heat and mass diffusion (Scofano Neto and Cotta, 1989, 1992, 1993), an alternative solution is sought by taking the two independent Sturm-Liouville problems defined below:

$$L_k \psi_{1,i}(x) + \mu_{k,i}^2 W_k(x) \psi_{k,i}(x) = 0 \quad (11,12)$$

$$\alpha_{0k} \psi_{k,i}(x_0) - \beta_{0k} K_k(x_0) \frac{d\psi_{k,i}(x_0)}{dx} = 0 \quad (13,14)$$

$$\alpha_{1k} \psi_{k,i}(x_1) + \beta_{1k} K_k(x_1) \frac{d\psi_{k,i}(x_1)}{dx} = 0 \quad (15,16)$$

which are efficiently handled through the "Sign-Count" method described in Mikhailov and Ozisik (1984).

The orthogonality property of the eigenfunctions  $\psi_{k,i}(x)$  allows the definition of the following integral - transform pairs:

$$\bar{T}_{k,i}(t) = \frac{1}{N_{k,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} W_k(x) \psi_{k,i}(x) T_k(x,t) dx \quad (17)$$

$$T_k(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_{k,i}^{1/2}} \psi_{k,i}(x) \bar{T}_{k,i}(t) \quad (18)$$

where the norms  $N_{k,i}$  are defined as:

$$N_{k,i} = \int_{x_0}^{x_1} W_k(x) \psi_{k,i}^2(x) dx \quad (19)$$

Now, we shall proceed with the integral transformation of the original problem. In order to accomplish this task, the following manipulations are needed:

(a) Operate on equation (1) with:

$$\frac{1}{N_{1,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} \psi_{1,i}(x) dx$$

(b) Operate on equation (11) with:

$$\frac{1}{N_{1,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} T_1(x,t) dx$$

(c) Operate on equation (2) with:

$$\frac{1}{N_{2,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} \psi_{2,i}(x) dx$$

(d) Operate on equation (12) with:

$$\frac{1}{N_{2,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} T_2(x,t) dx$$

(e) Sum the resulting equations from steps (a) and (b) and apply the boundary conditions, equations (6), (8), (13), (15).

(f) Sum the resulting equations from steps (c) and (d) and apply the boundary conditions, equations (7), (9), (14), (16).

At this point, the resulting equations for the transformed potentials  $\bar{T}_{k,i}(t)$  are written from the above operations as follows:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{T}_{1,i}(t) + \mu_{1,i}^2 \bar{T}_{1,i}(t) &= \bar{\xi}_{1,i}(t) + \\ &+ \sigma_2 \frac{1}{N_{1,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} b(x) \psi_{1,i}(x) T_2(x,t) dx - \\ &\sigma_0 \frac{1}{N_{1,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} b(x) \psi_{1,i}(x) T_1(x,t) dx \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{T}_{2,i}(t) + \mu_{2,i}^2 \bar{T}_{2,i}(t) &= \bar{\xi}_{2,i}(t) + \\ &+ \sigma_1 \frac{1}{N_{2,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} b(x) \psi_{2,i}(x) T_1(x,t) dx - \\ &\sigma_3 \frac{1}{N_{2,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} b(x) \psi_{2,i}(x) T_2(x,t) dx \end{aligned} \quad (21)$$

where the terms  $\bar{\xi}_{k,i}(t)$  are associated to the non-homogeneous quantities in the boundary conditions and governing equations:

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_{k,i}(t) &= \frac{1}{N_{k,i}^{1/2}} \left[ \frac{\psi_{k,i}(x_1) - K_k(x_1) \psi'_{k,i}(x_1)}{\alpha_{1k} + \beta_{1k}} \phi_{1k}(t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\psi_{k,i}(x_0) + K_k(x_0) \psi'_{k,i}(x_0)}{\alpha_{0k} + \beta_{0k}} \phi_{0k}(t) \right] + \\ &\quad \frac{1}{N_{k,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} \psi_{k,i}(x) P_k(x,t) dx \end{aligned} \quad (22,23)$$

The last step is to apply the inverse formulas for  $T_k(x,t)$ , equations (18), and the system in final form is expressed as:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{T}_{1,i}(t) + \mu_{1,i}^2 \bar{T}_{1,i}(t) &= \bar{\xi}_{1,i}(t) + \\ &\sum_{j=1}^{\infty} \sigma_2 A_{ij} \bar{T}_{2,j}(t) - \sigma_0 B_{ij} \bar{T}_{1,j}(t) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{T}_{2,i}(t) + \mu_{2,i}^2 \bar{T}_{2,i}(t) &= \bar{\xi}_{2,i}(t) + \\ &\sum_{j=1}^{\infty} \sigma_1 C_{ij} \bar{T}_{1,j}(t) - \sigma_3 D_{ij} \bar{T}_{2,j}(t) \end{aligned} \quad (25)$$

where:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \frac{1}{N_{1,i}^{1/2}} \frac{1}{N_{2,j}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} b(x) \psi_{1,i}(x) \psi_{2,j}(x) dx \\ B_{ij} &= \frac{1}{N_{1,i}^{1/2}} \frac{1}{N_{1,j}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} b(x) \psi_{1,i}(x) \psi_{1,j}(x) dx \\ C_{ij} &= \frac{1}{N_{2,i}^{1/2}} \frac{1}{N_{1,j}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} b(x) \psi_{2,i}(x) \psi_{1,j}(x) dx \end{aligned} \quad (26)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{N_{2,i}^{1/2}} \frac{1}{N_{2,j}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} b(x) \psi_{2,i}(x) \psi_{2,j}(x) dx$$

The required initial conditions for the system are obtained by simply applying the inversion formula for  $T_k(x,t)$  on equations (4) and (5). This results in:

$$\bar{T}_{k,i}(0) = \frac{1}{N_{k,i}^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} W_k(x) \psi_{k,i}(x) f_k(x) dx \quad (27)$$

Actually, for practical computational purposes, the infinite summations in the potentials  $T_k(x,t)$  have to be truncated to a certain order,  $N$ , in order to attain a pre-established convergence criterion. In matrix form, this truncated  $2N$  system of equations are written as:

$$\{y'(t)\} = [A] \{y(t)\} + \{h(t)\} \quad (28)$$

where the vector  $y(t)$  contains the desired transformed potentials and vector  $h(t)$  the non-homogeneous quantities expressed by  $\bar{g}_{k,i}(t)$ . Matrix  $A$  can be expressed as a set of four  $N \times N$  sub-matrices in the form of:

$$\begin{bmatrix} -\sigma_0 B_{ij} - \mu_{1,i}^2 \delta_{ij} & \sigma_2 A_{ij} \\ \sigma_1 C_{ij} & -\sigma_9 D_{ij} - \mu_{2,i}^2 \delta_{ij} \end{bmatrix}$$

Scientific subroutines such as those from the IMSL package (1987) are employed for reliable evaluation of this system. Then, the inversion formulas are recalled to establish the original fields  $T_k(x,t)$ .

#### APPLICATION

An application is now considered in order to explore the ideas described in the previous section. It deals with the determination of the dimensionless concentration  $\phi$  and temperature  $\theta$  distributions in a chemically reacting fluid in plug flow inside a parallel plate channel subjected to a prescribed heat flux at the wall channel. This problem can be modeled (Mikhailov and Ozisik, 1984) as:

$$\begin{aligned} \frac{1}{Lu} \frac{\partial \phi(X,Z)}{\partial Z} &= \frac{\partial^2 \phi(X,Z)}{\partial X^2} - \beta^2 [\phi(X,Z) - K \theta(X,Z)] \\ \frac{\partial \phi(X,Z)}{\partial Z} &= \frac{\partial^2 \theta(X,Z)}{\partial X^2} + \beta^2 [\phi(X,Z) - K \theta(X,Z)] \\ \phi(X,0) &= 0, \quad \phi(X,1) = 0 \\ \frac{\partial \phi(0,Z)}{\partial X} &= 0, \quad \frac{\partial \phi(1,Z)}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial \theta(0,Z)}{\partial X} &= 0, \quad \frac{\partial \theta(1,Z)}{\partial X} = 1 \end{aligned} \quad (29)$$

where  $Lu$  and  $\beta$  are dimensionless parameters pertaining to the mathematical model.

An inspection on the above formulation reveals that this problem is a particular example of the Class V problem. However, in order to deal with homogeneous problems, which are known to exhibit fast convergence rates, the following split up procedure (Mikhailov and Ozisik, 1984) is performed

$$\theta(X,Z) = \theta_{av}(Z) + \theta_o(X) + \theta_h(X,Z) \quad (30)$$

$$\phi(X,Z) = \phi_{av}(Z) + \phi_o(X) + \phi_h(X,Z) \quad (31)$$

where:

$$\phi_{av}(Z) = \int_0^1 \phi(X,Z) dx, \quad (32)$$

$$\theta_{av}(Z) = \int_0^1 \theta(X,Z) dx \quad (33)$$

The governing equations for the average quantities are obtained by simply integrating the differential equations over the  $0 < X < 1$  region. This leads to:

$$\frac{1}{Lu} \frac{d\phi_{av}(Z)}{dZ} = -\beta^2 [\phi_{av}(Z) - K \theta_{av}(Z)]$$

$$\frac{d\theta_{av}(Z)}{dZ} = 1 + \beta^2 [\phi_{av}(Z) - K \theta_{av}(Z)]$$

$$\phi_{av}(0) = 0, \quad \theta_{av}(0) = 0 \quad (34)$$

The pseudo steady-state problem is chosen as:

$$\frac{d^2 \phi_o(X)}{dX^2} - \beta^2 [\phi_o(X) - K \theta_o(X)] = 0$$

$$\frac{d^2 \theta_o(X)}{dX^2} + \beta^2 [\phi_o(X) - K \theta_o(X)] = 1$$

$$\frac{d\phi_o(0)}{dX} = 0, \quad \frac{d\phi_o(1)}{dX} = 0 \quad (35)$$

$$\frac{d\theta_o(0)}{dX} = 0, \quad \frac{d\theta_o(1)}{dX} = 1$$

and finally the homogeneous problems for  $\phi_h$  and  $\theta_h$  are found to be:

$$\frac{1}{Lu} \frac{\partial \phi_h(X,Z)}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \phi_h(X,Z)}{\partial X^2} - \beta^2 [\phi_h(X,Z) - K \theta_h(X,Z)]$$

$$\frac{\partial \theta_h(X,Z)}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \theta_h(X,Z)}{\partial X^2} + \beta^2 [\phi_h(X,Z) - K \theta_h(X,Z)]$$

$$\phi_h(X,0) = -\phi_o(X), \quad \theta_h(X,0) = -\theta_o(X)$$

$$\frac{\partial \phi_h(0,Z)}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial \phi_h(1,Z)}{\partial X} = 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial \theta_h(0,Z)}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial \theta_h(1,Z)}{\partial X} = 0$$

which is an example of a homogeneous Class V problem.

Following the methodology described in the last section, the auxiliary problems are



chosen as:

$$\frac{d^2 \psi_{1,i}(X)}{dX^2} + \mu_{1,i}^2 \frac{1}{Lu} \psi_{1,i}(X) = 0$$

$$\frac{d\psi_{1,i}(0)}{dX} = 0, \quad \frac{d\psi_{1,i}(1)}{dX} = 0$$

$$\frac{d^2 \psi_{2,i}(X)}{dX^2} + \mu_{2,i}^2 \psi_{2,i}(X) = 0$$

$$\frac{d\psi_{2,i}(0)}{dX} = 0, \quad \frac{d\psi_{2,i}(1)}{dX} = 0$$

For  $Lu = 1$  the two eigenproblems become identical and due to the orthogonality of the eigenfunctions the matrices A, B, C and D are diagonal:

$$A_{ij} = B_{ij} = C_{ij} = D_{ij} = \beta^2 \delta_{ij} \quad (37)$$

and the resulting ordinary differential system of equations for the transformed potential becomes:

$$\frac{d}{dZ} \bar{\phi}_{h,i}(Z) + \mu_i^2 \bar{\phi}_{h,i}(Z) = K \beta^2 \bar{\theta}_{h,i}(Z) - \beta^2 \bar{\phi}_{h,i}(Z) \quad (38)$$

$$\frac{d}{dZ} \bar{\theta}_{h,i}(Z) + \mu_i^2 \bar{\theta}_{h,i}(Z) = \beta^2 \bar{\phi}_{h,i}(Z) - K \beta^2 \bar{\theta}_{h,i}(Z) \quad (39)$$

subjected to the following constraints:

$$\bar{\theta}_{h,i}(0) = -\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \psi_i(X) \theta_o(X) dX \quad (40)$$

$$\bar{\phi}_{h,i}(0) = -\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \psi_i(X) \phi_o(X) dX \quad (41)$$

For the case of  $Lu = K = 1$  the above system has a simple closed form analytical solution in the form:

$$\bar{\theta}_{h,i}(Z) = D_i e^{-\mu_i^2 Z} - \frac{1}{2} \bar{\Omega}_i e^{-(\mu_i^2 + 2\beta^2)Z}$$

$$\bar{\phi}_{h,i}(Z) = D_i e^{-\mu_i^2 Z} + \frac{1}{2} \bar{\Omega}_i e^{-(\mu_i^2 + 2\beta^2)Z}$$

where:

$$\bar{\Omega}_i = \bar{\phi}_{h,i}(0) - \bar{\theta}_{h,i}(0)$$

$$D_i = \frac{1}{2} \left[ \bar{\theta}_{h,i}(0) + \bar{\phi}_{h,i}(0) \right]$$

and the homogeneous dimensionless concentration and temperature fields are determined by:

$$\phi_h(X,Z) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{1/2}} \psi_i(X) \bar{\phi}_{h,i}(Z) \quad (42)$$

$$\theta_h(X,Z) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{1/2}} \psi_i(X) \bar{\theta}_{h,i}(Z) \quad (43)$$

Due to space restrictions, results are presented in terms of a history convergence for the wall temperature and Nusselt number for  $\beta = 5$  and at station  $Z = 0.01$ . From table 1 it can be noticed that a seven digit convergence is achieved with no more than 10 terms in the expansions for  $\theta$  and  $\phi$ . It should be noticed that  $Z = 0.01$  is located far away from the thermally developed region since the simulations indicate that the fully developed Nusselt number is attained at  $Z = 2.0$  and was found to be equal to 8.795947. All these results were compared with the solution presented by Mikhailov and Ozisik (1984) and both procedures yielded the same results.

In closing, this alternative solution for the Class V problem appears to be very encouraging since it deals with more straightforward eigenvalues problems.

N	$\theta(1,Z)$	$Nu(Z) 10^{-2}$
1	0.1654961	0.1381622
2	0.1529955	0.1512211
3	0.1501616	0.1545323
4	0.1494575	0.1553775
5	0.1492871	0.1555835
10	0.1492406	0.1556399
15	0.1492405	0.1556399
20	0.1492405	0.1556399

Table 1: Convergence history for wall temperature and Nusselt number for  $\beta = 5$  and at  $Z = 0.01$

#### REFERENCES

Cotta, R. M., "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow", CRC Press, Boca Raton, FL, 1993.

MATH/LIB, IMSL Library, Houston, Tx, 1987.

Mikhailov, M. D. and Ozisik, M. N., "Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion", John Wiley, New York, 1984.

Scofano Neto, F., Cotta, R. M. and Ribeiro, J. W., "Alternative Analytical Approach to Diffusion Problems with General Coupling at the Boundaries", Proceedings of the 10th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Vol. I, pp.173-176, Rio de Janeiro, Brazil, 1989.

Scofano Neto, F. and Cotta, R. M., "Alternative Analytical Approach to Diffusion Equations Coupled by One Boundary Condition", Proceedings of the 4th Brazilian Thermal Sciences Meeting, pp. 279-282, Rio de Janeiro, Brazil, 1992.

Scofano Neto, F. and Cotta, R. M., "An Analytical Methodology for the Solution of Linear Diffusion Equations Coupled by Boundary Conditions", Proceedings of the 11th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Vol. III, pp. 561-564, São Paulo, Brazil, 1993.

FLUXO DE CALOR TRANSIENTE EM  
 PAREDES EXTERNAS MULTICOMPOSTAS

PAULO O. BEYER e MARCO TULIO M. B. VILHENA  
 Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica  
 Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
 Rua Sarmento Leite, 425 - Centro  
 90050-170 Porto Alegre RS Brasil

SUMÁRIO

Este trabalho desenvolve uma metodologia analítica para cálculo do fluxo de calor transiente em paredes multicamadas externas de edificações, sujeitas à convecção e radiação externas. O método baseia-se na aplicação da Transformada de Laplace ao problema com inversão por Quadratura Gaussiana. Este método apresenta como vantagem o fato de não necessitar incrementos sequenciais no espaço e tempo, diminuindo o tempo computacional de resolução dos problemas.

INTRODUÇÃO

O desempenho térmico da envoltória de edificações tem participação importante no conforto térmico produzido internamente e no consumo de energia no caso de utilização de condicionamento artificial. A envoltória das edificações esta normalmente em processo transiente de transferência de calor, seja em resfriamento ou aquecimento. Este cálculo transiente tem como principal forma de realização uso do Método da Função de Transferência (Mitalas 1972). Este método necessita um cálculo prévio do fluxo transiente através de métodos numéricos, para encontrar-se após a função de transferência. Nas duas etapas existe a necessidade normal dos métodos numéricos, ou seja, o incremento sequencial nas variáveis espacial e temporal, demandando grande tempo computacional. O incremento temporal existe inclusive quando já se conhece a função de transferência.

O objetivo aqui procurado é desenvolver uma metodologia analítica que calcule o fluxo transiente de calor em superfícies multicamadas, independente da necessidade de incrementos sequenciais no espaço e tempo. Em uma segunda etapa este processo deverá ser estendido para duas dimensões transiente.

Um trabalho anterior (Beyer 1993) apresenta este problema sem considerar uma condição inicial para cada dia de cálculo, o que acarreta uma aproximação na resolução do problema. Neste trabalho foi introduzido a condição inicial, melhorando os resultados numéricos.

DESENVOLVIMENTO DO PROBLEMA

Seja uma superfície multicamada conforme representada na figura 1. A parede é composta por diversos meios  $i$ , sendo que  $i$  varia de 1 até  $M$ . O problema resolvido consiste em uma parede externa de uma edificação, que tem no lado externo uma temperatura  $T_a(t)$  chamada Sol-Ar, função cíclica diária que será posteriormente analisada e um coeficiente de convecção conhecido. No lado interno da edificação existe uma temperatura interna e um coeficiente de convecção, ambos constantes. Os meios  $i$  são compostos por materiais diferentes, sendo que entre eles pode ou não existir contato térmico perfeito.

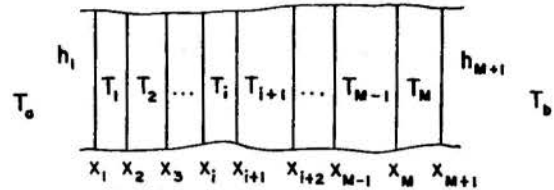


Figura 1. Superfície Multicomposta

A equação básica do problema é:

$$\frac{\partial^2 T_1(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial T_1(x, t)}{\partial t}, \quad x_1 < x < x_{i+1}, \quad t > 0 \quad (1a)$$

sujeita às seguintes condições de contorno:

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = h_1 (T_a - T_1), \quad x = x_1, \quad t > 0 \quad (1b)$$

$$\left. \begin{aligned} -k_i \frac{\partial T_i}{\partial x} &= h_{i+1} (T_i - T_{i+1}) \\ T_i &= T_{i+1} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &x = x_{i+1} \\ &i = 1, 2, \dots, M-1 \\ &t > 0 \end{aligned} \quad (1c1)$$

$$k_i \frac{\partial T_i}{\partial x} = k_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x} \quad (1d)$$

$$k_M \frac{\partial T_M}{\partial x} = h_{M+1} (T_b - T_M), \quad x = x_{M+1}, \quad t > 0 \quad (1e)$$

e sujeita à seguinte condição inicial:

$$T_1(x, t) = T_{01}(x), \quad t = 0, \quad x_1 < x < x_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (1f)$$

O problema pode escolher entre as condições (1c1) (existência de resistência de contato) e (1c2) (contato térmico perfeito).

A condição inicial  $T_{01}(x)$  é uma função que deve ser ajustada conforme a distribuição de temperaturas na parede ao fim de cada dia, condição inicial para o dia seguinte. Neste trabalho é feita uma análise da melhor condição inicial a ser considerada para este tipo de problema.

Aplicando a Transformada de Laplace ao problema acima vem:

$$\frac{d^2 \bar{T}_1(x, s)}{dx^2} - \frac{s}{\alpha_1} \bar{T}_1(x, s) = - \frac{T_{01}(x)}{\alpha_1} \quad (2a)$$

$$-k_1 \frac{d\bar{T}_1}{dx} + h_1 \bar{T}_1 = h_1 \bar{T}_a \quad (2b)$$

$$-k_1 \frac{d\bar{T}_1}{dx} = h_{i+1} (\bar{T}_1 - \bar{T}_{i+1}) \quad (2c1)$$

$$\bar{T}_1 = \bar{T}_{i+1} \quad (2c2)$$

$$k_i \frac{d\bar{T}_1}{dx} = k_{i+1} \frac{d\bar{T}_{i+1}}{dx} \quad (2d)$$

$$k_M \frac{d\bar{T}_M}{dx} + h_{M+1} \bar{T}_M = h_{M+1} \frac{T_b}{s} \quad (2e)$$

A solução da equação (2a) é tomada da forma:

$$\begin{aligned} \bar{T}_1(x, s) = & A_1(s) \exp(-R_1 x) + B_1(s) \exp(R_1 x) \\ & + \frac{\exp(-R_1 x)}{2R_1 \alpha_1} \int_{x_1}^x \exp(R_1 x) (a_1 + b_1 x) dx \\ & - \frac{\exp(R_1 x)}{2R_1 \alpha_1} \int_{x_1}^x \exp(-R_1 x) (a_1 + b_1 x) dx \end{aligned} \quad (3)$$

Nesta equação  $R_1$  vale  $\sqrt{s/\alpha_1}$  e a distribuição inicial de temperaturas  $T_{01}(x)$  é tomada como retas  $a_1 + b_1 x$ . As exponenciais constantes da equação formam uma base para uma solução apropriada.

A integração da equação (3) resulta em:

$$\bar{T}_1(x_1, s) = A_1(s) \exp(-R_1 x_1) + B_1(s) \exp(R_1 x_1) \quad (4a)$$

$$\bar{T}_1(x_{i+1}, s) = A_1(s) \exp(-R_1 x_{i+1}) + B_1(s) \exp(R_1 x_{i+1}) + I_1(x_{i+1})/2\alpha_1 R_1 \quad (4b)$$

$$\begin{aligned} I_1(x_{i+1}) = & (a_1/R_1) [2 - \exp(R_1 x_1) \exp(-R_1 x_{i+1}) - \\ & \exp(-R_1 x_1) \exp(R_1 x_{i+1})] + (b_1/R_1) [2x_{i+1} - \\ & \exp(R_1 x_1) (x_1 - 1/R_1) \exp(-R_1 x_{i+1}) - \\ & \exp(-R_1 x_1) (x_1 + 1/R_1) \exp(R_1 x_{i+1})] \end{aligned} \quad (4c)$$

Estas equações devem ser colocadas junto com suas derivadas nas condições de contorno para encontrarem-se as constantes  $A_1$  e  $B_1$ . As derivadas ficam:

$$d\bar{T}_1(x_1, s)/dx = -R_1 A_1(s) \exp(-R_1 x_1) + R_1 B_1(s) \exp(R_1 x_1) \quad (5a)$$

$$d\bar{T}_1(x_{i+1}, s)/dx = -R_1 A_1(s) \exp(-R_1 x_{i+1}) + R_1 B_1(s) \exp(R_1 x_{i+1}) + I_{d1}(x_{i+1})/2\alpha_1 R_1 \quad (5b)$$

$$\begin{aligned} I_{d1}(x_{i+1}) = & b_1 [(2/R_1) + \\ & \exp(R_1 x_1) (x_1 - 1/R_1) \exp(-R_1 x_1) - \\ & \exp(-R_1 x_1) (x_1 + 1/R_1) \exp(R_1 x_1)] + \\ & a_1 [\exp(R_1 x_1) \exp(-R_1 x_{i+1}) - \\ & \exp(-R_1 x_1) \exp(R_1 x_{i+1})] \end{aligned} \quad (5c)$$

Colocando-se as equações acima nas condições de contorno pode-se montar um sistema linear para obtenção dos coeficientes  $A_1$  e  $B_1$ , obtendo-se:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & b_{12} & a_{22} & b_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & b_{13} & a_{23} & b_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{24} & b_{24} & a_{34} & b_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{25} & b_{25} & a_{35} & b_{35} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{36} & b_{36} & a_{46} & b_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{37} & b_{37} & a_{47} & b_{47} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{48} & b_{48} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \\ A_3 \\ B_3 \\ A_4 \\ B_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Este sistema linear tem a variável  $s$  complexa participando do cálculo dos coeficientes  $A_1$  e  $B_1$ . Estes coeficientes devem ser colocados nas equações (4) e a função  $T_1(x, t)$ , solução do problema (1a), é encontrado pela fórmula de inversão da Transformada de Laplace. Neste trabalho utiliza-se o cálculo desta integral de inversão por Quadratura Gaussiana, substituindo-se a variável complexa  $s$  pe-

los valores dos pontos da Quadratura.

#### QUADRATURA GAUSSIANA

A solução do problema (4) é feito pelo retorno do domínio  $s$  para o domínio  $t$ , através da integral de inversão:

$$T_1(x, t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{s=c-j\infty}^{c+j\infty} \exp(st) \bar{T}_1(x, s) ds \quad (7)$$

Fazendo  $st = p$  para obter uma integral definida sem o parâmetro  $t$  no termo exponencial, que é a função peso, vem:

$$T_1(x, t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c'-j\infty}^{c'+j\infty} \exp(p) \frac{\bar{T}_1(x, p/t)}{t} dp \quad (8)$$

onde  $c' = c/t$ . Tem-se então uma fórmula de quadratura do tipo:

$$\int_a^b w(x) f(x) dx \approx \sum_{k=1}^n A_k f(x_k) \quad (9)$$

A fórmula de Quadratura Gaussiana apropriada é, segundo Heydarian e Mullineaux (1989):

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \exp(p) \frac{F(p)}{p} dp = \sum_{k=1}^n A_k F(p_k) \quad (10)$$

Observa-se que a função  $F(p_k)$  é relacionada com a função  $\bar{T}_1(x, p_k/t)$ , que deve ser invertida, por:

$$F(p_k) = (p_k/t) \bar{T}_1(x, p_k/t) \quad (11)$$

Colocando a equação (11) em (10) tem-se:

$$\begin{aligned} T_1(x, t) = & \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \exp(p) \frac{\bar{T}_1(x, p_k/t)}{t} dp = \\ = & \sum_{k=1}^n A_k (p_k/t) \bar{T}_1(x, p_k/t) \end{aligned} \quad (12)$$

Pode-se então calcular  $T_1(x, t)$  substituindo-se  $s$  por  $p_k/t$ , o que é feito no sistema 6.

Os termos  $A_k$  e  $p_k$  podem ser encontrados para até  $n = 30$  em Stroud e Secrest (1966). Normalmente  $n = 8$  apresenta bons resultados. Neste trabalho utiliza-se  $n = 8$ .

A substituição  $s \rightarrow p_k/t$  é utilizada para encontrar as constantes de integração  $A_1$  e  $B_1$  do problema (6) e junto com os valores de  $A_k$  para encontrar  $T_1(x, t)$ . É necessário portanto inverter a matriz 8 vezes para qualquer  $x$  ou  $t$  procurado diretamente, independente de incremento nestas variáveis.

#### TEMPERATURA SOL-AR

A condição de contorno externa é de 3ª espécie, com troca de calor por convecção. Nesta troca deve estar incluído o efeito da radiação solar, o que é feito com a introdução de uma temperatura fictícia chamada Temperatura Sol-Ar (ASHRAE 1989). O balanço do fluxo de calor nesta superfície, exprimindo o calor que entra na parede é:

$$q/A = \alpha I_t + h_0(t_0 - t_s) - \epsilon \delta R \quad (13)$$

onde  $q/A$  = fluxo de calor,  $W/m^2$ ,  $\alpha$  = absortância da superfície para a radiação solar,  $I_t$  = radiação solar total incidente na superfície,  $W/m^2$ ,  $h_0$  = coeficiente de transferência de calor por convecção e radiação de onda longa na superfície externa,  $W/m^2 \cdot ^\circ C$ ,  $t_0$  = temperatura do ar externo,  $^\circ C$ ,  $t_s$  = temperatura superficial,  $^\circ C$ ,  $\epsilon$  = emitância

hemisférica da superfície em onda longa,  $\delta R$  = diferença entre a radiação de onda longa incidente na superfície do céu e entorno e a radiação emitida por um corpo negro na temperatura do ar externo,  $W/m^2$ .

Assumindo que o fluxo de calor pode ser expresso em termos da Temperatura Sol-Ar  $t_{sa}$ :

$$q/A = h_o(t_{sa} - t_s) \quad (14)$$

Igualando os fluxos de calor vem:

$$t_{sa} = t_o + \alpha I_t / h_o - \epsilon \delta R / h_o \quad (15)$$

Conforme Bliss (1961) o termo  $\delta R$  vale  $63 W/m^2$  para superfícies horizontais e  $0 W/m^2$  para superfícies verticais. Para superfícies comuns  $\epsilon = 1$ .

Normalmente  $h_o$  é tomado constante igual a  $16,95 W/m^2 \cdot ^\circ C$ ,  $\alpha$  vale  $0,44$  para superfícies claras e  $0,88$  para superfícies escuras.

A variação da temperatura externa, radiação total e Temperatura Sol-Ar para o problema resolvido neste trabalho pode ser vista na figura 2.

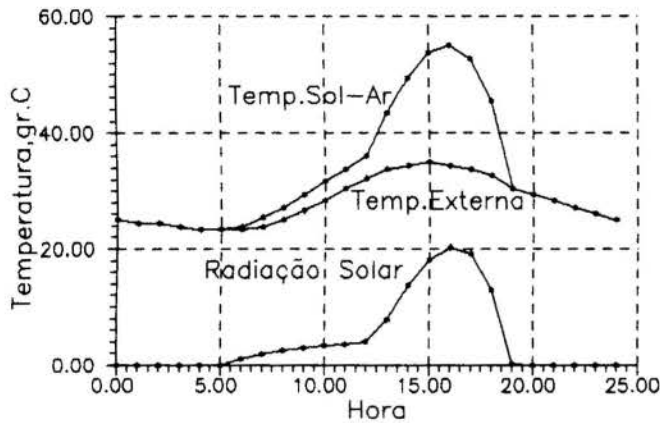


Figura 2. Temperatura Sol-Ar

#### PROBLEMA RESOLVIDO

Para avaliar o comportamento deste método foi resolvido o problema constante em ASHRAE 1989, resolvido pelo Método da Função de Transferência (TFM).

Seja uma parede multicomposta de cor clara construída com 25 mm estuque ( $k = 0,692 W/m \cdot ^\circ C$ ,  $\alpha = 4,434E-7 m^2/s$ ), 100 mm concreto pesado ( $k = 1,731$ ,  $\alpha = 9,187E-7$ ), 25 mm isolante ( $k = 0,043$ ,  $\alpha = 1,6E-6$ ), 20 mm reboco ( $k = 0,727$ ,  $\alpha = 5,4E-7$ ), e coeficientes de convecção externo e interno de  $16,95$  e  $8,26 W/m^2 \cdot ^\circ C$  respectivamente. Não há resistência térmica de contato entre as camadas. A temperatura interna é mantida constante, igual a  $24^\circ C$ . O fluxo foi calculado através de  $1 m^2$  de parede oeste. A temperatura externa evolui como função horária com ciclo de um dia, segundo a Temperatura Sol-Ar retirada de ASHRAE (1989) para  $40^\circ$  Latitude Norte, 21 de Julho,  $\alpha/h_o = 0,026$ . Considera-se que estes valores repetem-se consecutivamente por no mínimo quatro dias, tempo necessário para o sistema entrar em regime periódico (não ocorre nebulosidade atmosférica).

Estes valores calculados conforme descrito no item Temperatura Sol-Ar aparecem na figura 2 acima citada.

O método analítico exige uma função contínua sobre as 24 horas do dia. A equação (15) apresenta como desvantagem o fato da radiação  $I_t$  ser descontínua ao longo do dia. Por isso foi ajustado um polinômio de grau dez para

representar a Temperatura Sol-Ar. O resultado deste polinômio pode ser visto na figura 3.

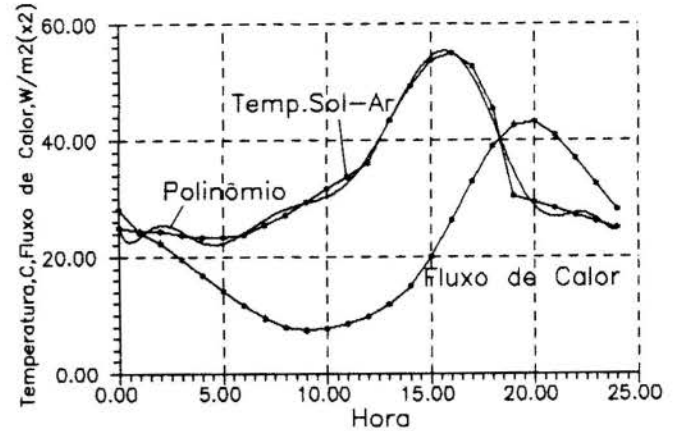


Figura 3. Temperatura Sol-Ar e Fluxo de Calor

O problema também exige a definição de uma condição inicial. Para o primeiro dia, foi considerado que toda a parede estivesse na temperatura interna. Nos dias subsequentes, foram encontradas as temperaturas internas da parede às 24 hs, ajustadas equações de retas para esta distribuição, e tomadas estas equações como a condição inicial para o dia seguinte. A distribuição de temperaturas e retas consideradas como condição inicial para o quarto dia (regime cíclico) podem ser vistas na figura 4. Observa-se que para a parede em análise, especialmente em relação ao concreto pesado, e por estar a parede às 24 hs perdendo calor para os dois lados, o ajuste da condição inicial por retas introduz uma diferença entre o campo real de temperaturas e a distribuição considerada. Esta diferença deve ser avaliada quanto ao erro introduzido, e poderá ser eliminada ajustando-se o campo de temperaturas por uma equação quadrática.

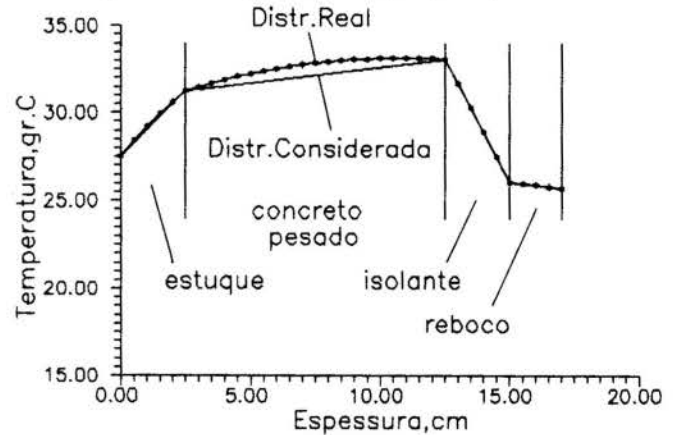


Figura 4. Distribuição de Temperaturas

Os resultados numéricos para o Método da Função de Transferência e para o método proposto aparecem na tabela 1. Estes dois resultados aparecem traçados na figura 5, ao longo dos quatro dias.

O fluxo de calor para o quarto dia pelo método proposto está colocado na figura 3 junto com a Temperatura Sol-Ar. Nesta figura nota-se que a Temperatura Sol-Ar funciona como excitação do sistema, e o fluxo de calor interno como resposta, com um retardo devido ao comportamento térmico da parede.

O método permite calcular facilmente as temperaturas dentro da parede ao longo do dia, como pode ser visto na figura 6.



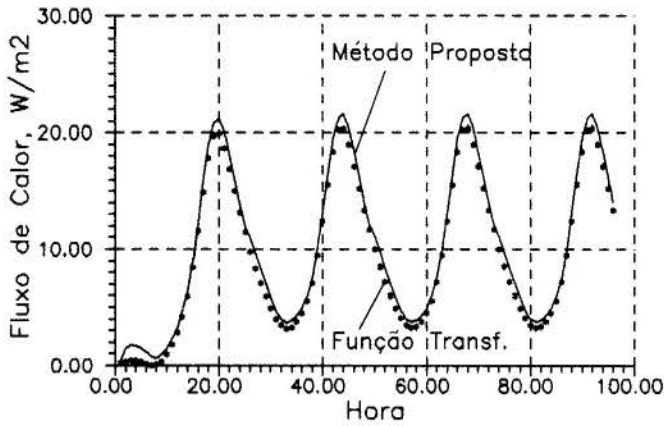


Figura 5. Evolução dos Dois Métodos

Tabela 1. Cálculo pelos dois Métodos

Função de Transfer.		Método Proposto	
h	W/m <sup>2</sup>	h	W/m <sup>2</sup>
49	11.629	73	11.631
50	9.982	74	9.985
51	8.500	75	8.502
52	7.187	76	7.189
53	6.001	77	6.003
54	4.945	78	4.946
55	4.068	79	4.069
56	3.460	80	3.461
57	3.196	81	3.197
58	3.292	82	3.293
59	3.743	83	3.744
60	4.512	84	4.513
61	5.574	85	5.574
62	7.152	86	7.153
63	9.488	87	9.488
64	12.432	88	12.432
65	15.581	89	15.582
66	18.397	90	18.397
67	20.249	91	20.249
68	20.380	92	20.380
69	19.005	93	19.005
70	17.142	94	17.142
71	15.232	95	15.232
72	13.388	96	13.388
49	12.060	73	12.062
50	11.202	74	11.204
51	9.842	75	9.843
52	8.416	76	8.417
53	7.122	77	7.123
54	5.866	78	5.867
55	4.746	79	4.747
56	3.986	80	3.987
57	3.706	81	3.707
58	3.845	82	3.845
59	4.263	83	4.263
60	4.914	84	4.915
61	5.929	85	5.929
62	7.553	86	7.553
63	9.967	87	9.967
64	13.096	88	13.097
65	16.506	89	16.506
66	19.488	90	19.488
67	21.315	91	21.315
68	21.579	92	21.579
69	20.412	93	20.412
70	18.425	94	18.425
71	16.275	95	16.275
72	14.106	96	14.106

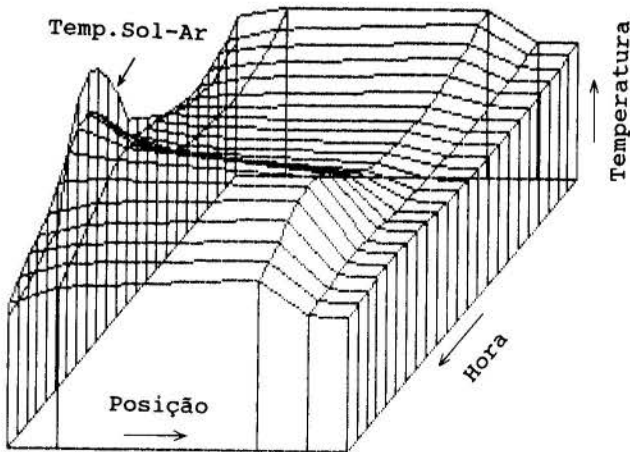


Figura 6. Campo de Temperaturas em um Dia

**CONCLUSÕES**

O método apresentou bons resultados numéricos comparando-se com o Método da Função de Transferência, permitindo maior flexibilidade em relação à possibilidade de calcular-se qualquer tipo de parede, inclusive com alterações nos coeficientes de película. Atualmente estuda-se a possibilida-

de de fazer a inversão da Transformada de Laplace também analiticamente. Após, pretende-se estender o método para duas dimensões transiente.

Em relação aos métodos numéricos tradicionais, o presente método apresenta como grande vantagem o fato de não depender de incremento sequencial seja na variável espacial ou na temporal. Com isto consegue-se uma rapidez de cálculo bem maior, pois pode-se chegar diretamente ao quarto dia de cálculo somente calculando-se a distribuição de temperatura às 24 h de cada dia, já que o método analítico tem inerente em sua formulação o efeito temporal total da função excitação do problema. Também o método analítico permite o cálculo das temperaturas somente nas interfaces, por eliminar a necessidade de discretização do domínio espacial. Consegue-se com isto uma diminuição significativa no tempo computacional para solução do fluxo transiente em superfícies opacas multicompostas.

**REFERÊNCIAS**

ASHRAE, "Handbook of Fundamentals", ASHRAE, pp.26.18-26.25, 1989.

Beyer, P.O., "Fluxo de Calor Transiente em Paredes pela Transformada de Laplace com Inversão Numérica", XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp.609-612, Brasília, Brasil, 1993.

Bliss, R.W., "Atmospheric Radiation near the Surface of the Ground", Solar Energy 5(3):103, 1961.

Heydarian, M. e Mullineaux, N., "Solution of Parabolic Partial Differential Equations", Appl. Math. Modelling, 5, pp.448-449, 1981.

Mitalas, G.P., "Transfer Function Method of Calculating Cooling Loads, Heat Extraction Rate and Space Temperature", ASHRAE Journal, 14(12), 1972.

Stroud, A.H. e Secrest, D., "Gaussian Quadrature Formulas", Prentice Hall, New Jersey, 1966.

Vilhena, M.T.B., e Sefidvash, F., "Solution of Heat Conduction Equation for a Fluidized Bed Nuclear Reactor", Kerntechnik 55, No.2, pp.108-111, 1990.

**ABSTRACT**

In this work, the Laplace transform technique with numerical inversion is used to develop solutions for the problem of one-dimensional heat conduction in multilayered walls. In this method, the partial derivatives with respect to the time variable are removed from the differential equation by the application of the Laplace transform, the resulting system of ordinary differential equations are solved and the transform of the temperature is inverted by numerical method. This method is based on Gaussian quadrature, a method for the approximation of integrals. To test the method, a comparison was made with the Transfer Function Method (TFM), a case of the calculation of heat flow through building components outlined in ASHRAE. The advantage of the present method is that there is no need to step in time or position. The solution for any value of t or x can be found immediately.

INVERSE HEAT CONDUCTION PROBLEM FOR THE ESTIMATION  
 OF THE TEMPERATURE DEPENDENCE OF  
 THERMAL CONDUCTIVITY

H. R. B. ORLANDE  
 Programa de Engenharia Mecânica  
 COPPE/UFRJ, Cx. Postal: 68503  
 Rio de Janeiro, 21945-970

M. N. OZISIK  
 MAE Department  
 North Carolina State University  
 Raleigh, NC 27695-7910, USA

SUMMARY

In this paper we use the *Conjugate Gradient Method with Adjoint Equation* in order to estimate the temperature dependence of thermal conductivity. The accuracy of this method of inverse analysis is verified by using simulated measurements as the input data for the inverse problem. Functional forms containing sharp corners and discontinuities are generally very difficult to recover by an inverse analysis. The present approach is capable of handling such situations quite readily and accurately

INTRODUCTION

A vast amount of literature exists on the analysis and solution of linear inverse heat conduction problems. In the case of nonlinear inverse heat conduction, the available works were mostly concerned with the estimation of thermophysical properties, where the dependence of the unknown quantity on temperature was approximated by a polynomial (Artyukhin, 1975), B-splines (Artyukhin, 1982, 1987, 1993) or piecewise linear continuous functions (Jarny et al, 1986 and Goryachev and Yudin, 1981). With such approaches, the inverse analysis was reduced to the determination of the constant coefficients of the functional form assumed for the unknown (i.e., a finite dimensional minimization problem). The steepest descent (Artyukhin, 1975 and 1987, and Jarny et al, 1986) or the conjugate gradient method (Artyukhin, 1982, and Goryachev and Yudin, 1981) have been used for the solution of such parameter estimation problems.

If no information is available on the functional form of the unknown quantity, the minimization has to be performed on an infinite dimensional space of functions. Such novel approach for the determination of temperature-dependent quantities has been successfully applied to the estimation of the reaction function by Orlande and Ozisik (1993).

In this work we apply a function estimation approach based on the *conjugate gradient method* of inverse analysis with *adjoint equation* to estimate the unknown thermal conductivity in a non-linear transient heat conduction problem. It is assumed that no prior information is available on the functional form of the unknown quantity. The accuracy of the present method is examined under strict conditions, by using transient simulated measured data in the inverse analysis.

INVERSE ANALYSIS FOR ESTIMATING THERMAL CONDUCTIVITY

The inverse analysis of function estimation approach, utilizing the conjugate gradient method with adjoint equation considered here, consists of the following basic steps (Jarny et al, 1991):

1. The direct problem;
2. The inverse problem;
3. The sensitivity problem;
4. The adjoint problem and the gradient equation;
5. The conjugate gradient method of minimization;
6. The stopping criterion; and

7. The computational algorithm.

We present below the salient features of each of these steps, as applied to the estimation of the unknown thermal conductivity.

The Direct Problem. For the present study, the *direct problem* is taken as:

$$C(T) \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] - g(T) = 0$$

in  $0 < x < L$ ; for  $t > 0$  (1.a)

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

at  $x=0$ ; for  $t > 0$  (1.b)

$$k(T) \frac{\partial T}{\partial x} = \phi_L(t)$$

at  $x=L$ ; for  $t > 0$  (1.c)

$$T(x,0) = F(x)$$

for  $t=0$ ; in  $0 < x < L$  (1.d)

The *direct problem* defined above by equations (1) is concerned with the determination of the temperature distribution  $T(x,t)$  in the medium, when the physical properties  $C(T)$  and  $k(T)$ , the boundary and initial conditions, and the reaction function  $g(T)$  are known. In order to solve this direct problem, we used the combined method of finite differences with  $\theta=2/3$  and the resultant nonlinear system of algebraic equations was linearized by the expansions:

$$k^{n+1} = k^n + \left( \frac{dk}{dT} \right)^n (T^n - T^{n-1})$$

(2.a)

$$C^{n+1} = C^n + \left( \frac{dC}{dT} \right)^n (T^n - T^{n-1})$$

(2.b)

$$g^{n+1} = g^n + \left( \frac{dg}{dT} \right)^n (T^n - T^{n-1})$$

(2.c)

where the superscript "n" denotes the time step.

The Inverse Problem. For the *inverse problem*, the thermal conductivity  $k(T)$  is regarded unknown but everything else in equations (1) is known. In addition, temperature data are considered available at some appropriate locations within the medium at various time steps.

The inverse analysis utilizing the conjugate gradient method requires the solution of the direct, sensitivity and adjoint problems, together with the gradient equation. The development of sensitivity and adjoint problems are discussed next.

The Sensitivity Problem. The solution of the direct problem

(1) with thermal conductivity  $k(T)$  unknown, can be recast as a problem of optimum control, that is, choose the control function  $k(T)$  such that the following functional is minimized:

$$J[k(T)] = \frac{1}{2} \int_{t=0}^{t_f} \sum_{m=1}^M \{T[x_m, t; k(T)] - Y_m(t)\}^2 dt \quad (3)$$

where  $M$  is the number of sensors and  $Y_m(t)$  and  $T[x_m, t; k(T)]$  are the measured and estimated temperatures, respectively, at a location  $x_m$  in the medium. If an estimate is available for  $k(T)$ , the temperature  $T[x_m, t; k(T)]$  can be computed from the solution of the direct problem given by equations (1).

In order to develop the sensitivity problem, we assume that the thermal conductivity  $k(T)$  is perturbed by an amount  $\varepsilon \Delta k(T)$ . Then, the temperature  $T(x, t)$  undergoes a variation  $\varepsilon \Delta T(x, t)$ , that is,

$$T_\varepsilon(x, t) = T(x, t) + \varepsilon \Delta T(x, t) \quad (4.a)$$

where  $\varepsilon$  is a real number.

Due to the nonlinear character of the problem, the perturbation of temperature causes variations on the temperature-dependent quantities including the thermal conductivity, that is,

$$k_\varepsilon(T_\varepsilon) = k(T + \varepsilon \Delta T) + \varepsilon \Delta k(T) \approx k(T) + \left(\frac{dk}{dT}\right) \varepsilon \Delta T + \varepsilon \Delta k(T) \quad (4.b)$$

$$C_\varepsilon(T_\varepsilon) = C(T + \varepsilon \Delta T) \approx C(T) + \left(\frac{dC}{dT}\right) \varepsilon \Delta T \quad (4.c)$$

$$g_\varepsilon(T_\varepsilon) = g(T + \varepsilon \Delta T) \approx g(T) + \left(\frac{dg}{dT}\right) \varepsilon \Delta T \quad (4.d)$$

For convenience in the subsequent analysis, the differential equation (1.a) of the direct problem is written in operator form as

$$D(T) \equiv C(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] - g(T) = 0 \quad (5.a)$$

and the perturbed form of this equation becomes

$$D_\varepsilon(T_\varepsilon) \equiv C_\varepsilon(T_\varepsilon) \frac{\partial T_\varepsilon(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ k_\varepsilon(T_\varepsilon) \frac{\partial T_\varepsilon}{\partial x} \right] - g_\varepsilon(T_\varepsilon) = 0 \quad (5.b)$$

To develop the sensitivity problem, we apply a limiting process for the differential equations (5.a,b) in the form

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{D_\varepsilon(T_\varepsilon) - D(T)}{\varepsilon} = 0 \quad (6)$$

and similar limiting processes are applied for the boundary and initial conditions (1.b-d) of the direct problem. After some manipulations, the following sensitivity problem results for the determination of the sensitivity function  $\Delta T(x, t)$ :

$$\frac{\partial(C \Delta T)}{\partial t} - \frac{\partial^2(k \Delta T)}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \Delta k \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{dg}{dT} \Delta T = 0 \quad (7.a)$$

in  $0 < x < L$ ;  $t > 0$

$$\frac{\partial(k \Delta T)}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x=0; \quad t > 0 \quad (7.b)$$

$$\frac{\partial(k \Delta T)}{\partial x} = -\frac{\Delta k}{k} \phi_L \quad \text{at } x=L; \quad t > 0 \quad (7.c)$$

$$\Delta T = 0 \quad \text{for } t=0; \quad \text{in } 0 < x < L \quad (7.d)$$

where  $C \equiv C(T)$ ,  $k \equiv k(T)$ ,  $\Delta T \equiv \Delta T(x, t)$ ,  $g \equiv g(T)$  and  $\Delta k \equiv \Delta k(T)$ .

**The Adjoint Problem and the Gradient Equation.** To derive the adjoint problem and the gradient equation, we multiply equation (1.a) by the Lagrange Multiplier  $\lambda(x, t)$  and integrate over the time and space domains. The resulting expression is then added to the

functional given by equation (3) to obtain

$$J[k(T)] = \frac{1}{2} \int_{x=0}^L \int_{t=0}^{t_f} \sum_{m=1}^M (T - Y)^2 \delta(x - x_m) dt dx + \int_{x=0}^L \int_{t=0}^{t_f} \left\{ C(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] - g(T) \right\} \lambda(x, t) dt dx \quad (8)$$

where  $\delta(\bullet)$  is the Dirac delta function.

The directional derivative of the functional  $J[k(T)]$  in the direction of the perturbation  $\Delta k(T)$ , is defined as (Jarny et al, 1991):

$$D_{\Delta k} J[k(T)] = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{J[k_\varepsilon(T_\varepsilon)] - J[k(T)]}{\varepsilon} \quad (9)$$

where the term  $J[k_\varepsilon(T_\varepsilon)]$  is obtained by writing equation (8) for the perturbed quantities given by equations (4). This derivative is allowed to go to zero and after some manipulations, the following adjoint problem is obtained for the determination of the Lagrange multiplier  $\lambda(x, t)$ :

$$-C \frac{\partial \lambda}{\partial t} - k \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} - \frac{dg}{dT} \lambda + \sum_{m=1}^M (T - Y) \delta(x - x_m) = 0 \quad \text{in } 0 < x < L; \quad t > 0 \quad (10.a)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x=0; \quad t > 0 \quad (10.b)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x=L; \quad t > 0 \quad (10.c)$$

$$\lambda = 0 \quad \text{for } t=t_f; \quad \text{in } 0 < x < L \quad (10.d)$$

Such limiting process also gives the gradient equation for the functional which takes the form

$$J'[k(T)] = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \quad (11)$$

The sensitivity function  $\Delta T(x, t)$  obtained from the solution of problem (7) and the gradient of the functional given by equation (11) are used in the conjugate gradient method of minimization as discussed next.

**The Conjugate Gradient Method of Minimization.** The iterative procedure for the determination of the thermal conductivity is taken as (Jarny et al, 1991):

$$k^{p+1}(T) = k^p(T) - \beta^p d^p(T) \quad (12)$$

and the direction of descent  $d^p(T)$  is given by:

$$d^p(T) = J'[T, k^p(T)] + \gamma^p d^{p-1}(T) \quad (13)$$

where the superscript "p" denotes the number of iterations and the conjugation coefficient  $\gamma^p$  is determined from:

$$\gamma^p = \frac{\int_{x=0}^L \int_{t=0}^{t_f} \{J'[T, k^p(T)] - J'[T, k^{p-1}(T)]\} J'[T, k^p(T)] dt dx}{\int_{x=0}^L \int_{t=0}^{t_f} \{J'[T, k^{p-1}(T)]\}^2 dt dx} \quad (14)$$

for  $p=1, 2, \dots$  with  $\gamma^0 = 0$

The coefficient  $\beta^p$ , which determines the step size in going from iteration  $p$  to  $p+1$  in equation (12), is obtained by minimizing  $J[k^{p+1}(T)]$  given by equation (3) with respect to  $\beta^p$ . After some manipulations the following expression is obtained

$$\beta^P = \frac{\int_{t=0}^{t_f} \sum_{m=1}^M [T(x_m, t; k^P) - Y_m(t)] \Delta T(x_m, t; d^P) dt}{\int_{t=0}^{t_f} \sum_{m=1}^M [\Delta T(x_m, t; d^P)]^2 dt} \quad (15)$$

where  $\Delta T(x_m, t; d^P)$  is the solution of the sensitivity problem at position  $x_m$  and time  $t$ , which is obtained from equations (7) by setting  $\Delta k(T) = d^P(T)$ .

Once  $d^P(T)$  is computed from equation (13) and  $\beta^P$  from equation (15), the iterative process defined by equation (12) can be applied to determine  $k^{P+1}(T)$ , until a specified stopping criterion based on the discrepancy principle described below is satisfied.

**The Stopping Criterion.** If the problem involves no measurement errors, the traditional check condition specified as

$$J[k^{P+1}(T)] < \varepsilon_J \quad (16)$$

where  $\varepsilon_J$  is a small specified number, can be used. However, the observed temperature data contains measurement errors; as a result, the inverse solution will tend to approach the perturbed input data and the solution will exhibit oscillatory behavior as the number of iterations is increased. The computational experience shows that it is advisable to use the discrepancy principle to stop the iteration process. Thus, by assuming

$$T[x_m, t; k(T)] - Y_m(t) \approx \sigma = \text{constant} \quad (17)$$

$\varepsilon_J$  is obtained from equation (3) as:

$$\varepsilon_J = \frac{M}{2} \sigma^2 t_f \quad (18)$$

where  $\sigma$  is the standard deviation of the measurement errors.

Hence, equation (16) with  $\varepsilon_J$  determined from equation (18) is used to stop the iterations.

**The Computational Algorithm.** The algorithm for the iterative scheme given by the conjugate gradient method is summarized below.

Suppose  $k^P(T)$  is available at iteration  $p$ , then:

- Step 1. Solve the direct problem given by equations (1) and compute  $T(x, t)$ ;
- Step 2. Check the stopping criterion given by equation (16) with  $\varepsilon_J$  determined from equation (18). Continue if not satisfied;
- Step 3. Knowing  $T(x_m, t; k^P)$  and  $Y_m(t)$ , solve the adjoint problem given by equations (10) to obtain  $\lambda(x, t)$ ;
- Step 4. Knowing  $\lambda(x, t)$ , compute the gradient of the functional from equation (11);
- Step 5. Knowing  $J'[T, k^P(T)]$ , compute first the conjugation coefficient from equation (14) and then the direction of descent from equation (13);
- Step 6. Solve the sensitivity problem given by equations (7) by setting  $\Delta k(T) = d^P(T)$ , to determine  $\Delta T(x, t)$ ;
- Step 7. Knowing  $\Delta T(x_m, t; d^P)$ , compute the search step size  $\beta^P$  from equation (15);
- Step 8. Knowing  $\beta^P$  and  $d^P(T)$ , compute the new estimate  $k^{P+1}(T)$  from equation (12) and go to step 1.

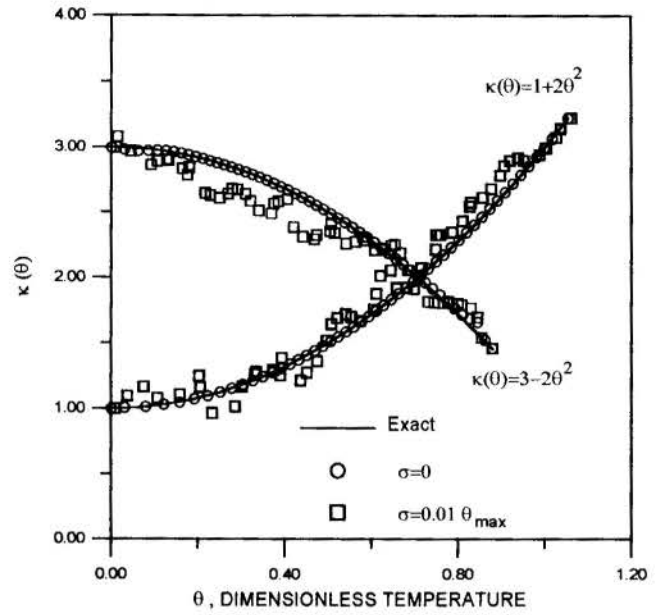


FIGURE 1. Inverse solution with polynomial variation for the thermal conductivity

## RESULTS AND DISCUSSION

In order to examine the accuracy of the function estimation approach using the conjugate gradient method as applied to the analysis of the inverse problem previously described, we studied test cases by using simulated measured temperatures as the input data for the inverse analysis. The simulated temperature data were generated by solving the direct problem for a specified thermal conductivity. The temperatures calculated in this manner are considered exact measurements,  $T_{ex}$ , and the simulated measured temperature data,  $Y$ , containing measurement errors, are determined as

$$Y = T_{ex} + \alpha \sigma \quad (19)$$

where  $\alpha \sigma$  is the error term and  $\sigma$  is the standard deviation of the measurements. For normally distributed errors, with zero mean and a 99% confidence level,  $\alpha$  lies within the range

$$-2.576 < \alpha < 2.576 \quad (20)$$

The values of  $\alpha$  were randomly determined with the subroutine DRNNOR from the IMSL (1987).

To generate the simulated measurements, the direct problem given by equations (1) was expressed in dimensionless form by introducing the following dimensionless variables:

$$\theta = \frac{T - T_0}{\phi_L L} ; \quad \Gamma = \frac{g(T)L}{\phi_L} ; \quad \tau = \frac{k_0 t}{L^2 C_0} ; \quad \eta = \frac{x}{L} ; \quad \Phi = \frac{q}{\phi_L} \quad (21. a-e)$$

and by taking the coefficients  $k(T)$  and  $C(T)$  as

$$k(T) = k_0 \kappa(\theta) \quad \text{and} \quad C(T) = C_0 \chi(\theta) \quad (22)$$

where  $k_0$  and  $C_0$  are constants and have the units of  $k(T)$  and  $C(T)$ , respectively;  $\kappa(\theta)$  and  $\chi(\theta)$  are dimensionless functions of  $\theta$ ;  $T_0$  is the initial temperature in the medium which is assumed to be uniform; and  $\phi_L$  is the heat flux applied at the boundary  $x=L$ , which is assumed to be constant.

For all test cases analyzed here, we considered  $\sigma=0$  (errorless measurements) and  $\sigma=0.01 \theta_{max}$ , where  $\theta_{max}$  is the maximum temperature measured by the sensor. The sensor was located at  $\eta=0.8$  and, for sake of simplicity, we used  $\Gamma(\theta)=0$  and  $\chi(\theta)=1$ .



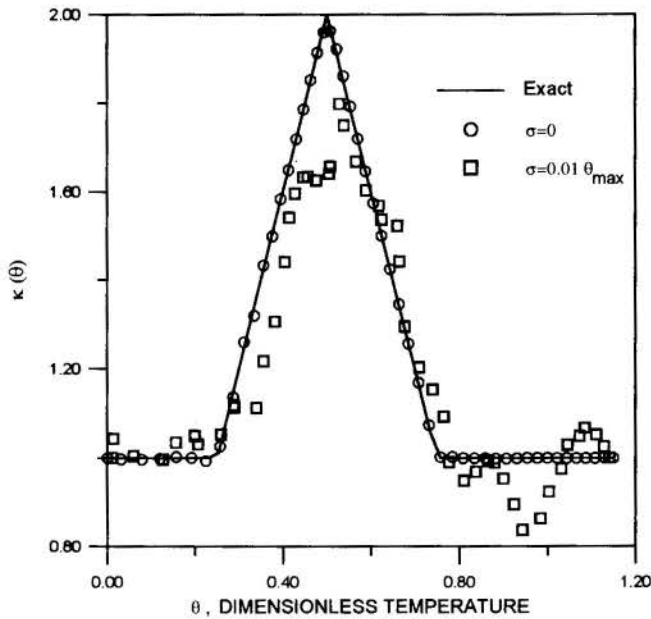


FIGURE 2. Inverse solution with triangular variation for the thermal conductivity

Figure 1 shows the results for two different polynomial variations of the dimensionless thermal conductivity. Clearly, the agreement between the estimated and the exact thermal conductivities is very good, for both situations of errorless and inexact measurements, and such was the case for other smooth functional forms tested.

Figure 2 shows similar results for a thermal conductivity with a triangular variation. A comparison of the exact thermal conductivity with the one estimated by using errorless measurements ( $\sigma=0$ ) indicates that the present function estimation approach can resolve sharp corners. The agreement between the exact solution and the results obtained by using measurements with random errors is good.

Figure 3 presents the results obtained for a step variation of the thermal conductivity. The curve obtained with errorless measurements ( $\sigma=0$ ) is in good agreement with the exact solution, although some oscillations are observed near the discontinuities. The results obtained by using measurements with random errors is also in good agreement with the exact functional form of the thermal conductivity.

## CONCLUSIONS

The inverse analysis utilizing the conjugate gradient method of minimization with adjoint equation, provides an efficient approach for estimating the temperature dependence of thermal conductivity, with no prior information on the functional form of the unknown quantity.

Results obtained with test cases using simulated measurements with random errors indicate that the present approach is accurate, even for thermal conductivities with functional forms involving sharp corners and discontinuities.

## REFERENCES

Artyukhin, E.A., 1975, "Determination of Thermal Diffusivity from Experimental Data," *J. Engr. Phys.*, Vol. 29, pp. 878-881.

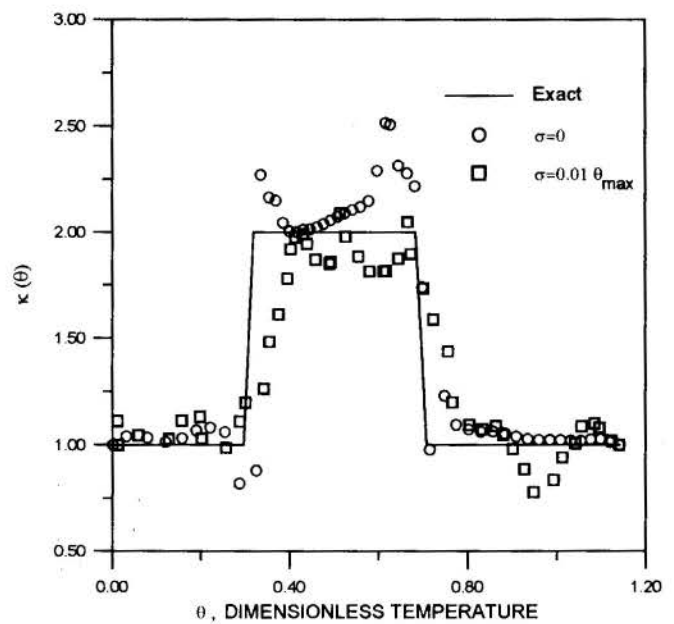


FIGURE 3. Inverse solution with step variation for the thermal conductivity

Artyukhin, E.A., 1982, "Recovery of the Temperature Dependence of the Thermal Conductivity Coefficient from the Solution of the Inverse Problem," *High Temp.*, Vol. 19, pp. 698-702.

Artyukhin, E.A., 1993, "Iterative Algorithms for Estimating Temperature-Dependent Thermophysical Characteristics," *Proceedings of First International Conference in Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, pp. 101-108, Palm Coast, Fl.

Artyukhin, E.A. and Nenarokomov, A.V., 1987, "Coefficient Inverse Heat-Conduction Problem," *J. Engr. Phys.*, Vol. 53, pp. 1085-1090.

Goryachev, A.A. and Yudin, V.M., 1981, "Solution of the Inverse Coefficient Problem of Heat Conduction," *J. Engr. Phys.* Vol. 43, pp. 1148-1154.

IMSL Library Edition 10.0, 1987, *User's Manual Math Library*, Houston, Texas.

Jarny, Y., Delaunay, D. and Bransier, J., 1986, "Identification of Nonlinear Thermal Properties by an Output Least Square Method," *Proceedings, 8th International Heat Transfer Conference*, pp. 1811-1816.

Jarny, Y., Ozisik, M.N. and Bardon, J.P., 1991, "A general Optimization Method using Adjoint Equation for Solving Multidimensional Inverse Heat Conduction," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 2911-2929.

Mikhailov, V.V., 1989, "Arrangement of the Temperature Measurement Points and Conditionality of Inverse Thermal Conductivity Problem," *J. Engr. Phys.*, Vol. 57, pp. 1369-1373.

Orlande, H.R.B. and M.N. Ozisik, 1993, "Determination of the Reaction Function in a Reaction-Diffusion Parabolic Problem," *Proceedings of First International Conference in Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, pp. 117-124, Palm Coast, Fl.

SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA A TROCA DE CALOR  
EM REGIME PERMANENTE ENTRE UM FLUIDO DE  
PERFURAÇÃO E A FORMAÇÃO A SEU REDOR.

MÁRIO BARBOSA VILLAS-BOAS  
PETROBRÁS/CENPES/SEPEF  
Ilha do Fundão Q.7  
Cidade Universitária  
Rio de Janeiro RJ BRASIL

RESUMO

O único modelo analítico de uso consagrado para a descrição do perfil de temperatura de um fluido escoando no interior de um poço não considera a variação de temperatura da formação devido ao escoamento. Métodos que consideram esta variação já foram propostos, mas são numéricos. Este trabalho propõe um método analítico para a descrição deste fenômeno em regime permanente considerando a variação da temperatura da formação e tenta responder algumas questões deixadas em aberto pelos métodos numéricos propostos para descrevê-lo.

INTRODUÇÃO

Desde 1941, quando Farris publicou o primeiro estudo sobre temperatura no fundo do poço durante uma circulação, tem havido um esforço considerável no sentido de se obter uma ferramenta prática e precisa para se prever temperaturas no interior de um poço em circulação. Quase todos os estudos a respeito são numéricos ou empíricos. A exceção fica por conta do modelo publicado independentemente por Tcharnui (1966) na antiga União Soviética e por Holmes & Swift (1970) nos EUA. Este método, válido somente no regime permanente, considera a temperatura da formação na parede do poço igual à da formação não perturbada. Ou seja, a formação cede calor ao fluido aquecendo-o, porém ela não se resfria ao transferi-lo ao fluido. Esta hipótese é claramente incorreta, mas qual é o erro que ela introduz ao método? Tal questão permanece sem uma resposta satisfatória. Diversos métodos numéricos já foram descritos na literatura e a maioria simula a variação de temperatura da formação. Contudo, é amplamente aceito que métodos numéricos não devem prescindir de uma validação pela comparação com dados experimentais ou com métodos analíticos. Dados experimentais são difíceis de se obter e ainda não foi criado um método que permita medir a temperatura no interior da formação. Por fim, este problema tem uma condição de contorno no infinito (a formação não "sente" a presença do fluido a uma distância infinita do poço). Usando métodos numéricos, temos que arbitrar onde fica uma distância suficientemente "infinita" do poço de forma a não introduzir um erro maior que uma tolerância pré-estabelecida. O método analítico nos dá uma ferramenta poderosa para se mensurar este "infinito", o que não é possível somente com métodos numéricos.

DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Este modelo supõe que fluido e formação geológica encontram-se em equilíbrio dinâmico, ou seja, estado estacionário ("steady-state") tanto na formação como no fluido em escoamento. São, na verdade, dois problemas unidos exclusivamente por uma condição de

contorno comum, qual seja, o fluxo de calor que chega à parede do poço por condução no lado da formação é igual ao fluxo de calor transferido ao fluido por convecção, do outro lado, à mesma profundidade. Vejamos primeiro como se dá o problema da condução na formação.

Matematicamente, a formação é um meio sólido com uma profundidade  $H$  finita com um furo cilíndrico que vai de  $Z=0$  a  $Z=H$ , de raio  $R_p$  e que se prolonga a uma distância horizontal infinitamente grande da parede do poço. Na superfície ( $Z=0$ ), a temperatura da formação não se altera (supostamente, temos uma transferência de calor da superfície para o que quer que exista acima dela com uma eficiência infinita). À profundidade  $H$ , temos que a formação recebe a cada ponto o mesmo fluxo vertical de calor que receberia caso não houvesse a circulação de fluido no poço. A uma profundidade entre 0 e  $H$ , a uma distância infinita do poço, temos o perfil geotérmico inalterado e na parede do poço, temos a condição de contorno que acopla este problema com o do fluido no interior do poço. Matematicamente, temos:

$$\frac{\partial^2 t_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t_f}{\partial r} + \frac{\partial^2 t_f}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

Submetido às seguintes condições de contorno:

$$t_f(0, r) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial t_f(1, r)}{\partial z} = 1 \quad (3)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} [t_f(z, r)] = z \quad (4)$$

Onde:

$$\frac{2}{Bi} \frac{\partial t_f(z, r_p)}{\partial r} + t_f(z, r_p) - t_a(z) = 0 \quad (5)$$

A equação diferencial (1) pode ser resolvida pela seguinte equação:

$$t_f(z, r) = z + \sum_{j=1}^N C_j \left[ \frac{K_0(\lambda_j r) \operatorname{sen}(\lambda_j z)}{K_0(\lambda_j r_p)} \right] \quad (6)$$

onde:

$$\lambda_j = \pi \left( j - \frac{1}{2} \right) \quad (7)$$

Falta apenas determinar os valores das constantes  $C_j$ . Para isto, é necessário usar a condição de contorno (5). Porém, não conhecemos ainda o perfil de temperatura no anular  $t_a$ . Passemos, portanto, para a determinação do perfil de temperatura do fluido. Para o fluido na coluna e no anular, temos:

$$A \frac{\partial t_i}{\partial z} = t_a - t_i \quad (8)$$

$$-A \frac{\partial t_a}{\partial z} = t_i - t_a + B[t_f(z, r_p) - t_a] \quad (9)$$

Isolando-se  $t_a$  em (8) e substituindo em (9), obtemos:

$$A^2 \frac{\partial^2 t_i}{\partial z^2} - AB \frac{\partial t_i}{\partial z} - Bt_i = -Bt_f(z, r_p) \quad (10)$$

Onde  $t_f$  é dado pela equação (6). Como já foi demonstrado por outros autores (Tcharnüi, 1966 e Holmes & Swift, 1970), as condições de contorno são:

$$t_i = t_1 \quad \text{se } z=0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial t_i}{\partial z} = 0 \quad \text{se } z=1 \quad (12)$$

A condição (12) decorre de (8) quando  $t_i = t_a$ .

A solução da equação diferencial (10) é dada por:

$$t_i = z - A + M_1 e^{n_1 z} + M_2 e^{n_2 z} + \sum_{j=1}^N C_j [p_j \operatorname{sen}(\lambda_j z) + q_j \cos(\lambda_j z)] \quad (13)$$

$$p_j = \frac{B(A^2 \lambda_j^2 + B)}{(A^2 \lambda_j^2 + B)^2 + A^2 B^2 \lambda_j^2} \quad (14)$$

$$q_j = -\frac{AB^2 \lambda_j}{(A^2 \lambda_j^2 + B)^2 + A^2 B^2 \lambda_j^2} \quad (15)$$

$$n_2 = \frac{B - \sqrt{B(B+4)}}{2A} \quad (17)$$

$$n_1 = \frac{B + \sqrt{B(B+4)}}{2A} \quad (16)$$

As condições de contorno (11) e (12) impõem respectivamente que:

$$M_1 + M_2 + \sum_{j=1}^N C_j q_j = A + t_1 \quad (18)$$

$$M_1 n_1 e^{n_1} + M_2 n_2 e^{n_2} - \sum_{j=1}^N (-1)^j C_j q_j \lambda_j = -1 \quad (19)$$

No método tradicional de Tharnüi/Holmes & Swift, estas duas condições de contorno bastariam para que as constantes  $M_1$  e  $M_2$  fossem determinadas. Porém, quando se considera a variação da temperatura da formação, aparecem outras  $N$  constantes a serem determinadas, o que não é possível fazer apenas com as equações (18) e (19). Temos que determinar  $M_1$  e  $M_2$  juntamente com  $C_1, C_2, \dots, C_N$  num sistema de  $N+2$  equações a  $N+2$  incógnitas. As duas primeiras equações do sistema são as já conhecidas (18) e (19). As demais são determinadas pela equação (5). Antes porém, precisamos determinar o perfil de temperatura no anular  $t_a$ . Substituindo (13) em (8), obtemos:

$$t_a = z + M_1 (An_1 + 1) e^{n_1 z} + M_2 (An_2 + 1) e^{n_2 z} + \sum_{j=1}^N C_j [(p_j - Aq_j) \operatorname{sen}(\lambda_j z) + (q_j + Ap_j) \cos(\lambda_j z)] \quad (20)$$

Substituindo-se o valor da função  $t_a(z)$  dada por (20) na condição de contorno (5), pode-se, por vários métodos numéricos ou analíticos, obter-se equações para calcular os diversos  $C_j$ 's de modo a satisfazer com pequeno erro àquela condição de contorno. Acoplando estas equações à (18) e à (19) encontramos os valores de todas as constantes de integração do problema.

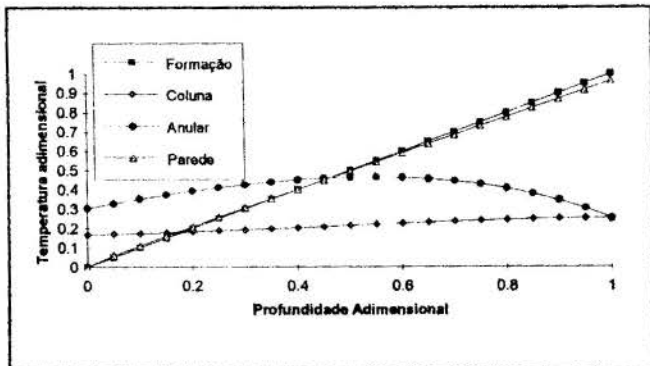
## EXEMPLO NUMÉRICO

A tabela 1, abaixo mostra os parâmetros adimensionais calculados a partir de um típico caso de poço numa fase III com fluido de baixo teor de sólidos, uma situação bastante comum em perfurações de petróleo.

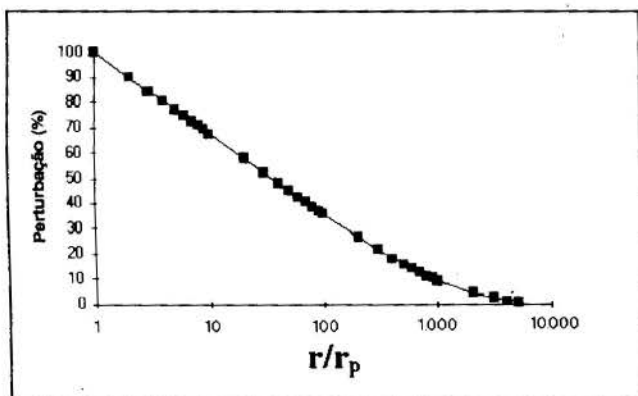
**Tabela 1:** Parâmetros do Poço-Exemplo

Parâmetro	SI	Sist. Inglês
Profundidade (H)	1.000 m	3.821 pés
Raio Poço (R <sub>p</sub> )	0,2225 m	8,75 pol
Raio Col. (R <sub>i</sub> )	0,0635 m	2,5 pol
A	2,204	2,204
B	3,346	3,346
t <sub>i</sub>	0,167	0,167
r <sub>r</sub>	0,000222	0,000222
Bi	68	68
N	50	50

A figura 1 mostra os perfis de temperatura do poço cujas características são mostradas na tabela 1, de acordo com a metodologia aqui desenvolvida. A figura mostra as temperaturas no interior da coluna, no anular, na formação não perturbada e na parede do poço. É interessante observar a pequena magnitude da perturbação na temperatura da formação na parede do poço. A figura 2, mostrada a seguir, mostra a perturbação da temperatura à profundidade H função da distância ao eixo do poço em % da perturbação observada na parede (entende-se por "perturbação" a diferença entre a temperatura calculada e a temperatura geotérmica à mesma



**Figura 1** Perfis de Temperatura do Poço-Exemplo



**Figura 2** Perturbação da Temperatura da Formação no Fundo

profundidade. Aqui, podemos observar o quão longe do poço a perturbação se propaga. Embora a perturbação na parede do poço seja pequena, a uma distância 10 vezes maior que o raio temos uma perturbação de 70% da observada na parede; a uma distância 100 vezes maior que o raio, 40% e a uma distância 1000 vezes maior que o raio, 10%. Somente à distância de 5.000 raios, a perturbação cai abaixo de 1% do valor observado na parede, tornando-se desprezível.

## CONCLUSÕES

1- A perturbação causada pelo fluido na temperatura da formação em regime permanente é insignificante. Ainda menor é a influência desta perturbação sobre o perfil de temperatura do fluido.

2- Embora pequena, esta perturbação se propaga a uma enorme distância do poço, sendo necessária a uma distância de 5.000 raios do poço para que o valor da perturbação caia abaixo de 1% da observada na parede.

3- Como foram utilizados parâmetros típicos de uma situação real freqüente de campo, tais conclusões são provavelmente verdadeiras para a maioria das situações reais em regime permanente.

## NOMENCLATURA

- A =  $\rho Q C_p / 2\pi R_i h_i H = Gz / \pi Nu_i$
- B =  $R_i h_p / R_i h_i = Nu_p / Nu_i$
- Bi = Número de Biot =  $2h_p R_p / k_f$
- Cp = Calor Específico do Fluido
- GG = Gradiente Geotérmico
- Gz = Número de Graetz
- H = Profundidade Final do Poço
- h = Coeficiente Convectivo de Transferência de Calor
- j = Contador (1, 2...)
- K<sub>0</sub>(x) = Função de Bessel modificada de ordem 0 de 2º tipo
- k = Condutividade Térmica
- N = Número de Termos Considerados da Série (eq.6)
- Nu = Número de Nusselt =  $hD/k$
- Q = Vazão
- R = Raio
- r = Raio Adimensional =  $R/H$
- T = Temperatura
- t = Temperatura Adimensional =  $(T - T_s) / GG H$
- Z = Profundidade
- z = Profundidade Adimensional =  $Z/H$
- $\rho$  = Densidade do Fluido

## Índices

- a = Anular
- f = Formação
- i = Interno (coluna)
- j = Termo genérico da série
- N = Último termo considerado da série
- p = Poço (externo)

## BIBLIOGRAFIA

- \* Farris, R. Floyd. "A practical Evaluation of Cements For Oil wells" (Uma avaliação prática de cimentos para poços de óleo) *Drill and Prod. Prac.*, API, pag. 283, 1941 [Em inglês].
- \* API "Recommended Standards for Testing Oil Well Cements" (Normas recomendadas para teste de cimentos para poços de óleo) *API RP-10B* [Em inglês]



- \* Lundberg, R. E.; McCuen, P. A. e Reynolds, W. C. "Heat Transfer in Annular Passages. Hydrodynamically Developed Laminar Flow with Arbitrarily Prescribed Wall Temperatures or Heat Fluxes" (Transferência de calor em espaços anulares. Fluxo laminar hidrodinamicamente desenvolvido com temperaturas de parede ou fluxos de calor arbitrariamente prescritos) In. J. Heat & Mass Transfer, Vol 6, p. 495-529, 1963 [Em inglês].
- \* Kays W. M. & Leung, E. Y. "Heat Transfer in Annular Passages. Hydrodynamically Developed Turbulent Flow with Arbitrarily Prescribed Wall Temperatures or Heat Fluxes" (Transferência de calor em espaços anulares Fluxo laminar hidrodinamicamente desenvolvido com temperaturas de parede ou fluxos de calor arbitrariamente prescritos) Int. J. Heat Mass Transfer, Vol 6, p. 495-529, 1963 [Em inglês].
- \* Чарный, Н. А. [TCHARNÛI, N. A.] "О Термическом Режиме Буровых Скважин" (Sobre o Regime Térmico de Poços em Perfuração). Газовая Пром., N. 10 p. 7-13, N. 12, p. 1-5, 1966. [Em russo]
- \* Csaba, József & Szabó, Jenő "Megjegyzések a Mélyfúrások Hőmérékletének Meghatározásához" (Observações a respeito da determinação da temperatura de perfurações profundas) Kőolaj és Földgáz, 3(1):10-14, Jan. 1970 [Em húngaro].
- \* Holmes, Charles. & Swift, Samuel C. "Calculation of Circulating Mud Temperatures" (Cálculo de temperaturas de circulação de lama) Journal of Petroleum Technology, jun 1970, p. 670-4 [Em inglês]
- \* Beirute, R. M. "A Circulating and Shut-in Temperature Profile Simulator" (Um simulador de perfil de temperatura de circulação e de estática) SPE 17591, 1988 [Em inglês]
- \* Villas-Boas, M. B. "Perfil de Temperatura de um Fluido em Circulação num Poço" Projeto 020250, PETROBRAS/CENPES, mar/1990.

#### SUMMARY

ANALYTIC SOLUTION FOR THE STEADY-STATE HEAT EXCHANGE BETWEEN A DRILLING FLUID AND THE FORMATION AROUND IT

The only analytical methods of wide use that describe the temperature profile of a fluid flowing within a well does not consider the variation of the formation temperature due to the flow. Methods that consider that variation have already been proposed but they are numeric. This work proposes an analytical method for describing this phenomenon in steady state considering the variation of the formation temperature and tries to answer some questions left aside by the numerical methods proposed to describe it.

## The Response of a Laminar Boundary Layer to Periodic Wall Perturbations

by Jian Su and A.P. Silva Freire

Mechanical Engineering Department,

Post-Graduate School of the Federal

University of Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ),

C.P. 68503, 21945-970 - Rio de Janeiro, Brazil

The objective of the present work is to study the response of a two-dimensional laminar boundary layer to periodic perturbations of long streamwise length scale applied at the wall. The problem is described by the linearized unsteady boundary layer equations with appropriate boundary conditions after assuming the periodic dependence of the solutions. The partial differential equations for the space variations are reduced to an infinite system of coupled ordinary differential equations by applying the integral transformation in the transversal direction. A leading order approximate solution, in analytic form, is obtained by neglecting all non-diagonal elements of the coefficient matrices. The solution shows algebraic decay and periodic variation along the streamwise direction.

### 1. INTRODUCTION

The objective of the present paper is to study the response of a boundary layer to periodic perturbations applied at the wall. The perturbations are assumed to have long wavelengths compared with the boundary layer thickness so that the boundary layer approximation can be applied. We are interested in the response of the boundary layer to perturbations of small amplitude, thus the problem can be described by the linearized unsteady boundary layer equations.

The linearized unsteady boundary layer equations have been studied in the past forty years largely due to their importance in unsteady aerodynamics and hydrodynamics stability theory. The study of boundary layer motions with small periodic fluctuations in the magnitude of the main stream velocity about a steady mean was firstly carried out by Lighthill(1954), whom due to its complexity was only able to write down accurate solutions when the wavenumber of the oscillation was either large or small. These solutions are equivalent to the solutions valid close to and far from the leading edge. Later work by Rott & Rosenzweig(1960) and Lam & Rott(1960) extended Lighthill's study and investigated the joining of the two solutions by analytical and series method. Rott & Rosenzweig(1960) suggested that the high frequency solution might have an "inner and outer" structure. The Lam & Rott analysis, which dates before the method of matched asymptotic expansion became widely accepted, showed that the solution had indeed an inner and outer structure for large distances from the leading edge, and constructed a uniformly valid composite high-frequency solution which satisfied all boundary conditions. Ackerberg & Phillips(1972) presented an alternative analysis supplemented by direct numerical solutions for the governing partial differential equations using a finite difference method.

Goldstein(1983) has shown by the matched asymptotic expansion method that the first of the Ackerberg & Phillips eigenfunctions can be matched with an eigenfunction of the Orr-Sommerfeld equation. The work thus establishes a mechanism to progressively shorten the long wavelength upstream disturbances to match the shorter wavelengths of the Tollmien-Schlichting waves downstream. In addition, he pointed out that, for the flat plate case, both previous works missed a power law factor in the eigensolutions, and showed that this missing factor is important in the calculation of higher order terms. These eigenfunctions were found to be important in the study of the receptivity of boundary layers.

In all the studies above mentioned, the linearized unsteady boundary layer equations were solved either by perturbation methods or by finite difference methods. The perturbation solution describes the analytical structure of the solution but suffers the disadvantage of lacking a unified representation

over the whole solution field. On the other hand, direct numerical solutions are valid for the whole solution domain but the analytical dependence of the solutions is not clearly shown. In this paper, we provide an approximate analytical solution of the linearized unsteady boundary layer equations by the generalized integral transform technique with the expectation of getting further insight on the solution. The approximate solution obtained in this paper is valid over the whole solution domain and we further suggest that the accurate solution can be recovered by the hybrid analytic-numerical approach also described in the paper.

### 2. SMALL DISTURBANCE ANALYSIS

Let  $U_\infty$  be the freestream velocity and  $\omega$  the frequency of the perturbation applied at the flat plate. If  $U_\infty$ ,  $U_\infty/\omega$  and  $1/\omega$  are used to nondimensionalize the velocity, the coordinates and the time, the unsteady boundary layer equations, for a uniform incompressible flow over a semi-infinite flat plate, become

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (2)$$

where  $x$  and  $y$  are the coordinates,  $u$  and  $v$  are the velocity components along and perpendicular to the flat plate, respectively, and  $t$  is the time. The coordinate  $y$  and the velocity component  $v$  have been stretched with the square root of the Reynolds number,  $Re = U_\infty^2/\nu\omega$ , where  $\nu$  is the kinematic viscosity of the fluid.

The equations should be solved with appropriate boundary and initial conditions. In this study, we are interested in the response of the boundary layer to periodic perturbations applied at the wall. As limiting periodic solutions are sought, no initial conditions are specified. For our problem, the time-dependent perturbations on the plate ( $y = 0$ ), can be described by the following boundary conditions

$$u(x, 0, t) = 0, \quad \text{and} \quad v(x, 0, t) = \exp(-it)v_w(x). \quad (3a, b)$$

In the outer edge of the boundary layer, we have

$$u(x, y, t) \rightarrow 1, \quad \text{as} \quad y \rightarrow \infty. \quad (4)$$

The inflow conditions are specified by

$$u(x_0, y, t) = u_0(y, t), \quad \text{and} \quad v(x_0, y, t) = v_0(y, t), \quad (5a, b)$$

where  $x_0$  is the left end of the integration interval in the streamwise direction.

A coordinate transformation is now introduced by defining the new independent variables

$$\xi = x, \quad \text{and} \quad \eta = y/\bar{x}, \quad (6a, b)$$

and the new dependent variables

$$F = u, \quad \text{and} \quad V = v \bar{\xi} - \frac{1}{2}F\eta, \quad (7a, b)$$

for the velocity components in the  $\xi$  and  $\eta$  directions respectively. The time remains untransformed.

In terms of the new variables, the continuity and momentum equations become

$$\xi \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{F}{2} = 0, \quad (8)$$

$$\xi \frac{\partial F}{\partial t} + \xi F \frac{\partial F}{\partial \xi} + V \frac{\partial F}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2}. \quad (9)$$

The solution of the perturbed problem is considered to consist of a unperturbed basic solution and of a perturbed solution. The basic solution is the Blasius solution. For the streamwise and transversal velocity components we may then write

$$u = U_B + u', \quad \text{and} \quad v = V_B + v', \quad (10a, 10b)$$

or, in transformed variables,

$$F = F_B + F' = U_B + u', \quad (11a)$$

$$V = V_B + V' = (V_B + v')\sqrt{\xi} - \frac{1}{2}(U_B + u')\eta. \quad (11b)$$

Substituting Eqs.(11a,b) in Eqs.(8, 9) and using the fact that the Blasius solution satisfies the steady boundary layer equations with standard boundary conditions for flat plate flow, we have the equations for the perturbation:

$$\xi \frac{\partial F'}{\partial \xi} + \frac{\partial V'}{\partial \eta} + \frac{F'}{2} = 0, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \xi \frac{\partial F'}{\partial t} + \xi F_B \frac{\partial F'}{\partial \xi} + V_B \frac{\partial F'}{\partial \eta} + \xi F' \frac{\partial F_B}{\partial \xi} \\ + V' \frac{\partial F_B}{\partial \eta} + \xi F' \frac{\partial F'}{\partial \xi} + V' \frac{\partial F'}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 F'}{\partial \eta^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

As the perturbations are considered to be small, the quadratic terms of the perturbation velocity are neglected. Considering the similarity of the Blasius solution,  $F_B$  is independent of the streamwise coordinate, so that Eq.(13) can be written as,

$$\xi \frac{\partial F'}{\partial t} + \xi F_B \frac{\partial F'}{\partial \xi} + V_B \frac{\partial F'}{\partial \eta} + V' \frac{\partial F_B}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 F'}{\partial \eta^2}, \quad (14)$$

with the following boundary conditions

$$F'(\xi, 0, t) = 0, \quad \text{and} \quad V'(\xi, 0, t) = \exp(-it)\sqrt{\xi}v_w(\xi). \quad (15a, b)$$

$$F'(\xi_0, \eta, t) = F'_0(\xi_0, \eta, t), \quad \text{and} \quad V'(\xi_0, \eta, t) = V'_0(\xi_0, \eta, t), \quad (16a, b)$$

$$F'(\xi, \eta, t) \rightarrow 1, \quad \text{as} \quad \eta \rightarrow \infty. \quad (17)$$

Since we are only interested in periodic solutions, let us introduce

$$F' = \exp(-it)G(\xi, \eta), \quad V' = \exp(-it)E(\xi, \eta). \quad (18a, b)$$

Substituting Eqs.(18a,b) in the linearized unsteady boundary layer equations, Eqs.(12,14), we have

$$\xi \frac{\partial G}{\partial \xi} + \frac{\partial E}{\partial \eta} + \frac{G}{2} = 0, \quad (19)$$

$$-i\xi G + \xi F_B \frac{\partial G}{\partial \xi} + V_B \frac{\partial G}{\partial \eta} + E \frac{\partial F_B}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 G}{\partial \eta^2}. \quad (20)$$

with the following boundary conditions

$$G(\xi, 0) = 0, \quad \text{and} \quad E(\xi, 0) = \sqrt{\xi}v_w(\xi). \quad (21, b)$$

$$G(\xi, 0) = 0, \quad \text{and} \quad E(\xi, 0) = \bar{\xi}v_w(\xi). \quad (21, b)$$

$$G(\xi_0, \eta) = G_0(\xi_0, \eta), \quad \text{and} \quad E(\xi_0, \eta) = E_0(\xi_0, \eta), \quad (22a, b)$$

$$G(\xi, \eta) \rightarrow 0, \quad \text{as} \quad \eta \rightarrow \infty. \quad (23)$$

### 3. THE INTEGRAL TRANSFORM OF THE EQUATIONS

The generalized integral transform technique was initially developed for diffusion problems, later being extended to convection-diffusion problems. The technique has been used in solving many different classes of problems in fluid mechanics and in heat transfer. For details of the technique and its application, the reader is referred to a book by Cotta(1993).

In order to apply the boundary condition at infinity in computation, it is substituted by the following boundary condition

$$G(\xi, H) = 0, \quad (24)$$

where  $H$  represents a distance sufficiently large from the wall.

After the formalism of the generalized integral transform technique, for the solution of the problem defined by Eqs.(19,20) and associated boundary conditions, the appropriate auxiliary eigenvalue problem is defined by:

$$\frac{d^2\psi_i(\eta)}{d\eta^2} + \mu_i^2\psi_i(\eta) = 0, \quad 0 < \eta < H \quad (25)$$

with the boundary conditions,

$$\psi_i(0) = 0, \quad \text{and} \quad \psi_i(H) = 0, \quad (26a, b)$$

where  $\psi_i$  is the eigenfunction and  $\mu_i$  its corresponding eigenvalue, given by

$$\psi_i(\eta) = \sin \mu_i \eta, \quad \text{and} \quad \mu_i = \frac{i\pi}{H}. \quad (27a, b)$$

The auxiliary problem allows the definition of the following integral transform pair:

Integral transform:

$$\bar{G}_i(\xi) = \int_0^H \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{\frac{1}{2}}} G(\xi, \eta) d\eta, \quad (28a)$$

Inverse:

$$G(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{\frac{1}{2}}} \bar{G}_i(\xi), \quad (28b)$$

where the normalization integral  $N_i$  is obtained from

$$N_i = \int_0^H \psi_i^2(\eta) d\eta = \frac{H}{2}. \quad (29)$$

The transversal velocity can be obtained by integrating the continuity equation along  $\eta$ ,

$$E(\xi, \eta) = \sqrt{\xi} v_w(\xi) - \int_0^\eta \left( \xi \frac{\partial G}{\partial \xi} + \frac{G}{2} \right) d\eta. \quad (30)$$

Substituting the inverse, Eq.(28b), we have then

$$E(\xi, \eta) = \sqrt{\xi} v_w(\xi) - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{N_j^{\frac{1}{2}}} f_j(\eta) \left( \xi \frac{d\bar{G}_j}{dx} + \frac{\bar{G}_j}{2} \right), \quad (31)$$

where

$$f_j(\eta) = \int_0^\eta \psi_j(\eta') d\eta'. \quad (32)$$

Multiplying both sides of the streamwise momentum equation, Eq.(20), by  $\psi_i(\eta)$  and integrating along the normal direction between the limits  $0$  e  $H$ ,

$$\frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}}} \left[ \int_0^H \psi_i - i\xi G d\eta + \int_0^H \psi_i \xi F_B \frac{\partial G}{\partial \xi} d\eta + \int_0^H \psi_i \xi V_B \frac{\partial G}{\partial \eta} d\eta + \int_0^H \psi_i E \frac{\partial F_B}{\partial \eta} d\eta \right] = -\mu_i^2 \bar{G}_i. \quad (33)$$

The inverse formula (29b) and the expression for the transversal velocity (31) are then used, resulting in an infinite system of coupled ordinary differential equations

$$-i\xi \bar{G}_i + \xi \sum_{j=1}^{\infty} (A_{ij} - C_{ij}) \frac{d\bar{G}_j}{d\xi} + \sum_{j=1}^{\infty} (B_{ij} - \frac{1}{2} C_{ij}) \bar{G}_j + D_i \sqrt{\xi} v_w(\xi) = -\mu_i^2 \bar{G}_i, \quad (34)$$

where the coefficients are defined by

$$A_{ij} = \frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}} N_j^{\frac{1}{2}}} \int_0^H F_B \psi_i(\eta) \psi_j(\eta) d\eta, \quad (35a)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}} N_j^{\frac{1}{2}}} \int_0^H V_B \psi_i(\eta) \psi_j'(\eta) d\eta. \quad (35b)$$

$$C_{ij} = \frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}} N_j^{\frac{1}{2}}} \int_0^H \frac{\partial F_B}{\partial \eta} \psi_i(\eta) f_j(\eta) d\eta, \quad (35c)$$

$$D_i = \frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}}} \int_0^H \frac{\partial F_B}{\partial \eta} \psi_i(\eta) d\eta, \quad (35d)$$

The coefficients  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$ ,  $C_{ij}$  e  $D_i$  are calculated by numerical integration once the Blasius solution is obtained.

By defining

$$\bar{A}_{ij} = A_{ij} - C_{ij}, \quad (36a)$$

$$\bar{B}_{ij} = B_{ij} - \frac{C_{ij}}{2} + \delta_{ij} \mu_i, \quad (36b)$$

$$\bar{D}_i = -D_i, \quad (36c)$$

the equations can be written in a more compact form

$$-i\xi \bar{G}_i + \xi \sum_{j=1}^{\infty} \bar{A}_{ij} \frac{d\bar{G}_j}{d\xi} + \sum_{j=1}^{\infty} \bar{B}_{ij} \bar{G}_j = \bar{D}_i \sqrt{\xi} v_w(\xi) \quad (37)$$

The ordinary differential equations for the transforms of velocity are to be solved with the following initial conditions obtained by application of the integral transformation on the boundary condition (22a),

$$\bar{G}_i(\xi_0) = \int_0^H \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{\frac{1}{2}}} G_0(\xi_0, \eta) d\eta. \quad (38)$$

#### 4. APPROXIMATE ANALYTICAL SOLUTION AND DISCUSSION

It would be extremely convenient to have available analytical expressions for the problem solution that would permit parametric and asymptotic results to be inferred without the need of recurring to a numerical solution. In the present work, an approximate leading order solution is obtained by neglecting the contribution of the non-diagonal elements in the coefficient matrices in Eqs.(37). The resulting expression is

$$i\xi \bar{G}_i + \xi \sum_{j=1}^N \bar{A}_{ii} \frac{d\bar{G}_j}{d\xi} + \sum_{j=1}^N \bar{B}_{ii} \bar{G}_j = \bar{D}_i \sqrt{\xi} v_w(\xi), \quad (39)$$

Now that the equations are uncoupled, they can be solved independently. Let us define

$$a_i = \frac{\bar{B}_{ii}}{\bar{A}_{ii}}, \quad b_i = \frac{1}{\bar{A}_{ii}}. \quad (40a, b)$$

The uncoupled set of equations can be written as

$$\frac{d\bar{G}_i}{d\xi} + \left( \frac{a_i}{\xi} + ib_i \right) \bar{G}_i = \bar{D}_i \frac{v_w(\xi)}{\xi}, \quad (41)$$

with  $a_i$  and  $b_i$  being constants determined by the Blasius solution and respective eigenfunctions.

The solution of this first order ordinary differential equation is straightforward. It can be written as the sum of a general homogeneous solution and a particular non-homogeneous solution,

$$\bar{G}_i = \xi^{-a_i} \exp(-ib_i \xi) \left( C_{i0} + \int_{\xi_0}^{\xi} \bar{D}_i \frac{v_w(\xi')}{\sqrt{\xi'}} \exp(a \ln \xi' + ib_i \xi') d\xi' \right), \quad (42)$$

where  $C_{i0}$  is a constant related to the initial condition and can be determined by

$$\bar{G}_i(\xi_0) = C_{i0} \xi_0^{-a_i} \exp(-ib_i \xi_0). \quad (43)$$

By defining a forcing function

$$w(\xi) = \int_{\xi_0}^{\xi} \bar{D}_i \frac{v_w(\xi')}{\sqrt{\xi'}} \exp(a \ln \xi' + ib_i \xi') d\xi', \quad (44)$$



the general solution can be written as

$$\bar{G}_i = \left( \bar{G}_i(\xi_0) \xi_0^{a_i} \exp(ib_i \xi_0) + w(\xi) \right) \xi^{-a_i} \exp(-ib_i \xi). \quad (45)$$

For the homogeneous case, that is,  $w(\xi) = 0$ , we have

$$\bar{G}_i = \bar{G}_i(\xi_0) \left( \frac{\xi}{\xi_0} \right)^{-a_i} \exp(-ib_i(\xi - \xi_0)), \quad (46)$$

If no disturbance is impinged upstream, that is,  $\bar{G}_i(\xi_0) = 0$ , the solution is identically zero, in agreement with the physical explanation. That is, if no forcing is applied at the wall  $w(\xi) = 0$ , and no upstream disturbance exists ( $\bar{G}_i(\xi_0) = 0$ ), then, the solution remains undisturbed, that is  $G = 0$ , for all  $x, y$ , and the solution remains the Blasius solution for all time and space positions. Clearly we are not interested in such a trivial solution. Nevertheless, we have shown that, in order to have disturbances we must have either wall forcing upstream or disturbances. If  $w(\xi) = 0$ , and  $\bar{G}_i(\xi_0)$  is not zero, the solutions are given by equation (46). The solution shows algebraic decay for the solution and a periodic variation in the stream-wise direction. Recalling the periodic dependence in time, the solution means a decaying travelling wave.

If the wall forcing is applied between a distance  $\xi_1$  and  $\xi_2$ , with  $\xi_0 < \xi_1 < \xi_2$ , the solution is, for zero upstream condition,

$$\bar{G}_i = w(\xi) \xi^{-a_i} \exp(-ib_i \xi). \quad (47)$$

The combined effect of upstream disturbances and wall forcing as an initial condition at some  $\xi_3$  downstream the perturbation distance is presented next. For some  $\xi_3 > \xi_2$ , we have

$$\bar{G}_i(\xi_3) = \left( \bar{G}_i(\xi_0) \xi_0^{a_i} \exp(ib_i \xi_0) + w(\xi_2) \right) \xi_3^{-a_i} \exp(-ib_i \xi_3). \quad (48)$$

Thus for all  $\xi > \xi_3$ , we have

$$\bar{G}_i = \bar{G}_i(\xi_3) \left( \frac{\xi}{\xi_3} \right)^{-a_i} \exp(-ib_i(\xi - \xi_3)). \quad (49)$$

This means that the upstream forcing is equivalent to a upstream boundary condition for the downstream solution, result which is in agreement with the physics of the phenomenon.

Once the ordinary differential equations are solved, the disturbance solution can be obtained by using the inverse formula, Eq.(28b). The final solution for the time-dependent problem is

$$F' = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^2} \bar{G}_i(\xi_3) \left( \frac{\xi}{\xi_3} \right)^{-a_i} \exp(-i(b_i(\xi - \xi_3) + t)). \quad (50)$$

We see that the disturbance is formed by decaying travelling waves with different decaying rates and wave speeds for the components. This result agrees qualitatively with the result of Ackersberg and Phillips(1972) and Su and Freire(1993). For more a detailed quantitative comparison, however, a numerical solution of the coupled ordinary differential equations is needed. This work is currently in progress.

## 5. CONCLUSION

The response of a laminar boundary layer to small amplitude and long wavelength perturbations applied at the wall is described by the linearized unsteady boundary equations. The partial differential equations are reduced to an infinite system of coupled ordinary differential equations by the generalized integral transform technique. A leading order solution is obtained by neglecting the nondiagonal elements of the coefficient matrices of a truncated system. Explicit analytical solutions are obtained which allow a qualitative analysis of the behaviour of the propagation of a disturbance in a laminar boundary layer. The solution shows that the disturbance can be decomposed as decaying travelling waves with different decaying rates and wave speeds. This result is in agreement with the results of Ackerberg and Phillips(1972) for disturbances generated by freestream perturbation and the results of Su and Freire(1993) for pulse-type perturbations applied at the wall.

**ACKNOWLEDGMENT** The authors are grateful to Dr. R. M. Cotta for helpful discussions on the generalized integral transform technique. J.S. is grateful to CNPq for the financial help received during the preparation of this work.

## REFERENCES

- Ackerberg, R.C. and Phillips, J.H.(1972). The unsteady laminar boundary layer on a semi-infinite flat plate due to small fluctuations in the magnitude of the free-stream velocity. *J. Fluid Mech.*, **51**, 137-157.
- Cotta, R.M. (1993). *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow*, CRC Press.
- Goldstein, M.E. (1983). The evolution of Tollmien-Schlichting waves near a leading edge. *J. Fluid Mech.*, **127**, 59-81.
- Lam, S.H. and Rott, N. (1960). Theory of linearized time-dependent boundary layers. *Cornell University GSAE Rep. AFOSR TN-60-1100*.
- Lighthill, M.J. (1954). The response of laminar skin friction and heat transfer to fluctuations in the stream velocity. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A224**, 1-23.
- Rott, N. and Rosenzweig, M.L. (1960). On the response of the laminar boundary layer to small fluctuations of the free-stream velocity. *J. Aerospace Sciences*, **27**, 741-748.
- Su, J. and Freire, A.P.S. (1993). A numerical study of the response of a laminar boundary layer to pulse-type perturbations. in *Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flows, Vol.8*.

## The effects of hydrate formation on the mean properties of bubble plumes, including the prediction of surface waves

by L.C.C. Santos and A.P. Silva Freire  
Mechanical Engineering Department,  
Post-Graduate School of the Federal  
University of Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ),  
C.P. 68503, 21945-970 - Rio de Janeiro, Brazil

This work makes use of the theory of Topham[1984] to extend the integral theory of Milgram[1983] to deep sea water conditions. The inclusion of hydrate formation in the plume equations will result in a strong coupling between the small scale bubble behaviour and the total plume properties. The present approach also takes into account the two empirical correlations of Milgram[1983] for the prediction of the local entrainment coefficient and of the momentum amplification parameter. The theory of Fannelop et al[1991] is considered for the evaluation of the surface current generated by the plume. As a result, both the zone of established flow and the zone of surface flow are completely dealt with here.

### 1- INTRODUCTION

The study of free bubble plumes generated by the release of gas at depth in water has been extensive over the last twenty years, thanks to the host of practical applications the flows resulting from such systems have. Typical examples in literature include the use of bubble curtains for the aeration of stagnant water, for the destratification of reservoirs, as "pneumatic" oil barriers or as ice formation preventers. The surface flow as well as the vertical mixing generated by bubble plumes make indeed these systems an ideal agent for promoting the desired flow properties in the above applications.

Recently, bubble plumes have been strongly associated with the idea of sub-sea oilwell blowouts. The increasing concern over the environmental impact of large quantities of crude oil being released into the ocean has urged for a perfect understanding of the phenomenon. While retaining most of the features of the plumes that occur in the usual applications, sub-sea blowout plumes also have some very important differences from those. The most important of these is the formation of solid gas hydrates at high hydrostatic pressures and low temperatures. Under this circumstance the released gas might even be completely removed from the water column before the surface is reached. The oil particles then subjected only to their own buoyance are more easily dispersed within the surrounding fluid. As a result, the individual surfacing droplets will be spread over a large area.

The purpose of this work is to extend the hydrate formation mathematical model developed by Topham(1984) to the integral theory previously studied by the present authors (Santos and Silva Freire(1993)). The paper considers the theory of Milgram(1983) for a varying entrainment coefficient  $\alpha$ , and for a varying momentum amplification parameter,  $\gamma$ . The formation of surface currents and of recirculating cells generated by the bubble plume is taken into account here through Fannelop's(1991) integral theory.

With the presently implemented modifications, our formulation will then give a complete description of the zone of established flow and the zone of surface flow (Santos and Silva Freire(1993)). This exhausts the use of integral methods for the prediction of bubble plumes.

### 2- THE FORMATION OF GAS HYDRATES

Under certain conditions of pressure and temperature some gases will combine with water to form ice-like substances with a density very close to that of water. In these ice-like substances, the gas molecules occupy spherical holes which are surrounded by hydrogen bounded water molecules. Most gas hydrates cell sizes range from 1.2nm to 1.7nm.

The conditions under which gas hydrates are formed are established through a phase equilibrium equation given by

$$T_e = b_0 \ln(p/p_a) + c_0 \quad (2.1)$$

where  $p_a$  = atmospheric pressure and  $b_0$  and  $c_0$  are constants for a given gas. If for a given absolute pressure,  $p$ , the temperature is lower than  $T_e$ , then hydrates will form.

For natural gases, hydrates can only exist at oceanic pressures and temperatures corresponding to depth below 200m. The actual existence of hydrates, for some given conditions, depends not only on the thermodynamics but also on the kinetics of formation. The later aspect, which is of more importance to sub-sea blowouts, had received little attention in literature until recently. Measurements made by Topham(1984), however, have provided values for the constants involved in the rate of hydrate function equation advanced by Vysniaskas(1980). The constants were determined for a range of pure gases and mixtures including, methane and natural gas.

Vysniaskas(1980) proposed that the rate of hydrate formation could be described by an expression of the form

$$r = p^\beta A \exp\left(\frac{-\Delta E}{R_0 T}\right) \exp\left(\frac{-a}{\Delta T^b}\right), \quad (2.2)$$

where  $r$  is the volume rate of conversion of gas per unit of gas-liquid interfacial area when reduced to NTP conditions;  $\Delta T$  is the subcooling below the phase equilibrium temperature at the absolute pressure,  $p$ , at which the reaction is occurring;  $\Delta E$  is the apparent activation energy of formation and  $\beta$  is about 3.0 for all the gases measured.  $a$  and  $b$  are constants related to the changes in the concentration of critical size clusters of water molecules with changing thermodynamic conditions. They are independent of the gas phase. The values of all empirical constants for pure methane and for a mixture of natural gas are shown in Table 1.

**Table 1. Hydrate formation constants**

	methane	natural gas
A(m/sec)	$7.622 \times 10^{-27}$	$1.547 \times 10^{-44}$
$\Delta E(J/Mol)$	$- 1.0613 \times 10^5$	$- 2.0474 \times 10^5$
$\beta$	2.986	2.9
a	$7.78 \times 10^{-2}$	$7.78 \times 10^{-2}$
b	2.4	2.4
specific heat ratio	1.31	1.29
$b_0$	9.48	8.49
$c_0$	- 30.42	- 15.76

**3 - THE ENTRAINMENT COEFFICIENT AND THE MOMENTUM AMPLIFICATION PARAMETER**

The entrainment coefficient for bubble plumes is not constant. After a careful analysis of several data sets, Milgram(1983) proposed the following functional relationship for  $\alpha$

$$\alpha(F_B) = K_1 \frac{F_B}{K_2 + F_B} \tag{3.1}$$

The non-dimensional parameter  $F_B$  is called the bubble Froude number. It is expressed as

$$F_B = \Delta^{2/5} \frac{L_m}{L_D};$$

where  $\Delta = S/(\rho_w - \rho_g)$  is the centerline gas fraction,  $L_m = (q^2/g\Delta^2)^{1/5}$  is a measure of the mixing distance of bubble motions in the turbulence, and  $L_D = \left[ (T/g(\rho_w - \rho_g))^{1/2} / \Delta^{1/3} \right]$  is the characteristic distance between bubbles. The constants  $K_1$  and  $K_2$  are given by  $K_1 = 0.165$ ,  $K_2 = 7.598$ .

For the momentum amplification parameter,  $\gamma$ , the following functional relationship was found

$$\gamma(N_p) = 1.0 + \frac{c_1}{N_p^{c_2}} \tag{3.2}$$

The quantity  $N_p$  is called the phase distribution number; it can be expressed as

$$N_p = L_v/L_D, \tag{3.3}$$

whre  $L_v = V^2/g\Delta$  is the vertical lengthscale of the plume motion, and  $L_D$  was defined above. The constants  $c_1$  and  $c_2$  are given by  $c_1 = 337.7$  and  $c_2 = 1.25$ .

High values of  $\gamma$  which are associated with slow mean flow and relatively widely spaced bubbles are obtained for small values of  $N_p$ . For large values of  $N_p$  the wakes of the bubbles merge together so that the turbulence contribution to the momentum is small in comparison to the mean.

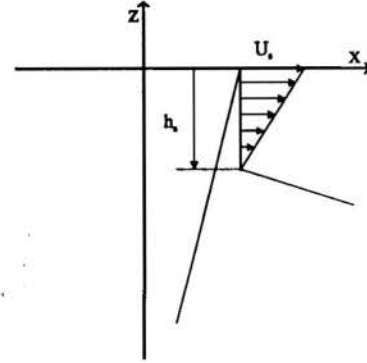
**4 - SURFACE CURRENT AND RECIRCULATING CELLS**

When a bubble plume is established, the entrainment mechanism provokes a plume mass inflow at lower depths and a plume outflowing surface corrent. For reasons of continuity, it results that some kind of recirculating cell must be formed. Thermal stratification plays a role as well. The bottom water which is lifted to the surface is cold and this promotes the formation of cells. Several experimental results have estimated the cell radius to be about 2.25 times the depth, although, values between 4-7 have been reported. The experiments have

been important in establishing the fact that bubble plumes will produce recirculating cells rather than an unlimited horizontal current.

In order to estimate the horizontal currents we will here develop a simple theoretical integral approach.

A schematic pictures of the flow is given in figure 1. We assume the velocity profile to have a triangular shape. Also, it is assumed that no momentum loses occur as the upward-directed plume flow is deflected sideways.



**Figure 1 - Surface flow configuration.**

A local balance of mass and of momentum in the surface region furnishes.

$$h(x) = \frac{Q(x)}{\pi x u_s(x)} \tag{4.1}$$

$$u_s(x) = 1.5M(H)\rho_w Q(x) \tag{4.2}$$

where  $\alpha$  is the entrainment coefficient and the subscript  $s$  denotes plume variable at the surface. The initial conditions to be applied at  $x = b_s$  are

$$h_1 = \frac{Q(H)}{\pi x_1 u_1}, \quad u_1 = \frac{3}{2} \frac{M(H)}{\rho_w Q(H)} \tag{4.3}$$

Equations (4.1) to (4.3) can be used for predicting the surface current and depth for values of  $h$  much smaller than the total depth.

The gas volume flux  $Q(x)$  is given by

$$Q(x) = \{ \alpha(x^2 - x_1^2) + Q^2(H) \}^{1/2}, \tag{4.4}$$

and

$$x_1 = \max\{b(H), 0.1H\}. \tag{4.5}$$

**5 - THE INTEGRAL PLUME EQUATIONS**

The integral theory of plumes is developed in terms of the following flow properties:

a) the gas volume flux,

$$q(z) = 2\pi \int_0^\infty (u(r,z) + u_b)f(r,z)rdr, \tag{5.1}$$

b) the liquid volume flux,

$$Q(z) = 2\pi \int_0^\infty u(r,z)[1 - f(r,z)]rdr, \tag{5.2}$$

c) the momentum flux,

$$M(z) = 2\pi\gamma \int_0^\infty \left\{ u^2(r,z)\rho_w[1 - f(r,z)] + [u(r,z) + u_b]^2\rho_g(z)f(r,z) \right\} r dr, \quad (5.3)$$

d) the buoyancy flux,

$$B(z) = 2\pi g \int_0^\infty (\rho_w - \rho_g(z))f(r,z)r dr, \quad (5.4)$$

where

$$f(r,z) = \frac{\rho_w - \rho_p(r,z)}{\rho_w - \rho_g(z)},$$

is the local mean gas fraction. The local liquid speed is denoted by  $u(r,z)$ ,  $u_b$  is the slip velocity.  $z$  and  $r$  are the vertical and radial coordinates. The subscripts  $w, g$  and  $p$  stand for water, gas and plume respectively.

If the gas is assumed to expand in an isothermal process and the variations of pressure on horizontal planes are considered to be small, the gas density can be evaluated from.

$$\rho_g = \frac{\rho_T(H_b - z)}{H_T}, \quad (5.5)$$

where  $\rho_T$  = gas density at one atmosphere,  $H_T$  = atmospheric pressure head,  $H_B = H_T + H$ ,  $H$  = liquid depth.

The general forms of the radial distribution of velocity and of density defect are considered to be given by:

$$u(r,z) = U(z)e^{-r^2/b^2}, \quad (5.6)$$

$$\rho_w - \rho_p(r,z) = S(z)e^{-r^2/(\lambda b)^2}, \quad (5.7)$$

where  $b$  is the plume radius, and  $\lambda$  the Schmidt number (= ratio of the radius of gas containing region to the radius of the moving water).

To specify the integral plume equations we introduce the entrainment hypothesis. This hypothesis, which gives the conservation of liquid equation, states that the mean inflow velocity across the edge of a turbulent flow is assumed to be proportional to a characteristic velocity, here the local time-average maximum mean velocity.

The conservation of liquid equation, then becomes (see Milgram(1983))

$$\frac{d}{dz} \left[ U(z)b^2(z) \left\{ 1 - \frac{\lambda^2 b(z)}{[1 + \lambda^2][\rho_w - \rho_g(z)]} \right\} \right] = 2\alpha U(z)b(z), \quad (5.8)$$

where  $\alpha$  is the entrainment coefficient introduced in section 3.

The conservation of gas equation can be written, according to section 2, as

$$\left( \frac{\rho_{NTP}}{\rho_a} \right) \frac{r_s}{R_i} Q^{2/3} = U_m \left( \frac{\rho_g}{P_a} \right) \frac{d}{dz} \left( Q(H - z) \right), \quad (5.9)$$

where  $v_i$  and  $R_i$  are the initial bubble volume and initial characteristic radius;  $s$  is a bubble shape parameter defined as

$$s = \frac{R_i S_i}{v_i}.$$

In integrating equation (5.9), it is assumed that the bubble remains geometrically similar during its rise.

The buoyancy equation is written as

$$\frac{d}{dz} \gamma b^2(z) \left\{ U^2(z) \left[ \frac{\rho_w}{2} - \frac{\lambda^2 S(z)}{1 + 2\lambda^2} \right] + \frac{\lambda^2 u_b \rho_g(z) S(z)}{\rho_w - \rho_g(z)} \left[ \frac{2U(z)}{1 + \lambda^2} + u_b \right] \right\} = g \lambda^2 S(z) b^2(z). \quad (5.10)$$

The liquid volume flux in equation (5.9) is given by

$$Q = \frac{\pi \lambda^2 b^2(z) S(z)}{\rho_w - \rho_g(z)} \left[ \frac{U(z)}{1 + \lambda^2} + u_b \right]. \quad (5.11)$$

The initial conditions to be specified at the bottom of the zone of established flow so that the above equations can be integrated were considered in Santos and Silva Freire(1993).

Results obtained through the theory are shown below in figures 2 to 7.

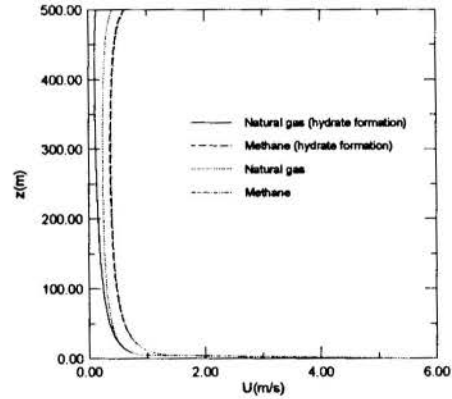


Figure 2 - Mean velocity at the plume centreline according to theory. Flow conditions are:

$$D = 0.01m, S(Z_e) = 500Kg/m^3, \lambda = 0.8, \\ T_S = 25^0C, P_s = 1atm, Q = 1Kg/s, u_b = 0.35m/s, \\ H = 500m, Z_e = 0.01m, \alpha = 0.087, \gamma = 1.1$$

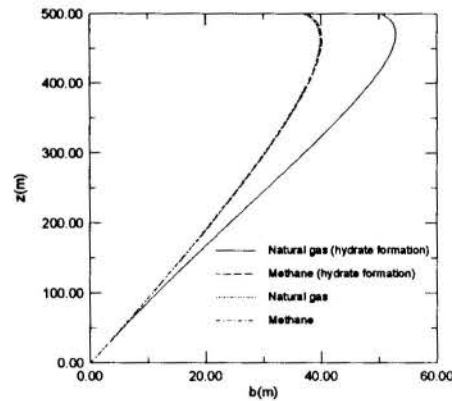


Figure 3 - Plume radius according to theory. Flow conditions as in Fig. 1.



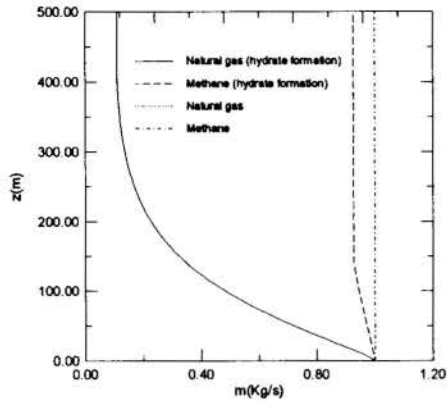


Figure 4 - Gas flow rate according to theory. Flow conditions as in Fig. 1.

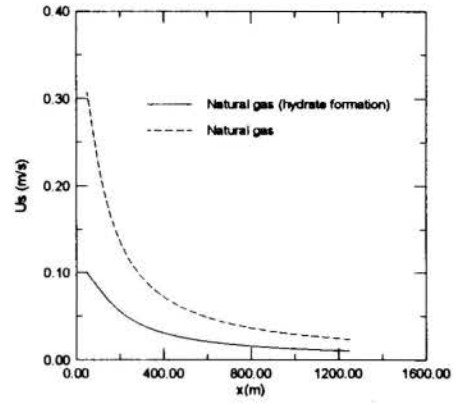


Figure 8 - Surface current maximum velocity. Flow condition as in Fig. 1

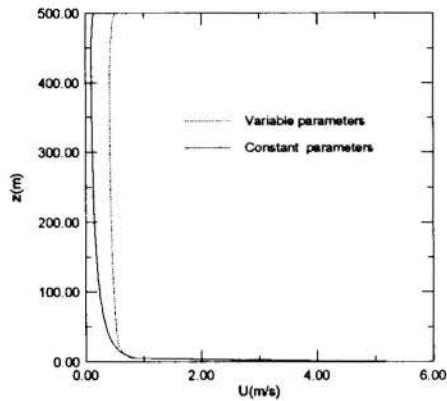


Figure 5 - Effect of varying  $\alpha$  and  $\gamma$  on the mean velocity at the plume centreline. Flow conditions as in Figure 1.

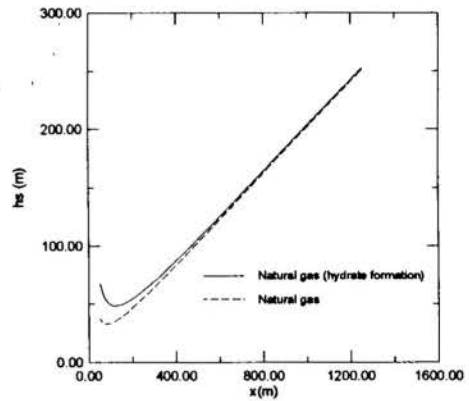


Figure 9 - Surface current depth. Flow conditions as in Fig. 1

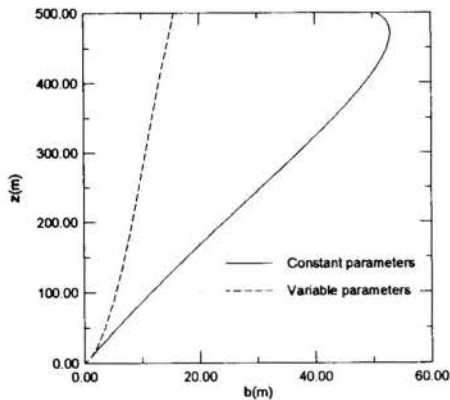


Figure 6 - Effect of varying  $\alpha$  and  $\gamma$  on the plume radius. Flow conditions as in Fig. 1.

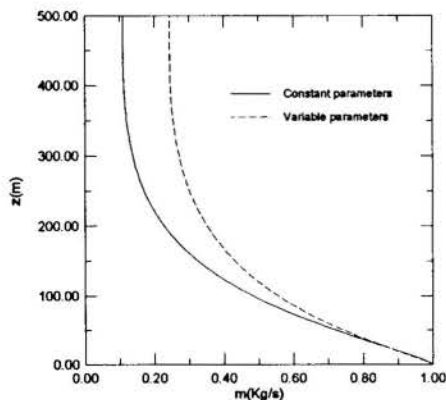


Figure 7 - Effect of varying  $\alpha$  and  $\gamma$  on the plume gas flow rate. Flow conditions according to Fig. 1

## 6 - FINAL REMARKS

A very comprehensive theory has been developed here for the theoretical prediction of bubble plumes. The theory uses integral methods, incorporating in its body all recent advances on the subject. The formulation gives a complete description of the zone of established flow and the zone of surface flow, including the effects of hydrate formation.

**ACKNOWLEDGMENTS.** The present work was financially support by PETROBRAS through grant COPPETEC ET-120111. One of the authors, L.C.C.S. is grateful to the Reitoria of the Federal University of Rio de Janeiro for the award of a scholarship during the period in which the research was carried out.

## 7 - REFERENCES

- Fannelop, T.K.; Hirschberg, S. & Küffer, J. "Surface current and recirculating cells generated by bubble curtains and jets", *J. Fluid Mech.*, 229, 629-657, 1991.
- Milgram, J.H. "Mean flow around bubble plumes", *J. Fluid Mech.*, 133, 345-376, 1983.
- Santos, L.C.C. & Silva Freire, A.P. "On round bubbles subject to cross flow. 12th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, 1009-1013, Brasilia, 1993.
- Topham, D.R. "The modelling of hydrocarbon bubble plumes to include gas hydrate formation", *Chemical Engng. Science*, 39-11, 1613, 1984.
- Vysniauskas, A. "A kinetic study of methane hydrate formation", Ph.D. Thesis, University of Calgary, 1980.

ENERGY TRANSFER SIMULATIONS IN A SOLID-FLUID  
MIXTURE EMPLOYING FINITE ELEMENT AND  
FINITE DIFFERENCE METHODOLOGIES

MARIA LAURA MARTINS COSTA<sup>(1)</sup>, ROGÉRIO M. SALDANHA DA GAMA<sup>(1)</sup>  
and SÉRGIO FREY<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>LNCC/CNPq, Rua Lauro Müller 455, 22290 Rio de Janeiro, Brasil

<sup>(2)</sup>Dpto. Computação/IM-UFF, Pç. do Valonguinho s/nº, 24210 Niterói, Brasil

SUMMARY

*The energy transfer in an incompressible flow through a flat porous channel is numerically simulated employing finite element and finite difference methodologies. The mechanical model is based on a mixture theory approach, which generates a system of coupled partial equations. Taking advantage of appropriated upwind strategies, the numerical methods employed have generated stable and accurate approximations for both solid and fluid constituents temperatures even for high Péclet flows.*

INTRODUCTION

Interactions between fluids and solids are present in many industrial processes. In order to obtain a large ratio of surface area to volume, the fluids may be passed over packed beds of solid material, improving processes such as heat and mass transfers. Examples of industrial applications involving packed bed heat exchangers are pebble bed heaters, evaporators, glass furnaces and thermal energy storage units.

The main object of the present work is to simulate numerically - via finite element and finite difference methods - the energy transfer in a saturated flow through a rigid porous medium employing a local model. This model was constructed using the continuum mixture theory (Atkin and Craine, 1976) in which the mixture is considered as a superposition of continuous constituents each of them occupying the whole volume of the mixture. A binary mixture is considered, whose constituents stand for the fluid and the porous medium (Martins Costa et al., 1992). The fluid is assumed newtonian and incompressible, while the porous medium rigid, homogeneous, isotropic and at rest.

Since both constituents are continuous, there exist, simultaneously, at each spacial point, two temperatures and two velocities giving rise to energy and momentum generations, providing thermal and dynamical interactions. The model employed - supported by a local theory with thermodynamic consistency - generalizes the classical continuum mechanics generating a differential system of two energy equations (one for each constituent) coupled by an energy generation term - absent in a classical continuum mechanics description.

Numerical simulations of incompressible flows suffers from two major difficulties. First, finite elements need to compatibilize velocity and pressure subspaces satisfying the Babuška-Brezzi mathematical condition. The second one, the instability inherent to central discretization schemes, either by Galerkin formulation or by central difference stencil, to approximate advective dominated flows.

Simple strategies have been proposed that may overcome most of the limitations found in the Galerkin method when applied to fluid problems (Hughes and Franca, 1987 and references therein). The methodology we are concerned with, recently called stabilized methods, consists of adding mesh-dependent terms to the usual Galerkin formulation, which are

functions of the residuals of the Euler-Lagrange equations evaluated elementwise. Since the residuals of the Euler-Lagrange equations are satisfied by the exact solutions, consistency is preserved in these methods. The perturbation terms are designed to enhance stability of the original Galerkin formulation without upsetting consistency. Convergence results may be derived for a wide family of simple finite element interpolations.

In this paper, in order to perform the numerical simulations, two different methodologies are compared - the finite element and finite difference ones. A high-advective stable finite element method for forced convection is used, which is built in to inherit the good stability features shown by the stabilized methods introduced for the Stokes problem (Hughes and Franca, 1987); that is to say, no need to satisfy the above mentioned Babuška-Brezzi condition. In addition, taking advantage of an improved design of the stability parameter  $\tau$  (Franca et al., 1992), the employed method remains stable even for very high advective flows (Franca and Frey, 1992).

Plus, a finite difference approach with a central difference stencil to discretize the diffusive terms and an upwind scheme for the advective one - in the fluid constituent energy equation - has been employed. Some two-dimensional simulations for the forced convection heating of a fluid flowing through a porous channel bounded by two impermeable isothermal flat plates were performed. The numerical results show a very good agreement with the above mentioned finite element simulations employing lagrangean biquadratic elements.

The problem considered herein is defined on a bounded domain  $\Omega \subset \mathbf{R}^2$ , with a polygonal boundary  $\Gamma$ . A partition  $\mathcal{C}_h$  of  $\bar{\Omega}$  into elements consisting of convex quadrilaterals is performed in the usual way: no overlapping is allowed between any two elements of the partition and the union of all element domains  $K$  reproduces  $\bar{\Omega}$ .

MATHEMATICAL MODELLING

The energy balance must be satisfied by each constituent of the mixture (Atkin and Craine, 1976):

$$\rho_i c_i \left[ \frac{\partial T_i}{\partial t} + (\nabla T_i) \cdot \mathbf{v}_i \right] = -\nabla \cdot \mathbf{q}_i + f_i + \psi_i + \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{D}_i \quad (1)$$

where  $T_i$  is the  $i$ -th constituent temperature,  $\rho_i$  its mass density,  $c_i$  the specific heat,  $\mathbf{v}_i$  the advective velocity,  $\mathbf{D}_i$  the symmetrical part of the velocity gradient tensor,  $\boldsymbol{\sigma}_i$  is the partial

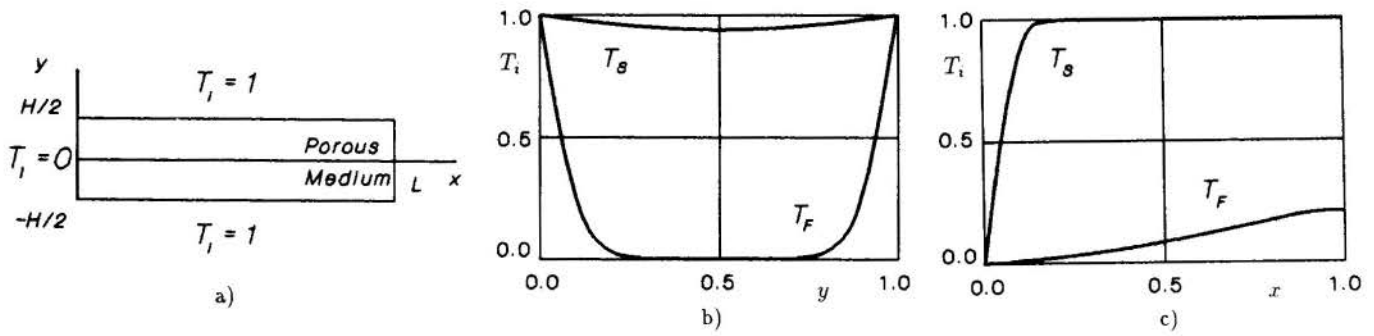


Figure 1. Flow into a porous channel: a) Problem statement; b) Transversal profile; c) Longitudinal profile.

stress tensor,  $f_i$  and  $\psi_i$  are external and internal heat supplies (per unit time and unit volume), respectively, and  $\mathbf{q}_i$  is the partial heat flux (per unit time and unit area) associated to the  $i$ -th constituent. It should be noticed that  $\rho_i = \varphi_i \rho$  with  $\rho$  standing for classical mass density and  $\varphi_i$  the porosity.

**Constitutive Relations.** The partial heat fluxes associated to both constituents are analogous to the heat flux vector in continuum mechanics (Martins Costa et al. 1992):

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_F &= -\Lambda k_F \varphi \nabla T_F \\ \mathbf{q}_S &= -\Lambda k_S (1 - \varphi) \nabla T_S \end{aligned} \quad (2)$$

where  $k_F$  and  $k_S$  are the newtonian fluid and porous matrix thermal conductivities, respectively, and  $\Lambda$  represents a positive scalar parameter, which depends on the internal structure and the kinematics of the mixture.

The internal generation function, represented by the internal sources  $\psi_F$  and  $\psi_S$ , takes into account the heat exchanges between the constituents and their relative movements. For a binary solid-fluid mixture, the following relation holds (Martins Costa et al., 1992):

$$\psi_F = -\psi_S = R(T_S - T_F) \quad (3)$$

where  $R$  depends on the thermal properties and velocity fields,  $R > 0$ , in order that the convective heat transfer is taken into account. The following constitutive hypothesis is assumed (Martins Costa et al., 1992; Costa Mattos et al., 1993):

$$R = R^* \frac{(1 + \delta |\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S|_p)}{(1 + \delta |\mathbf{v}_{Fm} - \mathbf{v}_{Sm}|_p)} \quad (4)$$

where  $R^*$  and  $\delta$  factors take into account the mixture internal structure and thermal properties and the  $m$ -index represents average values. (In this work  $\mathbf{v}_S$  is assumed zero.)

Substituting the constitutive eqs.(2)-(3) into eq.(1), considering a steady-state problem and neglecting the term  $\sigma_F \cdot \mathbf{D}_F$ , the following differential system is obtained:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_F \cdot \nabla T_F - \kappa_F \Delta T_F - \beta(T_S - T_F) &= f_F \\ -\kappa_S \Delta T_S - (T_F - T_S) &= f_S \end{aligned} \quad (5)$$

with the parameters

$$\kappa_F = \frac{\Lambda k_F \varphi}{\rho_F c_F}, \quad \beta = \frac{R}{\rho_F c_F}, \quad \kappa_S = \frac{\Lambda k_S (1 - \varphi)}{R} \quad (6)$$

and the heat sources  $f_F$  and  $f_S$  redefined, respectively, as  $\frac{f_F}{\rho_F c_F}$  and  $\frac{f_S}{R}$ .

## NUMERICAL APPROXIMATIONS

Consider the homogenous Dirichlet version of the problem defined by eqs.(5)-(6). The scalar fields  $T_F$  and  $T_S$  are approximated by the following standard finite subspace,

$$W^h = \{w \in H_0^1(\Omega) \mid w|_K \in P_k(K), K \in \mathcal{C}_h\} \quad (7)$$

The finite element method we wish to consider can be written as: Find  $(T_F^h, T_S^h) \in W^h \times W^h$  such that

$$B(T_F^h, T_S^h; w, w) = F(w, w) \quad (w, w) \in W^h \times W^h \quad (8)$$

with

$$\begin{aligned} B(T_F, T_S; w, w) &= (\mathbf{v}_F \cdot \nabla T_F, w) + (\kappa_F \nabla T_F, \nabla w) \\ &\quad - (\beta(T_S - T_F), w) + (\kappa_S \nabla T_S, \nabla w) - (T_F - T_S, w) \\ &\quad + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} (\mathbf{v}_F \cdot \nabla T_F - \kappa_F \Delta T_F - \beta(T_S - T_F), \\ &\quad \quad \quad \tau(\mathbf{v}_F \cdot \nabla w - \kappa_F \Delta w))_K \end{aligned} \quad (9)$$

and

$$F(w, w) = (f_F, w) + (f_S, w) + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} (f_F, \tau(\mathbf{v}_F \cdot \nabla w - \kappa_F \Delta w))_K \quad (10)$$

where the stability parameter  $\tau$  is defined as follows:

$$\tau(\mathbf{x}, \overline{\text{Pe}}_K) = \frac{h_K}{2|\mathbf{v}_F(\mathbf{x})|_p} \xi(\overline{\text{Pe}}_K(\mathbf{x})) \quad (11)$$

$$\overline{\text{Pe}}_K(\mathbf{x}) = \frac{m_k |\mathbf{v}_F(\mathbf{x})|_p h_K}{2\kappa_F(\mathbf{x})} \quad (12)$$

$$\xi(\overline{\text{Pe}}_K) = \begin{cases} \overline{\text{Pe}}_K(\mathbf{x}) & , 0 \leq \overline{\text{Pe}}_K(\mathbf{x}) \leq 1 \\ 1 & , \overline{\text{Pe}}_K(\mathbf{x}) \geq 1 \end{cases} \quad (13)$$

$$|\mathbf{v}_F(\mathbf{x})|_p = \begin{cases} \left( \sum_{i=1}^N |v_i^i(\mathbf{x})|^p \right)^{1/p} & , 1 \leq p < \infty \\ \max_{i=1, N} |v_i^i(\mathbf{x})| & , p = \infty \end{cases} \quad (14)$$

$$m_k = \min \left\{ \frac{1}{3}, 2C_k \right\} \quad (15)$$

$$C_k \sum_{K \in \mathcal{C}_h} h_K^2 \|\Delta w\|_{0,K}^2 \leq \|\nabla w\|_0^2 \quad w \in W^h \quad (16)$$

with  $C_k$  denoting a positive constant independent of diffusivity and of any element diameter  $h_K$ ,  $K \in \mathcal{C}_h$ .

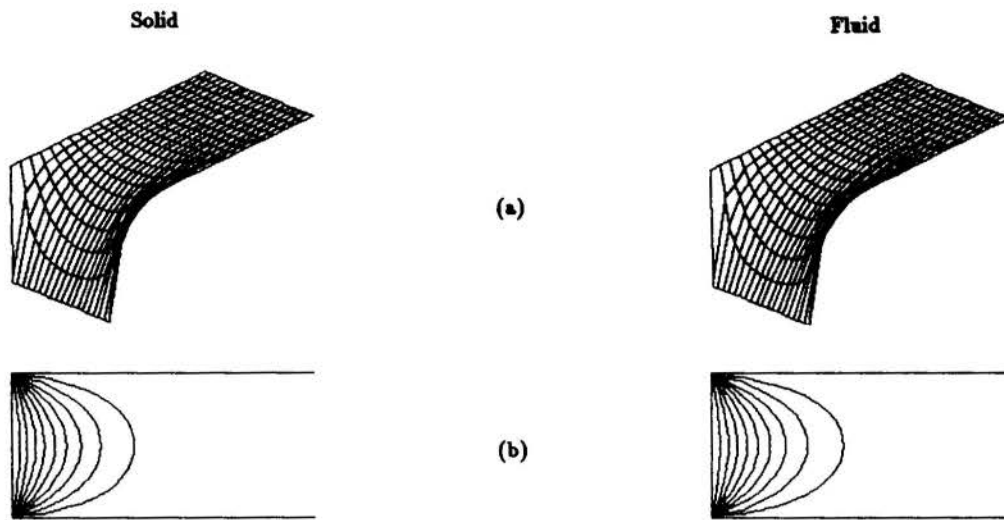


Figure 2. Temperature distributions for low Péclet flow: a) Elevation plots; b) Contours.

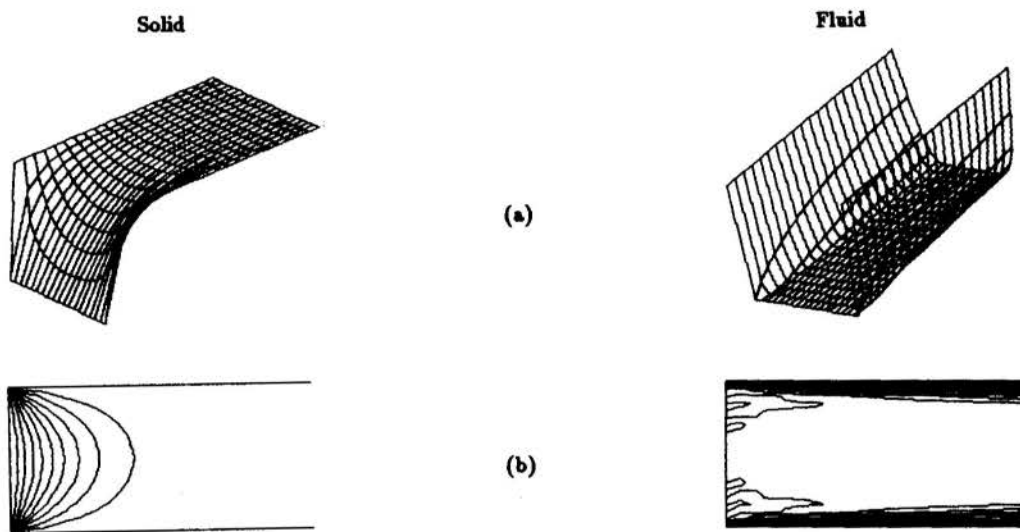


Figure 3. Temperature distributions for high Péclet flow: a) Elevation plots; b) Contours:



Figure 4. Flow employing Dirichlet conditions at the outlet: Elevation plots.



**Remarks.**(1.) We are modifying the usual definition of the element Péclet number, by including  $m_k$ , which takes into account the effect of the degree of the interpolation used. This definition may be viewed as a rescaling of the usual element Péclet number, such that, for all interpolations employed, the locally advective dominated flows are given by  $\overline{Pe}_K(\mathbf{x}) > 1$  and the locally diffusive dominated flows are given by  $\overline{Pe}_K(\mathbf{x}) < 1$ .

(2.) Besides, it must be noticed that  $\kappa_F$  expression, eq.(6), bestow on modified Péclet number definition (eq.(12)) a porous connotation since  $\kappa_F$  represents fluid constituent thermal diffusivity taking into account the porous medium.

(3.) We may establish error results for the method proposed in eqs.(8)-(16) extending the analysis introduced in Franca et al.(1992) for the advection-diffusion model.

**The Difference Discretization.** The finite difference scheme employed to approximate the system (5)-(6) utilizes a central difference stencil to approximate the diffusive terms  $\kappa_i \Delta T_i$  and an *upwind* scheme has been employed for the advective one,  $\mathbf{v}_F \cdot \nabla T_F$ . This latter can be described as

$$\frac{T_F(j+1, i) - T_F(j, i)}{|\mathbf{v}_F|_p \Delta x} [v_F^x]^- + \frac{T_F(j, i) - T_F(j-1, i)}{|\mathbf{v}_F|_p \Delta x} [v_F^x]^+ \quad (17)$$

in which  $[-]$  and  $[+]$  operands express *negative and positive part of*, respectively, and  $(i, j)$ -indices the mesh nodes.

## NUMERICAL RESULTS

In this section we simulate the differential system defined by eqs.(5)-(6) employing the finite element and finite difference methods discussed in the previous section. For the finite element approximations, it has been employed the lagrangean biquadratic (Q2) interpolations while a linear molecule with upwind strategy was used for the finite difference methodology. The numerical test considered is subjected to a wide range of Péclet number simulating engineering situations.

**Flow through a Flat Porous Channel.** Let us consider a rectangular domain of sides  $L = 1$  and  $10$  and  $H = 0.5$ , with diffusivities  $\kappa_F = 1$  and  $10^{-3}$ ,  $\kappa_S = 10$  and  $\beta = 10^{-2}$ . The boundary conditions for both solid and fluid temperatures are

$$\begin{cases} T_F = T_S = 1 & \text{for } 0 < x < L, y = \pm H/2 \\ T_F = T_S = 0 & \text{for } x = 0, -H/2 < y < H/2 \\ \nabla T_F \cdot \mathbf{n} = \nabla T_S \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{for } x = L, -H/2 < y < H/2 \end{cases} \quad (18)$$

where  $\mathbf{n}$  is the external normal vector (see Figure 1).

Assuming parallel steady-state flow and classical no-slip conditions on the impermeable channel surfaces, the advective velocity profile  $\mathbf{v}_F = (v_F^x, v_F^y)$  introduced by Saldanha da Gama (see Martins Costa et al., 1992) may be represented as:

$$v_F^x = v_F(y) = P_1 \left[ 1 - \frac{\cosh(P_2 y)}{\cosh(P_2 H/2)} \right], \quad v_F^y = 0 \quad (19)$$

with  $P_1$  and  $P_2$ -parameters defined in Martins Costa et al. (1992) and  $-H/2 < y < H/2$ . Taking the centerline velocity as the characteristic flow velocity, we have an advective dominated flow Péclet number  $\overline{Pe} = v_F(0)H/\kappa_F = 500$  when  $\kappa_F = 10^{-3}$  and a diffusive dominated flow  $\overline{Pe} = 0.5$  for  $\kappa_F = 1$ .

We employ uniform meshes for both finite difference and element methods consisting of  $13 \times 13$  and  $21 \times 21$  nodal points, respectively. Employing Q2, finite element interpolations,

$h_K = \frac{\sqrt{2} \text{Area}(K)}{\text{Diagonal}(K)} = 6.3246 \times 10^{-2}$ , and since  $m_{k=2} = 1/12$  (see Franca et al., 1992) we have the following element porous Péclet number (cf. eq.(12)):  $\overline{Pe}_K = 2.6353 \times 10^{-3}$  ( $\overline{Pe}_K < 1$ , diffusive dominated from numerical viewpoint) and  $2.6353$  ( $\overline{Pe}_K > 1$ , advective dominated flow).

In Figures 1<sub>b</sub> and 1<sub>c</sub>  $T_F$  and  $T_S$ -curves represent the finite difference approximations of fluid and solid constituent temperatures, respectively. Figure 1<sub>b</sub> shows transverse profiles at  $x = L/2$  for a channel length  $L = 1$ , while in Figure 1<sub>c</sub> longitudinal profiles at  $y = 0$  for  $L = 10$  are shown. Since very distinct  $T_F$  and  $T_S$  profiles may be observed, the classical thermal equilibrium hypothesis (Martins Costa et al., 1992, and references therein) would not hold. Increasing the channel width  $L$ , both  $T_F$  and  $T_S$  longitudinal profiles tend to a common value at the channel exit.

Figures 2 and 3 illustrate high and low Péclet situations. The first flow, Figure 2, has a porous thermal diffusivity  $\kappa_F = 1$  providing a diffusive dominated flow; in Figure 3, we have a high advective dominated one,  $\kappa_F = 10^{-3}$ . In both situations the finite element method has computed stable  $T_F$  and  $T_S$ -surfaces even for the sharpest one, namely, the  $T_F$ -surface for  $\kappa_F = 10^{-3}$ . In the latter, we have a global smooth pattern with small oscillations localized in the interior boundary layers at channel walls. In Figure 4 elevation plots are shown employing the Galerkin method with Dirichlet outflow boundary condition. Since the flow is parallel to the mesh one might conjecture that the Galerkin formulation might work, which was not confirmed here. The poor performance of Galerkin is due to the outflow condition employed that creates an outflow boundary layer which contaminates the Galerkin solution.

Eventually, it is worthy to be marked that all  $T_F$  and  $T_S$ -distributions shown are plainly smooth indicating that the finite element and difference methods employed were capable to generate stable and accurate temperature approximations even for a high Péclet flow,  $\overline{Pe}_K \leq 10^3$ .

**Acknowledgements.** This work is part of the cooperation program between UFF and LNCC. The authors Frey and Martins Costa have been partially and fully supported, respectively, by CNPq Proc. 510730/93-0 and 300404/91-3.

## REFERENCES

- Atkin, R.J. and Craine, R.E., "Continuum theories of mixtures. Basic theory and historical development", Quart. J. Mech. Appl. Math., Vol. 29, pp. 209-244, 1976.
- Costa Mattos, H., Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., "A thermodynamically consistent constitutive theory for a rigid solid-Stokesian fluid mixture", Mech. Research Comm., Vol. 20, No. 3, pp. 243-249, 1993.
- Franca, L.P., Frey, S.L. and Hughes, T.J.R., "Stabilized FEM: I. Application to the advective-diffusive model", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 95, pp. 253-276, 1992.
- Franca, L.P. and Frey, S., "Stabilized FEM: II. The incompressible Navier-Stokes equations", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 99, pp. 209-233, 1992.
- Hughes, T.J.R. and Franca, L.P., "A new finite element formulation for CFD: VII. The Stokes problem with various well-posed boundary conditions", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 65, pp. 85-96, 1987.
- Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., "Modelling and simulation of energy transfer in a saturated flow through a porous medium", Appl. Math. Model., Vol. 16, No. 11, pp. 589-597, 1992.

## NON-SYMMETRIC CG-LIKE SCHEMES FOR THE ELEMENT-BY-ELEMENT SOLUTION OF FINITE ELEMENT EQUATIONS

ALVARO L. G. A. COUTINHO, RICARDO BARBOSA DE AMORIM  
 Center of Parallel Computation and Dept. of Civil Engineering  
 COPPE/ Federal University of Rio de Janeiro  
 CP68506, Rio de Janeiro, RJ, 21945-970, Brasil. E-mail: alvaro@coc.ufrj.br

### SUMMARY

*This work presents a comparison of iterative methods applied to the solution of non-symmetric linear equation systems arising from the finite element method. In this context, the algorithms GMRES, CGS, Bi-CGSTAB and TFQMR were implemented with element-by-element techniques.*

*Numerical experiments were done on a CRAY Y-MP computer, on steady-state scalar advective diffusive problems discretized by the SUPG ( Streamline Upwind Petrov Galerkin) formulation, showing that the proposed techniques leads to great savings in memory demand when compared to the usual Gauss elimination procedure, achieving also the desired high performance (around 150 Mflops).*

### INTRODUCTION

The implicit finite element formulation of convection dominated flows (linear or nonlinear, steady or transient) usually requires the solution of a non-symmetric system of linear equations at each time step or iteration, e.g.,

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (1)$$

where  $\mathbf{x}$  is the vector of nodal increments,  $\mathbf{A}$  is the non-symmetric left-hand-side effective "mass" matrix, and  $\mathbf{b}$  is the right-hand-side out-of-balance "force", or residual vector. All the vectors are  $n$ -dimensional and the matrix  $\mathbf{A}$  has a non-symmetric skyline profile. Both  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{b}$  are constructed from the assembly of element contributions.

$$\mathbf{A} = \sum_{e=1}^{nel} \mathbf{A}^e, \quad \mathbf{b} = \sum_{e=1}^{nel} \mathbf{b}^e \quad (2)$$

where  $\mathbf{A}^e$  is the element effective "mass" matrix and  $\mathbf{b}^e$  the corresponding element "force" vector.

Direct methods based on Gauss elimination can be used to solve (1), but these soon become prohibitive for problems of practical interest, particularly in three-dimensions. Iterative solutions strategies based on the generation of Krylov spaces are much more appealing due to their low storage demand. Experience has indicated that the Generalized Minimal Residual (GMRES) method of Saad and Schultz [1986], in its preconditioned version is much more faster than the usual direct methods. However, much of the success of GMRES relies on the choice of a good preconditioner. For finite element applications, element-by-element (EBE) preconditioners are a natural choice and several documented applications, in Euler and Navier-Stokes flows (Shakib, Hughes and Johan [1989], Liou and Tezduyar [1990]), miscible and immiscible flows (Coutinho, Alves, Garcia and Loula [1994]), indicated their good performance.

Sonneveld [1989] proposed an iterative method, the Conjugate Gradient Squared (CGS), as an attractive variant of the Bi-Conjugate Gradient (Bi-CG) method (Fletcher [1976]). Recent studies indicate that this method is competitive with GMRES in the solution of certain flow problems by the finite element method (Brussino and Sonnad [1989]). Also, it was observed in practice that CGS is a roughly twice as faster than Bi-CG. However, in many situations CGS presents a quite irregular behavior, in particular in situations when starting the iteration close to the solution. To remedy this, Van der Vorst [1992] proposed a more smoothly converging variant of Bi-CG, the Bi-Conjugate Gradient Squared (Bi-CGSTAB) method. In the finite element context, the works of Coutinho, Alves, Landau and Ebecken [1992] and Feng, Huang, Owen and Peric [1993] showed that Bi-CGSTAB may be competitive in the solution of scalar advective-diffusive problems.

Freund [1991] presented a new method, based on the concept of quasi minimal residual, the TFQMR method i.e., the Transpose-Free Quasi-Minimal Residual Algorithm. Comparisons made in the solution of a steady-state scalar advective-diffusive problem indicate that the proposed method may be faster than GMRES, Bi-CGSTAB and CGS (Peters[1993]).

In this work we show numerical experiments on the CRAY Y-MP of GMRES, Bi-CGSTAB, CGS and TFQMR algorithms for a standard steady-state scalar advective problem discretized by the SUPG (Streamline Upwind Petrov-Galerkin) formulation utilizing EBE techniques.

### ELEMENT-BY-ELEMENT STRATEGIES

Matrix-vector multiplication. In the sparse element-by-element (EBE) matrix-vector operations given by Equation (2), we recall that matrix  $\mathbf{A}$  and vector  $\mathbf{b}$  are never assembled, only the individual finite element matrices  $\mathbf{A}^e$  and element forces  $\mathbf{b}^e$  are present. In general, the most expensive operation in iterative methods is the matrix-vector multiplication. In the EBE strategy according to Coutinho, Alves and Ebecken [1991,1993], we have the following main computational steps for this task:

- (i) Gather the components of a global array to the active element degrees of freedom;
- (ii) Compute the matrix-vector product at element level;
- (iii) Scatter the results to the global problem dimensions.

The computations in steps (i) to (iii) have an intrinsic vector content, thus making them suitable for implementation on the current supercomputers. For usual finite elements, the dimension of the arrays involved in the computations are relatively small. The overall performance can be significantly improved by processing the elements in blocks, indexing the computations by the number of elements within the current block. Since several elements within a block may share a common node (or degree of freedom), the results of the scatter operation will be determined by the last element to scatter. To avoid this problem, the solution is to reorder the elements in internally disjoint blocks, where no element within a block shares a common node. This approach is equivalent to apply a mesh coloring algorithm to the grid, as used in parallel computations (Dongarra, Duff, Sorensen and Van der Vorst [1989]).

Preconditioning. In many applications the matrix  $\mathbf{A}$  is not dimensionally homogeneous. Therefore, it is usual to scale the system of equations, in order to make the system non-dimensional. This transformation usually enhance the performance of the iterative driver, and Shakib, Hughes and Johan [1989] refer to this as a "pre-preconditioning". Then, the system to be solved is,

$$\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{x}} = \overline{\mathbf{b}} \quad (3)$$

where  $\bar{A} = W^{-1/2} A W^{-1/2}$ ,  $\bar{x} = W^{-1/2} x$ ,  $\bar{b} = W^{-1/2} b$  and  $W = \text{diag}(A)$ .

Other forms of scaling can be found also in Shakib, Hughes and Johan [1989]. However, we can only define the system (3) if  $A$  is positive definite. An alternative scaling, proposed by Liou and Tezduyar [1990] for transient problems is to take  $W = M^L$ , the lumped mass matrix. Thus, the right and left preconditioning matrices can be defined as,

$$L = \prod_{e=1}^{nel} L^e \quad (4)$$

and

$$U = \prod_{e=1}^{nel} U^e \quad (5)$$

where the element matrices ( $L^e$  and  $U^e$ ) can be computed from the regularized element array,

$$L^e + U^e = \hat{A}^e + I \quad (6)$$

where  $\hat{A}^e = \bar{A}^e - \text{diag}(\bar{A}^e) + I$  and  $\hat{A}^e$  is the pre-preconditioned element array. Equations (4) to (6) represent the definition of the element-by-element Gauss-Seidel (SDS-GS) preconditioner. If we have  $L = U = I$ , the system of equations is just preconditioned by the symmetric diagonal scaling. Thus, this case will be called as SDS.

It is important to note that both preconditioning techniques do not need any additional storage area besides the element matrices. Vectorization of the preconditioner computations uses the same techniques already employed during the matrix-vector multiplication.

#### NUMERICAL EXPERIMENTS

For the evaluation of the iterative algorithms we have chosen the simple problem of a pure advection of a scalar on a square domain  $\Omega = [0,1] \times [0,1]$  with the boundary conditions below:

$$\begin{aligned} y = 0 & \Rightarrow u = 0 \\ x = 0 \text{ and } 0 < y < 0.25 & \Rightarrow u = 0 \\ x = 0 \text{ and } 0.25 < y < 1 & \Rightarrow u = 1 \\ x = 1 \text{ or } y = 1 & \Rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} = 0 \end{aligned}$$

We have used a constant velocity with unit modulus and making an angle of 45 degrees with the x-axis. The domain was then considered subdivided by a grid of triangular elements with 64x64, 128x128, 256x256 and 512x512 cells. Each cell consists of two triangles. In Figure 1 we present the computed solution with the 64x64 grid.

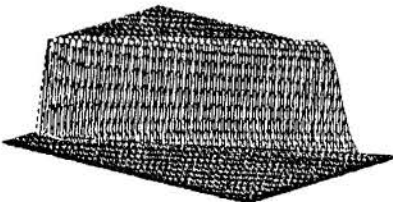


Figure 1 - Solution of the Pure Advective Problem 64x64 grid

The examples presented were run in one CPU of the CRAY Y-MP computer. Tables 1 and 2 lists the number of iterations necessary to achieve the required accuracy and the number of Mflops ( millions of floating point operations per second) of each run. The convergence was considered achieved when the scaled residual was less than  $10^{-6}$ . In order to compare all the methods with similar memory requirements, we used on the restarted GMRES method a Krylov subspace of five vectors.

Table 1 - Solution data for the EBE - SDS - GS preconditioner

GMRES (5) - SDS-GS			
grids	time(s)	iterations	Mflops
64x64	1.16	73	119
128x128	5.13	122	129.3
256x256	29.26	210	133.2
512x512	126.87	375	133.2

CGS - SDS-GS			
grids	time(s)	iterations	Mflops
64x64	1.07	31	133.3
128x128	3.44	24	136.8
256x256	14.2	31	140.3
512x512	53.98	19	142.5

BICGSTAB - SDS-GS			
grid	time(s)	iterations	Mflops
64x64	1.06	28	133.3
128x128	4.62	53	140.3
256x256	22.04	107	142.0
512x512	116.18	215	143.8

TFQMR - SDS-GS			
grid	time(s)	iterations	Mflops
64x64	0.87	23	132.4
128x128	3.44	24	141.1
256x256	13.53	20	143.2
512x512	54.16	19	143.5

Table 2 - Solution data for the EBE - SDS preconditioner

GMRES (5) - SDS			
grid	time(s)	iterations	Mflops
64x64	1.27	182	138.5
128x128	5.80	325	159.0
256x256	29.41	594	166.2
512x512	168.45	1106	165.9

CGS - SDS			
grid	time(s)	iterations	Mflops
64x64	1.17	89	146.5
128x128	5.55	188	158.1
256x256	33.1	504	165.4
512x512	171.13	777	166.7

BICGSTAB - SDS			
grid	time(s)	iterations	Mflops
64x64	1.13	75	154.6
128x128	5.02	141	168.1
256x256	26.65	327	173.0
512x512	169.25	738	167.6

In the CGS algorithm we used the restart technique described in Dongarra, Duff, Sorensen and Van der Vorst [1989] and in Coutinho, Alves, Landau and Ebecken [1992]. From the experiments we can see that usually TFQMR converges faster than the others methods. This is mostly due to its smooth convergence properties, as can be seen in Figure 2, which shows, for the 64x64 grid the convergence history for the



iterative methods with SDS-GS preconditioning. However convergence for the TFQMR method was not observed when just the SDS preconditioner was employed.

Residual Norm ( log )

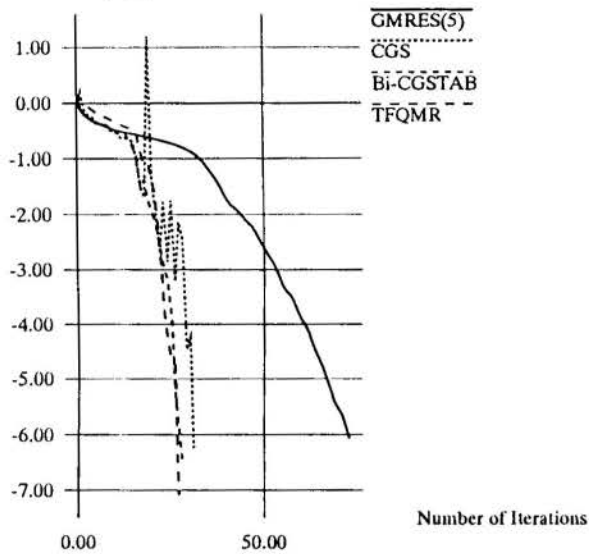


Figure 2 - Convergence history for the 64x64 grid (SDS-GS)

Finally, in Table 3 we present a comparison of the memory requirements of the iterative methods and a non-symmetric direct skyline solver. For the direct solver we compute only the memory needed to store the matrix **A**.

Table 3 - Memory requirements in MWords (64 bits ).

grids	GMRES(5)	CGS= Bi-CGSTAB	TFQMR	DIRECT
64x64	0.19	0.20	0.20	0.54
128x128	0.77	0.78	0.80	4.24
256x256	3.00	3.15	3.21	33.75
512x512	12.32	12.58	12.85	269.22

As can be seen in the above Table, for the 512x512 grid the memory requirements are reduced around 20 times with respect to the direct solver.

### CONCLUSIONS

In this work we presented a numerical study of the performance of various iterative methods for the element-by-element solution of large non-symmetric systems of finite element equations. It was observed that although the GMRES algorithm always presented a smooth convergence, it was usually slower than the CG-like methods such as the CGS, Bi-CGSTAB and TFQMR algorithms. Among them, usually the fastest were CGS and TFQMR, but while the former yields wild oscillations, TFQMR always achieved the desired accuracy with a smooth convergence pattern. However, it appears to be more sensitive to the type of preconditioning employed, since no convergence was observed when the simple symmetric diagonal scaling was used as preconditioner. The measured Mflop rate of all test runs on the CRAY Y-MP lies between 120 to 170 Mflops, stressing the high performance achieved by the EBE implementation. With respect to memory requirements, savings up to 20 times were observed in comparison with a direct skyline solver.

### ACKNOWLEDGMENTS

Computer time on the CRAY Y-MP 2E/232 was provided by the National Supercomputer Center of the Federal University of Rio Grande do Sul, Brasil, by grant Cesup 38/94. Special thanks to Ms. D. G. Ewald from the National Supercomputer Center for her invaluable help.

### REFERENCES:

- Brooks, A. N. and Hughes, T.J.R., "Streamline Upwind Petrov-Galerkin formulation for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 32, pp.199-259, 1982.
- Brussino, G. and Sonnad, V., "A comparison of direct and preconditioned iterative techniques for the sparse unsymmetric system of linear equations" Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 28, pp. 801-815, 1989.
- Coutinho, A. L. G. A., Alves, J. L. D. and Ebecken, N. F. F., "A study of implementation schemes for vectorized sparse EBE matrix-vector multiplication", Advances in Engineering Software, Vol. 13, pp. 130-135, 1991.
- Coutinho, A. L. G. A., Alves, J. L. D., Landau, L. and Ebecken, N. F. F., "Avaliação de estratégias computacionais para o método dos elementos finitos em computadores vetoriais", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 9, 3, pp. 271-297 1993.
- Coutinho, A. L. G. A., Alves, J. L. D., Garcia, E.L.M. and Loula, A.F.D., "Solution algorithms for miscible and immiscible flows employing EBE iterative strategies", SPE 27050, 1994.
- Dongarra, J. J., Duff, I. S., Sorensen, D. C. and Van der Vorst, H., "Solving linear systems on vector and shared memory computers", SIAM, Philadelphia, 1991.
- Feng, Y.T., Huang, G.J., Owen, D.R.J. and Peric, D., "An Evaluation of Iterative Methods in the Solution of a Convection-diffusion Problem", Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow, Vol. 8, Part 2, pp. 1567-1579, 1993.
- Fletcher, R., "Conjugate Gradient Methods for Indefinite Systems", Lecture Notes in Mathematics, 506, pp. 73-89, Springer-Verlag, Berlin, 1976.
- Fleund, R. W., "A Transpose-Free Quasi-Minimal Residual Methods for Non-Hermitian Linear Systems", Numerical Analysis Manuscripts 92-07 AT&T Bell Laboratories, 1992.
- Liou, J. and Tezduyar, T., "Iterative and adaptive implicit-explicit methods for fluid flow", International Journal of Numerical Methods in Fluids, Vol. 11, pp. 867-880, 1990.
- Peters, A., "Non-Symmetric CG-like schemes and the finite element solution of the advection-dispersion equation", International Journal of Numerical Methods in Fluids, Vol. 17, 955-974, 1993.
- Saad, Y. and Schultz, M.H., "GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving non symmetric linear systems", SIAM J. Sci. Statist. Comput., Vol. 7, pp. 856-869, 1986.
- Shakib, F., Hughes, T. J. R. and Johan, Z., "A multi-element group preconditioned GMRES algorithm for non-symmetric systems arising in finite element analysis", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 75, pp. 415-456, 1989.
- Sonneveld, P., "CGS: a fast Lanczos-type solver for nonsymmetric linear systems", SIAM J. Sci. Statist. Comput., Vol. 10, pp.36-52, 1989.
- Van der Vorst, H. A., "Bi-CGSTAB: a fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems", SIAM J. Sci. Statist. Comput., Vol.13, pp.631-644, 1992.



**Compressible Flow Formulation of the SIMPLE Algorithm for  
 Boundary-Fitted Coordinate Systems.**

E. V. Volpe and M. M. Pimenta  
 Department of Mechanical Engineering  
 Polytechnic School of the University of São Paulo  
 05508-900, São Paulo, SP, Brazil

**SUMMARY**

*This work presents and discusses a novel formulation of the SIMPLE algorithm for compressible fluid flow, which solves the coupling between energy, momentum and continuity equations. This formulation uses an upwind scheme for density in the pressure-correction equation, which allows pressure to assume one-way behavior. To use boundary-fitted coordinate systems, the generalized form of the governing equations is discretized, and the source-terms are evaluated in their complete form. Some results are presented for illustration.*

**Introduction**

Numerical simulation of compressible fluid flow, using boundary-fitted coordinate systems, involves deriving the governing equations of mass, energy and momentum in the generalized form. Then, the use of algorithms based on Finite Volume Method, implies that those equations should be written in the form of the general conservation principle (Patankar, 1980).

Within this framework, continuity equation is written in terms of pressure, in an expression known as pressure-correction equation. This equation was derived by assuming that density has no direct dependence on pressure and allows this variable to assume an elliptic behavior, which fits all flows with low compressibility effects. For highly compressible flows, however, pressure behaves as a parabolic variable and the dependence of density on pressure becomes relevant. Therefore, it may cause the algorithm to diverge (Patankar, 1980).

In this sense, the main purpose of this work is to develop a compressible form of the pressure-correction equation, which allows pressure to behave as one-way variable, and takes into account the dependence of density on pressure.

**Governing Equations**

The set of governing equations involves energy, mass and momentum equations. In the generalized form, they are given by:

Continuity equation:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^i} (J \rho u^i) = 0 \quad (1)$$

Where  $(\rho)$  stands for density and  $(J)$  stands for Jacobian of the transformation which leads from physical to mathematical space. The former is represented by a Cartesian reference frame  $(X, Y)$  and the last by curvilinear coordinates  $(\xi, \eta)$ . Velocity is given by its contravariant components  $(u^i)$ . Momentum equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u^i) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^j} (J \rho u^i u^j) = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left( \mu J g^{jn} \frac{\partial u^i}{\partial \xi^n} \right) + \rho f^i + \Gamma_{mn}^i (\tau^{mn} - J \rho u^m u^n) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^j} (J \kappa^{ij}) - g^{ij} \frac{\partial p}{\partial \xi^j} \quad (2)$$

Where  $(\tau^{ij})$  represents the stress tensor, and the tensor  $(\kappa^{ij})$  is defined for the momentum equation to cast in the form of general

conservation principle, as stated by Patankar (1980). Both,  $(\tau^{ij})$  and  $(\kappa^{ij})$  are given by:

$$\tau^{ij} = 2\mu \left[ \frac{1}{2} \left( g^{jn} \frac{\partial u^i}{\partial \xi^n} + g^{in} \frac{\partial u^j}{\partial \xi^n} - \frac{\partial g^{ij}}{\partial \xi^n} u^n \right) - \frac{1}{3J} g^{ij} \frac{\partial}{\partial \xi^n} (J u^n) \right] \quad (3)$$

$$\kappa^{ij} = \tau^{ij} - \mu g^{jn} \frac{\partial u^i}{\partial \xi^n} \quad (4)$$

In the equations above,  $(g^{ij})$  stands for the contravariant components of the metric tensor,  $(\Gamma_{mn}^i)$  represents a Christoffel symbol of the second kind,  $(\mu)$  stands for dynamic viscosity,  $(f^i)$  represents field force contravariant component and  $(p)$  represents pressure.

For compressible flow formulation, the set of equations also includes state and thermal energy equations. The ideal gas law has been used for the former. While for the last, the enthalpy formulation has been used (Volpe and Pimenta, 1989):

$$c_p \left( \frac{\partial}{\partial t} (\rho T) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^i} (J \rho u^i T) \right) = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left( J k g^{rs} \frac{\partial T}{\partial \xi^s} \right) + \Phi \quad (5)$$

Where  $(T)$  represents absolute temperature and  $(c_p)$  stands for constant pressure specific heat. The source-term  $(\Phi)$ , which includes viscous dissipation and pressure gradient is given by:

$$\Phi = \tau^{ij} \left( \frac{\partial}{\partial \xi^j} (u_i) - u_k \Gamma_{ij}^k \right) + \beta T \left( \frac{\partial p}{\partial t} + u^n \frac{\partial p}{\partial \xi^n} \right) \quad (6)$$

Where  $(\beta)$  represents volumetric compressibility module. For the momentum equation, the source-term is split into two parts, separating pressure gradient term from those involving stress tensor and field force. This last term  $(s^*)$  is given by:

$$s^* = \Gamma_{mn}^i (\tau^{ij} - \rho u^m u^n) + \rho f^i + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^j} (J \kappa^{ij}) \quad (7)$$

**Discretization Equations.** The discretized form of these equations are developed by integrating them over an elementary control volume, as shown below (fig. 1), which represents the computational cell in the transformed space. Momentum, mass and energy fluxes across its interfaces are evaluated using a staggered grid scheme for velocity components. In order to locate properly interface and central points, functions  $X(\xi, \eta)$  and  $Y(\xi, \eta)$ , which are known only at grid points, are then expanded into Taylor series to second order truncation error. A second order central difference scheme is applied to evaluate metric coefficients, and this is done for central, interface and grid points separately. This procedure ensures the use of difference representations of same order for the whole set of metric coefficients (Thompson *et al.*, 1985). Besides, these coefficients are all evaluated before flow field calculations.

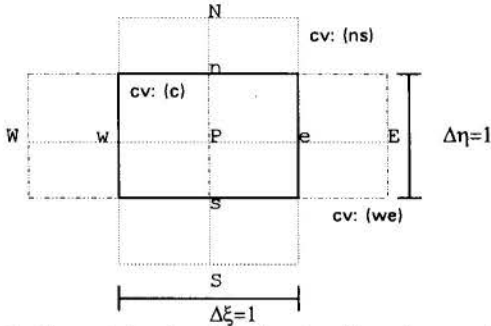


Figure 1. Computational cell in the transformed space. Solid lines represent main control volume (c), while dashed lines represent staggered control volumes (ns) and (we). Their sides ( $\Delta\xi$ ) and ( $\Delta\eta$ ) are both taken equal to one.

Source-terms are linearized by integrating them over the control volume. The used numerical values are those from the previous iteration and their results are treated as constants. Their derivatives are evaluated by the same second order central difference scheme. For momentum equation, source-terms are split into two parts, each one regarding one direction and the related staggered control volume, (we) or (ns). For energy equation, however, source-term is evaluated for the main control volume. To accomplish this, components of both tensors, ( $\tau^{ij}$ ) and ( $\kappa^{ij}$ ), and their derivatives are evaluated separately for interface and central points. Pressure gradient terms, on the other hand, are integrated for each staggered control volume, (we) and (ns) directions.

$$\bar{S}_{c(we)} = \iint_{(we)} s^* d\xi d\eta \quad \bar{S}_{c(ns)} = \iint_{(ns)} s^* d\eta d\xi \quad (8)$$

$$\bar{\Phi}_c = \iint_{(c)} \Phi d\xi d\eta \quad (9)$$

Within this framework, discretization equations for momentum and thermal energy are given by the following expressions. Momentum equation in the (we) direction:

$$\begin{aligned} a_e u_e^1 &= \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^1 + b + (g^{11} J \Delta \eta)_{(we)} (P_P - P_E) \\ a_e &= \sum_{nb} a_{nb} + a_e^0 \\ b &= J_{(c)} \bar{S}_{c(we)} \Delta \xi \Delta \eta + a_e^0 u_e^{01} \\ a_e^0 &= (\rho_e^0 J_{(c)} \Delta \xi \Delta \eta) / \Delta t \end{aligned} \quad (10)$$

Momentum equation in the (ns) direction:

$$\begin{aligned} a_n u_n^2 &= \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^2 + b + (g^{22} J \Delta \xi)_{(ns)} (P_P - P_N) \\ a_n &= \sum_{nb} a_{nb} + a_n^0 \\ b &= J_{(c)} \bar{S}_{c(ns)} \Delta \xi \Delta \eta + a_n^0 u_n^{02} \\ a_n^0 &= (\rho_n^0 J_{(c)} \Delta \xi \Delta \eta) / \Delta t \end{aligned} \quad (11)$$

Thermal energy equation:

$$\begin{aligned} a_p T &= \sum_{nb} a_{nb} T_{nb} + b \\ a_p &= \sum_{nb} a_{nb} + a_p^0 \\ b &= J_{(c)} \bar{\Phi}_c \Delta \xi \Delta \eta + a_p^0 T_P^0 \\ a_p^0 &= (\rho_p^0 J_{(c)} \Delta \xi \Delta \eta) / \Delta t \end{aligned} \quad (12)$$

Coefficients of the discretization equations are defined as sum of a diffusive term (D) and a convection term (F). These terms are evaluated at the interfaces of the control volume. This means using staggered control volumes for momentum equations, and central ones for energy equation. Besides, the diffusive part involves a general diffusive coefficient ( $\lambda$ ), which stands for dynamic viscosity ( $\lambda = \mu$ ) in momentum equation and for the ratio of thermal conductivity to constant pressure specific heat ( $\lambda = k / c_p$ ) in energy equation. Furthermore, the Peclet number (Pe) is defined as the ratio between the strengths of convection (F) and diffusion (D).

$$\begin{aligned} a_e &= D_e A(|Pe_e|) + \|F_{e,r}, 0\| \\ a_w &= D_w A(|Pe_w|) + \|F_{w,r}, 0\| \\ a_n &= D_n A(|Pe_n|) + \|F_{n,r}, 0\| \\ a_s &= D_s A(|Pe_s|) + \|F_{s,r}, 0\| \\ \|x, y\| &\Rightarrow \text{greater of } \{x, y\} \\ D_e &= [(J g^{11} \lambda \Delta \eta) / \Delta \xi]_{(e)} \dots D_n = [(J g^{22} \lambda \Delta \xi) / \Delta \eta]_{(n)} \\ F_e &= (J \rho u^1 \Delta \eta)_{(e)} \dots F_n = (J \rho u^2 \Delta \xi)_{(n)} \\ Pe_e &= F_e / D_e \dots Pe_n = F_n / D_n \end{aligned} \quad (13)$$

The function  $A(|Pe|)$  is proposed a series of schemes (Patankar 1980): central difference, upwind, hybrid, power law and exponential. Although routines provide the possibility of using any of these schemes, the power law scheme is adopted in this work, and it is given by:

$$A(|Pe|) = \|0, (1 - 0.1|Pe|)^5\| \quad (14)$$

Expressions for evaluating pressure (P) and velocity ( $u^1, u^2$ ) fields from the last estimates available: ( $P^*$ ) and ( $u^{1*}, u^{2*}$ ), which use pressure and velocity corrections ( $P'$ ) and ( $u^{1'}, u^{2'}$ ), are defined:

$$\begin{aligned} P &= P^* + P' \\ u^1 &= u^{1*} + u^{1'} \\ u^2 &= u^{2*} + u^{2'} \\ C_e &= [(g^{11} J \Delta \eta) / a_e]_{(we)} \\ C_n &= [(g^{22} J \Delta \xi) / a_n]_{(ns)} \\ u_e^{1'} &= C_e (P_P' - P_E') \\ u_n^{2'} &= C_n (P_P' - P_N') \end{aligned} \quad (15)$$

Density dependence on pressure is introduced by means of the state equation. Hence, a density correction term ( $\rho'$ ) is defined using the perfect gases equation, and the actual density is found out by adding this correction to the last estimate available ( $\rho^*$ ). Then, convection (F) and diffusion (G) terms based on this correction are defined, for face (e):

$$\begin{aligned}
\rho' &= P' / RT \\
B &= (RT)^{-1} \\
\rho &= \rho^* + BP' \\
\mathcal{J}_e &= \mathcal{J}_e u_e^1 B_e \Delta \eta \\
G_e &= \rho_e^* C_e
\end{aligned}
\tag{16}$$

Hence, the pressure-correction equation with the upwind scheme for density is given by:

$$\begin{aligned}
a_P P_P' &= a_E P_E' + a_W P_W' + a_N P_N' + a_S P_S' + b \\
a_E &= (J \Delta \eta)_e G_e + \left| -\mathcal{J}_c \cdot 0 \right| \\
a_W &= (J \Delta \eta)_w G_w + \left| \mathcal{J}_w \cdot 0 \right| \\
a_N &= (J \Delta \xi)_n G_n + \left| -\mathcal{J}_n \cdot 0 \right| \\
a_S &= (J \Delta \xi)_s G_s + \left| \mathcal{J}_s \cdot 0 \right| \\
a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S \\
b &= \left[ \rho_P (P_P^0, T_P^0) - \rho_P (P_P, T_P) \right] \cdot \left( J_c \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{\Delta t} \right) + \\
&+ \left[ (J \rho^* u^1)_w - (J \rho^* u^1)_e \right] \Delta \eta + \left[ (J \rho^* u^2)_s - (J \rho^* u^2)_n \right] \Delta \xi
\end{aligned}
\tag{17}$$

### Solution Procedure

Since the simulation concerns compressible flow and, hence, involves the state equation, pressure is expressed in terms of absolute values, and temperature is evaluated in the absolute scale. Therefore, the indeterminacy of pressure level does not arise.

The procedure used to solve this set of equations is essentially the SIMPLE algorithm (Patankar, 1980), provided that density is evaluated using the state equation, whenever it is involved, and the energy equation is solved together with the other equations. Hence, the sequence of operations is:

- 1- Estimate a pressure field ( $P^*$ ).
- 2- Solve momentum equations (10) and (11) to obtain estimates for the velocity field ( $u^1, u^2$ ).
- 3- Solve pressure-correction equation (17) to obtain ( $P'$ ).
- 4- Evaluate the pressure field ( $P$ ) from estimates ( $P$ ) and corrections ( $P'$ ).
- 5- Calculate the velocity field from its estimates, by means of velocity-correction expressions (15).
- 6- Solve the energy equation (12) to obtain the temperature field.
- 7- Treat the corrected pressure field as a new guessed pressure ( $P^*$ ), and return to step 2 to repeat the whole sequence, until a converged solution is obtained.

**Convergence Criterion.** The adopted convergence criterion uses the residues of momentum and energy equations and the source term of pressure-correction equation. The criteria states that modules of each of these variables are summed up for each iteration. Convergence is achieved when the greatest among these sums is below a precision level, which is set arbitrarily small.

**Boundary Conditions.** Boundary conditions are specified as constant pressure at outflow boundary and normal velocity profile at inflow boundary. The non-slip condition is adopted on the walls. Besides, for the energy equation, a temperature profile is specified at inflow boundary, and either temperature profiles or constant heat fluxes could be specified at the walls. No boundary condition is specified for the energy equation at outflow boundary, where one assumes the convection strength to be greater than the diffusion strength.

### Preliminary Results

As a preliminary test, the algorithm was applied to a benchmark problem, concerning laminar flow of air through a plane two dimensional duct (Poiseuille flow). Its main dimensions were: length = 0.896 m and width = 0.250 m. The grid was generated using the method by Thompson *et al.* (1985), with line spacing control to improve accuracy of regions near the walls. Then, the method by Ryskin and Leal (1983) was applied to the region of interest, to produce an orthogonal mesh.

A developed laminar velocity profile with Reynolds number  $Re = 3785.38$  (based on the hydraulic diameter of the duct) was imposed at the entrance section (mass flow rate: 0.038 Kg/s), and constant pressure ( $P = 101325.0$  Pa) was imposed at outflow boundary. Besides, a uniform temperature profile ( $T = 26.85^\circ\text{C}$ ) was imposed on the walls and at inflow boundary. Thus, air transport properties were evaluated at this temperature resulting: dynamic viscosity =  $1.983 \cdot 10^{-5}$  kg/ms, constant pressure specific heat  $c_p = 1.0057$  KJ/Kg $^\circ\text{C}$  and thermal conductivity  $k = 0.02624$  W/m $^\circ\text{C}$ .

The resulting velocity field is shown below in figure 2, and the resulting pressure field is shown in figure 3. Pressure is written in terms of dimensionless values ( $P_{nd}$ ), by means of an expression that compares pressure ( $P$ ) at any grid point to the highest ( $P_{(max)}$ ) and the lowest ( $P_{(min)}$ ) values of pressure within the flow domain:

$$P_{nd} = (P - P_{(min)}) / (P_{(max)} - P_{(min)}) \tag{18}$$

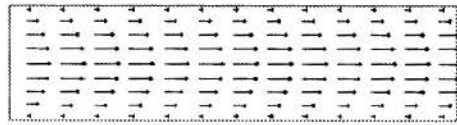


Figure 2. Laminar flow through a plane two dimensional duct: velocity field.

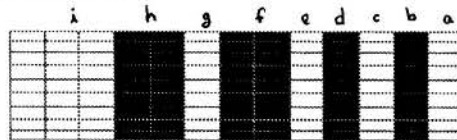


Figure 3. Laminar flow through a plane two dimensional duct: dimensionless pressure field.

Dimensionless pressure variation between 0 and 1 was divided into 9 intervals of equal length (figure 3, above):  $a \Rightarrow 0 \leq P < 0.11$ ,  $b \Rightarrow 0.11 \leq P < 0.22$ ,  $c \Rightarrow 0.22 \leq P < 0.33$ ,  $d \Rightarrow 0.33 \leq P < 0.44$ ,  $e \Rightarrow 0.44 \leq P < 0.56$ ,  $f \Rightarrow 0.56 \leq P < 0.67$ ,  $g \Rightarrow 0.67 \leq P < 0.78$ ,  $h \Rightarrow 0.78 \leq P < 0.89$ ,  $i \Rightarrow 0.89 \leq P \leq 1.0$ .

Accuracy of the converged solution was imposed ( $\Delta = 10^{-4}$ ). The greatest difference found between analytic and numerical solutions for velocity field was of the same order of the accuracy, which means less than 1.0% of the local velocity module. The resulting pressure gradient agreed with the one evaluated for laminar two-dimensional duct flow, thus yielding a total pressure drop of  $\Delta P \approx 4.6 \cdot 10^{-4}$  Pa.

The algorithm was also applied to simulate laminar air flow through a two dimensional nozzle with Whitehead geometrical pattern (Taira, 1994). Its dimensions were: length = 0.588m, width at inflow boundary = 0.480m, and width at outflow boundary = 0.12m. A uniform velocity profile was imposed at the entrance  $V = 0.11$  m/s (mass flow rate: 0.062 Kg/s,  $Re = 6270.00$ , based on the hydraulic diameter). The same pressure ( $P = 101325.0$  Pa) was imposed at outflow boundary, and the same air properties were adopted. Accuracy of the converged solution was imposed ( $\Delta = 10^{-4}$ ). Velocity and dimensionless pressure fields are shown on figures 4 and 5 respectively.

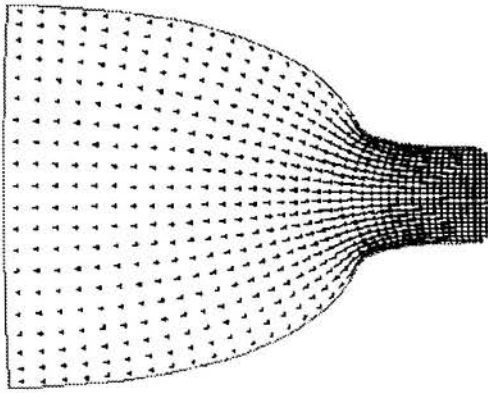


Figure 4. Laminar flow through a two dimensional nozzle: velocity field.

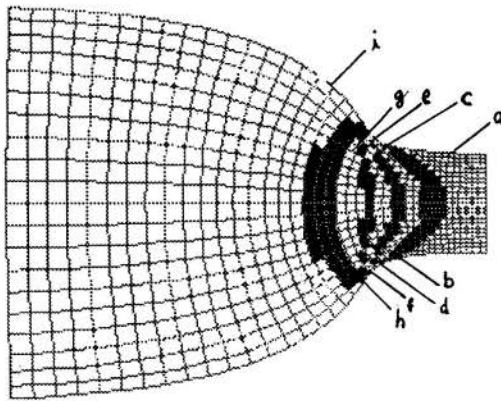


Figure 5. Laminar flow through a two dimensional nozzle: non dimensional pressure field.

The same pressure intervals were used to present the dimensionless pressure field in this case. The pressure drop was ( $\Delta P \cong 0.12\text{Pa}$ ) and the mean velocity at outflow boundary  $V \cong 0.44\text{m/s}$ . Preliminary comparisons of this simulation with the experimental results, obtained by Taira (1994), have shown so far good agreement. This subject, however, is still being investigated.

#### Concluding Remarks

Although the use of staggered grid scheme and independent evaluation of metric coefficients for central, interface and grid points requires greater use of memory space, they have no direct effects on computational effort, since the coefficients are evaluated before flow calculations.

The novel formulation presented here uses the complete form of the governing equations' source-terms, and an upwind scheme for density in the pressure-correction equation. This means including viscous dissipation term in thermal energy equation and allowing pressure to behave as one-way variable. However, laminar flow calculations are not likely to need these features, unless heat transfer with large temperature gradients is involved.

As a matter of fact, incompressible flow algorithm suffices for simulating low Reynolds number flows without heat transfer. Yet, within this formulation the coupling between momentum and mass conservation equations suffers from stiffness, since one imposes zero divergence for the velocity field, during the iterative process. This happens because these equations are sequentially evaluated for each iteration, and the result of any of them is not bound to satisfy the other, unless convergence has been achieved.

Hence, during the iterations, momentum equation's residue and ( $P'$ ) source term alternate in magnitude, giving the convergence criterion an oscillating pattern. Within this pattern, oscillations' amplitude slowly decreases as it approaches the converged solution.

In this sense, introduction of fluid compressibility provides the coupling between those equations with one more degree of freedom, thus removing its stiffness. This is likely to smooth the convergence process, which means reducing the amplitude of its oscillations. Therefore, there is no need to use other assumptions to improve convergence performance, like using artificially high values of viscosity at the beginning of calculations.

Besides, the results have also shown strong dependence on grid quality, concerning orthogonality and point distribution. In fact, strong variation of point distribution is conducive to increasing truncation error of finite difference schemes, whenever it happens within regions that embed high gradients of flow variables (Thompson *et al.* 1985). Moreover, large departures from orthogonality should be avoided for two basic reasons: -To ensure accuracy of numerical evaluation of derivatives, specially near boundaries, when one uses finite difference expressions. -To prevent the discretization equations, which are written for orthogonal systems, from being misleading.

#### References:

- Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," New York, MacGrall-Hill Book Company, 1980.
- Ryskin, G. and Leal, L. G., "Orthogonal Mapping" *Journal of Computational Physics*, vol. 23, pp. 71-100, 1983.
- Thompson, J. F., Warsi, Z. U. A. and Mastin, C. W., "Numerical Grid Generation - Foundations and Applications", Elsevier Science Co., 1985.
- Volpe, E. V., "Study of Heat and Momentum Transfer in Fluid Flow through Passages with Arbitrary Geometrical Patterns", (in Portuguese) MSc. Dissertation, Polytechnic School of the University of São Paulo, 1993.
- Volpe, E. V. and Pimenta, M. M., "The Paradox of Energy Equation", (in Portuguese) Department of Mechanical Engineering, Polytechnic School of the University of São Paulo, Monograph 47/90, 1990.
- Taira, N. M., "Study on Wind Tunnel Contractions for Uniform Flow Generation", (in Portuguese) MSc. Dissertation, Polytechnic School of the University of São Paulo, 1994.



## THE EFFECT OF GRID NON-ORTHOGONALITY IN PREDICTING AXIAL FLOW AND WALL SHEAR STRESS IN DUCTS WITH CUSPED CORNERS

Marcelo J.S. de Lemos  
 Departamento de Energia, IEME/ITA/CTA  
 12228-900 - São José dos Campos, SP, Brasil

### SUMMARY

This work presents numerical solutions for the incompressible laminar axial flow in ducts with sharp corners. Computation of the flow governing equation is obtained by transforming the physical plane  $(x,y)$  into the computational domain  $(\eta,\xi)$ . Discretization of the axial momentum equation is accomplished by means of the control-volume method. Results are shown for ducts formed by three, four and five adjacent circular rods. Predictions for the velocity profile and wall shear stress are presented for several grid arrangements.

### INTRODUCTION

Ducts with sharp internal corners are formed, for example, when parallel circular rods in a bundle touch each other reducing the area between them. Depending on the number of adjacent rods, several flow areas can be identified. Figure 1 shows duct shapes formed by three, four and five contiguous rod. Investigation of the flow field in such cusped ducts is important to analysis of a number of heat transfer engineering equipment.

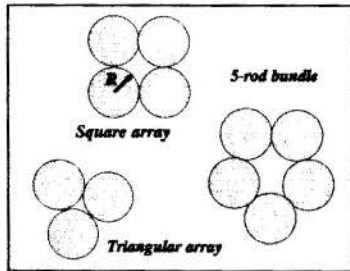


Figure 1 - Geometries investigated.

As a rule, ducts of any form can always be handled in a numerical solution by means of any of the following coordinate systems: a) regular orthogonal with stepwise approximation of boundary control-volumes that cannot be described by constant coordinate lines, b) orthogonal curvilinear also with approximations to accommodate non-orthogonal boundaries, and c) non-orthogonal curvilinear

fully complacent with the body contour (*body-fitted*). In a body-fitted coordinate system, the grid curvature makes the formulation less conservative in the sense that predictions will be sensitive on how accurate curvature terms are evaluated (Vinokur, 1974). In spite of the difficulties, the relative ease in setting up a non-orthogonal system in existing codes has favor its ever greater use in the literature. The effects of grid non-orthogonality, however, stimulate further investigation.

Flow and heat transfer computations in such geometries can be found in the literature for laminar (Maliska et al, 1986, Dong et al, 1991) and turbulent flow (Rapley, 1985). Previous studies in rod-bundle (de Lemos, 1991), in a four-cusp duct (de Lemos, 1992a), and in several cusped ducts (de Lemos, 1992b) have emphasized the advantage of proper grid layout for improving results' accuracy.

Considering then the advantages of using *boundary-fitted* coordinates for analyzing complex flow passages, the objective of this paper is to extend the work in de Lemos (1992a, 1992b) reporting further numerical predictions for laminar flow in cusped ducts. Attention is here focused on the effect of grid non-orthogonality on solution accuracy.

### ANALYSIS

**Fully developed flow in ducts.** The numerical formulation below follows the work in de Lemos (1992a, 1992b) and for that it is here only briefly commented upon. The vector form for the case of axial momentum (in the z-direction;  $\phi=U_z$ ), steady state, laminar,

bidimensional fully-developed flow in ducts of constant cross-section is:

$$\nabla \cdot (-\vec{\tau}_z) = S_U \quad (1)$$

where  $\vec{\tau}_z$  is the vector containing shear stresses in the z-direction, given by:

$$\begin{aligned} \vec{\tau}_z &= \mu \left[ \frac{\partial U_z}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \hat{j} \right] \\ &= \mu \nabla U_z \end{aligned} \quad (2)$$

In (2) the unit vectors  $\hat{i}$  and  $\hat{j}$  correspond to directions x and y in the physical plane, respectively. Also, the axial velocity  $U_z$  depends on x and y only. Further, for fully developed flows, the source term is given by:

$$S_U = -\frac{\partial P}{\partial z} \quad (3)$$

where P is the constant pressure at the x-y plane and z the coordinate along the duct.

#### Grid Generation.

For solving (1) in a boundary-fitted coordinate system, the computational grid is here generated in the physical domain giving then the values of  $x_y$  and  $y_y$  corresponding to their associated points in the computational plane. After generating the grid, all geometric parameters, necessary for estimating total fluxes across the boundary of the discrete control-volumes, are promptly calculated.

Generally, two dimensional body contours can be defined by four boundaries  $\Gamma$  mapped with a general coordinate system  $(\eta,\xi)$ . If one considers that opposing boundaries correspond to two limiting values for " $\eta$ " and " $\xi$ ", Dirichlet boundary conditions can be specified at all boundaries as:

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_n \text{ at } \Gamma_s \text{ (south); } \eta_n \text{ at } \Gamma_n \text{ (north)} \\ \xi &= \xi_e(x,y) \text{ at east and west boundaries} \\ \xi &= \xi_w \text{ at } \Gamma_e \text{ (east); } \xi_w \text{ at } \Gamma_w \text{ (west)} \\ \eta &= \eta(x,y) \text{ at north and south boundaries} \end{aligned} \quad (4)$$

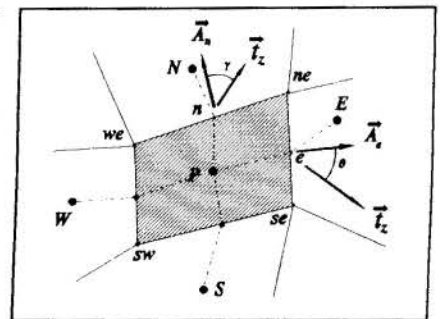


Figure 2. Notation for discretization.

The computational grid, obtained through the *mapping* of general bi-dimensional geometries, is calculated by solving an elliptical equation system for  $(\eta, \xi)$  subjected to the boundary conditions (4). For the coordinate  $x_{ij}$ , the final finite-difference equation reads;

$$x_{ij} = \frac{\left\{ \alpha(x_{i+1,j} + x_{i-1,j}) + \gamma(x_{i,j+1} + x_{i,j-1}) - \frac{\beta}{2} [(x_{i+1,j+1} - x_{i-1,j-1}) - (x_{i-1,j-1} - x_{i+1,j+1})] \right\}}{2(\alpha + \beta)} \quad (5)$$

with a similar expression for  $y_{ij}$ . In (5) the parameters  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  are associated with the metrics necessary to the coordinate transformation in question (see for example Anderson, 1984). Further, the solution of (5) is here obtained by means of the so-called *Successive Over-relaxation Method*. Several text books on numerical fluid flow (e.g., Patankar, 1980) describe this method which consists in the point-wise solution of the equations involved. In the present work, the value of 1.6 was used for relaxing both coordinates.

The convergence criterion for solving (5) takes into consideration the relative error for  $x$  and  $y$ ,  $\epsilon_{ij}$ , defined as:

$$\epsilon_{ij} = \left\| \begin{matrix} \frac{x_{ij} - x_{ij}^*}{x_{ij}^*} \\ \frac{y_{ij} - y_{ij}^*}{y_{ij}^*} \end{matrix} \right\| \quad (6)$$

where  $x_{ij}$  (or  $y_{ij}$ ) is calculated by (5). The superscript "\*" in (6) indicates values from the previous iteration and the operator  $\|A, B\|$  means the greater between  $A$  and  $B$ . For every sweep throughout the computational domain equation (6) was calculated for each point  $(ij)$ . The two systems were considered solved when the maximum absolute error was less than  $1 \times 10^{-4}$ .

**Momentum Equation.** Discretization of the momentum equation (1) using the control-volume shown in Figure 2 and assuming further a constant vector  $\vec{t}_z$  at the control volume faces, gives (Patankar, 1980):

$$\int_{vol} [\nabla \vec{t}_z + S_U] dvol = (\vec{t}_z \cdot \vec{A})_e + (\vec{t}_z \cdot \vec{A})_w + (\vec{t}_z \cdot \vec{A})_n + (\vec{t}_z \cdot \vec{A})_s + \bar{S}_U Vol_{ij} \quad (7)$$

In (7) the four first terms on the right-hand side show the scalar product of vector  $\vec{t}_z$  and the vector area  $\vec{A}$ , applied to the four volume faces in Figure 2. For the east boundary, the vector  $\vec{A}_e$  is given by;

$$\vec{A}_e = (y_{ne} - y_{se})\hat{i} - (x_{ne} - x_{se})\hat{j} \quad (8)$$

Substitution of (2)-(8) into (7) provides finally a discretization equation connecting the velocity  $U_i$  at  $P$  to its neighboring points in the mesh. To accomplish this procedure, the derivatives with respect to the "x" and "y" in (2) are also transformed into the computational domain  $(\eta, \xi)$ .

Equation (1), in its discrete form, is solved with the non-slip velocity boundary condition at the duct walls (*Dirichlet* condition) or with null gradient at symmetry lines (*Newman* condition). For the molecular viscosity  $\mu$  and pressure gradient  $S_U$  unit values are used. With these assumptions the differential equation takes the *vector* form,

$$\nabla \cdot (\nabla U_z) = -1 \quad (9)$$

Results shown below are further non-dimensionalized by the mean velocity defined as:

$$U_m = \frac{1}{A_d} \int_{A_d} U dA \quad (10)$$

where  $A_d$  is the duct cross-section area.

Equation (7) is, usually, nonlinear. A number of algorithms have become available for solution of such systems. For simplicity, in the present work the velocity field was also obtained with the *SOR* method employed for generating the grid. Several domain sweeps were performed

for iterative solution of the resulting algebraic equation system, monitoring, in addition to the relative error (defined similarly to (6)), the residue of (7) at every point  $ij$ . Typically, convergence was obtained when both, the relative error and the residue, were less than  $1 \times 10^{-4}$ .

## RESULTS AND DISCUSSION

Calculations with the numerical method above have been presented in Padilla Jr. (1991) and de Lemos (1992a, 1992b) for several geometries, namely: *circular duct*, *equilateral triangle*, *circular sector* and *square*, among others. Rod-bundle flow computations have also been documented in de Lemos [5]. Those preliminary results were compared with their analytical counterpart with the aim of checking the accuracy and correctness of the computer code developed.

Table 1. Cusped ducts investigated.

Case	Geometry/Grid Characteristics	Grid Size	Boundary Conditions
TRIANGULAR ARRAY			
a)	Equal distribution along s	20x20	$U_z = 0$ at wall
b)	Concentration at $s/s_{max} = 1$		
c)	Concentration at $s/s_{max} = 0$		
SQUARE ARRAY			
d)	Full duct - Equal distribution along s	20x20	$U_z = 0$ at wall
e)	Full duct - Concentration at $s/s_{max} = 0$		
f)	Full duct - Concentration at $s/s_{max} = 1$		
g)	Half duct - Equal distribution along s		$U_z = 0$ at wall, $\delta U / \delta N = 0$ along n
5-CUSP DUCT			
h)	Half duct - equal node distribution along n	10x15	$U_z = 0$ at wall, $\delta U / \delta N = 0$ along n
i)	Half duct - node concentration at $n/n_{max} = 1$		
j)	Half duct - node concentration at $n/n_{max} = 0$		

In the present section, the cusped ducts formed by the junction of concave circular arcs (see Figure 1) are calculated with the grids and boundary conditions of Table I. Throughout this work, different grids are identified using the same case labeling as in Table I. The grid point concentration mentioned in the table is explained below. An illustration of the velocity fields in all three shapes is presented in Figure 3. Table I identifies further all cases presented in the figures below.

The grid non-orthogonality degree along the computational contour (and to a certain extent within the domain) was modified by a stretching *function* of the form:

$$x_i = \left( x_{i-1}^a + \left( \frac{s_{max}}{N_b} \right)^a \right)^{\frac{1}{a}} \quad (11)$$

In equation (11)  $x_i$  is the coordinate for the  $i$ -th boundary point at one of the four sides of the physical domain,  $s_{max}$  is the respective boundary length and  $N_b$  is the associated number of grid points. The effect of  $\alpha$  is therefore *compressing* or *stretching* the grid nodes along a certain boundary (a wall or symmetry line). Application of (11) has the advantage of modifying the grid characteristics while keeping the same number of points.

**Three-cusp Duct.** For the three-side duct, the grids in Figure 4 correspond to the cases shown in Table I. Cases b) and c) use distorted grid in relation to the mid-plane (direction  $n$  in the figure) and, due to (11), they are not exactly symmetrical in relation to the center line. Velocity profiles along the direction  $n$  are shown in Figure 5 for the three cases. The figure suggests that for  $n/n_{max}$  between 0.2 and 0.8

discrepancies are due to the grid distortion around the symmetry line.

Results for the wall shear stress  $\tau_w$ , non-dimensionalized by the averaged stress calculated as;

$$\tau_m = \frac{1}{s_{max}} \int_s \tau_w ds \quad (12)$$

are presented in Figure 6. In (12) the coordinate  $s$  follows one rod wetted perimeter. The maximum coordinate value ( $s_{max}$ ) is therefore dependent upon the duct shape, as can be seen in Figure 1. Results of figure 6 are an indication of the difficulties arising when using non-orthogonal grids. At both  $s$ -coordinate ends, non-physical, negative wall shear stresses are calculated for all three grids. This effect is enhanced when boundary points are concentrated at both limits of  $s$ . This outcome, apparently due to the excessive grid distortion, seems to have a similar counterpart in heat transfer problems. In reference [3], negative Nusselt numbers were encountered when a non-orthogonal mesh was applied to a cusped corner.

**Four-cusp Duct.** The grids illustrated in Figure 7 were used to simulate the flow field in four-face cusped duct. Grids  $e$ ) and  $f$ ) concentrated boundary points at both ends of the bottom wall. For grid  $g$ ), the null gradient boundary condition for  $U$  was applied along the symmetry line  $n$ . Correspondent velocity profiles are presented in Figure 8. Here, the small differences in the results for velocity are probably due to the application of the symmetry boundary condition rather than caused by different grid non-orthogonalities set at the facing duct boundary. The wall shear stress behavior is plotted in Figure 9 also showing non-physical values for stresses at the rod wall.

**Five-cusp Duct.** Figure 10 shows grids using different values for  $\alpha$  in (11) when laying down boundaries nodes along  $n$ . The corresponding velocity profiles along the symmetry line are presented in Figure 11. As expected, results for grid  $h$ ), with points equally distributed along  $n$ , fall in between the curves for the other two grids. An inspection on Figure 10 quickly reveals the intermediate degree of non-orthogonality of that grid (along  $n$ ) in comparison with the other two meshes. Those results suggest that care must be taken when a numerical solution is seek in regions of high grid non-orthogonality. A probable remedy for avoiding physically unrealistic results is to make use of a more sophisticated discretization scheme for representing diffusion transport terms in the axial flow equation.

#### CONCLUDING REMARKS

This work presented numerical results for fully developed flow in passages of general cross-section using a non-orthogonal curvilinear coordinate system. An elliptic grid generation technique was chosen considering its flexibility in locating boundary points and advantages in computer programming. The transport equation for fully developed duct flow was presented for the case laminar creep motion. The axial momentum equation was then discretized by means of the control volume approach applied to a non-orthogonal grid. Flow passages formed by three, four and five cylindrical rods were analyzed with different boundary conditions and grids.

Physically unrealistic results for the wall shear stress were obtained in regions with high grid non-orthogonality. Care must then be taken when numerical solutions are obtained with simple differencing schemes used in conjunction with non-orthogonal coordinate systems.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

The author is thankful to CNPq, Brazil, for financial support during the preparation of this work.

#### NOMENCLATURE

$\vec{A}_e$	vector area at control-volume east face
$A_d$	duct cross-section area
$\alpha$	coefficient in eqn. (5); parameter in eqn. (11);
$\epsilon_{ij}$	relative error for grid generation
$\tau_w$	local wall shear stress
$\tau_m$	mean wall shear stress
$n$	coordinate along symmetry lines (mid-plane)
$n_{max}$	maximum $n$ value
$N_b$	number of points along boundary $b$ , $b$ =north, south, east, or west boundary

$N$	coordinate normal to symmetry lines
$\eta, \xi$	coordinates in the computational plane
$P$	pressure at duct cross section
$s$	coordinate along wetted perimeter
$s_{max}$	maximum $s$ value, dependent upon the number of arcs
$S_U$	source term
$\vec{\tau}_z$	vector containing stresses in the axial direction
$U_m$	mean velocity
$U_z$	axial velocity
$x, y$	coordinates in the physical plane

#### REFERENCES

- Anderson, D.A., Tannehill, J.C., Pletcher, R.H., COMPUTATIONAL FLUID MECHANICS AND HEAT TRANSFER, McGraw-Hill, New York (1984).
- de Lemos, M.J.S. COMPUTATION OF LAMINAR FLOWS IN SUBCHANNELS OF ROD-ARRAYS USING GENERALIZED COORDINATES, *Proc. of Joint ANS/ASME Nucl. En. Conf.*, pp. 104-112, Aug. 23-26, San Diego, USA (1992a).
- de Lemos, M.J.S., NUMERICAL INVESTIGATION OF LAMINAR FLOW IN DUCTS WITH CUSPED CORNERS, *Proc. of 10th Nat. Heat Transfer Conf.*, pp. 223-233, June 25-27, Genova, Italy (1992b).
- Dong, Z.F., Ebadian, M.A., Campo, A., NUMERICAL ANALYSIS OF CONVECTION HEAT TRANSFER IN THE ENTRANCE REGION OF CUSPED DUCTS, *Num. Heat Transfer - Part A*, vol. 20, pp. 459-472 (1991).
- Maliska, C.R., Silva, A.F.C., LOCAL EFFECTS OF HIGH NON-ORTHOGONAL GRIDS IN THE SOLUTION OF HEAT TRANSFER PROBLEMS IN CUSPED CORNERS, *Num. Grid Gen. in Comp. Fluid Dynamics*, Häuser & Taylor eds., Pineridge Press, Swansea U.K (1986).
- Padila Jr., A.L.A., AXIAL FLOW OVER ROD-BUNDLES (*in Portuguese*), MSc Thesis, Dept. of Energy, IEME/ITA/CTA, São José dos Campos, Brazil (1991).
- Padila Jr., A.L.A., de Lemos, M.J.S., SOLUTION OF AXIAL FLOW OVER BARE ROD BUNDLES, *Proc. of Intern. Mobility Tech. SAE/Brazil Conf.*, paper # 921509E, Oct. 13-14, São Paulo, Brasil (1992).
- Patankar, S.V., NUMERICAL HEAT TRANSFER AND FLUID FLOW, Mc-Graw Hill (1980).
- Rapley, C.W., TURBULENT FLOW IN DUCTS WITH CUSPED CORNERS, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, vol. 5, pp. 155-167 (1985).
- Vinokur, M., CONSERVATIVE EQUATIONS FOR GAS DYNAMICS IN CURVILINEAR COORDINATES, *J. Comp. Phys.*, vol. 14, pp. 105-125 (1974).

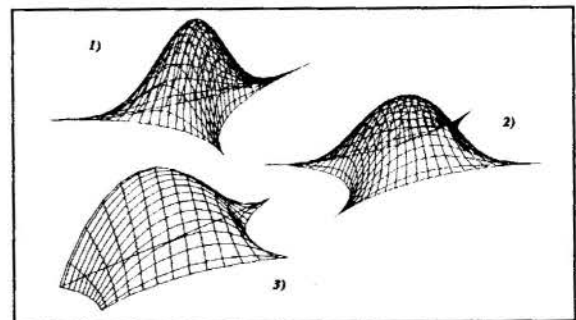


Figure 3 - Visualization of axial velocity profiles, 1) three-cusp duct, 2) four-cusp duct, 3) five-cusp duct.

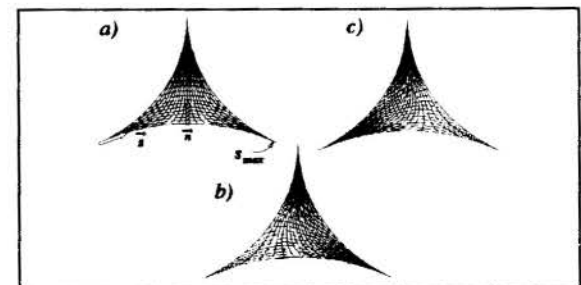


Figure 4. Grids for three-cusp duct: a) equal distribution along  $s$ , b) point concentration at  $s/s_{max}=1$ , c) point concentration at  $s/s_{max}=0$ .

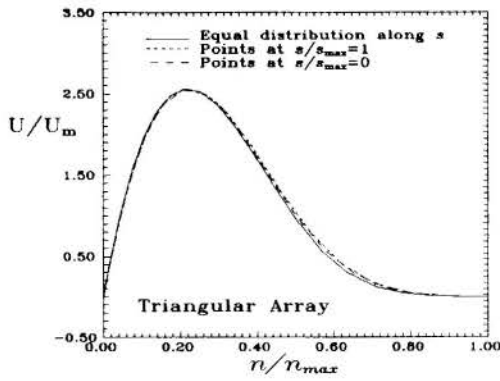


Figure 5. Velocity profiles along duct mid-plane for three-cusp duct.

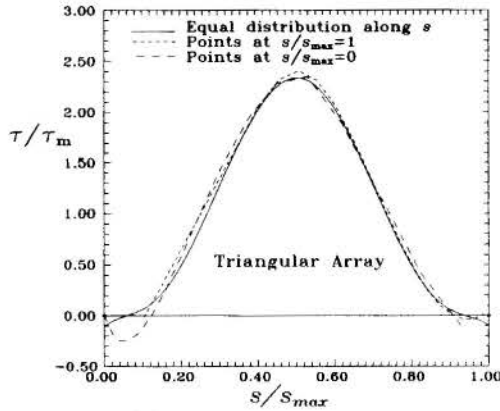


Figure 6. Wall shear stress for three-arc cusped duct.

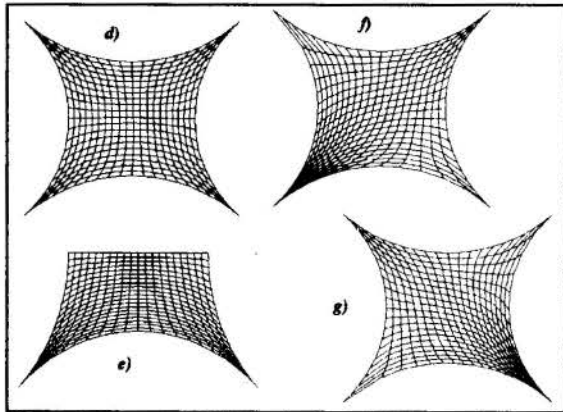


Figure 7. Square array: d) full duct, e) concentration at  $s/s_{max}=0$ , g) concen. at  $s/s_{max}=1$ , j) half duct.

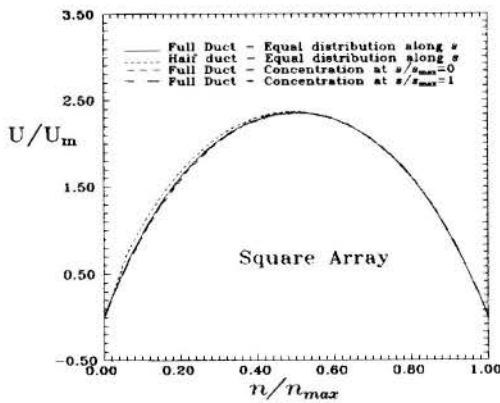


Figure 8. Velocity profiles along the mid-plane for four-face duct.

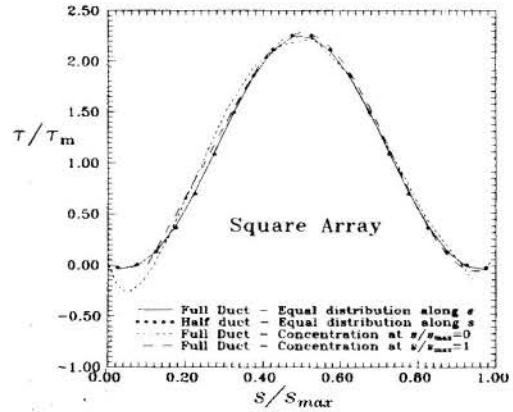


Figure 9 - Wall shear stress for four-face duct.

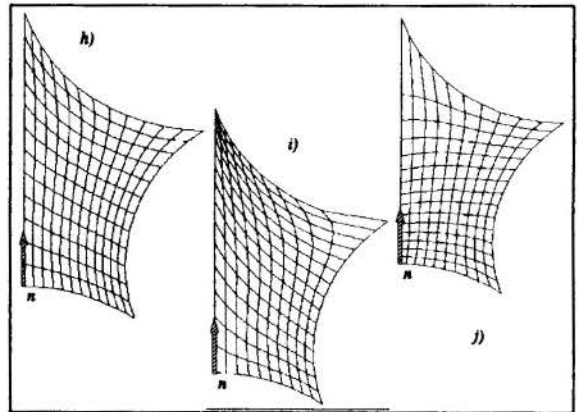


Figure 10. Five-arc duct: h) equal distr. along  $s$ , i) concentration at  $n/n_{max}=1$ , j) concentration at  $n/n_{max}=0$ .

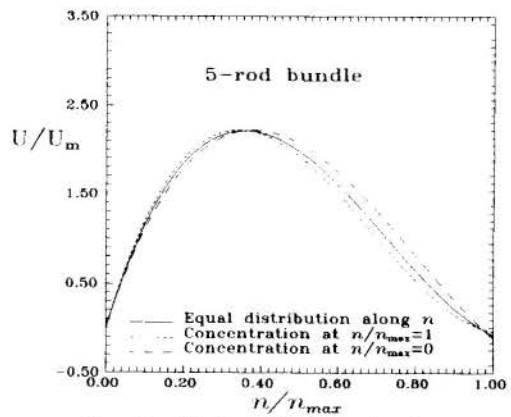


Figure 11 - Velocity profiles for five-face duct.



## COMPARAÇÃO ENTRE ESQUEMAS DISCRETIZANTES NO PROBLEMA DA CAVIDADE RECIRCULANTE

EUGENIA OPAZO URIBE  
 ADMILSON TEIXEIRA FRANCO  
 JOSÉ RICARDO FIGUEIREDO  
 Departamento de Energia - FEM / UNICAMP  
 13081-970 - Campinas - SP

### RESUMO

Neste trabalho são apresentados os resultados de um código de cálculo desenvolvido para a solução das equações de Navier-Stokes, nas formas convectiva e divergente. Três esquemas numéricos para a discretização dos termos convectivos são empregados: quadrático a montante (QUICK), linear a montante (upwind) e central. Resultados foram obtidos para o problema clássico da cavidade quadrada com a parede superior em movimento e números de Reynolds na faixa de  $Re = 100$  a  $Re = 3200$ . Os resultados são discutidos e comparados com Ghia et al.(1982).

### INTRODUÇÃO

Este trabalho compara o desempenho de três esquemas numéricos para discretização dos termos convectivos nas equações de Navier-Stokes na forma divergente, a saber: os esquemas central, linear a montante (upwind) e quadrático a montante, popularizado por Leonard (1979) como QUICK. Faz-se também uma comparação das formas divergente (ou conservativa) e convectiva (ou não conservativa) (Roache, 1972) utilizando o esquema central.

É utilizada malha intercalada regular e o procedimento transiente tipo MAC, de Harlow e Welsh (1965), aprimorado no procedimento SOLA de Hirt et al.(1975), para a obtenção da solução em regime permanente.

O código é testado para o problema de uma cavidade quadrada com parede superior em movimento constante, caso-teste padrão, devido à complexidade do escoamento gerado e à simplicidade da geometria. A solução clássica do problema foi obtida por Burggraf (1966), e resultados mais refinados foram obtidos por Ghia et al.(1982).

Os resultados foram obtidos para o número de Reynolds na faixa de  $Re = 100$  a  $Re = 3200$ .

### EQUAÇÕES DE TRANSPORTE

São consideradas as hipóteses de escoamento incompressível, fluido newtoniano, propriedades físicas constantes, escoamento laminar e caso bidimensional em coordenadas retangulares. Nestas condições, pode-se escrever a equação da continuidade como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

As equações de conservação da quantidade de movimento podem ser escritas na forma divergente:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(vu)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g_x \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(vu)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g_y \quad (3)$$

e na forma convectiva:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g_x \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g_y \quad (5)$$

### TRATAMENTO NUMÉRICO

Para a discretização das equações de transporte foi utilizado o método das Diferenças Finitas. O método dos Volumes Finitos (Patankar, 1980), restrito à forma divergente, coincide com o de Diferenças Finitas para o caso de espaçamento regular. Na malha intercalada, a pressão é posicionada no centro dos volumes de controle, enquanto as componentes de velocidade são tratadas nas faces dos volumes de controle.

O método consiste basicamente em extrair os fluxos de massa das equações do momento (2 e 3 ou 4 e 5), isto é:

$$u_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho \Delta x_{i-\frac{1}{2},j}} (P_{i-1,j} - P_{i,j})^{n+1} - \frac{\Delta t}{\rho \Delta x_{i-\frac{1}{2},j} \Delta y_{i,j}} FLUXO(u_{i-\frac{1}{2},j})^n + u_{i-\frac{1}{2},j}^n \quad (6)$$

e transportá-los para a equação da continuidade (1), obtendo assim uma equação para a pressão:

$$a_{i,j} P_{i,j} - a_{i+\frac{1}{2},j} P_{i+\frac{1}{2},j} - a_{i-\frac{1}{2},j} P_{i-\frac{1}{2},j} - a_{i,j+\frac{1}{2}} P_{i,j+\frac{1}{2}} - a_{i,j-\frac{1}{2}} P_{i,j-\frac{1}{2}} = b_{i,j} \quad (7)$$

onde os  $a$  são coeficientes que dependem apenas dos parâmetros geométricos da malha, enquanto o termo  $b_{i,j}$ , depende do campo de velocidade no tempo anterior e do passo de tempo  $\Delta t$ . A matriz de rigidez é de banda, simétrica e positiva definida, sendo resolvida pelo método direto de Cholesky (Golub e Loan, 1985 e Evans, 1980). A fatoração da matriz é feita uma única vez, no início do programa.

O termo difusivo é calculado utilizando-se o esquema central. Para a discretização do termo convectivo na forma divergente, três esquemas numéricos são utilizados: QUICK,

a montante e central. Na forma convectiva é utilizado o esquema central. Exemplificamos estas diferentes abordagens considerando a discretização do termo convectivo  $u\partial u/\partial x$  ou  $\partial(uu)/\partial x$ :

Para o esquema central na forma convectiva tem-se

$$u \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{i+\frac{1}{2},j} \sim \frac{u_{i+\frac{1}{2},j}(u_{i+\frac{3}{2},j} - u_{i-\frac{1}{2},j})}{2h} \quad (8)$$

e para os esquemas na forma divergente tem-se:

$$\frac{\partial(uu)}{\partial x} \Big|_{i+\frac{1}{2},j} \sim \frac{(u_{i+\frac{1}{2},j}^* u_{i+1,j} - u_{i,j}^* u_{i,j})}{h} \quad (9)$$

onde

$$u_{i,j}^* = (u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i-\frac{1}{2},j})/2 \quad (10)$$

e valor de  $u_{i,j}$ , por exemplo, depende de cada esquema. Para o esquema central:

$$u_{i,j} = u_{i,j}^* \quad (11)$$

para o esquema a montante:

$$u_{i,j} = \begin{cases} u_{i-\frac{1}{2},j} & \text{se } u_{i,j}^* > 0 \\ u_{i+\frac{1}{2},j} & \text{se } u_{i,j}^* < 0 \end{cases} \quad (12)$$

e para o esquema QUICK:

$$u_{i,j} = \begin{cases} u_{i,j}^* - 1/8(u_{i-\frac{3}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j} - 2u_{i-\frac{1}{2},j}) & \text{se } u_{i,j}^* > 0 \\ u_{i,j}^* - 1/8(u_{i+\frac{3}{2},j} + u_{i-\frac{1}{2},j} - 2u_{i+\frac{1}{2},j}) & \text{se } u_{i,j}^* < 0 \end{cases} \quad (13)$$

Pelo fato do esquema QUICK necessitar de uma interpolação sobre três pontos, o esquema a montante é utilizado nos volumes de controle adjacentes ao contorno.

O número de Reynolds para a cavidade é definido como  $Re = U_p L/\nu$ .

O desvio percentual ( $Dc_{svio}\%$ ) é calculado da seguinte maneira:

$$Dc_{svio}\% = \left| \frac{u_{ref} - u_{calc}}{u_{ref}} \right| 100\% \quad (14)$$

onde  $u_{calc}$  corresponde ao resultado obtido pelo algoritmo e  $u_{ref}$  é o valor fornecido por Ghia et al.(1982).

A estabilidade numérica do método é garantida pela limitação do passo de tempo de cálculo  $\Delta t$  (Villand,1986; e Jaluria e Torrance, 1986).

O critério de convergência adotado foi:

$$\left| \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} \right| \leq 10^{-3} \quad (15)$$

## RESULTADOS E COMENTÁRIOS

Foram utilizadas malhas  $5 \times 5$ ,  $11 \times 11$ ,  $21 \times 21$ ,  $31 \times 31$ ,  $41 \times 41$ ,  $51 \times 51$  e  $61 \times 61$ . A faixa de Reynolds estudada foi  $Re = 100$  a  $3200$ .

As componentes da velocidades  $u$  e  $v$  utilizadas nos cálculos são tomadas nas linhas horizontal e vertical, respectivamente, através do centro geométrico da cavidade. O desvio percentual (14) é calculado no ponto de máxima velocidade no fluxo reverso, que se mostrou o ponto onde os resultados passo a passo variam mais destacadamente.

A figura 1 mostra a comparação entre os três esquemas convectivos utilizados com a forma divergente, para  $Re = 1000$ . Observa-se que o esquema central consegue o melhor desempenho seguido muito de perto pelo esquema QUICK.

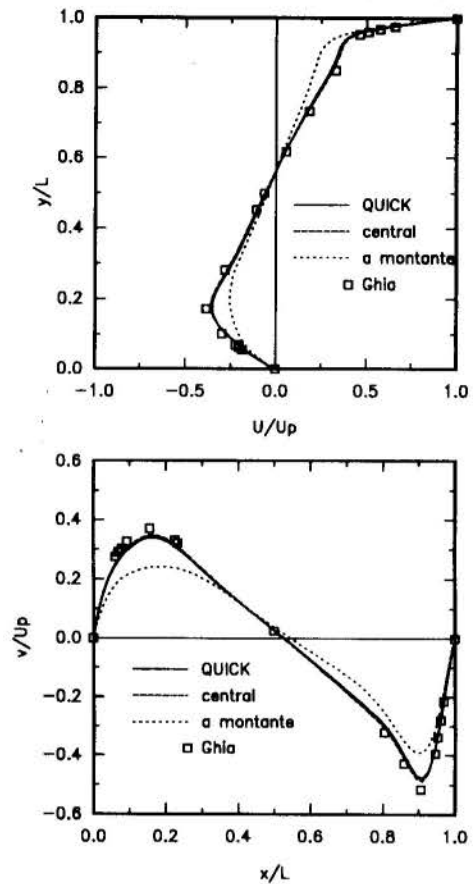


Figura 1: Comparação dos três esquemas convectivos na forma divergente,  $Re = 1000$ . Acima: componente  $u$ . Abaixo: componente  $v$ .

A figura 2 apresenta uma comparação entre os desempenhos dos esquemas de discretização na forma divergente para os termos convectivos, mostrando o comportamento do erro com o refinamento nos casos de  $Re = 400$  e  $3200$ .

Observa-se novamente que o esquema central produz melhores resultados que os outros dois esquemas para as componentes  $u$  e  $v$  da velocidade. O esquema a montante é o que apresenta o menor decaimento do desvio percentual com o refinamento da malha. Pode-se observar a convergência assintótica quadrática dos esquemas central e QUICK. Deve-se ressaltar que o esquema central apresenta algumas oscilações ao longo do processo temporal, principalmente para altos números de Reynolds. O esquema QUICK também apresenta pequenas oscilações para  $Re = 3200$ , o que não havia ocorrido até então. O esquema a montante apresenta sempre uma convergência temporal sem oscilações, mas a tendência do decaimento do  $Dc_{svio}\%$  com o refinamento da malha é bem melhor nos outros esquemas. O esquema central apresenta a melhor performance em termos de acuracidade e tempo de cálculo. Dessa maneira, a comparação entre as formas divergente e convectiva será feita utilizando o esquema central.

As figuras 3 e 4 mostram os perfis das componentes de velocidade  $u$  e  $v$ , obtidas utilizando as formas divergente e convectiva, para os casos de  $Re = 400$  e  $Re = 3200$ . A malha utilizada é de  $61 \times 61$ .

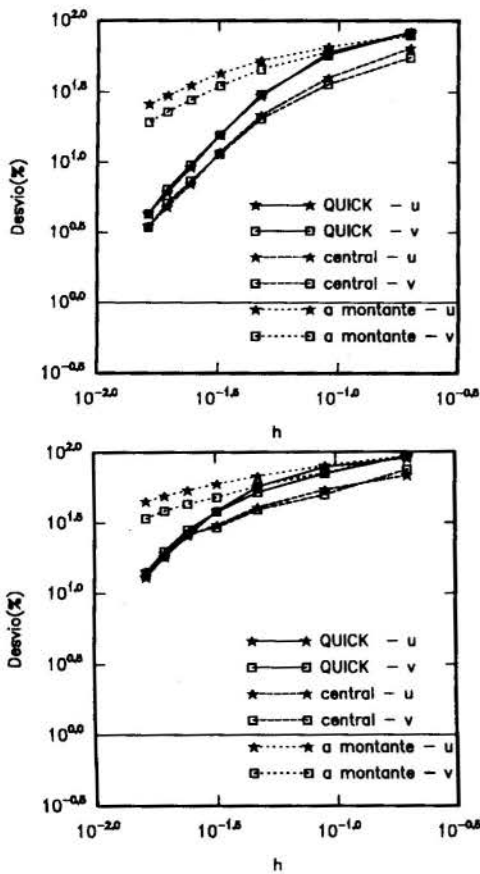


Figura 2: Desvio percentual para as componentes da velocidade  $u$  e  $v$ , na forma divergente. Acima:  $Re = 400$ . Abaixo:  $Re = 3200$

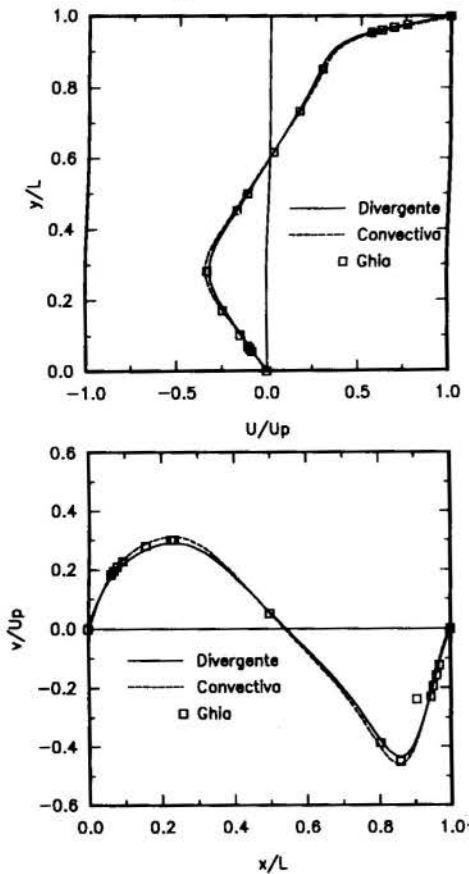


Figura 3: Perfis das componentes de velocidade, para as formas convectiva e divergente e esquema central,  $Re = 400$ . Acima: componente  $u$ . Abaixo: componente  $v$

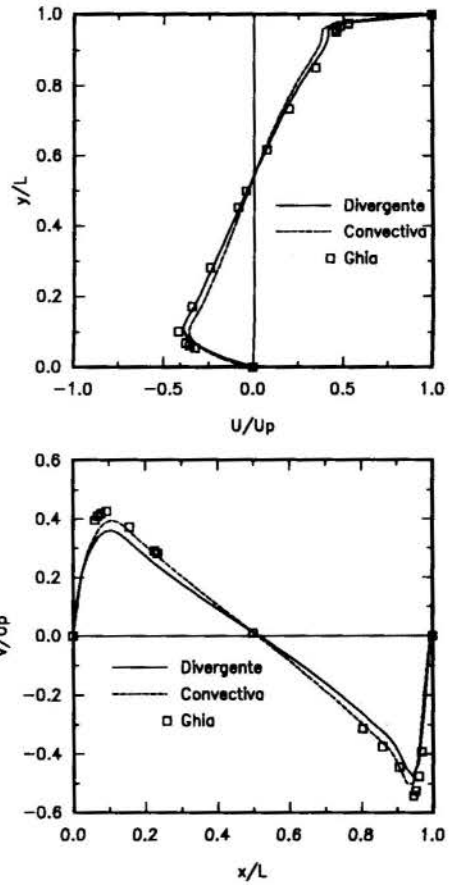


Figura 4: Perfis das componentes de velocidade, para as formas convectiva e divergente e esquema central,  $Re = 3200$ . Acima: componente  $u$ . Abaixo: componente  $v$

Nota-se que ambas as formas estão próximas para o caso de  $Re = 400$ , com vantagem da forma convectiva para  $Re = 3200$ . Este comportamento poderia levar à conclusão de que a forma convectiva é superior a forma divergente, o que será mostrado não ser verdade, pelo menos para o problema estudado.

A figura 5 mostra os desvios percentuais para as componentes da velocidade  $u$  e  $v$  obtidos com o esquema de discretização central, para as formas convectiva e divergente, para  $Re = 100$  e  $Re = 1000$ .

É mostrada claramente a convergência espacial monotônica do esquema central na forma divergente, o que não ocorre para a forma convectiva. Para toda a faixa de  $Re$  estudada, utilizando o esquema central, a forma convectiva apresenta convergência não monotônica, que se acentua com o aumento do  $Re$ .

## CONCLUSÃO

Obteve-se resultados estáveis com o esquema central para números de Reynolds celulares bem superiores a 2, que é a condição limite de suficiência da estabilidade dos processos iterativos usuais. Mas o esquema central só é efetivamente singular para números de Reynolds tendendo a infinito. Verifica-se existir uma ampla margem, com número de Reynolds celular acima de 2, em que a estabilidade pode ser conseguida dependendo do intervalo de tempo empregado nos cálculos.

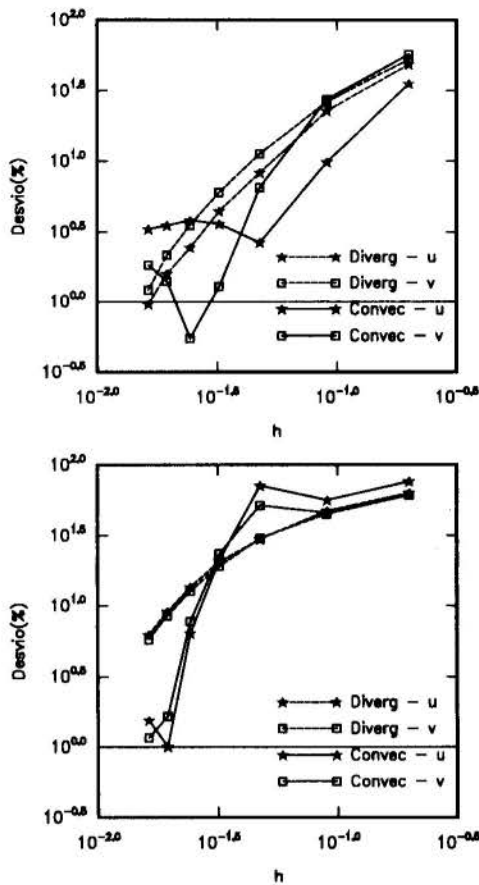


Figura 5: Desvio percentual para as componentes da velocidade  $u$  e  $v$ . Acima:  $Re = 100$ . Abaixo:  $Re = 1000$

Na forma divergente, o esquema central, que exige o menor esforço computacional entre os esquemas utilizados, desempenhou melhor em toda a faixa de  $Re$  estudado, seguido de perto pelo esquema QUICK. Ambos os esquemas apresentaram comportamento quadrático, enquanto o esquema a montante manifesta convergência espacial linear, sendo significativamente menos acurado que os demais.

Segundo Leonard (1979) o esquema QUICK para os termos convectivos apresenta erro de terceira ordem. A superioridade demonstrada pelo esquema central é assim notável, levando em conta que o problema considerado é predominantemente convectivo dados os altos valores de número de Reynolds empregados.

Devido à convergência monotônica da forma divergente, para o exemplo estudado, ela se mostra preferível à forma convectiva.

#### NOMENCLATURA

$h$	espaçamento regular entre os nós da malha [m]
$\Delta x$	área normal ao fluxo na direção $x$ [ $m^2$ ]
$\Delta y$	área normal ao fluxo na direção $y$ [ $m^2$ ]
$g$	aceleração da gravidade [ $ms^{-2}$ ]
$L$	largura da cavidade [m]
$P$	pressão [ $Nm^{-2}$ ]
$Re$	número de Reynolds
$t$	tempo [s]
$u$	componente de velocidade horizontal [ $ms^{-1}$ ]
$v$	componente de velocidade vertical [ $ms^{-1}$ ]
$u_p$	velocidade da parede superior da cavidade [ $ms^{-1}$ ]

$x$  coordenada horizontal [m]

$y$  coordenada vertical [m]

$FLUXO(u_{i,j})$  soma dos termos convectivo e difusivo

#### Simbolos Gregos

$\Delta t$  passo de tempo de cálculo [s]

$\nu$  viscosidade cinemática [ $m^2s^{-1}$ ]

$\rho$  densidade do fluido [ $Kgm^{-3}$ ]

#### REFERÊNCIAS

Burggraf, O., "Analytical and Numerical Studies of the Structure of Steady Separated Flows", **Journal of Fluid Mechanics**, Vol. 24, p. 113-151, 1966.

Evans, D. J., "Numerical Methods for Incompressible Flow Studies in Two Dimensions", **Recent Advances in Numerical Methods in Fluids**, Vol. 1, p.203-244, 1980.

Ghia, U., Ghia, K. N. e Shin, C. T., "High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method", **Journal of Computational Physics**, Vol. 48, p.387-411, 1982.

Golub, G. H. e Loan, C. F. V., "**Matrix Computations**", The Johns Hopkins University Press, 4 ed., USA, 1985.

Harlow, F. H. e Welsh, J. E., "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", **Physics of Fluids**, Vol. 8, n 12, p. 2182-2189, 1965.

Hirt, C. W., Nichols, B.D. and Romero, N.C., "SOLA- Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flow", **Los Alamos Laboratory**, Report LA-5852, 1975.

Jaluria, Y., Torrance, K. E., "**Computational Heat Transfer**", Hemisphere Publishing Corporation, USA, 1986.

Leonard, B. P., "A Stable Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation", **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Vol. 19, p. 59-88, 1979.

Patankar, S. V. "**Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**", Hemisphere Publishing Corporation, USA, 1980.

Roache, P. J. "**Computational Fluid Dynamics**", Hermosa Publishers, USA, 1982.

Villand, M., "TRIO-VF- Note de Presentation de la Version Octobre 86", **Centre d'Etudes Nucleaires de Grenoble**, França, 1986.

#### ABSTRACT

This paper presents the results of a numerical code developed to solve the Navier-Stokes equations in the convective and divergence forms. Three convective schemes are used to obtain the convective terms, namely, QUICK, upwind and centered difference. We show the results to the lid driven cavity flow problem, with the Reynolds number in the range  $Re = 100$  to 3200. The results are discussed and compared with Ghia et al (1982).



## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO UTILIZANDO COORDENADAS GENERALIZADAS E INTERPOLAÇÃO TVD

**MOTA, M. A. A. e MALISKA, C. R.**

Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal de Santa Catarina  
C.P. 476 - Florianópolis, SC - 88049-900 - Brasil  
E-mail : emc3maa@sinmec.ufsc.br

### RESUMO

*Este trabalho estuda o esquema TVD de Rubin e Blunt para sistemas de coordenadas generalizadas. Neste caso o TVD é aplicado aos termos de fluxo das equações de conservação. Nos casos apresentados esta metodologia é aplicada no cálculo das permeabilidades relativas nas faces do volume de controle. O modelo utilizado é o "black-oil" bifásico (água e óleo) com formulação IMPES, sendo suas equações resolvidas via volumes finitos. Os resultados numéricos apresentados demonstram a eficiência do esquema TVD em coordenadas generalizadas na redução da dispersão numérica.*

### INTRODUÇÃO

Em simulação de reservatórios os modelos normalmente avaliam as propriedades nas faces do volume de controle através de esquemas de 1ª ordem, sendo o mais utilizado deles o esquema de um ponto a montante. Vários autores, dentre eles Todd et al (1972), Y Ito (1982) e Taggart e Pinczewski (1987), demonstraram que o uso destes esquemas introduzem níveis inaceitáveis de dispersão numérica.

Em processos de recuperação secundária, onde se tem uma frente formada na interface dos fluidos deslocados e injetados, a dispersão numérica prevê a irrupção prematura do fluido deslocante e, em certos casos, a irrupção é antecipada em quase um ano. A dispersão numérica pode ser eliminada através do refinamento da malha, entretanto, um aumento do número de pontos com o intuito de reduzir este efeito é computacionalmente proibitivo.

Vários esquemas de ordem superior incluindo o esquema tipo Godunov (1960) e FCT (Flux Corrected Transport) (Zalesak, 1979) foram sugeridos para diminuir a dispersão numérica em equações hiperbólicas. Estes esquemas exigem que a porção parabólica e hiperbólica das equações "black-oil" estejam separadas e sejam resolvidas seqüencialmente. Isto normalmente requer um grande esforço para introduzir estes esquemas nos códigos com formulação implícita e IMPES (Implicit Pressure Explicit Saturation).

Como forma de se produzir soluções com pouca dispersão numérica, sem no entanto provocar as oscilações espúrias comumente observadas em esquemas de segunda ordem, Harßen et al (1983) introduziram o conceito de métodos TVD ("Total Variation Diminishing") para equações hiperbólicas em coordenadas cartesianas. Estes métodos basicamente introduzem um termo de fluxo anti-difusivo ao esquema de um ponto a montante. Um limitador restringe este fluxo de tal forma que o esquema seja de segunda ordem em regiões suaves e de primeira ordem em regiões de descontinuidade. Harten et al e Sweby (1984) demonstraram os critérios que devem ser obedecidos pelo limitador para que se tenha um esquema TVD.

Rubin e Blunt (1990) introduziram um esquema TVD nos fluxos baseados em gradientes de pressão das equações do modelo "black-oil" em coordenadas cartesianas. O método proposto é derivado do TVD com limitador de fluxo de Sweby, só que neste caso reduz-se a resolução do termo temporal para primeira ordem e mantém-se o esquema de segunda ordem no espaço. Nos resultados apresentados por Rubin e Blunt, o esquema TVD utilizando malha 30x30 produziu resultados superiores, com tempo

de CPU quatro vezes inferior, quando comparados aos resultados obtidos com esquema upwind e malha 80x80. Embora os resultados apresentados por Rubin e Blunt tenham sido excelentes, os casos resolvidos por eles foram simples e particulares.

Pinto (1991) fez a extensão do esquema TVD para malhas cartesianas não-uniformes e utilizou o TVD no cálculo das permeabilidades relativas nas faces. Analisando o desempenho do método TVD em três formulações (IMPES, semi-implícita e implícita) ficou demonstrado que existe pouca diferença em aplicar o TVD na avaliação das permeabilidades relativas nas faces ou nos termos de fluxo. Pinto também demonstrou que a utilização do esquema TVD praticamente elimina o efeito de orientação de malha.

Os métodos TVD têm apresentado grande eficiência na redução da dispersão numérica. Entretanto, eles têm sido intensivamente testados para sistemas ortogonais, principalmente o cartesiano. Neste trabalho o esquema TVD de Rubin e Blunt é estendido para coordenadas generalizadas. Nos casos apresentados esta metodologia é aplicada no cálculo das permeabilidades relativas nas faces do volume de controle. O modelo utilizado é o "black-oil" bifásico (água e óleo) com formulação IMPES, sendo suas equações resolvidas via volumes finitos. Os resultados numéricos apresentados demonstram a eficiência do método TVD em coordenadas generalizadas na redução da dispersão numérica.

### EQUAÇÕES GOVERNANTES

Assumindo que o escoamento é bifásico (água e óleo) e imiscível, e desprezando-se o gradiente de profundidade, a pressão capilar e a compressibilidade da rocha, a equação do modelo "black-oil" é dada por,

$$\vec{\nabla} \cdot \left[ K \frac{k_p}{B_p \mu_p} \vec{\nabla} p \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\phi S_p}{B_p} \right] + q_p \quad (1)$$

onde o subíndice  $p$  indica a fase água ( $w$ ) ou óleo ( $o$ ).  $K$  é o tensor permeabilidade absoluta,  $k_p$  a permeabilidade relativa,  $\mu_p$  a viscosidade,  $\phi$  é a porosidade,  $S_p$  é a saturação,  $B_p$  é fator de volume de formação e  $q_p$  é o fluxo de massa do componente (nas condições padrão) por unidade de volume do reservatório.

As equações do modelo bifásico formam um sistema de duas equações diferenciais contendo três incógnitas,  $p$ ,  $S_w$  e  $S_o$ . A equação de fechamento do problema é a equação de restrição volumétrica,

$$S_w + S_o = 1 \quad (2)$$

O modelamento matemático não está completo sem a especificação das condições de contorno. Em reservatórios que não apresentam aquíferos supõe-se que o contorno está selado, ou seja que se tem fluxo nulo no contorno. Já as condições de fluxo especificado no poço são usualmente representados por termos fonte/sorvedouro.

### METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

O uso de coordenadas curvilíneas se baseia na transformação de um domínio físico em um domínio transformado computacional. Este domínio transformado tem geometria retangular e é nele que são resolvidas numericamente as equações, pois deste modo se evitam as interpolações nos contornos do domínio físico. A equação de conservação da massa para a fase água quando transformada para o plano curvilíneo bidimensional  $(\xi, \eta)$  assume a seguinte forma,

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\phi S_w}{B_w} \right] + q_w = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \lambda_w J \left( \alpha \frac{\partial P}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial P}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \lambda_w J \left( \gamma \frac{\partial P}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial P}{\partial \xi} \right) \right] \quad (3)$$

onde  $J$  é o jacobiano,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são as métricas da transformação e  $\lambda_w$  é a mobilidade da fase água dada por,

$$\lambda_w = K \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \quad (4)$$

Maiores detalhes sobre o uso de coordenadas curvilíneas podem ser vistos em Maliska (1992).

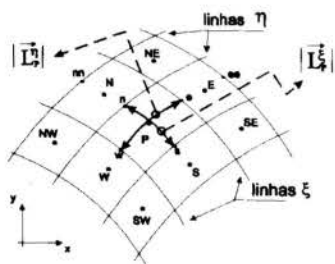


Figura 1 - Distâncias nas direções  $\xi$  e  $\eta$  - Plano transformado

A equação discretizada é obtida integrando-se a Eq. (3) no tempo e no volume de controle elementar, mostrado na Fig. 1, e aproximando-se linearmente os gradientes de pressão nas faces. Após alguns rearranjos a equação discretizada da saturação da fase água na forma explícita possui a seguinte forma,

$$S_P^w = -A_P^w P_P + \sum A_{VIZ}^w P_{VIZ} + F_P^w \quad (5)$$

onde o subíndice  $VIZ$  representa os pontos vizinhos ao ponto  $P$  (N, S, E, W, NE, SE, NW e SW),  $A^w$  são os coeficientes e  $F_P^w$  é o termo fonte. A equação discretizada para a fase óleo é obtida analogamente.

**Método IMPES** - Neste método a equação discretizada da pressão é obtida substituindo-se as equações discretizadas da saturação para a fase óleo e água na Eq. (2). Após alguma manipulação matemática a equação da pressão na forma implícita

é dada por,

$$A_P P_P = \sum A_{VIZ} P_{VIZ} + F_P \quad (6)$$

onde  $A$  são os coeficientes da pressão e  $F_P$  é o termo fonte. Devido às não-linearidades da Eq. (6) o uso de um esquema de linearização do termo fonte é de vital importância para se atingir a convergência. Esta discussão e uma descrição detalhada do método IMPES, juntamente com todos os coeficientes das equações da pressão e saturação, podem ser encontrados em Mota (1994).

Por questão de simplicidade nos próximos itens não serão utilizados índices para as fases. Entretanto, deve-se ter em mente que as equações apresentadas devem ser aplicadas para as fases água e óleo.

### ESQUEMA TVD EXPLÍCITO

Para que um esquema seja TVD, a variação total da função, neste caso a saturação, deve ser não-crescente, ou seja,

$$TV(S^{n+1}) \leq TV(S^n) \quad (7)$$

sendo a variação total definida como,

$$TV(S^n) = \sum_j |S_{j+1}^n - S_j^n| \quad (8)$$

onde  $n$  indica o nível de tempo e  $j$  o bloco.

O esquema TVD utilizado neste trabalho parte do esquema de Lax-Wendroff, multiplicando a contribuição de segunda ordem por um limitador. Desta forma este termo fica limitado a algumas regiões, prevenindo as oscilações típicas de esquemas de alta ordem.

Rubin e Blunt (1991) sugeriram que o esquema TVD seja aplicado ao termo de fluxo para as fases água e óleo. Para o fluxo no sentido positivo do eixo de coordenadas, pode-se aproximar o fluxo na face *este* da seguinte forma,

$$f_e = f_P + \Psi(r_P) A_e \quad (9)$$

onde  $f_P$  é o fluxo aproximado no ponto  $P$ ,  $A_e$  é o termo de segunda ordem,  $\Psi$  é o limitador de fluxo e  $r_P$  é a razão de termos sucessivos de segunda ordem, assim definidos,

$$f_P = -\lambda_P \frac{P_E - P_P}{\Delta x} \quad (10)$$

$$A_e = \frac{\Delta x}{2} \frac{f_E - f_P}{\Delta x} \quad (11)$$

$$r_P = \frac{A_w}{A_e} \quad (12)$$

O limitador de Van Leer (1974), que foi adotado por Rubin e Blunt e será também utilizado neste trabalho, é dado por,

$$\Psi(r) = \frac{|r| + r}{1 + |r|} \quad (13)$$

**TVD em Coordenadas Generalizadas** - Rescrevendo a equação de fluxo (Eq. 9) em coordenadas generalizadas para a direção  $\xi$  e sentido positivo,

$$f_e = f_P + \Psi(r_P) A_e \quad (14)$$

onde,

$$A_e = \frac{\vec{L}_p^\xi}{2} \cdot \vec{\nabla} f_e \quad (15)$$

O fluxo de massa na direção  $\xi$ , para um ponto qualquer é dado por,

$$f = - \left[ \lambda J \left( \alpha \frac{\partial P}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial P}{\partial \eta} \right) \right] \quad (16)$$

A Fig. 1 ilustra a distância entre as faces  $w$  e  $e$ ,  $|\vec{L}_p^\xi|$ , e entre as faces  $s$  e  $n$ ,  $|\vec{L}_p^\eta|$ .

Em coordenadas generalizadas o vetor comprimento entre as faces  $w$  e  $e$ , e o gradiente do fluxo são dados por,

$$\vec{L}_p^\xi = \Delta \xi x_{\xi_r} \hat{i} + \Delta \xi y_{\xi_r} \hat{j} \quad (17)$$

$$\vec{\nabla} f = J [(f_\xi y_\eta - f_\eta y_\xi) \hat{i} + (f_\eta x_\xi - f_\xi x_\eta) \hat{j}] \quad (18)$$

Fazendo-se o produto escalar da Eq. (15),

$$A_e = \frac{1}{2} (D^\xi f_\xi + C^\eta f_\eta) |_e \quad (19)$$

onde,

$$D_e^\xi = J_e (x_{\xi_r} y_{\eta_r} - y_{\xi_r} x_{\eta_r}) \quad (20)$$

$$C_e^\eta = J_e (y_{\xi_r} x_{\xi_r} - x_{\xi_r} y_{\xi_r}) \quad (21)$$

A razão de fluxo e o limitador são calculados da mesma forma que o caso cartesiano, porém neste caso o termo de segunda ordem é calculado através da Eq. (19).

Analogamente na direção  $\eta$  e sentido positivo, o fluxo na face norte é dado por,

$$f_n = f_p + \Psi(r_p) A_n \quad (22)$$

onde o fluxo na direção  $\eta$  é dado por,

$$f = - \left[ \lambda J \left( \gamma \frac{\partial P}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial P}{\partial \xi} \right) \right] \quad (23)$$

e a distância entre as faces  $s$  e  $n$ , e o gradiente de fluxo são dados por,

$$\vec{L}_p^\eta = \Delta \eta x_{\eta_r} \hat{i} + \Delta \eta y_{\eta_r} \hat{j} \quad (24)$$

$$\vec{\nabla} f = J [(f_\xi y_\eta - f_\eta y_\xi) \hat{i} + (f_\eta x_\xi - f_\xi x_\eta) \hat{j}] \quad (25)$$

Fazendo-se o produto escalar para a face norte,

$$A_n = \frac{1}{2} (D^\eta f_\eta + C^\xi f_\xi) |_n \quad (26)$$

onde,

$$D_n^\eta = J_n (x_{\xi_r} y_{\eta_r} - y_{\xi_r} x_{\eta_r}) \quad (27)$$

$$C_n^\xi = J_n (y_{\eta_r} x_{\eta_r} - x_{\eta_r} y_{\eta_r}) \quad (28)$$

É conveniente observar que as expressões apresentadas para o cálculo do fluxo na face se tornam idênticas àquelas apresentadas para o caso cartesiano igualmente espaçado quando  $C = 0$  e  $D = 1$ .

A utilização do esquema TVD no cálculo das permeabilidades relativas nas interfaces do volume de controle foi proposta por Pinto (1991). Ele justifica a simplificação de

considerar a permeabilidade relativa como um fluxo, mostrando que existe um termo de caráter convectivo na equação de conservação dado por  $\frac{\partial k_r}{\partial x}$ . Deste modo, pode-se fazer uso do esquema TVD substituindo o fluxo  $f$ , pela permeabilidade relativa nas equações mostradas neste item.

## RESULTADOS

Para avaliar o desempenho dos esquemas de interpolação upwind e TVD em coordenadas generalizadas foi utilizado um problema com configuração geométrica e dados físicos propostos por Palagi (1992). Este problema consiste na injeção de água e produção de líquido (água + óleo) a uma taxa de  $2,648 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  (60 STB/dia). A configuração de poços utilizada é de 1/4 de "five-spot" com 402,33 m (1320 ft) de lado e 6,09 m (20 ft) de profundidade. O reservatório é considerado homogêneo e isotrópico, e inicialmente está a uma pressão de 689,4 kPa (100 psi) e saturação de água nula. A porosidade da rocha é 0,2 e sua permeabilidade absoluta  $0,012337 \mu\text{m}^2$  (12,5 mD). As compressibilidades dos fluidos são iguais a  $1,4545 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$  ( $1 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$ ). O problema descrito neste item é resolvido para  $M=1$  (razão de viscosidades óleo-água) e  $M=10$ , onde  $\mu_o = 1 \text{ mPa.s}$  e  $\mu_w = 1/M \text{ mPa.s}$ . As permeabilidades relativas utilizadas são,

$$k_{rw} = S_w^2 \quad (29)$$

$$k_{ro} = (1 - S_w)^2$$

Neste caso não se utiliza modelo de poço, pois o poço está representado por dois contornos com raios iguais a 0,122 m (0,4 ft). A Fig. 2 ilustra uma malha em coordenadas generalizadas contendo 20 volumes na direção  $\xi$  e 20 na direção  $\eta$ . Esta malha e uma outra, mais refinada (30x40), foram utilizadas na comparação entre os métodos TVD e upwind.

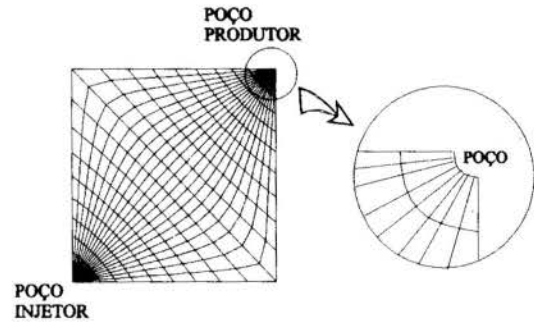


Figura 2 - Malha generalizada - 20 x 20 volumes

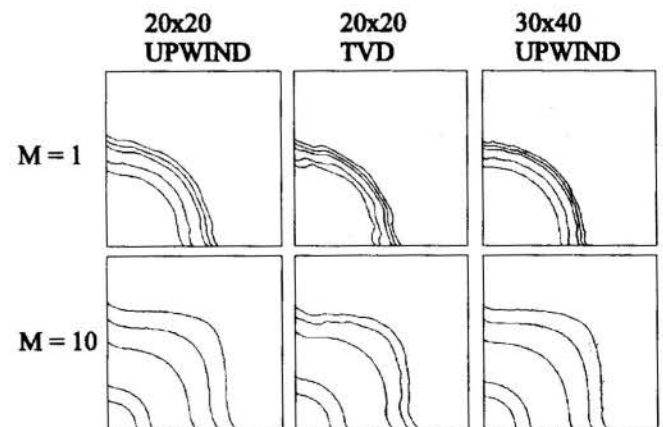


Figura 3 - Isocurvas de saturação em  $VPI = 0,2$ .

A Fig. 3 traz os campos de saturação para  $VPI=0,2$ . Da esquerda para direita são mostradas as isolinhas 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; e 0,3. Pode-se verificar através dos campos de saturação que nos casos utilizando TVD a largura da frente de saturação (dispersão numérica) é substancialmente menor que no caso com upwind e malha 20x20. Além disso, a frente do caso TVD apresenta dispersão levemente inferior nas regiões próximas à diagonal, causando um achatamento na sua forma. Na comparação entre os resultados com TVD e upwind com malha 30x40, vê-se que a largura da frente no caso TVD é ligeiramente inferior. Ou seja, a interpolação TVD, neste caso, produz um resultado superior utilizando um número três vezes menor de volumes.

As Figs. 4 e 5 mostram as curvas de corte de água versus volume poroso deslocável injetado, para os casos TVD e upwind, com  $M=1$  e 10. O corte de água é definido como a razão entre as vazões de água e líquido total produzidos (água+óleo).

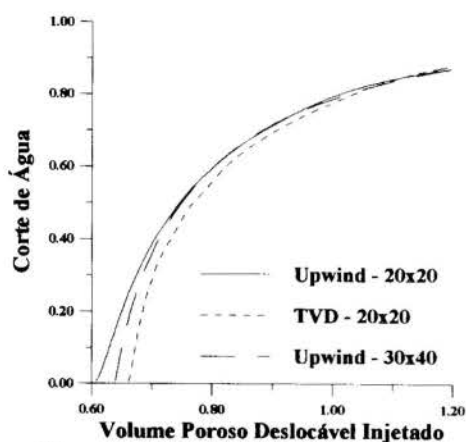


Figura 4 - Corte de Água x VPI -  $M=1$

Através das curvas de corte de água pode-se verificar que há previsão de irrupção prematura nos casos com interpolação upwind. Esta irrupção prematura é causada pela maior dispersão numérica produzida pelo método de interpolação upwind.

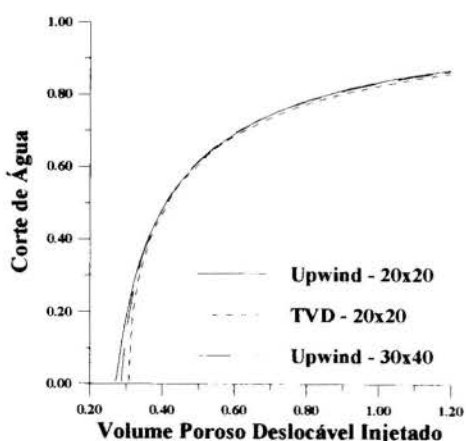


Figura 5 - Corte de Água x VPI -  $M=10$

## CONCLUSÃO

Os resultados apresentados demonstram que esquema TVD reduz substancialmente a dispersão numérica. Os resultados obtidos via TVD são levemente superiores aos resultados obtidos com o esquema upwind e malha mais refinada. A transformação proposta produziu resultados semelhantes aos da literatura citada.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- GODUNOV, S. K., "A Finite Difference Method for the Computation of Discontinuous Solutions of the Equations of Fluid Dynamics", *Mat Sb* 47 (1959), Traduzido pelo Dep. de Comércio dos EUA, JPRS 7225, 1960.
- HARTEN, A., LAX, P. D. e VAN LEER, B., "On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", *SIAM Review*, vol. 25, n° 1, Jan., 1983.
- ITO Y., "The Evaluation of Interblock Mobility Using a Modified Midpoint Weighting Schemes", *apres. no 6° Simpósio em Simulação de Reservatório - SPE*, Fev. 1-3, Nova Orleans, 1982.
- MALISKA, C. R., "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional Coordenadas Generalizadas", *Monografia para o Concurso de Professor Titular na Área de Ciências Térmicas*, EMC-UFSC, Florianópolis, 1992.
- MOTA, M. A. A., "Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo utilizando Coordenadas Generalizadas e Interpolação TVD", *Dissertação de Mestrado*, EMC-UFSC, Florianópolis, 1994.
- PALAGI, C., "Generation and Application of Voronoi Grid Flow in Heterogeneous Reservoirs", *PhD Thesis*, Stanford University, Stanford, 1992.
- PINTO, A. C. C., "Esquemas de Alta Resolução Para Controle de Dispersão Numérica em Simulação de Reservatórios", *Dissertação de Mestrado*, UNICAMP, São Paulo, Nov., 1991.
- RUBIN, B. e BLUNT, M. J., "Higher-Order Implicit Flux Limiting Schemes for Black-Oil Simulation", *Proceedings of 11° SPE*, pp. 17-20, Califórnia, Fev., 1991.
- SWEBY, P. K., "High Resolution Schemes Using Flux Limiters for Hyperbolic Conservation Laws", *SIAM Journal of Numerical Analysis*, Vol. 21, n° 5, Out., 1984.
- TAGGART, I. J. e PINCZEWSKI, W. V., "The Use of Higher-Order Differencing Techniques in Reservoir Simulation", *SPE Reservoir Engineering*, pp. 360-72, Ago., 1987.
- TODD, M. R., O'DELL, P. M., e HIRASAKI, G. T., "Methods for Increasing Accuracy in Numerical Reservoir Simulators", *Soc. Pet. Eng. J.*, pp. 515-30, Dez., 1972.
- VAN LEER, B., "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, II - Monotonicity and Conservation Combined in a Second Order Scheme", *J. Comp. Physics*, 14, pp. 361-70, 1974.
- ZALESKAK, S., "Fully Multidimensional Flux Corrected Transport Algorithms for Fluids", *J. Comp. Physics*, Vol. 31, p. 355, 1979.

## ABSTRACT

This work extends the TVD scheme of Rubin and Blunt to a curvilinear coordinate system. The TVD is applied to the flux terms in the conservative equations. The approximation is applied for representing the relative permeability at the control volume interfaces. The IMPES black-oil equations are solved via finite volume method. The numerical results show the increase in accuracy resulting from the use of the curvilinear TVD.



## THE PHASE FIELD METHOD IN ENGINEERING: BEHAVIOR UNDER VARIOUS SOLIDIFICATION REGIMES

MAURICIO FABBRI

Laboratório de Materiais e Sensores - LAS  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
12227 - 010 São José dos Campos - SP - Brasil

### SUMMARY

*A short introduction to the Phase Field(PF) method, as applied to solidification problems, is given, along with an straightforward fixed-grid control-volume numerical implementation. The PF method and its current implementation are validated for a wide range of solidification regimes of pure substances, with particular attention to the Stefan number. Extensions of the PF technique to alloy solidification, in the presence of a generalized kinetic term, external fields and melt convection are also discussed.*

### INTRODUCTION

The main difficulties during the numerical modelling of generalized solidification problems comes from the fact that the solid-liquid(SL) interface is not known *a priori*. This class of problems are best known as "free-boundary" problems(Crank, 1984). The numerical solution of the classical transport equations in the presence of a free boundary can become an heavy and involved computational procedure, particularly where surface tension and/or kinetic undercooling effects are important; in such cases, one must impose conditions which explicitly depend on the local curvature and interface velocity(see, e.g., Krumbhaar, 1991). A prototype of such problems is the growth of crystals by directional solidification, where crystal perfection(density of crystalline defects and compositional homogeneity) is mainly dictated by the interface geometry and the departure from thermodynamic equilibrium during growth(Kim and Brown, 1991). When growth takes place near thermodynamic equilibrium, the solidification process is "well-behaved", the interface has a very slight and smooth constant curvature, and the related free-boundary problem can be handled numerically by discretizing meshes which follow the isotherms(or the corresponding coexistence region of the phase diagram, in the case of alloys)(Kurz & Fisher, 1992). This is not the case during rapid solidification, or freezing from an undercooled melt, or still, during alloy casting or alloy directional solidification near or above the threshold for constitutional undercooling; in such cases, the SL interface develops into complicated time-dependent shapes, an exhibit characteristic lengths which are typically orders of magnitude smaller than the characteristic lengths for macroscopic heat/mass transport(not to mention the effect of natural convection in the melt)(Langer, 1980). An useful approach to such situations is to consider the solid-liquid coexistence region (the so-called "mushy" region) as an effective medium, where a classical multiphase transport technique can be applied(Bennon and Incropera, 1988). But when the details of the SL interface become relevant, it seems that the best alternative is to model the problem as a phase competition, along the same schemes employed for critical phenomena in statistical mechanics(Goodstein, 1985). The so-called "Phase Field"(PF) methods were developed from this latter idea(Caginalp, 1986; Kobayashi, 1993).

In the PF technique, the classical system of transport equations are supplemented by an additional evolution equation for a phase variable  $p$ , which represents the local, time-varying phase state of the material; this equation can be obtained by writing the

system free energy as a first-order expansion in the phase variable  $p$ , and imposing that the system must evolve towards minimizing its free energy(Goodstein, 1985; Kobayashi, 1993). Alternatively, one could work with an entropy functional, conceptually more appropriate for non-isothermal cases, see Penrose and Fife, 1990. One can show, then, that the resulting evolution equation for  $p$  takes implicitly into account surface tension and kinetic effects; therefore, the resulting problem, though containing one additional non-linear equation, does not need any supplementary conditions on the SL interface. In the PF method, the SL interface is determined *a posteriori* simply by selecting the points where  $p$  changes numerically from the value corresponding to the liquid phase to the value assigned to the solid.

Recently, the PF methods have been seriously considered as a reliable alternative for the simulation of solidification processes in engineering. Preliminary investigations have shown that, for pure substances, the PF method yield thermal fields/histories, as well as the interface progression, as precisely as the traditional "classic" models, and that the non-linear evolution equations can be solved by a straightforward fixed-grid discretization employing traditional control-volume techniques (Fabbri & Voller, 1993). It was also shown that the PF equations can be easily modified to accommodate for a generalized kinetic term in the interface(Fabbri & Voller, 1994). Finally, it is already possible to envisage the extension of the PF methods to treat isothermal separation in alloys(Wheeler et al., 1993), and the presence of melt convection(Caginalp & Jones, 1992).

We provide in the following a short but conceptual introduction to the PF method, along with a fixed-grid control-volume numerical implementation, and describe the numerical evidence of its robustness and reliability for the simulation of directional solidification of pure substances at various regimes of heat release at the interface. Finally, we discuss some of its limitations, and possible extensions for the study of alloy solidification, in the presence of anisotropic generalized kinetic terms, and of melt convection.

### PHASE-FIELD BASICS

In the PF method a phase variable  $p(x,t)$  is introduced, the values of which describe the phase state of the material. We arbitrarily choose the value +1 corresponding to liquid, and -1 to solid; the SL interface is then defined by the points at which  $p=0$ . Numerically, there will always be a transition layer of width  $\epsilon$  between the solid and liquid phases(Fig. 1), which can be made as

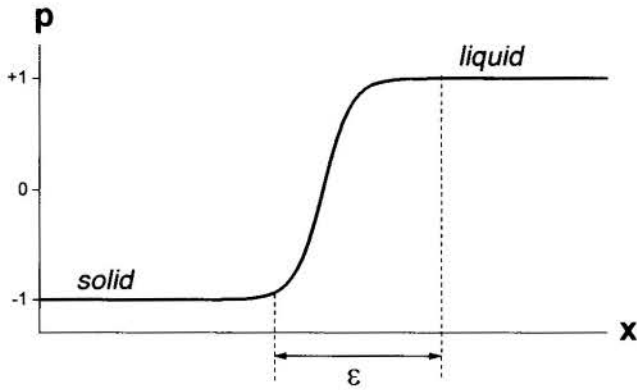


Figure 1. Spatial profile of the phase-field near the solid-liquid interface

small as desired, in order to approximate well the sharp physical interface. The potential term  $F(p,T)$  of the local free-energy which drives solidification should have the form depicted in Fig.2, exhibiting minima at  $p = \pm 1$ , corresponding to equilibrium solid and liquid states; the derivative  $-\partial F/\partial p$  plays the role of a thermodynamic driving force for phase change, with respect to the coordinate  $p$ . At a temperature  $T$  equal to the equilibrium melting temperature  $T_m$ , the two minima at  $p = \pm 1$  have exactly the same energy; for  $T > T_m$ , the minima at  $p = +1$  has lower energy (the liquid state is the stable state, the solid state being a possible metastable state above the equilibrium melting temperature), and conversely for  $T < T_m$ . The natural tendency of the system is to relax towards equilibrium, with respect to spatial fluctuations in the phase value  $p(x,t)$ ; this is in fact the origin of surface tension effects, and can be accounted for by a term of the form  $-\xi^2 \partial^2 p / \partial x^2$ , where  $\xi$  is a characteristic length. When the system is at equilibrium, every point of it is sitting in a minimum of  $F(p,x)$ , at  $p = +1$  or  $-1$ , except at some possible transition layers where the value of  $p$  undergoes steep changes (note that we are also allowing for a metastable situation, such as an undercooled melt in contact with the solid); if those layers are not moving, then, locally, the driving force  $-\partial F/\partial p$  balances exactly the surface tension term. In the event that the system is out of equilibrium, the time evolution of  $p(x,t)$  is assumed to be proportional to the imbalance between the potential and the surface tension energy - this leads to a velocity-dependent term which includes, in a natural way, the kinetic relaxation during front progression. We finally arrive at the following evolution equation for  $p(x,t)$ :

$$\alpha \xi^2 \frac{\partial p}{\partial t} = \xi^2 \nabla^2 p - \frac{\partial F}{\partial p} \quad (1)$$

Actually, the interface thickness  $\epsilon$  and the interfacial characteristic length  $\xi$  refer to the same physical quantity, apart from some proportionality constant; in practice, the larger  $\xi$  the easier it is to solve Eq.(1) numerically. Caginalp & Sokolovsky(1991) and Fabbri & Voller(1993) have shown that the numerical solution of Eq.(1) yield solutions close enough to the sharp-interface limit, even for values of  $\xi$  which correspond to much larger values of the actual (nearly zero) interface thickness.

From the above discussion, it is clear that the surface tension  $\sigma$  is directly related to  $\xi$ , and in fact Allen & Cahan(1979) have shown that

$$\sigma = 2^{1/2} \xi \int_{-1}^{+1} \sqrt{F(p,T)} dp \quad (2)$$

Choosing the potential  $F(p,T)$  is a matter of numerical convenience, provided it has the qualitative features depicted in

Fig.2. We follow Kobayashi(1993), writing  $F(p,T)$  as a fourth degree polynomial with fixed roots at  $\pm 1$ :

$$F(p,T) = W \int_{-1}^p (1-\phi^2)(\phi+m(T)) d\phi \quad (3)$$

$W$  is an arbitrary constant, and the temperature-dependent term  $m(T)$  must satisfy  $|m(T)| < 1$ . We choose a simple linear form for  $m(T)$ :

$$m(T) = \gamma T \quad (4)$$

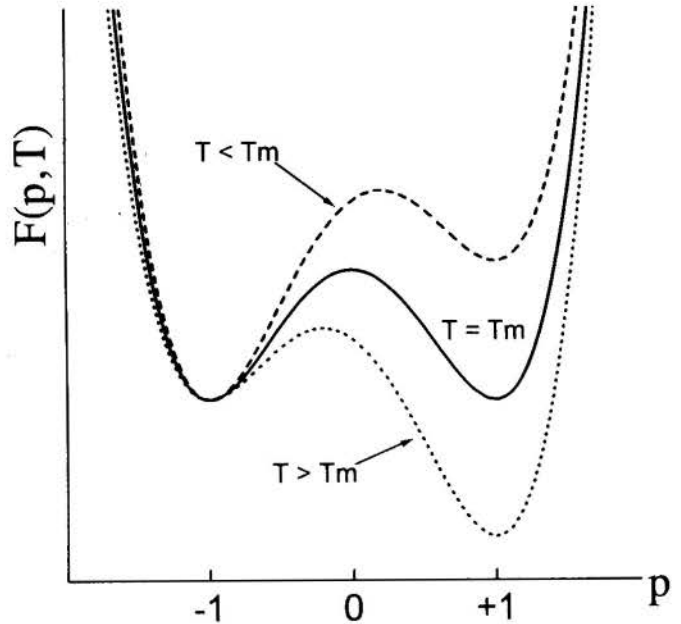


Figure 2. Double-well potential as prescribed by Eq.(3).

Eq.(4) implies a simple kinetic relationship at the SL interface (rough model), where the temperature at the interface  $\Gamma(t)$  is directly proportional to the front velocity  $v = d\Gamma/dt$ :

$$T(x=\Gamma) = -\left(\frac{3\sigma\alpha}{4\gamma W}\right)v \quad (5)$$

Other forms for  $m(T)$ , which accommodate for various kinetic models, could also be considered, see Fabbri & Voller, 1994.

Eq.(1) for the phase field must be coupled to a heat transport equation for temperature, which in our case is simply the usual Fourier law with a source term to account for the heat release at the interface (we hereafter adopt  $\rho=c=1$  for the material density and specific heat):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{2}L \frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (6)$$

The system of coupled non-linear equations (1) and (6) are then solved over the domain of interest, subjected to the appropriate initial and boundary conditions for the phase and temperature fields.

#### THE MODEL PROBLEM

The PF equations are applied here to the one-dimensional solidification of a pure substance in the region  $0 \leq x \leq l$ , initially at an uniform temperature  $T_0 > T_m$ . At  $t=0$  the extremity  $x=0$  is put in contact with a cold wall  $T_{cold} < T_m$ . In order to avoid the infinite

front velocity at  $t=0$ , the PF simulation is started from an initial time  $t_0$ , when a layer  $x_0$  of solid has already been formed. The boundary condition at  $x=l$  are set according to the time-dependent analytic solution (Carslaw and Jaeger, 1959). The front temperature is set very close to  $T_m$ , in order to compare with the exactly zero undercooled analytic solution: the constants  $\gamma$ ,  $W$  and  $\alpha$  are chosen so that  $T(x=\Gamma)$ , Eq.(5), is always closer to  $T_m$  than the allowed numerical tolerance, while respecting the constraint  $|m(T)| < 1$ .

### CONTROL-VOLUME DISCRETIZATION

Eqs. (1) and (6) are discretized by totally-implicit control volumes, using source linearization (Patankar, 1980) over a discrete mesh. The resulting system of coupled algebraic equations is to be solved by a simple iteration scheme, and its tri-diagonal form reads:

$$\begin{aligned} \frac{-\xi^2}{\Delta x} p_w^{n+1} + \left[ \alpha \xi^2 \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{2\xi^2}{\Delta x} - \Delta x \left( S_{c_p}^n + \frac{W}{16} \right) \right] p_p^{n+1} - \frac{-\xi^2}{\Delta x} p_e^{n+1} = \\ = \alpha \xi^2 \frac{\Delta x}{\Delta t} p_p^{old} + \Delta x \left( S_{c_p}^n + \frac{W}{16} m(T_p^n) \right) \end{aligned} \quad (7a)$$

$$S_{c_p}^n = -\frac{W}{16} [3p_p^n + 2m(T_p^n)] p_p^n \quad (7b)$$

$$S_{c_p}^n = \frac{W}{8} (p_p^n)^2 [p_p^n + \frac{1}{2}m(T_p^n)] \quad (7c)$$

$$\begin{aligned} -\frac{K}{\Delta x} T_w^{n+1} + \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{2K}{\Delta x} + \frac{1}{2}L \frac{\Delta x}{\alpha \xi^2} \frac{W}{16} [1 - (p_p^n)^2] \gamma \right) T_p^{n+1} - \frac{K}{\Delta x} T_e^{n+1} = \\ = \frac{\Delta x}{\Delta t} T_p^{old} - \frac{1}{2}L \left\{ \frac{p_w^n - 2p_p^n + p_e^n}{\alpha \Delta x} + \frac{\Delta x}{\alpha \xi^2} \frac{W}{16} [1 - (p_p^n)^2] p_p^n \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

The notation  $(T^{old}, p^{old})$  refers to the fields at the previous time-step;  $(T^n, p^n)$  refers to the numerical values at the  $n$ -th iteration, and the subscripts E, P, W conform to the usual control-volume notation depicted in Fig.3.

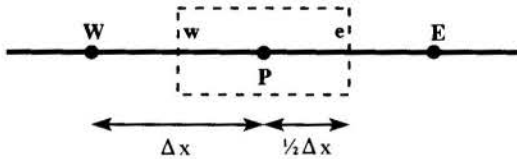


Figure 3. Notation for grid points and cell faces.

We found that the iterative process is optimum when employing a linear overrelaxation near  $\beta=1.6$  for both fields, i.e., we update  $(p, T)$  between iterations according to:

$$(p^{n+1}, T^{n+1}) \leftarrow \beta (p^n, T^n) + (1-\beta) (p^{n-1}, T^{n-1}) \quad (9)$$

This simple discretization scheme should be compared to the one proposed by Lin (1988), which employs different time scales for Eqs. (1) and (6), in order to account for the high stiffness of the coupled  $(p, T)$  system; there, the  $p$ -equation is integrated explicitly over small time steps during which the  $T$  field is supposed stationary, and then the temperature is updated by a totally implicit discretization, using a larger time step. Here, we simply integrate both fields using the same small time steps required for the  $p$  equation, and we found that the extra computational effort compensates for the additional burden introduced by the multiple meshes in the Lin scheme; also, a

simple preliminary, linearized stability analysis of Eq.(7) shows that implicit integration should allow for time steps at least one order of magnitude larger than the maximum permitted by a simple explicit scheme,  $(\Delta t)_{exp}$ ; this supposition was confirmed during our numeric simulations, where three to twenty iterations were required, whereas the time step was typically ten to a hundred larger than  $(\Delta t)_{exp}$ . Caginalp & Socolovsky(1991) employ a collocation technique which uses polynomial interpolation, and that allows for spatial meshes larger than the interfacial thickness; but their scheme, apart from being computationally inefficient when  $\Delta x > \epsilon$ , also does not show good results in those cases. In fact, the actual interfacial width  $\epsilon$  is always greater than the characteristic length parameter  $\xi$ . Therefore, the scheme based on Eqs.(7-9) above, using  $\Delta x > \xi$  and  $\Delta t > (\Delta t)_{exp}$ , seems to be robust, simple and adequate.

Numerical Settings for the Model Problem. We address the convergence of the PF solution to the correct sharp-interface limit by solving Eqs. (7) and (8) over successively refined spatial grids, namely, with  $N=100, 250$  and  $500$  points inside the domain  $[0, \neq 2.5]$ , while maintaining the relationship  $\xi=1.25\Delta x$  between the characteristic interfacial length and the spatial mesh distance. The initial solid layer  $x_0$  is 0.1. The constant  $\gamma$  in Eq.(4) is taken to be the largest possible value compatible with the restriction  $|m(T)| < 1$ . Choosing  $W=8.0$  in Eq.(3) yields, according Eq.(2),  $\sigma=(2/3)\xi$ , and finally, the initial kinetic undercooling  $T_a^0$ , given by Eq.(5) at  $t=t_0$ , is given the small value  $10^{-3}XT_{cold}$ , which is closer to zero than the numerical precision  $EPS=1\%$  employed in the calculations; these settings define the value of the kinetic coefficient  $\alpha$ . An initial estimate for the time-step  $\Delta t$  is given by  $\Delta x/v_0$ , where  $v_0$  is the initial interface velocity; in fact, the iterative solution of the discretized control-volume equations can be carried out with a substantially larger time step. The actual parameters employed during the simulations are depicted in Tables 1 and 2.

### RESULTS

The PF equations are solved for the model problem with zero initial temperature and two very distinct left-end cold temperatures  $T_{cold} = -0.1$  and  $-10.0$ . The material constants are all taken to be unity ( $K=1.0$  for the heat conductivity,  $L=1.0$  for the latent heat), and therefore we work out two extreme values of the Stefan number  $St = -cT_{cold}/L$ . Voller and Peng(1993) have demonstrated that enthalpy-based fixed-grid schemes yield poor temperature histories for small Stefan numbers, and poor interface progression at high Stefan numbers. Here we provide a strong indication that PF methods are not sensitive to the relative contribution of heat conduction and phase-change enthalpies.

Fig.4 shows the predicted interface progression as compared to the analytical Newman solution; the temperature fields at early times are depicted in Fig.5 for  $St=0.1$  and 10 (the same behaviour is observed at later times); the temperature histories at  $x=0.5$  appear in Fig.6.

It is seen that good predictions for the interface position in time is obtained even at a very coarse mesh ( $N=100$  corresponds to an interfacial thickness  $\epsilon \sim 10\xi \sim 15\Delta x \sim 0.35$ ). Roughly half of that value is required to obtain the same accuracy on the temperature values, particularly near the interface, while good temperature histories demand much finer meshes. The value  $N=500$  is in accordance with the mesh employed in two-dimensional simulations of dendritic growth (Kobayashi, 1993).

It is apparent from these results that the PF method, as compared to traditional enthalpy techniques, is not numeric sensitive to the Stefan number, yielding results in complete accordance with the physical solution in all cases; the correct sharp-interface limit is attained, within the numerical error, at an



interfacial "computational" length well affordable for practical, fast computations.

The machine timing and optimum parameters for the present runs are given in Table 2. Note that the increase in CPU time for small Stefan numbers is due to the overall low value of the temperatures chosen for the simulations, which required a rather high precision for matching the residuals during the iterative solution of Eqs.(7) and (8). The small adjustments we made in the overrelaxation factor  $\beta$  are also not critical; by employing a fixed value  $\beta=1.6$  in all simulations, one should obtain nearly the same computer times shown in Table 2.

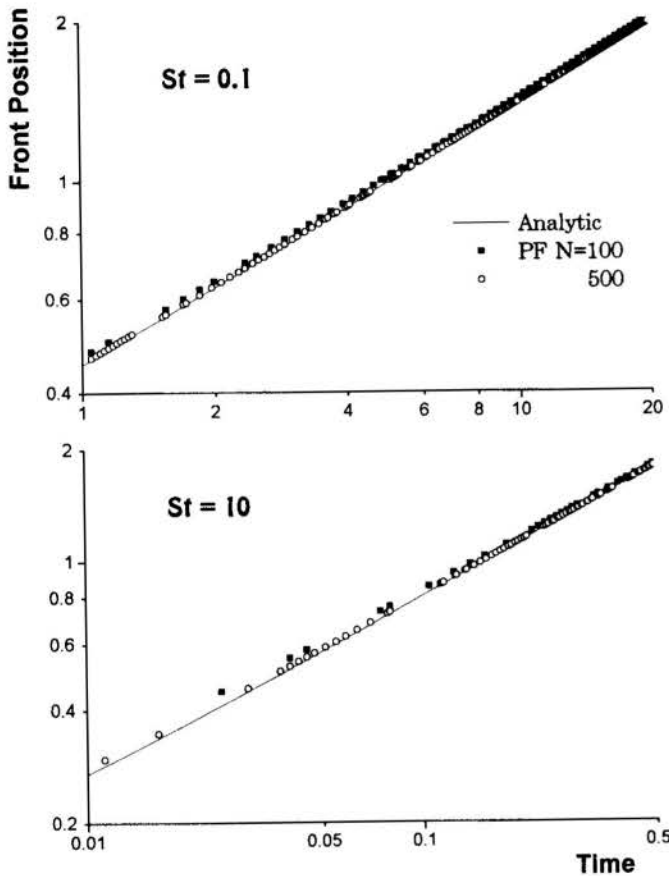


Figure 4. Interface progression predicted by the PF method as compared to the Newman analytical solution.

### CONCLUSIONS AND COMMENTS

We aimed at illustrating here that the PF equations, apart from being amenable to a simple and traditional treatment by control volume discretization over a fixed grid, does not suffer from some of the drawbacks found in the more traditional enthalpy techniques. The fundamental pioneering work done by Caginalp and co-workers in the past two decades has given the phase-field formulation a sounding mathematical basis, by asserting the existence and uniqueness of solutions, and extending the main results for multidimensional anisotropic cases. But, so far, the PF model has missed a thoughtful investigation of its engineering usefulness, as concerning its potential of yielding robust and reliable numerical alternatives for analyzing actual phase-change problems. Since the phase-field evolution equation was first

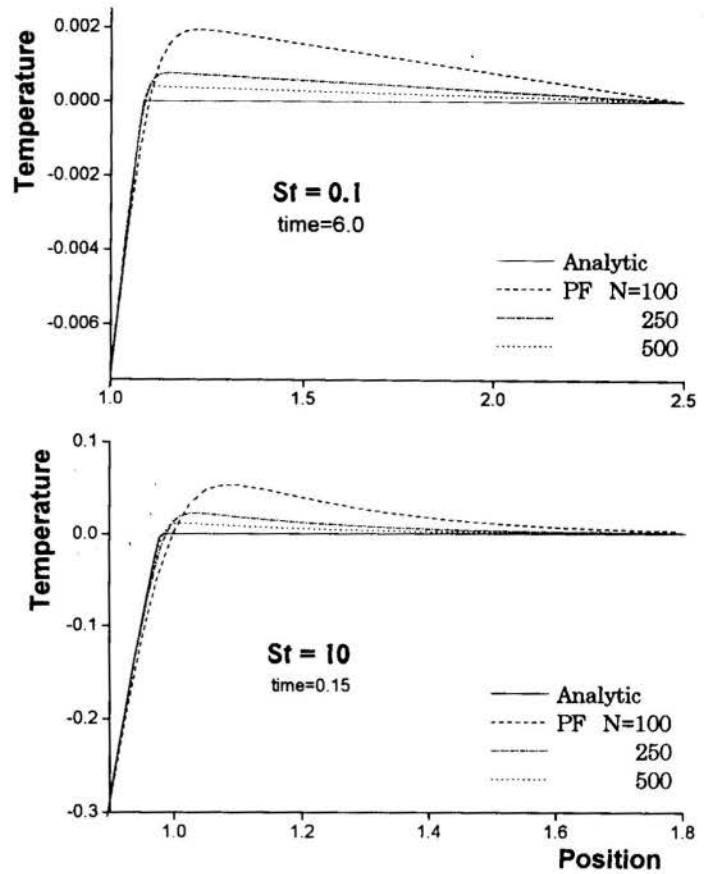


Figure 5. Same as Fig. 4 for the temperature profiles

suggested from a simple thermodynamic argument based on the free-energy minimization, it was a common belief, until recent years, that its extension to non-isothermal cases would require a fundamental revision, leading to a fairly complicated formulation based on an entropy non-equilibrium principle (which would involve unknown response coefficients); while this is still an open question, all numeric investigations done so far have indicated that the PF solutions do approach the correct limit in the sharp-interface problems. It is therefore natural to expect that more complicated multi-dimensional phase-change problems deserve to be formulated by a simple phase-field approach, in which the classical transport equations for mass and momentum couples in a simple way to the phase evolution equation. The computational task for such a program would involve the numerical relaxation of the coupling between the stiff phase field with the phase-dependent classical mass and momentum, but it is apparent that such a program is promising if one recalls the complications of considering explicitly the geometry of the solid-liquid interface; not to mention that the classical approach does not allow for metastable states which arise in situations too far from the thermodynamic equilibrium. Finally, it should be mentioned that the PF equations are, fundamentally, a mean-field approach; therefore, its validity for studying phenomena where fluctuations play a fundamental role (such as nucleation, noisy side-branching of dendrites) remains to be investigated.

### ACKNOWLEDGEMENTS

This work was carried out with financial support from FAPESP(Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo).



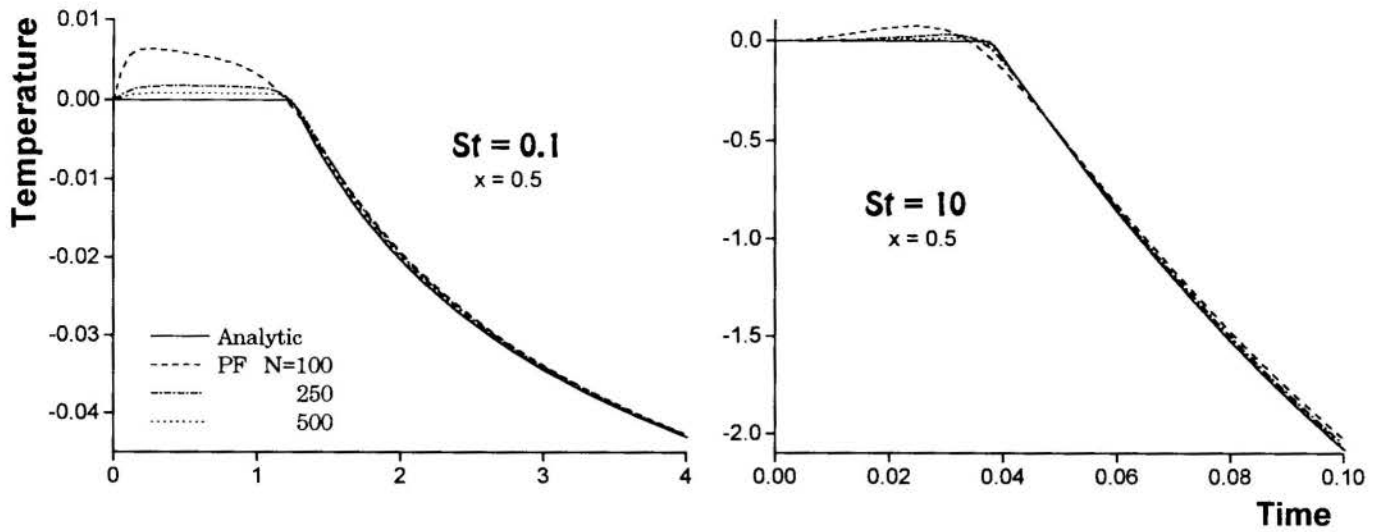


Figure 6. Temperature histories at  $x=0.5$ .

Table 1. Numerical settings during PF simulations

St	N	$\Delta x = \ell/N$	$\xi = 1.25 \Delta x$	$\sigma = (2/3)\xi$	$\gamma$	$T_s^0$	$\alpha$	EPS
0.1	100	0.025	0.03125	0.0208333	9.0	$-10^{-4}$	0.02974	$10^4$
"	250	0.01	0.0125	0.008333	"	"	0.07437	"
"	500	0.005	0.00625	0.0041666	"	"	0.1487	"
10	100	0.025	0.03125	0.0208333	0.09	$-10^{-2}$	0.0009114	$10^2$
"	250	0.01	0.0125	0.008333	"	"	0.002279	"
"	500	0.005	0.00625	0.0041666	"	"	0.004557	"

Table 2. Optimum parameters and computer timings

St	N	$\Delta t$	$\beta$	CPU time	Machine
0.1	100	0.05	1.8	4'23"	SPARC-II
"	250	0.05	1.8	11'46"	SPARC-II
"	500	0.025	1.75	8'28"	DEC 3000
10	100	0.005	1.75	58"	SPARC-II
"	250	0.0025	1.65	2'29"	SPARC-II
"	500	0.00125	1.6	8'28"	SPARC-II

REFERENCES

Allen, S.M. and Cahan, J.W., *Acta Metall.* 27, 1085, 1979.

Bennon, W.D. and Incropera, F.P. "Numerical Analysis of Binary Solid-Liquid Phase Change Using a Continuum Model", *Num. Heat Transfer* 13, pp.277-296, 1988.

Caginalp, G. "An Analysis of a Phase Field Model of a Free Boundary", *Arch. for Rat. Mech. Anal.* 92(3), pp.205-245, 1986.

Caginalp, G. and Socolovsky, E.A. "Computation of Sharp Phase Boundaries by Spreading: The Planar and Spherically Symmetric Cases", *J.Comput. Physics* 95, pp.85-100, 1991.

Caginalp, G. and Jones, J. in "On The Evolution of Phase Boundaries", Springer-Verlag, NY, p29, 1992.

Carslaw, H.S. and Jaeger, J.S. "Conduction of Heat in Solids", 2nd ed., Clarendon Press, Oxford, 1959, pp.285-286.

Crank, J. "Free and Moving Boundary Problems", Clarendon Press, Oxford, 1984.

Fabrizi, M. and Voller, V.R. "The Phase-Field Method in the Sharp-Interface Limit: A Comparison Between Model Potentials", *J.Comp.Phys.* (submitted), 1993.

Fabrizi, M. and Voller, V.R. "Numerical Solution of Plane Front Solidification With Kinetic Undercooling", *Num. Heat Transfer* (in press), 1994.

Goodstein, D.L. "States of Matter", Dover, NY, Chap. 6, 1975.

Kim, D.H. and Brown, R.A. "Modelling the Dynamics of HgCdTe Growth by the Vertical Bridgman Method", *J.Crystal Growth* 114, pp.411-434, 1991.

Kobayashi, R. "Modeling and Numerical Simulations of Dendritic Crystal Growth", *Physica D* 63, pp.410-423, 1993.

Krumbhaar, H.M. "Solidification", in "Phase Transformations in Materials", P. Haasen, ed., VCH-Verlag, Weinheim, pp.554-632, 1991.

Kurz, W. and Fisher, D.J. "Fundamentals of Solidification", 3rd. ed., Trans-Tech Publ., MA, 1992.

Langer, J.S. "Instabilities and Pattern Formation in Crystal Growth", *Rev.Mod.Phys.* 52(1), pp.1-28, 1980.

Lin, J.T. "The Numerical Analysis of a Phase-Field Model in Moving Boundary Problems", *SIAM J.Numer. Anal.* 25(5), pp.1015-1031, 1988.

Patankar, S.V. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, NY, 1980.

Penrose, O. and Fife, P.C. "Thermodynamically Consistent Models of Phase-Field Type for the Kinetics of Phase Transitions", *Physica D* 43, pp.44-62, 1990.

Voller, V.R. and Peng, S. "An Enthalpy Formulation Based on an Arbitrarily Deforming Mesh for Solution of the Stefan Problem", *Comp. Mechanics* (submitted), 1993.

Wheeler, A.A.; Boettinger, W.J. and McFadden, G.B. "Phase-Field Model of Solute Trapping During Solidification", *Phys. Rev.* B47(3), pp.1893-1909, 1993.

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO UTILIZANDO MALHAS DE VORONOI

FRANCISCO MARCONDES-Depto. Eng. Mecânica, UFPB-Campina Grande, PB  
MÁRIO C. ZAMBALDI-Depto. Matemática, UFSC-Florianópolis, SC  
CLOVIS R. MALISKA-Depto. Eng. Mecânica, UFSC-Florianópolis, SC

### RESUMO

*As técnicas numéricas largamente utilizadas em simulação de reservatórios de petróleo empregam, em geral, malhas cartesianas. Recentemente, esforços estão sendo realizados no sentido de desenvolver novas ferramentas as quais utilizem coordenadas generalizadas e malhas não estruturadas. O presente trabalho emprega malhas não estruturadas geradas de acordo com o princípio de Voronoi. A idéia global é desenvolver metodologias eficientes usando métodos adequados para a solução do sistema linear obtido do esquema numérico com malhas não estruturadas.*

### INTRODUÇÃO

A simulação numérica de reservatórios de petróleo é uma das principais ferramentas disponíveis ao engenheiro de petróleo para prever questões vitais de uma determinada bacia petrolífera, uma vez que por questões de localização da bacia, das dificuldades de escala e complexidade do problema real, é bastante improvável que respostas como vida útil do reservatório, capacidade de produção, etc., possam ser respondidas unicamente através de experimentos em laboratório.

As técnicas numéricas disponíveis dividem-se fundamentalmente em métodos baseados em balanços de componentes (volumes finitos), método das diferenças finitas e método de elementos finitos. Qualquer que seja a técnica numérica empregada é preciso que seja realizada uma discretização do domínio de cálculo. A discretização mais utilizada em simulação de reservatórios utilizando o método das diferenças finitas é a cartesiana, por facilitar a discretização dos termos de fluxo e gerar sistemas lineares mais simplificados (Yanosik e McCracken, 1979; Rubin e Blunt, 1991; Pinto, 1991). Entretanto, existem algumas dificuldades relacionadas com a sua utilização. Os resultados obtidos com malhas cartesianas utilizando esquemas de primeira ordem nas permeabilidades relativas dependem da orientação da malha em relação aos poços injetores e produtores. Outra dificuldade no uso de malhas cartesianas é a difícil representação de reservatórios com fronteiras arbitrárias e falhas geológicas.

O uso de malhas coincidentes com a fronteira contorna a dificuldade da representação de reservatórios com fronteiras complexas e permite também maior flexibilidade na representação de falhas geológicas ao longo do reservatório. Os primeiros trabalhos nesta linha utilizam coordenadas curvilíneas ortogonais (Fleming, 1987; Sharpe, 1993) que dá origem também à esquemas de esquemas de cinco pontos. A ortogonalidade é uma restrição à flexibilidade da malha e uma forma de eliminar esta limitação é trabalhar com coordenadas curvilíneas não ortogonais (Maliska et al., 1991; Maliska et al., 1993). Neste caso, o esquema numérico para o caso 2D passa a ser de 9 pontos, mas este fato deve-se unicamente aos termos cruzados do tensor métrico e não a uma melhor aproximação dos fluxos de massa nas fronteiras do volume de controle.

Pedroza e Aziz (1986) propuseram o uso de malhas híbridas, com uma combinação de malhas cilíndricas e cartesianas. A geometria cilíndrica é usada em volta de poços verticais e a cartesiana no restante do reservatório. Mais recentemente, Deimbacher e Heinemann (1993), Chien e Northrup (1993)

propuseram o uso de refinamento local dinâmico com a malha dentro dos subdomínios podendo ter geometrias diferentes da malha cartesiana global (restante do domínio).

Palagi (1992) propôs a utilização de malhas de Voronoi híbridas na solução de problemas de reservatório. A malha gerada utilizando o princípio de Voronoi dá origem a volumes de controle cujas faces são sempre ortogonais às retas que unem o ponto gerador do volume de controle em questão aos pontos dos volumes vizinhos. Isso, por sua vez, facilita a realização de balanços de massa, energia, etc. Obviamente que todos os tipos de malhas localmente ortogonais podem ser vistas como casos particulares de malhas de Voronoi (cartesianas, cilíndricas, coordenadas generalizadas ortogonais, etc). Como as diversas grades utilizadas em simulação de reservatório são casos especiais de malhas de Voronoi, Palagi (1992) propôs a combinação de módulos (cartesianos, cilíndricos, hexagonais ou irregulares) para a discretização do domínio. Observa-se, portanto, a tendência à generalização dos métodos em engenharia de petróleo.

Malhas não estruturadas tem uma grande vantagem sobre malhas estruturadas porque na maioria dos casos os problemas que se deseja resolver ocorrem em geometrias complexas. Trabalhando-se com malhas estruturadas nem sempre é possível resolver um determinado tipo de problema sem que se tenha que fazer uso de vários domínios, mesmo trabalhando-se com coordenadas generalizadas. Em malhas não estruturadas este problema não existe, e é também muito mais fácil a realização de refinamento local da malha. Entretanto, a matriz jacobiana além de ser esparsa, geralmente não tem nenhuma lei de formação. Neste trabalho apresenta-se resultados obtidos para o escoamento imiscível óleo/água em geometrias 2D, utilizando as grades de Voronoi híbridas. O programa utilizado para a geração dos diagramas de Voronoi foi desenvolvido por Maliska Jr (1993). A metodologia implementada é totalmente implícita e o sistema linear resultante é resolvido pelo método GMRES aplicado ao sistema condicionado por um esquema de fatoração incompleta. Este trabalho faz parte de uma linha pesquisa cujo objetivo é a utilização de malhas não estruturadas aliada a solução eficiente dos sistemas lineares oriundos de seu emprego.

### FORMULAÇÃO

Assumindo que exista somente duas fases imiscíveis no reservatório (óleo (o) e água (w)) e desprezando os efeitos de pressão capilar e gravitacional pode-se escrever a equação de conservação volumétrica para a fase p como,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{S_p}{B_p} \right) = \nabla \cdot [\lambda_p \nabla P] + q_p \quad (1)$$

onde  $\phi$  é a porosidade e  $B_p$  é o fator de formação volumétrica da fase  $p$ .  $S_p$  é a saturação da fase  $p$ ,  $P$  é a pressão dos fluidos presentes no reservatório e  $q_p$  é a vazão volumétrica nas condições de estocagem da fase  $p$  por unidade de volume do reservatório, positivo, para injeção e negativo para produção.  $\lambda_p$  é a mobilidade da fase  $p$ , definida por,

$$\lambda_p = K \frac{K_{rp}}{\mu_p B_p} \quad (2)$$

onde  $K$  é a permeabilidade absoluta do meio,  $K_{rp}$  a permeabilidade relativa e  $\mu_p$  a viscosidade, respectivamente, da fase  $p$ .

A Eq. (1) é válida para os duas fases presentes no reservatório. Escrevendo a mesma para as fases óleo e água constata-se que existem três incógnitas ( $S_o$ ,  $S_w$  e  $P$ ) e apenas duas equações. A equação para o fechamento do problema vem da restrição volumétrica.

$$S_w + S_o = 1 \quad (3)$$

### INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

A Fig. 1 apresenta um volume de controle de Voronoi. O ponto  $i$  é o ponto gerador e os pontos  $j$ 's seus vizinhos. Para cada ponto  $j$  é possível alinhar um sistema cartesiano local  $x'$ - $y'$  de tal forma que o eixo  $x'$  (linha que une o ponto  $i$  ao ponto  $j$ ) seja perpendicular a face do volume de controle e o eixo  $y'$  paralelo a esta face.

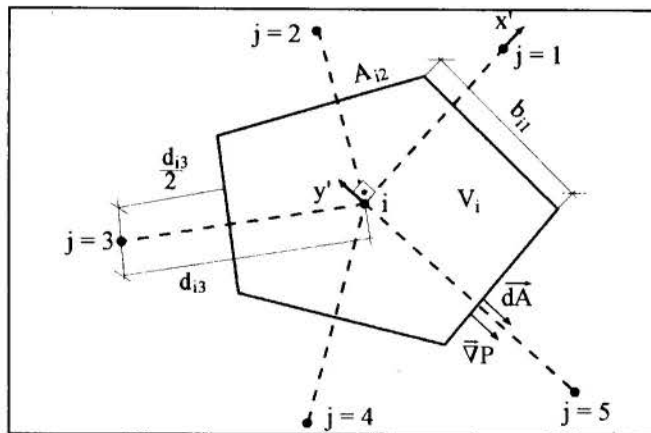


Fig. 1 - Volume de controle de Voronoi

A Eq. (1) será integrada no volume de controle e no tempo,

$$\int \int \int_{V_i} \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{S_p}{B_p} \right) dV dt = \int \int \int_{V_i} \nabla \cdot (\lambda_p \nabla P) dV dt + \int \int_{V_i} q_p dV dt \quad (4)$$

Para a integração da Eq. (4) é assumido que o fluxo convectivo através de cada face  $ij$  do volume de controle  $i$  é constante. Uma vez que o sistema cartesiano local  $x'$ - $y'$  é perpendicular a cada face do volume de controle, o cálculo do primeiro termo no lado direito da Eq. (4) é bastante facilitado. Para cada face  $ij$ , o gradiente irá depender unicamente dos valores de  $P$  nestes pontos. Fazendo uso do teorema da divergência, realizando

as integrações da Eq. (4) e representando  $t + \Delta t$  por  $n + 1$ , tem-se

$$\left( \frac{\phi V S_p}{\Delta t B_p} \right)_i^{n+1} - \left( \frac{\phi V S_p}{\Delta t B_p} \right)_i^n = \sum_{j=1}^{N_v} T_{ij} \lambda_{p,ij}^{n+1} (P_{p,j}^{n+1} - P_{p,i}^{n+1}) + \bar{q}_p^{n+1} \quad (5)$$

Da Eq. (5) pode-se ver que tem-se uma metodologia totalmente implícita uma vez que na Eq. (5) existem termos (mobilidades e fator volumétrico, por exemplo que dependem das incógnitas do problema ( $S_p$  e  $P$ )).  $\bar{q}_p$  é a vazão volumétrica da fase  $p$  nas condições de estocagem e  $N_v$  o número de vizinhos do volume  $i$ . O termo  $T_{ij}$  na Eq. (6) é conhecido como fator de transmissibilidade, e é o produto de fatores geométricos e da permeabilidade absoluta, dado por

$$T_{ij} = \left( \frac{bh f_c K}{d} \right)_{ij} \quad (6)$$

onde  $h$  e  $b$  são a altura e largura da face  $ij$ , respectivamente.  $f_c$  é uma correção a ser aplicada para as malhas radiais em volta de poços verticais, de modo a tornar o esquema de discretização cilíndrico em volta do poço.

O sistema de equações é resolvido iterativamente usando o método de Newton. A forma residual da equação de conservação do componente  $p$  para o volume  $i$  é

$$R_{p,i} = \sum_{j=1}^{N_v} T_{ij} \left( \frac{K_{rp}}{\mu_p B_p} \right)_{ij}^{n+1} (P_j^{n+1} - P_i^{n+1}) + \bar{q}_{p,i}^{n+1} - \left( \frac{\phi V S_p}{\Delta t B_p} \right)_i^{n+1} + \left( \frac{\phi V S_p}{\Delta t B_p} \right)_i^n; p = o, w \quad (7)$$

Expandindo o residuo em série de Taylor, tem-se

$$R_{p,i}^{v+1} = R_{p,i}^v + \sum_{vX} \left( \frac{\partial R_{p,i}}{\partial X} \right)^v \Delta X \quad (8)$$

onde  $v$  é o nível iterativo e  $X$  representa as incógnitas ( $P$  e  $S_w$ ). Assumindo-se que o residuo na iteração  $v + 1$  é zero, tem-se

$$\sum_{vX} \left( \frac{\partial R_{p,i}}{\partial X} \right)^v \Delta X^{v+1} = -R_{p,i}^v; p = o, w \quad (9)$$

As incógnitas ( $P$  e  $S_w$ ) são calculados após cada iteração newtoniana, como

$$X^{v+1} = X^v + \Delta X^{v+1} \quad (10)$$

e a solução é aceita quando todas as tolerâncias são satisfeitas, de acordo com

$$\begin{aligned} \Delta P_{o,max}^{v+1} &\leq \Delta P_{o,max}^* \\ \Delta S_{w,max}^{v+1} &\leq \Delta S_{w,max}^* \end{aligned} \quad (11)$$

### SOLUÇÃO DO SISTEMA LINEAR

Para resolução do sistema de linear, usou-se o método GMRES (Generalized Minimal Residual Algorithm), introduzido por Saad e Schultz (1986), e faz parte de uma classe de métodos (ORTHOMIN, ORTHODIR, ORTHORES, GCR) obtidos por generalização do método dos Gradientes Conjugados clássico. Para simplificar a notação, considere que o sistema linear newtoniano seja dado por

$$Jx = f \quad (12)$$

onde  $J$  representa a matriz jacobiana,  $x$  o vetor solução e  $f$  a função resíduo. Para resolver o sistema dado pela Eq. (12), busca-se a solução aproximada  $x_k$  da forma  $x_k = x_o + z_k$ , onde  $x_o$  é a aproximação inicial e  $z_k$  pertence ao subespaço de Krylov:  $K_k = \{ r_o, Jr_o, \dots, J^{k-1} r_o \}$ , com  $r_o = f - Jx_o$ . O método consiste em gerar uma base ortonormal de  $K_k$  e minimizar a norma do resíduo neste subespaço.

O processo de ortogonalização não pode ser completo quando considera-se sistemas de grande dimensão. Neste sentido, a cada  $m$  iterações o processo deve ter um novo recomeço, dando origem a versão GMRES( $m$ ), onde  $m$  é um número inteiro.

Uma característica básica dos métodos iterativos é a utilização de preconditionadores, que são empregados para acelerar a convergência do método. A maioria dos preconditionadores usados em esquemas numéricos são aqueles baseados em fatoração LU incompleta (Behie e Vinsome, 1982; Behie e Forsyth, 1984). Neste trabalho usa-se como preconditionador a fatoração incompleta dada pela fatoração da matriz jacobiana simplificada. Isto é feito selecionando um certo número de diagonais principais. Designa-se a matriz de preconditionamento por  $M$ .

**Algoritmo GMRES.** Dado o vetor aproximação inicial  $x_o$  e a matriz de preconditionamento  $M$ , faça

passo 1 - Inicialização

$$r_o = M^{-1} (f - Jx_o) \text{ e } v_i = r_o / \|r_o\|$$

Passo 2 - Ortogonalização

para  $j=1, \dots, m$

$$w_j = M J v_j$$

$$u_{ij} = (w_j, v_i), \quad i=1, \dots, j$$

$$w_j = w_j - \sum_{i=1}^j u_{ij} v_i$$

$$u_{j+1,j} = \|w_{j+1}\|$$

$$v_{j+1} = w_{j+1} / u_{j+1,j}$$

Passo 3 - Solução corrente

$$x_m = x_o + V_m y_m, \text{ onde } y_m = \min \|\beta e_1 - U_m y\| \text{ e } \beta = \|r_o\|$$

Passo 4 - recomeço

$$r_m = M^{-1} (f - Jx_m)$$

se  $\|r_m\| < TOL$  pare

senão

$$x_o = x_m \text{ e } v_i = r_m / \|r_m\| \text{ vá para passo 2}$$

O passo 2 do algoritmo é crítico, pois aí está envolvido o maior esforço computacional. Também, para obter melhor estabilidade numérica e uma taxa de convergência mais rápida, foi usado esquema de Gram-Schmidt modificado. No algoritmo acima,  $e_1$  é o vetor canônico de  $n+1$  componentes,  $TOL$  é tolerância,  $V_m = [v_1, \dots, v_m]$  e  $U_m$  é uma matriz de ordem  $(m+1) \times m$  do tipo Hessenberg, obtida pelos elementos  $u_{ij}$  gerados no algoritmo.

## RESULTADOS

Com o intuito de validar a metodologia utilizada são apresentados alguns resultados obtidos para a configuração de cinco poços e comparados com aqueles obtidos por Palagi (1992). A Fig. 2 apresenta uma malha hexagonal híbrida com 445 volumes, bastante similar à utilizada por Palagi, (1992).

Os dados físicos e geométricos para a geração dos resultados que são apresentados a seguir para a malha da Fig. 2 são listados na Tab. 1. Foram simulados dois casos para o problema proposto por Palagi (1992). As curvas de permeabilidade relativa para o escoamento são dadas pela Eq. (13). A Fig. 3 apresenta os resultados obtidos para duas razões de mobilidades 10 e 50, respectivamente. Pode-se observar que os resultados obtidos estão coerentes com aqueles de Palagi (1992).

$$\begin{aligned} K_{rw} &= S_w^2 \\ K_{ro} &= (1 - S_w)^2 \\ M &= \mu_o / \mu_w \end{aligned} \quad (13)$$

Tab. 1 - Dados físicos e geométricos do reservatório - caso 1

Dados do reservatório	Condição inicial	Propriedades físicas
$K=12,5 \times 10^{-15} \text{ m}^2$ $h = 6,09 \text{ m}$ $A = 1,6 \times 10^5 \text{ m}^2$ $\phi = 0,08$	$S_i = 0$ $P_i = 6,893 \times 10^5 \text{ Pa}$	$\mu_o = 10^{-3} \text{ Pa.s}$ $\mu_w = 1/M \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$ $ \bar{q}_p  =  \bar{q}_i  = 1,110^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ $c_o = c_w = 1,45 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$

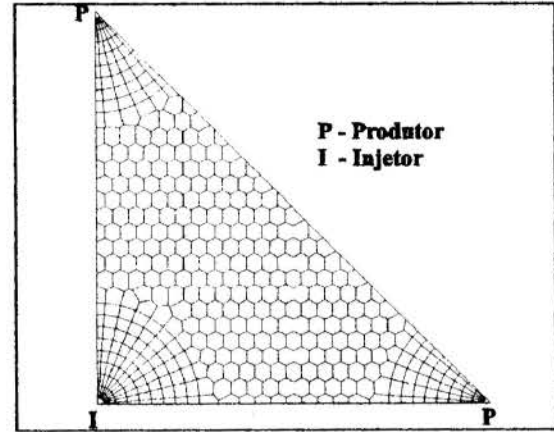


Fig. 2 - Malha hexagonal-híbrida com 445 volumes

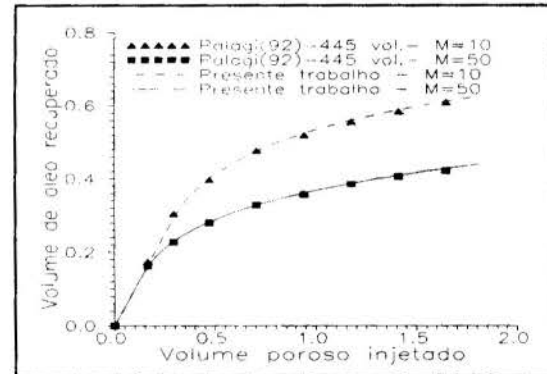


Fig. 3 - Malha hexagonal-híbrida - M=10, M=50

Para demonstrar o potencial da metodologia empregada na representação de geometrias complexas são agora apresentados resultados obtidos para uma configuração mais próxima daquelas encontradas em recuperação de petróleo. A configuração é composta de 8 (oito) poços, sendo que 6 (seis) são poços produtores e 2 (dois) injetores. Os resultados que serão apresentados a seguir foram reproduzidos com duas malhas hexagonais híbridas, com 804 e 1024 volumes, respectivamente. A malha mais refinada tem 16 volumes ao longo do ângulo de abertura de cada poço e 12 a mais grosseira. A Fig. 4 mostra a malha mais refinada. Os dados físicos e geométricos estão listados na Tab. 2 e as curvas de permeabilidade relativa e viscosidades são dados na Eq. (14), todos no SI.



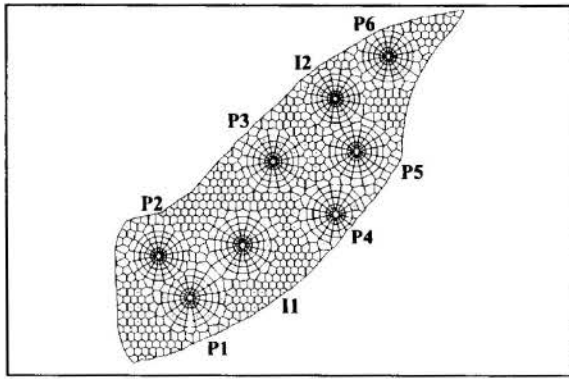


Fig. 4 - Malha hexagonal híbrida com 1026 volumes

$$\begin{aligned}
 K_{rw} &= (S - 0.2)(-250S^2 + 32S - 55) \\
 K_{ko} &= 1 - k_{rw} \\
 \mu_w &= 10^{-3}(1 + 1.45 \cdot 10^{-12}(P - 1.37 \cdot 10^7)) \\
 \mu_o &= 1.1163 \cdot 10^{-2}(1 + 1.45 \cdot 10^{-12}(P - 1.37 \cdot 10^7))
 \end{aligned}
 \quad (14)$$

Tab. 2 - Dados físicos e geométricos do reservatório - caso 2

Dados do reservatório	Condição inicial	Propriedades físicas
$K = 3 \times 10^{-13} \text{ m}^2$ $h = 15 \text{ m}$ $A = 1,82 \times 10^6 \text{ m}^2$ $\phi = 0,30$	$S_i = 0,3$ $P_i = 2,413 \times 10^7 \text{ Pa}$	$\bar{q}_{p1} = \bar{q}_{p3} = -9,210^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ $\bar{q}_{p2} = -1,110^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ $\bar{q}_{p4} = -5,5210^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ $\bar{q}_{p5} = \bar{q}_{p6} = -7,3610^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ $\bar{q}_{i1} = 2,9410^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ $\bar{q}_{i2} = 2,02410^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ $c_o = c_w = 7,25 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$

A Fig. 5 apresenta as curvas de volume de óleo recuperado no poços 1, 3 e 5. Pode-se observar que os resultados obtidos são independentes da malhas utilizadas e que o volume de óleo recuperado é muito inferior com aqueles apresentados na Fig. 3 para a configuração de cinco poços.

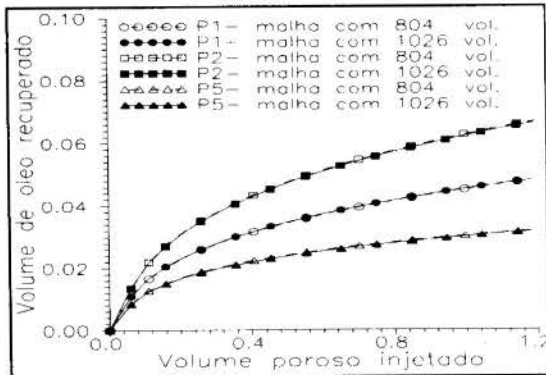


Fig. 5 - Malha hexagonal-híbrida com 1026 volumes

## CONCLUSÕES

Os resultados obtidos mostram a potencialidade da metodologia e sugerem que mais investigação seja realizada no sentido de tornar os sistemas lineares oriundos da utilização deste tipo de discretização mais facilmente resolvíveis. O uso de malhas de Voronoi, em função de suas características geométricas contribui também para diminuir a difusão numérica sem a utilização de esquemas de interpolação complexos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- # Behie, G. A. e Forsyth, Jr., P. A.: "Incomplete Factorization Methods for Fully Implicit Simulation of Enhanced Oil Recovery", *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, Vol. 5, N° 3, Sept. 1984.
- # Behie, A. e Vinsome, P. K. W.: "Block Iterative Methods for Fully Implicit Reservoir Simulation", *Soc. Pet. Eng. J.*, 22, 1982.
- # Chien, M. C. H. e Northrup, E. J.: "Vetorization and Parallel Processing of Local Grid Refinement and Adaptive Implicit Schemes in a General Purpose Reservoir Simulation, SPE 25258, 12<sup>th</sup> Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, Feb. 28-Mar. 3, 1983.
- # Deimbacher, F. X. e Heinemann, Z. E.: "Time-Dependent Incorporation of Locally Irregular Grids in Large Reservoir Simulation Models, SPE 25260, 12<sup>th</sup> Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, Feb. 28 - Mar. 3, 1993.
- # Fleming, G. C.: "Modeling the Performance of Fractured Wells in Pattern Floods Using Orthogonal, Curvilinear Grids", SPE 16973, *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Dallas, Sep. 27-30, 1987.
- # Maliska, Jr., C. R.: "Um Robusto Gerador de Diagramas de Voronoi para Discretização de Domínios Irregulares", XIV CILAMCE - São Paulo, SP, Dezembro, 1993.
- # Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Cunha, A. R. e Livramento M. A.: "Desenvolvimento de um Simulador 3D Black-Oil em Coordenadas Curvilineas Generalizadas", Relatório preparado para o CENPES/PETROBRÁS S.A., parte II, Dezembro, 1993.
- # Maliska, C. R., Silva, A.F.C., Marcondes, F., Lopes, M.N.C. e Cunha, A. R.: "Solução Numérica do Problema Monofásico com Traçador", Relatório preparado para o CENPES/PETROBRÁS S. A., Parte I, Setembro, 1991.
- # Palagi, C.: "Generation and Application of Voronoi Grid to Model Flow in Heterogeneous Reservoirs", PhD dissertation, Stanford University, Stanford (May, 1992).
- # Pedrosa, O. A. e Aziz, K.: "Use of a Hybrid Grid in Reservoir Simulation", *SPE* (Nov. 1986), 611-621.
- # Pinto, A. C. C.: "Esquemas de Alta Resolução Para Controle de Dispersão Numérica em Simulação de Reservatórios", São Paulo, UNICAMP, nov. 1991, 206 p. Dissertação de Mestrado.
- # Rubin, B. e Blunt, M. J.: "High-Order Implicit Flux Limiting Schemes for Black-Oil Simulating", SPE 21222, 11<sup>th</sup> SPE Symposium on Reservoir Simulation, Anaheim, Feb. 17-20, 1991.
- # Saad, Y. e Schultz, M. H.: "GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems, *SIAM J. Sci. Stat. Compt.*, Vol. 7, N° 3, July, 1986.
- # Sharpe, H. N.: "Validação of an Adaptive, Orthogonal, Curvilinear Gridding Procedure for Reservoir Simulation", SPE 25262, 12<sup>th</sup> SPE Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, February 28- March 3, 1993.
- # Yanosik, J. L., e McCracken, T. A.: "A Nine-Point Finite-Difference Reservoir Simulator for Realistic Prediction of Unfavorable Mobility Ratio Displacements", *Soc. Pet. Eng. J.*, 18 (1979), pp. 253-262.

## ABSTRACT

The numerical techniques widely used in petroleum reservoir simulation employ, in general, cartesian grids. Recently, efforts are being done in order to develop new tools which uses curvilinear boundary-fitted and unstructured grids. The present work uses unstructured meshes generated following the Voronoi definition. The global idea is to develop efficient methodologies using suitable methods for the solution of the linear-system obtained with unstructured grids.

## ESTUDO SOBRE A SOLUÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DE UM JATO LAMINAR

FERNANDO TADEU BÓÇON

Depto. de Eng. Mecânica - Universidade Federal do Paraná

CLÓVIS RAIMUNDO MALISKA

Depto. de Eng. Mecânica - Universidade Federal de Santa Catarina

### RESUMO

É simulada numericamente a descarga de um jato bidimensional isotérmico e laminar em um ambiente uniforme contendo o mesmo fluido do jato. Utiliza-se o método dos volumes finitos. Detalhes da solução numérica são discutidos, como as dimensões apropriadas do domínio de cálculo e a aplicação das condições de contorno, já que trata-se de um problema de fronteira livre. Três tipos de jatos são estudados. Para o caso de jato axissimétrico os resultados são comparados com dados experimentais e numéricos existentes. Também são estudados os casos de jato plano simétrico (descarregado em ambiente calmo) e não-simétrico (descarregado em ambiente com escoamento transversal ao jato). Linhas de corrente e perfis de velocidades são apresentados para os casos estudados.

### INTRODUÇÃO

O fenômeno da descarga de um fluido em um ambiente é um interessante problema da mecânica dos fluidos encontrado em diversos campos da engenharia, especialmente no que diz respeito à descarga de rejeitos em leitos aquosos ou na atmosfera. Um estudo experimental sobre jatos axissimétricos foi feito por Akaik e Nemoto (1988). Jatos laminares com transferência de calor foram estudados por Dählmann et al (1989) e Laschefski et al (1992). O escoamento hidrodinâmico de jatos turbulentos planos, axissimétricos e tridimensionais foi estudado por Quinn e Miltzer (1986), Cruz (1991) e Coelho (1989). Thompson e Neto (1987) estudaram teórica e experimentalmente o escoamento de jatos planos sujeitos à excitação acústica periódica.

O objetivo do presente trabalho é o estudo da solução numérica do escoamento de um jato laminar, isotérmico e bidimensional de um fluido sendo descarregado em um ambiente aberto ocupado pelo mesmo fluido do jato. Investiga-se a séria questão das dimensões do domínio de cálculo e a aplicação de condições de contorno em escoamentos com fronteira livre dos quais o problema dos jatos é um bom exemplo para esse estudo.

Na fig. 1 temos uma representação esquemática do problema com a posição do sistema de coordenadas utilizado ( $x, y$  para o caso de um jato plano e  $x, r$  para o caso de jato axissimétrico). Três tipos distintos de jatos são estudados:

- 1) Jato tridimensional axissimétrico descarregado em ambiente em repouso;
- 2) Jato plano descarregado em ambiente em repouso (bidimensional e simétrico);
- 3) Jato plano descarregado em ambiente com velocidade perpendicular à direção da descarga (bidimensional, não simétrico).

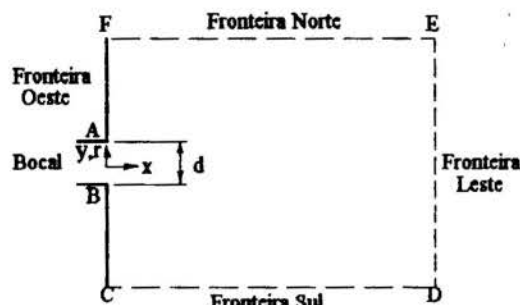


Fig. 1 - Esquema do problema

### EQUAÇÕES GOVERNANTES

O problema de mecânica dos fluidos (no presente trabalho puramente hidrodinâmico) é descrito pelas equações da conservação da massa e da conservação da quantidade de movimento. No modelo

matemático utilizado para descrever o fenômeno físico do presente problema foram assumidas as hipóteses de fluido newtoniano; escoamento laminar, bidimensional e incompressível; propriedades físicas constantes e regime permanente.

### CONDIÇÕES DE CONTORNO

A correta aplicação das condições de contorno constitui elemento decisivo para obtenção de bons resultados na solução de problemas nos quais não se tem perfeitamente definidas as fronteiras do domínio. Tanto o tipo de condição de contorno como a posição em que ela deve ser aplicada influem significativamente na qualidade da solução numérica.

Referindo-se a fig. 1, temos na descarga do jato (segmento AB) velocidade prescrita  $u = u_0$  (Re). Ao longo da parede (segmentos AF e BC) temos condição de não deslizamento e impermeabilidade,  $u = v = 0$ . Suficientemente distante da descarga (segmento CDEF) optou-se por especificar condições de escoamento localmente parabólico, ou seja

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \text{ em DE e } \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \text{ em CD e EF} \quad (1)$$

por entendermos que este é o tipo de condição que melhor pode representar o que ocorre neste tipo de problema, uma vez que na realidade não dispomos de condições de contorno nas fronteiras livres.

Na verdade as condições dadas por (1) só poderiam ser aplicadas no infinito mas, no entanto, a limitação do domínio é necessária para a obtenção de uma solução numérica. O procedimento adotado então é o de estender o domínio até uma posição suficientemente afastada da descarga do jato de maneira que a qualidade e a precisão da solução sejam satisfatórias.

A natureza do problema do jato, que apresenta o característico fenômeno de incorporação de massa ao jato, ou "entrainment", não permite aplicar condições de Dirichlet para a velocidade na região aberta do domínio (segmento CDEF). A aplicação de condições de contorno de 2ª espécie em 3 das 4 fronteiras do domínio faz com que a convergência da solução seja mais lenta, uma vez que são condições fracas. Em outras palavras, o método numérico deve ser robusto.

No caso do jato descarregado em ambiente com velocidade transversal, as condições de contorno para a fronteira sul (CD) são  $u = 0$  e  $v = v_0$  (Re), constante. Nas demais faces as condições de contorno são as mesmas descritas acima.

Para o estabelecimento das dimensões do domínio de cálculo foram feitos diversos testes nos quais os perfis de velocidades nas duas direções foram analisados para a verificação da validade da aplicação das condições de contorno localmente parabólicas. Para os casos dos jatos simétricos (plano e axissimétrico) o domínio foi fixado com comprimento e semi-altura respectivamente iguais a 300 e 150 vezes o tamanho do bocal de descarga do jato. Foi testado um caso com domínio 600 x 300 vezes o tamanho do bocal que apresentou diferenças desprezíveis em

relação ao domínio 300 x 150. Maiores detalhes a respeito do tamanho do domínio para todos os casos estudados serão vistos logo mais.

### MÉTODO NUMÉRICO

Foi utilizado o método dos volumes finitos em coordenadas generalizadas. Este novo sistema coordenado, coincidente com a fronteira do domínio, é dado pela transformação

$$\xi = \xi(x, y) \quad \eta = \eta(x, y) \quad (2)$$

Como está se usando malhas estruturadas, é mais conveniente transformar a equação diferencial e integrá-la no domínio  $(\xi, \eta)$ , do que integrá-la no domínio  $(x, y)$  irregular. A equação transformada, para uma variável  $\phi$  genérica, tem a forma

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial \xi} (J \alpha \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - J \beta \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (J \gamma \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - J \beta \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \xi}) + \hat{S} \quad (3)$$

onde  $J$  é o Jacobiano e  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  são métricas da transformação. Neste sistema, as linhas coordenadas coincidem com as fronteiras do domínio de cálculo. As variáveis dependentes, representadas por  $\phi$ , são mantidas no novo sistema de coordenadas. Desta forma, continuamos tendo as equações de conservação da massa, de conservação da quantidade de movimento na direção  $x$  e de conservação da quantidade de movimento na direção  $y$  escritas no novo sistema de coordenadas. A grande vantagem é que podemos resolver problemas em geometrias as mais diversas com o mesmo código computacional. Além disso, uma outra grande vantagem é que, devido às linhas coordenadas coincidirem com as fronteiras do domínio, não são necessárias interpolações quando da aplicação das condições de contorno, o que diminui muito as imprecisões do método numérico. Com o uso de coordenadas generalizadas também torna-se mais simples a adequação da malha ao problema, de forma a melhorar a qualidade da solução, através de mudança de orientação, concentração ou afastamento de linhas.

A equação transformada (3) é então integrada no espaço (volume elementar  $\Delta \xi \times \Delta \eta$ ) e no tempo a fim de obter-se uma equação algébrica para o volume. Detalhes desta integração são apresentados por Maliska (1992). É utilizado o arranjo colocizado de variáveis, isto é, os volumes de controle para todas as variáveis dependentes ( $u, v, p$ ) coincidem. É adotada uma formulação implícita, isto é, todos os termos são avaliados no instante  $t + \Delta t$  e com derivadas para trás para avaliar a variação temporal. Após a integração há a necessidade de avaliar os valores de  $\phi$  e suas derivadas nas faces do volume elementar. Para tanto, faz-se uso de funções de interpolação. No caso, o esquema adotado é o WUDS - Weighted Upstream Differencing Scheme - (Raithby e Torrance, 1967).

Como se está utilizando um método segregado de solução para o sistema de equações diferenciais, em que cada equação é responsável pelo avanço de uma variável, é necessário empregar um método para o tratamento do acoplamento pressão-velocidade. Neste trabalho o método adotado foi o SIMPLEC (Van Doormal e Raithby, 1984) e o código computacional utilizado foi o SINFLOW, 1993. O conjunto das equações de cada volume elementar constitui um sistema linear de equações que foi resolvido aplicando o método TDMA, ligeiramente modificado, uma vez que a matriz dos coeficientes possui 9 diagonais.

Embora busque-se somente a solução do problema em regime permanente, os termos transientes foram mantidos no método numérico com a finalidade de se ter um melhor controle do avanço da solução. A adoção de um incremento de tempo que garantisse a convergência foi feita pela determinação do intervalo de tempo que o fluido do jato leva para percorrer o primeiro volume elementar após a sua descarga, conforme mostrado no esquema abaixo.

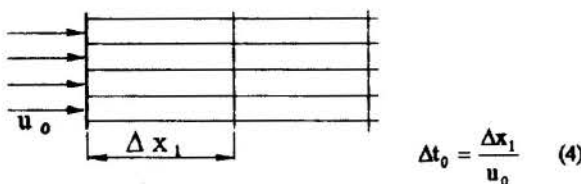


Fig. 2

Os valores de  $\Delta t$  que levaram a solução a convergir variam de  $0,5 \Delta t_0$  a  $10 \Delta t_0$ . Valores menores ou maiores, na maioria dos casos, levaram à divergência.

**Crítérios de Convergência.** Foram utilizados 2 critérios de convergência. Um deles, por tratar-se de um problema puramente hidrodinâmico, baseia-se na variação das velocidades cartesianas  $u$  e  $v$ . O segundo critério baseia-se no balanço global de massa, isto porque o problema tem fronteiras com fluxo de massa e condição de contorno localmente parabólicas para a velocidade. O critério de erro para as velocidades é o seguinte:

$$e_v = \frac{\phi^{t+\Delta t} - \phi^t}{\phi_{\max}^{t+\Delta t} - \phi_{\min}^{t+\Delta t}} \quad (5)$$

Desta forma o erro está normalizado em função da variação de  $\phi$  evitando que regiões do escoamento que não sejam significativas retardem a convergência da solução. O valor de  $e_v$  adotado foi  $10^{-4}$ . Testes foram feitos com valores de  $e_v$  menores mas não houve mudança nos perfis de velocidades nem nas linhas de corrente. No segundo critério de convergência, o erro no balanço de massa é calculado como

$$e_m = \frac{m_{out} - m_{in}}{m_{jet}} \quad (6)$$

O numerador da expressão acima é o resíduo no balanço global de massa e o denominador é o fluxo mássico do jato que entra. O valor de  $e_m$  adotado foi de  $10^{-3}$ . O problema é considerado convergido quando os 2 critérios estão satisfeitos. Logicamente que em um problema real não tem sentido atender 2 critérios. Aqui isto foi feito para garantir a qualidade da solução.

### DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO

A obtenção de uma malha adequada ao problema é um fator decisivo para a qualidade da solução. Para o problema do jato, não só o tipo da malha e a disposição dos volumes é importante mas também o tamanho desta. Conforme já foi discutido no item referente às condições de contorno, a extensão do domínio de cálculo deve ser suficiente para permitir a aplicação da condição de escoamento localmente parabólico.

Para os casos de jato axissimétrico e plano com simetria a malha utilizada pode ser vista na fig. 3, com 100 x 100 volumes e uma concentração na região de descarga, bem como ao longo da linha de simetria, que é a região onde se encontram os maiores gradientes de pressão e velocidade. A malha tem comprimento e altura respectivamente de 300 e 150 vezes o tamanho do bocal de descarga e foi gerada algebricamente.

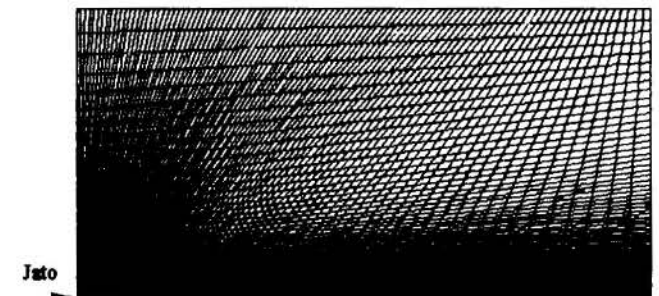


Fig. 3 - Malha para os problemas simétricos

Para os casos de jato plano não simétrico, isto é, descarregado em ambiente com escoamento perpendicular à direção da descarga, a malha utilizada pode ser vista na fig. 4, com 100 x 100 volumes e uma concentração na região de descarga, que não está no centro da fronteira oeste da malha, mas sim deslocada mais para o lado da fronteira sul. Isto deve-se ao fato de que o escoamento no ambiente é vertical, de baixo para cima, isto é, a condição de contorno na fronteira sul é de velocidade prescrita  $v = v_0$  ( $Re$ ), constante, e  $u = 0$ . Os efeitos do jato sobre o escoamento transversal do ambiente são muito menos sentidos a montante do bocal de descarga do que a jusante do mesmo, como será visto nas linhas de corrente, apresentadas nos resultados. A malha



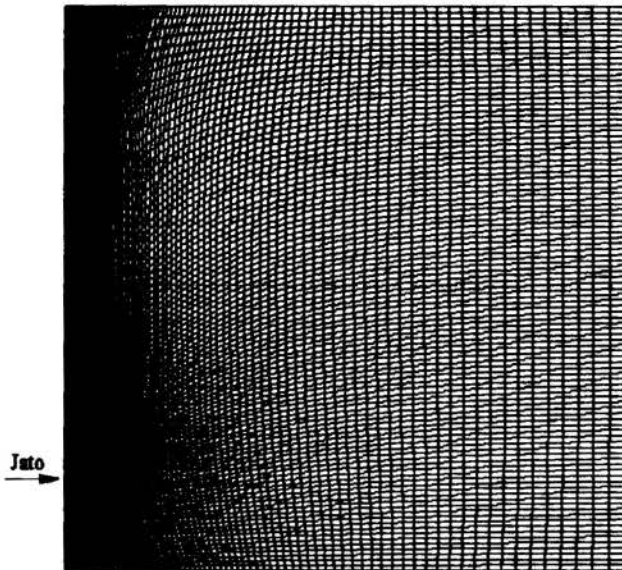


Fig. 4 - Malha para os problemas não-simétricos

menor tem comprimento e altura de 150 vezes o tamanho do bocal de descarga e foi utilizada nos casos em que a velocidade transversal é igual à velocidade da descarga do jato. A malha maior tem comprimento e altura de 300 vezes o tamanho do bocal de descarga e foi utilizada nos casos em que a velocidade da descarga é 10 vezes maior que a velocidade transversal. Ambas as malhas foram obtidas através de geração elíptica.

#### COMPARAÇÃO COM RESULTADOS DA LITERATURA

Nesta seção são confrontados alguns resultados obtidos neste trabalho com outros numéricos e experimentais disponíveis na literatura, possibilitando a comparação dos mesmos e visando dar credibilidade aos resultados apresentados na próxima seção.

Akaike e Nemoto (1988) realizaram experimentos para estudar o desenvolvimento de um jato de água laminar e axissimétrico descarregado em um ambiente contendo o mesmo fluido em repouso, para  $Re=158$  e  $Re=308$ , baseados no diâmetro do bocal injetor. Dihlmann (1992) estudou o mesmo problema de Akaike e Nemoto, simulando numericamente o escoamento do jato. Os resultados do presente trabalho são comparados com os destes dois estudos.

Na fig. 5 pode-se comparar os resultados numéricos e experimentais. O gráfico mostra o decaimento da velocidade axial adimensional, dada por (7), ao longo da linha de centro do jato.

$$U = \frac{u}{u_{max}} \quad (7)$$

A fig. 6 mostra o gráfico dos perfis da velocidade axial adimensional, dada por (8), ao longo da seção transversal do jato para algumas posições distantes  $x/d$  do bocal.

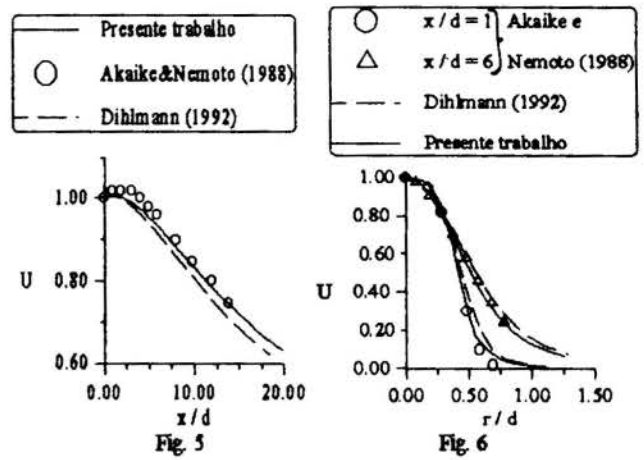
$$U = \frac{u}{u_{max}} \quad (8)$$

onde  $u_{max}$  é o valor máximo da velocidade axial naquela seção do jato, que é justamente a velocidade  $u$  na linha de centro.

#### RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados para os 3 tipos de jatos estudados. Os problemas do jato axissimétrico e plano simétrico foram calculados para os mesmos números de Reynolds ( $Re=158$  e  $308$ ), mesmas condições de contorno e mesma malha, para que os resultados possam ser comparados.

Um fenômeno característico do escoamento de jatos é o da incorporação de fluido do ambiente à massa do jato à medida que este se desenvolve. Este fenômeno é conhecido como "entrainment". Na fig. 8, que mostra as linhas de corrente do jato axissimétrico descarregado em ambiente calmo, é fácil de ver como a massa de fluido do ambiente vai



sendo arrastada por efeito viscoso para incorporar-se ao jato. A fim de comparar os jatos axissimétrico e plano simétrico com respeito a esse fenômeno, definiu-se a razão de "entrainment":

$$E = \frac{m_e}{m_j} \quad (9)$$

onde  $m_e$  é o fluxo mássico que entra no domínio pelas fronteiras norte e leste, que é a massa incorporada ao jato, e  $m_j$  é o fluxo mássico do jato no bocal de descarga. A tabela 1 apresenta os valores da razão de entrainment para os casos de  $Re=158$  e  $308$ . Cabe ressaltar que a razão de "entrainment", tal como foi definida, varia em função do tamanho do domínio na direção axial do jato. Os valores dados na tabela acima referem-se ao tamanho da malha usada, no caso com dimensão de 300 vezes o tamanho do bocal de descarga, na direção axial.

O jato axissimétrico apresenta um "entrainment" muito maior que o plano já que pode se dizer que ele possui uma dimensão a mais para incorporar massa por troca de quantidade de movimento, por tratar-se na verdade de um caso particular de escoamento tridimensional. Devido a ceder maior quantidade de movimento à massa do ambiente, o jato axissimétrico tem um decaimento mais acentuado da velocidade axial quando comparado ao jato plano, como pode ser visto na fig. 7.

Tabela 1 - Razão de "entrainment"

Re	Axissimétrico	Plano
158	34.4	2.72
308	20.0	2.08

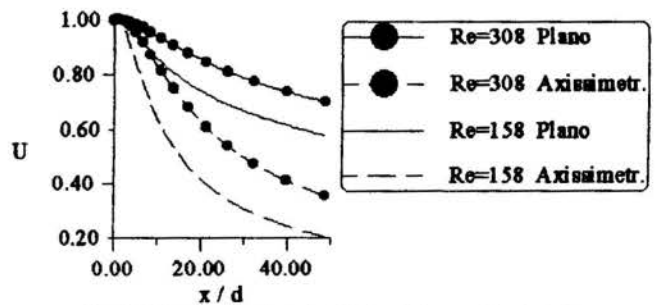


Fig. 7 - Decaimento da velocidade axial no centro do jato

**Jato Axissimétrico.** Alguns resultados para o jato axissimétrico já foram apresentados na seção anterior, quando foram comparados com resultados da literatura. A fig. 8 mostra as linhas de corrente para  $Re=308$ , onde pode-se notar o significativo arraste de massa que vai se incorporar ao jato, o "entrainment".

**Jato Plano Simétrico.** Foram tomados os mesmos números de Reynolds do jato axissimétrico. Para efeito de comparação, na fig. 7 está o gráfico da velocidade axial ao longo da linha de simetria para os jatos axissimétricos e plano, para  $Re=158$  e  $308$ . Pode-se notar que a velocidade axial do jato axissimétrico decai mais rapidamente que a do jato plano, devido ao maior "entrainment" apresentado pelo primeiro, no qual ocorre uma maior difusão de quantidade de movimento da



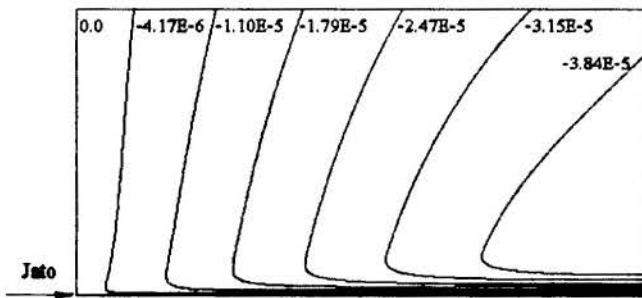


Fig. 8 - Linhas de corrente para jato axissimétrico (Re=308)

massa que entra para a massa de fluido do ambiente, que vai sendo acelerada e incorporada ao jato.

**Jato Plano Não Simétrico.** Neste caso o jato é descarregado num ambiente com o fluido em movimento com velocidade perpendicular a direção de descarga. Foram estudados 4 casos, mostrados na tabela 2, na qual  $u_0$  é a velocidade prescrita na descarga do jato, assumida constante e função do número de Reynolds baseado na dimensão do bocal de descarga (d)

$$Re = \frac{u_0 d}{\nu} \quad (10)$$

e  $v_0$  é a velocidade do fluido no ambiente (na direção y), prescrita na face sul do domínio. As linhas de corrente para o caso 1 estão mostradas na fig. 9. Podemos ver que a recirculação formada na saída do jato foi bem captada pela solução numérica.

A tabela 2 mostra a distância máxima aproximada atingida pelo jato ao ser então desviado para o sentido da velocidade do meio ( $x_{max} / d$ ).

Tabela 2 - Jatos não simétricos

Caso	Re	$v_0$	$x_{max} / d$
1	50	$0.1 u_0$	43.0
2	500	$0.1 u_0$	58.0
3	50	$u_0$	3.0
4	500	$u_0$	5.8

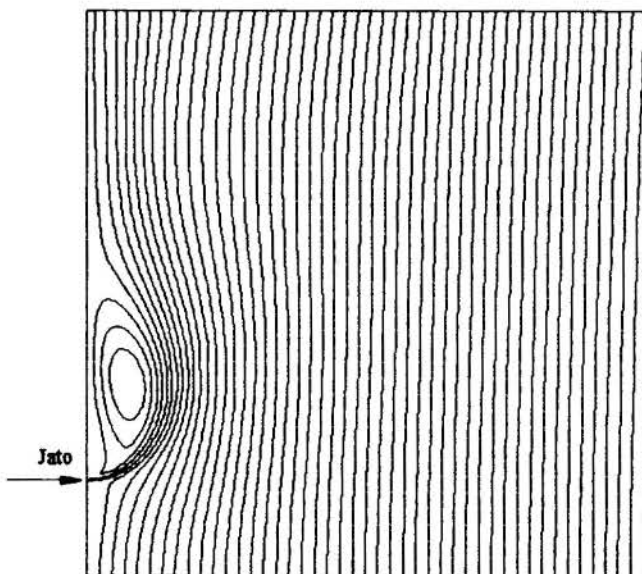


Fig. 9 - Linhas de corrente para jato não simétrico - caso 1

## CONCLUSÃO

Alguns aspectos do escoamento hidrodinâmico de jatos bidimensionais foram previstos por simulação numérica empregando o método dos volumes finitos, utilizando malhas moderadamente refinadas

(10.000 volumes elementares). A comparação com outros resultados numéricos e experimentais revelaram uma boa aproximação. A extensão suficiente do domínio de cálculo, para permitir a aplicação de condições de contorno localmente parabólicas para as velocidades cartesianas, foi extensivamente testada, para a definição das dimensões apropriadas das malhas. Diversos casos de jatos planos e axissimétricos foram estudados e comparados sempre que possível. Um melhor refinamento das malhas deve melhorar a precisão dos resultados, o que não foi feito no presente trabalho por requerer um tempo de computação ainda mais elevado.

## REFERÊNCIAS

- # Akaike, S. e Nemoto, M., "Potential Core of a Submerged Laminar Jet", *Transactions of the ASME*, vol. 110, p.392, December 1988.
- # Coelho, S.L.V., "On the Modelling of Turbulent Jets in Cross Flows", *Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, p. 93, Rio de Janeiro, Brasil, 1989.
- # Cruz, G.M.M., "Solução Numérica de um Escoamento Turbulento com o Modelo k-ε / Aplicação: Escoamento Atrás de Grelhas e Jato de Ar Turbulento Axi-Simétrico", *Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, p. 473, São Paulo, Brasil, 1991.
- # Dihmann, A., "Simulação Numérica da Descarga Térmica de Chaminés em Ambiente Uniforme e Estratificado", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 1992.
- # Dihmann, A., Maliska, C.R. e Silva, A.F.C., "Solução Numérica do Problema da Descarga de Jatos Poluentes em um Meio Estratificado", *Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, p. 101, Rio de Janeiro, Brasil, 1989.
- # Laschewski, H., Holl, A., Grosse-Gorgemann, A., Mitra, N.K. e Page, R.H., "Comparison of Heat Transfer on a Flat Plate by Impinging Axial and Radial Jets", *Anais do IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, p.131, Rio de Janeiro, Brasil, 1992.
- # Maliska, C.R., "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional - Coordenadas Generalizadas", Monografia para o Concurso de Professor Titular na Área de Ciências Térmicas, EMC-UFSC, Florianópolis, Brasil, 1992.
- # Quinn, W.R. e Miltzer, J., "Experimental and Numerical Study of a Turbulent Free Square Jet", *Anais do I Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, p. 239, Rio de Janeiro, Brasil, 1986.
- # Raithby, G.D. e Torrance, K.E., "Upstream-weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", *Computer and Fluids*, vol. 2, pp. 12-26, 1967.
- # SINFLOW - "Código Computacional para a Solução de Problemas de Mecânica dos Fluidos em Geometrias Bidimensionais Arbitrárias", SINMEC - Laboratório de Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor Computacional, Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, Brasil, 1993.
- # Thompson, C.A. e Neto, F.S., "Wave Velocity Behaviour in the Center Line of a Plane Turbulent Jet", *Anais do IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, p. 201, Florianópolis, Brasil, 1987.
- # Van Doormal, J.P. e Raithby, G.D., "Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows", *Numerical Heat Transfer*, vol. 7, pp. 147-163, 1984.

## ABSTRACT

The numerical simulation of a laminar isothermal jet discharged in a moving and quiet ambient is realized using a finite-volume method. The numerical solution is discussed in some detail, like the appropriate size of the domain and the correct application of the boundary conditions, since it's an unbounded domain problem. Three types of jets are studied. For the case of an axissimetric jet the results are compared with experimental and numerical data available in the literature. Also are studied the cases of symmetric and non symmetric plane jets. The non symmetric jet is the one discharged in an ambient with a transversal flow with respect to the jet direction. Streamlines and velocity profiles are presented for the cases studied.

## UM MÉTODO NUMÉRICO PARA SOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS UTILIZANDO COMPONENTES CONTRAVARIANTES EM COORDENADAS NÃO ORTOGONAIS

Luis Fernando G. Pires  
 Instituto de Projetos Especiais - CTEx  
 23020-470 - Guaratiba, RJ

Angela O. Nieckele  
 Dept. Eng. Mecânica - PUC/RIO  
 22453-900 - Gávea, RJ

### RESUMO

*Desenvolveu-se uma metodologia de solução numérica de escoamentos em geometrias complexas, numa formulação incompressível, bi-dimensional, utilizando a técnica de volumes finitos em coordenadas não ortogonais. Os componentes contravariantes da velocidade foram utilizados como variáveis dependentes na equação de conservação de quantidade de movimento linear. Os resultados de diversos problemas teste foram comparados com valores numéricos e experimentais existentes apresentando boa concordância.*

### INTRODUÇÃO

Processos que envolvem escoamento de fluidos e transferência de calor em geometrias complexas são vistos numa grande variedade de aplicações práticas. Exemplos podem ser encontrados em aerodinâmica, turbo máquinas, trocadores de calor, projeto de reatores nucleares, etc.

Durante a década de 70, a formulação das equações de conservação em coordenadas generalizadas foi apresentada por Vinokar (1974) e Peyret e Vismant (1975), o que facilitou sua utilização em esquemas numéricos, estabelecendo a técnica de volumes finitos como muito promissora e a mais utilizada para a solução de problemas de escoamento de fluidos e transferência de calor em geometrias complexas.

Assim, através de uma transformação de coordenadas, o espaço real dado pelas coordenadas generalizadas  $(\xi, \eta)$  é mapeado num espaço computacional  $(i, j)$  nos quais os volumes de controle curvilíneos do espaço real se transformam em volumes retangulares. Nestes, as condições de contorno aplicadas e as aproximações inerentes a técnica de diferenças finitas podem ser imediatamente aplicadas. Já as variáveis geométricas, bem como as relações entre as coordenadas reais e transformadas são extraídas diretamente do mapeamento, independentemente da técnica usada para obtê-lo.

Uma das dificuldades na solução de escoamento em coordenadas generalizadas consiste na escolha da variável dependente nas equações de quantidade de movimento, assim como a localização dos componentes da velocidade na malha. Stry et al. em 1985, e posteriormente em 1992, utilizaram volumes de controle deslocados para a velocidade e componentes cartesianos da velocidade (um em cada face) como variáveis dependentes na equação. A obtenção dos fluxos de massa que cruzam as faces do volume de controle, é feita a partir da interpolação dos dois componentes nas faces, o que pode trazer problemas. Esta interpolação pode ser evitada se ambos os componentes forem calculados em cada face como feito por Maliska e Raithby (1984). Porém, neste caso o dobro de equações de conservação de quantidade de movimento necessita ser resolvido, o que aumenta sobremaneira o esforço computacional.

Recentemente o emprego dos componentes cartesianos vem recebendo maior ênfase associado a malha colocalizada. Nesta malha todas as variáveis são armazenadas nos pontos nodais nos centros dos volumes de controle, o que simplifica o cálculo dos parâmetros geométricos e dos coeficientes das equações, porém campos oscilatórios de pressão podem surgir, como descrito por Patankar, 1980. Para evitar este problema, são necessários esquemas especiais para a discretização do gradiente de pressão. Peric et al. (1988) compararam os dois tipos de malha e propuseram uma discretização do gradiente de pressão, ambos para geometrias cartesianas. Baseados nesta proposta, podemos citar os trabalhos de Demirdzic et al. (1993), de Marchi et al. (1990), e de Choi et al. (1993), os quais utilizam coordenadas que se adaptam ao contorno.

Como alternativa à utilização dos componentes cartesianos da velocidade, tem-se os componentes que seguem a curvatura da malha, isto é, os componentes covariante e contravariante. Aparentemente, o uso de coordenadas que se adaptam ao contorno é ideal. Porém, as equações de conservação de quantidade de movimento se apresentam extremamente complexas devido ao grande número de termos associados à curvatura. Apesar disto, Demirdzic et al. (1987), empregando análise tensorial para a obtenção das equações de conservação, utilizaram o componente contravariante como variável dependente.

Karki (1988) utiliza os componentes covariantes como variáveis dependentes. Para evitar a complexidade mencionada na equação de conservação de quantidade de movimento, Karki obtém estas equações através da manipulação da equação geral discretizada. Este procedimento simplifica consideravelmente o trabalho de derivação desta equação, além de permitir uma fácil interpretação física dos novos termos que aparecem.

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma metodologia de cálculo de escoamentos incompressíveis em geometrias complexas, dentro da técnica de volumes finitos, desenvolvida a partir do estado das diversas técnicas, procurando retirar o de melhor de cada uma delas.

### FORMULAÇÃO

Problemas de transferência de calor, mecânica dos fluidos e processos correlatos, envolvem a solução de equações de conservação, as quais, de uma maneira geral são expressas sob a forma de equações diferenciais. Estas equações de conservação, podem ser formuladas em função de uma variável genérica  $\phi$ , que pode ser especializada para um certo problema pela escolha correta da variável dependente,  $\phi$ , do termo fonte,  $S$  e do coeficiente de difusão,  $\Gamma$  associado a  $\phi$ , a qual está apresentada abaixo para o regime permanente:

$$\text{div } J = S \quad , \quad J = \rho u \phi - \Gamma \text{ grad } \phi \quad (1)$$

onde  $J$  é o fluxo total de  $\phi$ , formado por uma parcela convectiva e outra difusiva,  $u$  é o vetor velocidade e  $\rho$  é a massa específica.

O método de volumes finitos consiste em integrar a equação acima em um volume de controle típico (Fig. 1a), resultando em

$$J_e - J_w + J_n - J_s = S \Delta \xi \Delta \eta \quad (2)$$

onde  $J = J_p - J_s$ .  $J_p$  é chamado de fluxo principal, possui uma parcela convectiva e outra difusiva,  $J_s$  (só existe se a malha for não ortogonal) é chamado de fluxo secundário, sendo somente difusivo. Para a face leste:

$$J_e = J_{p,e} - J_{s,e} \quad \text{onde} \quad (3)$$

$$J_{p,e} = (\rho \phi h_\eta U_\xi)_e \Delta \eta - \alpha_{\xi,e} \left( \frac{\Gamma}{h_\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_e \Delta \eta \quad e$$

$$J_{s,e} = -\beta_{\xi,e} \left( \frac{\Gamma}{h_\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)_e \Delta \eta$$

onde  $\alpha_\xi = h_\eta^2 h_\xi / J_a$ ,  $\beta_\xi = \alpha_\xi (e_\xi \cdot e_\eta)$ ,  $h_\eta$  e  $h_\xi$  são as métricas e  $J_a$  o Jacobiano da transformação. Na equação acima  $U_\xi$  é o componente contravariante da velocidade, armazenado na face  $e$  (Fig. 1a). No presente trabalho, o fluxo principal foi aproximado utilizando o esquema "power-law" (Patankar, 1980).

$$J_e = F_e \phi_P + a_E (\phi_E - \phi_P) \quad , \quad a_E = D_e A(P_e) + \max(-F_e, 0) \quad (4)$$

$$F_e = (\rho U_\xi h_\eta \Delta \eta)_e \quad , \quad D_e = (\Gamma \alpha_\xi / h_\xi \Delta \eta)_e \quad , \quad P_e = F_e / D_e$$

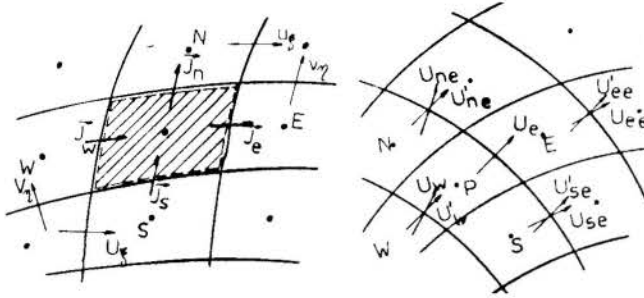


Figura 1. a) Coordenadas b) Arranjo das velocidades  $U_{\xi}$

Esquemas de ordem superior podem ser utilizados para minimizar a falsa difusão quando necessário. O fluxo secundário é tratado explicitamente e aproximações lineares podem ser utilizadas para avaliar este termo.

Para a solução das equações de conservação de quantidade de movimento, utilizou-se os componentes contravariante  $U_{\xi}$  e  $V_{\eta}$  como variáveis  $\phi$  na equação geral de discretização. Para evitar trabalhar com expressões complicadas, provenientes da análise tensorial, o método adotado neste trabalho consistia em utilizar uma manipulação algébrica das equações discretizadas para os componentes cartesianos, utilizando um sistema de coordenadas auxiliar fixo localmente.

Inicialmente equações de discretização são escritas para os componentes cartesianos,  $u$  e  $v$ , nas faces do volume de controle, tratando a pressão separadamente ( $u_o = (1/a_o) [\sum a_{nb} u_{nb} - (\partial p/\partial \xi \partial y/\partial \eta - \partial p/\partial \eta \partial y/\partial \xi) \Delta \xi \Delta \eta]$ ). A seguir os componentes cartesianos são substituídos nas expressões para os componentes contravariantes. O componente contravariante normal a uma linha  $\eta$  constante é:

$$U_{\xi o} = (1/h_{\eta o}) [u_o (\partial y/\partial \eta)_o - v_o (\partial x/\partial \eta)_o] \quad (5)$$

A equação resultante possui termos do tipo

$$(1/h_{\eta o}) [u_{oo} (\partial y/\partial \eta)_o - v_{oo} (\partial x/\partial \eta)_o] \quad (6)$$

os quais representam uma velocidade paralela a normal  $a_{\xi o}$  na face  $oo$  e conseqüentemente paralela a  $U_{\xi o}$ , denominados de  $U_{\xi oo}$  (ver Fig. 1b). A equação para  $U_{\xi o}$  toma então a seguinte forma

$$a_o U_{\xi o} = a_{oo} U_{\xi oo} + a_w U_{\xi w} + a_{nc} U_{\xi nc} + a_{sc} U_{\xi sc} + B_{\xi o} - \Delta V \alpha_{\xi o} / (h_{\xi o} h_{\eta o}) (\partial p/\partial \xi)_o + \Delta V \beta_{\xi o} / (h_{\eta o}^2) (\partial p/\partial \eta)_o \quad (7)$$

onde

$$B_{\xi o} = a_{oo} (U'_{\xi oo} - U_{\xi oo}) + a_w (U'_{\xi w} - U_{\xi w}) + a_{nc} (U'_{\xi nc} - U_{\xi nc}) + a_{sc} (U'_{\xi sc} - U_{\xi sc}) + b'_{\xi o} \quad (8)$$

$$b'_{\xi o} = b_w/h_{\eta o} (\partial y/\partial \eta)_o - b_v/h_{\eta o} (\partial x/\partial \eta)_o \quad (9)$$

$b_w$  e  $b_v$  são os termos de fonte dos componentes cartesianos das equações de conservação de quantidade de movimento. Os termos como  $a_w (U'_{\xi oo} - U_{\xi oo})$  representam o efeito de curvatura da malha e são equivalentes aos termos fonte obtidos pela análise tensorial. Estes termos são calculados explicitamente no termo fonte, sendo  $U'_{\xi oo}$  obtido em função dos componentes cartesianos, eq. (6). Os componentes cartesianos por sua vez são calculados em função dos componentes contravariantes, pelas seguintes expressões:

$$u = (V_{\eta} \partial x/\partial \eta + U_{\xi} \partial x/\partial \xi) J_a \quad v = (V_{\eta} \partial y/\partial \eta + U_{\xi} \partial y/\partial \xi) J_a \quad (10)$$

O acoplamento velocidade pressão é resolvido através do algoritmo SIMPLEX de van Doornaal e Raithby, 1984. Este algoritmo consiste em utilizar um campo estimado de pressão  $p^*$  nas equações de conservação de quantidade de movimento e obter um campo estimado de  $U^*$ . Manipulando as equações de momento a correção para  $U^*$  é obtida em função de correções para  $p^*$ , ao desprezar a diferença entre correções de termos vizinhos,  $U_{\xi o} = U_{\xi o}^* + d_o (p^*_p - p^*_E)/h_{\eta o} - d'_o (p^*_S + p^*_{SE} - p^*_N - p^*_{NE})/h_{\eta o}$ , onde  $d_o = h^2_{\eta o} \Delta \eta_o / (a_o - \sum a_{nb})$ ,  $d'_o = J_a \Delta \xi_o \beta_{\xi o} / (4h_{\eta o} (a_o - \sum a_{nb}))$ . A velocidade corrigida é então substituída na equação de conservação de massa, resultando na seguinte equação para a correção de pressão  $p'$ :

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_w p'_w + a_n p'_n + a_s p'_s + a_{NE} p'_{NE} + a_{NW} p'_{NW} + a_{SE} p'_{SE} + a_{SW} p'_{SW} + B \quad (11)$$

onde

$$a_p = \rho_o d_o + \rho_w d_w + \rho_s d_s + \rho_n d_n \quad a_E = \rho_o d_o - \rho_n d'_n + \rho_s d'_s$$

$$a_{NE} = -\rho_n d'_n - \rho_o d'_o \quad a_{SE} = \rho_o d'_o + \rho_s d'_s \quad a_{SW} = -\rho_w d'_w + \rho_s d'_s$$

$$a_w = \rho_w d_w - \rho_s d'_s + \rho_n d'_n \quad a_{NW} = \rho_w d'_w + \rho_n d'_n$$

$$a_n = \rho_n d_n - \rho_o d'_o + \rho_w d'_w \quad a_s = \rho_s d_s - \rho_w d'_w + \rho_o d'_o$$

$$B = (\rho h_{\eta} U_{\xi}^*)'_w - (\rho h_{\eta} U_{\xi}^*)'_o + (\rho h_{\xi} V_{\eta}^*)'_s - (\rho h_{\xi} V_{\eta}^*)'_n$$

Todos os termos devido a não ortogonalidade da malha foram tratados explicitamente, para evitar coeficientes negativos no sistema algébrico resultante, o que poderia causar instabilidade numérica. Nota-se que o termo B da equação acima representa o resíduo de massa devido ao campo aproximado ( $U^*$  e  $V^*$ ).

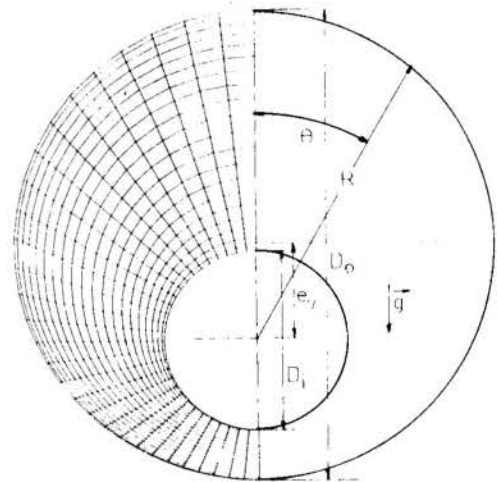


Figura 2. Convecção Natural em Dutos Excêntricos. Geometria e Malha

### PROBLEMAS TESTE

A seguir são apresentados alguns exemplos, para os quais soluções numéricas ou experimentais encontram-se disponíveis na literatura, permitindo comparações de modo a estabelecer a validade do esquema proposto e demonstrar a sua aplicação a uma variada gama de situações.

**Convecção Natural Laminar em Cilindros Concêntricos e Excêntricos.** O problema é caracterizado pelo escoamento laminar devido ao empuxo, existente entre dois cilindros que apresentam uma excentricidade vertical  $e_v$ , sendo que o cilindro interno, de diâmetro  $D_i$ , está a uma temperatura  $T_i$  e o cilindro externo, de diâmetro  $D_o$ , está a uma temperatura inferior  $T_o$ , como descrito na Fig. (2). A excentricidade vertical provoca uma simetria que permite o estudo somente de uma metade do domínio físico. Utilizou-se uma malha  $(\xi, \eta)$  de 32x22 pontos nodais, como apresentada na Fig. (2). A malha foi obtida por método algébrico que permite a concentração de volumes de controle próximo as paredes.

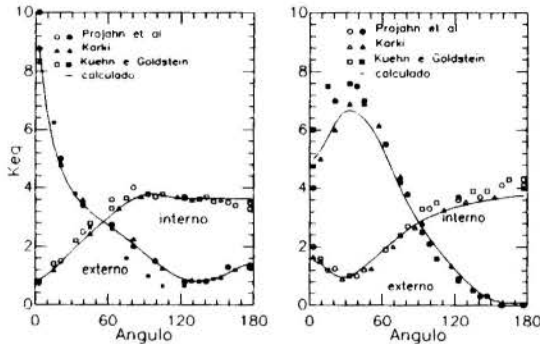
Este problema pode ser resolvido com a solução das equações de continuidade, Navier-Stokes e energia, sendo que o efeito da temperatura na massa específica é determinado pela aproximação de Boussinesq. Os parâmetros que governam o problema são: excentricidade  $e_v/L$ , onde  $L =$



$(D_o - D_i)/2$ , razão de diâmetros  $RR = D_o / D_i$ , número de Prandtl  $Pr = \nu/\alpha$  e de Rayleigh  $Ra = g \beta (T_o - T_i) L^3/\nu\alpha$ .

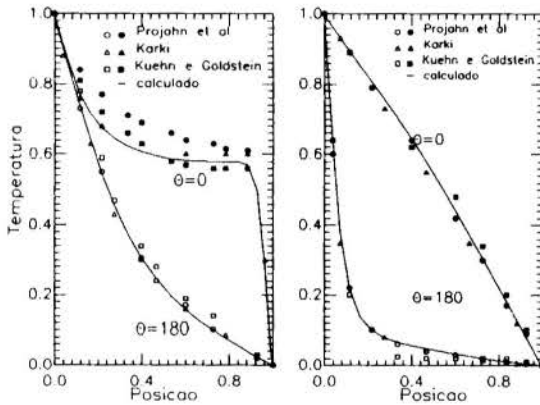
Kuehn e Goldstein, 1978, mediram experimentalmente os efeitos da excentricidade no processo de transferência de calor global e local. Projahn et al., 1981, apresentaram um estudo teórico usando uma formulação baseada na função corrente e na vorticidade em coordenadas adaptadas ao contorno. Seus resultados concordam bem com os valores experimentais apresentados por Kuehn. Resultados semelhantes foram obtidos por Karki, 1988, que utilizou uma metodologia baseada nos componentes covariantes da velocidade em coordenadas generalizadas.

Foram selecionados 2 casos para apresentação baseados no trabalho de Kuehn, com  $RR=2,6$  e  $Pr=0,7$ . O Caso 1 corresponde a  $Ra = 4,8 \times 10^4$  e  $e_{\nu}/L = 0,652$  e o Caso 2 a  $Ra = 4,9 \times 10^4$  e  $e_{\nu}/L = -0,623$ .



a) Caso 1 b) Caso 2

Figura 3. Conduktividade Térmica Equivalente.



a) Caso 1 b) Caso 2

Figura 4. Temperatura para  $\theta = 0$  e  $\theta = 180$ .

Visando uma comparação com os trabalhos mencionados, serão apresentadas as distribuições de temperaturas e condutividade térmica equivalente, definida para o cilindro interno e externo, como a razão do Nusselt baseado no diâmetro do cilindro em questão, e o Nusselt para o caso concêntrico quando somente a condução está presente, isto é,  $keq = h D \ln(D_o/D_i) / (2 k)$ , onde  $h = q / (T_o - T_i)$ .

A Fig. 3 apresenta a variação da condutividade térmica equivalente ao longo dos cilindros interno e externo para os dois casos. Pode-se observar uma boa concordância entre os valores obtidos e os calculados numericamente por Projahn e por Karki. Em relação aos valores experimentais também há uma boa concordância. Verifica-se que, onde ocorre uma maior divergência entre os valores obtidos e os experimentais, os demais métodos numéricos também apresentam esta característica.

A Fig. 4 apresenta, para os dois casos, o perfil de temperatura entre os dois cilindros ao longo da diagonal superior  $\theta = 0^\circ$  e diagonal inferior  $\theta = 180^\circ$ . Novamente observa-se boa concordância entre os resultados. Vale notar que cada método numérico apresenta para cada caso, alternadamente, regiões mais próximas dos resultados experimentais. Assim, nenhum método apresenta um desempenho superior aos demais.

**Escoamento Induzido numa Cavidade Trapezoidal.** O escoamento laminar numa cavidade trapezoidal é um problema que não permite uma solução apurada através da utilização de coordenadas cartesianas.

Este problema é semelhante ao escoamento induzido numa cavidade quadrada, o qual é fartamente documentado na literatura, porém esta configuração é mais adequada para testar geometrias complexas. A comparação dos resultados é feita com os trabalhos de Darr e Vanka, 1980 e de Kelkar e Choudhury, 1992. O estudo deste problema torna-se relevante uma vez que a análise de Kelkar e Choudhury, 1992, emprega uma metodologia semelhante a desenvolvida no presente trabalho.

O problema consiste no escoamento induzido dentro de uma cavidade trapezoidal, de base inferior  $2h$ , base superior  $h$ , e altura  $h$ , pelo deslocamento de suas bases numa velocidade constante  $U$  na direção positiva da coordenada  $x$  (Fig. 5). O escoamento é governado pelas equações de conservação de massa e quantidade de movimento, sendo função do número de Reynolds  $Re = U h/\nu$ , o qual foi fixado em 400. O domínio foi dividido em volumes de controle com uma maior concentração de pontos próximo as paredes (Fig. 5). Esta malha foi obtida através de métodos algébricos, utilizando  $66 \times 66$  e  $128 \times 128$  pontos nodais.

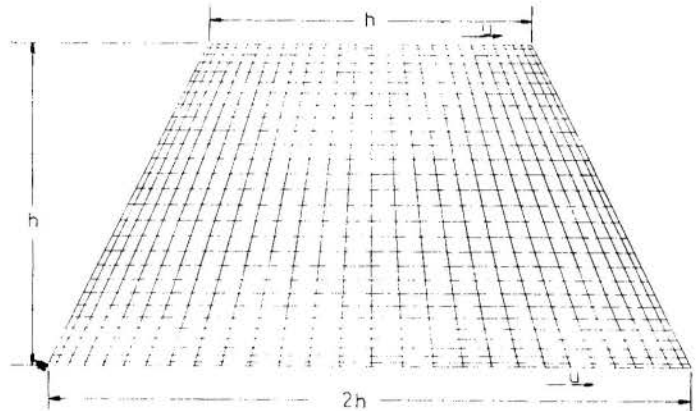
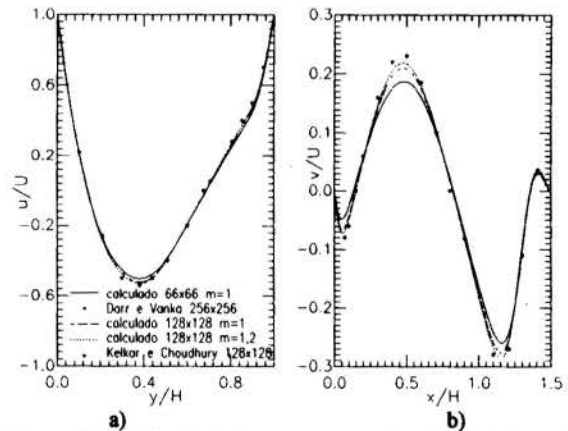


Figura 5. Cavidade Trapezoidal. Domínio e Malha.



a) b)

Figura 6. a) Velocidade  $U$  ao Longo da Linha Vertical Central b) Velocidade  $V$  ao Longo da Linha Horizontal Central

A Fig. 6a e 6b apresentam o componente cartesiano  $u$  da velocidade na linha média vertical e o componente cartesiano  $v$  na linha média horizontal, respectivamente. Para este problema, a variação do componente  $v$  é muito mais sensível que do componente  $u$ . Observa-se na Fig. 6a, que para a malha uniforme de  $66 \times 66$  pontos nodais, tem-se um resultado praticamente coincidente com o resultado de Darr e Vanka, 1980, para uma malha de  $256 \times 256$ . Já para o componente  $v$  existe um desvio significativo, como ilustrado na Fig. 6b. Porém, os resultados de Kelkar e Choudhury, 1992, apresentam excelente concordância, pois de acordo com os autores, foi utilizada uma malha de  $128 \times 128$  pontos, com maior concentração dos pontos da malha próximo as paredes. Para verificar este efeito, foi utilizado um processo algébrico de controle da malha baseado na seguinte equação:  $P_1 P_i = P_1 P_N ((i-1)/(N-1))^m$ ,  $1 < i < N$ , onde  $P_1$  e  $P_N$  são os pontos iniciais e finais de uma determinada linha e  $P_i$  um ponto intermediário. O expoente "m" provê a maneira de se controlar o espaçamento entre os pontos. Para as malhas de  $128 \times 128$  apresentadas na Fig. 6b foram utilizados os valores de  $m$  igual a 1 e 1,2. Como observado, há uma melhora significativa dos resultados, praticamente coincidindo com o resultado de Darr e Vanka, 1980, para a malha de  $256 \times 256$ .



**Escoramento Laminar em um Canal.** O escoamento laminar totalmente desenvolvido num canal de altura  $h$  (Fig. 7), com comprimento  $L = 10h$ , utilizando uma malha distorcida, é um bom teste para verificação das características de convergência do método, como proposto por Choi et al., 1993. Devido a simetria, resolve-se o problema em meio canal, com perfil parabólico na entrada e difusão nula na saída. Neste caso, o parâmetro dominante é o número de Reynolds,  $Re = h\bar{U}/\nu$ , onde  $\bar{U}$  é a velocidade média. Especificou-se  $Re = 100$  para todos os casos, malhas de  $21 \times 21$  volumes de controle, com ângulos de inclinação  $\theta$  de  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ , e  $90^\circ$ , geradas por relações algébricas (Fig. 7).

O critério de convergência consiste em avaliar o resíduo de massa máximo, em função do número de iterações, Fig. 8. O presente método é comparado com dois métodos de cálculo desenvolvidos por Choi et al., 1993, um empregando os componentes covariantes e outro os componentes contravariantes. O seu esquema básico emprega os componentes cartesianos numa malha colocalizada, sendo os componentes covariantes e contravariantes nas faces dos volumes de controle calculados explicitamente, utilizando uma interpolação das equações de conservação de quantidade de movimento escritas para os componentes cartesianos.



Figura 7. Escoramento em um Canal. Domínio e Malha.

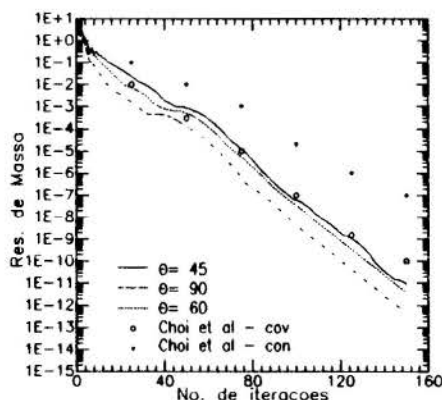


Figura 8. Resíduo de Massa Versus Número de Iterações

O resultado de Choi et al., 1993, para o modelo contravariante é bem inferior ao modelo empregando os componentes covariantes, pois o primeiro apresenta convergência pior e oscilatória, as quais se tornam mais acentuadas com o aumento da deformação da malha. Este fato é atribuído, por estes autores, à necessidade de se agregar ao termo fonte, na formulação contravariante, os termos de pressão devidos à não ortogonalidade da malha na equação de correção de pressão, para evitar uma formulação de nove pontos. Porém, o emprego dos componentes covariantes, para a derivação da equação de correção de pressão, também gera uma formulação de nove pontos, sendo necessário um tratamento semelhante para se obter uma formulação de cinco pontos. Isto faz com que as equações de correção de pressão geradas pelas duas formulações sejam equivalentes. Este fato é confirmado pelos presentes resultados, os quais possuem uma boa concordância com os resultados de Choi et al. para a formulação covariante. A pior taxa de convergência obtida por Choi et al. para os componentes contravariantes talvez possa estar relacionada com o uso de malha colocalizada.

## CONCLUSÕES

Foi desenvolvido um método numérico para solução de escoamentos sujeitos a transferência de calor e massa em coordenadas generaliza-

das, utilizando o método de volumes finitos. Os componentes contravariantes foram selecionados como variáveis dependentes nas equações de conservação de quantidade de movimento e utilizou-se malha deslocada. O método adotado consistiu em utilizar uma manipulação algébrica das equações discretizadas para os componentes cartesianos, utilizando um sistema de coordenadas auxiliar fixo localmente. Diferentes problemas teste foram apresentados, validando o método e mostrando que o mesmo é robusto e eficiente.

## REFERÊNCIAS

- Choi, S.K., Nam, H.Y., Cho, M., "Use of the Interpolation Method for Numerical Solution of Incompressible Flows in Complex Geometries: Choosing Cell Face Velocities", *Numerical Heat Transfer, Part B*, vol 23, pp. 21-41, 1993.
- Demirdzic, I., Gosman, A.D., Issa, R.I., "A Calculation Procedure for Turbulent Flow in Complex Geometries", *Computers & Fluids*, vol. 15, n. 3, pp. 251-273, 1987.
- Demirdzic, I., Lilek, Z., Peric, M., "A Collocated Finite Volume Method for Predicting Flows at All Speeds", *Int. J. Num. Methods in Fluids*, vol. 16, pp. 1029-1050, 1993.
- Karki, K. C., and Patankar, S. V., "Solution of Some Two-Dimensional Incompressible Flow Problems Using a Curvilinear Coordinate System Based Calculation Procedure", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 309-323, 1988.
- Kelkar, K.M., e Choudhury, D., "A Numerical Method for the Computation of Flow and Scalar Transport Using Nonorthogonal Boundary-Fitted Coordinates", *Modern Developments in Numerical Simulation of Flow and Heat Transfer*, HTD-vol. 194, ASME, 1992.
- Kuehn, T.H. e Goldstein, R.J., "An Experimental Study of Natural Convection Heat Transfer in Concentric and Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli", *J. of Fluid Mechanics*, vol. 100, pp.635-640, 1978.
- Maliaka, C.R. e Raithby, G.D., "A Method for Computing Three-Dimensional Flows Using Non-Orthogonal Boundary-Fitted Coordinates", *Int. J. Num. Meth. in Fluids*, vol. 4, pp 519-537, 1984.
- Marchi, C.H., Maliaka, C.R. e Silva, A.F.C., "A Boundary Fitted Numerical Method for the Solution of Three Dimensional All Speed Flows using Co-Located Variables", *Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, vol. 1, pp. 351-356, Itapema, 1990.
- Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, 1980.
- Peric, M., Keasler, R., e Schuessler, G., "Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Colocated Grids", *Computers & Fluids*, vol. 16, n. 4, pp. 389-403, 1988.
- Peyret, R. e Viandant, H., "Computation of Viscous Compressible Flow Based on Navier-Stokes Equation", *AGRAD 212*, North Atlant Treaty Organization, 1975.
- Projan, U., Rieger, H. e Beer, H., "A Numerical Analysis of Laminar Natural Convection Between Concentric and Eccentric Cylinders", *Numerical Heat Transfer*, vol. 4, pp. 131-146, 1981.
- Shyy, W., Tong, S.S. e Correa, S.M., "Numerical Recirculating Flow Calculation Using a Body-Fitted Coordinate System", *Num. Heat Transfer*, vol. 8, pp. 99-113, 1985.
- Shyy, W., Chen, M.H., Sin, C.S., "Pressure-Based Multigrid Algorithm for Flow at All Speeds", *AIJA Journal*, vol. 30, n. 11, 1992.
- Vinokur, M., "Conservation Equations of Gas-Dynamics in Curvilinear Coordinate Systems", *Journal of Computational Physics*, vol 14, pp. 105-125, 1974.

## SUMMARY

A Finite Volume scheme with non-orthogonal coordinates was developed for two-dimensional, incompressible flow field in complex geometries. The contravariant velocity component was kept as the dependent variable in the momentum equations. These equations were obtained with the aid of a locally fixed auxiliary coordinate system. Test problems were solved and compared with numerical and experimental results showing good agreement.

## HIDRODINÂMICA EM TUBOS COM OBSTRUÇÕES CURVILÍNEAS

Luis Fernando G. Pires  
 Instituto de Projetos Especiais - CTEX  
 Av. das Américas, 28705, Guaratiba - R.J  
 CEP: 23020

Angela O. Nieckele  
 Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro  
 Departamento de Engenharia Mecânica  
 CEP: 22453-900

### RESUMO

*Para obter maiores informações sobre escoamentos em tubulações com restrições curvilíneas, foi realizada uma análise numérica do problema visando obter os campos de velocidade e pressão e dimensões da região de descolamento. Para este trabalho utilizou-se uma metodologia de solução de escoamentos em geometrias complexas, numa formulação incompressível e bi-dimensional. As equações de conservação foram discretizadas com o emprego da técnica de volumes finitos em coordenadas não ortogonais. Os resultados obtidos foram comparados com valores numéricos e experimentais existentes apresentando boa concordância.*

### INTRODUÇÃO

A análise de escoamentos em tubulações com restrições é de grande importância para áreas bem diversas, como a biomédica e a petrolífera. Nesta última, a existência de restrições, causadas principalmente por cordões de solda em tubos de pequeno diâmetro, provoca uma maior corrosão localizada logo após a restrição (Fisher, 1981). Já na área médica, a oclusão de artérias causada por placas escleróticas torna-se um dos maiores problemas do sistema circulatório. Neste caso, além de influir no próprio processo de crescimento da placa, os fatores hidrodinâmicos que surgem por causa da restrição, como a maior resistência ao fluxo sanguíneo e a variação da tensão de cisalhamento junto a parede arterial, estão associados a sérias disfunções do sistema circulatório (Wesolowski et al., 1965).

Para obter maiores informações sobre este processo, Young e Tsai (1973) realizaram um estudo experimental com o objetivo de determinar o ponto de separação e de recolamento do escoamento em função do tipo de restrição e do número de Reynolds. Também foi investigada a perda de pressão e a transição do escoamento de laminar para turbulento. A faixa do número de Reynolds investigada foi de 100 à 3000. Deshpande e Giddens (1980) realizaram experimentos para esta geometria com o número de Reynolds igual a 15000, apresentando o perfil de velocidade para diversas seções do tubo. Um estudo numérico com o objetivo básico de investigar o fenômeno em tubos soldados foi realizado por Rastogi (1984). Este empregou um método baseado em coordenadas ortogonais que se adaptam ao contorno, apresentando resultados para o caso turbulento, onde foi empregado o modelo *k-ε*. Karki e Patankar (1986) apresentam uma solução numérica com o emprego de coordenadas não ortogonais, sendo os componentes covariantes utilizados como variáveis dependentes. Este trabalho fornece somente alguns pontos referentes a dimensão da região de recirculação para o caso laminar. Desta forma pretende-se com este trabalho complementar a análise do problema, fornecendo dados numéricos não apresentados nos trabalhos citados.

O estudo teórico realizado utiliza a solução numérica das equações diferenciais de conservação de massa e quantidade de movimento em coordenadas generalizadas em situações axi-simétricas. Os componentes contravariantes da velocidade são utilizados como variáveis dependentes da equação de conservação de quantidade de movimento

### GEOMETRIA DO PROBLEMA E MALHA EMPREGADA

A figura 1 determina as principais dimensões da geometria estudada. Nesta, a restrição é definida por um coseno da seguinte forma:

$$\frac{R}{R_o} = 1 - \frac{\delta}{2R_o} \left( 1 + \cos \frac{\pi x}{X_o} \right) \quad (1)$$

para  $-X_o \leq x \leq X_o$ , onde:  
 $X_o$  é a metade do comprimento da restrição;  
 $\delta$  é a altura da restrição;  
 $R_o$  raio da tubulação.

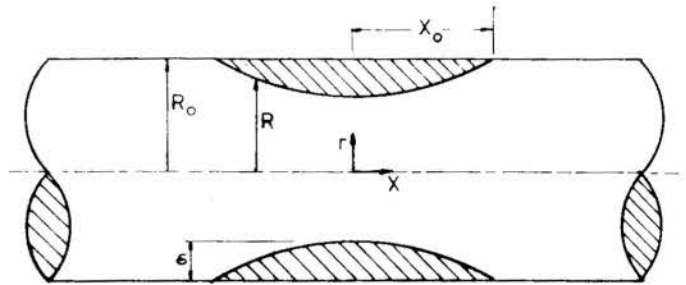


Figura 1. Geometria do problema.

Foram analisadas quatro tipos de restrições como definidas na tabela abaixo.

Tabela 1. Parâmetros geométricos

Modelo	R <sub>o</sub> (mm)	δ/R <sub>o</sub>	X <sub>o</sub> /R <sub>o</sub>
M1	9,5	1/3	4
M2	9,5	2/3	4
M3	9,5	2/3	2
M4	25,4	1/2	2

Desta forma o modelo M1 representa uma restrição suave e o modelo M3 representa uma restrição acentuada (89% de redução da área) num pequeno comprimento.



Figura 2. Malha utilizada.

Nesta também são apresentados os resultados experimentais obtidos por Young e Tsai (1973). Para a comparação dos resultados, a distância entre os pontos de medida de pressão foi mantida igual a  $32R_0$ . Pode-se observar que o comprimento da restrição altera muito pouco a perda de carga (casos M2 e M3). Por outro lado, a variação na área de restrição (casos M1 e M2) produz diferenças na perda de pressão de mais de dez vezes. O caso M4, com restrição intermediária, apresenta também queda de pressão intermediária

A figura 4 ilustra a distribuição de pressão na parede ao longo da restrição, para  $Re=200$ . Observa-se que a pressão cai bruscamente na região de máxima restrição, sendo recuperada parcialmente após esta seção. Pode-se observar claramente que a queda de pressão é maior com o aumento da restrição.

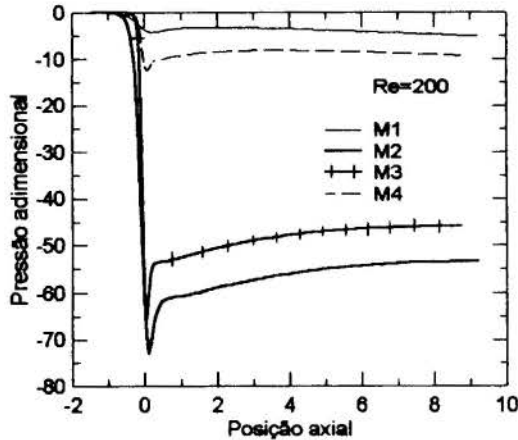


Figura 4. Variação da pressão adimensional na parede em função da posição, para caso M1, M2, M3 e M4 e  $Re=200$ .

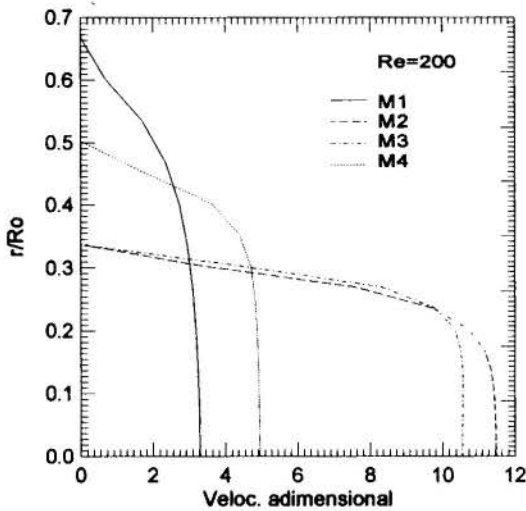


Figura 5. Variação da velocidade adimensional em função da posição radial para  $Re=200$  ( $x/X_0 = 0$ ).

A figura 5 ilustra o perfil de velocidades para o plano  $x/X_0 = 0$  para os casos M1, M2, M3 e M4 para o caso laminar ( $Re = 200$ ). Pode-se observar para o caso M1 uma ligeira alteração do perfil parabólico. Porém, com o aumento da restrição verifica-se que o perfil de velocidade tende a ficar mais uniforme, com a velocidade máxima cada vez mais próxima da parede.

As figuras 6 e 7 apresentam os resultados para o caso turbulento ( $Re = 15000$ ) para a geometria M4. A variação da pressão adimensional na parede ilustrada na figura 6 apresenta um comportamento bem semelhante ao caso laminar. Observa-se uma boa concordância com o resultado numérico de Rastogi (1984),

porém a recuperação de pressão prevista numericamente é muito maior que a medida experimentalmente por Deshpande e Giddens (1980). A falha na predição deste fenômeno está associada ao modelo  $k-\epsilon$ , que de maneira geral não apresenta um bom desempenho na presença de grandes acelerações e de recirculações.

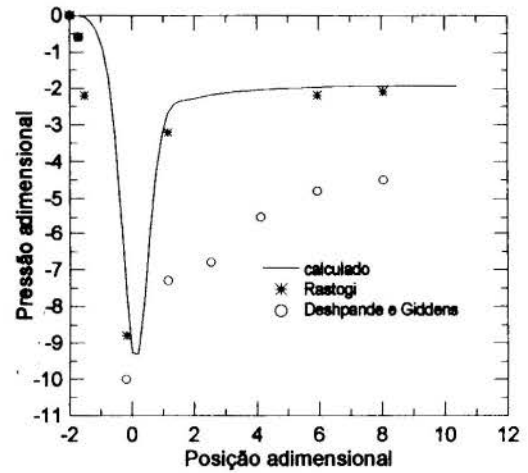


Figura 6. Variação da pressão adimensional na parede em função da posição, para caso M4 e  $Re=15000$ .

A figura 7 apresenta os resultados do perfil de velocidade para os planos  $x/X_0 = 0$ ,  $x/X_0 = 2$  e  $x/X_0 = 11$ . Observa-se novamente uma boa concordância com os resultados numéricos de Rastogi (1984). Porém, para o plano  $x/X_0 = 2$ , logo após a restrição, observa-se claramente, pelas velocidades negativas, uma região de recirculação muito maior do que o previsto numericamente.

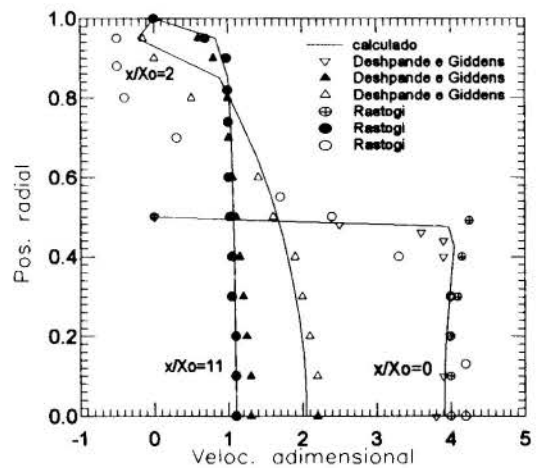


Figura 7. Variação da velocidade adimensional em função da posição radial  $r/R_0$ .

Afastado desta região, o modelo volta a apresentar bons resultados, como verificado para o plano  $x/X_0 = 11$ .

Os presentes resultados corroboram as informações obtidas por Rastogi (1984) de que o modelo  $k-\epsilon$  utilizado é incapaz de prever precisamente o comprimento da região de descolamento. Para a obtenção destes resultados, um modelo de turbulência capaz de prever a anisotropia do escoamento, deve ser usado

Para a faixa laminar, o comprimento da recirculação foi bem capturado, como pode ser observado nas figuras 8a e 8b, correspondentes aos modelos M2 e M3. Nestas figuras o comprimento da região de recirculação está como função do número de Reynolds. A distância horizontal entre dois pontos da



O domínio computacional foi dividido em 40x12 pontos nodais com uma maior concentração de pontos na região do estrangulamento e um espaçamento maior na região de saída. A figura 2 apresenta parte da malha utilizada na região da restrição. Para a geração desta malha foi empregada uma técnica algébrica com controle do espaçamento das linhas.

### EQUAÇÕES E MÉTODO DE SOLUÇÃO

As equações que caracterizam o problema são:

#### continuidade

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0 \quad (2)$$

#### quantidade de movimento

$$\nabla \cdot (\rho \bar{u} \bar{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left( \mu_{\text{eff}} \left( \nabla \bar{u} + [\nabla \bar{u}]^T \right) \right) + S_{\bar{u}} \quad (3)$$

onde  $\mu_{\text{eff}}$  é chamada de viscosidade efetiva. Para regime laminar  $\mu_{\text{eff}} = \mu$  e para regime turbulento  $\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t$  onde  $\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon$ .  $C_\mu$  é uma constante empírica.

#### conservação da energia cinética turbulenta

$$\nabla \cdot (\rho \bar{u} k) = \nabla \cdot (\mu_t / Pr_k \nabla k) + G - \rho \varepsilon \quad (4)$$

sendo G o termo de produção de energia cinética definido por:

$$G = \mu_t \left( \nabla \bar{u} + (\nabla \bar{u})^T \right) : \nabla \bar{u} \quad (5)$$

#### conservação da dissipação da energia cinética turbulenta

$$\nabla \cdot (\rho \bar{u} \varepsilon) = \nabla \cdot (\mu_t / Pr_\varepsilon \nabla \varepsilon) + C_1 \varepsilon / k G - C_2 \rho \varepsilon^2 / k \quad (6)$$

sendo  $Pr_\varepsilon$ ,  $Pr_k$ ,  $C_1$  e  $C_2$  constantes empíricas do modelo. Os valores recomendados por Launder e Spalding (1974) são:

$$C_\mu = 0,09 \quad C_1 = 1,44 \quad C_2 = 1,92 \quad Pr_\varepsilon = 1,3 \quad Pr_k = 1,0$$

A metodologia desenvolvida primeiramente transforma a equação de conservação para uma variável genérica  $\phi$ , para um sistema de coordenadas não ortogonais bi-dimensional ( $\xi, \eta$ ), assumindo a simetria angular. Esta equação é posteriormente discretizada utilizando a técnica de volumes finitos, sendo o valor de  $\phi$  nos pontos nodais obtido por interpolação, de acordo com o esquema "Power law" (Patankar, 1980). A expressão final pode ser escrita como:

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_S \phi_S + a_N \phi_N + b \quad (7)$$

onde  $a_E$ ,  $a_W$ ,  $a_S$ , etc. representam a relação entre os coeficientes de difusão e convecção e b inclui todos os termos calculados explicitamente, inclusive os termos fonte e termos devido a não ortogonalidade da malha.

A equação de conservação de quantidade de movimento requer um tratamento diferenciado devido a presença do gradiente de pressão no termo fonte, além de outros fatores. Para a presente formulação, optou-se por utilizar uma malha deslocada para a velocidade e componentes contravariantes como variáveis dependentes destas equações. De modo a evitar o emprego da análise tensorial e a manipulação dos diversos termos existentes nesta equação provenientes da curvatura e da não ortogonalidade da malha, foi empregada a abordagem do sistema de coordenada fixo localmente. Os detalhes deste desenvolvimento podem ser encontrados em Pires (1994). O acoplamento pressão-velocidade

foi realizado pelo algoritmo SIMPLEC (VanDoormal e Raithby, 1984). Para a solução do sistema algébrico resultante, foi utilizado o algoritmo TDMA linha a linha.

### CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para os cálculos utilizou-se um pequeno comprimento reto no início do domínio e, após a restrição, um comprimento reto maior para que a condição de contorno de saída de difusão desprezível pudesse ser empregada. Na entrada, para o caso laminar, utilizou-se um perfil desenvolvido parabólico. Para as paredes empregou-se o critério de não deslizamento e na linha central foi considerada a simetria do problema.

Para o caso turbulento, o perfil de velocidades na entrada foi medido por Deshpande e Giddens (1980), e pode ser representado pela lei da potência de 1/n, sendo o expoente "n" que caracteriza o perfil igual a 6,4. Os valores da energia cinética turbulenta e de sua dissipação na entrada foram calculadas segundo as expressões abaixo (Habib e Whitelaw, 1982):

$$k = 0,003 u_{\text{max}}^2 \quad e \quad \varepsilon = C_\mu k^{3/2} / 0,03 R_o \quad (8)$$

O modelo de turbulência k-ε só é válido no núcleo turbulento, onde  $\mu_t \gg \mu$ . Nas regiões próximas aos contornos sólidos, onde  $\mu_t \ll \mu$  foi utilizada a lei da parede descrita por Patankar e Spalding, (1970). Assim, a velocidade paralela e imediatamente próxima à parede é calculada admitindo o perfil universal de velocidade. O valor da dissipação não é calculado nos pontos próximos a parede, mas obtidos pela hipótese de condição de equilíbrio entre a geração e a dissipação da energia cinética turbulenta (Pires, 1994).

### RESULTADOS

Apesar do escoamento se apresentar instável após a restrição e posteriormente turbulento para baixos números de Reynolds segundo Young e Tsai (1973), o presente trabalho utilizou o modelo laminar para Re até 2000. (onde o escoamento ainda é laminar na entrada).

A perda de pressão  $\Delta p$  através de uma obstrução de comprimento L é função da geometria e do número de Reynolds,  $Re = 2\rho R_o \bar{u} / \mu$ , onde  $\bar{u}$  é a velocidade média. Os resultados obtidos para a perda de pressão adimensional em função do número de Reynolds estão apresentados na figura 3.

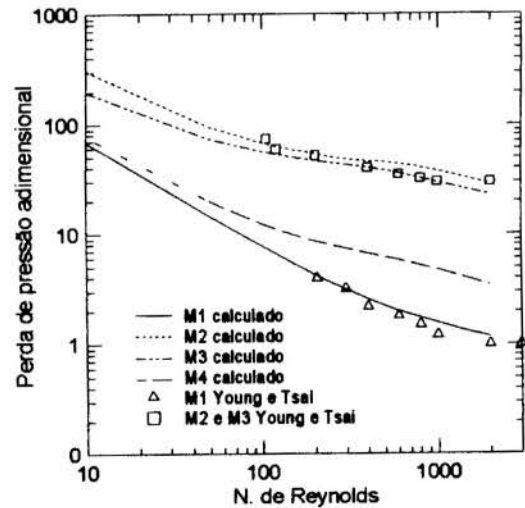


Figura 3. Variação da pressão adimensional em função do número de Reynolds



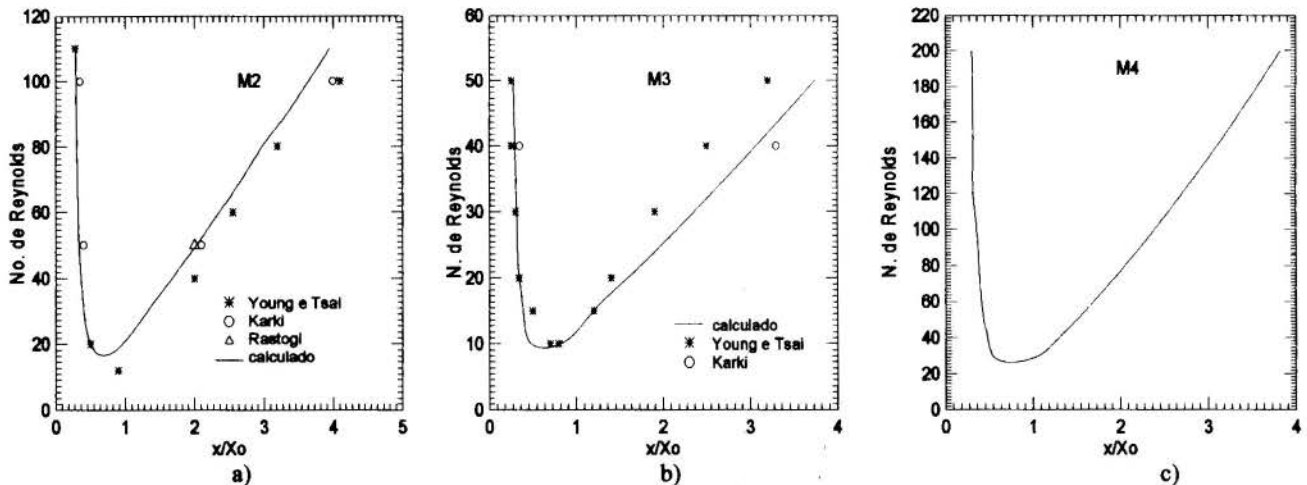


Figura 8. Dimensão da região de descolamento para geometria M2, M3 e M4.

curva fornece o comprimento da região de recirculação. Na figura 8a (caso M2) estão apresentados alguns pontos numéricos obtidos por Karki (1988) e Rastogi (1984) que apresentam boa concordância com os valores obtidos. Em relação aos dados experimentais, o comprimento da região de recirculação é ligeiramente subestimado.

Já para o modelo M3, apresentado na figura 8b, tem-se uma inversão da tendência observada para o modelo M2, isto é, o comprimento da região de recirculação foi superestimado. Assim, apesar da ligeira discrepância entre os resultados experimentais e os resultados numéricos, tem-se um bom resultado geral, o que fornece confiabilidade para os valores obtidos para o caso M4, para o qual não se tem dados experimentais.

## CONCLUSÕES

Como mencionado na Introdução, utilizou-se uma metodologia de cálculo empregando coordenadas não ortogonais que se adaptam ao contorno, em situação axi-simétrica. O estudo realizado cobriu uma larga faixa de escoamentos (número de Reynolds variando de 10 a 15000) de modo a complementar as informações de outros trabalhos. Sempre que disponíveis, dados experimentais ou numéricos foram utilizados para validar estas informações. De maneira geral, pode-se afirmar que, no tocante a perda de carga, a variação da seção obstruída é muito mais importante que o comprimento desta região. Além disto, mesmo para o caso de pequena restrição (caso M1), a perda de carga é muitas vezes superior à existente num tubo sem obstrução. Já para a determinação das características da região de recirculação, tanto o comprimento como a porcentagem da seção reta obstruída são importantes. Para este caso, observou-se uma boa concordância com os dados experimentais na faixa laminar. Na faixa turbulenta, o comprimento da região de recirculação apresentou discrepância, devido à não adequação do modelo  $k-\epsilon$  à região de recirculação, uma vez que fora desta região os resultados foram bons.

## REFERÊNCIAS

- Deshpande, M. D. and Giddens, D. P., "Turbulence Measurements in a Constricted Tube", *J. Fluid Mechanics*, Vol. 97, Part 1, 1980, pp. 65-89.
- Fisher, H. E., "Pipeline Operators Learning to Meet Offshore Challenges", *Pipeline Industry*, Abril 1981, pp. 69-72.
- Habib, M. A. and Whitelaw, J. H., "The Calculation of Turbulent Flow in Wide-Angle Diffusers", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 5, pp. 145-164, 1982.

- Karki, K. C., and Patankar, S. V., "Solution of Some Two-Dimensional Incompressible Flow Problems Using a Curvilinear Coordinate System Based Calculation Procedure", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 309-323, 1988.
- Launder, B. E. and Spalding, D. B., "Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, London, 1972.
- Launder, B. E. and Spalding, D. B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Comp. Methods in App. Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- Patankar, S. V. and Spalding, D. B., "Heat and Mass Transfer in Boundary Layers", Intertex Books, London, 1970.
- Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, 1980.
- Pires, L. F. G., "Um Método Numérico para Solução de Escoamentos Utilizando Componentes Contravariantes em Coordenadas Não Ortogonais", Dissertação de Doutorado, PUC-RJ, 1994.
- Rastogi, A. K., "Hydrodynamics in Tubes Perturbed by Curvilinear Obstructions", *J. Fluids Engineering*, Vol. 106, pp. 262-269, Sept. 1984.
- VanDoormaal, J. P. and Raithby, G. D., "Enhancements of the SIMPLE Method for Prediction Incompressible Fluid Flows", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp. 147-163, 1984.
- Young, D. F. and Tsai, F. Y., "Flow Characteristics in Models of Arterial Stenosis-I. Steady Flow", *J. Biomechanics*, Vol. 6, 1973, pp. 395-410.
- Wesolowski, S. A., Fries, C. C., Sabina, A. M. and Sawyer, P. N., "Biophysical Mechanisms in Vascular Homeostasis and Intravascular Thrombosis", pp. 145-157, Appleton-Century-Croft, New York, 1965.

## SUMMARY

A numerical study of the flow field in ducts with curvilinear obstruction was performed. A wide range of Reynolds was investigated. Velocity and pressure distribution were obtained by a finite volume method with non-orthogonal coordinate system. Comparison with available numerical and experimental results showed good agreement.

CONSERVATIVE AND NON CONSERVATIVE FORMULATIONS FOR THE  
 FINITE DIFFERENCE AND THE FINITE VOLUME METHODS

WASHINGTON BRAGA FILHO  
 Mechanical Engineering Department, PUC-Rio  
 CARLOS ALBERTO THOMPSON  
 Department of Mathematics, PUC-Rio  
 22453-900 Rio de Janeiro, RJ, Brazil

SUMMARY

This paper presents a preliminary investigation on the effects of non-orthogonal grids on the methods of finite-differences and the finite volumes, in their conservative and non-conservative formulations. Analysing some aspects of the conservative form for the gradient of a generalized property, a new formulation may be obtained. Numerical simulations performed with such methods indicate that the conservative property is not a desired feature for the cases studied. Furthermore, the results also indicate that the semi-conservative formulation, herein presented, seems to be the best overall.

INTRODUCTION

The numerical simulation of Navier-Stokes flows is already a mature technique to help the understanding of complex situations, reducing drastically the experimental costs usually associated to that kind of flows. Nonetheless, several key points related to the numerical methods used remain without a clear understanding, such as how to efficiently discretize the physical problem, i.e., the domain and the governing equations, and the treatment of the inertia terms. This paper deals with one aspect of the former issue, that is, the discretization of the governing equations, written in a general curvilinear system. Particularly, the present work addresses the conservative and the non-conservative forms of those equations, written using finite-difference and finite-volume methods. Although usually mixed up in the literature, it is shown here that they are in fact different concepts, resulting in four distinct numerical methods, unfortunately with different convergence rates and results. The paper is divided in three parts. In the first one, the conservative and non-conservative analysis is made, followed by the presentation of the finite-difference and the finite-volume forms for the gradient of a general dependent variable  $\Phi$ . Finally, a new finite-volume method, having hybrid characteristics, is presented and some preliminary numerical results are shown.

CONSERVATIVE PROPERTY

A simple statement concerning the conservative form of a governing equation is given by Anderson *et al* (1984) that say that "partial differential equations having this form have the property that the coefficients of the derivative terms are either constant or, if variable, their derivatives appear nowhere in the equation". As an example, the authors point to the 1-D energy equation for a situation in which the material has a variable thermal conductivity, resulting for the non conservative form:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

and for the conservative form:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (2)$$

Or for two or three dimensional equations,

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (3)$$

Integrating both sides of the above equation over the physical domain, one obtains

$$\rho c \int_D \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_D \nabla \cdot (k \nabla T) dV = \int_S k \nabla T \cdot \vec{n} dS \quad (4)$$

after using the Gauss divergence theorem. Equation (4) states that the time variation of internal energy must be equal to the heat flux across the boundary, with no contribution due to internal fluxes. The idea of the conservative property applied to a numerical formulation is to maintain this integral relation holding identically in the computational domain. A close look examination on the numerical aspects of the conservative property indicating how the internal fluxes cancel one another is made by Roache (1976) for a finite-difference system. However, it is questionable whether a statement made for the continuum should hold the same way on the computational domain, something that may be easily verified by the equally good results available in the literature, obtained either by a conservative scheme or by a non-conservative one. Although all formulations tend to give a good description of the flow field provided a suitably fine grid is used, the question is their behavior with finite grids. In any event, equation (1) or equation (2) should then be discretized by the finite difference or the finite volume methods.

NUMERICAL FORMULATIONS

As it is well known, the first step for the numerical solution of governing equations is the substitution of the partial derivatives appearing on the equations by a series of algebraic relations involving the dependent variable on neighbouring nodes. To obtain such relations, one may use several approaches. For the present discussion, two are relevant: finite-differences (using Taylor series expansions) and control volume (using the divergence theorem). In many situations, all approaches can lead to the same expressions. However, this is not always so, specially when they are to be used along non-orthogonal grids due to the presence of the metric coefficients. As it may be seen, these coefficients should be available on the grid points for finite-difference methods or on the interfaces

and on the center of the volume for finite-volume methods. The conceptual difference between them relates to the fact that the finite-difference methods tend to independently substitute each derivative appearing on the equations. However, the finite-volume methods use the conservation principle applied to the whole equation.

Consider the linear governing equation:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \nabla^2 \Phi \quad (5)$$

The non-conservative form of this equation written in generalized coordinates is given by

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = (\nabla^2 \xi^i) \frac{\partial \Phi}{\partial \xi^i} + g^{ij} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^i \partial \xi^j} \quad (6)$$

and the conservative form is

$$\frac{\partial(\sqrt{g}\Phi)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi^i} (\sqrt{g} g^{ij} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi^j}) \quad (7)$$

where  $\sqrt{g}$  denotes the Jacobian of the transformation and  $g^{ij}$  represent the contravariant metric coefficients. It should be noticed that is the product  $(\sqrt{g} \Phi)$  that is conserved instead of the variable  $\Phi$ .

To obtain the finite volume expressions, one may start with an equation similar to equation (4):

$$\int_D \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV = \int_S \nabla \Phi \cdot \vec{n} dS \quad (8)$$

From the literature, the conservative form of  $\nabla \Phi$  is given by

$$\nabla \Phi = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial \xi^i} (\sqrt{g} \vec{a}^i \Phi) \quad (9)$$

where  $\vec{a}_i$  indicate the covariant base vectors. However, noticing that

$$\frac{\partial}{\partial \xi^i} (\vec{a}^i \sqrt{g}) = 0 \quad (10)$$

the non-conservative form may be obtained as:

$$\nabla \Phi = \vec{a}^i \frac{\partial \Phi}{\partial \xi^i} \quad (11)$$

Following Thompson et al (1985), it should be observed in equation (9), that the quantity  $(\sqrt{g} \vec{a}^i)$  in equation (9) is the surface area and the term in parenthesis is the flux of  $\Phi$  through this area. Consequently, the difference between the two forms is the use of individual areas in the first case (conservative form) and the use of a common area in the second case. The literature is full of comments indicating the due to this point, the conservative form should be a far better numerical representation of the net flux through the volume element. However, the results shown indicate a different situation. The explanation certainly relates to how well the metric coefficients satisfy equation (10).

The gradient of the dependent variable  $\Phi$  may be written in terms of the covariant base vectors  $\vec{a}_i$ :

$$\vec{\nabla} \Phi = \vec{a}^1 \frac{\partial \Phi}{\partial \xi^1} + \vec{a}^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \xi^2} + \vec{a}^3 \frac{\partial \Phi}{\partial \xi^3} = G^1 \vec{a}_1 + G^2 \vec{a}_2 + G^3 \vec{a}_3$$

For the conservative formulation, it may be seen that:

$$G^i = \frac{1}{\sqrt{g}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi^k} (\sqrt{g} g^{ik} \Phi) - \Phi \frac{\partial}{\partial \xi^k} (\sqrt{g} g^{ik}) \right] \quad (12)$$

From straight forward manipulation of equation (12), one may obtain that for the non-conservative case,

$$G^i = g^{ik} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi^k} \quad (13)$$

However, another hybrid formulation may be obtained as

$$G^i = \frac{g^{ik}}{\sqrt{g}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi^k} (\sqrt{g} \Phi) - \Phi \frac{\partial}{\partial \xi^k} (\sqrt{g}) \right] \quad (14)$$

From these observations, it comes that equations (12), (13) and (14) are three possible implementations for the finite-volume formulation. Using equation (13) for simplicity, one may substitute these equations in equation (8), resulting on:

$$\int_D \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV = \int_S G^i \vec{a}_i \cdot \vec{a}^i \sqrt{g} d\xi^1 d\xi^2 = \int_S G^i \sqrt{g} d\xi^1 d\xi^2 \quad (15)$$

For a 2-D situation, the finite-volume algebraic expression is

$$(G^1 \sqrt{g} \Delta \eta \Delta \gamma)_e - (G^1 \sqrt{g} \Delta \eta \Delta \gamma)_w + (G^1 \sqrt{g} \Delta \gamma \Delta \xi)_n - (G^1 \sqrt{g} \Delta \gamma \Delta \xi)_s = 0 \quad (16)$$

where e,w,n and s represent respectively, the east, west, north and the south surface areas.

## RESULTS

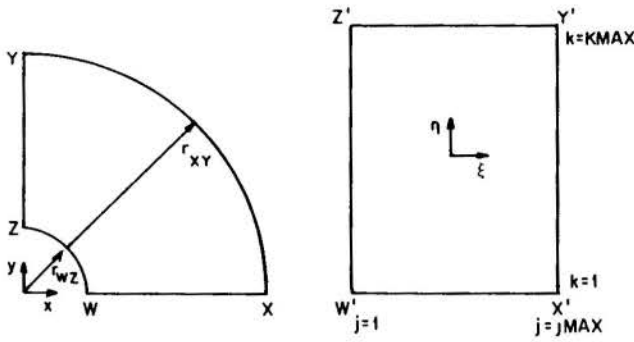
In order to evaluate the behavior of the five numerical methods herein presented, a simple problem was chosen from the literature (e.g. Fletcher, 1988) for error assessment. The geometry is presented in figure 1. A Laplace's equation is to be solved on this domain subject to the following Dirichlet boundary conditions:

$$\begin{aligned} \text{on } wx : \Phi &= 0; & \text{on } wz : \Phi &= \sin \Theta / r_w \\ \text{on } xy : \Phi &= \sin \Theta / r_{xy} & \text{on } yz : \Phi &= 0; \end{aligned}$$

The exact solution being  $\Phi = \sin \Theta / r$ . The following set of parameters was chosen:  $r_w = r_z = 0, 1, r_y = 1, 0$ . A continuous range of solutions can be obtained by allowing  $r_x$  to vary from 1,0 (orthogonal mesh) to 20,0. An algebraic grid generator was used, with a typical result being shown on figure 2 for  $r_x = 5, 0$ .

All five methods were implemented and their results are shown and discussed later in this section. As a measure of efficiency, it was chosen the root-mean-square (RMS) of the difference between numerical values and exact ones. Although different grids were used, results shown herein were obtained with 11 x 11 points, unless stated on the contrary.

The first point worthwhile mentioning is the bad results obtained with a formulation such as the control volume whenever the



1. Physical and Computational Domains

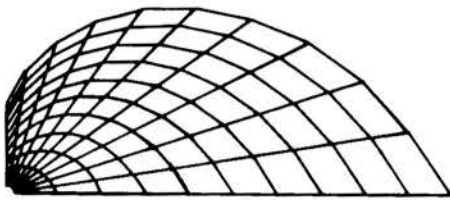


Fig. 2. Grid 11 x 11 points.  $R_x = 5.0$

metric coefficients of neighbouring nodes are averaged in order to obtain the metric coefficients at the interfaces. Thompson *et al* (1985), as a matter of fact, recommend strongly to average the coordinate values necessary for the metric coefficients. Figure 3 indicates the RMS error behavior for this approach as a function of  $r_x$  and the results were obtained for the non-conservative formulation, equation (13) with similar results being obtained for the hybrid formulation (equation 14). This situation happens whenever the metric coefficients  $g^{ik}$  appear explicitly on  $G^i$ . Consequently, from this point on, all results are shown considering the best situation possible.

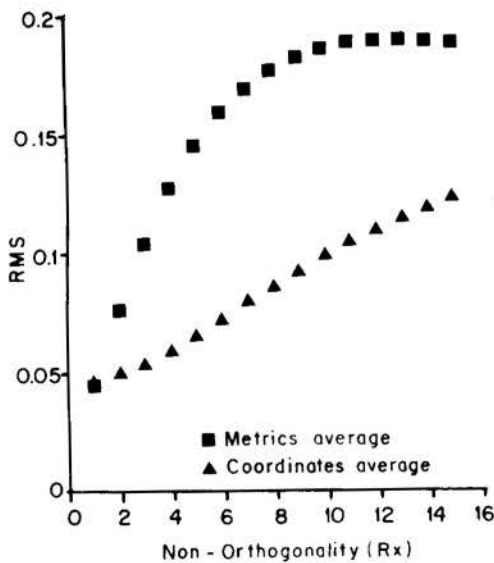


Fig. 3. RMS errors for Non-Conservative Finite-Volume Formulation

An important issue for the selection of the best numerical formulation is the RMS error behavior with finer grids. As shown on figure 4, the results for the conservative formulations are not good mainly compared to the results obtained for the non-conservative formulations. Although the RMS errors for all five methods do reduce to zero, the convergence rate is very poor for the conservative ones.

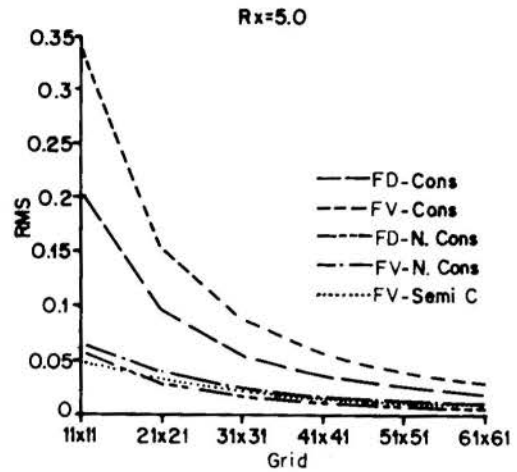


Fig. 4. RMS errors dependence on Grid Size

Finally, figure 5 shows the  $r_x$  influence of the RMS errors. The results for the conservative formulations are again not good. The results for the non-conservative formulations, either finite-difference or finite-volume, not surprisingly, are very similar, the last being a bit more suitable for larger grid deformations. The results for the hybrid formulation are most interesting, although displaying such odd behavior. It is not clear at this point why such oscillatory behavior for this approach but they are certainly related to the averaging of the metric coefficients previously mentioned. Further investigation is currently being undertaken for a more complex situation such as those defined by Navier-Stokes equations. Unfortunately, at this point they are not yet available.

## CONCLUSIONS

In this paper, five different approaches for the numerical solution of Laplace's equation are shown and their results compared for generalized curvilinear coordinate systems. The results for conservative methods, either finite-difference or finite-volume, are not good compared to the non-conservative methods. As expected, results from the finite-difference and finite-volume methods are not significantly different. Therefore, only non-conservative methods are recommended. A new hybrid formulation, introduced here, has displayed very interesting behavior, indicating best results overall. Further investigations using different geometries, different flows as well as an analysis of the influence of orthogonal grids, Thompson (1994), and the treatment of inertial terms, Braga (1990), on the non-conservative methods are still necessary in order to clarify some of the advantages seen.

## REFERENCES

- Anderson, D.A., Tannehill, J.C. & Pletcher, R.H., *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, McGraw Hill, 1984.
- Thompson, J.F., Warsi, Z.U.A. & Wayne Mastin, C., *Numerical Grid Generation*, North-Holland, 1985.
- Roache, P., *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Publishers, 1976.



Fletcher, C.A.J., Computational Techniques for Fluid Dynamics, Vol. II, Springer-Verlag, 1988.

Thompson, C.A., "A New Concept for Orthogonal Grid Generation using Elliptic systems in Generalized Coordinates", submitted to the Journal of Computational Physics, 1994.

Braga, W., "On The Use of Some Weighted Upwind Schemes for Strongly Convective Flows", Numerical Heat Transfer, Part B, vol. 18, pp. 43-60, 1990.

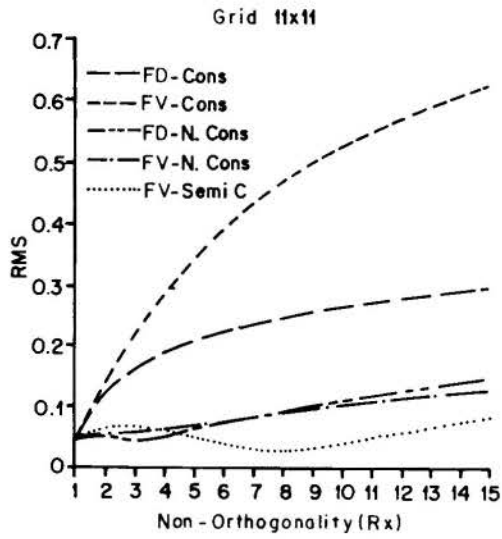


Fig. 5. RMS errors dependence on Non-Orthogonalities ( $R_x$ )

## A FINITE VOLUME METHOD USING VORONOI GRIDS FOR THE SOLUTION OF MISCIBLE DISPLACEMENT IN POROUS MEDIA

Maliska, C.R., Maliska Jr., C. R.  
SINMEC - Computational Fluid Dynamics Laboratory  
Mechanical Engineering Department - UFSC - P.O. Box 476  
88040-900 - Florianópolis - SC - Brazil

### SUMMARY

The present work describes a numerical methodology for the solution of miscible displacement in porous media using unstructured Voronoi discretization. The Voronoi diagrams are an attractive alternative for approximating flow problems due to its construction, which forces grid points to be aligned with the normal of the control volume surfaces. The control volume approach is used and an hybrid scheme is employed as the interpolation function for the solution of a tracer injection in a single-phase flow in a five-spot arrangement. The numerical results are compared with the ones obtained with boundary-fitted grids and experimentally.

### INTRODUCTION

The solution of miscible displacement in porous media is of great interest in petroleum engineering in the determination of the tracer flow in petroleum reservoirs. The injection of tracers is used to study the behaviour of the petroleum reservoirs, specially concerning with the preference of the flow in the porous rock. Usually small amounts of a tracer is injected in the water phase and the time for the tracer to reach the production wells is monitored. The previous analysis of the tracer concentration in the single-phase flow through the porous rock helps considerably the engineers to set up the experimental procedure.

Since small amounts are normally injected, the tracer pulse, in the numerical prediction, may be smeared by excessive numerical diffusion, predicting a shorter time for the breakthrough of the tracer. Therefore, one of the key questions is to have numerical algorithms which do not introduce excessive artificial diffusion.

The traditional methods in petroleum engineering, as reported by Aziz and Settari (1979), employ, in general, cartesian discretization. This coordinate system has the disadvantage of not conforming to the reservoir boundaries, which are always of irregular shape. To by-pass this difficulty recent efforts are being made towards the development of methodologies which uses boundary-fitted grids, as reported in Roson(1989), Sharpe and Anderson (1991) and Maliska *et alli* (1991, 1992, 1993).

Another route which is also receiving attention, for by-passing the limitations of the cartesian discretization, is the use of unstructured grids. The construction of unstructured grids can be performed in different ways. Baliga and Patankar (1983), Raw and Schneider (1986), among others, uses to construct the control volume by joining the centroid and the median of the triangle side by a straight line. Forsyth (1989), Fung *et alli* (1991,1993), Santos *et alli* (1991), have used this type of grid in petroleum reservoir simulation.

If the construction is done such that the line joining two grid points is normal to the control volume surface, the resulting control volume is called a Voronoi discretization. This type of discretization was used in several branches of physics and recently applied in petroleum reservoir engineering, as reported by Heinemann and Brand(1988), Heinemann *et et alli* (1989,1991), Palagi (1990,1992) and Marcondes (1993).

This paper presents a numerical methodology for the solution of miscible displacement in porous media using Voronoi discretization. The control volume concept is employed and an hybrid scheme is used to interpolate the concentration at the control volume interfaces. The Voronoi diagrams are generated using the algorithm developed in Maliska Jr.(1993). The results obtained are compared with the ones obtained using boundary-fitted grids and experimentally.

### THE PROBLEM UNDER ANALYSIS

Consider a petroleum reservoir with a given porosity and volume where, through the injection well, is maintained a steady single phase flow. To this flow a tracer is added, with a given concentration, and one is interested in predicting the concentration distribution of the tracer along the reservoir, specially closed to the production wells. The phase here considered may be flowing together with other phases but, for the purpose of this work, this is immaterial. At the time  $t$  equals zero one starts to inject the tracer with a fixed concentration. The tracer and the fluid of the phase are miscible and, therefore, forms a single phase homogenous mixture.

### GOVERNING EQUATIONS

The problem under analysis is the single phase flow in a porous media. Starting from the mass conservation given by

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = \bar{q} \quad (1)$$

where  $u$  and  $v$  are the cartesian velocity components,  $\rho$  the density and  $\phi$  the porosity of the medium, combined with the Darcy's equation

$$\vec{V} = -\frac{k}{\mu}\nabla P \quad (2)$$

one obtains the mass conservation equation written in terms of pressure as

$$\nabla \cdot (\nabla P) = \frac{1}{\alpha^*} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\mu}{k} \bar{q} \quad (3)$$

where  $\bar{q}$  is the mass flow rate per unit of volume and  $\alpha^*$  is given by

$$\alpha^* = \frac{k}{\mu\phi c_t} \quad (4)$$

where  $\mu$  is the viscosity,  $k$  the absolute permeability and  $c_t$  the compressibility coefficient.

In the present work all cases were run considering  $c_t$  equal to zero, but the term involving  $\alpha^*$  in Eq. (3) is retained only for advancing the solution to steady state. To obtain the equation which governs the transient concentration of the tracer one needs to perform the mass conservation of the tracer. The resulting equation is

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi C) + \nabla \cdot (J + \vec{V}C) = \bar{q}C_i \quad (5)$$

where  $J$  is given by

$$J = -\phi D \nabla C \quad (6)$$

and  $C_i$  is the concentration at the injection well and  $D$  is the diffusion coefficient, given by

$$D = \alpha |\vec{V}| \quad (7)$$

where  $\vec{V}$  is the magnitude of the velocity vector normal to the control volume surface and  $\alpha$  is the dispersion coefficient.

## DISCRETIZED EQUATIONS

Eq. (3) and (5) must be solved in an unstructured Voronoi grid as shown in Fig. 1. The control volume approach is used, whereby the conservation equations are integrated in the control volume  $P$  shown in Fig. 1. The most interesting feature of the Voronoi diagram for fluid flow problems, is the fact that the line joining the grid point  $P$  and the neighbouring grid point  $i$  is normal to the control volume surface and the intersection is exactly its mid point. This simplifies considerably all procedures which calculates fluxes along the normal.

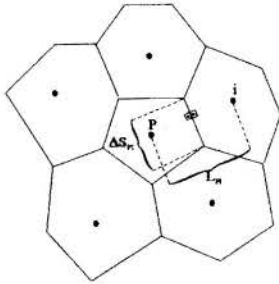


Figure 1: Elemental control volume and its neighbours

**PRESSURE EQUATION.** The integration of Eq. (3) over time and space reads

$$\int_{V,i} \nabla \cdot (\nabla P) dV dt = \frac{1}{\alpha^*} \int_{V,i} \frac{\partial P}{\partial t} dV dt - \int_{V,i} \frac{\mu}{k} \bar{q} dV dt \quad (8)$$

Using the divergence theorem one obtains

$$\int_{A,i} (\nabla P \cdot \vec{n}) dA dt = \frac{1}{\alpha^*} \int_{V,i} \frac{\partial P}{\partial t} dV dt - \int_{V,i} \frac{\mu}{k} \bar{q} dV dt \quad (9)$$

Integrating Eq. (9) the algebraic equation for the control volume  $P$  is determined as

$$\sum_{i=\text{interfaces}} \{(\nabla P \cdot \vec{n})_{Pi} \Delta S_{Pi}\} = \frac{1}{\alpha^*} (P_P^{n+1} - P_P^n) \frac{\Delta V}{\Delta t} - \frac{\mu}{k} \bar{q} \Delta V \quad (10)$$

where the summation is performed for all interfaces of the control volume  $P$ . The subindex  $Pi$  denotes all information needed at the interface and related to the connection of control volume  $P$  and its neighbour  $i$ . Using Eq. (2) it is easy to show that the velocity normal to the control volume surface, aligned with the grid points, is given by

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \vec{n}} \right|_{Pi} \Delta S_{Pi} = -V_{Pi} \frac{\mu}{k} \quad (11)$$

which is exactly the  $i$  term of the left hand side of Eq. (10). Discretizing Eq. (11) it reads

$$\left. \frac{(P_i - P_P)}{L_{Pi}} \Delta S_{Pi} = -V_{Pi} \frac{\mu}{k} \quad (12)$$

Using the Eq. (12) and Eq. (10) one obtains the discretized equation for the control volume  $P$  as

$$P_P^{n+1} \left( \frac{1}{\alpha^*} \frac{\Delta V}{\Delta t} + \sum_i \frac{\Delta S_{Pi}}{L_{Pi}} \right) = \sum_i P_i^{n+1} \frac{\Delta S_{Pi}}{L_{Pi}} + \frac{\Delta V P_P^n}{\alpha^* \Delta t} + \frac{\mu}{k} \bar{q} \Delta V \quad (13)$$

or

$$A_P P_P^{n+1} = \sum_i A_i P_i^{n+1} + B \quad (14)$$

where

$$A_P = \sum_i A_i + \frac{1}{\alpha^*} \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad ; \quad A_i = \frac{\Delta S_{Pi}}{L_{Pi}} \quad (15)$$

Eq. (14) is a linear system of equations which originates matrices which are not of fixed band. The solver for this linear system will be discussed later.

**EQUATION FOR THE CONCENTRATION OF THE TRACER.** To obtain the discretized equation for the concentration, Eq. (5) is integrated in time and over the control volume shown in Fig. 1. Again using the divergence theorem the integrated equation results

$$\begin{aligned} & [(\phi C)_P^{n+1} - (\phi C)_P^n] \frac{\Delta V}{\Delta t} + \sum_i \left( \frac{\phi D}{L} \right)_{Pi} (C_P - C_i) \Delta S_{Pi} \\ & = - \sum_i (V_{Pi} C_{Pi}) \Delta S_{Pi} + \bar{q} \Delta V C_P^{n+1} \end{aligned} \quad (16)$$

where  $C_{Pi}$  represents the concentration at the interface of control volumes  $P$  and  $i$ . As can be seen by Eq. (16) the diffusive terms were approximated using central differences. For the convective terms one needs to interpolate the value of  $C_{Pi}$  at the interfaces from the values at the grid nodes  $P$  and  $i$ . To interpolate the concentration at the interfaces the WUDS of Raithby and Torrance(1974) is used. This scheme is widely employed with structured grids and its extension to this type of grid is straightforward. Therefore, the  $C_{Pi}$  at the interface is calculated by

$$C_{Pi} = \left( \frac{1}{2} + \alpha_{Pi} \right) C_P + \left( \frac{1}{2} - \alpha_{Pi} \right) C_i \quad (17)$$

where the  $\alpha_{Pi}$  is obtained by

$$\alpha_{Pi} = \frac{Pe^2}{10 + 2Pe^2} \quad (18)$$

where the local Peclet number is given by

$$Pe = \frac{V_{Pi} L_{Pi}}{D_{Pi}} \quad (19)$$

It is to be noted that in spite of  $\alpha_{Pi}$  to result always positive from Eq. (18) its sign is the same as the sign of the velocity. Therefore, considering again Fig. 1 it can be seen that when  $\alpha_{Pi}$  tends to  $-0.5$  (mass flow entering the volume), the  $C_{Pi}$  will be equal to  $C_i$ , that is an upwind scheme is employed. If mass leaves the control volume  $C_{Pi}$  will be equal to  $C_P$ . For other values of  $\alpha$   $C_{Pi}$  will depend on both  $C_P$  and  $C_i$ , that is, an hybrid scheme. It is worthwhile to mention that the interpolation function given by Eq. (17) is onedimensional and, therefore, even being hybrid, will cause numerical diffusion. It is expected, however, less numerical diffusion than when this interpolation is applied to cartesian or boundary-fitted grids. The explanation is that with unstructured grids one has randomly distributed interfaces with a larger number of neighbouring volumes,

contributing for a better influence of these elements on the value of the function at the interface. The onedimensional interpolation function applied to unstructured grids would resemble the skew schemes applied to structured grids. Introducing Eq. (17) into Eq. (16) one obtains

$$C_p^{n+1} \left[ \frac{\phi \Delta V}{\Delta t} + \sum_i \left[ \left( \frac{\phi D}{L} \right)_{P_i} + V_{P_i} \left( \frac{1}{2} + \alpha_{P_i} \right) \right] \Delta S_{P_i} \right] =$$

$$\sum_i \left[ \left( \frac{\phi D}{L} \right)_{P_i} - V_{P_i} \left( \frac{1}{2} - \alpha_{P_i} \right) \right] \Delta S_{P_i} C_i^{n+1} + (\phi C)_P^n \frac{\Delta V}{\Delta t} + \bar{q} \Delta V C_p^{n+1}$$
(20)

Introducing the mass conservation equation given by

$$-\sum_i (V \Delta S)_{P_i} + \bar{q} \Delta V = 0$$
(21)

into the brackets which multiplies  $C_p^{n+1}$ , one obtains

$$C_p^{n+1} \left[ \frac{\phi \Delta V}{\Delta t} + \bar{q} \Delta V + \sum_i \left[ \left( \frac{\phi D}{L} \right)_{P_i} - V_{P_i} \left( \frac{1}{2} - \alpha_{P_i} \right) \right] \Delta S_{P_i} \right] =$$

$$\sum_i \left[ \left( \frac{\phi D}{L} \right)_{P_i} - V_{P_i} \left( \frac{1}{2} - \alpha_{P_i} \right) \right] \Delta S_{P_i} C_i^{n+1} + (\phi C)_P^n \frac{\Delta V}{\Delta t} + \bar{q} \Delta V C_p^{n+1}$$
(22)

It is to be noted that the last term in the right hand side of Eq. (22) exists only in the injection and in the production wells. For the injection wells the value of  $C_p^{n+1}$  is known and will be added to the independent vector of the linear system. For the production wells it is unknown and, therefore, will join the  $A_P$  term, cancelling with the same value introduced by Eq. (21).

The resulting equation is

$$A_P C_p^{n+1} = \sum_i A_i C_i^{n+1} + B$$
(23)

with the following coefficients

$$A_i = \left[ \left( \frac{\phi D}{L} \right)_{P_i} - V_{P_i} \left( \frac{1}{2} - \alpha_{P_i} \right) \right] \Delta S_{P_i}$$
(24)

$$A_P = \sum_i A_i + \phi \frac{\Delta V}{\Delta t} + \bar{q} \Delta V$$
(25)

$$B = (\phi C)_P^n \frac{\Delta V}{\Delta t} + \bar{q} \Delta V C_p^{n+1}$$
(26)

It is recalled that the last terms in Eq. (25) and (26) are always zero, except for the injection wells.

## NUMERICAL PROCEDURE

Since we are dealing with the injection of small amounts of tracer one is considering that it does not alter the viscosity of the phase. With this assumption the flow equation, Eq. (14), is decoupled from Eq. (23). The problem under consideration in this work is the injection of a tracer in a five-spot pattern, as shown in Fig. 3. This geometry is chosen because numerical and experimental results are available. Of course, the methodology herein presented is general and can be applied to arbitrary reservoirs. An illustrative example of this situation will be shown when the results are reported.

For the solution of the linear system of equations the NS-ADI (Non-Structured Alternating Direction Implicit) method of Maliska Jr. and Bezerra (1994) is employed. The idea of the method is to have the same flexibility of the tridiagonal algorithms, extensively used for structured grids. To accomplish this the domain is swept along lines, solving a unidimensional problem for that volumes which were cut by the sweeping line. Fig. 2 shows the dashed volumes which will enter the calculation for the sweeping line  $\overline{A-A}$ . Actually the problem is solved along the zig-zag line shown in Fig. 2 where a tridiagonal matrix is generated. The key question in this method is

the algorithm for sweeping the domain, since no control volumes can be left behind during the sweeping. At the same time the sweeping step can not be too short since too many control volumes will be repeated, influencing considerably the convergence rate. These and other details of the solver can be found in Maliska Jr. and Bezerra (1994).

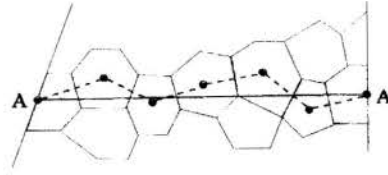


Figure 2: Sweeping for the NS-ADI method

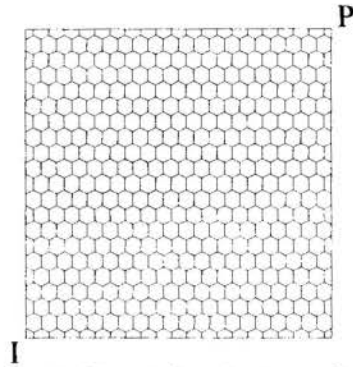


Figure 3: Voronoi discretization employed

## NUMERICAL RESULTS

Fig. 3 shows the type of the Voronoi discretization used for the solution of the miscible displacement of tracers in a five-spot configuration, as depicted in Fig. 3. Grids with 431, 946 and 1661 control volumes were used. These results were obtained with a very small time step. They are not reported here but the solution with 1661 volumes is already independent of the grid size and, therefore, all remaining results were run using this grid.

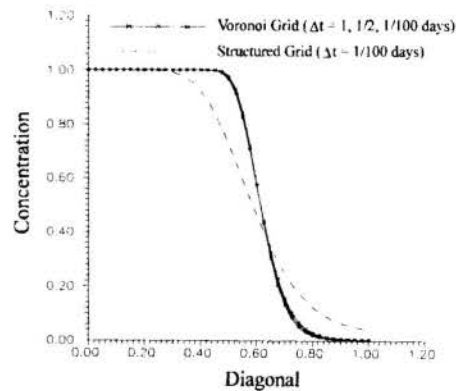


Figure 4: Concentration along the diagonal.

Fig. 4 depict the concentration profiles along the diagonal for the time when 0.5 porous volume were injected. The profiles were obtained for Peclet number equal to 100, defined by

$$Pe = \frac{VL}{D\phi}$$
(27)

and for different time steps. For example, the time step 1/2 means that the time step of 1 day (86400 s) was subdivided in 2 smaller time



steps. It is clear that the solution using Voronoi grids shows much less numerical diffusion than the solution obtained with the boundary-fitted grid. Recalling Eq. (7) one sees that the Peclet number can be modified by altering the dispersivity, since the velocity is cancelled in the Peclet number due to its appearance in the diffusion coefficient.

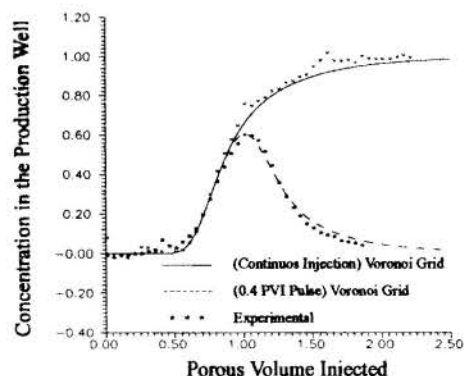


Figure 5: Concentration at the production well

As a final application of the model the numerical results of the present work are compared with the ones reported by Santos et al (1992). Table 1 gives the data of the reservoir used in the experimental and numerical works. Fig. 5 shows the tracer concentration at the production well for continuous injection and for a pulse of the tracer corresponding to 0.4 injected porous volume. Both results are very good.

Table 1: Data used in the simulation and experiment

	Simulation	Experiment
Dimension (m)	300 × 300	0.15 × 0.15
Permeability (mD)	200	519
Porosity (%)	20	17.75
Injected flow rate (m <sup>3</sup> /s)	500	0.0041166
Dispersivity (m)	7.5	0.00115

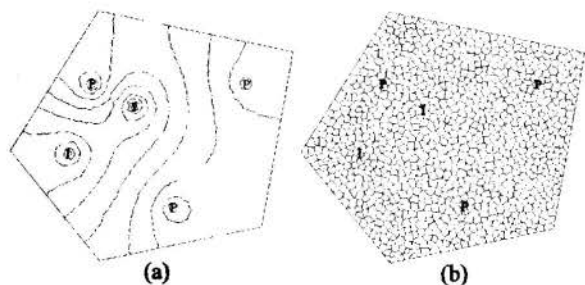


Figure 6: A general example - (a) Pressure field and (b) unstructured grid employed

Fig. 6 shows the unstructured grid employed and the pressure field for two injection and two production wells in an arbitrary reservoir, with the only goal of demonstrating the generality of the numerical model. A problem with any number of wells with any kind of boundary conditions in irregular shape reservoirs can be solved with the methodology described in this paper.

## CONCLUSIONS

The use of unstructured grids, in conjunction with finite volume formulations, for the solution of fluid flow problems is becoming a very

attractive alternative. Its flexibility in generating the grid with volumes with different sizes and shapes is useful for the situation where point sources exist, like the wells in petroleum reservoir simulation. The nature of the Voronoi diagrams facilitates the application of conservation laws, since all normals to the control volume surfaces are aligned with the grid points. The miscible displacement in a five-spot configuration was solved and the numerical results agreed very well with the experimental ones. The finite volume formulation developed is clean and general, allowing extension to more complex problems.

## REFERENCES

- Baliga, B. R. and Patankar, S. V., "A Control-Volume Finite Element Method for Two-Dimensional Fluid-Flow and Heat Transfer", *Numerical Heat Transfer*, **6**, pp. 245-261, 1983.
- Fung, L. S. K., Buchaman, W. L. and Ravi Sharma, "Hybrid-CFFE Method for Flexible Grid Reservoir Simulation", *Paper SPE 25266 presented in 12<sup>th</sup> Symposium on Reservoir Simulation*, New Orleans, Feb. 28 - March 3, 1993.
- Heinemann, Z. E. and Brand, C. W., "Gridding Construction for Reservoir Simulation", *Paper presented in 1<sup>st</sup> Forum on Reservoir Simulation*, Alpbach, Austria, Sep. 12-16, 1988.
- Heinemann, Z. E., Gerken, G. and Hantelmann, G., "Using Grid Refinement in a Multiple-Application Reservoir Simulator", *Paper SPE 12225 presented in 11<sup>th</sup> Symposium on Reservoir Simulation*, San Francisco, Nov. 16-18, 1983.
- Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Marcondes, F., Lopes, M. N., Cunha, A. R., "Numerical Solution of the Single-Phase Flow with a Tracer" (in portuguese), *Report prepared to: CENPES/PETROBRÁS S.A., Part I, September, 1991*.
- Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Jucá, P. C. S., Cunha, A. R., Lopes, M. N., "Numerical Solution of the Two-Phase Oil/Water Flow" (in portuguese), *Report prepared to: CENPES/PETROBRÁS S.A., Part II, June, 1992*.
- Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Jucá, P. C. S., Cunha, A. R., Livramento, M. A., "Development of a Three-Dimensional Black-oil Simulator Using Boundary-Fitted Coordinates" (in portuguese), *Report prepared to: CENPES/PETROBRÁS S.A., Part I, April, 1993*.
- Maliska Jr., C. R., "A Robust Voronoi Diagram Generator for Discretizing Irregular Domains" (in portuguese), *XIV CILAMCE, São Paulo, S.P., December, 1993*.
- Maliska Jr., C. R., Bezerra, L. H., *Solution of Linear Systems obtained in the Numerical Solution of Engineering Problems using Voronoi Diagrams* (in portuguese), *Submitted for publication in the XVII CNMAC, Vitória, Espírito Santo, 1994*.
- Marcondes, F., "Numerical Simulation of Petroleum Reservoir using Voronoi Meshes" (in portuguese), *Ph.D. Proposal, Mechanical Engineering Department, UFSC, 1993*.
- Palagi, C., "Generation and Application of Voronoi Grid to Model Flow in Heterogeneous Reservoirs", *Ph.D. Thesis, Stanford University, Stanford, may, 1992*.
- Raithby, G. D. and Torrance, K. E., *Upstream-weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow*, *Computer and Fluids*, **2**, pp. 12-26, 1967.
- Raw, M. J. and Schneider, G. E., "A Skewed Positive Influence Coefficient Upwinding Procedure for Control-Volume-Based Finite Element Convection-Diffusion Computation", *Numer. Heat Transfer*, **9**(1), pp. 1-26, 1986.
- Rozon, B. J., "A Generalized Finite Volume Discretization Method for Reservoir Simulation", *Paper SPE 18414, 10<sup>th</sup> SPE Symposium on Reservoir Simulation*, pp. 71-84, 1989.
- Santos, R. L. A., Pedrosa Jr., O. A., Correa, A. C. F., "An Efficient Finite-Volume Approach for Modelling Miscible Displacement", *II Latin-American Petroleum Engineering Conference, Caracas, Venezuela, March, 1992*.
- Sharpe, H. N. and Anderson, D. A., "Orthogonal Curvilinear Grid Generation with Preset Internal Boundaries for Reservoir Simulation", *Paper SPE 21235 presented in 11<sup>th</sup> SPE Symposium on Reservoir Simulation*, Anaheim, Feb. 17-20, 1991.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The authors are grateful to CENPES / PETROBRÁS for the partial financial support of this work.

## TWO-DIMENSIONAL TWO-PHASE PETROLEUM RESERVOIR SIMULATION USING BOUNDARY-FITTED GRIDS

Cunha, A.R., Maliska, C.R., Silva, A.F.C. and Livramento, M.A.  
SINMEC - Computational Fluid Dynamics Laboratory  
Mechanical Engineering Department - UFSC - P.O. Box 476  
88040-900 - Florianópolis - SC - Brazil

### SUMMARY

The present work introduces a numerical method, using boundary-fitted grids, for simulating petroleum reservoirs. Boundary-fitted meshes have the capability of conforming the irregular boundary of the reservoir, allowing better application of boundary conditions and facilitating the specification of geological faults. To assess the methodology, the well known five-spot problem is used, where comparisons using curvilinear, cartesian diagonal and parallel grids are done. To demonstrate the ability of the model, a reservoir of irregular shape, with 2 injection and 6 production wells, is simulated.

### INTRODUCTION

The numerical simulation of petroleum reservoirs is of great importance in petroleum engineering because full experimental simulation in laboratory is impossible. The prediction of the flow of oil, gas and water in the porous rock may help very important technical and economical decisions about the reservoir, like the estimation of the oil production, estimation of production time, etc. Nowadays the numerical methods which are embodied in commercial simulators are based on cartesian discretization. The irregular shape of the reservoir and the geological faults are better represented if a flexible coordinate system is used. Moreover, the application of boundary conditions are also easier with the aid of boundary-conforming coordinate systems.

Concerning with the use of boundary-fitted coordinates, and other flexible grids, efforts have been recently done in the petroleum engineering area. Roson(1989), Sharpe and Anderson(1991), Forsyth(1991) and Maliska(1990,1992,1993), among others, have dedicated to the development of numerical methods using structured boundary-fitted grids.

The present paper is a partial report in one of the topics under analysis in a more general research program to develop numerical methods, using flexible grids, for petroleum reservoir simulation. The black-oil model is employed considering the oil and water phases in a two-dimensional framework. For testing purposes the well known five-spot problem is solved with the aim of evaluating the effects of the grid orientation when using curvilinear coordinate systems. To demonstrated the ability of the model in dealing with irregular shape reservoirs, it is simulated the oil/water flow in a reservoir with 2 injection and 6 production wells.

### MATHEMATICAL MODEL

Consider the flow of oil and water in a porous media with porosity  $\phi$ . The equations which will form the mathematical model are obtained realizing a mass conservation balance for each component. In this case one has oil and water components

and the oil and water phases. Neglecting body forces and the capillarity pressure one obtain the conservation equation for the water and the oil as

$$\nabla \cdot [\lambda_w \nabla P] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \frac{S_w}{B_w} \right] + \bar{q}_w \quad (1)$$

$$\nabla \cdot [\lambda_o \nabla P] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \frac{S_o}{B_o} \right] + \bar{q}_o \quad (2)$$

where the equations represent a volumetric conservation, since both equations were divided by a standard density, giving rise to the volume formation factor  $B_w$  and  $B_o$ . The unknowns of the equations are the saturation of water and oil and the pressure. The closing equations is the conservation of the global mass, given by

$$S_w + S_o = 1 \quad (3)$$

where  $\lambda_w$  and  $\lambda_o$  are the mobility, given by

$$\lambda_\alpha = \frac{K K_{r\alpha}}{B_\alpha \mu_\alpha} \quad (4)$$

where  $K$  and  $K_{r\alpha}$  are the absolute and relative permeability, respectively.

Eq. (1), (2) and (3) need to be solved for the unknowns pressure and saturation of water and oil. There are two well known methods for solving this problem. The first one, the IMPES method, solves the pressure implicitly and the saturations explicitly. The way to do that is to discretize Eq. (1) and Eq. (2) for  $S_w$  and  $S_o$ , keeping the pressure implicit, and summing the equations up, obeying Eq. (3). The resulting equation is an equation for pressure. Having pressure calculated, the saturations can be found explicitly.

The other alternative is to replace  $S_o$  in Eq. (2) by  $1 - S_w$  and solve Eq. (1) and (2) for pressure and water saturation in a simultaneous fashion using, normally, Newton's iteration. We have solved the problem with both methods but with emphasis, when testing the numerical algorithm, in the IMPES method and, therefore, it is the model described here.

PRESSURE EQUATION. Eq. (1), or Eq. (2), written in a generalized curvilinear coordinate system has the form

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[ D_{1c} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{2c} \frac{\partial P}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ D_{3c} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{4c} \frac{\partial P}{\partial \xi} \right] = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{S_c}{B_c} \right) + \frac{\bar{q}_c}{J} \quad (5)$$

where the subindex  $c$  means water or oil, and the coefficients can be found in Maliska et al(1992). The already introduced relative permeability  $k_{ra}$ , as a function of saturation, is given by

$$k_{rw} = \frac{S_w}{[M(1 - S_w) + S_w]} \quad (6)$$

and  $k_{ro}$  by

$$k_{ro} = 1 - k_{rw} \quad (7)$$

where  $M$  is the mobility ratio.

## APPROXIMATE EQUATIONS

Integrating Eq. (5) in time and in the control volume shown in Fig. 1, one obtains

$$\frac{\Delta V}{J \Delta t} \left[ \left( \frac{\phi S_c}{B_c} \right) - \left( \frac{\phi S_c}{B_c} \right)^0 \right] + \frac{S^c \Delta V}{J} = \left[ D_{1c} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{2c} \frac{\partial P}{\partial \eta} \right]_e \Delta \eta - \left[ D_{1c} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{2c} \frac{\partial P}{\partial \eta} \right]_w \Delta \eta + \left[ D_{3c} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{4c} \frac{\partial P}{\partial \xi} \right]_n \Delta \xi - \left[ D_{3c} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{4c} \frac{\partial P}{\partial \xi} \right]_s \Delta \xi \quad (8)$$

The derivatives are approximated numerically using a central difference scheme, and the final discretized equation for  $S_c$  is

$$S_c = \frac{B_c J \Delta t}{\phi \Delta V} \{-A_p^c P_p\} + \frac{B_c J \Delta t}{\phi \Delta V} \left\{ \sum A_{NB}^c P_{NB} \right\} + \hat{S}^c \quad (9)$$

where the coefficients can be found in Maliska et al(1992).

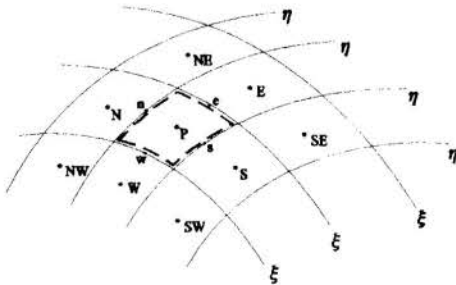


Figure 1: Elemental control volume

As already stated, the equation for pressure is obtained by summing the saturation of water and oil, resulting in

$$A_P P_P = A_E P_E + A_W P_W + A_N P_N + A_S P_S + A_{NE} P_{NE} + A_{NW} P_{NW} + A_{SE} P_{SE} + A_{SW} P_{SW} + \hat{S} \quad (10)$$

The control volume method requires the permeabilities to be calculated at the interfaces of the control volumes. An interpolation function is then needed, since they are stored at the center of the control volume. In this work an upwind scheme is used, setting which volume is the donor cell according if mass enters or leaves the control volume.

In the IMPES method the mobility  $\lambda$  and the volume formation factor  $B$  are calculated with the water saturation from the previous iteration level. When iteration is performed, inside the time level, to updated the mobility and the volume formation factor, the method is called here SEQUENTIAL, because the equation system is solved implicitly but in sequential way. It is clear that the IMPES procedure is embodied in the more general sequential formulation. The iterative procedure is:

1. Set initial pressure and saturation of the reservoir.
2. Calculate  $B_c$  and  $\lambda_c$ .
3. Calculate the pressure field through Eq. (10). The MSI (Schneider and Zedan, 1981) is used to solve the linear system.
4. Using the pressure field calculate the saturation of water and oil.
5. If convergence was not reached recycle from item 2.
6. Set  $t = t + \Delta t$  and cycle back to item 2, repeating up to the desired time level.

## NUMERICAL RESULTS

Before presenting the results obtained for a reservoir of complex geometry it is important to analyse the behaviour of the method in the solution of a known problem. The widely used two dimensional two-phase test problem is the five-spot pattern, reported by Yanosik and McCracken(1978), where the imiscible flow with unfavourable mobilities and the piston-type displacement are solved using cartesian parallel and diagonal grids. Despite the fact that the piston-type problem have been also solved, only the results for the imiscible displacement will be reported. Fig. 2 shows half of the curvilinear and the cartesian parallel grids employed in this work.

- Production
- ▲ Injection

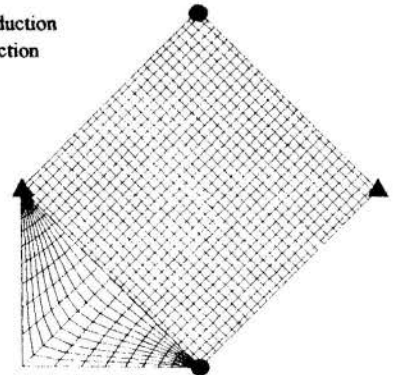
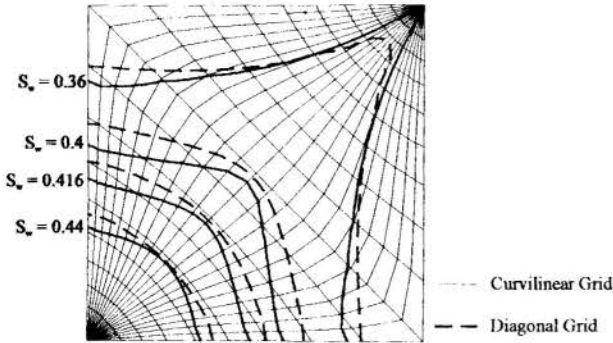


Figure 2: Curvilinear and cartesian parallel grids

The data used for the simulation is reported in Yanosik and McCracken(1978) and in Maliska et al(1993) and, therefore, will not be reproduced here. Fig. 3 shows the water saturation isolines after 0.32 porous volume injected (PVI) for the cartesian diagonal and curvilinear grids.

Fig. 4 shows the results obtained in the present work with the curvilinear grid and the parallel grid (a), and the results of Yanosik and McCracken(1978), using diagonal and parallel grids, with a 5-point stencil and a two-point upstream scheme for evaluating the permeability at the interfaces.



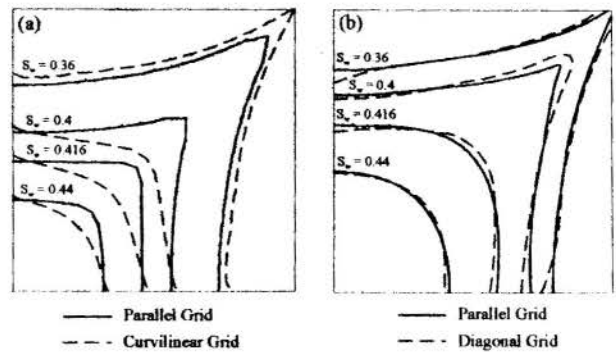
**Figure 3:** Iso-saturation lines for 0.32 PVI. Diagonal and curvilinear grids

It was expected that the curvilinear grid would present similar results as the ones obtained with the parallel grid, since along the diagonal these grids are similar. This, in fact, does not happen, as can be confirmed through Fig. 4(a), where these results are shown. This can be explained by the fact that only along the line joining the wells the parallel grid is similar to the curvilinear one. For the rest of the domain, where flows the large percentage of matter, the grid is, in fact, skewed to the flow. The results of Yanosik and McCracken (1978), Fig. 4(b), are for a two-point upstream for calculating the permeabilities. This is the reason why results agree well.

The diagonal grid, by its turn, is largely aligned with the flow, except at the diagonal. This may be the reason why the diagonal grid shows closer agreement with the curvilinear than the parallel grid, as can be seen in Fig. 3. Fig. 5 shows the results of the present work using cartesian diagonal and parallel grids. The results, of course, are not in agreement, showing the existence of grid orientation effects. The effects, however, in this work, are less pronounced than in the work of Yanosik and McCracken(1978) (curves not shown here). Not considering the fact that Yanosik and McCracken(1978) use half control volume at the boundaries, the grids used in this paper and in their work are the same.

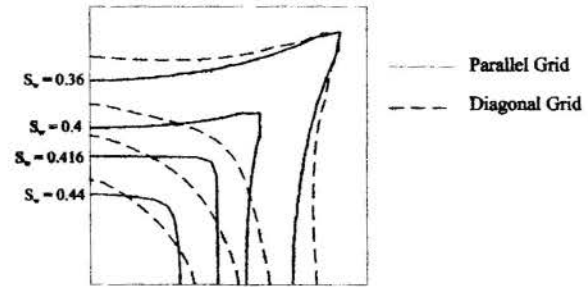
The reason for having less pronounced grid orientation effects in this work may be attributed to the way the conservation equations are obtained. In the present work, component conservation are enforced at control volume levels, even for the control volumes at the boundaries. It is not sure that the same approach is used in Yanosik and McCracken(1978).

As a final result of the five-spot configuration, Fig. 6 shows the porous volume of oil recovered as a function of water porous volume injected, for the curvilinear grid of the present work and for the cartesian grid of Yanosik and McCracken(1978), where a 9 points scheme is used. The results agree well. It is important to point out that, in spite of using 9 points in the curvilinear grid scheme, it can not to be said that this is a 9-point scheme, since the diagonal neighbours enter the equation through the cross-derivatives, and not through the interpolation function, which is, in essence, the responsible for altering the grid orientation effects.

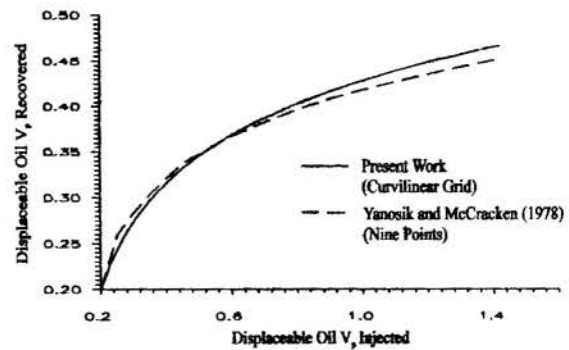


**Figure 4:** Results for 0.32 PVI. Present work - curvilinear and cartesian parallel grids(a) and Yanosik and McCracken - parallel and diagonal grids(b)

As an overall evaluation of the above results one can say that the curvilinear grid suffer much less of grid orientation effects than the cartesian grids. For other coordinate systems, it is necessary to employ more elaborate (like 9 points) schemes in order to obtain results with the same quality as the ones obtained with the curvilinear grid. It must be pointed out, however, that the five-spot configuration is a naturally adequate configuration for the curvilinear grid used. Not always will be possible to find a curvilinear grid which fits so well with the flow direction as in this case.



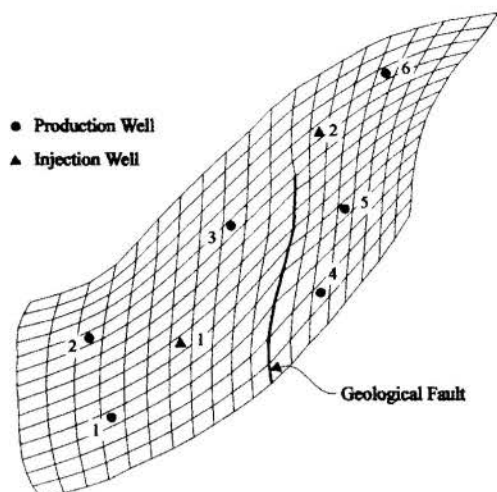
**Figure 5:** Results for diagonal and parallel grids



**Figure 6:** Porous volume of recovered oil

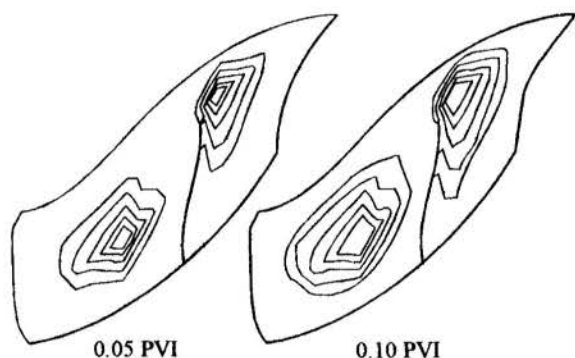
To conclude the presentation of the results the two-phase flow of oil and water was simulated for the reservoir shown in Fig. 7, where the curvilinear grid used and the location of the injection and production wells and the geological fault are also shown. Fig. 8 shows the iso-concentration after 0.05 and 0.10 porous volume injected for the two injection wells, while



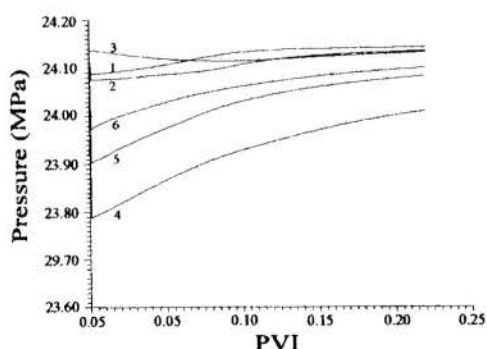


**Figure 7:** Curvilinear grid for the irregular reservoir

Fig. 9 depicts the pressure variation with time for the production wells. Inspecting Fig. 8 one sees that there is no possibility of flow through the fault, which forces the flow to go around the fault in order to reach the other region of the reservoir.



**Figure 8:** Iso-saturation after 0.05 and 0.10 PVI.



**Figure 9:** Pressure at the production wells.

well, helps in alleviating the grid orientation effects and are suitable for simulating petroleum reservoirs of arbitrary shape. Geological faults can be also easily modelled using this type of grid. The use of boundary-fitted grids is a new topic of research in petroleum reservoir simulation and the results encourages further developments. Currently the model is being extended to admit the gas phase in order to simulate the complete black-oil model.

## REFERENCES

- Forsyth, P. A., "A Control Volume Finite Element Method for Local Mesh Refinement", **Paper SPE 18415, 10<sup>th</sup> SPE Symposium on Reservoir Simulation**, pp. 85-96, 1989.
- Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Marcondes, F., Lopes, M. N., Cunha, A. R., "Numerical Solution of the Single-Phase Flow with a Tracer" (in portuguese), **Report prepared to: CENPES/PETROBRÁS S.A.**, Part I, September, 1991.
- Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Jucá, P. C. S., Cunha, A. R., Lopes, M. N., "Numerical Solution of the Two-Phase Oil/Water Flow" (in portuguese), **Report prepared to: CENPES/PETROBRÁS S.A.**, Part II, June, 1992.
- Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Jucá, P. C. S., Cunha, A. R., Livramento, M. A., "Development of a Three-Dimensional Black-oil Simulator Using Boundary-Fitted Coordinates" (in portuguese), **Report prepared to: CENPES/PETROBRÁS S.A.**, Part I, April, 1993.
- Rozon, B. J., "A Generalized Finite Volume Discretization Method for Reservoir Simulation", **Paper SPE 18414, 10<sup>th</sup> SPE Symposium on Reservoir Simulation**, pp. 71-84, 1989.
- Schneider, G. E. and Zedan, M., "A Modified Strongly Implicit Procedure for the Numerical Solution of Field Problems", **Numerical Heat Transfer**, Vol. 4, pp. 1-19, 1981.
- Sharpe, H. N. and Anderson, D. A., "Orthogonal Curvilinear Grid Generation with Preset Internal Boundaries for Reservoir Simulation", **Paper SPE 21235, 11<sup>th</sup> SPE Symposium on Reservoir Simulation**, pp. 17-20, 1991.
- Yanosik, J. L. and McCracken, T. A., "A Nine-Point Finite-Difference Reservoir Simulator for Realistic Prediction of Unfavorable Mobility Ratio Displacements", **SPE Journal**, Vol. 18, pp. 253-262, 1978.

## CONCLUSIONS

The simulation of the two-dimensional two-phase flow in a petroleum reservoir was realized using boundary-fitted curvilinear grids. The results demonstrated that the model performs

## TRIDIMENSIONAL PETROLEUM RESERVOIR SIMULATION USING GENERALIZED CURVILINEAR GRIDS

Maliska, C.R., Cunha, A.R., Livramento, M.A. and Silva, A.F.C.  
 SINMEC - Computational Fluid Dynamics Laboratory  
 Mechanical Engineering Department - UFSC - P.O. Box, 476  
 88040-900 - Florianópolis - SC - Brazil

### SUMMARY

*The present work describes a finite-volume method for the simulation of three-dimensional petroleum reservoirs using nonorthogonal curvilinear grids. The possibility of taking into account geological faults is also included through the especification of fault coefficients in the input data of the problem. The physical model uses the black-oil approximation considering the oil and water phases. Together with the development of the numerical model, considerable effort was spent to create a computacional framework, with pre and post processing facilities, which may allow the introduction of new physical models with relative ease.*

### INTRODUCTION

The development of three-dimensional methods for simulating petroleum reservoirs is a very difficult task due to the inherent complexity of designing 3D numerical algorithms, as well as because the irregular shape of the reservoir and the need of taking into account the existence of geological faults. The use of curvilinear coordinate systems has becoming an attractive tool for analysing this type of problems (Sharpe and Anderson, 1991)(Ferguson and Wadsley, 1986).

There are many challenging aspects that need to be carefully addressed during the development of a three-dimensional petroleum reservoir simulator. Among them one can name; a) the need for a strong and versatile grid generator; b) the organization of the input data with key words for checking the quality of the furnished data; c) the treatment of the geological faults; d) the development of the numerical model itself, that is, to obtain the approximate equations and to solve them, and e) the preparation and full visualization of the output data. All the above aspects have been considered, but in this paper only items c) and d) will be discussed.

### GOVERNING EQUATIONS

The black-oil model considering the water and oil phases is used. Since capillarity effects were not included the unknowns are the water and oil saturations and pressure. The governing equations are, therefore,

$$\nabla \cdot [\nabla \lambda_w P] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \frac{S_w}{B_w} \right] + q_w \quad (1)$$

$$\nabla \cdot [\nabla \lambda_o P] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \frac{S_o}{B_o} \right] + q_o \quad (2)$$

$$S_o + S_w = 1 \quad (3)$$

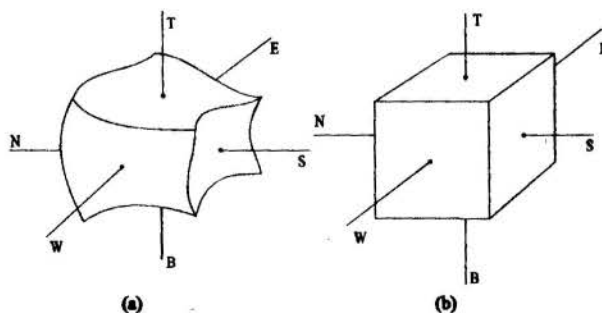
where  $P$ ,  $S$ ,  $B$  and  $q$  are pressure, saturation, volume formation factor and a source term through which it is specified the flow rate at the injection and production wells. If pressure is specified at the wells these flow rates need to be replaced, in

terms of pressure, through a well model. Since one is using the black-oil model with no gas phase, it is immaterial to specify the component and the phase, since there is only oil in the oil phase and only water in the water phase.

Eq. (1) and (2), written for a general phase  $\alpha$  in the cartesian coordiante system is

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x^\alpha \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y^\alpha \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z^\alpha \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \frac{S_\alpha}{B_\alpha} \right] + q_\alpha \quad (4)$$

Since one is interested in the development of a 3D numerical model in curvilinear coordinates, Eq. (4) needs to be solved in this new coordinate system. There are two alternatives to reach this goal. The first one is to integrate the governing equations, written in the cartesian coordinate system, in the irregular domain, as shown in Fig. 1(a). The other one is to transform the governing equation to the new system and integrate it in the regular transformed domain, as shown in Fig. 1(b). Of course, for unstructured grids only the first alternative is possible. Since one is using structured curvilinear grids, the second alternative is easier and gives rise to transformed equations which keeps the physical information clearly in its terms.



**Figure 1:** Control volume in the physical(a) and computational domain(b)

For a transient three-dimensional problem the suitable transformation from the cartesian coordinate system to the generalized curvilinear coordinate system, is

$$\xi = \xi(x, y, z, t) \quad (5)$$

$$\eta = \eta(x, y, z, t) \quad (6)$$

$$\gamma = \gamma(x, y, z, t) \quad (7)$$

$$\tau = t \quad (8)$$

Using the inverse function theorem one can find the metrics of the transformation and of its inverse. The expressions of the metrics can be found in Maliska et al(1993), and the Jacobian of the transformation is given by

$$J = \frac{1}{x_\xi y_\eta z_\gamma + x_\eta y_\gamma z_\xi + x_\gamma y_\xi z_\eta - x_\xi y_\gamma z_\eta - x_\eta y_\xi z_\gamma - x_\gamma y_\eta z_\xi} \quad (9)$$

The transformation employed allows for any form of the reservoir, including variable top and bottom, as can be seen in Fig. 2.

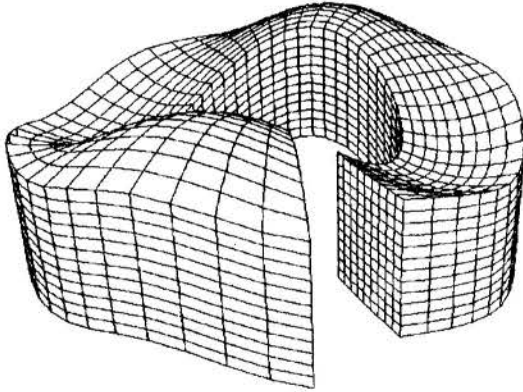


Figure 2: 3D arbitrary reservoir

Using the chain rule, and after some algebraic manipulation, one can get Eq. (4), transformed to the new system, as

$$\begin{aligned} \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \frac{S_\alpha}{B_\alpha} \right] + \frac{q_\alpha}{J} = & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ D_{1\alpha} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{2\alpha} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{3\alpha} \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ D_{4\alpha} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{5\alpha} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{6\alpha} \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[ D_{7\alpha} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{8\alpha} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{9\alpha} \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

The coefficients appearing in Eq. (10) can be found in Maliska et al(1993). According to the finite-volume procedure, Eq. (10) needs to be integrated in time and over the elemental control volume shown in Fig. 1. The integration gives

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{J \Delta t} \left[ \left( \phi \frac{S_\alpha}{B_\alpha} \right) - \left( \phi \frac{S_\alpha}{B_\alpha} \right)^0 \right] + \frac{q_\alpha \Delta V}{J} = & \\ & \left[ D_{1\alpha} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{2\alpha} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{3\alpha} \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right]_e \Delta \eta \Delta \gamma \\ & - \left[ D_{1\alpha} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{2\alpha} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{3\alpha} \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right]_w \Delta \eta \Delta \gamma \\ & + \left[ D_{4\alpha} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{5\alpha} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{6\alpha} \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right]_n \Delta \xi \Delta \gamma \\ & - \left[ D_{4\alpha} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{5\alpha} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{6\alpha} \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right]_s \Delta \xi \Delta \gamma \\ & + \left[ D_{7\alpha} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{8\alpha} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{9\alpha} \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right]_t \Delta \xi \Delta \eta \\ & - \left[ D_{7\alpha} \frac{\partial P}{\partial \xi} + D_{8\alpha} \frac{\partial P}{\partial \eta} + D_{9\alpha} \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right]_b \Delta \xi \Delta \eta \end{aligned} \quad (11)$$

Inspecting Eq. (11) one realizes that it is necessary to evaluate six direct derivatives and twelve cross-derivatives at the control volume interfaces. It is not difficult to foresee that it is a very complicated procedure, specially for boundary control volumes. To have different evaluation according to the boundary conditions results in a very cumbersome calculation routine. To avoid this, both boundaries and geological faults are treated in a similar way, that is, a general equation is developed, where the existence of geological faults and the type of the boundary condition is prescribed through coefficients as data input of the problem. This topic is now addressed.

**DEVELOPMENT OF A GENERAL EQUATION.** To explain the calculation of direct and cross derivatives consider evaluating these derivatives at the east face of the control volume shown in Fig. 3. They are

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \xi} \right|_e = FD\xi_P \frac{P_E - P_P}{\Delta \xi} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_e = & \frac{CF\xi\eta_{SE}^P P_{SE} + CF\xi\eta_{PE}^P P_E + CF\xi\eta_{NE}^P P_{NE}}{\Delta \eta} + \\ & \frac{CF\xi\eta_S^P P_S + CF\xi\eta_P^P P_P + CF\xi\eta_N^P P_N}{\Delta \eta} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right|_e = & \frac{CF\xi\gamma_{BE}^P P_{BE} + CF\xi\gamma_{PE}^P P_E + CF\xi\gamma_{TE}^P P_{TE}}{\Delta \gamma} + \\ & \frac{CF\xi\gamma_B^P P_B + CF\xi\gamma_P^P P_P + CF\xi\gamma_T^P P_T}{\Delta \gamma} \end{aligned} \quad (14)$$

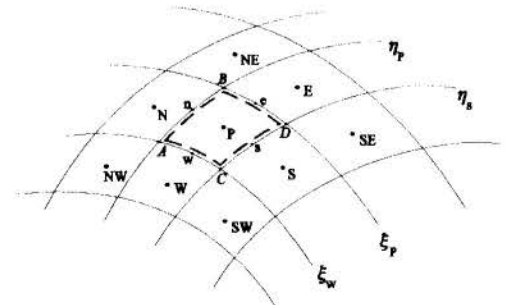


Figure 3: Example of a fault location

To demonstrate the way the fault coefficients are introduced, consider Fig. 3 where a two-dimensional situation is used, for simplicity. If a fault passes through the segment  $\overline{BD}$ , which is along a constant  $\xi$  line, the coefficient  $f\xi_P$  is equal to 1. Knowing that the relation between  $FD\xi_P$  and  $f\xi_P$  is given by

$$FD\xi_P = 1 - f\xi_P \quad (15)$$

one sees that the direct derivative given by Eq. (12) results zero, as it should be, since there is no flow through  $\overline{BD}$  if a fault passes through this segment. For faults along  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  and  $\overline{CD}$ , the coefficients are, by analogy, respectively,  $f\eta_P = 1$ ,  $f\xi_W = 1$  and  $f\eta_S = 1$ , with the corresponding  $FD$  coefficients given by equations similar to Eq. (15).

Let us now consider the evaluation of a cross-derivative at the east face, given by

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_e = 0.5 \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_{Le} - 0.5 \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_{Re} \quad (16)$$

where

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_{Le} = \frac{P_N - P_S}{2\Delta\eta} \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_{Re} = \frac{P_{NE} - P_{SE}}{2\Delta\eta} \quad (18)$$

where the symbol  $Le$  and  $Re$  means to the left and to the right of  $e$ . Lets imagine that a fault exists at the segment  $\overline{CD}$ , that is in the south face of the control volume. For this case, one has

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_{Le} = \frac{P_N - P_P}{\Delta\eta} \quad (19)$$

If a fault is present also in the segment  $\overline{AB}$ , then the above derivative is equal to zero.

The final general equation will be function of the  $f$  coefficients, already described, with the following form

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_{Le} &= \frac{(1 - f\eta_S)(1 - f\eta_P)[P_N - P_S]}{2\Delta\eta} + \\ &\frac{f\eta_S(1 - f\eta_P)[P_N - P_P]}{\Delta\eta} + \\ &\frac{f\eta_P(1 - f\eta_S)[P_P - P_S]}{\Delta\eta} \end{aligned} \quad (20)$$

Eq. (20) can be written in a more elegant form putting together the pressures with the same index. The resulting equations is

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_{Le} = \frac{(2CF\eta_N P_N + 2CF\eta_S P_S + 2CF\eta_P P_P)}{\Delta\eta} \quad (21)$$

The same procedure can be done for the derivate at  $Re$ . Using Eq. (16) the general equation, Eq. (13), is obtained. The equation obtained is valid for any control volume independently if the volume is located at the boundaries or close to geological faults, inside the reservoir. In other words boundaries are treated as geological faults. The final equation for pressure is

$$\begin{aligned} \frac{1}{J\Delta t} \left[ \left( \phi \frac{S_{\alpha P}}{B_{\alpha P}} \right) - \left( \phi \frac{S_{\alpha P}}{B_{\alpha P}} \right)^0 \right] + \frac{q_{\alpha P}}{J} &= -A_P P_P + A_E P_E \\ &+ A_W P_W + A_N P_N + A_S P_S + A_T P_T + A_B P_B \\ &+ A_{SE} P_{SE} + A_{SW} P_{SW} + A_{NE} P_{NE} + A_{NW} P_{NW} \\ &+ A_{BE} P_{BE} + A_{BW} P_{BW} + A_{TE} P_{TE} + A_{TW} P_{TW} \\ &+ A_{TS} P_{TS} + A_{TN} P_{TN} + A_{BS} P_{BS} + A_{BN} P_{BN} \end{aligned} \quad (22)$$

Eq. (22) can be written in a more compact form, as

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{J\Delta t} \left[ \left( \phi \frac{S_{\alpha P}}{B_{\alpha P}} \right) - \left( \phi \frac{S_{\alpha P}}{B_{\alpha P}} \right)^0 \right] + \frac{q_{\alpha P} \Delta V}{J} &= \\ -A_P^{\alpha} P_P + \sum A_{NB}^{\alpha} P_{NB} \end{aligned} \quad (23)$$

## NUMERICAL SCHEME

As already stated in the beginning of the paper the major preoccupation of this work was to create a full framework for developing numerical methods using 3D boundary-fitted grids. To move from an explicit scheme to an implicit one is a minor change compared with the complex structure required by a 3D petroleum simulation method.

In the present work the two-phase black-oil model is solved using the IMPES method. Capillarity effects are not considered, what amounts in solving the equations for pressure and water and oil saturations. To accomplish this, Eq. (22), written for the water and oil saturations, are added, according to Eq. (3), to obtain the implicit equation for pressure. Having pressure calculated the saturations can be found explicitly.

## TESTING PROCEDURES

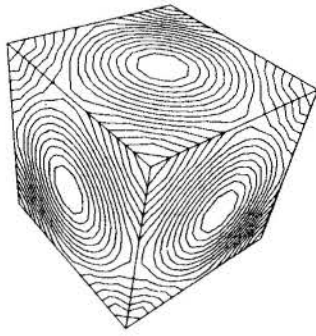
To test a 3D numerical simulation method is a difficult task because there is no bench mark solutions, available in the literature, which considers simple problems. In general the 3D calculations involve real reservoirs with real conditions, by-passing many steps necessary in checking a computational model. In this paper one has followed some step-by-step solutions in order to assess the correctness of the model implementation.

To accomplish this the two-phase flow in a cube, with only one injection well located at the cube center, is solved. The flow is allowed to leave the domain through the boundaries. At this point it is worthwhile to mention that the model was constructed such that any vertical or horizontal well can have many different completions. Fig. 4 and Fig. 5 show the iso-pressure and iso-saturation lines after 0.3 porous volume injected. The idea of solving this problem was to check the symmetry of the solution, an important aspect that can only be assessed with simple problems.

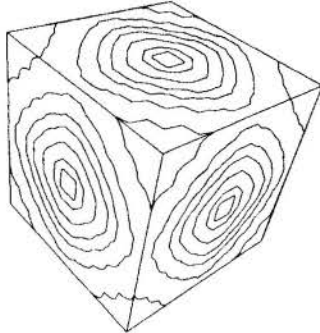
The second test problem involves a more general reservoir. In this case the two-dimensional solution must be recovered, if the 3D simulation is realized considering zero derivatives as boundary conditions along the depth of the reservoir.

Fig. 6 shows the water iso-saturation lines after 0.263 porous volume injected for the 3D and 2D calculations. The results are exactly the same. Using the same geometry as in the second

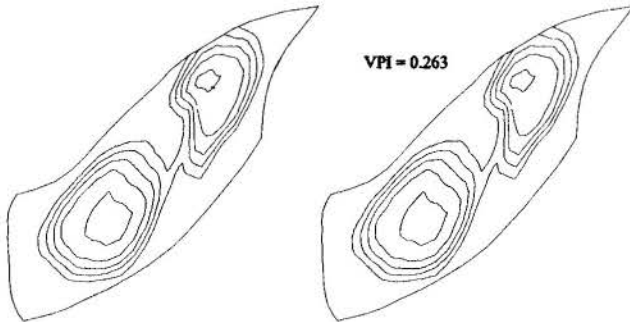




**Figure 4:** Lines of constant pressure after 0.3 PVI



**Figure 5:** Lines of constant water saturation after 0.3 PVI

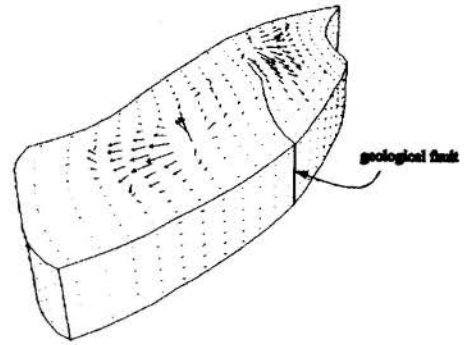


**Figure 6:** Results for the 3D and 2D calculations - irregular reservoir

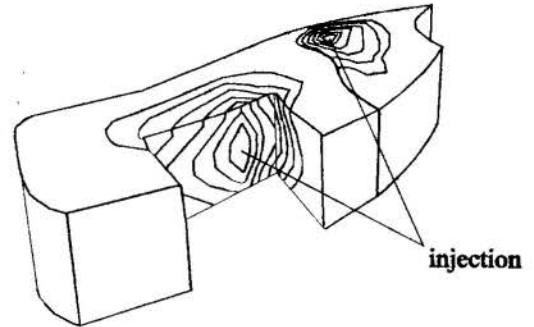
test problem, the two-phase flow is now solved in a fully three-dimensional situation. Six layers are used with one injection well completed in two middle layers and another along all layers. Fig. 7 shows the velocity vector for the surface of the reservoir and Fig. 8 depicts the iso-saturation lines. Many other 3D situations were solved considering blocks of geological faults inside the reservoir. These results are reported in Maliska et al(1993).

## CONCLUSIONS

This work presented a 3D numerical model for simulating two-phase flow in petroleum reservoirs. The model uses boundary-fitted grids creating a single equation applied for any control volume, which simplifies enormously the procedure for creating the system of algebraic equations. The computational model is prepared to accommodate explicit or implicit schemes,



**Figure 7:** Velocity vectors for the 3D reservoir



**Figure 8:** Iso-saturation lines for the 3D reservoir

having the possibility of specifying vertical, horizontal and inclined wells, with different completions. Faults can be represented through fault coefficients given to the model as input data.

## REFERENCES

- Ferguson, W. I. and Wadsley, A. W., "The Construction of Curvilinear Coordinate Grid Systems for Reservoir Simulation", **SPE European Petroleum Conference held in London**, October, 1986.
- Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Jucá, P. C. S., Cunha, A. R., Livramento, M. A., "Development of a Three-Dimensional Black-oil Simulator Using Boundary-Fitted Coordinates" (in portuguese), **Report prepared to: CENPES/PETROBRÁS S.A.**, Part I, April, 1993.
- Sharpe, H. N. and Anderson, D. A., "Orthogonal Curvilinear Grid Generation With Preset Internal Boundaries for Reservoir Simulation", **11<sup>th</sup> SPE Symposium on Reservoir Simulation held in Anaheim, California**, February, 1991.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The authors are grateful to CENPES/PETROBRÁS for supporting the research work in petroleum reservoir simulation at the Computational Fluid Dynamics Laboratory/SINMEC.

## A NUMERICAL GRID FOR DROPLET VAPORIZATION PROBLEMS

A.J.K.Leiroz and R.H.Rangel

Department of Mechanical and Aerospace Engineering  
University of California, Irvine  
Irvine, CA 92717 USA

### SUMMARY

*This paper presents a discretizing grid for the numerical simulation of the vaporization of an infinite stream of droplets in the limit of zero Reynolds number. Analytical transformations are developed so the solutions can be sought in a regular domain and points clustered in high-gradient regions. The transformed equations are discretized, and the resulting algebraic system of equations solved using subroutines from scientific routine libraries. The results are compared to analytical solutions available to limiting cases, for validation purposes.*

### Introduction

Droplet vaporization occurs in a wide range of technological applications such as Diesel and liquid rocket engines. For an isolated droplet, the velocity, temperature and concentration profiles can be found under simplifying assumptions by solving the governing equations analytically (Spalding, 1953). When a group of droplets is present and the interdroplet distances are small enough to make interaction between them significant, analytical solutions are not possible. This is the case of most practical devices, where dense sprays prevail and droplets are subjected to conditions different from the ones experienced by isolated ones.

Theoretical studies of droplet-array vaporization have been carried out by neglecting or transforming the convective terms in the governing equations, and then using the linearity of the obtained equations to build solutions by the method of images (Labowsky, 1978). These solutions confirmed the importance of droplet interaction for the vaporization of arrays of droplets. Numerical solutions have been limited to the study of a few droplets due to the need for a fine enough computational grid to resolve the small scale phenomena near the droplets. Results show an inner region, strongly influenced by the individual droplets and an outer region dominated by the external flow (Liu et al., 1988). The vast majority of numerical models have been limited to high and moderate Reynolds numbers since these prevail in the initial portion of the lifetime of most droplets in a real combustor. However, the zero Reynolds number limit is the logical next step beyond the classical isolated droplet theory resulting in the  $d^2$  law and, consequently, it is the subject of the present study.

Droplet stream vaporization has been also the subject of experimental work both in convective and nonconvective situations. As in the numerical approaches, experiments are limited by the small spatial scale of the physical phenomena (Faeth, 1983). The classical  $d^2$  law for an isolated droplet was shown not to be followed by the droplets in a stream and buoyancy effects were substantially

affected by the droplet interaction leading to a decrease of the droplet vaporization rate, when compared to the isolated droplet case (Miyasaka and Law, 1981).

The present work addresses the problem of droplet stream vaporization by developing a discretizing grid capable of resolving the small scale phenomena near and between droplets of a linear array at zero Reynolds number. Analytical solutions available for limiting cases are used for validation purposes. Results for the velocity potential and temperature fields are presented, for droplet stream vaporization

### Analysis

A schematic of the problem is shown in Fig.1. A section of a long stream of droplets, where the end effects can be neglected, is considered. As a first approach, the flow generated by the vaporizing droplets can be studied under the assumption of the potential flow theory.

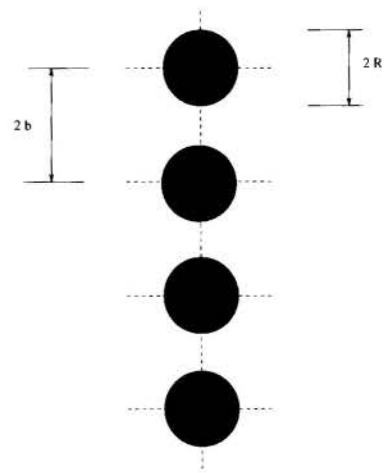


Figure 1: Center portion of a stream of droplets and principal dimensions.

It is also desirable to cluster points in regions where steep gradients in the solution are expected, as is the case near the droplet surface. In doing so, less points need to be used for the same precision, which translates into less expensive computations.

For this purposes we can define (Anderson et al., 1984)

$$\epsilon = 1 - \frac{\ln \frac{(c+1) - \eta}{(c-1) + \eta}}{\ln \frac{(c+1)}{(c-1)}} \quad (15)$$

to be used, instead of  $\eta$ . The clustering parameter  $c$  assumes values between 1 and  $\infty$ , and its influence on the results must be evaluated. A change in the rate of convergence is expected, as the grid is refined, for different values of this parameter and care must be exercised to avoid numerical errors as the distance between points become very small.

The governing equations must be rewritten using the new variables. Since the transformations developed above are all analytical, their metrics can be promptly obtained. The transformed equations present new terms, such as cross derivatives, and coefficients dependent on the position in the transformed domain. The boundary conditions must be subjected to the same transformation as the differential equations.

Once obtained, the transformed equations can be discretized using the finite - difference method. A second-order accurate scheme is used throughout the domain, including the boundary points, with exception of the cross derivatives terms in the corner points, where a backwards first order approximation is used. The discretization leads to a system of algebraic equations with the values of potential and temperature at each grid point as unknowns. A typical equation in this system presents nine non zero coefficients. The system of equations is solved first for the potential, using a guessed value for the droplet surface velocity. With the potential obtained for each grid point, the velocity components can be found and the temperature field obtained by solving the corresponding discretized equations. Using the temperature gradient at the droplet surface, a new value for the surface velocity can be found (Eq. 11) and used to improve the potential. This procedure is repeated until an established tolerance is reached for the surface velocity. Specifying a constant value for the potential at the outer boundary, which corresponds to a parallel flow, has the effect of making the discrete system of equations for the potential to have a unique solution.

The iterative scheme for the solution employs the analytically obtained isolated droplet surface velocity as the initial guess. Under relaxation is used between iterations to guarantee convergence, as higher values of  $Ja$  are considered. This fact can be explained by the increasing importance of the convective terms in the energy equation as  $Ja$  increases. Upper-limit values for the under-relaxation parameter were found to be 1.00, 0.75, 0.40 for  $Ja$  values of 1, 10, 100 respectively. For values of  $Ja$  lower than unity, no under-relaxation is necessary.

The system obtained from the procedure described above is solved using the IMSL routine DLSARB (IMSL, 1991), which incorporates an iterative refinement of the solution and makes use of the sparseness of the system matrix by means of band storing its coefficients. Once convergence is achieved, the transformations must be inverted, so that, the values obtained in the transformed plane can be allocated to the corresponding points in the physical domain. Since all transformations are analytic, the inversion relations can be written as

$$r^* = \eta \{ f(\theta) - 1 \} + 1 \quad (16)$$

where

$$\eta = \frac{(c+1) - (c-1) \left( \frac{c+1}{c-1} \right)^{(1-\epsilon)}}{\left( \frac{c+1}{c-1} \right)^{(1-\epsilon)} + 1} \quad (17)$$

and

$$\theta = \begin{cases} \frac{\theta_c}{\zeta_c} \cdot \zeta & , \text{ for } 0 \leq \theta \leq \theta_c \\ \frac{\pi/2 - \theta_c}{1 - \zeta_c} (\zeta - 1) + \frac{\pi}{2} & , \text{ for } \theta_c < \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (18)$$

Some grids generated using this method are shown in Fig. 2. The developed transformations place a coordinate line along the droplet surface, avoiding the use of nonuniform grids. Normal gradients to the droplet, present in boundary (Eq. 3) and coupling (Eq. 11) conditions can be readily obtained, since the grid lines are also orthogonal to the droplet surface.

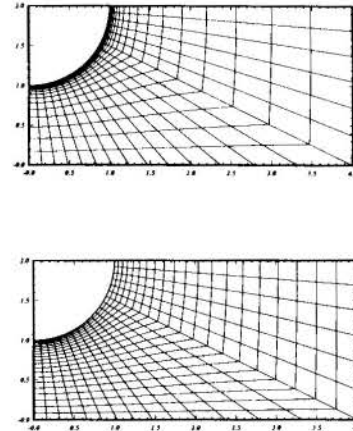


Figure 2: Computational 21x21 grids in the physical plane for  $c = 1.002$  (above) and  $c = 1.01$  (below)

## Results

In order to validate the numerical procedure, we compare the calculations with analytical results for a number of limiting cases.

The first of these modified problems is the one related to a single droplet in a infinite medium. Equations and boundary conditions for this problem (Rangel and Sirignano, 1989) are the same as Eq.(1)-(7), when the half distance between droplets  $b^*$  approaches infinity. For numerical simulation purposes, this conditions will be obtained by considering  $b^*$  large enough, such that the interaction between droplets can be neglected. Converged numerical and

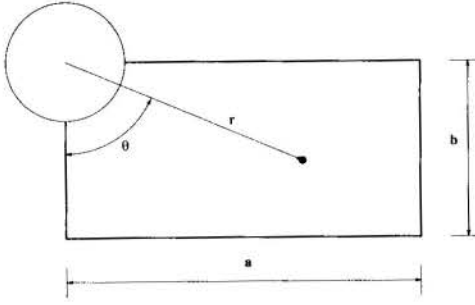


Figure 1: Physical domain and principal dimensions.

After symmetry considerations are made, the domain where the solution is sought is obtained (Fig.2) and, using a spherical coordinate system centered on one droplet, the equations governing the vaporization of a stream of droplets can be written in their nondimensional quasi-steady form as:

$$\frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^{*2} \frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2} \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Phi^*}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (1)$$

$$u_r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + \frac{u_\theta^*}{r^*} \frac{\partial T^*}{\partial \theta} = \frac{1}{Ja} \left( \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^{*2} \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2} \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) \right) \quad (2)$$

in

$$1 < r^* < \frac{b^*}{\cos \theta}, \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

where the velocity components are

$$u_r^* = \frac{u_r}{V_{ref}} = \frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*} \quad \text{and} \quad u_\theta^* = \frac{u_\theta}{V_{ref}} = \frac{1}{r^*} \frac{\partial \Phi^*}{\partial \theta}$$

with boundary conditions:

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*} = \frac{V_s(\theta)}{V_{ref}} = V_s^*(\theta) \quad T^* = 0 \quad ; \quad r^* = 1 \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

$$\Phi^* \rightarrow 0 \quad T^* \rightarrow 1 \quad ; \quad r^* \rightarrow \infty \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial T^*}{\partial \theta} = 0 \quad ; \quad \theta = 0 \quad 1 < r^* < b^* \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial T^*}{\partial \theta} = 0 \quad ; \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad 1 < r^* < \infty \quad (6)$$

$$-\frac{\partial \Phi^*}{\partial \theta} \sin \theta + \frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*} b^* = -\frac{\partial T^*}{\partial \theta} \sin \theta + \frac{\partial T^*}{\partial r^*} b^* = 0; \quad r^* \cos \theta = b^* \quad 0 < \theta < \theta_c \quad (7)$$

The equations were nondimensionalized using new variables defined by:

$$r^* = \frac{r}{R} \quad \Phi^* = \frac{\Phi}{V_{ref} R} \quad T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} \quad (8)$$

where

$$V_{ref} = \frac{k}{\rho h_{fg}} \frac{T_\infty - T_s}{R} \quad (9)$$

The Jacob number, appearing in the nondimensional energy equation, is defined as

$$Ja = \frac{c_p(T_\infty - T_s)}{h_{fg}} = \frac{V_{ref} R}{\alpha} \quad (10)$$

Equations (1) and (2) are coupled by the energy requirement:

$$\left. \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=1} = V_s^* = \left. \frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=1} \quad (11)$$

at the droplet surface. The droplet surface is assumed at a constant temperature equal to the vaporizing temperature of the liquid at the prevailing pressure.

### Numerical Considerations

The numerical simulation of this vaporization problem is carried out using the finite - difference method. For the numerical integration of the equations, boundary conditions at infinity (Eq. 4) are applied at a finite distance  $a$  (Fig.2). Due to this approximation, the obtained results must be tested for increasing  $a$  in order to satisfy a established precision requirement.

The proposed transformations will map the symmetry plane between two droplets ( $r^* \cos \theta = b^*$ ) and the outer boundary ( $r^* \sin \theta = a^*$ ) onto a single side in the transformed domain.

We begin by defining:

$$f(\theta) = \begin{cases} \frac{b^*}{\cos \theta}, & \text{for } 0 \leq \theta \leq \theta_c \\ \frac{a^*}{\sin \theta}, & \text{for } \theta_c < \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (12)$$

where  $\theta_c$  corresponds to the angle of the domain diagonal.

The function  $f(\theta)$  defined above is continuous but its derivative can not be defined along the  $\theta = \theta_c$  line. Looking ahead in the analysis, one can notice that the derivatives of this function will be present in the transformed equations, which would lead to discontinuous coefficients for these equations. In order to avoid this shortcoming, which can cause complications in the numerical solution, the transformation developed for the polar angle places a grid line along  $\theta = \theta_c$  and appropriate matching conditions are applied to the mesh points along that line. These conditions guarantee that fluxes of mass and energy are conserved across the referred line. This corresponds to splitting the physical domain into two subdomains divided by the  $\theta = \theta_c$  line with boundary condition specified so that both solutions match smoothly, despite the discontinuity introduced by the transformation.

Using these ideas, the first transformation can be defined and the new variables can be written as:

$$\eta = \frac{r^* - R}{f(\theta) - R} \quad (13)$$

and

$$\zeta = \begin{cases} \frac{\zeta_c}{\theta_c} \cdot \theta & , \text{ for } 0 \leq \theta \leq \theta_c \\ \frac{1 - \zeta_c}{\pi/2 - \theta_c} \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right) + 1 & , \text{ for } \theta_c < \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (14)$$

Values of  $\zeta_c$  are chosen such that the ratio between the number of points placed below and above the diagonal is proportional to the aspect ratio of the truncated physical domain. In doing so, a better distribution of grid points can be achieved, since, as the domain is stretched, fewer points are required above the domain diagonal due to the smaller gradients present in this region as the far-field conditions are approached.



analytical (Rangel and Sirignano, 1989) solutions are presented in Fig. 3 for comparison, for the region near the droplet. Values for

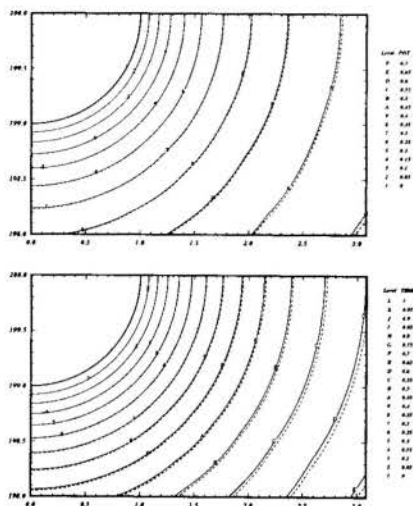


Figure 3: Equipotential lines (above) and Isothermal lines (below) for an isolated droplet - Numerical (solid) and Analytical (dashed) solutions ( $Ja = 1$ )

the interdroplet distance to prevent interaction proved to be function of the Jacob number ( $Ja$ ). Typical values used for  $b^*$  were 200 and 400 for  $Ja$  values of 1 and 10, respectively. Although the transformations were not developed for this specific case, the numerical results show very good agreement with the analytical one, validating the numerical procedure. The nondimensional droplet surface velocity obtained numerically agrees with the corresponding analytical value to 4 significant digits. Besides, by comparing the numerically obtained value for the droplet surface velocity against the analytical one, a clustering parameter  $c$  lower bound value can be obtained. This lower bound value can be used when the stream of droplets is considered. The procedure was also tested using isolated porous spheres with good agreement with analytical solutions.

The full system of equations can be now analyzed, and solutions are presented in Fig. 4, showing the equipotential contours, velocity vectors and temperature distribution, within the region near the droplet. Aspect ratios values up to 7:1 were used in the simulations, without loss of precision in the near field, leading to variations in the total droplet vaporization rate of less than 2%. Calculations employing this grid have been carried out by Leiroz and Rangel(1994) for a variety of  $Ja$  and droplet spacings.

#### Conclusions

A discretizing grid to study the vaporization of an infinitely-long droplet stream with finite interdroplet spacing has been developed and applied for the case of zero Reynolds number (stagnant conditions). The numerical procedure has been validated by comparison with classical analytical results for an isolated droplet. The droplet stream case has been also analyzed, and the developed grid of

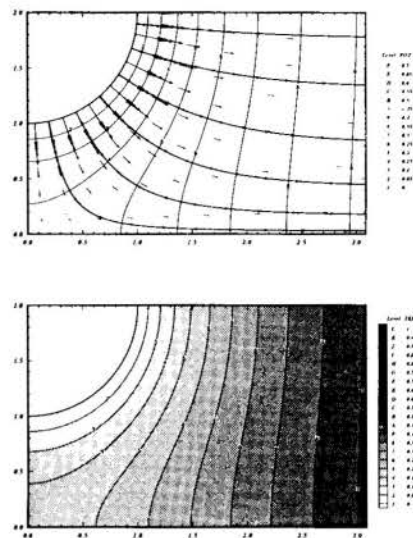


Figure 4: Equipotential lines, streamlines, velocity vectors (above) and temperature regions for a stream of vaporizing droplets - Numerical solution  $b^* = 2$  ( $Ja = 1 - 126 \times 126$  points)

near and between the droplets.

#### Acknowledgment

The authors would like to acknowledge the financial support from CNPq, Brasilia - Brazil (Grant No. 201226/90.1). This research was also supported in part by the University of California, Irvine, through an allocation of computer resources.

#### References

- Anderson, D., Tannehill, J. and Pletcher, R., Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Hemisphere, 1984.
- Faeth, G.M., "Evaporation and Combustion of Sprays", Prog. Energy Combustion Science, vol. 9, pp. 1-76, 1983.
- IMSL Library - Version 2.0, IMSL, Inc.; Park West Tower One, 2500 City West Blvd., Houston, TX, 77042, 1991.
- Labowsky, M., "A Formalism Calculating the Evaporation Rates of Rapidly Evaporating Interacting Particles", Combustion Science and Technology, vol. 18, pp. 145-151, 1978.
- Leiroz, A. and Rangel, R., "Numerical Study of Droplet Stream Vaporization at Zero Reynolds Number", Numerical Heat Transfer, Part A, submitted.
- Liu, D., Anders, K. and Fhron, A., "Drag Coefficients of Single Droplets Moving in an Infinite Droplet Chain on the Axis of a Tube", International Journal Multiphase Flow, vol. 14, N2, pp. 217-232, 1988.
- Miyasaka, K. and Law, C.K., "Combustion of Strongly-interacting linear droplet arrays", Proc. 18th Symposium (International) on Combustion, pp. 283-292, The Combustion Institute, Pittsburgh, 1981.
- Rangel, R.H. and Sirignano, W.A., "An Evaluation of the Point - Source Approximation in Spray Calculations", Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 16, pp. 37-57, 1989.
- Spalding, D.B., "The Combustion of Liquid Fuels", Proc. 4th International Symposium of Combustion, pp. 847-864, Cambridge, MA, 1953.

Study of Convergence of SIMPLE, SIMPLER and SIMPLEC algorithms for  
 Laminar Compressible Fluid Flow

E. V. Volpe and M. M. Pimenta  
 Department of Mechanical Engineering  
 Polytechnic School of the University of São Paulo  
 São Paulo, Av. Prof. Mello Moraes, 2231,  
 CEP 05508-900, SP, Brazil

SUMMARY

*This work compares and discusses performance of the algorithms SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC and compressible flow formulation of SIMPLE algorithm, when simulating compressible fluid flow at low Reynolds numbers, without heat transfer. To use boundary-fitted coordinate systems, the generalized form of the governing equations is used and the source terms are evaluated in complete form. Some results are presented for comparison purposes.*

Introduction

Physical situations requiring numerical simulation of low Reynolds number flows of compressible fluids, without heat transfer, are common in engineering applications. The main feature of these problems is that compressible effects are not significant and hence may be disregarded. Thus, the use of incompressible flow algorithms should yield good results.

Therefore, incompressible flow formulations of Finite Volume based algorithms may be used, and one can expect to get the same results obtained by a compressible flow formulation. Within this work, incompressible flow formulations of SIMPLE, SIMPLER (Patankar, 1980) and SIMPLEC (Van Doormaal and Raithby, 1984) algorithms are compared with a compressible flow formulation of the SIMPLE algorithm.

To establish proper conditions for comparisons, same routines were used to evaluate tensors and source terms for all of them. Therefore the only differences among the algorithms concern their structures. Moreover, they differ in the use of thermal energy and state equations, which were brought only in the compressible flow formulation of the SIMPLE algorithm.

This formulation, which is capable of solving compressible flow problems, includes viscous dissipation in energy source term and provides an upwind scheme for density in the pressure correction equation. However, low Reynolds number flows, without heat transfer, are not likely to need this features and, therefore, incompressible flow formulations should suffice for simulating them.

Yet, within the incompressible flow formulation, the coupling between momentum and mass conservation equations suffers from stiffness, since one imposes zero divergence for the velocity field, during the iterative process. This happens because these equations are sequentially evaluated in each iteration, and the results of any of them are not bound to satisfy the other, unless convergence has been achieved. Hence, during the iterations, momentum equation residue and (P') source term alternate in magnitude, giving to the convergence criterion an oscillating pattern. Within this pattern, oscillations' amplitude slowly decreases as it approaches the converged solution.

In this sense, introduction of fluid compressibility provides the coupling between these equations with one more degree of freedom, thus removing its stiffness. This feature is likely to smooth convergence process, which means reducing the amplitude of its oscillations. Nevertheless, it will not necessarily reduce the number of iterations, due to the introduction of thermal energy equation, which must also be converged.

In fact, false compressibility schemes do the same task without spending as much computational effort and memory storage space as compressible flow formulation does. However, the former ones do not preserve small magnitude effects of fluid compressibility that could otherwise affect the solution. The test cases, which were included in this work, do satisfy conditions stated above, therefore, compressibility effects

must become negligible as convergence is achieved, in spite of playing an important role during the iterations.

Governing Equations

For incompressible flow formulations, the set of governing equations involves mass and momentum conservation principles, which, in generalized form are given by:

Continuity equation:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^i} (J \rho u^i) = 0 \quad (1)$$

Where ( $\rho$ ) stands for density and (J) stands for Jacobian of the transformation which leads from physical to mathematical space. The former is represented by a Cartesian reference frame (X,Y) and the last by curvilinear coordinates ( $\xi, \eta$ ). Velocity is given by its contravariant components ( $u^i$ ). Momentum equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u^i) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^j} (J \rho u^i u^j) = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left( \mu J g^{jn} \frac{\partial u^i}{\partial \xi^n} \right) + \rho f^i + \Gamma_{mn}^i (\tau^{mn} - J \rho u^m u^n) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^j} (J \kappa^{ij}) - g^{ij} \frac{\partial p}{\partial \xi^j} \quad (2)$$

Where ( $\tau^{ij}$ ) represents the stress tensor, and the tensor ( $\kappa^{ij}$ ) is defined for the momentum equation to cast it in the form of general conservation principle, as stated by Patankar (1980). Both, ( $\tau^{ij}$ ) and ( $\kappa^{ij}$ ) are given by:

$$\tau^{ij} = 2\mu \left[ \frac{1}{2} \left( g^{jn} \frac{\partial u^i}{\partial \xi^n} + g^{in} \frac{\partial u^j}{\partial \xi^n} - \frac{\partial g^{ij}}{\partial \xi^n} u^n \right) \right] - \frac{1}{3J} g^{ij} \frac{\partial}{\partial \xi^n} (J u^n) \quad (3)$$

$$\kappa^{ij} = \tau^{ij} - \mu g^{jn} \frac{\partial u^i}{\partial \xi^n} \quad (4)$$

In the above equations, ( $g^{ij}$ ) stands for the contravariant components of the metric tensor, ( $\Gamma_{mn}^i$ ) represents a Christoffel symbol of the second kind, ( $\mu$ ) stands for dynamic viscosity, ( $f^i$ ) represents field force contravariant component and (p) represents pressure.

For compressible flow formulation, the set of equations also includes state and thermal energy equations. The ideal gas law

has been used for the former. While for the last, the enthalpy formulation has been used (Volpe and Pimenta, 1989):

$$c_p \left( \frac{\partial}{\partial t} (\rho T) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^i} (J \rho u^i T) \right) = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^r} \left( J k g^{rs} \frac{\partial T}{\partial \xi^s} \right) + \Phi \quad (5)$$

Where (T) represents absolute temperature and ( $c_p$ ) stands for constant pressure specific heat. The source-term ( $\Phi$ ), which includes viscous dissipation and pressure gradient term is given by:

$$\Phi = \tau^{ij} \left( \frac{\partial}{\partial \xi^j} (u_i) - u_k \Gamma_{ij}^k \right) + \beta T \left( \frac{\partial p}{\partial t} + u^n \frac{\partial p}{\partial \xi^n} \right) \quad (6)$$

Where ( $\beta$ ) represents volumetric compressibility module. For the momentum equation, the source-term is split into two parts, separating pressure gradient term from those involving stress tensor and field force. This last term ( $s^*$ ) is given by:

$$s^* = \Gamma_{mn}^i (\tau^{ij} - \rho u^m u^n) + \rho f^i + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^j} (J \kappa^{ij}) \quad (7)$$

**Discretization Equations.** The discretized form of these equations are developed by integrating them over an elementary control volume, as shown below (fig. 1), which represents a computational cell in the transformed space. Momentum, mass and energy fluxes across its interfaces are evaluated using a staggered grid scheme for velocity components. In order to locate properly interface and central points, functions  $X(\xi, \eta)$  and  $Y(\xi, \eta)$ , which are known only at grid points, are then expanded into Taylor series to second order truncation error. A second order central difference scheme is applied to evaluate metric coefficients, and this is done for central, interface and grid points separately. This procedure ensures the use of difference representations of same order for the whole set of metric coefficients (Thompson *et al.*, 1985). Besides, these coefficients are all evaluated before flow field calculations.

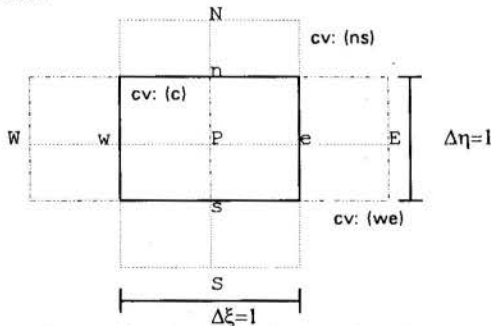


Figure 1. Computational cell in the transformed space. Solid lines represent main control volume (c), while dashed lines represent staggered control volumes (ns) and (we). Their sides ( $\Delta \xi$ ) and ( $\Delta \eta$ ) are both taken equal to one.

Source-terms are linearized by integrating them over the control volume. The used numerical values are those from the previous iteration and their results are treated as constants. Their derivatives are evaluated by the same second order central difference scheme. For momentum equation, source-terms are split into two parts, each one regarding one direction and the related staggered control volume, (we) or (ns). For energy equation, however, source-term is evaluated for the main control volume.

To accomplish this, components of both tensors, ( $\tau^{ij}$ ) and ( $\kappa^{ij}$ ), and their derivatives are evaluated separately for interface and central points. Pressure gradient terms, on the other hand, are integrated for each staggered control volume, (we) and (ns) directions.

$$\bar{s}_{c(we)} = \iint_{(we)} s^* d\xi d\eta \quad \bar{s}_{c(ns)} = \iint_{(ns)} s^* d\eta d\xi \quad (8)$$

$$\bar{\Phi}_c = \iint_{(c)} \Phi d\xi d\eta \quad (9)$$

Within this framework, discretization equations for momentum and thermal energy are given by the following expressions. Momentum equation in the (we) direction:

$$\begin{aligned} a_e u_e^1 &= \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^1 + b + (g^{11} J \Delta \eta)_{(we)} (P_P - P_E) \\ a_e &= \sum_{nb} a_{nb} + a_e^0 \\ b &= J_{(c)} \bar{s}_{c(we)} \Delta \xi \Delta \eta + a_e^0 u_e^{01} \\ a_e^0 &= (\rho_e^0 J_{(c)} \Delta \xi \Delta \eta) / \Delta t \end{aligned} \quad (10)$$

Momentum equation in the (ns) direction:

$$\begin{aligned} a_n u_n^2 &= \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^2 + b + (g^{22} J \Delta \xi)_{(ns)} (P_P - P_N) \\ a_n &= \sum_{nb} a_{nb} + a_n^0 \\ b &= J_{(c)} \bar{s}_{c(ns)} \Delta \xi \Delta \eta + a_n^0 u_n^{02} \\ a_n^0 &= (\rho_n^0 J_{(c)} \Delta \xi \Delta \eta) / \Delta t \end{aligned} \quad (11)$$

Thermal energy equation:

$$\begin{aligned} a_p T &= \sum_{nb} a_{nb} T_{nb} + b \\ a_p &= \sum_{nb} a_{nb} + a_p^0 \\ b &= J_{(c)} \bar{\Phi}_c \Delta \xi \Delta \eta + a_p^0 T_P \\ a_p^0 &= (\rho_p^0 J_{(c)} \Delta \xi \Delta \eta) / \Delta t \end{aligned} \quad (12)$$

Coefficients of the discretization equations are defined as sum of a diffusive term (D) and a convection term (F). These terms are evaluated at the interfaces of the control volume. This means using staggered control volumes for momentum equations, and central ones for energy equation. Besides, the diffusive part involves a general diffusive coefficient ( $\lambda$ ), which stands for dynamic viscosity ( $\lambda = \mu$ ) in momentum equation and for the ratio of thermal conductivity to constant pressure specific heat ( $\lambda = k / c_p$ ) in energy equation. Furthermore, the Peclet number (Pe) is defined as the ratio between the strengths of convection (F) and diffusion (D).

$$\begin{aligned} a_E &= D_e A(|Pe_e|) + \|F_e, 0\| \\ a_w &= D_w A(|Pe_w|) + \|F_w, 0\| \\ a_n &= D_n A(|Pe_n|) + \|F_n, 0\| \\ a_s &= D_s A(|Pe_s|) + \|F_s, 0\| \\ \|x, y\| &\Rightarrow \text{greater of } \{x, y\} \\ D_o &= [(J g^{11} \lambda \Delta \eta) / \Delta \xi]_{(we)} \dots D_n = [(J g^{22} \lambda \Delta \xi) / \Delta \eta]_{(ns)} \\ F_o &= (J \rho u^1 \Delta \eta)_{(we)} \dots F_n = (J \rho u^2 \Delta \eta)_{(ns)} \\ Pe_o &= F_o / D_o \dots Pe_n = F_n / D_n \end{aligned} \quad (13)$$

For the function  $A(|Pe|)$ , a series of schemes is proposed (Patankar 1980): central difference, upwind, hybrid, power law and exponential. Although routines provide the possibility of using any of these schemes, the power law scheme is adopted in this work, and it is given by:

$$A(|Pe|) = \|0, (1 - 0.1|Pe|)^5\| \quad (14)$$

Expressions for evaluating pressure (P) and velocity ( $u^1, u^2$ ) fields from the last estimates available: ( $P^*$ ) and ( $u^{1*}, u^{2*}$ ), which use pressure and velocity corrections ( $P'$ ) and ( $u^{1'}, u^{2'}$ ), are defined:

$$\begin{aligned} P &= P^* + P' \\ u^1 &= u^{1*} + u^{1'} \\ u^2 &= u^{2*} + u^{2'} \\ C_e &= [(g^{11} J \Delta \eta) / a_e]_{(we)} \\ C_n &= [(g^{22} J \Delta \xi) / a_n]_{(ns)} \\ u_e^{1'} &= C_e (P_P' - P_E') \\ u_n^{2'} &= C_n (P_P' - P_N') \end{aligned} \quad (15)$$

Hence, the continuity equation for the SIMPLE, SIMPLEC and SIMPLER algorithms is written in terms of pressure corrections, by means of these expressions:

$$\begin{aligned} a_P P_P' &= a_E P_E' + a_W P_W' + a_N P_N' + a_S P_S' + b \\ a_E &= (J\Delta\eta)_{e,C,\rho} \\ a_W &= (J\Delta\eta)_{w,C,\rho} \\ a_N &= (J\Delta\xi)_{n,C,\rho} \\ a_S &= (J\Delta\xi)_{s,C,\rho} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S \\ b &= \left[ \rho_P(P_P^0, T_P^0) - \rho_P(P_P, T_P) \right] \left[ J_c \frac{\Delta\eta\Delta\xi}{\Delta t} \right] + \\ &+ \left[ (J\rho^* u^*)_{e,w} - (J\rho^* u^*)_{n,s} \right] \Delta\eta + \left[ (J\rho^* u^*)_{n,s} - (J\rho^* u^*)_{e,w} \right] \Delta\xi \end{aligned}$$

For the compressible flow formulation of the SIMPLE algorithm, however, density dependence on pressure and temperature is introduced by means of the state equation. Hence, a density correction term ( $\rho'$ ) is defined using ideal gas law, and the actual density is found out by adding this correction to the last estimate available ( $\rho^*$ ). Then, convection ( $\mathfrak{J}$ ) and diffusion ( $G$ ) terms based on this correction are defined, for face (e):

$$\begin{aligned} \rho' &= P' / RT \\ B &= (RT)^{-1} \\ \rho &= \rho^* + B P' \\ \mathfrak{J}_e &= J_e u_e^* B_e \Delta\eta \\ G_e &= \rho_e C_e \end{aligned} \quad (17)$$

Hence, the pressure-correction equation with the upwind scheme for density is given by:

$$\begin{aligned} a_P P_P' &= a_E P_E' + a_W P_W' + a_N P_N' + a_S P_S' + b \\ a_E &= (J\Delta\eta)_e G_e + \left| -\mathfrak{J}_e, 0 \right| \\ a_W &= (J\Delta\eta)_w G_w + \left| \mathfrak{J}_w, 0 \right| \\ a_N &= (J\Delta\xi)_n G_n + \left| -\mathfrak{J}_n, 0 \right| \\ a_S &= (J\Delta\xi)_s G_s + \left| \mathfrak{J}_s, 0 \right| \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S \\ b &= \left[ \rho_P(P_P^0, T_P^0) - \rho_P(P_P, T_P) \right] \left[ J_c \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta t} \right] + \\ &+ \left[ (J\rho^* u^*)_{e,w} - (J\rho^* u^*)_{n,s} \right] \Delta\eta + \left[ (J\rho^* u^*)_{n,s} - (J\rho^* u^*)_{e,w} \right] \Delta\xi \end{aligned} \quad (18)$$

It is worth noticing that the only difference between equations (16) and (18) concerns the upwind scheme brought in the last one. As a matter of fact, both equations fit compressible flow formulations, but the last one is expected to do better job when dealing with higher Reynolds number's flows. In this study the use of equation (18) aims only at evaluating its influence on algorithm's overall performance.

The SIMPLEC algorithm uses the same framework stated above, but brings in some important features that have been designed to improve algorithm's performance (for further details see Van Doormmal and Raithby, 1984). The most important among them are:

- replacement of the normally used under-relaxation scheme by the E-factor formulation, which is capable of direct physical interpretation.
- the use of a relaxation parameter in pressure correction equation, aimed at improving the off-line values of ( $P'$ ), during the iterations of the line-by-line algorithm.
- introduction of a consistent approximation in deriving velocity correction equations from momentum equations. This is accomplished by replacing expressions of ( $C_e$ ) and ( $C_n$ ), equations. (15), by the expressions:

$$\begin{aligned} C_e &= \left[ (g^{11} J\Delta\eta) / (a_e - \sum a_{nb}) \right]_{(we)} \\ C_n &= \left[ (g^{22} J\Delta\xi) / (a_n - \sum a_{nb}) \right]_{(ns)} \end{aligned} \quad (19)$$

This change removes the need for under-relaxation in pressure correction equation.

The SIMPLER algorithm uses pressure correction equation only to evaluate velocity field corrections. To evaluate the pressure field, it uses a pressure equation. This one is derived from momentum equation by means of pseudo velocities, which are defined as:

$$\begin{aligned} \hat{u}_e^1 &= (\sum a_{nb}^1 u_{nb}^1 + b) / a_e \\ \hat{u}_n^2 &= (\sum a_{nb}^2 u_{nb}^2 + b) / a_n \end{aligned} \quad (20)$$

These pseudo velocities are then introduced in momentum equations, without involving any approximation, which results:

$$\begin{aligned} u_e^1 &= \hat{u}_e^1 + C_e (P_P - P_E) \\ u_n^2 &= \hat{u}_n^2 + C_n (P_P - P_N) \end{aligned} \quad (21)$$

These expressions are derived from continuity equation, resulting an equation for pressure. The last one is completely similar to the pressure-correction equation (16), except for the fact that it involves pressure ( $P$ ) as dependent variable, instead of ( $P'$ ), and its source term involves pseudo velocities ( $\hat{u}^1, \hat{u}^2$ ), instead of guessed velocities ( $u^{1*}, u^{2*}$ ).

#### Solution Procedure.

Both the algorithms, SIMPLEC and compressible flow formulation of SIMPLE, follow the same procedure of the SIMPLE algorithm. However, it should be pointed out that the former involves the changes which were brought in its formulation, and the second includes energy equation and density is evaluated by means of state equation, whenever it is involved. Besides, compressible flow formulation uses absolute values of pressure and the absolute scale of temperature.

For the SIMPLE algorithm, the sequence of operations can be summarized as:

- 1- Estimate a pressure field ( $P^*$ ).
- 2- Solve momentum equations to obtain ( $u^{1*}, u^{2*}$ ).
- 3- Solve pressure-correction equation to obtain ( $P'$ ).
- 4- Evaluate the pressure field ( $P$ ) adding ( $P^*$ ) to ( $P'$ ).
- 5- Correct the velocity field, by means of velocity-correction expressions.
- 6- Solve the energy equation to obtain the temperature field (for the compressible flow formulation).
- 7- Treat the corrected pressure field as a new guessed pressure ( $P^*$ ), and return to step 2 to repeat the sequence, until convergence.

The SIMPLER algorithm's sequence of operations can be summarized as:

- 1- Estimate a velocity field ( $u^{1*}, u^{2*}$ ).
- 2- Calculate the pseudo velocities ( $\hat{u}^1, \hat{u}^2$ ).
- 3- Solve the pressure equation to obtain the pressure field.
- 4- Treating this pressure field as ( $P^*$ ), solve momentum equations to obtain the velocity field ( $u^{1*}, u^{2*}$ ).
- 5- Solve the pressure correction equation to obtain ( $P'$ ).
- 6- Correct only the velocity field, using expressions (15).
- 7- Solve discretization equations for other variables, if necessary.
- 8- Return to step 2 and repeat until convergence.

**Convergence Criterion.** The adopted convergence criterion uses the residues of momentum and energy equations and the source term of pressure-correction equation. The criterion states that modules of each of these variables are summed up for each iteration. Convergence is achieved when the greatest among these sums is below a precision level, which is set arbitrarily small.

This criterion is used even for the SIMPLEC algorithm, instead of using the Euclidean norm for the residuals of pressure correction equation.

**Boundary Conditions.** Boundary conditions are specified as constant pressure at outflow boundary and normal velocity profile at inflow boundary. The non-slip condition is adopted on the walls. Besides, for the energy equation, a temperature profile is specified at inflow boundary, and either temperature profiles or constant heat fluxes could be specified at the walls. No boundary condition is specified for the energy equation at outflow boundary, where one assumes the convection strength to be larger than the diffusion strength.



Moreover, pressure level's indeterminacy does not arise in any of the algorithms being tested, for constant pressure is specified at the outflow boundary.

### Preliminary Results

As part of the preliminary tests, the algorithms were used to simulate laminar air flow through a two dimensional nozzle with Whitehead geometrical pattern (Taira, 1994). Its main dimensions were: length = 0.588m, width at inflow boundary = 1.2m, and width at outflow boundary = 0.48m. The grid was generated using the method by Thompson *et al.* (1985), with line spacing control to improve accuracy of regions near the walls. Then, the method by Ryskin and Leal (1983) was applied to the region of interest, producing an orthogonal mesh.

Air transport properties were evaluated at the temperature  $T = 26.9^{\circ}\text{C}$ , and the values adopted were: dynamic viscosity  $\mu = 1.983 \cdot 10^{-5}$  kg/ms, constant pressure specific heat  $c_p = 1.0057$  KJ/Kg $^{\circ}\text{C}$  and thermal conductivity  $k = 0.02624$  W/m $^{\circ}\text{C}$ . For incompressible flow formulation algorithms, density's value was  $\rho = 1.1774$  Kg/m $^3$ . At the entrance section, a laminar developed profile was specified, its Reynolds number was  $Re \approx 1778.0$  (based on the hydraulic diameter) and mass flow rate: 0.018 Kg/s. At outflow boundary, constant absolute pressure  $P = 101325.0$  Pa was specified for the compressible flow formulation algorithm, while for the others, a zero relative pressure was specified. For temperature,  $T = 26.9^{\circ}\text{C}$  was adopted at all boundaries. The accuracy imposed on the converged solution was ( $\Delta = 10^{-5}$ ).

The results are shown below in figures 2 (velocity field) and 3 (pressure field). Pressure is shown in terms of dimensionless values ( $P_{nd}$ ), by means of an expression which compares pressure ( $P$ ) at any grid point to the highest ( $P_{(max)}$ ) and the lowest ( $P_{(min)}$ ) values of pressure within flow domain:  $P_{nd} = (P - P_{(min)}) / (P_{(max)} - P_{(min)})$ . The range of dimensionless pressure variation was divided into 9 intervals of equal length from 0 to 1:  $a \Rightarrow 0 \leq P < 0.11$ ,  $b \Rightarrow 0.11 \leq P < 0.22$ ,  $c \Rightarrow 0.22 \leq P < 0.33$ ,  $d \Rightarrow 0.33 \leq P < 0.44$ ,  $e \Rightarrow 0.44 \leq P < 0.56$ ,  $f \Rightarrow 0.56 \leq P < 0.67$ ,  $g \Rightarrow 0.67 \leq P < 0.78$ ,  $h \Rightarrow 0.78 \leq P < 0.89$ ,  $i \Rightarrow 0.89 \leq P \leq 1.0$ . It was found out a total pressure drop between ( $P_{(max)}$ ) and ( $P_{(min)}$ ) of:  $P = 0.0107$  Pa.

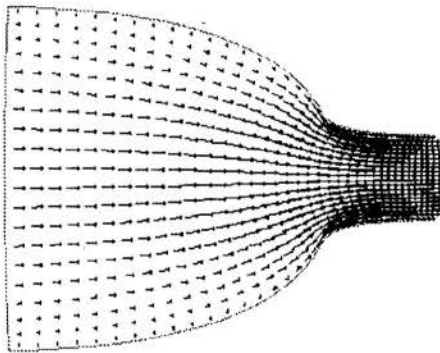


Figure 2. Laminar flow through the nozzle: velocity field.

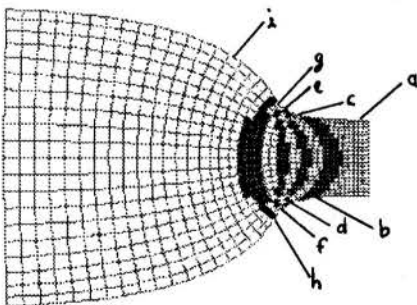


Figure 3. Laminar flow through the nozzle: dimensionless pressure field.

Numerical results obtained by SIMPLE, SIMPLEC and SIMPLER algorithms differed by values which were below imposed accuracy. Furthermore, differences between them and the one obtained by compressible flow formulation was below  $10^{-4}$ . Besides, temperature

variations due to compressibility were below the same accuracy imposed on the solution.

The approximate numbers of iterations required by the algorithms to converge were: SIMPLE  $\Rightarrow n \approx 4100$ , SIMPLEC  $\Rightarrow n \approx 5600$ , SIMPLER  $\Rightarrow n \approx 3000$  and the compressible flow formulation of the SIMPLE algorithm  $\Rightarrow n \approx 10400$ .

For the SIMPLE algorithm, the under-relaxation factors for velocity and pressure were:  $\omega_v = 0.3$  and  $\omega_p = 0.2$ , then increased until  $\omega_v = 0.6$  and  $\omega_p = 0.4$ . For the SIMPLEC algorithm, the values adopted for E factor was  $E = 10^4$  and  $\theta = 1.0$ , which were held constant. For the SIMPLER algorithm velocity relaxation factor was also held constant at  $\omega_v = 0.3$ . And for the compressible flow formulation of the SIMPLE algorithm, the values adopted were  $\omega_v = 0.2$ ,  $\omega_p = 0.1$  and  $\omega_T = 0.05$ , which were then increased until  $\omega_v = 0.6$ ,  $\omega_p = 0.4$  and  $\omega_T = 0.05$ .

### Concluding Remarks

The agreement between different algorithms has shown to be very good. The differences between compressible and incompressible flow solutions were small and can be attributed to the compressibility of the fluid. Therefore, the features that were brought in the compressible flow formulation algorithm did not prevent it from converging, although the number of iterations required in this case was by far greater than the others. However, this was not only due to those features, namely upwind scheme for density and viscous dissipation term, but also to the inclusion of the energy equation.

Moreover both formulations of the SIMPLE algorithm have shown strong dependence on under-relaxation factors. These factors must be set at small values at the start of the simulation, but can be increased to speed up convergence, as the solution approaches. This is especially important for the compressible formulation, where there are three under-relaxation factors to be chosen: velocity, pressure and temperature.

In this work, relaxation factors have been increased from 0.1 up to 0.6 during iteration process, provided that velocity relaxation factor was the largest one and temperature relaxation factor was the lowest. This procedure has attained to smooth oscillations during convergence. However, these factors depend also on boundaries' geometry and mesh quality. Besides, the best way to change them during simulation is not known beforehand. Therefore, more tests should be performed, to ascertain whether and to what extent fluid compressibility could be likely to reduce the number of iterations.

It is worth mentioning that the results have also shown strong dependence on grid quality, concerning orthogonality and point distribution. Hence, increasing under-relaxation factors above 0.6 in the simulations performed so far have caused the algorithms to diverge. The same problem has been found when the relaxation factors of the SIMPLEC algorithm were changed to values quite different from those presented above.

### References:

- Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," New York, MacGrall-Hill Book Company, 1980.
- Ryskin, G. and Leal, L. G., "Orthogonal Mapping" *Journal of Computational Physics*, vol. 23, pp. 71-100, 1983.
- Thompson, J. F., Warsi, Z. U. A. and Mastin, C. W., "Numerical Grid Generation - Foundations and Applications", Elsevier Science Co., 1985.
- Van Doormmal, J. P. and Raithby, G. D., "Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows" *Numerical Heat Transfer*, vol. 7, pp. 147-163, 1984.
- Volpe, E. V., "Study of Heat and Momentum Transfer in Fluid Flow through Passages with Arbitrary Geometrical Patterns", (in Portuguese) MSc. Dissertation, Polytechnic School of the University of São Paulo, 1993.
- Volpe, E. V. and Pimenta, M. M., "The Paradox of Energy Equation", (in Portuguese) Department of Mechanical Engineering, Polytechnic School of the University of São Paulo, Monograph 47/90, 1990.
- Taira, N. M., "Study on Wind Tunnel Contractions for Uniform Flow Generation", (in Portuguese) MSc. Dissertation, Polytechnic School of the University of São Paulo, 1994.

## APLICAÇÃO DO MÉTODO DA EQUAÇÃO INTEGRAL DE CONTOURNO AO CÁLCULO DA TEMPERATURA DE SISTEMAS ELETRÔNICOS.

Luis Antonio Waack Bambace  
Issamu Muraoka  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
Caixa Postal 515 - São José dos Campos - SP

### Resumo

Neste trabalho, utiliza-se o método da equação integral de contorno, para calcular-se as temperaturas de componentes eletrônicos de uma placa de circuito impresso hipotética, e do Amplificador de Estado Sólido (SSPA) do China-Brazil Earth Resources Satellite (CBERS). No primeiro caso, verificou-se a aplicabilidade do método, via formulação tradicional de volume de controle/diferenças finitas com os programas de análise térmica homologados do INPE, usados no cálculo das temperaturas dos satélites e seus subsistemas. No segundo caso, esta verificação por "software" foi complementada com testes experimentais.

### INTRODUÇÃO.

O método da integral de contorno, "Boundary Integral Equation Method", BIEM, surgiu, vide Jaswon e Maiti (1968) Yovanovich e Martin (1980) e Ribeiro e Venturini (1991), como um método de solução das equações de Laplace e Poisson, tanto nas áreas de teoria de elasticidade como de transmissão de calor. O potencial ligado a uma fonte pontual na equação de Laplace tridimensional, é inversamente proporcional à distância do ponto de estudo à fonte; da mesma forma em problemas bi-dimensionais, este potencial é proporcional ao logaritmo da distância entre a fonte e o ponto estudado. No BIEM a cada ponto sobre o contorno, associa-se uma fonte, e calcula-se os efeitos da soma de todas as fontes no domínio e contorno sobre este contorno, onde um determinado número de condições devem ser satisfeitas. Embora o método tenha sido desenvolvido para as equações citadas, ele é muito mais geral, pois no fundo esta adição dos campos das fontes está associada ao princípio da superposição de efeitos, que pode ser aplicado a qualquer sistema linear. Assim, se a equação diferencial parcial for linear, sempre se pode calcular a ação das fontes no domínio ou contorno do sistema sobre a fronteira do mesmo, e exigir aí a satisfação de condições de contorno, que podem ser lineares ou não, gerando equações para calcular os termos fontes associados a cada elemento no contorno, e obtidos estes termos calcular qualquer temperatura no domínio.

Em particular, em sistemas eletrônicos que operam no vácuo, face as dimensões dos componentes, e baixas diferenças de temperatura envolvidas, pode-se desprezar as trocas radiativas da placa de circuito impresso, supor as 4 laterais da placa isoladas, e considerar que o calor seja drenado desta para o corpo metálico da caixa eletrônica, através de uma região de contato extremamente pequena junto aos parafusos de fixação da placa, vide Roca e Mikic (1972) e Elzeki e Harris (1981). Nesta situação, é muito vantajoso aplicar o BIEM, face ao fato da área circular de contato ser pequena, e ao pequeno número de parafusos envolvidos. Alguns sistemas, como os amplificadores de estado sólido de microondas, são ainda mais apropriados ao uso deste método, pois freqüentemente se tem nos mesmos pequenas placas, carriers, de menos de 25 cm<sup>2</sup> de área, fixadas por 4 a 6 parafusos, até mesmo com apenas um componente sobre ela, um transistor de efeito de campo, FET, de elevada dissipação térmica. Assim, o uso de variações do BIEM, nestes sistemas, é extremamente vantajoso, e pode permitir a avaliação imediata da temperatura dos componentes mais importantes do sistema eletrônico. Foi justamente no SSPA do China-Brazil-Earth-Resource-Satellite, CBERS, que os autores do presente trabalho usaram pela primeira vez os procedimentos aqui descritos. Também foi feito um cálculo paralelo das temperaturas dos FET, com os programas de análise térmica de formulação nodal padrões do INPE. Neste caso, não só o programa em questão como ensaios confirmaram as previ-

sões do BIEM. Generalizando-se o método, estudou-se uma placa de circuito impresso com e sem convecção com 9 componentes, com este método e programas do INPE. De início, alterou-se os diâmetros de terminais de componentes, para permitir a comparação direta dos resultados. Analisou-se após o sistema real.

Em particular, em montagens eletrônicas tradicionais, o calor gerado pelos componentes é dissipado por terminais, geralmente circulares de pequeno diâmetro, quase pontuais, ou por uma fila de terminais chatos, caso dos circuitos integrados, que podem ser aproximados por uma linha. Semicondutores de potência, com grandes áreas de contato são geralmente montados diretamente à caixa metálica, e não serão analisados aqui. Bordas isoladas são implementadas sem a necessidade de se dividi-las em elementos de contorno, simplesmente usando-se imagens, e imagens de imagens, dos componentes, fora do domínio, situadas no caso de bordas retas a distância igual e oposta da borda que a fonte ou imagem anterior.

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A distribuição de calor em uma placa de circuito impresso sem convecção está associada à equação de condução e calor bi-dimensional em coordenadas cilíndricas, dada por:

$$k \delta \nabla^2 T / \partial r^2 + (k \delta / r) \partial T / \partial r = 0 \quad (1)$$

onde  $k$  é a condutividade térmica do meio,  $\delta$  a espessura da chapa e  $r$  o raio. A esta equação, pode-se associar uma solução geral, da forma  $T(r) = a \ln(r) + b$ . Ao se impor que para um dado raio  $r_0$ , tenha-se um fluxo de calor  $q_0$  tem-se:

$$T(r) = q_0 \ln(r/r_0) / (2 \pi k \delta) + T(r_0) \quad (2)$$

De forma que a diferença entre as temperaturas  $T_r$  e  $T_i$  de dois pontos de coordenadas  $x_r, y_r, x_i, y_i$ , é dada por:

$$T_r - T_i = \frac{q_0}{4\pi k \delta} \ln \left( \frac{[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2]}{[(x_r - x_0)^2 + (y_r - y_0)^2]} \right) \quad (3)$$

onde se tomou como origem o ponto onde está a fonte de calor com dissipação  $q_0$ .

Adotando-se como referencial um ponto de coordenadas  $x_\infty, y_\infty$ , a temperatura  $T_\infty$ , distante das  $i$  fontes, cada qual com sua geração  $q_i$ , tem-se para a temperatura  $T_e$  de um ponto qualquer a ser estudado:

$$T_e = T_\infty + \sum_i \frac{q_i}{4\pi k \delta} \ln \left( \frac{[(x_\infty - x_i)^2 + (y_\infty - y_i)^2]}{[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2]} \right) \quad (4)$$

Como há conservação de energia, a soma dos termos fontes,  $q_i$ , é nula. Como o ponto de referência está muito longe os termos logarítmicos da equação (4), tendem a um valor constante, e:

$$\sum_i \frac{q_i}{4\pi k \delta} \ln((x_i-x_\infty)^2 + (y_i-y_\infty)^2) \rightarrow 0 \quad (5)$$

Assim, tem-se para a temperatura em um ponto qualquer:

$$T_e = -\sum_i \frac{q_i}{4\pi k \delta} \ln((x_i-x_e)^2 + (y_i-y_e)^2) + T_\infty \quad (6)$$

onde  $T_\infty$ , é uma temperatura de referência ao longe, e uma das incógnitas do problema, assim como os calores  $q_i$  drenados nos parafusos. Alternativamente, um dos sumidouros, de coordenadas  $x_s$  e  $y_s$ , pode ser considerado referência, e se usar para qualquer outro ponto:

$$T_e = T_s + \sum_i \frac{q_i}{4\pi k \delta} \ln\left(\frac{[(x_s-x_i)^2 + (y_s-y_i)^2]}{[(x_i-x_e)^2 + (y_i-y_e)^2]}\right) \quad (7)$$

Nos parafusos, tem-se na prática a condição de que o calor drenado nos mesmos, seja proporcional a diferença entre a temperatura  $T_{pi}$  deste e a temperatura da base  $T_b$ , e ao produto da área de contato  $A_c$  pelo coeficiente  $h_c$  de transferência de calor por contato nesta zona:

$$q_{pi} = A_c h_c (T_{pi} - T_b) \quad (8)$$

Tem-se também quando se usa o ponto ao longe, a equação de que a soma dos calores drenados nos parafusos  $q_{pi}$  é igual a dos calores gerados nos componentes  $q_i$ , ou:

$$\sum q_{pi} = \sum q_i \quad (9)$$

O uso de um ponto de referência próximo aumenta o esforço de cálculo, mas melhora a precisão, pois erros em  $T_\infty$ , devido ao truncamento afetam todas as temperaturas.

Para o caso com convecção, tem-se que a equação de Bessel a seguir, regula a distribuição de calor na placa relativa a um único sumidouro pontual ou fonte pontual de calor:

$$k \delta \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + (k \delta / r) \frac{\partial T}{\partial r} - h (T - T_m) = 0 \quad (10)$$

onde,  $h$  é o coeficiente de película,  $k$  a condutividade térmica média do material,  $\delta$  a espessura da chapa e  $T_m$  a temperatura ambiente. A solução da equação (10) impondo-se  $T - T_m$  nulo ao longe, e fluxo total de calor conhecido  $q_0$ , para  $r = r_0$  é:

$$T(r) - T_m = q_0 K_0(m r) / [2 \pi k \delta m K_1(m r_0)] \quad (11)$$

onde  $m$  é igual a  $[h/(k\delta)]^{1/2}$ , e  $K_0$  e  $K_1$  são as funções de Bessel modificadas de segunda espécie e ordem 0 e 1. Neste caso a temperatura  $T_e$  de um ponto qualquer, devido a todas as fontes  $q_i$  no domínio é:

$$T_e = \sum_i \frac{-0.5 q_i}{\pi k \delta K_1(m r_0)} K_0(m[(x_i-x_e)^2 + (y_i-y_e)^2]^{1/2}) + T_m \quad (12)$$

As condições de contorno no parafuso, são dadas pela equação (9). Harris (1977), e Elzeki e Harris (1979 e 1981) adotaram a simplificação de que haja uma geração de calor uniforme na placa para representar o efeito dos componentes pouco dissipativos, de número em geral elevado, e que dificilmente tem problemas de superaquecimento, mas podem afetar os componentes críticos. Representa-se, neste caso, como fontes isoladas só os componentes de maior dissipação. Nos casos com convecção uma geração uniforme de calor  $q_u$ , pode ser tratada no método proposto modificando-se a temperatura  $T_m$ , via:

$$T_m' = T_m + q_u/h \quad (13)$$

Na análise de uma placa finita, deve-se considerar também as imagens das fontes e sumidouros reais. Pode-se ver claramente que para as soluções (3) e (12), a derivada da soma dos campos, numa linha perpendicular à linha que une as fontes  $q_1$  e  $q_2$ , a meia distância entre elas é nula. Nos problemas com convecção,  $K_0$  decai rapidamente para zero, e não se necessita preocupar nem com imagens muito distantes do domínio nem com suas derivadas. Em problemas sem convecção, quando as imagens estão suficientemente distantes, se  $x_{im}$ ,  $y_{im}$  forem as coordenadas da imagem e  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $x_2$  e  $y_2$  coordenadas de pontos quaisquer no domínio, tem-se que:

$$\left| \frac{\ln((x_{im}-x_1)^2 + (y_{im}-y_1)^2)}{\ln((x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2)} \right| \ll 1 \quad (14)$$

$$\left| \frac{\ln((x_{im}-x_1)^2 + (y_{im}-y_1)^2) - \ln((x_{im}-x_2)^2 + (y_{im}-y_2)^2)}{\ln((x_{im}-x_1)^2 + (y_{im}-y_1)^2)} \right| \ll 1 \quad (15)$$

exceto se a contribuição da imagem for quase nula, de modo que ao longe os gradientes devidos a uma imagem são pequenos, da ordem de  $[(x_{im}-x_1)^2 + (y_{im}-y_1)^2]^{-1/2}$ . Este fato e as escalas do problema é que permitem a satisfação aproximada da condição de derivada nula. Em qualquer dos casos, pode-se afirmar que o erro  $\epsilon$ , de se incluir apenas as  $n$  imagens mais importantes de um ponto, é menor que:

$$\epsilon < \left\| F\left(\frac{[(x_{im}-x_1)^2 + (y_{im}-y_1)^2]^{1/2}}{r}\right) \right\| A_i \quad (16)$$

onde,  $x_{im}$  e  $y_{im}$  são as coordenadas da imagem  $n+1$ ,  $F(x)$ , é  $\ln(x)$  ou  $K_0(m x)$ , conforme o problema tenha convecção ou não, e  $A_i$  é  $q_0/(2 \pi k \delta)$  para problemas sem convecção ou  $q_0/(2 \pi k \delta m K_1(m x))$  para problemas com convecção. Face ao forte decaimento da função  $K_0(m r)$ , verifica-se que nos casos com convecção, o efeito imagens de ordem elevada é desprezível para  $m r > 10$ . Vale lembrar que os efeitos na derivada de imagens sucessivas do mesmo ponto, com relação as bordas opostas da placa, tem sinais contrários, valendo os critérios de séries alternantes na delimitação do erro.

A inversão da matriz relativa aos parafusos, permite organizar programas de computador, que tão logo um componente seja adicionado, incrementa um somatório de efeitos sobre os demais, calcule o somatório referente ao novo componente, e ache praticamente de imediato as novas temperaturas de componentes bem como a do novo componente, emitindo um relatório sobre eventuais componentes que excederam as temperaturas permitidas; e que trabalhem acoplados a programas de CAD de projeto de placas eletrônicas, como TANGO e ORCAD.

## RESULTADOS NUMÉRICOS.

A figura 1, ilustra uma placa de 0,11x0,1 metros com 9 fontes pontuais de calor em seu interior e 6 parafusos para drenagem de calor, usada para estudar comparativamente os resultados de métodos nodais e o proposto. Nos métodos nodais, o calor gerado é considerado como concentrado no centro do nó, e há uma resistência de espalhamento aos nós vizinhos de 0,25/k/d, no caso de nós quadrados, assim igualando-se a resistência de espalhamento radial de um raio hipotético  $r_h$  até um raio correspondente a 4 vezes área do nó, acha-se  $r_h$ , que se considerado igual ao raio dos terminais no cálculo da temperatura dos componentes, minimiza as diferenças com programa de diferenças finitas. Sistemas de cálculo de temperaturas de componentes eletrônicos de empresas aeroespaciais, Harris (1977), e Elzeki e Harris (1979 e 1981), consideram a resistência de espalhamento do terminal do componente a área do nó. Assim, obtém-se  $r_h = 4.9134E-3$  m, via:

$$\ln(4 A_n / (\pi r_h^2)) / (4 \pi k \delta) = 0.25 / (k \delta) \quad (17)$$

A tabela 1, ilustra a temperatura nos parafusos e componentes para placa sem convecção previstas pelo programa nodal (I) e pelo método proposto com 4 imagens (II), quando se usa a equação suplementar para calcular  $T_r$  ao longe. A tabela 2, ilustra a temperatura nos parafusos e componentes para placa com coeficiente de película  $h$  de 6 W/m<sup>2</sup>/°C, previstas pelo programa nodal (I) e pelo método proposto com



2 imagens (II) e 4 imagens(III). Em ambas as tabelas, o fluxo de calor associado aos parafusos, é o calculado pelo método BIEM com 4 imagens.

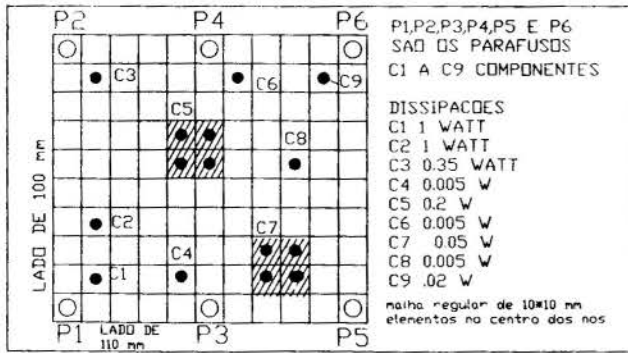


Figura 1: Placa de estudo.

Tabela 1: Resultados do Método de Diferenças Finitas e do BIEM com o Uso de Imagens para uma Placa de Circuito Impresso sem Convecção.

Componente(C) Parafuso (P)	Coordenadas (m)	Fluxo de Calor (W)	Temperaturas Previstas (I) (°C) (II) (°C)	
P1	0.005 0.005	-1.179	32	33
P2	0.005 0.095	-0.463	28	28
P3	0.055 0.005	-0.478	28	28
P4	0.055 0.095	-0.324	27	27
P5	0.105 0.005	-0.100	26	26
P6	0.105 0.095	-0.093	26	26
C1	0.015 0.005	1	80	75
C2	0.015 0.035	1	94	94
C3	0.015 0.085	0.35	51	54
C4	0.045 0.015	0.005	49	45
C5a	0.045 0.055	0.050	55	53
C5b	0.045 0.065	0.050	52	50
C5c	0.055 0.055	0.050	51	48
C5d	0.055 0.065	0.050	46	48
C6	0.065 0.085	0.005	37	33
C7a	0.075 0.025	0.0125	40	36
C7b	0.075 0.035	0.0125	42	39
C7c	0.085 0.025	0.0125	38	35
C7d	0.085 0.035	0.0125	40	36
C8	0.085 0.055	0.0050	40	37
C9	0.095 0.085	0.0200	34	31

Tabela 2: Resultados do Método de Diferenças Finitas e do BIEM com o Uso de Imagens para uma Placa de Circuito Impresso com Convecção.

Componente(C) Parafuso (P)	Coordenadas (m)	Fluxo de Calor (W)	Temperaturas (I) (II) (III) (°C) (°C) (°C)		
			(I) (°C)	(II) (°C)	(III) (°C)
P1	0.005 0.005	-0.964	31	31	33
P2	0.005 0.095	-0.316	28	27	27
P3	0.055 0.005	-0.313	28	27	27
P4	0.055 0.095	-0.195	26	26	26
P5	0.105 0.005	-0.047	25	25	25
P6	0.105 0.095	-0.050	25	25	25
C1	0.015 0.005	1	72	60	69
C2	0.015 0.035	1	79	72	80
C3	0.015 0.085	0.350	46	41	44
C4	0.045 0.015	0.005	40	40	39
C5a	0.045 0.055	0.050	43	43	38
C5b	0.045 0.065	0.050	41	37	41
C5c	0.055 0.055	0.050	39	36	40
C5d	0.055 0.065	0.050	40	30	38
C6	0.065 0.085	0.005	31	28	29
C7a	0.075 0.025	0.0125	33	30	31
C7b	0.075 0.035	0.0125	34	31	33
C7c	0.085 0.025	0.0125	31	29	30
C7d	0.085 0.035	0.0125	32	30	31
C8	0.085 0.055	0.0050	32	30	31
C9	0.095 0.085	0.0200	29	27	28

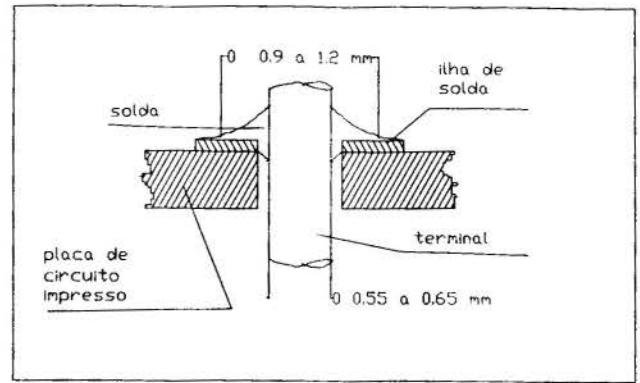


Figura 2: Flutuações de Dimensões na Soldagem Terminal Placa.

O diâmetro a ser considerado para efeito de espalhamento na placa é aquele relativo ao menisco de solda que se forma junto ao terminal e ilha de solda na placa. Tal menisco, vide figura 2, tem um diâmetro variável, menor que o diâmetro fictício anterior, que depende da folga terminal furo, da liga, temperatura de soldagem, operador e outros fatores. Para um componente com terminais de 0.63 mm de diâmetro, o diâmetro externo da solda varia de .9 a 1.2 mm. A tabela 3, ilustra as temperaturas reais de componentes, com estes valores de diâmetro e menisco de solda. As discontinuidades nas ilhas de solda, e trilhas fazem a condutividade térmica da placa variar, e é muito difícil, sobretudo nas placas multicamadas, modelar o sistema de forma a levar em conta todas estas trilhas. Contudo, a colocação de um plano de terra, torna mais uniforme a condutividade da placa, por existir uma camada contínua de cobre, exceto nos furos e junto às ilhas. Desta forma há junto aos furos uma resistência extra de espalhamento ao fluxo de calor, pois este transita só pela fibra até o plano de terra. Esta resistência é difícil de ser avaliada, e normalmente é tratada quando se faz a análise das resistências ao fluxo de calor internas do componente, entre a junção, filme resistor, ou região ativa deste, e seus terminais, ou pontos de soldagem.

Tabela 3. Efeito da Variação de Dimensão do Menisco de Solda nas Temperaturas dos Componentes

Componente	Coordenadas (m)	Temperaturas Previstas	
		D = 0.9 mm (°C)	D = 1.2 mm (°C)
C1	0.015 0.005	79.6	76.4
C2	0.015 0.035	90.1	87.0
C3	0.015 0.085	47.7	46.6
C4	0.045 0.015	38.7	38.8
C5a	0.045 0.055	43.2	43.1
C5b	0.045 0.065	41.1	41.0
C5c	0.055 0.055	39.8	39.7
C5d	0.055 0.065	38.2	38.1
C6	0.065 0.085	29.2	29.2
C7a	0.075 0.025	31.4	31.4
C7b	0.075 0.035	32.6	32.7
C7c	0.085 0.025	30.2	30.2
C7d	0.085 0.035	31.2	31.2
C8	0.085 0.055	31.2	31.2
C9	0.095 0.085	28.1	28.1

Pode-se verificar que a incerteza típica do diâmetro do menisco de solda dos componentes é tão ou mais relevante para os componentes de alta dissipação que os erros relativos aos métodos de cálculo. O valor do termo relativo ao espalhamento, é também bastante significativo. No caso de análise via diferenças finitas, normalmente se considera este termo via cálculos manuais. Adotando-se espalhamento em todas as direções, o que só é correto quando não há paredes ou componentes próximos, mas que falha efetivamente, quando se tem singularidades próximas ao componente. Neste caso os erros de avaliação manual do espalhamento são de 25 a 35% da diferença



de temperatura associada ao espalhamento. No método proposto, analisa-se diretamente o fluxo de calor desde o terminal do componente, e se considera intrinsecamente o efeito das singularidades próximas a ele, eliminando-se o erro da avaliação manual da resistência de espalhamento.

A Figura 3 e as tabelas 4 e 5 ilustram o SSPA do CBERS, dados da montagem e as temperaturas previstas pelo método nodal e BIEM (manualmente). Na tabela, 5 T1 e T2 são respectivamente as temperaturas previstas pelo método da integral de contorno com imagens e pelo programa padrão de cálculo de temperaturas do INPE. R1, R2, R3 e R4 são respectivamente as resistências térmicas devido ao espalhamento no Carrier, a resistência de contato nos parafusos, a resistência de espalhamento na base da caixa e a resistência total. No cálculo manual da temperatura dos FETs, considerou-se fluxos de calor iguais pelos parafusos de um mesmo carrier, e desprezou-se os carriers ao longe. Assumiu-se também que a caixa será colada ao substrato com uma camada uniforme de RTV 566 de 0,3 mm de espessura, o que está associado a um coeficiente de transferência de calor de 1000 W/m<sup>2</sup>/°C. Finalmente, considerou-se que o substrato onde a caixa é montada terá uma temperatura constante e igual a 55 °C, e que os carriers são montados sobre um bloco de 285,7x51,5x 5 mm. Supôs-se que o acoplamento base da caixa - câmara via colagem fosse equivalente a uma convecção da base da caixa para um meio a 55 °C, ou seja, somou-se à resistência placa caixa, através do parafuso a resistência de espalhamento:

$$R_3 = K_0(\gamma r) / [2 \pi k_c \delta_c \gamma K_1(\gamma r_c)] \quad (18)$$

onde  $h_g$  é o coeficiente de transferência de calor da colagem,  $\delta_c$  a espessura da caixa, e  $k_c$  sua condutividade térmica,  $r_c$  o raio de contato médio da zona de transferência junto ao parafuso, e  $\gamma$  é  $(h_g / (k_c \delta_c))^{1/2}$ .

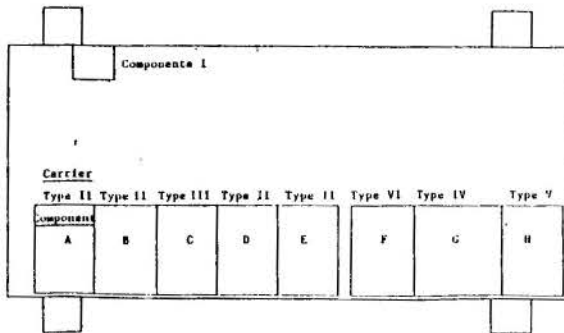


Figura 3: Geometria do SSPA.

Tabela 4: Componentes de Alta Dissipação Montados individualmente nos Carriers do SSPA do CBERS.

Componente	Potência Dissipada (W)	Resistência Térmica (°C/W)	Áreas de Contato Carrier (mm <sup>2</sup> )	Fixação Base (mm <sup>2</sup> )	
FLK012WF	0.380	100	21.25	6.25	solda
FLC103WG	2.000	18.0	21.25	7.00	solda
FLC253MH	6.000	8.00	30.00	12.25	solda
FLM7785-8C	18.500	3.00	270.0	154.8	solda

Tabela 5: Temperaturas Obtidas para o SSPA.

Componente	Resistências Térmicas				Temperaturas	
	R1 (°C/W)	R2 (°C/W)	R3 (°C/W)	R4 (°C/W)	T1 (°C)	T2 (°C)
FLM7785-8C	0.459	0.117	0.1085	4.12	129.9	129.0
FLC253MH	0.900	0.117	0.1085	10.06	115.4	114.3
FLC103WG	2.34	0.117	0.1085	22.6	100.3	103.0
FLK012WF	2.38	0.117	0.1085	104.6	79.8	78.0

Notar que os componentes de baixa dissipação, tem altas resistências internas, ao contrario dos de elevada dissipação. No caso dos carriers, predominam para os componentes altamente dissipativos, as resistências de concentração junto aos parafusos. Notar que frequentemente a resistência interna dos componentes é muito maior que as relativas as placas, e assim, erros na avaliação da resistência no carrier pouco afetam o cálculo da temperatura final. Assim, é importante avaliar as diversas resistências térmicas por métodos simples, até mesmo a mão livre como no caso do SSPA, e verificar-se a razão relativa destas resistências, e a viabilidade do sistema antes de se partir para cálculos sofisticados.

## CONCLUSÕES

O Método da Equação da Integral de Contorno, BIEM, é bastante apropriado e preciso na determinação de temperaturas de placas eletrônicas, sobretudo quando se tem bordas isoladas e usam-se imagens de fontes e dos parafusos de drenagem de calor. Neste caso, tem-se sistemas de equações de baixa ordem, que permitem gerar programas de cálculo rápidos, capazes de gerar respostas quase imediatas em computadores pessoais e trabalhar futuramente como unidade de alerta em sistemas de CAD de projeto de placas eletrônicas. Dada a sua característica, o método elimina os erros de avaliação de resistências de espalhamento de outros procedimentos dedicados hoje usados. As idéias associadas ao método são simples, e em geometrias especiais permitem avaliações de placas de circuito impresso até mesmo com calculadora. É importante notar-se que a não homogeneidade de placas de circuito impresso, e flutuações de forma e dimensões do menisco de solda junto a terminais, introduzem incertezas bem maiores que o truncamento da série de imagens, e os conseqüentes erros no cumprimento da condição de contorno de bordas isoladas.

## REFERÊNCIAS

- Jaswon, M.A; Maiti, M. An Integral Equation Formulation of Plating Bending Problems. I.Eng.Math. 2, 33-93, 1968.
- Roca, R.T; Mikic, B.B. Thermal Contact Resistance in a Bolted Joint. Presented in de AIAA 7th Thermophysics Conference, San Antonio, Texas, April, 10-12, 1972.
- Harris, A. An investigation on Thermal Conductivities of Printed Circuit Boards. SPAR Aerospace Products Ltd., 1977.
- Elzeki, M; Harris, A. Critical Design Review on the L-Band Sarsat Transmitter. SPAR Aerospace Products Ltd., 1979.
- Yovanovich, M.M; Martin, K.A. Some Basic 3-D Influence Coefficients for The Surface Element Method. AIAA 15th Thermophysics Conference, Snowmass, COL, July 14-16, 1980.
- Elzeki, M; Harris, A. Thermal Analysis and Design of Electronic Boxes. SPAR Aerospace Products Ltd. Quebec, 1981.
- Ribeiro, G.O; Venturini, W.S. Formulação do Método dos Elementos de Contorno para Problemas Não Lineares Usando a Teoria de Reissner. XI COBEM, S. P. Anais, pag 125-128, 1991.

## Abstract

This papers presents an electronic components temperature calculation method based on the Boundary Integral Equation Method, that is used to calculate the temperatures over a hypothetical printed circuit board plate and a solid state power amplifier. A comparative test of the present method with the results of other methods is also presented.

## CFD Modeling of Multiphase Oil Droplet Combustion in a 20 MWe Industrial Boiler

C.F.M. COIMBRA and M. QUEIROZ  
Department of Mechanical Engineering  
Brigham Young University  
Provo, Utah 84602 USA

### SUMMARY

*This work is concerned with the application of an oil-air-vapor combustion model to describe spray combustion in full-scale, industrial boilers. The algorithm here employed makes use of Eulerian-Lagrangian frameworks to the coupling of the three distinct phases involved. A 20 MWe utility boiler with 4 windboxes and a total of 8 operating burners was considered to apply the newly developed version of the numerical code.*

### INTRODUCTION

Most of the Power Plants in activity today employ turbulent combustion of fossil fuels to generate electricity in large scales. The modeling of such combustion chambers is a challenging field of research in thermal engineering since it involves complex phenomena such as participating radiation, turbulent particle dispersion, kinetically rated combustion, pollutant formation, fouling and slagging of mineral matter and various interconnected kinds of heat and mass transfer. Particularly important is the accurate description of the near-burner region because of the relatively new concern with pollutant formation in either gas-gas, gas-liquid or gas-solid combustion systems. This paper treats the description of an air-vapor-oil combustion system in which the oil droplets are treated by solving Lagrangian equations of energy and motion and the air-vapor mixture is treated in an Eulerian framework.

Since 1980, comprehensive combustion codes have been developed to describe multiphase combustion in practical systems (Lockwood et al (1980), Smoot (1984), Truelove (1984), Rizvi (1985), Boyd & Kent (1986), Fiveland et al (1987), Lockwood et al (1988), Smart et al (1988), Lee & Lineberry (1989), Epple & Schnell (1992), Coimbra & Carvalho (1992) and Coimbra et al, 1993). These codes share the same well-known kind of platform of finite-volume, staggered grid type of solution of the transport equations for momentum, pressure (coupled with continuity by velocity-divergence algorithms), species concentrations and enthalpy. Radiation is usually handled by either de Discrete Transfer Model-DTM (Lockwood and Shah, 1981) or by the Discrete Ordinates Model-DOM (Fiveland et al, 1987), being both formulations derived from flux considerations. The growing interest and participation of CFD codes in the quest for better understanding of combustion in practical systems have created a considerable know-how on the best techniques to treat relevant phenomena involved in full-scale diffusion flames. The ever growing rate of publications on this area generated a set of submodels which are considered to be the most efficient and reliable to predict local properties on dilute, reactive, two-phase flows. These submodels are: Eulerian-Lagrangian treatment of separated phases, stochastic description of turbulent particle dispersion, fuel-thermal (kinetically-rated) NO formation models, 2-Step combustion with CO intermediate reaction, and mixed gases or spectral methods for the radiative participating medium. Although these submodel are widely recognized as of reasonable predictive capabilities, major questions still exist on whether

difficult regions (such as the near-burner) could be described by equilibrium combustion with the low spatial resolution given by the usual mesh refinements. Given these limitations and due to the lack of experimental data for industrial-scale boilers, research has been done on the development of refined techniques to describe spray-like combustion in such chambers. These includes pure numerical techniques as local grid refinement (Coelho & Carvalho, 1993) and improved physical description of sprays as droplet-tracking techniques (Barreiros et al, 1993). This paper employs state-of-the art numerical techniques to predict and analyze oil-droplet combustion in a 20 MWe Utility Boiler.

### THE MATHEMATICAL MODEL

Current research in industrial-scale, oil-air-vapor systems often neglects the presence of the droplets in the flow field, approaching the dilute multiphase flow as a single-phase, reactive flow. This is done through the use of the so-called zero-way coupling models. These zero-way coupling models handle combustion by use of an equivalent mixture fraction with boundary conditions given by the equivalence ratio. This approach implies that the combustion takes place exactly as a diffusion gaseous flame with no effects of heat, mass and momentum transfer between the droplets and the oxidizer streams. Since oil vaporization in full-scale chambers takes place very rapidly in the near-burner region, the zero-way coupling models are capable to predict reasonably the main properties of the reactive fluid flow for most of the cases. However, this approach is quite limited because it does not consider properly the residues of combustion as cenospheres and ash, which are of great interest in modern boiler technology. Furthermore, the zero-way coupling treatment ignores completely the important effect of reduced gas temperature in the flames due to oil vaporization.

A stochastic Lagrangian description of the oil droplets was implemented in the PCGC-3 (Pulverized Coal Gasification and Combustion - 3D) platform (see e.g. Hill & Smoot, 1993) through the Particle-Source-in-Cell (PSIC) model in order to interact with the time-averaged, Eulerian field of the gaseous phase. The Lagrangian procedure consists in calculating representative trajectories of the spray droplets in a two-way coupling model between the phases involved. The algorithm employs a stochastic model of turbulent dispersion which was specifically developed to be used in the description of large-scale boilers. The basic model is completed by the use of two different mixture fractions; one for the fuel and other to consider vapor injection during normal

operation of the boiler. Gaseous combustion is handled by the assumption of Local-Equilibrium Chemistry.

**Transport Equations.** The continuous phase is evaluated by solving the general transport equation in steady-state, Favre-averaged fashion (Eq. 1) for the primitive variables ( $u, v, w, p, h$ ) and for combustion and turbulent quantities (see e.g. Jones & Whitelaw (1981) and Coimbra et al, 1993):

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho_{i,g} u_{i,g} \phi}) = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho_{i,g} u_{i,g} \phi''}) + \overline{\rho_{i,g} S_{\phi,g}} + \overline{\rho_{i,g} S_{\phi,d}} \quad (1)$$

where  $i$  indicates the  $i$ -th Cartesian coordinate and the subscripts  $g$  and  $d$  represent the continuous and dispersed phase, respectively.

The Lagrangian approach for the oil droplets is based on the computation of particle trajectories of representative groups in the flow domain. The interaction of the two phases involved is accounted for by the extended-PSIC model for non-deterministic trajectories, as described in Coimbra & Carvalho (1992). Gaseous turbulence is considered in the present work by the standard  $\kappa$ - $\epsilon$  model (Launder & Spalding, 1972).

Turbulence effects on droplet motion are considered by estimation of the instantaneous velocity of the gas phase from the mean velocity of the gas and the local fluctuation randomly sampled through the known turbulent properties of the gas field. The Boussinesq hypothesis was applied to obtain the fluctuating velocity components and their multi-dimensional correlated deviations are calculated by a conditional Gaussian distribution as described in Coimbra & Carvalho (1992).

**Combustion.** Heat and mass transfer are considered for the oil droplets through a two-stage process: pre-heating up to the boiling temperature with no mass transfer and then heat transfer controlled vaporization at constant temperature (Barreiros et al, 1993). The energy equation for the droplets is integrated analytically to give the following rates of change for temperature (first stage) and diameter (second stage):

$$T_{i,d}^{j+1} = T_{i,g} + (T_{i,d}^j - T_{i,g}) \exp\left(-\frac{6k_{i,g} Nu}{\rho_{i,d} C_{p,d} D_{i,d}^2} \Delta t\right) \quad (2)$$

$$D_{i,d}^{j+1} = \left( D_{i,d}^j \right)^2 - C \frac{8k_{i,g} \ln(1+B)}{\rho_{i,d} C_{p,d}} \Delta t \quad (3)$$

where  $C$  is the empirical convection factor described in Faeth & Lazar (1971) and  $B$  is the transfer number.

$$C = 1 + \frac{0.278 Re_{i,d}^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \frac{1.237}{Re_{i,d} Pr^{4/3}}\right]^{1/2}} \quad (4)$$

$$B = \frac{C_{p,g}(T_{i,g} - T_{i,d})}{L} \quad (5)$$

$L$  stands for the latent heat of vaporization and  $C_p$  and  $k$  are the specific heat capacity and conductivity, respectively. The Nusselt and Reynolds numbers for the droplets are defined as following:

$$Nu = 2.0 + 0.55 Re_{i,d}^{1/2} Pr^{1/3} \quad (6)$$

$$Re_{i,d} = \frac{\rho_g D_d |\vec{V}_d - \vec{V}_g|}{\mu_g} \quad (7)$$

During vaporization, the oil droplets release sources of fuel for the gaseous phase and exchange momenta and heat. These sources are represented by the last term in

Eq. 1 for enthalpy, mass and momenta. The gaseous combustion reactions are limited by mixing rates for the major species and not generally by the reaction kinetics, as usually done in the PCGC-3 platform. This assumption relies in the fact that most of the reactions are orders of magnitude faster than the mixing of oxidizer and fuel at molecular level (in fact, just CO and NOx do not react faster than turbulence mixing rates). Assuming this, the chemical reaction process can be calculated using locally instantaneous equilibrium based on the degree of mixing of the species.

The extent of turbulent mixing between primary and secondary air streams is described in PCGC-3 using a conservative scalar variable called first mixture fraction ( $f$ ), which is the ratio of primary stream to the total mass flux of oxidizer. Because vapor injection is used to atomize the spray in the primary air, sources of superheated vapor are calculated by the same tracking procedure used for the oil droplets. A second mixture fraction ( $\eta$ ) was used in this work to account for the ratio of fuel to the total mass present in the streams (fuel + vapor + air). All other conservative scalars can be calculated from the local value of these two mixture fractions. The fluctuating nature of the mixture fractions are modeled using a probability density function (PDF). In this paper, a clipped Gaussian distribution was assumed to consider turbulent intermittence.

NO<sub>x</sub> formation in oil-air-vapor is mainly due to thermal NO, in opposition to pulverized coal flames which release mostly fuel NO from the coal. For numerical purposes and when considering full-scale modeling, the most appropriate way to handle formation of noxious gases is through the Zeldovich mechanism (Azevedo et al, 1993). A post-processor subroutine is used in this case since the consumption of oxygen by this process is negligible as well as the heat of the reaction, allowing to use pre-calculated values of oxygen concentration and temperature without modifying their values in the calculation loop.

**Radiation.** Radiative transfer is the dominant mechanism of heat transfer in full-scale fossil-fueled boilers. The flame radiative properties were modeled by a two gray and a clean gas model such as the one described in Truelove (1976). The Radiation-Transfer-Equation (RTE) is solved by the DOM model (Fiveland, 1985).

#### APPLICATION OF THE NUMERICAL CODE

The extension for considering oil-air-vapor combustion using PCGC-3 platform was applied to a 20 MWe, tangentially fired industrial boiler. This boiler is provided with 4 windboxes containing 2 atomizers each. The burner cell consists in 1 atomizer and 2 secondary air inlets. The numerical discretization was done in a way to permit 32 nodes for each windbox. The total mesh size used for the calculations here presented is 80x30x30. The boiler is roughly 20 m high with 6.7 x 6.9 m<sup>2</sup> of internal dimensions. The operating condition shown in this work relates to full-loading, 18 degrees of negative tilt (-18°). Swirl is induced by 15 degrees of inclination of the axis of each burner in relation to the center line of the boiler.

#### RESULTS AND DISCUSSION

A selection of the numerical results given by the application of the model is shown in Figs. 1 to 6. These results concentrate in two planes of major interest for analyzing the performance of the code, namely the horizontal plane containing the first row of burners and the middle vertical plane, showing the main combustion zones. Velocity, oxygen concentration, second mixture fraction ( $\eta$ ) and temperature distributions were chosen to represent the overall performance of this newly developed version of the code.

Figure 1 presents velocity arrows (left) and temperature distributions for the vertical, middle plane of the boiler. The maximum velocity calculated for the



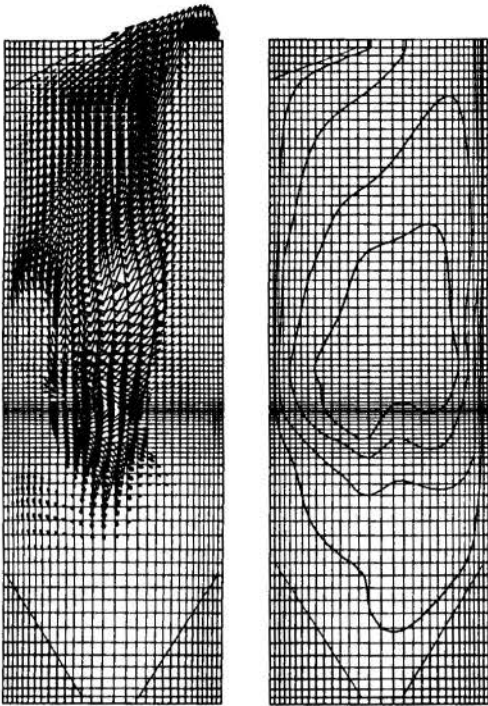


Fig. 1 (left) Velocity vectors in the middle boiler plane (right) Temperature contour maps - from the center to the boundaries: 1900 K, 1670 K, 1430 K, 1180 K, 940 K, 701 K.

center region of the boiler was 14 m/s, in agreement with the few optical measurements taken in such full-scale system (Bonin & Queiroz, 1991). This figure also shows the straight relation between temperature (and density) with velocities, evidencing the highly reactive zones either by the greater velocities or by the higher temperatures. The velocity plots also show the swirling core with some recirculation in the bottom of the boiler (in the upper zone of the ash hopper) caused by the negative tilt of the burners.

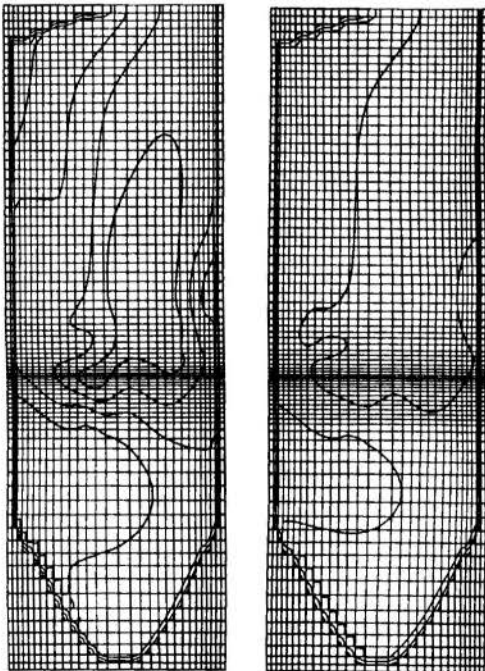


Fig. 2 (left) Oxygen concentration maps - the central contour is 1.9 %. Increasing to the bottom: 3.4%, 4.9%, 6.4% and 8%. (right) Second mixture fraction contours - the upper contour is 5 % and the lower is 6%.

Figure 2 presents oxygen and  $\eta$  distributions for the same plane of Fig. 1. As expected, the oxygen maps are strongly (and inversely) correlated to the temperature distributions. The oxygen map also helps to identify

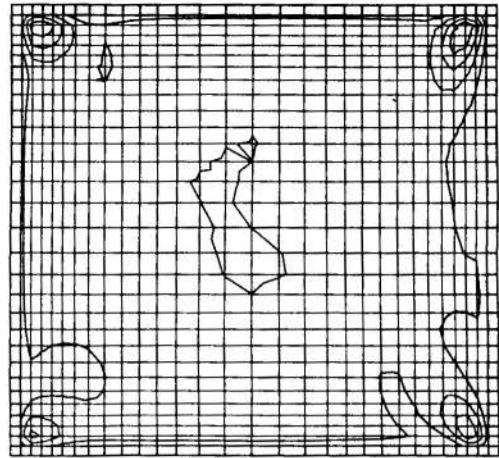


Fig. 3 Second mixture fraction contours for a horizontal plane that includes the lowest row of burners. The core region is 5.25%, increasing for the near burner region in 7.44%, 9.64% and 11.8% for the upper right burner.

recirculation zones as the one previously mentioned close to the ash hopper. The second mixture fraction ( $\eta$ ) map for this plane indicates that small gradients are observed out of the near-burner region. This occurs because vaporization takes place very rapid near the atomization zone, as can be observed by Fig. 3. This figure shows maps of  $\eta$  for the horizontal plane that contains the lower row of burners. We chose to plot the variance of  $\eta$  (Fig. 4) in order to clarify that, although important for the near-burner region, the variance (usually call "g") of the mixture fractions is negligible far from the atomization region. This is a fundamental aspect of dealing with full-scale flames in contrast to lab-scale combustion systems.

Figures 5 and 6 are plots of temperature distribution and oxygen concentrations for the previously mentioned horizontal plane. Again, it is clear the strong link between oxygen availability and reaction intensity. Finally, Fig. 7 shows velocity arrows for this same plane. In this figure, two main trends can be observed. First, the not completely symmetric orientation of the flames which are caused by the highly negative tilt of the burners. In such stiff conditions, operators of this boiler have observed instability of the flames, where some of them tend to attach to the adjacent walls. This behavior was predicted in the present simulation, as well as the fact that the instability decreases of intensity with lower tilt angles. Second, the high gradients of velocity observed in the near-burner regions. Velocities close to

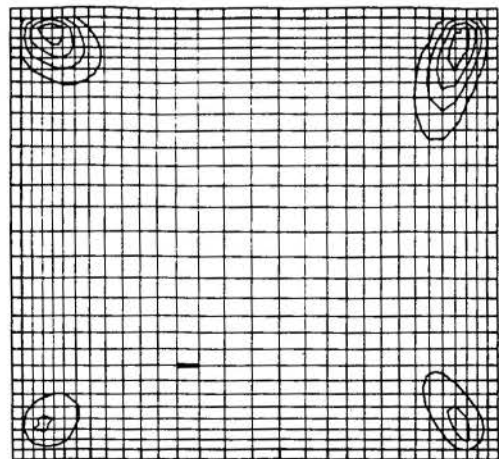


Fig. 4 Variance of  $\eta$  for the same plane as in Fig. 3. The entire center field value is lower than  $2.4 \times 10^{-5}$ . The gradient is steep in the near-burner region, varying from  $4.89 \times 10^{-4}$ ,  $9.55 \times 10^{-4}$ ,  $1.42 \times 10^{-3}$ ,  $1.89 \times 10^{-3}$  and  $2.35 \times 10^{-3}$ .



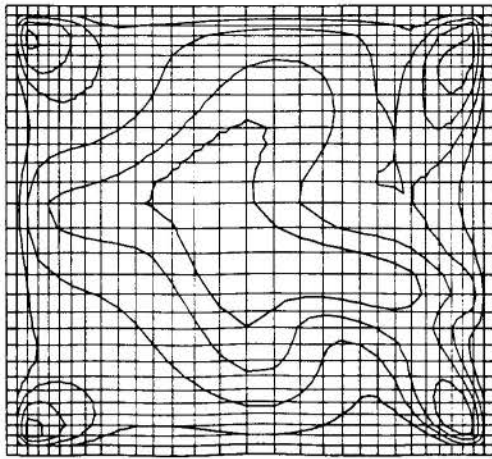


Fig. 5 Temperature contour maps for the same horizontal plane shown in Figs. 3 and 4. The most central contour is 1750 K, decreasing to 1540 K, 1340 K, 1130 K, 918 K and 710 K in the direction of the burners.

50 m/s were found in these zones, caused by the steep decrease in density due to rapid vaporization and combustion reactions.

Numerically speaking, the use of Eqs. 2 to 7 to describe the oil droplet reactions were found to give results in agreement with the few experimental data for this kind of combustor. However, a sensitivity analysis of these equations shown that the value of  $L$  (latent heat of vaporization) merits a great attention because it has a substantial influence on the time necessary for vaporization. The use of a narrow experimental value given by a sample of the oil being burned is advised in simulations similar to the one presented in this work.

## CONCLUSION

A newly developed extension for the PCGC-3 platform was tested in a full-scale simulation of oil-air-vapor combustion. All results found from this simulation are in agreement with the few experimental data and observations made for such large-scale equipment. Well-validated and recognized methods were employed to generate a reliable CFD tool to predict local properties in industrial combustion chambers. These first set of results have been validated with flue gases analyses of locally formed pollutants showing promise on the choices made for the main models utilized. The overall model showed a consistent ability of prediction as well as a unexpected high resolution for some of flame instability problems observed in actual operating conditions.

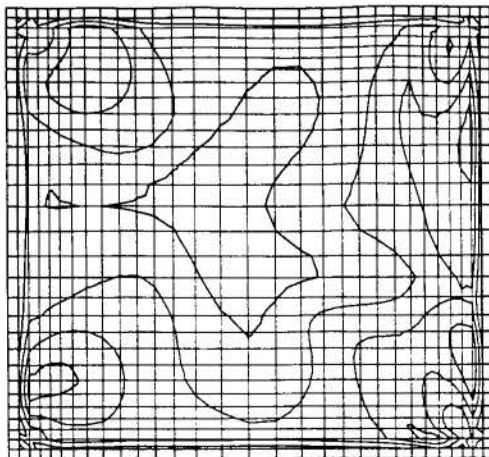


Fig. 6 Oxygen concentration contours for the same plane of Figs. 3 to 5. The most central contour is 2.9%, increasing to 5.3%, 7.7%, 10.1%, 12.5% and 14.9% in the direction of the burners.

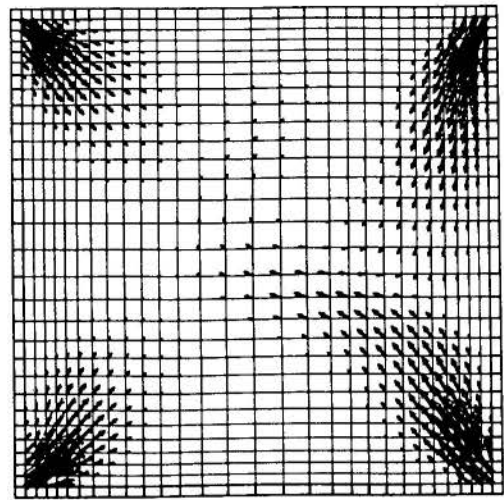


Fig. 7 Velocity vectors for the horizontal planes of Figs. 3 to 6.

## REFERENCES

- Azevedo, J.L.T., Carvalho, M.G., Coelho, P.J., Coimbra, C.F.M., and Nogueira, M. (1993). Modelling Combustion and NO<sub>x</sub> Emissions in Industrial Equipment. Pure and Applied Chemistry, vol. 65 N.2, pp. 345-354.
- Barreiros, A.; Carvalho, M.G., Costa, M., and Lockwood, F.C. (1993). "Prediction of the Near Burner Region and Measurements of NO<sub>x</sub> and Particulate Emissions in Heavy Fuel Oil Spray Flames". Combustion and Flame 92:231-240.
- Bonim, M.P. and Queiroz, M. (1990). Combustion and Flame 85, 121.
- Boyd, R.K. and Kent, J.H. (1986) "Three-Dimensional Furnace Computer Modelling". Twenty First International Symposium on Combustion, The Combustion Institute.
- Coelho, P.J. and Carvalho, M.G. (1993) "Application of a Domain Decomposition Technique to the Mathematical Modelling of a Utility Boiler". Int. Journal for Numerical Methods in Engineering vol 36 N. 20: 3401-3419.
- Coimbra, C.F.M., Azevedo, J.L.T. and Carvalho, M.G. (1994) "3-D Numerical Model for Predicting NO<sub>x</sub> Emissions from a Pulverised Coal Industrial Boiler"; FUEL, vol 73 N.7 pp.1128-1134.
- Coimbra, C.F.M. and Carvalho, M.G. (1992). "On the Development of A Numerical Code for Predicting 3-D Pulverized Coal Flames". 4th Brazilian Thermal Science Meeting (ENCIT), December 2-4, Rio de Janeiro Brazil.
- Crowe, C.T., Sharma, M.P. and Stock, D.E. (1977) "The particle source in cell (PSI-Cell) model for gas-droplets flows", J. of Fluids Engineering, 338-350.
- Epple, B. and Schnell, U. (1992). "Modeling and Simulation of Coal Combustion Processes in Utility Boiler Furnaces". ICHMT 2nd Int. Forum on Expert Systems and Computer Simulation in Energy Engineering, Erlangen Germany.
- Faeth, G.M. and Lazar, R.S. (1971). AIAA Journal 9:2165.
- Fiveland, W. A. , Wessel, R. A. and Eskinazi, D.(1987). "Pollutant model for predicting formation and reduction of nitric oxides in three-dimensional pulverized fuel fire furnaces". Twenty-fourth National Heat Transfer Conference, Pittsburgh, USA.
- Jones, W.P. and Whitelaw, J.H. (1981). "Calculation Methods for Reacting Turbulent Flows". Presented at The Fluids Engineering Conference, June 22-24 Boulder Colorado, USA.
- Lauder, B. E. and Spalding, D.B. Mathematical Models of Turbulence, Academic, New York, 1972.
- Lee, J.J. and Lineberry, J.T. (1989). "Three-Dimensional Calculations for Recirculating Two-Phase Flows inside a CFF Radiant Furnace. International Conference on Mechanics of Two-Phase Flows, Taipei Taiwan, ROC.
- Lockwood, F. C., Salooja, A. P. and Syed, S.A. (1980). "A prediction method for coal-fired furnaces". Combustion and Flame 38, 1-15.
- Lockwood, F. C. and Shah, N. G.(1981). "A New Radiation Solution Method for Incorporation in General Combustion Prediction Procedures". Eighteenth International Symposium on Combustion, The Combustion Institute.
- Migdal, D. and Agosta, V. D. (1967). "A source flow model for continuum gas-particle flow". Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, 860-865.
- Rizvi, S.M.A. (1985) "Prediction of flow, combustion and heat transfer in pulverized coal flames". PhD Thesis, Imperial College.
- Smart, J.P., Knill, K.J., Visser, B.M., and Weber, R. (1988). "Reduction of NO<sub>x</sub> Emissions in a Swirled Coal Flame by Particle Injection into the Internal Recirculation Zone". Twentieth-Second International Symposium on Combustion, The Combustion Institute.
- Smoot, L.D. (1984). "Modeling of Coal Combustion Processes". Progress in Energy and Combustion Science 10, 229.
- Truelove, J. S. (1976). "A mixed grey gas model for flame radiation." AERE Harwell Report N. HL76-3448-KE.

QUANTIFICAÇÃO DAS EMISSÕES ATMOSFÉRICAS PROVENIENTES  
DO USO DE ENERGÉTICOS EM VEÍCULOS E INDUSTRIAS NO  
RECONCAVO BAIANO

EDNA M. NOGUEIRA, ANA LÚCIA N. DA ROCHA E JOSÉ ALBERTO V. JUNIOR  
Núcleo de Serviços Tecnológicos  
Universidade Federal da Bahia  
Escola Politécnica da UFBA - 6º andar - Federação - Salvador-BA

SUMÁRIO

O presente trabalho visa quantificar os poluentes gerados por uso de combustíveis em veículos automotores e indústrias em Salvador e Região Metropolitana. Levase em conta, para tal quantificação, a ampliação do Polo Petroquímico de Camaçari e Refinaria Landulfo Alves, que compoem o Setor Químico, que juntamente com o Metalúrgico concentram 79% do consumo de energéticos, e a frota veicular de Salvador composta de 261061 veículos. São estimadas as emissões em ton/ano e a contribuição percentual para emissão veicular dos seguintes poluentes: CO, HC, MP, SO<sub>x</sub> e NO<sub>x</sub>.

INTRODUÇÃO

A Poluição do ar por emissões de veículos automotores e indústrias vêm se agravando crescentemente nos últimos anos e é um dos mais sérios problemas nas grandes cidades e centros industriais no mundo. Isso é decorrente do modelo intensivo em energia adota do pela sociedade moderna, que nos grandes centros privilegia o sistema de transporte individual, em detrimento do coletivo, causando problemas como congestionamento, alto consumo de energia e conseqüentemente poluição atmosférica crescente, e em grandes aglomerados industriais, que pela queima de combustíveis fosseis em fornos, fornalha e caldeiras, produzem grandes quantidades de CO, SO<sub>x</sub>, hidrocarbonetos e NO<sub>x</sub>.

Os poluentes principais gerados por veículos automotores e indústrias são emitidos como poluentes primários em forma gasosa ou como particulados e de pois passam por processos de transformação ao serem misturados no ar, dando origem a poluentes secundários. A atmosfera age como meio de transporte, diluição e transformação dos poluentes, sendo às vezes os poluentes secundários mais danosos ao homem que os emitidos diretamente. Então, as medidas dos poluentes primários emitidos pela fonte, embora sejam de grande importância para estudos de mitigação dos mesmos, não dão um quadro completo de todas as emissões, sendo necessários dados de emissões primárias, estudos climatológicos, estudos de dispersão e estudos topográficos para se ter uma avaliação detalhada da atmosfera real.

Deve-se também levar em conta alguns fatores de influência na emissão para a atmosfera como tráfego, tipo de combustível, conservação do veículo, quilometragem média rodada, ano do veículo, dispositivos de eliminação de gases poluentes, tipo de veículo, dispersão na atmosfera, altura de chaminé, processos de remoção dominantes, carga emitida, conservação do equipamento industrial, eficiência do equipamento.

Os poluentes provenientes de veículos são emitidos pelo cano de descarga, pelo sistema de alimentação de combustível (emissão evaporativa), pelo carter e pelo desgaste de pneus e freios. Essas emissões dependem da queima ser completa ou não, da volatilidade do combustível e condições ambientais, entre outros fatores, e emitem principalmente material particulado (MP), hidrocarbonetos (HC), óxidos de nitrogênio (NO<sub>x</sub>), óxidos de enxofre (SO<sub>x</sub>).

Neste trabalho visa-se quantificar as emissões de alguns poluentes emitidos por veículos automotores em Salvador, Bahia, Brasil, terceira maior cidade do país, com aproximadamente dois milhões de habitantes, levando-se em conta sua frota veicular que em 1992, ano base do estudo era de 261.016 e tenta-se propor es

tratégias de redução de poluentes devido ao transporte veicular automotor.

Em relação ao Setor Industrial o consumo total de energéticos é de 5343 TEP para o Estado da Bahia, sendo o consumo para o Reconcavo aproximadamente 75% desse valor.

Os poluentes a serem enfocados são: CO, HC, MP, SO<sub>x</sub> e NO<sub>x</sub>.

METODOLOGIA

Foi usado o Inventário de Emissão Veicular (IEV) como ferramenta para a quantificação das emissões, utilizando metodologia elaborada pela Companhia de Tecnologia e Saneamento Ambiental de São Paulo - CETESB. Para as emissões industriais, devido ao não desagregamento do consumo de combustíveis com fins energéticos por região, não está ainda construído o inventário de emissão para o Reconcavo. A metodologia a ser seguida será baseada no consumo final das principais indústrias consumidoras de energéticos, que em 1992 consumiam 79% dos energéticos, aplicando-se a essas indústrias os fatores de cálculo do EPA para as emissões de CO, MP, HC, NO<sub>x</sub> e SO<sub>x</sub>.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A frota de Salvador é composta basicamente por automóveis (80%). Entre os automóveis 47% são movidos a álcool e 52% a gasolina.

Com os dados de fatores de emissão para carros novos ajustados ao período adotado para o inventário, e metodologia já referida anteriormente, os valores para emissão pelo escapamento da frota de veículos em Salvador, são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 - Emissão pelo Escapamento da frota de Veículos a gasolina e álcool em Salvador - 1992

COMBUSTÍVEL	FE (g/Km)		
	CO	HC	NO <sub>x</sub>
Gasolina	23,1	2,4	1,5
Álcool	18,2	1,9	1,3

Os limites legais de exaustão para carros, adotados pelo PROCONVE (Programa de Controle de Emissão Veicular) são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 - Limites de Emissão do PROCONVE em g/Km

CO	12
HC	1,2
NO <sub>x</sub>	1,4
aldeídos totais	0,15

Podemos notar que os níveis médios encontrados para a frota em Salvador ultrapassam os permitidos para o CO e HC em carros a álcool e a gasolina, e para NO<sub>x</sub> no caso de veículos à gasolina.

Com os dados obtidos por amostragem de campo para a média geral de quilometragem anual e frota de veículos registrados em 1992, juntamente com a Tabela 1, construímos a Tabela 3.

Tabela 3 - Fatores de Emissão da Frota (g/Km)

FONTE DE EMISSÃO	TIPO DE VEÍCULO	FATOR DE EMISSÃO (g/Km)				
		CO	HC	NO <sub>x</sub>	SO <sub>x</sub>	MP
Cano de Des carga	Gasolina	23,1	2,4	1,5	0,16	0,21
	Álcool	18,2	1,9	1,3	—	—
	Diesel	17,8	2,9	13,0	5,95	0,81
	Táxi	26,5	2,6	1,3	0,07	0,09
Emissão Evaporativa	Gasolina	—	2,3	—	—	—

Com esses dados podemos estimar a emissão de veículos automotores em toneladas por ano e a partir dela obtermos a contribuição percentual das fontes de emissão de veículos automotores por tipo de veículo e poluente, mostrados na Tabela 4.

Não estão incluídos os dados referentes a motocicletas, por estarem em fase de pesquisa de campo.

Tabela 4 - Estimativa de Emissão Veicular Automotiva em Ton/ano e Percentual em Salvador

FONTE DE EMISSÃO	TIPO DE VEÍCULO	CO	HC	NO <sub>x</sub>	SO <sub>x</sub>	MP
Cano de Des carga	Gasolina Ton/ano	34800	3616	2260	241	316
	%	45,3	29,8	16,7	5,4	35,0
	Álcool Ton/ano	26584	2775	1900	—	—
	%	34,6	22,8	14,0	—	—
Diesel	Ton/ano	12648	2061	9237	4228	576
	%	16,5	16,9	68,2	94,5	63,8
Táxi	Ton/ano	2845	279	140	7,5	9,7
	%	3,7	2,3	1,0	0,1	1,1
Emissão Evaporativa	Gasolina Ton/ano	—	3420	—	—	—
	%	—	28,2	—	—	—
TOTAL	Ton/ano	76877	12515	13537	4476,5	901,7

As emissões de CO tem como fonte principal os veículos leves, que contribuem com 83,6% do total das mesmas. Para hidrocarbonetos, os veículos leves à gasolina são os maiores contribuintes, com um percentual de 58% divididos entre emissões do cano de des carga e emissão evaporativa. Para NO<sub>x</sub> e SO<sub>x</sub> os veículos à diesel (ônibus e caminhão) constituem a principal fonte poluidora emitindo 68,2 e 94,5%, respectivamente.

Em termos de massa total emitida de poluentes o CO participa com um percentual de 71,2% correspondente a 76.877 toneladas anuais de CO para a atmosfera. Material particulado tem grande emissão nos veículos a diesel (63,9%).

Os dados relativos a toneladas/ano/habitante da Região Metropolitana de Salvador (RMS), podem ser comparados com os encontrados para a Região Metropolitana de São Paulo (RMSP) e o Rio de Janeiro (RJ), como evidencia a Tabela 5.

Tabela 5 - Emissão veicular em Ton/ano/habitante para 3 grandes Centros Urbanos no Brasil.

CIDADE/POLUENTE	CO	HC	NO <sub>x</sub>	SO <sub>x</sub>	MP
RMSP (1985) <sup>1</sup>	0,080	0,012	0,013	0,005	0,001
RJ (1988) <sup>2</sup>	0,026	0,004	0,003	0,0007	0,0002
RMS <sup>3</sup>	0,036	0,005	0,006	0,002	0,0004

<sup>1</sup>Todos os veículos menos motocicletas

<sup>2</sup>Automóveis e ônibus (não inclui caminhões e motos)

<sup>3</sup>Todos os veículos menos motocicletas.

Essas considerações são válidas para o universo estudado nesse trabalho, sendo necessário a inclusão de motocicletas, outros veículos e outros poluentes (ex: aldeídos, ácidos carboxílicos...).

Para emissões industriais os consumos de energéticos para o estado da Bahia como um todo estão mostrados na Tabela 6.

Dados de emissões por poluente estão sendo tratados e não compoem ainda este trabalho. No entanto, cálculos já feitos em trabalhos citados, mostram que apenas para a produção de energia, através da queima de óleo, o Pólo Petroquímico de Camaçari emite 60-80 mil ton. de SO<sub>x</sub> anualmente para a atmosfera, além de grandes quantidades também de HC e NO<sub>x</sub>.

A partir dos dados a serem elaborados poderemos ter idéia de emissão percentual por veículos e indústrias no Reconcavo.

Tabela 6 - Consumo de Energéticos no Setor Industrial na Bahia em 1992 (mil tEP)

COMBUSTÍVEL	CONSUMO
. Gás natural	316
. Óleo diesel	59
. Óleo combustível	1433
. GLP	24
. Querosene	6
. Lenha	383
. Carvão vegetal	121
. Produtos da cana	70
. Álcool etílico	0
. Carvão energético	33
. Coque de carvão	46
. Outros (gás combustível, resíduos de pirólise, gásóleo de pirólise)	517
. Eletricidade	2223
. Outros (líxivia e resíduos agrícolas)	112

Fonte: Balanço Energético. SETC - Coordenação de Energia. 1993.

OBS: Considera-se para o Reconcavo 75% do valor total para a Bahia para cada combustível, aproximadamente.

Outras considerações devem ser levantadas como o percentual de veículos leves a álcool integrado a frota automotiva desde 1980, o que hoje representa cerca de 50% dessa frota. Isso faz com que a emissão de SO<sub>x</sub> e MP por veículos leves sejam nulas, diminuindo desta forma a emissão total dos mesmos. Outro ponto a ser abordado é a não utilização de Pb tetraetil para melhoria da octanagem dos combustíveis à álcool e gasolina + álcool, eliminando a emissão de particulados de Pb para a atmosfera.

Deve-se entretanto observar que, o combustível etanol e sua mistura com a gasolina embora diminua consideravelmente as emissões de CO, aumentam a emissão de aldeídos e alcoois para a atmosfera, que são precursores de PAN e smog fotoquímico.

#### RECOMENDAÇÕES

Para a emissão veicular e com base nos resultados do IEV, são necessárias adoções de medidas tendo em vista a redução dos níveis de poluentes por veículos automotores, embora Salvador por sua peculiar localização à beira mar, além da climatologia e topografia, tem condições favoráveis à captação de poluentes pelo spray marinho, segundo estudos atmosféricos já realizados.

Algumas medidas podem ser adotadas para minimização destas emissões tais como:

- Redução da emissão de CO nos veículos leves.
- Redução da emissão de HC pelo cano de descarga e emissão evaporativa de veículos leves à gasolina.
- Redução da emissão de NO<sub>x</sub> e SO<sub>x</sub> nos veículos à die-



sel.

-Verificação dos níveis de aldeídos emitidos pela frota veicular.

Estas medidas podem ser viabilizadas por:

- Utilização de catalizadores nos veículos leves, para eliminação de CO (e naturalmente, NO<sub>x</sub> e SO<sub>x</sub>).
- Melhoria do sistema de integração estacionamentos rotativos-centro, diminuindo o número de veículos circulando no centro da cidade.
- Modificação no motor e sistema de alimentação de modo a evitar emissões evaporativas (veículos leves).
- Estabelecimento de normas mínimas de eficiência energética para todos os veículos.
- Aplicação efetiva de normas de emissão de veículos.
- Fiscalização efetiva do estado de conservação dos veículos em circulação.
- Modificação do combustível na frota de veículos a diesel (principalmente ônibus) incluindo combustíveis alternativos e controle das propriedades do combustível.
- Substituição do combustível na frota de taxis a álcool e gasolina por gás natural.
- Melhoria dos combustíveis (menor teor de S, queima mais eficaz).
- Melhoria nas condições de tráfego através de sistema de vias exclusivas para ônibus e sinalização sincronizada.
- Limitação da altura das construções da orla visando não interferir na ação do spray marinho como fonte de dispersão de poluentes.

Agradecimentos. Este trabalho foi realizado com o suporte do Programa RHA/CNPq através de bolsas ITI, ASP e AEP. Agradecemos o auxílio dos técnicos da CETESB e em especial ao Eng. Homero Carvalho, e aos técnicos da Prefeitura de Salvador e DETRAN.

#### REFERÊNCIAS

- . Andrade, J.B. e Miguel, A.H., "Determination of carbonyl compounds in exhaust gases from alcohol-fueled vehicles equipped with three-way catalytic converters", Int. J. Envir. Anal. Chem., V 21, 1988.
- . Branco, G.M. e Szwarc, A. "A poluição do ar por veículos a álcool: visão atualizada", CETESB, SP, 1989.
- . Grosjean, D., Miguel, A.H. e Tavares, T.M., "Urban Air pollution in Brazil: Acetaldehyde and other carbonyls", Atm. Envir., Vol. 24B, No 1, pp 101-106, 1990.
- . Linke, R.R.A., Branco, G.M. e Conti, E.W., "Considerações sobre medição da emissão evaporativa em veículos a álcool", Encontro Técnico Tecnologias dos motores e Componentes e o PROCONVE, CETESB, SP, 1988.
- . Murgel, E.M. e Szwarc, A., "Efeitos das condições de tráfego na emissão de poluentes por veículos leves", CETESB, SP, 1989.
- . Murgel, E.M. et al., "Inventário de Emissão Veicular Metodologia de Cálculo", Revista de Engenharia Sanitária, Vol. 26:3, Julho-Setembro, 1987.
- . Nogueira, E.M., "Determinação de cloreto, nitrato e sulfato no material particulado atmosférico fracionado por tamanho no Reconcavo Baiano", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Bahia, 1991.
- . Nogueira, E.M. et al., "Nitrate and sulfate enrichment and chloride deficit of sea spray particles in the Reconcavo, Bahia, Brazil", 3rd International Congress of Environmental Chemistry in Brazil, September, Salvador, 1991.
- . Nogueira, E.M. et al., "O uso de energéticos como combustíveis em veículos automotores e sua influência sobre a qualidade do ar. Estudo de caso em Sal

vador", Anais do VI Congresso Brasileiro de Energia, Vol. I, pp 167-174, 1993.

- . Seinfeld, J., "Atmospheric Chemistry and Physics of air pollution", A Wiley Interscience Publication, 1986.
- . Szwarc, A. e Branco, G.M., "Automotive use of alcohol in Brazil and air pollution related aspects", SAE Technical Paper, 850309, Society of automotive engineers, SAE International Congress, Detroit, 1985.
- . Tanner, R.L. et al., "Atmospheric chemistry of aldehyde: Enhanced peroxyacetyl nitrate formations from ethanol fueled vehicular emissions", Env. Sci. Tec. Vol. 22, No 9, 1988.
- . Tavares, T.M. e Rocha, V.C., "Poluição Atmosférica na Baía de Todos os Santos", Análise & Dados, Vol. 1, No 2, Salvador, 1991.
- . Tavares, T.M. et al., "The influence of Sea spray on the atmospheric chemistry of the Reconcavo of Bahia Brazil", Revista Internacional de Contaminación Ambiental, Volumen 9, Suplemento 2, 1993.
- . US EPA, "Compilation of air Pollution factors", US Environmental Protection Agency, 3rd Edition, USA, 1977.
- . Walsh, M.P. e Karlsson, J., "Motor Vehicle Pollution in Asia: The lesson of Europe", SAE Technical Paper Serie, 900613, 1990.

#### ABSTRACT

This paper was realized by Núcleo de Serviços Tecnológicos of Federal University of Bahia, which develops studies focusing the relationship between energy use and emitted pollutants. By means of an inventory of the emission from burning fuels using the total vehicle fleet of Salvador with 261016 vehicles. The city has approximately 2.5 million inhabitants housing an important architectural asset and the emission factor for the main pollutants was quantified in g/Km. The total vehicular emission for each pollutant was quantified too.

Chemical and metallurgical industries are the main contributors for industrial emissions from burning fuels and the quantification must be taken into account.



## INFLUÊNCIA DE ILHAS DE CALOR NA CAPACIDADE DISPERSIVA ATMOSFÉRICA

R. S. QUEIROZ, R. A. FALBO, L. M. C. VAREJÃO

Centro Tecnológico  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Caixa Postal 01-9011 - Vitória - ES - Brasil

### RESUMO

*Um modelo bidimensional de escoamento atmosférico baseado nas equações de conservação de momentum linear, energia e massa, é usado para simular os efeitos de ilhas de calor no campo de concentração de espécies contaminantes. O método de volumes finitos é usado para resolver as equações e os resultados mostraram que o campo de concentrações é fortemente dependente da capacidade dispersiva local.*

### INTRODUÇÃO

A análise de características dispersivas da atmosfera tem objeto inúmeros trabalhos científicos que avaliaram analítica, numérica e experimentalmente este ambiente com o intuito principal de prever concentrações de contaminantes do ar.

Entre os muitos trabalhos publicados podemos citar alguns de reconhecida importância, tais como o trabalho de Lamb e Neiburger (1971) onde foram utilizadas formulações simplificadas para a difusividade turbulenta  $K$ ; a modelagem Gaussiana de formulação Lagrangeana, que permite rápidos cálculos de concentrações para diferentes classes de estabilidade atmosférica (Seinfeld, 1986); trabalhos experimentais simulando a contaminação atmosférica em camada convectiva efetuados por Willis e Deardorff (1978, 1981); trabalhos desenvolvidos por Trombetti (1986) e Ku (1987) enfocando a solução das equações de transporte da quantidade de movimento linear, energia e massa na atmosfera utilizando métodos numéricos, associada à aplicação da teoria de similaridade de Monin-Obukhov e o trabalho de Sun (1986) que procurou estabelecer uma formulação baseada no efeito da covariância de temperatura e concentração. O estado de arte do conhecimento sobre turbulência na atmosfera e seus efeitos na estabilidade pode ser avaliado pelos trabalhos de Speziale (1991) e Wyngaard (1992).

Estudos sobre ilhas de calor surgiram ainda na década de 70 nos trabalhos de Oke (1973) e Lee (1979), que avaliaram características das ilhas de calor urbanas e suas correlações com a estabilidade atmosférica e variações da velocidade do ar.

A existência de características térmicas não homogêneas na fronteira inferior do escoamento atmosférico e sua influência na estabilidade atmosférica, principalmente localizadamente, é o objeto deste trabalho. Aplica-se um método numérico à solução das equações de transporte no escoamento atmosférico com fronteira inferior com temperatura não homogênea - "ilhas de calor" - e avaliam-se os dois efeitos da instabilidade localizada sobre as características dispersivas globais do ambiente.

### MODELAGEM

A região da ilha de calor é caracterizada por temperaturas na fronteira inferior maiores que a temperatura da fronteira inferior na região fora dela. Foram efetuados estudos usando duas diferentes funções para descrever as ilhas de calor: função degrau, caracterizada por uma temperatura superior à

temperatura da vizinhança e função com distribuição normal de temperaturas na região das ilhas de calor.

Uma vez que o objetivo deste trabalho é o estudo da influência de ilhas de calor em planos ortogonais a elas, e não em suas laterais, as ilhas de calor foram consideradas como tendo dimensões laterais infinitas, estabelecendo uma simetria em relação ao plano vertical longitudinal e permitindo a condução do estudo da determinação dos campos de velocidades de forma bi-dimensional.

Apesar de existir uma direção preferencial de escoamento, optou-se por modelar a situação em estudo usando escoamento elíptico.

Este problema é um estudo de microescala meteorológica e portanto, está confinado à Camada Limite Planetária, que normalmente se estende até 500 metros de altura, sendo a aceleração de Coriolis desconsiderada. A avaliação foi feita para escoamento permanente, governado pelas equações de conservação de massa (equação da continuidade), conservação de quantidade de movimento linear e conservação da energia.

Uma vez que o escoamento atmosférico é turbulento, torna-se necessária a adoção de um modelo de turbulência. Neste trabalho utilizou-se o modelo  $\kappa - \epsilon$ .  $\kappa$  é a Energia Cinética Turbulenta,  $\epsilon$  é a Taxa de Dissipação da Energia Cinética Turbulenta.

Para se avaliar o campo de concentrações de contaminantes, utilizou-se a equação de conservação da espécie contaminante, associada a um modelo para descrição da difusividade turbulenta (Ku, 1987).

### EQUACIONAMENTO

As equações utilizadas foram adimensionalizadas usando as seguintes quantidades:

$$\begin{aligned} X_i &= \frac{x_i}{D} & U_i &= \frac{\bar{u}_i}{u_\infty} & T^* &= \frac{\bar{T} - T_\infty}{\Delta T} \\ \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_\infty} & \mu_i^* &= \frac{\mu_i}{\mu Re} & P^* &= \frac{P}{(\rho_\infty u_\infty^2)} \\ \kappa^* &= \frac{\kappa}{u_\infty^2} & \epsilon^* &= \frac{\epsilon D}{u_\infty^3} & C &= \frac{\langle c \rangle}{C_0} & K_j^* &= \frac{K_j}{u_\infty D} \end{aligned} \quad (1)$$

sendo  $P$  a pressão,  $\mu$  a viscosidade dinâmica,  $K_j$  a difusividade turbulenta,  $\mu_T$  a viscosidade turbulenta,  $\rho$  a massa específica,

$\rho_\infty$  a massa específica nas condições da corrente livre,  $u_\infty$  a velocidade da corrente livre,  $c$  a concentração média,  $D$  o comprimento de estudo da direção preferencial do escoamento,  $\Delta T = T_{ilha_{max}} - T_\infty$  (onde  $T_{ilha_{max}}$  é a maior temperatura na região da ilha de calor e  $T_\infty$  a temperatura de corrente livre),  $Re$  o número de Reynolds, dado por  $Re = \frac{\rho_\infty u_\infty D}{\mu}$  e  $C_0$  a concentração no ponto de lançamento do contaminante. A barra superior indica valor médio.

A seguir são apresentadas as equações de conservação adimensionais e as condições de contorno associadas.

#### Conservação da Massa

$$\frac{\partial(\rho^* U_j)}{\partial X_j} = 0 \quad (2)$$

#### Conservação da Quantidade de Movimento Linear

$$\frac{\partial(\rho^* U_j U_i)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \mu_i^* \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) - \frac{\partial P^*}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \mu_i^* \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) + Ri T^* \delta_{i2} \quad (3)$$

onde  $Ri$  é o Número de Richardson, dado por  $Ri = Gr/Re^2$ , sendo  $Gr$  o Número de Grashof, dado por:

$$Gr = \frac{g\beta D^3 \Delta T \rho_\infty^2}{\mu^2}$$

onde  $\beta$  é o coeficiente de expansão volumétrica do gás.

Para esta equação, aplicam-se as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} X_1 = 0, & \quad U_1 = \left( X_2 \frac{D}{Z_i} \right)^{1/7} & \quad U_2 = 0 \\ X_1 = 1, & \quad \frac{\partial U_1}{\partial X_1} = 0 & \quad \frac{\partial U_2}{\partial X_1} = 0 \\ X_2 = 0, & \quad U_1 = 0 & \quad U_2 = 0 \\ X_2 = \frac{Z_i}{D}, & \quad U_1 = 1 & \quad U_2 = 0 \end{aligned}$$

onde  $Z_i$  é a altura da camada de mistura.

#### Conservação da Energia

$$\frac{\partial(\rho^* U_j T^*)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \mu_i^* \frac{\partial T^*}{\partial X_j} \right) + Ec U_j \frac{\partial P^*}{\partial X_j} \quad (4)$$

onde  $Ec$  é número de Eckert, dado por

$$Ec = \frac{u_\infty^2}{(\Delta T c_p)}$$

e as equações de contorno aplicadas foram:

$$\begin{aligned} X_1 = 0, & \quad T^* = 0 \\ X_1 = 1, & \quad \frac{\partial T^*}{\partial X_1} = 0 \\ X_2 = \frac{Z_i}{D}, & \quad T^* = 0 \\ X_2 = 0, & \quad T^* = \begin{cases} e^{-\frac{(X-1/2)^2}{2(D_{ilha}/D)^2}} & \text{na ilha de calor} \\ 0 & \text{fora da ilha de calor} \end{cases} \end{aligned}$$

e outra para os casos em que se utilizou a função degrau:

$$X_2 = 0, \quad T^* = \begin{cases} 1 & \text{na ilha de calor} \\ 0 & \text{fora da ilha de calor} \end{cases}$$

#### Conservação da Energia Cinética Turbulenta

$$\frac{\partial(\rho^* U_j \kappa^*)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\mu_i^*}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa^*}{\partial X_j} \right) + G^* - \rho^* \varepsilon^* \quad (5)$$

sendo que os seguintes valores foram utilizados nos contornos:

$$\begin{aligned} X_1 = 0, & \quad \kappa^* = 0.01 (1/2 U_1^2) \\ X_1 = 1, & \quad \frac{\partial \kappa^*}{\partial X_1} = 0 \\ X_2 = 0, & \quad \frac{\partial \kappa^*}{\partial X_2} = 0 \\ X_2 = \frac{Z_i}{D}, & \quad \frac{\partial \kappa^*}{\partial X_2} = 0 \end{aligned}$$

#### Conservação da Taxa de Dissipação da Energia Cinética Turbulenta

$$\frac{\partial(\rho^* U_j \varepsilon^*)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\mu_i^*}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial X_j} \right) + (C_1 G^* - C_2 \rho^* \varepsilon^*) \frac{\varepsilon^*}{\kappa^*} \quad (6)$$

onde

$$\mu_i^* = C_\mu \frac{\rho^* \kappa^{*2}}{\varepsilon^*} \quad G = \mu_i^* \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j}$$

sendo que foram aplicadas as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} X_1 = 0, & \quad \varepsilon^* = \frac{C_\mu^{3/4} \kappa^{*3/2}}{0.4(\alpha Z_i/D)} \\ X_1 = 1, & \quad \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial X_1} = 0 \\ X_2 = 0, & \quad \varepsilon^* = \frac{C_\mu^{3/4} \kappa^{*3/2}}{0.4(y/D)} \\ X_2 = \frac{Z_i}{D}, & \quad \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial X_2} = 0 \end{aligned}$$

#### Conservação da Massa da Espécie Contaminante

$$\frac{\partial(U_j C)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left( K_j^* \frac{\partial C}{\partial X_j} \right) \quad (7)$$

associada às seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} X_1 = 0, & \quad C = 0 \\ X_1 = 1, & \quad \frac{\partial C}{\partial X_1} = 0 \\ X_2 = 0, & \quad \frac{\partial C}{\partial X_2} = 0 \\ X_2 = \frac{Z_i}{D}, & \quad \frac{\partial C}{\partial X_2} = 0 \\ X_1 = \frac{x_{lan}}{D} & \quad e \quad X_2 = \frac{H}{D}, \quad C = 1 \end{aligned}$$

**ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Para resolver o conjunto de equações apresentadas anteriormente, utilizou-se o método de volumes finitos descrito por Patankar (1980), que propõe uma discretização das equações de modo a manter a conservação das variáveis em volumes de controle finitos. A solução das equações discretizadas foi obtida utilizando-se o TDMA linha-por-linha com correção por blocos, segundo os princípios do algoritmo SIMPLE.

Para avaliar as respostas do modelo utilizado e as características dos campos de concentração sob influência de instabilidades localizadas, foram estudados vários casos, com variações da velocidade de corrente livre ( $u_{\infty}$ ), altura de lançamento ( $H$ ), do Número de Richardson máximo ( $Ri_{max}$ ), referente à maior temperatura da ilha de calor ( $T_{ilha-max}$ ) e da dimensão da ilha de calor ( $D_{ilha}$ ).

São flagrantes as deformações no campo de concentrações devido à presença da ilha de calor, como pode ser observado pela análise das figuras 1, 2, 3, 4 e 5. Na região da ilha é gerada uma instabilidade localizada que leva a fortes variações na difusividade turbulenta ( $K_v$ ), promovendo aumento na capacidade dispersiva, o que pode ser verificado pela mudança de comportamento das linhas de isoconcentração na região próxima à ilha de calor.

É interessante observar que, uma vez fixados os parâmetros  $u_{\infty}$  e  $H$ , o comportamento da pluma foi idêntico nos casos sem ilha de calor (figura 1) e com ilha de calor (figura 2), até ser atingida a região de instabilidade localizada, onde houve um flagrante alargamento da pluma.

Foi possível notar ainda, que os efeitos da ilha de calor descrita por uma função normal são mais suaves que a descrita por uma função degrau, sugerindo que a adoção de formulações mais suaves para descrever as temperaturas na fronteira inferior, modelam situações físicas mais próximas da realidade.

Foi nítida a resposta do modelo à variação de velocidade, que levou a um maior alongamento das linhas de isoconcentração. Este é um reflexo do aumento de quantidade de movimento linear, que afasta da fonte todas as linhas de isoconcentração, ou seja, há um incremento no transporte do contaminante na direção principal de escoamento e conseqüentemente uma menor dispersão das linhas em torno da horizontal determinada pela altura de lançamento. É possível observar este fato pela comparação das figuras 1 e 3 até a posição  $x_1/D = 0.40$ , a partir da qual os efeitos da ilha de calor começam a ser importantes.

Pela variação da altura de lançamento, foi possível constatar que mesmo plumas provenientes de lançamentos a alturas elevadas são influenciadas pela estrutura da turbulência gerada sobre a ilha de calor, que se reflete na difusividade turbulenta,  $K_v$ , afetando a capacidade dispersiva no domínio vertical sobre a ilha.

A influência da dimensão da ilha de calor foi avaliada e foi possível verificar como as ilhas de calor agem localizadamente, promovendo maior dispersão. Analisando-se as figuras 3 e 4, é possível verificar esta influência.

O aumento da capacidade dispersiva sobre a ilha de calor devido ao incremento da intensidade da ilha (diferença entre sua temperatura e a do restante da fronteira inferior) também foi verificado.

A tabela 1 mostra as relações entre o Número de Richardson máximo ( $Ri_{max}$ ), usado como parâmetro para avaliações da intensidade da ilha, velocidade de corrente livre ( $u_{\infty}$ ) e a diferença entre as temperaturas do centro da ilha e fora dela.

Tabela 1: Relações entre  $Ri_{max}$ ,  $u_{\infty}$  e  $\Delta T$ .

$Ri_{max}$	$u_{\infty}$ (m/s)	$T_{ilha-max} - T_{solo}$ (K)
100	4	4.90
100	2	1.22
400	2	4.90

Pela análise das figuras 4 e 5 pode-se verificar como o aumento do número de Richardson influencia fortemente o aspecto do campo de concentrações.

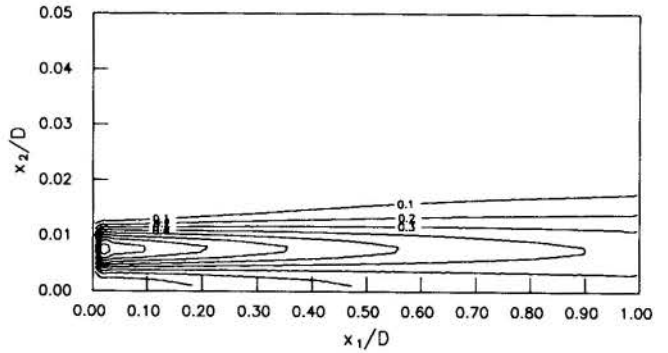


Figura 1: Concentração Adimensional: caso sem ilha de calor, com  $u_{\infty} = 4$  m/s e  $H/D = 0.0075$

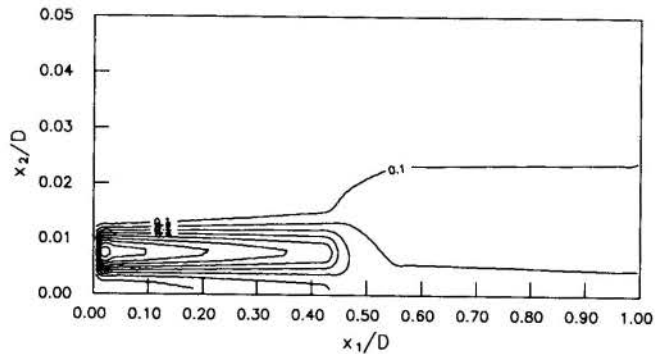


Figura 2: Concentração Adimensional: caso com ilha de calor central descrita por uma função degrau com  $D_{ilha}/D = 0.1$ ,  $Ri_{max} = 100$ ,  $u_{\infty} = 4$  m/s e  $H/D = 0.0075$

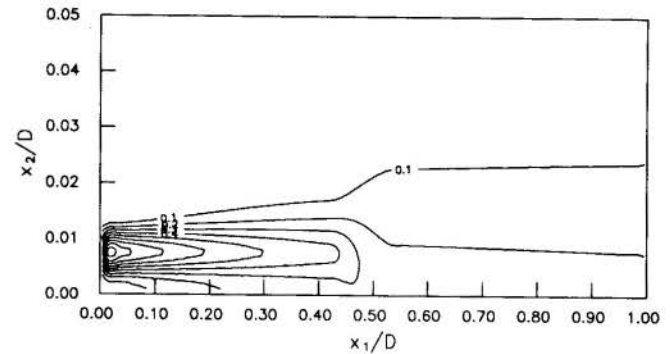


Figura 3: Concentração Adimensional: caso com ilha de calor central descrita por uma função normal com  $D_{ilha}/D = 0.1$ ,  $Ri_{max} = 100$ ,  $u_{\infty} = 2$  m/s e  $H/D = 0.0075$

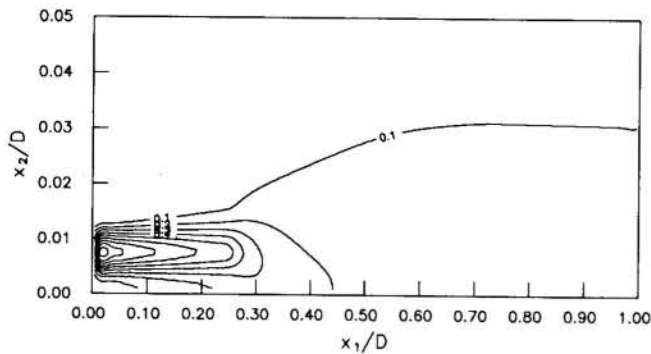


Figura 4: Concentração Adimensional: caso com ilha de calor central descrita por uma função normal com  $D_{ilha}/D = 0.5$ ,  $Ri_{max} = 100$ ,  $u_{\infty} = 2 \text{ m/s}$  e  $H/D = 0.0075$

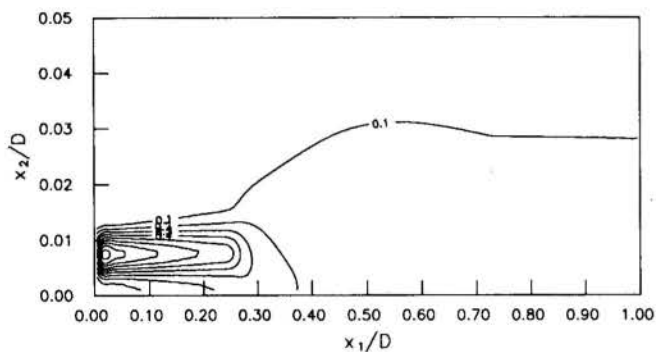


Figura 5: Concentração Adimensional: caso com ilha de calor central descrita por uma função normal com  $D_{ilha}/D = 0.5$ ,  $Ri_{max} = 400$ ,  $u_{\infty} = 2 \text{ m/s}$  e  $H/D = 0.0075$

## CONCLUSÕES

O modelo e o método numérico utilizados para solução do problema proposto mostraram-se adequados, fornecendo respostas fisicamente compatíveis para mudanças de parâmetros.

A ilha de calor introduzida na fronteira inferior do domínio estudado, gerando instabilidade localizada, influencia de maneira decisiva o aspecto dos campos de concentração para todos os casos estudados. O aumento da intensidade da ilha de calor reflete-se na capacidade dispersiva local via variação significativa da difusividade turbulenta.

O mecanismo de transporte de massa nas regiões fora da ilha de calor é dominado pelo campo solução da equação de transporte de quantidade de movimento linear e pela presença da difusividade turbulenta com formulação para atmosfera neutra na equação de transporte do contaminante.

Na região da ilha de calor é utilizada uma formulação para a difusividade turbulenta baseada em condições de instabilidade. Tem-se, assim, uma transição brusca relativa à capacidade dispersiva onde  $K_v$  com formulação instável chega a ser 50 vezes maior que  $K_v$  com formulação neutra. Muito embora a equação de energia reflita a presença da ilha de calor em qualquer ponto do domínio, a mudança brusca dos valores de  $K_v$  na região da ilha domina os aspectos do transporte de massa do contaminante.

As características térmicas e de transporte de massa do problema estudado foram refinadas e portanto, aproximaram-se mais da realidade, ao se utilizar uma função descritora da temperatura inferior mais suave. Além disso, é notável a necessidade de se buscar uma formulação de  $K_v$  que possa incorporar transições na capacidade dispersiva devido à proximidade da ilha de calor, já que, claramente, o aspecto dominante é a formulação da difusividade turbulenta.

## REFERÊNCIAS

Falbo, R. A. "Simulação Numérica da Influência de Ilhas de Calor na Estabilidade e Capacidade Dispersiva da Camada Limite Convectiva Atmosférica", *Dissertação de Mestrado*, Departamento de Hidráulica e Saneamento da Universidade Federal do Espírito Santo, 1993.

Ku, W. S. et al. "Numerical Simulation of Air Pollution in Urban Areas: Model Development", *Atmospheric Environment*, Vol. 21, pp. 201-212, 1987.

Lamb, R. G., Neiburger, M. "An Interim version of a Generalized Urban Air Pollution Model", *Atmospheric Environment*, Vol. 5, 1971.

Lee, D. O. "The Influence of Atmospheric Stability and the Urban Heat Island on Urban-Rural Wind Speeds Differences", *Atmospheric Environment*, Vol. 13, 1979.

Oke, T. R. "City Size and Urban Heat Island", *Atmospheric Environment*, Vol. 7, 1973.

Patankar, V. S. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Cooperation, 1980.

Seinfeld, J. H. "Atmospheric Chemistry and Physics of Air Pollution", Wiley Interscience Publication, 1986.

Speziale, C. G. "Analytical Methods for the Development of Reynolds-Stress Closures in Turbulence", *Annu Rev. Fluid Mech.*, 23, 1991.

Sun, W. Y. "Air Pollution in a Convective Boundary Layer", *Atmospheric Environment*, Vol. 20, pp. 1817-1886, 1986.

Trombetti, F. et al. "Evaluation of Similarity Scales in the Stratified Surface Layer Using Wind Speed and Temperature Gradient", *Atmospheric Environment*, Vol. 20, pp. 2465-2471, 1986.

Willis, G. E., Deardorff, J. M. "A Laboratory Study of Dispersion from an Elevated Source within a Modeled Convective Planetary Boundary Layer", *Atmospheric Environment*, Vol. 12, pp. 1305-1311, 1978.

Willis, G. E., Deardorff, J. M. "A Laboratory Study of Dispersion from a Source in the Middle of the Convective Mixed Layer", *Atmospheric Environment*, Vol. 15, pp. 109-117, 1981.

Wyngaard, J. C. "Atmospheric Turbulence", *Annu Rev. Fluid Mech.*, 24, 1992.

## SUMMARY

*A two-dimensional model for atmospheric flows based on linear momentum, energy and mass conservation equations is used to simulate the effects of heat islands on the concentration field of contaminant species. The finite volume method is used to solve the equations and the results show that the concentration field is strongly dependent on local dispersive capacity.*



Uma Análise de Sensibilidade na Determinação de Propriedades Térmicas Através da Técnica de Estimação de Parâmetros

Guimarães, G. e Philippi, P. C\*.  
 Departamento de Engenharia Mecânica  
 Universidade Federal de Uberlândia  
 Campus Santa Mônica - CEP 38400 - 902 Uberlândia, MG - Brazil

Resumo

Este trabalho apresenta uma análise de uma técnica experimental de determinação simultânea da condutividade e difusividade térmica de materiais sólidos. As propriedades são determinadas usando-se o método de estimação de parâmetros. Uma análise de sensibilidade da estimação de parâmetros em função da intensidade e duração do fluxo de calor imposto, espessura da amostra e tempo de medição é apresentada. No método proposto as evoluções dos fluxos de calor são medidas por transdutores de fluxo de calor. Nessa análise as temperaturas e fluxos experimentais são simuladas numericamente.

Introdução

Existem vários métodos transientes capazes da obtenção da condutividade térmica,  $\lambda$ , e da difusividade térmica,  $\alpha$ . Todavia, esse número diminui quando se deseja a obtenção dessas propriedades de forma simultânea. Como exemplos, citam-se os métodos Flash originalmente desenvolvido para a obtenção da difusividade térmica, (Parker et al., 1961) e o da Sonda Térmica que mede a condutividade térmica, (Blackwell, 1954). Ambos são capazes da obtenção simultânea das duas propriedades. Nesse caso, para o método Flash é necessário conhecer-se o fluxo de calor imposto e para a Sonda um sensor de temperatura adicional deve ser inserido dentro da amostra. Um método experimental compõe-se da concepção de um modelo físico a ser simulado experimentalmente e da técnica de obtenção das propriedades. Assim, um modelo físico ideal não deve impor nenhuma restrição nas condições de contorno, ou seja, nas evoluções de temperatura e/ou fluxos de calor superficiais enquanto a técnica de obtenção das propriedades deve ser capaz de obtê-las a partir de medições das grandezas superficiais.

Esse trabalho apresenta uma análise de um método experimental, cujo modelo físico foi proposto por Guimarães (1993) e cuja técnica de obtenção simultânea das propriedades,  $\lambda$  e  $\alpha$  é a técnica de estimação de parâmetros descrita por Beck et al. (1990). O sucesso dessa técnica para os diversos materiais depende da escolha de parâmetros de projeto para a simulação experimental do modelo físico. Esse trabalho investiga os parâmetros ótimos de projeto para materiais isolantes, semicondutores e condutores na determinação simultânea da condutividade e difusividade térmica

Descrição do Método e Bancada Experimental

A Figura 1 apresenta uma amostra plana, homogênea, sujeita a uma temperatura inicial  $T_0$ , cujo fluxo de calor unidimensional transiente,  $\phi_1(t)$ , é imposto num instante  $t_0$  na superfície superior da amostra, e o fluxo de calor resultante,  $\phi_2(t)$ , atravessa a superfície oposta.

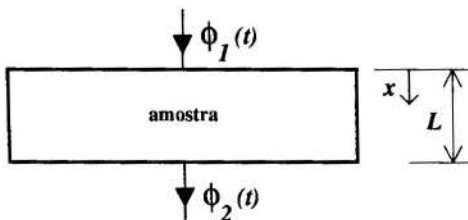


Figura 1 - Modelo Físico de uma amostra sujeita a condições de fluxo de calor superficiais

Sob estas condições e considerando as propriedades térmicas constantes com a variação de temperatura, o problema apropriado a valor de contorno é

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \tag{1}$$

sujeita às seguintes condições de contorno,

$$\phi(0,t) = -\lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} \tag{2}$$

$$\phi(L,t) = -\lambda \frac{\partial T(L,t)}{\partial x} \tag{3}$$

e à condição inicial

$$T(x,0) = T_0 \tag{4}$$

onde T representa a temperatura e  $\phi(t)$  o fluxo calor transiente nos contornos da amostra. Obtém-se a solução do problema dado pelas Equações (1-4) usando-se uma técnica de solução baseada nas funções de Green (Guimarães, 1993), ou seja,

$$T = T_0 + \frac{\alpha}{L\lambda} \int \phi_1(\tau) d\tau + \frac{2\alpha}{L\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha t / L^2} \cos(\beta_m x / L) \cdot \int_0^t e^{\beta_m^2 \alpha \tau / L^2} \phi_1(\tau) d\tau + \frac{\alpha}{L\lambda} \int \phi_2(\tau) d\tau + \frac{2\alpha}{L\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} [(-1)^m - 1] \cdot e^{-\beta_m^2 \alpha t / L^2} \cos(\beta_m x / L) \int_0^t e^{\beta_m^2 \alpha \tau / L^2} \phi_2(\tau) d\tau \tag{5}$$

onde  $\beta_m = m\pi$  com  $m=1, 2, 3 \dots$  e  $\phi_1(t)$  e  $\phi_2(t)$  são os fluxos de calor definidos a partir de curvas de ajuste obtidas sobre os valores medidos com os transdutores de fluxo de calor aplicados nas superfícies da amostra (Guimarães, 1993).

Tendo estabelecido a solução formal do problema direto dado pelas Eqs. (1-4), estima-se os parâmetros  $\lambda$  e  $\alpha$  minimizando-se a função mínimos quadrados (Beck et al., 1990) definida a seguir

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 [Y_j(i) - T_j(i)]^2 \tag{6}$$

\* Professor do Depto de Eng. Mec. da Universidade Federal de Santa Catarina

onde  $Y_j(i)$  são as temperaturas experimentais e  $T_j(i)$  as temperaturas calculadas através do modelo teórico nas superfícies da amostra. Os sub-índices  $i$  e  $j$  representam, respectivamente, o instante discreto de medição e o número de sensores (no caso dois termopares). Assim,  $\lambda$  e  $\alpha$  são os parâmetros estimados para a obtenção da melhor concordância entre os valores das temperaturas medidas experimentalmente e aquelas obtidas através do modelo teórico. As equações de recorrência para as propriedades são obtidas através da minimização de Gauss da função  $S$  (Guimarães, 1993), ou seja, fazendo as primeiras derivadas de  $S$  em relação a cada parâmetro iguais a zero, como

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = -2,0 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 [Y_j(i) - T_j(i)] X_{j1}(i) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = -2,0 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 [Y_j(i) - T_j(i)] X_{j2}(i) = 0 \quad (8)$$

onde  $X_{jk}(i)$  são os coeficientes de sensibilidade definidos por

$$X_{11}(i) = \frac{\partial T_1}{\partial \lambda} \quad (9)$$

$$X_{21}(i) = \frac{\partial T_2}{\partial \lambda} \quad (10)$$

$$X_{12}(i) = \frac{\partial T_1}{\partial \alpha} \quad (11)$$

$$X_{22}(i) = \frac{\partial T_2}{\partial \alpha} \quad (12)$$

e representam um papel importante na técnica de estimação de parâmetros. Observa-se que para o sucesso da estimação de  $\lambda$  e  $\alpha$  simultaneamente, é necessário que os coeficientes não sejam linearmente dependentes e, ainda, possuam os maiores valores possíveis (Beck et al., 1990).

### Implementação e Análise de Resultados

Salienta-se que este trabalho visa a otimização dos parâmetros de projeto envolvidos na técnica de estimação de parâmetros. Nesse sentido, todos os dados experimentais não foram medidos mas sim simulados numericamente. Este procedimento permite uma maior flexibilidade na análise de diferentes tipos de materiais e suas espessuras.

Para a simulação numérica das temperaturas experimentais  $Y_j(i)$ , usou-se o modelo teórico fornecido pela Eq. (5) com valores de  $\lambda$ ,  $\alpha$ ,  $L$ ,  $\phi_1$  e  $\phi_2$  fixados para cada teste. Assim os valores de  $\lambda$  e  $\alpha$  são definidos segundo o tipo de material simulado e são dados pela Tabela I.

Desta forma, para cada tipo de material simulado são necessários diferentes valores de partida de  $\lambda$  e  $\alpha$  para que se dê início ao processo iterativo de estimação. A técnica é então testada pela convergência dos valores estimados de  $\lambda$  e  $\alpha$  para os valores definidos de cada material.

Os diversos tipos de materiais são simulados através da variação do agrupamento ( $\phi_1 L/\lambda$ ), com os valores de  $\lambda$  e  $\alpha$  representativos de materiais isolantes ( $\lambda < 0,5 \text{ W/mK}$ ), materiais semicondutores ( $0,5 \text{ W/mK} < \lambda < 10 \text{ W/mK}$ ) e materiais condutores ( $10 \text{ W/mK} < \lambda$ ). A Tabela I apresenta os valores de  $\lambda$  e  $\alpha$  usados na simulação.

Tabela I - Valores de  $\lambda$  e  $\alpha$  para materiais típicos, usados na simulação

Materiais	isolante	semicondutor	condutor
$\lambda$ [W/mK]	0,4	5,0	70,0
$\alpha$ [m <sup>2</sup> /s]	$2,3 \times 10^{-07}$	$16,0 \times 10^{-07}$	$16,0 \times 10^{-05}$

Inicialmente os testes foram realizados fixando-se o fluxo de calor imposto,  $\phi_1$ , e o tipo de material (não condutor). Nesse caso, variou-se a espessura entre 5 mm e 50 mm para um material isolante típico (Teste I). O Teste II mantém o fluxo imposto e a espessura constantes ( $L=10 \text{ mm}$ ),

sendo simulados os materiais semicondutores e condutores, o Teste III investiga a relação entre intensidade de fluxo calor imposto e espessura para os materiais semicondutores e condutores.

Os resultados da simulação das propriedades são apresentados em todos os casos. O valor inicial de  $\lambda$  e  $\alpha$  para todas as simulações são apresentados nas Tabelas II - IV.

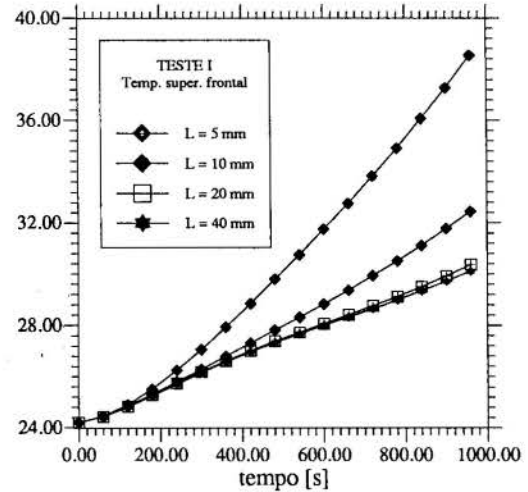


Figura 2 - Evolução da temperatura na superfície frontal ao aquecimento. (amostra não condutora)

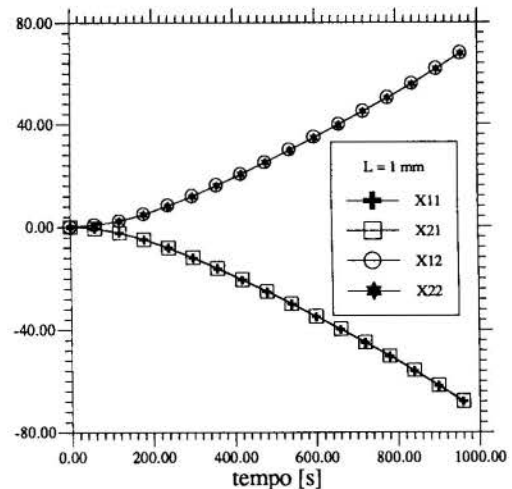


Figura 3 - Coeficientes de sensibilidade para uma amostra não condutora com espessura,  $L = 1 \text{ mm}$

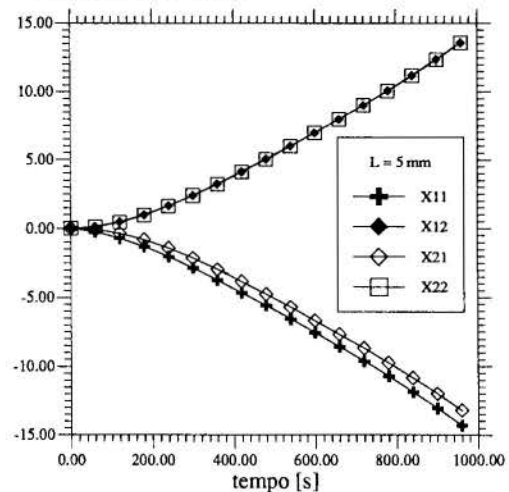


Figura 4 - Coeficientes de sensibilidade para uma amostra não condutora com espessura,  $L = 5 \text{ mm}$

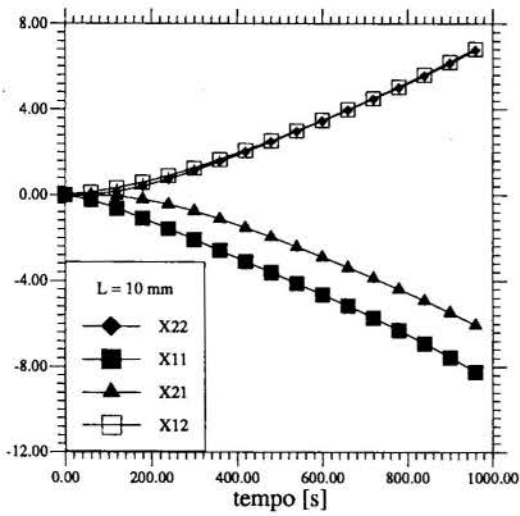


Figura 5 - Coeficientes de sensibilidade para uma amostra não condutora com espessura, L = 10 mm

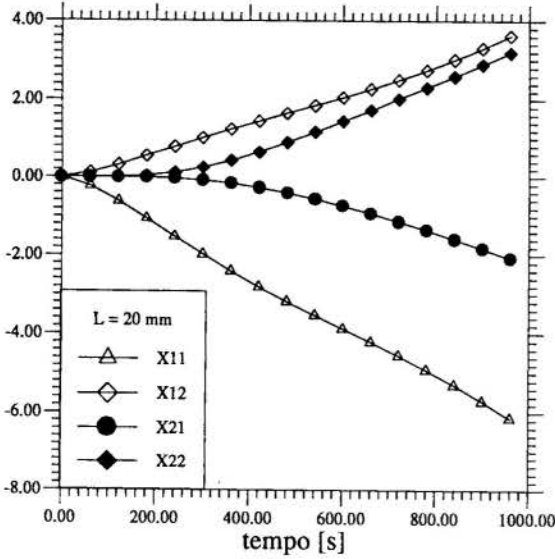


Figura 6 - Coeficientes de sensibilidade para uma amostra não condutora com espessura, L = 20 mm

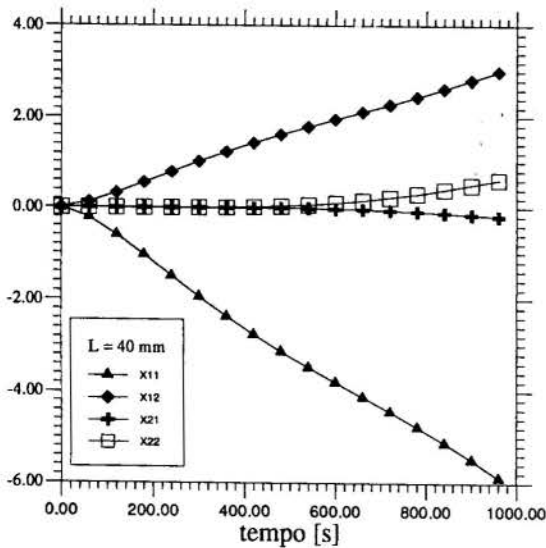


Figura 7 - Coeficientes de sensibilidade para uma amostra não condutora com espessura, L = 40 mm

Tabela II - Dados de estimativas de parâmetros referentes ao Teste I, com valores de temperatura experimentais simulados para um material não condutor. Valores iniciais para a estimativa,  $\alpha = 1.0 \times 10^{-07} [m^2/s]$  e  $\lambda = 0.1 [W/mK]$ , e  $\phi_1(máx) = 200 [W/m^2]$

Teste I						
$\lambda$ [W/mK]	$\alpha \times 10^{-7}$ [m <sup>2</sup> /s]	L [mm]	erro [%]		$\phi_1 L / \lambda$ [K]	teste
0,458	2,63	1,0	14,5	14,35	0,5	a
0,4114	2,363	5,0	2,85	2,74	2,5	b
0,406	2,331	10,0	1,5	1,35	5,0	c
0,404	2,313	20,0	1,0	0,57	10,0	d
*****		40,0			20,0	e

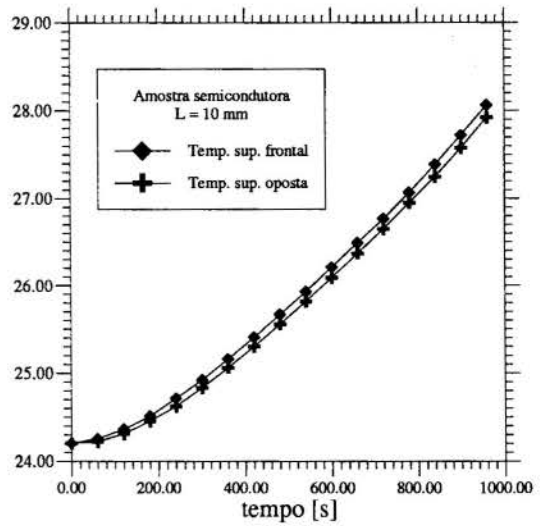


Figura 8 - Evolução da temperatura nas superfícies frontal e oposta ao aquecimento. Amostra semi-condutora

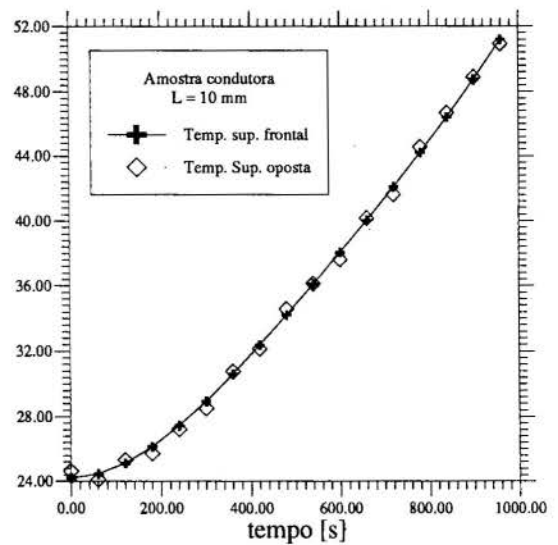


Figura 9 - Evolução da temperatura nas superfícies frontal e oposta ao aquecimento. Amostra condutora

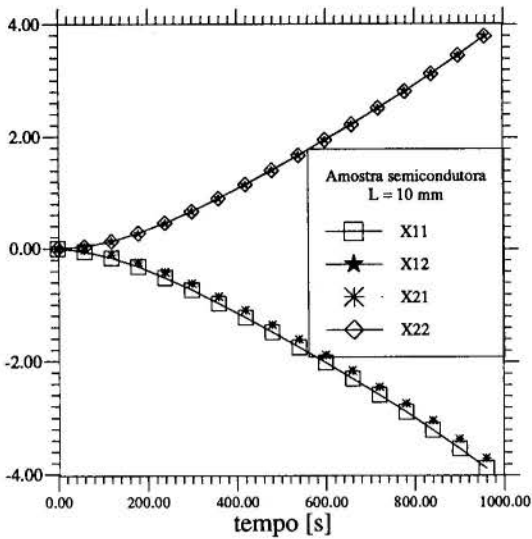


Figura 10 - Coeficientes de sensibilidade para uma amostra semicondutora com espessura, L = 10 mm

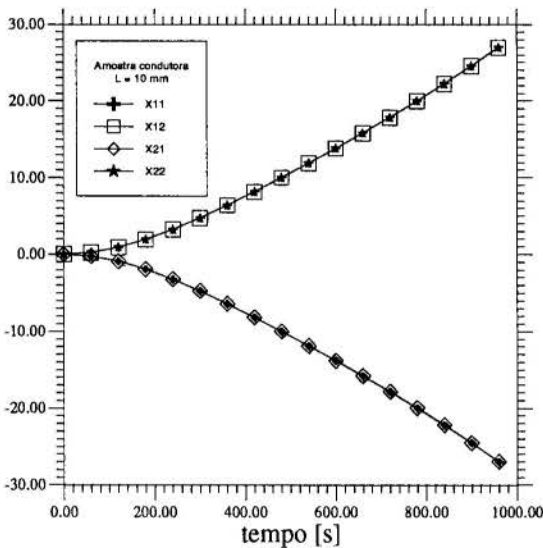


Figura 11 - Coeficientes de sensibilidade para uma amostra condutora com espessura, L = 10 mm

Tabela III - Dados de estimativas de parâmetros referentes ao Teste II, com valores de temperatura experimentais simulados para materiais condutores e não condutores. Valores iniciais para a estimação,  $\alpha = 1.0 \times 10^{-07} [m^2/s]$  e  $\lambda = 1.0 [W/mK]$

Teste II					
$\lambda$ [W/mK]	$\alpha$ [m <sup>2</sup> /s]	$\phi_1 L / \lambda$ [K]	$\phi_1$ (max) [W/m <sup>2</sup> ]	amostra	Teste
****	****	0,4	200	semi condutora	f
****	****	0,0028	200	condutora	g

Tabela IV - Dados de estimativas de parâmetros referentes ao Teste III, com valores de temperatura experimentais simulados para materiais condutores e não condutores. Valores iniciais para a estimação,  $\alpha = 1.0 \times 10^{-07} [m^2/s]$  e  $\lambda = 1.0 [W/mK]$

Teste III						
$\lambda$ [W/mK]	$\alpha$ [m <sup>2</sup> /s]	$\phi_1 L / \lambda$ [K]	$\phi_1$ (max) [W/m <sup>2</sup> ]	erro [%] $\lambda / \alpha$	amostra	teste
5,08****	$16,26 \times 10^{-07}$	4	2000	1,6 1,62	semi cond.	h
****	****	40	20000	*** ***	semi cond.	i
91,65	$20,0 \times 10^{-05}$	0,285	2000	30,9 25	cond.	j
71,69	$16,38 \times 10^{-05}$	2,8	20000	2,41 2,34	cond.	k
70,8	$16,18 \times 10^{-05}$	5,60	40000	1,14 1,12	cond.	l

Observa-se no Teste I que os melhores valores de  $\alpha$  e  $\lambda$  são os testes c e d. Analisando-se as Figuras 3-7 observa-se que estes testes representam as regiões onde os coeficientes de sensibilidade têm um comportamento de independência linear. O Teste II apresenta os piores resultados para as propriedades uma vez que o valor do fluxo de calor não foi suficiente para um aumento de temperatura (Figuras 8 e 9) e uma variação nos coeficientes de sensibilidade que permitisse uma boa estimativa dos coeficientes (Figuras 10 e 11). Nesse caso ou a diminuição da espessura ou um maior fluxo de calor deve ser submetido. Nesse sentido, aumentou-se o fluxo de calor imposto, mantendo-se a espessura L=10 mm. A Tabela III apresenta as simulações. Observa-se que para ambos os materiais, as melhores estimativas são para os valores de  $\phi_1 L / \lambda$  entre 4 e 10. Ou seja, teste I casos c e d, teste III casos h e l.

## Conclusão

Observa-se que a obtenção simultânea das propriedades térmicas  $\lambda$  e  $\alpha$  através do método proposto é bastante sensível às variáveis de projeto  $\phi_1$ , L e do material a ser investigado. Uma primeira investigação nos perfis de temperatura e fluxo de calor imposto é imprescindível para uma boa estimação desses parâmetros. O fluxo de calor imposto e a espessura da amostra, nesse caso, só devem ser definidos a partir de testes experimentais ou simulações numéricas desses experimentos.

## Referências Bibliográficas

Beck, J. V. and Blackwell, B., "Inverse problems", *Handbook of Numerical heat transfer*, pp 787-834, 1990

Blackwell, J. H., "A transient-flow method for determination of thermal constants of insulating materials in bulk", *Journal of Applied Physics*, vol 25, pp 137-144, 1954

Guimarães, G., "*Estimação da Condutividade e da Difusividade Térmica no Domínio da Frequência*", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, S.C, Brasil, 1993

Parker, W. J., Jenkins, R. J., Butler, C. P. and Abbott, G. L. "Flash method of determine thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity", *Journal of Applied Physics*, 32, pp 1679-1684, 1961

## Abstract

This work presents an analysis of an experimental technique for simultaneous determination of the thermal conductivity and the thermal diffusivity of non metallic materials. The properties are determined by using the parameter estimation method. The experimental temperatures at frontal and back surface of a sample are compared with its respective theoretical temperature value derived from the mathematical model. The heat flux evolutions at the front surface and the heat loss evolution at the back surface are the boundary conditions used. An analysis of sensitivity for the parameter estimation is presented.



## SUBROTINAS COMPUTACIONAIS DE ELEVADA EXATIDÃO PARA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DA ÁGUA

Jorge I. Llagostera Beltrán  
Depto. Energia/ Fac. Eng. Mecânica/ UNICAMP  
Caixa Postal 6122 - CEP 13083-970 - Campinas - SP

### RESUMO

*Um conjunto articulado de subrotinas computacionais foi desenvolvido visando possibilitar a elaboração de programas de análise e de otimização termodinâmica de sistemas térmicos que exijam a avaliação rápida, e com elevada exatidão, de propriedades termodinâmicas da água. O trabalho apresenta detalhes das subrotinas implementadas e compara resultados obtidos por meio das mesmas com dados da literatura.*

### INTRODUÇÃO

O presente trabalho está inserido em um projeto mais geral voltado ao desenvolvimento de programas e subrotinas computacionais no campo da Termodinâmica. Esses programas e subrotinas destinam-se a auxiliar os profissionais e os estudantes de engenharia mecânica na solução de problemas termodinâmicos, área que continua despertando renovado interesse (Bejan, 1988), dada sua importância na área energética. Tais recursos proporcionam meios mais adequados e mais precisos de obtenção de parâmetros e de propriedades de relevância prática, os quais encontram-se frequentemente disponíveis na literatura técnica apenas na forma de gráficos ou tabelas como, por exemplo, as tabelas de propriedades termodinâmicas da água (Keenan et al., 1978) e de propriedades de gases (Keenan, Chao & Kaye, 1983).

A utilização de informações contidas nesse tipo de fonte implica geralmente na necessidade de efetuar interpolações, extrapolações, estimativas e aproximações variadas, o que traz como consequência a redução dos níveis de precisão dos cálculos desenvolvidos, o que em atividades de projeto é particularmente indesejável.

Em problemas envolvendo sistemas térmicos os procedimentos de análise normalmente exigem longas sequências de cálculos iterativos. A utilização de dados contidos em tabelas ou gráficos constitui frequente fonte de erros de leitura e de cálculo, apresentando também características que dificultam as atividades de revisão. A necessidade da participação direta do técnico na avaliação de propriedades muitas vezes impede ou dificulta a automatização completa dos processos iterativos de cálculo, limitando as possibilidades de simulação e de otimização computacional.

A disponibilidade de programas e subrotinas computacionais para o cálculo de grandezas como as referidas anteriormente pode trazer benefícios sob diversos pontos de vista:

- em termos de pesquisa, os programas e subrotinas estruturados modularmente podem facilitar o estudo automatizado da influência de diversos aspectos e parâmetros em problemas envolvendo termodinâmica, como por exemplo os descritos por Ehmke (1990) e Nishio (1985), na otimização de sistemas de cogeração, ou os estudos envolvendo análise exergetica de sistemas térmicos (Kotas, 1985).

- em termos práticos de engenharia, esses programas, sendo acessíveis aos alunos e profissionais, podem constituir um acervo técnico de utilidade para o desempenho profissional nesse campo,

no tratamento de problemas como os citados por Boehm (1987) no projeto de sistemas térmicos;

- em termos didáticos, facilitam e tornam mais agradável o aprendizado dos diversos tópicos envolvidos, além de ilustrar concretamente a importância que atualmente deve ser dada à utilização do computador no ensino e na prática da engenharia.

Especificamente em relação à avaliação das propriedades termodinâmicas da água, vários trabalhos tem sido publicados. Em 1979, Reynolds publicou um extenso conjunto de equações computacionais destinadas à avaliação de propriedades termodinâmicas de diversas substâncias. Em 1984, Irvine e Liley publicaram diversas correlações simplificadas para a avaliação de propriedades termodinâmicas, visando facilitar o cálculo dessas propriedades. Também em 1984 foi publicado o trabalho de Haar, Gallagher e Kell, contendo novas correlações empíricas para o cálculo de propriedades termodinâmicas da água, e incluindo listagens de programas e de subrotinas computacionais.

Apesar de todas essas informações publicadas não está disponível na literatura um conjunto articulado de programas ou subrotinas que permita não só a determinação de propriedades, mas também, a localização autônoma do estado nas diversas regiões termodinâmicas. Portanto, são relevantes os esforços nesse sentido, dada a importância e abrangência do tema.

Na edição mais recente do livro texto de Van Wylen & Sonntag (1991) o volume é acompanhado de disquetes contendo unidades executáveis e unidades objeto de programas para a determinação de propriedades de várias substâncias, o que atesta a importância da automatização do cálculo de propriedades termodinâmicas. O material fornecido com essa obra, não contém, entretanto os programas fonte utilizados, e apresenta limitações de utilização, tanto em termos de compilador, de linguagem, de equipamento computacional, e flexibilidade na obtenção de informações, o que justifica ainda a validade do projeto aqui referido.

Em termos nacionais é interessante citar o trabalho publicado por Bezecry, Almeida e Gabay (1992, e 1993), a respeito de um programa desenvolvido para cálculo de propriedades termodinâmicas da água, baseado no trabalho de Irvine & Liley (1984).

Pretende-se estimular a participação de alunos de graduação, por meio de projetos de iniciação científica, por exemplo, na análise e desenvolvimento de programas deste tipo. Essa participação pode constituir uma experiência interessante tanto em termos específicos na área de termodinâmica; na área de métodos.

numéricos, como a aplicação do método de Newton-Raphson para solução de sistemas de equações não lineares (Burden & Faires, 1988), como no domínio de linguagens computacionais como o Pascal (Wirth, 1987) e o C (Kernighan & Ritchie, 1990), além do FORTRAN, e das técnicas de elaboração, documentação e manutenção de programas computacionais a serem utilizados por terceiros (Pressman, 1992).

## METODOLOGIA

O primeiro conjunto desenvolvido inclui subrotinas para identificação de estados a partir dos seguintes pares de propriedades: pressão e título; pressão e temperatura; pressão e entalpia; pressão e entropia. Esses pares são os de maior frequência de utilização na análise termodinâmica de sistemas de potência a vapor. A incorporação de outros pares de propriedades ao conjunto está sendo efetuada de modo gradativo.

As subrotinas identificam de modo autônomo, a região termodinâmica em que o estado indicado se encontra, determinam as propriedades do estado, e por meio de um código descritivo permitem conhecer de modo seguro se o estado é de saturação, ou de líquido comprimido, ou de vapor superaquecido, etc.

Avaliação da Energia Livre de Helmholtz. A equação fundamental empregada para o desenvolvimento da subrotina central foi a mesma utilizada por Keenan et al. (1978) para a elaboração de sua clássica tabela de propriedades termodinâmicas da água. Essa expressão permite a avaliação da energia livre de Helmholtz a partir do volume específico e da temperatura absoluta da água e está descrita na equação (1). A sua faixa de aplicação vai até pressões de 100 MPa e temperaturas entre 0 e 1300°C, representando, de modo contínuo, estados com uma única fase.

$$\psi = \psi_0(T) + RT[\ln \rho + \rho Q(\rho, \tau)] \quad (1)$$

onde,

$$\psi_0 = \sum_{i=1}^6 C_i \tau^{i-1} + C_7 \ln T + C_8 \tau^{-1} \ln T \quad (2)$$

e

$$Q = (\tau - \tau_c) \sum_{j=1}^7 [M_j(\rho) + N_j(\rho)] (\tau - \tau_{a,j})^{j-2} \quad (3)$$

com

$$M_j(\rho) = \sum_{i=1}^8 A_{ij} (\rho - \rho_{a,j})^{i-1} \quad (4)$$

e,

$$N_j(\rho) = e^{-E\rho} \sum_{i=9}^{10} A_{ij} \rho^{i-9} \quad (5)$$

Nessas expressões  $T$  representa a temperatura absoluta na escala Kelvin;  $\tau$  corresponde a  $1000/T$ ;  $\rho$  é a massa específica;  $R$  é a constante 4615,1 J/(kg K);  $\tau_c$  é igual a 1,544912, e  $E$  é igual a 4,8. As constantes  $\tau_{a,j}$ ,  $\rho_{a,j}$ ,  $C_i$ ,  $A_{ij}$  são apresentadas em Keenan et al. (1978).

A metodologia utilizada por esses autores consistiu em correlacionar um enorme conjunto de resultados experimentais disponíveis, reunindo o trabalho de instituições de pesquisa de diversos países obtendo as expressões descritas acima, que permitem o cálculo da energia livre de Helmholtz, representando

uma sucessão contínua de estados de equilíbrio, que inclui a região líquida e a região de vapor. Essa referência foi preferida em relação a outras, como a de Irvine e Liley (1984) por exemplo, em virtude de sua reconhecida qualidade e generalizada utilização. Com a disponibilidade crescente de microcomputadores mais rápidos, as possíveis objeções quanto à complexidade dessas expressões perdem significação.

Avaliação do Conjunto de Propriedades. A partir dessa equação a subrotina determina as demais propriedades por meio de relações termodinâmicas. A pressão, a energia interna específica e a entropia são calculadas por meio das expressões (6), (7) e (8), respectivamente.

$$p = \rho^2 \left( \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right)_\tau \quad (6)$$

$$u = \left[ \frac{\partial (\psi \tau)}{\partial \tau} \right]_\rho \quad (7)$$

$$s = - \left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_\rho \quad (8)$$

O valor da entalpia específica é obtido a partir de sua definição, expressa em (9).

$$h = u + p v \quad (9)$$

Dessa maneira, uma vez definido o volume específico e a temperatura de um estado é possível determinar todas as demais propriedades. Deve-se observar, no entanto que a expressão (1) representa de modo contínuo um conjunto de estados de equilíbrio que inclui as regiões de líquido e de vapor. Assim, essa equação permite a avaliação de estados localizados no exterior ou na fronteira do "domus" que representa a região de saturação. As propriedades de um estado saturado, em que coexistam em equilíbrio a fase gasosa e a fase líquida, são calculadas a partir das propriedades da fase líquida e da fase gasosa, obtidas para a mesma temperatura.

Estados Saturados. Para a determinação das propriedades correspondentes a estados situados entre o ponto triplo e o ponto crítico será sempre conveniente analisar sua situação em relação ao "domus" de saturação. As subrotinas desenvolvidas identificam de modo autônomo a região em que cada estado se encontra. Uma vez feita essa identificação, as propriedades termodinâmicas podem ser determinadas.

Para essa identificação, foi elaborada uma subrotina capaz de avaliar a pressão de saturação em função da temperatura, a partir da relação de Bridgeman & Aldrich, como referenciada por Keenan et al. (1978), de acordo com a expressão (10).

$$p_s = p_c \exp \left[ \tau 10^{-5} (t_c - t) S_{(t)} \right] \quad (10)$$

onde

$$S_{(t)} = \sum_{i=1}^8 F_i (0,65 - 0,01 t)^{i-1} \quad (11)$$

As constantes  $p_c$  e  $t_c$  correspondem ao ponto crítico, ou seja, pressão de 22,088 MPa e temperatura de 374,136°C. A temperatura de saturação  $t$  é dada em (°C) e a pressão de saturação  $p_s$  é obtida em (MPa). As constantes  $F_i$  são apresentadas na referência citada.

Para os casos em que é necessário determinar a temperatura de saturação para uma dada pressão foi elaborada uma subrotina específica, baseada no procedimento de Newton para solução de equação linear de uma única variável, aplicado ao residuo obtido a partir da expressão (11). Dessa maneira, definida uma pressão (entre o ponto triplo e o ponto crítico) é possível obter a temperatura de saturação correspondente.

**Determinação do Estado Termodinâmico.** O conjunto inclui também, além dos procedimentos de cálculo das propriedades a partir da energia livre de Helmholtz por meio de relações termodinâmicas, e da correlação da pressão de vapor em função da temperatura, diversas subrotinas utilizando o método de Newton modificado para resolução iterativa de sistemas de equações não lineares, cálculo numérico dos Jacobianos, resolução dos sistemas lineares por redução de Gauss (Burden & Faires, 1988), e definição dos valores tentativos iniciais a serem utilizados como ponto de partida do processo iterativo, sempre muito importantes em modelagem de sistemas (Franks, 1972).

Ao ser fornecido um estado definido pela pressão e outra propriedade o primeiro passo que as subrotinas executam é a determinação da temperatura de saturação a essa pressão (para pressões abaixo da pressão crítica). Com essa temperatura são calculados, através de um procedimento de Newton modificado (Burden & Faires, 1988), os estados de líquido saturado e de vapor saturado. Os valores iniciais de volume específico necessários para a partida do processo iterativo são obtidos de aproximações para o volume específico da água líquida, que varia numa faixa bastante estreita, e para o volume do vapor saturado estimado a partir da equação dos gases perfeitos.

Uma vez determinadas as propriedades para o líquido saturado e para o vapor saturado é possível determinar pela segunda propriedade, se o estado é saturado ou não. Se o estado é saturado, suas propriedades serão calculadas por meio do título, que, por sua vez, terá sido fornecido, ou determinado a partir do valor da entalpia ou da entropia do estado. O fato dos estados de líquido e de vapor saturados serem sempre calculados pode ser visto como um problema, dado que nem sempre seu conhecimento é necessário, e o seu cálculo consome tempo de computação. No entanto esse procedimento garante uma grande robustez e autonomia às subrotinas, já que graças a essa determinação o conjunto é capaz de identificar a região em que o estado se encontra, em qualquer circunstância. Além disso, o tempo computacional consumido não é significativo.

Se o estado é identificado como de líquido comprimido (ou sub-resfriado) a procura do volume e temperatura correspondentes a esse estado, os quais permitirão a determinação das demais propriedades termodinâmicas, é feita do seguinte modo:

- pressão e temperatura conhecidos: basta determinar o volume específico, pois a temperatura é conhecida. Utiliza-se o procedimento de Newton para solução iterativa de equações não lineares de uma única variável, utilizando como ponto de partida um valor de volume específico próximo a  $0,95 \text{ dm}^3/\text{kg}$ ;

- pressão e entalpia (ou entropia): devem ser determinados o volume e temperatura correspondentes a esse estado. Nesse caso é necessário utilizar o procedimento de Newton para solução iterativa de equações não lineares de duas variáveis. O ponto de partida para o volume é o mesmo adotado no caso anterior, enquanto o valor inicial de temperatura é estimado a partir das propriedades do líquido saturado e de um estado de referência fixado anteriormente.

No caso do estado ser identificado como de vapor superaquecido a busca do volume e temperatura correspondentes a esse estado, os quais permitirão a determinação das demais propriedades termodinâmicas, é efetuada da seguinte forma:

- pressão e temperatura conhecidos: basta determinar o volume específico, pois a temperatura é conhecida. Para isso basta utilizar o procedimento de Newton para solução iterativa de equações não lineares de uma única variável, utilizando como ponto de partida um valor de volume específico aproximado pela equação dos gases perfeitos;

- pressão e entalpia (ou entropia): devem ser determinados o volume e temperatura correspondentes a esse estado. Nesse caso é necessário utilizar o procedimento de Newton para solução iterativa de equações não lineares de duas variáveis. O ponto de partida para o volume é o mesmo utilizado no caso anterior, enquanto o valor inicial de temperatura é estimado a partir das propriedades do vapor saturado e de um estado de referência adicional.

Para níveis supercríticos de pressão não é necessário fazer a verificação da possibilidade de saturação, já que nesses níveis de pressão não se verifica a coexistência de fases distintas em equilíbrio. As propriedades termodinâmicas do ponto crítico servem como um dos referenciais utilizados para as estimativas iniciais de volume e temperatura. Deve-se observar que nas proximidades do ponto crítico os critérios utilizados para os processos iterativos de solução das equações não lineares foram modificados, em função dos elevados gradientes observados nessa região.

## RESULTADOS E CONCLUSÕES

As subrotinas desenvolvidas de acordo com os procedimentos descritos permitem a obtenção de valores das propriedades termodinâmicas da água com a mesma precisão das tabelas apresentadas na obra de Keenan et al. (1978). Na versão atual as propriedades são determinadas utilizando as unidades do Sistema Internacional (SI).

É interessante observar que Bezecri, Almeida e Gabay (1992, e 1993) avaliaram a qualidade de seus resultados por comparação com as tabelas de Keenan et al. (1978), relatando desvios da ordem de 0,25% na região de saturação e de 0,5% na região de vapor superaquecido. Com os procedimentos adotados no presente trabalho a concordância em relação aos valores registrados nas tabelas de Keenan et al. é completa, ou seja, de cinco algarismos significativos, em geral, correspondendo a incertezas da ordem de 0,001% a 0,01% em relação aos valores tomados como referência. Em alguns casos extremos foram constatadas diferenças de uma unidade no último dígito significativo.

Numerosos testes vem sendo realizados, e as subrotinas continuam em desenvolvimento, visando principalmente a otimização do processo de cálculo, e a determinação de propriedades de estados definidos por outros pares de propriedades.

A fim de ilustrar a precisão dos resultados obtidos com as subrotinas implementadas vamos comparar os valores obtidos por meio das subrotinas com os apresentados por Keenan et al. (1978) em sua tabela 3, página 88, para vapor às pressões de 21,0 MPa e 22,0 MPa, em ambos os casos à temperatura de 400°C. Os valores obtidos por meio das subrotinas são apresentados ao lado dos valores retirados dessa referência, podendo ser observada a total concordância dos resultados, considerando o número de algarismos significativos utilizado na tabela de Keenan et al.

Esse tipo de comportamento dos resultados é generalizado em todas as regiões termodinâmicas, para um conjunto bastante extenso de estados verificados.



Tabela 1. Comparação de resultados com os valores do trabalho de Keenan et al. (1978), para T=400°C.

	p (MPa)	v (dm <sup>3</sup> /kg)	u (kJ/kg)	h (kJ/kg)	s (kJ/kgK)
Keenan	21	9,071	2589,1	2779,6	5,4826
progr.	21	9,0709	2589,07	2779,56	5,48261
Keenan	22	8,253	2556,0	2737,6	5,4074
progr.	22	8,2534	2555,99	2737,56	5,40736

Com a finalidade de melhor apreciar o alcance do nível de precisão obtido com as subrotinas foi comparado o resultado fornecido por estas para o estado definido por p=21,5 MPa e T=400°C, que não consta da tabela de Keenan, com o valor que é obtido por meio de interpolação linear entre os estados apresentados na Tabela 1. Essa comparação é feita por meio da Tabela 2. É possível observar diferenças de até seis unidades no último dígito significativo dos valores obtidos a partir da tabela de Keenan por interpolação linear, quando comparados aos resultados das subrotinas para esses estados. Pode-se concluir que o resultados fornecidos pelas subrotinas apresentam maior exatidão do que os obtidos por interpolação linear.

Tabela 2. Comparação entre o resultado das subrotinas e o resultado obtido por interpolação linear na tabela de Keenan, para T=400°C.

	p (MPa)	v (dm <sup>3</sup> /kg)	u (kJ/kg)	h (kJ/kg)	s (kJ/kgK)
Interpol.	21,5	8,662	2572,6	2758,6	5,4450
progr.	21,5	8,6562	2572,94	2759,04	5,44554

Para essas pressões, a temperatura de saturação fornecida pelas tabelas de Keenan e calculada pelas subrotinas é apresentada na Tabela 3. Da mesma forma pode-se concluir que o valor fornecido pelas subrotinas é mais exato do que o obtido por interpolação linear entre valores da tabela de vapor.

Tabela 3. Comparação entre temperaturas de saturação.

		Pressão (MPa)		
		21	21,5	22
Keenan	Tsat (°C)	369,89	371,85 (*)	373,80
programa	Tsat (°C)	369,894	371,869	373,800

(\*) valor obtido por interpolação linear entre 21 e 22 MPa.

Os programas e subrotinas foram elaborados em linguagem Pascal, que além de permitir uma natural estruturação do processo de elaboração dos algoritmos e programas, proporciona condições excelentes para o rápido desenvolvimento de programas, graças às características integradas dos sistemas editores-interpretadores-compiladores disponíveis atualmente. Em sua versão para uso em micro-computadores, as subrotinas, na forma de unidades, ocupam cerca de 50 kB. Para maior rapidez de execução recomenda-se a utilização de micros da família 386 ou superior. As subrotinas desenvolvidas podem também ser utilizadas diretamente em estações de trabalho ou computadores de grande porte. Este conjunto de subrotinas vem sendo utilizado em diversos estudos e tem viabilizado a realização de extensos processos iterativos em cálculos termodinâmicos, que de outro modo seriam impraticáveis.

## REFERÊNCIAS

- Bejan, A. Advanced engineering thermodynamics. New York: John Wiley, 1988.
- Benzecry, J.H.; Almeida, S.C.A.; Gabay, T. Programa para cálculo de propriedades termodinâmicas da água. In: Anais do IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas. Rio de Janeiro: ABCM, pp. 705-708, 1992.
- Benzecry, J.H.; Almeida, S.C.A.; Gabay, T. Programa para cálculo de propriedades termodinâmicas da água. In: Memorias del I Congreso Iberoamericano de Ingenieria Mecánica. Madrid, v. 2, pp. 399-404, 1993.
- Boehm, R.F., Design analysis of thermal systems. New York: John Wiley, 1987.
- Burden, R.L. & Faires, J.D. Numerical analysis. 4th. ed., PWS-Kent, 1988.
- Ehmke, H.J. Size optimization for cogeneration plants. Energy, v.15, n.1, p.35-44, 1990.
- Franks, R.G.E. Modeling and simulation in chemical engineering. John Wiley, 1972.
- Haar, L.; Gallagher, J.S.; Kell, G.S. NBS/NRC Steam tables - thermodynamic and transport properties and computer programs for vapor and liquid states of water in SI units. Washington: Hemisphere, 1984.
- Irvine Jr., T.F. & Liley, P.E. Steam and gas tables with computer equations. New York: Academic Press, 1984.
- Keenan, J.H.; Chao, J.; Kaye, J. Gas tables: thermodynamic properties of air, products of combustion and component gases. 2nd. ed., New York: John Wiley, 1983.
- Keenan, J.H.; Keyes, F.G.; Hill, P.G.; Moore, J.G. Steam tables: thermodynamic properties of water, including vapor, liquid, and solid phases (SI units). New York: John Wiley, 1978.
- Kernighan, B.W. & Ritchie, D.M. C, a linguagem de programação: padrão ANSI. Rio de Janeiro: Campus, 1990.
- Kotas, T.J. The exergy method of thermal plant analysis. London: Butterworths, 1985.
- Nishio, M. et al. Synthesis of optimal heat and power supply system for energy conservation. I & EC Process Design and Development, 24, p.19-30, 1985.
- Pressman, R.S. Software engineering: a practitioner's approach. 3rd. ed. New York: McGraw-Hill, 1992.
- Reynolds, W.C. Thermodynamic properties in SI - graphs, tables, and computational equations for forty substances. Stanford: Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 1979.
- Vukalovitch, M.P. Thermodynamic properties of water and steam. Moscow: Mashinostroyeniye, 1967.
- Wirth, N. Programação sistemática em Pascal. 6ª ed., Campus, 1987.
- Van Wylen, G.J. & Sonntag, R.E. Fundamentals of classical thermodynamics. 4th. ed., New York: John Wiley, 1991.

## ABSTRACT

This paper reports the methodology adopted to develop a set of computational subroutines directed towards the evaluation of thermodynamic properties of water. The procedure is based on Keenan's correlations for Helmholtz free energy. With the subroutines it is possible to determine the properties of water with high accuracy, and they can be called by other computational programs, in thermodynamic analysis and optimization of steam cycles and thermal processes.



## IDENTIFICAÇÃO DE PROPRIEDADES RADIATIVAS DE ISOLANTES TÉRMICOS

Vicente de Paulo NICOLAU  
Depto. de Eng. Mecânica - UFSC - CP 476 - 88040-900 - Florianópolis - SC  
Jean-François SACADURA  
CETHIL - INSA de Lyon - 69621 - Villeurbanne Cedex - France.

### RESUMO

*As propriedades radiativas de amostras de lã de vidro são identificadas. Trata-se da espessura ótica ou do coeficiente de extinção, do albedo e de uma função de fase modelada a 3 parâmetros. Um banco ótico para medição de transmitâncias e reflectâncias bidimensionais é utilizado, tendo como inovação a introdução de um espectrômetro à transformada de Fourier. Aspectos relativos à identificação dos parâmetros são discutidos e resultados são apresentados.*

### INTRODUÇÃO

Os materiais finamente divididos tem sido bastante empregados ultimamente como isolantes térmicos em razão de sua capacidade de evitar o deslocamento do ar intersticial, bem como de absorver ou difundir a radiação térmica que se propaga em seu interior. No entanto se a presença de uma matriz sólida no interior do isolante reduz as trocas por convecção e radiação, esta matriz acarreta ao mesmo tempo um aumento da troca por condução através de seus elementos. Assim, apenas o conhecimento dos mecanismos intrínsecos de troca de calor com a influência dos vários parâmetros pode permitir a fabricação e utilização correta destes isolantes.

Do ponto de vista de radiação térmica, estudos tem sido realizados visando a obtenção de métodos adequados para a avaliação das trocas radiativas e também de métodos de determinação das propriedades destes isolantes térmicos. Quanto à determinação das propriedades as pesquisas prosseguem por duas vias: a determinação analítica dos resultados da interação entre as ondas eletromagnéticas e as partículas (teorias de Kerker e Mie); a determinação experimental de transmitâncias e/ou reflectâncias seguida da aplicação de métodos para a identificação dos parâmetros. Relativo ao primeiro enfoque pode-se citar o trabalho desenvolvido por Lee (1990) e Jeandel et al(1993), enquanto que para o segundo enfoque pode-se citar Glicksman et al(1987), Kamiuto et al(1989), Yeh e Roux(1989) e Uny(1986).

Este trabalho está associado ao segundo enfoque onde chega-se a uma identificação de 5 parâmetros, 3 deles associados à função de fase. Dentro das dificuldades inerentes a este tipo de medição e processo de identificação, este número é bastante satisfatório. Como é comum em processos de identificação, um número maior de parâmetros seria desejável, de forma a bem representar a função de fase, mas o problema torna-se sempre mais mal condicionado, a ponto de ser insolúvel, na medida em que o número de parâmetros aumenta.

### MONTAGEM EXPERIMENTAL UTILIZADA

A figura 1 mostra a bancada experimental para as medições de transmitâncias e reflectâncias bidirecionais, usando um espectrômetro a transformada de Fourier, Bio-Rad FTS 60A, para a região infravermelha do espectro entre 1,5 e 15  $\mu\text{m}$ . A fonte interna é uma fonte em cerâmica trabalhando a 1300 °C. A placa divisora (beamsplitter), é feita em KBr, com superfícies tratadas de modo a dividir o feixe incidente igualmente em reflexão e transmissão em direção aos espelhos planos fixo e móvel que compõem a base do espectrômetro. O feixe de radiação já modulado é desviado para fora do aparelho, incidindo então sobre um goniômetro particular. O feixe colimado, com pequeno ângulo de divergência é então feito incidir sobre a amostra colocada neste goniômetro. O sistema de detecção compreende um detector quântico HgCdTe de janela lateral, refrigerado a nitrogênio

líquido. Este detector é montado junto com um espelho esférico sobre o braço giratório do goniômetro de modo a poder medir a radiação que é transmitida ou que é refletida pela amostra dentro de um semi-ângulo de divergência de apenas 0,20°. O deslocamento angular do conjunto se faz dentro de uma precisão de 0,01°. Como a célula de detecção está colocada no foco do espelho esférico, um feixe quase-paralelo é coletado dentro do campo de radiação transmitido ou refletido pela amostra. Esta pode ter um diâmetro de até 50 mm.

A resolução do espectrômetro pode ser escolhida entre 0,25 e 28  $\text{cm}^{-1}$ . Todo o conjunto é alimentado com ar seco e isento de  $\text{CO}_2$ . Uma grande caixa em acrílico foi construída de modo a isolar completamente o banco ótico do ambiente externo e evitar assim as absorções de radiação pelo vapor d'água e pelo gás carbônico presentes no ar. O ar tratado também é usado para alimentar o mancal aerodinâmico que suporta o espelho móvel do espectrômetro.

A transmitância bidirecional experimental  $T_e(\theta)$ , para a radiação incidente normal é definida pela seguinte expressão:

$$T_e(\theta) = \frac{I(\theta)}{I_0 d\omega_0} \quad (1)$$

onde  $I(\theta)$  é a intensidade da radiação transmitida ou refletida e  $I_0$  é a intensidade do feixe incidente normal à amostra que possui um ângulo de divergência  $d\omega_0$ . Assim  $I_0 d\omega_0$  representa o fluxo de energia incidente.

### ANÁLISE

A montagem experimental foi feita de modo que a transferência de calor na amostra seja unidimensional. A equação de transferência radiativa (ETR), para um meio semi-transparente "frio", plano, com simetria azimutal pode ser escrita na seguinte forma:

$$\mu \frac{dI_v(\tau_v, \mu)}{d\tau_v} = -I_v(\tau_v, \mu) + \frac{\omega_v}{2} \int_{-1}^{+1} p_v(\mu', \mu) I_v(\tau_v, \mu') d\mu' \quad (2)$$

onde  $\mu = \cos\theta$ ;  $\theta$  é o ângulo polar;  $I_v$  é a intensidade de radiação espectral;  $\tau_v = \sigma_{ev} x$ ,  $\sigma_{ev} = \sigma_{av} + \sigma_{dv}$  onde  $\sigma_{ev}$ ,  $\sigma_{av}$  e  $\sigma_{dv}$  são os coeficientes volumétricos e espectrais de extinção, de absorção e de difusão ou espalhamento, respectivamente e  $x$  é a coordenada geométrica. O meio é caracterizado pelas seguintes propriedades radiativas espectrais: a espessura ótica  $\tau_{ov} = \sigma_{ev} L$ , onde  $L$  é a espessura geométrica da amostra, o albedo  $\omega_v$ , o qual é a razão entre a radiação difundida e a radiação extinta, e a função de fase da difusão  $p_v(\mu', \mu)$ . O índice ( $v$ ) indica uma grandeza espectral.

Na ETR a intensidade de radiação no meio decresce em função da absorção e da perda por difusão (1º termo à direita) e aumenta devido ao ganho por difusão (2º termo à direita), sendo

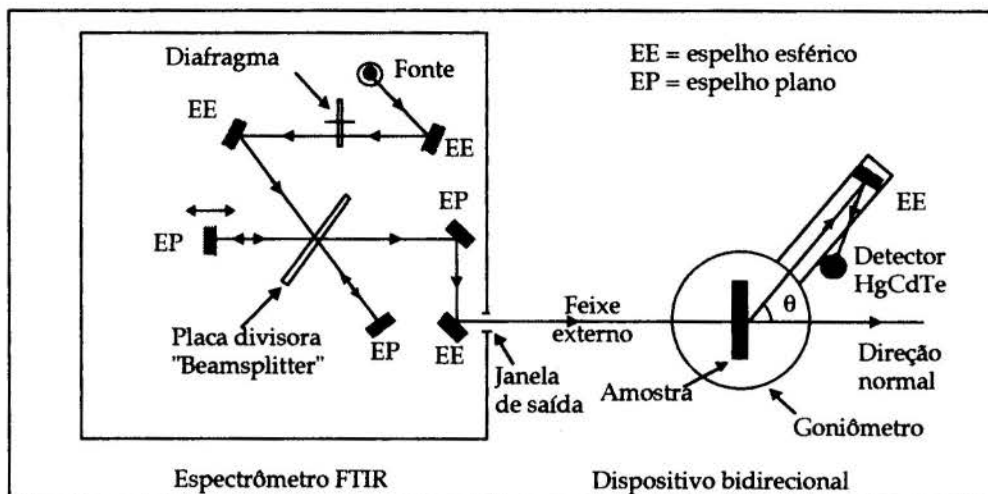


Figura 1. Montagem experimental com o espectrômetro.

este conseqüência da difusão de um raio proveniente de uma direção qualquer para a direção considerada. O termo de emissão não é considerado, em razão da modulação do feixe de radiação incidente sobre a amostra. Assim o fluxo detectado é modulado e somente a radiação transmitida e difundida pela amostra é medida.

A escolha do modelo de representação da função de fase,  $p_v(\mu', \mu)$ , é um problema crítico. Um método clássico consiste em desenvolver esta função em uma série limitada de polinômios de Legendre. Esta via pode levar, em caso de meios particulados como fibras e espumas, a um desenvolvimento de alta ordem e conseqüentemente pode requerer a determinação de um grande número de coeficientes. Uma solução alternativa proposta por Henyey e Greenstein (H-G) (1941), consiste em representar a função de fase à partir da seguinte equação:

$$p(\mu', \mu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(1 - g^2) d\phi}{[1 + g^2 - 2g(\mu'\mu + \sqrt{1 - \mu'^2}\sqrt{1 - \mu^2} \cos \phi)]^2} \quad (3)$$

onde o ângulo  $\phi$  é o ângulo azimutal, que desaparece uma vez a integração realizada.  $g$  é o parâmetro que governa a anisotropia da difusão e varia de 0 para a difusão isotrópica, até 1 ou -1 para a difusão para a frente ou para a retrodifusão, respectivamente. Assim, em relação à identificação de parâmetros, a função H-G, a qual requer apenas um parâmetro a ser determinado, parece ser uma opção atrativa (Uny, 1986). Entretanto, em trabalhos prévios (Sacadura e Nicolau, 1992), foi demonstrado que apenas uma função H-G não representa um modelo adequado para tratar da difusão em um meio fibroso ou poroso, devido à presença simultânea de uma difusão bastante concentrada na direção de incidência e também de alguma retrodifusão, observadas nestes meios.

Assim uma tentativa foi feita no sentido de melhor representar a função de fase usando uma combinação de duas funções H-G aliadas a uma componente isotrópica:

$$p_v(\mu', \mu) = f_1 f_2 p_g(\mu', \mu) + (1 - f_1) f_2 p_g(\mu', \mu) + (1 - f_2) \quad (4)$$

Nesta expressão  $f_1$  é o parâmetro que permite ponderar a participação das duas funções H-G governadas pelos parâmetros  $+g$  e  $-g$ . Por sua vez o parâmetro  $f_2$  permite ponderar a participação da parte anisotrópica contra a parte isotrópica. Uma representação esquemática desta combinação é mostrada na figura 2. Este novo modelo de função de fase implica que três parâmetros, válidos para o intervalo (0,1) devem ser agora identificados.

Visando facilitar a solução, o campo de radiação é subdividido em uma componente difusa e em uma componente colimada. A componente colimada é a parcela remanescente da radiação incidente original, após a absorção e a difusão pela amostra. Para a solução do campo de radiação difusa usa-se o método das ordenadas discretas que consiste na divisão do campo de radiação em  $2n$  direções  $\mu_i$  ( $i = \pm 1, \dots, \pm n$ , e  $\mu_{-i} = -\mu_i$ ), sendo que usou-se  $n=12$ . As equações integrodiferenciais resultantes da ETR aplicada a cada direção, são substituídas por um sistema de equações diferenciais lineares de 1ª ordem, o que resulta em um

sistema de equações com as transmitâncias ou reflectâncias para as  $2n$  direções e para uma posição  $\tau$  no interior da amostra dadas por:

$$T_i[(\tau, \mu_i)] = \sum_{j=1}^{2n} H_j V_{i,j} e^{\lambda_j \tau} + \left( \frac{-1}{2\pi C_1} + \frac{e^{-\tau}}{d\omega_0} \right) \delta_{i1} \quad (5)$$

onde o último termo à direita representa a solução relativa a radiação colimada e só se faz presente na direção normal de transmissão (a fim de simplificar a notação, o índice  $v$  foi omitido). Maiores detalhes sobre a obtenção desta equação são dados em Nicolau (1994).

#### MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS

A montagem descrita na seção 2 permite a determinação das transmitâncias e reflectâncias experimentais,  $T_{ei}$ , para as várias direções de medida  $\theta_i$  e para uma dada espessura de amostra. Relativas às mesmas direções e espessura, o modelo descrito acima, à partir dos valores das propriedades radiantes da amostra ( $\tau_0, \omega, p_v$ ) permite o cálculo das transmitâncias e reflectâncias teóricas,  $T_{ti}$ . Assim, o objetivo é a determinação dos cinco parâmetros  $\tau_0, \omega, g, f_1$  e  $f_2$  os quais minimizam a soma dos erros quadráticos representada pela função  $F$  seguinte, envolvendo os valores teóricos e experimentais, nas  $N$  direções de medidas:

$$F(\tau_0, \omega, g, f_1, f_2) = \sum_{i=1}^N [T_{ti}(\tau_0, \omega, g, f_1, f_2) - T_{ei}]^2 \quad (6)$$

O método usado para a resolução deste problema é o método de linearização de Gauss que minimiza  $F$  à partir da zeragem de suas derivadas em relação a cada um dos cinco parâmetros. Assim, para os parâmetros  $\beta_j$ ,  $j = 1$  to 5, a serem identificados, obtém-se o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_1} \right)^2 & \dots & \sum_{i=1}^N \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_1} \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_5} \\ \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^N \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_2} \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_1} & \dots & \sum_{i=1}^N \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_2} \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_5} \\ \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^N \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_5} \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_1} & \dots & \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_5} \right)^2 \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} \Delta \beta_1 \\ \Delta \beta_2 \\ \dots \\ \Delta \beta_5 \end{bmatrix}^{k+1} = - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N (T_{ti} - T_{ei}) \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_1} \\ \sum_{i=1}^N (T_{ti} - T_{ei}) \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_2} \\ \dots \\ \sum_{i=1}^N (T_{ti} - T_{ei}) \frac{\partial T_{ti}}{\partial \beta_5} \end{bmatrix}^k \quad (7)$$

A solução deste sistema fornece os incrementos  $\Delta \beta_j^{k+1}$  a serem adicionados a cada parâmetro para a obtenção dos valores relativos à iteração  $k+1$ . A partir de valores iniciais arbitrados, um certo número de iterações é necessário para identificar os valores finais dos parâmetros, encontrados quando os incrementos caem abaixo de um mínimo estabelecido como tolerância. O termo fonte, do lado direito, fornece as diferenças entre os valores teóricos e experimentais das transmitâncias e reflectâncias. A matriz da esquerda é inteiramente formada pelo produto dos

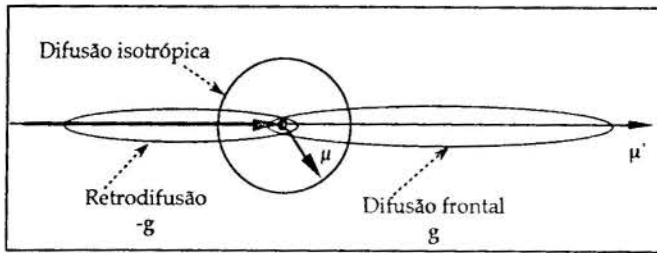


Figura 2. Representação esquemática da função de fase composta.

coeficientes de sensibilidade, calculados à partir do modelo teórico, sem interferência dos valores experimentais. Estes coeficientes mostram a sensibilidade de uma transmitância ou de uma reflectância em relação a um determinado parâmetro. O cálculo de um número de condicionamento desta matriz pode ser usado para determinar o grau de condicionamento do problema de identificação. No caso de uma dependência quase-linear entre os coeficientes de sensibilidade de dois ou mais parâmetros implicará em um problema de identificação mal condicionado. A matriz referida será então singular e não será possível calcular os incrementos necessários ao processo iterativo.

### DETERMINAÇÃO DA ESPESSURA ÓTICA

A partir de uma análise dos coeficientes de sensibilidade e do número de condicionamento da matriz formada por estes coeficientes, estudou-se a possibilidade de uma determinação prévia da espessura ótica a partir dos dados de transmitância nas direções normal e próximas desta. Esta determinação prévia de  $\tau_0$  visa a simplificação do processo de identificação dos demais parâmetros.

O valor de  $\tau_0$  é obtido aplicando-se a equação (5) ao campo de radiação colimada (somente o último termo à direita). No entanto a transmitância colimada, na direção normal, não é disponível isoladamente, mas é sempre medida junta com a componente difusa. Alguns modelos foram testados visando a separação destas componentes colimada e difusa. Um dos modelos testados baseou-se na Lei de Beer que considera a transmitância medida na direção normal como sendo simplesmente a transmitância colimada, desprezando a parcela difusa presente. O método adotado no entanto, considera um polinômio de segundo grau obtendo a transmitância difusa na direção normal em função de duas transmitâncias vizinhas.

Assim sendo o processo de determinação dos parâmetros conta com uma primeira etapa de cálculo da espessura ótica como descrito acima e de uma segunda etapa de identificação dos parâmetros restantes, ou seja o albedo e os três parâmetros da função de fase usando o método de linearização de Gauss.

### RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO

Um problema crítico neste tipo de experimento é o baixo nível de energia à ser detectado nas regiões fora da direção normal de transmissão. Isto decorre da própria atenuação imposta pela amostra, mas também em função da necessidade de operar com pequenos ângulos de detecção visando preservar uma certa resolução angular nas medições. As regiões de mais difícil medição são as regiões de maior comprimento de onda, pois neste caso a própria energia liberada pela fonte é bastante reduzida, seguindo aproximadamente a emissão de um corpo negro. Com a utilização do espectrômetro FTIR, pode-se melhorar consideravelmente a qualidade das medidas em função de um grande diâmetro de amostra, de uma maior quantidade de energia disponível na saída, mas sobretudo da rapidez na execução do experimento, possibilitando a acumulação de resultados. Dentro de uma resolução escolhida de  $8 \text{ cm}^{-1}$ , pode-se fazer 250 varreduras do espectro para cada posição angular de detecção (22 direções foram utilizadas), aumentando significativamente a relação sinal/ruído. A esta resolução o sistema permite a execução de uma taxa de 5 varreduras/segundo.

O material ensaiado e cujos resultados são apresentados aqui, representa um material difusivo típico. Consiste em amostras de lâ de vidro separadas em camadas à partir de uma manta de 70mm de espessura, de utilização corrente em isolamento térmico. A massa específica, obtida para a manta como um todo, resultou

em  $11,6 \text{ kg/m}^3$ . Um total de 20 amostras foram então ensaiadas, com os parâmetros sendo identificados individualmente para cada amostra. Considerando a mesma massa específica da manta original, uma pesagem permitiu a determinação de uma espessura equivalente, a ser utilizada para a determinação do coeficiente de extinção à partir da espessura ótica. Visando fornecer detalhes sobre a morfologia deste material, a tabela I fornece a distribuição de diâmetros das fibras componentes.

Tabela I. Distribuição dos diâmetros das fibras.

$\phi[\mu\text{m}]$	1	2	3	4	5	6	7
%	22,96	20,56	12,47	8,51	7,27	6,61	5,70
$\phi[\mu\text{m}]$	8	9	10	11	12	13	14
%	3,39	4,29	2,89	2,06	1,07	0,66	0,66
$\phi[\mu\text{m}]$	15	16	17	18	19	20	
%	0,50	0,08	0,08	0,17	0,08	0,0	

As amostras foram ensaiadas e os resultados foram obtidos individualmente. A partir dos resultados individuais, um resultado médio foi calculado para as 20 amostras, para cada comprimento de onda. A figura 3 apresenta os valores médio do coeficiente de extinção  $\sigma_e$ , calculados à partir dos valores individuais de  $\tau_0$  e das espessuras geométricas. Observa-se uma grande dependência espectral desta propriedade, sobretudo um mínimo a  $8,0 \mu\text{m}$ . Neste comprimento de onda, o índice de refração da sílica aproxima-se do índice de refração do ar, reduzindo bastante o fenômeno de difusão. A extinção é praticamente decorrente da absorção da radiação pelas fibras. Nesta figura também são apresentados os desvios-padrões dos valores individuais em relação aos valores médios, observando-se também um mínimo a  $8,0 \mu\text{m}$ . A presença deste mínimo pode ser vista como um resultado de uma quantidade maior de energia disponível para a detecção, havendo menor influência do ruído do detector em cada medida individual.

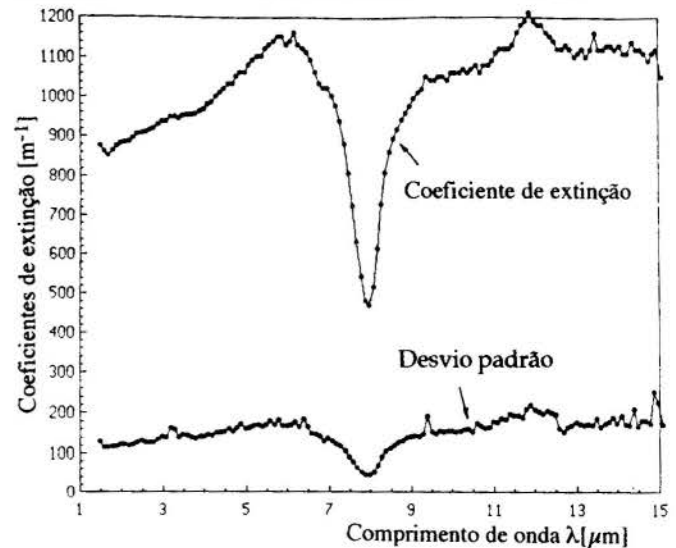


Figura 3. Coeficiente de extinção e desvios-padrões.

Os valores dos coeficientes de difusão e de absorção são por sua vez, apresentados na figura 4. Estes valores são calculados diretamente à partir dos valores do coeficiente de extinção e dos valores do albedo identificados e mostram mais claramente o comportamento espectral do material. Em baixos comprimentos de onda há pouca absorção e uma extinção elevada. Em torno de  $7 \mu\text{m}$  a absorção aumenta e a extinção se reduz passando pelo mínimo a  $8,0 \mu\text{m}$ . Após  $9 \mu\text{m}$ , os dois coeficientes restam a valores próximos até  $15 \mu\text{m}$ . A absorção tem comportamento similar à apresentada pelo vidro, ou seja, uma certa transparência em baixos comprimentos de onda e com uma forte redução desta transparência para  $\lambda$  maiores.

Na figura 5 tem-se os valores médios para o albedo  $\omega$  e para os parâmetros da função de fase. O albedo resume o comportamento dos coeficientes de difusão e de extinção, ou seja,



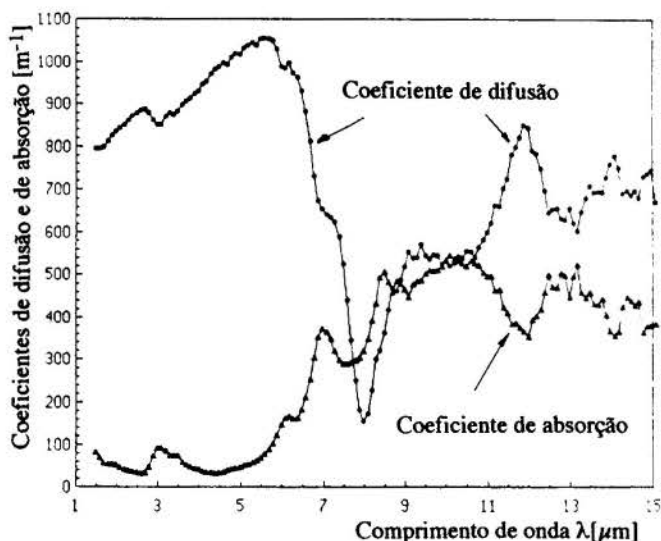


Figura 4. Coeficientes de difusão e de absorção.

um valor elevado em baixos comprimentos de onda, um mínimo a  $8,0\mu\text{m}$  e valores médios a seguir. Em relação a função de fase temos todos os parâmetros com valores elevados em todo o espectro ensaiado, mostrando uma função de fase pontiaguda, na qual a difusão se concentra sobretudo em torno da própria direção de incidência com pequenos desvios. O pico de retrodifusão tem pouca participação tendo em vista o elevado valor de  $f_1$ . Entretanto uma participação em torno de 10% é reservada a parte isotrópica da difusão, traduzida por um valor de  $f_2$  em torno de 0,9.

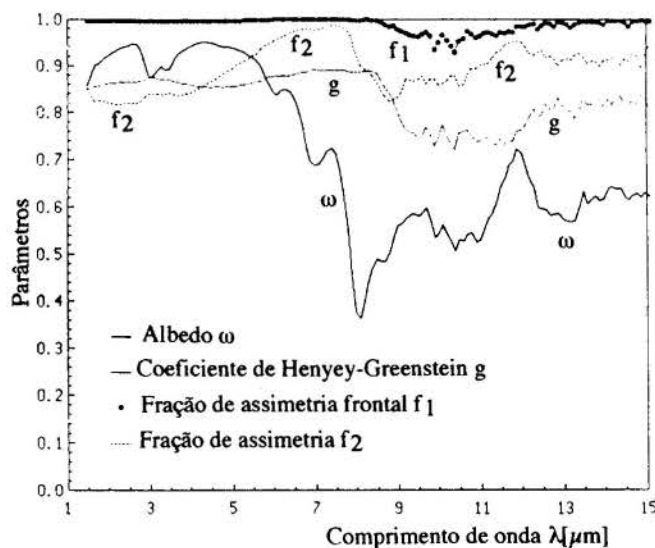


Figura 5. Albedo e parâmetros da função de fase  $g$ ,  $f_1$  e  $f_2$ .

Na figura 6 são apresentados os valores da função de fase para 4 comprimentos de onda, em função da posição angular dada pela variável  $\mu'$ . O resultado representa a difusão de todos os raios com um ângulo de incidência  $\mu'$ , indistintamente da sua posição azimutal, em relação à direção normal à amostra (direção 1). Para todos os comprimentos de onda tem-se sempre funções agudas, mas um pequeno pico de retrodifusão é sempre observado.

## CONCLUSÃO

Os resultados apresentados mostram a validade da metodologia utilizada para a identificação das propriedades de meios semi-transparentes difusivos. No entanto muitas

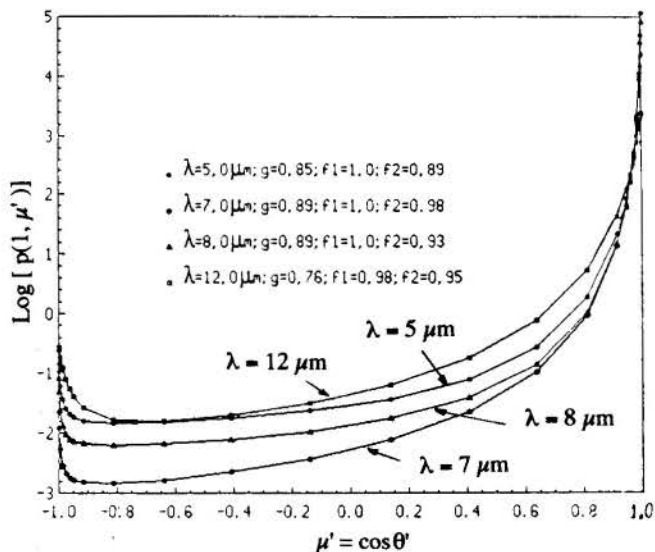


Figura 6. Distribuição da função de fase em função do ângulo polar.

dificuldades associadas ao baixo nível de energia transmitida ou refletida, e à linearidade do sistema de detecção estão ainda presentes. Algumas variações do albedo e dos parâmetros da função de fase foram observadas com a espessura da amostra, evidenciando ainda uma certa dificuldade do modelo em descrever o comportamento radiativo do material ensaiado.

Apesar destas dificuldades o método pode ser aplicado a qualquer tipo de material fibroso ou poroso sem necessidade de hipóteses prévias sobre a sua morfologia, como, por exemplo, uma composição baseada em cilindros ou esferas independentes.

A fim de permitir um maior aprimoramento da parte experimental e também numérica do método, deve-se obter dados comparativos com outros laboratórios à partir de programas de cooperação, visando a execução de ensaios sobre as mesmas amostras. Ainda que relativas, as medidas de transmitâncias e reflectâncias podem ser bastante dependentes da geometria de detecção utilizada.

**Agradecimento:** O primeiro autor agradece o financiamento recebido do CNPq, através do programa de cooperação CNPq (Brasil)/SFERE-CEFI (França), durante a execução deste trabalho.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Glicksman, L., Schuetz, M. and Sinofsky, M., "Radiation heat transfer in foam insulation", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, pp. 187-197, 1987.
- Henyey, L. G. and Greenstein, J. L., "Diffusion radiation in the galaxy", *Astrophysics Journal*, Vol. 93, pp. 70-83, 1941.
- Jeandel, G., Boulet, P., and Morlot, G., "Radiative transfer through a medium of silica fibers oriented in parallel planes", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 531-536, 1993.
- Kamiuto, K., Sato M. and Iwamoto, M., "Determination of the radiative properties of high-porosity materials by use of the emerging-intensity fitting method", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 42, pp. 477-482, 1989.
- Lee, S.C., "Scattering phase function for fibrous media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 2183-2190, 1990.
- Nicolau, V.P., "Identification des propriétés radiatives des matériaux semi-transparentes diffusants", Thèse de Doctorat n° 94 ISAL 0001, INSA, Lyon, France, 1994.
- Sacadura, J. F. and Nicolau, V. P., "Spectral radiative properties identification of semi-transparent porous media", *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> UK National & 1<sup>st</sup> European Conference in Thermal Sciences*, pp. 717-723, Birmingham, UK, 1992.
- Uny, G., "Modélisation du transfert couplé rayonnement-convection au sein de matériaux poreux et identification de leurs propriétés radiatives: application aux laines de verre", Thèse de Doctorat n° 86 ISAL 0007, INSA, Lyon, France, 1986.
- Yeh, H. Y. and Roux, J. A., "Spectral radiative properties of fiberglass insulations", *J. Thermophysics*, Vol. 2, pp. 78-81 1989.



## CONVOLUÇÃO E DECONVOLUÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES TÉRMICAS.

**R. Z. Moreno and O. V. Trevisan**  
 FEM / DEP - UNICAMP  
 13081-970 Campinas - SP - Brasil

*Dados de temperatura e fluxo de calor variáveis, medidos simultaneamente, têm sido utilizados recentemente para a determinação de propriedades térmicas. Nos métodos desenvolvidos anteriormente, o tratamento de dados é executado no espaço de Laplace. Neste trabalho, são apresentadas duas técnicas para a determinação das propriedades térmicas no domínio do tempo: uma técnica de convolução e uma técnica de deconvolução. Ambos os algoritmos propostos são testados numericamente para um caso hipotético.*

### INTRODUÇÃO

A análise e previsão de efeitos relacionados à temperatura em amostras porosas, depende do prévio conhecimento das propriedades térmicas destas amostras.

A condutividade térmica pode ser facilmente determinada em testes permanentes, com condições de fluxo estabilizadas. Entretanto para a determinação da difusividade térmica são necessárias condições transientes de teste.

Diversas técnicas transientes têm sido desenvolvidas para a determinação das propriedades térmicas, sendo que a maioria destas técnicas considera fluxo de calor constante em uma determinada fronteira (ver referências em Moreno, 1993).

Métodos desenvolvidos mais recentemente utilizam dados de temperatura e fluxo de calor variáveis para a determinação de propriedades térmicas (Trevisan et al., 1993), (Moreno, 1993). Nos trabalhos citados, a solução para este problema inverso é determinada, no espaço de Laplace, a partir do comportamento assintótico da expressão encontrada relacionando as transformadas dos dados registrados no laboratório. Embora produza resultados bastante satisfatórios, estes métodos caracterizam-se pela necessidade de se fazer uma extrapolação segura para o comportamento dos históricos de temperatura e fluxo de calor para tempos relativamente longos ( $t \rightarrow \infty$ ).

No presente trabalho, busca-se encontrar um procedimento para o tratamento dos dados de modo a evitar a extrapolação. São apresentados dois métodos para a determinação das propriedades térmicas no domínio do tempo: um método de convolução e um método de deconvolução. Os métodos baseiam-se, respectivamente, na aplicação do princípio de Duhamel (Odeh & Jones, 1965) e na linearização da integral da convolução (Kuchuk e Ayestaran, 1985).

### SISTEMA EM ESTUDO

O modelo analítico estudado neste trabalho é o mesmo já apresentado por Trevisan et al. (1993). Considera-se a condução de calor unidimensional em um material homogêneo e isotrópico de propriedades constantes e submetido às seguintes condições: temperatura inicial homogênea e estabilizada em todo corpo da amostra, temperatura na superfície  $x=L$  mantida constante e igual à inicial, histórico de temperatura conhecido em  $x=0$  e histórico de fluxo de calor conhecido em  $x=0$ .

Utilizando-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$x^* = \frac{x}{L}; \quad t^* = \frac{\alpha}{L^2} t; \quad q^* = \frac{q}{q_r}; \quad \theta, \Theta = \frac{k}{q_r \cdot L} (T - T_i)$$

A solução adimensional na superfície  $x=0$  é dada por

$$\theta_R(t^*) = \int_0^{t^*} q_R^*(\tau) \cdot \frac{d\psi^*}{dt^*}(t^* - \tau) \cdot d\tau \quad (1)$$

A equação (1) é a convolução da função unitária  $\psi^*$  com o fluxo de calor variável  $q_R^*$ . Para o sistema em estudo, a solução para o problema com fluxo de calor constante e unitário (Carslaw & Jaeger, 1959), na superfície da amostra, pode ser expressa por:

$$\psi^*(\zeta) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{j=\text{ímpar}} \frac{1}{j^2} \cdot \exp\left(-\frac{j^2 \pi^2}{4} \zeta\right) \quad (2)$$

Outra forma de expressar a integral da convolução é:

$$\theta_R(t^*) = q_R^*(0_+) \cdot \psi^*(t^*) + \int_0^{t^*} \psi^*(\tau) \cdot \frac{dq_R^*}{dt^*}(t^* - \tau) \cdot d\tau \quad (3)$$

onde  $q_R^*(0_+)$  representa o limite de  $q_R^*(t^*)$  quando  $t^*$  aproxima-se de zero pela direita.

### MÉTODO DE CONVOLUÇÃO

Em um tempo de teste adimensional  $t_{n+1}^*$  a equação (1) na forma linearizada, torna-se:

$$\theta_R(t_{n+1}^*) = \sum_{i=0}^n \int_{t_i^*}^{t_{i+1}^*} q_R^*(\tau) \cdot \frac{d\psi^*}{dt^*}(t_{n+1}^* - \tau) \cdot d\tau \quad (4)$$

onde  $0 = t_0^* < t_1^* < t_2^* < \dots < t_n^* < t_{n+1}^* = t^*$   
 $n+2$  pontos

Pelo teorema da superposição, a resposta a fluxo de calor variável  $\theta_R(t^*)$  pode ser considerada como uma composição de sucessivos problemas com fluxo constante. Então, assumindo fluxo de calor constante em cada subintervalo,  $q_R^*(t_i^*) = q_i^*$ , tem-se:

$$\theta_R(t_{n+1}^*) = \sum_{i=0}^n \int_{t_i^*}^{t_{i+1}^*} q_i^* \cdot \frac{d\Psi^*}{dt^*}(t_{n+1}^* - \tau) \cdot d\tau \quad (5)$$

Substituindo o resultado da integração,

$$\theta_R(t_{n+1}^*) = \sum_{i=0}^n q_i^* \cdot [\Psi^*(t_{n+1}^* - t_i^*) - \Psi^*(t_{n+1}^* - t_{i+1}^*)] \quad (6)$$

ou expandindo e reagrupando os termos da série,

$$\theta_R(t_{n+1}^*) = \sum_{i=0}^{n-1} (q_{i+1}^* - q_i^*) \cdot \Psi^*(t_{n+1}^* - t_i^*), \quad q_0^* = 0 \quad (7)$$

Rearranjando em termos dimensionais,

$$\frac{(T_R - T_i)}{q_r}(t_{n+1}) = \frac{L}{k} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left( \frac{q_{i+1} - q_i}{q_r} \right) \cdot \Psi \left[ \frac{\alpha}{L^2} (t_{n+1} - t_i) \right] \quad (8)$$

Considerando, nesta etapa, apenas a parte transitória da solução fundamental com fluxo de calor constante a solução adimensional aproximada na superfície  $x=0$  para tempo curto, para o caso de fluxo linear, corresponde a:

$$\Psi_i^*(t^*) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{t^*} \quad (9)$$

Na forma dimensional,

$$\Psi_r \left( \frac{\alpha}{L^2} t \right) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{L\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{t} \quad (10)$$

Substituindo (10) em (8) e tomando  $q_r = q_{n+1}$ , obtém-se

$$\frac{(T_R - T_i)}{q_{n+1}}(t_{n+1}) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{k\sqrt{\pi}} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left( \frac{q_{i+1} - q_i}{q_{n+1}} \right) \cdot \sqrt{(t_{n+1} - t_i)} \quad (11)$$

O lado esquerdo da equação corresponde à temperatura modificada

$$g(t_{n+1}) = \frac{(T_R - T_i)}{q_{n+1}}(t_{n+1})$$

enquanto o lado direito contém uma modificação para a variável tempo

$$f(t_{n+1}) = \sum_{i=0}^{n-1} \left( \frac{q_{i+1} - q_i}{q_{n+1}} \right) \cdot \sqrt{(t_{n+1} - t_i)}$$

Em condições transitórias de teste, um gráfico de  $g(t_{n+1})$  por  $f(t_{n+1})$  apresenta uma reta de inclinação

$$\beta = \frac{2\sqrt{\alpha}}{k\sqrt{\pi}}$$

Explicitando-se a difusividade,

$$\alpha = \frac{\pi}{4} (\beta \cdot k)^2 \quad (12)$$

Observe-se que para determinar a difusividade ( $\alpha$ ) é necessário conhecer, previamente, a condutividade ( $k$ ). Porém, se condições permanentes de fluxo foram atingidas, a condutividade térmica pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$k = L \frac{q_R(t_n)}{(T_R - T_i)(t_n)} \quad (13)$$

## MÉTODO DE DECONVOLUÇÃO

Quando se deseja determinar a função influência a partir dos dados de temperatura e fluxo de calor variáveis medidos simultaneamente, o procedimento é chamado deconvolução.

Diversas técnicas de deconvolução são apresentadas na literatura. Neste trabalho será desenvolvida a técnica de linearização da integral da convolução utilizada por Kuchuk e Ayestaran (1985).

Escrevendo a equação (3) na forma linearizada, tem-se que:

$$\theta_R(t_{n+1}^*) = q_R^*(0_+) \cdot \Psi^*(t_{n+1}^*) + \sum_{i=0}^n \int_{t_i^*}^{t_{i+1}^*} \frac{dq_R^*}{dt^*}(t_{n+1}^* - \tau) \cdot \Psi^*(\tau) \cdot d\tau \quad (14)$$

onde  $0 = t_0^* < t_1^* < t_2^* < \dots < t_n^* < t_{n+1}^* = t^*$   
 $n+2$  pontos

Considerando intervalos de integração suficientemente pequenos, de modo que  $\Psi^*(\tau) \equiv \Psi^*(\hat{t}_i^*)$  onde  $t_i^* < \hat{t}_i^* < t_{i+1}^*$ , a integral da convolução, dada pela equação (14), pode ser escrita na forma:

$$\theta_R(t_{n+1}^*) = q_R^*(0_+) \cdot \Psi^*(t_{n+1}^*) + \sum_{i=0}^n \Psi^*(\hat{t}_i^*) \cdot \int_{t_i^*}^{t_{i+1}^*} \frac{dq_R^*}{dt^*}(t_{n+1}^* - \tau) \cdot d\tau \quad (15)$$

ou

$$\theta_R(t_{n+1}^*) = q_R^*(0_+) \cdot \Psi^*(t_{n+1}^*) + \sum_{i=0}^n \Psi^*(\hat{t}_i^*) \cdot [q_R^*(t_{n+1}^* - t_i^*) - q_R^*(t_{n+1}^* - t_{i+1}^*)] \quad (16)$$

onde  $\hat{t}_i^* = \varphi(t_{i+1}^*) + (1 - \varphi)(t_i^*)$

Para  $q_R^*(0_+) = 0$ , tem-se

$$\theta_R(t_{n+1}^*) = \sum_{i=0}^n \Psi^*(\hat{t}_i^*) \cdot [q_R^*(t_{n+1}^* - t_i^*) - q_R^*(t_{n+1}^* - t_{i+1}^*)] \quad (17)$$

ou

$$\theta_R(t_{n+1}^*) = \Psi^*(\hat{t}_n^*) \cdot q_R^*(t_{n+1}^* - t_n^*) + \text{soma}^* \quad (18)$$

onde

$$\text{soma}^* = \sum_{i=0}^{n-1} \Psi^*(\hat{t}_i^*) \cdot [q_R^*(t_{n+1}^* - t_i^*) - q_R^*(t_{n+1}^* - t_{i+1}^*)] \quad (19)$$

Explicitando a resposta unitária,

$$\Psi^*(\hat{t}_n^*) = \frac{\theta_R(t_{n+1}^*) - \text{soma}^*}{q_R^*(t_{n+1}^* - t_n^*)} \quad (20)$$

Este procedimento dá um esquema de integração estável para a integral da convolução (Hamming, 1973). Além disso, a derivada dos dados de fluxo de calor não é necessária.

Usando o procedimento aplicado por Kuchuk e Ayestaran na arbitragem de  $\hat{t}_i^*$ , ou seja  $\varphi=0.5$ , e as definições das variáveis adimensionais, a equação (20) torna-se:

$$\frac{k}{L} \cdot \Psi\left(\frac{\alpha}{L^2} t_{n+\frac{1}{2}}\right) = \left[ \frac{(T_R - T_i)(t_{n+1}) - soma}{q_R(t_{n+1} - t_n)} \right] \quad (21)$$

onde

$$soma = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{k}{L} \cdot \Psi\left(\frac{\alpha}{L^2} t_{i+\frac{1}{2}}\right) \cdot [q_R(t_{n+1} - t_i) - q_R(t_{n+1} - t_{i+1})] \quad (22)$$

ou seja,

$$\frac{k}{L} \cdot \Psi\left(\frac{\alpha}{L^2} t_{i+\frac{1}{2}}\right) = \Psi^*(t_{i+\frac{1}{2}}^*) \quad (23)$$

Uma vez conhecida a resposta unitária a fluxo constante, o comportamento da expressão (21) também é conhecido para qualquer tempo de teste  $t_n$ .

Deste modo, para o sistema, em condições permanentes de teste, ou seja,  $t_n$  suficientemente longo para que  $t_n^* > 2.5$ , obtém-se:

$$\Psi^*(t^*) \equiv 1 \quad (24)$$

Portanto,

$$k = \frac{L}{\Psi\left(\frac{\alpha}{L^2} t_{n+\frac{1}{2}}\right)} \quad (25)$$

Para condições transitórias,  $t_n^* < 0.25$ , tem-se que:

$$\Psi^*(t^*) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{t^*} \quad (26)$$

Na forma dimensional,

$$\Psi\left(\frac{\alpha}{L^2} t\right) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\alpha}}{k} \cdot \sqrt{t} \quad (27)$$

ou seja,

$$\alpha = \frac{\left[ \Psi\left(\frac{\alpha}{L^2} t_{n+\frac{1}{2}}\right) \cdot k \right]^2}{t_{n+\frac{1}{2}}} \frac{\pi}{4} \quad (28)$$

## RESULTADOS

A fim de avaliar os procedimentos numéricos apresentados anteriormente, foi desenvolvido um teste com dados gerados artificialmente.

As propriedades físicas da amostra hipotética são: comprimento  $L=2.54 \times 10^{-2}$  m, condutividade térmica  $k=2.5$  W/m.°C e difusividade térmica  $\alpha=1.0 \times 10^{-6}$  m/s<sup>2</sup>.

Partindo do histórico de temperatura, o histórico de fluxo de

calor foi encontrado invertendo-se numericamente a expressão relacionando as transformadas de Laplace dos dados de temperatura e fluxo de calor na superfície  $x=0$  para um sistema unidimensional (ver Trevisan et al., 1993). Para o cálculo destas inversões utilizou-se o algoritmo de Stehfest (1970).

Supondo o histórico de temperatura medido na superfície da amostra hipotética, apresentado na Figura 1, obtém-se o histórico de fluxo de calor correspondente disposto na Figura 2 (Moreno, 1994).

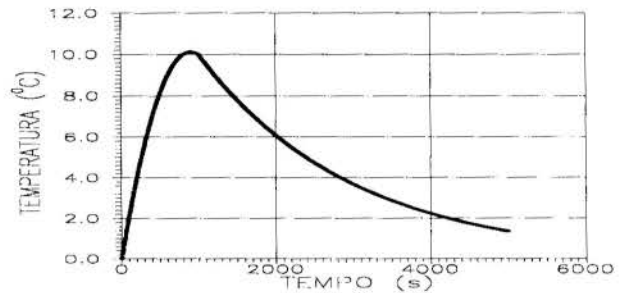


Figura 1- Histórico de temperatura em  $x=0$ .

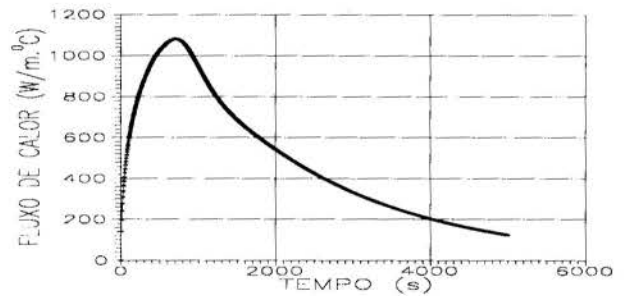


Figura 2- Histórico de fluxo de calor em  $x=0$ .

**Método de Deconvolução.** Após a deconvolução dos dados, obtém-se a curva mostrada na Figura 3.

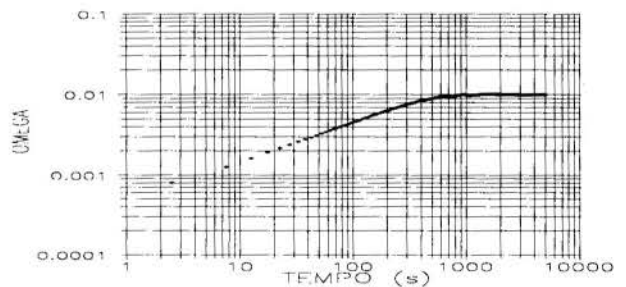


Figura 3- Solução para fluxo de calor constante em  $x=0$ .

Tabela 1- Dados após deconvolução.

	Condições Transientes	Condições Permanentes
$t_{n+1}$ (s)	100.0	4995.0
$t_{n+\frac{1}{2}}$ (s)	102.5	4997.5
$\Psi\left(\frac{\alpha}{L^2} t_{n+\frac{1}{2}}\right)$	4.609E-3	9.979E-3

Utilizando-se os dados apresentados na Tabela 1 e as expressões (25) e (28) os valores determinados para a condutividade e difusividade térmica foram:

$$k=2.545 \text{ W/m}^{\circ}\text{C} \quad \text{e} \quad \alpha=1.054\text{E-}06 \text{ m/s}^2$$

com erros de 1.8% e 5.4% em relação aos valores utilizados originalmente para  $k$  e  $\alpha$ .

**Método de Convolução.** A análise simplificada para a determinação do resultado da convolução, possibilita identificar o período transitório. Este período caracteriza-se por uma reta em um gráfico de  $g(t_n)$  versus  $f(t_n)$ , cuja inclinação permite calcular a difusividade térmica da amostra.

Supondo-se a condutividade térmica previamente conhecida, após a convolução dos dados, obtém-se o resultado apresentado na Figura 4.

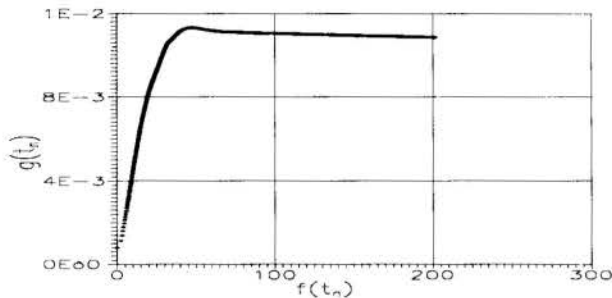


Figura 4- Solução após convolução dos dados.

Considerando apenas o período transitório, excluindo-se os três primeiros pontos, e ajustando-se estes dados por quadrados mínimos, determinou-se o seguinte resultado:

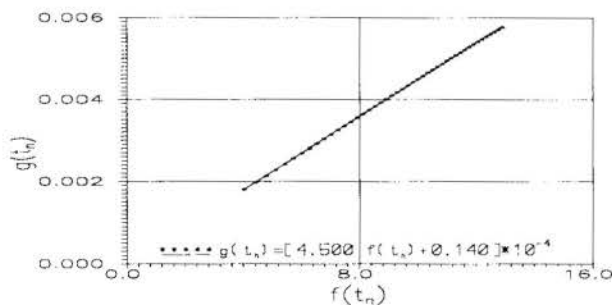


Figura 5- Solução transitória após convolução dos dados.

A inclinação da reta apresentada na Figura 5 é  $\beta = 4.50\text{E-}4$ , portanto, aplicando-se a equação (12),

$$\alpha = 0.994\text{E-}06 \text{ m/s}^2$$

apresentando um erro relativo de 0.6 %.

## CONCLUSÕES

Quando os históricos de temperatura e fluxo de calor variáveis e a geometria da amostra são conhecidos e o resultado procurado é a difusividade térmica da amostra e/ou a relação entre a difusividade e a condutividade, tanto procedimentos de convolução quanto de deconvolução podem ser utilizados.

Métodos de convolução baseiam-se no princípio de

superposição, não sendo possível identificar o regime permanente até que a excitação tenha cessado. Sendo assim, estes métodos prestam-se somente à determinação da relação entre a difusividade e a condutividade térmica. Caso a condutividade da amostra seja previamente conhecida, é possível determinar a difusividade térmica da mesma isoladamente.

Métodos de deconvolução possibilitam a determinação da função resposta unitária, a partir de dados de temperatura e fluxo de calor variáveis, sem qualquer suposição quanto à geometria do sistema. Desta forma, estes métodos prestam-se à identificação do regime de fluxo desenvolvido na amostra e também à determinação das propriedades térmicas da amostra quando a geometria da mesma é conhecida. Esta última aplicação é realizada comparando-se a resposta determinada pela deconvolução com a resposta unitária adimensional correspondente à geometria da amostra.

No caso de amostras limitadas, os métodos de deconvolução permitem a identificação dos regimes transitório e permanente, possibilitando a determinação de ambas as propriedades térmicas, difusividade e condutividade.

A precisão numérica dos métodos de convolução e deconvolução parece depender do comportamento dos históricos de temperatura e fluxo de calor e também do intervalo de medida dos dados. Uma vez que os métodos de convolução e de deconvolução testados consideram, respectivamente, fluxo de calor e função resposta unitária constantes em cada subintervalo, acredita-se que uma partição criteriosa do intervalo de teste deva ser realizada.

Uma vez que a determinação da difusividade térmica, em condições transientes, depende dos dobro do valor determinado para a condutividade em condições permanentes, o erro determinado para a difusividade é sempre, pelo menos, duas vezes maior que o erro envolvido no cálculo da condutividade.

Os resultados encontrados após a deconvolução dos dados do teste indicam a possibilidade de se determinar a condutividade térmica de amostras limitadas submetidas a históricos de fluxo de calor variáveis com fluxo aproximando-se de zero no período final do teste.

**Agradecimentos:** O presente trabalho foi realizado com o suporte e apoio do Convênio PETROBRÁS-UNICAMP.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- Moreno, R. Z. 1993, "Medida Dinâmica de Propriedades Térmicas", M.Sc. Thesis, UNICAMP, Campinas.
- Trevisan, O. V.; Mohanty, S. and Miller, M. A. 1993, "Transient Method for Measuring Thermal Properties of Saturated Porous Media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, nº 10, pp. 2565-2573.
- Odeh, A. S. & Jones, L. G. 1965, "Pressure Drawdown Analysis, Variable-rate Case", *Journal of Petroleum Technology*, pp. 960-964.
- Kuchuk, F. & Ayestaran, L. 1985, "Analysis of Simultaneously Measured Pressure and Sandface Flow Rate in Transient Well Testing", *Journal of Petroleum Technology*, pp 323-334.
- Carslaw, H. S. & Jaeger, J. C. 1959, "Conduction of Heat in Solids", segunda edição, Clarendon Press Oxford, New York.
- Hamming, R. W. 1973, "Numerical Methods for Scientists and Engineers", McGraw-Hill, New York City, pp. 375-377.
- Stehfest, H. 1970, "Numerical Inversion of Laplace Transforms", *Communications of the ACM*, Vol. 13, nº 1, 47-49.
- Moreno, R. Z. 1994, "Determinação de Propriedades Térmicas Utilizando-se Dados de Temperatura e Fluxo de Calor Variáveis", Relatório Interno, Convênio PETROBRÁS-UNICAMP.



QUEDA DE PRESSÃO EM ESCOAMENTOS  
POLIMÉRICOS PARCIALMENTE BLOQUEADOS

ROBERTO GUIMARÃES PEREIRA  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal Fluminense  
24210-240 Niterói - RJ - Brasil

RESUMO

O presente trabalho refere-se a uma investigação numérica do escoamento de fluidos poliméricos em dutos parcialmente bloqueados. O bloqueio parcial, resultando em uma variação na seção reta do duto, impõe ao escoamento uma brusca contração e expansão circular, além de uma região de seção reta reduzida. Estudou-se a influência do caráter reológico do fluido, do regime hidrodinâmico e de diversas condições de bloqueio ao escoamento no parâmetro queda de pressão.

INTRODUÇÃO

Os escoamentos parcialmente bloqueados são encontrados em diversas situações de interesse científico e tecnológico, compreendendo: o processamento de polímeros; o problema da estenose (escoamento obstruído em artérias e veias); o bombeamento de fluidos; o transporte fluidizado de materiais; o escoamento do sangue em presença de partículas (impurezas, gorduras etc); o desenvolvimento de equipamentos para a determinação das propriedades reológicas dos fluidos etc.

O bloqueio ao escoamento pode ocorrer, entre outros fatores, devido a presença de corpos submersos no escoamento (escoamento em torno de esferas, cilindros etc - tema de estudo do autor deste trabalho em Pereira, 1992) ou devido a variações na seção reta do duto (depósito de material na parede do duto, contrações e expansões bruscas etc) estando neste último caso inserido o presente trabalho.

As necessidades de investigações, a importância científica, tecnológica e comercial de processos envolvendo o escoamento parcialmente bloqueado devido a variações na seção reta do duto, tema do presente trabalho, são destacadas nas referências: Binnington e Boger (1987), Keunings (1989) e Pak et alii (1990).

A importância e as referências a respeito do estudo dos escoamentos bloqueados devido a presença de corpos submersos encontram-se detalhadas em Pereira (1992) e Pereira et alii (1991, 1992 e 1993).

O PROBLEMA FÍSICO

A Figura 1 ilustra o problema físico em estudo: um fluido incompressível escoando no interior de um duto de raio  $R_0$  e comprimento  $L$  na presença de um bloqueio ao escoamento. O bloqueio parcial, resultando em uma variação na seção reta do duto, impõe ao escoamento uma brusca contração e expansão circular, além de uma região de seção reta reduzida. As grandezas  $a$  e  $l$  quantificam a

magnitude do bloqueio ao escoamento e denotam respectivamente: o quanto diminuiu o raio do duto e o trecho de duto apresentando seção reta reduzida.

As equações da continuidade e de momentum para um fluido incompressível são dadas por:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla \cdot \mathbf{T} - \nabla p \quad (2)$$

Nas equações acima:  $\mathbf{v}$  é o vetor velocidade;  $\rho$  é a massa específica do fluido;  $D\mathbf{v}/Dt$  é a derivada material do campo de velocidades;  $\nabla \cdot \mathbf{T}$  é o divergente do tensor tensão extra e  $\nabla p$  é o gradiente do campo de pressão.

O tensor tensão extra, para o caso de um fluido não-newtoniano puramente viscoso, é dado por:

$$\mathbf{T} = 2 \eta \boldsymbol{\Gamma} \quad (3)$$

sendo  $\eta$  a função viscosidade e  $\boldsymbol{\Gamma}$  o tensor da taxa de deformação.

Para um fluido puramente viscoso do tipo power-law a função viscosidade escreve-se:

$$\eta = m ( 2 \text{II}_{\boldsymbol{\Gamma}} )^{\frac{n-1}{2}} \quad (4)$$

sendo:  $m$  o parâmetro de consistência;  $n$  o índice do escoamento (expoente power-law) e  $\text{II}_{\boldsymbol{\Gamma}}$  o Segundo Invariante do tensor da taxa de deformação.

Considerando-se o escoamento como sendo axissimétrico, as equações de momentum nas direções radial ( $r$ ) e longitudinal ( $z$ ), para o problema físico em questão, escrevem-se:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rr}}{r} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (5)$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (6)$$

Nas equações acima  $v$  e  $u$  denotam os componentes radial e longitudinal da velocidade, respectivamente.

Substituindo-se os componentes do tensor tensão extra, conforme o modelo constitutivo de fluido não-newtoniano puramente viscoso, equação (3), nas equações (5) e (6), obtêm-se as equações de *momentum* nas direções radial e longitudinal.

As condições de contorno são: o não deslizamento do fluido na superfície do bloqueio ao escoamento e na parede do duto; e que suficientemente longe do bloqueio o campo de velocidade seja o mesmo do escoamento desenvolvido no duto, na ausência do bloqueio parcial.

#### O MÉTODO NUMÉRICO

O método numérico utilizado, desenvolvido pelo autor deste trabalho, encontra-se detalhado em Pereira (1992). Considera-se a técnica de diferenças finitas na discretização das equações de movimento, trabalhando-se com a formulação primitiva e malhas não-deslocadas, seguindo tendências recentes (Shih e Ren, 1984; Thiart, 1990 etc). Os termos de inércia são linearizados com base na técnica de Newton-Raphson, e a seguir discretizados via esquema adaptativo de três pontos, proposto por Braga (1990). Os demais termos, incluindo os de difusão, são discretizados via esquema central. Em ambos os casos, a discretização permite a utilização de malhas não uniformes.

A equação da pressão foi obtida substituindo-se os componentes de velocidade, obtidos das equações de *momentum*, na equação discretizada da continuidade, similarmente ao procedimento utilizado por Thiart (1990).

O algoritmo numérico utilizado para resolver as equações é sequencial. Ele consiste em atualizar-se inicialmente o campo de pressão, via uma única iteração do método SOR. Em seguida, os novos valores dos campos de velocidades são determinados através da solução simultânea das duas (ou três) equações de *momentum*. Isto é feito pelo método TDMA, alternando-se as direções de busca através da geometria computacional (primeiramente linha a linha e a seguir coluna a coluna).

#### ANÁLISE DOS RESULTADOS

A seguir, analisam-se as influências da natureza reológica do fluido, do regime hidrodinâmico do escoamento e das diversas condições de bloqueio ao escoamento no parâmetro queda de pressão.

O regime hidrodinâmico foi definido com base em parâmetros característicos e reológicos, conforme a seguinte expressão para o número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho V_m^{2-n} R_0^n}{m 8^{n-1} \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (7)$$

sendo:  $V_m$  a velocidade média do escoamento;  $R_0$  o raio do duto;  $m$  o parâmetro de consistência e  $n$  o expoente *power-law*.

A razão  $\Delta P/\Delta P^0$ , que relaciona a queda de pressão do escoamento parcialmente bloqueado ( $\Delta P$ ) com a queda de pressão do escoamento não bloqueado ( $\Delta P^0$ ) no mesmo regime hidrodinâmico, é influenciada pelo expoente *power-law* do fluido, conforme mostra a Figura 2. Esta figura refere-se ao caso de  $a/R_0=0,4$  e mostra que a razão  $\Delta P/\Delta P^0$

decrece a medida que diminui-se o expoente *power-law* do fluido, para os diversos regimes hidrodinâmicos investigados. Este importante resultado mostra que é possível minimizar a resistência ao escoamento pela utilização de fluidos com propriedades reológicas pré-estabelecidas.

A Figura 3 evidencia a influência do número de Reynolds na queda de pressão devido ao bloqueio ao escoamento ( $\Delta P$ ) para o caso de fluido apresentando expoente *power-law*:  $n=1,5$ . O valor da queda de pressão ( $\Delta P$ ), para este caso e também para as situações envolvendo fluidos pseudoplásticos e newtonianos, decresce com o aumento do regime hidrodinâmico. Resultado similar a este foi obtido por Liepsch et alii (1992), em seus experimentos com solução coloidal escoando em dutos parcialmente bloqueados.

A influência de  $a/R_0$  na razão  $\Delta P/\Delta P^0$ , para  $Re=0,1$  e valores do expoente *power-law*: 0,7; 1,0; 1,5 e 2,0 é mostrada na Figura 4. Para os casos investigados compreendendo as situações de fluido pseudoplástico, newtoniano e dilatante, observa-se que a queda de pressão imposta ao escoamento parcialmente bloqueado cresce à medida que aumenta-se o valor de  $a/R_0$  (cresce o bloqueio na direção radial) sendo este comportamento mais acentuado para  $a/R_0 > 0,6$ .

Este resultado de grande interesse, aplica-se, por exemplo, no estudo da estenose (obstruções em artérias e veias), no qual bloqueios na seção reta dos vasos sanguíneos levariam a um sério comprometimento do sistema cardiovascular tendo em vista o maior esforço requerido para o bombeamento do sangue. Este exemplo mostra a potencialidade do presente trabalho como ferramenta útil na análise e previsão de comportamentos em diversas áreas de interesse científico e tecnológico.

As Figuras 5 e 6 mostram as linhas de corrente na vizinhança do bloqueio parcial ao escoamento para diferentes regimes hidrodinâmicos e diferentes razões de aspecto, evidenciando as regiões de recirculações presentes no escoamento.

Os tempos computacionais associados ao presente código numérico, para uma malha computacional típica de 40x25 pontos e para um critério de convergência de  $10^{-5}$  foram, para as situações de fluido newtoniano e fluido puramente viscoso (modelo *power-law*), respectivamente, 1,5 e 5,5 segundos por iteração em um computador IBM 4381. O número de iterações necessárias a convergência variou de 100 a 1000.

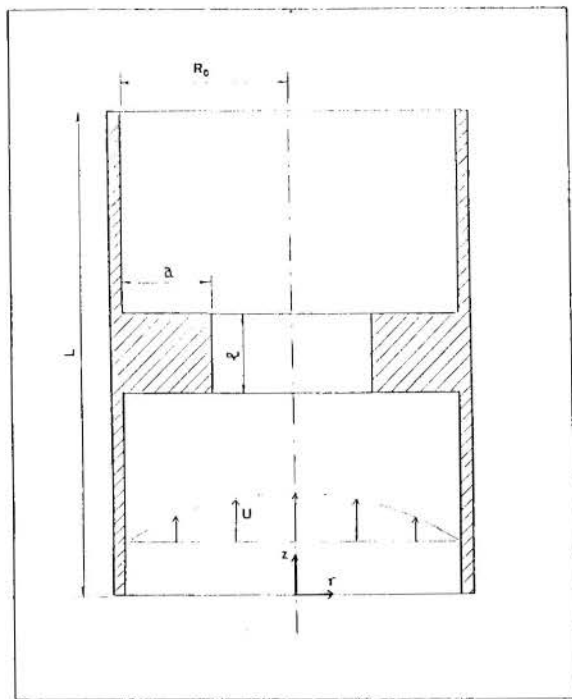


Fig. 1 - Escoamento Parcialmente Bloqueado

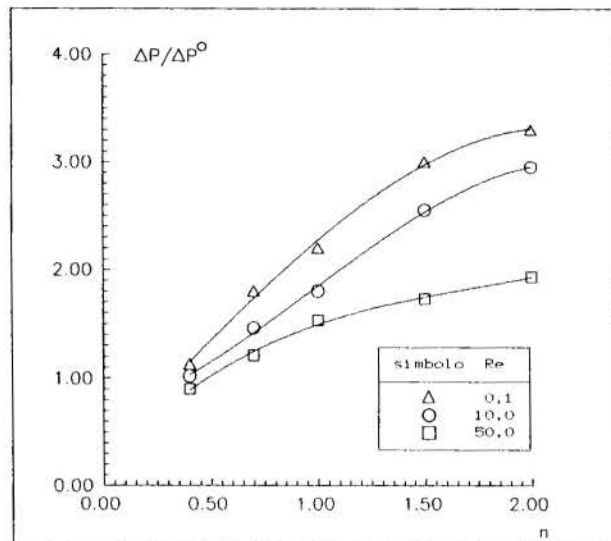


Fig. 2: Influência do Exponente Power-Law em  $\Delta P / \Delta P^0$   
( $a/R_0=0,4$ ;  $l/R_0=1,0$ )

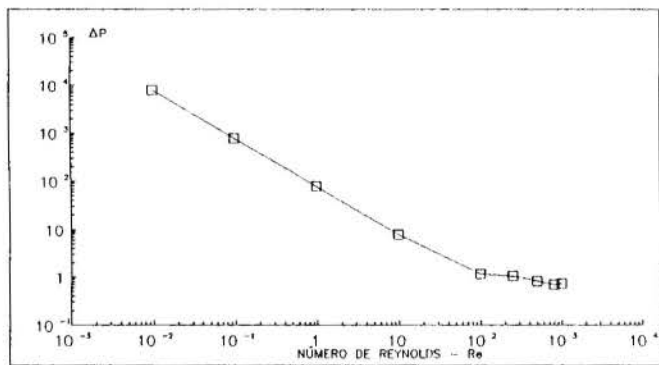


Fig. 3: Influência do Regime Hidrodinâmico em  $\Delta P$   
( $n=1,5$ ;  $a/R_0=0,2$ ;  $l/R_0=1,0$ )

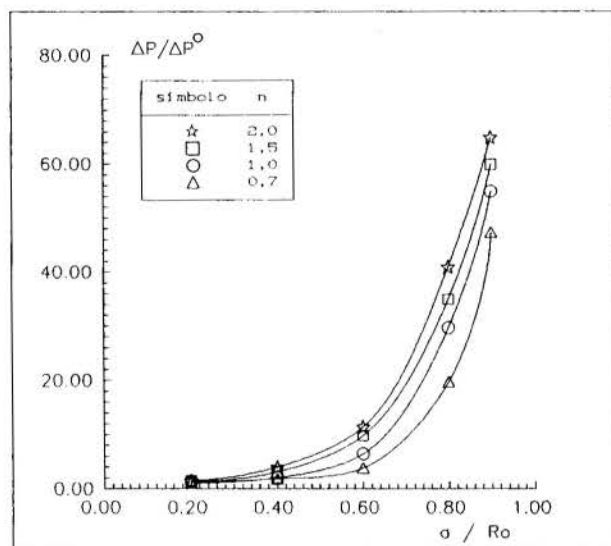


Fig. 4: Influência da Razão  $a/R_0$  em  $\Delta P / \Delta P^0$   
( $Re=0,1$ ;  $l/R_0=1,0$ )

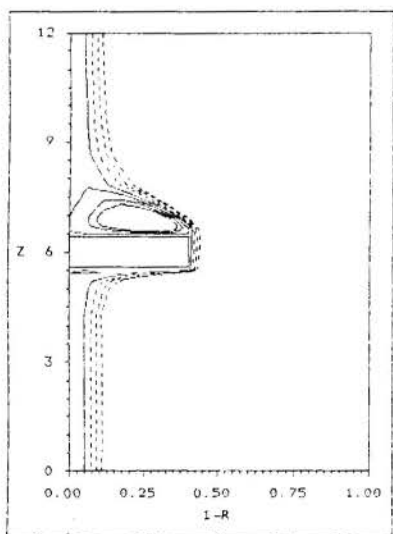


Fig. 5: Visualização Computacional  
( $n=1,5$ ,  $a/R_0=0,4$ ,  $l/R_0=1,0$ ,  $Re=10$ )

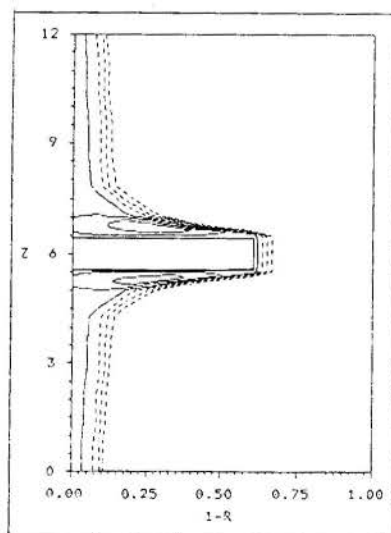


Fig. 6: Visualização Computacional  
( $n=2,0$ ,  $a/R_0=0,6$ ,  $l/R_0=1,0$ ,  $Re=0,1$ )

## CONCLUSÕES

O presente trabalho representa uma contribuição para o entendimento dos fenômenos associados aos escoamentos parcialmente bloqueados, de interesse em Ciência e Tecnologia, com aplicação em: processamento de polímeros, desenvolvimento de equipamentos para a determinação das propriedades reológicas dos fluidos, escoamento em tubulações apresentando variações na seção reta do duto, obstruções em artérias e veias (o problema da estenose) etc.

Realizou-se um estudo da influência da natureza reológica do fluido, do regime hidrodinâmico do escoamento e das diversas condições de bloqueio no parâmetro queda de pressão.

Como exemplo do potencial do presente trabalho, alguns aspectos relevantes podem ser citados:

a) a previsão das regiões de recirculações em diversas situações físicas é importante subsídio, entre outros: no processamento de polímeros no qual a ocorrência de tais recirculações interferem na qualidade do produto final, no problema da estenose em que recirculações no escoamento impedem a renovação do sangue e a consequente oxigenação em determinadas regiões dos vasos sanguíneos levando à doenças no sistema cardiovascular;

b) a quantificação da queda de pressão associada ao bloqueio ao escoamento que pode ocorrer, por exemplo, no escoamento em tubulações industriais sujeitas a depósitos localizados de materiais nas paredes do duto, no escoamento em vasos sanguíneos sujeitos a ateromas (depósito de material gorduroso, plaquetas etc na parede dos vasos) é um importante fator na previsão de possíveis danos tendo em vista o aumento dos esforços requeridos para o bombeamento dos fluidos.

Com certeza o estudo dos escoamentos parcialmente bloqueados insere-se em uma área estratégica do conhecimento com inúmeras aplicações em Ciência e Tecnologia. Deste modo, os continuados esforços dos pesquisadores visando o entendimento cada vez mais aprofundado deste tema, trará grandes benefícios para o progresso e bem estar da humanidade. É neste sentido que realizou-se o presente trabalho.

## BIBLIOGRAFIA

- . Binnington, R.J. e Boger, D.V., "Entry Flow of Semi-Rigid Rod Solutions", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 26, pp. 115-123, 1987.
- . Braga, W. "On the Use of Some Weighted Upwind Schemes for Strongly Convective Flows", Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 18, pp. 43-60, 1990.
- . Keunings, R., "Simulation of Viscoelastic Fluid Flow", Fundamentals of Computer Modeling for Polymer Processing, Charles L. Tucker III (ed), pp. 403-469, Hanser Publishers, New York, 1989.

- . Liepsch, D.; Singh, M. e Lee, M., "Experimental Analysis of the Influence of Stenotic Geometry on Steady Flow", Biorheology, Vol. 29, pp. 419-431, 1992.
- . Pak, B.; Cho, Y. I. e Choi, S. U. S., "Separation and Reattachment of Non-Newtonian Fluid Flows in a Sudden Expansion Pipe", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 37, pp. 175-199, 1990.
- . Pereira, R.G.; Braga, W.; Frota, M. N. "Regime de Transição Associado ao Escoamento com Obstrução: Avaliação Numérica", Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, São Paulo, SP, pp. 461-464, 1991
- . Pereira, R. G., "Investigação Numérico-Experimental de Escoamentos Poliméricos em Presença de uma Obstrução Localizada", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, junho de 1992
- . Pereira, R. G.; Braga, W. e Frota, M.N., "Avaliação Numérico-Experimental de Escoamentos Poliméricos em Presença de Grandes Obstruções", Anais do IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Rio de Janeiro, RJ, pp. 557-580, 1992.
- . Pereira, R. G.; Braga, W. e Frota, M. N., "Redução de Arrasto por Adição Polimérica", Anais do I Congresso Iberoamericano de Engenharia Mecânica, Madri, Espanha, Vol 1, pp. 329-334, 1993
- . Shi, T.M.; Ren, A. L. "Primitive-Variable Formulations Using Nonstaggered Grids", Numerical Heat Transfer, Vol. 7, pp. 413-428, 1984.
- . Thiart, G. D., "Finite Difference Scheme for the Numerical Solution of Fluid Flow and Heat Transfer Problems on Nonstaggered Grids", Numerical Heat Transfer, Vol. 17 (B), pp. 43-62, 1990.

## ABSTRACT

The present work describes a numerical investigation concerning the flow of a non-Newtonian fluid inside a tube, in the presence of a partial blockage.

Several blockage levels and different flow conditions were studied leading to the evaluation of the influence of the partial blockage under the parameter pressure drop.



REOLOGIA DE SUSPENSÕES SÓLIDO-FLUIDO

GIULIO MASSARANI & CLÁUDIA M. SCHEID PEREIRA

Programa de Engenharia Química  
 COPPE/ Universidade Federal do Rio de Janeiro  
 Caixa Postal 68502, 21945-970 Rio de Janeiro, RJ, Brasil

RESUMO

A viscosidade da suspensão sólido-fluido é uma manifestação da fluidodinâmica em sistemas particulados e, portanto, pode ser correlacionada aos resultados advindos da fluidização homogênea e sedimentação discreta. A análise limita-se às situações em que prevalecem os regimes stokesiano e darcyano.

INTRODUÇÃO

A experimentação evidencia que as suspensões sólido-fluido têm propriedades reológicas distintas daquelas apresentadas pelo fluido isoladamente (Govier e Aziz, 1972; Kawaguchi e Ryo, 1993; Vanderschuren e Vanderschuren, 1994). Como exemplo típico, a Fig (1), relativa a suspensões aquosas de minério de ferro, mostra que mesmo as suspensões em fluido newtoniano apresentam comportamento não-newtoniano para taxas de distensão reduzidas, tendendo a um valor constante de viscosidade em taxas mais elevadas (Coelho et al., 1981). A figura mostra também que, para iguais valores de taxa de distensão, a viscosidade da suspensão aumenta com o crescimento da concentração de sólido.

O reconhecimento de que a viscosidade da suspensão é uma manifestação da fluidodinâmica em sistemas particulados já aparece explicitamente no trabalho pioneiro de Einstein (1905), (Govier e Aziz, 1972), e, em forma bem estruturada, em trabalhos como o de Frakel e Acrivos (1967). A conexão entre viscosidade da suspensão e fluidização foi estudada experimentalmente por diferentes autores, como assinalado por Vanderschuren e Vanderschuren (1994).

Procura-se unificar, neste trabalho, a teoria fluidodinâmica da partícula sólida no seio da suspensão e a teoria de misturas para sistemas particulados (Massarani, 1990a e 1990b). O interesse do estudo é basicamente estrutural; como consequência da integração entre diferentes fenômenos que ocorrem nos sistemas particulados, parece possível aperfeiçoar o projeto do equipamento de separação sólido-fluido e das linhas de transporte hidráulico e pneumático (Massarani e Santana, 1994). Assim, por exemplo, a reologia deve fornecer subsídios para o cálculo da queda de pressão no transporte de suspensões diluídas.

FLUIDODINÂMICA DA PARTÍCULA SÓLIDA

A equação do movimento para uma partícula sólida é expressa classicamente através de

$$m \frac{dv_S}{dt} = \mathcal{L} + (\rho_S - \rho_F)Vb, \quad (1)$$

onde  $m$ ,  $V$ ,  $\rho_S$  e  $v_S$  são a massa, o volume, a densidade e a velocidade da partícula,  $\rho_F$  a densidade do fluido,  $\mathcal{L}$  a força re-

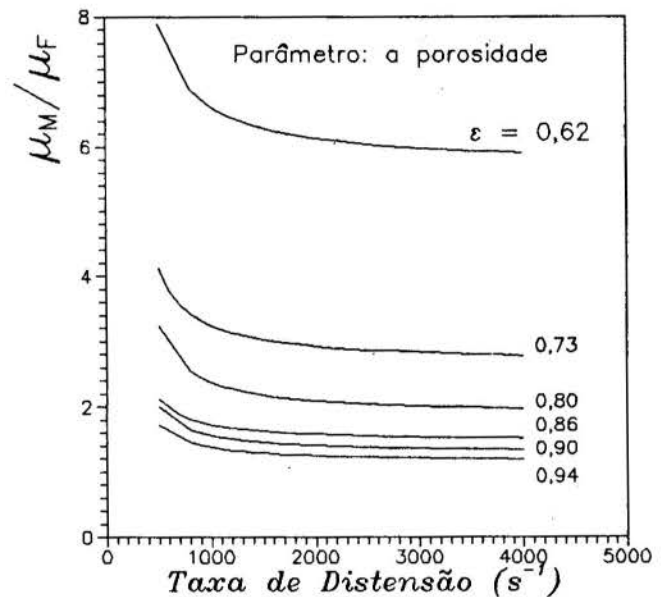


Figura 1. Viscosidade Aparente de Suspensões de Minério de Ferro em Água (Coelho et al., 1981).

sistiva exercida pelo fluido sobre a partícula e  $b$  a intensidade do campo exterior. No movimento uniforme de translação de uma partícula isométrica isolada em fluido newtoniano, a força resistiva  $\mathcal{L}$  toma a seguinte forma, quando são utilizadas as definições e resultados de Pettyjohn e Christiansen (1948) e a correlação de Massarani (1990a) para o coeficiente de arraste  $C_D$ :

$$\mathcal{L} = \frac{A}{2} \rho_F \|U\| C_D U \quad (2)$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4}, \quad U = v_F - v_S$$

$$C_D = \left[ \left( \frac{24}{K_1 Re} \right)^n + K_2^n \right]^{1/n}, \quad n = \hat{n}(\phi)$$

$$Re = \frac{D \| \mathbf{U} \| \rho_F}{\mu_F}$$

$$K_1 = 0,843 \log_{10}(15,4\phi) \quad , \quad K_2 = 5,31 - 4,88\phi .$$

Nestas equações, a dimensão e a forma da partícula são expressas pelo diâmetro da esfera de igual volume que a partícula,  $D$ , e pela esfericidade  $\phi$ ;  $\mu_F$  é a viscosidade do fluido e  $\mathbf{U}$  é a velocidade relativa fluido-partícula.

A formulação apresentada pode ser estendida para contemplar também a *dinâmica da partícula no seio de uma suspensão de partículas*, bastando, para tal, substituir a densidade e viscosidade do fluido pela densidade e viscosidade da suspensão,  $\rho_M$  e  $\mu_M$ .

A densidade da mistura depende da concentração de sólido,

$$\rho_S - \rho_M = \varepsilon(\rho_S - \rho_F) \quad , \quad (3)$$

onde  $\varepsilon$  é a porosidade, fração volumétrica de fluido na mistura. A viscosidade da suspensão pode ser calculada a partir da equação do movimento da partícula. Seja a situação em que  $\mathbf{U}$  tem a direção do campo gravitacional  $\mathbf{g}$  e seja válida a condição stokesiana (movimento suficientemente lento),

$$Re < 0,5 \quad e \quad C_D = \frac{24}{K_1 Re} \quad . \quad (4)$$

As Eqs.(1) a (4) levam ao surpreendente resultado

$$\frac{\mu_M}{\mu_F} = \frac{1}{U/v_t} \quad , \quad (5)$$

elo de ligação entre os diferentes fenômenos que ocorrem nos sistemas particulados,  $v_t$  é a *velocidade terminal* que a partícula atinge em queda livre no fluido estagnado: encerra as propriedades da partícula ( $D, \phi$  e  $\rho_S$ ) e as propriedades do fluido ( $\rho_F, \mu_F$ ) (Massarani, 1990a).

As medidas experimentais de taxa de distensão e tensão cisalhante,  $\lambda$  e  $S$ , levam ao valor da viscosidade da mistura

$$\mu_M(\lambda) = \frac{S(\lambda)}{\lambda} \quad . \quad (6)$$

Como mencionado anteriormente, as suspensões sólido-fluido apresentam comportamento newtoniano apenas para taxas de distensão elevadas,

$$\mu_M^* = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{S}{\lambda} \quad (7)$$

valor este que caracteriza a mistura na maioria das correlações mencionadas na literatura, como as de Einstein, Guth e Simha e Landel et al. (Govier e Aziz, 1972):

$$\frac{\mu_M^*}{\mu_F} = 1 + 2,5c_v \quad , \quad c_v < 0,02 \quad ; \quad (8)$$

$$\frac{\mu_M^*}{\mu_F} = 1 + 2,5c_v + 10,1c_v^2 + 0,00273 \exp(16,6c_v), \quad c_v < 0,2 \quad ; \quad (9)$$

$$\frac{\mu_M^*}{\mu_F} = \left[ 1 - \frac{c_v}{(c_v)_{max}} \right]^{-2,5}, \quad c_v/(c_v)_{max} < 0,8 \quad . \quad (10)$$

Nestes resultados  $c_v$  é a fração volumétrica de sólidos na mistura,  $c_v = 1 - \varepsilon$ , e  $(c_v)_{max}$  a concentração máxima da suspensão,

$$(c_v)_{max} = \lim_{(\mu_F/\mu_M) \rightarrow 0} c_v$$

Tendo a suspensão sólido-fluido comportamento não-newtoniano, cabe a intrigante pergunta: a qual valor de taxa de distensão corresponderá a viscosidade da mistura quando calculada a partir dos dados de fluidização homogênea ou da sedimentação discreta ?

## TEORIA DAS MISTURAS

A equação do movimento para a fase particulada da mistura pode ser expressa por

$$\rho_S(1 - \varepsilon) \left[ \frac{\partial \mathbf{v}_S}{\partial t} + (\mathbf{grad} \mathbf{v}_S) \mathbf{v}_S \right] = -\mathbf{grad} p_S + \mathbf{m} + (1 - \varepsilon)(\rho_S - \rho_F) \mathbf{b} \quad , \quad (11)$$

sendo as formas constitutivas para a pressão sobre esta fase,  $p_S$ , e para a força resistiva entre as fases,  $\mathbf{m}$ , dadas por (Massarani, 1990b)

$$p_S = \hat{p}_S(\varepsilon) \quad (12)$$

$$\mathbf{m} = \frac{\mu_F}{k} \left[ 1 + \frac{c \rho_F \sqrt{k}}{\mu_F} \varepsilon \| \mathbf{U} \| \right] \varepsilon \mathbf{U} \quad , \quad \mathbf{U} = \mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S \quad . \quad (13)$$

A permeabilidade  $k$  e o fator adimensional  $c$  dependem apenas da distribuição granulométrica, forma e concentração das partículas sólidas. Segundo os modelos clássicos de Kozeny-Carman e Ergun (Massarani, 1990b),

$$k = \frac{(\bar{D}\phi)^2 \varepsilon^3}{36\beta(\varepsilon)(1 - \varepsilon)^2} \quad , \quad \bar{D} = \frac{1}{\int_0^\infty \frac{1}{D} dX} \quad (14)$$

$$c = \frac{\gamma(\varepsilon)}{\varepsilon^{3/2}} \quad , \quad (15)$$

sendo  $X = \hat{X}(D)$  a fração em massa das partículas de dimensão menor que  $D$ .

Seja o movimento sólido-fluido uniforme e lento na direção do campo gravitacional, prevalecendo os regimes de Stokes e Darcy,

$$Re = \frac{DU\rho_F}{\mu_F} < 0,5, \quad Re_k = \frac{c\rho_F\sqrt{k}U}{\mu_F} < 0,1, \quad C_D = \frac{24}{K_1 Re}$$

As Eqs.(11) a (13), complementadas pelas Eqs.(1) e (2), leva ao resultado

$$\frac{U}{v_t} = \frac{18(1-\epsilon)k}{K_1\epsilon\overline{D}^2} = \frac{0,60\phi^2}{\log_{10}(15,4\phi)} \cdot \frac{\epsilon^2}{(1-\epsilon)\beta(\epsilon)} \quad (16)$$

que a experimentação confirma amplamente: para um dado sistema particulado, a velocidade relativa fluido-sólido é função apenas da porosidade do leito expandido.

A experimentação pode ser conduzida com vantagens na fluidização homogênea e na sedimentação discreta, sendo, nestes casos, a velocidade relativa fluido-sólido dada por

$$U = \frac{q}{\epsilon} = \frac{V_S}{\epsilon}, \quad (17)$$

onde  $q$  é a velocidade de fluidização e  $V_S$  a velocidade de deslocamento da frente de sedimentação. São apresentadas em seguida as correlações de Richardson e Zaki, clássica, e outra resultante dos dados reunidos por Concha e Almendra, ambas válidas para sistemas constituídos de partículas arredondadas em faixa granulométrica estreita (Massarani, 1990a):

$$\frac{U}{v_t} = \epsilon^{3,85} \quad (18)$$

$$\frac{U}{v_t} = 0,84\epsilon^{3,71}, \quad 0,6 < \epsilon < 0,95 \quad (19)$$

Silva Telles e Massarani (1979), combinando os resultados da análise dimensional e da experimentação, chegaram à seguinte expressão para a taxa de distensão que caracteriza o escoamento de fluidos em meios porosos

$$\lambda = \frac{\epsilon \parallel \mathbf{U} \parallel}{\Omega \sqrt{k}}, \quad \Omega = 0,64 \sqrt{\epsilon \beta(\epsilon)} \quad (20)$$

Substituindo as Eqs.(1), (2), (11), (13) e (14) na Eq.(20), vem para a fluidização homogênea e sedimentação discreta,

$$\lambda = \frac{5,6\phi}{\log_{10}(15,4\phi)} \frac{\epsilon}{\beta(\epsilon)} \frac{v_t}{\overline{D}}, \quad (21)$$

resultado este que assinala a condição de equivalência entre a reologia e a fluidodinâmica em sistemas particulados, isto é, a equivalência entre as Eqs.(5) e (16):

$$\frac{\mu_M}{\mu_F} = \frac{1}{U/v_t} = \frac{1,67 \log_{10}(15,4\phi)}{\phi^2} \frac{(1-\epsilon)\beta(\epsilon)}{\epsilon^2} \quad (22)$$

Para fornecer a ordem de grandeza de  $\lambda$  segundo a Eq.(21), seja a fluidização em água a 20°C de partículas arredondadas de 300  $\mu\text{m}$ ,  $\rho_S = 3000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\epsilon = 0,8$ :  $\lambda \cong 500 \text{ s}^{-1}$ .

Como a velocidade terminal da partícula cresce com o quadrado do diâmetro, a taxa de distensão é proporcional ao valor desta variável.

### RESULTADOS E CONCLUSÕES

Os dados reunidos neste trabalho sobre a viscosidade de suspensões a taxas de distensão elevadas referem-se aos seguintes sistemas aquosos: minério de ferro (Coelho et al., 1981), partículas arredondadas (Rutgers e Thomas citados em Frankel e Acrivos, 1967) e partículas de forma irregular (Landel et al., 1963). Os dados experimentais são comparados com as estimativas segundo as correlações expressas pelas Eqs.(18) e (19), alcançadas na fluidização homogênea e sedimentação discreta, como mostra a Fig.(2). Para 38 pontos experimentais,

Eq.(18) (Richardson & Zaki):

$$\frac{(\mu_M/\mu_F)_{cor}}{(\mu_M/\mu_F)_{exp}} = 1,01 \pm 0,20 \quad (23)$$

Eq.(19):

$$\frac{(\mu_M/\mu_F)_{cor}}{(\mu_M/\mu_F)_{exp}} = 1,18 \pm 0,20 \quad (24)$$

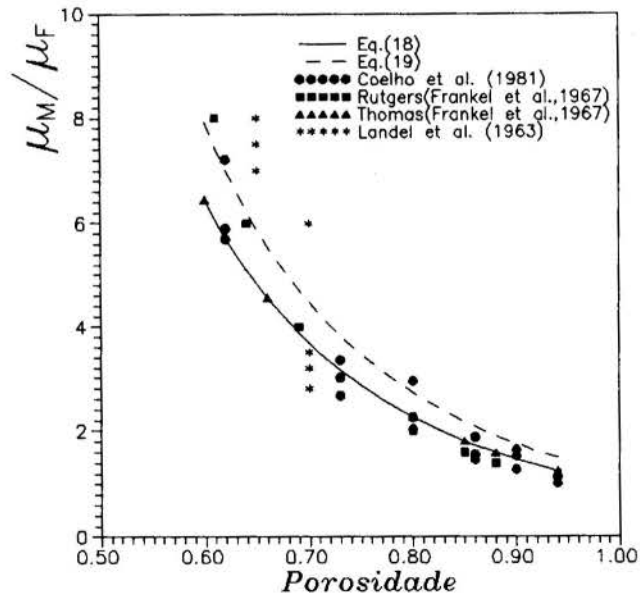


Figura 2. Viscosidade Aparente da Suspensão.

As correlações levam a valores de viscosidade superiores aos experimentais pelo fato de não se verificar, provavelmente, a igualdade da taxa de distensão nos dois casos. O desvio padrão

em relação ao valor médio acima calculado, 20% em ambas as correlações, é surpreendentemente baixo face às incertezas no resgate dos dados experimentais da literatura, muitas vezes fornecidos em gráficos diminutos.

Em direção inversa, os resultados da reologia da suspensão podem fornecer informações estruturais na descrição do sistema particulado. Assim, por exemplo, o fator  $\beta$  da equação de Kozeny-Carman, Eq.(14), que assume um valor entre 4 e 5 para  $\varepsilon < 0,80$ , pode ser calculado para porosidades mais elevadas através da correlação de Guth e Simha, válida para partículas arredondadas. Combinando as Eqs.(9) e (16),

$$\beta = \frac{0,6\varepsilon^2[1 + 2,5c_v + 10,1c_v^2 + 0,00273\exp(16,6c_v)]}{(1 - \varepsilon)} \quad (25)$$

A formulação apresentada neste trabalho pode ser estendida para contemplar também as situações em que os regimes stokesiano e darcyano não prevalecem. Deve-se assinalar ainda que há uma grande carência de dados experimentais reológicos e fluidodinâmicos relativos às suspensões e que estes só podem ser analisados em profundidade quando conhecida a descrição físico-química do sistema particulado.

#### BIBLIOGRAFIA

- Coelho, G.L.V., Santana, C.C. e Massarani, G., "Reologia de Suspensões de Minério de Ferro", Anais do IX Encontro sobre o Escoamento em Meios Porosos, Salvador, BA, Vol.2, pp.27-38, 1981.
- Frankel, N.A. e Acrivos, A., "On the Viscosity of a Concentrated Suspension of Solid Spheres", Chemical Engineering Science, Vol.22, pp. 847-853, 1967.
- Govier, G.W. e Aziz, K., "The Flow of Complex Mixtures in Pipes", Van Nostrand Reinhold Co., N. Iorque, 1972.
- Kawaguchi, M. e Ryo, Y., "Rheological Properties of Silica Suspensions in Aqueous Cellulose Derivative Solutions", Chemical Engineering Science, Vol.48, N.2, pp.393-400, 1993.
- Landel, R.F., Moser, B.G. e Bauman, A.J., "Rheology of Concentrated Suspensions: Effect of a Surfactant", Anais do

4º Congresso Internacional de Reologia, Brown University, Providence, Parte 2, pp.663-692, 1963.

- Massarani, G., "Fluidodinâmica da Partícula Sólida", em "Tópicos Especiais em Sistemas Particulados" (Freire, J.T. e Gubulin, J.C., Editores, Edição UFScar, S.Carlos, Vol.3, pp.117-160, 1990a.
- Massarani, G., "Aspectos da Fluidodinâmica em Meios Porosos", Número Especial do Caderno de Engenharia Química da RBE, Rio de Janeiro, 1990b.
- Massarani, G. e Santana, C.C., "Fluidização Homogênea: Caracterização Fluidodinâmica de Sistemas Particulados com Porosidade Elevada", Anais do Congresso Europeu de Fluidização, Las Palmas de Gran Canária, Vol.1, pp.83-91, 1994.
- Pettyjohn, E.S. e Christiansen, E.B., "Effect of Particle Shape on Free-Settling Rates of Isometric Particles", Chemical Engineering Progress, Vol.44, N.2, pp.157-171, 1948.
- Silva Telles, A. e Massarani, G., "Escoamento de Fluidos Não-Newtonianos em Sistemas Particulados", Revista Brasileira de Física, Vol.9, N.2, pp.535-553, 1979.
- Vanderschuren, A. e Vanderschuren, J., "Etude du Comportement Rhéologique de Divers Lits Fluidisés Liquides", Anais do Congresso Europeu de Fluidização, Las Palmas de Gran Canária, Vol.2, pp.27-36, 1994.

#### ABSTRACT

The viscosity of a solid-fluid suspension is an outcome of the fluid dynamics of particulate systems, and therefore may be correlated by the results obtained from the homogeneous fluidization and discrete sedimentation analysis of small particles. Here this analysis is directed to processes where Stokes and Darcy's regimes prevail.



MIXED-CONVECTION IN FLOWS OF VISCOELASTIC LIQUIDS - A PARAMETRIC STUDY

M. F. Naccache and P. R. Souza Mendes

Department of Mechanical Engineering  
 Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ 22453-900

SUMMARY

A parametric analysis of the viscoelastic laminar flow through rectangular ducts is presented, which gives a generic insight of the relative importance of physical parameters. The effects of the elastic and buoyancy forces on flow patterns and on heat transfer are analyzed, as well as the effects of the Reynolds, Prandtl and Weissenberg numbers. The results show the existence of a physical dimensionless parameter which gives the relative influence of the elastic and buoyancy effects on flow patterns and heat transfer.

INTRODUCTION

Flows of viscoelastic liquids inside rectangular ducts are known to present secondary flows that increase the heat transfer coefficient significantly.

In order to better understand the heat transfer mechanisms involved in this flow situation, a parametric study is helpful. For Newtonian fluids, because the only rheological property is the viscosity, which is a constant for a give fluid, this kind of analysis is typically straightforward. For flows of viscoelastic fluids some difficulty arises because there are a number of rheological properties involved, which are often functions of the flow kinematics.

Because of the small velocities in flows of polymeric solutions, buoyancy forces may play an important role. These forces interacts with the viscoelastic forces and causes several changes in flow patterns and the heat transfer coefficient behavior.

ANALYSIS

The problem under study is shown in Fig. 1. The flow is assumed to be laminar, hydrodynamically and thermally developed. The fluid is incompressible with temperature-independent properties.

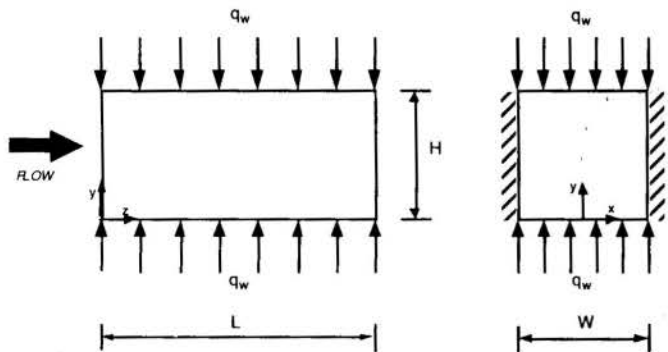


Fig. 1. The geometry and thermal boundary conditions.

The problem solution is obtained by solving the conservation equations of mass, momentum and energy. In order to model the non-Newtonian behavior of the fluid the CEF constitutive relation (Criminale et al., 1958) is used:

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} - \frac{1}{2}\Psi_1(\dot{\gamma})\gamma_{[2]} + \Psi_2(\dot{\gamma})\dot{\gamma}^2 \quad (1)$$

$\tau$  is the extra-stress tensor (the part of the stress tensor that vanishes when there is no motion other than rigid-body translation and rotation) and  $\dot{\gamma} = \text{grad } \mathbf{v} + (\text{grad } \mathbf{v})^T$  is the rate-of-strain tensor. The scalar rate of strain  $\dot{\gamma}$  is defined as  $\dot{\gamma} \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr } \dot{\gamma}^2}$ . The tensorial quantity  $\gamma_{[2]}$  is the convected derivative of the rate-of-strain tensor, defined as

$$\gamma_{[2]} \equiv \frac{d\dot{\gamma}}{dt} - [(\text{grad } \mathbf{v})^T \dot{\gamma} + \dot{\gamma}(\text{grad } \mathbf{v})] \quad (2)$$

$\eta(\dot{\gamma})$ ,  $\Psi_1(\dot{\gamma})$  and  $\Psi_2(\dot{\gamma})$  are respectively the viscosity, first and second normal stress coefficients. The operator  $d/dt$  is the material time derivative.

The extra stress can be decomposed into a Newtonian term  $\tau^N$  and a non-Newtonian (or polymeric) term  $\tau^P$ , so that  $\tau = \tau^N + \tau^P$ :

$$\tau^N \equiv \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}; \quad \tau^P \equiv -\frac{1}{2}\Psi_1(\dot{\gamma})\gamma_{[2]} + \Psi_2(\dot{\gamma})\dot{\gamma}^2 \quad (3)$$

The viscosity function employed is of the Carreau-Yasuda type:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)[1 + (\lambda\dot{\gamma})^a]^{(n-1)/a} \quad (4)$$

In dimensionless form, the viscosity function can be written as:

$$\eta^*(\dot{\gamma}^*) \equiv \frac{\eta(\dot{\gamma})}{\eta(\dot{\gamma}_{\text{char}})} = \eta_\infty^* + (\eta_0^* - \eta_\infty^*)[1 + (We \dot{\gamma}^*)^a]^{(n-1)/a} \quad (5)$$

where  $\eta_\infty^* = \eta_\infty/\eta_{\text{char}}$ ,  $\eta_0^* = \eta_0/\eta_{\text{char}}$ . The Weissenberg number is defined as  $We = \lambda\dot{\gamma}_{\text{char}}$  and  $\dot{\gamma}^* = \dot{\gamma}/\dot{\gamma}_{\text{char}}$ . The quantities  $\dot{\gamma}_{\text{char}}$  and  $\eta_{\text{char}}$  are the characteristic shear rate ( $\dot{\gamma}^* \equiv v_{\text{char}}/D_h$ ) and the characteristic viscosity function ( $\eta_{\text{char}} \equiv \eta(\dot{\gamma}_{\text{char}})$ ). The characteristic velocity is defined as  $v_{\text{char}} = -(\partial p/\partial z)D_h^2/\eta_{\text{char}}$ , while  $D_h$  is the hydraulic diameter, given by  $2H/(1 + H/W)$ . As usual,  $\partial p/\partial z$  is the pressure gradient in the flow direction. Some dimensionless quantities of importance are defined below:

$$U \equiv \frac{u}{v_{\text{char}}}; \quad V \equiv \frac{v}{v_{\text{char}}}; \quad W \equiv \frac{w}{v_{\text{char}}}; \quad \theta \equiv \frac{T - T_b}{q_w D_H / \kappa} \quad (6)$$

$$X \equiv \frac{x}{D_H}; \quad Y \equiv \frac{y}{D_H}; \quad Z \equiv \frac{z}{D_H}; \quad \dot{\gamma}^* \equiv \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_{\text{char}}} \quad (7)$$

$$P \equiv \frac{p + \rho g y}{\rho \nu_{\text{char}}^2} \quad \boldsymbol{\tau}^* \equiv \frac{\boldsymbol{\tau}}{\rho \nu_{\text{char}}^2} \quad (8)$$

Using the definitions above, the dimensionless governing equations take the following form:

• Mass Conservation:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (9)$$

• Momentum:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial}{\partial X} (2\eta^* \frac{\partial U}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\eta^* \frac{\partial U}{\partial Y} + \eta^* \frac{\partial V}{\partial X}) \right) - \left( \frac{\partial \tau_{XX}^{*P}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{YX}^{*P}}{\partial Y} \right) \quad (10)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial}{\partial Y} (2\eta^* \frac{\partial V}{\partial Y}) + \frac{\partial}{\partial X} (\eta^* \frac{\partial V}{\partial X} + \eta^* \frac{\partial U}{\partial Y}) \right) - \left( \frac{\partial \tau_{XY}^{*P}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{YY}^{*P}}{\partial Y} \right) + \frac{Ra}{Re^2 Pr} \theta \quad (11)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \eta^* W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \eta^* W}{\partial Y^2} \right) + \left( \frac{\partial \tau_{XZ}^{*P}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{YZ}^{*P}}{\partial Y} \right) \quad (12)$$

• Energy Conservation:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} - \frac{2\alpha}{\alpha + 1} \frac{W}{W} \right) \quad (13)$$

where  $\tau_{ij}^{*P}$  is the  $ij^{\text{th}}$  component of  $\boldsymbol{\tau}^{*P}$ . In the equations above, the following dimensionless parameters can be identified:

$$\alpha \equiv \frac{W}{H}; Ra \equiv \frac{\rho^2 c g \beta D_H^4 q_w}{\eta_{\text{char}} \kappa^2}; Pr \equiv \frac{c \eta_{\text{char}}}{\kappa}; Re \equiv \frac{\rho \nu_{\text{char}} D_H}{\eta_{\text{char}}} \quad (14)$$

$$De_1 \equiv \frac{\Psi_1 \dot{\gamma}_{\text{char}}}{\eta_{\text{char}}}; De_2 \equiv -\frac{\Psi_2 \dot{\gamma}_{\text{char}}}{\eta_{\text{char}}} \quad (15)$$

$$\Psi_1^* \equiv \frac{De_1}{Re}; \Psi_2^* \equiv \frac{De_2}{Re} \quad (16)$$

The dimensionless groups that appear in the governing equations are defined in eqs. (14), (15) and (16). Equation (14) gives the aspect ratio,  $\alpha$ , the Rayleigh number,  $Ra$ , the Prandtl number,  $Pr$ , and the Reynolds number,  $Re$ . Two dimensionless viscoelastic parameters, namely, the first Deborah number,  $De_1$ , and the second Deborah number,  $De_2$ , are defined in eq. (15). Equation (16) gives the dimensionless normal stress coefficients. These dimensionless groups appear in the dimensionless "polymeric" stress,  $\boldsymbol{\tau}^{*P}$ .

Due to symmetry, the computational domain is reduced to the right half of the cross section. Then, the sought-for solutions of eqs. (9)–(13) must satisfy the boundary conditions below.

- $X = 0; U = 0; \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial W}{\partial X} = 0; \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$
- $X = \frac{\alpha+1}{4}; U = V = W = 0; \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$
- $Y = 0; U = V = W = 0; -\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 1$
- $Y = \frac{\alpha+1}{2\alpha}; U = V = W = 0; \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 1$

Nusselt numbers.

Heat transfer at the lower and upper walls is given by the following Nusselt numbers:

$$Nu_i \equiv \frac{q_w D_H}{\kappa (\overline{T}_{w,i} - T_b)} = \frac{1}{\overline{\theta}_{w,i}}; \quad Nu_s \equiv \frac{q_w D_H}{\kappa (\overline{T}_{w,s} - T_b)} = \frac{1}{\overline{\theta}_{w,s}} \quad (17)$$

In the expressions above,  $\overline{T}_{w,i}$  and  $\overline{T}_{w,s}$  are the mean temperatures of the lower and upper walls. The quantities  $\overline{\theta}_{w,i}$  and  $\overline{\theta}_{w,s}$  are the corresponding dimensionless mean temperatures (Naccache and Souza Mendes, 1993).

The appropriate mean Nusselt number,  $Nu_m$ , is defined as  $Nu_m \equiv Nu_i Nu_s / (Nu_i + Nu_s)$ .

Governing parameters.

The parameters that govern the present problem are the ones that appear in eqs. (9)–(13), in the constitutive equation (eq. (1)), and in the boundary conditions. They are:  $Re$ ,  $Ra$ ,  $Pr$ ,  $\Psi_1^*$ ,  $\Psi_2^*$ ,  $\alpha = W/H$ ,  $We \equiv \lambda \dot{\gamma}_{\text{char}}$ ,  $\eta_0^* \equiv \eta_0 / \eta_{\text{char}}$ ,  $\eta_\infty^* \equiv \eta_\infty / \eta_{\text{char}}$ ,  $n$  and  $a$ .

Because of the great number of parameters, the parametric study is restricted to some of the appearing parameters. They are: the Reynolds number, the Rayleigh number, the second normal stress coefficient and the aspect ratio. In addition, some of the results to be presented indicate the sensitivity of Nusselt numbers to the Prandtl number, the Weissenberg number and the first normal stress coefficient. The dimensionless viscosities  $\eta_0^*$ ,  $\eta_\infty^*$  and the parameters  $n$  and  $a$  are held fixed, mainly because they do not affect the secondary flows, which are the main focus of the present work.

The first and second normal stress coefficients are assumed constant to simplify the analysis so that their ratio  $\Psi_2^*/\Psi_1^*$  is kept at -0.15 ( $\Psi_2^*/\Psi_1^* = 0.15$ ), as often observed in polymeric liquids. Preliminary tests showed that allowing the normal stress coefficients to vary with the shear rate does not affect the results significantly (Naccache, 1993).

## RESULTS AND DISCUSSION

The differential governing equations were solved by means of the control-volume approach described by Patankar (1980). The coupling of momentum, continuity, energy, and constitutive equations was handled with the aid of the SIMPLE algorithm. The discretized algebraic system was solved through the line-by-line Thomas algorithm.

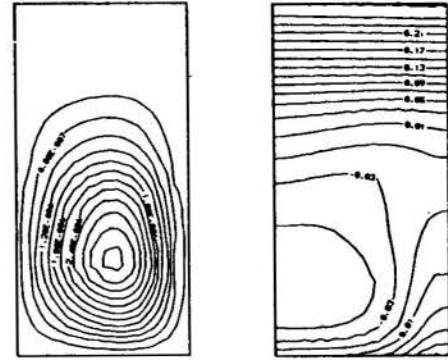


Fig. 2:  $\Psi_2^* = 0$  (a) Streamlines (b) Isotherms

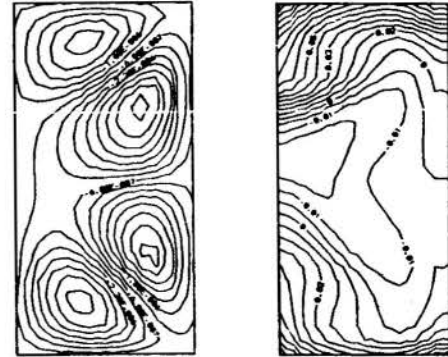


Fig. 3:  $\Psi_2^* = 10^{-3}$  (a) Streamlines (b) Isotherms

The mesh sizes employed were  $16 \times 22$  for  $\alpha = 1$ ;  $20 \times 20$  for  $\alpha = 2$ ; and  $22 \times 16$  for  $\alpha = 4$ . These sizes were chosen with basis on results of a number of tests. A more detailed discussion on the numerical solution can be found in Naccache (1993).

Some difficulties in convergence were caused by the highly non-linear character of the equations of motion. In order to overcome these problems and obtain a converged solution, a zero-th order continuation procedure in  $\Psi_2$  was employed, starting from the solution for the Newtonian case. A similar continuation procedure in  $Ra$  was also needed, starting with the results for forced convection only  $Ra = 0$ .

A few representative results are now presented and analyzed. For a more complete discussion, please see Naccache (1993).

All the results were obtained for  $\eta_{char} = 0.011$ ,  $\eta_{\infty}^* = 0.36$ ,  $\eta_0^* = 26.36$ ,  $We = 1500$ ,  $n = 0.494$ , and  $a = 0.942$ .

Figures 2-3 show the flow patterns and the isotherms for  $Ra = 10^6$ ,  $Pr = 70$ ,  $We = 1500$ ,  $Re = 2.5 \times 10^4$  and  $\alpha = 1$ . These results are very similar to that obtained in (Naccache and Souza Mendes, 1992). It can be noted that when there is no viscoelasticity (Fig. 2) the flow is almost stagnant near the upper wall and the isotherms are horizontal lines. This behavior produces the largest differences between  $Nu_i$  and  $Nu_s$ . As the viscoelastic force increases, the fluid near the upper wall firstly starts flowing, then increases its intensity, until a symmetric configuration is achieved (Fig. 3). In this latter situation, buoyancy forces are negligible when compared to viscoelastic ones. In this flow regime, temperature gradients near the heated walls are relatively high, and large heat transfer coefficients are in effect.

Figures 4a and 4b show the upper-wall and mean Nusselt numbers, as a function of  $\Psi_2^*$  for a square cross section,  $Pr = 70$  and  $We = 1500$ . It is important to note that the mean Nusselt number behavior is quite similar to the upper Nusselt number. It can be noted that for small viscoelastic forces the difference

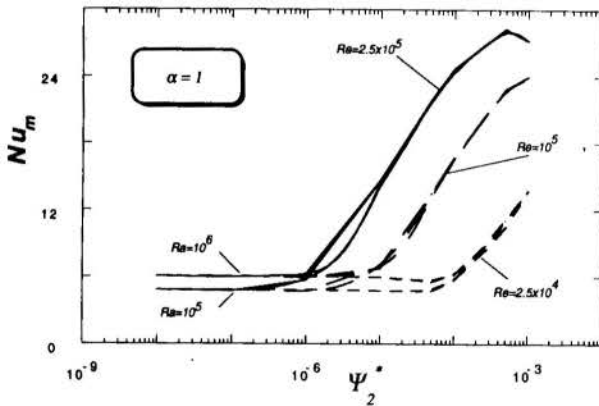


Fig. 4a. Mean Nusselt Number versus  $\Psi_2^*$ .

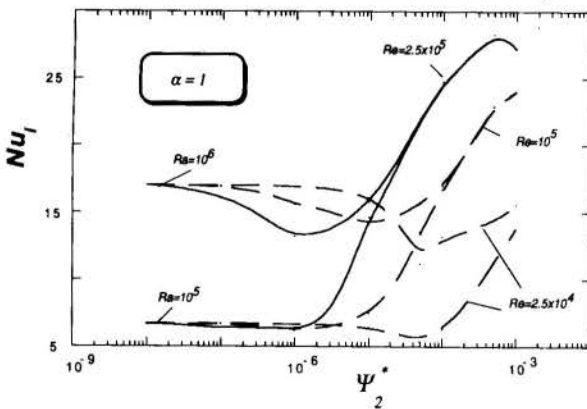


Fig. 4b. Lower-Wall Nusselt Number versus  $\Psi_2^*$ .

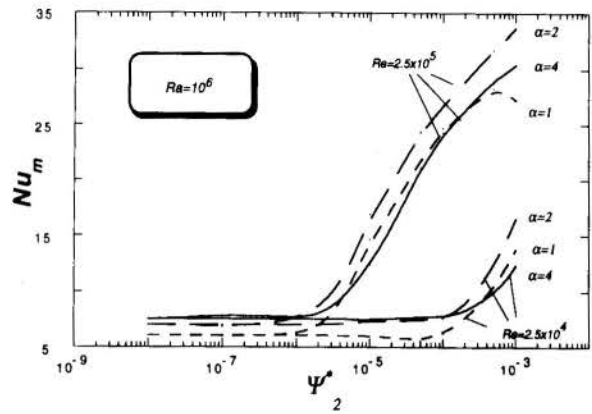


Fig. 5a. Mean Nusselt Number versus  $\Psi_2^*$ .

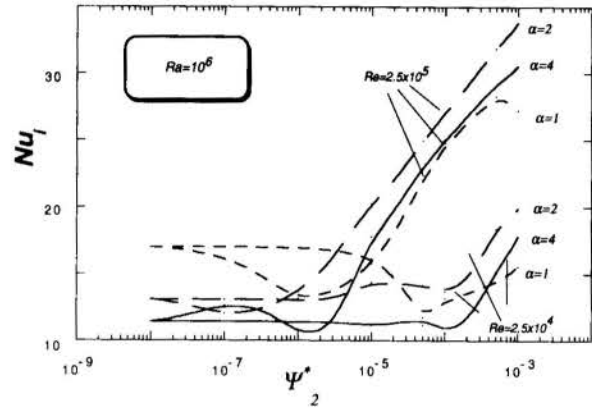


Fig. 5b. Lower-Wall Nusselt Number versus  $\Psi_2^*$ .

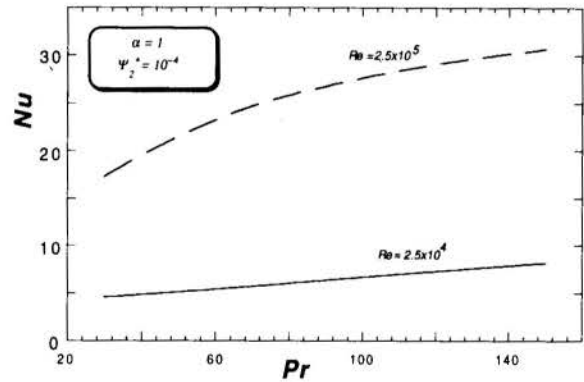


Fig. 6. Mean Nusselt Number versus  $Pr$ .

between lower-wall and mean (or upper-wall) heat transfer coefficients is very large, and the Reynolds number doesn't influence the heat transfer. On the other hand, when viscoelastic forces are large, natural convection doesn't influence the heat transfer behavior, and due to symmetry  $Nu_i$  is identical to  $Nu_s$ . Also, it can be noted that for the largest values of  $\Psi_2^*$ , the Nusselt number starts to decrease. This is due to the  $\Psi_1^*$  effect, as also observed and discussed in Naccache and Souza Mendes (1992).

Figures 5a and 5b show the Nusselt number as a function of  $\Psi_2^*$  for  $Ra = 10^6$ ,  $Pr = 70$  and  $We = 1500$ . It can be seen that the curves obtained for three different aspect ratios are closer to each other the ones found in Naccache and Souza Mendes (1992). This is due to the fact that in the present analysis the Prandtl number is held fixed, which is not true in Naccache and Souza Mendes (1992). It can also be noted that there are a critical values of the aspect ratio—which depend on

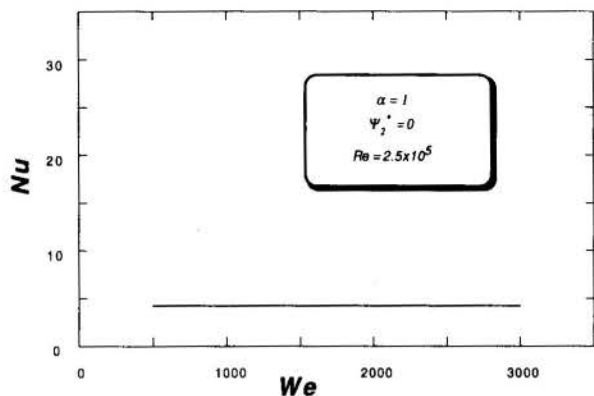


Fig. 7. Mean Nusselt Number versus  $We$ .

$\Psi_2^*$  and  $Ra$ —that correspond to maxima of the heat transfer coefficient. This occurrence can be explained by the changes in flow pattern as the aspect ratio is changed, as discussed in Naccache (1993). The effect of Prandtl number is illustrated in fig. 6, for  $\alpha = 1$  and no natural convection. It can be observed that the Nusselt number increases with the Prandtl number. This trend gets more accentuated as the Reynolds number is increased.

In fig. 7, it is illustrated that the Weissenberg number does not influence the Nusselt number in a significant manner. Fig. 8 shows that  $\Psi_1^*$  becomes an important parameter as it gets large only, and that it influences  $Nu$  in the opposite direction as  $\Psi_2^*$  does.

Figure 9 shows the Nusselt numbers as a function of the dimensionless parameter defined as  $\Lambda \equiv Re^2 Pr \Psi_2^*$ . It helps characterizing three different flow regimes: for small values of  $\Lambda$ , natural convection governs the secondary flow; for interme-

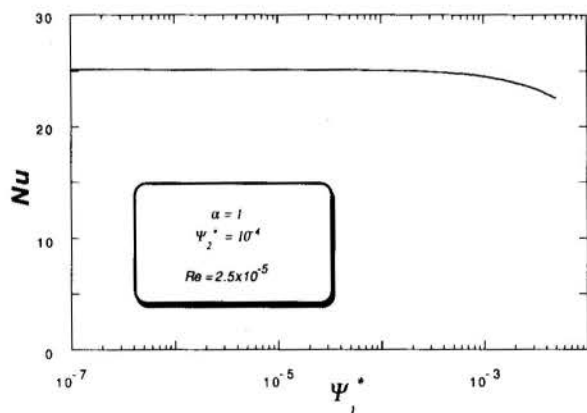


Fig. 8. Lower-Wall Nusselt Number versus  $\Psi_1^*$ .

diated values of  $\Lambda$  viscoelastic and buoyancy forces are both important; and for large values of  $\Lambda$ , the secondary flow is driven by viscoelastic forces alone.

#### FINAL REMARKS

The present paper analyzes the combined effects of buoyancy and viscoelastic forces on the velocity and temperature fields of laminar flow of viscoelastic liquids through rectangular ducts. It was found that heat transfer is strongly influenced by both natural convection and elastic effects. The relative importance of buoyancy and elastic effects as far as heat transfer is concerned is assessed via a parametric study. A dimensionless parameter which compares both effects is employed to present heat transfer results.

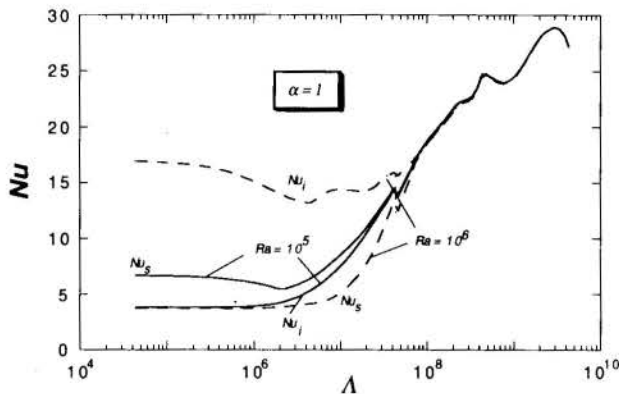


Fig. 9. Upper and Lower-Wall Nusselt Number versus  $\Lambda$ .

#### REFERENCES

- Bird, R. B., R. C. Armstrong, and O. Hassager, "Dynamics of Polymeric Liquids", 2<sup>o</sup> ed., John Wiley & Sons, 1987.
- Hartnett, J. P., "Viscoelastic Fluids: A New Challenge in Heat Transfer," *J. of Heat Transfer*, Vol. 114, pp. 296-303, 1992.
- Hartnett, J. P., and M. Kostic, "Heat Transfer to a Viscoelastic Fluid in Laminar Flow through a Rectangular Channel," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 28, pp. 1147-1155, 1985.
- Langlois, W. E., and R. S. Rivlin, "Slow Steady-State Flow of Viscoelastic Fluid through Non-Circular Tubes," *Rend. Math.*, Vol. 22, pp. 169-185, 1963.
- Mayné, G., "Secondary Flows of Non-Newtonian Fluids in Rectilinear Pipes," *Theor. & Appl. Rheology, Proc. XI<sup>th</sup> Int. Congr. on Rheology*, Belgium, August, 1992.
- Mena, B., B. Best, P. Bautista, and T. Sanchez, "Heat Transfer in Non-Newtonian Flow through Pipes", *Rheol. Acta*, Vol. 17, pp. 454-457, 1978.
- Naccache, M. F., "Mixed-Convection Heat Transfer to Viscoelastic liquids Flowing Laminarily inside Rectangular Ducts" (in Portuguese), Ph.D. thesis, Pontificia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 1993.
- Naccache, M. F., "Combined Viscoelasticity and Free Convection in the Laminar Flow through Rectangular Ducts", *Proc. XII COBEM*, pp. 1053-1056, 1992.
- Oliver, D. R., "Non-Newtonian Heat Transfer: an Interesting Effect observed in Non-Circular Tubes", *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, Vol. 47, pp. 18-20, 1969.
- Winter, H. H., "Viscous Dissipation in Shear Flows of Molten Polymers," *Advances in Heat Transfer*, Vol. 13, pp. 205-267, 1977.



## ANÁLISE EXPERIMENTAL DO ESCOAMENTO DE CFC-12 E HFC-134a EM TUBOS CAPILARES

C. MELO(\*), R. T. S. FERREIRA(\*), C. BOABAI NETO(\*), J. M. GONÇALVES(\*), M. R. THIESSEN(\*\*)

(\*Departamento de Engenharia Mecânica

UFSC - Caixa Postal: 476

88040-900 Florianópolis - SC - Brasil

(\*\*) Empresa Brasileira de Compressores

EMBRACO S/A - Caixa Postal: D-27

89219-901 Joinville - SC - Brasil

### RESUMO

*Este trabalho apresenta dados experimentais para o escoamento em tubos capilares, empregando CFC-12 e HFC-134a como fluidos de trabalho. Tubos capilares de 0,7, 0,8 e 1,0mm de diâmetro interno com comprimentos de 2 e 3m foram testados. Pressões de condensação de 9, 11, 14 e 18bar, e subresfriamentos variando de 2 a 14 °C foram fixados como condições de operação. Condições de bloqueio prevaleceram em todos os testes. O aparato de teste e o procedimento experimental são discutidos em detalhes, sendo as incertezas de todas as medidas também apresentadas.*

### INTRODUÇÃO

Os tubos capilares são dispositivos de expansão de uso comum em quase todos os sistemas de refrigeração de pequeno porte. Consistem basicamente de um tubo de cobre trefilado com diâmetro interno variando de 0,5 a 2,0 mm e comprimento entre 1 a 6 m.

Mesmo tendo forte influência sobre o desempenho do sistema de refrigeração, muitos dos tubos capilares são ainda dimensionados pelo processo de tentativa e erro. A única alternativa disponível, no momento, são os diagramas da ASHRAE, os quais foram derivados dos trabalhos de Hopkins (1950) e Whitesel (1957a, 1957b). Entretanto, tais diagramas tendem a subestimar o fluxo de massa (Kuehl e Goldschmidt, 1990) e encontram-se disponíveis apenas para os refrigerantes 12 e 22, os quais serão substituídos num futuro próximo devido ao problema de depleção da camada de ozônio da estratosfera.

Na última década, uma grande variedade de modelos computacionais de simulação de tubos capilares (Kuehl e Goldschmidt, 1990), (Sami e Duong, 1987), (Li et al., 1990) foram desenvolvidos e validados através de conjuntos de dados experimentais específicos. Recentemente, Melo et al. (1992) realizaram uma análise da modelação do escoamento em tubos capilares, mostrando o impacto das incertezas de medição e de outros parâmetros sobre tal processo de validação. Como consequência, uma bancada experimental foi desenvolvida com o intuito de se obter dados experimentais confiáveis. A geometria de cada tubo capilar, i.e., diâmetro interno, comprimento e rugosidade, e as condições de operação, i.e., pressão, temperatura e fluxo de massa foram avaliadas com grande cuidado. O conjunto de dados, assim obtido, pode então ser usado para averiguar o impacto do tipo de fluido refrigerante sobre o comportamento do tubo capilar, assim como também em estudos de validação de modelos numéricos.

### GEOMETRIA DOS TUBOS CAPILARES

Seis tubos capilares de cobre, de dois comprimentos e com três diferentes diâmetros internos, como indicado na Tabela I, foram usados nesse estudo.

A medição do diâmetro interno é crítica devido à forte influência deste parâmetro sobre o fluxo de massa (Melo et al., 1992). A área da seção transversal de nove amostras, três de cada

diâmetro, foram medidas utilizando-se um método ótico. Este método consiste em se ampliar cada amostra em 50 vezes e, então, integrar diretamente a área interna através de um processo computacional. Nove medidas foram realizadas para cada amostra. O diâmetro interno equivalente foi, então, obtido a partir da área média. A incerteza de medição, associada com este processo, foi de  $\pm 0,02$  mm.

O comprimento dos tubos capilares foi medido por meio de uma escala flexível de 3m com divisões de 1mm. O tubo foi mantido tão distendido quanto possível através do seu tensionamento entre dois suportes. A incerteza encontrada para esta medição foi de  $\pm 1,0$ mm.

Para a medição da rugosidade, foram preparadas seis amostras de cada tubo, embutindo-se uma pequena seção longitudinal do tubo em uma matriz de baquelite. Em seguida, removeu-se metade da parede do tubo através de um processo de polimento. Observações, usando um microscópio, indicaram que não ocorreram riscos na superfície interna das amostras, devido ao processo de polimento. A medição foi, então, realizada por um equipamento especial, denominado Talysurf 120, de acordo com a British Standard BS1134(1988). O valor medido corresponde à média aritmética dos valores absolutos dos desvios do perfil de rugosidade em relação à linha média. A incerteza associada com este processo foi avaliada em  $\pm 0,01$   $\mu$ m. A Tabela I mostra a geometria dos seis tubos capilares em análise.

Tabela I - Geometria dos Tubos Capilares

Parâmetros	Tubo Capilar					
	1	2	3	4	5	6
Diâm. Interno (mm)	0,77	0,84	1,05	0,77	0,84	1,05
Comprimento (m)	2,926	3,027	3,020	2,009	1,993	2,030
Rugosidade ( $\mu$ m)	0,75	0,59	0,72	0,75	0,59	0,72

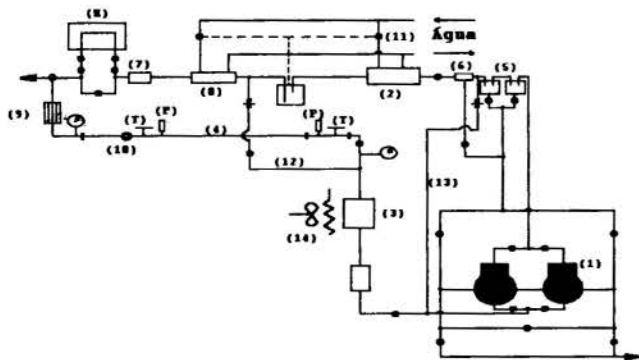
### APARATO EXPERIMENTAL

O aparato experimental usado é mostrado esquematicamente na Figura 1. O sistema consiste de dois compressores herméticos alternativos (1), um condensador resfriado a água (2), um evaporador (3) e uma seção de teste (4). A seção de teste é isolada com lã de vidro. Dois separadores de óleo (5) e um filtro (6) são colocados entre o compressor e o condensador. Impurezas no

refrigerante são removidas por um filtro (7). Um subresfriador (8) e um aquecedor elétrico (9) são usados para ajustar a temperatura do refrigerante na entrada do tubo capilar. Um visor de líquido (10) foi montado na entrada do capilar com o intuito de se poder observar a ocorrência ou não de escoamento bifásico. A alta pressão é controlada pela abertura de uma válvula de regulagem da vazão (11), que regula o fluxo de água através do condensador. A pressão do evaporador é controlada por um sistema de "by-pass" de fluido refrigerante (12) e (13) e, em alguns casos, por aquecimento elétrico do ar (14).

Dois transdutores de pressão (P) são usados para medir as pressões absolutas na entrada e na saída do tubo capilar com uma incerteza máxima de 0,02 bar. Termopares tipo T com 0,13mm de diâmetro e com uma incerteza máxima de 0,2°C são usados para medir as temperaturas do refrigerante na entrada e na saída.

O fluxo de massa é medido através de um medidor de fluxo de massa tipo Coriolis (M), com uma incerteza de 0,03 kg/h. Os sinais de saída dos transdutores de pressão, termopares e medidor de fluxo de massa são tratados e gravados através de um sistema de aquisição de dados computadorizado.



- |                       |                                       |
|-----------------------|---------------------------------------|
| 1 - Compressor        | 8 - Subresfriador                     |
| 2 - Condensador       | 9 - Resistência elétrica              |
| 3 - Evaporador        | 10 - Visor de líquido                 |
| 4 - Tubo capilar      | 11 - Válvula reguladora de pressão    |
| 5 - Separador de óleo | 12 - Desvio de fluido refrigerante    |
| 6 - Filtro de óleo    | 13 - Desvio de fluido refrigerante    |
| 7 - Filtro            | 14 - Resistência de aquecimento do ar |

Figura 1 - Diagrama Esquemático da Bancada

## PROCEDIMENTO DE TESTE

Durante o teste, as pressões de entrada e saída, a temperatura de entrada e o fluxo de massa são registrados na tela do monitor em função do tempo. Após a partida dos compressores, o sistema requer 1 a 1,5 horas para alcançar condições de regime permanente, na pressão de condensação e temperatura de entrada desejadas. Posteriormente, os dados são obtidos fixando-se diferentes valores para a temperatura na entrada. Quando esta variação é mantida em torno de 1°C, o sistema requer aproximadamente 15 minutos para retornar à operação em regime permanente. Uma vez atingida uma nova condição em regime permanente, um novo teste é, então, gravado por um período de 20 a 30 minutos, como mostrado na Figura 2.

Na Figura 2, verifica-se que a pressão e a temperatura não puderam ser mantidas em um valor fixo ao longo de um teste. O sistema foi então considerado em condição de regime permanente quando a variação da pressão de condensação e da temperatura de entrada foram, respectivamente, mantidos abaixo de 0,4bar e 0,2°C. Para um determinado teste, os valores de fluxo de massa, pressão de

condensação e grau de subresfriamento foram obtidos selecionando-se um certo tempo do registro e então inferindo-se o valor do parâmetro através de análise gráfica. Os erros originados por este processo são bem menores que as incertezas experimentais em questão.

Testes foram realizados com CFC-12 e HFC-134a. Ambos os refrigerantes apresentaram grau de pureza em torno de 99,9%, como comprovado através de análise cromatográfica. Após os testes, o tubo capilar foi limpo com clorofórmio. A solução resultante foi analisada e não detectou-se qualquer vestígio de óleo em todos os testes realizados.

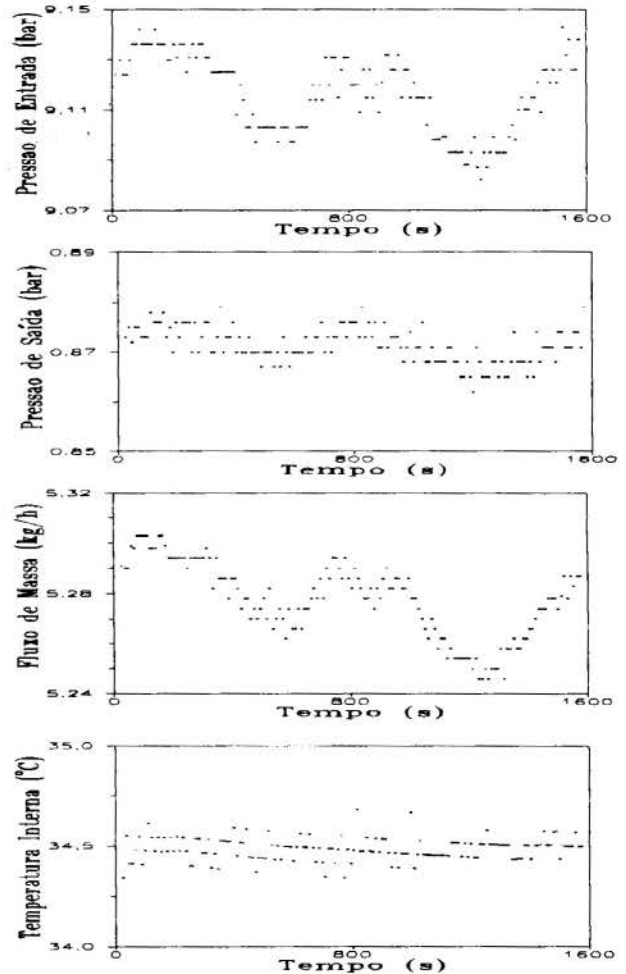


Figura 2 - Parâmetros de Teste em Função do Tempo

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Um grande número de pontos experimentais (288 para o CFC-12 e 245 para o HFC-134a) foram obtidos e encontram-se disponíveis em forma de tabela (Melo et al., 1993), onde a pressão de condensação real pode ser encontrada. Entretanto, para uma apresentação gráfica adequada pequenas variações na pressão de condensação não foram consideradas, sendo os valores limites indicados em cada uma das figuras. Devido às limitações de espaço, a análise seguinte considerará somente os capilares #1, 3, 4 e 5 e as pressões de condensação de 11 e 14 bar.

As Figuras 3a e 3b mostram respectivamente o efeito do comprimento do tubo capilar sobre o fluxo de massa de CFC-12 e de HFC-134a. Pode ser observado que o fluxo de massa de CFC-12 e de HFC-134a, para um grau de subresfriamento de 8°C, é respectivamente aumentado de 26% e 31%, quando o comprimento é reduzido em 31%. Tendências similares são também encontradas para a pressão de condensação de 14 bar e para o tubo capilar de 1,05 mm.

As Figuras 4a e 4b ilustram respectivamente o efeito do diâmetro interno dos tubos capilares sobre o fluxo de massa de CFC-12 e de HFC-134a. Verifica-se que para ambos os refrigerantes o fluxo de massa é aumentado drasticamente quando o diâmetro interno sofre um aumento de apenas 36%. Para uma pressão de condensação de 14 bar, um comprimento de 2m, e um grau de subresfriamento de 8°C, os fluxos de massa de CFC-12 e de HFC-134a são aumentados respectivamente em 122% e 135% como mostram as figuras 4a e 4b. Deve-se ressaltar que pequenas variações nestes valores foram detectadas, dependendo do tipo de fluido refrigerante, da pressão de condensação e do comprimento do tubo (Melo et al., 1993).

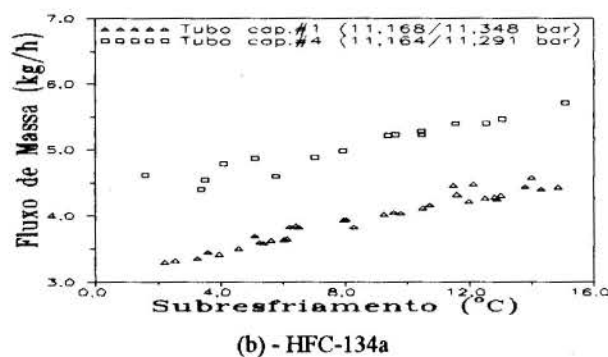
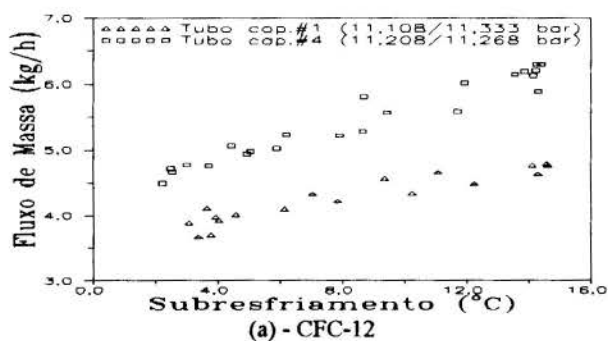


Figura 3 - Efeito do Comprimento Sobre o Fluxo de Massa

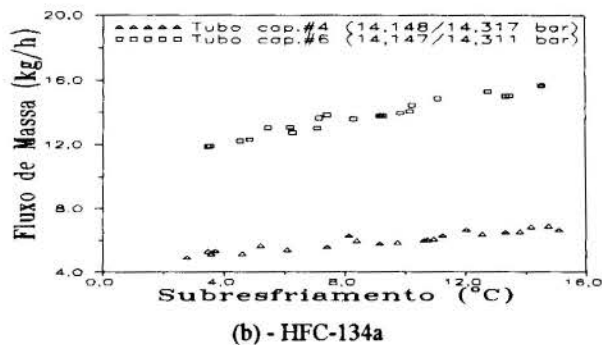
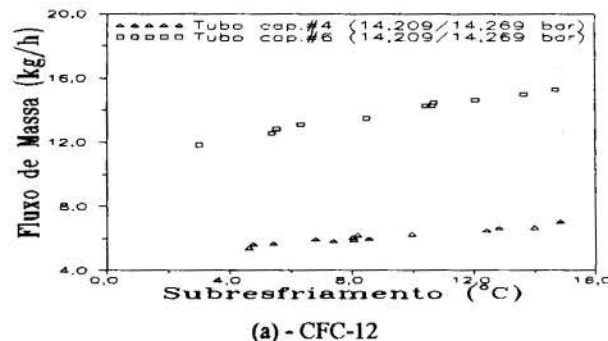


Figura 4 - Efeito do Diâmetro Interno Sobre o Fluxo de Massa

As Figuras 5 a 7 mostram os resultados experimentais para os capilares # 1, 3, 4 e 6, empregando-se CFC-12 e HFC-134a. Pode ser observado que ambos os fluidos geram idênticos fluxos de massa, na mesma pressão de condensação. Esta tendência é, contudo, levemente afetada pela geometria do tubo capilar e pelas condições de operação.

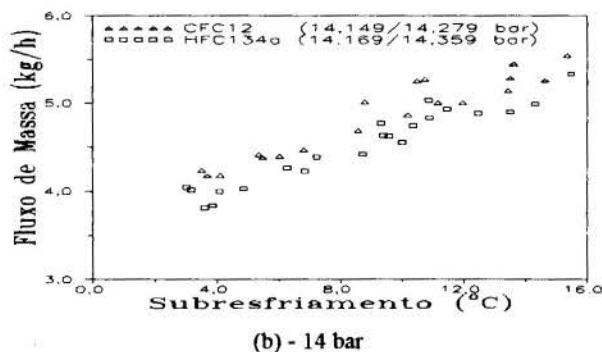
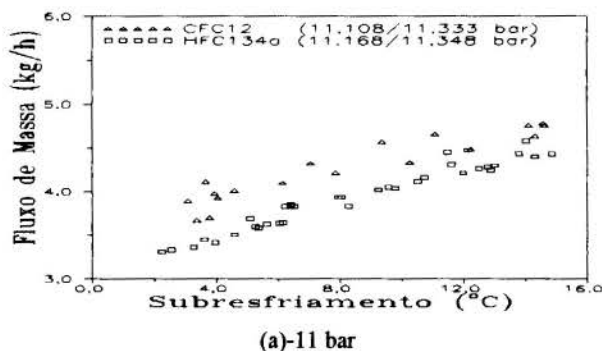
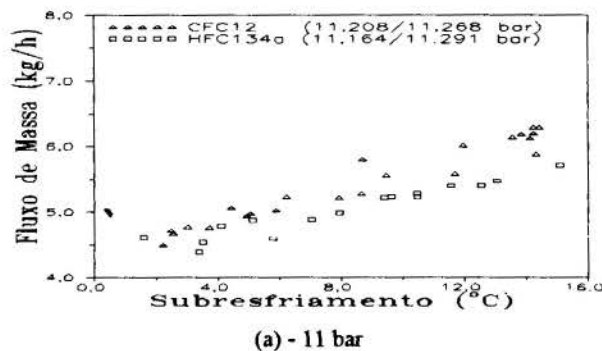
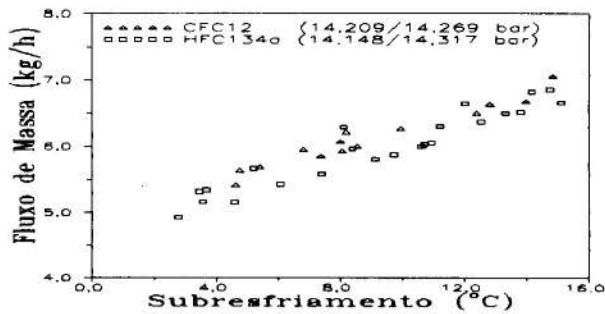


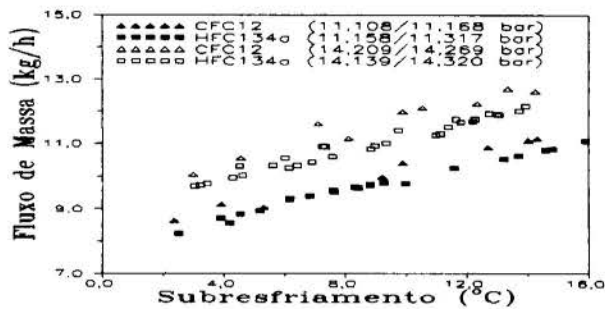
Figura 5 - Resultados Para o Capilar #1



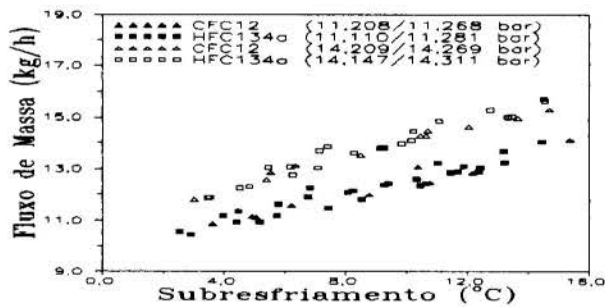


(b) - 14 bar

Figura 6 - Resultados Para o Tubo Capilar #4



(a) - Tubo Capilar #3



(b) - Tubo Capilar #6

Figura 7 - Resultados Para os Tubos Capilares #3 e #6

## CONCLUSÕES

Um volume bastante grande de dados experimentais foi obtido para o escoamento de CFC-12 e de HFC-134a através de tubos capilares. O fluxo de massa de ambos os refrigerantes é afetado pelo comprimento do tubo, pela pressão de condensação, pelo diâmetro interno e pelo grau de subresfriamento. O efeito do comprimento e do diâmetro interno sobre o fluxo de massa, mostrou-se ser mais importante para o HFC-134a do que para o CFC-12.

Ambos os fluidos geram idênticos fluxos de massa para a mesma pressão de condensação e para o mesmo grau de subresfriamento. Este comportamento é levemente afetado pela geometria do tubo capilar e pelas condições de operação.

O aparato experimental foi completamente testado, sendo então capaz de gerar informações experimentais confiáveis, com adequado controle de todas as variáveis envolvidas.

## REFERÊNCIAS

- Stoecker, W. F., Jones, J. W., Refrigeration and Air Conditioning, McGraw Hill, New York, 1982.
- ASHRAE, Equipment Handbook, chapter 20, 1983.
- Hopkins, N. E., Rating the Restrictor Tube, Refrigerating Engineering, pp. 1087-1095, November, 1950.
- Whitesel, H. A., Capillary Two-Phase Flow, Refrigerating Engineering, pp. 42-44 and pp. 98-99, April, 1957a.
- Whitesel, H. A., Capillary Two-Phase Flow, Part II, Refrigerating Engineering, pp. 35-40, September, 1957b.
- Kuehl, S. J., Goldschmidt, V. W., Modeling of Steady Flows of R-22 Through Capillary Tubes, ASHRAE Transactions, Vol.97, part 1, pp. 139-148, 1990.
- Sami, S. M., Duong, T., An Improved Model for Predicting Refrigerant Flow Characteristics in Capillary Tubes, ASHRAE Transactions, Vol. 93, part 2, pp. 682-700, 1987.
- Li, R.Y., Lin, S., Chen, Z. H., Numerical Modeling of Thermodynamic Non-Equilibrium Flow of Refrigerant Through Capillary Tubes, ASHRAE Transactions, Vol. 96, part 1, pp. 542-549, 1990.
- Melo, C., Ferreira, R. T. S., Pereira, R. H., Modeling Adiabatic Capillary Tubes: A Critical Analysis, Proc. of the IIR- Purdue Refrigeration Conference, pp. 113-123, West Lafayette, USA, July, 1992.
- British Standard B. S. 1134: Part 1 - Assessment of Surface Texture : Methods and Instrumentation, 1988.
- Melo, C., Ferreira, R. T. S., Boabaid Neto, C., Gonçalves, J. M., Análise do Desempenho de Tubos Capilares - Parte I, UFSC/EMBRACO-Relatório Interno, Dezembro, 1993.

## ABSTRACT

This work presents experimental data for capillary tubes of the type commonly used as expansion devices in domestic appliances, employing CFC-12 and HFC-134a as working fluids. Capillary tubes of 0.7, 0.8 and 1.0 millimeter internal diameters with lengths of 3 and 2 meters were tested. Condensing pressures of 18, 14, 11 and 9 bar, and subcooling ranging from 14 to 2 °C were chosen as the operating conditions. Choked conditions prevailed in all runs. The test rig and the experimental procedures are described in detail, being the uncertainties of all the measurements also given.



## VALIDAÇÃO DE UM MODELO NUMÉRICO PARA A ANÁLISE DE DESEMPENHO DE TUBOS CAPILARES

C. MELO(\*), R. T. S. FERREIRA(\*), C. BOABAID NETO(\*), J. M. GONÇALVES(\*)  
R. H. PEREIRA(\*\*), M. R. THIESSEN(\*\*)

(\*Universidade Federal de Santa Catarina Cx. Postal 476 - 88040-900 Florianópolis - SC - Brasil

(\*\*)EMBRACO S/A - Cx. Postal D-27 - 89219-901 Joinville - SC - Brasil

### RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo numérico para a simulação do desempenho de tubos capilares, empregados como dispositivos de expansão em sistemas de refrigeração. As equações e hipóteses simplificativas do modelo são apresentadas e discutidas. Dados experimentais obtidos com diversos tubos capilares, operando com CFC-12, HFC-134a e HC-600a são utilizados na validação do modelo. As discrepâncias entre os resultados experimentais e computacionais são discutidas, procurando-se identificar áreas de estudos futuros.

### INTRODUÇÃO

O tubo capilar é o dispositivo de expansão de uso mais comum em pequenos sistemas de refrigeração. Trata-se de um tubo de cobre trefilado, com diâmetro interno variando entre 0,5 e 2 mm e comprimento entre 1 e 6 m.

O tubo capilar não tem partes móveis, é simples e barato. Além disso, proporciona a equalização de pressão no sistema quando parado, permitindo o uso de compressores com motores de baixo torque de partida e, por isso, menores, mais leves e mais baratos.

A seleção de um tubo capilar para um determinado sistema de refrigeração é comumente feita pelo processo de tentativa-e-erro. Com o objetivo de solucionar tal limitação, uma grande variedade de modelos numéricos foram desenvolvidos, e validados contra determinados conjuntos de dados experimentais. Dessa maneira, coeficientes e correlações empíricas foram determinados. Melo et al. (1992) mostraram que tais procedimentos induziam um considerável grau de liberdade aos resultados. Alguns modelos garantiam uma boa concordância quando comparados com determinado conjunto de dados, porém apresentavam grandes diferenças quando comparados com outro conjunto de dados. Isto era devido, em grande parte, às incertezas experimentais relacionadas aos dados disponíveis.

Em função destas conclusões, um extenso programa experimental foi desenvolvido (Melo et al., 1993), com o objetivo de se obter dados experimentais confiáveis, com rígido controle sobre todas as variáveis envolvidas. Tal programa incluiu, além do CFC-12 e do HFC-134a, o hidrocarboneto HC-600a (isobutano), que ultimamente tem sido considerado um sério candidato a substituto dos CFC's por se tratar de um "fluido natural", cujos potenciais de destruição da camada de ozônio e de aquecimento global (atuação no efeito estufa) serem praticamente nulos.

O modelo teórico adotado no programa computacional chamado CAPILAR, apresentado por Melo et al. (1992), foi revisto, e é representado neste trabalho. Os novos dados experimentais são então utilizados para efeito de validação do modelo.

### MODELO TEÓRICO PROPOSTO

As características do fluxo através de tubos capilares são descritas por Bolstad e Jordan (1948), Whitesel (1957), Mikol (1963), Erth (1970), Scott (1976), Koizumi e Yokoyama (1980),

dentre outros. Quando o fluido refrigerante que adentra o tubo capilar encontra-se no estado de líquido sub-resfriado ou comprimido, as distribuições típicas de temperatura e pressão observadas ao longo do tubo são similares aos indicados na Figura 1. Nesta Figura, a temperatura foi representada através da pressão de saturação correspondente.

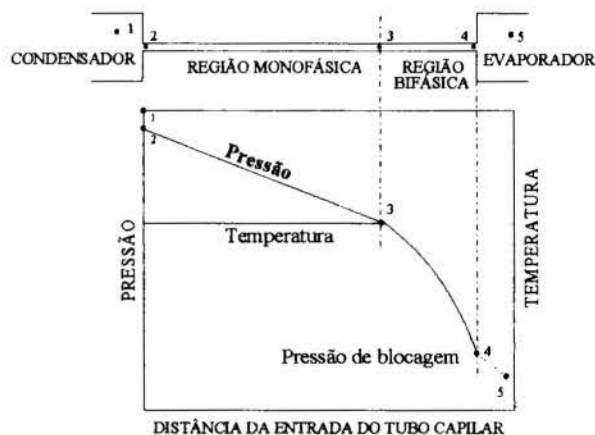


Figura 1. Distribuição de temperatura e pressão ao longo de um tubo capilar.

**Hipóteses Simplificativas.** Baseados nos trabalhos acima citados, as seguintes hipóteses foram assumidas: (a) o capilar é um tubo reto, horizontal e de diâmetro constante; (b) o capilar não pode ser considerado como um tubo liso para efeito de cálculo do fator de fricção; (c) o escoamento através do capilar é unidimensional e adiabático; (d) o fluxo bifásico é homogêneo; isto é, não há diferença de velocidade entre as fases; desta maneira, as duas fases são consideradas como uma única, ou seja, as propriedades são calculadas como a média ponderada das propriedades de cada fase; (e) o fluido refrigerante é puro, e isento de óleo; (f) o fenômeno de escoamento metaestável é desconsiderado.

**Perda de Pressão na Entrada.** Do ponto 1 para o ponto 2 (Figura 1), o fluido sofre uma contração abrupta. A pressão no ponto 2 pode ser dada pela equação a seguir (1), onde  $N = G^2/2$ , sendo  $G = \dot{m}/A$ . A variável  $p_1$  corresponde à pressão de entrada,  $\rho$

é a densidade, K é o fator de perda de carga na entrada,  $m$  o fluxo de massa através do tubo, e A a área da seção transversal, calculada a partir do diâmetro efetivo.

$$p_2 = p_1 - \frac{N}{\rho} \cdot (1 + K) \quad (1)$$

Melo et al. (1992) mostraram que o fator K tem uma influência muito pequena sobre os resultados da simulação. Assim, seguiu-se o procedimento indicado por Collier (1981), considerando que  $A_2 / A_1 \rightarrow 0$  e que o refrigerante na entrada do capilar encontra-se na condição de líquido sub-resfriado, para se obter  $K=0,5$ .

Região Monofásica. O comprimento da região monofásica,  $L_{sp}$ , é dado por:

$$L_{sp} = \frac{(p_2 - p_3) \cdot D \cdot \rho}{N \cdot f_{sp}} \quad (2)$$

onde  $p_3$  é a pressão de saturação equivalente à temperatura de entrada no capilar, D é o diâmetro efetivo, e  $f_{sp}$  o fator de fricção de Darcy monofásico. Para o cálculo deste último, levando-se em conta que a rugosidade do tubo deve ser considerada, adotou-se o modelo de Churchill (1977),

$$f_{sp} = 8 \cdot \left[ \left( \frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}} \right]^{1/12} \quad (3)$$

onde

$$A = \left[ 2,457 \cdot \ln \left( \frac{1}{\left( \frac{7}{Re} \right)^{0,9} + \frac{0,27 \cdot \epsilon}{D}} \right) \right]^{16} \quad (4)$$

$$B = \left( \frac{37530}{Re} \right)^{16} \quad (5)$$

onde  $\epsilon$  é a rugosidade absoluta da parede interna do tubo. Como se pode notar, ao contrário da equação de Colebrook, que é a equação que representa o diagrama de Moody, este modelo não é de solução iterativa, facilitando sua implementação computacional. Naturalmente, o número de Reynolds, Re, é calculado como

$$Re = \frac{G \cdot D}{\mu} \quad (6)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade absoluta. A densidade e a viscosidade na região líquida são aproximadas pelo seu valor na condição de líquido saturado, à mesma temperatura.

Região Bifásica. Aplicando-se a equação de conservação da quantidade de movimento linear a um elemento de fluido na região bifásica, e integrando-a entre os pontos 3 e 4 (Figura 1), obtém-se:

$$L_{\text{bp}} = \frac{2 \cdot D}{\bar{f}_{\text{bp}}} \cdot \left[ \ln \left( \frac{\rho_4}{\rho_3} \right) - \frac{1}{G^2} \cdot \int_3^4 \rho \cdot dp \right] \quad (7)$$

onde  $\bar{f}_{\text{bp}}$  é o fator de fricção de Darcy médio para a região bifásica. A integral é calculada numericamente.

Para o cálculo da integral, bem como para se determinar a densidade do ponto 4, é necessário se conhecer o título local. Aplicando-se a equação da conservação da energia entre o ponto 3 e um ponto qualquer dentro da região bifásica, tem-se:

$$h_3 + \frac{G^2}{2} \cdot v_3^2 = h_1 + (h_v - h_l) \cdot x + \frac{G^2}{2} \cdot [v_l + (v_v - v_l) \cdot x]^2 \quad (8)$$

onde h é a entalpia, v o volume específico e x o título. Os índices l e v correspondem às fases de líquido e vapor saturado, respectivamente. A soma representada em cada lado da Eq. (8) é a assim chamada entalpia de estagnação, que será denotada por  $H_0$ , e que para o ponto 3 é plenamente conhecida. Desta maneira, a Eq. (8) fica:

$$\left[ \frac{G^2}{2} \cdot (v_v - v_l)^2 \right] \cdot x^2 + \left[ G^2 \cdot v_l \cdot (v_v - v_l) + (h_v - h_l) \right] \cdot x + \left[ h_1 + v_l^2 \cdot \frac{G^2}{2} - H_0 \right] = 0 \quad (9)$$

que é uma equação de segundo grau, facilmente solucionável. Desta forma, conhecendo-se a pressão (e consequentemente,  $v_v$ ,  $v_l$ ,  $h_v$  e  $h_l$ ), pode-se obter o título x.

Para se determinar a pressão no ponto 4, é necessário avaliar se o escoamento é ou não bloqueado. Com um procedimento numérico simples, é possível, com o título calculado com o auxílio da Eq. (9), encontrar a pressão para a qual a entropia é máxima (condição de fluxo bloqueado: para o escoamento de Fanno, quando a entropia é máxima, o escoamento atinge Mach = 1, e o fluido não pode ser acelerado além desta velocidade). Se esta pressão, chamada pressão de bloqueio, for inferior à pressão de evaporação ( $p_3$ ), então não ocorre bloqueio, e  $p_4$  é igual a  $p_3$ . Caso contrário,  $p_4$  será a pressão de bloqueio calculada.

O fator de fricção médio é calculado de acordo com o modelo apresentado por Erth (1970). Este modelo, apesar de não incluir a rugosidade do tubo como variável, foi o que apresentou melhor concordância com os dados experimentais obtidos. Além disso, o modelo calcula um fator médio para a região de fluxo bifásico, adequando-se à utilização na Eq. (7). Assim:

$$\bar{f}_{\text{bp}} = \frac{3,1}{Re^{0,5}} \cdot \exp \left[ \frac{(1 - x_i^{0,25})}{2,4} \right] \quad (10)$$

Re é calculado pela Eq. (6), com a viscosidade bifásica sendo calculada por

$$\mu_{tp} = x_i \cdot \mu_{v,i} + (1 - x_i) \cdot \mu_{l,i} \quad (11)$$

onde o índice *i* refere-se às condições de entrada do tubo capilar. No caso de líquido sub-resfriado à entrada do capilar,  $x_i$  será sempre igual a zero.

As propriedades termofísicas são calculadas de acordo com Reynolds (1979) e Gallagher et al. (1993).

**Esquema de Solução.** O modelo apresentado pode ser utilizado com dois propósitos: para fins de projeto, onde se deseja saber o comprimento de tubo capilar necessário para um determinado fluxo de massa desejado; e para fins de simulação de sistemas de refrigeração, onde se deseja saber o fluxo de massa gerado por um determinado capilar, funcionando sob determinadas condições de operação.

No primeiro caso, as equações anteriores são resolvidas uma única vez, determinando-se o comprimento do tubo capilar pela soma de  $L_{sp}$  e  $L_{tp}$ .

No segundo caso, o processo é iterativo, devido à interdependência entre o cálculo dos fatores de fricção e da pressão dinâmica na entrada com o fluxo de massa. Desta maneira, é necessário arbitrar-se um fluxo de massa, calcular o comprimento e compará-lo com o comprimento de projeto dado. A massa é reestimada de acordo com a diferença entre os comprimentos, e o processo é reinicializado, até a convergência.

#### OBTENÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Melo et al. (1992) salientaram a importância de se gerar informações experimentais confiáveis no que se refere ao escoamento em tubos capilares, como requisito imprescindível para se obter modelos numéricos mais confiáveis. Com esta intenção, foi desenvolvido um aparato experimental, onde 6 diferentes capilares, utilizando 3 diferentes refrigerantes (CFC-12, HFC-134a e HC-600a) foram testados em uma ampla gama de condições operacionais (Melo et al., 1993 e Melo et al., 1994a).

As características geométricas dos tubos testados, quais sejam, comprimento, diâmetro interno e rugosidade, foram medidos com grande cuidado. Foram testados tubos com comprimento de 2 e 3 m, e diâmetros nominais entre 0,7 e 1,0 mm. A rugosidade das paredes internas dos tubos variou entre 0,6 e 0,75  $\mu\text{m}$ . As incertezas de medição foram da ordem de  $\pm 1,0$  mm para a medição do comprimento,  $\pm 0,02$  mm para a medição do diâmetro e  $\pm 0,01$   $\mu\text{m}$  para a medição da rugosidade.

O aparato experimental consiste de um sistema de refrigeração completo, dotado de 2 compressores herméticos, um condensador refrigerado a água, um evaporador e o capilar. Separadores e filtros de óleo garantiram a ausência de qualquer vestígio de óleo no escoamento através do capilar. Procedimentos cuidadosos na montagem e operação do aparato garantiram um grau de pureza dos refrigerantes superior a 99,5 % em todos os testes.

Dois transdutores de pressão absoluta foram usados para medir as pressões de entrada e saída do capilar, com uma incerteza de medição máxima de  $\pm 0,02$  bar. Termopares tipo T, com uma incerteza de medição de  $\pm 0,2$  °C, foram utilizados para medir as temperaturas de entrada e saída do capilar. O termopar à entrada é situado dentro do fluxo, a aproximadamente 5 mm daquela. O fluxo de massa através do capilar foi medido com um fluxímetro tipo Coriolis, com uma incerteza de medição de  $\pm 0,03$  kg/h. Todas

as medições são efetuadas e gravadas por um sistema de aquisição de sinais totalmente automatizado.

Todos os testes foram realizados em regime permanente, com condição de líquido sub-resfriado na entrada e fluxo bloqueado na saída. As pressões de condensação testadas variaram entre 7 e 18 bar, dependendo do refrigerante. O grau de subresfriamento à entrada variou entre 2 e 14 °C.

Todo o procedimento experimental é apresentado e analisado com maiores detalhes em um outro trabalho apresentado pelos autores neste mesmo evento (Melo et al., 1994b).

#### VALIDAÇÃO DO MODELO TEÓRICO

No contexto do programa experimental foram gerados mais de 700 pontos experimentais (288 para o CFC-12, 245 para o HFC-134a e 189 para o HC-600a). Na consideração dos autores, este trabalho, com 6 geometrias diferentes, 3 tipos de refrigerantes e uma ampla gama de condições de operação, é o mais completo banco de dados sobre escoamento em tubos capilares, notadamente no que diz respeito às características geométricas dos tubos, principalmente o diâmetro interno, de grande influência nos resultados (Melo et al., 1992 e Melo et al., 1994b).

Na Figura 2, mostra-se a comparação entre os valores de fluxo de massa calculados pelo programa computacional, e os valores experimentais, para o CFC-12. Aproximadamente 90% dos pontos apresentam erro menor que 10%. Este critério de 10% foi estabelecido com base nas incertezas de medição, incertezas associadas ao cálculo das propriedades termofísicas, e principalmente por levar em consideração que o modelo teórico apresenta simplificações.

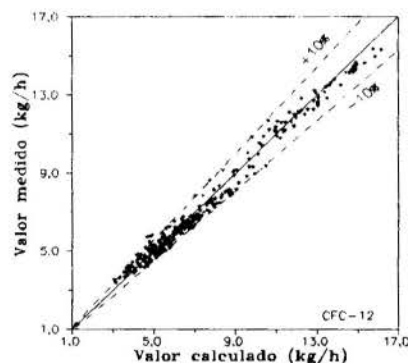


Figura 2. Fluxo de massa medido vs. calculado (CFC-12).

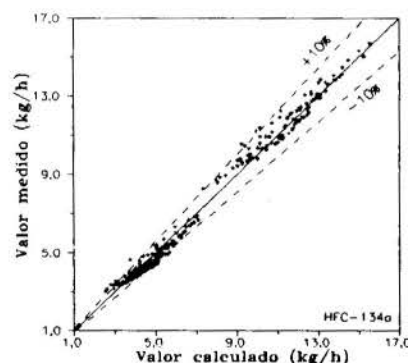


Figura 3. Fluxo de massa medido vs. calculado (HFC-134a).

A Figura 3 apresenta a mesma comparação, para o HFC-134a. Aproximadamente 88% dos pontos estão dentro da faixa de

10% de erro.

A Figura 4 apresenta a comparação para o HC-600a, onde se verifica que aproximadamente 75% dos pontos estão dentro da faixa de erro estipulada.

Pode ser observado nas figuras que o modelo computacional tende a subestimar os valores mais baixos de fluxo de massa. Este fenômeno é devido, principalmente, ao modelo do fator de fricção na região bifásica utilizado.

Pode ser também observado que a concordância do modelo não é tão boa para o HC-600a. Novamente, este fenômeno está correlacionado ao modelo do fator de fricção. Erth (1970) obteve sua correlação a partir de dados experimentais obtidos com CFC-12 apenas. No caso do HFC-134a a correlação apresenta boa concordância, pois este refrigerante apresenta propriedades termodinâmicas próximas às do CFC-12.

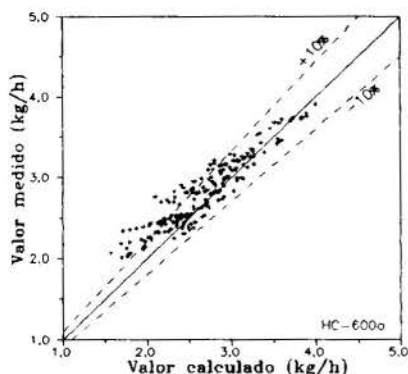


Figura 4. Fluxo de massa medido vs. calculado (HC-600a).

## CONCLUSÕES

A concordância entre os dados experimentais e o modelo teórico apresentado mostrou-se razoavelmente boa. É necessário, entretanto, estudos mais aprofundados, particularmente sobre o fator de fricção no escoamento bifásico, para se incrementar a precisão do programa.

O programa experimental a que se referem Melo et al. (1993) continua em andamento, objetivando atualmente a obtenção das distribuições de temperatura e pressão ao longo do capilar. Desta forma, modelos mais refinados para o fator de fricção bifásico, e para o escoamento metaestável, poderão ser desenvolvidos.

## REFERÊNCIAS

- Bolstad, M. M. e Jordan, R. C., "Theory and Use of the Capillary Tube Expansion Device", Refrigerating Engineering, pp. 519-523 e p. 552, 1948.
- Churchill, S. W., "Friction-Factor Equation Spans all Fluid-Flow Regimes", Chemical Engineering, Vol. 84, pp. 91-92, 1977.
- Collier, J. G., "Convective Boiling and Condensation", McGraw-Hill Book Co., New York, 2nd Edition, 1981.
- Erth, R. A., "Two-Phase Flow in Refrigeration Capillary Tubes: Analysis and Prediction", Ph.D. Thesis, Purdue University, Lafayette, USA, 1970.
- Gallagher, J., McLinden, M., Morrison, G. e Huber, M., "NIST Thermodynamic Properties of Refrigerants and

Refrigerants Mixtures (REFPROP) Version 4.0", National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, USA, 1993.

- Koizumi, H. e Yokoyama, K., "Characteristics of Refrigerant Flow in a Capillary Tube", ASHRAE Transactions, Vol. 86, Part 2, pp. 19-27, 1980.
- Melo, C., Ferreira, R. T. S. e Pereira, R. H., "Modelling Adiabatic Capillary Tubes: A Critical Analysis", Proceedings of the IIR-Purdue Refrigeration Conference, pp. 113-122, West Lafayette, USA, 1992.
- Melo, C., Ferreira, R. T. S., Boabaid Neto, C. e Gonçalves, J. M., "Análise do Desempenho de Tubos Capilares - Parte I", Relatório de Pesquisa UFSC/EMBRACO, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, 1993.
- Melo, C., Ferreira, R. T. S., Boabaid Neto, C., Gonçalves, J. M., Pereira, R. H. e Thiessen, M. R., "Evaluation of HC-600a, HFC-134a and CFC-12 Mass Flow Rates Through Capillary Tubes", Proceedings of International Conference on New Applications of Natural Working Fluids in Refrigeration and Air Conditioning, Hannover, Germany, 1994a.
- Melo, C., Ferreira, R. T. S., Boabaid Neto, C., Gonçalves, J. M. e Thiessen, M. R., "Análise Experimental do Escoamento de CFC-12 e HFC-134a em Tubos Capilares", Anais do V Encontro Nacional de Ciências Térmicas, São Paulo, Brasil, 1994b.
- Mikol, E. P., "Adiabatic Single and Two-Phase Flow in Small Bore Tubes", ASHRAE Journal, pp. 75-86, 1963.
- Reynolds, W. C., "Thermodynamic Properties in S.I.", Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, 1979.
- Scott, T. C., "Flashing Refrigerant Flow in Small Bore Tubes", Ph.D. Thesis, University of Michigan, Ann Arbor, 1976.
- Whitesel, H. A., "Capillary Two-Phase Flow", Refrigerating Engineering, pp. 42-44 e pp. 98-99, 1957.

## ABSTRACT

*This work presents a numeric model for computational simulation of capillary tubes, employed as expansion devices in refrigeration systems. The equations and simplifying assumptions are presented and discussed. Experimental data, obtained for a variety of capillary tubes, employing CFC-12, HFC-134a and HC-600a as refrigerants, are used to validate the model. The differences between experimental data and computational results are discussed, in an attempt to identify topics for future work.*



## ESTUDO DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS REFRIGERANTES EM TUBOS CAPILARES NÃO ADIABÁTICOS COM TROCADOR DE CALOR DO TIPO TUBOS LATERAIS E TUBOS CONCÊNTRICOS

Autores: Marco A.S. de Paiva (1,2), Paulo Vodianitskaia (3), Alberto Hernandez Neto (1), Flávio A.S. Fiorelli (1), Otavio de Mattos Silveiras (1,2)  
(1) Universidade de São Paulo - Dep. Engenharia Mecânica.  
(2) IPT - Inst. de Pesquisas Tecnológicas do Est. de S.Paulo S.A.  
(3) Multibrás S.A. Eletrodomésticos.

### RESUMO

*Este trabalho apresenta um modelo matemático para a simulação do escoamento de fluidos refrigerantes em tubos capilares não adiabáticos. Trocadores de calor linha de sucção/tubo capilar do tipo tubos laterais e tubos concêntricos são considerados. São apresentados resultados de simulações numéricas usando CFC-12 e HFC-134a bem como alguns resultados experimentais preliminares obtidos em uma bancada de testes.*

### INTRODUÇÃO

O tubo capilar é o elemento de expansão comumente utilizado nos sistemas de refrigeração por compressão de vapor de pequeno porte, tais como refrigeradores, freezers e condicionadores de ar domésticos. Muito embora seja um componente estático de controle de vazão, o desempenho de um tubo capilar pode ser considerado muito bom quando a faixa de operação do sistema não é muito ampla (ASHRAE, 1988). Nesses casos, as vantagens que ele apresenta - simplicidade; inexistência de partes móveis; equalização de pressões durante as paradas, diminuindo o torque de partida do compressor; baixo custo; permite utilização de menor quantidade de fluido refrigerante - foram suficientes para torná-lo um componente bastante popular.

Os tubos capilares podem ser de dois tipos: os assim denominados tubos capilares "adiabáticos" e os "não adiabáticos". Muito embora essas designações não sejam muito precisas, elas indicam os casos em que o tubo capilar troca ou não calor com a linha de sucção. O uso de um trocador de calor entre o tubo capilar e a linha de sucção pode aumentar o coeficiente de eficácia do ciclo, dependendo do fluido de trabalho (Domansky e Didion, 1992), o que de fato ocorre no caso dos refrigeradores e freezers domésticos. Os trocadores de calor usualmente não são colocados em toda a extensão do tubo capilar, podendo existir um trecho de tubo capilar "adiabático" em cada extremidade.

Durante muito tempo os tubos capilares foram dimensionados por métodos carregados de empirismo. Ainda hoje é comum o uso de processos híbridos de seleção, utilizando-se por exemplo o método gráfico da ASHRAE para uma pré-seleção, seguindo-se o ajuste fino através de múltiplos ensaios experimentais. Tais metodologias são trabalhosas, além de serem limitadas, principalmente no caso de uso do trocador de calor, quando o número de variáveis independentes envolvidas é maior. O uso de modelos matemáticos, e os simuladores matemáticos deles decorrentes, permite aprimorar tais procedimentos, ao mesmo tempo em que facilita a simulação matemática de todo o sistema de refrigeração.

Não obstante o tubo capilar seja um elemento de construção simples, os fenômenos físicos que ocorrem no escoamento em seu interior são relativamente complexos. Há escoamento monofásico, bifásico, podendo ocorrer inclusive que condições críticas no escoamento bifásico sejam atingidas. A existência de um atraso para o início de vaporização pode aumentar a complexidade do problema. Quando é utilizado o trocador de calor tubo capilar/linha de sucção, o escoamento com "flashing" e perda de calor simultâneos confere características inusitadas ao fenômeno, algo pouco estudado na área de escoamento e transferência de calor bifásicos.

Dois tipos de trocadores de calor usados em tubos capilares são analisados no presente trabalho: o de tubos laterais, em que o tubo capilar é soldado lateralmente à linha de sucção, e o de tubos concêntricos, em que o tubo capilar é montado internamente à linha de sucção, concepção esta

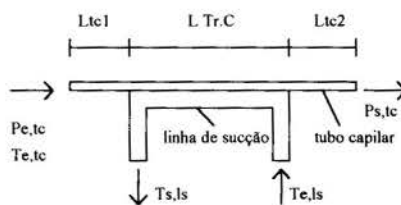


Figura 1. Vista longitudinal do trocador de calor de tubos laterais.

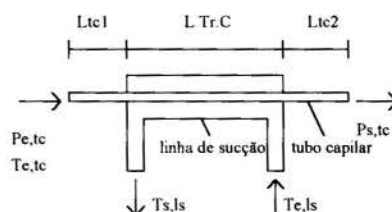


Figura 2. vista longitudinal do trocador de calor de tubos concêntricos.

muito utilizada no Brasil. Sobre esta última concepção não foi encontrada qualquer informação relevante na literatura, sendo este talvez um trabalho pioneiro.

Nos itens a seguir apresenta-se de forma sucinta os modelos matemáticos desenvolvidos para a simulação do escoamento em tubos capilares adiabáticos e não adiabáticos, usando os dois tipos de trocador de calor acima mencionados. Resultados numéricos comparativos são analisados.

Tendo em vista que o CFC-12 deverá ser proximamente substituído, em virtude dos acordos internacionais que determinaram prazos para substituição das substâncias que agredem a camada de ozônio da Terra, analisa-se também o efeito do uso de HFC-134a no desempenho do tubo capilar.

Para validar o modelo numérico, foi construída uma unidade experimental que permite a realização de testes com tubos capilares adiabáticos e não adiabáticos. Resultados de testes preliminares obtidos com tubo capilar adiabático são também apresentados, comparando-se com os resultados obtidos numericamente.

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O primeiro trabalho relevante na análise de tubos capilares é devido a Bolstad e Jordan (1949). Os pesquisadores realizaram vários testes experimentais em tubos capilares adiabáticos e não adiabáticos que permitiram a elaboração de curvas de desempenho (vazão x temperatura de início de "flashing") para um conjunto amplo de parâmetros geométricos e de operação. Foram apresentadas as equações que governam o processo (caso adiabático), mas não houve tentativa de comparação modelo x experimento.

Hopkins (1950) e Whitesel (1957a, 1957b) desenvolveram metodologias que serviram posteriormente como referência na criação do método gráfico da ASHRAE. O trabalho de Whitesel teve a preocupação fundamental de estudar teórica e experimentalmente a região de escoamento bifásico de tubos capilares adiabáticos, determinando equações para o fator de atrito médio em função do título e pressão de entrada. Dada a escassez de recursos computacionais da época, Whitesel fez algumas aproximações no cálculo de propriedades, provocando certa imprecisão nos resultados.

Christensen e Jorgensen (1967) realizaram experimentos com tubos capilares não adiabáticos, analisando a influência de vários parâmetros, entre os quais o posicionamento do trocador de calor.

Erth (1969) realizou um trabalho de compilação dos resultados experimentais de Bolstad, do grupo do Battelle Memorial Institute e de Whitesel e propôs um modelo analítico que segue basicamente o equacionamento de Whitesel. As equações para o cálculo do fator de atrito de Whitesel foram generalizadas e, posteriormente, em função dos dados experimentais, especializadas. Dispondo de recursos computacionais adequados, as simplificações de Whitesel foram abandonadas. Utilizando valores mais precisos para as propriedades dos fluidos, o resultado foi um método aprimorado.

Pate (1982) desenvolveu aquele que talvez seja, até o momento, o mais completo estudo de tubos capilares não adiabáticos. Realizando um conjunto amplo de ensaios experimentais, testou a validade de várias equações para o fator de atrito bifásico e monofásico, fluxo mássico bifásico crítico e coeficientes de transferência de calor, incorporando ao seu modelo matemático as equações mais convenientes. A grande sensibilidade do resultado à posição de início de "flashing" levou Pate a propor o modelo de "variação linear do título".

Li et al. (1991) propuseram um modelo para tubos capilares adiabáticos onde a velocidade de deslizamento entre as fases foi considerada, utilizando também modelos mais elaborados para a quantificação do atraso de vaporização.

Yan e Wang (1991) desenvolveram um modelo para tubos capilares não adiabáticos, cujos resultados mostram a possibilidade de ocorrência de um fenômeno curioso, qual seja, a diminuição do título ao longo do trocador de calor (condensação ao invés de "flashing"), o que provoca grandes instabilidades no escoamento.

Schulz (1985) apresentou uma ampla revisão bibliográfica sobre o estudo de tubos capilares, referenciando a grande maioria dos trabalhos efetuados sobre o assunto.

Não obstante a grande quantidade de trabalhos publicados, a questão de desenvolvimento de modelos teóricos para o projeto e simulação de tubos capilares adiabáticos e não adiabáticos não está até o momento plenamente resolvida. Os assuntos que preocupam os pesquisadores atualmente estão relacionados entre outros, ao tipo de escoamento bifásico, fator de atrito bifásico, atraso de vaporização, velocidade crítica e coeficientes de transferência de calor.

Em relação ao tipo de escoamento no tubo capilar, a grande maioria dos trabalhos publicados propõe escoamento homogêneo na região bifásica, que é compatível com os altos valores de fluxo mássico existentes. Essa hipótese é corroborada pelas observações visuais de Mikol e Dudley (1964) e por Pate (1982), que localizou seus experimentos em vários mapas de escoamento bifásico. Li et al. (1991), usando o modelo de "drift flux", obtiveram resultados em que as relações entre as velocidades de deslizamento e as velocidades médias são inferiores a 0,07, confirmando a hipótese da homogeneidade.

Em relação ao fator de atrito, Mikol e Dudley (1964), usando valores de rugosidade relativa medidos e os resultados de seus experimentos, mostraram a validade da aplicação dos resultados de Moody

para o fator de atrito no escoamento de líquido no interior dos tubos capilares rugosos. Para o fator de atrito bifásico, a questão é bastante mais complexa. Pate (1982), baseado em resultados experimentais, mostrou que o uso da expressão do fator de atrito monofásico, em conjunto com uma viscosidade média de mistura calculada pela fórmula de Dukler ou McAdams produzia resultados adequados. Lin et al. (1991) propuseram uma equação alternativa a essas duas equações, devendo-se observar, contudo, que, considerando apenas os resultados publicados, não é perfeitamente evidente o aprimoramento introduzido sobre a equação de McAdams.

Quanto ao atraso do início de vaporização, a questão é ainda hoje controversa. Grande parte dos trabalhos experimentais com tubos capilares adiabáticos detectou a ocorrência desse fenômeno, ao contrário do observado por Bolstad. Os resultados experimentais de Pate (1982) em tubos capilares não adiabáticos não oferecem evidências do atraso de vaporização. Chen et al. (1990), baseados em resultados experimentais, propuseram um modelo para o cálculo do grau de superaquecimento do líquido no escoamento adiabático de R-12 no interior de tubos.

A velocidade crítica bifásica é outra variável que também pode influenciar significativamente o comportamento do tubo capilar. Ao contrário do escoamento monofásico, para o escoamento bifásico o assunto é bastante controverso. Pate (1982) comparou valores experimentais com os obtidos analiticamente através de vários modelos existentes na literatura e concluiu que, para a faixa de valores estudada, o modelo de equilíbrio homogêneo isocentrópico apresentava boa concordância.

No caso de tubos capilares não adiabáticos, os coeficientes de transferência de calor são também importantes. Enquanto a perda de pressão provoca o aumento do título no tubo capilar, a perda de calor do tubo capilar para a linha de sucção contribui para sua diminuição, ou seja, os dois fenômenos competem entre si. Felizmente o coeficiente global local de transferência de calor é amplamente dominado pelo coeficiente de convecção do lado da linha de sucção, que é o de mais fácil determinação. Dessa forma, para o tubo capilar, na região de escoamento bifásico, é comum a utilização de modelos simplificados para o cálculo do coeficiente de transferência de calor. Pate, por exemplo, utiliza um modelo em que a velocidade é a da mistura e as propriedades são as do líquido.

## MODELO MATEMÁTICO

As hipóteses adotadas para o modelo matemático desenvolvido são: escoamento bifásico homogêneo, regime permanente, equilíbrio estável entre as fases, fluido puro (sem óleo), escoamento horizontal, sem condução axial de calor através das paredes dos tubos. Para trocadores de calor do tipo tubos concêntricos, as equações de conservação - conservação de massa, quantidade de movimento e energia para o tubo capilar (TC), conservação de energia na linha de sucção (LS), balanço de energia para a parede do TC e para a parede da LS - são apresentadas a seguir:

$$\frac{dG_{tc}}{dz} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dP_{tc}}{dz} = -\frac{f_{tc} G_{tc}^2 v_{tc}}{2 D_{i,tc}} - G_{tc}^2 \frac{dv_{tc}}{dz} \quad (2)$$

$$\frac{dH_{tc}}{dz} = -\frac{h_{tc} \pi D_{i,tc} (T_{tc} - T_{w,tc})}{M_{tc}} - v_{tc} G_{tc}^2 \frac{dv_{tc}}{dz} \quad (3)$$

$$\frac{dT_{ls}}{dz} = \frac{h_{o,ls} \pi D_{i,ls} (T_{ls} - T_{w,ls}) - h_{i,ls} \pi D_{o,tc} (T_{w,tc} - T_{ls})}{M_{ls} \dot{C} p_{ls}} \quad (4)$$

$$T_{w,tc} = \frac{h_{tc} D_{i,tc} T_{tc} + h_{i,ls} D_{o,tc} T_{ls}}{h_{tc} D_{i,tc} + h_{i,ls} D_{o,tc}} \quad (5)$$

$$T_{w,ls} = \frac{h_{o,ls} \pi D_{i,ls} T_{ls} + UA'_{amb,ls} T_{amb}}{h_{o,ls} \pi D_{i,ls} + UA'_{amb,ls}} \quad (6)$$

onde, as variáveis  $H_{tc}$  e  $UA_{amb,ls}^*$  representam respectivamente a entalpia específica do fluido refrigerante no tubo capilar e o coeficiente de troca de calor por unidade de comprimento entre a parede da LS e o ambiente.  $H_{tc}$  e  $v_{tc}$  são valores médios ponderados pelas frações mássicas das fases na seção considerada. As equações anteriores são válidas para escoamento na fase líquida ou escoamento bifásico e podem ser especializadas para cada caso. Com algumas modificações podem ser obtidas também as equações para o caso de tubo capilar adiabático.

Para o cálculo das propriedades termodinâmicas do CFC-12 e do HFC-134a, a equação de Martin-Hou é utilizada. Para cálculo das propriedades de transporte, os dados do ASHRAE Handbook (1993) são interpolados.

O coeficiente  $h_{tc}$  para o escoamento de líquido é calculado pela equação de Dittus-Boelter:

$$Nu_{tc} = 0,023 Re_{tc}^{0,8} Pr_{tc}^n \quad (7)$$

onde,  $n$  é 0,4 para aquecimento e 0,3 para resfriamento. Para o caso de escoamento bifásico, a equação anterior é modificada, usando-se a velocidade da mistura e as propriedades do fluido (Pate, 1982):

$$Nu_{tc} = \frac{h_{tc} D_{i,tc}}{k_{l,tc}} = 0,023 Re_{l,tc}^{0,8} Pr_{l,tc}^n \left( \frac{1 - x_{tc}}{1 - \alpha_{tc}} \right)^{0,8} \quad (8)$$

onde, para escoamento homogêneo:

$$\alpha_{tc} = \frac{x_{tc} v_{v,tc}}{v_{tc}} \quad (9)$$

Para o cálculo de  $G_{crit}$ , o modelo de equilíbrio homogêneo isoentrópico é adotado, em concordância com hipóteses anteriormente admitidas. O modelo de variação linear do título não foi utilizado, visto que ele não representa efetivamente uma restrição física.

Equações similares foram utilizadas no desenvolvimento do modelo matemático para o caso de trocador de calor de tubos lado-a-lado, mas em virtude do espaço disponível não são aqui apresentadas.

Usando o modelo matemático acima apresentado, foi desenvolvido um algoritmo que permite o projeto do TC (cálculo de  $L_{tc}$ ) e a simulação de desempenho (cálculo de  $M_{tc}$ ). Nos dois casos os cálculos são iterativos. Na versão de projeto, as equações diferenciais são integradas até que  $P_{s,tc}$  ou condições críticas de escoamento sejam obtidas, resultando o comprimento do TC requerido. A variável  $T_{s,ls}$  deve ser convergida a fim de permitir a obtenção do valor de  $T_{e,ls}$  fixado (observar que essa condição inicial encontra-se em extremo oposto ao ponto de início de integração). Na versão de simulação, duas variáveis devem ser convergidas,  $T_{s,ls}$  e  $M_{tc}$ , as quais devem levar à obtenção de  $T_{e,ls}$  e  $L_{tc}$  fixados. O tempo de execução pode algumas vezes ser elevado, mas o algoritmo foi desenvolvido para evitar instabilidade.

## BANCADA EXPERIMENTAL

A fim de validar o modelo matemático, uma bancada experimental foi construída. Fluido refrigerante é armazenado em um reservatório a alta pressão e flui através do tubo capilar para um reservatório a baixa pressão. Os ensaios ocorrem em processo "batch" e sua duração é limitada pela capacidade dos reservatórios.

As variáveis medidas são:  $P_{e,tc}$ ,  $P_{s,tc}$ ,  $T_{e,tc}$ , temperaturas de parede do TC e na LS ao longo do trocador de calor,  $T_{e,ls}$ ,  $T_{s,ls}$ ,  $M_{tc}$ ,  $M_{ls}$ . A fim de que o perfil de temperatura fossem medidos ao longo do trocador de calor, optou-se por substituir o vapor de fluido refrigerante por ar na LS. Considerando também as dificuldades impostas pela configuração do trocador de calor (tubos concêntricos), a LS teve que ser cortada longitudinalmente e dividida em duas partes. A vazão de ar e o diâmetro da LS tiveram que ser alterados para garantir similaridade com o caso de escoamento de vapor de fluido refrigerante.

O diâmetro interno do tubo capilar foi medido de duas formas: por projeção de perfis de algumas seções e através de enchimento com Hg líquido. A diferença entre os valores médios obtidos foi inferior a 1%.

Usando escoamento de água líquida, foram feitas várias medições de perda de pressão no TC. Para escoamento laminar, houve uma excelente concordância entre os fatores de atrito teóricos e experimentais. Para escoamento turbulento, os ensaios permitiram obter o valor da rugosidade relativa equivalente.

Também foram feitas medições para medir o coeficiente de transferência de calor na passagem anular (LS). Os valores experimentais obtidos foram até 15% superiores aos encontrados na literatura.

Até o momento apenas testes com tubo capilar adiabático foram realizados.

## RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS

A figura 3 apresenta resultados numéricos para TC com trocadores de calor do tipo tubos laterais e tubos concêntricos usando CFC-12 e HFC-134a. Os casos analisados correspondem a alguns dos testes realizados por Christensen e Jorgensen (1967) com CFC-12, tubos laterais. A figura 4 apresenta uma comparação entre resultados experimentais da própria bancada e resultados numéricos para o caso de tubos capilares adiabáticos.

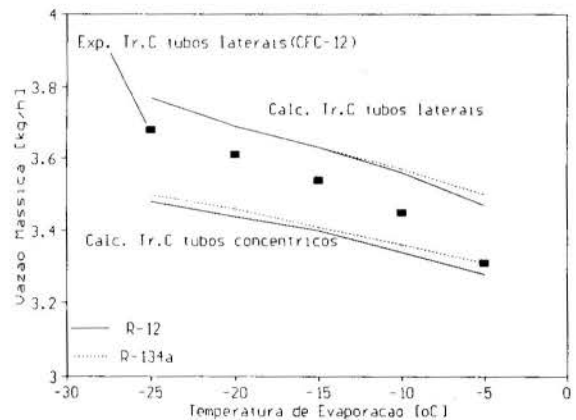


Figura 3. Comparação entre os resultados numéricos para dois tipos de trocador de calor e destes com os resultados experimentais de Christensen e Jorgensen (1967). Condições:  $T_{cond} = 40$  °C, grau subr. = 15 °C,  $T_{e,ls} = T_{evap} + 10$  °C,  $D_{i,tc} = 0,71$  mm,  $D_{ls} = 8,325$  mm,  $L_{tc} - L_{tr,c} - L_{tc} = 0,85$  m - 3,15 m.

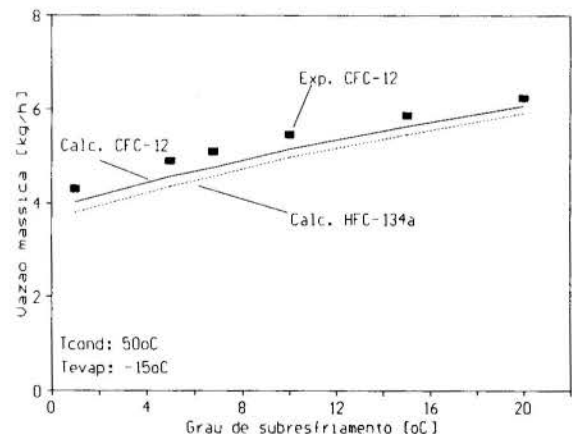


Figura 4. Comparação entre resultados experimentais (própria bancada) e resultados numéricos para tubo capilar adiabático.

## CONCLUSÕES

Para tubos capilares não adiabáticos, alguns resultados numéricos foram apresentados para um caso particular. O efeito da pressão de evaporação foi analisado e, como esperado, existe uma diminuição da vazão em massa com o aumento da pressão de evaporação (escoamento não bloqueado). Para o caso de tubos laterais, os resultados numéricos são em média cerca de 3 % maiores que os obtidos experimentalmente por Christensen e Jorgensen (1967). Quando se compara os resultados numéricos para os dois tipos de trocadores de calor, observa-se que a vazão mássica para o caso de tubos concêntricos é cerca de 6 % menor do que a obtida para tubos laterais. Esse resultado era esperado, visto que a área de troca de calor no trocador de calor de tubos laterais é menor. Para os casos analisados na figura 3, a mudança de fluido para HFC-134a provoca um aumento de vazão muito pequeno.

Para tubos capilares adiabáticos, para o caso analisado os resultados numéricos de vazão em massa são em média cerca de 7 % menores que os experimentais. Quando CFC-12 é substituído por HFC-134a, a vazão mássica decresce em até 5,5 %, as maiores diferenças ocorrendo para pequenos graus de subresfriamento.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Multibrás S.A. Eletrodomésticos pelo suporte dado à pesquisa realizada.

## BIBLIOGRAFIA

- ASHRAE Handbook of Fundamentals, 1993.
- ASHRAE Handbook of Equipment, pp. 20.19-20.28, 1983.
- Bolstad, M.M. & Jordan, R.C., "Theory and use of the capillary tube expansion device, part II, non-adiabatic flow", *Refr. Eng.*, Vol. 57, n° 6, pp. 577-583, 1949.
- Chen, Z. H. et al, "A correlation for metastable flow of refrigerant 12 through capillary tubes", *ASHRAE Trans.*, Vol. 96, Part 1, pp. 550-554, 1990.
- Christensen, L.B. & Jorgensen, H.P., "Flow resistance of capillary tube heat exchanger, *XII Int. Cong. of Refr.*, pp. 1069-1077, 1967.
- Domansky, P.A., Didion, D.A., "Evaluation of Suction Line-Liquid Line Heat Exchange in the Refrigeration Cycle", *Int. Ref. Conference*, pp. 131-139, Purdue, 1992.
- Erth, R.A., "Two-phase flow in refrigeration capillary tubes: analysis and prediction", Ph.D. Thesis, Purdue Un., 1969.
- Hopkins, N.E., "Rating the restrictor tube - Method of determining flow capacities for Freon-12 and Freon-22", *Refr. Eng.*, Vol. 58, n° 11, pp. 1087-1095, 1950.
- Kakaç, S. et al, "Handbook of single-phase convective heat transfer", J.Wiley, 1987.
- Li, R.Y. et al, "Numerical modelling of thermodynamic non-equilibrium flow of refrigerant through capillary tubes", *ASHRAE Trans.*, pp. 542-549, 1991.
- Lin, S. et al., "Local frictional pressure drop during vaporization of R-12 through capillary tubes", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 17, n° 1, pp. 95-102, 1991.
- Mikol, E.P. & Dudley, J.C., "A visual and photographic study of the inception of vaporization in adiabatic flow", *Journal of Basic Eng.*, pp. 257-264, Jun., 1964.
- Paiva, M.A.S., Vodianitskaia, P., Hernandez, A.N., Silveira, O.M., Fiorelli, F.A.S., "The Behavior of Lateral and Concentric Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers Using CFC-12 and HFC-134a", *International Refrigeration Conference*, Purdue, 1994.
- Pate, M.B., "A theoretical and experimental analysis of capillary tube-suction line heat exchangers", PhD Thesis, Purdue University, 1982.
- Schulz, V.W., "State of the art: The capillary tube, for, and in, vapor compression systems", *ASHRAE Trans.*, Part 1A, pp. 92-105 (1985).
- Whitesel, H.A., "Capillary two-phase flow", *Refr. Eng.*, Vol. 65, n° 4, pp. 42-44 e 98-99, 1957a.
- Whitesel, H.A., "Capillary two-phase flow - Part II", *Refr. Eng.*, Vol. 65, n° 9, pp. 35-40, 1957b.

- Yan, Q. & Wang, X.L., "Studies on the behaviour of capillary tubes in small refrigerant systems", *XVIII Int. Cong. of Refr.*, Canada, 1991.

## ABSTRACT

This work presents a mathematical model for the flow through non-adiabatic capillary tubes. Lateral and concentric capillary tube-suction line heat exchangers are considered. Results for numerical simulation using CFC-12 and HFC-134a as well as the characteristics and some preliminary data obtained on an experimental apparatus are presented.



## ANALYSIS OF THE THERMAL BEHAVIOR OF WALLS AND ROOFS

Authors: Alberto Hernandez Neto(1,2), Marcos de M.  
Pimenta(1)

(1) Escola Politécnica - USP

(2) Instituto Brasileiro do Frio (IBF)

### Abstract

*This article analyses and compares two calculations models of heat flux through structural elements: the transfer function and the thermal response factors model. For the latter one, an analysis of sensibility is developed for the variation of the physical properties ( density, specific heat and thermal conductivity) of the materials of each layer of structural elements. This analysis allows to verify the influence of these properties in the dinamical behavior of the heat flux profiles.*

### INTRODUCTION

In the design of air conditioning systems, the evaluation of the dynamic behavior of the cooling load in conditioned rooms is essential. The heat flux through walls and roofs is one of the most important to consider in this evaluation. These fluxes result from the sol-air temperature. Its profile is very close to a senoidal curve in a typical day. Considering the thermal behavior of the walls and roofs, the sol-air temperature profile can be seen as an excitation function and the heat flux that pass through them as a response function. Therefore, values of frequency and amplitude can be associate to these heat fluxes and sol-air temperature profiles. The structural elements impose to the heat flux profiles a certain delay and decrease of the peak values.

There are several models available in the open literature to evaluate this thermal behavior. Two of them have a large use: the transfer function and the thermal response factors models.

### MODELS CHARACTERISTICS

We will start with the transfer function model, used by ASHRAE(1989) for cooling load calculations and for the elaboration of tables to be used in simplified calculations.

The conditioned room is a dynamic system. Thus, we can associate to it a response function that will represent the heat flux which should be removed from the system. In the same way, the sol-air temperature profile can be defined as an excitation function. The transfer function model allows the definition of a function which evaluate a response function for a given excitation. In order to evaluate the transfer function, the thermal properties of the walls and roofs should be known. The coefficients of this function are called weighting factors. The equation related to this model is presented below.

$$Q_{int}(t) = A \left[ \sum_{j=1}^n b_j (t_{sol-air}(t - n\delta)) + \sum_{j=1}^n d_j ((Q_{int}(t)/A)) + -t_{int} \sum_{j=1}^n c_j \right] \quad (1)$$

where  $b_j$ ,  $d_j$  and  $c_j$  are the weighting factors;  $Q_{int}(t)$  is the internal heat flux at the time  $t$ ;  $t_{int}$  is the internal temperature of the conditioned room;  $\delta$  is the fixed time interval;  $A$  represents the walls/roofs area;  $n$  is the number of weighting factors and  $t_{sol-air}(t)$  is the sol-air temperature. In the time  $t$ , the temperature is defined as :

$$t_{sol-air}(t) = t_{ext}(t) + \alpha I_t(t) / h_{ext} - \epsilon \delta R / h_{ext} \quad (2)$$

where  $t_{ext}(t)$  is the external air temperature at the time  $t$ ;  $I_t(t)$  is the total solar radiation flux at the time  $t$ ;  $h_{ext}$  is the external convective heat transfer coefficient;  $\alpha$  is the walls/roofs thermal difusity;  $\epsilon$  is the walls/roofs emissivity.  $\delta R$  is a constant for the diffuse radiation from the sky, which has as typical values 0 W/m<sup>2</sup> for vertical surfaces and 63 W/m<sup>2</sup> for horizontal surfaces; values as defined by ASHRAE(1989).

For a determined element, the weighting factors are presented in tables that can be found in the ASHRAE handbooks(1989). The profile of sol-air temperature are also calculated by tables of the ASHRAE handbook or softwares such as that made by Posata(1988). The calculation procedure uses the Eq. 1 for one-hour interval and it is repeated for a 24-hour cycle. For each cycle, the heat flux profile is compared for consecutive cycles until the difference between heat fluxes in each hour is less than a pre-fixed value.

This model is largely used, in spite of having some restrictions. The tables that gives the weighting factors are developed for materials used in the United States. The ASHRAE handbook shows procedures that make some corrections for different elements but similar to those in the tables. Besides, changing the materials of a wall or roof is not easy. This happens because the weighting factors are calculated for fixed structural elements. In this case, it is necessary to recalculate the corrections for each factor.

The second model is the thermal response factors model presented by Stephenson et al (1967). This model also analyses the thermal behavior of the conditioned room, but using different equations for that. An analytical solution for the heat conduction is made for each layer of the element. The boundary conditions for this solution are: same heat fluxes and surface temperatures between the layers. A profile of the layer temperature can be calculated in the time and space domain. A triangular unitary pulse is used as an excitation function. The problem is analytically solved using the concepts of the Laplace Transform and the Inversion Theorem as shown by Vittorino (1988). The heat flux profile is calculated for a fixed interval of 1 hour. These profiles are called thermal response factors.

In this model, the external heat flux for each structural element can be calculated by:

$$Q_{\text{ext}}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} Y(j) * T_{\text{int}}(t-j) + \sum_{j=0}^{\infty} Z(j) * T_{\text{ext}}(t-j) \quad (3)$$

and the internal heat flux for each structural element can be calculated by:

$$Q_{\text{int}}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} X(j) * T_{\text{int}}(t-j) + \sum_{j=0}^{\infty} Y(j) * T_{\text{ext}}(t-j) \quad (4)$$

where  $X(j)$ ,  $Y(j)$ ,  $Z(j)$  are the thermal response factors of the  $j$  structural element;  $T_{\text{int}}(t-j)$  is the internal surface temperature in the time  $t-j$ ;  $T_{\text{ext}}(t-j)$  is the external surface temperature in the time  $t-j$ ;  $Q_{\text{ext}}(t)$  is the external heat flux in the time  $t$  and  $Q_{\text{int}}(t)$  is the internal heat flux in the time  $t$ .

#### MODELS COMPARISON

In order to compare the two models, the same excitation function is used, i.e., a profile of the sol-air temperature. These

profiles are calculated for 05 different latitudes (40°N, 20°N, 0°, 20°S, 40°S) and 08 typical wall orientation (north, northeast, east, southeast, south, southwest, west, northwest). This is done for making the range of results as wide as possible. Besides, the heat flux profiles calculations are made for different kinds of structural elements, divide in groups based in a criteria showed by ASHRAE (1989). This criteria define a room as light if its value of density per area, in the maximum, is 146 kg/m<sup>2</sup>. For medium rooms, this value can vary in the range of 146 to 340 kg/m<sup>2</sup> and the heavy ones from 340 to 630 kg/m<sup>2</sup>. Based on ASHRAE criteria, 12 walls and 12 roofs were chosen. It was chosen 04 lights, 04 medium and 04 heavy walls and roofs.

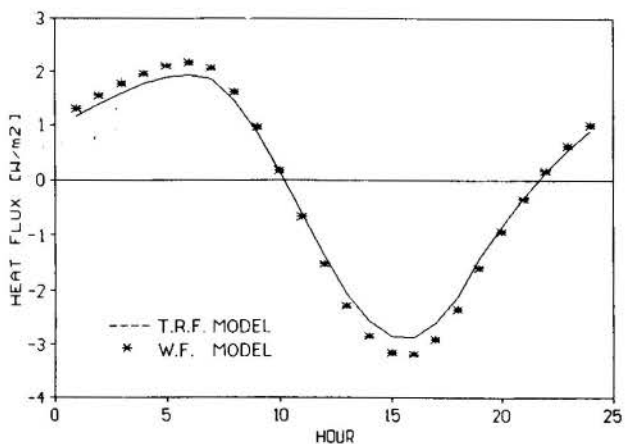


Figure 1. Comparison between the heat flux profiles calculated by the transfer function and thermal response factors models (light element).

For the same sol-air temperature profile, geographic position and wall orientation, the heat flux profile is calculated for the 24 chosen structural elements. A typical profile is shown in Fig. 1.

For the calculations made in this paper, the heat flux profile calculated by the transfer function model has peak values 10% higher, in the average, than those calculated by the thermal response factors. The observed difference occurs only because the models are based on different ways of evaluating the thermal behavior of the structural elements.

#### ANALYSIS OF SENSITIVITY

In civil construction, we can find a wide diversity of materials that are used as structural elements. These materials have variations in their manufacturing process. These variations, in the average, are in a range of +/-20 to 30% of the typical values of density, specific heat and thermal conductivity (Hernandez, 1993). Based on that, a study was conducted to evaluate their influence in the internal heat flux profile. The thermal response factors model is used for this study.

For the same 24 elements, variations of +/-30% were made in the values of the density, specific heat and the thermal conductivity.

Two parameters are analyzed. The first one is the delay of the heat flux peak, i.e., the difference between the time the heat flux peak occurs in the original profile and the time the peak occurs in the new structural

element, where one of the physical properties is varied. The second parameter is the percentual variation of the heat flux peak. This is the percentual variation between the peak of heat flux for a element which have a change in its physical properties and the peak of the original element. Typical results for the heat flux profile due to the physical properties variations are shown in figures 2, 3 and 4.

As it can be seen in figure 2, increases of 30% in the density of the materials produces an increase in the delay of 1,0 hour, with a small decrease in the peak (average value: 0,5%). In the case of decreasing the density in 30%, it can be observed that the delay decreases 1,0 hour.

Referring to the thermal conductivity (figure 3) increases of 30% in their values lead to an average decrease of the peak value of 5,3%. The opposite occurs when this property has their values reduced by 30%. There is no change in the delay value because of those variations.

Finally, for specific heat (figure 4), it can be observed a similar behavior as for the density variations.

This behavior can be explained by the definition of the thermal difusity, i.e.:

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (5)$$

where  $\alpha$  is the thermal difusity,  $k$  is the thermal conductivity,  $\rho$  is the density and  $C_p$  is the specific heat.

The thermal difusity is a property that can evaluate the heat transfer capacity that a certain material has. It gives us a relation between heat conduction ( $k$ ) and the heat storage of this material ( $\rho \cdot C_p$ ). Therefore, variations in the thermal conductivity produces variations in the heat conduction of this material, changing its difusity. This causes the observed variations in the peak values of the heat flux profiles in the structural elements.

Variations in the density or in the specific heat will affect the thermal storage of the materials. This can be observed in the modifications of the delay values in the heat flux profiles.

## CONCLUSIONS

The heat flux profiles calculated by the transfer function model are 10% higher than the ones calculated by the thermal response factors. This occurs only because of the different ways the two models treat the thermal behavior of the walls and roofs. The comparisons are made with the same structural element and external profile (sol-air temperature).

The sensitivity analysis using the thermal response factors model shows variations of 30% in the thermal conductivity values produces modifications of 5,3% (average) and slight changes in the delay values.

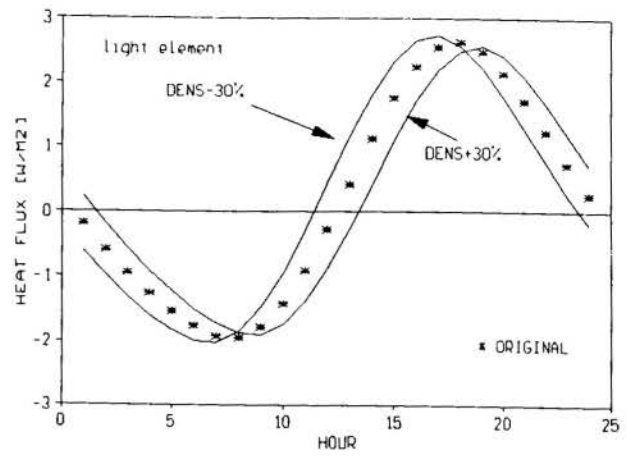


Figure 2. Comparison between the heat flux profile for the density variation in a structural element.

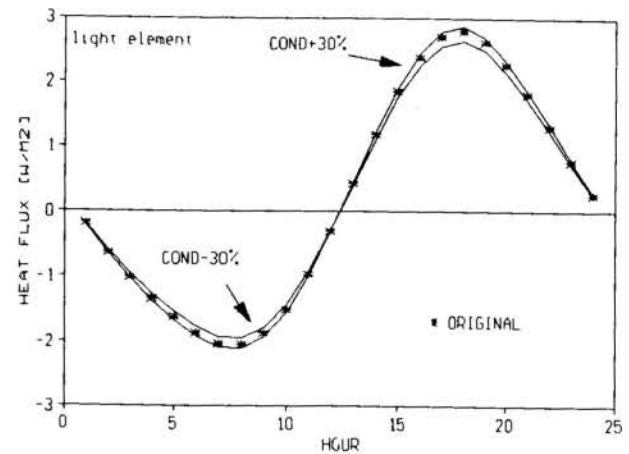


Figure 3. Comparison between the heat flux profile for the thermal conductivity variation in a structural element.

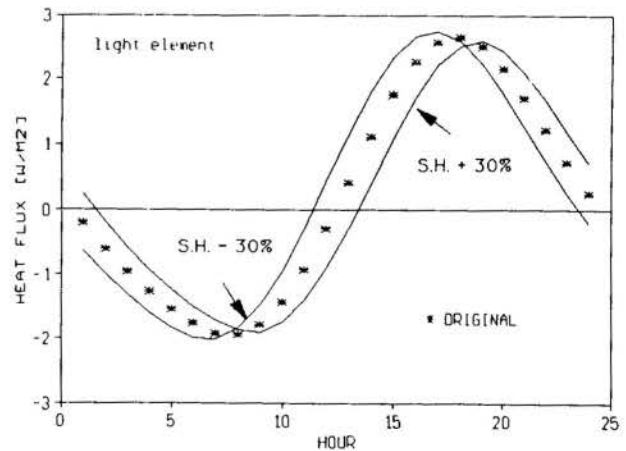


Figure 4. Comparison between the heat flux profile for the specific heat variation in a structural element.

For both the specific heat and the density, the thermal behavior is the same, i.e., the delay value is 1,0 hour and the peak value variations 0,5%, in the average, for +/-30% of variations on these properties. This behavior is the same for light, medium and

heavy walls and roofs. It can be observed that, for the 24 studied elements, the average variation is less than 0,1%. This demonstrates that the thermal behavior of the light, medium and heavy elements are similar.

The analysed properties ( $k$ ,  $\rho$  and  $C_p$ ) are all important for the analysis of the thermal behavior of a structural element. Each one of them contributes in a different way to change the heat flux profile that pass through the structural element. Consequently, this will change the heat flux profile that will contribute for the thermal load of the air conditioned room.

#### REFERENCES

- . ASHRAE, "Handbook of Fundamentals", 1989.
- . Hernandez, A. Neto, "Comparative Analysis of Methods for Cooling Load Calculations through Walls and Roofs", (in Portuguese), M.S. Thesis, University of Sao Paulo, Sao Paulo, SP, Brazil, 1993.
- . Posata, N., "Calculation of Solar Radiation Through Glass", (in Portuguese), B.S. Thesis, university of Sao Paulo, Sao Paulo, SP, 1988.
- . Stephenson, D.G., Mitalas, G.P., "Cooling Load calculations by Thermal Response Method", ASHRAE Transactions, Vol. II, pp. III.1.1 - III.1.7, 1967.
- . Vittorino, F., "Evaluation of Dynamic Behavior of Structures", (in Portuguese), B.S. Thesis, University of Sao Paulo, Sao Paulo, SP, 1988.



## Caracterização de um Sistema de Condicionamento de Ar por Adsorção em Ciclo Aberto Regenerado por Energia Solar

José Maurício Gurgel  
DTM/CT/LES/UFPB

### RESUMO

*O trabalho apresenta um sistema de condicionamento de ar por adsorção sólida funcionando em um ciclo aberto. O princípio básico de funcionamento de tal sistema consiste em utilizar um leito adsorvente para desumidificar ar circulante de um ambiente para em seguida resfriá-lo em um processo de umidificação adiabática. A regeneração do adsorvente é feita através do insuflamento de ar aquecido por energia solar. É apresentada uma caracterização geral do sistema com dados para o dimensionamento.*

### INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de sistemas de refrigeração e climatização com o uso da energia solar têm sido desenvolvido por diversos pesquisadores entre os quais: Collier (1979), Farber et al (1979), Jung et al (1985), Lenz et al (1985) e Saito (1985). O crescente interesse no desenvolvimento destes trabalhos é uma consequência direta do aumento das tarifas de energia elétrica. Como tais sistemas normalmente são baseados em processos de sorção e consequentemente não utilizam CFCs existe também uma pressão ambientalista para o seu desenvolvimento.

O Laboratório de Energia Solar da UFPB tem se dedicado a pesquisas em refrigeração solar por adsorção sólida desde 1983 (Kluppel & Gurgel, 1987) tendo já desenvolvido alguns protótipos de sistemas de refrigeração. Mais recentemente iniciou estudos visando a climatização de ambientes através de um sistema funcionando em ciclo aberto e usando adsorvente sólido tais como sílica-gel ou zeólitas.

A utilização da adsorção sólida é plenamente justificada por sua não toxicidade, sem problemas de cristalização e por possibilitar a regeneração a baixas temperaturas permitindo o uso da energia solar com tecnologia simples e barata de coletores planos.

O trabalho atualmente em desenvolvimento tem sido dividido basicamente em duas partes: Uma consistindo nos cálculos teóricos e modelização visando o dimensionamento do sistema e em outra, o ensaio em laboratório dos processos envolvidos como: escoamento em leitos porosos e umidificação do ar, que complementarão com dados experimentais a validade dos modelos em desenvolvimento auxiliando no correto desenvolvimento do sistema que deverá ter um protótipo construído.

Este trabalho descreve o princípio de funcionamento de um sistema de condicionamento de ar funcionando em um ciclo aberto com desumidificação de ar em um leito poroso de sílica-gel que é regenerada por energia solar. Os cálculos envolvidos para o dimensionamento são direcionados para um clima tropical úmido. Os dados mostrados aqui se referem à cidade João Pessoa, PB.

### DESCRIÇÃO DO SISTEMA

O sistema proposto é mostrado na figura 1 incluindo os procedimentos simultâneos dos ciclos de adsorção e dessorção. É composto basicamente por dois reatores (R) formando um leito poroso adsorvente de sílica-gel. Dois trocadores de calor (TC) são posicionados após os reatores e servem a resfriar ou aquecer (dependendo do ciclo) o ar. Um umidificador (U) colocado dentro do ambiente permite a obtenção do efeito frigorífico. Um coletor plano (CS) para captação de energia solar e finalmente ventiladores (V), tubulações e válvulas direcionais compõem o sistema.

### FUNCIONAMENTO DO SISTEMA

O sistema opera simultaneamente em dois ciclos. Um de adsorção que consiste na desumidificação do ar e o outro na regeneração do reator adsorvente. As válvulas direcionais permitem a inversão do posicionamento dos reatores adsorventes permitindo a alternância dos ciclos dando continuidade aos processos.

Ciclo de adsorção, mostrado no diagrama de Mollier na figura 2. A seqüência dos processos em que passa o ar é indicado pela "faixa cinza" no esquema de funcionamento da figura 1. Ar úmido estando a temperatura  $T_1$  do ambiente condicionado é insuflado para o reator (R1) onde é desumidificado pelo leito poroso de sílica-gel. O calor liberado pelo processo de adsorção aquece o leito ( $T_2$ ) sendo o ar seco resfriado ( $T_3$ ) no trocador de calor (TC1) para em seguida atravessar o umidificador (U) quando ele sofre um resfriamento provocado pela evaporação da água e retorna ao ambiente condicionado ( $T_4$ ) se misturando e atingindo as condições de temperatura e umidade relativa pré-estabelecidas. As válvulas (VA1, VA2 e VA3) permitem a possibilidade da renovação do ar e controlar a temperatura e umidade do recinto condicionado.

Ciclo de dessorção é mostrado no diagrama de isótermas da figura 3. A seqüência dos processos em que passa o ar é indicado por "linha tracejada" no esquema de funcionamento da figura 1. O ar ambiente ( $T_{ext}$ ) é insuflado através do ventilador (V2), sofre um pré-aquecimento nos trocadores de calor (TC1 e TC2) e atinge temperatura máxima ao passar pelo coletor solar (CS). A passagem do ar quente através do reator (R2) permite a remoção da água adsorvida no leito poroso úmido realizando a regeneração.

### DIMENSIONAMENTO

O dimensionamento é realizado para as condições climáticas de João Pessoa relativas ao mês de Fevereiro (mês mais quente): temperatura ambiente,  $T_a = 27.5^\circ\text{C}$  e umidade relativa do ar,  $\phi = 80\%$ , valores médios fornecidos pelo setor de meteorologia do Laboratório de Energia Solar (UFPB). Para o conforto térmico do ambiente, a temperatura e umidade relativa conforme a norma brasileira PNB-10 são recomendadas:  $T = 25^\circ\text{C}$  e  $\phi = 55\%$ . Todo o estudo aqui apresentado será relativo a uma carga térmica de refrigeração de 3600 kJ/h.

O efeito frigorífico é obtido durante o processo de umidificação adiabática que ocorre no umidificador (U) quando o ar se resfria. Para condicionar o recinto submetido a uma carga térmica ( $Q_t$ ) de 3600 kJ/h é necessário a evaporação de uma certa

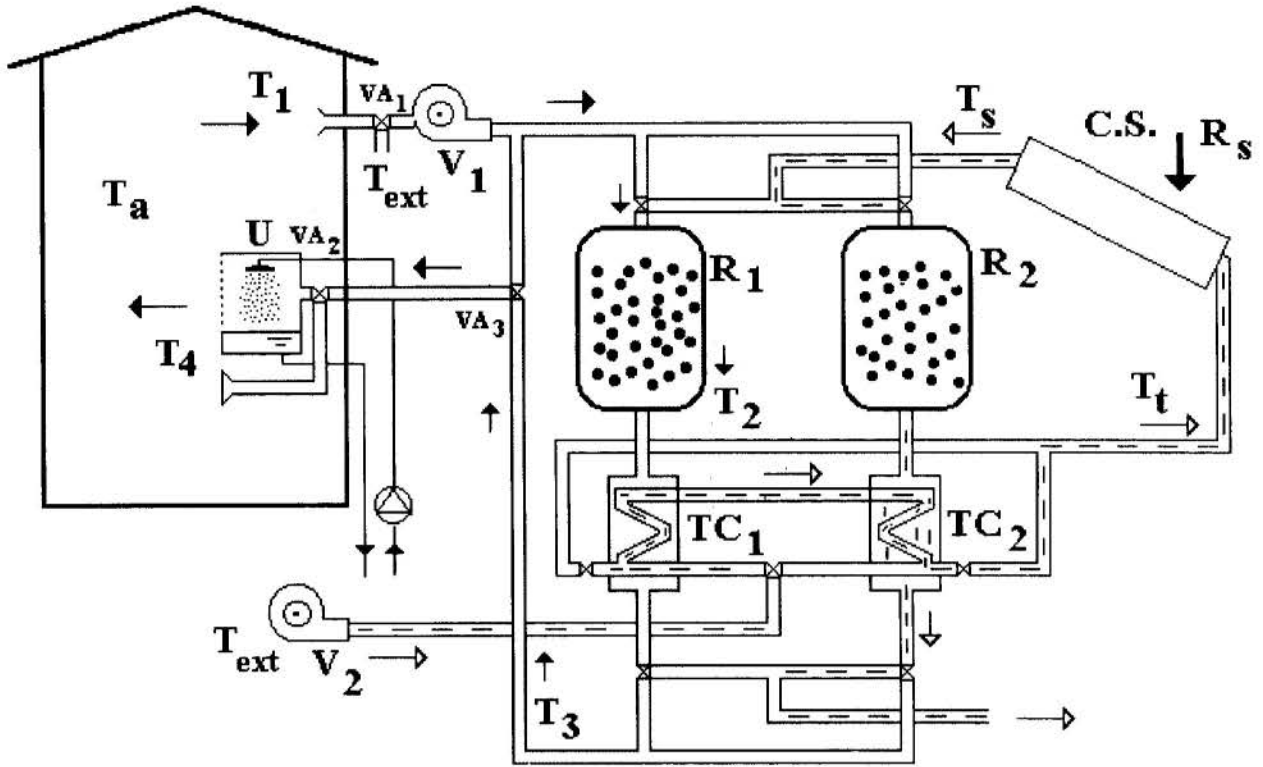


FIGURA 1. Esquema do sistema de condicionamento de ar em ciclo aberto regenerado com energia solar.  
 Ciclo de adsorção.  
 --- Ciclo de regeneração

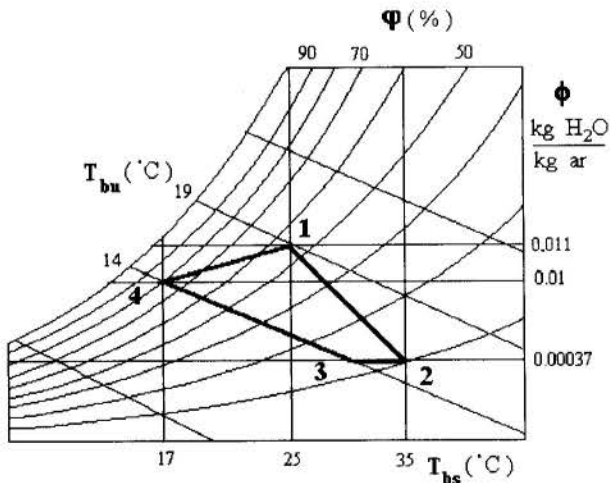


FIGURA 2. Ciclo de adsorção mostrado no diagrama de Mollier.

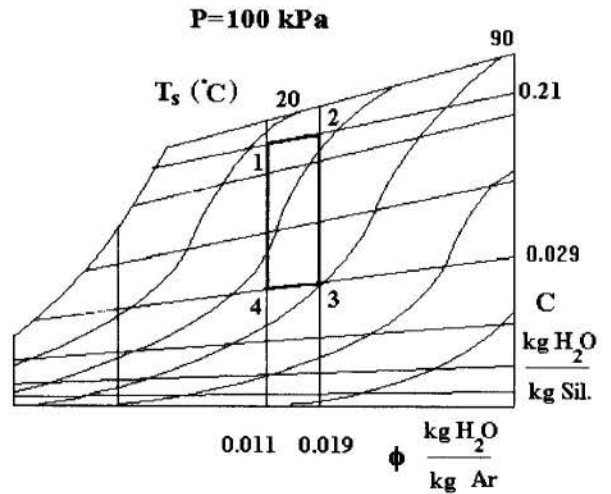


FIGURA 3. Ciclo de regeneração mostrado no diagrama de isósteras.

quantidade de massa de água durante este processo de umidificação do ar ( $M_a$  [kg/h]):

$$M_a = \frac{Q_t}{h_{lv}} \quad (1)$$

onde ( $h_{lv}$  [J/kg]) é a entalpia de mudança de fase da água.

Para a evaporação de ( $M_a$ ) no processo 3→4 de umidificação mostrado na figura 2, é necessário um fluxo de ar seco ( $M_{ar}$  [kg/h]) calculado por:

$$M_{ar} = \frac{M_a}{\phi_4 - \phi_3} \quad (2)$$

sendo ( $\phi$  [kg água/ kg ar]) a umidade absoluta.

O cálculo da capacidade adsorviva do reator ( $C$  [kg água/kg de sílica-gel]) é obtido com a ajuda do diagrama de isósteras obtidas por Sizmann et al (1981) mostrado na figura 3 onde diante das condições impostas tem-se:

-Sílica-gel com sua capacidade máxima ( $C_{max}$ ) de água retida função da umidade absoluta ( $\phi$ ) e temperatura do ar insuflado no reator (ponto 1 da figura 3).

-Sílica-gel com sua capacidade mínima ( $C_{min}$ ) (regenerada) de água retida função da umidade absoluta ( $\phi$ ) e temperatura do ar quente insuflado no reator (ponto 3 da figura 3).

A massa de água adsorvida pela sílica-gel contida no reator em cada hora ( $M_{ad}$  [kg/h]) é calculada conforme o processo de desumidificação mostrado na figura 2 pela seguinte equação:

$$M_{ad} = M_{ar} (\phi_1 - \phi_2) \quad (3)$$

A massa de sílica-gel ( $M_s$  [Kg]) necessária para adsorver esta massa de água por cada hora de funcionamento do sistema, é calculada com a ajuda do digrama de isósteras (figura3) pela seguinte equação:

$$M_s = \frac{M_{ad}}{C_{m\acute{a}x} - C_{m\acute{i}n}} \quad (4)$$

A potência calorífica necessária para a regeneração do adsorvente divide-se em duas partes:

- Calor sensível ( $Q_v$  [kW]) para elevação de temperatura do leito poroso úmido:

$$Q_v = (M_s C_{ps} + M_{ad} C_{pa}) (T_s - T_1) \quad (5)$$

onde  $T_s$  corresponde a temperatura máxima que atinge o adsorvente e  $T_1$  é a temperatura do ar na saída dos trocadores de calor (figura 1) onde ele é submetido a um pré-aquecimento.

- Potência de sorção ( $Q_s$  [kW]) referente a dessorção da massa de água ( $M_{ad}$ ) do leito poroso calculado por:

$$Q_s = M_{ad} H_s \quad (6)$$

sendo ( $H_s$  [J/kg]) o calor de sorção calculado pela seguinte equação:

$$H_s = h_{lv}(T) + RT \ln\left(\frac{P_s}{P}\right) \quad (7)$$

equação válida para água/sílica-gel mostrada em detalhes por Gurgel & Klüppel (1992) com ( $R= 461.6$  J/kg K.), ( $T$  (K)) corresponde a temperatura do sorvente, ( $P_s$ ) a pressão de saturação do sorbato a temperatura do sorvente e ( $P$ ) é a pressão parcial do vapor de água.

O COP térmico é aqui calculado por:

$$COP_t = \frac{Q_t}{Q_v + Q_s} \quad (8)$$

Para o cálculo do COP não foi levado em consideração as energias envolvidas com os ventiladores e bomba que provocam os fluxos de ar e água, por se tratar de valores só possíveis com detalhamento de projeto. Estas energias envolvidas são de ordem de grandeza inferiores as envolvidas com os processos térmicos de forma que a influência sobre o valor do COP não é significativa.

O cálculo de área necessária de coletor solar plano ( $A_c$  [m<sup>2</sup>]) depende da energia térmica necessária para o aquecimento e regeneração do reator por unidade de tempo, eficiência do coletor ( $\eta_c$ ) e da incidência média de radiação solar ( $I_s$  [W/m<sup>2</sup>]) podendo ser calculada pela equação abaixo:

$$A_c = \frac{Q_s + Q_v}{\eta_c I_s} \quad (9)$$

Foi desenvolvido um programa computacional alimentado com as respectivas equações psicrométricas para o ar úmido e pela equação de Dubinin, apresentada por Sizmann et al (1981) para determinação das isósteras e usando as equações apresentadas neste trabalho, que permite dimensionar e simular o sistema para diversas condições de projeto cujos resultados estão apresentados em gráficos nas figuras 4 e 5. Os resultados são obtidos sempre para as condições climáticas da cidade de João Pessoa e dados de conforto térmico já mencionados.

Na figura 4 são mostrados gráficos de COP função da umidade relativa conseguida no final do processo 3 → 4 de umidificação (figura 2), para diferentes temperaturas de sorção. O COP obtido apresenta-se sensivelmente maior em função de maiores temperaturas de sorção (regeneração) e principalmente da umidade relativa final do processo de umidificação do ar (resfriamento). Dificuldades técnicas e operacionais impedem na prática a obtenção da saturação completa do ar neste processo.

Na figura 5 são mostrados gráficos da temperatura de sorção função da massa de sílica-gel (necessária para em cada hora o sistema suprir uma carga térmica de 3600 kJ/h), para diferentes condições de umidade final do processo de umidificação. Os resultados obtidos permitem concluir que para a utilização de uma massa mínima de sílica-gel, é preciso operar o sistema com a maior temperatura possível de sorção (regeneração do reator) como também procurar atingir a saturação máxima do ar durante a umidificação. Uma menor quantidade de massa de sílica-gel usada no projeto de um sistema permite a diminuição de custos e reatores menos volumosos e mais leves.

Como exemplo mostraremos aqui o dimensionamento de um sistema para suprir em cada hora uma carga térmica de 7560 kJ/h equivalente a um modelo comercial de aparelho de (7.000 BTU) para as condições climáticas e de conforto já mencionadas da cidade de João Pessoa e considerando uma intensidade de radiação solar média  $I_r = 800$  W/m<sup>2</sup>. Com estas condições e os pontos impostos que são mostradas nas figuras 1 e 2 considerando uma temperatura máxima de dessorção  $T_s = 90^\circ\text{C}$  e estimando uma umidade relativa do fim do processo de umidificação  $\phi = 80\%$ , chega-se após os devidos cálculos aos seguintes valores: Massa de sílica-gel

$M_s = 22 \text{ kg}$  e área de coletor (eficiência média de 65%),  $A_c = 7.6 \text{ m}^2$  e  $\text{COP} = 0.53$ . Estes valores são para uma hora de funcionamento quando haveria necessidade de se alternar os reatores para o prosseguimento de funcionamento do sistema. Para isto é necessário se determinar as inércias dos processos de sorção/dessorção. Trabalhos neste sentido têm sido já iniciados com o estudo desses processos em túnel psicrométrico que permitirão as estimativas do tempo necessário para a desumidificação de ar em leito de sílica-gel como também da regeneração. Os resultados também servirão para a validação de modelos matemáticos dos processos mencionados.

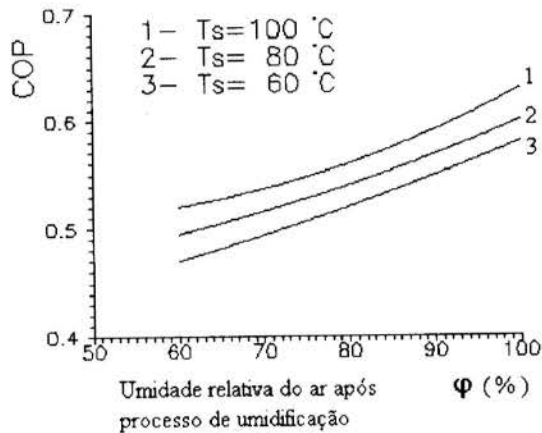


FIGURA 4. Gráficos de COP função da umidade relativa conseguida no final do processo 3 → 4 de umidificação do ar.

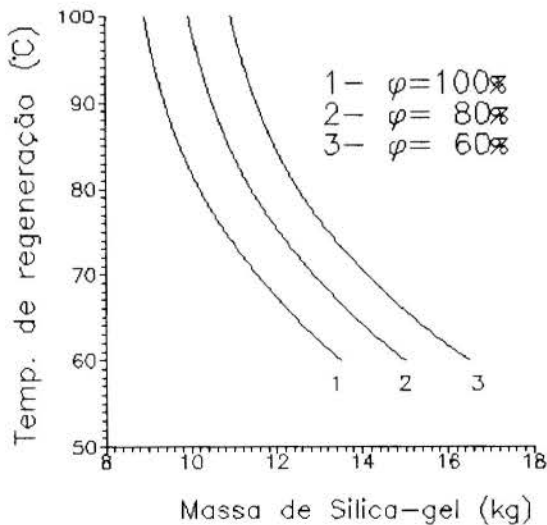


FIGURA 5. Gráficos da temperatura de sorção função da massa de sílica-gel (necessária para em cada hora o sistema suprir uma carga térmica de 3600 kJ/h), para diferentes condições de umidade relativa final do processo de umidificação do ar.

## CONCLUSÃO

Os cálculos aqui obtidos mostram a viabilidade técnica de um sistema de ar refrigerado por adsorção sólida utilizando energia solar como fonte térmica para a regeneração. O uso de dois trocadores de calor ar/ar proposto neste trabalho permite o reaproveitamento de energia e constitui uma inovação contribuindo no desenvolvimento de tais sistemas. O COP baixo é justificável sobretudo pela utilização de energia solar. É mostrada que tanto o COP como a massa de adsorvente do sistema dependem fortemente da temperatura máxima em que é realizada a regeneração do leito adsorvente. A caracterização mostrou a evidência da necessidade de se projetar reatores que tenham pequena inércia a transferência de massa que ocorre nos processos de sorção no leito adsorvente, contribuindo para acelerar tais processos permitindo o dimensionamento de reatores mais compactos.

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi realizado com o apoio do CNPq através dos auxílios Nos. 300615/89-2 EM. e 500761/90-6 EM.

## REFERÊNCIAS

- Collier, R.K., "The Analysis and Simulation of an Open Cycle Absorption Refrigeration System", *Solar Energy*, Vol 23, pp. 357-366.
- Farber, E.A., Morrison, C.A., Ingley, H.A., e Stanfield, J.M., "An Experimental Evaluation of an Intermittent Cycle Solar-Powered Ammonia/Water Absorption Air Conditioning System", *International Solar Energy Society*, 1979.
- Gurgel, J.M. e Klüppel, R.P., "Simulação Numérica de um Sistema de Refrigeração por Adsorção", *IV Encontro Brasileiro de Ciências Térmicas, ABCM*, pp. 561-563, Rio de Janeiro, 1992.
- Jung, N., Khelifa, N., Lävemann, E. e Sizmann, R., "Solar Air Conditiong with Solid Adsorbents in Open Systems", *Proceedings of INTERSOL 1985*, Vol 1, pp. 659-663, Montral, Canada.
- Klüppel R.P. and Gurgel J.M., "Solar adsorption cooling using sílica-gel water", *Proc. ISES Solar Energy Cong.*, 1987, Hamburg, R.F.A., pp. 2627-2631.
- Lenz, T., Lóf, G., Kaushik, V. e Sandell, G., "Open-Cycle Solar Absorption Cooling", *Proceedings of INTERSOL 1985*, Vol 1, pp. 654-658, Montral, Canada.
- Saito, Y., "Regeneration Performance of Adsorbent in the Integrated Desiccant/Collector", *Proceedings of INTERSOL 1985*, Vol 1, pp. 682-686, Montral, Canada.
- Sizmann, R., Jung, N. e Khelifa, N., "Le Stockage de la Chaleur a Basse Temperature par Réactions Thermochimiques", *Revue Internationale D'Heliotechnique*, pp. 42-51, 2º semestre 1881.

## ABSTRACT

An air conditioning system has been investigated which operates with adsorption open cycle by regeneration by solar energy. In an adsorption cycle the moist air taken from the room is blown through a bed of dry desiccants such as sílica gel to removed the water vapor of the air. The dry air leaves the adsorption bed and is cooled in an adiabatic humidifier were the air temperature is decreased by water evaporation. Regeneration of the bed requires hot air heated to the desorption temperature directly by solar energy.



## MODELO DO PEIXE SEQUÊNCIAS HORÁRIAS DE RADIAÇÃO SOLAR

ARNO KRENZINGER

Departamento de Materiais e  
Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC)  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Rua Sarmento Leite, 425  
90.050-170 Porto Alegre - RS - BRASIL

### RESUMO

Neste trabalho se apresenta um modelo para gerar sequências de dados horários de radiação solar a partir da radiação global diária, da latitude e da data. O modelo é caracterizado pela sua extrema simplicidade, produzindo resultados excelentes em um tempo de computação muito pequeno. Seus resultados são comparados com dados medidos e com resultados de outro modelo universal (TAG).

### INTRODUÇÃO

A simulação de sistemas de aproveitamento de energia solar e do comportamento térmico de edificações ao longo do tempo é uma ferramenta que permite, quando bem realizada, prever importantes efeitos e dimensionar e planejar sistemas com bastante precisão. Para que possa ser efetiva, dados de radiação solar são necessários em base horária ou em intervalos menores.

Quando o único objetivo do cálculo é obter o dimensionamento, sem a necessidade de analisar o comportamento da instalação, em geral os métodos que utilizam valores médios horários de radiação são satisfatórios. Em todos os casos em que as instalações disfrutam de uma fonte de energia auxiliar, em geral se busca saber qual é a fração solar do consumo médio mensal. Pouco importa se a energia auxiliar será usada em dias ou horas consecutivas. Exemplos típicos destes casos de dimensionamento são: condicionamento ambiental com uso de aparelhos de ar-condicionado, aquecimento de água com apoio elétrico comandado por termostato, sistemas fotovoltaicos combinados com geradores a combustão e baterias.

Já no caso de se pretender analisar o comportamento da instalação, através de simulação detalhada do sistema por computador, é essencial que os dados meteorológicos (especialmente a radiação solar) sejam compatíveis com sequências de dados que efetivamente podem ocorrer. Quando a radiação solar é distribuída ao longo do dia por métodos de radiação horária média, eles geram sequências de valores irrealistas, representando exatamente o que se propõe: a média, mas não representando nenhum dia em particular, com exceção dos dias de céu limpo.

Um ambiente sem ar condicionado e sob a influência da radiação solar incidente, apresenta um comportamento térmico muito diferente se ao longo do dia a radiação solar se distribuir conforme a média (sem variações fortes) em comparação com a realidade em um dia parcialmente nublado. Apesar do resultado médio apresentar um ambiente confortável, o mesmo poderia ter sofrido alterações de temperatura de forma que o conforto instantâneo ao longo do dia (que é na verdade o único que existe) não fosse efetivo em todo o período. Também para

estudar quais os momentos em que entra em operação o apoio elétrico de um aquecedor de água solar e a influência do perfil horário de consumo no comportamento do sistema, são essenciais dados horários plausíveis. Ainda mais especialmente importantes são dados desta natureza para a simulação detalhada do comportamento de sistemas fotovoltaicos autônomos, onde é necessário acompanhar temporalmente a tensão e a corrente do gerador (função da radiação solar e da temperatura) que definem a entrada ou não em operação de equipamentos de controle. Neste último caso específico é de interesse utilizar dados em intervalos ainda menores que uma hora.

### SEQUÊNCIAS DE DADOS DIÁRIOS DE RADIAÇÃO

Muito poucos são os lugares do mundo inteiro onde se registram medidas sequenciais de radiação solar horária. Sempre que estas medidas existam em número suficiente, é recomendável sua utilização para simular com dados do passado o comportamento futuro de uma instalação. Na maioria dos lugares, apesar de inexistentes os dados horários sequenciais, é possível obter-se dados de radiação solar média mensal. No Brasil as poucas cidades que contam com estações meteorológicas utilizando piranômetros, fazem o registro com integrador eletrônico dando a radiação global diária, não de hora em hora. Instrumentos mais antigos (actinógrafos) registram em papel a incidência da radiação solar ao longo do dia, mas a análise (leitura) destas cartas são também executadas integrando sobre todo o dia. De qualquer maneira o volume de trabalho para processar estes registros em papel e obter dados de hora em hora é colossal. Os actinógrafos tem imprecisões intrínsecas bastante grandes, além de não serem, em geral, recalibrados com a frequência recomendada.

Apesar da carência de qualidade, a existência destes dados é tida como exceção, já que na maioria das cidades não há estações meteorológicas, e quando há, a única forma de medida solar é feita através do termoheliógrafo, uma esfera de vidro que carboniza marcas numa folha de papel indicando o número total de horas de sol brilhando ocorridas durante o dia. Mesmo assim, é possível estimar muitas informações a partir de poucos dados medidos e da observação do

comportamento da radiação solar nos lugares onde há registro continuado.

Já há tempo se utiliza como forma de estimar a radiação diária em média mensal (<H>), uma conhecida fórmula (Angstrom) que correlaciona linearmente a razão entre o número de horas de sol e o comprimento do dia em horas com o índice de transparência da atmosfera. Este número, o índice de transparência, (também chamado índice de limpidez) tem sido muito importante em todos os modelos. Ele indica a razão entre a radiação incidente na superfície da Terra e a radiação incidente fora da atmosfera (extraterrestre). Dependendo do intervalo de tempo considerado utilizam-se as notações: <Kt> para índice de transparência médio mensal, Kt para diário, kt para horário e, neste trabalho, ktm para o índice de transparência horário médio (esperado).

A partir do valor da radiação em média mensal é possível estimar sequências de radiação solar diária por vários métodos, destacando-se o método das Matrizes de Transição de Markov (MTM), proposto por Aguiar e Collares-Pereira (1988) e analisado em comparação com outros por Krenzinger e Macagnan (1988) e Macagnan (1989). Nenhum dos métodos existentes consegue ser simultaneamente independente de dados particulares do lugar (além de <H>) e reproduzir com fidelidade todas as características estatísticas. Em particular o método MTM proporciona a possibilidade de sintetizar sequências de radiação diária tendo como único dado de entrada a série de 12 valores mensais de <H>. Numa análise aplicada à simulação de sistemas fotovoltaicos, Gonçalves (1992) demonstrou que apesar dos dados sintetizados reproduzirem com boa fidelidade a distribuição de Kt, em algumas cidades o número de dias em sequência com pouco sol não acompanham as sequências reais. Mesmo assim, certamente é melhor utilizar estes dados, com uma boa chance de "darem certo", que considerar todos os dias do mes iguais ou com uma distribuição arbitrária.

#### RADIAÇÃO HORÁRIA MÉDIA

A partir dos dados diários de radiação a distribuição horária é realizada tradicionalmente através de fatores que reproduzem os valores esperados para a fração horária da radiação diária considerada. Estes fatores, apresentados primeiramente por Liu e Jordan (1960) e revistos por Collares-Pereira e Rabl (1979) permitem calcular a média da radiação incidente em cada hora, a partir da fração horária  $r_t$ :

$$r_t = \frac{\pi}{24} \left[ A + B \cos(\omega) \right] \left[ \frac{\cos(\omega) - \cos(\omega_0)}{\sin(\omega_0) - \omega_0 \cos \omega_0} \right] \quad (1)$$

onde  $\omega$  é o ângulo horário,  $\omega_0$  é o ângulo horário do por-do-sol e A e B são dados por:

$$\begin{aligned} A &= .409 + .5016 \operatorname{sen}(\omega_0 - \frac{\pi}{4}) \\ B &= .6609 - .4767 \operatorname{sen}(\omega_0 - \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \quad (2)$$

O produto de  $r_t$  pelo valor da radiação global diária resulta na radiação solar recebida (em média) na hora centralizada em  $\omega$ . Dividindo este valor pela radiação extraterrestre horária  $I_0$  calculada para a mesma hora, obtém-se o índice de transparência da atmosfera esperado em média, ktm.

Como foi mencionado antes, este modelo não reproduz as variações horárias observadas na radiação solar, mas será muito útil como

base para o modelo apresentado a seguir:

#### MODELO DO PEIXE

O modelo apresentado neste trabalho tem origem na necessidade de introduzir dados que possam ser aceitos como "plausíveis" em programas de simulação de equipamentos solares por computador. Em muitos casos é preferível utilizar uma função aleatória qualquer para mal representar os picos de radiação solar, do que simplesmente ignorar a existência dos mesmos. No caso utilizou-se um fato aceito por quem tem experiência de observar curvas de radiação solar instantânea ao longo dos dias: a forma cosenoidal resultante da equação (1) é efetivamente observada nos dias de céu muito limpo, isto é, se durante todo o dia, o sol não é obstruído por nuvens. Nestes dias o índice de transparência Kt é muito alto. Nos dias em que o céu está totalmente encoberto, esta forma dificilmente é tão perfeita, pois a transparência das nuvens varia bastante. Mesmo assim é razoável aceitar que a forma cosenoidal ocorra em dias totalmente nublados, posto que os valores de radiação são baixos durante todo o dia. Nestes dias o índice de transparência Kt é muito baixo. O que dificilmente será observado nestes registros é esta forma em dias com Kt intermediário. Em geral o Kt diário é menor que o máximo porque se trata de um dia parcialmente nublado. As nuvens se deslocam pelo céu distribuindo momentos de sol e nublados aleatoriamente.

Baseando-se nestas observações imaginou-se que a radiação solar horária poderia ser representada por um desvio aleatório  $\delta$  sobre o índice de transparência da atmosfera médio (ktm), modulado pelos valores do índice de transparência diário Kt. Quanto mais próximo estiver o Kt de seu valor máximo, menor será a componente aleatória. O mesmo ocorre quando Kt se aproxima do mínimo valor.

Para poder quantificar a amplitude da envoltória, foram observados gráficos do desvio  $\delta = (ktm - kt)$  em função de Kt. A figura 1 apresenta a dispersão observada para várias cidades. Os pontos representam apenas os dados de radiação medidos nas 6 horas centrais do dia, para evitar perturbações dos valores de kt no amanhecer e por-do-sol, tendo em vista que nestes horários de menor radiação a funcionalidade do modelo é bem menos importante. Foram utilizados dados de várias cidades espanholas de diferentes climas, pela disponibilidade dos dados através da cooperação estabelecida entre a UFRGS e o CIEMAT (Madrid). A dispersão apresentada para Porto Alegre é muito menos densa porque os dados disponíveis cobrem apenas seis meses (incompletos) enquanto das outras cidades os dados compreendem cerca de oito anos. Pode-se observar como resultado comum entre as cidades a confirmação da hipótese inicial, isto é, a dispersão é muito mais acentuada para valores intermediários de Kt. Como envoltória universal resolveu-se utilizar uma parábola que engloba quase todos os pontos, centrada no valor  $Kt=0,4$  e com amplitude de 0,25, como apresentada na figura 2. A forma destas parábolas cruzadas, lembrando um peixe, acabou por dar nome ao modelo nas discussões técnicas do Laboratório. Este modelo foi utilizado já no final de 1992 (citado em Krenzinger et al, 1992), mas até agora não havia sido feita uma análise mais ampla para validar o mesmo, o que se apresenta neste trabalho. Também no presente trabalho apresenta-se uma comparação com outro modelo universal desenvolvido simultaneamente por Aguiar e Collares-Pereira (1992) - o modelo

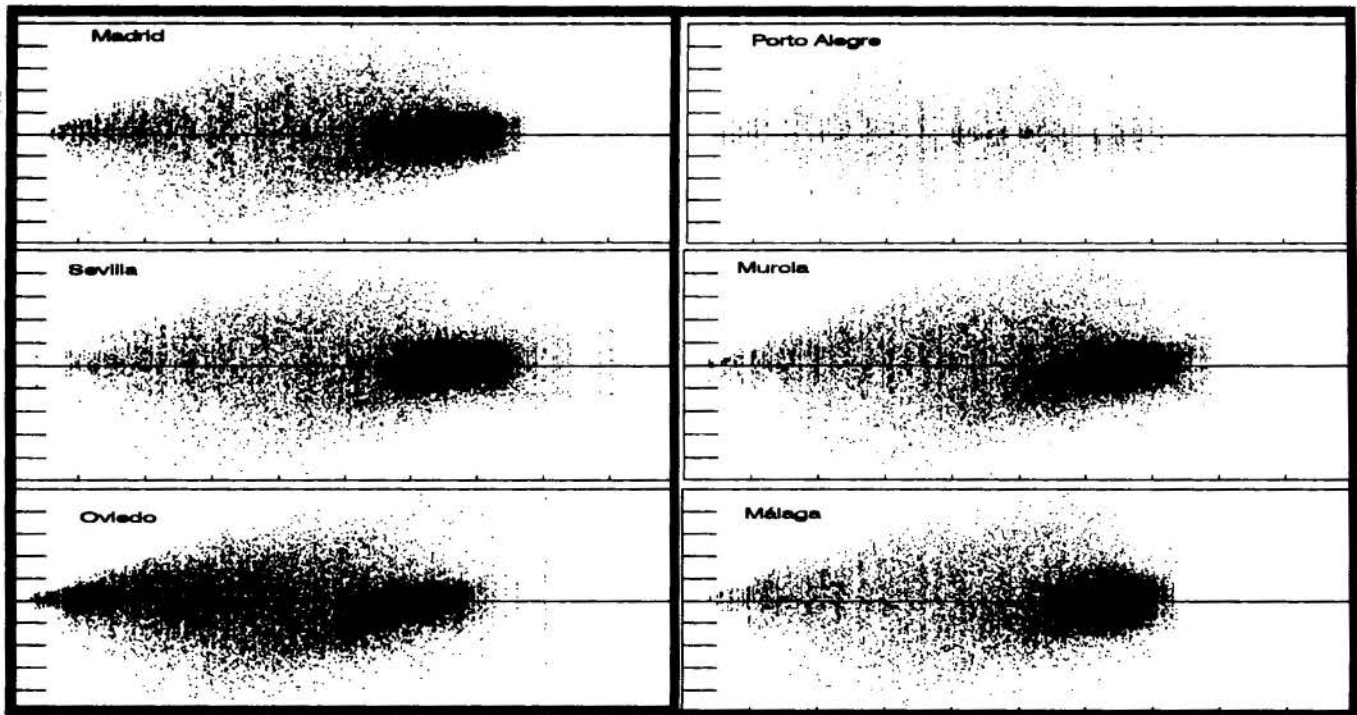


Figura 1. Espectros do desvio entre o  $kt$  observado e  $ktm$  em função de  $Kt$  ( $\delta$  &  $Kt$ ), para cinco cidades espanholas e para Porto Alegre.

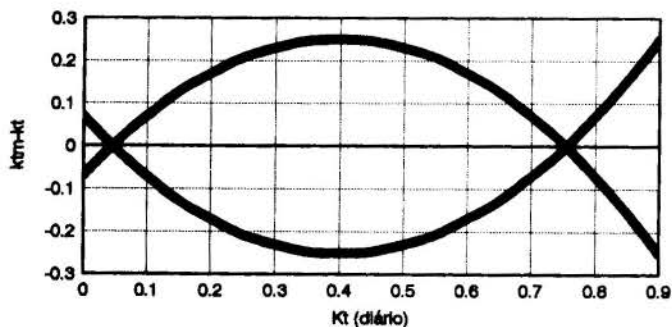


Figura 2. Envoltória que limita o desvio aleatório no modelo Peixe.

TAG (Time-dependent, Autoregressive, Gaussian).

#### RECEITA DO MODELO

Uma característica especial deste modelo é sua simplicidade: para obter seqüências horárias de radiação horária horizontal basta seguir os seguintes passos.

- (1) A partir do valor da radiação solar diária  $H$  (conhecida ou estimada) e da radiação extraterrestre  $H_0$  (calculada), calcula-se o índice de transparência diário  $Kt = H/H_0$
- .... Para cada hora do dia :
- (2) calcular a radiação extraterrestre  $I_0$
- (3) calcular  $rt$  (equação 1)
- (4) calcular  $ktm = rt.H/I_0$
- (5) o computador gera número aleatório com distribuição uniforme entre 0 e 1 (RND)
- (6) transformar em distribuição entre -1 e +1  
 $R = 2(RND-0.5)$
- (7) calcular  $kt$  como função de  $Kt$ :  
 $kt = ktm + R[2(Kt-0.4)^2-0.25]$
- (8) se  $kt < 0$  ou  $kt > kt(max)$  retornar ao passo (5)
- (9) calcular a radiação :  $I(hora) = kt.I_0$
- (10) nova hora..... retornar ao passo (2)
- (11) somar os valores de  $I(hora)$  para obter  $H'$
- (12) calcular  $ERRO = (H' - H)/H$

- (13) se  $ERRO > 0.03$  repetir a partir de (2)
- ou (14) para cada hora  $kt(hora) = kt(hora).H/H'$
- e (15) limitar  $kt(hora)$  a  $kt(max)$

O controle de qualidade representado pelos passos 13 a 15 pode ser adequado pelo usuário. Em geral um desvio menor que 3% é plenamente satisfatório. Se este controle (passo 13) não é realizado podem entrar os passos 14 e 15 para forçar um resultado de  $H' = H$ .

#### COMPARAÇÃO

A figura 3 apresenta 6 dias de radiação solar horária (não sequenciais) para demonstrar a potencialidade dos modelos de sintetização. Não se pode esperar coincidência nos momentos em que ocorrem máximos de radiação, mas sim na forma geral do perfil diário e no número de horas em que a radiação assume determinados valores.

Para comparar os resultados com dados observados e também com o modelo TAG, foram calculados os desvios quadráticos médios (RMS) da distribuição de probabilidade de ocorrência dos valores da radiação horária. Preferiu-se este parâmetro de comparação em vez da probabilidade de ocorrência de  $kt$ , pois é mais indicador do efeito causado pela variação horária da radiação em equipamentos. O desvio quadrático médio da distribuição de radiação para cada mês do ano e para as cinco cidades analisadas é apresentado na Tabela 1 para o modelo PEIXE e para o modelo TAG. Observando seus valores se verifica em primeiro lugar que ambos modelos apresentam um resultado muito bom (desvios baixos) e que não há diferenças significativas entre os dois modelos. Pelo fato de ser aleatório o processo de obtenção dos valores, não há convergência no método de

geração. Dependendo da "sorte" os valores gerados se enquadram na qualidade de uma forma mais rápida ou não. Utilizando o critério de múltiplas tentativas (até que o erro fosse da ordem de 0,03 por exemplo) o modelo Peixe revelou uma velocidade de três vezes mais rápido. Utilizando



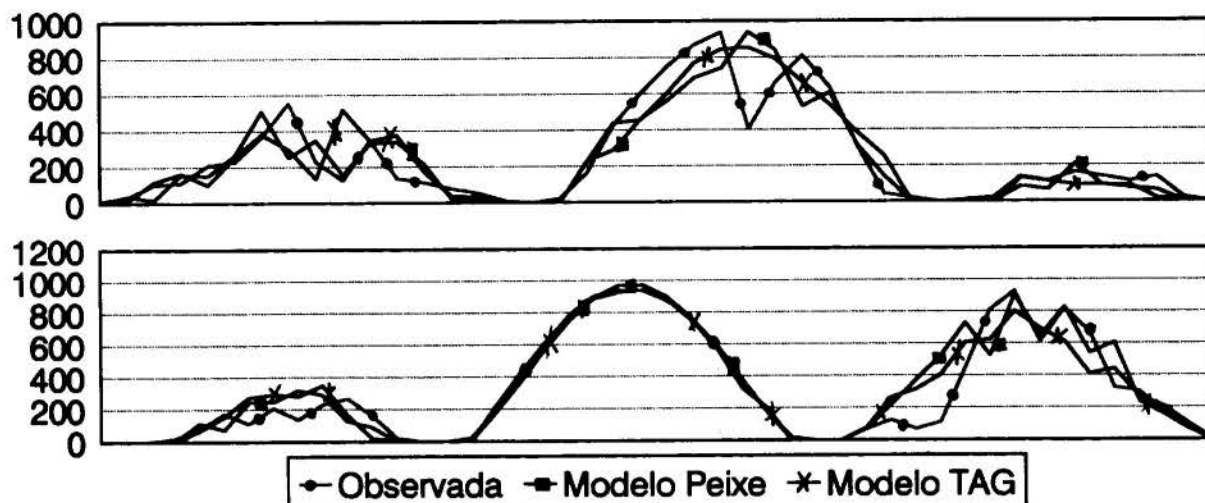


Figura 3. Curvas de radiação horária em seis diferentes dias (não sequenciais) mostrando adequação dos modelos de sintetização a dias com variada nebulosidade. ( $\text{W/m}^2$ )

TABELA 1. Desvio quadrático médio da probabilidade de observação da radiação horária medida em relação à probabilidade de observação da radiação horária sintetizada pelos métodos Peixe e TAG, para cada mes do ano e para 5 cidades espanholas. ( $\times 10^{-3}$ ).

	MADRID		MALAGA		MURCIA		OVIEDO		SEVILHA	
MES	Peixe	TAG	Peixe	TAG	Peixe	TAG	Peixe	TAG	Peixe	TAG
JAN	2.37	2.46	2.94	3.31	2.73	2.69	2.28	1.76	2.28	2.61
FEV	1.33	1.92	1.98	2.32	1.70	2.11	1.67	2.18	2.21	2.88
MAR	1.63	1.91	1.75	1.37	2.00	1.78	1.84	1.76	2.66	2.32
ABR	1.61	1.55	2.03	2.22	2.22	2.37	1.79	2.13	2.12	2.81
MAI	2.45	2.19	3.50	2.82	2.76	2.62	1.85	2.30	2.40	1.97
JUN	3.42	3.35	4.27	3.41	3.56	3.35	2.77	2.87	1.99	2.29
JUL	3.96	4.63	4.85	3.61	3.44	2.73	2.24	2.67	2.99	2.56
AGO	3.21	2.51	3.68	3.32	3.39	2.62	2.00	2.29	3.56	2.48
SET	2.67	2.42	3.79	2.86	2.59	2.09	2.03	2.42	2.68	1.92
OUT	2.27	2.16	2.25	2.17	2.40	2.30	1.21	1.72	2.50	2.14
NOV	1.04	1.57	3.88	3.42	2.74	2.70	2.06	1.58	2.96	1.65
DEZ	2.54	2.33	3.10	2.76	2.70	2.93	2.63	1.87	3.22	2.82

o processo de uma passada única e utilizando a correção dada pelos passos 14 e 15 da receita, o modelo Peixe foi 7 vezes mais rápido.

#### CONCLUSÕES

O modelo descrito neste trabalho constitui uma forma simples, rápida e precisa de obter dados sintéticos de radiação solar horária a partir de dados de radiação solar diária. Os níveis de radiação horária reproduzem aqueles observados. Em comparação com o modelo TAG, o modelo Peixe apresenta-se mais rápido e com equivalente precisão. A validação deverá estender-se para outras localidades quando forem disponíveis dados observados das mesmas. Uma modelo para intervalos de tempo da ordem de 5 minutos está atualmente em desenvolvimento na UFRGS.

#### REFERENCIAS

Aguiar, R. e Collares-Pereira, M. TAG- A Time-Dependent, Autoregressive, Gaussian Model for Generating Synthetic Hourly Radiation, Solar Energy Vol49, No.3, pp167-174, 1992.

Collares-Pereira, M. e Rabl, A. The Average Distribution of Solar Radiation - Correlations Between Diffuse and Hemispherical and Between Daily and Hourly Insolation Values. Solar Energy, Vol22, pp155-164.

Krenzinger, A. e Macagnan, M.H.. Estudo Comparativo de Diferentes Modelos de Geração de Séries de Radiação Solar. Anais do II Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Águas de Lindoia (SP), 1988. pp 389-392.

Krenzinger, A., Wagner, J.A., Copetti, J.B. Computer Simulation of Stand Alone PV Systems for developing Countries. Proceedings of the 11th EUROPEAN PHOTOVOLTAIC SOLAR ENERGY CONFERENCE, Montreux (Suíça), outubro 1992.

Liu, B.H.Y. e Jordan, R.C. The Interrelationship and Characteristic Distribution of Direct, Diffuse and Total Solar Radiation. Solar Energy, Vol4, No1, 1960.

Macagnan, Mário Henrique "Estudo de Modelos de Sintetização de Dados de Radiação Solar", Tese de Mestrado, PROMEC-UFRGS, 1989.

#### SUMMARY

In the present work a very simple model to synthesize hourly solar radiation data for computer simulation needs is presented and analyzed. Excellent results are achieved in a short computing time. Comparisons with TAG model are also included.



## EXPERIMENTAL AND ANALYTICAL STUDY OF A STONE BED SOLAR COLLECTOR

Alex Sandre Guedes Alves and André Luiz Amarante Mesquita  
 Departamento de Engenharia Mecânica  
 Universidade Federal do Pará  
 C. P. 8615, 66075-900 Belém, PA, Brasil

### SUMMARY

A numerical and experimental study was carried-out for evaluating the daily performance of a stone bed absorber solar air collector. This collector is part of a solar-thermal system developed to dry agricultural products in the Amazon region. A lumped formulation is used to eliminate the space independent variables related to the stone bed. The comparisons between the results for the outlet air temperature from the present numerical analysis and the prototype testing were considered satisfactory.

### INTRODUCTION

The regional fruits and grains are products of important economic expression in the Amazon, with a production based in a large number of small and medium rural producer. A fundamental factor for the storage and marketing of these products is the final moisture content. For example, in the case of the pepper, the value of the moisture content level required must be about 13% w.b. The drying process commonly used by many small rural producer in the Amazon region is the natural drying (direct sunlight exposition), with a characteristic high drying time and large area needs. This method does not always give good results due to bad weather conditions, leading to losses of product and detriment of its quality.

The use of solar dryers is an interesting alternative to overcome these problems and many applications of solar drying systems have been reported in the literature (Roa and Macedo, 1976; Bolin et al., 1979; Sharma et al., 1992). The attractive of this dryers is the low cost, specially for the tropical countries due to their good insulation conditions.

In this context, the Department of Mechanical Engineering, Universidade Federal do Pará, has developed a pepper drying system using a solar-thermal collector for atmospheric-air heating purpose and a solar greenhouse to receive and dry pepper grains (Rendeiro and Amarante Mesquita, 1993). The absorber of the solar collector is a bed constituted by typical rock of northern Brazil (Grês-do-Pará), with large solar absorptivity and good thermal energy storage capability, that increase the operating time of the system. A study about the daily performance of this solar collector is reported by Rendeiro (1981), who employed a lumped formulation for the energy balance in an infinitesimal control volume, with the outlet air solar collector temperature obtained by a step-by-step solution process along the solar collector length. It is observed that the response of this model is strongly influenced by the global insulation, leading to results that, in the qualitative aspect, disagree with the behavior of the experimental curves, although still acceptable for design goals.

The present work objectives to improve the lumped formulation used for prediction of exit air solar collector temperature, avoiding the step-by-step solution process employed by Rendeiro (1981). A more precise knowledge of this parameter allows a better control of the complete drying system.

### DESCRIPTION OF THE MODEL

The solar collector is shown schematically in Fig. 1. Forced convection is induced through the collector. With the assumption

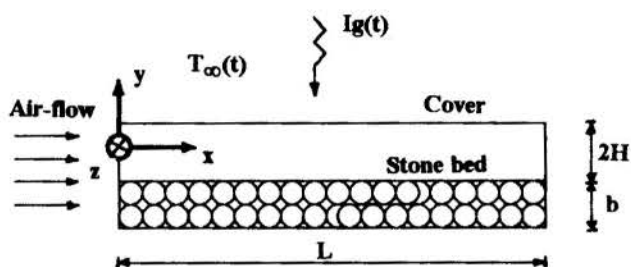


Figure 1. Scheme of the solar collector.

of constant fluid and stone properties in the range of interest, steady fully developed duct flow, neglecting free convection, viscous dissipation and temperature variations in z-axis direction, the related energy equations for both air-flow (temperature designated by  $T = T(x,y,t)$ ) and stone bed (temperature designated by  $\Theta = \Theta(x,y,t)$ ) can be written as

$$(\rho c)_a \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k_a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

$$\text{in } 0 < x < L, \quad -H < y < H, \quad t > 0 \quad (1a)$$

$$(\rho c)_{\text{eff}} \frac{\partial \Theta}{\partial t} = k_{\text{eff}} \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} \right)$$

$$\text{in } 0 < x < L, \quad -(H+b) < y < -H, \quad t > 0 \quad (2a)$$

subjected to the initial and boundary conditions :

$$T = T_{\infty}(0) \quad \text{at} \quad 0 \leq x \leq L, \quad -H \leq y \leq H, \quad t = 0 \quad (1b)$$

$$T = T_0 \quad \text{at} \quad x = 0, \quad -H \leq y \leq H, \quad t > 0 \quad (1c)$$

$$\partial T / \partial y = h_b / k_a (T - \Theta) \text{ at } 0 \leq x \leq L, y = -H, t > 0 \quad (1d)$$

$$\partial T / \partial y = h^* / k_a (T_{\infty} - \Theta) \text{ at } 0 \leq x \leq L, y = H, t > 0 \quad (1e)$$

$$1/h^* = (k_c/e)^{-1} + 1/h_{\infty} \quad (1f)$$

$$\Theta = \Theta_0 \text{ at } 0 \leq x \leq L, -(H+b) \leq y \leq -b, t = 0 \quad (2b)$$

$$\partial \Theta / \partial x = 0 \text{ at } x = 0, -(H+b) \leq y \leq -b, t > 0 \quad (2c)$$

$$\partial \Theta / \partial x = 0 \text{ at } x = L, -(H+b) \leq y \leq -b, t > 0 \quad (2d)$$

$$\partial \Theta / \partial y = 0 \text{ at } 0 \leq x \leq L, y = -(H+b), t > 0 \quad (2e)$$

$$\partial \Theta / \partial y = (1/k_{\text{eff}}) [h_b(T - \Theta) + \alpha \tau \text{Ig}(t) - \varepsilon \sigma \Theta^4]$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L, y = -b, t > 0 \quad (2f)$$

where the subscripts  $a$ ,  $\text{eff}$  and  $c$  are related, respectively, to the air-flow, porous medium (stone bed) and cover collector,  $k$  is the thermal conductivity,  $\tau$  is the cover transmissivity,  $\alpha$  the stone absorptivity,  $\varepsilon$  stone emissivity,  $T_{\infty}$  is the temperature for the air ambient,  $\text{Ig}(t)$  the global insulation,  $h^*$  the overall heat transfer coefficient for the ambient (radiation heat losses in the cover are neglected),  $e$  the cover thickness,  $h_{\infty}$  is the average convection heat transfer coefficient for the heat loss from cover exposed to outside wind ( $V$ ), given by Duffie and Beckman (1974) as :

$$h_{\infty} = 5.7 + 3.8 V \quad (3)$$

$h_b$  is the convection coefficient for the flow over the porous medium, given by Kneule (1966) as :

$$h_b = 6(1 - \Psi) \frac{w}{d} f \rho_a \bar{u} c_{p_a} 1.064 \text{Pr}^{-2/3} \text{Re}^{-0.41}$$

to  $\text{Re} > 350 \quad (4)$

where  $\Psi$  is the void fraction of bed,  $w$  the collector width,  $d$  the diameter of a sphere with the same volume of the stone pieces,  $f$  a factor form ( $f = 1.3$  for the Grès-do-Pará),  $\bar{u}$  the average velocity of the flow,  $\text{Pr}$  the Prandtl number and  $\text{Re}$  the Reynolds number based on  $d$ .

Applying the operator  $(\int_{-H}^H u dy) / 2H\bar{u}$  to the equations (1.a,d,e), assuming  $DT/Dt \approx u \partial T / \partial x$  and applying successively the operators  $1/L \int_{-(H+b)}^{-H} dy$  and  $1/L \int_0^L dx$  to the equations (2.a,c,d,e,f) and making the usual assumption in the lumped formulation that the surface temperature are identically to the average value one obtain :

$$\bar{T}(x,t) = T_0 e^{-C_1 x} + \frac{C_2(t)}{C_1} (1 - e^{-C_1 x}) \quad (5)$$

$$\frac{d\bar{\Theta}(t)}{dt} + C_3 \bar{\Theta}(t) + C_4 \bar{\Theta}^4 = C_5(t) \quad (6)$$

$$\bar{\Theta} = \Theta_0 \text{ at } t = 0 \quad (6a)$$

$$C_1 = w(h^* + h_b) / \dot{m}_a c_{p_a} \quad (7)$$

$$C_2(t) = w(h^* T_{\infty}(t) + h_b \bar{\Theta}) / \dot{m}_a c_{p_a} \quad (8)$$

$$C_3 = L w h_b / m_b c_{\text{eff}} \quad (9)$$

$$C_4 = \varepsilon \sigma L w / m_b c_{\text{eff}} \quad (10)$$

$$C_5(t) = L w (h_b \bar{T}(t) + \alpha \tau \text{Ig}(t)) / m_b c_{\text{eff}} \quad (11)$$

$$\bar{T}(t) = 1/L \int_0^L T dx \quad (12)$$

where  $\dot{m}_f$  and  $m_b$  are, respectively, the air mass flow-rate and the mass of the stone bed.

**Numerical Solution.** The values of the bed and exit air collector temperatures are obtained, for each measured values for  $\text{Ig}(t)$  and  $T_{\infty}(t)$ , solving the system defined by the Eqs. (5-12). The solution of this coupled set of equations is carried-out by use of a fourth-order Runge-Kutta method. The error and stability in this algorithm was controlled using different step-sizes and observing the behavior of the solution.

## RESULTS

**Prototype Testing and Experimental Conditions.** The prototype has a 3x1 m absorber, the cover material is a plastic sheet and the air-flow was supplied by a centrifugal fan. An Eppley radiometer measured incident radiation, thermocouples connected to a digital recorder were used to follow temperatures changes and a Venturi-tube was employed for the flow-rate measurements. The test conditions are shown in Fig. 2. The mean relative humidity was about 70% and the air-flow-rate was maintained about 8 l/s. More details for all experimental procedures used in the testing of the collector and for the pepper drying system can be found in Rendeiro and Amarante Mesquita (1993).

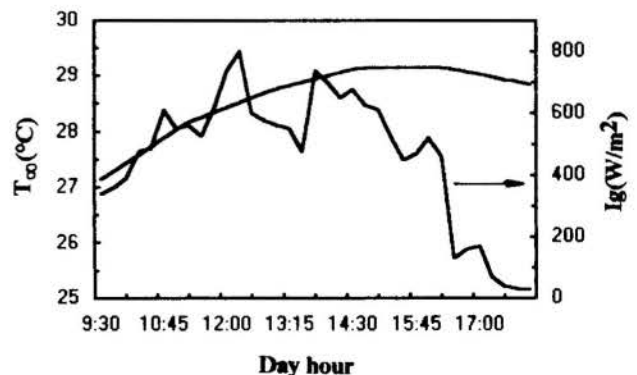


Figure 2. Experimental testing conditions.

**Numerical and Experimental Results.** The calculated daily behavior of the bed temperature is presented in Fig. 3, where one can see that the change in temperature calculated by Rendeiro (1981) follows the same behavior of the insulation curve, leading to conclude that this strongly dependence is not in according to the true behavior of the thermal system. The numerical result from this present work gives a more realist response, putting in evidence the thermal inertia effect of the stone bed absorber.

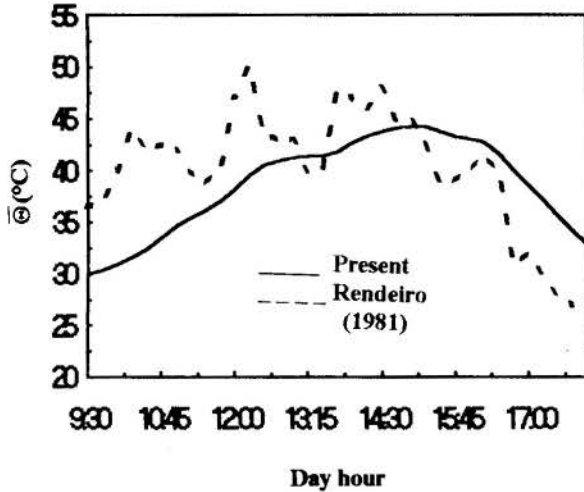


Figure 3. Calculated Stone Bed Temperature

The results shown in the Fig. 3 can be verified by the collector testing data. The Fig. 4 shows the calculated and measured exit air collector conditions. The comparisons between the results from the numerical analysis and the prototype testing, confirms that the present model gives a better response than the model presented by Rendeiro (1981). The curve related to this present work agrees very well with the experimental points, indicating also that the convection correlation given by Kneule (1966) is adequate to quantify the heat transfer rate for the flow over the stone bed, at least for design purposes. With the objective of better understanding of this physical problem, a experimental study will be performed to evaluate the convection heat transfer coefficient for the stone bed absorber.

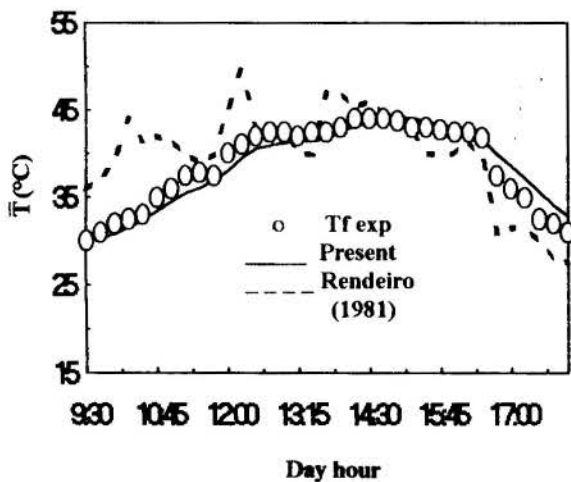


Figure 4. Calculated and Experimental outlet air temperature

## CONCLUSION

This work presents a lumped formulation for evaluating the daily performance of a stone bed absorber solar air collector. The model avoid a step-by-step solution process used in a previous work (rendeiro, 1981). The exit air solar collector temperature is obtained by solution of a coupled set of equations using a fourth-order Runge-Kutta method. Comparisons between the results from the numerical analysis and an experimental study on the performance of the solar collector, showed that the model can be used for design purposes, with a better response than the previous work, allowing a good control for the air inlet temperature to the greenhouse in drying systems.

## REFERENCES

- . Bolin, H. R., Stafford, A. E. and Huxsoll, C. C., "Solar Through Dryer", *Solar Energy*, Vol. 22, pp. 455-457, 1979
- . Duffie, J. A. and Beckman, W. A., "Solar Energy Thermal Process", John Wiley & Sons, 1974.
- . Kneule, F., "El Secado", Ediciones Urmo, 1966.
- . Rendeiro, G., "Grês-do-Pará Stone Bed Absorber Solar Collector", (in portuguese), *Proceedings of the 6th Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, Vol A, pp. 1-14, Campinas, SP, Brazil, 1981.
- . Rendeiro, G. and Amarante Mesquita, A. L., "Development of a Pepper Drying System Using a Stone Bed Absorber Solar Collector", *The 5th International Energy Conference*, paper 525-1, Seoul, Korea, 1993.
- . Roa, G. and Macedo, I. C., "Grain Drying in Stationary Bins with Solar Heated Air", *Solar Energy*, Vol. 18, pp. 445-449, 1976.
- . Sanjai, S. and Praditwong, P., "Development of a Solar Fruit Dryer for tropical Areas", *Proceedings of 2nd World Renewable Energy Congress*, Vol. 2, pp. 627-634, Reading, UK, 1992.
- . Saygh, A. A. M., "Solar Energy Application in Buildings", Academic Press, 1972.

**AVALIAÇÃO DA RECIRCULAÇÃO DE AR EM UM SECADOR  
QUANTO AO DESEMPENHO DE UMA BOMBA DE CALOR  
CONDICIONADORA DO AR DE SECAGEM**

MARCELO M. PERIM<sup>1</sup>, LINCOLN C. NEVES<sup>2</sup>, THEO G. KIECKBUSCH<sup>1</sup>  
1)FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA - UNICAMP  
2)FACULDADE DE ENGENHARIA DE ALIMENTOS - UNICAMP

**RESUMO**

Um secador de vegetais que utiliza uma bomba de calor para o condicionamento do ar de secagem (desumidificação e aquecimento), foi adaptado de forma a reaproveitar o ar exausto do secador. Foram pulverizadas quantidades de água na câmara de secagem de forma a simular um processo de desidratação. A diminuição do coeficiente de desempenho com o aumento da quantidade de ar recirculado, mantendo o fluxo de ar no secador, evidenciou as limitações do equipamento.

**INTRODUÇÃO**

A secagem é uma operação unitária que está presente em todas as indústrias de processamento de sólidos, sendo responsável por uma parcela considerável da energia total dispendida no processo (Zilla e Strumillo, 1987).

A evolução dos sistemas de bombas de calor aplicados à secagem de alimentos transcorreu de forma descontinuada, apesar de avaliações feitas após a 1ª crise do petróleo, que registravam economias de energia da ordem de 40 a 50% relativos a processos convencionais (Rossi, 1992).

O ar que entra no secador, após ser tratado por uma bomba de calor, é um ar quente e seco. Esse aumento do poder de secagem proporciona várias vantagens, entre elas, a possibilidade de diminuir a temperatura de secagem e o conteúdo final da umidade do alimento, acompanhada de uma redução do tempo de secagem, quando comparado a processos convencionais. O resultado final é um produto de melhor qualidade (Rossi et al., 1992).

Em 1978, na Inglaterra após levantamento do consumo total de energia utilizada na secagem, foi estimado que 15% do mesmo poderia ser economizado por recuperação do calor de descarga dos secadores, e mais 8,6% por otimização dos projetos de secadores e da operação. Essa visão foi confirmada em 1982 na Suécia, quando dados de 28 secadores provenientes da indústria química e que representaram 45% da indústria nacional, demonstraram eficiência térmica média de 33%. Foi notado, no entanto, que o potencial para a recuperação do calor da exaustão era maior quando 1/3 do mesmo era fornecido para posterior reutilização, a temperaturas abaixo da temperatura de exaustão, (Keey, 1986).

Objetivando investigar um possível aumento da eficiência em um sistema de secagem que utiliza uma bomba de calor condicionadora do ar de secagem, resolveu-se adaptá-lo, de forma a reaproveitar o ar exausto do secador no próprio sistema.

**PROCEDIMENTOS**

O sistema de bomba de calor utilizado opera de acordo com o ciclo de Rankine de compressão de vapor. O compressor é do tipo aber-

to, alternativo, e acoplado a um motor elétrico de 1.5 HP. O refrigerante foi o R22, com um condensador de ar e um evaporador de expansão seca (10 m<sup>2</sup>), adequado para condensar e drenar a umidade do ar que o atravessa. Um ventilador de 2.0 HP foi responsável pela movimentação do ar.

No circuito do ar foram usados tubos de PVC com diâmetros de 100 mm (na saída do secador) e 150 mm (no restante do circuito), isolados com poliuretano de 100 mm de espessura e recobertos com folhas de alumínio. O circuito do refrigerante, também isolado com borracha esponjosa, foi equipado com válvulas para o controle da evaporação e da carga de refrigerante na sucção do compressor.

A Figura 1 esquematiza o circuito de ar e do refrigerante no sistema, indicando as posições de tomada e descarga do ar.

Um aquecedor de ar auxiliar, à base de resistências elétricas foi instalado à entrada do secador, de modo a suprir o calor necessário para manter fixa a temperatura do ar nesta posição. No interior da câmara de secagem, um vaporizador de água, alimentado de modo controlado com ar comprimido e água simulava a secagem de um alimento, a uma taxa de secagem constante.

O instrumental de medidas e de controles utilizado foi o mesmo de Rossi (Rossi et al., 1992).

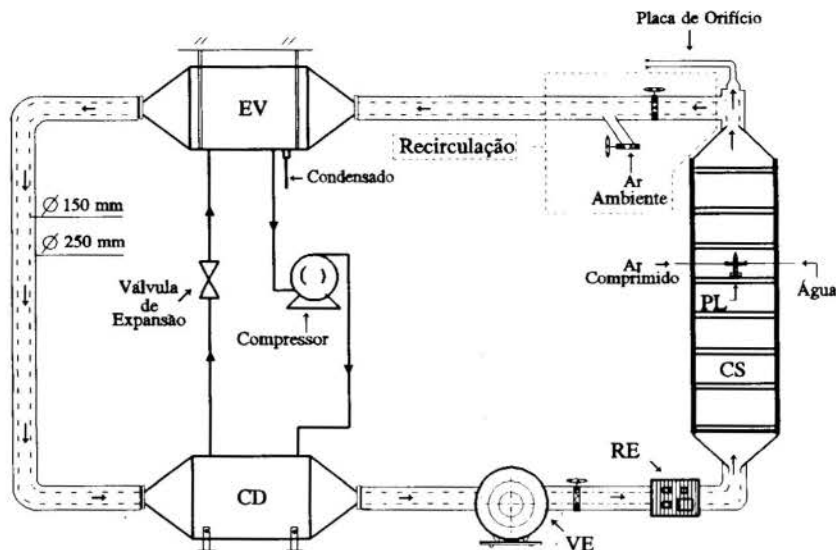
Foram realizados três séries de ensaios para avaliar a termodinâmica do processo. Em todos eles, três variáveis de operação foram mantidas constantes com valores fixados de acordo com pesquisa anterior (Rossi et al., 1992).

- vazão do ar ( $W_{ar}$ ) na câmara de secagem  $\approx 218,0$  kg/h  
- temperatura do ar na câmara de secagem = 55°C ( $\pm 0,1$ )  
- temperatura de evaporação do refrigerante = 0 °C ( $\pm 0,3$ )

Cada série de ensaios se diferenciava pelo valor da umidade característica do ensaio, U.C., definida como a umidade relativa do ar na entrada do evaporador quando a recirculação era total. Os três níveis de U.C. foram: 17,5%; 25,5% e 46,0%.

Todos os ensaios foram conduzidos de maneira semelhante. Inicialmente acionava-se o ventilador e pulverizava-se continuamente uma





CD : Condensador      PL : Pulverizador  
 CS : Câmara de Secagem      RE : Resistências Elétricas  
 EV : Evaporador      VE : Ventilador

Figura 1 - Circuito de Ar do Secador Adaptado com Recirculação.

vazão pré-calculada de água no secador, com a saída do mesmo ajustada para a recirculação total do ar,  $R_i=1,0$ . Posteriormente, ajustava-se os controles do equipamento para alcançar os valores pré-estabelecidos dos parâmetros citados acima.

Quando o sistema entrava em regime as seguintes condições de processo foram medidas e registrados: vazão do R22, pressão e temperatura na descarga e sucção do compressor, as temperaturas de entrada e saída em todos os elementos do circuito do ar e do refrigerante, e o consumo de energia elétrica do compressor e das resistências. Em seguida diminuía-se a quantidade de ar recirculado,  $R_i$  (vazão de ar recirculado dividido pela vazão do ar no secador), para outro nível pré-estabelecido, e esperava-se que o sistema alcançasse um novo estado de equilíbrio. As variáveis medidas eram novamente anotadas.

Com todos os dados disponíveis, calculou-se o calor absorvido pelo ar ao passar pelo evaporador, condensador e pelas resistências ( $Q_{ev}$ ,  $Q_{cd}$  e  $Q_{res}$ ), as umidades absolutas do ar na entrada e saída do evaporador, o trabalho de compressão ( $W_{cp}$ ), o consumo elétrico do compressor e das resistências ( $E_c$ ,  $E_{res}$ ) o coeficiente de performance efetivo de aquecimento  $COP_{c,ef} = (Q_{cd}) / (E_c)$ , e o de aquecimento total  $COP_{c,t} = (Q_{cd} + Q_{res}) / (E_c + E_{res})$ .

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

As condições do ar que entra no evaporador afetam o desempenho da bomba de calor, pois no evaporador ele é a fonte de calor, e posteriormente tem acrescido a si no condensador, o calor equivalente ao trabalho de compressão somado ao calor absorvido no evaporador, transformando-se assim em um reservatório de calor. Trabalho anterior (Rossi et al., 1992) mostrou que a temperatura e a umidade absoluta do ar, são os dois parâmetros mais relevantes no processo. As propriedades do ar que entra no evaporador são resultantes da mistura do ar proveniente do ambiente e do ar que deixa o secador. Dessa forma a razão de recirculação ( $R_i$ ) passa a ser outra variável importante.

Os resultados obtidos no três ensaios

foram lançados nas Figuras 2 a 8. As curvas foram parametrizadas pela umidade característica (U.C.).

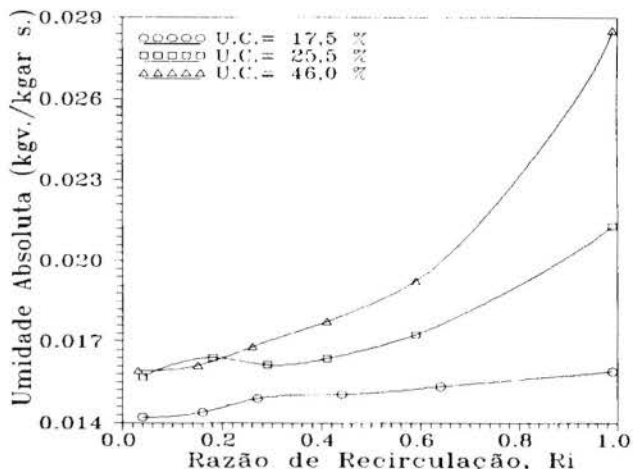


Figura 2 - Variação da Umidade Absoluta do Ar com  $R_i$  antes de entrar no Evaporador

As oscilações observadas nas figuras para valores de  $R_i$  próximos de zero, são reflexos da predominância das condições do ar ambiente, que variaram naturalmente durante o dia.

A Figura 2 apresenta os valores calculados da umidade absoluta do ar na entrada do evaporador e representa condições típicas encontradas em secadores industriais.

As Figuras 3 e 4 fornecem duas informações importantes:

- A água por apresentar-se à temperatura ambiente, ao ser pulverizada no ar dentro do secador, além de causar um aumento da sua umidade absoluta também o resfria de forma considerável (Figura 4).

- Ao aumentarmos a razão da recirculação ( $R_i$ ), a capacidade do evaporador em desumidificar o ar diminui a medida que as umidade característica decresce (Figura 3).

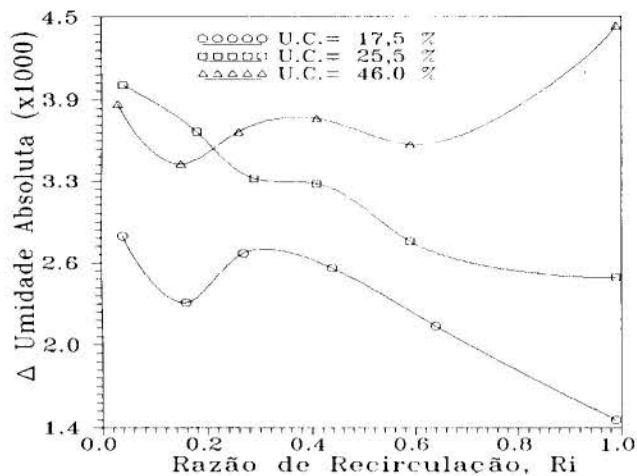


Figura 3 - Variação do decréscimo de Umidade no Ar ao atravessar o Evaporador.

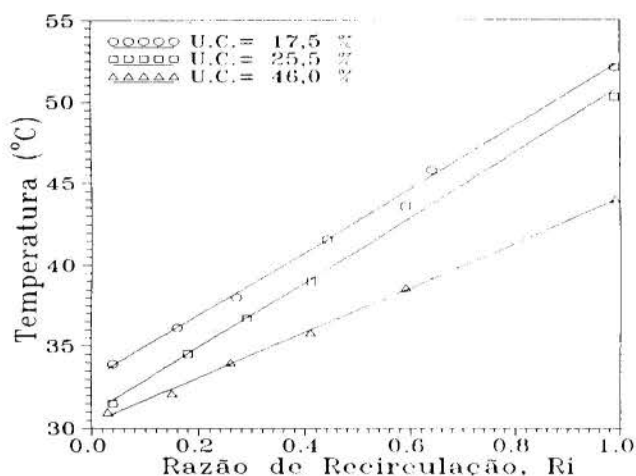


Figura 4 - Variação da Temperatura do Ar com Ri, na Entrada do Evaporador

A influência da temperatura e da umidade do ar na entrada do evaporador sobre o  $COP_{c,ef}$  pode ser visualizada nas Figuras 5 e 6.

O  $COP_{c,ef}$  diminui à medida que aumentamos a umidade absoluta. As diferentes inclinações são consequências dos limites de operação impostos. Ao trabalhar-se com U.C. altas, amplia-se os valores de umidade absoluta e com isso as inclinações das curvas são menores. A principal questão diz respeito ao papel em separado dessas duas variáveis na diminuição do  $COP_{c,ef}$  com Ri, observado na Figura 7.

Um comportamento semelhante às curvas de  $COP_{c,ef}$  versus Ri, foi obtido quando se considerou influência das resistências elétricas ( $COP_{c,t}$ ).

A mesma tendência observada da influência da umidade absoluta com relação ao  $COP_{c,ef}$  é verificada com a temperatura do ar na entrada do evaporador (Figura 6). O aumento destas duas variáveis, além de promover a transferência de calor, tem em comum entre si o aumento da entalpia do ar. Como consequência, o aumento da entalpia da fonte (ar que entra no evaporador) atua negativamente na performance do equipamento ( $COP_{c,ef}$ ), diminuindo-a.

A Figura 8 relaciona a temperatura do refrigerante na saída do evaporador com a razão de recirculação, e revela que o mesmo, ao

deixar o evaporador possui um grau apreciável de superaquecimento, bem acima do valor máximo de projeto que é de 8,0°C. Pode-se afirmar portanto que em uma parte considerável do evaporador, o refrigerante já existe como vapor superaquecido, prejudicando o processo de resfriamento do ar, e como consequência, a capacidade que o evaporador possui em desumidificar o ar (Figura 3). A situação mais crítica se processa em Ri altas e U.C. baixas, e indica que o processo é limitado pela vazão do refrigerante.

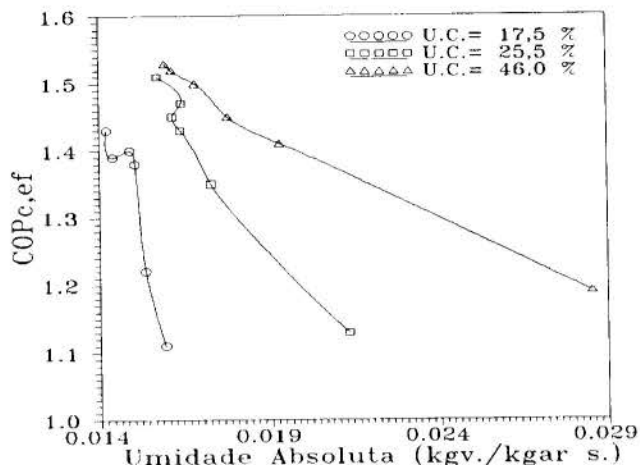


Figura 5 - Comportamento do  $COP_{c,ef}$  com relação a Umidade Absoluta do Ar na Entrada do Evaporador

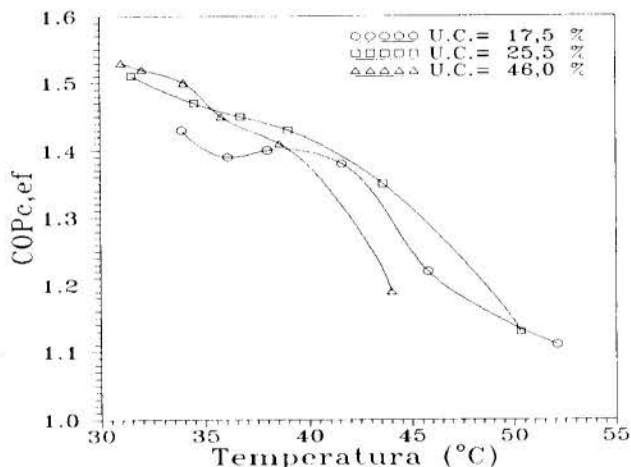


Figura 6 - Comportamento do  $COP_{c,ef}$  com relação a temperatura de Ar na Entrada do Evaporador.

Um outro ponto importante é que nessas condições críticas de operação, uma maior quantidade de vapor de água presente no ar induz a um superaquecimento mais rápido do refrigerante, devido a maior eficiência de troca térmica quando ocorre condensação.

Ensaio anteriores (Rossi, 1993), realizados em condições mais brandas e a temperaturas inferiores a 30°C, não coincidiram com os resultados aqui apresentados no que se refere a influência da temperatura e da umidade absoluta do ar na entrada do evaporador, no desempenho do sistema.

Os resultados aqui apresentados e cálculos adicionais levando ao projeto de um sistema mais eficiente, indicam que a capacidade de

circulação da energia pela bomba de calor é limitada pelo fato de o ar que deixa o evaporador ser o mesmo que entra no condensador. As condições do ar neste ponto devem proporcionar meios para que todo o calor do evaporador mais o equivalente ao trabalho de compressão seja absorvido pelo ar, devendo atingir uma temperatura próxima a da condensação do refrigerante.

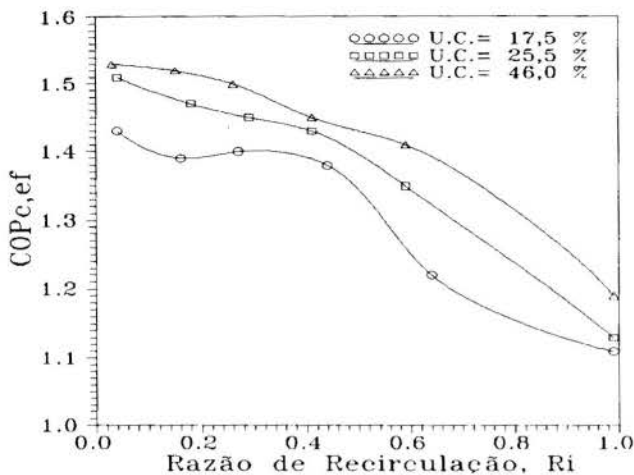


Figura 7 - Variação do COP<sub>c,ef.</sub> com a Razão de Recirculação

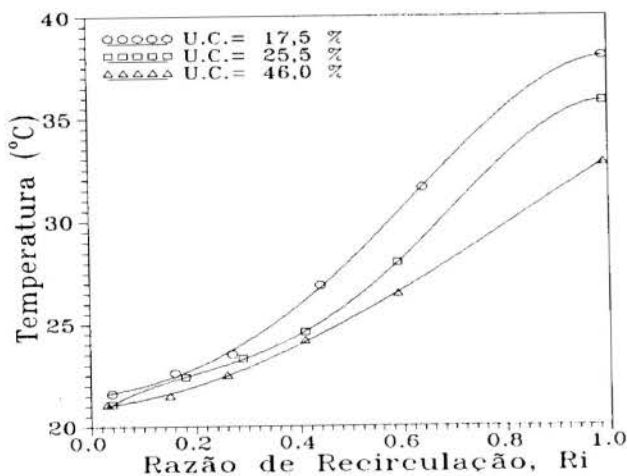


Figura 8 - Temperatura do Refrigerante na Saída do Evaporador em função de Ri.

A eficiência de resfriamento do ar no evaporador determina portanto o maior ou menor grau possível de recirculação de ar, pois de sua atuação depende a temperatura de condensação do refrigerante, e as condições do ar na entrada do condensador.

#### CONCLUSÃO

A análise do resultados sugere como primeira providência, a alteração do equipamento de bomba de calor de forma a aumentar o fluxo de refrigerante no evaporador, tentando diminuir o superaquecimento do mesmo.

A substituição da válvula de expansão, que trabalha quase todo tempo aberta na posição máxima, ou a modificação da rotação do compressor, poderiam ser as adequações iniciais mais indicadas.

A limitação imposta pelo equipamento

quanto ao reaproveitamento do ar exausto do secador, isto é, a obrigatoriedade das condições do ar na saída do evaporador serem as mesmas do ar que entra no condensador, deixa antever que, mesmo pondo em prática as alterações mencionadas acima, não se deverá melhorar o desempenho do sistema de forma expressiva utilizando a recirculação. Portanto, o uso da recirculação para o sistema avaliado só deverá ser vantajoso em baixas Ri.

#### SUMMARY

A vegetable dryer, provided with a heat pump for inlet air conditioning (dehumidifier and heater), was adapted in order to reuse the exhausted air. The drying process was simulated using a water spray in the drying chamber. The Performance Coefficient decreased with increasing recirculation rate, an indicator of capacity limitation of the equipment.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - Glukman, M.A. - Practical Performace of Industrial Heat Pumps. Proc. Int. Inst. Refrig. 83: 58 - 66, 1987.
- 2 - Key, R.B. - Recent Progress in Solids Processing: Some Current Development in Drying. Chem. Eng. Res. Des. 64 (2): 83 - 88, 1986.
- 3 - Rossi, S.J. - Desenvolvimento e Avaliação de uma Bomba de Calor Usada no Condicionamento do Ar para a Secagem de Alimentos. - Campinas, 1993, 119 p. Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia de Alimentos, Unicamp.
- 4 - Rossi, S.J.; Neves, L.C.; Kieckbusch, T.G. - Thermodynamic and Energetic Evaluation of Heat Pump Applied to the Drying of Vegetables. In: Mujundar, A.S. - ed. Drying'92, Montreal Canada, Elsvier Publ., 1992, p.762-772.
- 5 - Zilla, R. e Strumillo, C. - Heat Pumps in Drying. In: Mujundar, A.S. - ed. Drying'87, New York, Hemisphere, 1987 p.129-141.

ANÁLISE COMPARATIVA DE ESTRATÉGIAS DE AQUECIMENTO ELÉTRICO AUXILIAR EM INSTALAÇÕES SOLARES DE AQUECIMENTO DE ÁGUA

Ester Naves Machado Borges<sup>1</sup>  
 Geraldo Rômulo Vilela Filho<sup>2</sup>  
 Sérgio Augusto Araújo da Gama Cerqueira<sup>3</sup>

<sup>1</sup> DAEE - CEFET MG - Av. Amazonas, 7675 - Belo Horizonte - MG  
<sup>2</sup> Depto Eng<sup>a</sup> Mecânica - PUC MG - Av. D. José Gaspar, 500 - Belo Horizonte - MG  
<sup>3</sup> DEMEC - FUNREI - Praça Frei Orlando, 170 - São João del Rei - MG

SUMÁRIO

Neste trabalho é feita uma comparação, utilizando ferramentas de análise exergetica e energética, entre estratégias de armazenamento de água e aquecimento auxiliar em instalações solares para fins residenciais. Duas estratégias são consideradas: resistência imersa no tanque de armazenamento (usual entre os sistemas comerciais) e aquecedor de passagem, para tanques com baixos níveis de estratificação. Verifica-se a melhor adequação do aquecedor elétrico de passagem e do tanque com alta estratificação, para tais instalações.

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta uma análise comparativa entre estratégias de aquecimento auxiliar em instalações solares para aquecimento de água, para fins residenciais. O aquecimento auxiliar se faz necessário quando a temperatura da água, na saída do tanque de armazenamento, se encontra inferior à desejada para a demanda. A utilização de resistências elétricas imersas no próprio tanque de armazenamento de água é prática usual entre os fabricantes.

A principal ferramenta de análise utilizada é a exergetica, que permite avaliar o grau de adequação de cada estratégia para a complementação do aquecimento de água, quando este se faz necessário.

A análise exergetica isolada de coletores solares foi feita primeiramente por Bejan, A., *et al.* (1981). Esta análise foi posteriormente estendida a todos os componentes da instalação solar (Borges, E.N.M. *et al.*, 1993), considerando um tanque de alto grau de estratificação e, como forma auxiliar de aquecimento, um aquecedor de passagem de resistência variável. Neste trabalho, é feita uma análise mais abrangente do tanque de armazenamento, considerando-se maiores e menores níveis de estratificação. São analisadas duas diferentes estratégias de aquecimento auxiliar: uma resistência de potência fixa imersa no tanque de armazenamento e um aquecedor de passagem de potência variável.

DESCRIÇÃO DO SISTEMA

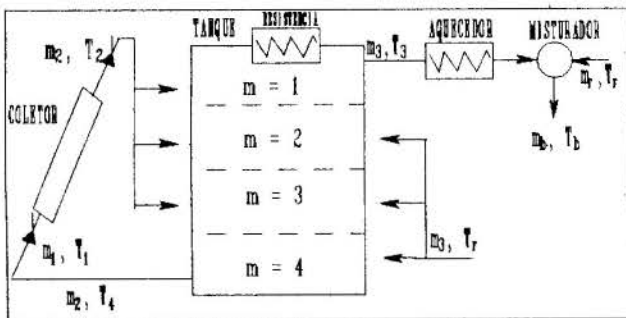


Figura 1. Instalação solar para aquecimento de água.

O sistema estudado (Fig. 1), consiste de um arranjo de coletores solares, tanque de armazenamento de água quente,

aquecimento auxiliar elétrico (resistência elétrica imersa no próprio tanque e aquecedor de passagem) e misturador. A água aquecida no coletor é admitida no tanque em sua parte superior e recircula várias vezes no arranjo de coletores durante o período de operação. A água aquecida deixa o tanque pela sua parte superior e a água fria de reposição é admitida no mesmo em sua parte inferior. Sempre que a temperatura da água na parte superior do tanque é inferior à desejada, a resistência imersa ou o aquecedor de passagem são acionados. O misturador, que representa torneira ou ducha de água à temperatura da rede, é acionado sempre que a temperatura da água aquecida for superior à de demanda.

A taxa de geração de entropia -  $\dot{S}_{ger}$  - é dada pela relação abaixo, (Bejan, 1982):

$$\dot{S}_{ger} = \frac{dS}{dt} - \sum_k \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \sum_s \dot{m}_s - \sum_c \dot{m}_s \quad (1)$$

onde  $\dot{S}$  representa a entropia total do sistema,  $t$  o tempo,  $\dot{Q}_k$  o calor trocado com o meio à temperatura  $T_k$ ,  $\dot{m}$  a vazão em massa e  $s$  a entropia do fluido nas entradas e saídas do sistema. Para o coletor solar, operando em regime permanente, a equação assume a seguinte forma:

$$\dot{S}_{ger} = - \frac{\dot{Q}_e}{T_e} + \frac{\dot{Q}_o}{T_o} + \dot{m}_2(s_2 - s_1) \quad (2)$$

onde  $\dot{Q}_e$  é o fluxo de calor radiativo sol-coletor,  $T_e$  representa a temperatura equivalente do sol como fonte exergetica, da ordem de 4500K (Bejan, 1982),  $\dot{Q}_o$  as perdas de calor,  $T_o$  a temperatura do ambiente e  $s$  a entropia específica da água considerada função univoca da temperatura. A eficiência exergetica de um sistema é dada por (Borel, 1987):

$$\eta_2 = \frac{\dot{E}_w}{\dot{E}_w^*} = 1 - \frac{T_o \dot{S}_{ger}}{\dot{E}_w^*} \quad (3)$$

onde  $\dot{E}_w^*$ ,  $\dot{E}_w$  e  $T_o \dot{S}_{ger}$  representam, respectivamente, a exergia recebida, fornecida e destruída pelo sistema.



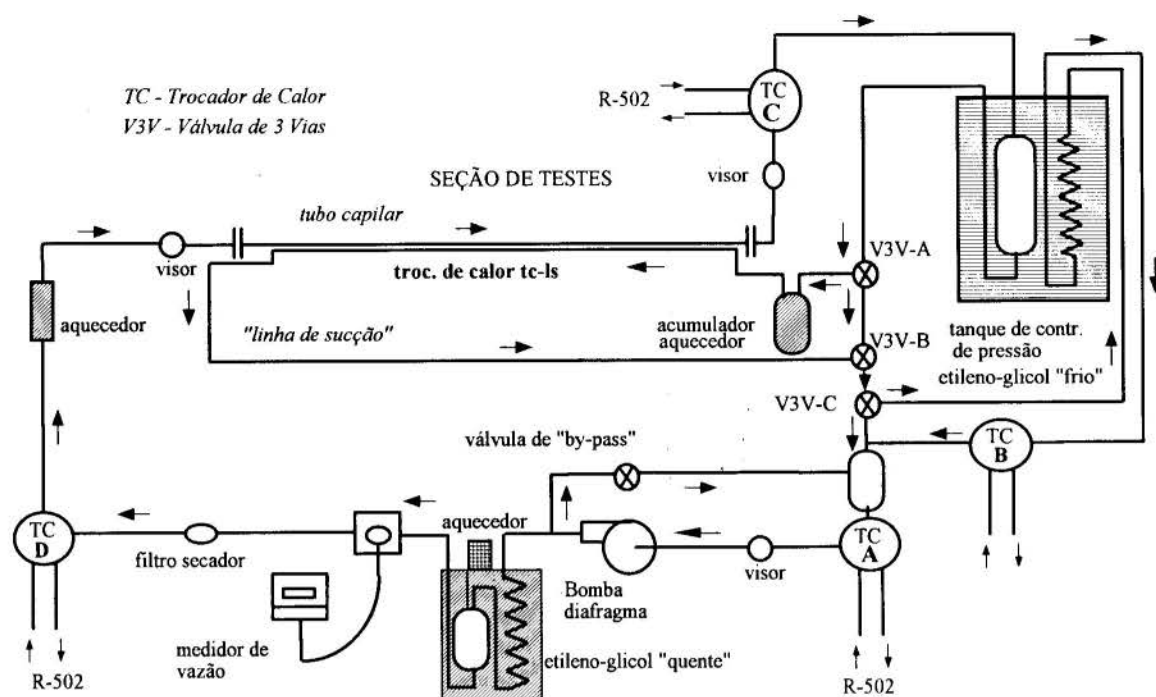


Figura 1 Unidade experimental construída para testes de tubos capilares adiabáticos e não-adiabáticos (tc tc-1s)

Como, ao contrário do que ocorre com um compressor onde o refrigerante é comprimido na fase gasosa, o refrigerante tem que estar na fase líquida na entrada da bomba, a instalação foi projetada de forma a prover esta condição através de sistemas auxiliares, assim o refrigerante, após a saída do tubo capilar, é condensado e subresfriado antes da entrada da bomba.

A unidade experimental foi construída no ACRC (Air Conditioning and Refrigeration Center, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA), e simula as condições operacionais encontradas na prática por tubos capilares adiabáticos e por trocadores de calor tubo capilar-linha de sucção. A unidade é constituída de três sistemas.

**Sistema principal.** O sistema principal é formado pelo circuito de refrigerante a ser testado como fluido de trabalho envolvendo a seção de teste, a bomba e o acumulador de refrigerante líquido que simula o evaporador; e a instrumentação para medição de vazão, pressão e temperatura. Envolve também os sub-sistemas de aquecimento, utilizados no controle do subresfriamento na entrada do tubo capilar, no reservatório para evitar oscilações na pressão do refrigerante na saída da bomba, e no acumulador para a evaporação e superaquecimento do refrigerante no acumulador da linha de sucção. A seção de testes foi dotada de visores de vidro que permitem uma observação visual do escoamento à montante e à jusante do tubo capilar. Um esquema do sistema principal pode ser visto na figura 1.

O refrigerante após a seção de teste é condensado e resfriado à pressão constante no trocador de calor TC-C e no tanque de controle de pressão, descrito na seção seguinte. A válvula de três vias colocada após o tanque, V3V-A, permite que o refrigerante líquido tanto possa ir para o trocador de calor TC-A, localizado antes da bomba, quanto para o acumulador-aquecedor. Esta configuração possibilita o teste de tubo capilares adiabáticos ou trocadores de calor tubo capilar-linha de sucção. No caso do teste de trocadores de calor tubo capilar-linha de sucção, o refrigerante se dirige ao acumulador aquecido por uma resistência elétrica, onde

evapora e escoa para o trocador de calor tc-1s, resfriando o tubo capilar. Para ser condensado e subresfriado, o vapor superaquecido na saída da linha de sucção é enviado ao trocador de calor TC-A diretamente, ou, dependendo do valor do subresfriamento necessário na entrada da bomba, passa pelo reservatório de etileno-glicol antes de se dirigir ao trocador de calor TC-A. Este processo é controlado através das válvulas de três vias V3V-B e V3V-C. Após a bomba, o refrigerante passa pelo medidor de vazão e entra novamente no tubo capilar fechando o ciclo. O controle de vazão e pressão do refrigerante é feito através de uma válvula de "by-pass" localizada entre a saída da bomba e o trocador de calor TC-A.

**Circuito de etileno-glicol.** O segundo sistema é formado por um circuito de etileno-glicol contendo um tanque de refrigerante, um reservatório de etileno-glicol, uma bomba e dois trocadores de calor co-axiais com R-502. A função do reservatório de etileno-glicol resfriado à baixa temperatura é a condensação do refrigerante, controle da pressão na saída do tubo capilar e a condensação do vapor de refrigerante superaquecido após a linha de sucção. O sistema foi projetado para ter uma mistura líquido-vapor de refrigerante no tanque, de forma que a pressão é controlada através da temperatura. Isto é feito através da troca de calor com o etileno-glicol à baixa temperatura, auxiliado pelo trocador de calor localizado antes do tanque (TC-C) que possibilita a obtenção de temperaturas mais baixas. O resfriamento do etileno-glicol é feito utilizando uma bomba para circulá-lo através do trocador de calor com R-502 (TC-B) e o controle da sua temperatura é auxiliado por uma resistência elétrica colocada na linha entre a bomba e o reservatório.

**Sistema de refrigeração com R-502.** O terceiro sistema é formado por um circuito de refrigeração por compressão de vapor, utilizando R-502 como fluido de trabalho, envolvendo compressor, válvula de expansão, condensador e três evaporadores. Através destes evaporadores, que são os trocadores de calor TC-A, TC-B e TC-C, mencionado anteriormente, este circuito fornece a carga de

resfriamento necessária para : a) resfriamento do etileno-glicol, b) subresfriamento do refrigerante líquido na saída do tanque de controle de pressão e antes da bomba; c) auxiliar a condensação e controle da pressão do refrigerante na saída do tubo capilar.

O valor da carga de refrigeração fornecida pelo sistema de R-502 é controlado através da válvula de expansão, localizada antes do trocador de calor TC-A e utilizando-se um dispositivo de controle da rotação do compressor através da variação de frequência da alimentação. Uma função adicional do sistema de refrigeração de R-502 é aquecer o refrigerante antes da entrada do tubo capilar de forma a auxiliar o controle do subresfriamento. Isto é feito utilizando-se um "by-pass" na saída do compressor que desvia uma parte do vapor de R-502 a alta temperatura para um trocador de calor co-axial colocado antes da seção de teste.

**Instrumentação.** Foi utilizado para a medição da vazão mássica do refrigerante escoando no interior do tubo capilar um medidor por força de Coriolis com precisão de 0,4%

Para a medição da pressão manométrica do refrigerante na entrada e saída do tubo capilar, foram empregados transdutores de pressão capacitivos. A pressão atmosférica no local dos ensaios foi obtida através de um barômetro de mercúrio e corrigida para compensar efeitos de temperatura e gravidade do local. A precisão das medidas de pressão é de  $\pm 0,04$  bar.

Termopares tipo T (cobre-constantan) foram utilizados para a medição das temperaturas na seção de teste e em outros pontos da unidade experimental, com precisão de  $\pm 0,2$  °C.

## LEVANTAMENTOS EXPERIMENTAIS REALIZADOS

Visando a caracterização experimental do desempenho de trocadores de calor tubo capilar-linha de sucção com o refrigerante HFC-134a, foram realizados levantamentos experimentais em dois trocadores de calor, um composto de tubos laterais e outro de tubos concêntricos, com as características geométricas apresentadas na figura 2

Foi medido o diâmetro interno médio do tubo capilar para cada um dos trocadores de calor. O método utilizado foi a determinação do volume interno do tubo capilar através do seu enchimento com um fluido de massa específica conhecida. Para evitar erros de medição devido à existência de "vazios" no interior do tubo capilar, foi utilizado o álcool isopropil 70%, que tem um baixo valor de tensão superficial. A medição da massa de álcool no tubo capilar foi realizada utilizando uma balança com leitura de 0,01 g de fundo de escala. O valor encontrado para o diâmetro interno médio do tubo capilar foi de 0,813 mm, dentro, portanto, da tolerância de 0,025 mm, estabelecida pelo fabricante do tubo.

As unidades testadas foram isoladas termicamente utilizando material apropriado para tubulações de refrigeração constituído por elastômero com condutividade térmica igual a 0,043 W/m.K. A espessura do isolamento utilizada foi de 50 mm.

Para o trocador de calor constituído por tubos laterais, além da medição da vazão de refrigerante, pressão de entrada e pressão no reservatório de saída; foram medidas as temperaturas de parede ao longo do tubo capilar e a temperatura do refrigerante na linha de sucção, na entrada do trocador de calor. Foram medidas as temperaturas na parede do tubo capilar, devido a impossibilidade do uso de técnicas convencionais para a medição da temperatura do fluido refrigerante em função do pequeno diâmetro do tubo capilar. Considerando o alto valor do coeficiente de transferência de calor convectivo do refrigerante, na faixa de 8000 W/m<sup>2</sup>.K, a temperatura de parede é muito próxima da temperatura do refrigerante. Os cabos dos termopares foram conectados à parede do tubo usando um adesivo a base de epoxi metálico ("aluminum-epoxy").

Antes da fixação, o local do termopar o tubo foi limpo com acetona e o cabo do termopar foi enrolado no tubo várias vezes, de

forma a evitar condução axial de calor, neste cabo, anulando o efeito aleta que influenciaria as medidas.

Para o trocador de calor constituído por tubos concêntricos, foram medidas as temperaturas de parede do tubo capilar nas regiões de entrada e saída do trocador de calor.

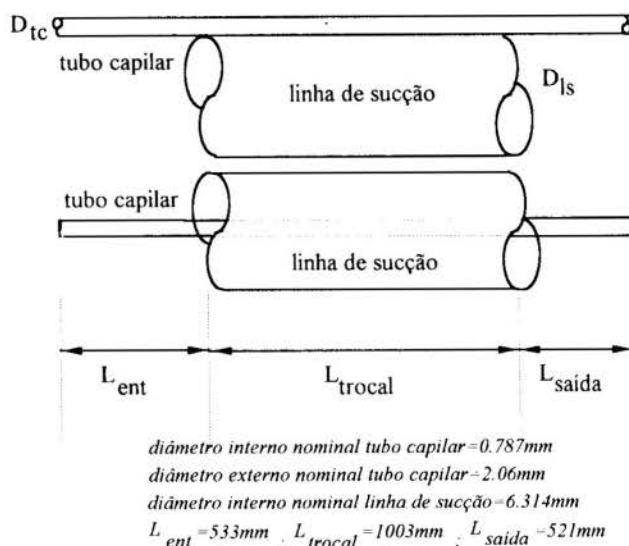


Figura 2 Trocadores de calor tubo capilar-linha de sucção testados

## RESULTADOS OBTIDOS

Um dos objetivos da realização dos levantamentos experimentais descritos no presente trabalho foi a validação de um modelo de simulação numérica de trocadores de calor tubo capilar-linha de sucção apresentado pelos autores em trabalho prévio (Peixoto e Silveira, 1993).

Os resultados obtidos nos levantamentos experimentais realizados foram, basicamente, a vazão mássica de fluido refrigerante escoando no tubo capilar, para determinadas condições de entrada e saída no tubo capilar e linha de sucção; e o perfil de temperatura conforme descrito no item anterior. A seguir são mostrados alguns dos resultados experimentais obtidos e das comparações com os valores previstos pelo modelo matemático de simulação, sendo que o conjunto completo dos dados experimentais obtidos é apresentado em Peixoto (1994).

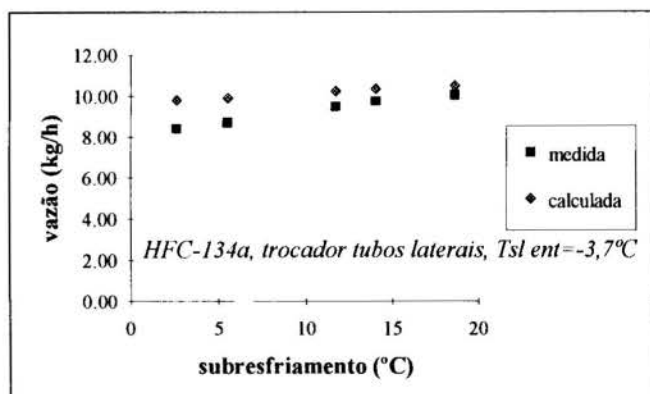


Figura 3 Comparação da vazão mássica calculada pelo modelo com a vazão mássica medida (Pent=1400 kPa)

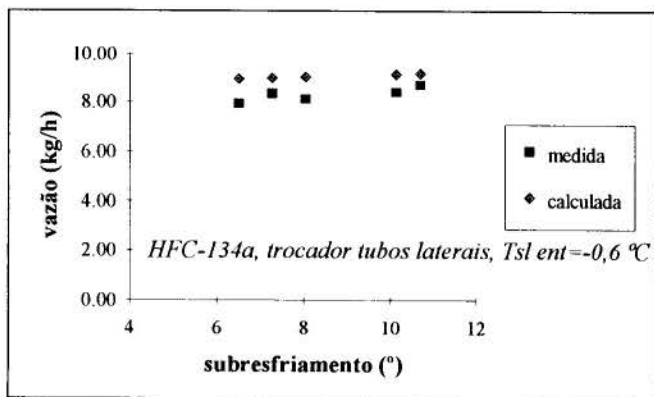


Figura 4 Comparação da vazão mássica calculada pelo modelo com a vazão mássica medida (Pent=1250 kPa)

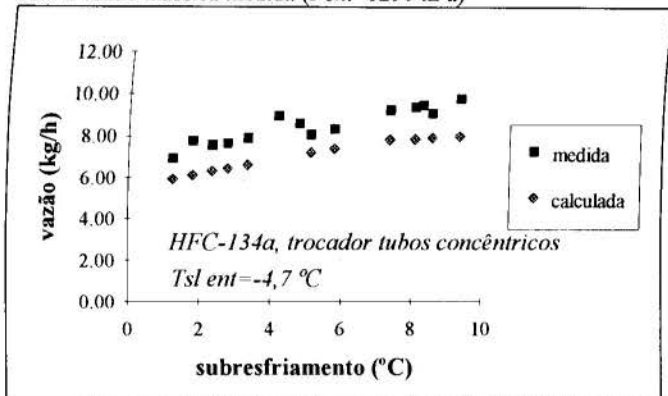


Figura 5 Comparação da vazão mássica calculada pelo modelo com a vazão mássica medida (Pent=1150 kPa)

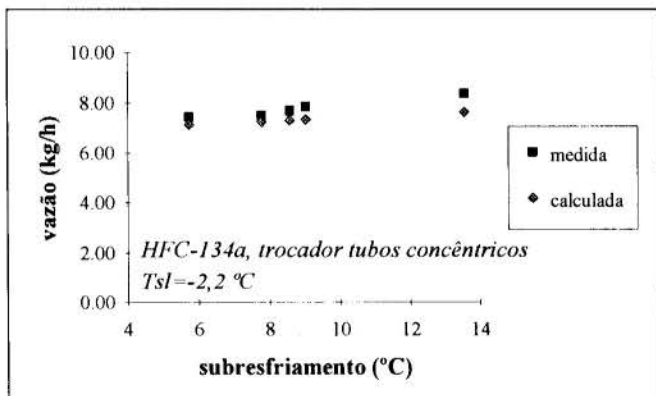


Figura 6 Comparação da vazão mássica calculada pelo modelo com a vazão mássica medida (Pent=1060 kPa)

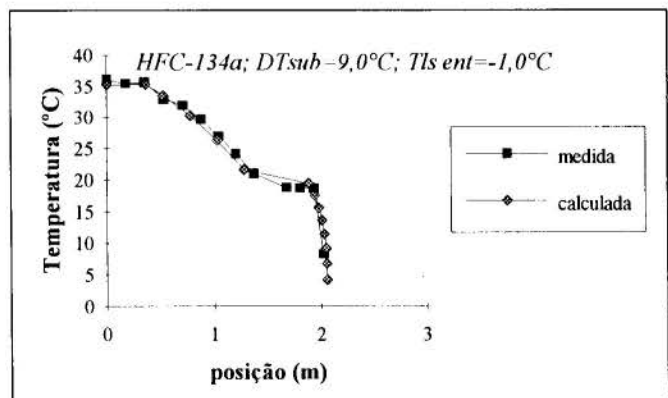


Figura 7 Comparação entre o perfil de temperatura da parede do tubo capilar medido e calculado pelo modelo matemático (trocador de calor tubos laterais; Pent=1150 kPa)

## CONCLUSÕES

Conforme pode ser observado nas figuras apresentadas, os valores de vazão mássica calculados pelo modelo para a configuração trocador de calor tubos laterais, na maioria dos casos são maiores que os valores medidos. A diferença média e a diferença máxima, entre os valores medidos e os calculados, são de 8,0% e 15,9%, respectivamente. Para o trocador de calor constituído por tubos concêntricos, o comportamento dos valores calculados pelo modelo matemático é o inverso. Os valores de vazão calculados são menores que os valores medidos. Para esta configuração do trocador de calor, a diferença média e a diferença máxima, entre os valores medidos e os calculados, são de 9,7% e 20,0%, respectivamente.

As diferenças existentes entre os valores medidos experimentalmente e calculados pelo modelo estão relacionadas com as hipóteses adotadas na formulação do modelo. Estudos teóricos e levantamentos experimentais adicionais estão em realização para a validação do modelo numa faixa mais ampla de parâmetros operacionais e geométricos e para o aumento da sua precisão.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e ao ACRC pelo suporte à realização desta pesquisa.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASHRAE Handbook Equipment, Ch. 19, 1988
- Dudley, J.C., "A Photographic Study of the Two-Phase Flow of Freon in Small Bore Tubes," M.S. Thesis, University of Wisconsin, Madison, WI, USA, 1962.
- Bittle, R.R., Stephenson, W.R., Pate, M.B., "An Experimental Evaluation of Capillary Tube-Suction Line Heat Exchanger Performance with HFC-152a," Submitted to *ASHRAE Transactions*, 1993.
- Kuehl, S.J. and Goldschmidt, V.W., "Modelling of Steady Flows of R-22 Through Capillary Tubes," *ASHRAE Transactions*, vol. 96, part 1, pp. 139-148, 1991.
- Pate, M.B., "A theoretical and Experimental Analysis of Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers", PhD Thesis, Purdue University, 1982.
- Peixoto, R.A., Silveiras, O.M., "Analysis of the Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers Used in Refrigeration Systems," *Anais do XIII COBEM*, Brasília, pp. 769-772, 1993.
- Peixoto, R.A., "Análise Teórico-Experimental do Escoamento do Refrigerante HFC-134a em Trocadores de Calor Tubo Capilar-Linha de Sucção Utilizados em Sistemas de Refrigeração," Tese de doutoramento, Universidade de São Paulo, SP, Brasil, 1994.
- Pereira, R.H., et al., "Influência da Transferência de Calor em Tubos Capilares e Linhas de Sucção sobre o Desempenho de um Refrigerador Doméstico," *Anais do IX COBEM*, Florianópolis, pp. 355-357, 1987.
- Whitesel, H.A., "Capillary Two-Phase Flow", *Refr. Eng.*, Vol. 65, n° 4, pp. 42-44 e 98-99, 1957.

## ABSTRACT

Expansion devices are one of the four major components of vapor compression refrigeration systems and small systems use capillary tube as this device. Today, a capillary tube-suction line heat exchange geometry (ct-sl hx) is used in almost all household refrigerators. Capillary tube-suction line heat exchangers were tested in this work with refrigerant HFC-134a that has emerged as the primary candidate for CFC-12 replacing.

BALANÇO DE RADIAÇÃO SOLAR DE ONDAS CURTAS EM ESTUFA DE POLIETILENO

Escobedo, J.F.; J.M.D. de Melo; V.A.Frisina; J.R.C.Saglietti  
 Departamento de Física e Biofísica/IB/UNESP/Botucatu/SP/Brasil/18618-000  
 Tel: (0149) 21-2121 - FAX: (0149) 21-3744

RESUMO

No trabalho é descrita a construção de um radiômetro para medir simultaneamente a radiação solar global ( $G$ ); fração da radiação global refletida ( $Gr$ ) e o saldo de radiação de ondas curtas ( $SRoc$ ) em uma estufa tipo tunel com cobertura de polietileno de baixa densidade ( $e = 0.1$  mm). O radiômetro, calibrado em relação a um piranômetro EPPLEY (PSP), apresentou constantes de calibração para os dois canais:  $K_1 = (27,56 \times 10^{-6} \text{ Vm}^2/\text{W})$  e  $K_2 = (27,52 \times 10^{-6} \text{ Vm}^2/\text{W})$  com desvios de linearidade da ordem de 0.5%. As relações entre as radiações global externa ( $G_{ex}$ ), global interna ( $G_{in}$ ), fração da radiação global interna refletida ( $Gr_{in}$ ) e saldo radiação ( $SRoc$ ) são:  $G_{in} = 0,66 G_{ex}$ ;  $Gr_{in} = 0,076 G_{in}$ ;  $SRoc = 0,57 G_{ex}$  e  $SRoc = 0,92 G_{in}$ .

INTRODUÇÃO

O conhecimento do balanço de radiação é de fundamental importância em estudos ambientais sendo que sua aplicação na agricultura está ligada ao planejamento e uso da terra, zoneamento agrícola e irrigação eficiente, e na área biológica nos estudos microclimáticos de plantas e animais.

O uso de estufas com cobertura de polietileno como ecossistema agrícola ou biológico é uma realidade em países como Japão, EEUU, Espanha, Itália, entre outros, que desenvolvem tecnologia de produção amplamente consolidada (ALPI e TOGNONI 1987; ROBLEDO e MARTINS 1981), produzindo principalmente hortaliças nos períodos de entressafas, permitindo maior regularização de oferta e melhor qualidade aos produtos.

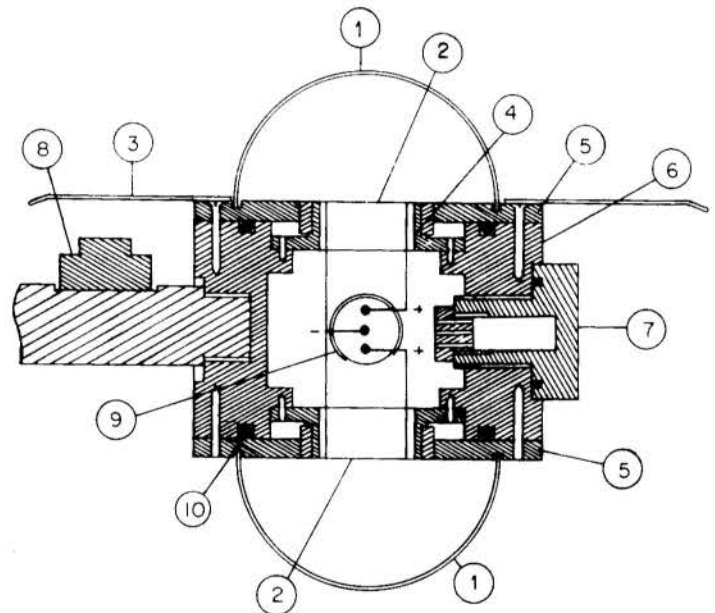
No Brasil, o emprego de estufas na produção agrícola é recente. Problemas, como falta de equipamentos adequados para medidas de radiação solar, tem sido o fator determinante pelas poucas informações na literatura nacional. Assim, objetivou-se no presente trabalho, construir um radiômetro solar para medir três componentes de radiação solar simultaneamente: global, fração da radiação global refletida e o saldo radiação de ondas curtas, visando equipar estufas, minimizar equipamentos e custos e encontrar equações entre as três componentes, internas a estufa, em relação à radiação global externa.

EXPERIMENTAL

Descrição do radiômetro

A Fig. 1 mostra o esquema do protótipo. É composto por duas cúpulas de vidro, sensor de radiação, corpo central com duas tampas, conector elétrico com três terminais, reservatório de sílica-gel e nível de bôlha. O instrumento foi usinado em alumínio para minimizar peso uma vez que sua utilização se faz numa posição suspensa.

O sensor é constituído por duas termopilhas posicionadas nas faces superior e inferior do aparelho. A termopilha superior mede a radiação global através dos terminais A e B (CANAL 1), a termopilha inferior mede a fração da radiação global refletida através dos terminais B e C (CANAL 2). O sinal resultante entre A e C é a diferença entre os sinais elétricos gerados pelas termopilhas superior e inferior, correspondendo a radiação diferencial de ondas curtas (CANAL 3). As especificações das termopilhas são: diâmetro  $\phi = 25$  mm, número de termopares: 36; metais: bismuto/antimônio em substrato kapton com espessura de 25  $\mu\text{m}$  e resistência elétrica de 16,9 k $\Omega$ . As cúpulas são de vidro comum obtidas a partir de lâmpadas com ótimas qualidades quanto à esfericidade, tensão, homogeneidade e transparência. Especificações: diâmetro  $\phi = 60$  mm, espessura  $e = 0,6$  mm e transmitividade de 85% a 92% entre 0,3 a 2,5  $\mu\text{m}$ .



- |                              |                               |
|------------------------------|-------------------------------|
| 1- CÚPULA                    | 6- CORPO CENTRAL              |
| 2- SENSOR                    | 7- RESERVATÓRIO DE SÍLICA GEL |
| 3- CHAPÉU PROTETOR           | 8- NÍVEL DE CANTO             |
| 4- SUPORTES DA TERMOPILHA    | 9- CONECTOR ELÉTRICO          |
| 5- TAMPA SUPERIOR E INFERIOR | 10- O' RING                   |

Figura 1: Esquema do radiômetro solar

Calibração e Teste de Funcionalidade

O radiômetro foi calibrado com luz natural determinando-se a constante de calibração de cada canal tendo como referência um piranômetro EPPLEY modelo PSP. Os aparelhos (protótipo e padrão) foram posicionados lado a lado e sob várias condições de instalação conforme procedimento recomendado pela WCRP (World Climate Research Programme - 1986) e os sinais gerados foram registrados e armazenados em uma bancada de aquisição de dados DATA-LOGGER CAMPBELL programada para fazer leituras a cada segundo e armazenar a média aritmética de cada canal após sessenta segundos. A figura 2 mostra o sistema de aquisição de dados usado nas medições.



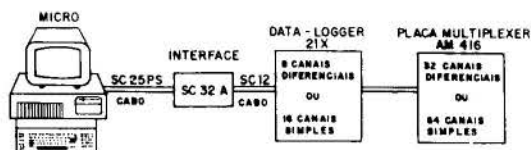


Figura 2 Sistema de Aquisição de Dados

A Fig.3 (a e b) mostra as curvas obtidas com os 720 pontos gerados pelo canal 1 e EPPLEY e com os 690 pontos gerados pelo canal 2 e o EPPLEY.

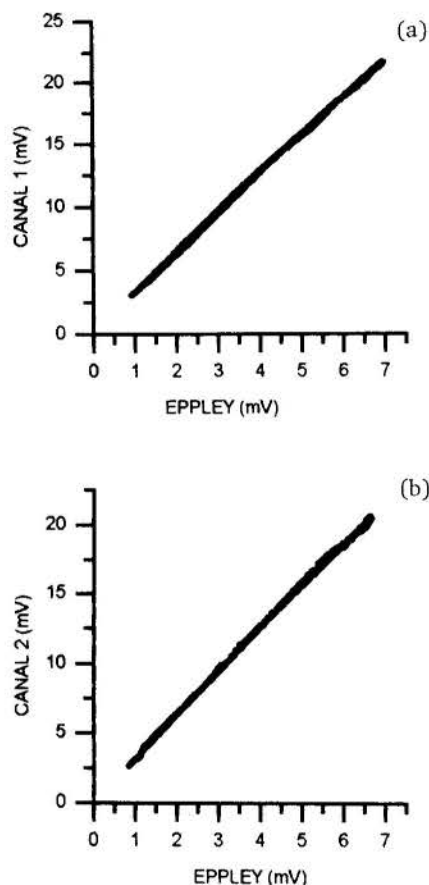


Figura 3 Curvas de Linearidade

Processados os dados através de equação de regressão linear obteve-se coeficientes de determinações  $R_1^2 = 0,9994$  e  $R_2^2 = 0,9991$ . Os coeficientes próximos dos 100% mostram a alta correlação existente entre o radiômetro e piranômetro EPPLEY. As constantes de calibração foram calculadas através da expressão  $K_r = 1/n \times \sum K_i$  onde  $n$  é o número de observações e  $K_i = (\epsilon'/\epsilon) \times K_p$  onde  $\epsilon'$  e  $\epsilon$  são as tensões gerados no protótipo e piranômetro EPPLEY e  $K_p$  é a constante de calibração do EPPLEY ( $8,53 \times 10^{-6} \text{ Vm}^2/\text{W}$ ). Os resultados obtidos foram:  $K_1 = (27,56 \pm 0,16) \times 10^{-6} \text{ Vm}^2/\text{W}$  e  $K_2 = (27,52 \pm 0,15) \times 10^{-6} \text{ Vm}^2/\text{W}$ .

Os resultados foram considerados bons com desvios linearidade da ordem de 0,5% em relação ao instrumento da EPPLEY. Como o piranômetro EPPLEY é um detector secundário, os desvios de linearidade observados são relativos e se propagam à imprecisão do piranômetro EPPLEY que é de 1,0%, totalizando assim um desvio de 1,3% aproximadamente para o protótipo. A fig. 4 (a e b) mostra as curvas de radiações global registradas pelo canal 1 e o EPPLEY no dia 29/08/93 e pelo canal 2 e EPPLEY em 30/08/93, no teste de funcionalidade do radiômetro.

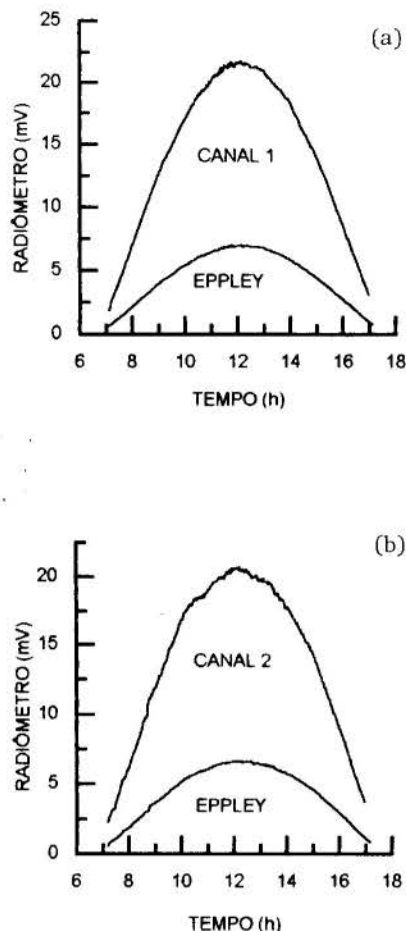


Figura 4 Curvas de Radiação Global do Radiômetro e Eppley.

As energias calculadas pela integração das curvas apresentaram os resultados:

CANAL 1 =  $19,26 \text{ MJ/m}^2 \text{ dia}$ ; CANAL 2 =  $18,66 \text{ MJ/m}^2 \text{ dia}$   
 EPPLEY =  $19,37 \text{ MJ/m}^2 \text{ dia}$ ; EPPLEY =  $18,75 \text{ MJ/m}^2 \text{ dia}$

As diferenças observadas nos valores das energias para os dois dias foram da ordem de 0,5% confirmando a pequena variação de precisão existente entre o radiômetro e o instrumento da EPPLEY.

#### Medidas na estufa

A estufa utilizada neste trabalho é do tipo túnel com cobertura de polietileno de baixa densidade ( $e = 0,1 \text{ mm}$ ) com piso de solo batido e o eixo principal orientado no sentido norte/sul. As radiações, global interna e a fração global interna refletida, foram medidas pelo protótipo instalado horizontalmente à 1 m de altura e a radiação global externa por um piranômetro tipo estrela. O ensaio experimental teve duração de 6 (seis dias) e os dados foram registrados e armazenados na DATA-LOGGER já citada no item anterior.

#### RESULTADO E DISCUSSÃO

A fig. 5 (a,b,c,d) mostra as curvas das radiações global externa, global interna, a fração da global refletida interna e o saldo radiação de ondas curtas na estufa registrada em um dos dias de ensaio experimental (20/09/93). Segundo KURATA (1990) o decréscimo da densidade de fluxo no interior da estufa deve-se principalmente a absorção do material da cobertura plástica e também à reflexão que é determinada pelas condições do ângulo de incidência, inclinação de cobertura, forma e orientação geográfica da estufa.

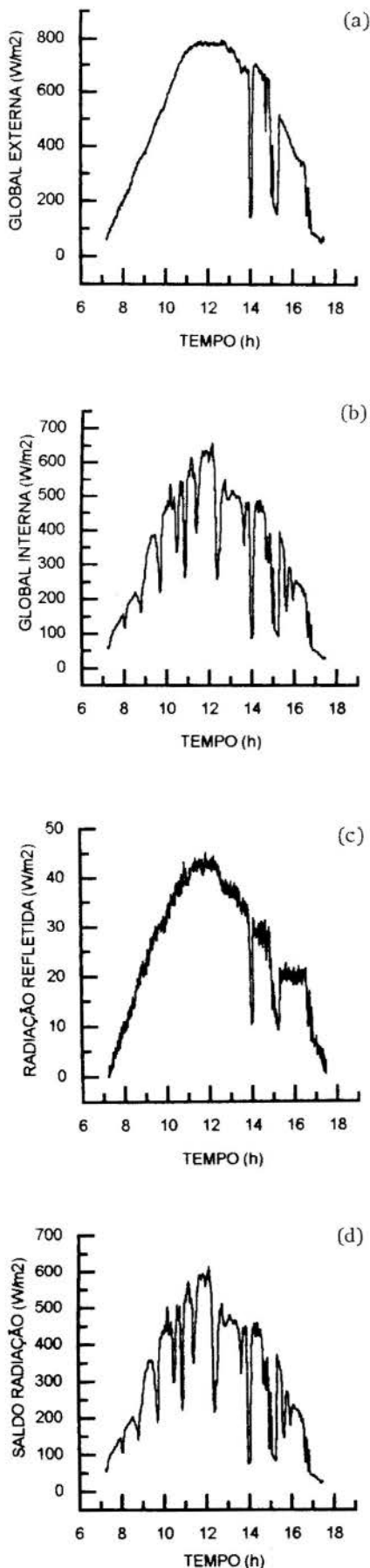


Figura 5 Curvas de Radiação  $G_{ex}$ ,  $G_{in}$ ,  $G_r$  e  $SR_{oc}$  no tempo

Comparando-se as curvas 5a - radiação global externa e a 5b - radiação global interna verificou-se que o efeito nebulosidade, mais precisamente notado nos picos ocorridos às 14h e 15h respectivamente, é comum para as duas radiações independente do meio. A curva 5b mostra a existência de vários picos não justificáveis em termos da radiação global externa, o qual teve um longo período (7h às 13:30 h) de céu aberto isento de nuvens. A causa provável deste efeito foi a absorção da radiação global interna por água ou vapor d'água que fica depositada em partes da superfície interna na cobertura plástica de polietileno, visto que durante a época das medições desenvolviam-se na estufa estudos com culturas de feijão, onde os substratos (vasos) passavam por irrigações diárias. Comparando-se as curvas nota-se que o melhor acompanhamento ocorreu entre a radiação global interna e o saldo radiação de ondas curtas, que já era esperado pela própria definição das duas radiações. O saldo radiação é a diferença da radiação global interna menos a fração refletida da global interna, que representa menos que 9% da primeira. A curva 5c mostra que a radiação refletida da global acompanha a radiação global externa apesar da flutuação do sinal, que pode ter origem na irregularidade do piso ou ruído do equipamento de medida.

A tabela I mostra as energias calculadas para os seis dias e a tabela II mostra os percentuais.

Tabela I. Energias diárias das radiações.

Radiações	$(G)_{ex}$	$(G)_{in}$	$(Gr)_{in}$	$(Sroc)_{in}$
Energia	$MJ/m^2$	$MJ/m^2$	$MJ/m^2$	$MJ/m^2$
15/09/93	18.06	12.25	0.94	11.31
16/09/93	18.71	12.74	1.01	11.73
17/09/93	19.57	12.81	1.10	10.90
17/09/93	12.49	12.07	1.17	10.90
20/09/93	15.84	10.24	0.96	9.28
MÉDIA	18.13	12.02	1.04	10.98

Tabela II. Percentagem entre as radiações.

Radiações	$(G)_{in}/(G)_{ex}$	$(SRoc)_{in}/(G)_{ex}$	$(Gr)_{in}/(G)_{in}$	$(SRoc)_{in}/(G)_{in}$
	%	%	%	%
15/09/93	67.83	62.62	7.70	90.33
16/09/93	68.10	62.69	7.93	92.07
17/09/93	65.55	59.83	8.60	91.41
17/09/93	65.28	58.95	9.70	90.30
20/09/93	64.65	60.73	9.35	90.62
MÉDIA	66.30	60.56	8.65	91.34

Pode-se verificar pela tabela anterior que a radiação global interna foi inferior a externa com média de 66,30%. Este valor é inferior ao intervalo médio que é da ordem de 70% a 95% para radiação de ondas curtas. A fração da radiação global refletida interna foi em média de 8,65% da global interna. O resultado obtido para o albedo na estufa (solo batido escuro) está de acordo com a relação apresentada por SELLERS (1978). O albedo para este tipo de solo situa-se entre 5 e 15%. Os saldos radiações de ondas curtas foram em média 60% da global externa e 92% da global interna.

A Fig. 6 (a,b,c,d) mostra as relações entre as radiações  $G_{in}$  versus  $G_{ex}$ ,  $Gr_{in}$  versus  $G_{in}$ ,  $SRoc$  versus  $G_{ex}$  e  $SRoc$  versus  $G_{in}$ . As equações de regressão e coeficientes de determinação obtidas foram:

$$G_{in} = 0,64 G_{ex} \text{ com } R^2 = 86,66\%$$

$$Gr_{in} = 0,076 G_{in} \text{ com } R^2 = 80,37\%$$

$$SRoc = 0,57 G_{ex} \text{ com } R^2 = 83,60\%$$

$$SRoc = 0,92 G_{in} \text{ com } R^2 = 99,84\%$$

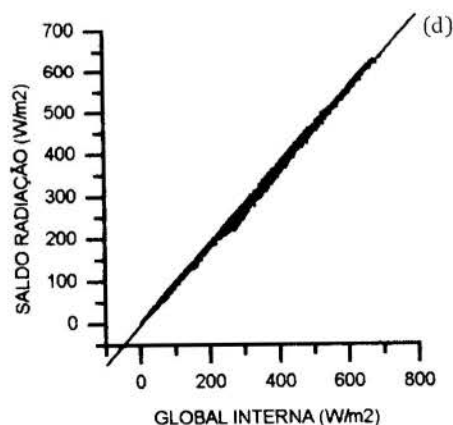
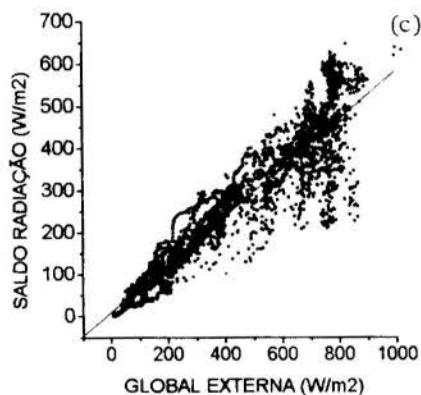
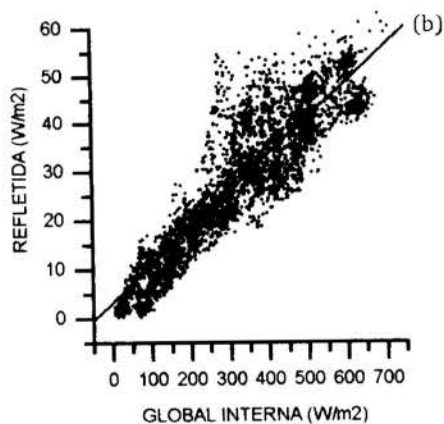
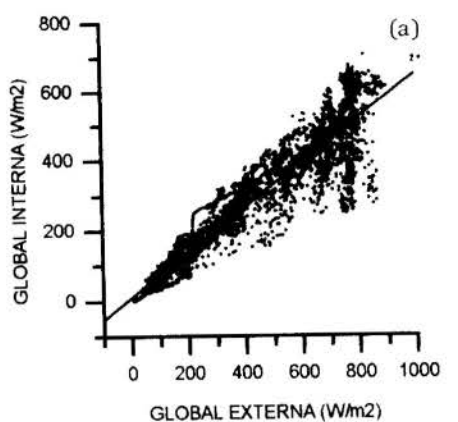


Figura 6. Curva de Linearidade entre as radiações  $G_{ex}$ ,  $G_{in}$ ,  $G_{rin}$ ,  $SR_{oc}$ .

As equações mostram que 64% da radiação global é transmitida para o interior da estufa e 7,6% da radiação global interna refletiu pelo piso da

estufa. Comparando os coeficientes angulares 0,64; 0,076; 0,57 e 0,92 com os valores médios das relações  $G_{in}/G_{ex}$ ;  $G_{rin}/G_{in}$ ;  $SR_{oc}/G_{ex}$  e  $SR_{oc}/G_{in}$  obtidos por integração das curvas 0,66; 0,08; 0,60 e 0,91, observamos uma variação inferior a 2% entre os valores estimados por equação de regressão e os valores obtidos experimentalmente pela energias das radiações global interna e externa, fração da global refletida e saldo radiação.

## CONCLUSÕES

O radiômetro solar construído e calibrado em relação a um piranômetro EPPLEY, apresentou desvio de linearidade da ordem de 0,5%. Testes experimentais na estufa permitiram determinar a transmitividade média diária da cobertura plástica de polietileno com sendo de 65%. O albedo interno da estufa foi de 8,65%. Equações de regressão linear obtidas a partir da radiação global externa estimam a radiação global interna com probabilidade de 85,66% e saldo radiação de ondas curtas em 83,60%.

## REFERÊNCIAS

- ALPI, A., TOGNONI, (1978) Cultura em estufas. Lisboa, 196 p.  
 KURATA, K. (1990). Role of reflection in light transmissivity of greenhouses. *Agric. for. meteor.*, v.52, p. 319-335.  
 ROBINSON, N. (1966). Instruments and Experimental methods. In *Solar Radiation*.  
 ROBLEDO, F. DE MARTIN, L.V. (1981). Aplicación de los plásticos em la agricultura. Madri, 553 p.  
 SELLERS, W.D. Physical climatology. Chicago 271 p.

## SUMMARY

In the present report, the development of a radiometer employed to measure simultaneously global (G); reflected fraction (Gr) and net radiation (SRoc) in a greenhouse covered with a low density, polyethylene ( $e = 0,1$  mm). The radiometer was calibrated in comparison to a EPPLEY (PSP) piranometer, showing the following results:  $K_1 = (27,56 \times 10^{-6} \text{ Vm}^2/\text{W})$  and  $K_2 = (27,52 \times 10^{-6} \text{ Vm}^2/\text{W})$ . Experimental tests were done in greenhouse showing the following radiation between outside global radiation ( $G_{ex}$ ), inside global radiation fraction ( $G_{in}$ ), reflected global inside radiation fraction ( $G_{rin}$ ) and net radiation (SRoc):  $G_{in} = 0,66$ ,  $G_{ex}$  and  $G_{rin} = 0,076$ ,  $G_{in}$ ,  $SR_{oc} = 0,57$   $G_{ex}$  and  $SR_{oc} = 0,92$   $G_{in}$ .

## AGRADECIMENTOS

Apoio Financeiro FAPESP (92/3686-2), FUNDUNESP (435/92) E CNPq (302624/88-0), apoio técnico S.H. Ramos, A.A. Martins e E.T. da Silva.

## DETERMINAÇÃO DO CAMPO DE TEMPERATURAS EM RODAS DE ÔNIBUS URBANOS

RUY MARCELO DE OLIVEIRA PAULETTI

Escola Politécnica da USP. E-mail: pauletti@uspif.if.usp.br

FRANCISCO TADEU DEGASPERI

Instituto de Física da USP, FATEC-UNESP. E-mail: degasperi@uspif.if.usp.br

### RESUMO

O trabalho descreve a determinação do campo de temperaturas de um sistema roda-freio típico de ônibus urbanos, por meio de modelos matemáticos. As complexidades geométricas e os processos de troca de calor por radiação e convecção, fenômenos intrinsecamente não lineares, inviabilizam soluções analíticas. O presente trabalho mostra como modelos matemáticos baseados no método dos elementos finitos, convenientemente calibrados, possibilitam a descrição fenomenológica e a quantificação dos processos térmicos envolvidos.

### INTRODUÇÃO

Os ônibus urbanos caracterizam-se por ciclos de aceleração e desaceleração de curto período. A cada um desses ciclos, o veículo é levado do repouso até a velocidade de passeio, trafega nesta velocidade por um certo intervalo de tempo e em seguida sofre um processo de frenagem. A energia cinética conferida ao veículo é então dissipada sob forma de calor, com o conseqüente aumento da temperatura do sistema de freios.

Neste trabalho considera-se um sistema de freios típico, constituído de um tambor coaxial ao eixo das rodas e localizado internamente a estas. A frenagem é obtida por lonas acionadas mecanicamente, que comprimem a face interna do tambor, conforme esquematizado na Fig. 1. O calor gerado durante a frenagem é removido por troca convectiva com o ar circunstante, por condução para as partes sólidas em contato com o sistema e por radiação para as partes afastadas.

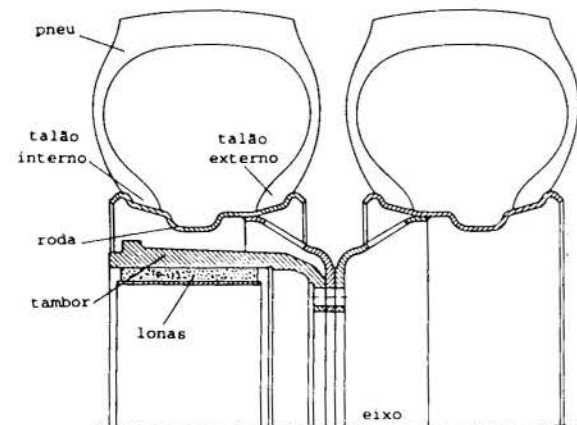


Fig. 1 - Geometria típica do sistema roda-freio de um ônibus urbano

Com o aumento da potência dos veículos, a energia cinética desenvolvida para uma dada velocidade de passeio - energia a ser dissipada durante a frenagem - cresce proporcionalmente. Conseqüência danosa deste processo é o aquecimento dos sistemas próximos, como as lonas e os tambores de freio (pelo atrito envolvido no processo de frenagem) e ainda as rodas (por radiação do calor a partir das faces externas dos tambores). Temperaturas excessivas nestes componentes podem

induzir tensões térmicas indesejáveis, principalmente no que concerne aos tambores, uma vez que estes são fabricados em ferro fundido. Por sua vez, as rodas aquecem os pneus, o que pode acarretar a degradação da borracha e a redução de sua vida útil. Uma correlação empírica entre durabilidade dos pneus e temperatura de trabalho pode ser vista na Fig. 2 (Pauletti, 1993). Além disso, a temperatura máxima de trabalho é fixada por norma em 80 °C (NBR-9712).

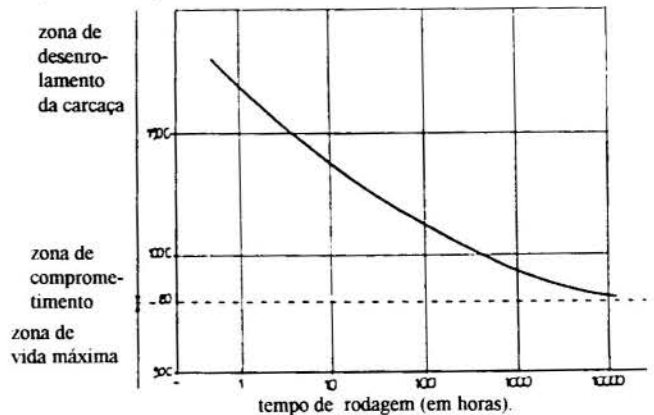


Fig. 2 - Curva de dependência da vida útil dos pneus (em horas de rodagem) em relação à temperatura dos talões.

Condições extremas ou equivocadas de condução de ônibus em tráfego urbano acarretam grande frequência de frenagens bruscas, gerando calor em quantidade maior que a prevista quando seguidas condições apropriadas de condução. Mecanismos atenuadores como freio-motor e retarder, por sua vez, não são devidamente utilizados. As condições de condução e o uso de mecanismos atenuadores são fatores de difícil controle, pois envolvem educação do motorista. Técnicas de proteção passiva, por outro lado, tem desenvolvimento ainda incipiente.

A combinação da geometria complexa do sistema com os processos de troca de calor por radiação e convecção, fenômenos intrinsecamente não lineares, inviabiliza a busca de soluções analíticas. O presente trabalho mostra como modelos matemáticos desenvolvidos com o método dos elementos finitos possibilitam a descrição fenomenológica e a quantificação dos processos de transferência de calor envolvidos. Estes resultados, por sua vez, constituem ferramenta importante para o desenvolvimento sistemático de protótipos, reduzindo os custos envolvidos na otimização do projeto dos sistemas roda-freio.



## DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A partir do início da operação do veículo, cada tambor de freio aquece um *tantum* por ciclo de frenagem. Após alguns ciclos, deve-se chegar a um *regime pulsado*, com equilíbrio entre a energia conferida ao sistema pela frenagem e a energia liberada para o ambiente até a frenagem seguinte. O tambor parte então de uma *temperatura base* no início da frenagem, passa por uma *excursão de temperaturas*, que depende da evolução temporal do fluxo de potência, e retorna para a temperatura base após o decorrer do ciclo médio de frenagem.

A inspeção intuitiva indica que as máximas temperaturas no tambor devem ocorrer na sua superfície interna, na região de contato com as lonas de freio. Com efeito, é o gradiente de temperaturas apontando para esta região que permite a difusão do calor que primeiro é armazenado pela capacidade térmica do material próximo à superfície interna do tambor e depois migra para as regiões de menor temperatura, com uma constante de tempo que depende da relação entre as distâncias e as propriedades térmicas do material. Resulta que a face externa do tambor sofre excursões de temperatura mais suaves que a face interna. Mais suaves ainda serão as excursões térmicas nas superfícies aquecidas por radiação a partir da face externa. A evolução térmica destas superfícies até a sua temperatura em regime não deve distar de muito de uma curva monótona.

O efeito da convecção, por outro lado, é o de resfriar tanto a roda como o tambor de freio. Com efeito, para tomar parte da transferência de calor do tambor para a roda, o ar deveria alcançar temperaturas maiores que as da roda, o que é impraticável em um espaço não confinado. Como o tambor e a roda conectam-se materialmente por uma região de menor temperatura (a fixação com o eixo), a roda é aquecida exclusivamente por radiação. Por esta razão, as temperaturas base em regime, na região da roda, ficam bem determinadas por uma *análise de estado estacionário*. Como não se requer nenhuma análise de transiente, o custo computacional reduz-se consideravelmente.

Problemas de transferência de calor em estado estacionário são governados por equações diferenciais a derivadas parciais do tipo da Equação de Poisson (Eckert & Drake, 1959), (Incropera & De Witt, 1990). A solução destas equações para domínios caracterizados por geometrias complexas, sujeitos a carregamentos e condições de contorno em geral não lineares, com distribuições também complexas, só é possível com o concurso de métodos numéricos como o *método dos elementos finitos* (Zienkiewicz & Taylor, 1989), (Rao, 1982). Os problemas que envolvem radiação, em particular, caracterizam-se por fluxos térmicos fortemente não-lineares, proporcionais à quarta potência das temperaturas, conforme a Lei de Steffan-Boltzmann.

Problemas desta classe aparecem em áreas tão distintas como a engenharia nuclear (Hopkirk, 1983), a aeronáutica (Hoff, 1958), a fusão termonuclear (Pauletti, 1986, 1988), (Brunelo, 1988), (Zolti, 1991) ou a meteorologia (Houf, 1985), apenas para citar algumas. O método dos elementos finitos mostra-se adequado para a solução deste tipo de problema, conforme atestam, por exemplo, os programas desenvolvidos por Mason (1979) e Zolti (1991).

## MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

No desenvolvimento do presente estudo, fez-se uso do programa de elementos finitos ANSYS, capaz de resolver problemas não lineares, tanto transientes como estacionários.

A geometria considerada é do tipo daquela mostrada na Fig. 1. A Fig. 3 mostra a malha de elementos finitos empregada na análise térmica. As partes sólidas foram modeladas com o elemento térmico isoparamétrico bidimensional STIF55 (opção

axissimétrica). A troca radiativa, por sua vez, foi representada através de "elos" de radiação (STIF31).

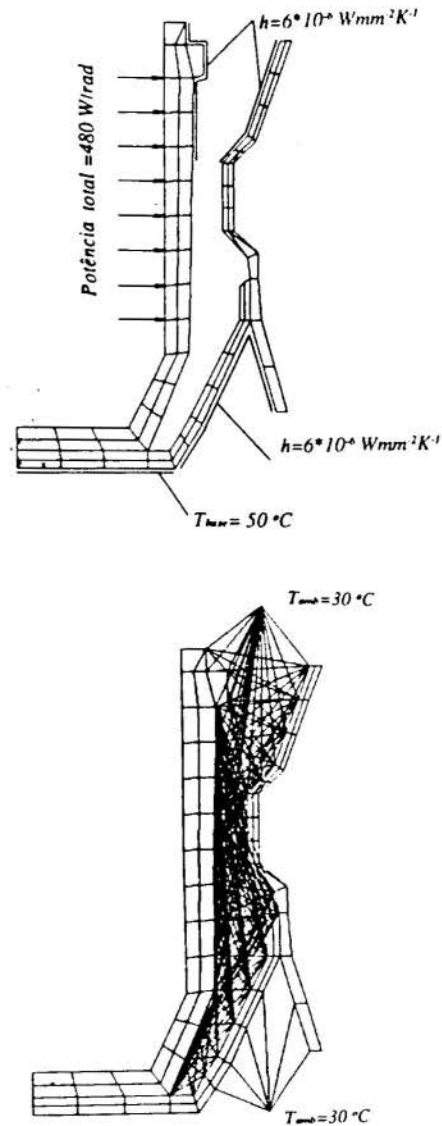


Fig. 3 – Modelo de elementos finitos empregado na análise (a) malha (sem os elos de radiação) e condições de contorno; (b) malha completa.

A determinação dos fatores de forma entre as superfícies que participam das trocas radiativas é trabalhosa, mesmo para geometrias simples e em presença de simetrias (Özsisik, 1990), (Zolti, 1991). Neste trabalho, os fatores de forma axissimétricos foram aproximados por fatores planos, calculados por um programa dedicado, que implementa a Fórmula de Hottel (Pauletti, 1994).

A única propriedade do material de relevância para a análise em regime estacionário é a condutividade térmica. Nesta análise, assumiu-se um valor único  $k = 50 \cdot 10^{-3} \text{ W/m} \cdot \text{K}^{-1}$  (típico do aço-carbono (Özsisik, 1990)) tanto para o tambor como para a roda.

Os elementos de radiação térmica, por sua vez, requerem a definição das áreas irradiantes, de seus respectivos fatores de forma, dos produtos entre as emissividades e da constante de Boltzmann, em unidades adequadas. Como a análise é axissimétrica, as áreas irradiantes são definidas por radiano.

A potência térmica a ser imposta ao modelo pode ser estimada a partir de considerações físicas básicas. Considere-se a condição de frenagem de um ônibus padrão carregado, com massa total arbitrada em 15 toneladas, desde uma velocidade de passeio de 50 km/h até o repouso. O processo envolve a dissipação de 1,45 MJ. Admitindo um ciclo intenso de frenagem – uma a cada 2 minutos – a potência média dissipada no ciclo é de 12,1 kW. Considerando ainda que o ônibus seja freado por 4 tambores, a potência térmica média incidente sobre cada tambor é de 3 kW. O correspondente fluxo de potência incidente (480 W/rad) foi uniformemente distribuído entre os nós localizados na face interna do tambor, na região de contato das lonas de freio.

A remoção do calor por convecção, por sua vez, é um fenômeno de difícil tratamento matemático. É usual empregar-se coeficientes de troca determinados empiricamente, mas mesmo estes coeficientes são de difícil obtenção. Optou-se então por estimar um coeficiente constante, aplicado a todas as regiões onde presumivelmente a troca convectiva pudesse ser relevante. Estudou-se a variação deste coeficiente com valores da ordem da convecção natural ( $10^{-5} \text{ Wmm}^{-2}\text{K}^{-1}$ , conforme (Özsisik, 1990)).

Finalmente, na região de interface entre as rodas impôs-se uma temperatura constante de 50 °C. Além disso assumiu-se para o ambiente uma temperatura de 30 °C.

## RESULTADOS

A Fig. 4 mostra o campo de temperaturas determinado com as condições de contorno discutidas acima. O modelo mostra que a condução é o principal meio de remoção de calor para o ambiente, o que se reflete no forte gradiente de temperaturas ao longo do tambor. Da potência total imposta ao modelo, 360 W/rad são removidos por condução para o eixo da roda, 107 W/rad são removidos por convecção e apenas 13 W/rad deixam o sistema por radiação para o ambiente. Não obstante, é a fração de calor que migra por radiação do tambor para a roda (110 W/rad) a responsável por aquecer esta última. Sem a consideração da troca radiativa, embora as temperaturas no tambor cresçam substancialmente, a fração da potência removida por convecção cai para 101 W/rad. Ocorre que, como sem radiação a roda não aquece, diminui a área onde a troca convectiva é de fato relevante.

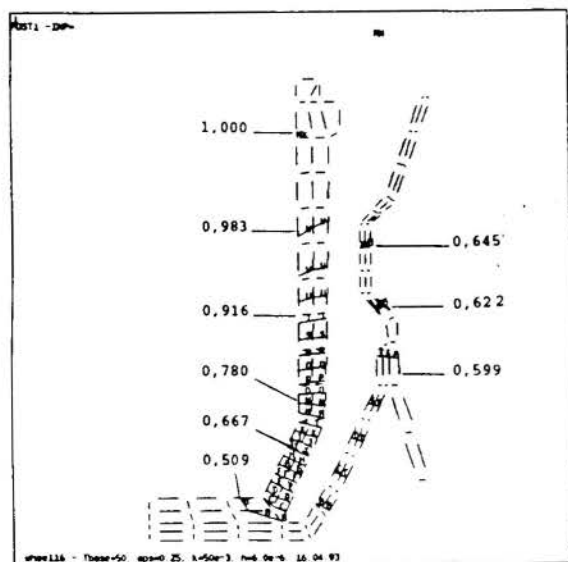


Fig. 4 – Resultado final para o campo de temperaturas no tambor e na roda (normalizadas em função da máxima temperatura absoluta). Potência total = 480 W/rad;  $T_{base} = 50 \text{ °C}$ ;  $T_{amb} = 30 \text{ °C}$ ;  $\epsilon = 0,25$ ;  $k = 50 \cdot 10^{-3} \text{ Wmm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ;  $h = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Wmm}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

Estes resultados podem ser explorados para buscar meios eficientes para remoção de calor do sistema e para a sua redistribuição espacial (Pauletti, 1993). Por exemplo, sendo a condução o meio mais eficiente de remoção do calor, pode-se procurar a melhoria do contato térmico entre o tambor e as partes vizinhas, favorecendo a drenagem do calor por condução.

## CONCLUSÕES

O trabalho descreveu a determinação do campo de temperaturas de um sistema roda-freio típico de ônibus urbanos, por meio de modelos matemáticos, convenientemente calibrados. Os modelos desenvolvidos possibilitaram tanto a descrição fenomenológica como a quantificação dos processos de transferência de calor envolvidos. A interpretação destes resultados pode direcionar o desenvolvimento de protótipos.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Prof. Ivan Cunha Nascimento pelo incentivo à realização de trabalhos tecnológicos dentro do Depto. de Física Aplicada do IFUSP, e à SMI-Software Marketing International, pelo apoio constante no que concerne o emprego do Programa ANSYS.

## BIBLIOGRAFIA

- Hoff, N.J. (Ed.) *High Temperature Effects In Aircraft Structures*. AGARD-NATO-Pergamon Press, 1958.
- Eckert, E.R.G. & Drake, R.M. *Heat and Mass Transfer*. McGraw-Hill Co., NY, 1959.
- Mason, W.E. "Finite Element Analysis of Coupled Heat Conduction and Enclosure Radiation". In *Int. Conf. on Num. Meth. in Thermal Problems*. Swansea, 1979.
- Rao, S.S. *The Finite Element Method in Engineering*. Pergamon Press, Oxford, 1982.
- Hopkirk R.J. *et al.* "Analysis of heat transfer in complex geometries due to combined conduction, radiation and natural convection". In *Num. Meth. in Heat Transfer. Vol. II*. Lewis, R.W. (Ed.) John Wiley & Sons, NY, 1983.
- Brunello, P. *et al.* "Thermal Analysis of a Graphite First Wall for RFX Fusion Experiment". In *Commun. appl. numer. methods*, Vol. 4, No. 5, 1988.
- Incropera, F.P. & De Witt, D.P. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley & Sons, NY, 1990.
- Houf W.G., *et al.* "Thermal Conditions in Irradiated Slowly Moving Liquid Layers". In *ASME Jour. of Heat Transfer*, v. 107, 92-98, 1985.
- Pauletti, R.M.O. *Thermal Analysis of the RFX First Wall*. Thesis. University of Padua, Italy, 1986.
- Zienkiewicz, O.C. & Taylor, R.L. *The Finite Element Method, 4th Ed*. McGraw-Hill Co., London, 1989.
- Zolti, E. "Thermal Reradiation in the NET/ITER Plasma Chamber". In *Fusion Engineering and Design* 15, 101-111, 1991.
- Swanson Analysis Systems. *ANSYS Rev. 4.4A User's Manual*, 1989.
- Özsisik, M. N. *Transferência de Calor - Um Texto Básico*. Guanabara-Koogan S.A., 1990.
- Zolti, E. "Radiation heat transfer procedure for two-dimensional finite element models". In *Computer & Structures*, v.40, n.3, pp. 539-547, 1991.
- Pauletti, R.M.O. & Degasperri, F.T. "Resgatando a Fórmula de Hottel". Neste Congresso.

## MODELAGEM HIDRODINÂMICA DE UM SIMULADOR DE FLUXO FISIOLÓGICO

MAZZA, Ricardo Augusto      ROSA, Eugênio Spanó  
Departamento de Energia - FEM/UNICAMP  
Cx. Postal 6122 - 13081-970 - Campinas - São Paulo - Brasil  
e-mail: mazza@fem.unicamp.br

### RESUMO

Simuladores de fluxo fisiológico são importantes para o estudo *in vitro* de estenose, aneurismas, bifurcações, vaso elasticidade e outros importantes efeitos em vasos arteriais. Também auxiliam o desenvolvimento de técnicas não invasivas, como o uso do efeito Doppler por ultra-som em estudos vasculares e permitem o estudo de próteses valvares cardíacas. O objetivo deste trabalho é apresentar um novo sistema de simulação cardiovascular e desenvolver sua modelagem matemática apresentando uma solução numérica.

### INTRODUÇÃO

Simulador cardiovascular é uma importante ferramenta no estudo *in vitro* dos diversos fatores que afetam o escoamento hemodinâmico, tais como: aneurismas, bifurcações, vaso elasticidade, prótese valvar, etc. Existem diversos tipos de simuladores sendo utilizados atualmente, mas podemos classificá-los em dois grandes grupos: O grupo que reproduz os parâmetros de fluxo dentro da cavidade cardíaca esquerda e o grupo que reproduz o escoamento nas principais artérias do corpo humano.

O primeiro grupo de simulador cardiovascular geralmente necessita de válvulas para reproduzir os parâmetros de fluxo desejado e são utilizados no teste de desempenho de prótese valvar cardíaca. Este tipo de simulador também consegue reproduzir o pulso de pressão, enquanto o segundo grupo não consegue reproduzir os pulsos de pressão, mas não necessita de válvulas para reproduzir o escoamento nas principais artérias. Este tipo de simulador é utilizado para estudar as perturbações em escoamento hemodinâmico e realizar estudo de efeito Doppler em Ultra-som.

### SISTEMA DE SIMULAÇÃO PROPOSTO

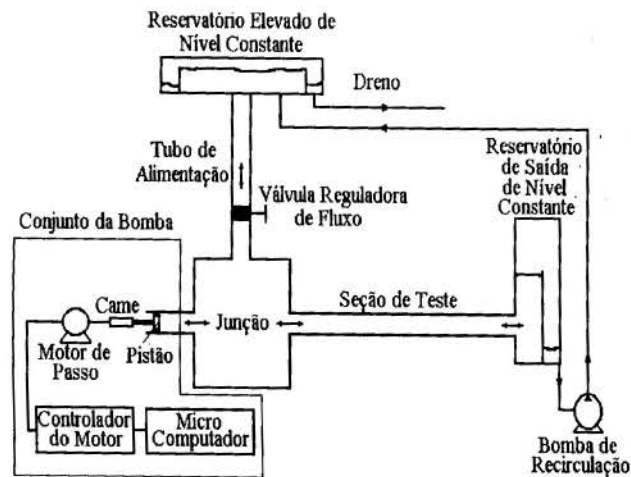


fig. 1 - Desenho esquemático do sistema de simulação cardiovascular proposto.

O sistema de simulação proposto se encaixa no segundo grupo citado acima e consiste de um reservatório elevado de nível constante; de um conjunto de bombeamento, o qual consiste de um pistão guiado por uma came movimentada por um motor de passo

que por sua vez é controlado por um micro computador; uma junção; um tubo de alimentação; uma válvula reguladora de fluxo; um tubo onde será reproduzido o escoamento (seção de teste); um reservatório de saída de nível constante e um sistema de recirculação, constituído de uma bomba centrífuga e da tubulação que liga o reservatório de saída ao reservatório elevado, como mostra a fig. 1.

O princípio de funcionamento deste sistema de simulação cardiovascular baseia-se no fato de que podemos decompor qualquer onda em duas componentes: uma componente constante (DC), que representa a média temporal da onda, e uma componente de flutuação (AC), que representa o nível de flutuação da onda. O reservatório de nível constante é o responsável pela componente DC. A válvula no tubo de alimentação controla a vazão deste para o sistema, possibilitando assim, alterarmos a componente DC a fim de que se possa reproduzir diversas médias temporais. O deslocamento do pistão gera a componente AC e sua amplitude deverá ser alternada para cada tipo de escoamento que se deseja reproduzir. A amplitude de deslocamento do pistão pode ser modificada através de ajustes no volante da came do pistão. O sinal do escoamento que se deseja reproduzir também possui diversas harmônicas e estas tem que ser reproduzidas pelo pistão, e para tanto o pistão é movimentado por um motor de passo. Este tipo de motor permite que obtenhamos diversas frequências em um mesmo ciclo, podendo assim reproduzir as harmônicas do sinal desejado. Entretanto para que possamos reproduzir um sinal de escoamento pré-determinado, necessitamos saber qual será o sinal do pistão (amplitude e frequências) que irá reproduzi-los. Para isto, o sistema composto pelo pistão, reservatório elevado, junção, tubo de alimentação e seção de teste, como mostra a fig.2, foi modelado numericamente.

### FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O simulador proposto foi modelado utilizando as equações da conservação de massa, momentum e energia em sua forma integral. O volume de controle adotado para esta análise está esquematizado na fig.2, e possui uma fronteira deformável acompanhando o pistão e a sua superfície de controle é coincidente com a superfície sólida do sistema.

Para que o nível do reservatório elevado seja constante, a área de sua seção transversal é muito maior que a área do tubo de alimentação, portanto, a velocidade em seu interior é muito menor que a velocidade no tubo de alimentação. Devido a este fato,

iremos desprezar a velocidade e aceleração no reservatório elevado de nível constante.

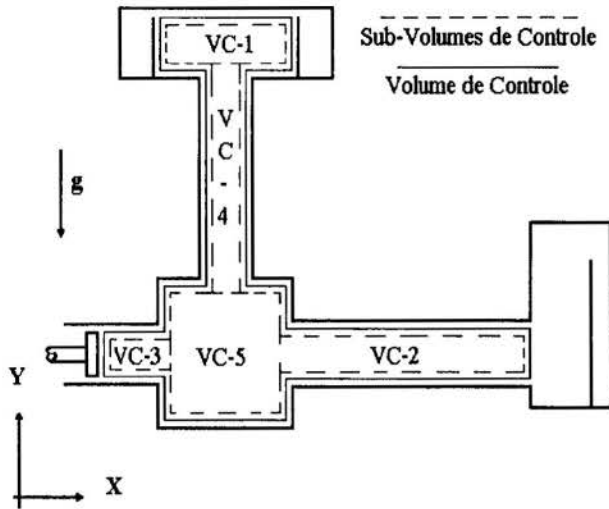


fig. 2 - Desenho esquemático do Volume de Controle adotado e suas subdivisões.

**Equação da Conservação de Massa.** Utilizando a equação da conservação da massa para obter uma relação entre a velocidade do tubo de alimentação ( $V_4$ )<sup>1</sup>, a velocidade na seção de teste ( $V_2$ ) e a velocidade do pistão ( $V_3$ ).

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dV + \int_{sc} \vec{V}_r \cdot \vec{n} dA = 0 \quad (1)$$

Aplicando Leibnitz na primeira integral da eq. (1), e sabendo que o fluido utilizado é incompressível, ou seja,  $\frac{\partial}{\partial t} \rho = 0$ , a eq. (1) fica:

$$\int_{sc} \vec{V}_r \cdot \vec{n} dA + \int_{sc} \vec{V}_F \cdot \vec{n} dA = 0 \quad (2)$$

onde:

$\vec{V}_r$  - Velocidade relativa entre o fluido e a superfície de controle;

$\vec{V}_F$  - Velocidade da superfície de controle deformável.

Reduzindo a eq. (2) a um modelo unidimensional obtemos:

$$V_3 A_3 = V_2 A_2 + V_4 A_4 \quad (3)$$

Derivando a eq. (3) em relação ao tempo, obtemos:

$$\dot{V}_3 A_3 = \dot{V}_2 A_2 + \dot{V}_4 A_4 \quad (4)$$

**Equação da Conservação de Momentum na Direção X.** Utilizando a equação da conservação de momentum na direção x

para obter uma relação entre a velocidade da seção de teste ( $V_2$ ), a velocidade do pistão ( $V_3$ ), a velocidade do tubo de alimentação ( $V_4$ ), a pressão<sup>2</sup> na cabeça do pistão ( $p_3$ ) e a pressão hidrostática do reservatório de saída ( $p_5 = \rho g L_5$ ).

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} V_x \rho dV + \int_{sc} V_x \rho \vec{V}_r \cdot \vec{n} dA = - \int_{sc} p \cdot \vec{n} dA + \int_{sc} \vec{\tau} \cdot dA \quad (5)$$

Utilizando a regra de Leibnitz na primeira integral da eq. (5) e sabendo que o fluido é incompressível, obtemos:

$$\int_{vc} \frac{\partial}{\partial t} (V_x) \rho dV + \int_{sc} V_x \rho \vec{V}_r \cdot \vec{n} dA + \int_{sc} V_x \rho \vec{V}_F \cdot \vec{n} dA = - \int_{sc} p \cdot \vec{n} dA + \int_{sc} \vec{\tau} \cdot dA \quad (6)$$

Reduzindo a eq. (6) a um modelo unidimensional, obtemos:

$$\frac{p_3 A_3}{\rho} = \dot{V}_3 (L_3 - L_{3v}) A_3 + \dot{V}_2 L_2 A_2 - V_3^2 A_3 + V_2^2 A_2 + g L_3 A_2 + f \frac{V_2^2}{8} L_2 \pi D_2 \quad (7)$$

**Equação da Conservação de Energia.** Utilizando a equação da conservação de energia para obter mais uma relação entre as velocidades ( $V_4$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ) e as pressões ( $p_3$  e  $p_5$ ).

$$\dot{Q} - \dot{W}_l = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho \left( \frac{V_l^2}{2} + \vec{g}z + \hat{u} \right) dV + \int_{sc} \left( \frac{V_l^2}{2} + \vec{g}z + \hat{u} \right) \rho \vec{V}_r \cdot \vec{n} dA \quad (8)$$

Não estamos considerando trabalho realizado por forças viscosas porque a superfície de controle é coincidente com as paredes sólidas do sistema e também não estamos considerando trabalho de eixo sobre o volume de controle. O trabalho inercial ( $\dot{W}_l$ ) é dividido em trabalho inercial viscoso ( $\dot{W}_{lv}$ ) e trabalho inercial de pressão ( $\dot{W}_{lp}$ ). O trabalho inercial viscoso é nulo pelo mesmo motivo de desconsiderarmos o trabalho viscoso. O trabalho inercial de pressão é calculado pela eq. (9).

$$\dot{W}_{lp} = \int_{sc} p (\vec{V}_l \cdot \vec{n}) dA \quad (9)$$

A velocidade inercial é calculada pela eq. (10).

$$\vec{V}_l = \vec{V}_r + \vec{V}_F + \frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (10)$$

<sup>1</sup> A nomenclatura utilizada está esquematizada no apêndice A.

<sup>2</sup> A pressão utilizada neste trabalho é a pressão manométrica.



Como estamos utilizando um referencial inercial,  $\frac{d\vec{r}}{dt}$  e  $\vec{\Omega} \times \vec{r} = 0$ . Desenvolvendo a primeira integral da eq. (8) pela regra de Leibntz e substituindo as eq. (9) e (10), obtemos:

$$\begin{aligned} \dot{Q} - \int_{sc} \rho (\vec{V}_r + \vec{V}_F) \cdot \vec{n} dA = \int_{sc} \rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{(\vec{V}_r^2 + \vec{V}_F^2)}{2} + \hat{u} \right) dV + \\ \int_{sc} \left( \frac{(\vec{V}_r^2 + \vec{V}_F^2)}{2} + \vec{g}z + \hat{u} \right) \rho \vec{V}_F \cdot \vec{n} dA + \int_{sc} \left( \frac{(\vec{V}_r^2 + \vec{V}_F^2)}{2} + \vec{g}z + \hat{u} \right) \rho \vec{V}_r \cdot \vec{n} dA \end{aligned} \quad (11)$$

Reduzindo a eq.(11) a um modelo unidimensional<sup>3</sup>, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{P_3 A_3 V_3}{\rho} = V_3 \dot{V}_3 (L_3 - L_{3v}) A_3 + V_2 \dot{V}_2 L_2 A_2 + V_4 \dot{V}_4 L_4 A_4 \\ - \frac{V_3^2}{2} V_3 A_3 + \frac{V_2^2}{2} V_2 A_2 + g(L_1 + L_4) V_4 A_4 + g L_3 V_2 A_2 \\ + f_4 \frac{L_4}{D_4} \frac{V_4^2}{2} V_4 A_4 + f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2} V_2 A_2 + K_1 \frac{V_4^2}{2} V_4 A_4 \\ + K_4 \frac{V_4^2}{2} V_4 A_4 + K_3 \frac{V_3^2}{2} V_3 A_3 + K_2 \frac{V_2^2}{2} V_2 A_2 + K_v \frac{V_4^2}{2} V_4 A_4 \end{aligned} \quad (12)$$

**Equação a ser Solucionada.** A fim de se obter a equação que modela hidrodinamicamente o simulador proposto, multiplica-se a eq. (7) por  $V_3$  e iguala-se com a eq. (12). Na equação resultante, substitui-se as eqs. (3) e (4), agrupando a seguir os termos semelhantes e por último isola-se  $\dot{V}_3$ , obtendo assim a eq. (13)<sup>4</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = \left( \frac{V_3 A_3 \left[ \frac{V_3^2}{2} + \dot{V}_2 \frac{A_2}{A_4} L_4 - g(L_1 + L_4) \right] + V_2^2 V_3 L_2 A_2}{\frac{L_4}{A_4} A_3 [V_3 A_3 - V_2 A_2]} \right) \\ + \left( \frac{V_2 A_2 \left[ -\frac{V_2^2}{2} - \dot{V}_2 \left( L_2 + \frac{A_2}{A_4} L_4 \right) \right] + f_2 \frac{V_2^2}{8} L_2 \pi D_2 + g L_3 A_2 V_3}{\frac{L_4}{A_4} A_3 [V_3 A_3 - V_2 A_2]} \right) \\ - \left( \frac{f_4 \frac{L_4}{D_4} \frac{V_4^2}{2} V_4 A_4 + f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2} V_2 A_2 + K_v \frac{V_4^2}{2} V_4 A_4}{\frac{L_4}{A_4} A_3 [V_3 A_3 - V_2 A_2]} \right) \\ - \left( \frac{K_1 \frac{V_4^2}{2} V_4 A_4 + K_2 \frac{V_2^2}{2} V_2 A_2 + K_3 \frac{V_3^2}{2} V_3 A_3 + K_4 \frac{V_4^2}{2} V_4 A_4}{\frac{L_4}{A_4} A_3 [V_3 A_3 - V_2 A_2]} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

## MÉTODO DE SOLUÇÃO

A eq. (13) é solucionada utilizando uma rotina numérica de equações diferenciais ordinárias baseada no método numérico Runge-Kutta. Os pulsos de velocidade que deseja-se reproduzir com este sistema são aqueles apresentados na árvore arterial humana. Estes pulsos de velocidade foram medidos por Mills [1970] e apresentados em forma de gráficos. Garcia [1991] digitalizou estes gráficos, gerando assim um conjunto de pontos que foi utilizado para obter, através de Transformada Rápida de Fourier, as amplitudes e harmônicas características dos pulsos de velocidade fisiológico.

O objetivo da modelagem, eq. (13), é a determinação do pulso de velocidade do pistão necessário para que se possa reproduzir, na seção de teste, um pulso de velocidade de um ponto qualquer do sistema arterial humano. Para tanto, utilizamos o simulador (veja apêndice A) com as dimensões mostradas abaixo:

$$\begin{aligned} D_1 &= 2,10 \text{ m;} \\ D_2 &= 25,40 \cdot 10^{-3} \text{ m;} \\ D_3 &= 25,40 \cdot 10^{-3} \text{ m;} \\ D_4 &= 21,00 \cdot 10^{-3} \text{ m;} \\ D_J &= 116,00 \cdot 10^{-3} \text{ m;} \\ L_1 &= 0,30 \text{ m;} \\ L_2 &= 3,00 \text{ m;} \\ L_4 &= 1,20 \text{ m;} \\ L_5 &= 1,45 \text{ m;} \\ L_J &= 80,00 \cdot 10^{-3} \text{ m.} \end{aligned}$$

Para o calculo do coeficiente de atrito ( $f$ ), utilizamos uma expressão explícita que reproduz o diagrama de Moody, que é válida tanta para regime laminar quanto para turbulento, eq. (14).

$$f = 8 \left[ \left( \frac{8}{\text{Re}} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}} \right]^{1/2} \quad (14)$$

onde:

$$A = \left[ 2,457 \ln \left( \frac{1}{\left( \frac{7}{\text{Re}} \right)^{0,9} + 0,28 \frac{e}{Dh}} \right) \right]^{16} \quad \text{e} \quad B = \left[ \frac{37350}{\text{Re}} \right]^{16} \quad (15)$$

O número de Reynolds (Re) foi calculado por:

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (16)$$

Foi utilizado  $\rho = 999 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ cps}$  e  $e/Dh = 0,000001$  para estimar  $f$ .

Nas estimativas de perdas localizadas, o coeficiente de perda ( $K$ ) foi calculado utilizando a eq. (17), quando de uma contração e a eq. (18), quando de uma expansão. Para saber se se tratava de uma expansão ou de uma contração verificava-se o sentido do fluxo no local.

<sup>3</sup> Considerou-se que a energia associada a viscosidade do fluido (perda de carga) foi dissipada via transmissão de calor ou foi convertida em energia térmica do fluido.

<sup>4</sup> A forma no qual a eq. (13) foi escrita tem o objetivo de esclarecer o que significa cada termo.

$$K_s = \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2 \quad (17)$$

$$K_c = 0,42 \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right) \quad (18)$$

onde:

d - menor diâmetro da junção;  
D - maior diâmetro da junção.

Para se estimar a perda de carga na válvula controladora de fluxo, utilizou-se  $K_v = 73$ .

## RESULTADOS OBTIDOS

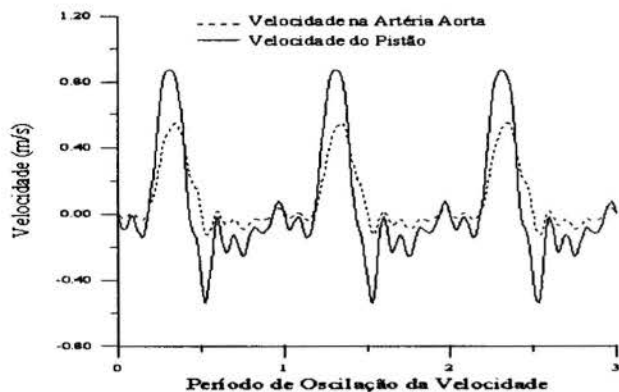


fig. 3 - Gráfico do pulso de velocidade da artéria aorta e o pulso de velocidade do pistão necessário para reproduzi-lo.

Como exemplo de aplicação foi modelado o pulso de velocidade do pistão necessário para reproduzir a velocidade da artéria aorta ascendente. O resultado do pulso de velocidade do pistão, eq. (13), e da representação em série de Fourier da artéria aorta estão mostrados na fig. 3.

As frequências características dos pulsos de velocidade do pistão e da aorta são coincidentes. Podendo-se concluir que para esta faixa de operação o sistema se comporta de maneira linear. Deve-se destacar entretanto que os pulsos diferem em fase e amplitude. Percebe-se também que o pistão necessita inverter o sentido, para reproduzir um trecho do pulso de velocidade da aorta, antes de completar o ciclo. Isto é possível através de inversão de rotação do motor de passo.

## BIBLIOGRAFIA

Garcia, C. S., "Análise Espectral de Sinais Característicos de Fluxo e de Pressão em Artérias", Relatório de Iniciação Científica, FAEP, UNICAMP, Campinas, SP, 1991.

Mazza, Ricardo A., "Modelagem Hidrodinâmica de um Mecanismo Pulso Duplicador", Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas, SP 1994.

Mills et al., "Pressure-Flow Relationships and Vascular Impedance in Man", *Cardiovascular Research*, Vol. 4, pp 405-417, 1970.

White, F.M - "Fluid Mechanics" - 1986 - McGraw-Hill Book Company.

White, F.M - "Viscous Flow" - 1974 - McGraw-Hill Book Company.

## APÊNDICE - A

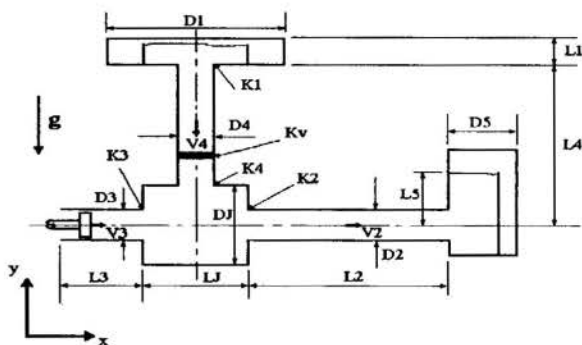


fig. 4 - Nomenclatura utilizada para o modelo unidimensional.

## AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece ao CNPq pela bolsa concedida e ao Dr. Jorge Urquiola Catrillo pelas informações que muito contribuíram para a elaboração deste trabalho

## ABSTRACT

The purpose of this paper is to present a new design of a physiological flow simulator and to develop its numerical model for studying the effects of stenoses, aneurysms, bifurcations and other flow parameters on the hemodynamics of arterial blood flow or for relating Doppler ultrasound spectre to vessel abnormalities and also to aid development of new implantable prothesis.

ESCOAMENTO GRAVITACIONAL DE UM MEIO BIFÁSICO

M.R. Souto, D.N. Nobre<sup>(+)</sup>, F. Scofano Neto<sup>(+)</sup>  
 EEIMVR/UFF - TMC - Av dos Trabalhadores, 420  
 27260-740 Volta Redonda, RJ, Brasil  
 (+)IME - DE/4, RJ, Brasil

RESUMO

Este trabalho apresenta a análise do escoamento de um meio bifásico sobre um plano inclinado, segundo a Teoria de Goodman e Cowin. Determinou-se também o campo de pressão para o fluido intersticial.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho é feita uma análise do escoamento de um meio bifásico (grãos + fluido intersticial) sobre um plano inclinado, visando a obtenção da distribuição da fração de sólido, do campo de velocidades e do fluxo de massa, segundo a teoria de Goodman e Cowin (1972).

Admite-se que o sistema é constituído por uma gama infinita de material granular de espessura  $\delta$ , suportado por uma placa inclinada de um ângulo  $\alpha$  com a direção do campo gravitacional. A superfície deste meio bifásico está livre de tensões.

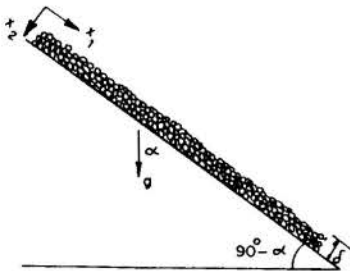


Figura 1: Escoamento de um meio bifásico sobre um plano inclinado.

HIPÓTESES ADOTADAS

Considera-se que o sistema todo está numa situação de não equilíbrio, o que pode ser caracterizado pelas seguintes hipóteses:

- (a) Regime permanente;
- (b) A componente  $v_1$  do vetor velocidade é função somente da coordenada espacial  $x_2$ ; e as componentes  $v_2$  e  $v_3$  do mesmo vetor são nulas.
- (c) A variação em relação à coordenada espacial  $x_3$  não é considerada.
- (d) O fluido intersticial e os grânulos escoam com a mesma velocidade.

EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA

A conservação da quantidade de movimento linear para o corpo sólido distribuído - aplicadas as hipóteses (a), (b) e (c) - é dada por:

$$\nabla \cdot \underline{T} = - \rho_s v \underline{g} - \hat{p}_s \quad (1)$$

onde  $\rho_s$  é a densidade dos grânulos,  $\underline{g}$  é a aceleração da gravidade,  $\underline{T}$  é o tensor tensão,  $v$  é a fração de sólido e  $\hat{p}_s$  é a força de interação mútua entre os grânulos e o fluido intersticial.

Ahmadi (1979), entretanto, propõe a seguinte relação para a força de interação entre os grãos e o fluido:

$$\hat{p}_s = - \hat{p}_f = K_1 (v_s - v_f) \quad (2)$$

onde  $K_1$  é uma constante.

Aplicando a hipótese d na equação (2) e retornando o resultado à equação (1), chega-se a:

$$\nabla \cdot \underline{T} = - \rho_s v \underline{g} \quad (3)$$

A equação (3) é idêntica à que foi obtida por Goodman e Cowin (1971), que desconsideravam a massa de fluido intersticial. Supondo então, que as condições de contorno sejam as mesmas, a solução para o campo de velocidades dos grãos e distribuição de fração de sólido também serão iguais.

O campo de velocidades para o corpo fluido distribuído, pela hipótese (d), será o mesmo que o dos grãos. E a porosidade será dada por:

$$n = 1 - \nu \quad (4)$$

Para fechar o conjunto solução para o fluido intersticial, falta apenas determinar o campo de pressão.

#### DETERMINAÇÃO DO CAMPO DE PRESSÃO

Em uma primeira análise pode-se supor que o campo de pressão varie mais fortemente com uma coordenada espacial do que com outra, em determinadas circunstâncias. Para o problema em questão, supondo que o ângulo de inclinação seja suficientemente baixo, a pressão estaria variando mais fortemente em relação à coordenada espacial  $x_2$ , podendo-se negligenciar as variações em relação a  $x_1$ . Assim sendo, pode-se afirmar que:

$$\Delta P = \int \frac{\partial P}{\partial x_2} dx_2 \quad (5)$$

A pressão na superfície livre do meio bifásico é a pressão atmosférica:

$$P(x_2=0) = P_{atm} \quad (6)$$

A equação que fornece a quantidade de movimento linear para o corpo fluido distribuído pode ser decomposta nas duas direções principais  $x_1$  e  $x_2$ . Então:

$$\mu \frac{d^2 v_{f1}}{dx_2^2} = \frac{\partial P}{\partial x_1} - \rho_f (1-\nu) g \cos \alpha, \quad (7)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial x_2} = \rho_f (1-\nu) g \sin \alpha, \quad (8)$$

onde  $\mu$  e  $\rho_f$  são respectivamente a viscosidade e a densidade do fluido intersticial.

Uma vez que:

$$\nu = \nu_0 \left[ -M \frac{\sinh LY}{L} + MY + \left( 1 - M + M \frac{\sinh L}{L} \right) \left( \frac{1 + \cosh LY}{1 + \cosh L} \right) \right], \quad (9)$$

onde  $\nu_0$  é a fração de sólido constante em  $x_1$ ,

$$Y = \frac{x_2}{\delta}, \quad (10)$$

$$M = \frac{\rho_f g \delta \sin \alpha}{2 a_2 \nu_0}, \quad (11)$$

$$L = \left( \frac{a_2}{a_3} \right)^{1/2} \delta, \quad (12)$$

$a_2$  e  $a_3$  são parâmetros ligados ao movimento e interações entre o meio bifásico, obtém-se a seguinte solução para o gradiente de pressão adimensional na equação (5):

$$\frac{dP}{dY} = 1 - \nu_0 \left[ -M \frac{\sinh LY}{L} + \left( 1 - M + M \frac{\sinh L}{L} \right) \left( \frac{1 + \cosh LY}{1 + \cosh L} \right) + MY \right], \quad (13)$$

onde:

$$P = \frac{P}{\rho_f g \delta \sin \alpha} \quad (14)$$

A expressão (5) pode ser reescrita na sua forma adimensional:

$$\Delta P = -\nu_0 \left[ -\frac{M}{L^2} \cosh LY + \left( 1 - M + M \frac{\sinh L}{L} \right) \left( \frac{Y + \frac{\sinh LY}{L}}{1 + \cosh L} \right) + \frac{1}{2} MY^2 + \frac{M}{L^2} \right] + Y \quad (15)$$

#### RESULTADOS OBTIDOS

Os gráficos apresentados a seguir, mostram o perfil do campo de pressão dado por:

$$\Delta P = P - P_{atm} \quad (16)$$

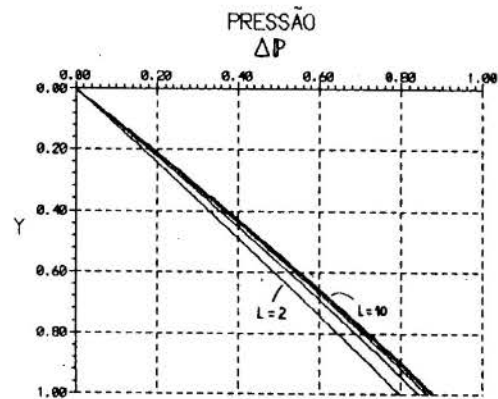


Figura 2: Campo de pressão versus Y para  $M=0.75$  e  $\nu_0=0.25$ .



## CONCLUSÕES

O perfil do campo de pressão para o fluido intersticial revela a influência da massa dos grânulos

Evidentemente essa influência é determinada pela distribuição da fração de sólido e aparece de forma mais clara para valores mais altos de  $\nu_0$ .

Então, a forma do gráfico de pressão tende para uma curva do tipo parabólica, diferente da reta que representaria a distribuição do campo de pressão para uma coluna de líquido simplesmente.

Nota-se que para valores baixos de  $L$ , a forma da curva de pressão tende para uma reta inclinada, o que corresponderia à situação de o meio bifásico se comportar como fluido incompressível. Este fato foi abordado por Goodman e Cowin (1971).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ahmadi, G., "On Mechanics of Saturated Granular Materials", *Int. J. Non-Linear Mechanics*, Vol. 15, 251-269, 1979.

Goodman, M.A. e Cowin, S.C., "A Continuum Theory for Granular Materials", *Arch. Rational Mech. Anal.*, 44, 249-266, 1989.

Goodman, M.A. e Cowin, S.C., "Two Problems in the Gravity Flow of Granular Materials", *J. Fluid Mech.*, Vol. 45, Part 2, 321-339, 1971.

Souto, M.R., Análise Teórica do Escoamento de um Meio Granular num Plano Inclinado, em Presença de Campos Acústicos", Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 1994.

Vieira, G.M.R., Análise Teórica do Escoamento de um Meio Granular Induzido pelo Arrasto Superficial de um Fluido", Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 1992.

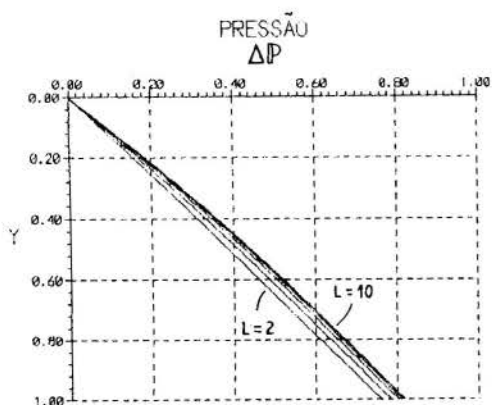


Figura 3: Campo de pressão versus  $Y$  para  $M=0.75$  e  $\nu_0=0.75$ .

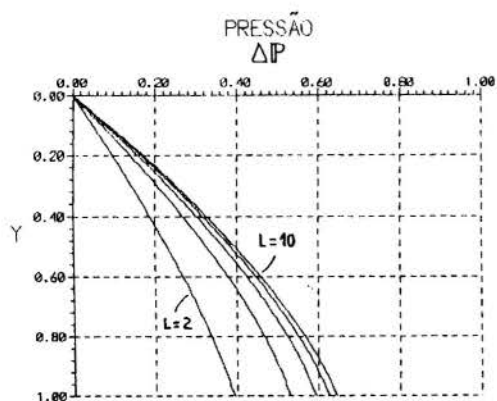


Figura 4: Campo de Pressão versus  $Y$  para  $M=1.25$  e  $\nu_0=0.25$ .

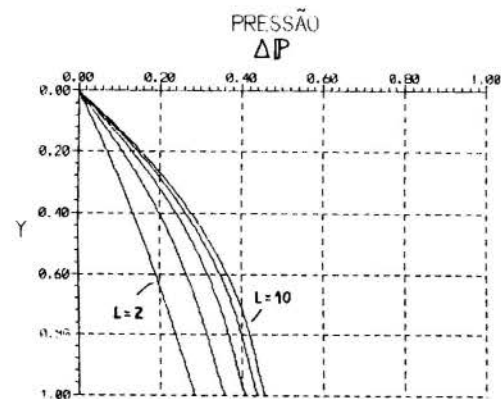


Figura 5: Campo de pressão versus  $Y$  para  $M=1.25$  e  $\nu_0=0.75$ .

DISTRIBUTION OF SOLID PHASE IN UPWARD GAS-LIQUID-SOLID  
 FLOW THROUGH CONICAL COLUMNS

F.A. DA SILVA, F.F. PIRONTI AND A.E. SÁEZ  
 Departamento de Termodinámica y Fenómenos de Transferencia  
 Universidad Simón Bolívar, PO Box 89000, Caracas 1080-A  
 Venezuela

SUMMARY

*In this work we present a mathematical model to simulate the axial distribution of solid phase in upward gas-liquid-solid flow through a vertical column with conical shape. The model is based on the sedimentation-dispersion model used to simulate solids distribution in three-phase slurry bubble columns. We have used the model to analyze the effect of the taper angle of a conical distributor on the suspension of solids in a cylindrical spouted bed with a conical entrance section. The effects of gas and liquid velocities and average solids concentration are analyzed. The results show that there is a range of operating conditions for which the solids concentration profile exhibits a maximum within the conical region. The vicinity of this maximum would be the place where sedimentation of the solid phase occurs.*

INTRODUCTION

The mathematical description of multiphase flows is a very complex problem for which there is no general solution at this point. When the multiphase mixture can be treated as a pseudo-continuum, the problem is equivalent to the prediction of the rheological behavior of the mixture. However, in a wide variety of practical applications the multiphase mixture cannot be treated as a pseudo-continuum. In particular, it is sometimes necessary to describe the concentration profiles of a dispersed phase in the mixture. In this work we are concerned with upward gas-liquid-solid flow in either the bubbly or the churn-turbulent flow regimes, in which the gas travels in the form of dispersed bubbles through a liquid-solid suspension. We will be treating the particular case encountered in slurry bubble columns, where the driving force for the fluidization of the solid particles is the gas velocity, which is usually at least one order of magnitude larger than the liquid velocity.

Slurry bubble columns are cylindrical vessels with a phase distributor at the bottom. In many applications, the gas, liquid and solid phases are mixed in a small diameter pipe and then fed to the bubble column through a conical section (figure 1). The purpose of the conical shape is two-fold: first, its slowly-varying section assures a uniform distribution of the gas phase, and second, it creates a high-velocity region at the bottom thereby avoiding sedimentation of the solid phase. This configuration is usually referred to in the literature as a spouted bed, since the high speed spouting of the gas phase drives a strong liquid circulation in the column, which enhances the mixing of the phases and the fluidization of the solid.

In this work we develop a mathematical model to simulate the distribution of solid phase in gas-liquid-solid spouted beds. Our model is based on the sedimentation-dispersion model originally developed by Cova (1966).

MATHEMATICAL MODEL

The mathematical model is based on a mass balance of solids in the conical section. The corresponding equations for cylindrical sections will correspond to the limit of our model as the taper angle tends to zero. Our approach follows the solids mass balance equations presented, among others, by Smith et al. (1986), and Jean et al. (1989).

Let  $n_s$  be the mass flow rate of solid phase at any given cross section in the column per unit cross sectional area occupied by the slurry (excluding the gas). In steady state, the solids mass flow rate at any section must equal the one at the entrance ( $z=0$ ):

$$n_s A_{sl} = (n_s A_{sl})_0 \tag{1}$$

where the subindex 0 refers to  $z=0$ , and  $A_{sl}$  is the cross sectional area occupied by the liquid-solid suspension.

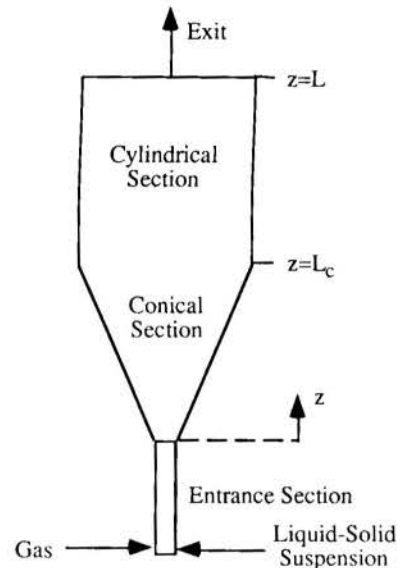


Figure 1. Spouted-Bed Slurry Bubble Column.

The solids mass flow rate is made up of three contributions:

$$n_s = \frac{C_s (n_s + n_l)}{\rho_{sl}} - C_s u_s - E_s \frac{dC_s}{dz} \tag{2}$$

The first term on the right hand side of equation (2) represents the convective transport of solids due to the motion of the slurry;  $n_l$  is the liquid mass flow rate (notice that  $n_s + n_l$  is the total mass flow rate of slurry),  $C_s$  is the solids concentration in the slurry and  $\rho_{sl}$  is the density of the slurry. The second term on the right hand side is the downward motion of solid particles due to sedimentation, which is a convective motion superposed on the total flow rate of slurry characterized by the settling velocity  $u_s$ . The third term is the dispersive transport, which is assumed to be of a fickian nature, and is characterized by the solids dispersion coefficient,  $E_s$ . The dispersive transport of solids is a consequence of two effects: the small-scale fluctuations of the velocity vector due to turbulence, and the radial variations of the time-averaged axial velocity of the slurry. Both effects are strongly dependent on the gas velocity.

The area-averaged velocity of the slurry can be defined as

$$u_{sl} = \frac{n_s + n_l}{\rho_{sl}} \tag{3}$$

It is customary to express phase velocities as superficial velocities, based on the total cross-sectional area. The superficial velocity of the slurry is

$$U_{sl} = u_{sl} (1 - \epsilon_g) \quad (4)$$

where  $\epsilon_g$  is the volume fraction of gas phase (gas holdup).

The settling velocity in equation (2),  $u_s$ , is referred to the cross section occupied by the slurry. The settling velocity relative to the liquid,  $U_s$ , is usually employed. Both velocities are related by

$$U_s = \frac{u_s}{\psi_l} \quad (5)$$

where  $\psi_l$  is the interparticle volume fraction of liquid in the slurry,

$$\psi_l = 1 - \frac{C_s}{\rho_s} \quad (6)$$

where  $\rho_s$  is the density of the solid particles.

On the other hand, the solids mass flow rate at the entrance (equation 1) can be expressed in terms of the concentration of solids in the feed,  $C_{sf}$ , as follows

$$(n_s A_{sl})_0 = C_{sf} U_{sl,0} A_0 \quad (7)$$

Substituting equations (2) to (7) into equation (1), and noticing that the cross sectional area occupied by the slurry is related to the cross sectional area of the column by  $A_{sl} = (1 - \epsilon_g)A$ , leads to

$$-E_s \frac{dC_s}{dz} + C_s \left[ \frac{U_{sl,0} A_0}{(1 - \epsilon_g)A} - \psi_l U_s \right] = \frac{U_{sl,0} A_0 C_{sf}}{(1 - \epsilon_g)A} \quad (8)$$

The cross sectional area in the conical section is a function of position according to

$$A = A_0 \left( 1 + \frac{z \tan \theta}{r_0} \right)^2 \quad 0 \leq z \leq L_c \quad (9)$$

where  $r_0$  is the radius of the cross section at the entrance, and  $\theta$  is the taper angle (cone apex semi-angle). In the cylindrical section, the ratio  $A_0/A$  is a constant, and equation (8) reduces to the conventional form of the sedimentation-dispersion model (Smith et al., 1986).

Equation (8) is the basic relation of the model proposed in this work. Its integration along the system yields the axial distribution of solids in the column. It is important to point out that the solids concentration obtained is a cross-sectional area average, since the changes of solids concentration with respect to radial position are taken into account by the dispersion term. In the conical region, most the coefficients in equation (8) are a function of axial position. Since the gas and slurry velocities change with  $z$ , one would expect that the dispersion coefficient, the gas holdup, the interparticle liquid volume fraction and the settling velocity also change with  $z$ . The solution of equation (8) then requires the specification of  $E_s$ ,  $U_s$  and  $\epsilon_g$  as a function of  $z$ . This will be achieved by means of empirical correlations, as described below. Notice that the interparticle liquid volume fraction can be expressed in terms of  $C_s$  by means of equation (6), once the density of the solid particles is specified.

The integration of equation (8) requires one additional condition for the solids concentration. In the original formulation of the model for cylindrical columns, Cova (1966) applied a flux boundary condition at the exit of the column, since it is known that, at steady state, the exit solids concentration must equal the feed solids concentrations. Later works have shown that the condition employed by Cova was generally incorrect since experimental evidence shows that there is a discontinuity in the solids concentration at the exit section (de Bruijn et al., 1989). Smith et al. (1986) have overcome this problem by using a boundary condition at the exit in which the discontinuity is accounted for by means of empirical relations.

Presumably, the difficulty in establishing the additional condition required to integrate the differential equation stems from a lack of knowledge of the local hydrodynamics of the exit section. In this work we avoid assessing this problem by taking as additional condition the specification of the average solids concentration in the whole column, defined by

$$\bar{C}_s = \frac{\int_0^L C_s A dz}{\int_0^L A dz} \quad (10)$$

The calculation procedure to determine the solids concentration profile for a given set of conditions is as follows. We start by assuming a value for the solids concentration at  $z=0$ . With this starting value, the differential equation (8) will be integrated by means of an Adams-Moulton method. Once the solids concentration profile is known, the average solids concentration is evaluated integrating the numerator of equation (10) numerically. The average solids concentration is compared to the specified value. The procedure is repeated iteratively until the calculated and specified values of the average concentrations coincide.

### PREDICTION OF PARAMETERS

The model will be applied in this work to a typical pilot scale slurry bubble column which has been used in previous works to perform hydrodynamic studies (Pino et al., 1992). The prediction of the parameters to use in equation (8) will be carried out by means of empirical relations from the literature. The correlations available in the literature correspond to cylindrical columns. Owing to the lack of appropriate information, we have assumed that these correlations still apply to the conical section, by evaluating the independent parameters that they require at each cross section. This assumption strictly holds for small values of the taper angle. Their accuracy should be evaluated by means of experimental information in this type of systems.

The gas holdup at each cross section was calculated by means of the correlation proposed by Akita and Yoshida (1973):

$$\frac{\epsilon_g}{(1 - \epsilon_g)^4} = 0.20 \left( \frac{2rg\rho_{sl}}{\sigma} \right)^{\frac{1}{8}} \left( \frac{8r^3 g \rho_{sl}^2}{\mu_{sl}^2} \right)^{\frac{1}{12}} \frac{U_g}{\sqrt{2rg}} \quad (11)$$

where  $g$  is the acceleration of gravity,  $r$  is the column radius at the cross section,  $\sigma$  is the surface tension of the liquid,  $U_g$  is the superficial gas velocity at the cross section (notice that, neglecting pressure variations, the product  $U_g A$  is the gas volumetric flow rate, which is constant throughout the column), and  $\mu_{sl}$  is the viscosity of the solid-liquid suspension. The density of the slurry can be evaluated at each point by means of the following equation:

$$\rho_{sl} = C_s + \psi_l \rho_l \quad (12)$$

where  $\rho_l$  is the density of the liquid. The viscosity of the slurry was estimated by the following relation, valid for suspensions of hard spheres at moderate concentrations (Macosko, 1994):

$$\mu_{sl} = \mu_l [1 + 2.5 (1 - \psi_l) + 4.9 (1 - \psi_l)^2] \quad (13)$$

where  $\mu_l$  is the viscosity of the liquid. The settling velocity of the particles in the three-phase system was correlated by Smith et al. (1986) as follows

$$U_s = 1.44 U_t^{0.78} U_g^{0.23} \psi_l^{3.5} \quad (14)$$

where the velocities are expressed in m/s, including  $U_t$ , which represents the terminal settling velocity of a single particle surrounded by pure liquid.

This terminal velocity was calculated in this work by using the correlation presented by Zigrang and Sylvester (1981), as recommended by Smith et al. (1986).

The solids dispersion coefficient was evaluated from the correlation proposed by Smith et al. (1986):

$$Pe_p = 6.7 \left( \frac{Fr_g}{Re_g} \right)^{0.106} (1 + 0.15 Re_p) \quad (15)$$

where the Peclet number is defined by

$$Pe_p = \frac{2rU_g}{E_s} \quad (16)$$

and the Froude number is

$$Fr_g = \frac{U_g}{\sqrt{2rg}} \quad (17)$$

and the Reynolds numbers based on column and particle diameters are, respectively,

$$Re_g = \frac{2rU_g \rho_l}{\mu_l} \quad (18)$$

$$Re_p = \frac{d_p U_g \rho_l}{\mu_l} \quad (19)$$

where  $d_p$  is the particle diameter.

In the results to be presented in the next section, we were careful to verify that the operating conditions used for the simulation were within or close to the ranges of validity of the correlations presented. The only correlation for which this was not satisfied was equation (15). Smith et al. report a maximum value of  $Re_p$  of 5.6. Close to the entrance of the conical region, where the superficial gas velocity was high, this limit was exceeded. Equation (15) predicts a maximum in dispersion coefficient with superficial gas velocity that occurs at  $Re_p=5.9$ . Beyond this value, the dispersion coefficient decreases with increasing gas velocity, a trend that is obviously wrong. For this reason and due to the absence of other correlations in the literature, we applied equation (15) only for  $Re_p \leq 5.9$ . For  $Re_p > 5.9$ , we applied equation (15) but substituting the factor  $(1 + 0.15 Re_p)$  by its maximum value within the range of the correlation, i.e.,  $(1 + 0.15 * 5.9)$ . This modification yields a dispersion coefficient that is always an increasing function of gas velocity. Our results in this range can then be only taken as an approximation. It is necessary to point out, however, that the range  $Re_p > 5.9$  was limited to small sections near the entrance, which have a relatively low impact on the solids concentration profiles as a whole.

## RESULTS AND DISCUSSION

As an illustration of the application of the model developed in this work, we have selected as test case a pilot scale column used in previous investigations (Pino et al., 1992). After obtaining the results for the test case, we performed a sensitivity analysis by varying some of the most important operating conditions and geometrical parameters in order to assess their influence on the solids concentration profiles.

The test case uses air as gas phase (we specify this although the results are independent of the properties of the gas phase, as long as the operating pressure is close to the atmospheric value) with a superficial velocity based on the cylindrical section  $U_{gc}=0.03$  m/s. The liquid phase is water at 20°C ( $\sigma=72$  mN/m,  $\rho_l=1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\mu_l=1$  mPa s). The solid is siliceous sand ( $\rho_s=2625$  kg/m<sup>3</sup>) with  $d_p=216$  μm. The superficial velocity of the slurry based on the cylindrical section is  $U_{slc}=0.005$  m/s. The feed and average solids concentrations are, respectively,  $C_{sf}=50$  kg/m<sup>3</sup> and  $\bar{C}_s = 150$  kg/m<sup>3</sup>. The parameters that define the geometry of the test case are:  $\theta=17^\circ$ ,  $r_0=1.9$  cm,  $R=14.5$  cm (radius of the cylindrical section),  $L=101.4$  cm,  $L_c=41.4$  cm.

Figure 2 shows the effect of taper angle of the conical section on the solids concentration profiles. The gas holdup profiles for these cases are shown in figure 3. In these results we have kept the length of the conical region fixed (notice that  $r_0$  varies with  $\theta$ ). It can be seen (figure 2) that, for low values of the taper angle, the solid concentration profiles resemble those found in a cylindrical column (see, for example, Smith et al., 1986). As the taper angle is increased, a maximum in the profile is obtained. The location of this maximum moves upward in the cone as the taper angle is further increased.

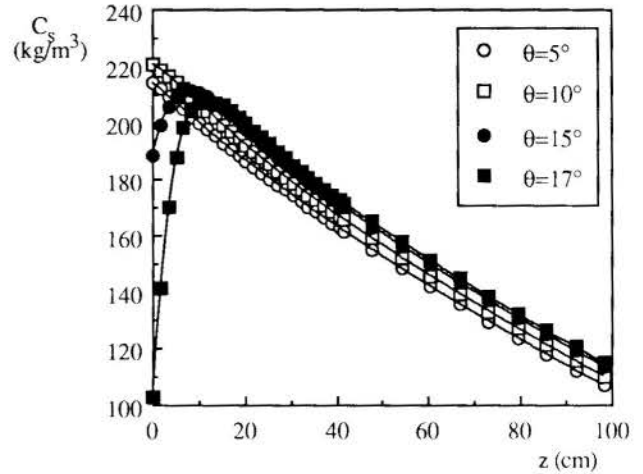


Figure 2. Effect of Taper Angle on Solids Concentration Profiles for a Fixed Length of the Conical Region.

The maximum in solids concentration is a consequence of two competing effects. On one side is the tendency of the solids to settle, which induces the increase in concentration as we move close to the bottom of the cone. On the other side, the large increase in gas velocities obtained as the cross section diminishes results a more efficient suspension of solids through the dispersive transport. Notice how this increase in gas velocity leads to very high values of the gas holdup for large taper angles (figure 3). Furthermore, the fact that the feed has a lower concentration than the average solids concentration has a diluting effect in the bottom section of the conical region.

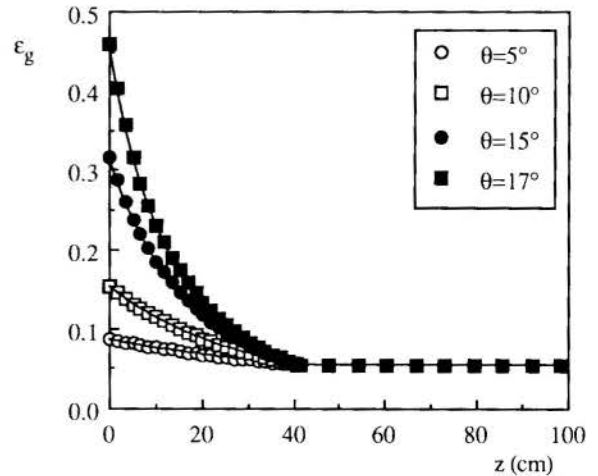


Figure 3. Effect of Taper Angle on Gas Holdup Profiles for a Fixed Length of the Conical Region.

The results shown in figure 2 have relevant implications regarding the design of conical distributors. If one were concerned with the possibility of solids sedimentation, one would try to design the conical distributor to avoid reaching high values of the local solids concentration. Figure 2 shows, for the particular case analyzed, how the highest taper angle used results in the lowest maximum concentration. Therefore,  $\theta=17^\circ$  would be the optimum design value of taper angle among those represented in figure 2.



Figure 4 shows the effect of taper angle on solids concentration profile when the area of the inlet section is kept constant (note that, in this case,  $L_c$  varies with  $\theta$ ). As the cone angle is increased, the maximum is displaced closer to the inlet section. Notice that, once again, larger cone angles imply a lower level of maximum solids concentration.

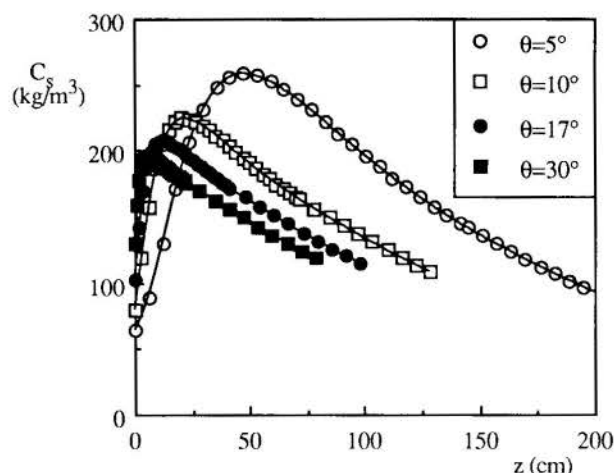


Figure 4. Effect of Taper Angle on Solids Concentration Profiles for a Fixed Area of Inlet Section.

The average solids concentration has a noticeable effect on the solids distribution, as figure 5 shows. It is interesting to note that the location of the maximum is displaced upwards as the average solids concentration increases, but it is always located inside the conical region. Since solids sedimentation occurs at sufficiently high average concentrations, this result indicates that the onset of sedimentation will occur in the upper part of the conical region.

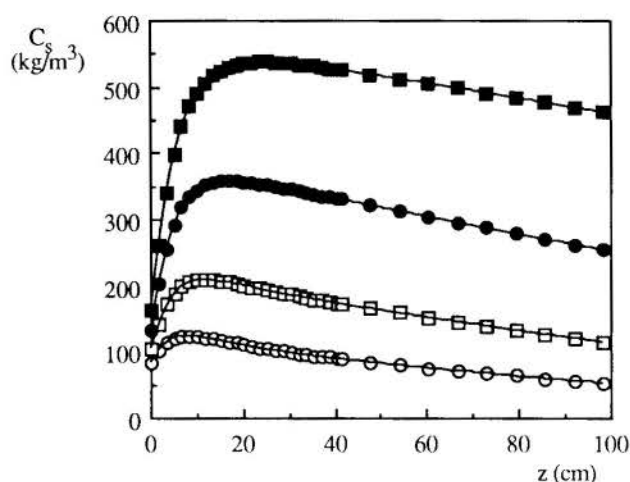


Figure 5. Effect of Average Solids Concentration on Solids Concentration Profiles (Values of  $\bar{C}_s$ :  $\circ$ -75 kg/m<sup>3</sup>,  $\square$ -150 kg/m<sup>3</sup>,  $\bullet$ -300 kg/m<sup>3</sup>,  $\blacksquare$ -500 kg/m<sup>3</sup>).

We have also studied the effect of gas and slurry velocities on solids distribution. For the test case analyzed in this work we found that changes in the superficial gas velocity in the range  $U_{gc}=0.01$ -0.15 cm/s have no great influence on the solids concentration profiles. The effect of the slurry superficial velocity is shown in figure 6. If the slurry flow rate is low enough, the maximum in the solid concentration profiles occurs at the bottom of the conical section. As the slurry flow rate increases, the value of solids concentration at  $z=0$  decreases and the location of the maximum is shifted to higher values of  $z$ , always within the conical section. This effect is a consequence of the degree of dilution that occurs due to the entrance of slurry at a concentration lower than the average concentration within the column.

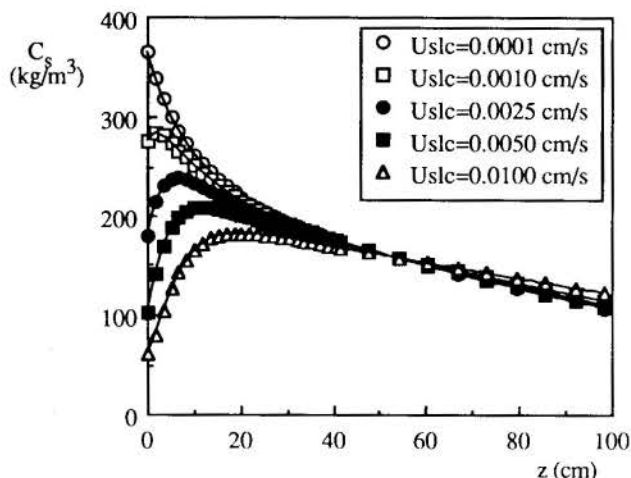


Figure 6. Effect of Slurry Superficial Velocity on Solids Concentration Profiles.

#### CONCLUDING REMARKS

We have developed a mathematical model to simulate the axial distribution of solid phase in gas-liquid-solid vertical flows through tapered columns. The model has been applied to the simulation of a pilot scale slurry bubble column with a conical distributor. The results obtained from the test simulation indicate that the behavior of solid phase is appreciably influenced by the geometry of the conical section. The use of the model would, therefore, have important implications in the design of such systems, especially when large solids concentrations are used. In that case, the propensity of the solid phase to sediment can be manipulated by changing the geometry of the conical region.

#### REFERENCES

- Akita, K., and Yoshida, F., "Gas Holdup and Volumetric Mass Transfer Coefficient in Bubble Columns," *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, Vol. 12, p.p. 76-80, 1973.
- Cova, D.R., "Catalyst Suspension in Gas-Agitated Tubular Reactors," *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, Vol. 5, p.p. 20-25, 1966.
- de Bruijn, T.J.W., Reilly, I.G., MacIntyre, D., and Scott, D.S., "Solids Exit Discontinuity in Slurry Bubble Columns," *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 67, p.p. 283-289, 1989.
- Jean R.-H., Tang, W.-T., and Fan, L.-S., "The Sedimentation-Dispersion Model for Slurry Bubble Columns," *AIChE Journal*, Vol. 35, p.p. 662-665, 1989.
- Macosko, C.W., "Rheology: Principles, Measurements, and Applications," VCH Publishers, New York, 1994.
- Pino, L.Z., Solari, R.B., Siquier, S., Estévez, L.A., Yépez, M.M., and Sáez, A.E., "Effect of Operating Conditions on Gas Holdup in Slurry Bubble Columns with a Foaming Liquid," *Chemical Engineering Communications*, Vol. 117, p.p. 367-382, 1992.
- Smith, D.N., Ruether, J.A., Shah, Y.T., and Badgajar, M.N., "Modified Sedimentation-Dispersion Model for Solids in a Three-Phase Slurry Column," *AIChE Journal*, Vol. 32, p.p. 426-436, 1986.
- Zigrang, D.J., and Sylvester, N.D., "An Explicit Equation for Particle Settling Velocities in Solid-Liquid Systems," *AIChE Journal*, Vol. 27, p.p. 1043-1046, 1981.

JORGE ROBERTO PIMENTEL  
 Departamento de Física  
 Unesp - Rio Claro

KAMAL ABDEL RADI ISMAIL  
 FEM - DETF  
 Unicamp - Campinas

SUMÁRIO

Analisamos o comportamento transiente durante o processo de solidificação unidimensional, ocorrendo num meio poroso saturado com líquido. Introduzimos valores efetivos, baseados na porosidade, para as propriedades termofísicas do líquido e do sólido, obtendo-se o comportamento da temperatura nas regiões de sólido e líquido, a posição da interface e a espessura da camada térmica, em função da porosidade. As previsões foram comparadas com resultados experimentais.

INTRODUÇÃO:

A mudança de fase com solidificação em meios porosos tem grande importância tecnológica, estando presente, por exemplo, no projeto de alguns tipos de armazenadores de energia térmica e na purificação de metais. Ela atua ainda, nos processos de congelamento e preservação, tanto de alimentos quanto de tecidos biológicos, assim como na ação de baixas temperaturas sobre o solo, que podem interferir no desenvolvimento de microorganismos e vegetais. A avaliação de alguns parâmetros que influenciam no desempenho do processo, pode ser feita usando-se o modelamento unidimensional clássico, associado ao conceito de propriedades efetivas baseadas na porosidade da amostra.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA:

Consideramos um meio poroso com porosidade  $\epsilon$ , homogêneo e unidimensional de espessura  $b$ , saturado por um líquido à temperatura inicial  $T_0$ . No instante  $t = 0$  a temperatura em um dos contornos foi subitamente diminuída e mantida durante todo o processo, a um valor ( $T_0$ ) menor que a temperatura de congelamento, ( $T_m$ ) do líquido saturante. Nessas condições inicia-se a formação de uma camada de sólido, separada da região líquida por uma interface, através da qual se processarão as trocas de calor.

Assumindo-se que a transmissão de calor através do material ocorra somente por condução e sendo esse mecanismo essencialmente um processo de difusão, o efeito do abaixamento subito da temperatura não se transmitirá instantaneamente por toda o meio. Num dado instante haverá uma região onde seu efeito será significativo. Essa região, a camada limite térmica, inicia-se na superfície resfriada estendendo-se até algum ponto  $\delta(\tau)$  dentro do líquido. Para além dela não

haverá transmissão de calor e a temperatura permanecerá inalterada. Dessa forma a região de interesse, no líquido, ficará delimitada pela interface  $s(\tau)$  e pela camada limite térmica  $\delta(\tau)$ , conforme representado na figura 1.

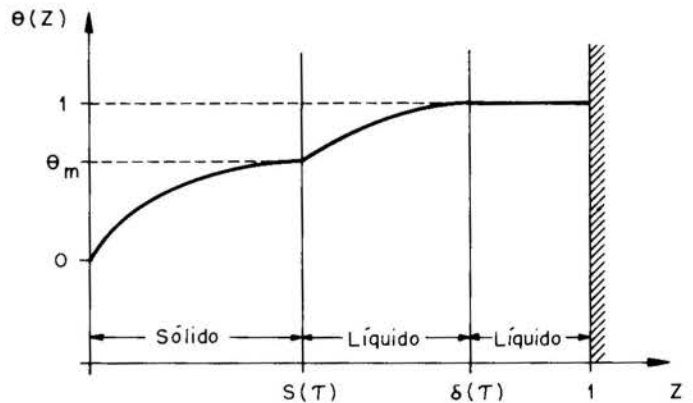


Fig.1: Localização da Interface  $S(\tau)$  e da camada limite térmica  $\delta(\tau)$ , na amostra adimensionalizada

EQUAÇÕES ADIMENSIONAIS E PROPRIEDADES TERMOFÍSICAS EFETIVAS:

Usamos as seguintes equações diferenciais adimensionalizadas e respectivas condições iniciais e de contorno, para estudar esse problema de solidificação:

Fase sólida:

$$\frac{\partial^2 \theta_S(Z, \tau)}{\partial Z^2} = \frac{\partial \theta_S(Z, \tau)}{\partial \tau}, \quad 0 < Z < S(\tau), \tau > 0 \quad (1)$$

$$\theta_S(Z, \tau) = 0, \quad Z = 0, \tau > 0 \quad (2)$$

Fase líquida:

$$\frac{\partial^2 \theta_\ell(Z, \tau)}{\partial Z^2} = \frac{\alpha'_s}{\alpha'_\ell} \frac{\partial \theta_\ell(Z, \tau)}{\partial \tau}, \quad S(\tau) < Z < \delta(\tau), \quad \tau > 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_\ell}{\partial Z} = 0, \quad Z = 1, \quad \tau > 0 \quad (4)$$

$$\theta_\ell = 1 \quad 0 < Z < 1, \quad \tau = 0 \quad (5)$$

No balanço térmico da interface, consideramos que a diferença entre os fluxos condutivos de calor através das fases líquida e sólida, iguala-se ao fluxo de calor que é utilizado para efetivar a mudança de fase. Além disso a temperatura deverá permanecer constante e igual à temperatura de solidificação,  $\theta_m$ . Disso resultaram as equações:

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial Z} - \frac{k'_\ell}{k'_s} \frac{\partial \theta_\ell}{\partial Z} = \frac{1}{(Ste)'} \cdot \frac{dS(\tau)}{d\tau} \quad Z = S(\tau), \quad \tau > 0 \quad (6)$$

$$\theta_s(Z, \tau) = \theta_\ell(Z, \tau) = \theta_m \quad Z = S(\tau), \quad \tau > 0 \quad (7)$$

onde  $(Ste)'$  representa o número de Stefan efetivo.

Nesta formulação o efeito do meio poroso está representado através da conceituação de propriedades termofísicas efetivas, baseadas na porosidade ( $\epsilon$ ) do material.

Considerando a porosidade como a fração volumétrica de líquido presente na amostra, as propriedades efetivas, ( $\gamma'$ ) para as regiões sólida ou líquida, são obtidas através da expressão geral:

$$\gamma' = \epsilon \gamma + (1 - \epsilon) \gamma_{sk} \quad (8)$$

A utilização dessas propriedades, permite que o sistema meio poroso e líquido saturante seja tratado como um meio contínuo, no qual os efeitos individuais de seus componentes estão proporcionalmente incorporados. Aplicam-se também as leis macroscópicas de conservação, bem como justifica-se o uso do modelo de condução pura nas equações diferenciais.

#### SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS:

Na solução da equação diferencial para a região de sólido, usamos a chamada Solução de Neumann (CARSLAW & JAEGER, 1959). Ela satisfaz a equação (1) e condição (2) e apresenta a seguinte expressão para a distribuição de temperaturas:

$$\theta_s(Z, \tau) = \frac{\theta_m}{\text{erf}(\lambda)} \cdot \text{erf} \left[ \frac{Z}{2\sqrt{\tau}} \right] \quad (9)$$

onde  $\lambda$  é um parâmetro ainda a ser determinado. Prevê, também, que a localização da interface em qualquer

instante pode ser obtida através da expressão:

$$S(\tau) = 2\lambda\sqrt{\tau} \quad (10)$$

Na região de líquido, adotamos para a temperatura uma distribuição polinomial quadrática da forma:

$$\theta_\ell(Z, \tau) = 1 - (1 - \theta_m) \left( \frac{\delta - Z}{\delta - S} \right)^2 \quad (11)$$

que é válida para a região delimitada pela interface  $s(\tau)$  e pela camada limite térmica, cuja espessura é determinada por:

$$\delta(\tau) = 2\beta\sqrt{\tau} \quad (12)$$

$\beta$  sendo calculado a partir de:

$$\beta = \lambda + \frac{1}{2\lambda} \left[ -\lambda \sqrt{\lambda^2 + \frac{4}{3} \frac{\alpha'_\ell}{\alpha'_s}} \right] \quad (13)$$

Este procedimento, sugerido por CHO e SUNDERLAND (1969) e aplicável em problemas de solidificação de amostras com espessura finita, baseia-se no método integral proposto por GOODMAN (1958).

O valor do parâmetro  $\lambda$  foi obtido resolvendo-se a seguinte equação transcendental

$$\frac{\epsilon - \lambda^2}{\text{erf}(\lambda)} - \left( \frac{\alpha'_s}{\alpha'_\ell} \right)^{1/2} \left[ \frac{1 - \theta_m}{\theta_m} \cdot \frac{k'_\ell}{k'_s} \cdot \frac{1}{\phi_2} \right] = (Ste)' \cdot \lambda \sqrt{\pi} \quad (14)$$

onde:

$$\phi_2 = \frac{3}{2\sqrt{\pi}} - \lambda \left[ \lambda^2 + \frac{4}{3} \right] \quad (15)$$

que depende das propriedades efetivas das fases líquida e sólida. Uma vez conhecido  $\lambda$  determina-se  $\beta$  e posteriormente as distribuições de temperatura nas regiões de sólido e líquido, a localização da interface e a espessura da camada limite térmica.

#### SIMULAÇÃO TEÓRICA:

Estudamos um meio poroso unidimensional constituído de sílica, saturado com água tendo 7,5cm de espessura. A porosidade variou desde 0,10 representando um meio constituído quase que totalmente por partículas sólidas, até 1,00 correspondendo a uma situação em que as partículas sólidas inexistem e temos somente líquido. Admitimos que a temperatura inicial da amostra era 20°C e que no instante  $t = 0$ , a temperatura de uma de suas faces foi subitamente diminuída e mantida até o final do processo no valor de -18°C. A outra face foi suposta estar termicamente isolada.

Foram usados os seguintes valores para as propriedades termofísicas de interesse:

Água (20°C)	$\rho = 998 \text{ Kg/m}^3$ $C_p = 4187 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ $k = 0,59 \text{ w/m}^\circ\text{C}$
Gelo (-14°C)	$\rho = 913 \text{ Kg/m}^3$ $C_p = 1924 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ $k = 2,49 \text{ w/m}^\circ\text{C}$ $L_s = 334\,720 \text{ J/Kg}$
Sílica (23°C)	$\rho = 1414 \text{ Kg/m}^3$ $C_p = 1321 \text{ Kcal/kg}^\circ\text{C}$ $k = 0,33 \text{ w/m}^\circ\text{C}$

**DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES:**

A figura 2 mostra o comportamento dos parâmetros  $\lambda$  e  $\beta$  quando a porosidade do meio é alterada. Verificamos que  $\beta$  é mais sensível do que  $\lambda$  à alterações na porosidade da amostra. O aumento da porosidade provoca acentuada diminuição nos valores de  $\beta$ , contrastando com um aumento quase linear para  $\lambda$ .

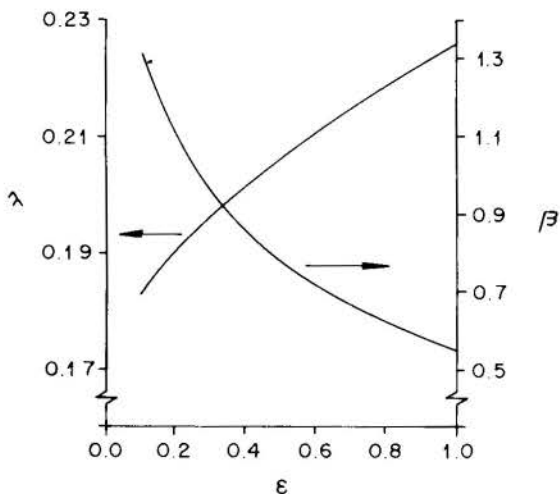


Fig. 2: Variação de  $\lambda$  e  $\beta$  com a porosidade.

Na figura 3 temos o efeito da porosidade sobre a posição adimensional da camada limite térmica e da interface, analisadas 300 segundos depois de iniciado o congelamento. Verificamos que a redução da porosidade aumenta a extensão dessa camada (cuja profundidade é dependente do valor de  $\beta$ ) e diminui a penetração da interface de mudança de fase (que tem sua localização relacionada com  $\lambda$ ).

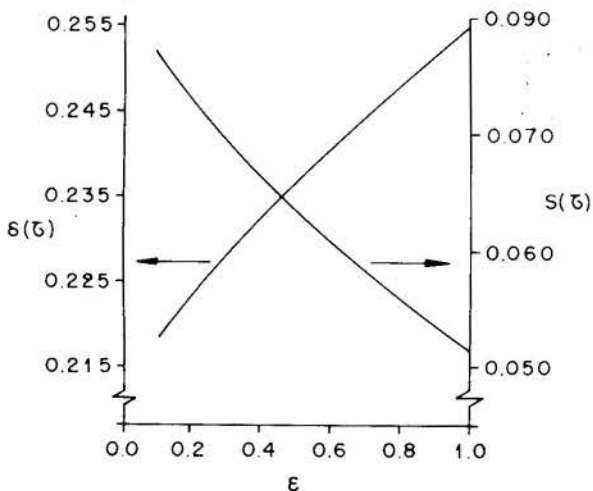


Fig. 3: Posição da camada térmica e interface, em função da porosidade, após 300 segundos.

As temperaturas adimensionais para as regiões de líquido e sólido, calculadas 300 segundos após o início do processo e nas posições 3mm para o sólido e 20mm para o líquido, estão representada na figura 4, em função da porosidade. Verificamos que o aumento da porosidade no material provoca um aumento aproximadamente linear da temperatura na região líquida, enquanto que na região solidificada o valor decresce exponencialmente.

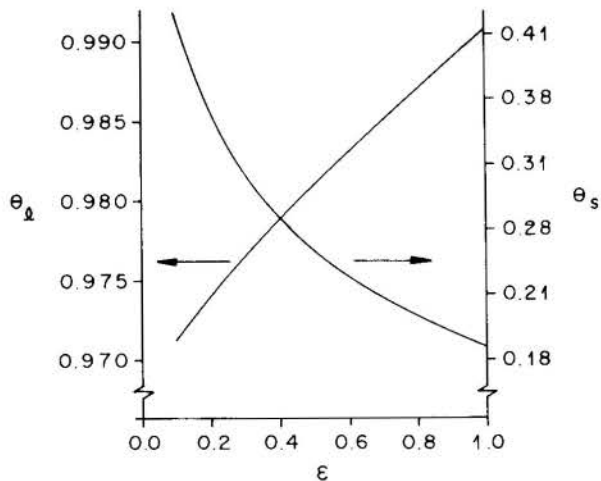


Fig. 4: Variação das temperaturas do sólido e líquido com a porosidade numa determinada posição.

A figura 5 representa a variação do número de Stefan efetivo com a porosidade da amostra. Obtivemos um comportamento praticamente linear, com o número de Stefan aumentando quando a porosidade cresce.

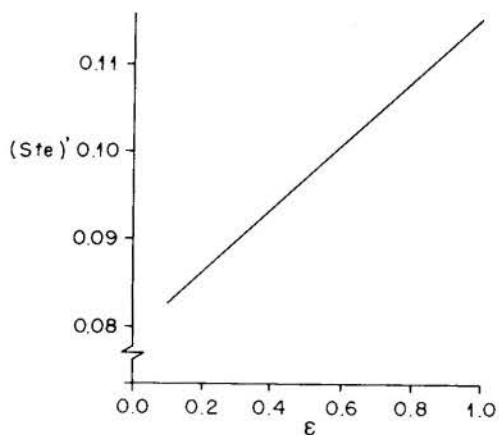


Fig. 5: Variação do número de Stefan efetivo, com a porosidade.



Para verificar as previsões do modelo teórico fizemos medidas experimentais da distribuição de temperaturas ao longo de duas amostras com 75mm de espessura e porosidades iguais a 0.43 (sílica e água) e 1.0 (somente água).

As figuras 6 e 7 mostram os resultados obtidos após uma hora de medidas. Nelas representamos também as distribuições previstas teoricamente e que foram calculadas usando-se os valores de  $-13.8^{\circ}\text{C}$  para a temperatura da água e de  $-14.5^{\circ}\text{C}$  para sílica. Tais valores correspondem aos valores médios subitamente impostos às amostras e mantidos durante os testes. Verificamos que a presença do meio poroso contribuiu para diminuir as temperaturas, tanto na região de sólido quanto de líquido, resultando numa espessura maior para a camada de sólido do que aquela prevista teoricamente.

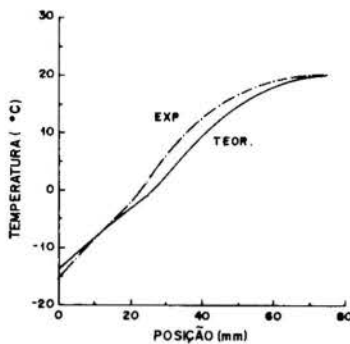


Fig. 6: Distribuição de temperaturas em função da profundidade após uma hora, numa amostra contendo somente líquido ( $\epsilon = 1.0$ ).

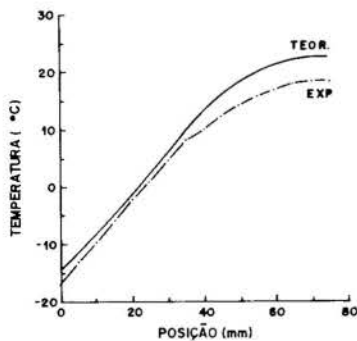


Fig. 7: Distribuição de temperaturas em função da profundidade após 50 minutos, numa amostra de sílica com  $\epsilon = 0.43$ .

Esse resultado pode ser entendido supondo que a transferência de calor ocorra mais eficientemente entre os interstícios do meio, preenchidos com água, contribuindo para aumentar a extensão da camada solidificada e diminuir a temperatura ao longo da amostra. Para confirmar esse comportamento experimental estão sendo feitas medidas utilizando diferentes valores de porosidade, bem como diferentes materiais constituintes do meio.

#### NOMENCLATURA:

- $b$  = espessura da amostra [m]
- $z$  = posição [m]
- $Z$  = posição adimensional =  $z/b$
- $t$  = tempo [s]
- $\tau$  = tempo adimensional =  $\alpha_s' t/b^2$
- $T$  = temperatura [ $^{\circ}\text{C}$ ]
- $\rho$  = densidade [ $\text{Kg}/\text{m}^3$ ]
- $\epsilon$  = porosidade do material
- $k$  = condutividade térmica [ $\text{W}/\text{m}^{\circ}\text{C}$ ]
- $C_p$  = calor espec. pressão constante [ $\text{J}/\text{Kg}^{\circ}\text{C}$ ]
- $\delta(t)$  = espessura da camada térmica [m]
- $\delta(\tau)$  = espessura adimensional da camada térmica =  $\delta(t)/b$
- $s(t)$  = posição da interface sólido/líquido [m]
- $s(\tau)$  = posição adimensional da interface =  $s(t)/b$
- $L_s$  = calor latente de solidificação [ $\text{J}/\text{Kg}$ ]

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} = \text{difusividade térmica } [\text{m}^2/\text{s}]$$

$$(\text{Ste})' = \frac{C_p (T_m - T_0)}{L_s} = \text{número de Stefan efetivo}$$

Temperaturas adimensionais:

$$\theta_j(Z, \tau) = \frac{T_j(z, t) - T_0}{T_i - T_0} \quad j = s, \ell, m.$$

Subscritos

- $s$  = sólido       $\ell$  = líquido       $i$  = inicial
- $m$  = fusão/interface       $o$  = superfície resfriada
- $sk$  = esqueleto poroso da amostra

#### BIBLIOGRAFIA

CARSLAW, H.S. & JAEGER, J.C. Conduction of Heat in Solids, Oxford University Press, London, 1959, 510p.

CHO, S.H. & SUNDERLAND, J.E. Heat-conduction problems with melting or freezing. J.H.Transfer, 91o, 421-426, 1969.

GOODMAN, T.R. "The Heat-Balance Integral and Its Application to Problems Involving a Change of Phase". J.H.Transf, 80, 335, 1958.

#### ABSTRACT:

The one dimensional transient solidification process in a porous media is analyzed using a classical modeling, in which we introduced the concept of effective thermal properties. We obtain (i) the temperature distribution in the solid and liquid regions (ii) the position of the interface and thermal layer as function of porosity and compare it with the experimental results.

## SIMULAÇÕES DA DEPOSIÇÃO DE GOTÍCULAS E DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR DE UM ESCOAMENTO DISPERSO E TURBULENTO DE AR E ÁGUA EM UM TUBO VERTICAL

EDGAR AKIO MATIDA E KAHORU TORII

Department of Mechanical Engineering and Materials Science  
Yokohama National University  
156, Tokiwadai, Hodogaya-Ku, Yokohama 240, Japan

### SUMÁRIO

Realizou-se um estudo teórico da deposição de gotículas e da transferência de calor de um tubo vertical aquecido e resfriado internamente por um escoamento disperso e turbulento de ar e água. Uma equação para a velocidade adimensional de deposição de gotículas é proposta. Um modelo para a transferência de calor também é proposto, levando em conta a existência de um filme líquido sobre a parede interna do tubo, que flui uniformemente até o ponto seco (dryout point). Os cálculos da distribuição de temperatura de parede do tubo e do coeficiente de transferência de calor foram realizados e comparados com valores experimentais de outros autores, mostrando uma concordância satisfatória. Supõe-se que o filme líquido sobre o tubo desfaz-se antes do ponto seco, dependendo do fluxo de calor na parede e da taxa de escoamento do filme líquido. Então, regiões secas são formadas na parede do tubo e o filme líquido flui como um regato (rivulet), resultando em um decréscimo na transferência de calor.

### INTRODUÇÃO

O resfriamento por convecção forçada e interna de ar em tubos aquecidos pode ser melhorado pela suspensão de pequena quantidade de gotículas de água no escoamento do gás. Esse método de resfriamento melhora a performance da transferência de calor, em comparação com o resfriamento por convecção à gás de uma fase, principalmente pela evaporação do líquido que está em contato com a parede do tubo. As pesquisas de resfriamento por escoamento disperso de ar e água, e pesquisas de deposição de gotículas, podem ser aplicadas no resfriamento de emergência de usinas geradoras de energia, no projeto de trocadores de calor compactos, no resfriamento de equipamentos eletrônicos e elétricos, no resfriamento de pás de turbinas à gás, etc.

Muitos experimentos e análises de taxas de deposição têm sido realizados, mas sem o completo esclarecimento do mecanismo responsável pelo transporte de gotículas líquidas ou partículas em direção à parede do tubo, por exemplo, Cousins & Hewitt (1968), Namie & Ueda (1972), McCoy & Hanratty (1975) and Friedlander & Johnstone (1957). Rouhiainen & Stachiewicz (1970) usaram o conceito da resposta frequencial da partícula para o movimento do fluido, e propuseram que o transporte da partícula por difusão turbulenta podia ser caracterizada pela razão das amplitudes da oscilação da partícula e do movimento turbilhonar ao redor,  $\eta$ . Ganić & Mastanaiah (1981) propuseram uma correlação para a razão de amplitudes  $\eta$ , similar àquela derivada por Rouhiainen & Stachiewicz (1970). O ponto fraco dessas teorias é o uso de fatores empíricos que não são constantes universais. Yang & Lee (1991) propuseram uma equação para a velocidade adimensional de deposição de gotículas sobre a parede de um duto.

Há alguns estudos de transferência de calor em escoamento disperso de dois componentes e duas fases, por exemplo, Mastanaiah & Ganić (1981), Kitagawa et al (1993) e Yang & Lee (1993). Koizumi et al.(1979) estudaram a transferência de calor após o ponto seco (post dryout) de um escoamento ascendente de R-113 em um tubo vertical. A análise da transferência de calor envolveu os processos de troca de calor da parede do tubo para o vapor, do vapor para as gotículas líquidas e da parede do tubo para as gotículas em contato com a parede do tubo. Mastanaiah & Ganić (1981) estudaram a transferência de calor à pressão atmosférica, na região após o ponto seco, do escoamento disperso de ar e água em um tubo vertical aquecido. As distribuições da temperatura de parede foram calculadas usando uma análise similar àquela de

Koizumi et al.(1979). Essas teorias não consideraram um filme líquido inicial sobre a parede.

O objetivo da presente pesquisa é realizar um estudo teórico de um tubo vertical resfriado por um escoamento turbulento e disperso de ar e água. O presente modelo leva em conta a presença de um filme líquido que depende da deposição de gotículas, da evaporação de água da parede do tubo e das condições iniciais do filme líquido. Distribuições de temperatura de parede e do escoamento disperso serão obtidos com o objetivo de calcular o aumento da transferência de calor do presente escoamento disperso de ar e água em comparação com o escoamento de ar, somente.

### ANÁLISE DA DEPOSIÇÃO DE GOTÍCULAS

Baseado no modelo de difusão de partículas, o fluxo de deposição de gotículas ( $d_p > 1\mu\text{m}$ ) em termos da difusividade de partículas e do gradiente da concentração de gotículas é determinado por

$$m_d = \epsilon_p dc/dy \quad (1)$$

Rouhiainen & Stachiewicz (1970) propuseram a razão das difusividades da partícula e do fluido turbilhonar em termos do espectro de energia Lagrangiano para o fluido  $E_f(n)$  e da razão de amplitudes entre a partícula e o movimento do fluido  $\eta$ , como

$$\frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} = \frac{\int_0^\infty \eta^2 E_f(n) dn}{\int_0^\infty E_f(n) dn} \quad (2)$$

Para resolver a equação (2), Yang & Lee (1991) assumiram  $\eta$  como sendo a razão de amplitudes  $\eta_c$  correspondente à frequência  $\omega_c$  (veja equação (7)), associada com a energia média através do espectro. Então, a difusividade da partícula se torna  $\epsilon_p = \eta_c^2 \epsilon_f$ . A difusividade turbilhonar do fluido não é constante através da camada turbulenta (Kays, 1966) e é dada por

$$\epsilon_f = \frac{Kr_0\mu^*}{6} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \left[ 1 + 2 \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (3)$$

onde  $K=0.4$  é a constante de comprimento de mistura. É assumido, que as gotículas grandes o suficiente, movem-se do centro do tubo para o limite da camada amortecedora ( $y^+=30$ ) por difusão turbulenta, e então alcança a parede por um mecanismo de vóo livre. Assume-se, também, que o fluxo de massa local de gotículas

na camada turbulenta, varia linearmente desde zero no centro do tubo, até um valor de  $m_d$  na posição  $y^*=30$ , e permanece constante e igual a  $m_d$  na região  $0 < y^* < 30$ , como foi proposto por Ganić & Mastanaiah (1981). Integração da equação (1) entre  $y^*=30$  e o ponto  $y^*=r_0^*$  na camada turbulenta implica em

$$c_c - c_{bl} = \frac{m_d}{u^* \eta_e^2 K} \ln \left[ \frac{1 + 2(1 - 30/r_0^*)^2}{1 - (1 - 30/r_0^*)^2} \right] \quad (4)$$

onde  $c_c$  e  $c_{bl}$  são as concentrações das gotículas no centro do tubo e no limite da camada amortecedora, respectivamente.

O coeficiente de transferência de massa ou velocidade de deposição de gotículas é definido como

$$k_d = m_d / \bar{c} \quad (5)$$

onde  $\bar{c} = \rho_g W_{d0} u_g / (W_g u_d)$  é a concentração de mistura das gotículas.

Beal (1970) propôs que  $m_d = u_{pbl} c_{bl}$ , onde  $u_{pbl}$  é a velocidade RMS (root mean square) da partícula no limite da camada amortecedora. Pode-se mostrar que  $u_{pbl} = u_{bl} \eta_e = 0.75 u^* \eta_e$ , onde  $u_{bl}$  é a velocidade RMS radial do fluido na posição  $y^*=30$ . E assumido que  $\eta_e$  é espacialmente uniforme ao longo da camada turbulenta. Pode-se deduzir que a velocidade adimensional de deposição de gotículas  $k_d / u^*$  se torna

$$\frac{k_d}{u^*} = \frac{c_c / \bar{c}}{2.5 \ln \left[ \frac{1 + 2(1 - 30/r_0^*)^2}{1 - (1 - 30/r_0^*)^2} \right] + \frac{\eta_e}{0.75}} \eta_e^2 \quad (6)$$

onde  $r_0^* = r_0 u^* / \nu_f = \text{Re}(C_f/2)^{1/2} / 2$  é o raio hidráulico adimensional do tubo e  $C_f/2 = 0.03955 \text{Re}^{-0.25}$ . Como foi obtido por Yang & Lee (1991) de Beal (1970) para  $\text{Re} \approx 10^5$ ,  $c_c / \bar{c} = 1.224$ . A razão de amplitudes  $\eta_e$  é calculado por Yang & Lee (1991) como

$$\eta_e^2 = [1 + f_1(\omega_e)]^2 + f_2(\omega_e)^2 \quad (7)$$

onde  $f_1(\omega_e)$  e  $f_2(\omega_e)$  são expressos como segue

$$f_1(\omega_e) = \frac{\omega_e [\omega_e + \bar{c}(\pi \omega_e / 2)^{1/2}] (b-1)}{[\bar{a} + \bar{c}(\pi \omega_e / 2)^{1/2}]^2 + [\omega_e + \bar{c}(\pi \omega_e / 2)^{1/2}]^2} \quad (8)$$

$$f_2(\omega_e) = \frac{\omega_e [\bar{a} + \bar{c}(\pi \omega_e / 2)^{1/2}] (b-1)}{[\bar{a} + \bar{c}(\pi \omega_e / 2)^{1/2}]^2 + [\omega_e + \bar{c}(\pi \omega_e / 2)^{1/2}]^2} \quad (9)$$

$$\bar{a} = 36 \bar{\mu}_f / [d_p^2 (2\rho_p + \rho_f)] \quad (10)$$

$$b = 3\rho_f / (2\rho_p + \rho_f) \quad (11)$$

$$\bar{c} = 18(\rho_f \bar{\mu}_f / \pi)^{1/2} / [d_p (2\rho_p + \rho_f)] \quad (12)$$

onde  $\omega_e = 67.6 \text{Re}^{0.43}$  (Lee and Börner, 1987) e  $\bar{\mu}_f$  é a viscosidade turbulenta aparente do fluido, sentido por uma partícula em movimento e baseado no diâmetro aritmético médio de gotículas. Uma correlação empírica para a viscosidade cinemática aparente de um fluido (ar) turbulento, sentido por uma gotícula de água em um escoamento disperso e diluto de duas fases,  $\bar{\nu}_f = \bar{\mu}_f / \rho_f$ , é obtido como

$$\bar{\nu}_f / \nu_f = 10^{5.84} (\text{Re})^{-1.35} (\tau^*)^{0.55} \quad (13)$$

onde  $\tau^* = d_p^2 \rho_f \rho_p (u^*)^2 / 18 \mu_f^2$  é o tempo de relaxação adimensional definido por Friedlander & Johnstone (1957) e baseado no diâmetro aritmético médio.

Desde que  $\eta_e$  é calculada pelas equações (7) a (13), a velocidade de deposição de gotículas, a partir da equação (6), fica

$$\frac{k_d}{u^*} = \frac{1.224 \eta_e^2}{1.33 \eta_e + 2.5 \ln \left[ \frac{1 + 2[1 - 60/(\text{Re} \sqrt{C_f/2})]^2}{1 - [1 - 60/(\text{Re} \sqrt{C_f/2})]^2} \right]} \quad (14)$$

A figura 1 mostra uma comparação entre a equação (14) para a velocidade de deposição das gotículas  $k_d / u^*$ , com dados experimentais medidos por outros autores.

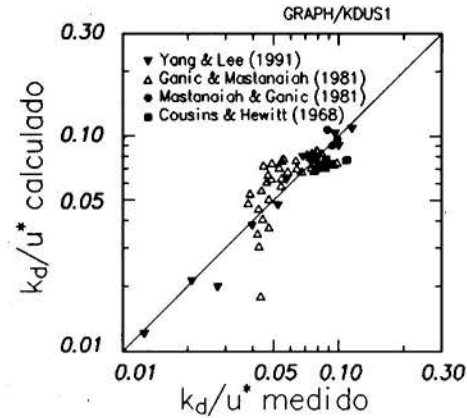


Figura 1. Comparação entre as velocidades adimensionais de deposição de gotículas calculada e medida.

### ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Baseado na teoria de Mastanaiah & Ganić (1981), um modelo é proposto para a simulação da transferência de calor de um escoamento disperso, vertical e turbulento de ar e água. A teoria apresentada aqui considera a presença de um filme líquido sobre a parede interna do tubo como uma condição inicial. Assume-se que o filme líquido flui uniformemente. Uma vista esquemática dos meios de transferência de calor a partir da parede de um tubo, com fluxo de calor uniforme, é mostrado na figura (2).

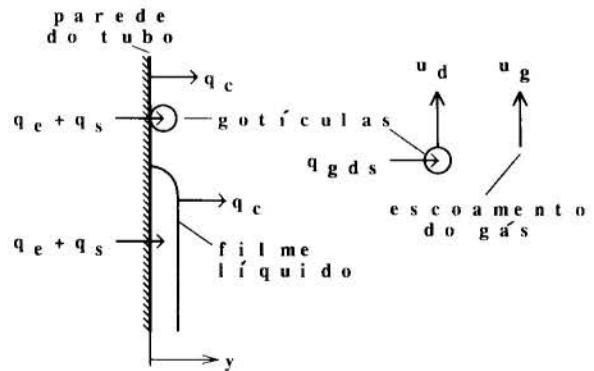


Figura 2. Meios da transferência de calor.

Para temperaturas não muito altas (menos de 300°C), pode-se desconsiderar a transferência de calor por radiação, e a transferência de calor da parede do tubo pode ser relacionada por

$$q_w = q_c + q_e + q_s \quad (15)$$

onde  $q_c$  é o fluxo de calor por convecção,  $q_e$  é o fluxo de calor por evaporação (evaporação do líquido em contato com a parede do tubo) e  $q_s$  é o fluxo de calor sensível (variação de calor sensível do líquido em contato com a parede). A transferência de calor do gás para as gotículas suspensas no escoamento  $q_{gds}$  também é considerada na presente teoria.

O fluxo de calor por convecção  $q_c$  é calculado como

$$q_c = h_1 (T_w - T_g) \quad (16)$$

onde  $T_w$  é a temperatura da parede do tubo,  $T_g$  é a temperatura do gás e  $h_1$  é o coeficiente de calor por convecção determinado localmente a partir de Koizumi et al. (1979) como

$$Nu_1(z) = Nu_{1\infty} \left[ 1 + \frac{1.25}{(z/D)^{1.34}} \right] \quad (17)$$

onde,  $Nu_{1\infty} = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$  é a correlação de Dittus-Boelter.

O fluxo de calor por evaporação é dado por

$$q_e = \epsilon m_e h_{fge} \quad (18)$$

onde  $h_{fge}$  é o calor latente de vaporização à temperatura de evaporação  $T_e$ . Assumindo o caso onde a temperatura da parede do tubo é sempre maior que a temperatura do gás,  $T_e$  é calculada por

$$\begin{aligned} T_e &= T_w, \text{ se } T_w < T_s \\ T_e &= T_s, \text{ se } T_w > T_s \end{aligned} \quad (19)$$

onde  $T_s$  é a temperatura de saturação. A efetividade  $\epsilon$  da troca de calor entre a parede e o líquido em contato com a parede, para o escoamento disperso de ar e água é calculada por

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1, T_w < T_{me} \\ \epsilon &= \exp[1 - (T_w/T_{me})^n], T_w > T_{me} \end{aligned} \quad (20)$$

onde  $T_{me}$  é a temperatura de evaporação máxima, medido por Senda et al.(1988) em experimentos de tempo de evaporação, para gotas de água de 2mm em diâmetro, sobre uma placa aquecida.  $T_{me}$  é assumido igual a 125°C. O fator  $n$  é assumido igual a unidade. O fluxo de massa do líquido em contato com a parede que evapora  $m_e$  é calculado por

$$m_e = h_m(C_w - C_b) \quad (21)$$

para a região com filme líquido ou

$$m_e = m_d \quad (22)$$

após o ponto seco, onde  $h_m$  é o coeficiente de transferência de massa,  $C_w$  é a concentração de vapor na superfície do filme líquido e  $C_b$  é a concentração de vapor no centro do tubo. Assume-se a umidade relativa do ar na entrada da seção de teste com sendo a unidade. O fluxo de massa das gotículas que depositam na parede  $m_d$  é calculado pelas equações (5) e (14).

Considerando somente o calor sensível das gotículas

$$q_s = \epsilon m_d C_{pd}(T_e - T_d) \quad (23)$$

onde  $T_d$  é a temperatura das gotículas.  $C_{pd}$  é o calor específico da gotícula.

A taxa de transferência de calor do gás por unidade de área superficial da gotícula é dado por

$$q_{gds} = h_d(T_g - T_d) \quad (24)$$

onde  $h_d$  é o coeficiente de transferência de calor da gotícula.

A execução do cálculo mostrado anteriormente envolve o conhecimento da velocidade axial da gotícula  $u_d$ , da temperatura da gotícula  $T_d$ , do escoamento de massa do filme líquido sobre a parede  $W_{lf}$ , do diâmetro da gotícula  $d_p$ , da qualidade real  $X_A$  (razão entre os escoamentos de ar e do total) e a temperatura do gás  $T_g$ . As equações diferenciais na direção axial de  $u_d$ ,  $T_d$ ,  $d_p$ ,  $X_A$  e  $T_g$  são baseadas em Mastanaiah & Ganić (1981), mas levando em conta a presença de um filme líquido na parede do tubo, e são dadas por

$$\frac{du_d}{dz} = \frac{1}{u_d} \left[ \frac{3}{4} C_D \frac{\rho_g d_{20}^2}{\rho_d d_{30}^3} (u_g - u_d)^2 - g - \frac{1}{\rho_d} \frac{dP}{dz} \right] \quad (25)$$

$$u_d \left( \frac{\pi}{6} d_{30}^3 \rho_d C_{pd} \right) \frac{dT_d}{dz} = q_{gds} \pi d_{20}^2 - \dot{m}_{ed} h_{fgd} \quad (26)$$

$$\frac{dW_{lf}}{dz} = -(m_e - m_d) \pi D \quad (27)$$

$$\frac{d}{dz}(d_{30}) = \frac{-2}{u_d \rho_d d_{30}^2} \left\{ q_{gds} / h_{fgd} + \frac{4\epsilon m_d [1 + C_{pd}(T_e - T_d) / h_{fge}]}{\pi D d_{20}^2 N} \right\} \quad (28)$$

$$N = \frac{W_t(1 - X_A) - W_{lf}}{\left( \frac{\pi}{6} d_{30}^3 \right) \rho_d \frac{\pi}{4} D^2 u_d} \quad (29)$$

$$\frac{dX_A}{dz} = \left[ \frac{\pi D q_e}{W_t h_{fge}} + \frac{\pi^2 D^2 d_{20}^2 N q_{gds}}{4 W_t h_{fgd}} \right] \quad (30)$$

$$\frac{dT_g}{dz} = \frac{\pi D}{X_A c_{pg} W_t} \left\{ q_w - [h_{fge} + C_{pg} (T_g - T_e)] \frac{q_e}{h_{fge}} - [h_{fgd} + C_{pgfd} (T_g - T_d)] \frac{\pi D d_{20}^2 N q_{gds}}{4 h_{fgd}} \right\} \quad (31)$$

Os cálculos foram realizados axialmente, no sentido do fim da seção de teste, com um intervalo de cálculo de um diâmetro do tubo, e utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem. Usando a informação de quantidades conhecidas em uma determinada estação, os valores de  $T_w$ ,  $u_d$ ,  $T_d$ ,  $W_{lf}$ ,  $d_p$ ,  $X_A$  e  $T_g$  na próxima estação são calculadas pela resolução das equações propostas. O fator de aumento da transferência de calor é dado por  $h_2/h_1 = q_w / [(T_w - T_g) h_1]$ .

## RESULTADOS DE CÁLCULO

A figura 3 mostra a comparação entre a presente teoria e as distribuições de temperatura de parede medidas e calculadas por Mastanaiah and Ganić (1981) para um escoamento disperso de ar e água, em um tubo de aço vertical aquecido de 12.95 mm de diâmetro interno e um comprimento de 889mm. O caso hipotético de um filme líquido entrando na seção de teste, onde a razão entre o filme líquido com o líquido total (gotículas e filme líquido) foi assumido como sendo de 30% ( $W_{lf}/W_t=30\%$ ), mostra uma melhor concordância com os dados experimentais. Mastanaiah & Ganić não consideraram uma condição em que havia um filme líquido inicial e ponderou-se que a discrepância entre o cálculo e os dados experimentais, na região de entrada da seção de teste, era devido a efeitos de entrada na deposição de gotículas. No caso de  $W_{lf}/W_t=30\%$ , há três regiões distintas. Uma é a região do filme líquido onde, até o ponto seco, a temperatura de parede aumenta suavemente. Quando o filme líquido desaparece, temos uma região de transição e a temperatura de parede aumenta abruptamente. Depois da região de transição a temperatura de parede aumenta da mesma maneira que no escoamento simples de gás. Nota-se que um filme líquido uniforme provavelmente se desfaz antes do ponto seco e uma região de transição maior existirá.

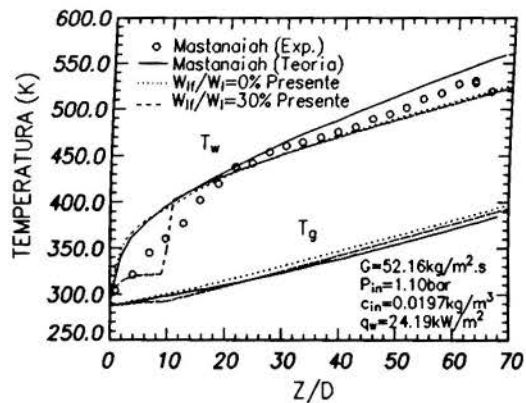


Figura 3. Temperatura de parede e do gás x comprimento do tubo.



A figura 4 mostra a variação axial do fator de aumento da transferência de calor  $h_2/h_1$  nas mesmas condições que a figura 3. Em geral, há uma boa concordância entre o presente cálculo com os dados experimentais.

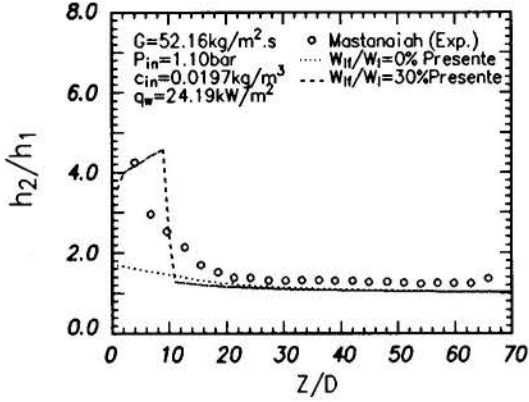


Figura 4. Fator de aumento da transferência de calor x comprimento do tubo.

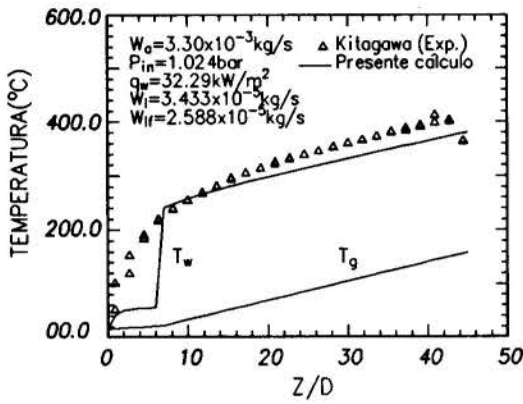


Figura 5. Temperatura de parede e do gás x comprimento do tubo.

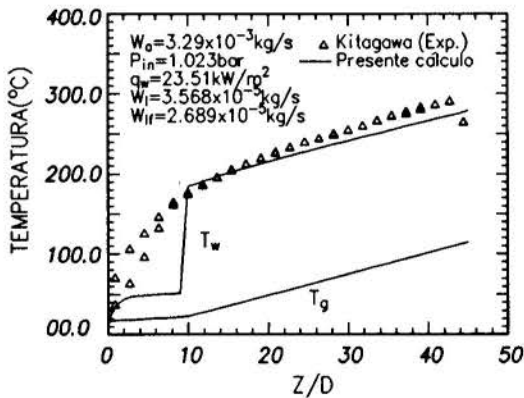


Figura 6. Temperatura de parede e do gás x comprimento do tubo.

Figuras 5-6 mostram uma comparação entre a presente simulação e as distribuições de temperatura de parede medidas por Kitagawa et al. (1994) para um escoamento disperso, turbulento e vertical de duas fases (ar e água). A seção de teste consistia de um tubo aquecido de aço inoxidável, 11 mm de diâmetro interno e 500mm de comprimento. Nesta série de experimentos, o fluxo de calor na parede foi variado desde 7.0 até 32.1kW/m<sup>2</sup> e os outros parâmetros relevantes foram mantidos aproximadamente constantes. O número de Reynolds foi igual a 21000. O escoamento em massa de água foi cerca de 3.6x10<sup>-5</sup>kg/s e o escoamento em massa do filme líquido entrando a seção de teste foi de 2.7x10<sup>-5</sup>kg/s. Pode-se observar pelas figuras 5-6, que o filme líquido uniforme parece começar a se desfazer antes do ponto seco calculado. Regiões secas são formadas na parede do tubo e o filme líquido remanescente

pode fluir em vários escoamentos estriados como um regato (rivulet). A área de contato do filme líquido com a parede diminui e a resistência térmica do filme líquido aumenta, dificultando a evaporação. Então, os resultados são uma diminuição gradual do coeficiente de transferência de calor e uma região de transição maior que a calculada.

## CONCLUSÕES

Estudou-se teoricamente a deposição de gotículas e a transferência de calor de um tubo vertical aquecido e resfriado internamente por um escoamento disperso e turbulento de ar e água. Na análise da deposição de gotículas na parede, a velocidade de deposição adimensional  $k_d/u^*$  foi calculada pela introdução da viscosidade aparente e turbulenta do fluido, sentida por uma gotícula em movimento, que é obtida empiricamente como uma função do número de Reynolds e do tempo de relaxação adimensional da gotícula  $\tau^*$ . Há uma boa concordância com dados experimentais. O modelo de transferência de calor, levando em conta a presença de um filme líquido sobre a parede do tubo, foi comparado com dados experimentais mostrando concordância satisfatória. Supõe-se que um filme líquido uniforme desfaz-se antes do ponto seco, dependendo do fluxo de calor na parede e da taxa de escoamento do filme líquido. Então, regiões secas são formadas na parede aquecida e o filme líquido flui como um regato (rivulet). Posterior análise precisa ser realizada para o entendimento do comportamento do filme líquido.

## NOMENCLATURA

- $\bar{a}$ ,  $b$ ,  $\bar{c}$ : constantes
- $c$ : concentração de gotículas, kg/m<sup>3</sup>
- $C$ : concentração em massa de vapor, kg/m<sup>3</sup>
- $C_D$ : coeficiente de arrasto
- $C_f$ : coeficiente de fricção da parede
- $C_p$ : calor específico, J/kg.K
- $C_{pd}$ :  $C_p$  à temperatura da gotícula
- $C_{pge}$ :  $C_p$  à temperatura de película entre o gás e o líquido na parede
- $C_{pgd}$ :  $C_p$  à temperatura de película entre o gás e a gotícula
- $d$ : diâmetro da gotícula, m
- $d_{10}$ ,  $d_{20}$ ,  $d_{30}$ ,  $d_{32}$ :  $d_p$  médio característico aritmético, superficial, volumétrico e Sauter, respectivamente, m
- $D$ : diâmetro interno da seção de teste, m
- $E_f(n)$ : Espectro de energia Lagrangiano em função da frequência  $n$ .
- $f$ : fator de deposição
- $f_1$ ,  $f_2$ : funções
- $g$ : gravidade, m/s<sup>2</sup>
- $h$ : coeficiente local de transferência de calor, W/m<sup>2</sup>.K
- $h_f$ : calor latente de vaporização, J/kg
- $h_{fc}$ :  $h_f$  à temperatura  $T_c$
- $h_{fd}$ :  $h_f$  à temperatura  $T_d$
- $h_m$ : coeficiente de transferência de massa, m/s
- $K$ : constante de Von Karman igual a 0.41
- $k_d$ : velocidade de deposição de gotículas, m/s
- $L$ : comprimento da seção de teste, m
- $\dot{m}_{ed}$ : taxa de transferência de massa da gotícula, kg/s
- $m_e$ : fluxo local em massa de evaporação, kg/m<sup>2</sup>.s
- $m_d$ : fluxo local em massa de deposição de gotículas, kg/m<sup>2</sup>.s
- $N$ : densidade de número de gotículas, droplets/m<sup>3</sup>
- $Nu$ : número de Nusselt
- $P$ : pressão estática, Pa
- $Pr$ : número de Prandtl
- $q$ : fluxo de calor, W/m<sup>2</sup>
- $r$ : raio, m
- $r^*$ :  $u^* r/\nu_g$
- $r_0$ : raio interno do tubo, m
- $Re$ : número de Reynolds

T: temperatura, K  
 $u^*$ : velocidade de fricção, m/s  
 $u$ : velocidade, m/s  
 $X_A$ : qualidade do gás ( $W_g/W_t$ )  
 $W$ : taxa de escoamento em massa, kg/s  
 $y$ : distância radial desde a parede, m  
 $y^+ : u^* y / \nu_g$   
 $z$ : distância axial desde o início do aquecimento, m  
 $\epsilon$ : efetividade da troca de calor entre a parede e o líquido em contato com a parede  
 $\epsilon$ : difusividade turbilhonar turbulenta  
 $\eta$ : razão de amplitudes entre a oscilação induzida na gotícula e a oscilação do fluido turbilhonar ao derredor  
 $\eta_c$ : razão de amplitudes correspondente à frequência  $\omega_c$   
 $\rho$ : densidade, kg/m<sup>3</sup>  
 $\mu$ : viscosidade dinâmica, N.s/m<sup>2</sup>  
 $\nu$ : viscosidade cinemática, m<sup>2</sup>/s  
 $\tau$ : tempo de relaxação adimensional da gotícula  
 $\omega_c$ : mais energética frequência angular da viscosidade turbilhonar do fluido, rad/s

#### Subscrito

1: escoamento de uma fase  
 2: escoamento de duas fases  
 $\infty$ : completamente desenvolvido  
 b: mistura (bulk)  
 bl: camada amortecedora (buffer layer)  
 c: linha de centro, convecção  
 d: gotícula (droplet), deposição  
 e: evaporação  
 f: fluido  
 g: gás  
 gds: gás para gotículas no escoamento  
 lf: filme líquido  
 lfg: filme líquido para o gás  
 me: evaporação máxima  
 p: partícula  
 s: saturação, calor sensível  
 t: total  
 w: parede (wall)  
 wd: parede para as gotículas  
 wg: parede para o gás  
 wlf: parede para o filme líquido

#### Superscrito

-: médio, de mistura  
 ~: aparente

#### REFERÊNCIAS

- . Beal, K.S., "Deposition of Particles in Turbulent Flow on Channel or Pipe Walls", *Nucl. Sci. Engng.*, 40, pp.1-11, 1970.
- . Cousins, L.B. and Hewitt, "Liquid Phase Mass Transfer in Annular Two-Phase Flow Droplet Deposition and Liquid Entrainment", *U.K.A.E.A. Report*, No.R-5657, Harwell, Great Britain, 1968.
- . Friedlander, S.K. and Johnstone, H.F., "Deposition Suspended Particles from Turbulent Gas Streams", *Ind. Engng. Chem.*, 49, pp.1151-1156, 1951.
- . Ganić, E.N. and Mastanaiah, K.M., "Investigation of droplet Deposition From a Turbulent Gas Stream", *Int. J. Multiphase Flow*, 7, pp.401-422, 1981.
- . Kays, W.M., *Convective Heat and Mass Transfer*, MacGraw-Hill, New York, 1966.
- . Kitagawa, T., Torii, K. and Nishino, K., "Heat Transfer of Horizontal Pipe Flow with Mist". *30th National Heat Transfer Symposium of Japan*, Yokohama, Vol.1, pp.280-282, 1993. (in japanese).
- . Kitagawa, T., Torii, K., Nishino, K. and Kawakami, H., "A Dryout Process of Air-Water Dispersed Flow in a Vertical Tube", *31th National Heat Transfer Symposium of Japan*, Sapporo, 1994, to be published, 1994. (in japanese).

- . Koizumi, Y., Ueda, T. and Tanaka, H., "Post Dryout Heat Transfer to R-113 Upward Flow in a Vertical Tube", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.22, pp.669-678, 1979.
- . Lee, S.L. and Borner, T., "On the Flow Structure in a Dilute Turbulent Two-Phase Suspension Flow", *Int. J. Multiphase Flow*, 13, pp.233-246, 1987.
- . Mastanaiah, K. and Ganić, E.N., "Heat Transfer in Two-Component Dispersed Flow", *Transactions of the ASME*, Vol.103, may, pp.300-306, 1981.
- . McCoy, D.D. and Hanratty, T.J., "Rate of Deposition of Droplets in Annular Two-Phase Flow", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.3, pp.319-331, 1975.
- . Namie, S. and Ueda, T., "Droplet Transfer in Two-Phase Annular Mist Flow. (Part 1, Experiment of Droplet Transfer Rate and Distributions of Droplet Concentration and Velocity)", *Bulletin of the JSME*, Vol.15, No.90, pp.1568-1580, 1972.
- . Rouhiainen, P.O. and Stachiewicz, J.W., "On the Deposition of Small Particles from Turbulent Streams", *J. Heat Transfer*, 92, pp.169-177, 1970.
- . Senda, J., Yamada, K., Fujimoto, H. and Miki, H., "The Heat Transfer Characteristics of a Small Droplet Impinging upon a Hot Surface", *JSME Int.J.*, Ser.II, Vol.31, 1, pp.105-111, 1988.
- . Yang, Z.W. and Lee, S.L., "On the Droplet Deposition and Mist Supercooling in a Turbulent Channel Flow", *Part.Part.Syst.Charact.*, 8, pp.72-78, 1991.

**SUMMARY.** A theoretical study of droplet deposition and heat transfer of a vertical heated tube cooled internally by a turbulent air-water dispersed flow has been performed. An equation for the dimensionless droplet deposition velocity  $k_d/u^*$  is proposed. A heat transfer model is also proposed, taking into account the presence of an initial liquid film on the wall that flows uniformly until the dryout point. The calculations of the wall temperature distribution and the heat transfer enhancement are performed and compared with experimental values measured by others authors, showing satisfactory agreement. It seems that the liquid film on the wall breaks down before the dryout point, depending on the wall heat flux and the liquid film flow rate. Then, dry patches are formed on the wall and the liquid film flows like a rivulet, resulting in a gradual decrease in the heat transfer.

## Modelagem da Formação de Gelo em Torno de Cilindros Verticais

Scalon, V.L e Ismail, K.A.R

Departamento de Engenharia Térmica e Fluidos - UNICAMP  
 Cidade Universitária Zeferino Vaz - Barão Geraldo - Campinas (SP)  
 CEP 13083-970 - Caixa Postal 6122 - Telefone (0192) 39-8415 - Fax (0192) 39-3722

### SUMÁRIO

O fenômeno de formação de gelo é bastante comum em diversas aplicações de engenharia como, por exemplo, em asas de aviões e sistemas de refrigeração. No entanto, o estudo do processo de formação de gelo a partir da umidade existente no ar é relativamente complexo envolvendo três diferentes etapas: resolução do escoamento, avaliação dos coeficientes de película e resolução da formação de gelo. Este trabalho descreve um modelo bidimensional para avaliar os campos de escoamento, temperatura e umidade para prever os coeficientes locais de película. Utilizam-se então os coeficientes locais de transferência para a elaboração de um modelo unidimensional do fenômeno de formação de gelo subdividido em duas fases: crescimento unidimensional de coluna de gelo e ramificação dos cristais.

### INTRODUÇÃO

O fenômeno de formação de gelo tem sido estudado de forma intensa na atualidade como uma maneira de evitar a queda de rendimento de sistemas de refrigeração e alteração dos perfis aerodinâmicos de asas de avião. Estudos anteriores à década de 70 são compostos principalmente por modelos empíricos baseados em dados experimentais. Destes estudos destacam-se os de Chung e Algren (1958) que apresentam primeiros resultados de espessura de camada de gelo, densidade e condutividade.

A partir da década de 70 começaram a ser desenvolvidos os modelos que procuravam, a partir do conhecimento do processo de formação de gelo, prever as propriedades e espessura do mesmo. O primeiro estudo que procura desenvolver um modelo numérico para expressar a forma como ocorre a deposição de gelo foi proposto por Parish e Sepsy (1972) e ainda se baseava em alguns estudos experimentais.

Para fornecer base para este desenvolvimento de modelos foram feitos diversos estudos que procuravam explicitar a maneira como ocorre a cristalização do gelo sobre a superfície fria. Nesta linha de estudo destacam-se as publicações de Hayashi, Aoki, Adachi, Hori (1977) e Tokura, Saito e Kishimani (1983).

Paralelamente aos estudos de cristalização eram desenvolvidos estudos que procuravam relacionar as propriedades do gelo como densidade e condutividade com o depósito de gelo sobre a superfície. Nesta linha de estudo destacam-se algumas publicações: Yonko e Sepsy (1967), Jones e Parker (1975) e o estudo mais completo que correlaciona densidade e condutividade, o modelo de Dientenberg (1983).

Com todo este conhecimento posterior foi possível elaborar modelos mais complexos que o desenvolvido por Parish e Sepsy (1972). O primeiro estudo de bastante impacto foi o feito por Jones e Parker (1975) que procurava prever as propriedades da camada de gelo com base no seu modelo numérico. Este foi o modelo mais utilizado na década de 80, mas no início da década de 90 surgiu o estudo que revolucionou os modelos já existentes: Tao, Besant e Reskallah (1993) publicaram um modelo que considera as diversas etapas de cristalização de forma diferenciada.

Os modelos basicamente se restringem a etapas do processo de formação de gelo, este estudo procura englobar todos os fenômenos físicos envolvidos no processo, desde a determinação do coeficiente de transferência de calor até a determinação da espessura da camada de gelo. Ele foi desenvolvido inicialmente para geometria cilíndrica mas nada impede que procedimento semelhante seja utilizado em geometrias planas.

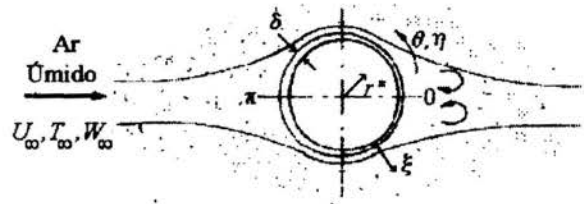


Figura 1: Esquema do problema.

### DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Um esquema do problema proposto pode ser visto na figura (1). Esta figura mostra o cilindro, que se encontra na posição vertical, ilustrando o escoamento em torno de uma seção com o gelo formado.

Para se conseguir resultados com este modelo é preciso simular o campo de escoamento, de temperatura e de umidade e a partir destes resultados, equacionar o fenômeno de formação de gelo. Assim sendo para que se consiga obter resultados, todas as etapas descritas devem ser cumpridas.

Para a solução do campo de escoamento utilizou-se da equação da vorticidade e função corrente adimensionalizada e com a conversão de coordenadas  $r$  e  $\theta$  para as coordenadas cartesianas  $\xi$  e  $\eta$ . Maiores detalhes da conversão do sistema de coordenadas e do método de solução utilizado podem ser vistos em Son e Har-ranty (1969).

A equação do momentum envolvendo vorticidade e função corrente e suas condições de contorno associadas podem ser expressas respectivamente por:

$$E^2 \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \Omega \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \Omega \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) \right] = \frac{2}{Re} \left[ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} \right] \quad (1)$$

$$\xi = 0, \Psi = 0; \quad \xi = 1, \Psi = \exp(\xi_{\infty} \pi) \sin(\pi \eta);$$

$$\eta = 0, \Psi = 0; \quad \eta = 1, \Psi = 0; \quad (2)$$

$$\tau = 0, \Psi = \left( \exp(\pi \xi) - \frac{1}{\exp(\pi \xi)} \right) \sin(\pi \eta);$$

A equação da vorticidade expressa em termos da função corrente e suas respectivas condições de contorno são dadas pelas ex-

## Modelagem da Formação de Gelo em Torno de Cilindros Verticais

Scalon, V.L e Ismail, K.A.R

Departamento de Engenharia Térmica e Fluidos - UNICAMP  
 Cidade Universitária Zeferino Vaz - Barão Geraldo - Campinas (SP)  
 CEP 13083-970 - Caixa Postal 6122 - Telefone (0192) 39-8415 - Fax (0192) 39-3722

### SUMÁRIO

O fenômeno de formação de gelo é bastante comum em diversas aplicações de engenharia como, por exemplo, em asas de aviões e sistemas de refrigeração. No entanto, o estudo do processo de formação de gelo a partir da umidade existente no ar é relativamente complexo envolvendo três diferentes etapas: resolução do escoamento, avaliação dos coeficientes de película e resolução da formação de gelo. Este trabalho descreve um modelo bidimensional para avaliar os campos de escoamento, temperatura e umidade para prever os coeficientes locais de película. Utilizam-se então os coeficientes locais de transferência para a elaboração de um modelo unidimensional do fenômeno de formação de gelo subdividido em duas fases: crescimento unidimensional de coluna de gelo e ramificação dos cristais.

### INTRODUÇÃO

O fenômeno de formação de gelo tem sido estudado de forma intensa na atualidade como uma maneira de evitar a queda de rendimento de sistemas de refrigeração e alteração dos perfis aerodinâmicos de asas de avião. Estudos anteriores à década de 70 são compostos principalmente por modelos empíricos baseados em dados experimentais. Destes estudos destacam-se os de Chung e Algren (1958) que apresentam primeiros resultados de espessura de camada de gelo, densidade e condutividade.

A partir da década de 70 começaram a ser desenvolvidos os modelos que procuravam, a partir do conhecimento do processo de formação de gelo, prever as propriedades e espessura do mesmo. O primeiro estudo que procura desenvolver um modelo numérico para expressar a forma como ocorre a deposição de gelo foi proposto por Parish e Sepsy (1972) e ainda se baseava em alguns estudos experimentais.

Para fornecer base para este desenvolvimento de modelos foram feitos diversos estudos que procuravam explicitar a maneira como ocorre a cristalização do gelo sobre a superfície fria. Nesta linha de estudo destacam-se as publicações de Hayashi, Aoki, Adachi, Hori (1977) e Tokura, Saito e Kishimani (1983).

Paralelamente aos estudos de cristalização eram desenvolvidos estudos que procuravam relacionar as propriedades do gelo como densidade e condutividade com o deposição de gelo sobre a superfície. Nesta linha de estudo destacam-se algumas publicações: Yonko e Sepsy (1967), Jones e Parker (1975) e o estudo mais completo que correlaciona densidade e condutividade, o modelo de Dietenberg (1983).

Com todo este conhecimento posterior foi possível elaborar modelos mais complexos que o desenvolvido por Parish e Sepsy (1972). O primeiro estudo de bastante impacto foi o feito por Jones e Parker (1975) que procurava prever as propriedades da camada de gelo com base no seu modelo numérico. Este foi o modelo mais utilizado na década de 80, mas no início da década de 90 surgiu o estudo que revolucionou os modelos já existentes: Tao, Besant e Reskallah (1993) publicaram um modelo que considera as diversas etapas de cristalização de forma diferenciada.

Os modelos basicamente se restringem a etapas do processo de formação de gelo, este estudo procura englobar todos os fenômenos físicos envolvidos no processo, desde a determinação do coeficiente de transferência de calor até a determinação da espessura da camada de gelo. Ele foi desenvolvido inicialmente para geometria cilíndrica mas nada impede que procedimento semelhante seja utilizado em geometrias planas.

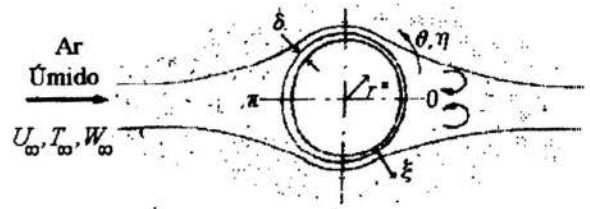


Figura 1: Esquema do problema.

### DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Um esquema do problema proposto pode ser visto na figura (1). Esta figura mostra o cilindro, que se encontra na posição vertical, ilustrando o escoamento em torno de uma seção com o gelo formado.

Para se conseguir resultados com este modelo é preciso simular o campo de escoamento, de temperatura e de umidade e a partir destes resultados, equacionar o fenômeno de formação de gelo. Assim sendo para que se consiga obter resultados, todas as etapas descritas devem ser cumpridas.

Para a solução do campo de escoamento utilizou-se da equação da vorticidade e função corrente adimensionalizada e com a conversão de coordenadas  $r$  e  $\theta$  para as coordenadas cartesianas  $\xi$  e  $\eta$ . Maiores detalhes da conversão do sistema de coordenadas e do método de solução utilizado podem ser vistos em Son e Haranty (1969).

A equação do momentum envolvendo vorticidade e função corrente e suas condições de contorno associadas podem ser expressas respectivamente por:

$$E^2 \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \Omega \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \Omega \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) \right] = \frac{2}{Re} \left[ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} \right] \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \xi = 0, \Psi = 0; \quad \xi = 1, \Psi = \exp(\xi_\infty \pi) \sin(\pi \eta); \\ \eta = 0, \Psi = 0; \quad \eta = 1, \Psi = 0; \\ \tau = 0, \Psi = \left( \exp(\pi \xi) - \frac{1}{\exp(\pi \xi)} \right) \sin(\pi \eta); \end{aligned} \quad (2)$$

A equação da vorticidade expressa em termos da função corrente e suas respectivas condições de contorno são dadas pelas ex-



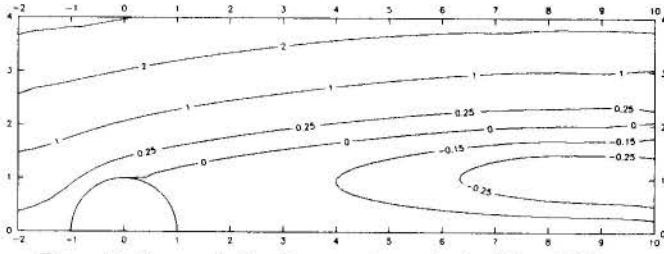


Figura 2: Curvas de função corrente constante ( $Re = 200$ ).

pressões:

$$E^2 \Omega = \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \right) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \xi = 0, E^2 \Omega &= \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2}; & \xi = 1, \Omega &= 0; \\ \eta = 0, \Omega &= 0; & \eta = 1, \Omega &= 0; \\ \tau = 0, \Omega &= 0; \end{aligned} \quad (4)$$

Estas equações foram discretizadas pelo método de volumes finitos proposto por Patankar (1980) resultando em um sistema de equações que foi resolvido através de um ADI transiente. A figura (2) mostra região de esteira similar à já obtida em trabalhos anteriores.

Procedimento análogo foi utilizado para a solução do campo de temperatura e umidade. A equação da energia, que resulta no campo de temperaturas, assim como suas condições de contorno podem ser escritas em termos de função corrente por:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \Theta \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \Theta \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) = \frac{2}{Re Pr} \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} \right) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \eta = 0, \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} &= 0; & \eta = 1, \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} &= 0; \\ \xi = 0, \Theta &= 1; & \xi = 1, \Theta &= 0; \end{aligned} \quad (6)$$

De forma análoga o campo de umidade e suas condições de contorno associadas podem ser expressos por:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( w \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( w \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) = \frac{2}{Re Sc} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \eta = 0, \frac{\partial w}{\partial \eta} &= 0; & \eta = 1, \frac{\partial w}{\partial \eta} &= 0; \\ \xi = 0, w &= 1; & \xi = 1, w &= 0; \end{aligned} \quad (8)$$

Neste caso também foi feita a discretização de equações baseando-se no método de volumes finitos. Obteve-se também aqui um sistema de equações que desta vez foram resolvidos em regime permanente, sendo utilizado assim o ADI convencional. Maiores detalhes da obtenção das equações adimensionalizadas podem ser vistos em Scalón (1993). A figura (3) mostra também isotermas similares a obtidos em trabalhos anteriores enquanto a figura (4) mostra isocurvas de umidade inéditas.

Conhecidos os campos de temperatura e umidade é possível estimar os coeficientes de película a partir das expressões da forma mostrada por Scalón (1993):

$$Nu = \frac{2}{\Theta_l} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0}; \quad Sh = \frac{2}{w_l} \frac{\partial w}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \quad (9)$$

sendo que no caso em que a propriedade na parede tem valor fixo o

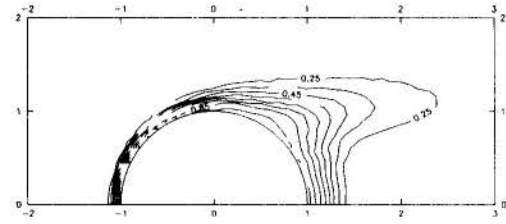


Figura 3: Isotermas ( $Re = 200, Pr = 0.72$ ).

adimensional local  $\Theta_l$  ou  $w_l$  é sempre igual a 1. Por exemplo  $T = T_w$  implica em que  $\Theta_l = 1$ , pela própria adimensionalização de  $\Theta$ .

Os coeficiente de película de temperatura, o número de Nusselt ( $Nu$ ), apresenta valores experimentais um pouco superiores aos obtidos nesta simulação como mostrado na figura (5a). Fato análogo ocorre em simulações realizadas anteriormente. A figura (5b) mostra resultados inéditos da distribuição de  $Sh$  em torno do cilindro.

Para a resolução do fenômeno de formação de gelo, dividiu-se este modelo em dois estágios separados e com abordagem distinta.

**Fase de crescimento em colunas:** Este modelo, descrito na literatura como a fase inicial do processo de formação de gelo, engloba tanto as fases de nucleação como de crescimento unidimensional. Para esta fase é necessário adotar que a temperatura do ar entre as colunas de gelo será uma média ponderada entre a temperatura do ar ( $T_\infty$ ) e a temperatura do gelo ( $T_\beta$ ). Assim:

$$T_\gamma = \alpha T_\infty + (1 - \alpha) T_\beta$$

sendo que o valor de  $\alpha$  é zero para Reynolds baixos (abaixo de 300) e 1 para valores de  $Re$  altos (acima de 4.000).

As equações básicas que regem esta etapa são obtidas dos balanços de energia e massa dados respectivamente por:

$$\rho_g c_{p,g} d \frac{\partial T}{\partial t} = 4h(T_\gamma - T_\beta) + 2k_g \frac{\partial d}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + k_g d \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + 2\rho_g \lambda \frac{\partial d}{\partial t} \quad (10)$$

$$\rho_g \frac{\partial d}{\partial t} = 2h_m (W_\gamma - W_\beta) \quad (11)$$

obedecendo as condições de contorno:

$$r = r_0 + \delta, \quad \begin{cases} d = d_0; & \frac{dd}{dt} = \frac{h_m}{\rho_g} (W_\infty - W_S); \\ \frac{dT}{dr} = \frac{h}{k_g} (T_\infty - T_S) + \frac{\rho_g \lambda}{k_g} \frac{dd}{dt}; \end{cases} \quad (12)$$

$$r = r_0, \quad T_S = T_e; \quad \frac{dd}{dr} = 0; \quad (13)$$

$$t = 0, \quad T = T_e; \quad d = d_0; \quad \delta = \delta_0; \quad (14)$$

**Fase de ramificação dos cristais** Nesta fase já é considerado que o crescimento de gelo ocorre segundo as características de um meio poroso. Para tanto devem ser consideradas correções tanto no coeficiente difusivo como na condutividade térmica. Este tratamento corretivo é melhor descrito por Tao, Besant e Reskallah (1993) e Dietsberg (1983), respectivamente. Quanto às expressões básicas que descrevem o fenômeno são as mesmas da etapa anterior, respeitando as condições de meio poroso. Para um volume de controle o balanço de energia, o balanço de massa para a fase gasosa ( $\gamma$ ) e

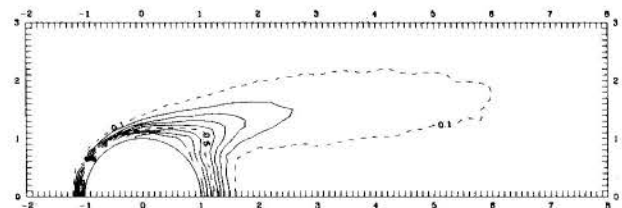
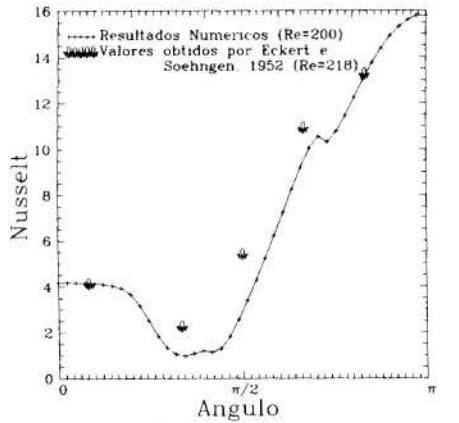
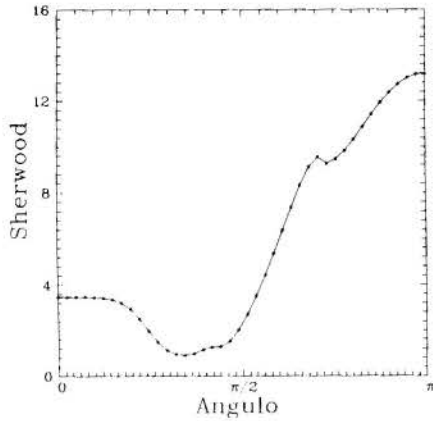


Figura 4: Isocurvas de umidade ( $Re = 200, Sc = 0.59$ ).



(a) Nusselt.



(b) Sherwood.

Figura 5: Coeficientes de película em função da posição angular ( $Re$ ,  $Pr$  e  $Sc$  idênticos ao das isocurvas).

sólida ( $\beta$ ) e as condições de contorno são dados respectivamente por:

$$\rho_f c_p J \frac{\partial T}{\partial t} - \dot{m} \lambda = \frac{\partial}{\partial r} \left( k_{ef} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (15)$$

$$\frac{\partial(\varepsilon_\gamma W)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left( k_{ef} \frac{\partial T}{\partial r} \right) e \frac{\partial m_\beta}{\partial t} = \dot{m} = W - W_{sat} \quad (16)$$

$$r = r_0 + \delta, \quad \begin{cases} h_m(W_\infty - W_S) = D_{ef,S} \frac{\partial W}{\partial r} + \rho_{gp,S} \frac{d\delta}{dt}; \\ h(T_\infty - T_S) = k_{ef} \frac{\partial T}{\partial r} - \rho_{gp,S} \lambda \frac{d\delta}{dt}; \end{cases} \quad (17)$$

$$r = r_0, \quad T_S = T_i; \quad W_S = W_{T,i}; \quad (18)$$

$$t = t_{tr}, \quad \begin{cases} \varepsilon_{\beta,i} = \frac{\pi d^2}{4l^2}; T_i = \varepsilon_{\beta,i} T_{\beta,i} + (1 - \varepsilon_{\beta,i}) T_{\gamma,i}; \\ \rho_{gp,i} = \varepsilon_{\beta,i} \rho_{\beta,i} + (1 - \varepsilon_{\beta,i}) \rho_{\gamma,i}; \\ c_{p,i} = \varepsilon_{\beta,i} c_{p,\beta,i} + (1 - \varepsilon_{\beta,i}) c_{p,\gamma,i}; \end{cases} \quad (19)$$

Utilizando-se deste procedimento é possível não só controlar a espessura de gelo formada sobre o cilindro como saber a forma com que suas propriedades, como densidade,  $c_p$ , fração de sólido, etc, estão variando.

## RESULTADOS

Usando este procedimento computacional foi possível obter resultados para propriedades do gelo poroso e como se comporta o seu crescimento de fronteira para os valores de  $Re = 200$ ,  $Pr = 0.72$  e  $Sc = 0.59$  mostrados anteriormente.

Em todos os casos estudados foram investigados a variação angular das propriedades em função do tempo. Alguns resultados podem ser vistos nas figuras (6) a (9). Estes resultados mostram a evolução das propriedades no ponto de estagnação ao longo do

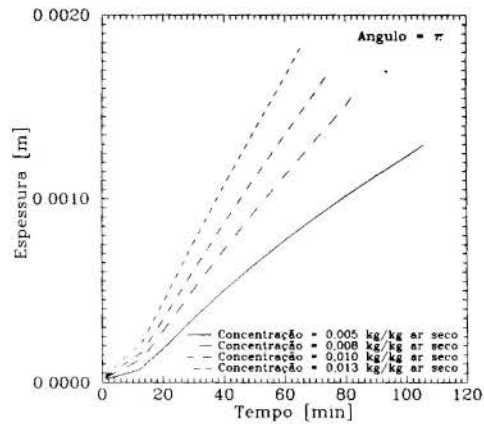


Figura 6: Evolução da camada de gelo com o tempo no ponto de estagnação.

tempo para diversas concentrações e temperatura de corrente livre de 25°C. O término da simulação ocorre quando a temperatura em qualquer ponto da superfície atinge 268 K. O tempo de transição foi adotado segundo os critérios propostos por Tao, Besant e Reskallah (1993). Na figura (6) é possível identificar a evolução da espessura da camada de gelo ao longo do tempo. Nota-se também que a taxa deposição a partir do tempo de transição é superior à que se verifica depois de decorrido algum tempo do mesmo, mostrando uma diminuição na velocidade de deposição do gelo.

A figura (7) mostra a evolução da temperatura de superfície da camada de gelo com o tempo para a mesma posição e para uma temperatura de evaporação de -10°C. O resultado mostra um sensível aumento da temperatura de superfície com o aumento da camada de gelo, que implica numa queda significativa na transferência de calor para o cilindro. Esta diminuição pode ser melhor analisada se definimos uma taxa de transmissão como sendo a relação entre o calor inicialmente e o atualmente transferido. A evolução desta taxa de transmissão para o ponto estudado pode ser vista na figura (8)

Na figura (9), por sua vez, pode ser visto como varia a espessura do gelo em torno do cilindro, e como a deposição na posição frontal (de estagnação) é significativamente maior que nas posições subsequentes.

## NOMENCLATURA

### Letras Latinas

$Re$  número de Reynolds =  $2\rho R U_\infty / \mu$ ;

$Pr$  número de Prandtl =  $\mu c_p / k$ ;

$Sc$  número de Schmidt =  $\mu / \rho D$ ;

$Nu$  número de Nusselt =  $2hR/k$ ;

$Sh$  número de Sherwood =  $2h_m R/D$ ;

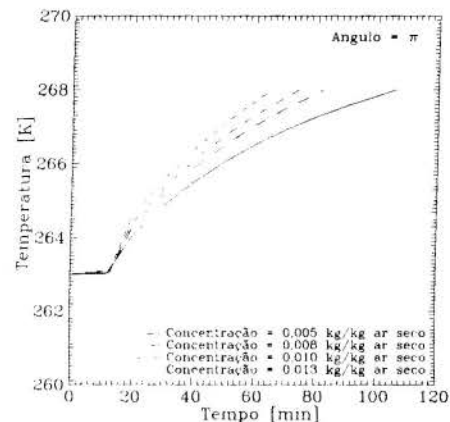


Figura 7: Variação da temperatura de superfície com o tempo no ponto de estagnação.

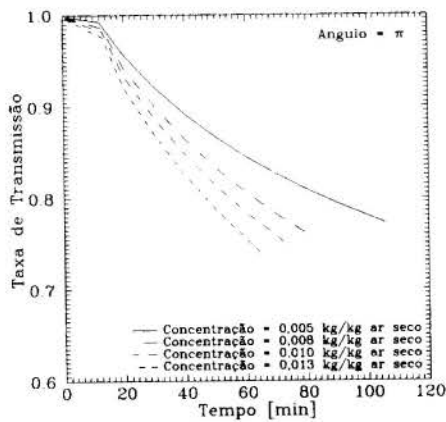


Figura 8: Variação da taxa de transmissão com o tempo no ponto de estagnação.

- $h$  coeficiente de película de transferência de calor;
- $h_m$  coeficiente de película de transferência de massa;
- $R$  raio do cilindro;
- $r^*$  coordenada radial;
- $r$  coordenada radial adimensionalizada =  $r^*/R$ ;
- $T$  temperatura;
- $W$  fração de massa;
- $w$  fração de massa adimensional =  $(W - W_\infty)/(W_w - W_\infty)$ ;
- $E$  coeficiente de acoplamento adimensional =  $\pi \exp(\pi\xi)$ ;
- $c_p$  calor específico;
- $k$  condutividade térmica;
- $D$  difusividade térmica;
- $d$  diâmetro da coluna de gelo;
- $t$  tempo;

#### Letras Gregas

- $\Theta$  temperatura adimensionalizada =  $(T - T_\infty)/(T_w - T_\infty)$ ;
- $\xi$  coordenada radial transformada para trabalho com vorticidade e função corrente;
- $\eta$  coordenada axial transformada para trabalho com vorticidade e função corrente;
- $\omega$  vorticidade;
- $\Omega$  vorticidade adimensionalizada =  $\omega R/U_\infty$ ;
- $\psi$  função corrente;
- $\Psi$  função corrente adimensionalizada =  $\psi/RU_\infty$ ;
- $\varepsilon$  fração de sólido no meio poroso;
- $\tau$  tempo adimensionalizado =  $tU_\infty/R$ ;
- $\rho$  densidade;
- $\lambda$  entalpia de sublimação do vapor;

#### Subscritos

- $\infty$  condição de corrente livre;
- $w$  condição na parede;
- $ef$  indica propriedades do gelo como meio poroso;
- $gp$  propriedades do gelo com sua porosidade atual;
- $g$  propriedades do gelo sólido;
- $i$  posição na malha;

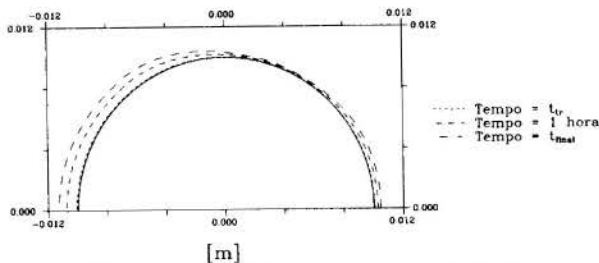


Figura 9: Camada de gelo em torno do cilindro.

- $\gamma$  propriedades da fase vapor;
- $\beta$  propriedades da fase sólida;
- $0$  associada aos valores iniciais admitidos;
- $sat$  propriedade de saturação;
- $S$  indica valores de propriedades na superfície;

#### REFERÊNCIAS

- Chung, P.M. and Algren, A.B., 'Frost Formation and Heat Transfer on a Cilinder Surface in Humid Air Cross Flow - Part I', *Heating Piping and Air Conditioning*, pp 171-178, 1958.
- Dietenberg, M.A., 'Generalized Correlation of the Water Frost Thermal Conductivity', *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 26(4), pp 607-619, 1983.
- Eckert, E.R.G. e Soehgen, E., 'Distribution of Heat Transfer Coefficients around Circular Cylinders at Reynolds Numbers from 20 to 500', *Trans. of ASME*, pp 343-347, 1952.
- Hayashi, Y., Aoki, A., Adachi, A., Hori, K., 'Study of Frost Properties Correlating with Frost Formation Types', *Journal of Heat Transfer*, Vol. 99, pp 239-245, 1977.
- Jones, B.W. and Parker, J.D., 'Frost Formation with Varying Environmental Parameters', *Journal of Heat Transfer*, Vol. 97, pp 255-259, 1975.
- Padki, M.M., Sherif, S.A. and Nelson, R.M., 'A Simple Method for Modelling Frost Formation in Differents Geometries', *ASHRAE-Transactions*, Vol. 95(2), pp 1127-1137, 1989.
- Parish, H.C. and Sepsy, C.F., 'A Numerical Analsis of The Frost Formation Under Forced Convection', *ASHRAE-Transactions*, pp 236-251, 1972.
- Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, 1980.
- Scalon, V.L., *Formação de Gelo em Torno de Cilidros Verticais*, UNICAMP, Tese de Mestrado, 1993.
- Son, J.S. and Hanratty, T.J., 'Numerical Solution for the Flow around a Cylinder at Reynolds Number of 40, 200 and 500', *J. Fluid Mechanics*, Vol. 35(2), pp 369-386, 1969.
- Tao, Y.-X., Besant, R.W. e Reskallah, K.S., 'A Mathematical Model for Predicting the Densification of Frost on a Flat Plate', *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 2, pp 353-363, 1993.
- Tokura, I., Saito, H. and Kishinami, K., 'Study on Properties and Growth Rate of Frost Layer on Cold Surfaces', *Journal of Heat Transfer*, Vol. 105, pp 895-901, 1983.
- Yonko, J.D. and Sepsy, C.F., 'An Investigation of the Thermal Conductivity of Frost while Forming on a Flat Horizontal Plate', *ASHRAE-Transactions*, pp 111-11.10, 1967.

#### ABSTRACT

This paper describes a two dimensional model which permits evaluating the local thermal and geometrical properties during the process of frost formation. To achieve this objective it is necessary to know the local heat and mass transfer coefficients and hence solve the flow, heat and humidity fields. The solution is based upon converting the field functions in terms of the vorticity and stream functions. Once the heat and mass transfer coefficients are determined, a two stage model of the frost formation is used to determine the growth rate of frost layer. The numerical predictions were compared with existing numerical and experimental results and good agreement is found.

THEORETICAL AND PRAGMATIC MODELING OF GOVERNING EQUATIONS FOR TWO-PHASE FLOW IN BUBBLY AND ANNULAR FLOW REGIMES

M. BOTTONI\*, W. SENGPIEL†, S. AHUJA\*

\* Energy Technology Division, Argonne National Laboratory, 9700 South Cass Avenue, Argonne IL 60439, U.S.A.

† Kernforschungszentrum Karlsruhe, Institut für Reaktorsicherheit, Postfach 3640, 76021 Karlsruhe, Germany

SUMMARY

Starting from the rigorous formulation of the conservation equations for mass, momentum and enthalpy derived for a two-phase flow by volume-averaging microscopic balance equations over Eulerian control cells, the article discusses the formulation of the terms describing exchanges between the phases. Two flow regimes are taken into consideration: bubbly flow, applicable for small or medium void fractions, and annular flow, for large void fractions. When lack of knowledge of volume-averaged physical quantities makes the rigorously formulated terms useless for computational purposes, modeling of these terms is discussed.

INTRODUCTION

The state of the art of ongoing research in two-phase flow modeling was presented in the monograph by D.A. Drew and R.T. Wood [1]. Following the guidelines given in this reference, the authors presented a more detailed derivation [2-3] of the fundamental equations for two-phase flow. Starting from the governing equations and jump conditions written in the local form, volume averaged conservation equations and jump conditions were derived for the separated phases. Then conservation equations and jump conditions for the fluid mixture were derived through suitable definitions of averaged variables.

In the present article, beginning from the rigorous formulation of the conservation equations for mass, momentum and enthalpy for the two-phase flow based on the separated-phases model, we discuss the formulation of the terms describing exchange between the phases. Two flow regimes are taken into consideration: bubbly flow, applicable for small or medium void fractions, and annular flow, for large void fractions. When lack of knowledge of volume-averaged physical quantities makes the rigorously formulated terms unsuitable for computational purposes, modeling of these terms is discussed.

MODELING OF MOMENTUM EQUATION

In the following text we use the notation of references [2] and [3], but omit overbars denoting mean values. The following equations are written with reference to a liquid phase sharing a space domain with the corresponding vapor phase. Similar equations hold for the vapor phase.

Momentum equation for the liquid phase:

The rigorous form of the momentum equation for the liquid phase is [2]

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l \bar{v}_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \bar{v}_l \bar{v}_l) = -\nabla(\alpha_l p_l) + \nabla \cdot \alpha_l \bar{\tau}_l + \nabla \cdot \alpha_l \bar{T}_l^{Re} + \alpha_l \rho_l \bar{g} + \bar{v}_l \Gamma_l + \bar{M}_l \quad (1)$$

with

$$\bar{T}_l^{Re} = -X_l \rho_l \bar{v}_l' \bar{v}_l' / \alpha_l, \quad (2)$$

$$\bar{M}_l = -\bar{T} \cdot \nabla X_l = -(\bar{p} \bar{I} + \bar{\tau}) \cdot \nabla X_l. \quad (3)$$

Eq. (1) is suitable for modeling annular flow regimes. For modeling bubbly flow regimes, it is better to derive the following alternative form. The relation between the instantaneous value of interfacial forces, given by Eq. (3), and the turbulent fluctuations, denoted by primes, of interfacial forces

$$\bar{M}_l' = -\bar{T}_l' \cdot \nabla X_l = -(\bar{p}' \bar{I} + \bar{\tau}') \cdot \nabla X_l \quad (4)$$

is [2]

$$\bar{M}_l = \rho_l \nabla \alpha_l - \bar{\tau}_l \cdot \nabla \alpha_l + \bar{M}_l' \quad (5)$$

We can further set

$$\bar{M}_l = \rho_l \nabla \alpha_l + \bar{M}_l^d \quad (6)$$

with the definition

$$\bar{M}_l^d = -\bar{\tau}_l \cdot \nabla \alpha_l + \bar{M}_l' = -\bar{\tau}_l \cdot \nabla \alpha_l + \rho_l' \nabla X_l - \bar{\tau}_l' \cdot \nabla X_l. \quad (7)$$

This definition is useful for modeling interfacial forces through constitutive equations because the term  $\bar{M}_l^d$  contains all interfacial interactions (e.g., viscous drag, lift forces, virtual mass forces, etc.) except for the mean interfacial pressure  $\rho_l \nabla \alpha_l$  and the momentum exchange due to interfacial mass transfer  $\bar{v}_l \Gamma_l$ . With these definitions, Eq. (1) can be rewritten as

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l \bar{v}_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \bar{v}_l \bar{v}_l) = -\alpha_l \nabla p_l + \nabla \cdot \alpha_l \bar{\tau}_l + \nabla \cdot \alpha_l \bar{T}_l^{Re} + \alpha_l \rho_l \bar{g} + \bar{v}_l \Gamma_l + (\rho_l - \rho_l') \nabla \alpha_l + \rho_l' \nabla X_l - \bar{\tau}_l' \cdot \nabla X_l - \bar{\tau}_l \cdot \nabla \alpha_l. \quad (8)$$

In the following, we discuss terms to be modeled in Eq. (1) for annular flow regime and in Eq. (8) for bubbly flow regime. We start from the former, which is conceptually simpler because it is based on the assumption that the two phases occupy two contiguous continuum regions.

Modeling annular flow regime

In an annular flow regime, the liquid phase is assumed to wet structural surfaces in the form of a liquid film while the vapor phase does not come in contact with structural surfaces, unless  $\alpha_g = 1$  is reached in dried-out regions. Modeling of this flow is based on Eq. (1). Terms (5), (7) and (8) of Eq. (1) require modeling. By analogy with term (4), the Reynolds stress tensor in term (5) is modeled by

$$\bar{T}_l^{Re} = \mu_{il} \nabla \bar{v}_l. \quad (9)$$

The turbulent viscosity  $\mu_{il}$  is computed applying the k-ε-model to the liquid phase alone. Letting  $\Gamma_g = M$ ,  $\Gamma_l = -M$ , thus considering M positive by evaporation, term (7) is modeled by

$$\bar{v}_l \Gamma_l = -\{[0, M] \bar{v}_l - [0, -M] \bar{v}_g\}, \quad (10)$$

where [a, b] denotes the maximum of the two real numbers a and b. Term (8), momentum exchange between the phases, is usually modeled following the original proposals of Ref. [4] by setting

$$\bar{M}_l = -\bar{T} \cdot \nabla X_l = -K^M (\bar{v}_l - \bar{v}_g). \quad (11)$$

In the momentum equation written for the vapor phase, analogous to eq. (1), the momentum exchange, term (8), would be modeled likewise by  $M_g = -M_l$ . Two Poisson-like equations for the pressure distribution can be derived independently from the two momentum equations for the separate phases. If, by assumption,  $p^l = p^g = p$ , the two equations can be combined into only one Poisson equation



$$a_o p_o + \sum_{\beta=1}^6 a_{\beta} p_{\beta} = b_o \quad (12)$$

$$\text{with } a_{\beta} = a_{\beta}^i + a_{\beta}^e, (\beta = 0, 1, \dots, 6) \text{ and } b_o = b_o^i + b_o^e. \quad (13)$$

In this equation, index o refers to the computational cell considered and  $\beta$  runs over the six neighboring cells in the three coordinate directions.

#### Modeling bubbly flow regime

A bubbly flow regime is usually modeled from boiling inception up to a void fraction of about 0.6. Terms (5), (7), (8a) through (8d) of Eq. (8) require modeling. For the Reynolds stress tensor in term (5), G. S. Arnold, et al. [5] propose

$$\bar{T}_i^{\text{Re}} = 0.05 \alpha_i \rho_i \left( 3 |\bar{v}_{si}|^2 \bar{I} + \bar{v}_{si} \bar{v}_{si} \right) \quad (14)$$

while Ref. [1] proposes

$$\bar{T}_i^{\text{Re}} = \mu_{ii} \left[ \nabla \bar{v}_i + (\nabla \bar{v}_i)^T \right] + a_i \alpha_i \rho_i |\bar{v}_{si}| \bar{I} + b_i \alpha_i \rho_i \bar{v}_{si} \bar{v}_{si} \quad (15)$$

with  $a_i = 1/6$ ,  $b_i = -1/2$ .

Term (7) is usually modeled by

$$\bar{v}_i \Gamma_i = -M \bar{v}_i = -M \left[ \bar{v}_i + (1 - \eta) \bar{v}_{si} \right] \quad (16)$$

with

$$\eta = 1 - \frac{\alpha_i}{2C_{vm}}, \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (17)$$

Term (8a) has been derived theoretically for potential flow around a sphere [6] as

$$p_h - p_l = -\xi \rho_l |\bar{v}_{sl}|^2 \quad (18)$$

with  $\xi = 1/4$ . Equation (18) has been modified in successful numerical simulations of gas injection into a liquid pool [7], by setting  $\xi = \alpha_l/4$ , thus imposing that the pressure difference  $p_h - p_l$  approaches zero at high void fractions. Terms (8b), (8c) and (8d) of Eq. (8), which correspond to  $M_i^d$  of Eq. (7), are given in the review by Drew [8] as

$$\bar{M}_i^d = -K^M \left( \bar{v}_i - \bar{v}_s - D_{\sigma} \frac{\nabla \alpha_s}{\alpha_s} \right) - \alpha_s C_{vm} \rho_l \bar{a}_{vm} - \frac{\alpha_s L \bar{v}_{sl}}{2} \cdot \left[ \nabla \bar{v}_m + (\nabla \bar{v}_m)^T \right] \quad (19)$$

with

$$\bar{a}_{vm} = -\frac{\partial \bar{v}_{sl}}{\partial t} + \bar{v}_s \cdot \nabla \bar{v}_i - \bar{v}_i \cdot \nabla \bar{v}_s + v_{sl} \cdot \nabla \bar{v}_{sl}, \quad \text{and} \quad (20)$$

$$\bar{v}_m = \alpha_i \bar{v}_i + \alpha_s \bar{v}_s. \quad (21)$$

The three terms at the right side of Eq. (19) describe interfacial drag forces, virtual mass force and lift force, respectively. The coefficient  $D_{\sigma} = v_{ij}$  has been used in Ref. [7] to account for turbulent dispersion of liquid droplets in the gas phase. The momentum exchange function  $K^M$  has been computed [7] by

$$K^M = \frac{3}{8} C_D \alpha_s \alpha_i \rho_l \frac{|\bar{v}_{sl}|}{r_b} \quad (22)$$

where  $r_b$  is the bubble radius. The drag coefficient  $C_D$  is given in [9] for different flow regimes. The computation reported in Ref [7] suggested the addition of the factor  $\alpha_i$  in formula (22), which is missing in the original work of Cook and Harlow [10], to give the correct limit at high void fractions.

Theoretically, for an isolated spherical bubble, the virtual mass coefficient and the lift coefficient are given by  $C_{vm} = 1/2$ , and  $L = -2\rho_l C_{vm}$ , respectively, corresponding to the limit of low void fraction. The range of validity of the bubbly flow regime modeling has been extended by Davidson [7], by setting

$$C_{vm} = \alpha_i C_m, \quad (C_m \geq 1/2) \quad (23)$$

$$L = -\alpha_i \rho_l \quad (24)$$

thus ensuring that both coefficients vanish at the upper limit,  $\alpha_g=1$ .

#### Numerical computation of momentum exchange terms

When momentum exchange terms between phases or components (both referred to as "fields") can be expressed in terms of velocity differences between the fields, their numerical treatment can be made in a generalized way, which reduces the momentum equations for the fields to a system formally identical to that for a single field.

Let us refer to consecutive nodes, labeled 0 and 1, in an arbitrary coordinate direction with velocity component  $u$ . Let 1/2 label the interface of the cells around the two nodes. The momentum equation for a single field, discretized at the staggered mesh 1/2 can be written

$$u_{i,1/2} = \hat{u}_{i,1/2} - d_{i,1/2} (p_1 - p_0). \quad (25)$$

Let us consider now N fields, with volume fractions  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), and with momentum exchange terms represented by

$$M_{ij} = K_{ij} (u_j - u_i), \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (26)$$

The discretized momentum equations for all fields can be written

$$u_{i,1/2} = \hat{u}_{i,1/2} - d_{i,1/2} (p_1 - p_0) + \sum_{j \neq i} K_{ij} (u_j - u_i)_{1/2} \quad (27)$$

or rearranging

$$u_{i,1/2} \left( 1 + \sum_{j \neq i} K_{ij} \right) - \sum_{j \neq i} K_{ij} u_{j,1/2} = \hat{u}_{i,1/2} - d_{i,1/2} (p_1 - p_0). \quad (28)$$

Eq. (28) can be written in matrix form as

$$A \cdot U_{1/2} = \hat{U}_{1/2} - (D \nabla P)_{1/2} \quad (29)$$

where A is an N x N square matrix and  $\hat{U}$ ,  $(D \nabla P)$  are vectors of length N. Numerical inversion of the small-size matrix A is straightforward and yields the system

$$U_{1/2} = A^{-1} \hat{U}_{1/2} - A^{-1} (D \nabla P)_{1/2} \quad (30)$$

which is formally identical with the system formed by Eqs. (25), simply replacing a row with N rows.

#### MODELING OF ENTHALPY EQUATION

The rigorous form of the enthalpy equation for the liquid phase is [2]

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l h_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l h_l \bar{v}_l) = -\nabla \cdot (\alpha_l \bar{q}_l) - \nabla \cdot \alpha_l \bar{q}_l^{\text{Re}} + h_{li} \Gamma_i + \alpha_l \frac{\partial p}{\partial t} + \alpha_l \bar{v}_l \cdot \nabla p + X_l \left( \frac{\partial p_l}{\partial t} + \bar{v}_l \cdot \nabla p_l \right) + \bar{q} \cdot \nabla X_l + \alpha_l \bar{T}_l \cdot \nabla \bar{v}_l + X_l \bar{r} \cdot \nabla \bar{v}_l - X_l p \nabla \cdot \bar{v}_l + \alpha_l \rho_l t_l \quad (31)$$

with

$$\bar{q}_l^{\text{Re}} = \frac{X_l \rho_l \bar{v}_l h_l}{\alpha_l} \quad (32)$$

Term (3) is computed by using the Fourier law  $q = -\lambda \nabla T$ . The mass transfer rate in term (5) has been computed rigorously [11], taking into account both the power transferred directly to the liquid phase and pressure oscillations ("flashing"). In the latter reference it has been derived

$$M = \frac{1}{h_{fg}} \left( \Phi - \frac{Q_l}{V_f} \right) + \frac{1}{s_g - s_l} \left[ -\nabla \cdot (\alpha_g \Phi_g^t + \alpha_l \Phi_l^t) + E_{sg} + E_{sl} + \alpha_g D_{sg} + \alpha_l D_{sl} \right] - \frac{1}{h_{fg}} \left\{ \frac{\partial p}{\partial t} \left[ \alpha_g \rho_g \frac{\partial h_g}{\partial p} + \alpha_l \rho_l \frac{\partial h_l}{\partial p} - 1 \right] + \frac{\partial p}{\partial x_j} \left[ \alpha_g \rho_g u_{gj} \frac{\partial h_g}{\partial p} + \alpha_l \rho_l u_{lj} \frac{\partial h_l}{\partial p} - (\alpha_g u_{gj} + \alpha_l u_{lj}) \right] \right\} \quad (33)$$

$h_{fs} = h_{gs} - h_{ls}$  is the vaporization enthalpy, subscript  $s$  denotes saturation conditions along the liquid and vapor lines in a state diagram; and  $u_j$  are the velocity components. We set  $\Phi = \Phi_g + \Phi_l$  with

$$\Phi_g = Mh_{gs} = M(h_{ls} + h_{fs}), \quad (34)$$

$$\Phi_l = \frac{Q_l}{V_f} - Mh_{ls}. \quad (35)$$

The term  $Q_l / V_f$  in Eq. (35) represents the power heating the liquid in a cell of volume  $V_f$ , while  $-Mh_{ls}$  is the power lost (or acquired) from the liquid due to evaporation (or condensation). Furthermore we defined

$$\Phi_k' = \frac{X_k q}{a_k}, \quad (36)$$

$$E_{sk} = q \cdot \nabla \frac{X_k}{T}, \quad (37)$$

$$D_{sk} = \frac{X_k (\vec{\tau} \cdot \nabla \vec{v})}{a_k}. \quad (38)$$

These terms represent entropy flux, interfacial entropy source and entropy source due to viscous dissipation, respectively. Term (a) in Eq. (33) gives the mass transfer rate due to the power released to the liquid. Term (b) represents the vapor generation rate due to conductive transfer and viscous dissipation. Term (c) represents the contribution due to time and space variations of pressure. If heat power, term (a), is suppressed, term (c) becomes dominant.

Terms (4), (8), (9), (11) and (12) in Eq. (31) must be modeled, for lack of rigorous analytical expressions, while all other terms can be computed exactly. However, most computer codes simply drop terms (4), (8), (11) and (12), while term (9), representing an interfacial heat flux, is sometimes [4] replaced by  $K^E(|\vec{v}_g - \vec{v}_l|^2)$ . Complex analytical expressions for the function  $K^E$  are given in Ref. [4].

#### FURTHER DEVELOPMENT WORK

The application of mathematical and physical models described above aims at simulating dispersed gas/liquid two-phase flows on the basis of selected experimental data. Experiments were performed at KfK [12] to investigate the spatial development of local properties of air/water bubbly flows (i.e., gas fraction, turbulent fluctuations in the liquid phase, bubble velocity and bubble size) along vertical test channels. The experimental apparatus consists of two plexiglas tubes with inner diameters of  $D = 0.070$  m and lengths of 5.500 m for upward-directed and downward-directed flows. The observation of phase-separation processes along the test channels shows the gaseous phase migrating toward the channel wall in upward flow and accumulating in the channel center in downward flow. Fig. 1 represents radial profiles of the gas fraction for three different cases of the superficial liquid velocity  $V_{s,l}$  with average volumetric gas fractions  $\beta = 0.10$ , measured with X-ray computer tomography at  $z = 70 D$  downstream from the channel entrance. The average volumetric gas fraction is defined as  $\beta = J_g / (J_g + J_l)$  with  $J_g$  and  $J_l$  the volumetric flow rates of the gaseous and liquid phases, respectively. Figure 1 clearly shows the distinctive peaks of gas fraction close to the channel wall with the effect of radial bubble migration more pronounced for higher superficial liquid velocities. Figure 2 illustrates the influence of flow direction on the transversal phase separation, with peaks of gas fraction near the channel wall in upward flow and accumulation of the gaseous phase in the channel center in downward flow. An important parameter for practical applications is the specific interfacial area density (interfacial area per unit volume). Fig. 3 shows its dependency on the local gas fraction deduced from measured gas fraction, bubble number frequency, bubble velocity and bubble size. In all test cases the bubble diameter was 3 to 4 mm.

Comparison of analytical results with experimental data will be an essential part of future model assessment activities.

#### NOMENCLATURE

**Remark:** Dimensionless quantities are denoted by (-). In the text, primed (') quantities denote turbulent fluctuations.

- $\vec{a}_{vm}$  acceleration accounting for virtual mass effects ( $m/s^2$ )
- $C_D$  friction coefficient (-)
- $C_{vm}$  virtual mass coefficient (-)
- $d$  coefficient multiplying pressure increments in a linearized momentum equation ( $m^2s/kg$ )

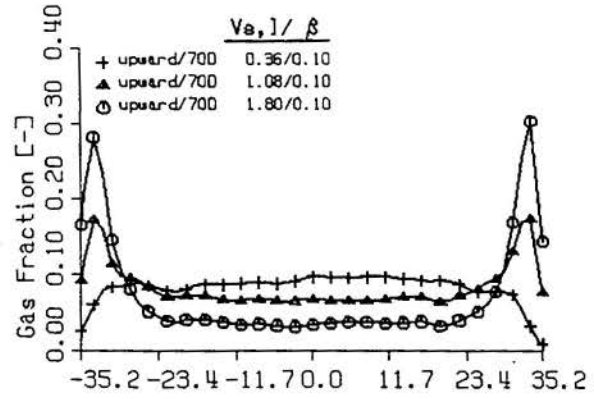


Fig. 1: Radial profiles of gas fraction in upward-directed air/water bubbly flow at  $z = 70 D$  ( $D = 0.070$  m) downstream;  $V_{s,l}$ : superficial liquid velocity,  $\beta$ : average volumetric gas fraction; results of measurements with X-ray computer tomography.

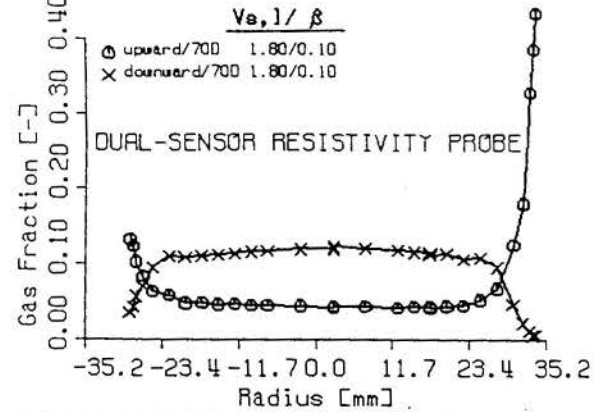


Fig. 2: Comparison of radial profiles of gas fraction in upward- and downward-directed air/water bubbly flows with  $V_{s,l} = 1.80$  m/s and  $\beta = 0.10$ ; results of measurements with a dual-sensor resistivity probe.

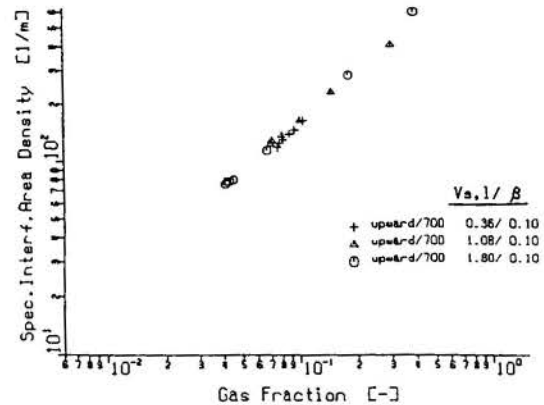


Fig. 3: Specific interfacial area density ( $m^2/m^3$ ) dependent on local gas fraction deduced from measurements with a dual-sensor resistivity probe of gas fraction, bubble number frequency, bubble velocity and bubble size.

- $D$  inner diameter of test channel (m)
- $D_{eff}$  coefficient accounting for turbulent dispersion ( $m^2/s$ )
- $D_{sk}$  entropy source of phase  $k$ , due to viscous dissipation ( $W/m^3K$ )
- $E_{sk}$  interfacial entropy source of phase  $k$  ( $W/m^3K$ )
- $\vec{g}$  acceleration due to gravity ( $m/s^2$ )
- $h$  specific enthalpy ( $J/kg$ )
- $h_k$  mean enthalpy of phase  $k$  ( $J/kg$ )
- $h_{kf}$  mean enthalpy associated to interfacial enthalpy flux of phase  $k$  ( $J/kg$ )
- $\vec{I}$  identity tensor (-)

$J_k$  volumetric flow rate of phase k ( $m^3/s$ )  
 $K^E$  function describing interfacial heat flux ( $Js/m^5$ )  
 $K^M$  momentum exchange function ( $kg/m^3s$ )  
 $L$  lift coefficient ( $kg/m^3$ )  
 $M$  evaporation rate ( $kg/m^3s$ )  
 $\overline{M}_k$  momentum exchange of phase k per unit volume and time ( $N/m^3$ )  
 $\overline{M}_k^d$  interfacial force in phase k per unit length ( $N/m^3$ )  
 $p$  thermodynamic pressure ( $N/m^2$ )  
 $p_{ki}$  interfacial pressure of phase k ( $N/m^2$ )  
 $\bar{q}$  heat flux ( $W/m^2$ )  
 $\bar{q}_k^{Re}$  turbulent enthalpy flux of phase k ( $W/m^2$ )  
 $Q$  power source ( $W$ )  
 $r_b$  bubble radius ( $m$ )  
 $r_k$  mean energy source of phase k ( $W/kg$ )  
 $t$  time ( $s$ )  
 $T$  thermodynamic temperature ( $K$ )  
 $\bar{T}$  stress tensor ( $N/m^2$ )  
 $\bar{T}_k$  mean stress tensor of phase k ( $N/m^2$ )  
 $\bar{T}_k^{Re}$  mean Reynolds stress of phase k ( $N/m^2$ )  
 $u$  velocity component ( $m/s$ )  
 $\hat{u}$  velocity component at previous iteration step ( $m/s$ )  
 $\vec{v}$  velocity vector ( $m/s$ )  
 $\bar{v}_k$  mean velocity of phase k ( $m/s$ )  
 $\bar{v}_k$  mean velocity associated to interfacial momentum flux of phase k ( $m/s$ )  
 $\bar{v}_m$  auxiliary definition of mixture velocity ( $= \alpha_l v_l + \alpha_g v_g$ ) ( $m/s$ )  
 $\bar{v}_{sl}$  slip velocity or velocity difference between vapor and liquid phases ( $m/s$ )  
 $\bar{v}_{s,k}$  superficial velocity of phase k ( $m/s$ )  
 $X_k$  phase indicator function (-)  
 $z$  axial measuring position along the test channel ( $m$ )

#### Greek

$\alpha_k$  volume fraction of phase k (-)  
 $\beta$  average volumetric gas fraction ( $= J_g / (J_g + J_l)$ ) (-)  
 $\Gamma_k$  mean mass production rate of phase k ( $kg/m^3s$ )  
 $\lambda$  thermal conductivity ( $W/m K$ )  
 $\nu_t$  turbulent kinematic viscosity of liquid ( $m^2/s$ )  
 $\rho_k$  density ( $kg/m^3$ )  
 $\bar{\tau}$  shear stress ( $N/m^2$ )

$\bar{\tau}_i$  mean shear stress of phase k ( $N/m^2$ )  
 $\bar{\tau}_{ki}$  interfacial shear stress of phase k ( $N/m^2$ )  
 $\Phi$  specific power source ( $W/m^3$ )  
 $\Phi_k^*$  mean entropy flux of phase k ( $W/m^2K$ )

#### Indices

$f$  fluid  
 $g$  vapor  
 $i$  interface  
 $j$  general coordinate direction  
 $k$  phase index  
 $l$  liquid/laminar  
 $Re$  Reynolds  
 $s$  entropy/saturation  
 $t$  turbulent  
 $T$  transpose

#### REFERENCES

- [1] Drew D.A. and Wood, R.T., "Overview and Taxonomy of Models and Methods", International Workshop on Two-Phase Flow Fundamentals, September 22-27, 1985, Minnesota University, Minneapolis, USA. DOE/ER/13056-1, 1986.
- [2] Bottoni, M. and Sengpiel, W., "Review of Mathematical and Physical Basis of Two-Phase Flow Modelling", KfK 4759, July 1992.
- [3] Bottoni, M. and Sengpiel, W., "Review of Physical Modelling, Mathematical Analysis and Numerical Treatment of Three-Dimensional Transient Two-Phase Coolant Flow in Engineering Systems", Third Brazilian Thermal Science Meeting, ENCIT-90, Itapema, S.C., Brazil, December 10-12, 1990.
- [4] Amsden, A.A. and Harlow, F.H., "KACHINA - An Eulerian Computer Program for Multifields Fluid Flows", Los Alamos Scientific Laboratory, Report LA-5680, Los Alamos, NM, 1974.
- [5] Arnold, G.S., Drew, D.A. and Lahey Jr., R.T., "An Assessment of Multiphase Flow Models Using the Second Law of Thermodynamics", *Int. J. Multiphase Flow*, **16** (3) (1990), 481-494.
- [6] Stuhmiller, J.H., "The Influence of Interfacial Pressure Forces on the Character of Two-Phase Flow Model Equations". *Int. J. Multiphase Flow*, **3** (1977), 551-560.
- [7] Davidson, M.R., "Numerical Calculations of Two-Phase Flow in a Liquid Bath with Bottom Gas Injection: The Central Plume". *Appl. Math. Modeling*, **14** (1990), 67-76.
- [8] Drew, D.A., "Mathematical Modelling of Two-Phase Flow", *Ann. Rev. Fluid Mech.* **15** (1983), 261 - 291.
- [9] Ishii, M. and Zuber, N., "Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubbly, Droplet or Particulate Flows", *AIChE J.* **25** (1979), 843 - 855.
- [10] Cook, T.L. and Harlow, F.H., "VORT: A Computer Code for Bubbly Two-Phase Flow", Los Alamos Scientific Laboratory, Report LA-10021-MS, Los Alamos, NM, 1983.
- [11] Bottoni, M. and Lyczkowski, R., "Modelling of Bubbly and Annular Two-Phase Flow in Subchannel Geometries with BACCHUS-3D/TP", *Nuc. Tech.*, **106** (1994), 186 - 201.
- [12] Class, G., Meyder, R. and Sengpiel, W., "Measurement of Spatial Gas Distribution and Turbulence Structure in Developing Bubbly Two-Phase Flow in Vertical Channels", Proc. Int. Conf. on Multiphase Flows '91 - Tsukuba, Tsukuba, Japan, September 24 - 27, 1991.

## EVAPORAÇÃO INTERFACIAL DURANTE A FORMAÇÃO DE BOLHAS SUPERAQUECIDAS EM ORIFÍCIOS

C. M. HACKENBERG e A. D. PINTO  
 COPPE - UFRJ  
 C.P. 68502, Rio de Janeiro, 21945-090 - RJ

### RESUMO

Neste trabalho desenvolve-se um estudo termofluidodinâmico da transferência simultânea de calor e massa, incluindo a evaporação interfacial, durante a formação de bolhas superaquecidas resultantes da injeção de gases quentes através de orifícios imersos em fase contínua líquida. Os perfis transientes de temperatura e concentração no interior da fase dispersa, bem como o comportamento transiente da interface gás - líquido, permitem a determinação da massa de líquido evaporada durante o período de tempo de formação da bolha.

### INTRODUÇÃO

O estágio inicial do borbulhamento de gases em uma fase contínua líquida envolve a formação de bolhas de gás através de orifícios submersos onde ocorrem transferências simultâneas de quantidade de movimento, calor e massa. A modelagem deste fenômeno é de importância fundamental para a predição da taxa global de transferência de calor e da taxa de evaporação tendo em vista os elevados gradientes de concentração e de temperatura envolvidos, Sideman (1966).

Elevadas taxas de transferência de calor e de evaporação, durante o período de formação das bolhas, aparecem citados na literatura especializada. Safanov et alii (1974) analisaram o aquecimento de gases durante a formação de bolhas em orifícios submersos em uma fase líquida aquecida. Um modelo de transferência de calor foi desenvolvido considerando bolhas esféricas, movimento circulatório do gás do tipo do vórtice de Hill, temperatura constante da superfície e o efeito do resfriamento interno devido à admissão de gás frio. A solução da equação da energia foi obtida numericamente. Para o sistema nitrogenio-água foi observado que 50% do máximo de transferência ocorre durante a formação. Schmidt (1977) estudou a transferência de calor durante a dispersão de vapor superaquecido em água saturada para a faixa de pressão de 15-160 atm., e superaquecimento do vapor de 100-200 K. Nestas condições foram medidos experimentalmente resfriamentos de 40-60% durante o período de formação de bolhas, que evidenciam as elevadas taxas de transferência neste estágio dos processos de borbulhamento.

Neste trabalho apresenta-se um modelo simplificado para o estágio de formação baseado num modelo difusivo-convectivo proposto por Queiroz e Hackenberg (1987) para a transferência de calor, incluindo a mudança de fase (evaporação), durante a etapa do movimento de ascensão de bolhas esféricas através de um meio líquido. Este modelo, simplificado para tempos rápidos, já utilizado anteriormente por Pinto e Hackenberg (1989), permite determinar os perfis internos de temperatura e de concentração bem como o comportamento transiente da interface gás- líquido que possibilita o cálculo da massa de líquido evaporado durante a formação da bolha.

Apresenta-se também a metodologia de sua utilização para os processos com rápidos tempos de residência e uma análise comparativa dos resultados previstos, com os resultados experimentais obtidos por Andrade (1985) e Souza (1990).

### TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA

A descrição da transferência de calor durante a formação da bolha foi idealizado através do seguinte mecanismo: a bolha cresce instantaneamente ao raio médio e então troca calor enquanto a fase líquida vaporiza simultaneamente durante o período de tempo de formação. O raio e o tempo de formação da bolha podem ser obtidos

experimentalmente ou determinados através dos diversos modelos de formação, existentes na literatura, Clift et alii. (1978). Esta idealização permite a utilização do modelo difusivo-convectivo proposto por Queiroz e Hackenberg (1987) que descreve a transferência de calor e massa quando uma bolha esférica superaquecida se movimenta através de uma fase contínua líquida, e possibilita também a obtenção de solução analítica, em forma fechada, para rápidos tempos de formação.

Deste modo supondo que: 1) a bolha é esférica, 2) a circulação no interior da bolha é mínima, 3) o vapor e o líquido estão em equilíbrio na interface, 4) a resistência à transferência é dominante na fase gasosa, 5) as propriedades físicas são independentes da temperatura e da concentração, e 6) o vapor tem comportamento ideal no interior da bolha; pode-se considerar  $T(r,t)$  e  $C(r,t)$  a temperatura e a concentração do vapor, respectivamente na fase dispersa, e escrever o seguinte sistema adimensional de equações e condições de contorno, para o período de formação da bolha:

#### Equação da Energia

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad \tau > 0, 0 < x < 1 \quad (1)$$

$$\theta(x,0) = 0 \quad \forall 0 \leq x \leq 1; \theta(0,\tau) \text{ é finita } \forall \tau > 0; \theta(1,\tau) = \theta_s(\tau) \quad \forall \tau > 0;$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=1} = Bi(1 - \theta_s(\tau)) + \omega(\tau) \quad \tau > 0;$$

#### Equação da transferência de massa

$$Le \frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad \tau > 0, 0 < x < 1 \quad (2)$$

$$\phi(x,0) = 0 \quad \forall 0 \leq x \leq 1; \phi(0,\tau) \text{ é finita } \forall \tau > 0; \phi(1,\tau) = \phi_s(\tau) \quad \forall \tau > 0.$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{x=1} = \beta \omega(\tau) \quad \tau > 0;$$

#### Equação do equilíbrio interfacial

$$\phi_s(\tau) = \Xi[\theta_s(\tau)] \quad \forall \tau > 0. \quad (3)$$

Neste sistema, como o período de formação da bolha é extremamente rápido, foi suposto que a temperatura da fase contínua,  $T_c$ , não varia durante este curto período de tempo; e que a temperatura e concentração iniciais do gás,  $T_0$  e  $C_0$ , são conhecidas. As variáveis adimensionais introduzidas são:

$$\theta = (T - T_0)/(T_c - T_0), \quad \phi = (C - C_0)/(C_c - C_0), \quad x = r/R_m, \quad \tau = \alpha t/R_m, \quad (4)$$

$Le = \alpha/D \quad Bi = h_m R_m/k, \quad \beta = [k(T_0 - T_c)]/[LD(C_c - C_0)],$   
 $\omega(\tau) = [W(t) L R_m]/[k(T_0 - T_c)],$   
 onde  $\alpha$ : difusividade térmica da fase dispersa,  $R_m$ : raio médio da bolha durante a formação,  $h_m$ : coeficiente médio de transferência de calor da



fase contínua,  $T_s(t)$  e  $C_s(t)$ : temperatura e concentração do equilíbrio na interface,  $k$ : condutividade térmica da fase dispersa,  $D$ : difusividade mássica da fase dispersa,  $W(t)$ : fluxo de evaporação através da interface,  $L$ : entalpia de vaporização.

A solução deste sistema de equações pode ser obtida pela aplicação do método funcional desenvolvido por Hackenberg (1969), ver Pinto e Hackenberg (1989), utilizando uma modificação do teorema de Basset-Duhamel. Deste modo, para processos muito rápidos, tais como o da formação de bolhas em evaporadores por contato direto, os perfis adimensionais de temperatura,  $\theta(x, \tau)$ , e concentração,  $\phi(x, \tau)$ , podem ser determinados, analiticamente, sabendo-se que a temperatura da interface gás-líquido é muito próxima da temperatura do líquido, exceto nos estágios iniciais do crescimento da bolha, e fazendo-se uma linearização da equação do equilíbrio interfacial para uma temperatura de referência,  $T_r$ , da forma

$$\phi_s(\tau) = \gamma \theta_s(\tau) + \lambda \quad (5)$$

$$\text{onde } \gamma = \frac{d\phi_s}{d\theta_s} \Big|_0, \quad \lambda = \phi_s(\theta_r) - \gamma \theta_r, \quad \theta_r = (T_r - T_o) / (T_c - T_o)$$

Assim, resulta que:

$$\begin{aligned} \theta(x, \tau) = & \frac{1}{x} \{ \Theta_0 [\operatorname{erfc}(\frac{1-x}{2\sqrt{\tau}}) - \operatorname{erfc}(\frac{1+x}{2\sqrt{\tau}})] + \Theta_1 [\exp(B\tau + 1 - x)) \cdot \\ & \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau} + \frac{1-x}{2\sqrt{\tau}}) - \exp(B\tau + 1 + x)) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau} + \frac{1+x}{2\sqrt{\tau}})] + \\ & + \Theta_2 [\exp((Bi-1)((Bi-1)\tau + 1 - x)) \operatorname{erfc}((Bi-1)\sqrt{\tau} + \frac{1-x}{2\sqrt{\tau}}) - \\ & - \exp((Bi-1)((Bi-1)\tau + 1 + x)) \operatorname{erfc}((Bi-1)\sqrt{\tau} + \frac{1+x}{2\sqrt{\tau}})] \} \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi(x, \tau) = & \frac{1}{x} \{ (\gamma \Theta_0 + \lambda) [\operatorname{erfc}(\frac{1-x}{2\sqrt{\tau/Le}}) - \operatorname{erfc}(\frac{1+x}{2\sqrt{\tau/Le}})] + \\ & + \gamma \Theta_1 [\exp(B\tau + \sqrt{Le}(1-x)) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau} + \frac{1-x}{2\sqrt{\tau/Le}}) - \\ & - \exp(B\tau + \sqrt{Le}(1+x)) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau} + \frac{1+x}{2\sqrt{\tau/Le}})] + \\ & + \gamma \Theta_2 [\exp((Bi-1)((Bi-1)\tau + \sqrt{Le}(1-x))) \cdot \\ & \cdot \operatorname{erfc}((Bi-1)\sqrt{\tau} + \frac{1-x}{2\sqrt{\tau/Le}}) - \exp((Bi-1)((Bi-1)\tau + \\ & + \sqrt{Le}(1+x))) \operatorname{erfc}((Bi-1)\sqrt{\tau} + \frac{1+x}{2\sqrt{\tau/Le}})] \} \quad (7) \end{aligned}$$

Os adimensionais: fluxo de evaporação através da interface e temperatura superficial, são

$$\omega(\tau) = \Omega_0 + \frac{\Omega_1}{\sqrt{\pi\tau}} + \Omega_2 \exp(B^2\tau) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau}) \quad (8)$$

$$\theta_s(\tau) = \Theta_0 + \Theta_1 \exp(B^2\tau) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau}) + \Theta_2 \exp((Bi-1)^2\tau) \operatorname{erfc}((Bi-1)\sqrt{\tau}) \quad (9)$$

enquanto que o perfil adimensional de concentração superficial pode ser explicitado com as equações (5) e (9). Nestas soluções, os coeficientes são:

$$\Omega_0 = \frac{EG - A/\sqrt{Le}}{B}, \quad \Omega_1 = E, \quad \Omega_2 = A + E(F - B) - \Omega_0 \quad (10)$$

$$\Theta_0 = \frac{Bi + \Omega_0}{(Bi-1)}, \quad \Theta_1 = -\frac{\Omega_2}{B - Bi - 1}, \quad \Theta_2 = E - \Theta_1 - \Theta_0$$

onde

$$A = \frac{\gamma Bi \sqrt{Le}}{\beta - \gamma \sqrt{Le}}, \quad B = \frac{(Bi-1)\beta + \gamma}{\beta - \gamma \sqrt{Le}}, \quad E = \frac{\lambda \sqrt{Le}}{\beta - \gamma \sqrt{Le}},$$

$$F = Bi - 1 - \frac{1}{\sqrt{Le}}, \quad G = \frac{1 - Bi}{\sqrt{Le}}$$

Com as soluções analíticas obtidas pode-se calcular os valores médios temporais durante a formação da bolha. Deste modo definindo para qualquer função genérica do tempo,  $m(\tau)$ , o valor médio

$$m_m = \frac{1}{\tau_f} \int_0^{\tau_f} m(\tau) d\tau \quad (11)$$

resulta, pela integração de  $\omega(\tau)$ , o fluxo médio de evaporação

$$\omega_m = \Omega_0 + \frac{2}{\sqrt{\pi\tau_f}} (\Omega_1 + \frac{\Omega_2}{B}) + \frac{\Omega_2}{B^2\tau_f} [\exp(B^2\tau_f) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau_f}) - 1] \quad (12)$$

que é a base para se calcular a massa de líquido evaporado no processo.

Do mesmo modo obtém-se a temperatura média da interface

$$\begin{aligned} \theta_{sm} = & \Theta_0 + \frac{2}{\sqrt{\pi\tau_f}} (\frac{\Theta_1}{B} + \frac{\Theta_2}{Bi-1}) + \frac{\Theta_1}{B^2\tau_f} [\exp(B^2\tau_f) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau_f}) - 1] \\ & + \frac{\Theta_2}{(Bi-1)^2\tau_f} [\exp((Bi-1)^2\tau_f) \operatorname{erfc}((Bi-1)\sqrt{\tau_f}) - 1] \quad (13) \end{aligned}$$

que determina também a concentração média da interface, pois

$$\phi_{sm} = \gamma \theta_{sm} + \lambda.$$

Os valores médios instantâneos, resultantes das integrações dos perfis correspondentes, no volume da bolha, podem ser calculados diretamente das soluções anteriormente obtidas. Assim, resulta para a temperatura média instantânea da bolha

$$\theta_m(\tau) = 3 \int_0^1 \theta(x, \tau) x^2 dx = 3 \{ \Theta_0 J_0(\tau) + \Theta_1 J_1(\tau) + \Theta_2 J_2(\tau) \} \quad (14)$$

$$J_0(\tau) = 2\sqrt{\tau/\pi} - \tau \operatorname{erf}(1/\sqrt{\tau})$$

$$\begin{aligned} J_1(\tau) = & \frac{1}{B^2} \{ (B+1) \operatorname{erf}(1/\sqrt{\tau}) + 2B\sqrt{\tau/\pi} (\exp(-1/\tau) - 1) - \\ & - (B-1) \exp(B\tau + 2) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau} + 1/\sqrt{\tau}) - \\ & - (B+1) \exp(B^2\tau) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau}) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_2(\tau) = & \frac{1}{(Bi-1)^2} \{ Bi \operatorname{erf}(1/\sqrt{\tau}) + 2(Bi-1)\sqrt{\tau/\pi} (\exp(-1/\tau) - 1) - \\ & - (Bi-2) \exp((Bi-1)((Bi-1)\tau + 2)) \operatorname{erfc}((Bi-1)\sqrt{\tau} + 1/\sqrt{\tau}) - \\ & - Bi \exp((Bi-1)^2\tau) \operatorname{erfc}((Bi-1)\sqrt{\tau}) \} \end{aligned}$$

Este resultado permite calcular a temperatura média da bolha durante o tempo adimensional,  $\tau_f$ , de sua formação, obtendo-se

$$\theta_{mm} = (3/\tau_f) \{ \Theta_0 J_0 + \Theta_1 J_1 + \Theta_2 J_2 \} \quad (16)$$

$$J_0 = (\frac{\tau_f^2}{2} - \frac{2}{3}) \operatorname{erfc}(1/\sqrt{\tau_f}) - \frac{(\tau_f - 2)\sqrt{\tau_f}}{3\sqrt{\pi}} \exp(-1/\tau_f) + \frac{4\tau_f\sqrt{\tau_f}}{3\sqrt{\pi}} - \frac{\tau_f^2}{2} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} J_1 = & \frac{1}{B^2} \{ [ \frac{(2B+1)(B-1)}{B^2} + \frac{8B}{3} - (B+1)(\tau_f + 2) ] \operatorname{erfc}(1/\sqrt{\tau_f}) - \\ & - \frac{B+1}{B^2} \exp(B^2\tau_f) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau_f}) - \frac{B-1}{B^2} \exp(B\tau_f + 2) \operatorname{erfc}(B\sqrt{\tau_f} + \\ & + \frac{1}{\sqrt{\tau_f}}) - [ \frac{2(B-1)}{B} - \frac{4B(\tau_f - 2)}{3} - 2(B+1) ] \sqrt{\tau_f/\pi} \exp(-1/\tau_f) \\ & - \frac{2(B+1)}{B} \sqrt{\tau_f/\pi} - \frac{4B\tau_f}{3} \sqrt{\tau_f/\pi} + (B+1)\tau_f + \frac{B+1}{B^2} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_2 = & \frac{1}{(Bi-1)^2} \{ [ \frac{(2(Bi-1)+1)(Bi-2)}{(Bi-1)^2} + \frac{8(Bi-1)}{3} - Bi(\tau_f + 2) ] \cdot \\ & \cdot \operatorname{erfc}(1/\sqrt{\tau_f}) - \frac{Bi}{(Bi-1)^2} \exp((Bi-1)^2\tau_f) \operatorname{erfc}((Bi-1)\sqrt{\tau_f}) - \end{aligned}$$

$$\frac{Bi-2}{(Bi-1)^2} \exp((Bi-1)((Bi-1)\tau_f+2)) \operatorname{erfc}((Bi-1)\sqrt{\tau_f} + \frac{1}{\sqrt{\tau_f}}) - \left[ \frac{2(Bi-2)}{Bi-1} - \frac{4(Bi-1)(\tau_f-2)}{3} - 2Bi \right] \sqrt{\tau_f/\pi} \exp(-1/\tau_f) - \frac{2Bi}{Bi-1} \sqrt{\tau_f/\pi} - \frac{4(Bi-1)\tau_f}{3} \sqrt{\tau_f/\pi} + Bi\tau_f + \frac{Bi}{(Bi-1)^2}$$

Considerando o fato de que todo o transporte de energia e massa é conduzido através da superfície da bolha, vamos utilizar o raio médio que representa o raio de uma bolha cuja superfície tem o valor médio durante a formação. Para formação de bolha com vazão constante,  $Q$ ;  $dt = dV/Q$ , logo

$$R_m = \sqrt{\frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} R^2(t) dt} = \sqrt{\frac{3}{5} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3} V_f^{2/3}} = \sqrt{3/5} R_f \quad (18)$$

**Coefficiente de transferência de calor da fase líquida.** Para o cálculo do coeficiente de transferência de calor da fase líquida, e a sua confirmação, deve-se analisar sistemas nos quais a maior resistência, à transferência, ocorre na fase contínua. Em geral este coeficiente é calculado por analogia termo-mássica utilizando-se o coeficiente de transferência de massa da fase contínua. As condições necessárias são obtidas em processos onde um determinado soluto é transferido de gotas ou bolhas formadas em pontas capilares. O conhecimento dos coeficientes de transferência de massa para estes sistemas é suficiente para permitir o desenvolvimento de equações para a determinação dos coeficientes de transferência de calor. É evidente que este procedimento ainda preserva algumas incertezas.

Afortunadamente no presente caso o coeficiente de transferência de calor interno a bolha é muitas vezes menor do que o externo, e obviamente controlará o processo da transferência de energia.

A difusão de um soluto em uma fase contínua durante a formação de gotas e bolhas tem sido extensivamente estudada. Walia e Vir (1976) apresentam um estudo comparativo para crescimentos onde a superfície da bolha tem a forma

$$S(t) = S_0 + Kt^n, \quad (19)$$

sendo que  $S_0$  é a área da bolha residual, e  $K$  é uma constante. Se  $n = 2/3$  a bolha cresce em condições de vazão constante. Se  $n = 1$  a taxa de crescimento é constante. Neste trabalho utilizaremos o modelo proposto por Walia e Vir [7] que, segundo os autores, apresentou melhor concordância com os resultados experimentais analisados. Logo, utilizando a analogia termo-mássica, pode-se escrever que

$$\frac{h}{\rho C_p} = \sqrt{\frac{7\alpha_c}{3\pi t}} \left(1 + \frac{\sqrt{\alpha_c t}}{R}\right) \quad (20)$$

Consequentemente, considerando vazão contante, isto é:  $V = Q t$ , o coeficiente médio de transferência de calor da fase contínua, calculado pela equação (11), para o tempo  $t_f$ , é

$$h_m = \rho C_p \sqrt{\frac{7\alpha_c}{3\pi}} \left(\frac{2}{\sqrt{t_f}} + \frac{3\sqrt{\alpha_c}}{2R_f}\right) \quad (21)$$

utilizado no cálculo do número de Biot, na equação (4).

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

Considerando que a evaporação e o transporte de energia durante a formação da bolha modificam significativamente as propriedades físico-químicas da mistura gás/vapor, foi feita uma tentativa de incorporar-se este efeito através das propriedades médias. Todas as propriedades físico-químicas foram avaliadas à pressão de 1 atm. e nas condições de temperatura e concentração médias. Uma alternativa seria o cálculo destas propriedades nas condições iniciais o que levou a resultados muito discrepantes, quando comparado ao método proposto das propriedades médias.

Vamos primeiramente concentrar a atenção no comportamento térmico da interface gás-líquido. A evaporação de um líquido de uma

interface, para uma mistura vapor-gás não saturada, em escoamento, é muito semelhante ao processo descrito neste trabalho para o comportamento térmico da superfície líquida. A interface resfria quando a quantidade de calor fornecida for menor do que o calor absorvido pela evaporação, e, por outro lado, aquece quando aquele for maior.

Um comportamento similar é resultante do modelo proposto para a evaporação por contato direto, ver Pinto e Hackenberg (1989).

Consequentemente resulta um resfriamento inicial da interface. A variação transiente desta temperatura, equação (9), mostra que o resfriamento é severo somente em períodos de tempo muito curtos. Neste caso, por exemplo, quando 2,5% do tempo foi transcorrido, a temperatura da interface já atingiu valores próximos da temperatura da fase líquida. Esta evidência reforça a escolha de  $T_c$  para a temperatura de referência da linearização da equação (5), do equilíbrio interfacial.

A comparação direta de resultados numéricos com dados experimentais, durante a formação de bolhas não foi possível porque estes não estão disponíveis na literatura especializada. As medidas experimentais de Andrade (1985) e Souza (1990), para a massa de líquido evaporada durante todo o tempo de residência da bolha na fase contínua foram utilizados numa tentativa de verificação da acurácia do modelo proposto. Como o tempo de formação, nestes experimentos, está abaixo de 0,04 s tentou-se utilizar o mesmo modelo também para o estágio da ascensão, com o raio total e constante de bolha formada, permitindo a determinação da massa total evaporada em todo o processo, desde a formação até a emergência da bolha na superfície da fase líquida, que pode, então, ser comparada com os valores experimentais medidos. Para possibilitar o acoplamento dos dois estágios a temperatura, eq. (14), e a concentração médias volumétricas, foram calculadas no final do estágio da formação da bolha, e utilizadas como parâmetros iniciais para o estágio de translação.

Os resultados experimentais de Andrade (1985) utilizam duas faixas preferenciais das temperaturas do gás e do líquido, aproximadamente iguais a  $T_0 \approx 130^\circ\text{C}$  e  $T_c \approx 50^\circ\text{C}$ ,  $T_0 \approx 180^\circ\text{C}$  e  $T_c \approx 50^\circ\text{C}$ . Os resultados de Souza (1990) utilizam uma faixa mais ampla de temperaturas, em ( $^\circ\text{C}$ ):

$T_0 \approx 70$  e  $T_c \approx 33$ ,  $T_0 \approx 100$  e  $T_c \approx 40$ ,  $T_0 \approx 150$  e  $T_c \approx 50$ ,  $T_0 \approx 180$  e  $T_c \approx 54$ ,  $T_0 \approx 225$  e  $T_c \approx 60$ ,  $T_0 \approx 285$  e  $T_c \approx 63$ . Para cada série o tempo de residência varia permitindo a análise da sua influência no processo.

Nas tabelas 1 a 4 estão sumarizados os dados experimentais e alguns dos resultados calculados, neste trabalho, utilizando o modelo proposto.  $M_e$  representa a massa calculada de líquido evaporado durante a formação da bolha,  $M_{et}$  a massa total evaporada,  $M_{et} = M_e + M_{ea}$ , onde  $M_{ea}$  é a massa evaporada durante a translação da bolha através do líquido,  $M_{exp}$  é o valor experimental da massa total evaporada, e  $t_f$  é o tempo de residência da bolha. O grau de resfriamento da bolha obtido durante o período de formação, isto é, % Resf. =  $100 (\Delta T_0 - \Delta T_f) / \Delta T_0$ , onde  $\Delta T_0 = T_0 - T_c$  e  $\Delta T_f = T_{mf} - T_c$ , foi representado na última coluna das tabelas 2 e 4. Nas tabelas 1 e 2,  $t_f = 31\text{ms}$  é o mesmo para ambas as séries. Nas tabelas 3 e 4,  $t_f$  é diferente para cada série: {1} -  $t_f = 33\text{ms}$ ; {2} -  $t_f = 34\text{ms}$ ; {3} -  $t_f = 35\text{ms}$ ; {4} -  $t_f = 35\text{ms}$ ; {5} -  $t_f = 36\text{ms}$ ; {6} -  $t_f = 37\text{ms}$ . O experimento 2.3 mostrou um tempo de residência menor do que o tempo de formação, e deste modo foi impossível calcular o processo de transferência durante o movimento de ascensão da bolha.

A comparação entre a predição da massa de líquido evaporada durante a formação da bolha e os valores experimentais da massa total evaporada, ver tabelas 2 e 4, mostra que a razão da massa evaporada durante a formação da bolha, % Evf =  $100 M_e / M_{exp}$ , variou de 23,5 a 90,1%. Para as séries {1} e {2} verifica-se um grande aumento nesta razão quando as temperaturas das duas fases aumentam. Estas séries correspondem aos casos em que não há superaquecimento da bolha em relação ao líquido, isto é, a temperatura da fase gasosa está abaixo da temperatura de ebulição da fase líquida. Por outro lado, para as séries {3} a {6}, onde o grau de superaquecimento aumenta, não se observa grandes variações na razão  $M_e / M_{exp}$ , e a transferência de massa durante a formação da bolha representa aproximadamente 80% da transferência total medida.

Um resfriamento médio de aproximadamente 40% é estimado para todos os experimentos (incluindo aqueles não apresentados neste trabalho, para maiores tempos de residência). Para o sistema saturado água/vapor superaquecido Schmidt (1977) mediu um resfriamento entre 40 e 60% durante o período de formação. Esta pode ser uma evidência da validade do modelo proposto.

Tabela 1: Resultados para os dados de Andrade (1985)

Exp.	[T (°C), C (kg/m <sup>3</sup> ), t <sub>r</sub> (ms)]					
	T <sub>0</sub>	T <sub>c</sub>	C <sub>0</sub> × 10 <sup>2</sup>	t <sub>r</sub>	T <sub>mf</sub>	% Resf.
1	136,3	53,0	1,239	288	87,5	41,4
2	141,5	54,0	1,223	246	90,0	41,1
3	126,5	50,0	1,269	165	82,2	42,1
4	130,6	50,8	1,256	130	84,2	41,9
5	123,2	59,0	1,280	96	80,4	42,3
6	176,0	47,5	1,129	285	98,0	39,3
7	176,4	48,8	1,128	247	98,9	39,3
8	177,2	48,4	1,126	205	99,0	39,3
9	175,4	49,4	1,131	160	99,0	39,4
10	180,5	50,0	1,118	127	101,0	39,1
11	183,4	51,5	1,111	83	102,8	38,9

Tabela 2: Resultados para os dados de Andrade (1985)

Exp.	[ M em g x 10 <sup>5</sup> ]			
	Me	Met	Mexp	% Evf
1	2,161	4,791	2,721	79,4
2	2,292	4,969	2,719	84,3
3	1,814	3,780	2,397	75,7
4	1,906	3,778	2,396	79,6
5	1,707	3,186	2,646	64,5
6	1,691	3,553	3,144	53,8
7	1,818	3,769	4,317	42,1
8	1,780	3,606	4,318	41,2
9	1,876	3,672	4,068	46,1
10	1,950	3,646	3,584	54,4
11	2,120	3,612	3,815	55,6

Tabela 3: Resultados para os dados de Souza (1990)

Exp.	[T (°C), C (kg/m <sup>3</sup> ), t <sub>r</sub> (s)]					
	T <sub>0</sub>	T <sub>c</sub>	C <sub>0</sub> × 10 <sup>2</sup>	t <sub>r</sub>	T <sub>mf</sub>	% Resf.
1.1	70,8	34,0	2,139	126	49,0	40,8
1.2	71,0	33,3	2,138	80	48,7	40,8
1.3	70,0	33,0	2,144	44	48,1	40,8
2.1	100,6	39,9	1,968	106	64,2	40,0
2.2	100,6	39,2	1,968	68	63,8	40,1
2.3	100,6	40,4	1,968	22	64,4	39,9
3.1	151,3	51,6	1,733	147	89,7	38,2
3.2	152,3	50,0	1,729	97	89,0	38,1
3.3	152,4	49,9	1,729	58	89,0	38,1
4.1	180,7	54,1	1,621	132	101,4	37,4
4.2	180,5	52,2	1,622	94	100,1	37,3
4.3	179,9	52,2	1,624	62	100,0	37,4
5.1	223,1	61,4	1,482	129	120,2	36,4
5.2	225,9	60,7	1,474	91	120,5	36,2
6.1	285,8	64,0	1,316	113	142,4	35,3
6.2	287,5	64,5	1,312	65	143,2	35,3

Tabela 4: Resultados para os dados de Souza (1990)

Exp.	[ M em g x 10 <sup>5</sup> ]			
	Me	Met	Mexp	% Evf
1.1	0,325	0,624	1,273	25,5
1.2	0,298	0,512	0,688	43,3
1.3	0,285	0,396	1,213	23,5
2.1	0,727	1,316	1,429	50,9
2.2	0,686	1,106	1,405	48,8
2.3	0,757	-----	1,664	45,5
3.1	1,908	3,572	2,192	87,1
3.2	1,742	2,995	2,120	82,2
3.3	1,732	2,586	2,086	83,0
4.1	2,491	4,464	4,211	59,2
4.2	2,244	3,751	3,274	68,6
4.3	2,243	3,353	3,354	66,9
5.1	4,100	7,137	4,960	82,7
5.2	3,975	6,425	4,857	81,8
6.1	5,600	9,206	6,894	81,2
6.2	5,737	8,296	6,369	90,1

## CONCLUSÕES

Considerando uma idealização da transferência de calor e de massa, com mudança de fase, durante o estagio de formação de bolhas de gás através de orifícios imersos, foi desenvolvido um modelo para a determinação da massa de líquido evaporada e da transferência de energia em processos de borbulhamento. Mostra-se que a transferência de massa é bastante significativa durante o período de formação das bolhas, e deve ser levada em conta na modelagem dos processos de evaporação por contato direto. O modelo prevê, em valores médios, que 28 a 83% da massa total evaporada pela bolha ocorre no estágio inicial do borbulhamento. Um resfriamento de 40% é estimado pelo modelo, o que confirma as observações experimentais relatadas na literatura especializada. Para curtos tempos de residência o modelo pode ser aplicado também para a descrição da transferência de calor e de massa durante o estagio de translação da bolha através da fase contínua líquida. Para isto é necessário substituir o raio médio pelo raio final, a temperatura e a concentração inicial do gás pelos correspondentes valores das médias volumétricas no instante final do período de formação da bolha; e a correlação para o cálculo do coeficiente de transferência de calor convectivo da fase líquida, que poderá ser aquele recomendado por Hackenberg (1985).

## BIBLIOGRAFIA

- Andrade, A. L., Transferência de Calor em Bolhas Super-Aquecidas, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1985.
- Clift, R., Grace, J. R. e Weber, M. E., Bubbles, Drops, and Particles. 1st. - Edition. Academic Press, New York, 1978.
- Hackenberg, C. M., On the Unsteady Resistance of Submerged Spherical Bodies, Ph.D. Thesis, University of Florida, 1969.
- Hackenberg, C.M., "O Movimento Acelerado e sua Influência na Transferência de Calor de Bolhas Esféricas", Mem. II Simp. Nac. Ciências Térmicas, (190-197), UNAM, México, 1985.
- Pinto A.D. e C.M. Hackenberg, "Transferência de Calor e Massa Durante a Formação de Bolhas Superaquecidas", An. X COBEM, Rio de Janeiro-RJ, 1989
- Pinto, A.D., Formação de Bolhas em Orifícios: Evaporação Inicial em Processos de Borbulhamento, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1990.
- Queiroz, E. M. e Hackenberg, C. M., "O Equilíbrio Interfacial e a Previsão da Taxa de Evaporação em Bolhas Super-Aquecidas", Anais do I Simpósio Brasileiro de Transferência de Calor e Massa, (448-455), Campinas-SP, 1987.
- Safonov, A. I., Gomonova, K. V. e Krylov, V. S., "Heat Transfer to a Growing Bubble During Gas Dispersion in a Liquid". Traduzido de Teor. Osnovy Khim. Tekhnol., 8:(698-705), 1974.
- Schmidt, T. H., "Bubble Formation and Heat Transfer During Dispersion of Superheated Steam in Saturated Water - II: Heat Transfer from Superheated Steam Bubbles to Saturated Water During Bubble Formation". Int. J. Heat Mass Transfer, 20:(647-654), 1977.
- Sideman, S., "Direct Contact Heat Transfer Between Immiscible Liquids". Advances in Chemical Eng., 6:(207-286), Academic Press, New York, 1966.
- Souza, C. A. G., Transferência de Calor com Mudança de Fase em Processos de Borbulhamento. Tese de M.Sc., UNICAMP, 1990.
- Walia, D. S. e Vir, D., "Interphase Mass Transfer During Drop or Bubble Formation". Chem. Engng. Sci., 31:(525-533), 1976.

## ABSTRACT

In this work the simultaneous heat and mass transfer process, including the interface evaporation, during the formation of superheated bubbles through submerged orifices, is analyzed. The resulting dispersed phase temperature and concentration transient profiles, as well as the time dependent gas-liquid interfacial equilibrium behavior, are sufficient to determine the mass of liquid evaporated during the short period of bubble formation.

GRAVITATIONAL SEGREGATION IN A VERTICAL  
 OIL COLUMN BY WATER DISPERSION

Rosa<sup>1</sup>, E.S.; Quiroga<sup>2</sup>, M.H.V.; and França<sup>1</sup>, F.A.  
 (1) FEM/DE - UNICAMP, Campinas-SP 13081- CP 6122  
 (2) PETROBRÁS/ RPSE-DIRCRES, Macaé-RJ

SUMMARY

This study investigates the counter-current flow and the flooding phenomenon in five liquid-liquid systems. The use of a restricted medium, the existence of a non-uniform distribution of  $\alpha$  and the fact that the total flux,  $\langle j \rangle$ , is zero, makes it particular. Under these conditions, one finds a dependence of the drift flux,  $\langle j_{dc} \rangle$ , on the concentration profiles. The measured values of  $\langle j_{dc} \rangle$  are smaller than those calculated if one considers a uniform distribution of the dispersed liquid. The kinematic wave velocity and the flooding point are also affected by the concentration profile.

INTRODUCTION

The gravitational segregation is a technique used to replace a liquid inside a vertical pipe or column. The gravitational segregation is achieved when a heavier and non-miscible liquid is injected at the top of the vertical pipe. The heavier liquid - the dispersed phase - flows downward as droplets and displaces the lighter liquid upward. The operation finishes when the lighter liquid is replaced by the heavier inside the pipe.

The Petroleum industry uses this technique to replace the oil by other non-flammable liquid in a production column of an oil well. One of the advantages of the process is that the heavier fluid is driven downward by the buoyancy forces. It requires a low excess of pressure at the injection site thus minimizing the risks of fracturing the rock formation. When the operation costs are a goal, the replacement process should occur at the shortest period. This is accomplished by injecting the heavier fluid at the maximum flow rate. Beyond this maximum flow rate, a rejection of the heavier liquid is observed in the collecting line, characterizing the occurrence of a flooding phenomenon.

The main characteristics of the gravitational segregation and the flooding phenomenon in this counter-current liquid-liquid flow relate to the fact that the medium is restricted and the average superficial velocity,  $\langle j \rangle$ , is zero. A review of the flooding literature shows a lack of information when these two conditions occur. Taking these into account, this paper presents an experimental investigation of the gravitational segregation and the flooding phenomenon during the counter-current flow of liquid-liquid mixtures, and discusses the kinematic model that describes them.

EXPERIMENTAL METHOD

The schematic in Fig. 1 shows the experimental apparatus used to simulate the gravitational segregation of liquid-liquid mixtures. It consists of a vertical Plexiglas pipe, 89 mm ID and 4000 mm high. At the top of the pipe there are the injection nozzle and an outlet to the collecting line. The bottom end of the pipe is closed. A constant head tank supplies the heavier fluid to the 25 mm ID nozzle concentric with the column. A rotameter measures the injection flow rate. A differential pressure transducer, which is used as a hold-up indicator, reads the pressure difference between two taps 650 mm apart.

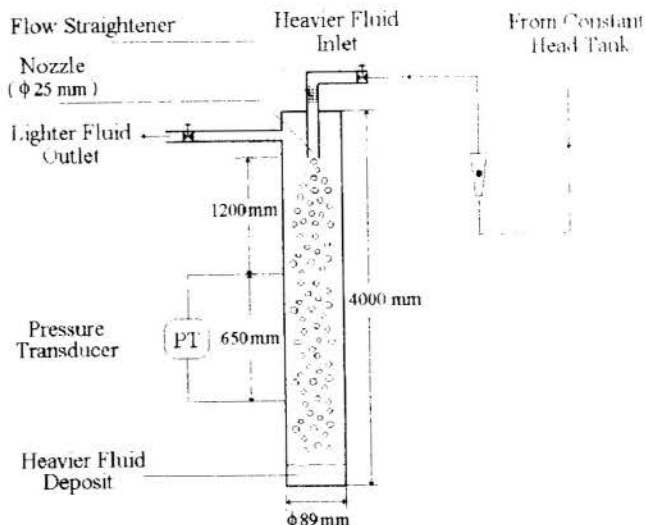


Figure 1. Schematic diagram of the experimental apparatus.

Two types of clear industrial oils, OB-09 and OB-54, have been used as the continuum phase. The dispersed phase consisted of tap water, water + NaCl and water + Upetpan. The NaCl increased the water density and the Upetpan, a tense active liquid, lowered its surface tension. The combination of these continuum and dispersed phases gave rise to five distinct liquid-liquid systems. The Table 1 summarizes their physical properties.

Table 1. Physical properties of the liquid-liquid systems.

Systems	T (°C)	$\mu_c$ (cP)	$\rho_c$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\rho_d$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\Delta\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\sigma$ (dyne/cm)
OB-9 + Water	28.7	14.0	0.86	1.01	0.15	26.3
OB-9 + Upetpan	27.4	14.0	0.86	1.01	0.15	8.3
OB-9 + Water+NaCl	28.0	14.0	0.86	1.09	0.23	21.3
OB-54 + Water	28.8	95.0	0.88	1.01	0.13	27.6
OB-54 + Water+NaCl	27.0	95.0	0.88	1.11	0.23	23.3



**Experimental Procedure.** An average of five experimental points have been taken for each liquid-liquid system. The experimentation consisted of a batch process. Once the column and the injection line were filled up, the process started setting up a injection flow rate. The water flows down as dispersed droplets and displaces the oil at the bottom of the pipe. As the process advanced in time, an oil/water interface advances toward the top. During this process a transducer measures the pressure difference before the interface reaches the lowest tap. The volumetric concentration of the heavier liquid - the hold-up - is calculated from this measurement.

While the process was taking place the pressure transducer showed a stable signal indicating the occurrence of steady state flow. For each liquid-liquid system this procedure was repeated for increasing flow rates. The maximum flow rate corresponds to the condition when the heavier fluid started returning by the collecting line. Video and photographs registered the phase arrangement. It could be seen that the dispersed phase is formed by droplets in the distorted flow regime. This is attributed to the nozzle characteristics and to the liquids transport properties.

The average cross section volumetric flux of both phases is evaluated as

$$\langle j_d \rangle = - \langle j_c \rangle = \frac{Q_d}{A} \quad (1)$$

where  $Q_d$  is the dispersed phase flow rate,  $A$  is the pipe cross section area and  $\langle \rangle$  is the area averaged symbol. Equation (1) holds under the assumption that the flow is on steady state and the phases are incompressible. As a consequence the average cross section total flux,  $\langle j \rangle = 0$ , and the average cross section drift flux,  $\langle j_{dc} \rangle$ , turns to be

$$\langle j_{dc} \rangle = \langle j_d \rangle \quad (2)$$

The experimental results are shown in Fig 2 in the form of a Wallis (1969) diagram. The ordinate is the average cross section drift flux,  $\langle j_{dc} \rangle$ , divided by the terminal velocity of a drop,  $U_t$ , against the average cross section hold up,  $\langle \alpha \rangle$ . The error bars indicate the uncertainties associated with the collected data.

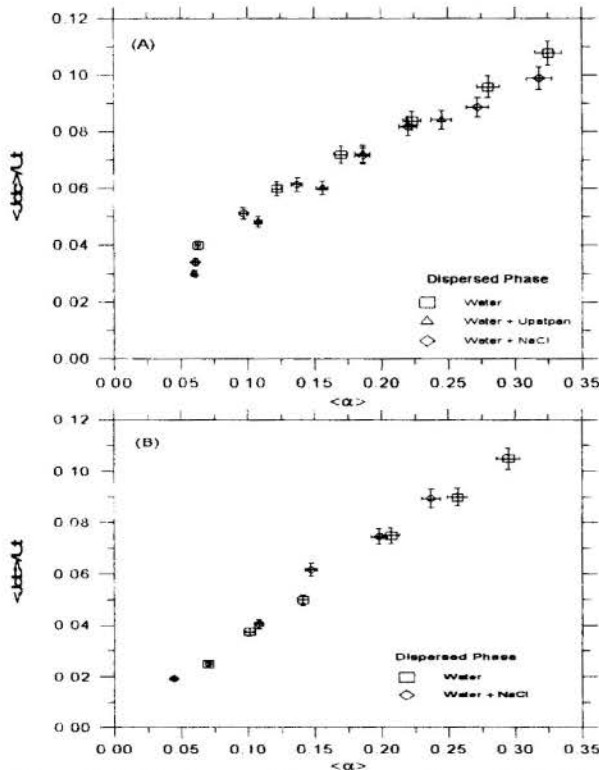


Figure 2. Wallis diagram. (A) continuous phase OB-09, (B) continuous phase OB-54.

## ANALYSIS

The analysis of the present counter-current flow uses the drift-flux theory originally proposed by Zuber & Findlay (1965). The effects of the drift velocity on the average volumetric concentration is evaluated by considering the influence of the  $\alpha$  gradient on both the drift velocity and the volumetric concentration distributions.

The mean drift flux and the local drift velocity,  $V_{dj}$ , are related by the dispersed phase density,  $\alpha$

$$\langle j_{dc} \rangle = \langle \alpha \cdot V_{dj} \rangle \quad (3)$$

It is well documented in the literature that the local drift velocity for distorted drops, in absence of stress gradient, depends on the local concentration (Wallis 1969 and Ishii & Zuber 1979). It can be expressed as:

$$V_{dj} = U_t \cdot (1 - \alpha)^n \quad (4)$$

where  $U_t$  is the terminal falling velocity of a single drop in an infinity media and the exponent  $n$  is a constant that depends on the liquid transport properties. It assumes values in the range from 0 to 3 for gas-liquid systems and from 0 to 4 in gas-solids systems. A major simplification is achieved when the distribution of the dispersed phase is uniform. The local drift velocity is coincident with the average cross section drift velocity. Then, it is possible to obtain an expression relating the average drift flux to the dispersed phase concentration by substituting Eq. (4) in Eq. (3),

$$\frac{\langle j_{dc} \rangle}{U_t} = \langle \alpha \rangle (1 - \langle \alpha \rangle)^n \quad (5)$$

The experimental results for the present systems show that "n", evaluated by Eq. (4) is, by far, not constant. For a restricted medium and a non-uniform distribution of the dispersed phase, it exhibits a functional dependence on  $\langle \alpha \rangle$ .

To keep the  $\alpha$  gradient information, Eq. (3) is rewritten as a product of averages quantities times a covariance coefficient,  $C_1(\langle \alpha \rangle)$ ,

$$\langle j_{dc} \rangle = \langle \alpha \rangle \cdot V_{dj}(\langle \alpha \rangle) \cdot C_1(\langle \alpha \rangle) \quad (6a)$$

$$C_1(\langle \alpha \rangle) = \left[ \frac{\langle V_{dj} \rangle}{V_{dj}(\langle \alpha \rangle)} \right] \cdot \left[ \frac{\langle \alpha V_{dj} \rangle}{\langle \alpha \rangle \cdot \langle V_{dj} \rangle} \right] \quad (6b)$$

where  $V_{dj}(\langle \alpha \rangle)$  is the local drift velocity of the dispersed flow in a confined channel, evaluated at  $\langle \alpha \rangle$ . The calculation of  $C_1(\langle \alpha \rangle)$  using the Eq. (6b) requires the knowledge of the profiles of  $V_{dj}$  and  $\alpha$ . Fortunately,  $C_1(\langle \alpha \rangle)$  can be estimated from experimental data if one combines Eq. (4) and Eq. (6a) and uses Eq. (15) to predict  $V_{dj}(\langle \alpha \rangle)$ .

$$C_1(\langle \alpha \rangle) = (1 - \langle \alpha \rangle)^{n(\langle \alpha \rangle)} / [V_{dj}(\langle \alpha \rangle) / U_t] \quad (7)$$

According to Ishii (1977), the local drift velocity for a distorted-particle regime in a confined channel is:

$$\frac{V_{dj}}{|U_t|} = (1 - \alpha) \cdot \frac{\mu_c}{\mu_m} \cdot [g^*(1 - \alpha) - M_\tau^*] \cdot \frac{1 + 0.1 \cdot NRe_{min}^{0.75}}{1 + 0.1 \cdot NRe_{min}^{0.75} \cdot [f(\alpha)]^{6/7}} \quad (8)$$

where

$$f(\alpha) = (1 - \alpha)^{0.5} \cdot \mu_c / \mu_m, \quad \frac{\mu_m}{\mu_c} = (1 - \alpha)^{-2.5(\mu_d + 0.4\mu_c) / (\mu_c + \mu_d)}$$

$NRe_{min}$  is the particle Reynolds number related to the transition from the undistorted to the distorted-particle regime (Quiroga, 1994) and  $g^*$  and  $M_\tau^*$  are the dimensionless groups involving gravity forces and stress gradient defined as:

$$g^* = g \cdot (\rho_c - \rho_d) / (\Delta \rho \cdot g) \quad (9)$$

$$M_\tau^* = (1 - \alpha) \cdot (M_{\tau c} - M_{\tau d}) / (\Delta \rho \cdot g) \quad (10)$$

If one considers the five liquid-liquid systems and the range of the flow rates of the experiments, it can be shown that  $M^*_{\tau}$  in Eq. (10) is of the order of magnitude  $10^{-2}$ . The conclusion is that this is a flow dominated by a balance among the gravity, buoyancy and drag forces.

**The Constitutive Equations for  $V_{dj}$ .** Considering that the force due to the shear stress gradient does not contribute to the overall force balance, the local drift velocity based on the average cross section hold-up is simplified from Eq. (8) to:

$$\frac{V_{dj}(\langle \alpha \rangle)}{|U_t|} = (1 - \langle \alpha \rangle)^{1.5} \cdot f(\langle \alpha \rangle) \cdot \frac{1 + 0.1 \cdot NRe_{min}^{0.75}}{1 + 0.1 \cdot NRe_{min}^{0.75} \cdot [f(\langle \alpha \rangle)]^{6/7}} \quad (11)$$

Similarly, since one implicitly knows the hold-up profiles from  $C_1(\langle \alpha \rangle)$ , the average cross-section drift velocity is:

$$\frac{\langle V_{dj} \rangle}{|U_t|} = \frac{1}{A} \int (1 - \alpha)^{1.5} \cdot f(\alpha) \cdot \frac{1 + 0.1 \cdot NRe_{min}^{0.75}}{1 + 0.1 \cdot NRe_{min}^{0.75} \cdot [f(\alpha)]^{6/7}} \cdot dA \quad (12)$$

**Hold-Up Profiles.** Fig. 3 shows the experimental points of the covariance coefficients (open squares and circles), as determined by Eq. (7). The solid lines in Fig 3 are the predictions given by Eq. (6b). This holds for a given  $\alpha$  profile, taken as a function of  $\langle \alpha \rangle$ .

The general behavior of  $C_1(\langle \alpha \rangle)$  is to grow as  $\langle \alpha \rangle$  grows. The upper most limit of  $C_1(\langle \alpha \rangle)$  is 1, which means a uniform  $\alpha$  profile across the column cross section. This is physically consistent if one considers a restricted media: as  $\langle \alpha \rangle$  increases, the  $\alpha$  profile approaches a more uniform distribution due to the media restriction.

The viscosity of the continuous phase influences the dependence of  $C_1$  on  $\langle \alpha \rangle$ . The droplets released by the nozzle grow as the viscosity increases. Thus, the greater the viscosity more quickly the dispersed phase attains a uniform distribution across the pipe section.

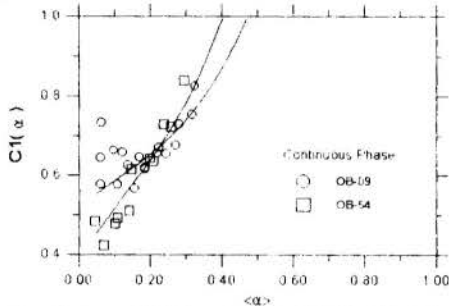


Fig. 3 - Values of  $C_1(\langle \alpha \rangle)$ . (A) OB-09, (B) OB-54

Unfortunately, the kinematic model lacks of constraints to determine uniquely the  $\alpha$  profile. However, this can be estimated from the experimental results for  $C_1(\langle \alpha \rangle)$ , assuming distributions for  $\alpha$  and evaluating  $C_1(\langle \alpha \rangle)$  from Eq. (6b). These estimates require that one knows the drift flux velocities, Eq. (11) and Eq. (12). For reference, the values of  $NRe_{min}$  were 44 and 20 for the systems with OB-09 and OB-54, respectively. To calculate  $NRe_{min}$ , the criterion is the transition from undistorted to distorted bubble pattern, following Ishii (1977).

Power relations were the first approach for the  $\alpha$  profiles:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = 1 - \left( \frac{R}{R_w} \right)^m \quad (13)$$

$\alpha_0$ ,  $R$  and  $R_w$  are, respectively, the hold-up at the center, the radial position and the column radius. Eq. (13) has just one parameter of adjustment, since

$$\langle \alpha \rangle = \alpha_0 \cdot \left( \frac{m}{m+2} \right); \quad \text{for } \langle \alpha \rangle \leq \alpha_0 < 1$$

For a large range of values for  $m$ , the covariance coefficients resulted nearly constant, decreasing slightly as  $\langle \alpha \rangle$  grew. Clearly, these power profiles were not capable to describe the experimental behavior of  $C_1(\langle \alpha \rangle)$ , see Fig. 3.

The use of power relations with two parameters of adjustment gave rise to better adjustments:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = 1 - \left( \frac{R}{R_L} \right)^m; \quad \text{for } R \leq R_L \leq R_w \quad (14)$$

where  $R_L$  is the second parameter. It settles the width of the  $\alpha$  profile up to a distance  $R_L$  from the pipe centerline. For these profiles, the relationship between  $\alpha_0$  and  $\langle \alpha \rangle$  is:

$$\langle \alpha \rangle = \alpha_0 \cdot \left( \frac{m+2 \cdot (1 - (R_w/R_L)^m)}{m+2} \right); \quad \text{for } \langle \alpha \rangle \leq \alpha_0 < 1$$

Equation (14) describes the experimental behavior of  $C_1(\langle \alpha \rangle)$  as long as the parameter  $m$  and  $R_L$  are functions of  $\langle \alpha \rangle$ . Even tough, the  $\alpha$  profile is not unique. The best results come from nearly flat profiles (akin to turbulent ones), as suggest the photographs and videos. Therefore,  $m$  assumes high values. Further simplification to Eq. (14) comes when one takes the limit  $m \rightarrow \infty$ . It thus approaches the step function:

$$\alpha = \alpha_0, \quad \text{for } R < R_L \quad \text{and} \quad \alpha = 0, \quad \text{for } R_L \leq R \leq R_w$$

## RESULTS OF THE KINEMATIC MODEL

The kinematic model, stated by Eq. (5), predicts the experimental points, taking into account the functional dependence of  $n$  in  $\langle \alpha \rangle$ . Fig. 5 presents the results, where the circles are the experimental values, calculated after Eq. (5). In this case, the exponent  $n$  is given by

$$n(\langle \alpha \rangle) = \frac{\log[(\langle j_{dc} \rangle / |U_t|) \cdot \langle \alpha \rangle]}{\log[1 - \langle \alpha \rangle]} \quad (15)$$

The profiles stated by the Eq. (14), and the respective distribution coefficient,  $C_1(\langle \alpha \rangle)$ , originated the solid line. Now, the exponent "n" is

$$n(\langle \alpha \rangle) = \frac{\log[V_{dj}(\langle \alpha \rangle) \cdot C_1(\langle \alpha \rangle)]}{\log[1 - \langle \alpha \rangle]} \quad (16)$$

The dotted line represents the values of "n" for a uniform distribution of  $\alpha$ . It arises from Eq. (16), making  $C_1(\langle \alpha \rangle) \equiv 1$ .

As expected, the assumption of constant value for the exponent "n" does not apply for both a uniform or a non-uniform profile. For a uniform profile, it grows mildly as  $\langle \alpha \rangle$  increases. If one considers a non-uniform profile, there is a strong dependence of "n" on  $\langle \alpha \rangle$ . It decreases as  $\langle \alpha \rangle$  increases, tending to the values given by the uniform profile.

A physical explanation for these results follows. Revisiting Eq. (6a), one sees that  $V_{dj}(\langle \alpha \rangle)$  is fairly well represented by

$$V_{dj}(\langle \alpha \rangle) = U_t \cdot (1 - \langle \alpha \rangle)^{n_{uniform}} \quad (17)$$

where  $n_{uniform}$  is an average value for the uniform concentration medium. By comparing Eq. (6a) with Eq. (5), one finds that the functional form of  $C_1(\langle \alpha \rangle)$  is

$$C_1(\langle \alpha \rangle) = (1 - \langle \alpha \rangle)^{n_{non-uniform}} \quad (18)$$

The exponent " $n_{non-uniform}$ " is a function of  $\langle \alpha \rangle$  and goes to zero as the medium attains a uniform concentration. The substitution of Eqs. (17) and Eq. (18) in Eq. (6a) gives:

$$\frac{j_{dc}(\langle \alpha \rangle)}{U_t} = \langle \alpha \rangle (1 - \langle \alpha \rangle)^{n_{uniform}} \cdot (1 - \langle \alpha \rangle)^{n_{non-uniform}} \quad (19)$$

which is a different way to look at Eq. (5). It is clear that the covariance coefficient is responsible to introduce the effect of the  $\langle \alpha \rangle$  profile in the drift flux. Then, the exponent "n" in Eq. (5) reflects the influence of both the  $NRe_{min}$  (see Eq. (12)) and the  $\alpha$  profile.

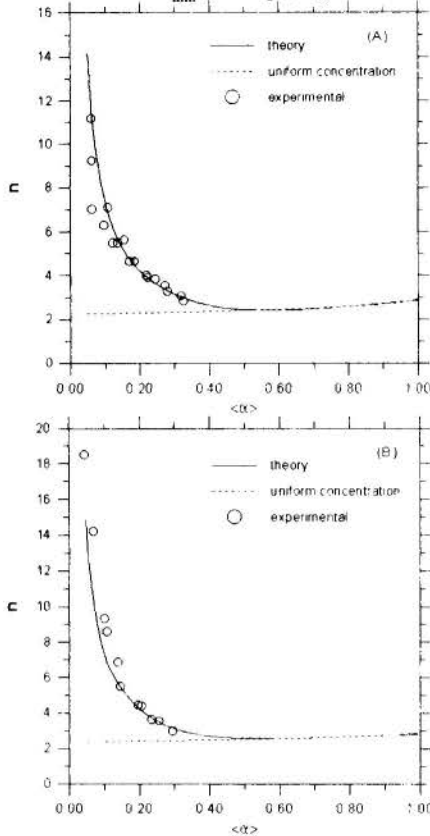


Fig. 5 - Exponent "n": (A) OB-09, (B) OB-54.

Fig. 6 shows that the effect of a non-uniform concentration is to lower the expected drift flux in relation to uniform concentration media. The model approaches asymptotically the curve describing the uniform concentration model. The curves become coincident when  $C1(\langle \alpha \rangle) = 1$ .

**The Flooding Point** The maximum flow rate of the injecting liquid, or the flooding point, can be found if one knows the celerity of the kinematic waves. The celerity of the kinematic or hold-up waves, as proposed by Wallis (1969), is:

$$V_w = \langle j \rangle + \frac{\partial \langle j_{dc} \rangle}{\partial \langle \alpha \rangle} \quad (20)$$

For these gravitational segregation process of liquid-liquid mixtures,  $\langle j \rangle$  is zero and  $V_w$  results from the slope of the curves in Fig. (6). It should be pointed out:

- the flooding phenomenon occurs when the slope goes to zero. For the systems under consideration, the flooding happens for  $\langle \alpha \rangle$  in the range 0.35 and 0.37;
- a non-uniform  $\alpha$  profile seems to decrease the kinematic wave speed. The incertitude to identify experimentally the flooding point does not make this a positive statement;
- when  $\langle \alpha \rangle \rightarrow 0$ , the experimental data approaches asymptotically the curve of the uniform concentration medium, suggesting that  $V_w/U_t \rightarrow 1$ .

A final remark concerns to the comparison between the prediction of  $\langle \alpha \rangle$  at the flooding point and the measured data. Fig. 6 shows that the measured values do not agree with the prediction. The jet break-up phenomenon occurring at the nozzle generates bubbles in different sizes (Clift and Grace, 1978). Thus, the off-set is due to the non-uniformity of the droplet size. As the pictures showed, most of the droplets flowed in the distorted regime. Nonetheless, there were a few ones of smaller size flowing in the

non-distorted regime, for which applies a different drift constitutive relation (Ishii, 1977). To overcome this difficult, the criterion used to identify the flooding point was the occurrence of the first droplet in the collecting line. This criteria punishes the observance of flooding for droplets in the distorted regime.

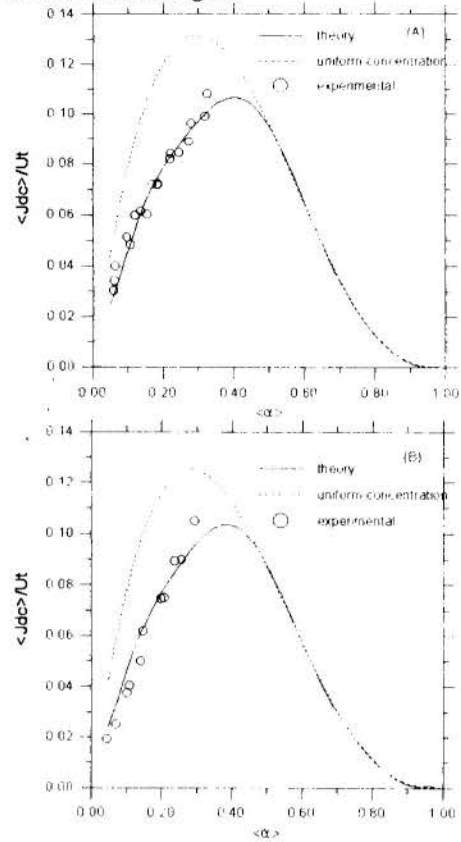


Fig. 6 - "Wallis diagram": (A) OB-09, (B) OB-54

## CONCLUSIONS

This study investigates the counter-current flow and the flooding phenomenon in five liquid-liquid systems. These counter-current flows are driven by a balance among the gravity, buoyancy and drag forces. The use of a restricted medium, the existence of a non-uniform distribution of  $\alpha$  and the fact that the total flux,  $\langle j \rangle$ , is zero, makes it particular. Under these conditions, one finds a dependence of the drift flux,  $\langle j_{dc} \rangle$ , on the concentration profiles. The measured values of  $\langle j_{dc} \rangle$  are smaller than those calculated if one considers a uniform distribution of the dispersed liquid. The kinematic wave velocity is also affected by the concentration profile. Within the range of the experimental data,  $0.05 \leq \langle \alpha \rangle \leq 0.35$ , the effect of the non-uniform distribution of the  $\alpha$  profile is to lower the wave velocity in relation to a uniform medium.

## REFERENCES

- Clift, R.; Grace, J. and Weber, M.E., "Bubbles, Drops, and Particles", Academic Press, London (1978)
- Ishii, M., "One-Dimensional Drift-Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion Between Phases in Various Two-Phase Flow Regimes", Argonne National Laboratory Report, ANL-77-47, 1977.
- Quiroga, M.H.V., "Gravitational Segregation: The Analysis of the Phenomenon and Applications to the Completion Process of Oil Wells," (in portuguese), M.Sc. Thesis. UNICAMP, Campinas-SP, Brazil. 1994.
- Zuber, N. . Findlay, J.A., "Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems", ASME Journal of Heat Transfer, pp. 453-468, Nov. 1965.
- Wallis, G.B., "One-Dimensional Two-Phase Flow", McGraw Hill, N.Y., 1969.

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA NA SOLIDIFICAÇÃO DIRECIONAL.

H. VIELMO

Dpto. de Engenharia Mecânica  
 UFRGS - Sarmiento Leite, 425  
 90050-170 Porto Alegre, RS

A. T. PRATA

Dpto. de Engenharia Mecânica  
 UFSC - Caixa Postal 476  
 88040-900 Florianópolis, SC

### RESUMO

*Apresenta-se um modelo difusivo para a simulação do processo de transferência de calor e massa na solidificação direcional de ligas binárias, especialmente as metálicas. As fases sólida e líquida são tratadas de forma distinta e não é adotada a hipótese de equilíbrio termodinâmico entre elas, comumente utilizada nos modelos de mistura. É introduzido um esquema temporal em volumes finitos, mostrando-se a discretização das equações diferenciais, bem como o seu algoritmo de solução. A metodologia é validada com dados experimentais e também com soluções clássicas existentes na literatura. Finalmente é simulada a solidificação de algumas ligas usuais, tais como Al-Cu e Pb-Sn.*

### INTRODUÇÃO

Um tipo de solidificação de interesse metalúrgico é a solidificação direcional. Nesta classe de problemas o calor é extraído ao longo de uma única direção e sentido, causando a formação de grãos alongados que conferem à peça certas características mecânicas desejáveis.

O modelo de duas fases para ligas binárias descrito a seguir aplica-se a este tipo de situação. Os problemas de difusão de calor e massa são resolvidos em forma acoplada, assumindo que a interface permaneça plana ou celular durante todo o processo de solidificação. É introduzido um esquema temporal onde a incógnita é o intervalo de tempo necessário para a solidificação de um certo volume da malha.

### PROBLEMA TÉRMICO

No modelo a ser explorado o calor é removido pela base, conforme mostra a figura 1. A conservação da energia térmica para a fase sólida escrita no sistema cartesiano de coordenadas e em termos de entalpia, torna-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho_s h_s \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{k_s}{c_s} \frac{\partial h_s}{\partial y} \right] \quad (1)$$

Da mesma forma, para a fase líquida, a conservação da energia térmica é

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho_l h_l \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{k_l}{c_l} \frac{\partial h_l}{\partial y} \right] \quad (2)$$

As eqs. (1) e (2) estão acopladas pelo balanço de energia na interface, que pode ser escrito como

$$\rho_s h_f \frac{d\delta}{dt} + \frac{k_l}{c_l} \frac{\partial h_l}{\partial y} \Big|_{y=\delta} = \frac{k_s}{c_s} \frac{\partial h_s}{\partial y} \Big|_{y=\delta} \quad (3)$$

onde  $d\delta/dt$  é a velocidade de avanço da interface.

Como condições de contorno e inicial para o sólido tem-se, conforme as figuras 1 e 2,

$$q'' = \frac{U}{c_s} \left[ h_{sp} - h_\infty \right] \text{ em } y=0 \text{ e } \forall t \quad (4)$$

$$h_s = h_{s,i} \text{ em } y = \delta(t) \text{ e } \forall t \quad (5)$$

$$h_s = h_{s,ol} \text{ em } t=0 \text{ e } y=0 \quad (6)$$

Assume-se para a condição (4) que o coeficiente de troca de calor,  $U$ , seja conhecido. Neste coeficiente são levadas em conta tanto as resistências térmicas associadas ao molde, como a resistência associada à troca de calor por convecção com o meio externo. Na condição (6) assume-se que tão logo a liga seja vazada no molde a solidificação inicia junto à sua base.

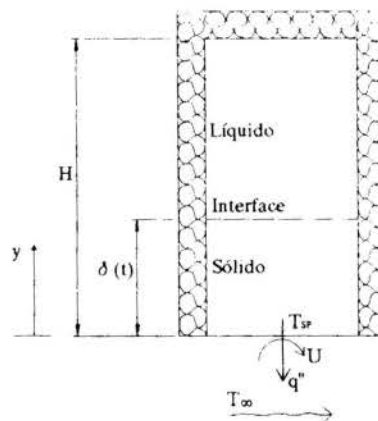


Fig. 1 Modelo físico do problema

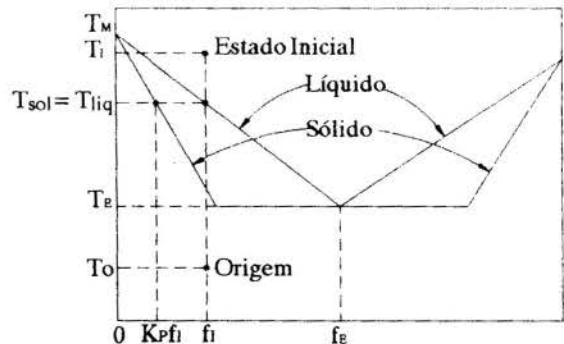


Fig. 2 Diagrama de equilíbrio de fases



Como condições de contorno e inicial para o líquido tem-se, conforme as figuras 1 e 2.

$$\frac{\partial h_l}{\partial y} = 0 \quad \text{em } y = H \text{ e } \forall t \quad (7)$$

$$h_l = h_{li} \quad \text{em } y = \delta(t) \text{ e } \forall t \quad (8)$$

$$h_l = h_l \quad \text{em } t = 0 \text{ e } y > 0 \quad (9)$$

A condição (9) especifica que todo o líquido está na entalpia inicial, com exceção daquele que solidifica junto ao molde ( $y = 0$ ).

## PROBLEMA MÁSSICO

A conservação da massa do componente  $\alpha$  da liga na fase sólida é descrita pela seguinte equação

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho_s f_s^\alpha \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho_s D_s^\alpha \frac{\partial f_s^\alpha}{\partial y} \right] \quad (10)$$

onde  $f_s^\alpha$  é a fração em massa ou concentração do componente  $\alpha$  na fase sólida da liga, e  $D_s^\alpha$  é a difusividade mássica deste componente na fase sólida.

De forma similar, para a fase líquida tem-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho_l f_l^\alpha \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho_l D_l^\alpha \frac{\partial f_l^\alpha}{\partial y} \right] \quad (11)$$

Adotando a nomenclatura solvente e soluto, usual em ligas, assume-se que o componente  $\alpha$  a quem se referem as eq. (10) e (11) é o soluto, deixando-se portanto de referenciar este superíndice.

Um balanço de massa na interface resulta na seguinte equação

$$\rho_s \left[ f_{li} - f_{si} \right] \frac{d\delta}{dt} = - \rho_l D_l \left. \frac{\partial f_l}{\partial y} \right|_{y=\delta} + \rho_s D_s \left. \frac{\partial f_s}{\partial y} \right|_{y=\delta} \quad (12)$$

Como condições de contorno e inicial para o sólido tem-se, conforme as figuras (1) e (2),

$$\frac{\partial f_s}{\partial y} = 0 \quad \text{em } y = 0 \text{ e } \forall t \quad (13)$$

$$f_s = f_{si} \quad \text{em } y = \delta(t) \text{ e } \forall t \quad (14)$$

$$f_s = K_P f_l \quad \text{em } t = 0 \text{ e } y = 0 \quad (15)$$

onde  $K_P$  é o coeficiente de partição de fases da liga. A aproximação das linhas do diagrama de fases por retas incorre em um  $K_P$  constante.

Como condições de contorno e inicial para o líquido tem-se, conforme as figuras (1) e (2),

$$\frac{\partial f_l}{\partial y} = 0 \quad \text{em } y = H \text{ e } \forall t \quad (16)$$

$$f_l = f_{li} \quad \text{em } y = \delta(t) \text{ e } \forall t \quad (17)$$

$$f_l = f_l \quad \text{em } t = 0 \text{ e } y > 0 \quad (18)$$

A formulação do problema está agora terminada, e constitui-se de quatro equações diferenciais acopladas. As condições de balanço na interface sólido-líquido incorporam as descontinuidades de fluxo de calor e de soluto nela existentes, conforme as eq. (3) e (12). A seguir é explorada a metodologia de solução.

## METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

A discretização e a solução das equações diferenciais (1), (2), (10) e (11) é realizada através de uma metodologia de volumes finitos (Patankar, 1980). A integração destas equações ao longo de um volume de controle contendo somente sólido ou somente líquido é realizada de maneira usual. Por este motivo a atenção é aqui concentrada sobre um volume de controle que contenha a interface. Existem dois procedimentos distintos para a abordagem do problema.

No primeiro deles escolhe-se um incremento de tempo adequado  $\Delta t$ , calculando a seguir o avanço da interface a cada incremento. Este procedimento é ilustrado na figura 3.

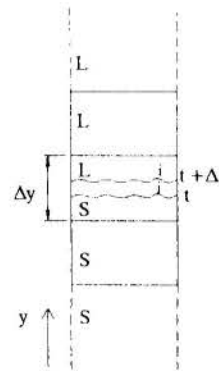


Fig. 3 Solidificação de uma fração do volume de controle a ser determinada, para um dado  $\Delta t$

No segundo, contrariamente, uma vez escolhida a malha para a solução do problema passa-se a calcular o incremento de tempo necessário para a solidificação completa do volume de controle que contém a interface. A figura 4 mostra este procedimento.

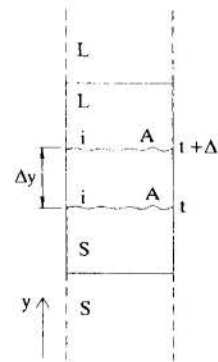


Fig. 4 Solidificação completa de um volume de controle num intervalo de tempo a ser calculado

O primeiro procedimento foi implementado e testado (Vielmo, 1993), não sendo entretanto aqui adotado em função de problemas associados à eficiência numérica do esquema.

O segundo procedimento foi adotado e juntamente com a metodologia proposta resultou em tempos computacionais relativamente pequenos. Para fins de cálculo a interface é assumida

como estando, ao longo do intervalo de tempo  $\Delta t$ , estacionada no centro do volume bifásico conforme ilustra a figura 5.

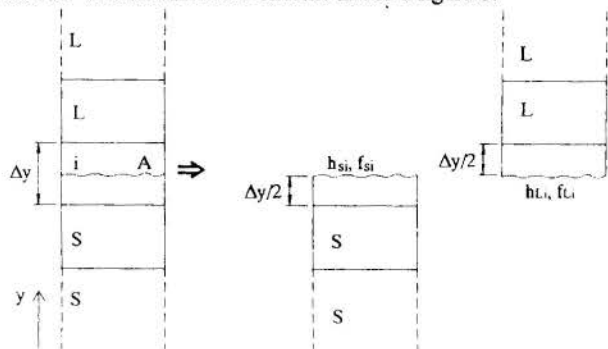


Fig. 5 Decomposição do domínio em cada fase e relação com a interface

Uma vez calculada a concentração do líquido junto à interface,  $f_{li}$ , tira-se através do diagrama de equilíbrio de fases a sua entalpia,  $h_{li}$ . Note-se que  $f_{si} = K_p f_{li}$  e  $h_{si} = h_{li} - hf$ , onde  $hf$  é o calor latente de fusão.

Do exposto até aqui conclui-se que as duas variáveis fundamentais a serem buscadas na medida em que a interface movimenta-se ao longo do domínio são  $f_{li}$  e  $\Delta t$ . Isto é feito através dos balanços de calor, eq. (3), e massa, eq. (12), na interface.

O balanço de calor na interface, já integrado no tempo e também ao longo de um volume interfacial, conforme mostrado na figura 6, assumindo que  $\rho_s = \rho_l = \rho$  e observando que  $hf = h_{li} - h_{si}$  pode ser expresso da seguinte forma

$$\frac{\rho \text{Vol}}{\Delta t} (h_{li}^t - h_{li}^s) + H_{ll} (h_{liN} - h_{li}) = H_{ls} (h_{si} - h_{ss}) \quad (19)$$

onde

$$H_{ll} = \frac{k_l A}{c_l \delta_N} \quad \text{e} \quad H_{ls} = \frac{k_s A}{c_s \delta_S} \quad (20)$$

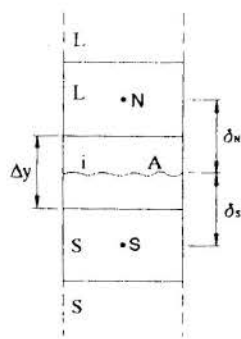


Fig. 6 Volume de controle interfacial

O balanço de soluto na interface, já integrado no tempo e também ao longo de um volume interfacial, conforme mostrado na figura 6, e assumindo que  $\rho_s = \rho_l = \rho$  pode ser expresso da seguinte forma

$$\frac{\rho \text{Vol}}{\Delta t} (f_{li}^t - f_{li}^s) + H_{ml} (f_{liN} - f_{li}) = H_{ms} (f_{si} - f_{ss}) \quad (21)$$

onde

$$H_{ml} = \frac{\rho D_l A}{\delta_N} \quad \text{e} \quad H_{ms} = \frac{\rho D_s A}{\delta_S} \quad (22)$$

## ALGORITMO DE SOLUÇÃO

A solução das equações diferenciais de transporte é obtida de forma segregada, segundo o seguinte algoritmo:

1. Especificação das propriedades físicas da liga, do tamanho do domínio de cálculo e das condições inicial e de contorno.
2. Cálculo de  $f_{li}$  e  $\Delta t$ .
3. Cálculo de  $h_{li}$ ,  $h_{si}$  e  $f_{si}$ .
4. Cálculo de  $h_s$  e  $f_s$  do volume que está concluindo a sua solidificação, segundo as funções de interpolação empregadas.
5. Resolução das equações diferenciais para a obtenção dos campos de  $h_s$ ,  $h_l$ ,  $f_s$  e  $f_l$ , ou seja, puro sólido ou puro líquido.
6. Retorno ao passo 2 até alcançar a convergência para um dado instante de tempo.
7. Alcançada a convergência, avanço da interface para o próximo volume da malha, avanço no tempo e retorno ao passo 2, até concluir a solidificação de todo o domínio.

## VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA

Com o objetivo de validar a metodologia proposta os problemas térmico e mássico são agora temporariamente desacoplados. É então simulada a solidificação de chumbo puro, comparando-se com os resultados experimentais fornecidos por Garcia e Prates, 1978.

Note-se que embora neste caso somente o problema térmico esteja presente, por tratar-se de uma substância pura, esta comparação tem força de validação no que tange à metodologia de solução das equações, tanto no sólido como no líquido. Na figura 7 compara-se a posição da frente de solidificação obtida experimentalmente com os valores numéricos obtidos pela presente formulação.

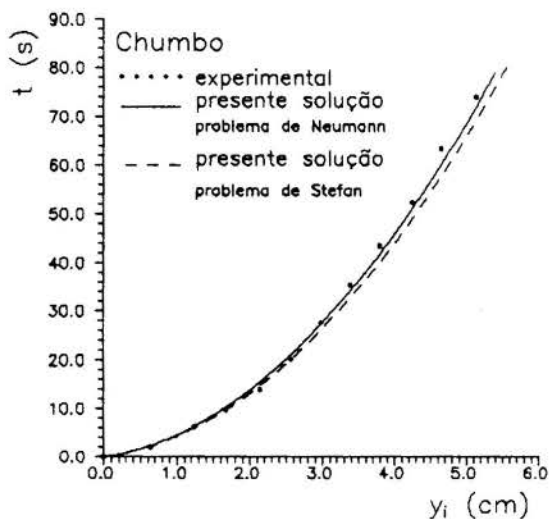


Fig. 7 Comparação com resultados experimentais

Garcia e Prates especificam em seu trabalho que a temperatura inicial do chumbo no experimento era de  $5^\circ\text{C}$  acima da temperatura de mudança de fase, tratando-se portanto de um problema de Neumann. A figura 7 mostra as simulações tanto de problema real, como de uma simplificação ao considerar-se que o superaquecimento inicial é nulo, recaindo assim em um problema de Stefan. Conforme o esperado, a velocidade da interface no problema de Neumann é menor do que a do problema de Stefan, já que neste caso é necessário desuperaquecer o líquido.

Uma solução analítica clássica para o problema em questão é a de Smith, Tiller e Rutter, 1955. Neste trabalho, a fim de tornar viável uma solução analítica para o problema mássico, o problema térmico é desconsiderado. É então assumido que a interface move-se com velocidade constante e prescrita. O problema mássico é resolvido com as simplificações de difusividade mássica nula no

sólido e domínio semi-infinito. Estas hipóteses simplificativas, a menos da velocidade prescrita na interface, que exige ajustes, não impedem uma comparação com o presente modelo na região do transiente inicial. Para uma discussão detalhada sobre as regiões de concentração decorrentes da solidificação direcional ver Flemings, 1974.

A figura 8 mostra a concentração da fase sólida,  $f_s$ , em função da posição da interface,  $y_i$ , para três razões de partição de fase,  $K_p$ . Os valores de  $f_s$  na figura 8 estão divididos pela concentração inicial do líquido e os valores  $y_i$  estão adimensionalizados utilizando a velocidade da interface,  $V$ , e a difusividade do líquido,  $D_L$ . A boa concordância entre os resultados analíticos e numéricos aponta no sentido da validade da presente formulação.

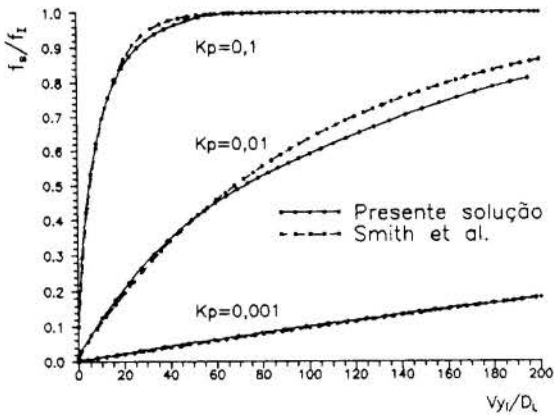


Fig. 8 Comparação com a solução de Smith et al.

## SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS USUAIS

A título de ilustração da potencialidade do presente modelo são agora mostrados resultados de simulações com as ligas alumínio-cobre e chumbo-estanho. São empregados coeficientes de troca de calor,  $U$  (fig.1), desde 20 até 50.000  $W/m^2K$ , alturas do domínio,  $H$  (fig.1), desde 1 até 5cm e temperaturas iniciais,  $T_i$ , desde  $1.05T_M$  até  $1.2T_M$ , onde  $T_M$  é a temperatura de fusão do solvente da liga (fig. 2), em graus Celsius.

A figura 9 mostra a velocidade da interface em função da sua posição, ambas adimensionalizadas, para a liga Pb-1%Sn. Ao analisar o comportamento destas curvas deve-se levar em conta que a velocidade da interface,  $d\delta/dt$ , está presente tanto na eq. (3) como na eq. (12), ou seja, ela depende da taxa de resfriamento da peça e também da redistribuição de soluto na fase líquida.

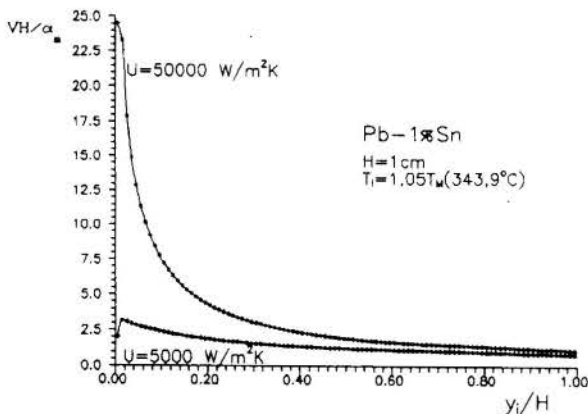


Fig. 9 Pb-1%Sn, velocidade da interface ao longo do domínio

A figura 10 mostra a distribuição final de soluto numa peça de Al-2%Cu, adimensionalizada com base na distribuição inicial. Pode-se observar claramente nesta figura as três regiões típicas deste tipo de solidificação (Flemings, 1974).

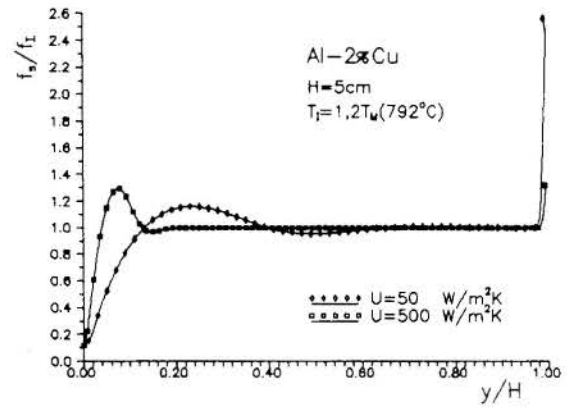


Fig. 10 Al-2%Cu, composição final da peça

Em algumas simulações realizadas (Vielmo, 1993) houve a ocorrência de subresfriamento constitucional (Kurz e Fisher, 1986). Nestas condições a interface plana é instável, propiciando o surgimento de morfologias dendríticas. Acredita-se que o pico de concentração observado entre o transiente inicial e o regime permanente na figura 10 esteja ligado a este fato. Testar a presente metodologia nestas situações extremas assegura a eficiência do esquema numérico introduzido.

## CONCLUSÕES

No presente trabalho é introduzida uma nova metodologia para a solução do problema da solidificação direcional de ligas binárias. Os casos analisados indicam que o procedimento é estável e numericamente eficiente.

A formulação adotada, em duas fases, apresenta um excelente potencial para o tratamento de situações mais complexas, como por exemplo a solidificação na presença de estruturas dendríticas.

## REFERÊNCIAS

- Flemings, M.C.; 1974. "Solidification Processing", McGraw-Hill, New York.
- Garcia, A., Prates, M., 1978. "Mathematical Model for the Unidirectional Solidification of Metals: I. Cooled Molds", *Metallurgical Transactions B*, vol. 9B, pp. 449-457.
- Kurz, W., Fisher, D.J., 1986. "Fundamentals of Solidification", Trans Tech Publication, Switzerland.
- Patankar, S.V., 1980. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, New York.
- Smith, V.G., Tiller, W.A., Rutter, J.W., 1955. "A Mathematical Analysis of Solute Redistribution During Solidification", *Canadian Journal of Physics*, vol. 33, pp. 723-745.
- Vielmo, H., 1993. "Simulação Numérica da Transferência de Calor e Massa na Solidificação de Ligas Binárias", *Tese de Doutorado*, CPGEM/UFSC, Florianópolis, Brasil.

## ABSTRACT

A diffusive model to simulate the heat and mass transfer in the directional solidification of binary alloys is presented. The solid and liquid phases are treated separately, without the adoption of the thermodynamical equilibrium between the phases as is common in most of the continuum models available in the literature. It is introduced a temporal scheme with the finite volume method. The methodology is validated using experimental data and classical analytical solutions. Finally the solidification of usual alloys like Al-Cu and Pb-Sn are simulated and discussed.

## VAPORIZATION OF DILATING NON-IDEAL BINARY DROPLETS WITH RADIATION ABSORPTION

P. L. C. LAGE, C. M. HACKENBERG

Programa de Engenharia Química, COPPE

Universidade Federal do Rio de Janeiro, 21945-970 Rio de Janeiro, C.P. 68502, Brasil

and R. H. RANGEL

Department of Mechanical and Aerospace Engineering

University of California at Irvine, Irvine CA 92717-3975, USA

### SUMMARY

*A recently developed liquid vaporization model for multicomponent droplets has been enhanced in order to study the effect of thermal radiation absorption in binary droplet vaporization. The possible coupling between radiation absorption and droplet microexplosion is also investigated. The results show that radiation absorption can influence droplet vaporization in combustion environments and might explain some experimental findings on microexplosion phenomena. The vaporization model including radiation absorption also predicts the experimentally-observed sparkle at the end of droplet combustion (flash vaporization).*

### INTRODUCTION

The explosive vaporization of multicomponent mixtures has been predicted theoretically (Law, 1978) and confirmed experimentally (Lasheras *et al.*, 1980, Wang and Law, 1985, Wang *et al.*, 1984) for a low Reynolds number droplet. Recently, the vaporization and microexplosion of burning methanol-dodecanol mixture droplets has been observed at low gravity conditions (Yang *et al.*, 1990), which eliminates buoyancy effects. There is agreement among experimental and numerical investigators that the basic causes of microexplosion are the different rates of thermal and mass diffusion and the volatility differential between the mixture components. The predicted trends of necessary volatility differentials and influence of concentration and pressure have been verified by experiments (Lasheras *et al.*, 1980, Wang and Law, 1985, Wang *et al.*, 1984). However, the radial positions at which bubbles are formed are much closer to the droplet center than the conventional diffusive model predicts (Wang *et al.*, 1984). Another interesting observation is the fact that alcohol-alkane mixtures undergo explosive vaporization only if the alcohol is the more volatile component (Wang and Law, 1985). This might be explained by the non-ideality of the liquid mixture, since non-ideal mixtures tend to present a lower nucleation temperature than that obtained by the molar-weighted average of the pure component nucleation temperatures. Another interesting experimental fact is that, when no disruptive burning occurs, the combustion of pure-substance or mixture droplets ends with a weak sparkle. This was believed to be caused by the microexplosion of the very small droplets due to the presence of heavy impurities in the fuels (Wang and Law, 1985, Wang *et al.*, 1984). Recent simulation results (Lage *et al.*, 1993) indicate that microexplosion is a result of flash vaporization, which does not require the presence of impurities in a binary droplet in order to occur.

Recently, a diffusive liquid vaporization model for multicomponent droplet vaporization has been developed (Lage *et al.*, 1993). It includes: spatially and time dependent density, the interdiffusion term in the energy equation, variable properties, and non-ideal phase equilibrium. This model predicts a faster vaporization than that predicted by the conventional diffusive model (Law, 1978). This is mainly due to the presence of a radial velocity caused by the thermal expansion of the droplet. This model is also able to predict the weak sparkle at the end of the combustion of a multicomponent droplet (Lage *et al.*, 1993). Another vaporization model that includes spatially variable density and specific heat of the liquid-phase is the one recently developed by Megaridis (1993) for a convective environment. The inclusion of these property variations also promotes a faster droplet vaporization, caused mainly by the thermal expansion, as has been anticipated by Lage *et al.* (1993).

The influence of radiation absorption in monocomponent droplet vaporization has been extensively analyzed (Lage and Rangel, 1993b, Park and Armstrong, 1989, Tuntomo, 1990). A criterion has been proposed to determine the influence of thermal radiation absorption in droplet vaporization (Lage and Rangel, 1993b). However, the interaction between radiation absorption and microexplosion phenomena in multicomponent droplet vaporization is not well understood.

In this work, the diffusive model previously developed is improved by the addition of radiation absorption effects. The new model is used to verify the importance of thermal radiation absorption in multicomponent droplet vaporization. Using this model, the possible interaction between droplet microexplosion and radiation absorption is analyzed. The non-ideal behavior of the liquid mixture is considered both in the phase equilibrium at the surface and in the superheating temperature calculation.

### VAPORIZATION MODEL

The diffusive vaporization model is fully described in a previous paper (Lage *et al.*, 1993). It solves the mass, species, and energy conservation equations for the binary droplet, including physical property variations with temperature and concentration and the non-ideal equilibrium at the droplet surface. Here, this model is extended to include radiation absorption inside the droplet. For the stagnant droplets considered here, the gas-phase model is the film theory (Bird *et al.*, 1960). The non-ideal equilibrium at the droplet surface is calculated using the liquid-mixture activity coefficients determined by Wilson's equation (Ohe, 1989).

The absorption of thermal radiation can be calculated by electromagnetic theory if the irradiation characteristics and the mixture optical properties are known (Lage and Rangel, 1993a, Mackowski, 1990). However, the irradiation characteristics (intensity and angular distribution) and the mixture optical properties are often unknown. Thus, some assumptions have to be introduced. Previous results for monocomponent droplet vaporization (Lage and Rangel, 1993b) have shown that the radiation absorption may be approximated by a uniform energy source term inside the droplet. Using this hypothesis, only one parameter, the droplet absorptivity  $\alpha_R$ , is needed in the analysis. Thus, it seems convenient to use a parametric study to analyze the influence of radiation absorption in the vaporization process. The parametric study was carried out by choosing the droplet absorptivity in the range obtained in previous works (Lage and Rangel, 1993a, 1993b) at conditions similar to those prevailing in combustion environments. Further details of the analysis are given elsewhere (Lage, 1992, Lage *et al.*, 1993).

### SUPERHEATING-LIMIT CALCULATION

The homogeneous nucleation theory is used to determine the ki-



netic limit of superheating of a liquid in the absence of any surface or solid matter (active sites). Sripov (1974) gives a description of the several existent theories for nucleation. Several authors have extended the homogeneous nucleation theory to multicomponent mixtures (Avedisian and Glassman, 1981, Blander *et al.*, 1971, Holden and Katz, 1978, Pinnes and Mueller, 1979). The calculation of the kinetic limit of superheating given here closely follows that given by Avedisian and Glassman (1981). Two modifications have been introduced: (1) the partial molar volume of each component is calculated by correlations based on experimental values of the molar volume of the pure substance, since it is known that the Peng-Robinson equation of state does not give accurate liquid volumes, and (2) a pseudo-critical temperature is used in the Gibbs number definition instead of the mixture temperature, following the findings of Lienhard and Karimi (1981) and Biney *et al.* (1986). Thus, the kinetic rate of nucleus formation,  $J$ , is given by

$$J = NB \exp(Gb) \quad (1)$$

where  $N$  is the number density of liquid molecules,  $B$  is the evaporation rate constant and  $Gb$  is the Gibbs number, as given respectively by

$$N \approx \frac{N_{Av}}{V} \quad (2)$$

$$B = \frac{8P\sigma^2}{(P - PL)^2} \left( \frac{2\pi}{R_g T} \right)^{1/2} N_{Av} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{M_i^{1/2}} \quad (3)$$

$$Gb = \frac{16\pi\sigma^3}{3k_B T_{cm} (P - PL)^2} \quad (4)$$

where,  $N_{Av}$  is the Avogadro number,  $V$  is the molar volume,  $R_g$  is the gas constant,  $k_B$  is the Boltzmann constant, subscript  $i$  indicates each species,  $y_i$  is the gas molar fraction,  $M_i$  is the molecular weight,  $\sigma$  is the mixture surface tension,  $PL$  is the liquid-phase pressure,  $T_{cm} = \sum_{i=1}^n y_i T_{ci}$  is the mixture pseudo-critical temperature and  $P = \sum_{i=1}^n P_i$  is the mixture pressure, for the partial pressure of each component,  $P_i$ , given by

$$P \approx y_{ie} P_e \exp \left[ \frac{V_i^L}{R_g T} (P^L - P_e) \right] \quad (5)$$

where  $P_e$  is the pressure and  $y_{ie}$  is the vapor composition at a plane vapor-liquid surface at equilibrium. The phase equilibrium was calculated using the Wilson's equation for the liquid phase activity coefficients and the Peng-Robinson equation for the vapor phase fugacities. Equation (5) corrects for the partial pressure inside the bubble, assuming that the partial molar volume is pressure independent and that the vapor phase fugacities inside the bubble are the same as those for the vapor-liquid equilibrium through a plane surface (Avedisian and Glassman, 1981). Once the process is specified, the nucleation rate is estimated and the superheating limit is calculated by the above equations.

## NUMERICAL SOLUTION

The control-volume method (Patankar, 1980) was used to discretize in space the partial differential equations of the vaporization model. The resulting system of ordinary differential equations are numerically integrated using DAWRS (Differential-Algebraic Waveform Relaxation Solver) (Secchi *et al.*, 1991). The DAWRS algorithm automatically controls the precision in the time integration, while the number of control volumes were varied until converged results for temperature and concentration were obtained. The results shown below are, at least, 1% accurate. Analysis of convergence characteristics of this method is given in a previous work (Lage *et al.*, 1993).

## RESULTS AND DISCUSSION

A heptane-methanol mixture, for which an almost complete set of data is available from different sources (Gallant, 1968, Melhem *et al.*, 1989, Ohe, 1989, Reid *et al.*, 1987, Vargaftik, 1975), was chosen. Moreover, this mixture is highly non-ideal and it resembles the

methanol-gasoline mixture, due to its similar physical properties. In the following, computational results will be shown for the vaporization of droplets with an initial radius of 50  $\mu\text{m}$ , initial temperature of 300 K and initial heptane mass fraction of 0.5, in a stagnant environment at 800 K and 10 atm. The reference temperature,  $T_r$ , is 400 K and the reference properties are the initial mixture properties. The incident thermal radiation is assumed to be isotropic and with the Planck's distribution at 2000K. This temperature is a high temperature (comparing to the environment temperature) to be used as a reference blackbody temperature in a combustion environment. However, it was chosen to intensify the amount of energy absorbed by the droplet in order to verify if there is any coupling between radiation absorption and droplet microexplosion. It should be noted that the mixture analyzed has a small volatility differential, and it should undergo explosive vaporization only at severe conditions.

The phase equilibrium diagram of the n-heptane-methanol mixture at 10 atm is shown in Fig. 1. It has been calculated by using the Wilson's equation for the liquid-phase activities and the Peng-Robinson equation for the gas-phase fugacities (Melhem *et al.*, 1989, Ohe, 1989). This mixture shows an azeotropic point at a heptane molar fraction of about 0.26.

From the vaporization results given in figures 2 and 3, the droplet lifetime for the 50 $\mu\text{m}$ -droplets considered here is about 20 ms (which corresponds to  $\tau = \alpha_o t / R_o^2 \sim 1$ , where the subscript  $o$  indicates the initial conditions). The time available for homogeneous nucleation,  $t_n$ , should be two orders of magnitude lower to insure nucleation during the period of time where the droplet is at a high temperature. Thus,  $t_n$  is of the order of 0.2 ms. An error in this order of magnitude analysis is not too important, because the superheating limit is quite insensible to the  $J$  value used in its calculation. Using the droplet volume, the nucleation rate may be estimated by  $J \sim 3/(t_n 4\pi R^3)$  and the value  $J \sim 10^{10} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$  is thus obtained. The superheating limit predicted for this mixture at 10 atm using the above value of  $J$  is also shown in Fig. 1. From this figure, it is clear that microexplosion is very unlikely in the n-heptane-methanol mixture at these conditions. This conclusion is supported by the fact that the maximum temperature in the phase equilibrium diagram (n-heptane boiling point) is only 8K above the minimum value of the superheating limit. It is worthy noting that there is a minimum in the kinetic superheating limit which is near the azeotropic point of the mixture. This kind of non-ideal behavior might be responsible for the larger tendency to microexplosion shown by non-ideal mixtures.

Figures 2 to 6 show the simulation results for droplet vaporization with radiation absorption, considering droplet absorptance values of 0, 0.10, 0.25, 0.50. Figure 2 shows the time variation of the dimensionless droplet radius,  $\beta = R/R_o$ . It is clear that radi-

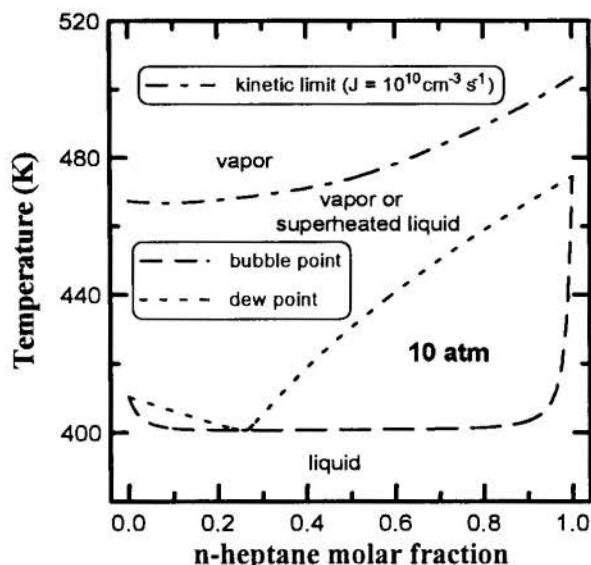


Figure 1: Phase-equilibrium diagram of the n-heptane-methanol mixture at 10 atm, including the kinetic superheating limit.

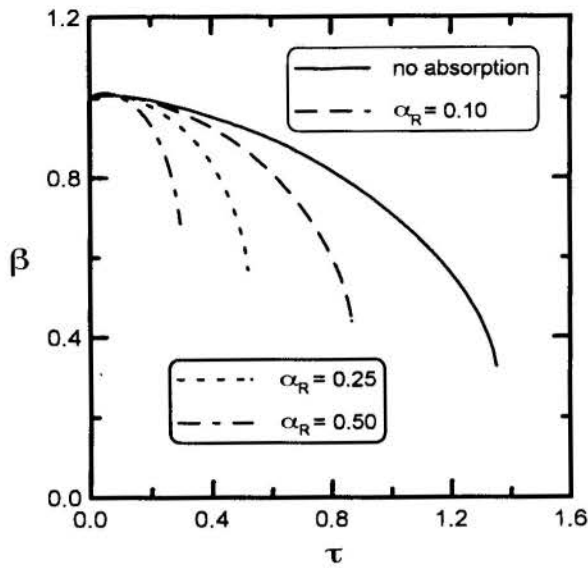


Figure 2: Vaporization of an n-heptane-methanol droplet: dimensionless radius.

ation absorption is quite important in the vaporization process in this case. Although this is not always true, the importance of radiation absorption in droplet vaporization should be verified through the criterion proposed by Lage and Rangel (1993b). Figure 3 shows the time variation of the droplet surface and center temperatures,  $\Theta = (T - T_o)/(T_r - T_o)$  (and the subscript *s* indicates surface values). For all cases with radiation absorption, the center temperature exceeds the surface temperature after the fast transient surface heating. Thus, the maximum temperature location changes from the surface to the droplet center during the droplet vaporization. This can be easily seen in Fig. 4, where the temperature profile during vaporization is shown for the  $\alpha_R = 0.25$  case. This behavior can explain the experimental fact that microexplosion usually begins nearer the surface than the radial position predicted by the conventional diffusive vaporization model (Law, 1978). Figure 5 shows the mass fraction concentrations, *Y*, of n-heptane at the center and surface of the droplet. From Figs. 3 and 5, it can be seen that the droplet center, while still at the initial composition, reaches a temperature of about 450K ( $\alpha_R = 0.25$  and 0.50). Although this temperature is much higher than the mixture boiling point at  $Y = 0.5$ , it is well below the minimum value of the superheating limit. Thus, microexplosion will not occur under these conditions, at least, through

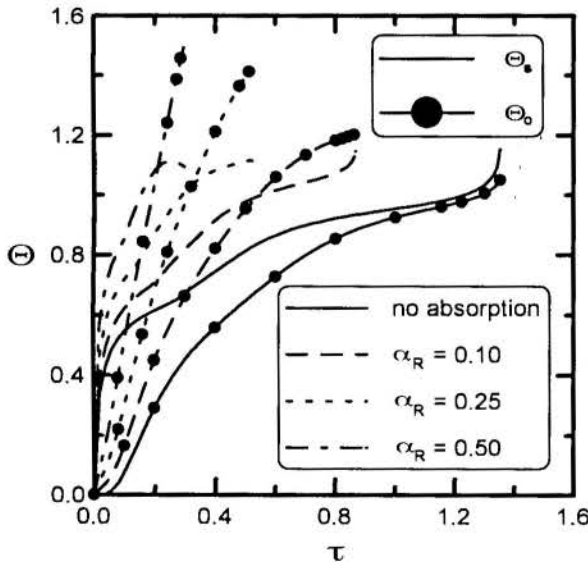


Figure 3: Vaporization of an n-heptane-methanol droplet: dimensionless center and surface temperature.

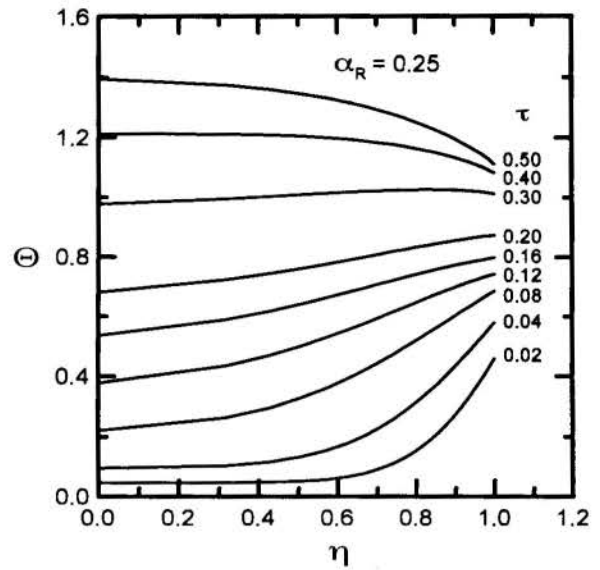


Figure 4: Vaporization of an n-heptane-methanol droplet: time variation of the temperature profile ( $\eta = r/R(t)$ ).

homogeneous nucleation. Figure 6 shows the time variation of the droplet vaporization rate,  $\dot{m}$ . There is a sharp increase of this rate at the end of the droplet lifetime in all cases. This is the beginning of the flash vaporization process (Lage *et al.*, 1993), when the surface temperature reaches its bubble point, which is also larger than the bubble point of all the mixture inside the droplet. Thus, the droplet vaporizes almost instantaneously. This phenomenon is believed to cause the weak sparkle at the end of the combustion of a multicomponent droplet (Lage *et al.*, 1993). It should be noted that an increase in the irradiation intensity or in the droplet absorptance does not necessarily cause microexplosion. This is due to the occurrence of flash vaporization before the droplet interior reaches the superheating temperature. Thus, in order to microexplosion occurs, there must exist a sufficiently large volatility differential, even when radiation is absorbed by the droplet. This conclusion is not valid for very large irradiation intensities (lasers), because the droplet surface is not at equilibrium and, thus, the model used is not applicable.

## CONCLUSIONS

A recently developed liquid vaporization model for multicomponent droplets (Lage *et al.*, 1993) has been used in this work to study the effect of thermal radiation absorption in binary droplet vaporiza-

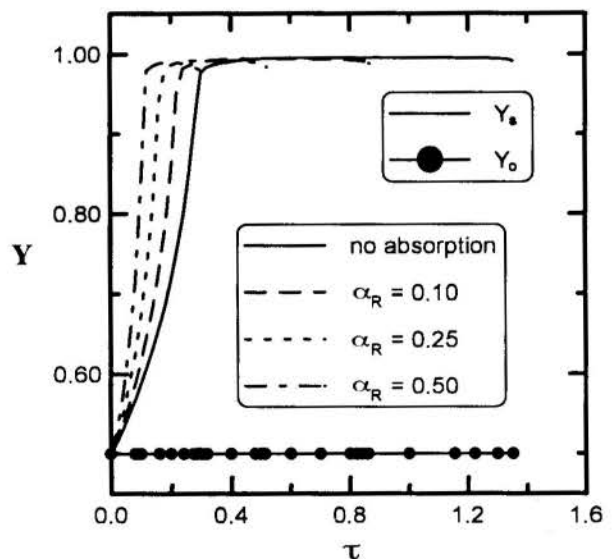


Figure 5: Vaporization of an n-heptane-methanol droplet: surface and center n-heptane mass fraction.

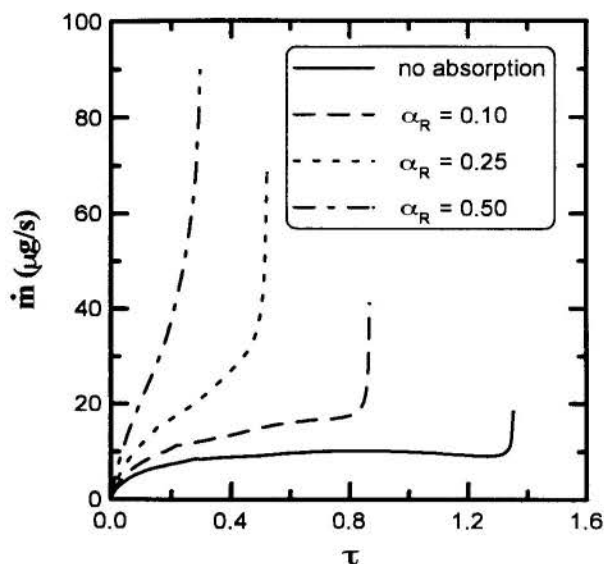


Figure 6: Vaporization of an n-heptane-methanol droplet: vaporization rate.

tion. The possible coupling between radiation absorption and droplet microexplosion is also investigated. From this analysis, the following conclusions can be drawn:

- Although the model does not predict a microexplosion of the methanol-heptane droplet, in the conditions analyzed, the temperature increase in the droplet center due to radiation absorption could have led to heterogeneous nucleation in the presence of a nucleation site (a solid impurity). Moreover, in the case of other mixtures with large volatility differentials, the radiation-induced increase of the droplet temperature may reach the superheating limit being decisive for the occurrence of microexplosion through homogeneous nucleation. Thus, the importance of radiation absorption by the vaporizing droplets in a combustion environment should always be assessed, especially for multicomponent droplets.
- The absorption of radiation changes the position of the maximum temperature from the surface to the center of the droplet during vaporization. This may explain the experimental fact that bubble initiation preceding microexplosion usually occurs near the droplet center.
- For the irradiation intensities prevailing in combustion environments, the increase in the radiation absorbed by the droplet does not necessarily promote microexplosion (even for very high irradiation temperature and droplet absorptivity). In the cases analyzed, flash vaporization occurs before the droplet reaches the superheating temperature. Thus, even when there is a substantial amount of radiation absorbed by the droplet, a sufficiently large volatility differential is still essential for the occurrence of microexplosion of a multicomponent droplet.

It is believed that the complete understanding of the microexplosion phenomenon necessarily goes through a detailed examination of the non-ideal behavior of the fuel mixture and the consideration of thermal radiation heat transfer to the droplet.

**Acknowledgements:** The first author would like to acknowledge the financial support from CNPq, Grant No. 202129/90.0.

## REFERENCES

- Avedisian, C. T., and Glassman, I., "High pressure homogeneous nucleation of bubbles within superheated binary liquid mixtures", *J. Heat Transfer* Vol. 103, pp. 272-280, 1981.
- Biney, P. O., Dong, W.-G., and Lienhard, J. H., "Use of a cubic equation to predict surface tension and spinoidal limits", *J. Heat Transfer* Vol. 108, pp. 405-410, 1986.
- Bird, R. B., Stewart, W. E., and Lightfoot, E. N., "Transport

Phenomena", John Wiley & Sons, New York, 1960.

- Blander, M., Hengstenberg, D., and Katz, J. L., "Bubble nucleation in n-pentane, n-hexane, n-pentane + hexadecane mixtures, and water", *J. Phys. Chem.* Vol. 75, pp. 3613-3618, 1971.
- Gallant, R. W., "Physical Properties of Hydrocarbons", Vol. 1. Gulf Publishing Company, Houston, Texas, 1968.
- Holden, B. S., and Katz, J. L., "The homogeneous nucleation of bubbles in superheated binary liquid mixtures", *AIChE J.* Vol. 24, pp. 260-267, 1978.
- Lage, P. L. C., "Vaporization of Multicomponent Droplets in Convective and Radiative Fields", (in Portuguese) D. Sc. thesis, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1992.
- Lage, P. L. C., and Rangel, R. H., "Total thermal radiation absorption by a single spherical droplet", *J. Thermophysics Heat Transfer* Vol. 7, pp. 101-109, 1993a.
- Lage, P. L. C., and Rangel, R. H., "Single droplet vaporization including thermal radiation absorption", *J. Thermophysics Heat Transfer* Vol. 7, pp. 502-509, 1993b.
- Lage, P. L. C., Rangel, R. H., and Hackenberg, C. M., "Non-ideal vaporization of a dilating binary droplet with variable properties", *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol. 36, pp. 3731-3741, 1993.
- Lacheras, J. C., Fernandez-Pello, A. C., and Dryer, F. L., "Experimental observations of the disruptive combustion of free droplets of multicomponent fuels", *Combust. Sci. Technol.* Vol. 22, pp. 195-209, 1980.
- Law, C. K., "Internal boiling and superheating in vaporizing multicomponent droplets", *AIChE J.* Vol. 24, pp. 626-632, 1978.
- Lienhard, J. H., and Karimi, A., "Homogeneous nucleation and the spinoidal line", *J. Heat Transfer* Vol. 103, pp. 61-64, 1981.
- Mackowski, D. W., Altenkirch, R. A., and Mengüç, M. P., "Internal absorption cross sections in a stratified sphere", *Appl. Optics* Vol. 29, pp. 1551-1559, 1990.
- Megaridis, C. M., "Liquid-Phase Variable Property Effects in Multicomponent Droplet Convective Evaporation", *Combust. Sci. Technol.* Vol. 92, pp. 291-311, 1993.
- Melhem, G. A., Saini, R., and Goodwin, B. M., "A modified Peng-Robinson equation of state", *Fluid Phase Equil.* Vol. 47, pp. 189-237, 1989.
- Ohe, S., "Vapor-liquid equilibrium data", Elsevier, Amsterdam, 1989.
- Park, B.-S., and Armstrong, R. L., "Laser droplet heating: fast and slow heating regimes", *Appl. Optics* Vol. 28, pp. 3671-3680, 1989.
- Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, New York, 1980.
- Pinnes, E. L., and Mueller, W. K., "Homogeneous vapor nucleation and superheat limits of liquid mixtures", *J. Heat Transfer* Vol. 101, pp. 617-621, 1979.
- Reid, R. C., Prausnitz, J. M., and Poling, B. E., "The Properties of Gases and Liquids", McGraw-Hill, New York, 4<sup>th</sup> edition, 1987.
- Secchi, A. R., Morari, M., and Biscaia Jr, E. C., "DAWRS: A differential-algebraic system solver by the waveform relaxation method", In *Sixth Distributed Memory Computing Conference (DMCC6)*, Portland, Oregon, Apr., 1991.
- Šripov, V. P., "Metastable Liquids", John Wiley & Sons, New York, 1974.
- Tuntomo, A., "Transport Phenomena in a Small Particle with Internal Radiant Absorption", Ph. D. thesis, University of California at Berkeley, 1990.
- Vargaftik, N. B., "Tables on the Thermophysical Properties of Liquids and Gases", Hemisphere, New York, 2<sup>nd</sup> edition, 1975.
- Wang, C. H., and Law, C. K., "Microexplosion of fuel droplet under high pressure", *Combust. Flame* Vol. 59, pp. 53-62, 1985.
- Wang, C. H., Liu, X. Q., and Law, C. K., "Combustion and microexplosion of freely falling multicomponent droplets", *Combust. Flame* Vol. 56, pp. 175-197, 1984.
- Yang, J. C., Jackson, G. S., Avedisian, C. T., "Combustion of unsupported methanol/dodecanol mixture droplets at low gravity", *Twenty-Third Symp. (Int.) Combustion*. The Combustion Institute, pp. 1619-1625, 1990.



## TWO-PHASE FLOW SIMULATIONS ON TRANSONIC CONVERGENT-DIVERGENT NOZZLES

JOÃO L. F. AZEVEDO and EDUARDO NAGATA  
 Instituto de Aeronáutica e Espaço  
 Centro Técnico Aeroespacial  
 CTA/IAE/ASE-N  
 12228-904 - São José dos Campos - SP - Brasil

### SUMMARY

A method for the simulation of two-phase flows in transonic convergent-divergent nozzles is presented. The physical problems addressed are typical of the flowfields encountered in solid rocket motor nozzles, in which aluminum oxide particles are present in the combustion products. An Euler formulation is used for the gas and a corresponding set of equations, i.e., continuity, momenta and energy equations, is written for the solid particles. Fluid viscosity is neglected in the formulation, except for the particle drag which comes in as a forcing term in the gas equations. The method has been tested on several nozzle geometries, including one convergent configuration and three different convergent-divergent configurations. Qualitative comparison was possible with both experimental and other computational results available in the literature for axisymmetric and 3-D configurations, and the calculated results do reproduce all of the expected features of such two-phase nozzle flows.

### INTRODUCTION

There are several industrial processes which involve the flow of gases with suspended particles, both solid and liquid. In the aerospace industry, one of the most relevant of such cases involves the flow of solid rocket motor combustion products. Aluminum powder is added to the solid propellant composition with the objective of increasing the combustion temperature and the motor specific impulse. Moreover, it also has the advantage of stabilizing the combustion process against the occurrence of high frequency acoustic instabilities. However, the burn of such propellant results in a two-phase flow along the rocket nozzles due to the condensation of the aluminum oxide or alumina ( $Al_2O_3$ ). As the flow expands along the nozzle, the aluminum oxide particles do not accelerate in the same proportion as the gaseous part of the combustion products. The temperature of these particles also does not drop as fast as the gas phase temperature. These differences between the gas and solid phases behavior lead to inefficiencies in the nozzle expansion process which, in turn, cause a reduction in the motor thrust (Zucrow and Hoffman, 1976). Moreover, the presence of solid particles in the flow leads to added wear of the nozzle internal walls, as well as to additional heat flux at the vehicle walls due to radiation from the hot particles (Ishii et al., 1987, 1989, and Chang, 1990). This later effect is certainly more relevant at the vehicle's plume than inside the nozzle itself. Therefore, the rocket or launch vehicle designer needs some form of evaluating the effect of the solid particles in the nozzle flow.

At IAE, we have been working towards the goal of developing the capability of numerically simulating realistic solid rocket motor nozzle flows for some time now. At present, the ability of simulating 2-D and axisymmetric single phase (gas) flows has been implemented and validated (see, for instance, Azevedo, 1990, 1993, Ortega and Azevedo, 1991, and Azevedo et al., 1992), as has been the ability of handling two-phase flows under a quasi-one-dimensional formulation (Machado, 1990). The present work extends the available capability by proposing, implementing and validating a method for handling planar two-dimensional, two-phase (gas-solid), convergent-divergent nozzle flows. This capability is built upon the previous experience in the sense that the treatment of the gas phase in the present code is exactly equal to what was done in the previous gas-only codes (Azevedo, 1990, and Azevedo et al., 1992). Actually, it is precisely the same code with a few added routines to handle the solid particles phase. The formulation that describes the motion of the solid particles was developed as a parallel of the gas formulation (Anderson, 1985, and Chang, 1990). The two sets of equations are integrated in time concurrently, but loosely coupled, in order to obtain the solution for the complete two-phase flow problem.

An Euler formulation is used for the gas and a corresponding set of equations, i.e., continuity, momenta and energy equations, is written for the solid particles. Fluid viscosity is neglected in the formulation, except for the particle drag which comes in as a forcing term in the gas equations. In a similar fashion, the interaction among particles, i.e., particle-to-particle collision, is also neglected. The solid phase is not treated as an ensemble of isolated particles, but as an equivalent "continuum of particles". The fluid equations are discretized in a finite difference context by the Beam and Warming implicit approximate factorization algorithm (Beam and Warming, 1976). The numerical method used to discretize and solve the governing equations for the particles is almost identical to that used for the gas, except for some minor modifications which have enhanced the overall stability of the method.

The work will describe the formulation used for the solid and the gas phases, and the procedure by which they are coupled in order to solve

the complete two-phase problem. The method has been tested on several nozzle geometries, and these validation results will be presented here in as much length as the available space permits. For all cases analyzed, at least two levels of grid refinement were tested in order to assess the accuracy of the results. The present computational results are qualitatively compared to the data available in the literature, and it shown that the calculations do reproduce all of the expected features of such two-phase nozzle flows.

### THEORETICAL FORMULATION

The procedure used to describe the two-phase flows here simulated was based on writing the usual set of inviscid conservation equations for the gas and a similar set of conservation equations for a continuum equivalent of the solid phase. The formulation used for the solid phase was inspired in the work of Ishii et al. (1987, 1989), and Chang (1990). However, the equations actually used were derived from first principles using a procedure usually followed to obtain the gasdynamic equations (Anderson, 1985). The hypotheses used in order to write down the governing equations for the 2-D, two-phase flow were: (a) the flow is diluted; (b) particles are solid spheres with uniform diameter and constant material density; (c) particles have a constant specific heat and their internal temperature is uniform; (d) the fluid is a perfect gas with constant composition and specific heats, and the fluid is inviscid except for its interaction with the particles; (e) there is no external work and the effect of gravity is neglected; (f) the solid particles do not interact among themselves, and their contribution to the pressure of the system is negligible; (g) the thermal and Brownian motion of the solid particles is negligible; (h) there is no mass transfer between the phases and the heat transferred by radiation is also neglected; (i) the volume occupied by the solid particles is negligible and the mean distance among particles is much smaller than the smallest grid spacing; (j) both phases are treated as a continuum.

The governing equations for the solid phase can be written in conservation-law form for a 2-D, general curvilinear coordinate system as

$$\frac{\partial \tilde{Q}_p}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{E}_p}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_p}{\partial \eta} + \tilde{H}_p = 0 \quad (1)$$

The vector of conserved variables and the flux vectors for the solid phase can be written as

$$\tilde{Q}_p = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho_p \\ \rho_p u_p \\ \rho_p v_p \\ h_p \end{Bmatrix}, \quad \tilde{E}_p = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho_p U_p \\ \rho_p u_p U_p \\ \rho_p v_p U_p \\ h_p U_p \end{Bmatrix}, \quad \tilde{F}_p = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho_p V_p \\ \rho_p u_p V_p \\ \rho_p v_p V_p \\ h_p V_p \end{Bmatrix} \quad (2)$$

In the previous expressions,  $\rho_p$  is an equivalent density of the solid phase which is defined as

$$\rho_p = \frac{\dot{m}}{S_0 \sqrt{u_p^2 + v_p^2}} \quad (3)$$

where  $\dot{m}$  represents the particle mass flux per unit of time and  $S_0$  is a reference area typically taken as the entrance area of the nozzle. The Cartesian velocity components of the particles are  $u_p$  and  $v_p$ , and the contravariant velocity components of the solid phase are defined as

$$\begin{aligned} U_p &= \xi_t + \xi_x u_p + \xi_y v_p \\ V_p &= \eta_t + \eta_x u_p + \eta_y v_p \end{aligned} \quad (4)$$



The total energy per unit volume of the solid phase,  $h_p$ , is defined as the sum of the internal energy and the kinetic energy of the solid phase. The Jacobian of the coordinate transformation,  $J$ , and the metric terms are defined as usual in CFD applications (see, for instance, Azevedo, 1990, for details). The source term for the solid phase equations,  $\tilde{H}_p$  is given by

$$\tilde{H}_p = -J^{-1} \rho_p A_p \begin{Bmatrix} 0 \\ (u - u_p) \\ (v - v_p) \\ B_p \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Here,  $u$  and  $v$  are the Cartesian velocity components for the gas phase. All the interaction between the solid and the gas phases is actually represented in the source term through the definition of the  $A_p$  and  $B_p$  parameters, which describe the exchange of momentum and energy between the phases. The definition of these parameters will be given shortly. For a detailed derivation of the previously presented equations, the interested reader is referred to the work of Nagata (1993).

In similar fashion, the governing equations for the gas phase can also be written in conservation-law form for 2-D, general curvilinear coordinates as

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} + \tilde{H} = 0 \quad (6)$$

The vector of conserved quantities for the gas phase is defined in its usual way as  $\tilde{Q} = J^{-1} [\rho, \rho u, \rho v, e]^t$ , and the gas phase flux vectors are defined as

$$\tilde{E} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho U \\ \rho u U + p \xi_x \\ \rho v U + p \xi_y \\ (e + p) U - p \xi_t \end{Bmatrix} \quad \tilde{F} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho V \\ \rho u V + p \eta_x \\ \rho v V + p \eta_y \\ (e + p) V - p \eta_t \end{Bmatrix} \quad (7)$$

The nomenclature used above is the standard one such that  $\rho$  and  $p$  are the gas density and pressure, respectively,  $e$  is the total energy per unit of volume for the gas phase, and  $U$  and  $V$  are the contravariant velocity components for the gas, which are given by

$$\begin{aligned} U &= \xi_t + \xi_x u + \xi_y v \\ V &= \eta_t + \eta_x u + \eta_y v \end{aligned} \quad (8)$$

The source term for the gas phase equations,  $\tilde{H}$ , is defined as

$$\tilde{H} = J^{-1} \rho_p A_p \begin{Bmatrix} 0 \\ (u - u_p) \\ (v - v_p) \\ B_p \end{Bmatrix} \quad (9)$$

It is clear, therefore, that this is the negative of the corresponding term for the solid phase equations. It must be emphasized that we are assuming here an appropriate nondimensionalization of the governing equations for both the gas and the solid phases. Hence, all velocity components are made dimensionless with respect to the critical speed of sound (for the gas) at the nozzle entrance conditions,  $a_*$ , and the densities are referred to the gas stagnation density again at the nozzle entrance conditions,  $\rho_0$ . The pressure and the total energies, for both gas and solid phases, are referred to  $\rho_0 a_*^2$ , and temperatures are nondimensionalized by the gas stagnation temperature at the nozzle entrance conditions,  $T_0$ . This reference condition used to nondimensionalize the governing equations is completely consistent with the one used by Azevedo (1990) to treat gas-only flows.

Since we are assuming a perfect gas, the relation between pressure and total energy for the gas can be written as

$$p = (\gamma - 1) \left[ e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \right] \quad (10)$$

Here,  $\gamma$  is the ratio of specific heats at constant pressure,  $C_{pg}$ , and at constant volume,  $C_{vg}$ , for the gas. The gas dimensionless temperature,  $T$ , can be written as

$$T = 2\gamma \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \left[ \frac{e}{\rho} - \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right] \quad (11)$$

Moreover, the dimensionless temperature of the solid phase can be written as

$$T_p = \frac{2}{\omega} \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \left[ \frac{h_p}{\rho_p} - \frac{1}{2} (u_p^2 + v_p^2) \right] \quad (12)$$

where  $\omega$  is the ratio between the specific heat of the solid phase,  $C_{pp}$ , and the specific heat at constant pressure of the gas phase,  $C_{pg}$ . The  $A_p$  parameter is essentially related to the exchange of momentum between the phases, and it is defined as (Ishii et al., 1989, and Chang, 1990)

$$A_p = \frac{9\ell\mu_g f_p}{2m_p r_p^2 a_*} \quad (13)$$

Here,  $\ell$  is the reference length which is taken in the present work as the nozzle half height at the throat,  $m_p$  is the particle specific mass,  $r_p$  is the

mean radius of the particles, and  $\mu_g$  is the local viscosity coefficient of the gas, which is expressed (Ishii et al., 1987) as

$$\mu_g = \mu_{g0} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{0.6} \quad (14)$$

and where  $\mu_{g0}$  is the viscosity coefficient of the gas at temperature  $T_0$ , i.e., at the entrance stagnation condition. The parameter  $f_p$  is defined as

$$f_p = \frac{C'd}{C'd_{Stokes}} \quad (15)$$

where the value of the particle drag coefficient,  $C'd$ , is given by Henderson (1976), and  $C'd_{Stokes}$  is given as

$$C'd_{Stokes} = \frac{24}{Re_p} \quad (16)$$

The particle Reynolds number,  $Re_p$ , is defined as

$$Re_p = \frac{2r_p \rho}{\mu_g} \sqrt{(u - u_p)^2 + (v - v_p)^2} \quad (17)$$

The energy parameter  $B_p$  is defined by the expression

$$B_p = (u - u_p) u_p + (v - v_p) v_p - g_c (T_p - T) \quad (18)$$

where the convection parameter,  $g_c$ , is taken as

$$g_c = \left( \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right) \frac{Nu}{6f_p Pr} \quad (19)$$

The particle Nusselt number is written as (Carlson and Hoglund, 1964)

$$Nu = 2 + 0.459 Re_p^{0.55} Pr^{0.33} \quad (20)$$

and the Prandtl number,  $Pr$ , is defined in its usual way as

$$Pr = \frac{\mu_g C'_{pg}}{\kappa} \quad (21)$$

where  $\kappa$  is the gas thermal conductivity coefficient. We observe from Eq. (18) that, despite the large emissivity of the particles, the heat due to radiation is not being considered in the formulation. This can be justified by the small effect that the radiation term has in the flow in the interior of the nozzle. Moreover, it is quite hard to find adequate values for the gas and particle emissivity coefficients in the literature (Eversole, 1984). However, if one would be interested in the plume flow, then the energy exchanged through radiation would necessarily have to be included in the formulation.

## NUMERICAL IMPLEMENTATION OF THE METHOD

The fluid equations are discretized in a finite difference context by the Bean and Warming (1976, 1978) implicit approximate factorization algorithm. The actual notation and form of implementation used is due to Pulliam and Steger (1980). The process of discretizing the 2-D Euler equations by this numerical method is described in detail in Azevedo (1990) and in Azevedo et al. (1992), and it will not be repeated here. The source term that arises in the gas equations due to the presence of the particles is treated in exactly the same fashion as the source term from the axial symmetry of the problem, as discussed in Azevedo et al. (1992) and Azevedo (1993). The fully discretized gas phase equations can be written in operator form as

$$L_\xi L_\eta \Delta \tilde{Q}^n = R_\xi + R_\eta - \Delta t \tilde{H}^n \quad (22)$$

The operators in Eq. (22) are defined as

$$\begin{aligned} L_\xi &= I + \Delta t \delta_\xi \tilde{A}^n - \Delta t \varepsilon_I J^{-1} \nabla_\xi \Delta_\xi J \\ L_\eta &= I + \Delta t \delta_\eta \tilde{B}^n - \Delta t \varepsilon_I J^{-1} \nabla_\eta \Delta_\eta J \\ R_\xi &= -\Delta t \delta_\xi \tilde{E}^n - \Delta t \varepsilon_E J^{-1} (\nabla_\xi \Delta_\xi)^2 J \tilde{Q}^n \\ R_\eta &= -\Delta t \delta_\eta \tilde{F}^n - \Delta t \varepsilon_E J^{-1} (\nabla_\eta \Delta_\eta)^2 J \tilde{Q}^n \end{aligned} \quad (23)$$

The interested reader is referred to Azevedo et al. (1992) for the definition of the various finite difference operators indicated in Eqs. (23). The flux Jacobian matrices,  $\tilde{A}^n$  and  $\tilde{B}^n$ , are given, for instance, by Pulliam (1984). We emphasize that the source term has been treated explicitly in the above formulation. Although we are concerned here with steady state problems, it is also worth to observe that this does not sacrifice the time accuracy of the scheme since the implicit Euler method was used of the time march. Hence, the method was already 1st-order accurate in time. Furthermore, the  $n$  superscript indicates the time level, and  $\Delta \tilde{Q}^n = \tilde{Q}^{n+1} - \tilde{Q}^n$ .

The numerical method used to discretize and solve the governing equations for the particles is almost identical to that used for the gas. Actually, the discrete equations after the complete finite difference discretization procedure could be written exactly in the same form as Eq. (22). Moreover, the various operators would be defined in complete similar fashion

to those shown in Eqs. (23), except for the term corresponding to the  $R_\xi$  operator. For the solid phase, this operator is written as

$$(R_\xi)_p = -\Delta t \nabla_\xi \tilde{E}_p^n \quad (24)$$

where  $\nabla_\xi$  is a two-point, 1st-order, backward finite difference operator. The reader should observe that what is being done here is that spatial derivatives in the direction essentially aligned with the flow are backward differenced, instead of the standard Bejan and Warming-like approach of using central differences plus explicitly added artificial dissipation. This is conceptually correct in this case because, as indicated by a characteristic analysis (Nagata, 1993), the solid phase "flow" should not see "downstream" information. This can be stated in a different form by saying that the information in the solid phase propagates along streamlines, which is a consequence of the fact that there is no quantity corresponding to the pressure in the present solid phase formulation. Therefore, the four characteristic speeds associated with the flux Jacobian matrix in the  $\xi$ -direction will all be equal to  $U_p$  (see Nagata, 1993, for details). Since there is no reversed flow in the configurations tested in the present work, Eq. (24) is indicating a straightforward upwind differencing (backward, in this case) of the  $\xi$ -direction for the solid phase equations. Moreover, numerical experimentation has shown that this has enhanced the overall stability of the method. Furthermore, the flux Jacobian matrices for the solid phase had to be derived in the context of the present work. Due to space limitations, these expressions are not included here and the reader is referred to Nagata (1993) for the complete details.

The nozzles treated here were all geometrically symmetric and the flow conditions were always specified as symmetric at the entrance. Hence, only the lower (or the upper) portion of the nozzles needed to be considered in our simulations. This left us with four types of boundary conditions to consider, namely entrance, exit, symmetry and wall boundary conditions. The symmetry, or centerline, boundary conditions are the most straightforward of them all, and they were implemented for both the gas and solid phases exactly as described by Azevedo (1990). Since an inviscid formulation is being considered for the gas, the wall boundary condition enforcement imposes flow tangency and zero normal pressure and temperature gradients for the gas. The treatment of the wall boundary condition for the solid phase does allow for some arbitrariness. The two possible limiting situations are: (a) particles impinging upon the wall are reflected back without any change in their tangential momentum component, as in a truly elastic collision; or (b) particles impinging upon the wall are absorbed by the wall, or "stick" to the wall. Reality lies somewhere in between. In the present work, we have selected to use the first option because it seems to be the correspondent, for the solid phase, of the Euler boundary conditions being used for the fluid.

Entrance and exit boundary conditions were based on the concept of one-dimensional characteristic relations. The form in which this concept is used and implemented for the gas phase has been thoroughly discussed by Azevedo (1990) and Azevedo et al. (1992), and it will not be repeated here. The interested reader is referred to these references. It must be pointed out, however, that the presence of the source term affects the final form of the characteristic equations. Therefore, these had to be rederived in the context of the present work. The details are presented in Nagata (1993). For the solid phase, since information propagates along streamlines, all four conditions must be specified at the nozzle entrance and all four conditions must be extrapolated from interior information at the nozzle exit. For simplicity of implementation, we use zero-th order extrapolation for the solid phase at the exit. At the nozzle entrance, the conditions specified are: (a) particle mass flux; (b) Cartesian velocity components for the solid phase are set equal to those of the gas; and (c) the temperature of the solid phase is set equal to that of the gas.

The procedure for solving the problem is divided in two stages. Initially, the gas phase equations are integrated in time, as if there were no particles, until some level of convergence is achieved in the gas solution. In a second stage, the two sets of equations are integrated concurrently, that is, every time step in the gas equations is followed by a corresponding time step in the solid phase equations. The particles' Cartesian velocity components and temperature are initialized at every grid point as equal to the corresponding values of these properties for the fluid. The density of the particles is initialized at every grid point using Eq. (3), and the values of  $u_p$  and  $v_p$  defined as above. The two sets of equations are, then, advanced in time until some acceptable convergence is achieved. Typically, we have accepted three orders of magnitude drop in the maximum residue in the field as a suitable indication of solution convergence.

#### SOME REPRESENTATIVE RESULTS

The present work has considered one convergent nozzle and three different convergent-divergent nozzle geometries. The convergent nozzle was used simply for the initial tests of the methodology, since the use of convergent-divergent nozzles is the truly typical case for the applications here emphasized. All tests have shown good numerical behavior, and the converged solutions have presented qualitatively sound physical characteristics for the flowfields simulated. One must understand, however, that there is no actual 2-D experimental data with which to compare the present calculations, since all the data available for the type of rocket nozzles here considered is either axisymmetric or truly three-dimensional. There-

fore, the comparisons were performed mostly in terms of testing whether the code could reproduce the expected features of the flow, based on experimental or computational data available in the literature for three-dimensional or axisymmetric cases. On the other hand, and in order to ascertain the accuracy of the calculations, quite a few mesh refinement experiments were performed. These were aimed at making sure that the results were, at least, completely consistent among themselves.

Since the results for all cases were qualitatively very much alike, and in the interest of brevity, we chose to present here only some selected results for one of these simulations. The particular configuration selected corresponds to the convergent-divergent nozzle with the steepest convergent and divergent sections, and the results to be presented are those obtained with the finest grid for this configuration. Results for the other configurations, as well as more data obtained for this particular configuration, can be seen in Nagata (1993). The configuration has a straight entrance section, followed by a 35° convergent section, a circular throat, and a 15° divergent section. The dimensionless wall radius of curvature at the throat is 1.78, based on the nozzle half height at the throat. The computational mesh with 91 x 32 grid points in the longitudinal and crossflow directions, respectively, is shown in Fig. 1. One can observe a fairly mild mesh refinement towards the nozzle wall and towards the throat region. This mesh, as well as all the other computational grids used in the present work, were generated by algebraic methods. Grid clustering has used one-dimensional exponential stretching functions.

Mach number contours for the gas phase are shown in Fig. 2. The top figure presents the results for the case with gas only, whereas the bottom figure presents the Mach contours for the gas phase in a two-phase flow. The retarding of the gas flow, due to the need to drag the particles along, is clearly evident in the bottom figure, especially towards the wall in the nozzle divergent section. The Mach number distributions at the wall and at the nozzle centerline are shown in Fig. 3 for both the gas and the solid phases in the two-phase flow solution. It is clear that the speed of the particles is always slower than that of the gas at the same station. The only exception to this rule, in the present case, occurs right before the beginning of the convergent section and for those computational lines very close to the wall. There is a compression corner at the wall in a subsonic flow. Therefore, the gas can "see" the compression ahead and adjusts itself to it, before it actually reaches the compression corner. The solid phase cannot do that because information propagates along streamlines. In other words, the solid phase does not have the negative characteristic speed (in subsonic flow), as the gas phase does, in order to see downstream influence. This feature is even more evident in some of the other computational cases studied (see Nagata, 1993).

Solid phase density contours are shown in Fig. 4. The darker colors indicate the regions of higher particle density, whereas the white contour region indicates the zones essentially without any particles. As one would expect, particles collide with the wall in the convergent section, especially

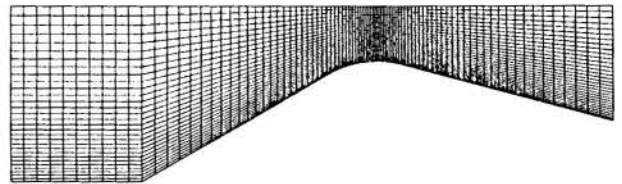


Figure 1: Computational mesh for nozzle with 35° convergent section and 15° divergent section (91 x 32 grid points).

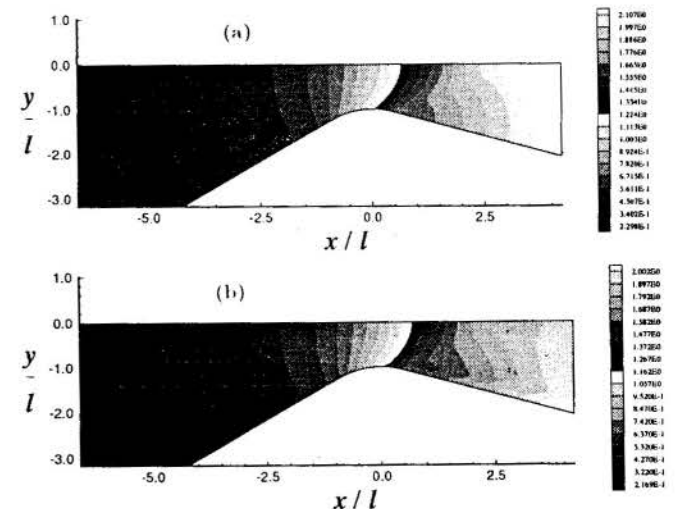


Figure 2: Mach number contours for the gas phase: (a) gas-only result; (b) two-phase result.

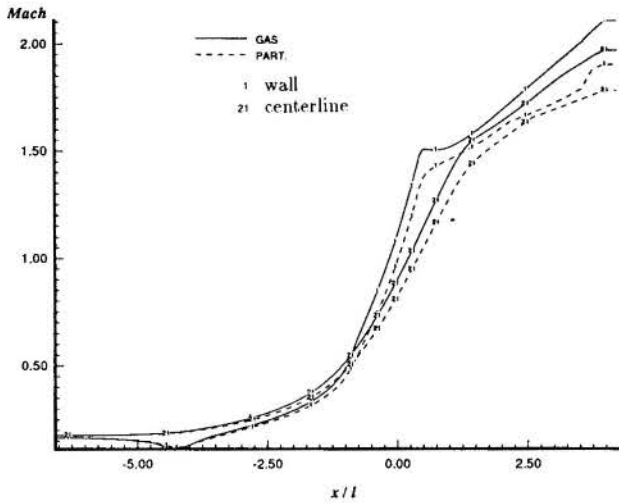


Figure 3: Comparison of Mach number distributions for the two-phase solution.

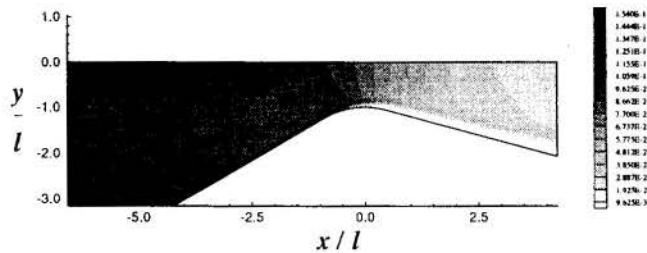


Figure 4: Particle density contours for the two-phase solution.

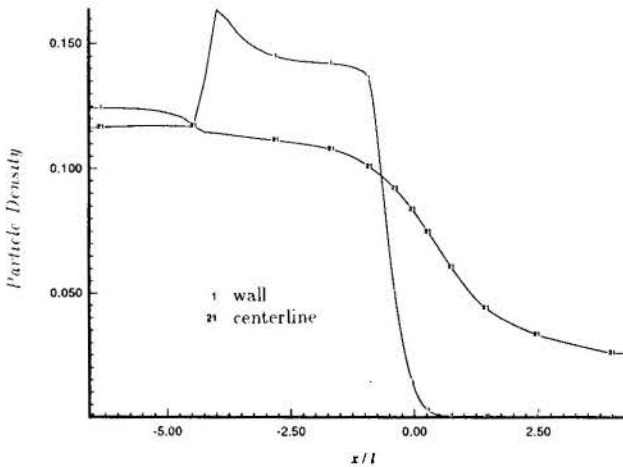


Figure 5: Particle density distribution at the wall and at the centerline for the two-phase solution.

in the initial portion of it, and this justifies the increased particle density in the region. On the other hand, the wall region downstream of the throat is void of particles. One could draw the so-called limiting streamline, that is, the streamline closest to the wall beyond which there are no particles, based on the present computational results. However, since we are not tracking individual particles, but we have a continuum of particles, one should be careful because the particle density never actually goes to zero. It becomes, nevertheless, extremely small just downstream of the throat, as indicated in Fig. 5. The limiting streamline could be calculated by setting some suitable tolerance for the particle density, and considering that there are no particles if the density becomes smaller than this tolerance. The existence of a limiting streamline and the overall behavior of the particle density in the divergent nozzle section is in a very good qualitative agreement with the available data (see Ishii et al., 1987, 1989, for instance).

#### CONCLUDING REMARKS

A method for the simulation of two-phase flows in transonic convergent-divergent nozzles has been presented. The physical problems addressed are typical of the flowfields encountered in solid rocket motor nozzles, in which aluminum oxide particles are present in the combustion products. The method has been tested on several nozzle geometries, including one

convergent configuration and three different convergent-divergent configurations. For each case, at least two levels of grid refinement were tested in order to assess the accuracy of the results. Although there were no actual experimental data with which to compare the present 2-D computations, the calculated results do reproduce all of the expected features of such two-phase nozzle flows. Qualitative comparison was possible with both experimental and other computational results available in the literature for axisymmetric and 3-D configurations. For all convergent-divergent configurations tested, the relative thrust loss due to the presence of the solid particles, as compared to the thrust that would be generated by a nozzle with gas only, was between 9.2 and 13.5%. This is perfectly within the range accepted for thrust loss on solid rocket motors due to the presence of alumina particles. An overall assessment of the effort undertaken would indicate that the results obtained are very good and very promising. The extension of the present work for the axisymmetric case and also to include the viscous terms in the formulation has already been started.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The present work was partially supported by Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, under grant number 530109/93-0.

#### REFERENCES

- Anderson, J.D., Jr., *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill International Editions, Singapore, 1985.
- Azevedo, J.L.F., "Euler Solutions of Transonic Nozzle Flows," *Proceedings of the 3rd Brazilian Thermal Sciences Meeting*, Vol. I, pp. 243-248, Itapema, SC, Brazil, Dec. 1990.
- Azevedo, J.L.F., "A Finite Difference Method Applied to Internal Axisymmetric Flows," *Panamerican Workshop for Applied and Computational Mathematics*, Caracas, Venezuela, Jan. 1993 (also available as: *Bulletin of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics*, Vol. 3, No. 1, Oct. 1992, pp. 1-20).
- Azevedo, J.L.F., Fico, N.G.C.R., Jr., Ortega, M.A., and Luma, G.C., "Nozzle Flow Computations Using the Euler Equations," ICAS Paper No. 92-4.1.2, *Proceedings of the 18th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences*, Vol. 1, pp. 97-107, Beijing, People's Republic of China, Sept. 1992.
- Beam, R. M., and Warming, R.F., "An Implicit Finite Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form," *Journal of Computational Physics*, Vol. 22, pp. 87-110, Sept. 1976.
- Beam, R.M., and Warming, R.F., "An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol. 16, pp. 393-402, Apr. 1978.
- Carlson, D.J., and Høglund, R.F., "Particle Drag and Heat Transfer in Rocket Nozzles," *AIAA Journal*, Vol. 2, No. 11, pp. 1980-1984, Nov. 1964.
- Chang, J.-S., "Three-Dimensional, Two-Phase, Transonic, Canted Nozzle Flows," *AIAA Journal*, Vol. 28, pp. 790-797, May 1990.
- Eversole, J.D., "Thermal Radiation from Carbon Particles in a Heated Nitrogen Gas Flow," *Applied Optics*, Vol. 23, No. 19, pp. 3439-3443, Oct. 1984.
- Ishii, R., Umeda, Y., and Kawasaki, K., "Nozzle Flows of Gas-Particle Mixtures," *Phys. Fluids*, Vol. 30, pp. 752-760, Mar. 1987.
- Ishii, R., Umeda, Y., and Yuhi, M., "Numerical Analysis of Gas-Particle Two-Phase Flows," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 203, pp. 475-515, 1989.
- Henderson, C.B., "Drag Coefficients of Spheres in Continuum and Rarefied Flows," *AIAA Journal*, Vol. 14, pp. 707-708, June 1976.
- Machado, H.A., "One-Dimensional Analysis for the Two-Phase Flow and Heat Transfer in Solid Rocket Motor Nozzles," (in Portuguese), Graduation Project, Dept. of Mechanical Engineering, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Aug. 1990.
- Nagata, E., "Numerical Analysis of the Two-Dimensional, Two-Phase Flow in Transonic Convergent-Divergent Nozzles," (in Portuguese), Graduation Project, Division of Aeronautical Engineering, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Nov. 1993.
- Ortega, M.A., and Azevedo, J.L.F., "Checking the Influence of Longitudinal Wall Curvature in the Implementation of Boundary Conditions at the Wall of a Convergent-Divergent Nozzle," *Proceedings of the 11th ABCM Mechanical Engineering Conference*, Vol. "Blue", pp. 193-196, São Paulo, SP, Brazil, Dec. 1991.
- Pulliam, T.H., "Euler and Thin Layer Navier-Stokes Codes: ARC2D, ARC3D," Notes for *Computational Fluid Dynamics User's Workshop*, The University of Tennessee Space Institute, Tullahoma, Tenn., Mar. 1984.
- Pulliam, T.H., and Steger, J.L., "Implicit Finite Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow," *AIAA Journal*, Vol. 18, pp. 159-167, Feb. 1980.
- Zucrow, M.J., and Hoffman, J.P., *Gas Dynamics I*, John Wiley, New York, 1976.



ON THE AERODYNAMIC LEVITATION OF A DROP

M. R. TAVARES\*, N. COUTRIS\*\*, E. HERVIEU\*\*

\*Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
 Av. Prof. Mello Moraes, 2231 CEP 05508-900, São Paulo, Brasil, FAX 011- 813-1886

\*\*Centre d'Etudes Nucleaires de Grenoble, Laboratoire d'Etudes Fondamentales

SUMMARY

*This study concerns the equilibrium of a drop suspended above an air-blown porous surface. Darcy's law is supposed to govern the flow through the porous medium. Under the assumption of free boundary creeping flow, in the drop and in the air, the equilibrium shape of the drop is calculated. The problem is formulated by an integral method and the quasi-steady Stokes equations are solved by the boundary element technique. Several results are presented and discussed.*

INTRODUCTION

The aerodynamic levitation of solid bodies has been known for a long time. This technique is used in substitution of magnetic levitation when the material to be suspended does not present magnetic effects. Recently, an industrial application in metallurgical engineering has motivated the study of the stable behaviour of a liquid drop suspended above an air blown porous surface. In this context, Granier & Potard (1986), described the development of a metallurgical process of production of silicium samples of great degree of purity : melting samples, maintained in equilibrium, in aerodynamic levitation over a porous surface condensed without contact with the wall.

As described by Coutris & Gentil (1989), three flow regimes can be experimentally observed when a drop is placed over an horizontal perforated plate traversed by a gas injected from bellow. If the rate of injection is sufficiently high, small oscillations appear on the drop surface, the amplitude of these oscillations being a raising function of the blown rate. In this case, the surface of the drop may eventually touch the wall, the drop seems to "boil" and quickly disperses into small droplets. On the other hand, if the injection rate is not enough, the drop lays down on the surface. Between these two situations exists an interval of gas flow rate for which a drop can levitate above the blown surface in dynamic equilibrium. In this condition the interface gas-liquid seems to be immobile. The present work concerns the study of this equilibrium situation.

A physical model for the problem was first proposed by Goldshnik et al. (1986), who studied the phenomenon as an analogue of Leidenfrost boiling. This simple model does not take account of the flow in the drop.

We formulate the question in terms of an integral equation and we describe the numerical solution procedure. Some results presenting stable shapes of drops for several flow conditions are discussed.

FORMULATION

Statement of the problem. The axisymmetric geometry of the problem is sketched in figure 1 where a porous horizontal infinite plate, of thickness  $e$  (domain  $\Omega_p$  with permeability  $k$ ), is traversed by the surrounding gas ( domain  $\Omega_1$ , with constant density  $\rho_1$  and viscosity  $\mu_1$  ). A drop ( domain  $\Omega_2$ ) of surface  $S_p$ , constant density  $\rho_2$  and viscosity  $\mu_2$ , is suspended over the plate and we suppose newtonian incompressible fluid flow through the different media.

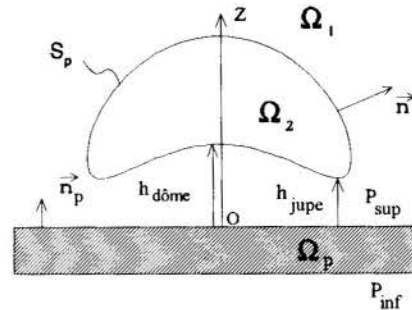


Figure 1. Geometry of the problem

The motion generated by the gas injection is considered to be a quasi-stationary Stokes flow and our aim is to calculate the stable drop shape and the film thickness ( $h_{jupe}$  and  $h_{dome}$  in fig.1) under the drop. Thus both, internal flow in the drop and external flow in the gas film, satisfy continuity and Stokes equations:

$$\begin{aligned} \mu_l \nabla^2 v^{(l)}(x) &= grad p_l^*(x) \\ div v^{(l)}(x) &= 0, \quad x \in \Omega_l, \quad l=1,2 \end{aligned} \tag{1}$$

where,  $v^{(l)}$  and  $p_l^*$  are the velocity and modified pressure fields in the domain  $\Omega_l$ .

In the porous medium (velocity  $v^{(p)}$  and pressure  $p_p^*$ ) the flow is governed by the Darcy's law:



$$k^{-1} \mu_1 \mathbf{v}^{(p)}(\mathbf{x}) = -\text{grad} p_p^*(\mathbf{x})$$

$$\text{div} \mathbf{v}^{(p)}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega_p \quad (2)$$

The boundary condition expressing that the surrounding fluid is quiescent far from the drop is:

$$\mathbf{v}^{(l)} \rightarrow 0, \quad p_1^* \rightarrow 0 \quad \text{as } \mathbf{x} \rightarrow \infty \quad (3)$$

On the interface gas-liquid the absence of mass transfer and the no-slip condition lead to  $\mathbf{v}^{(l)} = \mathbf{v}^{(2)} = \mathbf{v}^s$  and to the momentum balance (Ascoli et al., 1990):

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}_2 - \mathbf{n} \cdot \mathbf{T}_1 = -\sigma \mathbf{n} (\nabla_s \cdot \mathbf{n}) - (\rho_1 - \rho_2) g z \mathbf{n} \quad (4)$$

where  $\sigma$  is the surface tension,  $\mathbf{T}_l$  ( $l=1,2$ ) is the modified stress tensor in  $\Omega_l$ ,  $\nabla_s \cdot \mathbf{n}$  represents the mean curvature of the interface (outward normal  $\mathbf{n}$ ) and  $g$  is the acceleration due to gravity.

To these boundary conditions we add the following restrictive hypotheses concerning the porous medium:

- The pressure  $p_p(\mathbf{x})$  is uniform equal to  $p_0$  on the under surface,  $P_{\text{inf}}$ , of the porous plate.
- The tangential velocity on the upper surface,  $P_{\text{sup}}$ , of the porous plate may be neglected since the thickness of the gas film, under the drop, is supposed to be much greater than the porous diameter.
- The continuity of the flow through  $P_{\text{sup}}$  impose:

$$\mathbf{v}^{(l)}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_p = \mathbf{v}^{(p)}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_p, \quad \mathbf{x} \in P_{\text{sup}}$$

$$\mathbf{v}^{(l)}(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\tau} = 0, \quad \mathbf{x} \in P_{\text{sup}} \quad (5)$$

where  $\boldsymbol{\tau}$  and  $\mathbf{n}_p$  are the unitary vectors tangent and normal to  $P_{\text{sup}}$ .

The evolution of the drop shape  $S_p$  can be estimated by the cinematic condition (Rallison & Acrivos, 1978) which expresses the absence of mass transfer between the two fluids:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = (\mathbf{v}^s \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}, \quad \mathbf{x} \in S_p \quad (6)$$

**Dimensionless Equations.** To express the previous set of equations in a dimensionless form, all velocities are scaled by the average velocity of the gas at the porous surface exit.,  $V_0$ , and all lengths by the capillary length ( $H_0 = [\sigma / ((\rho_2 - \rho_1)g)]^{1/2}$ ).

As a consequence of these choices, the scale for pressure and stress in  $\Omega_p$  is  $\mu_1 V_0 / H_0$ , while in  $\Omega_l$  it is  $\mu_l V_0 / H_0$ , and the scale of time is  $V_0 / H_0$ .

The Stokes assumption for the flow around the drop reads:

$$\text{Re} = \frac{V_0 h_M}{\nu} < 1 \quad (7)$$

where,  $h_M$  is the average film thickness under the drop. This Reynolds number,  $\text{Re}$ , is that characterising lubrication problems.

In what follows, all equations will be written in dimensionless form. In order to simplify the expressions we will use the same notations for dimensionless variables. In this way, the momentum conservation (eq. 4) can be written as:

$$\lambda \mathbf{n} \cdot \mathbf{T}_2 - \mathbf{n} \cdot \mathbf{T}_1 = -\mathbf{n} \frac{\nabla_s \cdot \mathbf{n}}{\text{Ca}_s} - \frac{z}{\text{Ca}_s} \mathbf{n} \quad (8)$$

where  $\lambda = \mu_2 / \mu_1$ , is the viscosity ratio, and  $\text{Ca}_s = \mu_1 V_0 / \sigma$  is the capillary number.

## FLOW DECOMPOSITION

The creeping flow in the gas film, and more precisely, the pressure distribution on the exit surface  $P_{\text{sup}}$ , determines the flow through the porous plate.

As observed by Coutris & Gentil (1989), the pressure at the porous plate upper surface may be considered uniform. As a consequence of adding this hypothesis to the Darcy's law (eq. 2) it results that the velocity is also uniform on  $P_{\text{sup}}$ . Thus, due to the linearity of the equations describing the motion (eq. 1 and 2), drop lift over a porous plate may be considered as a result of superposition of two motions (fig. 2):

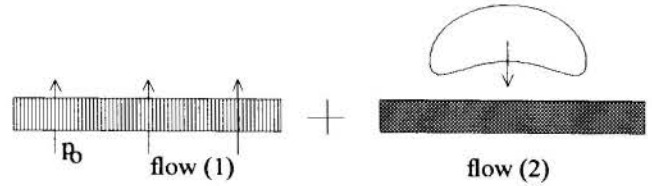


Figure 2. Flow decomposition.

a) the gas flow (1), through the wall, under the action of a uniform pressure  $p_0$  at the under surface  $P_{\text{inf}}$ . The pressure at the upper surface  $P_{\text{sup}}$  equals the environmental zero pressure. This flow is considered in the absence of the drop.

b) the Stokes flow (2) generated by the slow drop motion toward an horizontal impermeable wall, with conditions of zero velocity and pressure at infinity.

Due to this decomposition, the velocity at a point  $\xi$  at the drop surface  $S_p$  is given by:

$$\mathbf{v}^s(\xi) = V_0 \mathbf{n}_p + \mathbf{v}^{s_0}(\xi) \quad (9)$$

where  $\mathbf{n}_p$  is defined in figure 1, and  $\mathbf{v}^{s_0}$  is the velocity at drop surface as it falls toward the horizontal impermeable wall under the action of gravity. Thus, the solution of Darcy's equations may be replaced by giving the value  $V_0$  of the normal velocity at the exit of the porous plate. In what follows we will call this variable "blown velocity".

## SOLUTION METHODOLOGY

The contribution  $v^{so}$  to the instantaneous drop surface velocity  $v^s$  is calculated by solving the Stokes equations (eq.1) with boundary conditions expressed by equations (3) and (4) and a no-slip condition at the impermeable planar wall. Using the boundary integral formulation due to Ladyzhenskaya (1969), the flow inside and outside the drop is represented in terms of boundary distributions of single and double layer potentials for Stokes equations. Thus we can write the  $j^{\text{th}}$  component of velocity field, at a point  $\xi$  of the interface  $S_p$  as given by Pozirikidis (1990), Hervieu et al. (1992):

$$\frac{1}{2} V_j^{so}(\xi) = \frac{\lambda-1}{\lambda+1} \int_{S_p} T_{ik}(\mathbf{u}^{(j)}(\mathbf{x}, \xi)) v_i^{so}(\mathbf{x}) n_k(\mathbf{x}) dS_x - \frac{1}{\lambda+1} \int_{S_p} u_i^{(j)}(\mathbf{x}, \xi) \Delta f_i(\mathbf{x}) dS_x, \quad \xi \in S_p \quad (10)$$

where  $\mathbf{n}$  is the unit normal to  $S_p$  outward to  $\Omega_2$ ;  $\Delta f_i$  is the normal stress difference at the interface and  $\mathbf{u}^{(j)}(\mathbf{x}, \xi)$  and  $T_{ik}(\mathbf{u})$  are the Green's function kernels, calculated by Blake (1971), which takes into account the presence of the impermeable wall and satisfies the no-slip condition on it.

The stress difference,  $\Delta \mathbf{f} = \lambda \mathbf{n} \cdot \mathbf{T}_2 - \mathbf{n} \cdot \mathbf{T}_1$ , may be evaluated from the momentum balance equation (8) at the interface.

Given a drop initial arbitrary shape  $S_p$ , the contribution  $v^{so}$  to the interface velocity  $v^s$  can be calculated by solving the Fredholm equation (10) of second kind. Since axisymmetry is assumed, we performed analytically all integrations in the azimuthal direction, reducing the surface integrals into line integrals over the drop contour in a meridian plan (Tavares, 1992). This contour is parametrically described in a cylindrical coordinate system  $(r(s), z(s))$  where  $s$  is the arc length.

The evolution of the drop shape  $S_p$ , is then calculate by substitution of the total boundary velocity  $v^s$ , given by equation (9) into equation (6).

In this context, the problem to be solved is reduced to the determination of the stable shape of a drop for each given blown velocity  $V_o$ .

## NUMERICAL IMPLEMENTATION

**Discretized formulation.** After azimuthal integration, the resulting one-dimensional integral equation for the interfacial velocity field is solved by discretizing the half-contour in  $N$  boundary elements  $\Delta s_j$ , with node points placed at each end. These elements are assumed to be small enough so that the interfacial velocities  $v^{so}$  and stress difference  $\Delta f$  may be considered constant within each element, the values being evaluated at the center of these elements. The integral equation is converted into a  $2N \times 2N$  linear system whose unknowns are the interfacial velocity coordinates at each element center. The system reads:

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_r^{so}(\mathbf{x}_j) \\ v_z^{so}(\mathbf{x}_j) \end{pmatrix} = \frac{\lambda-1}{\lambda+1} \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\Delta s_j} P(\mathbf{x}_i, \xi) ds \right\} \begin{pmatrix} v_r^{so}(\xi_j) \\ v_z^{so}(\xi_j) \end{pmatrix} - \frac{1}{\lambda+1} \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\Delta s_j} Q(\mathbf{x}_i, \xi) ds \right\} \begin{pmatrix} \Delta f_r(\xi_j) \\ \Delta f_z(\xi_j) \end{pmatrix} \quad (11)$$

For  $i \neq j$ , each integral is computed using a 4-point gaussian quadrature. When  $i=j$ , the kernel functions  $P$  and  $Q$  (Tavares, 1992) become unbounded and the above integrals are singular. The corresponding  $i^{\text{th}}$  element is divided into three sub-arcs. In the vicinity of the singular point, the corresponding singular contributions in equation (11) can be analytically approximated by expanding the singular terms in Taylor series. The contributions of the two remaining sub-arcs are regularly estimated, using Gaussian quadrature.

**Interface update.** The resolution of the linear system (11) provides the instantaneous interfacial velocity  $v^{so}$  at time  $t$ , at the center  $\mathbf{x}$  of each element. The interface shape at time  $t + \Delta t$  is obtained from eq. (9) and the cinematic condition (6), which gives:

$$\mathbf{x}_i(t + \Delta t) = \mathbf{x}_i(t) + [v^s(\mathbf{x}_i(t)) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}_i(t))] \mathbf{n}(\mathbf{x}_i(t)) \quad (12)$$

**Numerical algorithm.** The time evolution of the interfacial contour is computed through an iterative procedure whose input control parameters are the capillary number  $Ca$ , the viscosity ratio  $\lambda$  the blown velocity  $V_o$ , and the initial position and shape of the interface. The input numerical resolution parameters are the number of nodes  $N$  and the time step  $\Delta t$ .

At each iteration, we calculate the center of mass velocity of the drop, averaged over the 100 iterations preceding the current time step. We stop calculations when this value becomes less than  $5 \cdot 10^{-5}$ . In order to converge to the equilibrium shape more rapidly, the initial shape of the interface is imposed (for almost all cases) as being that of the sessile drop of the same volume. This initial shape is obtained by numerical resolution (Tavares, 1992) of the equation defining the profile of a sessile drop at zero wetting angle.

A Gauss elimination technique is used to solve the linear system (11). The explicit cinematic equation (12) provides the update collocation points, which are redistributed along the contour. In order to obtain an accurate and smooth representation of the interface, cubic splines are used to fit this contour.

## RESULTS AND CONCLUSIONS

We used 50 elements on the half-contour and different time steps for each computation.

The results present the equilibrium shape of water drops ( $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$  and  $\mu_2 = 10^{-3} \text{ kg/ms}$ ) in aerodynamic levitation on a air film ( $\rho_1 = 1 \text{ kg/m}^3$  and  $\mu_1 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$ ). the interfacial tension is supposed to be  $\sigma = 75 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ . The calculations were achieved for

drops of 230, 100 and 10 mm<sup>3</sup> of volume. In each case several values of blown velocity were studied.

In all these cases the calculations lead to equilibrium drop shapes very similar to those of corresponding sessile drops, the bottom surface being less flattened. This trend being a consequence of the external viscous creeping flow in the air film, we may thus conclude that internal flow in the drop has a weak influence on the final shape. These results are in accordance with experimental observations of Coutris & Gentil (1989).

Initial shapes different from the standard one lead to the same final equilibrium shapes.

**Influence of drop volume.** The results presented in figure 3 show the equilibrium shape for drops of 100 and 230 mm<sup>3</sup> of volume and blown velocity  $V_0 = 0.06$  m/s. The calculated values of the film thickness  $h_{dome}$  or  $h_{jupe}$  are also shown. Thus, for a given  $V_0$ , the smaller drop reaches the equilibrium position nearer the plane. In fact, with this velocity, a drop of 10 mm<sup>3</sup> does not levitate and lays down on the wall. For this drop, the calculations obtained either with  $V_0 = 0.1$  m/s did not lead to aerodynamic levitation. This fact is illustrated in figure 4 where we show the time evolution of the drop shape for this case. During the first instants the flattened initial drop shape becomes spherical due to surface tension effects, the bottom surface being smaller it loses lift and touches the wall.

difference being the film thickness under the drop. As we could expected, greater blown velocities lead to greater film thickness. This trend is in accordance with experimental data from Goldshtik et al. (1986).

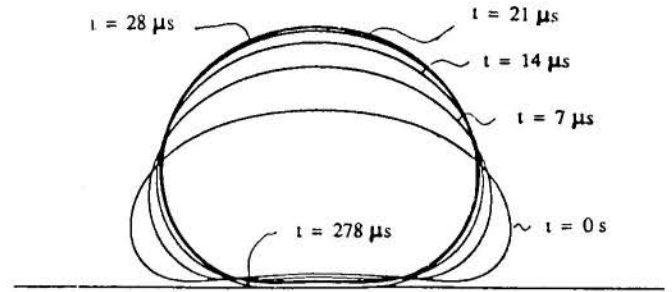


Figure 4. Time evolution of the interface for a drop of 10 mm<sup>3</sup>.

Table 1. Results for a drop of 230 mm<sup>3</sup> of volume.

$V_0$ (m/s)	$3 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$1.5 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-1}$
$Ca_s$	$8 \cdot 10^{-6}$	$1.6 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-5}$
Re	0.19	0.4	1.3	2.9
$\Delta t$	$2 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$
$h_{dome}$ (mm)	0.2106	0.2285	0.2679	0.2989
$h_{jupe}$ (mm)	0.0449	0.0545	0.0787	0.0969

The same features were reproduced for drops of 100 and 10 mm<sup>3</sup>.

## REFERENCES

- Ascoli, E.P., Dandy, D.S. & Leal, L.G., "Buoyancy-driven motion of a deformable drop toward a plane wall at low Reynolds number", *J.Fluid Mech.*, vol. 213, 287-311, 1990.
- Blake, J.R., "A note on the image system for a Stokeslet in a no-slip boundary", *Proc. Camb. Phil. Soc.*, vol. 70, 303-310, 1971.
- Coutris, N., & Gentil, O., "Levitacion aerodynamique d'une goutte", *Internal report, CEA/SETh/LEF*, 89.29, 1989.
- Goldshtik, M.A., Khanin, V.M. & Ligai, V.G., "A liquid drop as an analogue of Leidenfrost boiling", *J.Fluid Mech.*, vol. 166 1-20, 1986
- Granier, J. & Potard, C., "Elaboration et melange sans conteneur par la methode des films de gaz", *Proc. 6th Europ. Symp on Mat Sci. under Microgravity Cond.*, Bordeaux, France, 1986.
- Hervieu, E., Coutris, N., Tavares, M.R., "Deformation of a fluid particle falling freely in an infinite medium", *28th ASME/AICHE/ANS National Heat Transfer Conf.*, San Diego, USA, 1992
- Ladyzenhskaya, O.A., "The mathematical theory of viscous incompressible fluid flow", *Gordon & Breach*, 1963
- Pozirikidis C., "The deformation of a liquid drop moving normal to a plane wall", *J.Fluid Mech.*, vol. 215, 331-363, 1990.
- Tavares, M.R., "Simulation de la deformation d'un domaine fluide en mouvement dans un autre fluide par la methode des elements aux frontieres", *PhD Thesis*, Institut National Polytechnique. de Grenoble. INPG, France, 1992

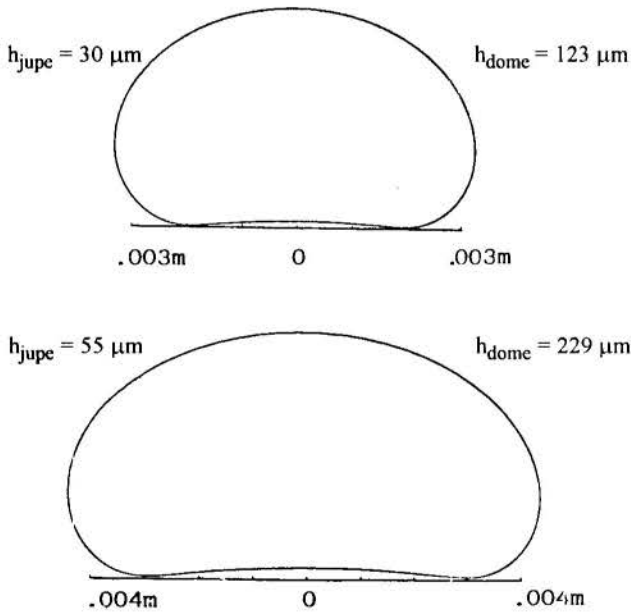


Figure 3. Equilibrium shape for drops of 100 and 230 mm<sup>3</sup>.

If we compare the radial position corresponding to the thickness  $h_{jupe}$  ( 2.95 mm for the bigger drop and 1.95 mm for the other one) we conclude that, the equilibrium between hydrodynamic lift and drop weight is obtained nearer the wall for drops of smaller bottom surface.

**Influence of blown velocity.** Table 1 illustrates the influence of the blown velocity  $V_0$  in the final equilibrium position for a drop of 230 mm<sup>3</sup> of volume. We had noted that the upper hemispheric contour of the drop is identical for all studied cases, the only

## ADIABATIC EVAPORATION WAVES

J. R. Simões Moreira<sup>(\*)</sup> and J. E. Shepherd

Graduate Aeronautical Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, CA

<sup>(\*)</sup> also Escola Politécnica da USP, São Paulo, SP

### SUMMARY

*We present experimental results on adiabatic evaporation of superheated dodecane. Saturated dodecane was suddenly exposed to a low pressure environment by rupturing a diaphragm. An evaporation wave started at the liquid free surface and propagated into the metastable liquid. Pressure and temperature traces as well as velocity of propagation of the disturbance are reported for several experimental conditions.*

### INTRODUCTION

When a pressurized liquid is abruptly exposed to a low pressure environment, the fluid pressure may be reduced far below saturation without immediate boiling. After a brief time delay, the depressurization process is followed by rapid evaporation of the metastable liquid. The explosive character of this process has been the cause of some industrial accidents (Reid, 1976 and 1983). Under certain conditions, the liquid will evaporate in a wave-like process, that is, an interface or wave moves into the undisturbed metastable liquid and a two-phase mixture is observed downstream of the wave front. This type of liquid-vapor phase transition has been observed in our experiments and by others (Tener, 1962; Grolmes & Fauske, 1974; Chaves in Thompson et al., 1987; and Hill, 1991). This phenomenon seems to be dependent on several factors, such as the nature of the substance, degree of superheat, condition of the container walls and depressurization time scale. Highly superheated liquids (near or at the spinodal) can show explosive features and Shepherd (1981) has shown that an evaporation wave process can occur on a smaller scale within superheated droplets (see also Shepherd & Sturtevant, 1982). Moderate superheating, appreciably less than the superheat limit, can give rise either to evaporation waves, as analyzed in this paper, or to evaporation due to heterogeneous nucleation at the container walls. Finally, at very low superheats, ordinary boiling occurs.

This paper reports experiments carried out with saturated dodecane at temperatures ranging from 180°C to 300°C. As discussed in our previous work (Simões Moreira et al., 1993), the choice of dodecane is related to the theoretical possibility of obtaining a complete evaporation wave in one-dimensional experiments. This is because of the high specific heat of a substance such as dodecane, which displays retrograde behavior. A detailed discussion is given in Simões Moreira (1994). Evaporation waves are essentially adiabatic phase transition processes, and the latent heat is supplied from the energy stored in the metastable liquid. Other terms used to designate this phenomenon are boiling discontinuities or boiling shocks (Labuntsov & Avdeev, 1981 and 1982), boiling front propagation, BFP (Das et al., 1987) or flash boiling by others. Applications of this phenomenon include fuel injection systems, loss-of-coolant-accidents in nuclear plants, power industry and chemical plants as well as any other systems where rapid decompression can occur.

### EXPERIMENTAL SETUP

A schematic diagram of our facility can be seen in Figure 1. The test liquid was contained in a glass tube, whose dimensions were 340 mm long by 15 mm diam. Glass was chosen because its surface was smooth enough to suppress undesirable heterogeneous nucleation and it also made photographic documentation of the phenomenon possible. Circulation of hot air in a square glass jacket partially enclosing the cell was used to heat the system to the desired temperature. The source of hot air was two "heat guns", modified to have the power input controlled by independent rheostats. To ensure the uniformity of the initial temperature, a thermocouple was traversed within the test cell, and the heat supply was adjusted as necessary. A diaphragm (made out of Kapton in most experiments and aluminum in a few cases) closed the top part of the cell and served to isolate the test liquid from a low-pressure chamber. Each experiment consisted in discharging about 50 cm<sup>3</sup> of liquid dodecane. The experiment began by piercing the diaphragm, which quickly exposed the slightly compressed liquid to the low pressure reservoir (0.227 m<sup>3</sup>). This was accomplished by using an arrow with sharp knife blades (four) driven by a compressed air piston actuated by a solenoid valve. The blades were at a shallow angle to the horizontal (5°) so that the total piercing time of the diaphragm was in the order of a few milliseconds. Substantial efforts were made to suppress nucleation at the bottom of the cell. The solution consisted in cooling the bottom portion of the test cell and allowing it to protrude below the heated section.

Pressure transducers were located at the bottom of the cell and near the cell exit. The bottom transducer was mounted flush with the flange. The exit transducer was mounted remotely in a small aluminum block and water cooled to prevent thermal damage. The exit pressure signal was transmitted through a small steel tube from the test cell to the pressure transducer. Exit temperatures were obtained using a T-type thermocouple with a bead of diameter 0.6 mm. Signals were amplified and then recorded using a personal computer. We obtained simultaneous still photographs using two cameras and a short-duration (0.5 μs) light source. One camera imaged a front view of the test cell and the other was oriented at 30° to the evaporation wave plane. The light triggering signal came from a photosensor that was illuminated by a laser beam passing through the test cell. As soon as the evaporation wave passed by, it blocked off the beam causing the photosensor circuit to generate an electrical pulse, which then triggered the light source. Motion pictures with a framing rate of 3000 s<sup>-1</sup> were also obtained. These



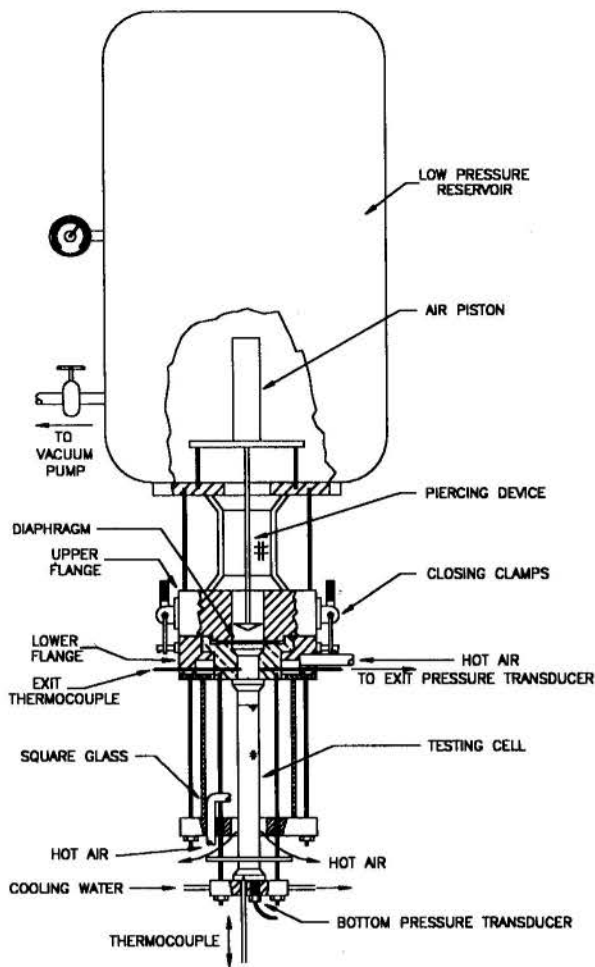


Figure 1 - Diagram of the experimental setup

films revealed details of the development of the evaporation wave and enabled accurate measurements of the wave speed.

A typical run started by degassing the fluid at room temperature. Then the test cell was filled, the diaphragm installed and a second low-pressure degassing process would take place while the system was being heated up. After boiling for some time, then the glass cell was pressurized with cover gas ( $N_2$ ). Pressure was controlled inside the test cell so that the liquid was slightly above the vapor pressure. The reservoir was evacuated and brought up to the desired pressure with  $N_2$ . Once the test condition was reached, the photographic system (high-speed motion or still pictures) and the data acquisition were set up. The triggering signal for the data acquisition was either from the high-speed camera, or from the diaphragm piercing system. The total data acquisition time was in the range of 200-500 ms, depending on the experiment and the sampling rate (of the order of 1 KHz). More details on the experimental setup can be found in Simões Moreira (1994).

## RESULTS AND ANALYSIS

**Development of the metastable state.** Two events on different time scales occurred after the diaphragm burst. At the very beginning, the process of depressurization occurred via the propagation of rarefaction waves in the vapor above and within the liquid. Several reflections might occur over a period of milliseconds before a uniform pressure was established in the liquid. It is reasonable to assume that this part of the process occurred isentropically. The metastable liquid temperature changes could not be measured and were estimated to be less than  $0.01\text{ }^\circ\text{C}$  during

decompression. Simultaneously, the evaporation wave started at the initial liquid free surface. It appeared that the evaporation wave dynamics dictated the degree of metastability the fluid reached and the metastable pressure as well. In other words, if no evaporation occurred at all, rarefaction and compression acoustic waves would propagate in the liquid until the liquid pressure equaled the reservoir pressure. On the other hand, if there was an evaporation front, the pressure jump across the front and at the exit of the test cell determined the maximum degree of superheat in the liquid.

**Development and propagation of the wave.** We carried out one set of experiments at constant temperature ( $230^\circ\text{C}$ ) and variable reservoir or back pressure,  $P_R$ . The general observations are as follow:

- $1.2 \leq P_R \leq 1.3$  bar. At low superheats, i.e., back pressures close to the saturation pressure (1.387 bar), a wave did not start. Nucleation started at the interface of the free surface and the glass tube and then the nucleation sites moved randomly down the tube wall.
- $0.7 \leq P_R \leq 1.1$  bar. As the back pressure was decreased, an evaporation wave appeared to start, but nucleation usually occurred somewhere upstream in the liquid. Usually, a single slug-flow-type bubble grew until it filled the tube and expelled the liquid above it. At  $P_R = 0.7$  bar, it was possible to observe a stable evaporation wave initially but nucleation disrupted the process eventually.
- $P_R \leq 0.6$  bar. Lower back pressure resulted in the consistent formation of evaporation waves. Waves started promptly and propagated with a characteristic velocity. No nucleation upstream was observed.
- $P_R \leq 0.3$  bar. Beyond a certain point, the exit pressure would be independent of the reservoir pressure. The evaporation wave properties were then insensitive to the back pressure. We believe that this was due to the two-phase flow reaching a choking condition.

Table 1 summarizes the experimental observations:  $P_R$  is the reservoir pressure;  $P_E$  is exit pressure;  $P_B$  is the pressure at the bottom of the test cell. Wave velocities were computed by analyzing the recorded video images from a CCD camera used for this set of experiments. The saturation pressure of dodecane at  $230\text{ }^\circ\text{C}$  is 1.387 bar.

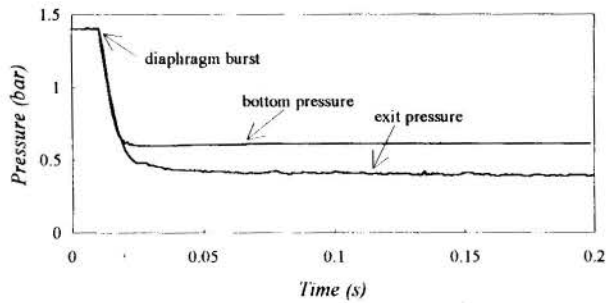
Table 1 - Back pressure variation experiment  
( $T=230^\circ\text{C}$  -  $P_{sat}=1.387$  bar)

$P_R$ (bar)	$P_E$ (bar)	$P_B$ (bar)	Vel. (cm/s)	Observations
1.3-0.8	1.3-0.8	1.3-0.8	-	train of bubbles/unstable wave
0.7	0.700	0.702	8.1	ev. wave + slug flow bubble
0.6	0.62	0.66	29.0	threshold for evap. wave
0.5	0.54	0.62	39.4	evap. wave
0.4	0.41	0.61	45.3	evap. wave
0.3	0.37	0.60	47.2	evap. wave
0.2	0.46	0.61	45.7	evap. wave
0.1	0.44	0.61	46.5	evap. wave
0.0	0.37	0.59	47.2	evap. wave

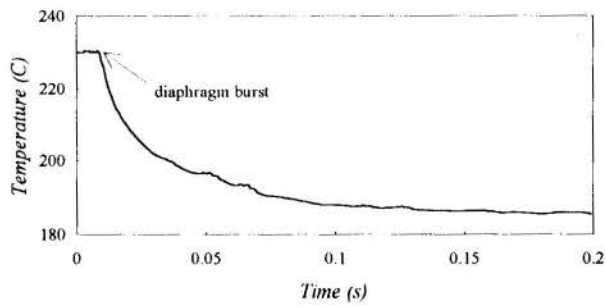
The trend of these results is in agreement with the earlier experiments of Grolmes & Fauske (1974) and Hill (1991). There was a noticeable threshold, at which an evaporation wave could be formed and sustained. It is interesting to note that at higher degrees of superheat, no nucleation in the upstream metastable liquid was observed during the tests. That seems puzzling, since at very low degrees of superheat ( $P_R$  near the saturation pressure) nucleation

occurred consistently. This is simply due to the time required for nucleation to occur. At low degrees of superheat, the metastable liquid remained in the test cell for a long period of time, enabling heterogeneous nucleation to occur. On the other hand, if an evaporation wave promptly started, the metastable liquid remained in the test cell for a shorter period of time and heterogeneous nucleation upstream of the wave did not play any role.

**Pressure and Temperature Traces.** Figure 2 presents typical pressure and temperature traces obtained in our experiments. The ones shown are for a 230 °C temperature test. Notice that the signals are steady after the diaphragm rupture event, which is indicated by an arrow. In most experiments the signals dropped sharply after diaphragm burst, however in some cases the exit pressure drop was slower due to evaporation of condensed liquid in the line. The bottom pressure signal was low-pass filtered ( $f_c=100$  Hz) to reduce the effect of the vibration caused by the impact of the air piston on the structure. The temperature records showed that the exit temperature (185°C) was very near the saturation temperature corresponding to the two-phase mixture pressure ( $T_{sat}=177$  °C).



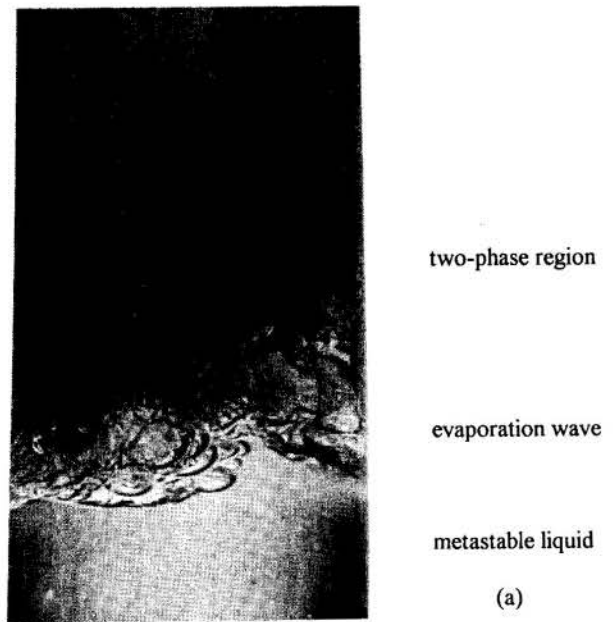
(a)



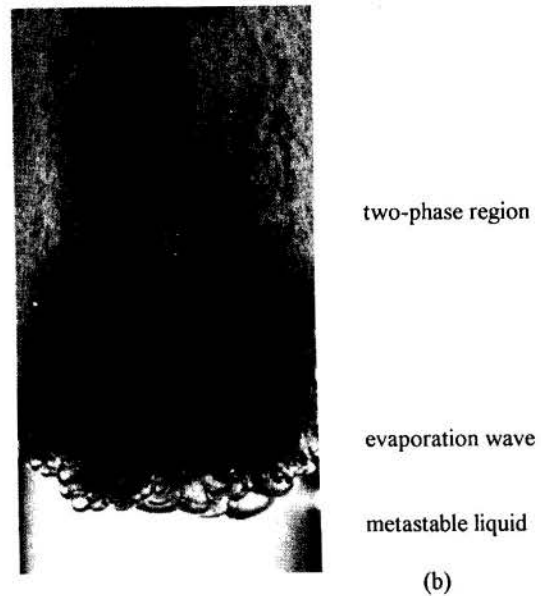
(b)

Figure 2 - Typical pressure (a) and temperature (b) records obtained in our experiments.  $T_{test} = 230$  °C;  $P_R = 1$  mbar.

**Evaporation wave in progress.** Figure 3a shows an oblique view (at 30°) photograph of an evaporation wave in progress in metastable liquid at 216°C. A front view of another wave at 230°C can be seen in Figure 3b. The wave moves from top to bottom. The evaporation front is highly disturbed. The nature of disturbance is not clear, but could be described as either a layer of vapor bubbles or a scalloped surface. Fluctuations of this front are obvious in the high-speed motion pictures. If one assigns an average plane to the front, a normal vector to this plane fluctuates about the axial direction. In our experiments, it was always possible to identify an average propagation velocity (Figure 4). A relaxation zone was visible in some experiments similar to the darker zone behind the wave in Figure 3b, but not in all of them. We interpret these darker regions as being finer droplets that were scattering the rear illumination. Analyses of the motion pictures revealed that



(a)



(b)

Figure 3 - Photographs of evaporation waves in progress. (a) - 30 ° view;  $T_{test} = 216$  °C. (b) - front view;  $T_{test} = 230$  °C.  $P_R = 1$  mbar.

sometimes jet-like structures of very fine droplets would come out the wave zone at high speed. The downstream region can be characterized by three distinct parts. (1) - streaks of low speed liquid flowing along the test cell walls. (2) - vapor flowing in the core zone. (3) - fine droplets flowing in the high speed core zone. In the terminology of two-phase flows, the closest classification would be annular flow with entrainment.

**Summary of experimental results.** Table 2 presents a summary of our experimental results. The temperature range was from 180 °C to 300 °C at nearly 20 °C steps. The saturation properties were calculated using the Lee-Kesler (1975) equation-of-state (see details in Simões Moreira, 1994). Wave speeds were obtained from high-speed motion pictures using the method of least squares to determine wave speed from position vs. time data. The time reference for the motion pictures was obtained from 10 ms timing light marks on the film. The results are shown on Figure 4.

$P_B$  and  $P_E$  represent an average of the pressure signals over the time of interest.  $T_E$  was taken as the exit temperature at the end of the steady phase of the wave. The last two values for  $T_E$  are missing because no steady temperature was reached in these two experiments. Even at the highest test temperature of 300 °C, the downstream state was a liquid-vapor mixture. We anticipated from our previous study (Simões Moreira et al., 1993) that a single phase (vapor) downstream state might be reached under these conditions, but we were not able to observe this since a sufficiently low pressure was not obtained in the superheated liquid. We estimate that the highest quality (mass fraction of vapor) achieved in these experiments was above 90% at an initial temperature of 300 °C.

Table 2 - Summary of experimental results

$T_{test}$ (°C)	$P_{sat}$ (bar)	$P_B$ (bar)	$P_E$ (bar)	$T_E$ (°C)	Vel. (cm/s)
180	0.39	0.24	0.18	155	25.3
200	0.67	0.33	0.22	165	30.9
216	1.00	0.44	0.28	176	39.0
230	1.39	0.59	0.37	186	47.2
250	2.11	0.83	0.52	200	64.8
270	3.11	1.19	0.73	210	83.7
290	4.44	1.91	1.16	-	138.1
300	5.25	2.12	1.32	-	157.8

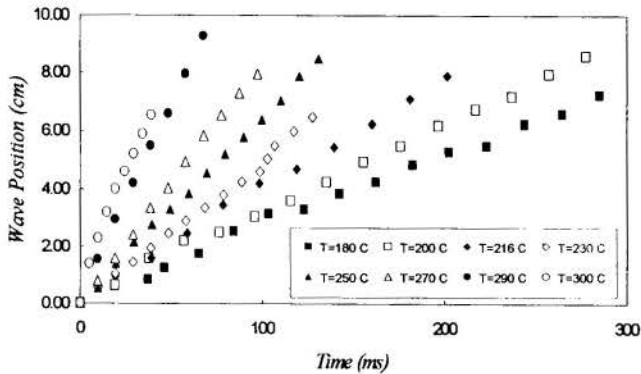


Figure 4 - Wave position as function of time (from high-speed motion pictures)

## CONCLUSIONS

We have observed adiabatic evaporation waves in dodecane over a wide range of temperatures. The experiments agreed with the results of previous authors in the sense that the wave behaved as a front moving at nearly constant speed into the metastable liquid. Still and motion pictures showed that the front was a highly disturbed zone of transition from liquid to two-phase mixture. The propagation speed depended in a systematic fashion on the metastable liquid temperature and the degree of metastability. In all cases, the flow downstream of the evaporation wave was a two-phase mixture. A model of evaporation waves has been previously developed (Shepherd et al., 1990, Simões Moreira et al., 1993 and Simões Moreira, 1994) and can be applied to the problem. A future publication will analyze in depth these results, including a modification of the simple evaporation wave theory to include a more realistic treatment of the two-phase flow downstream of the wave, including slip between phases.

## ACKNOWLEDGMENTS

The first author thanks CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, Brazil, for the financial support and the Department of Mechanical Engineering of Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brazil, for granting him a leave of absence. This research was carried out at the Graduate Aeronautical Laboratory of the California Institute of Technology and supported by the Powell fund at Caltech.

## REFERENCES

- Das, P. K., Bhat, G. S. and Arakeri, V. H., 1987 - Investigations on the Propagation of Rapid Depressurization of Subcooled Liquid - *International Journal of Heat and Mass Transfer* - V. 6, pp 975-84.
- Grolmes, M. A. and Fauske, H. K., 1974 - Axial Propagation of Free Surface Boiling into Superheated Liquids in Vertical Tubes - *5th International Heat Transfer Conf.* - Tokyo, v. IV, pp 30-34.
- Hill, L. G., 1991 - *An Experimental Study of Evaporation Waves in a Superheated Liquid* - PhD Thesis, California Institute of Technology.
- Labuntsov, D. A. and Avdeev, A. A., 1981 - Theory of Boiling Discontinuity - *Teplofizika Vysokikh Temperatur* - V., 19, N.3, pp 552-56.
- Labuntsov, D. A. and Avdeev, A. A., 1982 - Mechanism of Flow Blockage Involving Shock Boiling of Liquid - *Teplofizika Vysokikh Temperatur* - V. 20, no. 1, pp 88-95.
- Lee, B. I. and Kesler, M. G., 1975 - A Generalized Thermodynamic Correlation Based on Three-Parameter Corresponding States - *AIChE Journal* - V. 21, no. 3, pp 510-27.
- Reid, R. C., 1976 - Superheated Liquids - *American Scientist* - V. 64, pp 146-56.
- Reid, R. C., 1983 - Rapid Phase Transition from Liquid to Vapor - *Advances in Chemical Engineering* - V. 12, pp 105-208.
- Shepherd, J. E., 1981 - *Dynamics of Vapor Explosions: Rapid Evaporation and Instability of Butane Droplets Exploding at the Superheat Limit* - PhD Thesis, California Institute of Technology.
- Shepherd, J. E. and Sturtevant, B., 1982 - Rapid Evaporation at the Superheat Limit - *Journal of Fluid Mechanics* - V. 121, pp 379-402.
- Shepherd, J. E., McCahan, S. and Cho, J., 1990 - Evaporation Wave Model for Superheated Liquids - *Adiabatic Waves in Liquid-Vapor Systems* - G. E. Meyer and P. A. Thompson eds., Springer-Verlag, pp 3-12.
- Simões Moreira, J. R., McCahan, S. and Shepherd, J. E., 1993, "Complete Evaporation Waves," *ASME Fluid Engineering Conference*, paper # 93-FE-7, Washington, D.C., June 20-24, 1993.
- Simões Moreira, J. R., 1994 - *Adiabatic Evaporation Waves* - PhD Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, NY.
- Terner, E., 1962 - Shock-Tube Experiments Involving Phase Changes - *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development* - V.1, no. 1.
- Thompson, P. A., Chaves, H., Meyer, G. E. A., Kim, Y. G. and Speckmann, H. D., 1987 - Wave Splitting in a Fluid of Large Heat Capacity - *Journal of Fluid Mechanics* - V. 185, pp 385-414.

## MODELAGEM NUMÉRICA PARA O MOVIMENTO NÃO LINEAR DE UMA BOLHA DE GÁS EM UM LÍQUIDO

Instituto de Matemática & Prog. Eng. Mec./COPPE  
ROGÉRIO L. RIZZI e A. F. TELES DA SILVA  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
21945-970 Rio de Janeiro - RJ - Brasil

### SUMÁRIO

*Um modelo numérico para o cálculo do movimento não estacionário, não linear de uma bolha de gás, bidimensional, em um líquido ilimitado é apresentado. O escoamento em torno da bolha é modelado através da Teoria Potencial, com condições de contorno, cinemática e dinâmica, não lineares; esta última inclui o efeito da tensão superficial. O movimento da bolha é acompanhado desde o momento em que ela é liberada a partir do repouso; neste ponto ela começa a se mover pela ação do empuzo, deformando-se subsequentemente. O método numérico é baseado numa formulação Lagrangeana para o passo no tempo e no método da Integral de Contorno para o cálculo do campo de velocidades. Nenhuma simetria especial é assumida.*

### INTRODUÇÃO

O esquema numérico de Dold e Peregrine (1986) para o cálculo do movimento não linear e não estacionário de ondas na água, é adaptado para o cálculo do movimento de uma bolha bidimensional, de gás em um líquido ilimitado. Como nos problemas de propagação de ondas de superfície na água, vamos supor que os efeitos da camada limite, fina, na interface gás líquido não são importantes; justificando uma modelagem potencial para o escoamento; com condições de contorno, cinemática e dinâmica, não lineares; esta última leva em conta a tensão superficial.

O esquema numérico usa integrais de contorno para resolver o campo de velocidades em torno da bolha e um avanço Lagrangeano em que partículas na superfície da bolha são acompanhadas no tempo. O interesse, no presente trabalho, é o estudo de bolhas grandes o suficiente para que a tensão superficial não lhes imponha uma forma circular e, pequenas o suficiente para que a tensão superficial mantenha o seu contorno suave. No instante inicial vamos considerar uma bolha de secção circular e em repouso distante de fronteiras rígidas; como no trabalho de Walters & Davidson (1962). Por empuzo a bolha começa a se movimentar e através do esquema de passo no tempo acompanhamos numericamente este movimento. Bolhas maiores podem ser acompanhadas, em princípio só até o ponto em que a superfície da bolha, assumindo um formato de cogumelo, se auto-intercepta soltando bolhas menores a jusante, Collins (1965), Moore & Baker (1989); este é o processo de formação do equivalente da bolha de calota esférica em duas dimensões. Estamos particularmente interessados no estudo da evolução de perturbações no formato da bolha e sua interação com o campo de pressões e velocidades. Por este motivo não se supos nenhuma simetria em torno do plano vertical passando pelo eixo da bolha; isto vai permitir estudar o comportamento da bolha em presença de perturbações não simétricas.

Na secção 2 vamos apresentar o problema de valores inicial e de contorno. Na secção 3 é apresentada a solução para o

campo de velocidades ao redor da bolha, na secção 4 é apresentada a solução para o avanço no tempo. Na secção 5, discussão, são comentados diversos aspectos do esquema numérico e sua implementação.

### O MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

Em um escoamento potencial, é possível reduzir o cálculo do movimento do fluido à determinação do movimento nas suas fronteiras. O problema é modelado como um Problema de Valores Inicial e de Contorno (P.V.I.C.) para um potencial de velocidades dado abaixo.

Em qualquer instante o potencial de velocidades  $\phi$  satisfaz a equação de Laplace:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

A condição dinâmica, dada pela equação de Bernoulli, ver apêndice para fórmulas:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\mathbf{u}^2}{2} - \frac{(\rho - \rho')}{\rho} gy + \frac{\tau}{\rho} \kappa \quad (2)$$

estabelece que a pressão é uniforme na superfície da bolha; onde  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\tau$  é a tensão superficial,  $\kappa$  é a curvatura,  $y$  é a componente vertical orientada,  $\rho$  é a densidade da água e  $\rho'$  é a densidade do gás na bolha. A condição cinemática expressa o fato de a superfície se mover com a velocidade de suas partículas, portanto, para uma representação paramétrica  $(x, y) = [X(\xi, t); Y(\xi, t)] = \mathbf{R}(\xi, t)$  temos:

$$\mathbf{u} = \frac{D\mathbf{R}}{Dt} \quad (3)$$

Supomos ainda que:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \nabla \phi = 0 \quad (4)$$

estabelecendo que longe da bolha o fluido está em repouso.

As condições (2) e (3) caracterizam o problema como um problema de evolução no tempo para o potencial de velocidades  $\phi$  e para o contorno  $\mathbf{R}$  da bolha. Por isto são necessárias condições iniciais; no instante  $t = 0$  vamos supor uma bolha circular e em repouso:

$$\mathbf{R}(\xi, 0) = \Gamma_0 \quad (5)$$

onde  $\Gamma_0$  é o contorno circular dado no tempo inicial, e

$$\phi(\Gamma_0, 0) = 0 \quad (6)$$



Observe que para um determinado instante, a equação (1), a condição (4) e as condições iniciais (5) e (6) são suficientes para resolver o potencial  $\phi$  neste instante; uma vez que estamos resolvendo a equação de Laplace em uma região conhecida e com condições de contorno, suficientes, prescritas em suas fronteiras. As condições (2) e (3) são equações para a evolução de  $\phi(\mathbf{R}(\xi, 0))$  e  $\mathbf{R}(\xi, 0)$  e portanto atualizam a fronteira móvel e a condição de contorno nesta fronteira.

O esquema numérico para a evolução não estacionária tem pelas razões descritas acima duas partes principais: i) Solução para  $\phi$  dadas as fronteiras e as condições de contorno, e ii) Evolução temporal da fronteira e condições de contorno através de (2) e (3). Uma vez que as condições (2) e (3) envolvem a velocidade, torna-se mais interessante resolver i), o problema de valor de contorno, não para  $\phi$  mas para  $\nabla\phi$  que pode ser expresso através da velocidade complexa  $q = \phi_x - i\phi_y$ . Note que para o cálculo da evolução da bolha necessitamos dos valores da velocidade apenas no contorno da bolha.

### SOLUÇÃO PARA O CAMPO DE VELOCIDADES

Em um determinado momento no tempo, tempo  $t = 0$  por exemplo, vamos como discutido na seção anterior, calcular  $u$  em forma complexa como  $q(z) = \phi_x - i\phi_y = u - iv$  no contorno da bolha. Este problema pode ser resolvido através de uma equação integral. Para isto aplicamos o Teorema Integral de Cauchy com Valor Principal para a velocidade complexa  $q$  no contorno  $\Gamma$

$$q(z_0) = \frac{1}{\pi i} VP \int_{\Gamma} \frac{q(z)}{z - z_0} dz \quad (7)$$

Considerando uma parametrização de  $\Gamma$  no plano complexo, dada por

$$R(\xi, t) = x(\xi, t) + iy(\xi, t) \quad R(1) = R(n+1) \quad 1 \leq \xi \leq n+1$$

onde o parâmetro  $\xi$  é contínuo. Usando  $R_s = \frac{R_\xi}{\|R_\xi\|}$  podemos reescrever  $q$  no contorno da bolha como  $q(z) = \phi_x - i\phi_y = R_s^*(\phi_s - i\phi_n)$  e (7) fica:

$$\pi(\phi_n + i\phi_s) = VP \int_{\Gamma} \left[ \frac{\phi_s(\xi') - i\phi_n(\xi')}{R(\xi) - R(\xi')} \right] R_s(\xi) ds' \quad (8)$$

Usando as expressões  $\phi_s = \phi_s \|R_\xi\|$  e  $\phi_n = \phi_n \|R_\xi\|$  e evidenciando o valor de  $\phi_n(\xi)$  na equação (8) temos:

$$\begin{aligned} \pi\phi_n(\xi) = VP \int_{\Gamma} \Re \left[ \frac{R_\xi(\xi)}{R(\xi) - R(\xi')} \right] \phi_\xi(\xi') d\xi' \\ + VP \int_{\Gamma} \Im \left[ \frac{R_\xi(\xi)}{R(\xi) - R(\xi')} \right] \phi_n(\xi') d\xi' \end{aligned} \quad (9)$$

onde  $\Re$  e  $\Im$  denotam as partes Real e Imaginária da expressão complexa.

Usando a expansão dada por:

$$\frac{R_\xi(\xi)}{R(\xi) - R(\xi')} = \frac{1}{\xi - \xi'} + \frac{R_{\xi\xi}(\xi)}{2R_\xi(\xi)} + \mathcal{O}(\xi - \xi')$$

verificamos que só a parte real do integrando de (9) é singular.

Usando o fato:

$$\int_{\xi-a}^{\xi+a} \frac{\phi(\xi)}{\xi - \xi'} d\xi' = 0$$

vemos que quando  $\xi' \rightarrow \xi$  o integrando em (9) se aproxima de:

$$\Re \frac{R_{\xi\xi}(\xi)}{2R_\xi(\xi)} \phi_\xi + \phi_{\xi\xi} + \Im \frac{R_{\xi\xi}(\xi)}{2R_\xi(\xi)} \phi_n$$

Aproximaremos a integral (9) através da Regra dos Trapézios; tomando os valores inteiros do parâmetro  $\xi$  como a malha de integração. Pode-se mostrar que para as funções periódicas integradas sobre um período inteiro com malha uniforme que as fórmulas de Newton-Côtes coincidem, Schwarz (1989), no que resulta:

$$\begin{aligned} \pi\phi_n(\xi) = \sum_{\xi'=1}^n \left[ \mathbf{A}(\xi, \xi') \phi_\xi(\xi') + \mathbf{B}(\xi, \xi') \phi_n(\xi') \right] \\ - \phi_{\xi\xi}(\xi) \quad 1 \leq \xi' \leq n \end{aligned} \quad (10)$$

onde as matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  são dadas por

$$\mathbf{A} + i\mathbf{B} = \begin{cases} \frac{R_\xi(\xi)}{R(\xi) - R(\xi')} & \text{se } \xi \neq \xi' \\ \frac{R_{\xi\xi}(\xi)}{2R_\xi(\xi)} & \text{se } \xi = \xi' \end{cases}$$

Observe que as matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  somente dependem de  $x, y$  e suas derivadas em relação a  $\xi$  e portando, somente dependem da geometria da bolha no instante  $t = 0$ . O Sistema Linear (10) tem  $n$  equações e  $n$  incógnitas que são os valores de  $\phi_n$  nos pontos nodais da superfície, pois os valores de  $\phi_\xi$  são dados. Sendo um problema de escoamento bidimensional em uma região não simplesmente conexa, em torno de um corpo de dimensões finitas, o P.V.I.C. dados pelas equações (1)-(6) e portanto o sistema (10), não tem solução unicamente determinada, a menos que se dê um valor para a circulação em torno da bolha, Batchelor (1967). Vamos portanto, especificar uma circulação  $C$  e um fluxo de massa  $M$  na superfície da bolha através da equação

$$\oint_{\Gamma} q d\mathbf{R} = \int_{\Gamma} (\phi_\xi - i\phi_n) d\xi = 0$$

que pode ser multiplicada por  $\alpha i$  e reescrita como

$$\begin{aligned} \alpha i \oint_{\Gamma} q d\xi = \alpha i \oint_{\Gamma} (\phi_\xi - i\phi_n) d\xi \\ = \alpha \oint_{\Gamma} (\phi_n + i\phi_\xi) d\xi \\ \approx \alpha \sum_{\xi=1}^n \phi_n + i\phi_\xi \end{aligned} \quad (11)$$

Como o sistema (11) já tem  $n$  equações e  $n$  incógnitas pode-se somar a equação (11) a cada uma das equações do sistema (10) que terá então, a forma.

$$\pi\phi_n(\xi) = \sum_{\xi'=1}^n \left[ \mathbf{A}'(\xi, \xi') \phi_\xi(\xi') + \mathbf{B}'(\xi, \xi') \phi_n(\xi') \right] - \phi_{\xi\xi}(\xi) \quad (12)$$

onde

$$\mathbf{A}'(\xi, \xi') = \mathbf{A}(\xi, \xi') + \alpha \quad \text{e} \quad \mathbf{B}'(\xi, \xi') = \mathbf{B}(\xi, \xi') + \alpha.$$

A escolha do parâmetro  $\alpha$  é fundamental, pois (12) é, então, resolvido pelo Método Iterativo de Gauss Seidel, com convergência de no máximo de 10 iterações, dependendo de uma boa escolha de  $\alpha$ . A partir de  $\phi_\xi$  e  $\phi_\nu$  podemos determinar  $u$  e  $v$  como:

$$u = \frac{x_\xi \phi_\nu - y_\xi \phi_\xi}{x_\xi^2 + y_\xi^2} \quad v = \frac{x_\xi \phi_\xi + y_\xi \phi_\nu}{x_\xi^2 + y_\xi^2}$$

E a partir de  $u_\xi$ ,  $v_\xi$ ,  $u_{\xi\xi}$  e  $v_{\xi\xi}$  podemos obter  $u_x$ ,  $v_x$ ,  $u_{xx}$  e  $v_{xx}$  como:

$$u_x = \frac{u_\xi x_\xi - v_\xi y_\xi}{x_\xi^2 + y_\xi^2} \quad v_x = \frac{v_\xi x_\xi + u_\xi y_\xi}{x_\xi^2 + y_\xi^2}$$

$$u_{xx} = \frac{u_x x_\xi - v_x y_\xi}{x_\xi^2 + y_\xi^2} \quad v_{xx} = \frac{v_x x_\xi + u_x y_\xi}{x_\xi^2 + y_\xi^2}$$

As derivadas com relação a  $y$  podem ser obtidas a partir das equações  $u_x = -v_y$  e  $v_x = u_y$ .

### O PASSO NO TEMPO

O conhecimento da velocidade  $\mathbf{u}$ , permite o avanço no tempo, tanto para o contorno da bolha como para o valor do potencial restrito a este contorno, através de uma fórmula de Runge-Kutta ou multipasso. Ocorre que, para um determinado instante no tempo, as matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  usadas no cálculo de  $\mathbf{u}$  só dependem do formato da bolha, ou seja, da parametrização e suas derivadas; e o sistema (12) pode ser adaptado para o cálculo das derivadas da velocidade com relação ao tempo  $\mathbf{u}_t$  e  $\mathbf{u}_{tt}$ , sem mudanças nas matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$ . O input para o sistema são os valores sucessivos de  $\phi_t$  e  $\phi_{tt}$  em  $\mathbf{R}(\xi, t)$ ; estes valores são obtidos derivando a equação de Bernoulli (2) como será mostrado mais adiante. A partir destas derivadas da velocidade com relação ao tempo podemos obter as derivadas materiais  $\frac{D\mathbf{u}}{Dt}$  e  $\frac{D^2\mathbf{u}}{Dt^2}$ , para  $\mathbf{R}$  e  $\phi$  no contorno, obtendo um avanço no tempo do tipo:

$$\mathbf{R}(\xi, \Delta t) = \mathbf{R}(\xi, 0) + \mathbf{u}\Delta t + \frac{D\mathbf{u}}{Dt} \frac{\Delta t^2}{2!} + \frac{D^2\mathbf{u}}{Dt^2} \frac{\Delta t^3}{3!} + \frac{D^3\mathbf{u}}{Dt^3} \frac{\Delta t^4}{4!} + \frac{D^4\mathbf{u}}{Dt^4} \frac{\Delta t^5}{5!}$$

$$\phi(\mathbf{R}(\xi, \Delta t)) = \phi(\xi, 0) + \frac{D\phi}{Dt} \Delta t + \frac{D^2\phi}{Dt^2} \frac{\Delta t^2}{2!} + \frac{D^3\phi}{Dt^3} \frac{\Delta t^3}{3!} + \frac{D^4\phi}{Dt^4} \frac{\Delta t^4}{4!} + \frac{D^5\phi}{Dt^5} \frac{\Delta t^5}{5!}$$

onde as derivadas mais altas  $\frac{D^3\mathbf{u}}{Dt^3}$ ,  $\frac{D^4\mathbf{u}}{Dt^4}$ ,  $\frac{D^4\phi}{Dt^4}$  e  $\frac{D^5\phi}{Dt^5}$  são determinadas pela aplicação de diferenças finitas atrasadas a  $\frac{D^2\mathbf{u}}{Dt^2}$  e  $\frac{D^3\phi}{Dt^3}$ .

Os valores de  $\phi_t$ ,  $\phi_{tt}$  e  $\phi_{ttt}$  em  $\mathbf{R}(\xi, t)$  são obtidos da equação de Bernoulli (2) e suas duas primeiras derivadas materiais:

$$\frac{D^2\phi}{Dt^2} = \frac{\mathbf{u}D\mathbf{u}}{Dt} - \frac{(\rho - \rho')}{\rho} g v + \frac{\tau D\kappa}{\rho Dt}$$

$$\frac{D^3\phi}{Dt^3} = \frac{D}{Dt} \left( \frac{D\mathbf{u}}{Dt} \right) - \frac{(\rho - \rho')}{\rho} g \frac{Dv}{Dt} + \frac{\tau D^2\kappa}{\rho Dt^2}$$

A partir daí obtemos:

$$\phi_t = \frac{D\phi}{Dt} - \mathbf{u}^2$$

$$\phi_{tt} = \frac{D^2\phi}{Dt^2} - 3\mathbf{u}\mathbf{u}_t - 2\mathbf{u}(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})$$

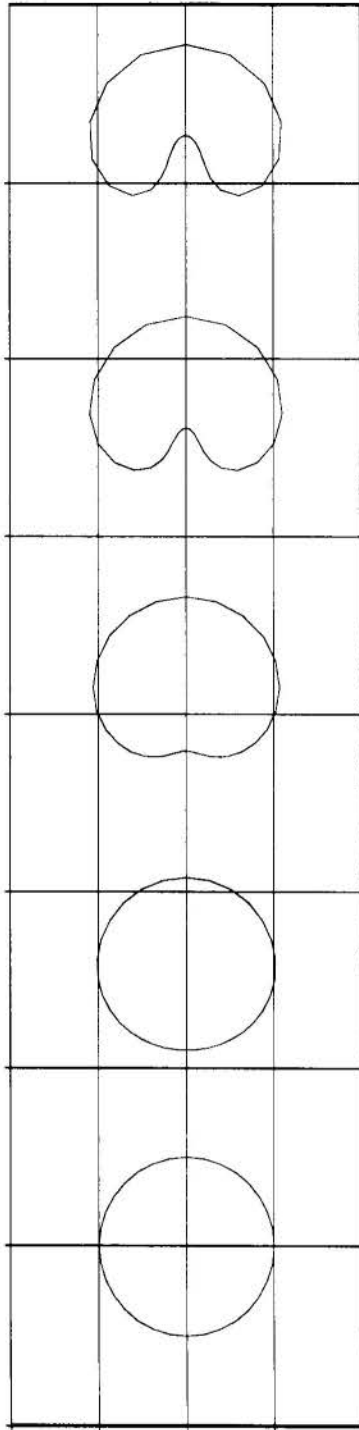
$$\phi_{ttt} = \frac{D^3\phi}{Dt^3} - 3\mathbf{u}_t\mathbf{u}_t - 4\mathbf{u}\mathbf{u}_{tt} - 2\mathbf{u}_t(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) - 2\mathbf{u}(\mathbf{u}_t \cdot \nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}_t) - 3\mathbf{u}[\nabla(\mathbf{u}\mathbf{u}_t)] - 2\mathbf{u} \cdot \nabla[\mathbf{u}(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})]$$

### RESULTADOS PRELIMINARES E DISCUSSÃO

O esquema numérico, em fase de implementação, delineado acima é uma adaptação do método de Dold & Peregrine (1986), inicialmente formulado para o cálculo do movimento de ondas de superfície; as vantagens desta formulação são a relativa simplicidade e eficiência. Neste momento já podemos obter alguns resultados numéricos, que permitem avaliar que o esquema é eficaz e permite uma boa representação da evolução bolha no tempo (ver figura 01). Como o esquema ainda não está totalmente implementado, o resultado é apenas preliminar, com as variáveis ainda em forma dimensional. A eficiência computacional vem de dois fatores: i) a integração por trapézios, e ii) a solução rápida do sistema de equações pelo método de Gauss-Seidel. A sua maior desvantagem é o requerimento de duas derivadas contínuas, com relação ao parâmetro da curva, para o perfil da bolha e o potencial de velocidades neste perfil. O interesse principal no desenvolvimento e implementação do presente esquema numérico é o entendimento do movimento não linear de bolhas de tamanho moderado que têm uma velocidade de subida oscilatória; as oscilações na velocidade de subida podem estar ligadas a perturbações no perfil da bolha. No presente esquema numérico, nenhuma simetria com relação ao eixo vertical da bolha é assumida; permitindo o estudo da evolução de perturbações não simétricas na sua superfície.

### BIBLIOGRAFIA

- Baker, G.R. & Moore, D.W., The rise distortion of a two dimensional gas bubble in an inviscid liquid, American Institute of Physics, vol 1, pp. 1451-1459, 1989.
- Batchelor, K., An Int. to Fluid Dynamics, Camb. Univ. Press, pp. 112-114, 1967.
- Collins, R., A simple model of the plane gas bubble in a finite liquid, J. Fluid Mech., vol 22, pp. 763-771, 1965.
- Dold, J.W. & Peregrine, D.H. An efficient boundary-integral method for steep unsteady water waves, In Numerical Methods for Fluid Dynamics II (eds. K.W. Morton & M.J. Baines), Oxford U.P., pp. 671-679, 1986.
- Schwarz, H.R., Numerical Analysis, a comp. int., Chichester, John Wiley, p. 330, 1989.
- Walters, J.K. & Davidson, J.F., The initial motion of gas bubble formed in an inviscid liquid, J. Fluid Mech., vol 12, pp. 409-417, 1965.



**Figura 01:** Acompanhamento da evolução da bolha para 5 tempos dimensionais distintos. Os parâmetros dados foram :  $g = 9.81.d2$ ,  $\tau = 0.0728.d3$ ,  $\rho = 9.991.d - 1$  e  $\rho' = 1.225.d - 3$

## APÊNDICE

A curvatura e suas derivadas materiais são dadas por:

$$\kappa = \frac{y_{\xi\xi}x_{\xi} - x_{\xi\xi}y_{\xi}}{(x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{D\kappa}{Dt} = (u_{\xi}y_{\xi\xi} + x_{\xi}v_{\xi\xi} - v_{\xi}x_{\xi\xi} - y_{\xi}u_{\xi\xi})(x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2)^{-\frac{3}{2}} - 3(x_{\xi}y_{\xi\xi} - x_{\xi\xi}y_{\xi})(x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2)^{-\frac{5}{2}}(x_{\xi}u_{\xi} + y_{\xi}v_{\xi})$$

$$\begin{aligned} \frac{D^2\kappa}{D^2t} = & \left[ y_{\xi\xi} \left( \frac{Du}{Dt} \right)_{\xi} + 2u_{\xi}v_{\xi\xi} + x_{\xi} \left( \frac{Dv}{Dt} \right)_{\xi\xi} - x_{\xi\xi} \left( \frac{Dv}{Dt} \right)_{\xi} \right. \\ & \left. - 2v_{\xi}u_{\xi\xi} - y_{\xi} \left( \frac{Du}{Dt} \right)_{\xi\xi} \right] (x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2)^{-\frac{3}{2}} \\ & - 3(u_{\xi}y_{\xi\xi} + x_{\xi}v_{\xi\xi} - v_{\xi}x_{\xi\xi} - y_{\xi}u_{\xi\xi})(x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2)^{-\frac{5}{2}} \\ & (x_{\xi}u_{\xi} + y_{\xi}v_{\xi}) - 3 \frac{D\kappa}{Dt} (x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2)^{-1} (x_{\xi}u_{\xi} + y_{\xi}v_{\xi}) \\ & + 6\kappa(x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2)^{-2} (x_{\xi}u_{\xi} + y_{\xi}v_{\xi})^2 \\ & - 3\kappa(x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2)^{-1} \left[ u_{\xi}^2 + x_{\xi} \left( \frac{Du}{Dt} \right)_{\xi} + v_{\xi}^2 + y_{\xi} \left( \frac{Dv}{Dt} \right)_{\xi} \right] \end{aligned}$$

As derivadas materiais da velocidade  $\mathbf{u}$  são:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$$

$$\frac{D^2\mathbf{u}}{D^2t} = \mathbf{u}_{tt} + 2(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}_t + \mathbf{u}(\mathbf{u}_t \cdot \nabla) \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)^2 \mathbf{u}$$

Valem as relações:

$$\mathbf{u} = \nabla \phi \quad \mathbf{u}_t = \nabla \phi_t \quad \mathbf{u}_{tt} = \nabla \phi_{tt}$$

As derivadas materiais do potencial  $\phi$  são dadas por:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \phi_t + \mathbf{u}^2$$

$$\frac{D^2\phi}{D^2t} = \phi_{tt} + 3\mathbf{u}_t \cdot \mathbf{u}_{tt} + 2\mathbf{u}(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$$

## ABSTRACT

A numerical scheme to calculate the unsteady nonlinear motion of a two-dimensional gas bubble immersed in an unbounded liquid is presented. The flow around the bubble is modeled using potential flow theory, with nonlinear kinematic and dynamic boundary conditions; the latter includes surface tension effects. The bubble motion is followed starting from rest; at this instant the bubble begins to move due to buoyance forces, deforming subsequently. The numerical scheme is based on a Lagrangian formulation for the time stepping, and on the Boundary Integral Method for the velocity field calculation. No special symmetry assumption is made.

## TRANSIENT ANALYSIS OF NATURAL CIRCULATION IN PARALLEL LOOPS

José Luís Ferraz Bastos    Walmir Máximo Torres  
 COPESP/SP                      IPEN/SP

### SUMMARY

*This paper presents a comparison between experimental and numerical solutions of a circuit with parallel loops in one phase natural circulation. The experimental facility is a four-loop U-tube heat exchanger similar to a PWR power plant with four steam generators. The mathematical model is based on a one-dimensional approximation of the conservation equations. The results, for the transient regime have shown a good agreement.*

### INTRODUCTION

Modern nuclear reactors are designed to remove heat from the core, in normal and accidental conditions, by passive operation modes like natural circulation. These reactors are safer and simpler to operate due to the reduced number of components involved. In order to get an insight in this area, a developing program started at IPEN/COPESP in 1991. As part of this program a numerical tool to analyse transient natural circulation has been developed. Comparisons with experimental data from CTE-150, the first Brazilian integral test facility, have been done showing a good agreement (Bastos, 1993). The geometry of CTE-150, however, is significantly different from the most pressurized water reactors (PWR). Therefore, the information obtained is not directly applicable to natural circulation in PWR's.

This paper presents an analysis of a small-scale facility with four parallel loops that resembles a four-loop U-tube steam generator PWR. The experimental facility developed at EPRI in 1981 consisted of an electrical heater in an aluminum vessel simulating the reactor core. Each of the four loops have an U-tube heat exchanger simulating a steam generator as the heat sink.

The data generated by the experiment (Jeuck III, 1981) is compared with a mathematical model based on a one-dimensional finite volume formulation.

### MATHEMATICAL MODEL

The analysis is based on a one-dimensional formulation of the conservation laws. Viscous dissipation, axial conduction and heat losses to the surroundings are neglected. The Boussinesq approximation for the driving force term is adopted. The momentum equation then becomes

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} \right) = - \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{\partial \tau}{\partial s} + \rho g \cdot \hat{e}_s \hat{e}_g \quad (1)$$

Where  $\rho$  is the density,  $v$  the velocity at the fluid flow direction,  $t$  the time,  $s$  the spatial coordinate,  $p$  the pressure,  $\tau$  the shear stress and  $g$  the gravitational acceleration.

The energy balance equation for the fluid flow is

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial s} \right) = q'''' \quad (2)$$

Where  $T$  is the temperature,  $c_p$  the specific heat and  $q''''$  the volumetric heat flux.

The heat conduction equation for the tubes has the form

$$\rho c_p \frac{\partial T_w}{\partial s} = k \left( \frac{\partial^2 T_w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_w}{\partial r} \right) + q'''' \quad (3)$$

With  $T_w$  as the tube wall temperature and  $k$  the thermal conductivity.

Correlations to estimate pressure losses and heat transfer coefficients are necessary due to the one-dimensional approach of the conservation laws. The friction factor, correlation (4), is valid for laminar and turbulent flows (Churchill 1977). Constants  $A$  and  $B$  are function of the Reynolds number and the tube rugosity

$$f = \left[ \left( \frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^2} \right]^{1/12} \quad (4)$$

The form friction factors are estimated based on the Idel'Chik correlations (Idel'Chik 1960). Natural and forced convection heat transfer correlations (Bejan 1993), shown in table 1, were implemented in the code and the dimensionless parameter  $Gr/Re^2$  is used to decide the appropriate correlation.

The code is based on a "Finite Volume Technique" and as the fluid is considered incompressible, the "Integral Momentum Method" is adopted for the momentum equation. A semi-implicit procedure is used to integrate the final algebraic-differential system of equations.

The procedure of advancing in time follow the steps:

1. solution of the fluid energy and momentum equations for all loops,



2. solution of the heat balance equation for the structure.

Table 1. Heat Transfer Correlations

Regime	Laminar	Turbulent
Forced Conv.	$Nu = 1.86 Gz^{0.333} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14}$	$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.333}$
Natural Conv.	$Nu = 0.59 (Gr Pr)^{0.25}$	$Nu = 0.021 (Gr Pr)^{0.4}$

EXPERIMENTAL FACILITY AND PROCEDURE

**Experimental Facility Description:** The facility was developed by the Electrical Power Research Institut - EPRI (Jeuck III, 1981) in order to have the same physical processes as a full-scale PWR. One process proved to be the important factor: the flow in the facility needed to be turbulent.

Estimates showed that in PWR during natural circulation (0.2% power), the Reynolds number, Re, in the hot leg would be about  $2 \times 10^6$  and  $2 \times 10^4$  in heat exchanger tubes. It was decided that the model should operate in the turbulent regime for two reasons. First, the heat transfer mechanism in the steam generator would be closer to the prototipe. Second, the pressure drop to flow rate relationship would follow the same power law.

Preliminary calculations showed that geometric scaling would not produce turbulent flow and the exact geometric scaling was relaxed. A practical limit for the maximum power set at 12 kW and a maximum  $\Delta z = 0.9$  m was set between the heat source and the heat sink.

The facility was constructed to operate at atmospheric pressure and an expansion tank is installed to allow for specific volume changes of the water during heatup and cooldown. The schematic geometry of the facility is given in figures (1) and (2); most of the important parameters are summarized in table (2).

Experimental Procedure

Initially the primary and secondary systems are at rest with homogeneous temperature of 20 °C at all loops and the heater turned off. The transient starts turning on and maintaining the heater with 12.1 kW. The variable parameter of the experiment is the number of heat exchangers operating. From the beginning of the experiment to 240 min (14400 s) only the secondary side of Loop A is active. The cooling water flows at 5.7 l/min and the temperature at the entrance is 20 °C. At time 240 min, the secondary side of Loop B is activated with the same flow rate and entrance temperature of Loop A. With two active loops the transient proceeds to 380 min when the Loop C is activated also with the same flow rate of loops A and B. During all the test, the secondary side of Loop D is inactive.

Table 2. Dimensions and Parameters of Model Facility

Number of loops	4
Maximum power input	12 kW
Operating pressure	101 kPa
Maximum design temperature	88 C
Total primary volume	0.093 m3
<b>VESSEL</b>	
Material	Aluminum and Pyrex glass
Height	914 mm
Inside diameter	305 mm
<b>DOWNCOMER</b>	
Material	Pyrex glass
Length	806.5 mm
Inside diameter	229 mm
Outside diameter	249 mm
<b>HEATER</b>	
Diameter	127mm
Length	531.9mm
<b>LEGS</b>	
Material	type L cooper tube
Inside diameter	50.42 mm
<b>HEAT EXCHANGERS</b>	
Type	12 U-tube
Number of active tubes	6(6 blocked)
<b>TUBE</b>	
Material	Cooper
Inside diameter	17 mm
Outside diameter	19 mm
Length (height)	910 mm
Heat transfer area (12 tubes-inside diam.)	1.18 m2
Maximum designed secondary flow rate	0.0001267m3/s(7.6 l/min)
Shell inside diameter	154.1 mm

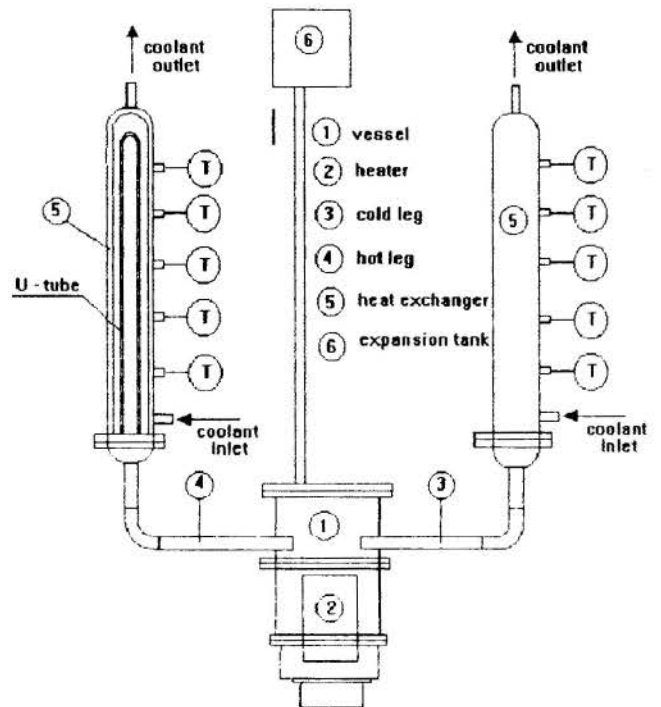


Figure 1. Natural Circulation Facility Elevation

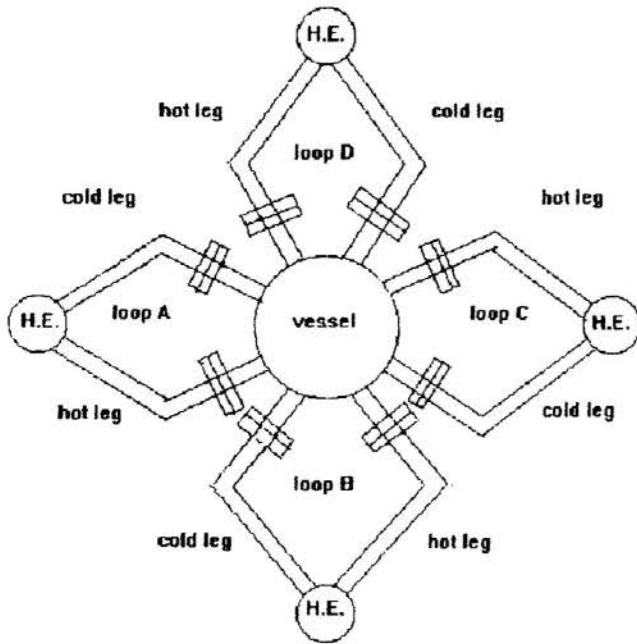


Figure 2. Natural Circulation Facility Plan View

The main parameter of interest during these tests was temperature. To measure this, 26 type E thermocouples were installed in the facility. A PDP 11/34 computer is the data acquisition system was used. When taking data, the program scans the multiplexer ten times in about 4s. More information about the experiment can be found in Jeuck III, P. (1981).

### RESULTS

The model's nodal discretisation, for one loop, is presented in figure 3.

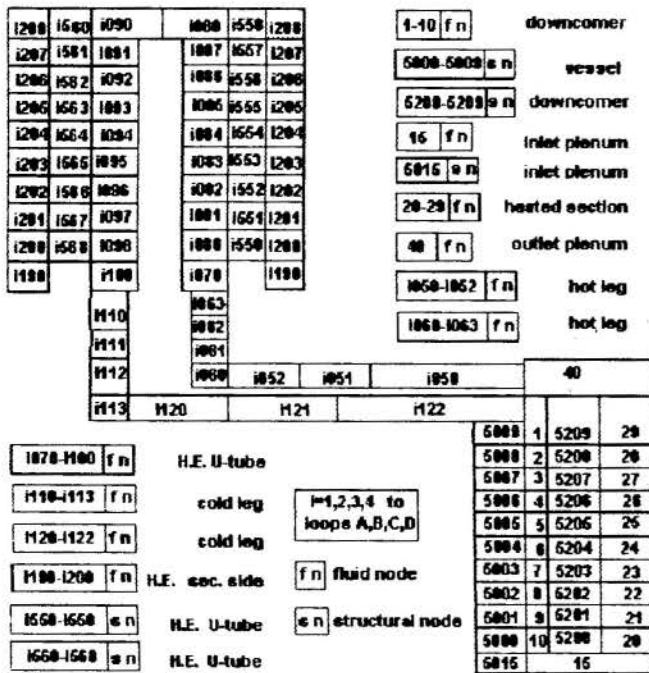


Figure 3. Nodal Discretisation

Each primary loop is represented by 56 fluid nodes and 39 structural nodes. The vessel region has:

- 10 fluid nodes for the downcomer region
- 10 fluid nodes for the heater region
- 11 structural nodes representing the vessel wall
- 10 structural nodes representing the downcomer wall
- 1 fluid node for the inlet plenum
- 1 fluid node for the outlet plenum

The nodes at the vessel region are common to all loops.

The U-tube heat exchanger has 20 fluid nodes at the primary side and 18 structural nodes representing the tubes walls. The secondary side is represented by 10 nodes.

The hot and cold legs have 7 fluid nodes each.

It's observed that, in general, the model predicts well the time evolution of the temperatures. The numerical results are slightly above the experimental ones for all the simulation. Nevertheless the temperature difference between the hot and cold legs are well predicted.

For the first part of the experiment - just loop A active - the temperatures of all loops present high frequency oscillations compared with the time constant of the transient. These oscillations are observed at the model results but with higher amplitudes. A more realistic behaviour of the phenomenon would be obtained if structural nodes for the hot and cold legs and the heat exchangers shells were considered at the model. However, the increase in the number of nodes would imply in a increase in the time of processing which is already around 24 hours in a Sun SPARC-10.

Loops B, C and D at the first part of the transient present a residual flow rate induced by loop A. This experimental observation is also obtained by the model as shown figure 8. Notice that when loop B is activated (T=14400 s) flow reversal is observed in loop C. The same happens in loop D and this inversion in the flow rate direction is caused by the temperature reduction of the hot leg due to the increase in the reactor flow rate.

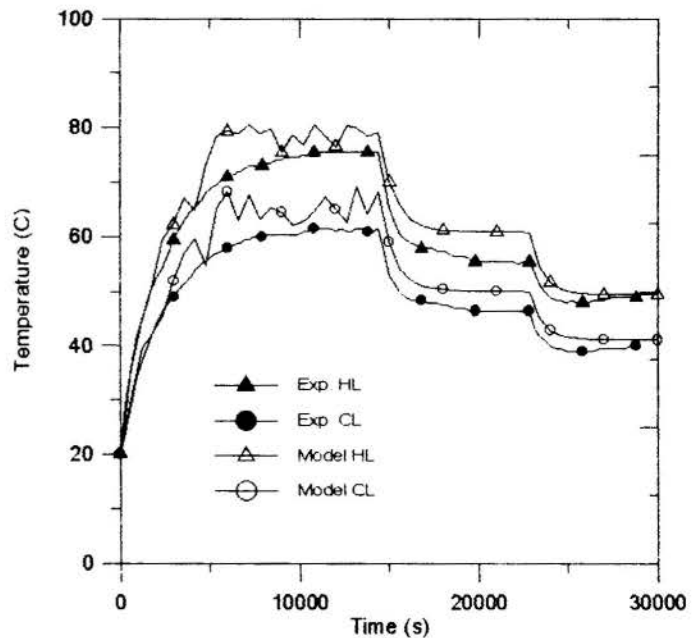


Figure 4. Hot and Cold Legs Evolution - LOOP A

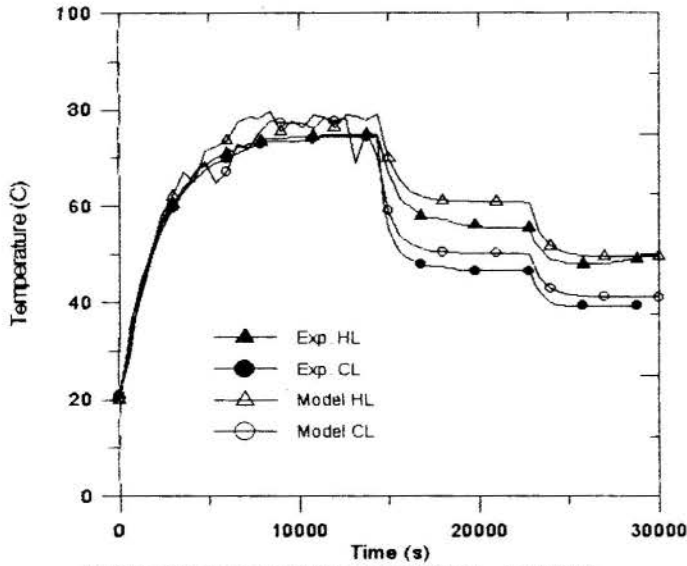


Figure 5. Hot and Cold Legs Evolution - LOOP B

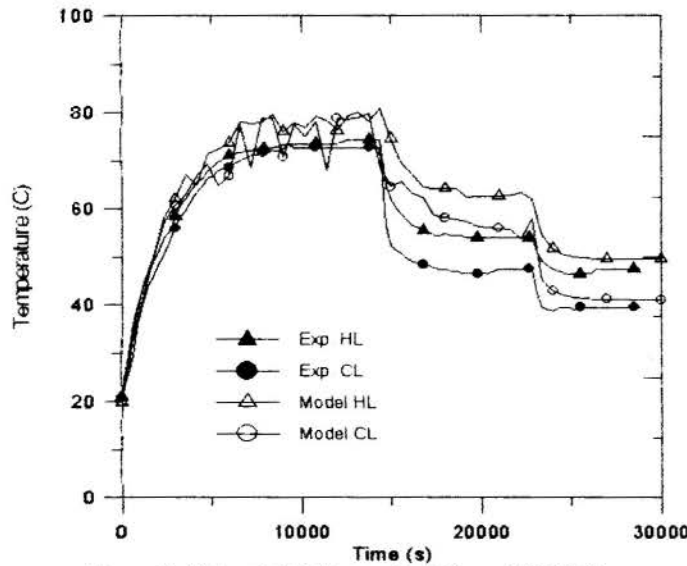


Figure 6. Hot and Cold Legs Evolution - LOOP C

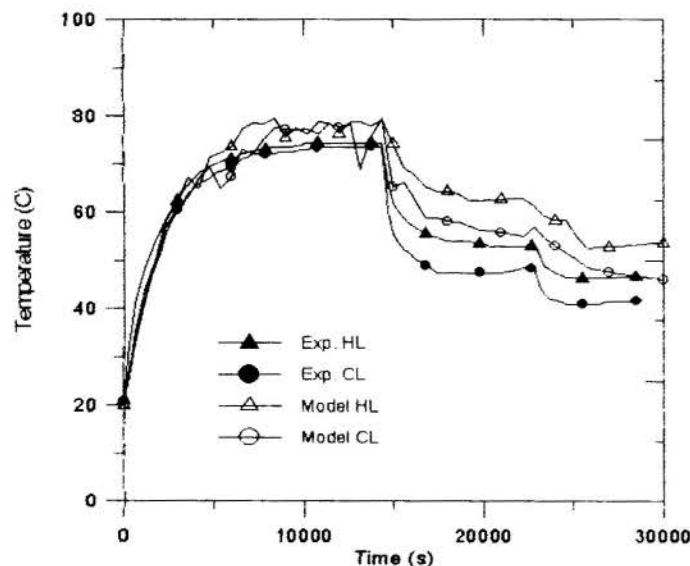


Figure 7. Hot and Cold Legs Evolution - LOOP D

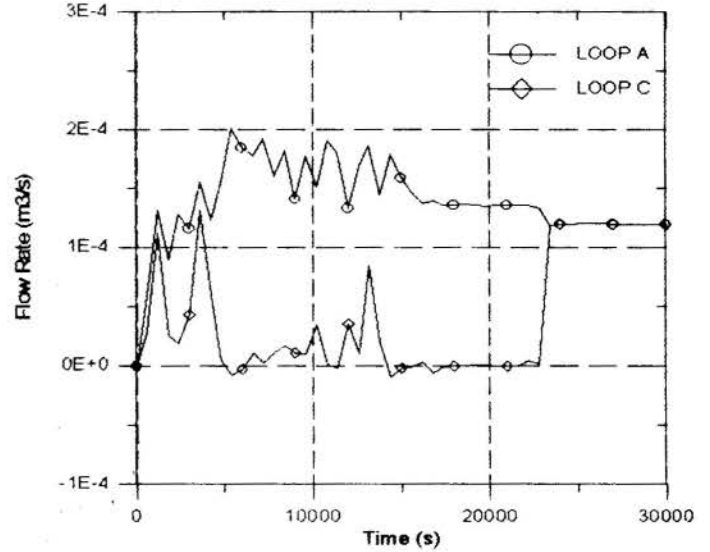


Figure 8. Flow Rate Evolution - Loops A and C

## CONCLUSION

This work presents a comparison between experimental and numerical results for a one phase natural circulation problem. The experimental facility is similar to a PWR with four U-tube steam generators in turbulent flow. The variable parameter of the experiment is the number of active loops - the loops that have a secondary cooling water fluid flow.

A good agreement is observed between experimental and numerical results. The most relevant characteristics of the experiment have also been detected by the model. The inaccuracies of the model are due to the correlations for the heat transfer and friction factor coefficients.

## REFERENCES

- . Bastos, J.L.F. and Loureiro, L.V., "Experimental Transient Analysis of Natural Circulation in a Complex Geometry", Third World Conference on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics - Hawaii, EUA 1993.
- . Churchill, S.W., "Friction-Factor Equation Spans All Fluid-Flow Regimes", Chemical Engineering - Nov. 1977, pp. 91,92.
- . Idel'Chik, I.E., "Memento des Pertes de Charge", Eyrolles, Paris, 1960.
- . Bejan, A., "Heat Transfer", John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- . Jeuck III, P., Lennert, L. and Kiang, R.L., "Single-phase Natural Circulation Experiments on a Small-Break Accident Heat Removal", EPRI Reports NP 2006, 1981.

O USO DE PLANILHA ELETRÔNICA NO ENSINO DE ENGENHARIA DE  
ALIMENTOS

CLAUDIO LUIS CRESCENTE FRANKENBERG  
Departamento de Engenharia Química  
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
90619-900 Porto Alegre - RS - Brasil

RESUMO

*Este trabalho propõe a otimização do tempo destinado ao ensino de Engenharia de Alimentos nos cursos de Graduação em Engenharia Química. Com o uso de planilhas eletrônicas o desenvolvimento de conteúdos, relacionados ao processamento térmico e refrigeração, torna-se mais eficaz. Através do uso desta ferramenta, os alunos passaram a demonstrar maior interesse pelo conteúdo, além de adquirir condições para avaliar os inúmeros fatores interferentes na conservação de alimentos.*

INTRODUÇÃO

Normalmente nos currículos dos cursos de Engenharia Química, quando não existe a ênfase Engenharia de Alimentos, são ministradas no máximo três disciplinas com este enfoque. Em função disto a carga horária disponível a este assunto é muito pequena, tornando fundamental a otimização do tempo para vencer o conteúdo programático previsto. Nas disciplinas de Engenharia Bioquímica e de Alimentos I e II do Curso de Engenharia Química da Escola Politécnica da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), estamos implantando o uso de planilhas eletrônicas para o ensino do cálculo de processamento térmico e também no dimensionamento de câmaras frigoríficas.

Com este trabalho, pretendemos mostrar a importância da informatização nos cursos de Engenharia, como também salientar o uso da planilha eletrônica como uma ferramenta importante e prática no processo ensino-aprendizagem.

O COMPUTADOR NO ENSINO DE ENGENHARIA QUÍMICA

O Engenheiro Químico na atualidade, não pode, segundo Mattos (1992), abrir mão de possuir um computador em sua mesa de trabalho. Tarefas que há menos de 10 anos, exigiam uma carga horária de trabalho em cálculos e consultas a tabelas, hoje podem ser feitas em alguns minutos graças aos modernos computadores pessoais e aos aplicativos.

Os principais problemas, ou os chamados problemas clássicos do Engenheiro Químico, são normalmente no projeto de tubulações, no dimensionamento de trocadores de calor, nos cálculos de transferência de massa, nas áreas de modelagem e simulação de processos e no controle de processos. Com o avanço tecnológico, e as exigências de mercado estas áreas têm se tornando cada vez mais complexas, fazendo com que os engenheiros procurem no computador a solução para seus problemas. Além disto, o melhoramento e a criação de novos softwares possibilitam o uso de computadores pessoais (PC's) ou funcionam em estações de trabalho ou até mesmo em supercomputadores.

Existem para comercialização um número significativo destes softwares, como por exemplo: Hextran, ChemCAD Batch, Aspen Plus, Hysim, SpeedUp, Plantwork entre outros. A familiaridade com compu-

tadores e com a maioria destes pacotes é essencial e significativamente importante para o Engenheiro Químico no exercício de sua profissão.

Entretanto, em relação ao ensino de Engenharia Química o uso destes pacotes são fundamentais porém devem ser fornecidos aos alunos no momento certo. Isto significa que, para um melhor aproveitamento no que tange o processo ensino-aprendizagem o aluno necessita desenvolver suas características críticas e de análise. Segundo Guimarães et al. (1987), o computador usado simplesmente como um processo tecnológico não solucionará os problemas educacionais existentes, mas sim deve ser usado para proporcionar mudanças no processo ensino-aprendizagem. Para que isto ocorra, é fundamental o uso de softwares educativos, que são aqueles destinados a viabilizar a aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento e a criatividade. Além disto, também objetiva o reforço e a construção do conhecimento do aluno (Frankenberg, 1993).

Retomando o uso de softwares comerciais, Dias e Haffner (1992) ressaltam inúmeras vantagens e desvantagens da utilização destes demonstrativos em sala de aula. Dentre as vantagens podemos citar como principal, no que diz respeito aos cursos de Engenharia Química, a de possibilitar a utilização de "recursos computacionais de forma sistemática, tornando o curso atualizado e aderente à realidade profissional (emprego diário de microcomputadores) do mercado de trabalho". Como desvantagens, os softwares comerciais, segundo os mesmos autores, impedem o uso de exemplos elaborados com o auxílio dos próprios alunos, não são flexíveis e também induzem ao conhecimento e aquisição de apenas aqueles demonstrativos utilizados no curso.

O USO DE PLANILHA ELETRÔNICA

Pode-se notar que o Engenheiro Químico necessita, profissionalmente, cada vez mais, de ferramentas que lhe possibilitem um maior desempenho no que diz respeito aos avanços tecnológicos. Com respeito ao ensino de graduação, entretanto, observa-se a necessidade de artifícios que possibilitem a geração de novos profissionais críticos e capazes de adaptar-se a esses novos avanços.

Uma ferramenta que vem sendo utilizada pelo Departamento de Engenharia Química da PUCRS (DEQ), com bastante sucesso é a planilha eletrônica. A



planilha eletrônica é um "instrumento" com amplas capacidades que, às vezes, pode se tornar intimidadora. Entretanto, o melhor deste "instrumento" é que ele é mais ou menos complexo segundo se queira. Com muito pouca experiência, o aluno pode montar com facilidade uma planilha para controlar diferentes processos, por exemplo.

Existem no mercado um número significativo de planilhas eletrônicas, sendo que a grande maioria já possui versões em português. Dentre estas planilhas o DEQ vem utilizando mais intensamente o QUATTRO PRO (versão para o DOS e para o WINDOWS) e também o EXCEL 4 e EXCEL 5 para WINDOWS. Inicialmente o uso deste material era restrito a professores, sendo que através dos projetos de Iniciação Científica desenvolvidos no Departamento começaram a ser incorporados pelos alunos. Posteriormente esta ferramenta começou a ser introduzida nas disciplinas da graduação.

A literatura disponível enfocando o uso de planilhas no ensino de Engenharia Química é bastante vasta. Inúmeros autores vem se preocupando com a utilização deste instrumento (Cheremisinoff, 1987; El Shayal, 1988; Ferrall et al., 1986; Finlayson, 1984; Hughes, 1991; Turner, 1991 e Sowa, 1987)

Especificamente dentro do enfoque deste trabalho, iremos mostrar o uso desta ferramenta no ensino de Engenharia de Alimentos, uma experiência obtida na disciplina de Engenharia Bioquímica e de Alimentos II (Curso de Engenharia Química da PUCRS).

#### CÁLCULO DE FRIGORIFICAÇÃO UTILIZANDO PLANILHA ELETRÔNICA

No ensino de Frigorificação para estudantes de Engenharia Química, normalmente enfocam-se dois tópicos no que diz respeito a parte prática deste capítulo. A nível de cálculo, determina-se o tempo de congelamento e o dimensionamento de câmaras frigoríficas.

Tempo de congelamento. O tempo de congelamento é o tempo que um determinado produto deverá permanecer em um equipamento para passar de uma temperatura inicial ( $T_1$ ) para uma temperatura final ( $T_2$ ), sendo  $T_2 < T_1$ . Neste cálculo são envolvidas uma série de variáveis, tais como: dimensão característica do alimento a ser congelado, tipo de fluido refrigerante, velocidade do equipamento (caso seja um túnel), forma do alimento, condutividade térmica do alimento, coeficiente convectivo do fluido refrigerante, temperatura do meio refrigerante, temperatura final do alimento, calor latente do alimento e massa específica, também do alimento.

Com o uso da planilha eletrônica pode-se, através de uma montagem simples, demonstrar a influência destas diferentes variáveis no aumento ou diminuição do tempo destinado ao congelamento de um alimento. Pode-se, ainda, relacionar os diferentes parâmetros com o custo de produção possibilitando assim uma análise econômica do processo escolhido. Inicialmente, trabalhamos no Departamento de Engenharia Química da PUCRS, com montagens simples de planilha, passando posteriormente para estruturas mais complexas. Estas novas estruturas possibilitam além dos cálculos tradicionais, o uso de banco de dados com as propriedades principais dos diferentes alimentos e dos principais fluidos usados na refrigeração de alimentos.

Com o uso da planilha é possível, também, a montagem de gráficos que expressem estas variações. E através deste material torna-se possível

uma análise detalhada do comportamento do tempo de congelamento em função destes parâmetros.

#### Dimensionamento de câmaras frigoríficas.

Como dimensionamento de câmaras frigoríficas, subentende-se o cálculo da capacidade térmica necessária para manter esta câmara a uma determinada temperatura, resfriando ou congelando o alimento nela armazenado. Existem inúmeros procedimentos de cálculo, entretanto de uma forma ou outra todos possuem a mesma finalidade e seguem passos semelhantes. Atualmente no curso de Engenharia Química da PUCRS, trabalha-se com uma metodologia simples. A determinação da quantidade de calor que deve ser retirado é dividida em dois grandes grupos: o calor que é retirado do alimento armazenado e o calor que deve ser retirado de fatores ligados diretamente a estrutura da câmara frigorífica.

Em relação ao calor que é fornecido pelo alimento, deve-se conhecer diversas propriedades do alimento que irá ser armazenado; como por exemplo: calor latente, calor sensível, massa específica antes e após o congelamento, temperatura de congelamento do alimento e calor de respiração. Além destas propriedades é necessário o conhecimento da temperatura em que o alimento irá penetrar na câmara, a massa de alimento, o tipo de embalagem e a temperatura de operação da câmara.

O calor que é fornecido pela câmara é decorrente da transferência de calor por condução que ocorre nas paredes, pelo abrir e fechar da porta, pelo atrito causado pelos ventiladores, pelas lâmpadas e também pelo número de funcionários que trabalham na operação de armazenamento. Para o cálculo destes parâmetros é fundamental o conhecimento das dimensões e da infra-estrutura disponível para o processamento.

Nota-se que o número de variáveis é significativo, e o uso da planilha eletrônica para otimizar este tipo de cálculo, torna bastante simples operações que até então eram trabalhosas. Com a planilha eletrônica o aluno tem condições de verificar as condições finais, alterando um ou mais fatores. Também neste caso, pode-se entrar com uma variável a mais que é o custode operação, com isto tem-se a possibilidade de avaliar-se também a viabilidade econômica de um determinado processo, escolhendo as melhores condições de operação.

#### CÁLCULO DO PROCESSAMENTO TÉRMICO UTILIZANDO PLANILHA ELETRÔNICA

O conteúdo de processamento térmico é desenvolvido de forma similar ao de frigorificação, além da parte teórica onde são enfocados os tipos de processamento, as propriedades, as vantagens e desvantagens do processo como os equipamentos utilizados, é fornecido subsídios para o cálculo do tempo de operação. Também existem diferentes metodologias para atingir-se este objetivo, sendo apresentadas aos alunos algumas destas linhas metodológicas. Atualmente utilizamos o método gráfico para a determinação do tempo destinado ao processamento térmico de um alimento.

O método matemático de avaliação do processamento térmico necessita da descrição da curva de ascensão e declínio da temperatura no ponto crítico de aquecimento do produto. O método comumente empregado para a determinação dos parâmetros de penetração de calor, como dito anteriormente, é essencialmente gráfico, sendo trabalhoso e demorado (Dall'Oca et al., 1972).

Logo o tempo em carga horária dispensado a este conteúdo torna-se elevado. Com o uso de planilha eletrônica, os alunos, após terem identificado as condições de contorno do processo a ser avaliado, podem rapidamente observar variações decorrentes da mudança, por exemplo da temperatura inicial de operação de uma autoclave. Com pequenas mudanças no procedimento podem ser observados os diferentes fatores e variáveis que afetam o processo térmico de conservação de alimentos.

#### EXEMPLOS

Para exemplificar o uso da planilha eletrônica, nos tópicos discutidos anteriormente, selecionamos duas situações básicas. A primeira situação mostrada na figura 1, indica uma curva de destruição térmica, que é resultado de uma série de cálculos. Os dados são fornecidos à planilha na forma de temperatura (no ponto crítico do alimento) em função do tempo de operação. Com esta representação o aluno pode visualizar o comportamento térmico da situação experimental em estudo, e compará-lo com dados ideais. Na figura 1, o termo "L" indica a taxa de letalidade de um microrganismo, que é o usado como parâmetro de referência entre a condição ideal e real.

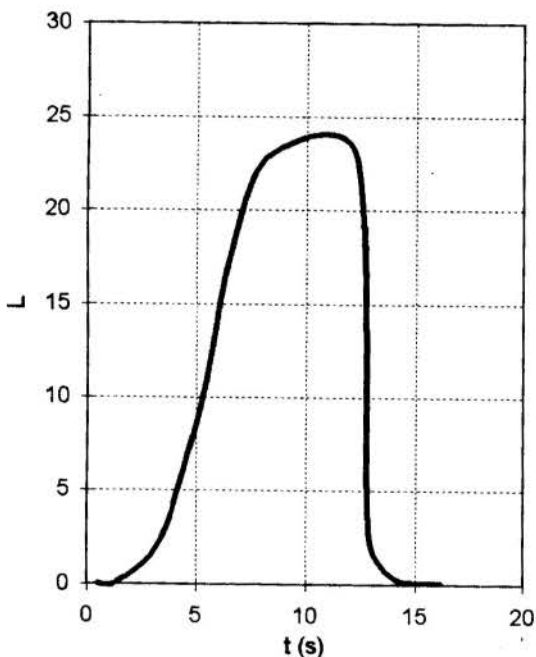


Figura 1. Curva de destruição térmica obtida em uma planilha eletrônica (EXCEL 5).

Tabela 1. Resultados de um estudo de dimensionamento de uma câmara frigorífica

PARAMETROS	DADOS FINAIS
COMPRESSOR (HP)	0,9
NUM. LAMPADAS	8
POTÊNCIA (W)	100
ISOLANTE	Lã de vidro
ESPESSURA (cm)	15
ALTURA (m)	17
COMPRIMENTO (m)	25
LARGURA (m)	12

A tabela 1, indica uma relação de resultados obtidos no final de uma série de interações, onde inicialmente foram fornecidos os parâmetros mínimos para o dimensionamento de uma câmara frigorífica, tais como: tipo de alimento a ser armazenado, quantidade e temperatura inicial do alimento. Pode-se observar que os resultados não são lógicos (altura da câmara de 17 metros). Isto ocorre devido ao fato de que, esta ferramenta (planilha eletrônica) não tem como objetivo resolver os problemas de forma conclusiva, mas sim de propiciar ao acadêmico, a possibilidade de avaliar os resultados de maneira crítica e posteriormente poder propor soluções concretas.

#### CONCLUSÃO

O ensino de determinados conteúdos pertencentes à área de Engenharia de Alimentos para o curso de Engenharia Química, não é uma tarefa fácil. A Engenharia de Alimentos envolve um número significativamente grande de variáveis que devem, para um bom entendimento do assunto, ser desenvolvidos com uma profundidade considerável. Como nos cursos de Engenharia Química a carga horária disponível para esta linha de ação não é muito grande, existe uma necessidade de otimização do tempo (carga horária) destinado a determinados assuntos. O uso da planilha eletrônica salientou uma melhora considerável no interesse dos alunos para com as disciplinas de Engenharia Bioquímica e de Alimentos do curso de Engenharia Química da PUCRS. Esta ferramenta possibilita uma maior interação entre a teoria e a prática, e também desenvolve a sensibilidade crítica dos acadêmicos frente a diferentes situações de processo.

#### REFERÊNCIAS

- Cheremisnoff, N.P., "Statistical Regression Routines on Spreadsheets", *Chemical Engineering*, Vol. 94, nº 11, pp. 153-157, 1987.
- Dall'Oca, S.R., Canhos, V.P. e F. Yokoya, "Uso de Computador Digital para Determinação dos Parâmetros de Penetração de Calor no Processamento de Alimentos", *Revista Brasileira de Tecnologia*, Vol. 3, pp. 127-138, 1972.
- Dias, G.A.D. e Haffner, S.L., "A Utilização de Demonstrativos Comerciais no Ensino de Engenharia Elétrica", *I Seminário sobre Informática no Ensino de Engenharia*, PUCRS, Porto Alegre, pp. 44-47, 1992.
- El Shayal, I., "Rigorous Engineering Calculations on a Spreadsheet", *Chemical Engineering*, Vol. 95, nº 1, pp. 117-119, 1988.
- Ferral, J.F., Pappano, A.W. and C.N. Jennings, "Process Analysis on a Spreadsheet", *Chemical Engineering*, Vol. 93, nº 5, pp. 101-104, 1986.
- Finlayson, B., "The Impact of Computers on Undergraduate Education", *Chemical Engineering Process*, Vol. 63, pp. 70-74, 1984.
- Frankenberg, C.L.C., "O Docente de Engenharia em Relação ao Uso de Software como Instrumento de Ensino-Aprendizagem", *Anais do XXI Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia*, Vol. 2, pp. 921-931, Belo Horizonte, Brasil, 1993.
- Guimarães, A.M., Oliveira, C.C., Menezes, E.I.M. e M. Moreira, "Produção e Avaliação de Software Educativo", *Educação em Revista*, Belo Horizonte, Vol. 6, pp. 41-44, 1987.

- . Hughes, T., "Analyse Steam Systems with a Spreadsheet", Hydrocarbon Processing, Vol. 70, nº 10, pp. 105-107, 1991.
- . Mattos, M.P., "O Uso de Computadores na Engenharia Química", Universidade Federal do Rio de Janeiro, Apostila, Rio de Janeiro, 25 p., 1992.
- . Turner, J., "Accessing and Manipulating Simulaton Data in Spreadsheet", Hydrocarbon Processing, Vol. 70, nº 11, pp. 123-125, 1991.
- . Sowa, C.J., "Engineering Calculations on a Spreadsheet", Chemical Engineering, Vol. 94, nº 3, pp. 61-63, 1987.

#### SUMMARY

The purpose of this paper is the optimization of the time spent in learning Food Engineering in the Chemical Engineering courses. The use of electronic spreadsheet in the development of the subject contents on Freezing and Thermal Processing has been successful. Through implementation the students demonstrate greater interest in the subject. Besides, they can analyze several factors on food's preservation.

ESTUDO DA DESCOMPRESSÃO ABRUPTA DE UMA CAVIDADE PRESSURIZADA

L. J. Pedroso; J. L. Vital de Brito; A. N. Barbosa  
 UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA - Faculdade de Tecnologia  
 Departamento de Engenharia Civil - Caixa Postal 04492  
 70.919-970 - Brasília - DF - Brasil

RESUMO

Este trabalho apresenta uma formulação analítica que permite evidenciar os diferentes aspectos do fenômeno de despressurização brusca de um circuito tubular simples, constituído por uma cavidade conectada a uma tubulação. Alguns resultados e previsões fornecidos por este modelo são ainda confrontados com resultados numéricos obtidos pelo programa TRANS (análise de transientes em reatores nucleares) e resultados experimentais. etc.

INTRODUÇÃO

Os estudos requeridos para a segurança de um reator nuclear impõem a análise de um certo número de acidentes possíveis.

Entre estes, uma despressurização brusca (perda do líquido de refrigeração- PWR-LOCA) se caracteriza por um acidente básico de projeto a ser levado em consideração.

Neste estudo pretende-se colocar em evidência os diferentes aspectos intervenientes numa despressurização brusca de um circuito simples, constituído por uma cavidade fechada (vaso) ligada a uma tubulação (circuito primário).

Ainda para comparar as grandezas definidas pelo modelo analítico desenvolvido, são utilizados resultados obtidos com um programa de análise de transientes (programa TRANS), também criado no quadro destas pesquisas.

Este trabalho também representa a retomada e uma nova orientação para alguns estudos já efetuados sobre o assunto (Pedroso-Barbosa, 1994, 1990; Kerboudj, 1983; Gibert, 1980).

COLOCAÇÃO DO PROBLEMA

Centrando-se nos aspectos globais a Figura 1 apresenta o modelo simplificado em estudo.

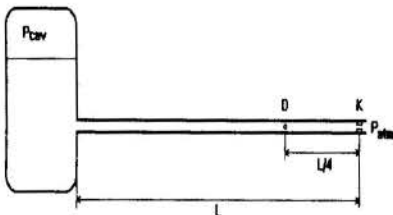


Figura 1 - Modelo simplificado - núcleo do reator (cavidade) + circuito pressurizado (tubulação).

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

São as equações gerais que regem o problema:

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

- Equação da quantidade de movimento

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \frac{V^2}{2} \right) + (\text{rot } \vec{v}) \times \vec{v} + \nabla(p + \rho g y) - \mu \nabla^2 \vec{v} \right) = 0 \quad (2)$$

- Equação de estado

$$f(p, \rho) = \text{Cte} \Rightarrow \tilde{p} = \tilde{\rho} C^2 \quad (\text{linearizada}) \quad (3)$$

Com algumas hipóteses simplificadoras, podemos passar das equações gerais às equações 1-D em regime incompressível para uma tubulação reta de secção constante entre duas secções ( $S_1$  e  $S_2$ ). Ou seja:

$$Q = Q(t) \quad (4)$$

$$(P_1 - P_2) + C_1 \dot{Q} + K Q |Q| = 0 \quad (5)$$

onde:

$C_1 = L/S$ , coeficiente associado à inércia do escoamento.

$K = 1/2 \rho (K_f/S^2)$  coeficiente associado aos efeitos dissipativos no sistema.

$K_f; K_v$  = coeficiente de perdas de pressão devido à viscosidade e singularidade (orifício).

$Q$  = vazão;  $S$  = secção do tubo;  $\dot{Q} = d(Q)/dt$

ESTUDO DA DESPRESSURIZAÇÃO

Numa primeira etapa vamos considerar a estrutura rígida, e nos deteremos sobre o aspecto de propagação das ondas acústicas. (Gibert, 1980)

Seja o esquema da figura 1, representando o sistema cavidade-tubo, com as hipóteses simplificadoras:

i) A vazão no circuito é limitada pelos efeitos dissipativos no sistema.

ii) O problema é tratado dentro da hipótese de um fluido monofásico e incompressível (fato só justificado na fase de escoamento do problema real).

iii) Para este sistema ( $V_{\text{cavidade}} \gg V_{\text{tubo}}$ ) o fluido da cavidade funciona por sua compressibilidade (rigidez-mola) e ao fluido do tubo por sua inércia (massa) → Problema do ressonador de Helmholtz, que para baixas frequências ( $\omega L/c \ll 1$ ) representa a analogia acústica de um oscilador harmônico ( $c$  = velocidade do som,  $L$  = comprimento do tubo).

iv) Processo adiabático.

A integração da eq. (1) na cavidade com eq. (3) fornece:

$$\frac{V}{C^2} \dot{p}_c(t) + Q(t) = 0 \quad (6)$$

A equação (5) aplicada ao tubo, vem:



$$P_c(t) - P_e(t) = C_I \dot{Q}(t) + K^* Q(t) |Q(t)| \quad (7)$$

As equações (6) e (7) são equivalentes à eq. diferencial de 2ª ordem não linear:

$$\ddot{Q} + 2 \frac{K^*}{C_I} \dot{Q} |Q| + \frac{C^2}{C_I V} Q = 0 \quad (8)$$

com as condições iniciais (c.i.)

$$\begin{cases} Q(0) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{P_c(0) - P_e}{C_I} = \frac{P_0}{C_I} \end{cases} \quad (9)$$

Fazendo

$$\omega_0^2 = \frac{C^2}{C_I V} \quad \therefore \quad \omega_0 = c \left( \frac{S}{LV} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\tau \sqrt{\beta}} \quad (10)$$

$\tau = L/c =$  cte de tempo característica da tubulação  
 $\omega_0 =$  pulsação própria do ressonador de Helmholtz tubo-cavidade.

$\beta = V_c/V_t$  relação volume da cavidade e volume do tubo.

$$\omega_1^2 = \frac{|P_0| K^*}{C_I^2} \quad \therefore \quad \omega_1 = \left( \frac{|P_0| K^*}{2 \rho_0 L^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

onde:

$$C_I = \frac{L}{S} \quad e \quad K = K^* 2 \rho_0 S^2 \quad (12)$$

Fazendo uma troca de variáveis adequada:

$$T = \omega_0 t \quad e \quad U = \frac{2K^*}{C_I \omega_0} \frac{|P_0|}{P_0} Q \quad (12-a)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + |U| \frac{\partial U}{\partial T} + U = 0 \quad (13)$$

$$\begin{cases} U(0) = 0 \\ \frac{\partial U(0)}{\partial T} = \frac{2K^*}{C_I \omega_0^2} \frac{P_0}{C_I} = 2 \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 = 2 \alpha^2 \end{cases} \quad (14)$$

Efetando mais uma troca de variáveis e integrando uma vez a eq. (13) chega-se a:

$$Y - \log \left[ \frac{1+Y}{1+2\alpha^2} \right] - 2\alpha^2 + \frac{1}{2} Y^2 = 0 \quad (15)$$

A integração de (15) é difícil de explicitar analiticamente, no entanto, podemos determinar o valor de  $U_{\text{máx}}$  atingido pela vazão:  $U = U_{\text{máx}}$

$$\text{Se } \alpha^2 \gg 1, U_{\text{máx}} = 2\alpha \quad (16)$$

$$\frac{U_{\text{máx}}}{(U_{\text{máx}})_{\text{lim}}} = \frac{V_{\text{máx}}}{(V_{\text{máx}})_{\text{lim}}} = \left[ 1 - \frac{1}{2\alpha^2} \log(1+2\alpha^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

#### CASOS PARTICULARES:

a) cavidade muito grande - variação da pressão na cavidade desprezível.  $\alpha^2 \gg 1$  (caso típico de um reator nuclear). Uma primeira integração da eq. (13) com o termo em  $U = 0$ , mais a eq. (14), chegamos a:

$$\frac{\partial U}{\partial T} + \frac{1}{2} |U| U = 2\alpha^2 \quad (|U| = U) \quad (18)$$

fazendo ainda algumas mudanças de variável para facilitar a resolução (Kerboudj, 1983), chegamos a:

$$V = V_{\text{lim}} th(\omega_1 t) \quad \text{com} \quad V_{\text{lim}} = \left( \frac{2P_0}{\rho_0 K} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

que se estabelece com uma constante de tempo  $(1/\omega_1)$

Desprezando-se a baixa de pressão na cavidade, ( $P_c = \text{Cte} \approx P_0$ ), e em função das expressões obtidas neste parágrafo, é fácil demonstrar que a pressão num ponto qualquer da tubulação pode ser dada por:

$$P(x, t) = P_0 \left[ 1 - \frac{x}{L} (1 - th^2(\omega_1 t)) \right] \quad (20)$$

b) Caso onde os termos de amortecimento  $\left( U \frac{\partial U}{\partial T} \right)$  em (13) é relativamente pequeno (pequena cavidade  $\alpha^2 \ll 1$ )

O movimento do fluido é quase periódico, com um período  $\approx 2\pi$  em  $T = \omega_0 t$

Numa primeira aproximação suporemos que:

$$U(T) = A(T) \text{sen}[T + \phi(T)] \quad (21)$$

Após um conjunto de procedimenos adequados (Mc Lachlan, 1979; Kerboudj, 1983), chegamos a:

$$V_m(T) = \frac{V_{m, \text{lim}} \alpha}{1 + \frac{8}{3\pi} \alpha^2 \omega_0 t} \text{sen}(\omega_0 t) \quad (22)$$

Após algumas idas e voltas da onda a pressão na cavidade começa a diminuir.

Levando-se em conta a hipótese iii, podemos mostrar que a pressão na cavidade pode ser dada por:

$$P_c(t) = P_0 \cos(\omega_0 t) \quad (23)$$

Esta pressão se anula no fim do tempo

$$t_0 = \frac{\pi}{2\omega_0} = \frac{\pi}{2} \tau \sqrt{\beta} \quad (\text{ver fig. 4(b)}) \quad (24)$$

e caracteriza o fim da despressurização.

#### RESULTADOS:

Nesta seção nós apresentaremos alguns resultados obtidos com o programa TRANS, que serão comparados com as previsões fornecidas pelas soluções analíticas.

Os casos que serão a seguir apresentados, se referem ao esquema da fig. 1.

O transiente é gerado numa ruptura brutal na extremidade da tubulação (guilhotinamento completo do tubo  $K_s = 0$ ; ou brecha na extremidade  $K_s \neq 0$ ), e corresponde a um pulso de despressurização  $P_{\text{cav}} - P_{\text{atm}} = P_0$ .

São ainda feitas as seguintes simplificações:

i) As ondas se refletem completamente no reservatório, e no caso, quando a extremidade rompida for a seção plena ( $K_s = 0$ ).

ii) A pressão exterior ao nível do ponto de ruptura ( $P_e = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$ ) é por vezes desconsiderada no cálculo do gradiente ( $P_c - P_e$ ) quando  $P_c \gg P_e$ .

iii) Os resultados são válidos para o caso de escoamento monofásico:  $P(t) < P_{\text{sat}}$

CASO 1 - Grande cavidade:  $\beta \gg 1 \rightarrow \alpha^2 \gg 1$

As variáveis gerais envolvidas no problema valem:

$L = 60 \text{ m}$ ;  $D = 0,2 \text{ m}$ ;  $c = 1500 \text{ m/s}$ ;  $f = 0,02$ ;

$P_{\text{cav}} = 50 \text{ bars}$ ;  $x(D) = 45 \text{ m}$  da cavidade.

CASO 1-a - Guilhotinamento completo do tubo na extremidade. Dados:  $\omega_1 = 2,04 \text{ rad/s}$ ;  $\tau_1 = 3,08 \text{ s}$ .

A figura 2 mostra a evolução da pressão na cavidade (linha reta) e no ponto D, para os resultados obtidos pelo programa TRANS.

Em relação ao regime permanente a pressão a 45 m da cavidade tende para um valor dado pela expressão:

$$P(x) - P_{\text{atm}} = \left( 1 - \frac{x}{L} \right) P_0 = (60-45) * 50/60 = 12,5 \text{ bars} \quad (25)$$

CASO 1-b - Ruptura do tubo na extremidade numa brecha (orifício) de diâmetro  $d < D$ .

Dados:  $\omega_1 = 8,56 \text{ rad/s}$ ;  $\tau_1 = 0,73 \text{ s}$ ;  $K_s = 100$ .

A figura 3 mostra a evolução da velocidade no ponto D (3-a); e a pressão na cavidade (linha reta), e no ponto D (3-b), pelo programa TRANS. É também plotada a velocidade calculada pela expressão (19) - curva média contínua, tendendo para um valor limite  $V_{lim} = 9,62$  m/s.

CASO 2 - Pequena cavidade:  $\alpha^2 \ll 1$

Caso da ruptura na extremidade (orifício com  $K_s = 80$ ), e  $L = 50$  m;  $D = 0,3$  m;  $c = 2000$  m/s;  $f = 0$ ;  
 $P_{cav} = 10$  bars;  $K_s = 80$ ;  $\beta = 28,3$ ;  
 $\omega_1 = 3,79$  rad/s;  $\tau_1 = 1,66$  s;  
 $\omega_0 = 7,52$  rad/s;  $\tau_0 = 0,84$  s;  
 $\alpha = 0,53$ ;  $\tau = 0,025$  s;  $x(D) = 37,5$  m.

A figura 4 mostra respectivamente a evolução da velocidade (a) e pressão (b) na cavidade pelo programa TRANS.

As curvas médias contínuas representam os resultados obtidos pelo modelo analítico.

Neste caso as pressões não são limitadas à pressão de saturação, de forma que a região de pressão negativa com  $P(t) < P_{sat}$  não tem sentido físico.

CASO 3 - Cavidade finita - comparação com resultados experimentais (Krotiuk, 1980). (ver fig. 5)

Dados:  $L = 1,22$  m;  $D = 0,103$  m;  $c = 1460$  m/s;  $f = 0,02$ ;  
 $P_{cav} = 115,83$  bars;  $K_s = 0,73$ ;  $\beta = 35,19$ ;  
 $\omega_1 = 61,44$  rad/s;  $\tau_1 = 0,1023$  s;  
 $\omega_0 = 201,75$  rad/s;  $\tau_0 = 0,0311$  s;  
 $\alpha = 0,3$ ;  $\tau = 0,000836$  s;  $x(P_3) = 0,305$  m (da cavidade).

Na figura 6 são mostradas as pressões no ponto  $P_3$  da tubulação, distante de  $x = 0,305$  m da cavidade.

Em (a) são plotados os resultados obtidos pelo programa TRANS; e em (b) os resultados experimentais bem como aqueles calculados pelo programa WHAMMOC II. (Krotiuk, 1980)

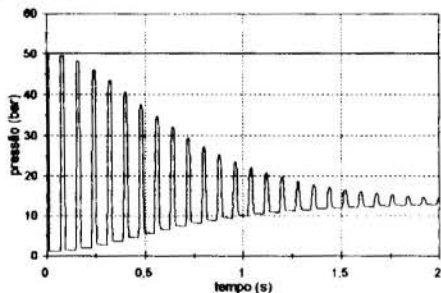


Figura 2 - Evolução da pressão na cavidade e em  $D-K_s = 0$ .

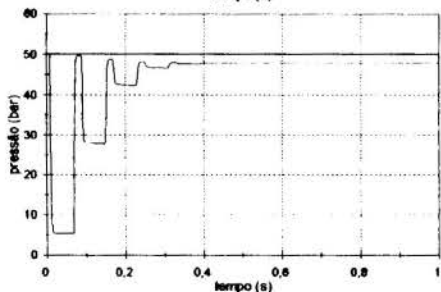
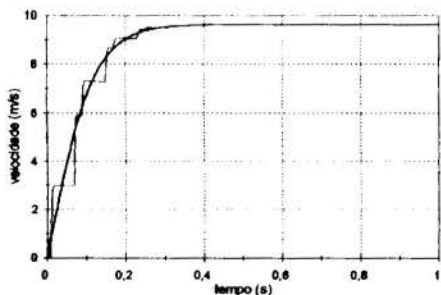


Figura 3 - Evolução da velocidade no ponto D(a) e da pressão na cavidade e em D(b)- $K_s = 100$ .

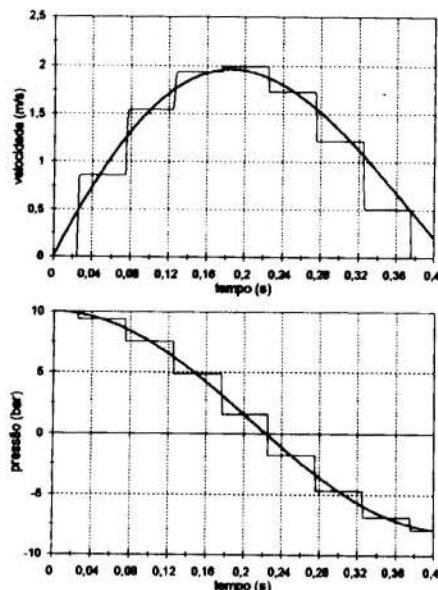


Figura 4 - Evolução da velocidade (a) e pressão (b) na cavidade.

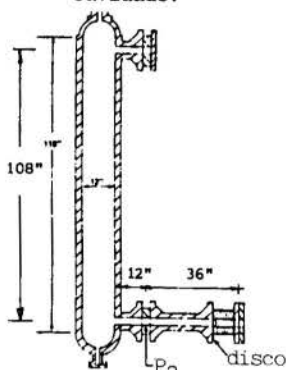


Figura 5 - Esquema do experimento (Krotiuk, 1980).

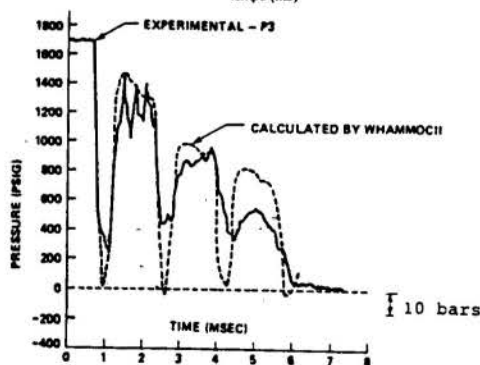
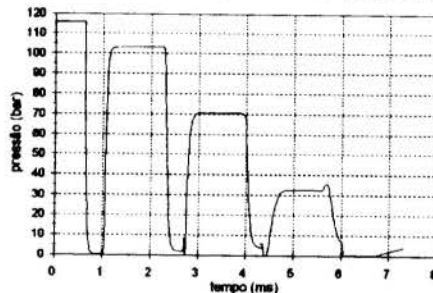


Figura 6 - Pressões no ponto ( $P_3$ ). Resultados do programa TRANS (a) e da literatura (b).

ANÁLISE, DISCUSSÕES E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Se  $\alpha^2 \gg 1$  o regime de escoamento aparece antes da decompressão da cavidade. Caso de um grande volume - pressão constante na cavidade e velocidade tendendo a um valor limite. (ver figuras 2 e 3).

Se  $\alpha^2 \ll 1$  a cavidade se descomprime bem antes que o escoamento regularizado seja atingido (ver fig. 4) para  $t \approx 0,209 s \rightarrow P_c = P_{atm}$ . Este pode ser o caso em que os efeitos dissipativos no circuito são desprezíveis ( $k \approx 1$ ).

Vejam os comportamentos da vazão incompressível e da pressão na cavidade durante um ciclo de escoamento monofásico.

Num ciclo de escoamento ( $0 \leq t \leq t_3$ ) a evolução do fenômeno é caracterizada pelas constantes de tempo características ( $1/w_0$  e  $1/w_1$ ). São pontos notáveis neste intervalo:  $t_1 =$  tempo de  $V_{adm}$ ;  $t_2 =$  tempo de  $P_c = 0$  e  $t_3 =$  tempo para  $V(t) = 0$ , com  $t_1, t_2, t_3 = f(w_0, w_1)$ .

Para o caso mais geral e real, esta evolução possui 3 fases principais evidenciadas na figura 4:

1ª fase -  $t_0 \leq t \leq t_1$   
O gradiente de pressão existente (do interior para o exterior) na extremidade de ruptura, para  $t = t_0 = 0$ , coloca o fluido em movimento.

A velocidade aumenta do valor  $V(t_0) = 0$  a um valor máximo.

$$V_{adm} = V(t) = V(\alpha, V_{lim}) \text{ (figs. 3 e 4(a))}$$

Ao mesmo tempo a pressão na cavidade diminui gradualmente (eq. 23) (fig. 4)

2ª fase -  $t_1 \leq t \leq t_2$

A pressão na cavidade e a velocidade no sistema diminuem progressivamente dos valores já calculados anteriormente para  $t = t_1$ , aos valores:

$$P_c(t_2) = P_{ext} = P_e \text{ e } V(t_2) = V_{adm} \left( \frac{\omega_1 t_2}{2\pi} \right) V_{lim}$$

3ª fase -  $t_2 \leq t \leq t_3$

O movimento da massa fluida continua por inércia e se anula no tempo  $t_3(w_0, w_1)$  (ver fig. 4(a)) e a pressão na cavidade influenciada por este movimento de inércia até o valor:

$$P_{min} = P_c(t_3) = P_n \left( \frac{\omega_1}{\omega_0}, P_0 \right) + P_e \text{ (ver fig. 4(b))}$$

Na verdade o  $P_{min}$  é limitado pela pressão de saturação do fluido, e a curva da fig. 4-b seria diferente (plana na zona de  $P_c$  negativa).

Para o caso em que  $\alpha = 0(1)$  (ordem de grandeza da unidade = grandes dissipações) as soluções analíticas obtidas não são mais válidas e a solução da eq.(8-13) deve ser obtida por um método numérico (TRANS).

As alturas dos degraus nas curvas de  $V(t)$  representam as flutuações da velocidade em torno do escoamento incompressível (solução analítica).

O decaimento das amplitudes das pressões na parte superior de  $P_0(t)$  corresponde às perdas no trecho cavidade-ponto (D), e na parte inferior as perdas entre o ponto (D) e a extremidade.

Para o caso da singularidade na extremidade (fig. 3-b) as perdas de pressão na singularidade (parte inferior do diagrama) são mais importantes que na parte superior (perdas unicamente por atrito).

Para o caso de pequenas cavidades, sem a limitação das pressões no sistema à  $P_{sat}$ , as pressões na cavidade e no ponto (D) seguem aproximadamente as tendências do modelo (fig. 4).

#### CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS

Amparados nos resultados apresentados, podemos assinalar alguns pontos de destaque:

Os parâmetros característicos do fenômeno ( $1/w_0, 1/w_1, V_{lim}$ ) colocados em evidência, e relativo aos casos estudados, mostram que a evolução de  $P(t)$  e  $v(t)$  obtidos da forma analítica é similar à evolução numérica, e corresponde às previsões físicas e experimentais. E, esta evolução, apesar de ser estudada para casos simples, representa similaridades com resultados obtidos para circuitos mais complexos.

A medida que o fluido se coloca em movimento atinge uma velocidade limite, que corresponde aos valores calculados em regime incompressível (modelo analítico).

As grandezas do escoamento real ( $P(t)$  e  $v(t)$ ) flutuam em torno do escoamento incompressível. No caso da velocidade, mesmo por vezes com flutuações importantes, sua evolução é gradual.

Aumentando a velocidade do som no programa TRANS ( $c \rightarrow \infty$ , caso incompressível) os resultados numéricos tendem para os valores obtidos pelo modelo analítico.

As diferenças entre os dois resultados (numérico e analítico), é devido ao fato que as soluções analíticas só foram obtidas para os casos extremos de  $\alpha \ll 1$ , ou  $\alpha \gg 1$ ; e tão mais próximos serão os dois resultados, quanto mais corretamente forem atendidas estas condições. Esta diferença é mais sensível a nível dos períodos e das amplitudes máximas.

Em relação aos resultados experimentais as discordâncias podem ser explicadas em parte pelos efeitos inerciais (3D) nas saídas da cavidade e atmosfera; os efeitos dissipativos na junção tubo-cavidade; e o problema da presença de um sistema não mais monofásico, desde as primeiras ondas; efeitos estes não levados em consideração nestes estudos.

Neste trabalho foi dada bastante ênfase ao equacionamento do problema, e as soluções analíticas para o caso de escoamentos incompressíveis, fato justificável na etapa de escoamento regularizado (quando os efeitos acústicos se reduzem). Portanto, será objeto ainda de um próximo trabalho, os aspectos dissipativos do sistema, e a evolução das pressões no circuito; além de considerarmos os esforços provocados sobre as estruturas a cada passo do processo.

#### REFERÊNCIAS

- Gibert, R. J. - Quelques Considerations simples sur l'evolution temporelle des efforts exercés par le fluide sur les structures lors de la dépressurisation brusque d'un circuit comprenant un tuyau raccordé à une cavité. Note Téchn.EMT/SMTS/VIBR/80-143-CEN/Saclay, pp.1-26 1980.
- Kerboudj, J. - Amélioration des méthodes de calcul dans les interactions fluide-structure lors d'un transitoire intense. Thèse de Doctorat. INSTN/VIBR.-DEMT/SMTS-CEA/CEN-Saclay, France, 1983.
- Krotiuk, W.J.; Whammoc II - A computer code for performing one or two phase waterham analysis. Fluid transient and fluid struc. interac. P.V.P.-vol.64, 1980.
- Mc Lachlan, N. W. - Ordinary nonlinear differential equations in engineering and physical sciences, 1979.
- Pedroso, L. J.; Macedo, A. P.; Barbosa, A. N. - Calculations of the loads induced by pressure wave flow in nuclear reactor systems. 12th SMIRT, 10.08.93, Univ. Stuttgart-RFA; VOL. A, E11/3, 115-120.
- Pedroso, L. J.; Barbosa, A. N. - Ondas transientes em circuitos tubulares pressurizados: reflexões e amortecimentos - XIV CILANCE; IPT-SP; Vol. II, pp.812-821, 1993.
- Pedroso, L. J.; Brito, J. L. V.; Barbosa, A. N. - TRANS - Um Programa para Análise de Transientes em Circuitos Tubulares de Reatores Nucleares - V - General Conference on Nuclear Energy, RJ, ago. 29- set. 2, 1994.
- Streeter, V. L.; Wylie, E. B. - Hydraulic transients. Mc Graw-Hill Book Co., USA, 1967.

#### ABSTRACT

This paper presents an analytical formulation for different aspects of the phenomenon of sudden decompression in a common tubular circuit (a cavity connected to a pipeline). Some results and predictions given by these models are compared with numerical results obtained using TRANS (transient analysis in nuclear reactors) and experimental results.



# MEDIDAS DA RADIAÇÃO EMITIDA POR PLASMA UTILIZANDO DETECTOR BOLOMÉTRICO.

SILVEIRA, R.M.

VANNUCCI, A.

Instituto de Física - Universidade de São Paulo  
C.P. 20516, 01498-970, São Paulo, SP. - Brasil.

## RESUMO

*Para medir a potência irradiada pelo plasma confinado no tokamak TBR-I, foi projetado e construído um sistema utilizando-se um detector térmico. Para isso foi feito um estudo da resposta do detector em função da potência absorvida. O detector foi calibrado de duas maneiras: a calibração térmica e a calibração absoluta de potência. Instalando o sistema no vaso da máquina, foi possível obter a potência absorvida pelo detector durante a descarga do tokamak.*

## INTRODUÇÃO

Em plasmas confinados magneticamente, em máquinas do tipo tokamak, a potência ôhmica injetada no sistema é dissipada por dois mecanismos. O primeiro é devido aos fenômenos de transporte, condução e convecção, enquanto o segundo é devido à radiação emitida (Dolan, 1982). A potência irradiada é produzida por processos que envolvem as espécies presentes (átomos, íons e elétrons livres). Desta forma, um aumento da concentração de impurezas de alto número atômico ( $Z$ ) no plasma, provocará um grande aumento da radiação emitida, já que essas impurezas sofrem inúmeras transições atômicas em interações com outra espécie (Grien, 1964). Portanto, o espectro emitido é bastante largo, abrangendo comprimentos de onda de  $10 \text{ \AA}$  a  $10 \mu\text{m}$ . No TBR-I (Nascimento, 1982), um tokamak de pequeno porte em operação no Instituto de Física da USP, um projeto para a medida dessa radiação está sendo desenvolvido. Com o conhecimento desse perfil de potência perdida será possível, a princípio, melhorar o confinamento, controlar as instabilidades e calcular o número atômico efetivo ( $Z_{eff}$ ) dos átomos presentes na descarga de plasma produzido pelo tokamak. Os detectores térmicos tem sido largamente utilizados para esse fim por apresentarem uma resposta independente do comprimento de onda da radiação incidente. Sistemas multicanais de detectores piroelétricos, termopares ou bolômetros são instalados em grandes máquinas como o JET (Müller, 1984), de modo a se obter perfis espacial e temporal da potência perdida por radiação. Para o TBR-I foi projetado e construído, inicialmente, um sistema com um único detector. Foi escolhido para esse trabalho um bolômetro semicondutor de silício, cujas características são compatíveis com a duração do pulso de plasma da máquina.

## SISTEMA BOLOMÉTRICO

O detector bolométrico, como já mencionado, é um detector térmico cuja resistência varia com a temperatura, ou seja, com a energia radiante absorvida. De forma a garantir uma longa vida de estabilidade ao bolômetro, a temperatura em operação contínua, não deve exceder a  $150^\circ\text{C}$ .

O bolômetro, também conhecido como tinistor, é geralmente construído utilizando-se filmes finos, de espessura da ordem de microns, como é mostrado na figura 1. Esses filmes, que podem ser de diferentes materiais, são compostos por uma ca-

mada de material absorvedor (A), que geralmente serve também como substrato para a deposição à vácuo dos outros filmes finos: material isolante (I), do semicondutor (S) e do material de contacto (C). O material de contacto é normalmente de ouro e atua como eletrodo. A espessura padrão do detector assim composto é de  $40 \mu\text{m}$ .

De acordo com nossas necessidades, para que o bolômetro tenha um tempo de resposta térmico curto e uma constante de dissipação relativamente alta, é necessário que apresente uma razão superfície-massa alta. A taxa de dissipação de energia também depende de sua montagem, que pode ser livre ou sobre um substrato de metal ou cerâmica. De modo a se conseguir uma capacidade térmica reduzida, foi utilizado um detector de área efetiva de  $4 \text{ mm}^2$ , sem suporte (isto é, o detector é sustentado por dois fios condutores). Esses fios de sustentação são de ouro, com revestimento de tungstênio.

É possível medir a variação da resistência bolométrica eletronicamente, alimentando o detector com uma fonte de corrente e, desde que o valor da corrente seja mantida constante, a tensão desenvolvida entre seus terminais será proporcional à resistência. Para auxiliar na medição da tensão, levando em consideração a pequena amplitude do sinal em comparação ao nível de ruído existente nas imediações da máquina, foi projetado e construído um amplificador *lock-in*, que tem grande capacidade de filtragem. Utilizando esse amplificador, foi possível obter, experimentalmente, os tempos de resposta e de decaimento do bolômetro, utilizando para isso um flash fotográfico e um pulso de laser de He-Ne. As figuras 2 e 3 mostram respectivamente os sinais típicos do tempo de resposta e de decaimento obtidos. Como pode ser visto, o tempo de resposta é menor que  $1 \text{ ms}$ . O tempo de decaimento por sua vez, foi medido como sendo de  $2 \text{ s}$ , tempo considerado grande para que não haja efeito de condução térmica no detector durante um pulso de plasma do TBR-I, que dura cerca de  $10 \text{ ms}$ . Conseqüentemente, o que é medido é a energia absorvida acumulada durante a descarga do tokamak. Para obtermos a potência, torna-se necessário diferenciar o sinal.

Para que possamos fazer um estudo não só qualitativo, mas também quantitativo da potência irradiada pelo plasma, foi necessário calibrar o detector. Primeiramente foi feita uma calibração térmica. Para isso foi utilizado um forno de resistência elétrica, cuja corrente de alimentação era controlada por um auto-transformador de tensão ajustável (variac). O controle da



temperatura do forno foi realizado através de um termômetro digital, enquanto que um multímetro digital, associado aos terminais do detector, foi usado para medir o valor de sua resistência.

Os dados desta maneira obtidos, permitiram levantar uma curva experimental (Silveira, 1992), que pode ser ajustada à uma equação do tipo:

$$R = R_0 \exp(\alpha T), \quad (1)$$

onde  $\alpha$  é o coeficiente térmico da resistência e  $R_0$  é o valor da resistência à  $0^\circ\text{C}$ . Isto possibilitou que fosse encontrado para o detector utilizado, o valor de  $\alpha = -0,043 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

Enquanto não há radiação incidindo sobre o detector, o aquecimento provocado pela corrente constante aplicada em seus terminais, é balanceado pela perda de calor devido a condução nos fios de contacto e pelo efeito térmico na superfície do detector. Isso pode ser expresso por (Grum, 1979):

$$\frac{d(\Delta E)}{dt} = K\Delta T - i^2 R_0, \quad (2)$$

onde o primeiro termo representa a perda total de energia por unidade de tempo,  $K$  é o coeficiente de transferência térmica do detector,  $\Delta T$  é a diferença de temperatura entre o detector e o meio ambiente,  $i$  é o valor da corrente elétrica que alimenta o resistor e  $R_0$  é o valor de sua resistência à  $0^\circ\text{C}$ . Podemos relacionar a energia e a temperatura pela equação:

$$\Delta E = -C_T \Delta T, \quad (3)$$

onde  $C_T$  é sua capacidade térmica a temperatura constante.

Se uma fonte externa de energia radiante é aplicada sobre o detector, representando a potência radiante absorvida por  $\Delta P$  e inserindo esse termo na equação (2), teremos:

$$C_T \frac{d(\Delta T)}{dt} + K\Delta T - i^2 R = \Delta P(t). \quad (4)$$

Se considerarmos que a potência radiante absorvida pode ser expressa por:

$$\Delta P(t) = \Delta P_0 \exp(2\pi i f t), \quad (5)$$

onde  $f$  é a frequência de modulação do sistema. Então, substituindo as equações (1) e (5) na equação (4), e diferenciando em  $t$ , obtemos a solução:

$$|\Delta T| = \Delta P / [K^2 + (2\pi f C_T)^2]^{1/2}. \quad (6)$$

A aplicação da lei de Ohm para o bolômetro é válida, já que a variação de tensão nos terminais do detector é diretamente proporcional à variação da resistência. Portanto,  $\Delta v = G i \Delta R$ , onde  $G$  é o ganho obtido na amplificação. Desta maneira, podemos determinar  $\Delta v$ , através da equação (1), que será dado por:

$$|\Delta v| = G i R_0 \alpha \Delta P / [K^2 + (2\pi f C_T)^2]^{1/2}; \quad (7)$$

sendo que a potência absorvida pode ser expressa por  $\Delta P = \varepsilon \Delta P'$ , onde  $\varepsilon$  é a emissividade do detector que podemos considerar igual a 1, e  $\Delta P'$  é a potência incidente no detector.

Portanto, podemos observar pela equação (7) que a tensão gerada nos terminais do detector é diretamente proporcional a potência absorvida por ele. Foi realizada então, uma segunda calibração, esta, relacionada com a potência absorvida. Porém, os primeiros testes realizados com fontes de luz visível incidindo sobre o detector, mostrou claramente a necessidade de se executar a calibração absoluta de potência com o detector em vácuo, de maneira a evitar os efeitos de dissipação por

condução e convecção. Foi então projetada e construída uma pequena câmara de vácuo em vidro pìrex (Silveira, 1992). Com uma montagem feita a partir dessa câmara, foi possível manter o detector a uma pressão de  $6,0 \times 10^{-3} \text{ torr}$ . A fonte de luz visível usada para a calibração foi um laser de argônio Spectra-Physics 166, de potência variável de 0 à 800 mW. As medidas foram feitas a partir de pulsos do laser que incidiam no detector depois de passarem pela abertura do *shutter*, que era programado para aberturas de 10 ms. Com os dados obtidos, do sinal do detector em função da potência absorvida, foi levantada uma outra curva de calibração (Silveira, 1994). Utilizando-se as duas curvas de calibração obtidas, é possível obter experimentalmente a capacidade térmica do detector. Baseado na equação (3):

$$\Delta E = -C_T \Delta T,$$

podemos determinar uma curva de  $E(T)$ , e obtemos

$$C_T = 0,34 \text{ mJ/}^\circ\text{C}$$

Além disso, o sistema bolométrico, por tratar-se de um sistema de diagnóstico bastante delicado e sensível, torna-se conveniente ter à disposição um mecanismo de calibração que possa ser eventualmente usado durante a tomada de dados, isto é, durante a operação em modo tokamak do TBR-I. Por isso, ao projetar-se o circuito elétrico associado ao sistema, foi incluído um sistema de calibração interno ao circuito, que pode ser utilizado a qualquer momento que se desejar. Esse sistema utiliza um capacitor de valor conhecido, alimentado por uma tensão fixa, que se carrega e, quando chaveado, se descarrega sobre o bolômetro, fazendo assim com que sua resistência varie (Silveira, 1994). Desta forma, toda vez que for necessária a verificação do desempenho do detector, isso pode ser realizado utilizando-se esse dispositivo construído. Além disso, é possível também determinar algumas características do detector, como o seu coeficiente de absorção ( $\alpha_a$ ). Esta grandeza é definida como sendo a razão entre a energia radiante absorvida e a energia radiante incidente, ou seja (Grum, 1979):

$$\alpha_a = \frac{E_\alpha}{E_i}, \quad (8)$$

sendo que a energia radiante absorvida ( $E_\alpha$ ) foi fornecida pela descarga do capacitor, considerando-se que não tenha ocorrido nenhum tipo de perda neste processo. O valor da energia incidente ( $E_i$ ), corresponde à quantidade de energia depositada sobre o detector por um pulso de luz laser na calibração absoluta. O valor do coeficiente de absorção obtido experimentalmente, dessa forma, foi de  $\alpha_a = 0,97 \pm 0,19$ .

## RESULTADOS

Após ter sido realizada a calibração do detector, o sistema bolométrico foi instalado no TBR-I, utilizando-se um flange projetado e construído por nós. Acoplado a este flange existe um tubo colimador, que permite limitar o ângulo de incidência da radiação. O aterramento do bolômetro foi feito, cuidadosamente, no vaso da máquina, de forma a evitar possíveis *loops* de terra. Os dados experimentais obtidos, após terem sido digitalizados por um módulo CAMAC, à uma taxa de amostragem de 400 kHz, foram armazenados na memória rígida de um micro computador PC e, posteriormente, passados para disquetes. Além dos sinais gerados pelo sistema bolométrico, quais sejam, saída DC ( $B_{DC}$ ), e AC ( $B_{AC}$ ), do amplificador e saída do diferenciador ( $B_{dif}$ ), foram também medidos e analisados os perfis temporais de corrente da plasma ( $I_p$ ), da tensão de enlace ( $V_i$ ), das posições vertical ( $P_v$ ) e horizontal ( $P_h$ ) da coluna de plasma

e as emissões de raios-X mole ( $RX_m$ ) e duro ( $RX_d$ ).

Na figura 4, alguns desses sinais, relativos a uma descarga típica do TBR-I, são apresentados. Esse pulso corresponde a uma descarga de longa duração,  $\tau_d \simeq 9,3$  ms, e corrente de plasma  $I_{p_{m\acute{a}x}} \simeq 11$  kA. Analisando esta figura verifica-se, por exemplo, que no início da descarga, enquanto a corrente de plasma aumenta e a tensão de enlace decresce, o sinal AC do sistema bolométrico sobe rapidamente, indicando a detecção efetiva de radiação correspondente à luz visível e ultra-violeta. Somente quando o sinal do bolômetro atinge aproximadamente seu valor máximo, quando os átomos de hidrogênio encontram-se completamente ionizados, e a corrente de plasma quase que atinge seu valor máximo, é que observa-se o crescimento da emissão de raios-X moles (em  $t \sim 1,1$  ms). Logo a seguir, quando toda emissão de radiação pelo plasma passa a ser dominada pelos raios-X moles, então verifica-se que o sinal do bolômetro segue, de maneira bastante próxima, o comportamento do sinal de raios-X moles. Na parte final da descarga, quando a densidade do plasma já é bastante baixa, observa-se a produção de raios-X duros, que interfere fortemente nos sinais de raios-X moles provocando transientes no final do sinal. No entanto, não é possível observar qualquer interferência dessa natureza, no sinal bolométrico.

Isto provavelmente ocorre porque os filmes finos que formam o detector tornam-se praticamente transparentes à fótons com energias maiores que 6 keV (Scaturro, 1980), e de acordo com medidas já realizadas, a energia média dos raios-X duros produzidos no TBR-I é muito mais alta que esse valor; da ordem de 700 keV. Esta independência do sinal do bolômetro, com respeito aos sinais dos demais diagnósticos, ao mesmo tempo que segue o comportamento esperado com relação à taxa de emissão da radiação pelo plasma do TBR-I, ao longo da descarga, sugere que o sistema por nós construído funciona perfeitamente bem.

O perfil obtido com o sistema bolométrico pode ser comparado, qualitativamente, aos perfis obtidos com o sistema de raio-X mole, o sistema de raio-X duro e um sistema composto por um detector piroelétrico, que mede radiação visível, instalado especificamente para este trabalho. Deve-se observar, que o piroelétrico é também um detector térmico, cuja resposta independe do comprimento de onda da radiação incidente. Porém, por ele ter sido instalado fora da câmara do tokamak, disposto atrás de uma janela com flange de vidro pirex, sua resposta ficou limitada à radiação visível.

Na figura 5, pode-se observar um pulso com corrente de plasma  $I_{p_{m\acute{a}x}} \simeq 11$  kA e com duração de  $\tau_d \simeq 8,7$  ms. Nessa descarga observamos a ocorrência de duas disrupturas menores, em  $t \simeq 2,2$  ms e  $t \simeq 2,6$  ms. No intervalo de tempo entre estas duas disrupturas, nota-se um aumento do perfil do raio-X mole e do sistema bolométrico. Concomitantemente, no detector piroelétrico podemos observar um sensível aumento do sinal nos momentos em que ocorreram as disrupturas. Os três sinais, apresentam ainda, um decréscimo após  $t = 2,6$  ms, com apenas alguns pequenos aumentos em sua amplitude, até  $t = 8,7$  ms. Nota-se, entretanto, a ocorrência de raios-X duros a partir de  $t \simeq 6,0$  ms, nos perfis dos raios-X moles e do detector piroelétrico, sendo que essa emissão não é observada no perfil temporal do sistema bolométrico. A potência máxima absorvida pelo detector bolométrico, que se manifesta entre as duas disrupturas já citadas, fica em torno de 105 mW. Este valor é compatível à estimativa realizada, anteriormente, para a potência absorvida pelo detector.

## CONCLUSÃO

A análise dos resultados experimentais obtidos utilizando-se o sistema bolométrico implantado, mostraram uma forte relação com a emissão de radiação do plasma nas diversas faixas de frequência, medidas por diferentes sistemas de diagnósticos. Além disso foi possível determinar alguns parâmetros que caracterizam o detector bolométrico. Estes parâmetros obtidos experimentalmente, que são mostrados na tabela 1, nos mostram a sensibilidade do detector utilizado. Este sistema deve ser ainda melhor explorado para que, futuramente, possamos implantar um sistema bolométrico multicanal.

## REFERÊNCIAS

- Dolan, T.J., 'Fusion Research', Pergamon Press, New York, 1982.
- Grien, H.R., 'Plasma Spectroscopy', McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.
- Nascimento, I.C. et al, Proceedings of the Spring College on Fusion Energy, Trieste, ICTP-IAEA, pp. 45, 1982.
- Müller, E.R. and Mast, F., J. Appl. Phys., vol.55, pp.2635, 1984.
- Grum, F. and Becherer, R.J., 'Optical Radiation Measurements', vol.1, Academic Press, New York, 1979.
- Silveira, R.M., Vannucci, A., Degasperi, F.T. and Furukawa, C.H., XIII Cong. Bras. de Aplic. de Vácuo na Ind. e na Ciência (CBRAVIC), Campinas, S.P., pp.50, 1992.
- Silveira, R.M., 'Bolômetro semicondutor para medida da potência irradiada no tokamak TBR-I'. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, Instituto de Física, S.P., São Paulo, 1994.
- Scaturro, L.S. and Pickrell, M.M., Nuclear Fusion, vol.20, pp.527, 1980.

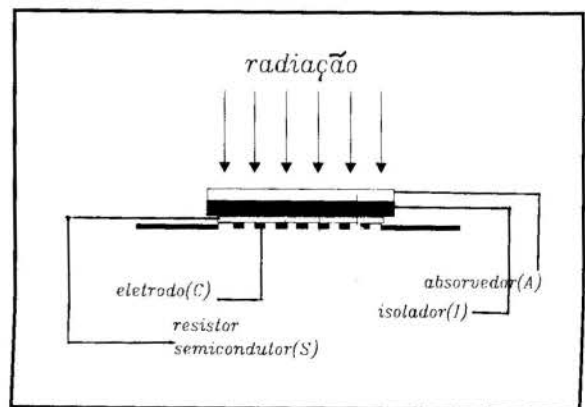


Figura 1: Diagrama esquemático de um bolômetro semicondutor.

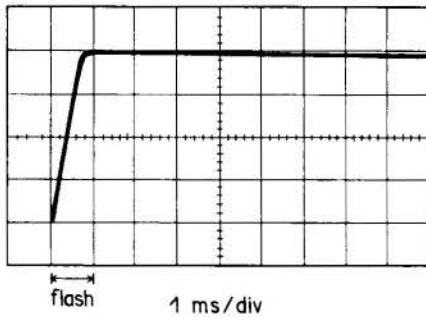


Figura 2: Sinal típico obtido com flash, mostrando o tempo de resposta do detector.

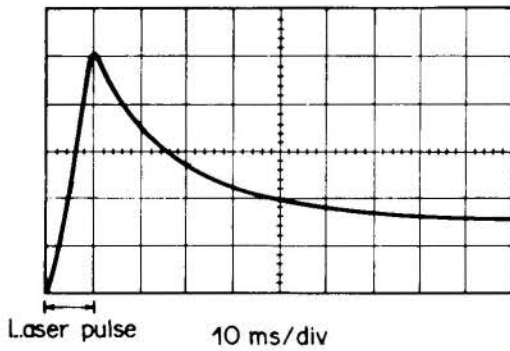


Figura 3: Sinal típico do tempo de decaimento do detector.

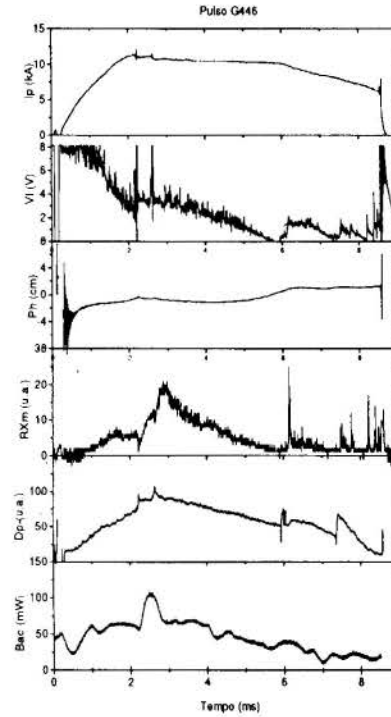


Figura 5: Perfis temporais da corrente de plasma ( $I_p$ ), da tensão de enlace ( $V_l$ ), da posição horizontal ( $P_h$ ), do raio-X mole ( $RX_m$ ), do detector piroelétrico ( $D_p$ ) e do sistema bolométrico ( $B_{AC}$ ) referentes ao pulso G446.

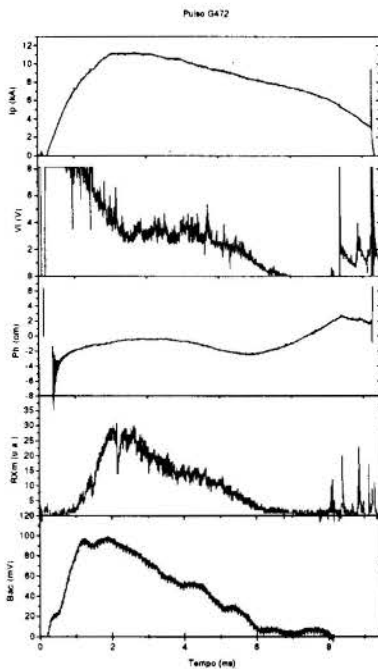


Figura 4: Sinais dos perfis temporais da corrente de plasma ( $I_p$ ), da tensão de enlace ( $V_l$ ), da posição horizontal ( $P_h$ ), dos raios-X moles ( $RX_m$ ) e saída do amplificador do sistema bolométrico ( $B_{AC}$ ) para um pulso longo (G472).

Tabela 1 - Características do bolômetro obtidas experimentalmente.

Dimensões ( $mm^2$ )	$2 \times 2$
Resistência elétrica ( $k\Omega$ )	
$R$ ( $T = 20^\circ C$ )	8,0
$R_0$ ( $T = 0^\circ C$ )	28,5
Tempo de resposta (ms)	(1
Tempo de decaimento (s)	2
Coef. térmico da resist. ( $^\circ C^{-1}$ )	-0,043
Capacidade térmica ( $mJ/^\circ C$ )	0,34
Coef. de absorção	$0,97 \pm 0,19$

FEEDBACK CONTROL THEORY APPLIED TO CHAOTIC FLOWS  
 IN NATURAL CONVECTIVE CLOSED LOOPS

A. Campo, C. D. Charalambous and K. L. Moore  
 College of Engineering, Idaho State University  
 Pocatello, Idaho 83209, USA

SUMMARY

Nonlinear state and feedback transformations are employed to exactly linearize a controlled Lorenz dynamics arising in a close loop thermosyphon. In the absence of control these dynamics exhibit bifurcation, transient chaos, and fully developed chaos. The third-order dynamical model represents thermal natural convection consisting of fluid velocity and two temperature differences. The model assumes constant heat transfer and symmetric heating. The equivalence of the model to a linear system in Brunovsky canonical form allows application of linear control analysis and design techniques to suppress (laminarize) existing chaotic behavior, and thereafter to achieve output tracking.

INTRODUCTION

Recently, significant attention has been focused in understanding chaotic behavior in dynamical systems. The motivation for this attention stems from the extreme sensitivity of chaotic systems to their initial conditions and the desire to augment or suppress this motion in a beneficial way. Occasionally, chaos is a beneficial feature as it promotes mixing and chemical reactions and provides a rigorous mechanism for transporting heat and mass. However, in many situations it is desirable to suppress chaotic motion as it could lead to vibrations, irregular operations, and catastrophic events in mechanical systems.

Chaos is known to be described by the evolution of the states associated with the following system of ordinary differential equations

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= p(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 &= r x_1 - x_2 - x_1 x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - b x_3 \end{aligned} \quad (1)$$

This system was proposed originally by Lorenz (1963) as an alternative to the rigorous Navier-Stokes and energy equations describing thermally-induced natural convection in the atmosphere. Since then it has become a classical model for representing chaotic dynamics. The Lorenz model, which assumes constant heat transfer rates and symmetric heating has been the fundamental basis for both experimental and theoretical works on systems exhibiting typical nonlinear convective effects. These include, for instance closed-loop thermosyphons as shown in Figure 1, where the variable,  $x_1$  is proportional to the intensity of convective motion inside the loop,  $x_2$  is proportional to the temperature difference between the ascending and descending currents, and  $x_3$  is proportional to the distortion of the vertical temperature from being linear. The three participating parameters,  $p$ ,  $r$ ,  $b$ , are respectively the Prandtl number, the Rayleigh number, and some physical constants of the region under consideration.

Engineering applications of closed-loop thermosyphons convective systems are found in buoyancy driven natural convection loops in building heaters, emergency passive cooling of

nuclear reactor cores, internal combustion engines, solar water heaters, and natural convection heat exchangers (Stern and Greif, 1987). Perhaps the main advantage of concern in using closed-loop thermosyphons is the ability to transport heat from a source to a sink without utilizing a pump.

Significant attention has been focused on the use of control techniques to stabilize the fluid flow to one of the unstable equilibrium points associated with the uncontrolled flow. Under the assumption of constant heat transfer and symmetric heating, Singer et al. (1991), used a controlled version of Eq. (1)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= p(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 &= -x_1 x_3 - x_2 \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - x_3 - r + u \end{aligned} \quad (2)$$

which was derived along the lines of Lorenz's original formulation (Lorenz, 1963). These authors introduced an additive control strategy,  $u$ , of bang-bang type and later corroborated that regularization of the chaotic behavior is possible, by driving the system into one of the unstable equilibrium points. The experimental part employed the apparatus of Figure 1 with  $\delta = 0$ . The physical meaning of control action is based on varying the heating rate through a data acquisition system.

Adopting the setup of Figure 1 also, Ehrhard and Muller (1990) derived a more realistic model for closed-loop natural convection and verified it experimentally. The proposed model, which does not assume symmetric heating (that is,  $\delta \neq 0$ ), and constant heat transfer (that is,  $k \neq 0$ ), is given by

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= p(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 &= r x_1 - x_2 [1 + k |x_1|^{1/3}] - x_1 x_3 + r \tan \delta \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - x_3 [1 + k |x_1|^{1/3}] \end{aligned} \quad (3)$$

Notice that for constant heat transfer (i.e.  $k = 0$ ) and symmetric heating (i.e.  $\delta = 0$ ), Lorenz's original model is recovered. The proportionality of the heat transfer coefficient  $h \propto |x_1|^{1/3}$  takes into account moderate values of fluid flow, that is  $x_1$ , in the laminar flow regime.

In the paper by Vincent and Yu (1991), the researchers idealized constant heating



**EXACT LINEARIZATION OF CONTROLLED LORENZ SYSTEMS**

rate (i.e. using the model of Eq. (3) with  $k = 0$ ), and recognized that by using the angle  $\delta$ , as an external input, the above problem can be recast into a control problem with the objective of stabilizing the fluid flow. However, the control strategy was again chosen to be of a bang-bang type, as was done in Singer et al. (1991).

In the References by Singer et al (1991) and Vincent and Yu (1991) the bang-bang control strategy was designed to react to deviations of the temperature difference of the lower and upper part of the loop from some preset average value (since this temperature is responsible for originating the flow). These approaches, however, have the disadvantage that if one wishes to control an already chaotic motion, one may need to wait until the system comes into the vicinity of the desired state before activating the controller. In addition, if the system is operating in this domain of attraction, sufficient perturbations imposed externally could cause the system to become unstable, or experience a bifurcation, leading to fully developed chaos. These arguments were in fact made by the above authors after arriving at a Lyapunov function which guaranteed stability only if the velocity of the fluid was sufficiently small.

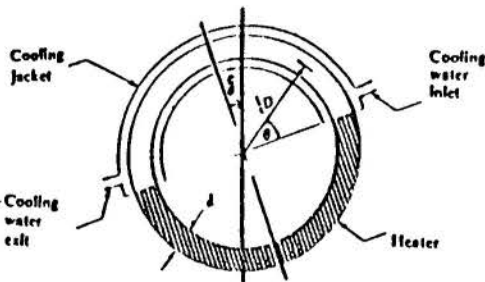


Figure 1. Closed-loop thermosyphon.

The central focus of this paper is to investigate the natural convective systems described by Eqs. (1) - (3), when a control input is introduced. By means of nonlinear state and feedback transformations, we are able to show that these models are equivalent to the linear controlled system

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (4)$$

where,  $z = T(x)$ ,  $u = \alpha(x) + \beta(x)v$ , ( $u$  denotes the original control). Qualitative methods of designing feedback controls, implemented in composite form, are then introduced with the main objectives being: (1) to obtain stability, thus suppressing chaotic flow into a laminar flow, and (2) force the fluid flow (or output) to follow a desired trajectory, (periodic, nonperiodic, etc.). Necessary and sufficient conditions for nonlinear systems to be equivalent to linear systems are given in Isidori (1989), Nijmeijer and Van der Schaft (1990).

Consider the controlled system

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= p(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 &= -x_1 x_3 - x_2 \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - x_3 - r + u \end{aligned} \quad (5)$$

which corresponds to the model extensively investigated by Singer et al. (1991). Clearly, this model is of the form

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x \in \mathbb{R}^3, \quad g \in \mathbb{R}^3 \quad (6)$$

When  $u = 0$ , it has three equilibrium points, which are denoted by

$$x^{e1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x^{e2} = \begin{bmatrix} (r-1)^{1/2} \\ (r-1)^{1/2} \\ -1 \end{bmatrix}, \quad x^{e3} = \begin{bmatrix} -(r-1)^{1/2} \\ -(r-1)^{1/2} \\ -1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

and corresponding to no-motion, counterclockwise motion, and clockwise motion, respectively. If one were to simulate the uncontrolled motion of Eq. (5), starting at Rayleigh number,  $r < 1$ , several events will be witnessed. One such event is shown in Figure 2 for  $p = 4$  and  $r = 48$ , while the rest are summarized as follows: For  $r < 1$ , no net motion exists while for  $r = 1$ , the no-motion solution loses its stability into a supercritical bifurcation which results in either clockwise or counterclockwise motion depending on the random disturbances imposed on the system. For values between  $1 < r < r_*(p) = p(p+4)/(p-2)$ ;  $p = 4$ , the motion is stable, while at  $r_*(4) = 16$ , the motion loses its stability into a subcritical Hopf bifurcation. Furthermore, for  $r > r_*(4)$ , the motion becomes a strange attractor (the so-called Lorenz attractor) and operates in a chaotic regime with occasional periodic windows.

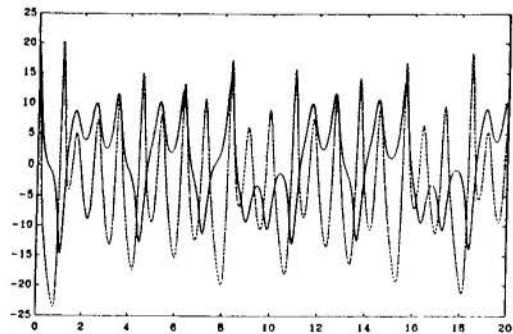


Figure 2. Graph of  $x_1(t)$ , '-',  $x_3(t)$ , '---',  $p = 10$ ,  $r = 25$ .

The necessary and sufficient conditions of the exact linearization delineated by Isidori (1989) and Nijmeijer and van der Schaft (1990) suggests that the matrix  $[g, \text{ad}_f g, \text{ad}_f^2 g]$ , has full rank on the set  $U^0 = \{-\infty < x_2, x_3 < \infty, x_1 \neq 0\}$ . In fact, this is evident from the relations

$$g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad ad_f g = \begin{bmatrix} 0 \\ x_1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad ad_f^2 g = \begin{bmatrix} -px_1 \\ p(x_2 - x_1) + 2x_1 \\ (1 - x_1^2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

It now remains to show that the set  $(g, ad_f g)$ , is involutive in  $U^0$ , which follows from the computation

$$[g, ad_f g] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x \in R^3 \quad (9)$$

Therefore, the Lorenz controlled system is equivalent to the linear system in Eq. (4). As a consequence, there exists a diffeomorphic transformation  $z = [T_1(x), T_2(x), T_3(x)]^T$ , and a nonlinear feedback transformation  $u = \alpha(x) + \beta(x)$ , both defined on the domain  $U^0$  that serve to linearize Eq. (1). In order to construct these transformations, we need to solve

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} & \frac{\partial T_1}{\partial x_2} & \frac{\partial T_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial T_2}{\partial x_1} & \frac{\partial T_2}{\partial x_2} & \frac{\partial T_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial T_3}{\partial x_1} & \frac{\partial T_3}{\partial x_2} & \frac{\partial T_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} & \frac{\partial T_1}{\partial x_2} & \frac{\partial T_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial T_2}{\partial x_1} & \frac{\partial T_2}{\partial x_2} & \frac{\partial T_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial T_3}{\partial x_1} & \frac{\partial T_3}{\partial x_2} & \frac{\partial T_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ x_1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

which leads to the first order partial differential equations

$$\frac{\partial T_1}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial T_1}{\partial x_2} x_1 = 0 \quad (11)$$

Accordingly, a trivial solution of the above equations is

$$z_1 = T_1(x) = x_1 - x_1^{e1} \quad (12)$$

for  $i = 1$ , or  $i = 2$ , and therefore by direct calculation it follows that

$$z = T(x) = \begin{bmatrix} T_1 \\ \mathcal{Q}_f T_1 \\ \mathcal{Q}_f^2 T_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_1^{e1} \\ p(x_2 - x_1) \\ -p^2(x_2 - x_1) - p(x_2 + x_1 x_3) \end{bmatrix} \quad (13)$$

Alternatively, the system equations in a coordinate system  $z$  are written as

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 = \mathcal{Q}_f T_1(x) \\ \dot{z}_2 &= z_3 = \mathcal{Q}_f^2 T_1(x) \\ \dot{z}_3 &= \mathcal{Q}_f^3 T_1(x) + \mathcal{Q}_g \mathcal{Q}_f^2 T_1(x) u \end{aligned} \quad (14)$$

where

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_f^3 T_1(x) &= p(p^2 - px_3)(x_2 - x_1) \\ &+ (p^2 + p)(x_1 x_3 + x_2) - px_1(x_1 x_2 - x_3 - 1) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\mathcal{Q}_g \mathcal{Q}_f^2 T_1(x) = -px_1$$

In view of this, it is now obvious that by choosing nonlinear state feedback of the form

$$u = \left[ -\frac{\mathcal{Q}_f T_1(x)}{\mathcal{Q}_g \mathcal{Q}_f^2 T_1(x)} \right] + \frac{1}{\mathcal{Q}_g \mathcal{Q}_f^2 T_1(x)} v, \quad \forall x \in U^0 \quad (16)$$

the original system, Eq. (5), is equivalent to the linear controllable system of Eq. (4). Notice that the form of  $T_1(x)$  given in Eq. (12), suggests that the nonlinear transformation  $T(x)$  evaluated at  $x^{e1}$ , yields  $T(x^{e1}) = [0, 0, 0]^T$ , for  $i = 1$ , or  $i = 2$ . Therefore, using linear feedback control,  $v = k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_3 z_3$ , we should be able to stabilize asymptotically the linear system at  $z = [0, 0, 0]^T$ . Naturally, in terms of the original system, Eq. (5), the above choice of control,  $v$ , corresponds to the nonlinear feedback

$$u = \frac{-\mathcal{Q}_f^3 T_1(x) + \sum_{i=1}^3 k_i \mathcal{Q}_f^{i-1} T_1(x)}{\mathcal{Q}_g \mathcal{Q}_f^2 T_1(x)}, \quad \forall x \in U^0 \quad (17)$$

which is designed to drive the nonlinear system asymptotically to the equilibrium point  $x^{e1}$ , for  $i = 2$ , or  $i = 3$ . The linearization ceases to be valid if the fluid velocity,  $x_1$ , becomes zero. This situation could be avoided by simply imposing the constraint that the state variable  $x_1$ , does not change directions (i.e. the fluid velocity is considered as unidirectional) at the time the control is activated and thereafter. To visualize this, let  $t_i, T, 0 < t < T$ , correspond to the time the control is activated, the final time, and the time interval of operation, respectively. Then if,  $x_1(t_i) > 0$ , the gain,  $k_i, i = 1, 2, 3$ , should be such that,  $x_1(t) > 0$ , for  $t \in [t_i, T]$ , (similarly, for  $x_1(t_i) < 0$ ). However, from Eq. (12), we have

$$z_1(t) = x_1(t) - x_1^{e1}, \quad i = 2, 3 \quad (18)$$

which implies that  $v$ , should be designed so that in addition to providing asymptotic stability, the inequality

$$z_1(t) > -x_1^{e1}(t_i), \quad i = 2, 3 \quad (19)$$

has to be satisfied for  $t \in [t_i, T]$ .

#### STABILIZATION OF UNSTABLE EQUILIBRIUM POINTS

In this section we focus on using concepts of linear systems theory in order to asymptotically stabilize at  $z = 0$ , the linear system given by Eq. (4), and then use the stabilizer found in a composite loop for the purpose of stabilizing the nonlinear system described by Eq. (5). Simulations are performed only for this system.

From Eq. (4), and using  $v = k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_3 z_3$ , we immediately see that

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (20)$$

and the characteristic equation associated with this equation is

$$\lambda^3 - k_3 \lambda^2 - k_2 \lambda - k_1 = 0 \quad (21)$$

Invoking the Routh-Hurwitz stability criterion, we deduce that the conditions

$$k_i < 0, \quad i=1, 2, 3, \quad k_1 > -k_2 k_3 \quad (22)$$

should be satisfied in order to asymptotically stabilize Eq. (4) at  $z = 0$ . As mentioned earlier, the gain  $k_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , are the one's that need to be used in the nonlinear feedback represented by Eq. (17).

In actuality, we shall apply the nonlinear feedback control as given by Eq. (17), to the nonlinear Lorenz system of Eq. (1), with gains  $k_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  that satisfy the condition of Eq. (20). In Figure 3, we present the fluid velocity  $x_1(t)$ , and the temperature difference  $x_3(t)$ , for the uncontrolled case (indicated by a dotted line and a broken line, respectively), and the control case (plotted by a solid line), with control gains  $k_1 = -10$ ,  $k_2 = -20$ ,  $k_3 = -10$ . Here,  $p = 4$  and is  $r = 48$ , which is three times larger than the critical value of the Rayleigh number that introduces a chaotic motion. The control is activated at  $t = 4.45$  seconds into the run. The initial conditions of the state variables are  $x_1(0) = 15$ ,  $x_2(0) = 20$ ,  $x_3(0) = -10$ . As may be easily verified in Figure 3, the controller is capable of stabilizing the unstable equilibrium point  $x^{e3}$  given in Eq. (7).

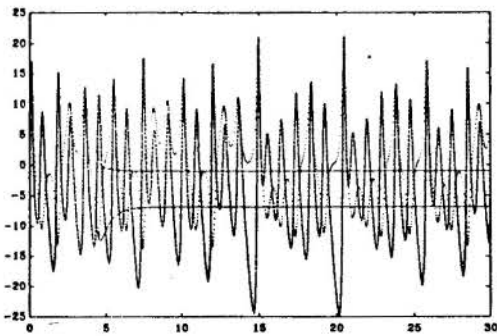


Figure 3. Graph of uncontrolled/controlled  $x_1(t)$ ,  $x_3(t)$ .

Figure 4 displays the fluid velocity,  $x_1(t)$ , and the temperature difference,  $x_2(t)$ , for the uncontrolled case (broken line, solid line, respectively), and the controlled case (solid line), with the same control gains and parameters  $p$  and  $r$  as in the previous run, but with different initial conditions:  $x_1(0) = -4$ ,  $x_2(0) = 5$ ,  $x_3(0) = 4$ . Notice that the controller stabilizes the equilibrium point  $x^{e3}$  closer to the value of the states at the time the control is activated.

#### CONCLUSIONS

By the use of nonlinear state and feedback transformations, we were able to linearize successfully a Lorenz dynamics subject to adequate external control. This kind of problem typifies a close-loop thermosyphon. It was also shown that by simple linear analysis and judicious design

techniques, we can construct nonlinear controllers to perform the tasks well in stabilizing unstable equilibrium points, and additionally tracking desired reference signals.

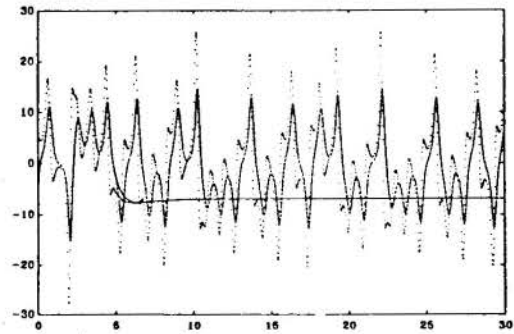


Figure 4. Graph of uncontrolled/controlled  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ .

#### REFERENCES

- Ehrhard, P. and Muller, U., "Dynamical Behavior of Natural Convection in a Single-Phase Loop," *J. Fluid Mech.*, Vol. 150, pp. 487-518, 1990.
- Isidori, A., "Nonlinear Control Systems," Second edition, Springer-Verlag, Munich, 1989.
- Lorenz, E.N., "Deterministic Nonperiodic Flow," *J. Atm. Sci.*, Vol. 20, pp. 131-141, 1963.
- Nijmeijer, H. and van der Schaft, A.J., "Nonlinear Dynamical Control Systems," Springer-Verlag, Munich, 1990.
- Singer, I., Wang, Y.-Z. and Bau, H., "Controlling a Chaotic System," *Physical Review Letters*, Vol. 66, pp. 1123-1125, 1991
- Stern, C. and Greif, R., "Measurements in Natural Convection Loop," *Warme-und Stoffubertragung*, Vol. 21, pp. 277-282, 1987.
- Vincent, T. and Yu, J., "Control of a Chaotic System," *J. of Dynamics and Control*, Vol. 1, pp. 35-52, 1991.

**II Simpósio de Engenharia Térmica**

**Título do Trabalho: Planejamento da Expansão da Geração  
Termoelétrica para o Estado de São Paulo  
- Método de Análise**

**autores: Jean Cesare Negri (CESP)**

**Zevi Kann (CESP)**

Para o setor elétrico, a inclusão no plano de expansão de um empreendimento termoelétrico é analisada sob o enfoque estrutural de acordo com normalização estabelecida. Em linhas gerais, dois procedimentos orientam a análise. O primeiro estabelece que o custo marginal de expansão é o limitante para o custo unitário de geração do empreendimento. O segundo vincula em função do sistema tipo hidrotérmico a operação ao princípio de otimização de despacho, onde a usina termoelétrica garante potência ao sistema, porém gera energia de forma parcial num regime de complementação às hidroelétricas, acionadas prioritariamente.

A CESP - Companhia Energética de São Paulo, vem considerando a alternativa termoelétrica como um meio de melhorar a disponibilidade do sistema, de otimizar a operação do parque gerador e sobretudo de ampliar a participação da geração própria, oferecendo ao estado de São Paulo uma oportunidade de autonomia de decisão maior. Neste contexto, está sendo elaborado um instrumento de análise com o objetivo



de subsidiar a tomada de decisão.

O estabelecimento de um programa otimizado de expansão termoelétrica para o estado de São Paulo é um problema envolvendo aspectos multidisciplinares, cuja análise apresenta considerável grau de complexidade. A solução de um pacote ideal de empreendimentos para determinadas condições de demanda, local, etc. é encontrada otimizando uma função objetivo, englobando aspectos técnicos, econômicos e ambientais, atendendo condições de estado e as restrições de fronteira impostas pelos diversos sistemas de interação.

O método deve possibilitar a identificação e definição de potenciais e prioridades de geração termoelétrica, oferecendo condições para a elaboração de uma espécie de inventário termoelétrico para o estado. Estruturalmente, o algoritmo de cálculo central de otimização é alimentado por três bancos principais de dados, onde estão armazenadas informações pertinentes sobre combustível, tecnologias e locais de implantação. Introduzindo os valores de expansão de geração, o programa deve produzir uma hierarquização de usinas termoelétricas, especificando por empreendimento a localização e detalhes técnicos, econômicos e ambientais.

O banco de combustíveis deverá conter informações relativas a produtos comerciais e com potencial de uso no estado, incluindo detalhes sobre custo, disponibilidade, condições de importação, características físico-químicas.

**ATIVIDADES DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO NA DIVISÃO DE EXPLOTAÇÃO DO  
CENTRO DE PESQUISAS DA PETROBRÁS**

Vitor Celso Ferreira Ielo  
Chefe da Divisão de Exploração-CENPES-PETROBRÁS

A produção de petróleo exige a contínua busca do aumento da eficiência dos métodos de produção, o constante aprimoramento das técnicas usuais e o desenvolvimento de novas tecnologias nas atividades de completção, método de elevação e escoamento, tratamento e separação de petróleo.

Os trabalhos na área de Completção, Restauração e Estimulação de Poços concentram-se em três linhas principais de pesquisa:

- Mecânica de Rochas, voltada para a caracterização mecânica de rochas sedimentares das diversas bacias brasileiras e mapeamento de tensões de subsuperfície, através de ensaios de laboratório e simulações numéricas. Nesta linha são realizados, também, estudos de estabilidade mecânica de poços, notadamente para poços horizontais, onde a estabilidade é um fator crítico para a perfuração, além de ensaios para determinação de parâmetros para operações de fraturamento hidráulico. O Laboratório de Mecânica de Rochas da DILOT possui equipamentos de tecnologia de última geração para obtenção de parâmetros experimentais de resistência, constituindo-se num dos mais modernos do mundo, prestando ainda, serviços de apoio a diversas universidades e instituições de pesquisa brasileiras.
- Reologia e Remoção de Dano à Formação, atividade em que são desenvolvidas formulações de ácidos para a otimização das operações de acidificação realizadas nos diversos campos produtores com a finalidade de restabelecer a permeabilidade original de reservatórios danificados. Investiga-se, também, a ocorrência de dano em formações produtoras durante operações de perfuração de poços, além da caracterização reológica de fluidos utilizados.
- Técnicas Especiais de Completção, atividade voltada para o desenvolvimento de inovações nos processos de canhoneio de poços, contenção de areia em formações inconsolidadas, completção de poços delgados e qualificação de agentes de sustentação para fraturas induzidas em rochas-reservatório. A pesquisa também se concentra na modelagem matemática de fraturamento hidráulico e transferência de calor em formações fraturadas.

Quanto aos métodos de produção, são desenvolvidas pesquisas em elevação artificial de petróleo, notadamente para o aumento da eficiência dos métodos convencionais e a investigação de novos métodos para poços offshore, como por exemplo o uso de interfaces mecânicas e para poços horizontais. Investigam-se também a aplicação de técnicas de detecção de falhas por análise vibratória, o aperfeiçoamento de separadores de gás de fundo e novas idéias para aquecimento de colunas e linhas de produção.

As pesquisas em movimentação de óleo e gás concentram-se na prevenção e controle de tamponamento de gasodutos e linhas bifásicas por hidratos de gás e depósitos orgânicos.

Para a exploração dos campos gigantes em águas profundas estão sendo desenvolvidos sistemas inovadores de pressurização (boosting) no solo marinho, tais como bombas multifásicas e separação submarina, aí incluindo os medidores multifásicos.

Na área de processamento primário de petróleo tem-se o desenvolvimento de concepções inovadoras de processos de separação baseados em hidrociclones e centrifugas, bem como na otimização de separadores convencionais.

Na área de tratamento de petróleo, as atividades da DILOT consistem na caracterização sistemática dos óleos produzidos no país e em estudos para o projeto de unidades industriais através de simulação em plantas piloto especialmente projetados para simular os processos de separação óleo/água/gás.

Outros estudos têm-se concentrado na simulação experimental e da tendência do petróleo em formar depósitos orgânicos (parafinas e asfaltenos), assim como na avaliação de técnicas preditivas e corretivas para este problema através de aditivos químicos.

As novas tecnologias, provenientes de estudos e pesquisas na área, resultam no desenvolvimento de simuladores computacionais, os quais como veículos, têm possibilitado que as mesmas tenham então uma maior facilidade de disseminação e aplicação no campo. Grande ênfase tem sido dada à melhoria constante na qualidade desses simuladores, enfocando tanto a otimização do modelo matemático quanto, principalmente, a interface computacional com o usuário.

Para tanto são empregados conhecimentos e aplicações, de técnicas computacionais, envolvendo áreas específicas relativas a métodos numéricos, banco de dados, computação gráfica, inteligência artificial e automação de laboratórios.

A implantação das novas técnicas desenvolvidas neste núcleo de pesquisa tem trazido um retorno financeiro que se mede em milhões de dólares anuais.

## **EMIÇÃO DE POLUENTES NA QUEIMA DE ÓLEOS COMBUSTÍVEIS ULTRAVISCOSOS**

Fausto Furnari; Renato Vergnhanini Filho

Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S/A, Divisão de Mecânica e  
Eletricidade, Agrupamento de Engenharia Térmica, Laboratório de Combustão

No processo de refinação o petróleo é fracionado, seqüencialmente, em unidades de destilação atmosférica e a vácuo, gerando como produto de fundo o denominado resíduo de vácuo (RESVAC). O RESVAC submetido a um processo de desasfaltação gera, entre outros, o denominado resíduo asfáltico (RASf). O RESVAC e o RASf, eventualmente diluídos com frações mais leves, constituem os óleos combustíveis nacionais. Tais óleos são classificados pelo DNC (Departamento Nacional de Combustíveis) em tipos 1 a 9, em ordem crescente de viscosidade; A ou B, correspondendo a teores de enxofre alto e baixo, respectivamente. Os óleos combustíveis 7, 8 e 9 são os denominados ultraviscosos.

Nos últimos anos a Petrobrás tem incentivado o uso de óleos ultraviscosos como combustíveis em unidades industriais, visando economizar diluentes, geralmente óleo diesel, combustível nobre que já há algum tempo vem determinando no Brasil as cotas de importação de petróleo. Atualmente tais óleos são utilizados nos fornos e caldeiras das refinarias da Petrobrás e em algumas poucas indústrias, no entanto a projeção para o futuro é de aumento de consumo. Inclusive se cogita a instalação a curto prazo de usinas termoeletricas operando com esse combustível.

O emprego de óleos ultraviscosos em processos de combustão além de exigir o uso de equipamentos adequados nas operações de aquecimento, estocagem, bombeamento e queima, devido às suas altas viscosidades, requer também particular atenção quanto à emissão de poluentes uma vez que combustíveis mais pesados produzem na sua queima maior diversidade e freqüentemente maiores quantidades de poluentes para cada unidade de energia liberada.

As taxas de emissão de poluentes atmosféricos derivados desses tipos de combustíveis são pouco conhecidas na medida que, não havendo tradição de uso, escassos dados experimentais são reportados em literatura, sendo reduzidas e pouco confiáveis as correlações empíricas propostas para predição das emissões em função de características do equipamento, parâmetros de operação e propriedades do combustível. Essa lacuna de conhecimento é particularmente sentida nas emissões de material particulado e de óxidos de nitrogênio.

Dentro desse contexto, o Laboratório de Combustão do Agrupamento de Engenharia Térmica do IPT com apoio das empresas CESP, Petrobrás e Rhodia e da Secretaria da Ciência, Tecnologia e Desenvolvimento Econômico do Estado de São Paulo, vem realizando trabalhos experimentais visando a obtenção das taxas de emissão de material particulado e de óxidos de nitrogênio derivadas da combustão de óleos ultraviscosos, bem como da natureza do material particulado emitido. Observe-se que tais trabalhos estão sendo realizados em equipamentos de potência suficiente para que os resultados obtidos possam ser extrapolados para unidades de grande porte.

Embora o número de trabalhos experimentais já concluídos pelo Laboratório seja ainda pequeno para que se façam generalizações acerca do comportamento dos óleos ultraviscosos nacionais, dada a quantidade de variáveis que influem nas emissões, o emprego desse combustível aponta para a necessidade da aplicação de técnicas de abatimento das emissões de material particulado e óxidos de nitrogênio para que sejam atendidos os padrões de emissão vigentes. Tais técnicas podem, a princípio, ser aplicadas ao combustível, ao processo, propriamente dito, ou aos gases de combustão.



## **RECOZIMENTO DE CHAPAS LAMINADAS A FRIO EM ATMOSFERA DE HIDROGÊNIO**

### **“HIGH PERFORMANCE HYDROGEN - HPH”**

Engº Bernd Dotti - Brasimet Comércio e Indústria S.A.

O trabalho descreve uma nova tecnologia que alterou profundamente os aspectos no recozimento de chapas laminadas a frio na indústria siderúrgica.

A nova tecnologia foi primeiramente desenvolvida para aumentar a qualidade do produto em relação ao processo convencional que vinha sendo utilizado há muitos anos.

Superfícies de tiras mais limpas dispersão das propriedades mecânicas foram conseguidas aumentando-se a vazão da atmosfera recirculada para alta convecção e a sua substituição por hidrogênio puro.

Nos novos fornos de recozimento tipo sino com hidrogênio circula um volume de gases de proteção algumas vezes mais alto do que em um forno de recozimento convencional.

Com a excelente condutividade térmica do hidrogênio, algo em torno de sete vezes mais alto que o do nitrogênio, o sistema HPH alcança altos valores de transferência de calor para a carga.

Isto posto o sistema HPH oferece um incontável número de vantagens:

Entre elas podemos citar:

- Aumento em 100% na produtividade dos equipamentos.
- 50% de redução no depósito superficial de carbono.
- Ausência de descarbonetação em quando recozidos, materiais sensíveis à descarbonetação.
- Melhor trabalhabilidade.

Com a melhor uniformidade de calor na pilha, teremos ainda:

- Reduzidas gradientes de temperatura entre as espiras internas e externas da bobina.
- Máxima diferença de temperatura  $\pm 5$  K no fim do ciclo de recozimento.
- Não existência de superaquecimento das espiras externas pelo aumento da capacidade de aquecimento.
- Recozimento mais próximo às especificações do produto por uma mínima dispersão das propriedades mecânicas, tais como: escoamento, resistência à tração, alongamento, anisotropia, etc.

## Fire-Side Corrosion in Boiler Furnace Water-Wall Tubes

Antônio Sérgio Barbosa Neves  
Ricardo Pucca Júnior

RHODIA S/A

Corrosion from firing fuel-oils in boilers is essentially related to specific impurities in the fuels, which can lead to the formation of nonprotective scales or can disrupt normally protective oxide scales. The most important impurities from Brazilian residual fuel-oils are: sodium 80 ppm, vanadium 64 ppm and sulfur 1,4 % wt.. This paper describes a fire-side corrosion occurred in our boiler furnace water wall tubes. It is a boiler type VU-60 and produces 80 t/h of steam at 510 °C and 9 MPa. During the last inspection in Feb/1994 we observed some pittings on tubes located in the rear side of the furnace. In order to protect these areas, we have applied a thermal spraying coatings to boiler tubes.

## **DESAFIOS TECNOLÓGICOS DA INDÚSTRIA DE REFRIGERAÇÃO**

Paulo Vodianitskaia  
Multibrás S.A. Eletrodomésticos

Apresentação para o  
ENCIT/SIENT 94

São Paulo, dezembro de 1994

O desenvolvimento de tecnologia da Indústria de Refrigeração Doméstica tem resultado em avanços importantes e perceptíveis ao longo do tempo. Portanto é certamente falacioso argumentar-se que o grande impulso de avanço tecnológico se deu após o aparecimento da questão dos clorofluorcarbonos. Antes houve uma mudança de ênfase nas decisões de projeto e lançamento de produtos, passando a ser mais francamente dependentes de questões ligadas ao meio ambiente, efeito que deverá ser sentido com ainda maior vigor nos próximos anos.

A Qualidade passou a ser considerada de forma mais abrangente, com a tendência de englobar aspectos ambientais. Esta consideração se estende à questão energética, independentemente da fonte, já que é sabido que não existe energia limpa. Por outro lado a realidade do mercado brasileiro sinaliza incessantemente com a fundamental importância do custo de refrigeradores pelo seu nítido quadro de demanda reprimida, o quê, aliado a aspectos de infraestrutura limitam o espectro de soluções implementadas. Apesar desse quadro os esforços da Indústria podem ser verificados pelos seus pesados investimentos em instalações fabris de última geração e pela contínua melhoria da eficiência energética de seus produtos. A consolidação de mercados no exterior se constituiu em outro fator de mudança de padrões técnicos que hoje se traduz na ampla aceitação de produtos brasileiros em mercados exigentes, demonstrando claramente a capacitação tecnológica do Setor.

Nesse ambiente de questões complexas e por vezes conflitantes o Setor de Refrigeração Doméstica encontra-se hoje inovando seu modo de investimento em tecnologia, buscando a convergência de suas necessidades com as de outros setores como o Governo, a Universidade, fornecedores e - especialmente - seus clientes.

NATURAL CONVECTION RESONANCE WITHIN A  
 FLUID SATURATED POROUS MEDIUM ENCLOSURE  
 SUBJECTED TO PERIODIC HEATING FROM THE SIDE

B. V. Antohe and J. L. Lage

Mechanical Engineering Department  
 Southern Methodist University, Dallas, TX 75275-0337, USA

SUMMARY

The present study investigates the natural convection flow phenomenon within a square fluid saturated porous medium enclosure subjected to intermittent heating from one side with the opposite side isothermal and all other surfaces insulated. The natural convection frequency of the flow wheel circulating inside the enclosure is predicted theoretically using the porous scale analysis method. Numerical results for water, covering a wide range of input heat frequency and several Darcy numbers, confirm the existence of a preferred (resonance) input heat pulsating frequency. Anticipated theoretical results are compared with numerical results showing very good agreement.

INTRODUCTION

Natural convection problems with time dependent thermal boundary conditions have been studied only very recently and the analyses have been limited so far to clear fluid systems. A rectangular enclosure subjected to oscillatory (sinusoidal) temperature at one vertical wall was studied by Yang et al. (1989) and by Kazmierczak & Chinoda (1992). Lage & Bejañ (1993) investigated the critical frequency for natural convection resonance in a fluid enclosure subjected to intermittent heat flux from the side. Mantle et al. (1992) reported experimental results for a shallow rectangular enclosure (aspect ratio 1:4) heated periodically from the bottom and cooled at constant temperature from the top.

The present study investigates the heat transfer within a square porous medium enclosure saturated with water. The enclosure is heated periodically from one side wall with the opposite side wall maintained at a constant temperature (all other surfaces are insulated). The focus here is on detecting natural convection resonance within the enclosure.

The search for the resonant state is carried out by changing the heat pulsating frequency and observing the time evolution of the surface averaged heat flux flowing between the two side walls of the enclosure. The resonance frequency is defined as the frequency that leads to the maximum amplitude of the surface averaged heat flux.

MATHEMATICAL MODEL

The physical model considers a square porous matrix enclosure saturated with water. The nondimensional time dependent general conservation of mass, momentum and energy equations for a porous medium (Hsu & Cheng 1990), written in Cartesian coordinates, are

$$\nabla \vec{U} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{D\vec{U}}{D\tau} = -\nabla P + \phi \text{Pr} J \nabla^2 \vec{U} - \phi^2 \frac{I}{\text{Da}} |\vec{U}| \vec{U} - \phi^2 \frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \vec{U} + \phi^2 \text{Ra} \text{Pr} \theta \vec{K} \tag{2}$$

$$\frac{\lambda}{\phi} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + (\vec{U} \nabla) \theta = \nabla^2 \theta \tag{3}$$

In writing equations (1)-(3) it is assumed that the porous matrix is saturated with a Newtonian fluid with constant properties. The Oberbeck-Boussinesq approximation is applied, with fluid and porous matrix being in thermal equilibrium. Nondimensional variables, with corresponding dimensional quantities listed in the nomenclature, are

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H} \quad (U, V) = \frac{(u, v)}{\kappa_s/H} \quad I = 1.75 \left( \frac{\text{Da}}{150 \phi^3} \right)^{1/2}$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{q_M H / \kappa_s} \quad \tau = \frac{t - t_{ss}}{\phi H^2 / \kappa_s} \quad P = (p + \rho g y) \frac{\phi^2 H^2}{\rho \kappa_s} \tag{4}$$

$$\text{Ra} = \frac{g \beta q_M H^4}{\nu \kappa_s \kappa_s} \quad J = \frac{\mu_s}{\mu} \quad Q'' = \frac{q''}{q_M}$$

$$\lambda = \frac{(\rho c)_s}{(\rho c)_f} \quad \kappa_s = \frac{\kappa_s}{(\rho c)_f} \quad \text{Da} = \frac{K}{H^2} \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\kappa_s}$$

Subscripts 's' and 'f' denote solid and fluid properties respectively, while the subscript 'ss' denotes steady state. Parameter J accounts for the effective viscosity of the fluid saturated porous medium (Cheng 1978). The expression for the inertia parameter, I, is obtained by invoking the Ergun model (Ergun 1952).

During the entire thermal process, the left wall (X=0) of the enclosure is maintained at a constant temperature,  $\theta_c$ , equal to the initial fluid saturated porous medium temperature,  $\theta_0=0$ . A constant heat flux,  $Q''=1$ , is then imposed at the right wall (X=1). The first phase of the thermal process refers to the heating of the enclosed quiescent isothermal fluid until a steady convection regime is attained. At  $\tau=0$ ,



the system undergoes a second phase during which the input heat flux pulsates in time following a square wave.

In here, the heat pulsation amplitude is kept at 20% of the reference value ( $Q''$  varying from 0.8 to 1.2). Equal heating and cooling periods are imposed,  $\Omega_h = \Omega_c = \Omega$  (according to the definition of dimensionless time in equation (4), the dimensional heating and cooling periods are, respectively:  $[t_h, t_c] = [\Omega_h, \Omega_c] \phi H^2 / \kappa_s$ ). The nondimensional heat pulsating frequency is then:  $F=1/(2\Omega)$ .

Three parameters are chosen to help understand the thermal convective effect of pulsating heat, respectively: right (hot) wall instantaneous surface averaged temperature,  $\bar{\theta}_h$ ; instantaneous surface averaged left (cold) wall heat flux,  $\bar{q}_c$ ; and instantaneous surface averaged heat transfer rate through an imaginary vertical plane positioned at the middle of the enclosure,  $\bar{q}_m$ . The corresponding nondimensional quantities are

$$\bar{\theta}_h = \int_0^1 \theta|_{X=1} dY, \quad Nu_c = \frac{\bar{q}_c}{q_M} = \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial X}|_{X=0} dY \quad (5)$$

$$Nu_m = \frac{\bar{q}_m/H}{q_M} = \int_0^1 \left[ U\theta - \frac{\partial \theta}{\partial X} \right]_{X=1/2} dY$$

## NUMERICAL METHOD

Numerical simulations are performed by solving the system of time dependent differential equations (1)-(3), with appropriate boundary and initial conditions, using the finite volume method (Patankar 1980).

This method was previously applied and validated for similar problems (e.g., Henkes & Hoogendorn 1990, Kazmierczak & Chinoda 1992, Lage & Bejan 1993).

Extensive grid accuracy tests were performed, following the same basic concepts described in detail by Manole and Lage (1993). Several different grid distributions are implemented, depending on the case, using 60 by 60 grid lines. Numerical results reported in here are at least 5% accurate considering a 50% increase in the total number of grid lines.

## THEORETICAL ANALYSIS

In this section, a theory based on scale analysis is developed to obtain an estimate for the input heat pulsating frequency that leads to natural convection resonance. The result of this simple but powerful analysis is fundamental to limit the frequency range for determining numerically the precise resonance frequency value.

As mentioned before, resonance is expected to be induced when the heat pulsating frequency,  $f$ , coincides with the frequency of the flow wheel circulating within the enclosure,  $f_v$  (Lage & Bejan 1993):  $f_v = f$ .

In dimensional form, the circulating frequency scale is obtained by dividing the fluid velocity scale by the enclosure perimeter:  $f_v \sim v/(2(H+L))$ .

An expression for the nondimensional velocity scale,  $V$ , is obtained by Lage (1993) as function of  $\theta$ , the temperature scale within the enclosure.

In here, the temperature inside the enclosure,  $\theta$ , scales

with the unknown  $\bar{\theta}_h$  value (recall  $\theta_c$  is zero). However, it is possible to obtain an approximate scale for  $\theta$ , considering the simple Darcy regime or the Forchheimer-extended Darcy regime (Lage & Bejan 1993). The latter is chosen in here since thermal resonance is a phenomenon related with high Rayleigh number flow, so  $\bar{\theta}_h \sim (RaDa)^{-1/5}$  and the resulting nondimensional flow frequency for  $L=H$  becomes,

$$F_v \sim \frac{-\Pi\phi + (\Pi^2 + 4\phi^2 Ra^{4/5} Da^{-1/5} Pr T)^{1/2}}{8T} \quad (6)$$

where  $\Pi = \phi^2 Pr/Da$ , and  $T = 1 + \phi J Pr + 0.143 (\phi/Da)^{1/2}$ . It is worth noting that equation (6) provides a unique expression for  $F_v$ , valid within the entire range covered by the general momentum equations. Equation (6) matches the result for clear fluid systems presented by Lage & Bejan (1993) by simply dropping the terms related to the porous medium model.

## RESULTS

Numerical results are obtained considering a fluid saturated porous medium with  $\phi=0.4$ ,  $\lambda=0.4$ ,  $Pr=7$ , and  $J=1$ . The time evolution of thermal parameters is presented in Figures 1-3.

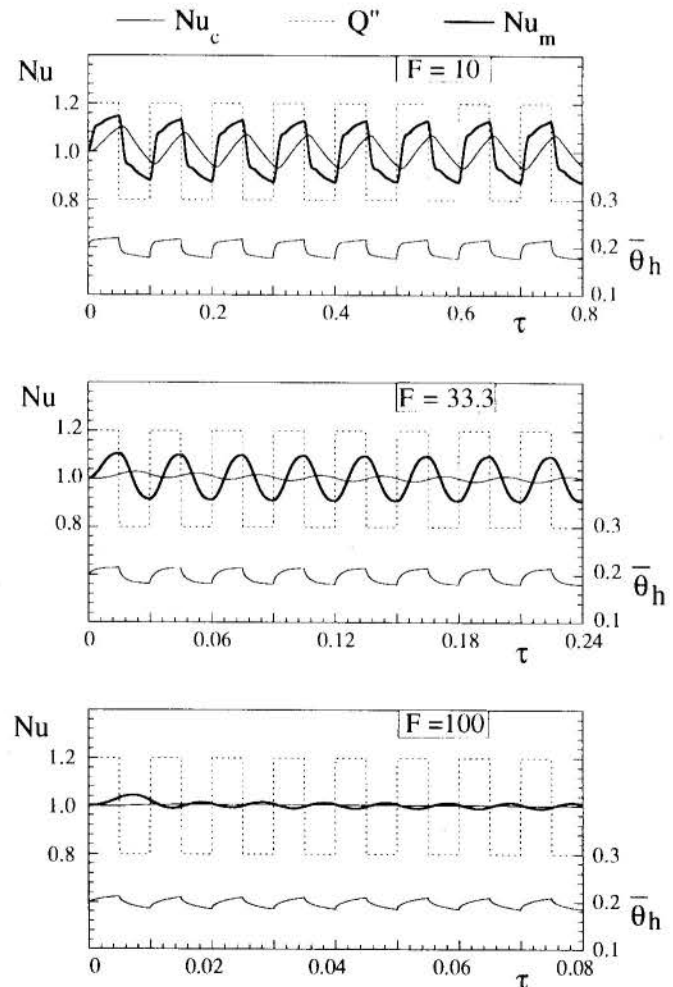


Figure 1 Time evolution of thermal parameters.  $Da=10^{-2}$  and  $Ra=10^6$

Figures 1 and 2 are for  $Da=10^{-2}$  and their middle graph refers to the input heat frequency that induces maximum  $Nu_m$  amplitude. In Figure 1, for  $Ra=10^6$ , three cases with increasing heat pulsating frequency from top to bottom are depicted. The top graph, for  $F=10$ , shows the cold wall nondimensional heat flux,  $Nu_c$ , trailing in time the nondimensional mid-plane heat flow,  $Nu_m$ . This effect, caused by the flow wheel inertia, is even more evident on the middle graph for  $F=33.3$ .

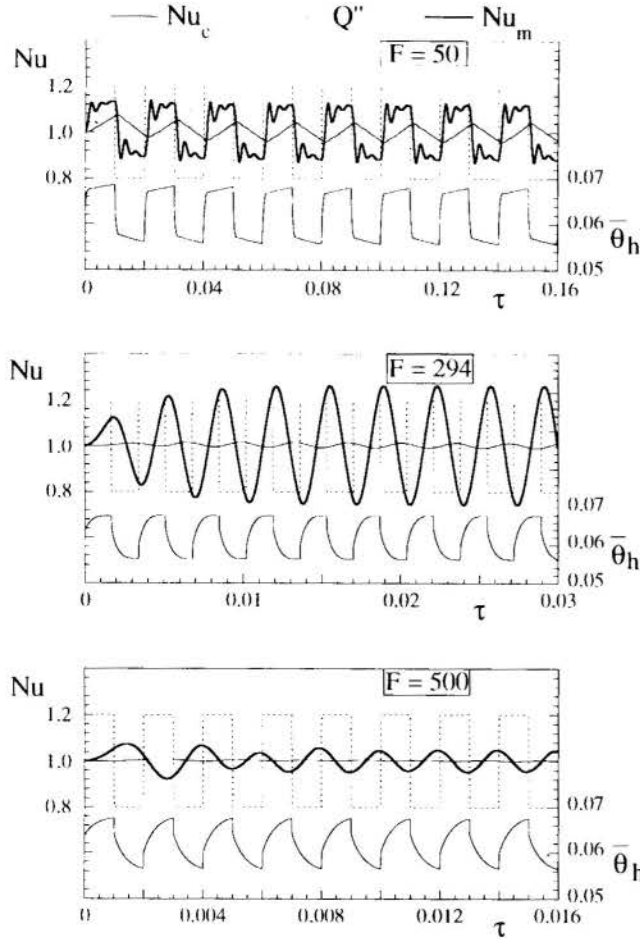


Figure 2 Time evolution of thermal parameters.  $Da=10^{-2}$  and  $Ra=10^8$

Furthermore, as frequency increases from 10 to 33.3, the cold wall heat flux amplitude is reduced more abruptly than the mid-plane heat flux indicating a decrease in the instantaneous energy being delivered by the hot fluid stream (flowing synchronously with heating phase) to the cold wall, a situation favorable to resonance. A further increase in frequency, lower graph for  $F=100$ , indicates a reduction in both, cold wall and mid-plane, heat flux amplitudes. The heating frequency is too high for the system to react.

In Figure 2, for  $Ra=10^8$ , the system responds to an increase in heat pulsating frequency in a similar fashion. However, the middle graph, for  $F=294$ , clearly indicates stronger flow resonance within the enclosure (notice  $Nu_m$  amplitude higher than  $Q''$  amplitude). Although in this case the amplitude of the cold wall heat flux is also reduced ( $Nu_c$  flattens) as  $F$  increases, the  $Nu_m$  amplitude value increases and decreases as  $F$  goes from 50 to 294 and from 294 to 500, respectively. An interesting detail, not so evident in Figure 1, is the abnormal behavior of  $Nu_m$  for low

frequency,  $F=50$ . The heat flow crossing the mid plane of the enclosure oscillates within each heating period. This oscillation is related to the natural frequency (modes) of the convective flow within the porous medium enclosure.

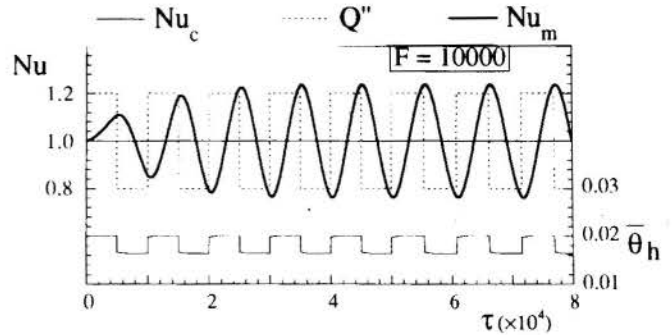


Figure 3 Time evolution of thermal parameters.  $Da=10^{-4}$  and  $Ra=10^{10}$  ( $F=1219$ )

Figure 3 for  $Da=10^{-4}$  and  $Ra=10^{12}$ , presents the resonance configuration only. The behavior is similar, the only differences being higher resonance frequency and the almost square shape of the surface averaged hot wall temperature. The resonance in Figure 3 is not as pronounced as the one obtained for  $Da=10^{-2}$ ,  $Ra=10^8$  and  $F=294$  (Figure 2). This results from the damping imposed by the less permeable porous matrix (lower  $Da$ ).

Table 1 presents a comparison between numerical and theoretical (predicted) resonance frequencies from equation (6).

Table 1. Comparison between numerical and theoretical resonance frequencies.

$$\phi = 0.4, \lambda = 0.4, J = 1, Pr = 7$$

Da	$10^{-2}$			$10^{-4}$		
Ra	$10^6$	$10^7$	$10^8$	$10^{10}$	$10^{11}$	$10^{12}$
num.	33	114	294	1219	4000	$10^4$
theo.	18.3	47.6	121.4	699.4	1820.1	4636.7

A summary of the numerical results at periodic steady regime is presented in Figure 4. Plotted in the ordinate is the maximum amplitude of the oscillatory mid plane Nusselt number,  $Nu_{m,max}$ . Notice that for low frequency range ( $F < 20$ , top graph)  $Nu_{m,max}$  values move upward tending to the steady state value equal to 0.4 (exact for  $F \rightarrow 0$ ). As frequency increases,  $Nu_{m,max}$  decreases up to a certain value beyond which the resonance effect sets in forcing its value to increase. Evidently, as  $F$  increases further on ( $F \rightarrow \infty$ ) the system response dies out as indicated by  $Nu_{m,max}$  tending to zero.

Common to both graphs in Figure 4 is the appearance of additional  $Nu_{m,max}$  peaks following the shape of lower Rayleigh number curves, indicating the existence of more than one resonance mode. Note that as Darcy number is reduced the system becomes less susceptible to resonance, as indicated by the higher  $(Ra Da)$  shown in the bottom graph needed to achieve approximately the same  $Nu_{m,max}$  resonance amplitude of the top graph. Reducing the Darcy number further on to  $10^{-6}$  results in no resonance at all, with  $Nu_{m,max}$  decreasing monotonically as frequency increases, for  $Ra$  as large as  $10^{13}$ .

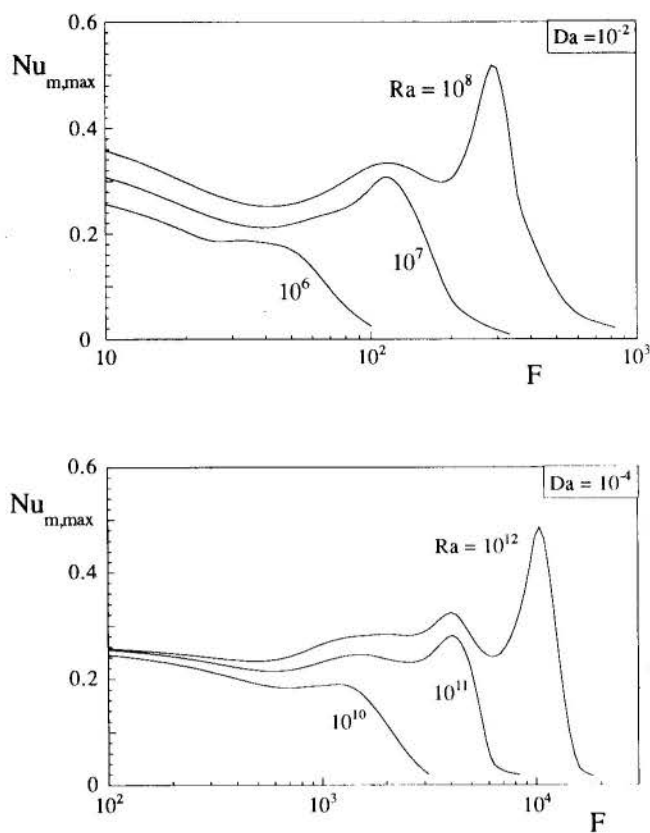


Figure 4 Maximum amplitude of mid plane heat flow versus input heat pulsating frequency.

## CLOSURE

Natural convection resonance, predicted physically, is detected numerically by monitoring the amplitude of the enclosure mid plane heat flow.

Numerical results support the hypothesis of resonance being more evident at high Rayleigh number (high velocities), with the minimum Ra value for resonance increasing as Da decreases.

A general theoretical equation for predicting natural convection resonance frequency, developed on a scale basis, is proven essential to limit the exploratory frequency range for numerical simulations. The theoretical predictions are shown to be accurate within a factor of order one.

## NOMENCLATURE

$\beta$	coefficient of cubic expansion
$c$	specific heat at constant pressure
$\phi$	porosity
$g$	gravity acceleration
$H$	enclosure height
$L$	enclosure length
$k$	thermal conductivity
$K$	permeability
$\kappa$	thermal diffusivity
$\lambda$	volumetric specific heat
$\mu$	dynamic viscosity
$\nu$	kinematic viscosity
$p$	pressure
$q''$	heat flux

$t$	time
$T$	temperature
$\vec{u}$	seepage (Darcy) velocity
$x, y$	Cartesian coordinates
$\rho$	density

## ACKNOWLEDGMENTS

B.V. Antohe is most thankful to the Ph.D. scholarship provided by the School of Engineering and Applied Sciences of Southern Methodist University. J.L.Lage's research work was supported by the J.L.Embrey Professorship in Mechanical Engineering.

## REFERENCES

- Cheng, P., "Heat transfer in geothermal systems", *Advances in Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 1-105, 1978.
- Ergun, S., "Fluid flow through packed columns", *Chem. Engng. Prog.*, Vol. 48, pp. 89-94, 1952.
- Henkes, R.A.W.M. & Hoogendorn, C.J., "On the stability of natural convection flow in a square cavity heated from the side", *Appl. Sci. Res.*, Vol. 47, pp. 195-220, 1990.
- Hsu, C.T. & Cheng, P., Thermal dispersion in a porous medium, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 1587-1597, 1990.
- Kazmierczak, M. & Chinoda, Z., "Buoyancy-driven flow in an enclosure with time periodic boundary conditions", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 1507-1518, 1992.
- Lage, J.L., 1993, "Natural convection within a porous medium cavity: predicting tools for flow regime and heat transfer", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, pp. 501-513, 1993.
- Lage, J.L. & Bejan, A., "The resonance of natural convection in an enclosure heated periodically from the side", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 2027-2038, 1993.
- Manole, D.M. & Lage, J.L., 1993, "Nonuniform grid accuracy test applied to the natural convection flow within a porous medium cavity", *Numerical Heat Transfer-B*, Vol. 23, pp. 351-368, 1993.
- Mantle, J., Kazmierczak, M. & Hiawy, B., "Natural convection in a horizontal enclosure with periodic changing bottom wall temperature", *Proc. National Heat Transfer Conference*, San Diego, ASME-HTD, Vol. 198, pp. 49-56, 1992.
- Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, 1980.
- Yang, H.Q., Yang, K.T. & Xia, Q., "Periodic laminar convection in a tall vertical cavity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 2199-2207, 1989.



V ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS  
5th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING

II SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA  
2nd THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

AUTORES  
AUTHORS

Abdalla, V.R.	163/169
Aguado, S.B.	67
Ahuja, S.	493
Almeida R.A.	77
Alves, A.S.G.	443
Alvim Filho, G. F.	153
Amorim, R.B.	309
Antohe, B. V.	563
Aranguren, V.L.P.	67
Azevedo, J.L.F.	51/513
Azevedo, L.F.A.	105
Bajay, S.V.	137
Balestieri, J.A.P.	125/129
Bambace, L.A.W.	253/375
Bannwart, A.C.	73
Barbosa, A.N.	537
Barros, J.E.M.	153
Bastos, J.L.F.	529
Batista, E.A.C.	273
Bearman, P.W.	227
Beltrán, J.I.L.	395
Berthoud, J.S.	241
Beyer, P.O.	285
Boabaid Neto, C.	419/423
Bóçon, F.T.	339
Bodstein, G.C.R.	55
Borges, E.N.M.	451
Borges, M.G.S.	249
Bottoni, M.	493
Braga Fo., W.	351
Brancher, J.D.	277
Brasil Jr., A.C.P.	113/175
Brito, J.L.V.	537
Bullard, C.W.	23



Campo, A.	545
Carvalho Jr., J.A.	159/163/169
Caser, G.C.	241
Cerqueira, S.A.	85
Cerqueira, S.A.A.G.	451
Chacaltana, J.A.T.	55
Champion, M.	191
Charalambous, C.D.	545
Coimbra, C.F.M.	379
Correia, P.B.	125/129
Costa, M.L.M.	305
Coutinho, A.L.G.A.	309
Coutris, N.	517
Cunha, A.R.	359/363
Degasperi, F.T.	463
Deschamps, C.J.	121
Deshaies, B.	191
Donatelli, J.L.M.	81
Dotti, B.	557
Duarte, L. G. C.	105
Errera, M.R.	97
Escobedo, J.F.	459
Fabbri, M.	329
Falbo, R.A.	387
Ferreira, M.A.	163/169
Ferreira, R.T. S.	419/423
Ferreira, V.C.S.	265
Fico Jr., N.G.C.R.	43/47/51
Figueiredo, J.R.	321
Fiorelli, F.A.S.	427
França, F.A.	501
Franco, A.T.	321
Frankenberg, C.L.C.	533
Freire, A.P.S.	297/301
Frey, S.	305
Frisina, V.A.	459
Furnari, F.	555
Gama, R.M.S.	305
Girardi, R.M.	39
Goldstein Jr., L.	203/207
Gonçalves, J.M.	419/423
Guedes, R.O.C.	281
Guimarães, G.	391
Gurgel, J.M.	435
Hackenberg, C.M.	497/509
Hamdullahpur, F.	223
Hayashi, T.C.	63
Hernandez Neto, A.	427/431
Hervieu, E.	517
Hirata, M.H.	55
Hmak, P.	455
Ielo, V.C.F.	553

Ismail, K.A.R.....	479/489
Johnson, F.....	455
Kan, Z.....	223/549
Kieckbusch, T.G.....	219/447
Kinghorn, F.....	33
Kirkpatrick, I.A.L.....	63
Kobayashi, W.T.....	179
Krenzinger, A.....	439
Lage, J. C. ....	567
Lage, P. L. C. . .	509
Leiroz, A.J.K.....	367
Lemos, M.J.S.....	317
Livramento, M.A.....	359/363
Lizarraga, J.M.S.....	67
Lockwood, F.C.....	31
Lora, E.S.....	199
Luengo, C.A.....	133
Macedo, A.P.....	175
Maliska Jr., C.R.....	355
Maliska, C.R.....	109/325/335/339/355/359/363
Marcondes, F.....	335
Mariani, A.L.C.....	245
Marotta, A.....	149
Massarani, G.....	411
Matida, E.A.....	483
Mazza, R.A.....	467
Meirelles, A.J.A.....	273
Melo, C.....	419/423
Melo, J.M.D.....	459
Mendes, P.R.S.....	211/415
Meneghini, J.R.....	227
Menezes, J.C.L.....	43/47
Mesquita, A.L.A.....	443
Messias, L.S.....	179
Meyers, J.....	455
Milanez, L.F.....	97
Militzer, J.....	223
Momma, L.J.....	169
Moore, K.L.....	545
Moreira, J.R.S.....	521
Moreno, R.Z.....	403
Mota, M.A.A.....	325
Moura, L.F.M.....	249
Muraoka, I.....	375
Naccache, M.F.....	211/415
Nagata, E.....	513
Nebra, S.A.....	195
Negri, J.C.....	549
Neves, A.S.B.....	559
Neves, L.C.....	447
Nicolau, V.P.....	399
Nieckele, A.O.....	343/347

Nobre, D.N.	183/471
Nogueira, E.M.	383
Nogueira, L.A.H.	81
Nogueira, L.H.	137
Oliveira Fo., A.G.	183
Oliveira Fo., O.B.	89
Oliveira Jr., S.	89/93
Ordoñez, J.F.	89
Orlande, H.R.B.	289
Ortega, M.A.	43/47
Ozisk, M.N.	281/289
Paglione, P.	153
Paiva, M.A.S.	427
Paletti, R.M.O.	463
Pedroso, L.J.	537
Peixoto, R.A.	455
Pereira, C.M.S.	411
Pereira, R.G.	407
Pereira, R.H.	423
Perim, M.M.	447
Philippi, P.C.	215/391
Pimenta, M.M.	245/313/371/431
Pimentel, J. R.	479
Pinheiro, P.C.C.	85
Pinto, A.D.	497
Pires, L.F.G.	343/347
Pironti, F.F.	475
Podio, A.L.	237
Portilho, E.L.	241
Prata, A.T.	505
Pucca Jr., R.	559
Queiroz, M.	379
Queiroz, R.S.	387
Quiroga, M.H.V.	501
Ramos, F.M.	253
Rangel, J.J.A.	269
Rangel, R.H.	367/509
Reis Jr., N.C.	241
Renggli, U.R.	63
Ribeiro, P.R.	237
Ribeiro, R.S.	35
Rizzi, R.L.	525
Rocha, A.L.N.	383
Rocha, R.T.	63
Roma, W.N.L.	101
Romani, R.	187
Ropero, A.J.M.	67
Rosa, E.S.	467/501
Rossi, L.F.S.	73/195
Sacadura, J.F.	399
Sáez, A.E.	475
Saglietti, J.R.C.	459

Sanchez, C.G.	199
Santos A.H.M.	77
Santos, F.J.	203/207
Santos, J.M.	241
Santos, L.C.C.	301
Scalon, V.L.	489
Schmidt, M.J.P.	261
Schuls, H.E.	101
Scofano Neto, F.	183/269/281/471
Sengpiel, W.	493
Senna, J.G.	59
Senna, J.G.S.M.	141
Sepehmoori, K.	237
Shakourzadeh, K.	223
Shepherd, J.E.	521
Shiono, K.	117
Silva Fo., D.H.	39
Silva, A.F.C.	359/363
Silva, A.F.T.	525
Silva, F.A.	475
Silva, L.F.F.	191
Silva, L.O.M.	149
Silva, O.O.	59
Silva, R.J.	195/257
Silvares, O.M.	427
Silveira J. L.	77/133
Silveira, R.M.	541
Souto, M.R.	471
Souza, C.A.G.	219
Souza, F.D.A.	179
Souza, H.A.	215
Souza-Santos, M.L.	145
Speranza Neto, M.	269
Su, J.	297
Tambelini, F.	49
Tavares, M.R.	517
Teixeira, E.C.	117
Thiessen, M.R.	419/423
Thompson, C.A.	351
Torii, K.	31/483
Torres, E.A.	63/159
Torres, W.M.	529
Trevisan, O.V.	403
Uribe, E.O.	321
V.Jr., J.A.	383
Valle, R.M.	231
Vannucci, A.	541
Varejão, L.M.C.	387
Varella, S.	257
Vasconcellos, J.F.V.	109
Vergnhanini Fo., R.	179/555
Vertiola, S.R.	93



Vidal, M.....	191
Vielmo, H. ....	505
Vilela Fo., G.R.....	451
Vilhena, M.T.M.B. ....	277/285
Villas-Boas, M.B. ....	293
Vodianitskaia, P.....	427/561
Volpe, E.V.....	313/371
Walter, A.C. ....	137
Walter, A.C.S. ....	133
Watkins, A.P.....	121
Yanagihara, J.I.....	187
Zambaldi, M.C. ....	335
Zaparoli, E.L. ....	141
Zaro, M.A.....	277