

IV ENCIT
I SIENT

ANAIS/PROCEEDINGS

IV ENCONTRO NACIONAL
DE CIÊNCIAS TÉRMICAS

4th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING



I SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA

1 a 4 de dezembro de 1992 - Rio de Janeiro

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

1992

ANAIS/PROCEEDINGS

**IV ENCONTRO NACIONAL
DE CIÊNCIAS TÉRMICAS**

4th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING

I SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA

1st THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

EDITORES

EDITORS

L.F.A. Azevedo

S.L. Braga

C.V.M. Braga

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/Rio

1 a 4 Dezembro, 1992 - Rio de Janeiro

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

IV ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS
4th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING

I SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA
1st THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

PROMOÇÃO
PROMOTED BY

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS
BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

COMITÊ DE CIÊNCIAS TÉRMICAS
THERMAL SCIENCE COMMITTEE

Renato M. Cotta
Clovis R. Maliska
Miguel H. Hirata
Leonardo Goldstein Jr.
Alvaro T. Prata
Luis Fernanco A. Azevedo

DIRETORIA
BOARD OF DIRECTORS

Arthur Palmeira Ripper Neto – Presidente
Sidney Stuckenbruck – Vice-Presidente
Agamenon R. Eufrásio Oliveira - Secretário Geral
Carlos Alberto de Almeida – Secretário
Luiz Fernando Salgado Candiota – Diretor de Patrimônio

ORGANIZAÇÃO
ORGANIZATION

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
ITUC – INSTITUTO TECNOLÓGICO
PUC-Rio

PATROCINADORES

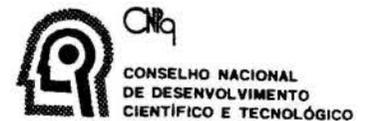


CONFEA

Conselho Federal de Engenharia, Arquitetura e Agronomia



CAPES



Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro

RIOTUR

We are back to Rio de Janeiro! After the first meeting in this city in 1986, the ENCIT - Brazilian Thermal Science Meeting, was held in Águas de Lindóia (SP) in 1988, in Itapema (SC) in 1990, and returns to Rio de Janeiro as a well established event promoted by ABCM, the Brazilian Society of Mechanical Sciences. The IV ENCIT was held on december 1 - 4, 1992 at the Rio Palace Hotel.

This volume contains the technical papers presented at the IV ENCIT. Out of the 200 submitted papers, 172 were accepted for publication, 24 of which are from abroad. These papers were selected after a carefull review process which involved 29 lead scientists from 15 different institutions from 10 states, and with the contribution of 160 reviewers from all over the country. We believe that this review process, besides facilitating the organization of the meeting, enhances the participation of the community in the early stages of the organization. Six invited lectures were presented at the IV ENCIT, and are also included in this volume.

Due to the success of the short courses in previous meetings, three short courses were offered at the IV ENCIT by specialists in the areas of Refrigeration, Multi-phase Flows and Computational Heat Transfer and Fluid Flow.

A new initiative in this event was the organization of the 1st Thermal Engineering Symposium, SIENT-92, held simultaneously with the IV ENCIT. The objective of the SIENT-92 is to promote the interaction among researchers from the industrial and academic sectors. The idea which triggered the organization of the SIENT-92 came from the observation that the participation of the industrial sector in previous events promoted by ABCM was either in the format of plenary lectures offered by high-ranking managers, or through the presentation of papers in technical sessions. Although both types of participation are considered of great importance and should, therefore, be maintained in future events, the opportunities for cooperation were limited, probably due to the necessarily general scope of the former and the specific character of the latter. It is believed that a presentation of research areas, problems, or future lines of development made by industrial researchers can bridge this gap and promote the desired cooperation.

With this objective, researchers from several brazilian industries were invited to present their research and development problems, emphasizing the opportunities for cooperation with the academic sector. The asbstracts of these presentations are included in this volume.

The practical results of this initiative can only be measured a posteriori by the joint research programs which happen to be conducted in the future by Industry and University. We hope that the SIENT be well received by the thermal engineering community, justifying its organization in future events.

Finally, we would like to acknowledge the invaluable work of the Technical Committee and of the reviewers who participated in the IV ENCIT. Theirs names are listed in the following pages. Our sincere gratitude goes to the sponsors of the meeting who, even during these times of severe budget limitations which we are facing, were able to understand the importance of the IV ENCIT, and through their financial support made its realization possible.

Welcome to the ENCIT / SIENT /92!

Organizing and Editorial Committee

Voltamos à Cidade do Rio de Janeiro! Após o primeiro encontro realizado nesta cidade em 1986, o ENCIT – Encontro Nacional de Ciências Térmicas – ocorreu em Águas de Lindóia (SP) em 1988, em Itapema (SC) em 1990 e agora retorna ao Rio de Janeiro como um evento consolidado e sempre promovido pela ABCM – Associação Brasileira de Ciências Mecânicas. O IV ENCIT foi realizado no período de 1 a 4 de Dezembro de 1992 no Rio Palace Hotel.

Dos cerca de 200 trabalhos técnicos submetidos ao ENCIT-92, 172 foram aceitos e estão publicados neste volume, sendo que, deste total, 24 são provenientes do exterior. Estes artigos foram selecionados após um criterioso processo de revisão envolvendo 29 coordenadores técnicos, pertencentes a 15 diferentes instituições de 10 estados, e empregando cerca de 160 revisores de todo o país. Acreditamos que este processo de revisão descentralizado facilita o trabalho da comissão organizadora, além de aumentar a participação da comunidade nacional nas etapas preparativas do evento.

Seis palestras convidadas foram apresentadas e seus textos fazem parte deste volume. Devido ao sucesso dos cursos em eventos anteriores, no ENCIT-92 foram oferecidos três mini-cursos de aperfeiçoamento, por especialistas das áreas de Refrigeração, Escoamento Multifásico e Computação em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor.

Uma inovação no presente evento foi a realização do I Simpósio de Engenharia Térmica, SIENT-92, paralelamente ao IV ENCIT. O objetivo da realização do SIENT-92 é incentivar o intercâmbio de idéias e a colaboração entre os setores acadêmico e industrial. Observou-se que a participação do setor industrial nos eventos anteriores promovidos pela ABCM ocorria na forma de palestras normalmente proferidas por diretores ou presidentes de indústrias ou através da apresentação de trabalhos técnicos específicos. Ambos os tipos de participação são extremamente importantes e, portanto, devem ser mantidos em eventos futuros. No entanto, as oportunidades de efetiva colaboração entre os setores acadêmico e industrial dificilmente se concretizavam, talvez devido ao caráter necessariamente geral das palestras e demasiadamente específico abordado nos trabalhos técnicos. Acredita-se que a apresentação de linhas de pesquisa, problemas atuais ou futuros desenvolvimentos por representantes de setores técnicos das indústrias possa vir a preencher este espaço, proporcionando a desejada interação entre os participantes.

Com este objetivo, representantes do setor industrial brasileiro foram convidados a apresentar palestras versando sobre seus problemas de pesquisa e desenvolvimento, enfatizando as possíveis áreas de cooperação com o setor acadêmico. Os resumos destas apresentações estão publicados neste volume.

Os resultados do SIENT-92 só poderão ser devidamente avaliados a posteriori através das colaborações entre universidades e empresas que efetivamente vierem a se concretizar. Esperamos que o SIENT seja uma iniciativa bem recebida, que desperte o interesse da comunidade de engenharia térmica, justificando sua organização em eventos futuros.

Finalmente, gostaríamos de agradecer a valiosa colaboração dos coordenadores técnicos e revisores que participaram no IV ENCIT. Seus nomes estão listados nas páginas seguintes. Nossos sinceros agradecimentos são também estendidos aos patrocinadores, que mesmo nesta época de severas contenções de investimentos a qual atravessamos, souberam compreender a importância da realização deste evento.

Bem vindos ao ENCIT/SIENT/92!

IV ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS
4th BRAZILIAN THERMAL SCIENCE MEETING

I SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA
1st THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

COMISSÃO ORGANIZADORA
ORGANIZING COMMITTEE

Carlos Valois Maciel Braga*
Luis Fernando A. Azevedo*
Sergio Leal Braga*
Paulo Murillo de S. Araújo
Eloi Fernández y Fernández
Aura Conci

* - Coordenação Geral

MINI-CURSOS
SHORT COURSES

Numerical Solution of Heat Transfer and Fluid Flow
Dr. Suhas V. Patankar, University of Minnesota, USA

Refrigeração: Princípios Básicos e Simulação
Dr. Cláudio Melo, UFSC, Brasil

Recent Advances in Multiphase Flows
Dr. Richard T. Lahey Jr., Rensselaer Polytechnic Institute, USA

COORDENADORES TÉCNICOS
TECHNICAL COMMITTEE

AERODINÂMICA

AERODYNAMICS

Dr. João Luiz Azevedo

Instituto de Aeronáutica e Espaço

CTA, São Paulo

COMBUSTÃO E PROPULSÃO

COMBUSTION AND PROPULSION

Dr. João Andrade de Carvalho Jr.

Laboratório de Combustão e Propulsão

INPE, São Paulo

CONDUÇÃO

CONDUCTION

Prof. Paulo Murillo de Souza Araújo

Departamento de Engenharia Mecânica

PUC-Rio, Rio de Janeiro

COMPORTAMENTO TÉCNICO DE AMBIENTES

THERMAL BEHAVIOUR OF ENVIRONMENTS

Prof. Claudio Melo

Departamento de Engenharia Mecânica

UFSC, Santa Catarina

CONVECCÃO

CONVECTION

Prof. Renato Machado Cotta

Programa de Engenharia Mecânica

COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro

DINÂMICA DOS GASES

GAS DYNAMICS

Dr. Paulo Moraes Jr.

Instituto de Aeronáutica e Espaço

CTA, São Paulo

ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FOOD ENGINEERING

Prof. Lincoln Camargo Neves Filho

Departamento de Engenharia de Alimentos

UNICAMP, São Paulo

ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS

MULTI-PHASE FLOWS

Prof. Fernando França

Faculdade de Engenharia Mecânica

UNICAMP, São Paulo

EQUIPAMENTOS E PROCESSOS TÉRMICOS

PROCESS HEAT TRANSFER

Prof. Leonardo Goldstein Jr.

Faculdade de Engenharia Mecânica

UNICAMP, São Paulo

FONTES ALTERNATIVAS DE ENERGIA

ALTERNATIVE ENERGY SOURCES

Prof. Cirus Macedo Hackenberg

Programa de Engenharia Química

COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro

INSTRUMENTAÇÃO E TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

INSTRUMENTATION AND EXPERIMENTAL TECHNIQS

Prof. Carlos Antonio Cabral dos Santos

Departamento de Engenharia Mecânica

UFFPb, Paraíba

MÁQUINAS DE FLUXO

TURBOMACHINERY

Prof. André Luiz Amarante Mesquita

Departamento de Engenharia Mecânica

UFPA, Pará

MÁQUINAS TÉRMICAS

THERMAL ENGINES

Prof. Luiz Fernando Milanez

Faculdade de Engenharia Mecânica

UNICAMP, São Paulo

MEIOS POROSOS

POROUS MEDIA

Prof. Álvaro Toubes Prata

Departamento de Engenharia Mecânica

UFSC, Santa Catarina

MÉTODOS ANALÍTICOS

ANALYTICAL METHODS

Prof. Renato Machado Cotta

Programa de Engenharia Mecânica

COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro

MÉTODOS NUMÉRICOS

NUMERICAL METHODS

Prof. Angela Ourivio Nieckele

Departamento de Engenharia Mecânica

PUC-Rio, Rio de Janeiro

Prof. Clovis Raimundo Maliska

Departamento de Engenharia Mecânica

UFSC, Santa Catarina

PLANEJAMENTO ENERGÉTICO

ENERGY PLANNING

Prof. David Zylbersztajn

Instituto de Eletrotécnica e Energia

USP, São Paulo

POLUIÇÃO AMBIENTAL E SANEAMENTO

ENVIRONMENTAL POLLUTION

Prof. Rogério Silveira de Queiróz

Departamento de Engenharia Mecânica

UFES, Espírito Santo

PROCESSOS METALÚRGICOS

METALS PROCESSING

Prof. Mauri Fortes

Departamento de Engenharia Mecânica

UFMG, Minas Gerais

PROCESSOS UNITÁRIOS

UNIT OPERATIONS

Prof. Milton Mori

Faculdade de Engenharia Química

UNICAMP, São Paulo

RADIAÇÃO

RADIATION

Prof. Paulo Murillo de Souza Araújo

Departamento de Engenharia Mecânica

PUC-Rio, Rio de Janeiro

REFRIGERAÇÃO E CONDICIONAMENTO DE AR

REFRIGERATION AND AR CONDITIONING

Prof. Alcir de Faro Orlando

Departamento de Engenharia Mecânica

PUC-Rio, Rio de Janeiro

Prof. Rogério T.S. Ferreira

Departamento de Engenharia Mecânica

UFSC, Santa Catarina

REOLOGIA

RHEOLOGY

Prof. Maurício Nogueira Frota

Departamento de Engenharia Mecânica

PUC-Rio, Rio de Janeiro

TERMOHIDRÁULICA DE USINAS NUCLEARES

THERMOHYDRAULICS OF NUCLEAR POWER PLANTS

Prof. Pedro Carajilescov

Departamento de Engenharia Mecânica

PUC-Rio, Rio de Janeiro

TRANSF. DE CALOR COM MUDANÇA DE FASE

PHASE CHANGE HEAT TRANSFER

Prof. Sérgio Leal Braga

Departamento de Engenharia Mecânica

PUC-Rio, Rio de Janeiro

Prof. Fernando França

Faculdade de Engenharia Mecânica

UNICAMP, São Paulo

TURBULÊNCIA E CAMADA LIMITE

TURBULENCE AND BOUNDARY LAYER FLOWS

Prof. Átila P. Silva Freire

Programa de Engenharia Mecânica

COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro

REVISORES
REFEREES

Almeida, M.T. - EFEI
Almeida, P.I.F. - UFSCar
Altemani, C.A.C - UNICAMP
Amarante, J.C.A. - IME
Amorin, J.C.C. - UNESP
Andrade, A.L. - UNICAMP
Aparecido, J.B. - UNESP
Araújo, P.M.S. - PUC-Rio
Arrieta, L.A. - IEN/CNEN
Awruch, A.M. - UFRGS
Azevedo, L.F.A. - PUC-Rio
Azevedo, J.L.F. - IAE/CTA
Bannwart, A.C. - UNICAMP
Barbosa, J. - IAE/CTA
Barcellos, C.S. - UFSC
Bastos, J.L. - COPESP
Bastos, L.E.G. - COPPE/UFRJ
Bastos Netto, D. - INPE
Beltran, J.I.L. - UNICAMP
Bolzan, A. - UFSC
Bordalo, S.N. - UNICAMP
Botelho, D.A. - IEN/CNEN
Braga, C.V.M. - PUC-Rio
Braga, S.L. - PUC-Rio
Braga Fº, W. - PUC-Rio
Brandão, M.P. - ITA/CTA
Brum, N.C.L. - COPPE/UFRJ
Carajilescov, P. - PUC-Rio
Cardoso, H.P. - INPE
Carvalho Jr., J.A. - INPE
Clezar, C.A. - UFSC
Colle, S. - UFSC
Correa, P.B. - UNICAMP
Costa, M.L.M. - PUC-Rio
Cotta, R.M. - COPPE/UFRJ
Coutinho, A.L.G.A. - COPPE/UFRJ
Couto, H.S. - INPE
Cruz, D. - COPPE/UFRJ
Cunha, P.M. - PUC-Rio
Dellaretti Fº, O. - UFMG
Ebinuma, C.D. - UNESP
Fagá, M.T.W. - USP
Faria, M.S. - UNICAMP
Fernandes, L.C.V. - COPPE/UFRJ
Ferreira, J.G. - INPE
Ferreira, R.T.S. - UFSC
Ferreira, V.C.S. - UFRGS
Ferreira, W.R. - UFMG
Fico Jr., N.G.C.R. - IAE/CTA
Figueiredo, J.R. - UNICAMP
Figueiredo, R.F. - UNICAMP
Fortes, A.F.P. - UNB
Fortes, M. - UFMG
Fraidenaich, N. - UFPE
Franca, L.P. - LNCC
Freire, J.T. - UFSCar
Frota, M.N. - PUC-Rio
Galeão, A.C.N. - LNCC
Gallo, W.L.R. - UNICAMP
Garcia, A.S. - UFES
Gielow, R. - INPE
Giordano, R.C. - UFSCar
Girardi, R.M. - CTA/ITA
Goes, L.C.S. - ITA/CTA
Goldstein Jr., L. - UNICAMP
Gorecki, J.P. - ITA/CTA
Greco, C. - USP
Gurgel, J.M. - UFPb
Hackenberg, C.M. - COPPE/UFRJ
Herkenhoff, R.G. - PETROBRÁS
Hinckel, N. - INPE
Hirata, M. H. - COPPE/UFRJ
Ieno, G.O. - USP
Ismail, K.A.R. - UNICAMP
Kieckbusch, T.G. - INICAMP
Kluppel, R.P. - UFPb
Lacerda, N.L. - IAE/CTA
Lage, P.L.C. - COPPE/UFRJ
Lauria, D. - E.E. Mauá
Loula, A.D. - LNCC
Loureiro, L.V. - EPUSP
Lyrio, A.A. - UFES
Maciel Fº, R. - UNICAMP
Maciel, M.R.W. - UNICAMP
Mach-Queiroz, E. - COPPE/UFRJ
Maliska, C.R. - UFSC
Manzanares, N. - EFEI
Marques, M.E. - CONSUL
Massarani, G. - COPPE/UFRJ
Maunsell, M.G. - EESC/USP
Medeiros, B.L. - UFRN
Melo, C. - UFSC
Menegalli, F. - UNICAMP
Menon, G.J. - EFEI
Mesquita, A.L.A. - UFPA
Minami, K. - PETROBRÁS
Moraes Jr., P. - IAE
Moreira, J.R. - USP
Moura, L.F.M. - UNICAMP
Murad, M.A. - LNCC
Nascimento, C.A.O. - EPUSP
Nieckele, A.O. - PUC-Rio
Nobre, D.N. - IME
Nogueira, L.A.H. - EFEI
Nogueira, S.L. - CTA/IAE
Odloak, D. - EPUSP
Oliveira Jr., S. - IPT/EPUSP
Orlando, A.F. - PUC-Rio
Ortega, M.A. - CTA/ITA
Pécora, A.A.B. - UNICAMP
Pereira, R.G. - UFF
Perez, S.A.N. - UNICAMP
Pessanha, J.A.O. - COPESP
Philippi, P.C. - UFSC
Pinheiro Netto, P.P.L. - UFMG
Ponte, M.X. UFPA
Prata, A.T. - UFSC
Queiroz, E.M. - UFRJ
Resende, H.B. - EMBRAER
Resende, O.C. - EMBRAER
Ribeiro, J.W. - UFC
Ribeiro, R.S. - EMBRAER
Rocha, Fº, P. - PUC-Rio
Rosa, E.S. - UNICAMP
Russo, C. - COPPE/UFRJ
Rzatkki, J.R. - UFSC
Saboya, F.E.M. - PUC-Rio
Saldanha da Gama, R.M. - LNCC
Sampaio, R. - PUC-Rio
Santos, C.A.C. - UFPb
Sarzeto, C.A.P. - IME
Sauer, I.L. - USP
Scofano Netto, F. - IME
Schwarz, V.A. - EFEI
Sielawa, J.T. - INPE
Silva, A.F.C. - UFSC
Silva-Freire, A.P. - COPPE/UFRJ
Soeiro, N.S. - UFPA
Souza, R. - COPPE/UFRJ
Soviero, P.A.O. - ITA/CTA
Su, J. - COPPE/UFRJ
Teixeira, C.O.M.M. - Yukon E.I.
Teixeira, J. - UFSCar
Thompson, C.A.F. - PUC-Rio
Travello, J.S. - IBM
Trevisan, O. - UNICAMP
Varejão, L.C.M. - UFES
Viana, J.N.S. - UNB
Woiski, E.R. - UNESP
Zaparoli, E.L. - CTA/ITA
Ziviani, M. - UFMG

ÍNDICE
CONTENTS

PALESTRAS CONVIDADAS
INVITED LECTURES

THE MODELING OF FLOW REGIME TRANSITION R.T. Lahey Jr., D.A. Drew	P-1
COMBUSTION IN POROUS MEDIA M. Kaviany , M. Fatehi	P-17
TRANSPORT PHENOMENA DURING SOLIDIFICATION OF BINARY SYSTEMS R. Viskanta	P-39
COMPUTATIONAL ANALYSIS OF FLUID FLOW AND HEAT TRANSFER S.V. Patankar	P-51
CIÊNCIA, TECNOLOGIA E A COMPETIVIDADE DA INDÚSTRIA BRASILEIRA J.P. Silveira	P-61
O DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO EM CENTRO DE PESQUISA INDUSTRIAL: A EXPERIÊNCIA DA EMBRACO E. Heinzelmann	P-61

IV ENCIT - ARTIGOS TÉCNICOS
TECHNICAL PAPERS

AERODINÂMICA
AERODYNAMICS

ON THE FLOW ACROSS A CIRCULAR CYLINDER WITH ASYMMETRIC SEPARATION POINTS AN EXPERIMENTAL APROACH R.M. Girardi, F.L. de Sousa, E.F. Camara	1
AERODYNAMICS VIA AEROACOUSTICS NEW THEORETICAL RESULTS M.P. Brandão	5
ANÁLISE DO ESCOAMENTO EM TORNO DE CILINDROS DE SEÇÕES RETANGULARES Z.A. de Araújo, M.R.O.P. de Araújo, M.N. Silva, M.H. Hirata	9
A METHODOLOGY USING FINITE VOLUMES AND FINITE ELEMENTS FOR AEROELASTIC ANALYSIS A.L. de Bortoli, C.R. Maliska, C.S. Barcellos	13
TRANSONIC INVERSE WING DESIGN USING THE AF2 ALGORITHM IN CURVILINEAR COORDINATES B.S. Mattos, S. Wagner, J.L.F. Azevedo	17
SOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS NÃO-VISCOSOS EM AEROFÓLIOS UTILIZANDO VOLUMES FINITOS EM MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS W.M.C. Dourado, J.L.F. Azevedo	21
ESTUDO DA INTERAÇÃO ENTRE ASA E ESTEIRA DA HÉLICE POR MEIO DO MÉTODO DOS PAINÉIS M.G. Maunsell, L.A. Verdério	25

CONDUÇÃO
CONDUCTION

ESTIMATION OF THE INTERFACE CONDUCTANCE BETWEEN PERIODICALLY CONTACTING DISSIMILAR SOLIDS H.R.B. Orlande, M.N. Özisik	29
PODER DE RESOLUÇÃO NA INVERSÃO NUMÉRICA APLICADA A PROBLEMAS DE CONDUÇÃO DE CALOR S.L.M. Junqueira, O.V. Trevisan	33
CONDUÇÃO DE CALOR EM SOLOS E.F. Passos, E.L. Nunes, G.T. Caldas, E.S. Carvalho, M.B. Oliveira, H.A. Ruiz	37
APLICAÇÃO DE SOLUÇÕES FUNDAMENTAIS ISOTRÓPICAS PARA CONDUÇÃO DE CALOR EM MEIOS ANISOTRÓPICOS M.M. Perez, L.C. Wrobel	41

COMBUSTÃO E PROPULSÃO
COMBUSTION AND PROPULSION

ESTUDO DE QUEIMADOR MULTIPONTOS PARA GASES A.O.P. Leite, M.A. Ferreira, J.A. de Carvalho Jr.	45
ESTUDO DE INJEÇÃO SECUNDÁRIA EM MOTOR FOGUETE J.L. Amorim, M.H.C. Ribeiro, G.F. Alvim Filho	51
THEORY AND DESIGN TECHNIQUE FOR A SPLASH PLATE ATOMIZER H.S. Couto, D. Bastos-Netto, C.E.S.S. Migueis	57
MÉTODO DE CÁLCULO DE CÂMARAS DE COMBUSTÃO DE ESCOAMENTO DIRETO O.A. Khatchatourian, J.C.C. da Silveira, F. Salvadori	59
THE EFFECTS OF FUEL DROPLETS ON TEMPERATURE DISSIPATION STATISTICS IN A GASEOUS JET FLAME R.W. Dawson, M. Queiroz	63
UTILIZAÇÃO DE COMBUSTÍVEIS ALTERNATIVOS EM CALDEIRAS P.C.C. Pinheiro	69
ON THE DEVELOPMENT OF A NUMERICAL CODE FOR PREDICTING 3-D PULVERIZED COAL FLAMES C.F.M. Coimbra, M.G. Carvalho	73
COMPORTAMENTO TÉRMICO DE AMBIENTES THERMAL BEHAVIOUR OF ENVIRONMENTS	
METODOLOGIA PARA ESTABELECIMENTO DE ANO TÍPICO PARA SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DE CONDICIONAMENTO DE AR F.A.S. Fiorelli	77
MODELAÇÃO MATEMÁTICA DE ÁREAS SOMBREADAS EM EDIFICAÇÕES C. Melo, J.R. Rzatki	81
MODELAÇÃO MATEMÁTICA DE INSTALAÇÕES DE CONDICIONAMENTO DE AR C. Melo, C.O.R. Negrão	85
EFEITOS DA OPERAÇÃO DE UM CONDICIONADOR DE AR DOMÉSTICO NO CONFORTO TÉRMICO EM UMA SALA A. Schmid	89
AValiação NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DAS CARGAS TÉRMICAS POR CONDUÇÃO ATRAVÉS DE PAREDES E VIDROS DE VEÍCULOS AUTOMOTIVOS M.M. Pimenta, F. Stancato	93
HUMAN RESPONSE TO THERMAL ENVIRONMENT: ASPECTS OF HEAT TRANSFER G. Alfano, F.R. D'Ambrosio, G. Riccio	97
CONVECÇÃO CONVECTION	
PULSED AIR JET IMPINGEMENT HEAT TRANSFER L.F.A. Azevedo, B.W. Webb, M. Queiroz	101
SOLUÇÃO ANALÍTICA E ESTUDO PARAMÉTRICO PARA CONVECÇÃO FORÇADA EM TUBOS ALETADOS R.R. Gondim, C.A.C. Santos	107
COEFICIENTES DE TROCA DE CALOR PARA O PLENUM DE UM SECADOR DE GRÃOS POR CONVECÇÃO NATURAL N. Priante Filho, J.H. Campelo Junior, C.R. Muis, D.P. Sadhu	111
INFLUÊNCIA DA RAZÃO GEOMÉTRICA NA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE RETANGULAR AQUECIDA PELA BASE M.M. Ganzarolli, L.F. Milanez	115
MODELAMENTO DO FLUXO DE AR EM SECADORES DE GRÃOS VENTILADOS POR CONVECÇÃO NATURAL J.H. Campelo Junior, N. Priante Filho, D.P. Sadhu	119
ESTIMAÇÃO DE COEFICIENTE DE FILME VARIÁVEL E DESCONTÍNUO COM MÉTODO SEQUENCIAL H.P. Cardoso, S. Colle, L.M. Moura	123
CONVECÇÃO MISTA NO INTERIOR DE CILINDROS HORIZONTAIS CONCÊNTRICOS OU EXCÊNTRICOS G.J. Menon, M.M. Ribeiro	127

COMPARISON OF HEAT TRANSFER ON A FLAT PLATE BY IMPINGING AXIAL AND RADIAL JETS H. Laschefski, A. Holl, A. Grosse-Gorgemann, N.K. Mitra, R.H. Page	131
DINÂMICA DOS GASES GAS DYNAMICS	
ANALYTICAL MODEL FOR AERODYNAMIC HEATING OF SPACE VEHICLES IN HYPERSONIC FLOW: STAGNATION REGION ANALYSIS WITH ABLATIVE PROTECTION R.M. Cotta, P.G.P. Toro, H.A. Machado	137
APPLICATION OF TVD SCHEMES TO TWO DIMENSIONAL REACTIVE FLOWS WITH SHOCK WAVES AND CHEMICAL NON-EQUILIBRIUM M.A.M. Carvalho, J.L.F. Azevedo	141
SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS INVISCIDOS EM TUBEIRAS COM VELOCIDADE SUPERSÔNICA NA SAÍDA C.H. Marchi, A.F.C. Silva, C.R. Maliska	145
ENGENHARIA DE ALIMENTOS FOOD ENGINEERING	
SELECTION OF HEATING FOR STERILIZATION OF RETORT POUCHES CONTAINING FOODS: I. HEAT DISTRIBUTION TESTS C.F. Cardelli, H.G. Aguilera, P.R. Massaguer	149
ADAPTATION OF A VERTICAL RETORT FOR THERMAL PROCESSING OF RETORT POUCHES CONTAINING FOODS C.F. Cardelli, H.G. Aguilera, P.R. Massaguer	153
RECICLO DO AR DE SECAGEM EM UM SECADOR ROTATÓRIO COM RECHEIO DE INERTES M.M. Burjaili, J.R.O. Finzer, T.G. Kieckbusch, J.R. Limaverde	157
ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS MULTI-PHASE FLOWS	
FRAÇÃO DE VAZIO E GRADIENTE DE PRESSÃO NOS ESCOAMENTOS ESTRATIFICADOS E ANULARES G.J. Rodrigues, E.S. Rosa, F.A. Franca	161
EXPERIMENTAL STUDY OF THERMALLY INDUCED FLOW INSTABILITIES IN A HORIZONTAL IN-TUBE BOILING SYSTEM Y. Ding, F. Scholz, S. Kakaç	167
ESCOAMENTO ANULAR DE DOIS LÍQUIDOS IMISCÍVEIS EM TUBOS CURVOS M. Ziviani, A.O. Nieckele, A.M. D. Figueiredo	171
WALL FRICTION MODEL FOR NUMERICAL SIMULATION OF TWO-PHASE GAS-LIQUID FLOWS L.F.M. Moura, K.S. Rezkallah	175
A KINETIC APPROACH TO MULTIPHASE MODELLING G.G. Lavalley, A. Clause	179
A REVIEW ON TWO-PHASE FLOW INSTABILITIES IN BOILING CHANNELS A. Clause, G.G. Lavalley, D. Delmastro	183
ESTUDO EXPERIMENTAL E TEÓRICO DE UMA OPERAÇÃO DE "JET-LIFTING" EM REGIME PERMANENTE L.C.B. Bianco, A.C. Bannwart	187
PERFIS DE VELOCIDADE EM ESCOAMENTOS TURBULENTOS ESTRATIFICADOS DE GÁS-LÍQUIDO A.M. Silva, E.F. Fernandez, C.V.M. Braga	191
EQUIPAMENTOS E PROCESSOS TÉRMICOS PROCESS HEAT TRANSFER	
DETERMINAÇÃO E ANÁLISE DE PARÂMETROS TÉRMICOS EFETIVOS EM LEITO FIXO L.M.M. Jorge, R. Giudici	195
UM PROGRAMA PARA O CÁLCULO DE REDES DE TROCADORES DE CALOR M.A.S.S. Ravagnani, A.L. de Andrade	199
DINÂMICA DO LEITO DE FLUIDIZAÇÃO RÁPIDA R.G. Pacheco, V.C.S. Ferreira	203

ANÁLISE ENTROPICA DE PROMOTORES DE TURBULÊNCIA PARA FILMES DESCENDENTES S. Oliveira Junior, P. Le Goff	207
ANÁLISE EXERGÉTICA DO PROCESSO DE PRECALCINAÇÃO EM TORRES DE CICLONES NA INDÚSTRIA DE CIMENTO R.J. da Silva, S.A.N. Perez	211
PROJETO DE REDES DE TROCADORES DE CALOR PELO MÉTODO DO "PINCH POINT": RELAÇÃO COM AS LEIS DA TERMODINÂMICA E ESTUDO DE CASO L.F.S. Rossi, A.C. Bannwart	215
ESTUDO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR DE CORPOS METÁLICOS IMERSOS EM LEITO FLUIDIZADO BORBULHANTE R. Galvani, L. Goldstein Jr, G. Lombardi	219
APLICAÇÃO DO MÉTODO DA CÂMARA LONGA AO PROJETO DE CALDEIRAS ESCOCESAS F. Tambellini, L. Goldstein Jr.	223
PROJETO E ANÁLISE DE DESEMPENHO TÉRMICO DE EVAPORADORES POR CONTATO DIRETO E.M. Queiroz, C.M. Hackenberg	227
FONTES ALTERNATIVAS DE ENERGIA ALTERNATIVE ENERGY SOURCES	
ESTUDO TEÓRICO DO COMPORTAMENTO TÉRMICO, EM REGIME TRANSIENTE, DE COLETORES SOLARES INFLÁVEIS L. Machado, R.N.N. Koury, K.M. Barcellos, F. Monchoux	231
COMPARAÇÃO QUANTO À EFICIÊNCIA TÉRMICA ENTRE UM COLETOR SOLAR COM LAMINA D'ÁGUA E UM COM TUBO DE CALOR H.A. Viêlmo, A.T. Prata	235
APROVEITAMENTO ENERGÉTICO DE MATERIAIS DE LIXO URBANO TRIADOS NA USINA DE LIXO DE VITÓRIA A.A. Lyrio, E.A. Dalvi, F.G. Emmerich	239
ANÁLISE DE COLETOR CONCENTRADOR SOLAR PARABÓLICO COM TUBOS DE CALOR COMO ABSORVEDOR N.R. Rocha, S.A.F. Santos	243
INSTRUMENTAÇÃO E TÉCNICAS EXPERIMENTAIS INSTRUMENTATION AND EXPERIMENTAL TECHNIQS	
NUMERICAL ANALYSIS FOR CORIOLIS MASS FLOWMETERS V.C.S. Ferreira, M.I. Poli, R. Teixeira	247
CHARACTERIZATION OF HYPERSONIC FLOWS IN WIND TUNNEL L. de Luca, G. Cardone, G.M. Carlomagno	251
EFEITOS ESPÚRIOS NA MEDIÇÃO DE PRESSÃO EM ESCOAMENTOS PERÍODICOS S.C.A. de Almeida, M. Zindeluk, M.N. Frota	257
MEASUREMENTS OF FLOW STRUCTURE IN THE RADIAL LAYER OF IMPINGING FREE-SURFACE LIQUID JETS J. Stevens, B.W. Webb	261
MEDIDA DE VAZÃO EM DUTO PELO MÉTODO DE GAUSS J.L. Garotti, N.L. Lacerda	267
PREPARAÇÃO, REALIZAÇÃO E CONTROLE DE EXPERIMENTOS UTILIZANDO A ANEMOMETRIA LASER A.L.A. Mesquita	271
AValiação DO TEMPO DE RESPOSTA EM MICROTERMOPARES PARA MEDIÇÕES EM TURBULÊNCIA R.L.D. Blanco, S.V. Möller	275
MÉTODOS ANALÍTICOS ANALYTICAL METHODS	
ALTERNATIVE ANALYTICAL APPROACH TO DIFFUSION EQUATIONS COUPLED VIA ONE BOUNDARY CONDITION F. Scofano Neto, R.M. Cotta	279
UMA SOLUÇÃO POR SIMILARIDADE PARA A DINÂMICA DOS REGENERADORES DE CALOR L.A. Scola, C.C. Pellegrini, R.Y. Qassim	283

ANALYTICAL SOLUTION TO THE TEMPERATURE DISTRIBUTION IN A FINITE DEPTH SOLID WITH A MOVING HEAT SOURCE U. Manca, S. Nardini, V. Naso	287
GENERALIZED INTEGRAL TRANSFORM SOLUTION FOR BOUNDARY-LAYER FLOW OVER A SPHERE P.L.C. Lage, R.H. Rangel	293
MÁQUINAS DE FLUXO TURBO-MACHINERY	
CÁLCULO DO ESCOAMENTO POTENCIAL EM ROTORES CENTRÍFUGOS COM PÁS FINAS E LARGURA VARIÁVEL N. Manzanares Filho, W. Oliveira	297
A METHOD TO DETERMINE THE MAIN PARAMETERS OF A AXIAL HYDRAULIC SWASH PLATE MACHINE J. Zangrandi Filho, G.F. Gueller, L.R. Carrocci	301
UMA METODOLOGIA ALTERNATIVA PARA A VARIAÇÃO DO NPSH EM ENSAIOS DE CAVITAÇÃO DE BOMBAS CENTRÍFUGAS H.G. Arens	305
MÉTODOS NUMÉRICOS NUMERICAL METHODS	
DESENVOLVIMENTO HIDRODINÂMICO EM UM CANAL FORMADO POR DISCOS PARALELOS EM CO-ROTAÇÃO M. Pinotti, E.S. Rosa	309
MÉTODOS DE REDUÇÃO MODAL PARA PROBLEMAS TÉRMICOS EM REGIME TRANSIENTE COM CONDIÇÃO DE CONTOURNO DE CONVECÇÃO E RADIAÇÃO F.C. dos Santos, A.L.G.A. Coutinho	313
A VECTORIZED DYNAMIC MESH PARTITION ALGORITHM FOR UNSTEADY FLOW PROBLEMS A.L.G.A. Coutinho, J.L.D. Alves, L. Landau	317
SIMULAÇÃO DAS VIBRAÇÕES EÓLICAS EM CONDUTORES SINGELOS USANDO O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS A.R.E. Oliveira, D.G. Freire	321
SIMULATION OF RADIONUCLIDES MIGRATION IN POROUS MEDIA THROUGH INTEGRAL TRANSFORM METHOD P.M. Ostwald, R.M. Cotta	325
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE NAVIER-STOKES INCOMPRESSIVEL VIA MÉTODOS ESTABILIZADOS DE ELEMENTOS FINITOS L. Franca, S. Frey, R. Sampaio	329
SIMULATION OF TRANSIENT FLOW IN A FUEL INJECTION SYSTEM A.G. Azevedo, S. Stuckenbruck	333
ESQUEMA EXPONENCIAL DIRECIONAL PARA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE CONVECTIVO-DIFUSIVO BIDIMENSIONAL J.R. Figueiredo	337
ANÁLISE DE MANCAIS RADIAIS TURBULENTOS DE COMPRESSORES ALTERNATIVOS A.L. Manke, A.T. Prata, R.T.S. Ferreira	341
ESTUDO DE CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DOS SISTEMAS DE COORDENADAS AJUSTADAS ÀS FRONTEIRAS DO ESCOAMENTO E.V. Volpe, M.M. Pimenta	345
BIFURCAÇÕES EM UM SISTEMA DE REAÇÃO-DIFUSÃO EFEITO DA DISCRETIZAÇÃO L.C.O. Lopes, E.C. Biscaia Jr.	349
SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS EM GEOMETRIAS COMPLEXAS UTILIZANDO A TÉCNICA DE MULTIBLOCOS C.H. Marchi, C.R. Maliska, A.F.C. Silva	353
PULSATING FLOW AND HEAT TRANSFER IN A CHANNEL H. Haneke, H. Laschefschi, A. Grosse-Gorgemann, N.K. Mitra	357
CONJUGATE CONDUCTION, CONVECTION AND RADIATION PROBLEM IN WALLS CONTAINING CIRCULAR CELLS H.A. Vielmo, A.F.C. Silva, C.R. Maliska	363

MEIOS POROSOS
POROUS MEDIA

CONSTITUTIVE RELATIONS FOR THE FLOW OF A STOKESIAN FLUID THROUGH A RIGID POROUS MEDIUM H.C. Mattos, M.L.M. Costa, R. Sampaio, R.M.S. Gama	367
CONVECÇÃO NATURAL DUPLAMENTE DIFUSIVA EM TORNO DE UM CILINDRO ENTERRADO NUM MEIO POROSO SATURADO C.A. Chaves, O.V. Trevisan	371
SIMULATION OF PAPER DRYNG SYSTEMS WITH INCORPORATION OF AN EXPERIMENTAL DRUM/PAPER THERMAL CONTACT CONDUCTANCE RELATIONSHIP M.C. Ansensio, J. Seyed-Yagoobi	375
SOLUÇÃO ANALÍTICA DO ESCOAMENTO EM CONVECÇÃO FORÇADA SOBRE CAVIDADE POROSA ABERTA J.I.L. Beltran, O.V. Trevisan	379
ESCALAS NA CONVECÇÃO NATURAL EM MEIOS POROSOS COM DISPERSÃO HIDRODINÂMICA R.S. Telles, O.V. Trevisan	383
ANÁLISE DE ESCOAMENTO E TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM MEIOS POROSOS SATURADOS D.S. Freitas, A.T. Prata	387
TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA EM TORNO DE CABOS ELÉTRICOS ENTERRADOS D.S. Freitas, A.T. Prata	391
MÁQUINAS TÉRMICAS THERMAL ENGINES	
OTIMIZAÇÃO EXERGÉTICA DE TROCADORES DE CALOR E MASSA: APLICAÇÃO ÀS MÁQUINAS TÉRMICAS COM CICLO DE ABSORÇÃO S. de Oliveira Junior, P. Le Goff	395
PROBLEMAS DE IMPLANTAÇÃO DE MÁQUINAS TÉRMICAS A PISTÃO LÍQUIDO EM PAINÉIS DE PERFIL AGRÍCOLA L.C.V. Fernandes, W.M, Barcellos	399
MÁQUINA TÉRMICA ASSISTIDA POR GRAVIDADE M.A.W. Cavalanti, R.P. Kluppel	403
INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA DE ADMISSÃO NO DESEMPENHO DE UM MOTOR A GÁS TURBOALIMENTADO J.N.S. Vianna, E.B.S.V. Pessoa, R.P. Gouveia	407
ANÁLISE DE DESEMPENHO DE MOTORES DE MULTIPLA IGNIÇÃO - CICLO OTTO E.A. Dalvi, A.F. Orlando	411
NUMERICAL STUDY OF THE INLET AXIAL ANGLE A TWO-STROKE ENGINE DURING A SCAVENGING PROCESS M.C. Gouveia, A.O. Nieckele	415
POLUIÇÃO AMBIENTAL E SANEAMENTO ENVIRONMENTAL POLLUTION	
DISPERSÃO DE CONTAMINANTES NA ATMOSFERA: MODELAGEM ATRAVÉS DA SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DE TRANSPORTE J.M. Santos, A.O. Nieckele, L.F.A. Azevedo	419
SELEÇÃO DE ALTERNATIVAS DE CONSERVAÇÃO DE ÁGUA ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE TOMADA DE DECISÃO MULTICRITÉRIO V.F. Santos, J. Haddad	423
AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO HIDRÁULICO DE DOIS REATORES BIOLÓGICOS DE LEITO FLUIDIFICADO EM SÉRIE, EMPREGADOS NO PRÉ-TRATAMENTO DE ÁGUAS PARA ABASTECIMENTO J. Hamada, J.R. Campos	427
ALTERNATIVAS PARA DISPOSIÇÃO DE LIXO DOMÉSTICO COMO FORMA DE PROLONGAMENTO DA VIDA ÚTIL DE ATERROS SANITÁRIOS M.K. Ojima, J. Hamada	431
INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL SOBRE A DISTRIBUIÇÃO DE SELÊNIO ENTRE OS PRODUTOS DE COMBUSTÃO DE BIOMASSA J.F. Happ, B.M. Jenkins	435

PLANEJAMENTO ENERGÉTICO
ENERGY PLANNING

ANÁLISE TERMO-ECONÔMICA DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO A.C.S. Walter, S.V. Bajay, L.A.O. Nogueira,	441
CONCEPÇÃO E TESTE DE REFRIGERADORES DE ALTA EFICIÊNCIA NO BRASIL - O PROJETO CESP / CONSUL P. Vodianitskaia, A. Schmid, L. Severino Filho,	445
LONG TERM ENVIRONMENTAL AND SOCIO-ECONOMIC IMPACT OF AN ENVISAGED HYDROGEN ENERGY PROGRAM IN BRAZIL L.C. de Lima, T.N. Veziroglu	449
OTIMIZAÇÃO DAS PLANTAS DE COGERAÇÃO CONSIDERANDO OS ASPECTOS DE RISCO FINANCEIRO A.H.M. Santos, L.A.H. Nogueira, E.C. Bortoni	453
AVALIAÇÃO DO POTENCIAL DE COGERAÇÃO NAS DESTILARIAS ANEXAS DO ESTADO DE SÃO PAULO FORA DO COMPLEXO COPERSUCAR - PARTE I L.A.B. Cortez, L.F. Costa Dias	459
UMA DISCUSSÃO SOBRE O BALANÇO EXERGÉTICO COMO FERRAMENTA PARA UM PLANEJAMENTO ENERGÉTICO NACIONAL L.A.B. Cortez, A.T. Gregori	463
PROCESSOS METALÚRGICOS METALS PROCESSING	
MODELO MATEMÁTICO DA SOLIDIFICAÇÃO DO ALUMÍNIO EM UM MOLDE METÁLICO REFRIGERADO A ÁGUA L.A.T. Mascarenhas, R.P. Tavares	467
ANÁLISE DA COMBUSTÃO DE CO EM JATOS DE OXIGÊNIO PURO E.B. Campos, M.J. Mundim, R.M. Figueira, M. Fortes	471
ANÁLISE DO ESCOAMENTO DE JATOS SUPERSÔNICOS EM AMBIENTE ISOTÉRMICOS M.J. Mundim, E.B. Campos, M. Fortes, R.M. Figueira	475
ANALYSIS OF HEAT TRANSFER IN A THREE-ZONE CONTINUOUS REHEATING FURNACE P.M.S. Araújo, F.E.M. Saboya, A.C. Machado	479
MODELAGEM MATEMÁTICA PARA TROCA DE CALOR NUM LEITO POROSO REATIVO GÁS-SÓLIDO H.M. Kohler, R.J. Carvalho, J.C. d'Abreu	483
PROCESSOS UNITÁRIOS UNIT OPERATIONS	
INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DA POROSIDADE NA REAÇÃO SOLIDO-GÁS CLORETO DE CÁLCIO-AMÔNIA P. Mello	487
SIMULAÇÃO DE UM SISTEMA DE RELIQUEFAÇÃO DE ETILENO: PARTE I E.C. Berlinck, J.A.R. Parise, R.P. Marques	491
SIMULAÇÃO DE UM SISTEMA DE RELIQUEFAÇÃO DE ETILENO: PARTE II E.C. Berlinck, J.A.R. Parise, R.P. Marques	495
A TÉCNICA DO PONTO DE ESTRANGULAMENTO NA INTEGRAÇÃO ENERGÉTICA DE UMA PLANTA QUÍMICA C.O. Teixeira, E.M. Queiroz, R.C. Fernandes	499
SIMULAÇÃO DE UMA COLUNA DE ABSORÇÃO DE GASES ÁCIDOS A.A. Vegini, M. Mori	503
RADIAÇÃO RADIATION	
RADIAÇÃO TÉRMICA INCIDENTE E TEMPERATURA DE PAREDE EM LANÇA SUPORTE DE TOCHA EM PLATAFORMAS MARÍTIMAS P.R. Pagot, L.E.G. Bastos	507
RELAÇÕES ENTRE AS RADIAÇÕES SOLAR GLOBAL, FRAÇÃO REFLETIDA E TRANSMITIDA EM UM MEIO AQUOSO NATURAL A.A.A. Dantas, J.F. Escobedo	511

RADIANT EXCHANGE CALCULATIONS IN AN ISOTHERMAL SPHERICAL CAVITY HAVING DIFFUSE-SPECULAR WALLS F. Kowsary, J.R. Mahan	515
RADIATION SCATTERING BY PERIODIC MICRO-GROOVED METALLIC SURFACES N. Raad, S. Kumar	521
REFRIGERAÇÃO E CONDICIONAMENTO DE AR REFRIGERATION AND AIR-CONDITIONING	
ANÁLISE CRÍTICA DA MODELAÇÃO DE TUBOS CAPILARES ADIABÁTICOS R.T.S. Ferreira, C. Melo	525
ANÁLISE DE TROCADORES DE CALOR PELO MÉTODO "TUBO-POR-TUBO" M.E. Marques	529
TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM VÁLVULAS DE COMPRESSORES: COMPARAÇÃO ENTRE PALHETAS ISOTÉRMICAS E ADIABÁTICAS R. Puff, M.L. Todescat, A.T. Prata, R.T.S. Ferreira	533
ÁREAS EFETIVAS DE FORÇA E DE ESCOAMENTO PARA DIFERENTES GEOMETRIAS DE VÁLVULAS DE COMPRESSORES COM ESCOAMENTO LAMINAR R. Puff, A.T. Prata, R.T.S. Ferreira	537
BALANÇO TÉRMICO EM COMPRESSORES HERMÉTICOS ALTERNATIVOS DE REFRIGERAÇÃO M.L. Todescat, F. Fagotti, R.T.S. Ferreira, A.T. Prata	541
DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA PERDA DE CARGA E DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA EVAPORAÇÃO DOS REFRIGERANTES R-134A E R-12 A.L. Souza, J.C. Chato, J.M.S. Jabardo, J.P. Wattelet, J.S. Panek	545
PERDA DE PRESSÃO POR ATRITO EM TUBOS LISOS DURANTE ESCOAMENTO BIFÁSICO DE REFRIGERANTES M.M. Pimenta, A.L. Souza, J.C. Chato, J.P. Wattelet	549
STEAM JET: SIMULAÇÃO DE UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO POR JATO DE VAPOR DE ÁGUA M.A.V. Cesar, E.R. Woiski	553
ANÁLISE DO DESEMPENHO DE COMPRESSORES ABERTOS DE GRANDE PORTE R.T.S. Ferreira, L. Fleischfresser	557
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO POR ADSORÇÃO J.M. Gurgel, R.P. Klüppel	561
ESCOAMENTO LAMINAR ATRAVÉS DE VÁLVULAS EXCÊNTRICAS DE COMPRESSORES DE REFRIGERAÇÃO J.L. Gasche, R.T.S. Ferreira, A.T. Prata	565
REOLOGIA RHEOLOGY	
MODELLING AND SIMULATION OF NATURAL CONVECTION FLOW IN A POROUS CAVITY SATURATED BY A NON-NEWTONIAN FLUID M.L.M. Costa, R. Sampaio, R.M.S. Gama	569
HEAT TRANSFER IN NON-NEWTONIAN FLOWS IN SIDE RECTANGULAR DUCTS M.F. Nacache, P.R. Souza Mendes	573
AVALIAÇÃO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE ESCOAMENTOS POLIMÉRICOS EM PRESENÇA DE GRANDES OBSTRUÇÕES R.G. Pereira, W. Braga Filho, M.N. Frota	577
ESCOAMENTO DE UM FLUIDO DE MAXWELL ATRAVÉS DE CILINDROS CO-AXIAIS POROSOS C.A. Chaves, O.V. Trevisan	581
FORCED/NATURAL CONVECTION FLOW IN A LID-DRIVEN CAVITY USING A NON-NEWTONIAN FLUID AS A MEDIUM J.C. Morales, A. Campo	585
INERTIAL EFFECTS IN THE NON-NEWTONIAN AXISYMMETRIC FLOW THROUGH A SUDDEN CONTRACTION M.S. Carvalho, P.R. Souza Mendes	589

TURBULÊNCIA E CAMADA LIMITE
TURBULENCE AND BOUNDARY LAYER FLOWS

MODELAGEM ALGÉBRICA DA TURBULÊNCIA NA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DA CAMADA LIMITE J.C.A. Amarante, J.A.C. Russo	593
THE RESPONSE OF A LAMINAR BOUNDARY LAYER TO PULSE-TYPE PERTURBATIONS J. Su, A.P.S. Freire	597
DESENVOLVIMENTO DE ESCOAMENTO TURBULENTO ESPIRALADO EM UM DUTO RETANGULAR COM GRANDE RAZÃO DE ASPECTO A.C.R. Nogueira, A.O. Nieckele	601
TEMPERATURE BOUNDARY LAYER WITH UNHEATED STARTING LENGTH H. Klick, T. Hayashi	605
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO EM CAMADAS CICLÔNICAS E.J. Zerbini	609
NUMERICAL TREATMENT OF THE THREE-DIMENSIONAL BOUNDARY-LAYER EQUATIONS J.C.C. Amorim	613
HEAT TRANSFER AND FLOW STRUCTURE IN LAMINAR BOUNDARY LAYERS WITH VORTEX GENERATORS K. Torii, J.I. Yanagihara	617
A SEPARATION CRITERION FOR THE TURBULENT BOUNDARY LAYER D.O.A. Cruz, A.P.S. Freire	623
PREDICTIONS OF NORMAL REYNOLDS STRESSES AND TRANSPORT COEFFICIENTS IN INTERIOR SUB-CHANNELS OF ROD ARRAYS M.J.S. Lemos	627
TRANSFERÊNCIA DE CALOR COM MUDANÇA DE FASE PHASE CHANGE HEAT TRANSFER	
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA MUDANÇA DE FASE DE MATERIAIS METÁLICOS EM MOLDES DE GEOMETRIA CILÍNDRICA A.J. da Silva	633
MODELAMENTO DE UMA BOMBA TERMOCAPILAR PARA DISSIPAÇÃO TÉRMICA EM SISTEMAS ELETRÔNICOS E.F. Rodrigues, M.F.B. Cortez, N.R. Rocha	637
MODELAMENTO BIDIMENSIONAL DA PARTIDA LENTA DE TUBOS DE CALOR S.M. Hanriot, N.R. Rocha	641
VISUALIZAÇÃO DAS CORRENTES CONVECTIVAS NO ARMAZENADOR CILÍNDRICO VERTICAL COM MUDANÇA DE FASE C.A. de Melo, K.A.R. Ismail	645
CONDENSAÇÃO EM PELÍCULA VERTICAL JUNTO A SUPERFÍCIES SENOIDALMENTE ONDULADAS M.F. Cortez, M. Fiebig, N.K. Mitra	649
EVAPORAÇÃO E CONDENSAÇÃO EM PELÍCULA EM TUBOS ONDULADOS M.F. Cortez, M. Fiebig, N.K. Mitra	653
FORCED CONVECTION.FILM CONDENSATION ALONG AN INCLINED SURFACE EMBEDDED IN A POROUS MEDIUM K.J. Renken, M. Aboye, M. Carneiro, K. Meechan	657
TERMO-HIDRÁULICA DE USINAS NUCLEARES THERMO-HIDRAULICS OF NUCLEAR POWER PLANTS	
ANÁLISE EXPERIMENTAL DA REDISTRIBUIÇÃO E DA PERDA DE CARGA EM ESCOAMENTOS AXIAIS EM FEIXES DE VARETAS C.B. Franco, P. Carajilescov	661
LIMITS OF THE SIMULATION OF A NUCLEAR FUEL PIN BY AN ELETRICALLY HEATED ROD P. Carajilescov	665
NATURAL CIRCULATION IN PRESSURIZED WATER REACTORS J.L.F. Bastos, L.V. Loureiro, P.E. Umbehaum, R.T.V. Rocha	669
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO AQUECIMENTO E PARTIDA DE CENTRAIS NUCLEARES PWR M.A. Faraco-Medeiros, C.A.T. Leite, F.P. Ramalho	673
DYNAMIC BEHAVIOR OF PARALLEL HEATED CHANNELS SYSTEMS D. Delmastro, A. Clausse, B. Mancinelli	677

TÓPICOS ESPECIAIS
SPECIAL TOPICS

O TRATAMENTO DA DINÂMICA DE SISTEMAS TÉRMICOS E FLUIDOS ATRAVÉS DA TÉCNICA GENERALIZADA DOS GRAFOS DE LIGAÇÃO M. Speranza Neto, F. Scofano Neto, F.R. da Silva	681
A DISCIPLINA INTRODUÇÃO À ENGENHARIA QUÍMICA COMO ALTERNATIVA DA BUSCA DE SOLUÇÕES PARA O PROBLEMA DE EVASÃO DE ALUNOS M.A.S. Barrozo, M.R. Franco Jr.	685
CARACTERIZAÇÃO DE UMA TOCHA DE PLASMA A AR COMPRIMIDO A. Marotta	689
TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO ENROLAMENTO DE BOMBA ELETROMAGNÉTICA DE CORRENTE CONTÍNUA E.M. Borges, F. Sircilli Neto, A.C.C. Migliano	693
APRESENTAÇÃO SIMPLIFICADA DOS FENÔMENOS CONVECTIVOS DE TRANSPORTE M.A. Cremasco	697
INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES TERMO-FÍSICAS DE MATERIAIS PARA PROTEÇÃO TÉRMICA EM VEÍCULOS ESPACIAIS P.G.P. Toro	701
PROGRAMA PARA CÁLCULO DE PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DA ÁGUA J.H. Benzecry, S.C.A. de Almeida, T. Gabay	705
DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE AQUISIÇÃO E PROCESSAMENTO DE DADOS PARA CONTROLE DE QUALIDADE "ON LINE" M.A. Zaro, A. Muller	709
MAGNETIC CZOCHRALSKI SILICON (MCZ): MODELING MELT HYDRODYNAMICS AND COMPARISON WITH EXPERIMENT G.N. Petrov, T.M. Tkacheva, J.A. Zimitcheva	715
I SIENT - RESUMOS DAS APRESENTAÇÕES SUMMARIES OF PRESENTATIONS	721
PETRÓLEO - O DESAFIO DA PRODUÇÃO EM ÁGUAS PROFUNDAS V. Ielo	722
TERMOTECNIA NO DESENVOLVIMENTO AUTOMOBILÍSTICO: A CÉLULA DE TÉRMICA VEICULAR NA MBB J.C.O. Morel, H. Onusic, J.A.P. Campos	722
BALANÇO TÉRMICO EM COMPRESSORES HERMÉTICOS ALTERNATIVOS DE REFRIGERAÇÃO M.L. Todescat, F. Fagotti	723
DETERMINAÇÃO DE CONDIÇÕES DE CONTORNO TÉRMICAS EM PISTÕES J.M.M. Leites	723
ANÁLISE TÉCNICO-ECONÔMICA DE CENTRAIS DE GERAÇÃO ELÉTRICA COM MOTORES DIESEL EM ALTERNATIVA À EXPANSÃO DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO OU COMO FONTE DE GERAÇÃO PRÓPRIA L.M.M. de Azevedo Filho, J.C. Negri, A. Bounfiglio, C. Coelho	724
ANÁLISE EXERGÉTICA DE USINAS TERMOELÉTRICAS OPERANDO COM ÓLEOS ULTRA-VISCOSOS: IDENTIFICAÇÃO DE POTENCIAIS PARA MELHORAR O RENDIMENTO DA USINA J.C. Negri, S. de Oliveira Jr.	724
ATIVIDADES DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS TÉRMICOS NA COMPANHIA SIDERÚRGICA NACIONAL A.C. Machado	725
TECNOLOGIA APLICÁVEL EM FORNOS DE REAQUECIMENTO DE PLACAS PARA A REDUÇÃO DO CONSUMO DE ENERGIA TÉRMICA A.H.B. de Mello	727
MESA REDONDA (PANEL DISCUSSION)	
CONSERVAÇÃO E RACIONALIZAÇÃO DE ENERGIA D. Zilbersztajn, A. Pagy, J.E. Touma, J.R. Moreira	729
AUTORES (AUTHORS)	731

THE MODELING OF FLOW REGIME TRANSITION

R.T. Lahey, Jr. & D.A. Drew
Center for Multiphase Research
Rensselaer Polytechnic Institute
Troy, NY 12180-3590 - USA

ABSTRACT

An experimental and analytical study on the relationship between void waves and flow regime transition are presented for the bubbly/slug flow regime transition. It is shown that void wave instability signals a flow regime transition.

INTRODUCTION

It has been proposed [Bouré, 1988] that void waves may trigger a flow regime transition. That is, a propagating perturbation in void fraction may induce a local instability which leads to a bubble/slug flow regime transition. The low pressure air/water data of Tournaire [1987] in vertical conduits have indicated the presence of two distinct void waves; one associated with the kinematic void wave of bubbly flow, and the other associated with Taylor bubbles in slug flow. Unfortunately the details of the bubbly/slug flow regime transition could not be easily seen in this study. In addition, it has been proposed by Bouré [1988] that existing two-fluid models are not able to predict the observed flow regime transition without the use of an empirical topological closure law [Bouré, 1988] which implicitly introduces a physical model for flow regime transition.

It is the purpose of this paper to address some of the shortcomings in these prior studies. It will be shown that void wave instability signals a bubbly/slug flow regime transition, and that such transitions can be predicted using appropriately formulated two-fluid models which do not rely on empirical topological closure laws.

DISCUSSION

Let us begin with the consideration of a generalized multidimensional two-fluid model. The ensemble-averaged conservation equations governing each phase are [Lahey & Drew, 1990]:

Mass conservation

$$\frac{\partial(\alpha_k \bar{\rho}_k^x)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \bar{\rho}_k^x \bar{v}_k^{x\rho}) = \Gamma_k \quad (1)$$

Momentum Conservation

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_k \bar{\rho}_k^x \bar{v}_k^{x\rho})}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \bar{\rho}_k^x \bar{v}_k^{x\rho} \bar{v}_k^{x\rho}) = \\ = \nabla \cdot \left[\alpha_k \left(\bar{T}_k^x + \bar{T}_k^{Re} \right) \right] + \\ + \alpha_k \bar{\rho}_k^x \underline{g} + \underline{M}_{ki} - \underline{M}_{kw} + v_{ki}^m \Gamma_k \end{aligned} \quad (2)$$

where,

$$\bar{T}_k^x = -\bar{\rho}_k^x \underline{I} + \bar{T}_k^x$$

Energy Conservation

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\alpha_k \bar{\rho}_k^x \left(\bar{u}_k^{x\rho} + \frac{1}{2} (\bar{v}_k^{x\rho})^2 + u_k^{Re} \right) \right] + \\ + \nabla \cdot \left[\alpha_k \bar{\rho}_k^x \bar{v}_k^{x\rho} \left(\bar{u}_k^{x\rho} + \frac{1}{2} (\bar{v}_k^{x\rho})^2 + u_k^{Re} \right) \right] = \\ = \nabla \cdot \left[\alpha_k \left(\left(\bar{T}_k^x + \bar{T}_k^{Re} \right) \cdot \bar{v}_k^{x\rho} - \bar{q}_k^x - \bar{q}_k^{Re} \right) \right] + \\ + \alpha_k \bar{\rho}_k^x \left(Q_k + \underline{g} \cdot \bar{v}_k^{x\rho} \right) + q_{ki}'' + W_{ki} + \\ + \left\{ u_{ki} + \frac{1}{2} (v_{ki}^e)^2 \right\} \Gamma_k \end{aligned} \quad (3)$$

where,

$$Q_k = q_k''' / \bar{\rho}_k^x$$

The associated interfacial jump conditions are:

Mass jump

$$\sum_{k=1}^N \Gamma_k = 0 \quad (4)$$

Momentum Jump

$$\sum_{k=1}^N \left(\underline{M}_{ki} + v_{ki}^m \Gamma_k \right) = \bar{m}_i^\sigma \quad (5)$$

Energy Jump

$$\sum_{k=1}^N \left(q_{ki}'' + W_{ki} + \left[u_{ki} + \frac{1}{2} (v_{ki}^e)^2 \right] \Gamma_k \right) = \bar{\epsilon}_i^\sigma \quad (6)$$

where \bar{m}_i^σ are the surface-tension-induced interfacial forces, and $\bar{\epsilon}_i^\sigma$ is an interfacial energy source.

In the above equations, the volume fraction of phase- k is defined to be the ensemble average of the phase indicator function,

$$\alpha_k = \bar{X}_k \quad (7a)$$

and the two types of ensemble-averages that appear in the equations are:

$$\bar{f}_k^x(\underline{x}, t) = \overline{X_k f_k} / \alpha_k \quad (7b)$$

and

$$\bar{f}_k^{x\rho}(\underline{x}, t) = \overline{X_k \rho_k f_k} / \alpha_k \bar{\rho}_k^x \quad (7c)$$

In order to close the two-fluid model we must constitute the various parameters in Eqs. (1)-(6). In order to simplify the model we shall drop all averaging notation from here on.

For bubbly flow, a number of closure relations can be calculated by assuming the irrotational flow of an inviscid fluid around a single sphere using cell model ensemble averaging techniques [Arnold et al, 1989].

For example, the bubble-induced Reynolds stress tensor for the continuous liquid phase is given by [Nigmatulin, 1979],

$$\alpha_\ell \underline{\underline{\tau}}_\ell^{Re} = \rho_\ell \alpha_g [a_\ell \underline{v}_r \underline{v}_r + b_\ell (\underline{v}_r \bullet \underline{v}_r) \underline{I}] \quad (8)$$

where the bubble-induced parameters are given by [Bieheuevel & van Wijngaarden, 1984], $a_\ell = -\frac{1}{20}$, and, $b_\ell = -\frac{3}{20}$.

The interfacial momentum transfer is obtained by taking the results of Arnold et al [1989] and adding an appropriate empirical drag force, which is due to the boundary layer build-up on a sphere (ie, shear) and its separation (ie, form drag), and by adding the lateral lift force computed by Drew & Lahey [1987]. The derivation of these terms assumes inviscid flow around spherical bubbles.

The resulting liquid-phase volumetric interfacial momentum transfer force for adiabatic, incompressible air/water bubbly flows is [Park, 1992]:

$$\begin{aligned} \underline{M}_{\ell i} = & C_{vm} \alpha_g \rho_\ell \underline{a}_{vm} + C_{rot} \alpha_g \rho_\ell \underline{v}_r \times \nabla \times \underline{v}_g + \\ & + C_1 \alpha_g \rho_\ell \underline{v}_r \bullet \nabla \underline{v}_r^T + C_2 \alpha_g \rho_\ell [\underline{v}_r \bullet (\nabla \underline{v}_r + \nabla \underline{v}_r^T) + \\ & + (\nabla \bullet \underline{v}_r) \underline{v}_r] - p_{\ell i} \nabla \alpha_g + b_s \rho_\ell (\underline{v}_r \bullet \underline{v}_r) \nabla \alpha_g + \\ & + a_s \rho_\ell (\underline{v}_r \bullet \nabla \alpha_g) \underline{v}_r + \frac{C_D}{8} \rho_\ell A_i''' |\underline{v}_r| \underline{v}_r + \\ & + C_L \rho_\ell \alpha_g \underline{v}_r \times \nabla \times \underline{v}_\ell \end{aligned} \quad (9)$$

where, the virtual mass acceleration is,

$$\underline{a}_{vm} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \underline{v}_g \bullet \nabla \right) \underline{v}_g - \left(\frac{\partial}{\partial t} + \underline{v}_\ell \bullet \nabla \right) \underline{v}_\ell \quad (10)$$

The parameter C_D is an appropriate interfacial drag coefficient and A_i''' is the interfacial area density, which for monodispersed bubbles is, $3\alpha_g/R_b$. An inviscid calculation for a sphere yields [Park, 1992]: $C_L = \frac{1}{4}$, $C_{rot} = \frac{1}{4}$, $C_{vm} = C_L + C_{rot} = \frac{1}{2}$, $C_1 = \frac{5}{4}$, $C_2 = -\frac{9}{20}$, $a_s = -\frac{9}{20}$, $b_s = \frac{3}{20}$.

It should be noted that for some flow situations various terms in Eq. (9) are more important than others. For example, the first term on the right hand side of Eq. (9) is the virtual mass force. It will be quite important for two-phase flows which undergo rapid acceleration, but it is negligible for quasi-steady-state flows. Nevertheless all terms which involve space and time derivatives will influence the eigenvalues of the two-fluid model.

The effect of surface tension can be modeled for small bubbles by assuming that the interface is a shell made up of nearly rigid elastic material. The role of the resultant interfacial stress field is to hold the bubbles in a spherical shape. Its

effect is to transfer momentum in much the same way that the stress tensor transfers stress. The resultant interfacial jump condition is:

$$\underline{M}_{gi} = -\underline{M}_{\ell i} + \nabla \bullet \left[\alpha_g \left(\underline{\underline{\sigma}}_s + (p_{gi} - p_{\ell i}) \underline{I} \right) \right] \quad (11)$$

where, the surface stress tensor is [Park, 1992],

$$\underline{\underline{\sigma}}_s \triangleq \rho_\ell \left[\hat{a}_s \underline{v}_r \underline{v}_r + \hat{b}_s (\underline{v}_r \bullet \underline{v}_r) \underline{I} \right] \quad (12)$$

and for a sphere, $\hat{a}_s = -\frac{9}{20}$, $\hat{b}_s = \frac{3}{20}$. Also, for spherical bubbles, $(p_{gi} - p_{\ell i}) = 2\sigma/R_b$. We normally assume that, $\underline{\underline{\tau}}_g = \underline{\underline{\tau}}_g^{Re} = 0$. In addition, an inviscid calculation shows [Arnold et al, 1989],

$$\Delta p_{\ell i} \triangleq p_{\ell i} - p_\ell = C_p \rho_\ell |\underline{v}_r|^2 \quad (13)$$

where, for a rising sphere, $C_p = 0.25$. In contrast, for an oblate spheroid [Lance & Bataille, 1991], $0.6 \leq C_p \leq 1.7$.

Combining Eqs. (9), (11), (12), (13) and (2), and neglecting any shear-induced turbulence in the liquid, the resultant phasic momentum equations for adiabatic, incompressible air/water bubbly flows are:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g \underline{v}_g) + \nabla \bullet (\alpha_g \rho_g \underline{v}_g \underline{v}_g) = & \nabla \bullet [\alpha_g \underline{\underline{\sigma}}_s] - \alpha_g \nabla p_\ell - \\ & - C_{vm} \alpha_g \rho_\ell \underline{a}_{vm} - C_{rot} \alpha_g \rho_\ell \underline{v}_r \times \nabla \times \underline{v}_g - \\ & - (C_1 - 2C_p) \alpha_g \rho_\ell \underline{v}_r \bullet \nabla \underline{v}_r^T - \\ & - C_2 \alpha_g \rho_\ell \underline{v}_r \bullet [\nabla \underline{v}_r + \nabla \underline{v}_r^T + (\nabla \bullet \underline{v}_r) \underline{I}] - b_s \rho_\ell (\underline{v}_r \bullet \underline{v}_r) \nabla \alpha_g - \\ & - a_s \rho_\ell (\underline{v}_r \bullet \nabla \alpha_g) \underline{v}_r - C_L \rho_\ell \alpha_g \underline{v}_r \times \nabla \times \underline{v}_\ell + \alpha_g \rho_g \underline{g} - \\ & - \frac{C_D}{8} \rho_\ell A_i''' \underline{v}_r |\underline{v}_r| - \underline{M}_{gw} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_\ell \rho_\ell \underline{v}_\ell) + \nabla \bullet (\alpha_\ell \rho_\ell \underline{v}_\ell \underline{v}_\ell) = & \nabla \bullet [\alpha_\ell \underline{\underline{\tau}}_\ell^{Re}] - \\ & - \alpha_\ell \nabla p_\ell - C_p \rho_\ell |\underline{v}_r|^2 \nabla \alpha_\ell + C_{vm} \alpha_g \rho_\ell \underline{a}_{vm} + \\ & + C_{rot} \alpha_g \rho_\ell \times \nabla \times \underline{v}_g + C_1 \alpha_g \rho_\ell \underline{v}_r \bullet \nabla \underline{v}_r^T + \\ & + C_2 \alpha_g \rho_\ell \underline{v}_r \bullet [\nabla \underline{v}_r + \nabla \underline{v}_r^T + (\nabla \bullet \underline{v}_r) \underline{I}] + \\ & + b_s \rho_\ell (\underline{v}_r \bullet \underline{v}_r) \nabla \alpha_g + a_s \rho_\ell (\underline{v}_r \bullet \nabla \alpha_g) \underline{v}_r + \\ & + C_L \rho_\ell \alpha_g \underline{v}_r \times \nabla \times \underline{v}_\ell + \alpha_\ell \rho_\ell \underline{g} + \frac{C_D}{8} \rho_\ell A_i''' \underline{v}_r |\underline{v}_r| - \underline{M}_{\ell w} \end{aligned} \quad (15)$$

If needed, the mixture momentum equation can be found by adding Eqs. (14) and (15) to obtain:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_\ell \rho_\ell \underline{v}_\ell + \alpha_g \rho_g \underline{v}_g) + \\ + \nabla \bullet \left[\alpha_\ell \rho_\ell \underline{v}_\ell \underline{v}_\ell + \alpha_g \rho_g \underline{v}_g \underline{v}_g - (a_\ell + \hat{a}_s) \alpha_g \rho_\ell \underline{v}_r \underline{v}_r - \right. \\ \left. - \alpha_g \rho_\ell (b_\ell + \hat{b}_s) |\underline{v}_r|^2 \underline{I} \right] = -\nabla (\alpha_\ell p_\ell + \alpha_g p_g) + \\ + (\alpha_\ell \rho_\ell + \alpha_g \rho_g) \underline{g} - \underline{M}_{\ell w} - \underline{M}_{gw} \end{aligned} \quad (16)$$

It is interesting to note that for spherical bubbles Eq. (16) reduces the mixture momentum equation previously derived by Wallis [1991].

VOID WAVE ANALYSIS

We seek to analyze the void wave phenomena implicit in the two-fluid model discussed above. For convenience, let us consider the characteristics of the equivalent one-dimensional incompressible, two-fluid model for the case of adiabatic two-component (ie, air/water) two-phase flow.

The one-dimensional form of the adiabatic, incompressible mass and momentum conservation equations can be obtained by considering the axial (ie, z -directional) component of the phasic velocities and forces in Eqs. (1), (14) and (15), yielding [Park, 1992]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_\ell \rho_\ell) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_\ell \rho_\ell u_\ell) = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_g \rho_g u_g) = 0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \rho_\ell \alpha_\ell \frac{D_\ell u_\ell}{Dt} = & -\alpha_\ell \frac{\partial p_\ell}{\partial z} - C_p \rho_\ell \alpha_\ell u_r^2 \frac{\partial \alpha_\ell}{\partial z} + \\ & + \frac{\partial}{\partial z}(C_r \rho_\ell \alpha_g u_r^2) + \alpha_\ell \rho_\ell g \cos \theta + C_{vm} \alpha_g \rho_\ell a_{vm} + \\ & + C_{m1} \alpha_g \rho_\ell u_r \frac{\partial u_r}{\partial z} + C_{m2} \rho_\ell u_r^2 \frac{\partial \alpha_g}{\partial z} + \\ & + \frac{C_D}{8} A_i''' \rho_\ell |u_r| u_r - \frac{1}{2} \alpha_\ell \rho_\ell \frac{f_{\ell w}}{D_H} u_\ell |u_\ell| \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \rho_g \alpha_g \frac{D_g u_g}{Dt} = & -\alpha_g \frac{\partial p_\ell}{\partial z} + \alpha_g \frac{\partial}{\partial z}(C_p \rho_\ell \alpha_\ell u_r^2) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z}(C_i \rho_\ell \alpha_g u_r^2) + \alpha_g \rho_g g \cos \theta - \\ & - C_{vm} \alpha_g \rho_\ell a_{vm} - C_{m1} \alpha_g \rho_\ell u_r \frac{\partial u_r}{\partial z} - \\ & - C_{m2} \rho_\ell u_r^2 \frac{\partial \alpha_g}{\partial z} - \frac{C_D}{8} A_i''' \rho_\ell |u_r| u_r - \\ & - \frac{1}{2} \alpha_g \rho_g \frac{f_{gw}}{D_H} u_g |u_g| \end{aligned} \quad (20)$$

where, for a spherical bubble,

$$u_r = u_g - u_\ell \quad (21)$$

$$\begin{aligned} C_{vm} = 0.5, \quad C_p = 0.25, \quad C_r = a_\ell + b_\ell \stackrel{f}{=} -0.2, \\ C_{m1} = C_1 + 3C_2 = -0.1, \quad C_{m2} = a_s + b_s = -0.3, \\ C_i = a_s + b_s = -0.3. \end{aligned} \quad (22)$$

If we recast Eqs. (17) - (19) into a matrix form, we obtain the one-dimensional system of equation as,

$$\underline{A} \frac{\partial \underline{\Psi}}{\partial t} + \underline{B} \frac{\partial \underline{\Psi}}{\partial z} = \underline{C} \underline{\Psi} + \underline{d} \quad (23)$$

where,

$$\underline{\Psi} = [\alpha_g u_g u_\ell p_\ell]^T \quad (24)$$

The system's characteristics (i.e., the void wave eigenvalues, r_\pm) can be found by solving,

$$\det(\underline{A}r - \underline{B}) = 0 \quad (25)$$

yielding,

$$\lambda_\pm^* \triangleq \frac{(r_\pm - u_\ell)}{(u_g - u_\ell)} = V^* \pm \sqrt{\nu^*/\tau^*} \quad (26)$$

where,

$$V^* = \alpha_\ell \frac{[C_{vm} - B_2/2 + (\rho_g/\rho_\ell)\alpha_\ell]}{\alpha_\ell \alpha_g + C_{vm} + (\rho_g/\rho_\ell)\alpha_\ell^2} \quad (27)$$

$$\tau^* = \alpha_\ell \alpha_g + C_{vm} + (\rho_g/\rho_\ell)\alpha_\ell^2 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \nu^* = \alpha_\ell^2 \frac{[C_{vm} - B_2/2 + (\rho_g/\rho_\ell)\alpha_\ell]^2}{\alpha_\ell \alpha_g + C_{vm} + (\rho_g/\rho_\ell)\alpha_\ell^2} - \\ - \alpha_\ell [\alpha_\ell (\rho_g/\rho_\ell) + C_{vm} - \alpha_\ell \alpha_g B_1 - \alpha_\ell B_2] \end{aligned} \quad (29)$$

and,

$$B_1 = 2C_p + \frac{(2 + \alpha_\ell)}{\alpha_\ell} C_r + C_i/\alpha_g - \frac{C_{m2}}{\alpha_\ell \alpha_g} \quad (30)$$

$$B_2 = 2 \left(C_p \alpha_\ell + \frac{\alpha_g}{\alpha_\ell} C_r - C_i + \frac{C_{m1}}{2\alpha_\ell} \right) \quad (31)$$

The well-posedness of a two-fluid model can be found by considering the system's characteristic given in Eq. (26). We note it is ν^* which can lead to complex conjugate eigenvalues.

As can be seen in Fig-1, the two-fluid model is well-posed in $0 < \alpha_g < 0.13$ if we use the constitutive values for a spherical bubble (i.e., $C_{vm} = 0.5$, $C_p = 0.25$, $C_r = -0.2$, $C_i = 0.3$, $C_{m1} = -0.1$, $C_{m2} = -0.3$). Interestingly, the well-posed region decreases somewhat with increased values of virtual mass, C_{vm} , and may increase significantly when the interfacial pressure difference parameter, C_p , is increased.

We find in Fig-2 that the system's characteristics also vary with different values of the two-phase Reynolds stress (C_r), the interfacial stress (C_i), as well as the velocity gradient and the void fraction gradient parameters (C_{m1} and C_{m2} , respectively). Interestingly, the well-posed region decreases as the two-phase Reynolds stress is increased, which is in contrast to the results of some previous studies [Pauchon & Banerjee, 1988] in which a more simplified two-fluid model was used.

The dispersion relation of Eq. (23) can be derived by first linearizing Eq. (23), resulting in:

$$\underline{A}_0 \frac{\partial \delta \underline{\Psi}}{\partial t} + \underline{B}_0 \frac{\partial \delta \underline{\Psi}}{\partial z} = \underline{C}'_0 \delta \underline{\Psi} \quad (32)$$

where,

$$\underline{C}'_0 = \underline{C}_0 + \underline{\Psi}_0 \frac{\partial \underline{C}}{\partial \underline{\Psi}} \Big|_0 \quad (33)$$

We now assume a modal solution to Eq. (32) of the form,

$$\partial \underline{\Psi} = \underline{\Psi}' e^{i(kz - \omega t)} \quad (34)$$

where, $k = 2\pi/\lambda$ is the wave number and ω is the angular frequency.

We find that the only non-trivial solution is for,

$$\det[\underline{A}_0 - \left(\frac{k}{\omega}\right) \underline{B}_0 - i \underline{C}'_0/\omega] = 0 \quad (35)$$

The roots, ω/k , of Eq. (35) yield the dispersion relation of the two-fluid model. That is, the relationship between the frequency and wave number of the various propagating perturbations.

It is interesting to note that for the high frequency limit, we recover essentially the same eigenvalues as given by Eq. (25). That is, $r \approx \omega/k$.

It is also important to note that in the propagating void wave data, to be discussed subsequently, the wave number is complex (ie, $k = k_R + ik_I$). Thus, Eq. (34) can be rewritten as:

$$\delta \underline{\Psi} = \underline{\Psi}' e^{-k_I z} e^{i k_R (z - Ct)} \quad (36)$$

where k_I are the various frequency dependent damping coefficients, and $C = \omega/k_R$ are the various celerities. In particular, C_{α}^{\pm} are the two void wave celerities.

THE ANALYSIS OF FLOW REGIME TRANSITION

The data, to be discussed later, indicate that bubble clusters are formed as the global void fraction is increased. Typical bubble clusters in air/oil flows are shown in Fig.- 3. If these clusters stay intact long enough for the interstitial liquid between the bubbles to drain sufficiently then the bubbles will coalesce, forming larger bubbles. Indeed, as can be seen in Fig. -4, this process leads to the formation of the Taylor bubbles which characterize slug flow. It should be noted that wake effects promote the formation of bubble clusters [Bilicki and Kestin, 1987], while liquid phase turbulence acts to break them up [Thomas, 1981].

The dynamics of bubble cluster formation and breakup, as well as bubble coalescence, is fairly rapid for fluids such as water which have relatively low viscosity. In contrast, for the air/oil mixtures used by Park [1992], these processes occur much more slowly, and thus they were much easier to visualize.

If a two-fluid model is to be able to predict flow regime transition, it is necessary to develop and use new transport equations which contain the appropriate physics. To this end, let $f(v, \underline{r}, t)$ be the bubble (and bubble cluster) size volume distribution function, such that $f(v, \underline{r}, t) dv$ is the number of bubbles per unit volume, at spatial position \underline{r} and time t , having volume between v and $v + dv$. The bubble number density (N'''), average radius (\bar{R}_b), interfacial area density (A_i'''), and the local void fraction (α), are given by the zeroth, 1/3, 2/3 and first moments, respectively, of this distribution function, and are given by [Navarro-Valenti et al, 1991]. That is:

$$N'''(\underline{r}, t) = \int_0^{\infty} f(v, \underline{r}, t) dv \quad (37)$$

$$\bar{R}_b(\underline{r}, t) = \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} \int_0^{\infty} v^{1/3} f(v, \underline{r}, t) dv / N'''(\underline{r}, t) \quad (38)$$

$$A_i'''(\underline{r}, t) = (36\pi)^{1/3} \int_0^{\infty} v^{2/3} f(v, \underline{r}, t) dv \quad (39)$$

and,

$$\alpha(\underline{r}, t) = \int_0^{\infty} v f(v, \underline{r}, t) dv \quad (40)$$

We also note that the average volume of the bubbles (\bar{v}) is given by,

$$\bar{v}(\underline{r}, t) = \frac{\int_0^{\infty} v f(v, \underline{r}, t) dv}{\int_0^{\infty} f(v, \underline{r}, t) dv} = \alpha(\underline{r}, t) / N'''(\underline{r}, t) \quad (41)$$

The transport equation which quantifies the distribution function can be obtained by performing a balance of the losses

and gains due to bubble cluster breakup and formation. This is given by,

$$\frac{\partial f(v, \underline{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot [f(v, \underline{r}, t) \underline{u}_g(\underline{r}, t)] = B(v, \underline{r}, t) + C(v, \underline{r}, t) \quad (42)$$

where $\underline{u}_g(\underline{r}, t)$ is the average velocity of the bubbles/clusters, and $B(v, \underline{r}, t)$ and $C(v, \underline{r}, t)$ are the rates of bubble clusters breakup and formation, respectively.

It can be assumed that during bubble cluster formation or breakup, the total volume of gas does not change. For example, a bubble of volume u and a bubble of volume $(v - u)$ can result in the formation of a bubble cluster of volume v .

The probability of the formation of a bubble cluster from two bubbles (or clusters) is assumed to be proportional to the product of their distribution functions and coalescence kernel. The total rate of change will be given by the integral of all possible combinations, and can be expressed as:

$$C(v, \underline{r}, t) = \frac{1}{2} \int_0^v c(u, v - u) f(u, \underline{r}, t) f(v - u, \underline{r}, t) du - \int_0^{\infty} c(u, v) f(u, \underline{r}, t) f(v, \underline{r}, t) du \quad (43)$$

The first term in Eq. (43) represents the gain in the number of bubble clusters of volume v due to groupings of smaller bubbles (or bubble clusters). The second term in Eq. (43) represents the loss in the number of bubbles of volume v due to the grouping of a bubble of volume v with any other size bubble. The factor of one-half in the first term avoids double counting.

Next, the change of $f(v, \underline{r}, t)$ due to bubble cluster breakup is given by:

$$B(v, \underline{r}, t) = \int_v^{\infty} b^G(u, v) f(u, \underline{r}, t) du - \int_0^v b^L(v, u) f(v, \underline{r}, t) du \quad (44)$$

This equation implies that the gain of $f(v, \underline{r}, t)$ due to breakup of bubble clusters of volume v depends on the distribution function of the bubble clusters with volume bigger than v being shattered, multiplied by a breakup gain rate, $b^G(u, v)$. It also implies that the loss of $f(v, \underline{r}, t)$ due to the breakup of bubble clusters of volume v to produce smaller bubble clusters (or individual bubbles), depends on the distribution function of bubbles of volume v , multiplied by a cluster breakup loss rate, $b^L(v, u)$. The relationship between these two kernels can be obtained by using the condition that the void fraction gained from cluster breakup has to be equal to the loss due to breakup. This condition can be expressed by integrating the breakup loss and breakup gain kernels over all the volumes that gain from bubble cluster breakup:

$$\int_0^v v b^L(v, u) du = \int_0^v u b^G(u, v) du \quad (45)$$

In the particular case in which one assumes that the bubble clusters break in half. Eq. (45) reduces to:

$$b^L(v, u) = 2b^G(u, v) \quad (46)$$

The mechanistic modeling of the kernels for coalescence and breakup will be discussed in the next section.

If we substitute the bubble cluster formation and breakup rate expressions, Eqs. (43) and (44), into the balance equation

for the distribution function, Eq. (42), and use the constraint given in Eq. (45), we obtain:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(v, \underline{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (f(v, \underline{r}, t) \underline{u}_g) &= \int_v^\infty b^G(u, v) f(u, \underline{r}, t) du - \\ &- \int_0^v \frac{u}{v} b^G(u, v) f(v, \underline{r}, t) du + \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^v c(u, v-u) f(u, \underline{r}, t) f(v-u, \underline{r}, t) du - \\ &- \int_0^\infty c(u, v) f(u, \underline{r}, t) f(v, \underline{r}, t) du \end{aligned} \quad (47)$$

It is interesting to note that the inclusion of Eq. (47), or any of its moments, into the two-fluid model (eg, as a transport equation for N''') will add another eigenvalue (λ) to the system, however it just will be the convective velocity of the bubble/clusters, \underline{u}_g .

Breakup and Coalescence Kernels In order to solve the balance equation for the probability distribution function, Eq. (47), it is necessary to constitute the cluster bubble breakup and formation kernels, $b^G(u, v)$ and $c(u, v)$, respectively.

An important factor in bubble cluster formation is the velocity defect, Δu_ℓ , in the wake of the leading bubble(s), which tends to accelerate the trailing bubbles causing them to overtake the leading bubble(s), thus forming bubble clusters [Bilicki and Kestin, 1987].

Since the kernel C represents the volume per unit time involved in bubble cluster formation, it can be modeled by considering the velocity difference in the wake behind the leading bubble, and is defined as the volume V_{c1} that the trailing bubble has to occupy at time $t - dt$ to intercept the leading bubble/cluster at time t , per unit time (ie, \dot{V}_{c1}), multiplied by the probability, P , for the trailing bubble to be in the wake of the leading bubble(s). As can be seen in Fig.-5 (ie, cross hatched area) this probability is the cross section for bubble/bubble-cluster interaction. Hence,

$$Q_{c1} = \dot{V}_{c1} = 2\pi \int_0^{r_s} r \Delta u_\ell (\sqrt{r_s^2 - r^2}) dr \quad (48)$$

where, $r_s = (r_{b1} + r_{b2})$, and Δu_ℓ is the velocity difference in the wake of the leading bubble, which is given by [Schlichting, 1979]:

$$\Delta u_\ell = k_1 \left(\frac{r_{b1}}{\zeta} \right)^{2/3} C_D^{1/3} \quad (49)$$

and C_D is the drag coefficient of the bubble, $\zeta \geq (r_{b1} + r_{b2})$ is the axial separation between the centers of the two bubbles, k_1 is a constant of proportionality which, together with all the other constants that follow, can be included in a bubble cluster formation rate, c_0 , and is thus determined from experimental data.

An appropriate drag coefficient is Harmathy's model for distorted bubbles:

$$C_D = \frac{4}{3} \left[\frac{g(\rho_\ell - \rho_g)}{\sigma(1 - \alpha)} \right]^{1/2} r_{b1} \quad (50)$$

Substituting Eqs. (49) and (50) into Eq. (48) and integrating, we obtain:

$$Q_{c1} = 3\pi k_2 r_{b1} (r_{b1} + r_{b2})^{4/3} \quad (51)$$

The probability that a bubble will be in the wake of a leading bubble is assumed to be proportional to the area occupied by the wake:

$$P = k_3 b^2 \quad (52)$$

where b is the radius of the wake at location r_s and is given by [Schlichting, 1979]:

$$b = k_4 (r_{b1} + r_{b2})^{1/3} r_{b1}^{2/3} C_D^{1/3} \quad (53)$$

Thus, the bubble cluster formation rate is:

$$c_{\ell 1}(r_{b1}, r_{b2}) \triangleq Q_{c1} P = k_5 [r_{b1}^3 (r_{b1} + r_{b2})^2] \quad (54)$$

The total bubble cluster formation kernel must consider two possibilities: that bubble-1 is the leading bubble ($c_{\ell 1}$) or that bubble-2 is the leading bubble ($c_{\ell 2}$). Thus,

$$c(r_{b1}, r_{b2}) = c_{\ell 1}(r_{b1}, r_{b2}) + c_{\ell 2}(r_{b2}, r_{b1}) \quad (55)$$

Substituting Eq. (54) into Eq. (55) we obtain:

$$c(r_{b1}, r_{b2}) = k_5 [(r_{b1}^3 + r_{b2}^3)(r_{b1} + r_{b2})^2] \quad (56)$$

Now, transforming Eq. (56) in terms of bubble volumes, u and v , we obtain:

$$c(u, v) = c_0 (u + v) (u^{1/3} + v^{1/3})^2 \quad (57)$$

where c_0 is the rate of bubble cluster formation.

On the other hand, for the bubble cluster breakup kernel, it is assumed that a bubble cluster of volume u will break into a pair of bubbles (or bubble clusters) with volume v and $u - v$, with a probability which is symmetric about $u/2$. Since breakup is only considered for bubble clusters (ie, individual bubble breakup is not expected to be of any importance),

there should be a minimum bubble volume above which a cluster, instead of an individual bubble, exists and, therefore this should be the minimum volume at which breakup will occur. In particular, the minimum volume for breakup is that of the maximum size individual bubble.

A convenient normalized symmetric distribution for bubble cluster breakup is given by:

$$b^G(u, v) = 12b_0 \frac{v(u-v)}{u^3} H(v - v_c) \quad (58)$$

where v_c the critical volume above which the bubble clusters may break into individual bubbles, $H(v - v_c)$ is the Heaviside step operator, and b_0 is the rate of bubble cluster breakup, which must be determined experimentally.

Substituting these bubble cluster formation and breakup kernels into Eq. (47) we obtain:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(v, \underline{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (f(v, \underline{r}, t) \underline{u}_g) &= \\ &= 12 \int_v^\infty b_0 \frac{v(u-v)}{u^3} H(v - v_c) f(u, \underline{r}, t) du - \\ &- 12 \int_0^v b_0 \frac{v(u-v)}{u^3} H(v - v_c) f(v, \underline{r}, t) du + \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^v c_0 v [u^{1/3} + (v-u)^{1/3}]^2 f(u, \underline{r}, t) f(v-u, \underline{r}, t) du - \\ &- \int_0^\infty c_0 [u+v] [u^{1/3} + v^{1/3}]^2 f(u, \underline{r}, t) f(v, \underline{r}, t) du \end{aligned} \quad (59)$$

Due to the obvious complexity of Eq. (59), it is not possible to solve it analytically, but since we are normally only interested in the moments of this equation, we may proceed

by determining the moments of the probability distribution function, $f(v, \underline{r}, t)$.

In order to simplify the task, the bubble cluster volume range can be divided into two groups; group-1 includes all bubbles with a volume smaller than the critical volume, v_c , thus it is comprised of the individual bubbles. In contrast, group-2 includes the bubble clusters.

For example, if we determine the zeroth moment of Eq. (59) for the bubbles in group-1 we obtain the conservation equation for the number density of the individual bubbles (N_1''') as:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1'''}{\partial t} + \nabla \cdot (N_1''' \underline{u}_{g1}) &= b_0(6M_{-2_2} - 4M_{-3_2}) - \\ &- c_0 \left[M_{5/3_1} N_1''' + M_{5/3} N_1''' + 2M_{4/3_1} R_1''' + 2M_{4/3} R_1''' + \right. \\ &\left. + A_{i_1}''' \alpha_1 + \alpha A_{i_1}''' - (M_{5/3_1} N_1''' + 2M_{4/3_1} R_1''' + A_{i_1}''' \alpha_1) / 2 \right] \end{aligned} \quad (60)$$

where \underline{u}_{g1} is the average velocity of the individual bubbles and M_{i_j} is the i^{th} moment of $f(v, \underline{r}, t)$ for the j^{th} bubble group ($j = 1, 2$), defined as:

$$M_{i_1} = \int_0^{v_c} v^i f(v, \underline{r}, t) dv \quad (61)$$

and,

$$M_{i_2} = \int_{v_c}^{\infty} v^i f(v, \underline{r}, t) dv \quad (62)$$

Following the same procedure as before, the conservation equation for the void fraction of the individual bubbles is given by the first moment of Eq. (59) as:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_1 \underline{u}_{g1}) &= b_0(4M_{-2_2} - 3M_{-3_2}) - \\ &- c_0 \left[M_{8/3_1} N_1''' + M_{5/3} \alpha_1 + 2M_{7/3_1} R_1''' + \right. \\ &\left. + 2M_{4/3} M_{4/3_1} + A_{i_1}''' M_{2_1} + \alpha M_{5/3_1} - (M_{8/3_1} N_1''' + \right. \\ &\left. + 2M_{7/3_1} R_1''' + A_{i_1}''' M_{2_1}) / 2 \right] \end{aligned} \quad (63)$$

Similarly, the conservation equation for the number density of the bubble clusters (N_2''') is:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_2'''}{\partial t} + \nabla \cdot (N_2''' \underline{u}_{g2}) &= b_0(N_2''' + 6M_{-2_2} - 4M_{-3_2}) - \\ &- c_0 \left[M_{5/3_2} N_2''' + M_{5/3} N_1''' + 2M_{4/3_2} R_2''' + \right. \\ &\left. + 2M_{4/3} R_1''' + A_{i_1}''' \alpha_2 + \alpha A_{i_1}''' + (M_{5/3_1} N_1''' + \right. \\ &\left. + 2M_{4/3_1} R_1''' + A_{i_1}''' \alpha_1) / 2 \right] \end{aligned} \quad (64)$$

Finally, the void fraction of the bubble clusters (α_2) can be determined using the fact that the total void fraction ($\alpha \equiv \alpha_g$) is not changed due to the formation or breakup of bubble clusters. Thus,

$$\alpha_2 = \alpha - \alpha_1 \quad (65)$$

The determination of the conservation equations for each of the moments involved in these equations would require an infinite number of equations to solve for the moments of each group, since the transport equation for moment M_{i_j} will introduce higher moments and so on. Thus, it is necessary to

make some assumptions in order to close the system with a finite number of equations. To this end, we may perform a Taylor series expansion around the average volume for the corresponding group in the definition of the moment M_{i_j} .

For example, let us consider:

$$M_{i_1} = \int_0^{v_c} v^i f(v) dv \quad (66)$$

A Taylor series expansion around volume v_0 yields:

$$v^i \approx v_0^i + i v_0^{i-1} (v - v_0) \quad (67)$$

Hence, Eqs. (66) and (67) imply,

$$M_{i_1} \approx \int_0^{v_c} [v_0^i + i v_0^{i-1} (v - v_0)] f(v) dv$$

Thus,

$$M_{i_1} \approx (v_0^i - i v_0^i) \int_0^{v_c} f(v) dv + i v_0^{i-1} \int_0^{v_c} v f(v) dv$$

Using Eq. (37) and (40):

$$M_{i_1} \approx v_0^i (1 - i) N_1''' + i v_0^{i-1} \alpha_1 \quad (68)$$

If we take v_0 as the average volume of the bubbles in group-1, \bar{v}_1 , Eq. (41) implies:

$$v_0 \triangleq \bar{v}_1 = \frac{\alpha_1}{N_1'''} \quad (69)$$

Hence, Eqs. (68) and (69) yield:

$$\begin{aligned} M_{i_1} &\approx \left(\frac{\alpha_1}{N_1'''} \right)^i (1 - i) N_1''' + i \left(\frac{\alpha_1}{N_1'''} \right)^{i-1} \alpha_1 = \\ &= \left(\frac{\alpha_1}{N_1'''} \right)^i N_1''' = \bar{v}_1^i N_1''' \end{aligned} \quad (70)$$

In general, we have:

$$M_{i_j} \approx \bar{v}_j^i N_j''' \quad (71)$$

where \bar{v}_j is the average volume of the bubbles in group- j , and is given by a definition analogous to the one in Eq. (41). That is,

$$\bar{v}_j = \frac{\alpha_j}{N_j'''} \quad (72)$$

This approximation allows one to obtain the i^{th} moments as a function of the independent variables, N_1''' , α_1 , N_2''' and α_2 , and thus the system is closed with four transport equations in addition to the six conservation equations for phasic mass, momentum and energy. That is, if we substitute the approximation given in Eqs. (71) into the balance equations for the number density of the individual bubbles, Eq. (60), we obtain:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1'''}{\partial t} + \nabla \cdot (N_1''' \underline{u}_{g1}) &= b_0 N_2''' (6\bar{v}_2^{-2} - 4\bar{v}_2^{-3}) - \\ &- c_0 \left[\bar{v}_1^{5/3} N_1''' N_1''' + (\bar{v}_1^{5/3} N_1''' + \bar{v}_2^{5/3} N_2''') N_1''' + \right. \\ &+ 2\bar{v}_1^{4/3} N_1''' (\bar{v}_1^{1/3} N_1''' + \bar{v}_2^{1/3} N_2''') + 2\bar{v}_1^{1/3} N_1''' (\bar{v}_1^{4/3} N_1''' + \\ &+ \bar{v}_2^{4/3} N_2''') + \bar{v}_1 N_1''' (\bar{v}_1^{2/3} N_1''' + \bar{v}_2^{2/3} N_2''') + \\ &\left. + \bar{v}_1^{2/3} N_1''' (\bar{v}_1 N_1''' + \bar{v}_2 N_2''') - 2\bar{v}_1^{5/3} N_1'''^2 \right] \end{aligned} \quad (73)$$

Now, introducing the definition of the average volume for the individual bubbles, \bar{v}_1 , and for the bubble clusters, \bar{v}_2 , given in Eq. (67), the balance equation for the number density of the individual bubbles, N_1''' , can be expressed in terms of the variables $\alpha_1, \alpha_2, N_1'''$ and N_2''' as follows:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1'''}{\partial t} + \nabla \cdot (N_1''' \underline{u}_{g1}) &= b_0 (6\alpha_2^{-2} N_2'''^3 - 4\alpha_2^{-3} N_2'''^4) - \\ &- c_0 (6\alpha_1^{5/3} N_1'''^{1/3} + \alpha_2^{5/3} N_1'''^{-2/3} N_2''' + \alpha_2^{5/3} N_2'''^{-2/3} N_1''' + \\ &+ 2\alpha_2^{4/3} N_2'''^{-1/3} \alpha_1^{1/3} N_1'''^{2/3} + 2\alpha_1^{4/3} N_1'''^{-1/3} \alpha_2^{1/3} N_2'''^{2/3} + \\ &+ \alpha_2^{2/3} N_1'''^{1/3} \alpha_1 + \alpha_1^{2/3} N_1'''^{1/3} \alpha_2) \end{aligned} \quad (74)$$

Following the same procedure with the other balance equations we obtain:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_2'''}{\partial t} + \nabla \cdot (N_2''' \underline{u}_{g2}) &= b_0 (N_2''' - 6\alpha_2^{-2} N_2'''^3 + 4\alpha_2^{-3} N_2'''^4) - \\ &- c_0 (4\alpha_2^{5/3} N_2'''^{1/3} - 2\alpha_1^{5/3} N_1'''^{1/3}) \end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_1 \underline{u}_{g1}) &= b_0 (4\alpha_2^{-2} N_2'''^3 - 3\alpha_2^{-3} N_2'''^4) - \\ &- c_0 (6\alpha_1^{8/3} N_1'''^{-2/3} + \alpha_1^{8/3} N_1'''^{-5/3} N_2''' + \alpha_2^{5/3} N_2'''^{-2/3} \alpha_1 + \\ &+ 2\alpha_2^{4/3} N_2'''^{-1/3} \alpha_1^{4/3} N_1'''^{-1/3} + 2\alpha_1^{7/3} N_1'''^{-4/3} \alpha_2^{1/3} N_2'''^{2/3} + \\ &+ \alpha_2^{2/3} N_2'''^{1/3} \alpha_1^2 N_1'''^{-1} + \alpha_1^{5/3} N_1'''^{-2/3} \alpha_2) \end{aligned} \quad (76)$$

Before we evaluate this model for steady, fully developed two-phase flow, it is convenient to nondimensionalize the results as:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= \alpha / \gamma & \hat{R}_b &= \hat{R}_b / v_c^{1/3} \gamma \\ \hat{N}_j''' &= N_j''' v_c / \gamma & \text{where,} & \\ \hat{A}_i''' &= A_i''' v_c^{1/3} / \gamma & \gamma &= b_0 / c_0 \end{aligned}$$

The numerical results obtained for the total, individual bubbles' and bubble clusters' number densities, \hat{N}''' , \hat{N}_1''' and \hat{N}_2''' , respectively, are shown in Fig. 6. We note that for very low $\hat{\alpha}$, $\hat{N}''' \approx \hat{N}_1'''$, since the system is composed of only individual bubbles. This indicates that for either very low void fraction, very high breakup rates (b_0), or very low bubble cluster formation rates (c_0), bubble clusters will not be present. This behavior is physically reasonable.

As the nondimensional void fraction, $\hat{\alpha}$, is increased \hat{N}''' and \hat{N}_1''' increase up to a maximum and then \hat{N}_1''' starts decreasing as more bubble clusters are formed, thus \hat{N}_2''' continues increasing. This behavior continues up to a point where a steady-state solution could no longer be obtained. On performing a linear stability analysis of the system of conservation equations for N_i''' and α_i , it was found that this is the point at which the decoupled system becomes unstable.

The fact that an instability has been obtained by modeling the interfacial geometry of the two-phase system and the physics of bubble cluster formation and breakup, implies that this model may be capable of predicting the bubbly/slug flow regime transition.

The corresponding * total non-dimensional interfacial area density, $\hat{A}_i''' = \hat{A}_{i1}''' + \hat{A}_{i2}'''$, is plotted against $\hat{\alpha}$ in Fig. -7. As can be seen, \hat{A}_i''' increases with $\hat{\alpha}$ when the flow is primarily individual bubbles. However as $\hat{\alpha}$ is further increased, it reaches a peak and then decreases as a significant number of bubble clusters are formed.

On the other hand, as can be seen in Fig. 8, the steady-state solution for \hat{R}_b , the effective mean bubble radius, increases slowly for small $\hat{\alpha}$ but then starts increasing rapidly as large bubble clusters (having large equivalent bubble radii) are formed.

In order to complete this model, it is necessary to determine the relationship of the parameters used herein, γ and v_c , with properties of the flow. This has been done empirically using air/water data [Kalkach-Navarro, 1992]. The results are shown in Figs. 9 and 10, in which γ and v_c are plotted against the local void fraction, α , and the nondimensional liquid film drainage time, τ^\dagger , which is defined as the time it takes for the liquid film entrapped between adjacent bubbles to drain [Douvriez, 1991], divided by the average time the bubble clusters remain intact (ie, before they are knocked apart by liquid eddies). The nondimensional liquid film drainage time is given by [Kalkach-Navarro, 1992]:

$$\tau^\dagger = \frac{31.09 \rho_\ell^{3/2} u_r \in_\ell^{1/3} D_b^{7/3}}{\sigma^{3/2}} \quad (77)$$

where, u_r is the relative velocity between the bubbles and the adjacent liquid, D_b is bubble diameter and \in_ℓ is the dissipation in the liquid.

For other liquids one must multiply the right hand side of Eq. (77) by the ratio, $(\delta_{c-H_2O} / \delta_{c-x})^{1/2}$, where δ_{c-x} is the critical liquid film thickness of liquid-x for bubble coalescence to occur. For the mineral oil used in Park's study [1992], $(\delta_{c-H_2O} / \delta_{c-oil})^{1/2} = 2.77$.

EXPERIMENTAL PROGRAM

A two-phase air/oil flow loop was constructed to investigate void wave propagation and bubbly/slug flow regime transition phenomena in two-phase flows. The schematic diagram of the experimental facility is shown in Fig.- 11.

To obtain easily observable bubbly/slug flow regime transitions, mineral oil was selected as the liquid phase. The density and the viscosity of the mineral oil used were, $\rho_{oil} = 0.86 \rho_{water}$ and $\mu_{oil} = 116 \mu_{water}$.

An electromechanical shaker was installed, and used when necessary, to generate a sinusoidal perturbation in the flow field to improve the single-to-noise ratio. In contrast to air/water data [Tournaire, 1987] the use of the shaker in this study was only required at low liquid flow rates.

The measurement system was composed of four global Auburn capacitance void probes, a differential pressure measurement system, and several calibrated air and oil flow rate rotameters. As can be seen in Fig.-12, to measure the propagating void waves, the capacitance probes were installed at four different elevations along the wave guide. The output analog void wave signals were digitized and processed in an IBM AT Computer.

As shown in Fig.-13, the wave guide was made of a transparent plexiglas tube in which a stainless steel rod was located

† Note Eq. (71) implies, $A_{i_j}''' = (36\pi)^{1/3} M_{2/3}$.

at the center of the tube. This rod was electrically grounded and used as a part of the capacitance void gauge. Thus, the flow area was a concentric annulus, the hydrodynamic diameter of which was $D_H = 17.2\text{mm}$.

The developing length for the bubbly flows in this test rig (i.e., the distance from the inlet to the location of the lowest void probe) was $L_D \approx 55D_H$. This was found to be adequate to assure fully developed two-phase flows.

Since the maximum spacing between the void probes was 65 cm, the detectable void wave length was limited. Fortunately, it has been found [Bouré, 1988] that a typical void wave length does not exceed about 50 cm when $j_\ell \leq 50\text{cm/s}$.

The void fraction signals detected by the Auburn impedance void meter were calibrated for low liquid velocities against a global void fraction measurement which was determined from differential pressure drop measurements in the wave guide.

The void wave signals were analyzed using a cross correlation, $R_{12}(\tau)$, technique. That is, the instantaneous void perturbations at location-1, $\delta\alpha(z_1, t)$, and location-2, $\delta\alpha(z_2, t)$, were processed as [Bendat and Piersol, 1971]:

$$R_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \delta\alpha(z_1, t) \delta\alpha(z_2, t + \tau) dt \quad (78)$$

The values of τ for which $R_{12}(\tau)$ was a relative maximum define the celerity of each void wave. For example, if we had two distinct void waves the two celerities were determined by,

$$C_{\alpha 1} = \Delta z / \tau_{MAX_1} \quad (79)$$

$$C_{\alpha 2} = \Delta z / \tau_{MAX_2} \quad (80)$$

where, τ_{MAX} is the value of τ for which $R_{12}(\tau)$ was a maximum, and Δz is the spacing between capacitance void gauges 1 and 2.

A typical cross correlation function for air/oil data is given in Fig.-14. As can be seen two distinct peaks are evident. The peak at τ_{MAX_1} is associated with the bubble clusters and that at τ_{MAX_2} with the kinematic void wave of bubbly flow.

Void wave celerities (C_α) and spatial damping (k_I) data have been compared with theoretical predictions. The fastest void wave celerity was found to be due to the motion of the bubble clusters in the bubbly flow regime, or Taylor bubbles in the slug flow regime. It was found that the signals due to bubble cluster propagation were strongly amplified in the bubbly/slug flow regime transition region, signaling a flow pattern transition. In contrast, amplification of this void wave celerity was significantly reduced in the slug flow regime.

The speed of the classical kinematic void wave for bubbly flow was always slower than the speed of the bubble clusters. The kinematic void wave signals were found to be slightly damped at low void fraction and became significantly more damped as the void fraction increased.

The linear dispersion model discussed previously was used to predict void wave speed and its damping/amplification. For purposes of comparison, the kinematic void wave and the void wave characteristics were also considered. It was found that the present model not only agrees with the air/oil data of Park [1992] but also the air/water data obtained by Bouré [1988].

The Speed of Bubble Clusters and Taylor Bubbles. As discussed above, bubbles have a tendency to group together and form clusters. This phenomena has been previously observed in air/water mixtures by Saiz-Jabardo & Bouré [1988],

although it was not as pronounced in the air/oil data discussed herein.

As can be seen in Fig.-15 for an air/oil mixture, the speed of the bubble clusters increase as the void fraction is increased in the bubbly flow regime and the bubbly-to-slug flow regime transition region. However, when Taylor bubbles are formed (i.e., when operating in the slug flow regime), the Taylor bubble speed does not change as significantly with void fraction.

It should be noted that the bubble cluster's celerity in the transition region involves relatively large errors due to irregularity in the shape and size of the bubble clusters and due to the sporadic nature of bubble coalescence. Nevertheless, bubble cluster speed for $j_\ell = 0.0\text{cm/s}$ in the bubbly flow and transition regions was found to be well correlated for air/oil flows by [Park, 1992]:

$$u_{clusters0} = A \exp^{B\alpha} \quad (81)$$

where, for oil/air flow, $A = 4.385\text{cm/s}$ and $B = 10.73$.

When void fraction was further increased, Taylor bubbles occurred. There are many works on the terminal rise velocity of Taylor bubbles [eg, Cliff et al., 1978]. Among these, the most appropriate terminal rise velocity in the viscous flows has been found to be:

$$u_{slug}^{oil} = k_{oil} \frac{g D_b^2 (\rho_\ell - \rho_g)}{\mu_\ell} \quad (82)$$

where $k_{oil} = 0.01$ was obtained by While & Beardmore [1962] and Wallis [1969].

When $j_\ell \neq 0$, the speed of the bubble clusters can be approximated by,

$$u_{clusters} = u_{clusters0} + u_\ell = u_{clusters0} + j_\ell / (1 - \alpha) \quad (83)$$

where $u_{clusters0}$ is given by Eq. (81).

PREDICTIONS OF THE DATA

A comparison of the correlations and models with the air/oil data discussed herein is shown in Fig.-16. It can be seen that the celerity of the bubble clusters and the Taylor bubbles is well correlated by Eqs. (81) and (82), respectively. Moreover, it can be seen that two-fluid model, given by Eqs. (17)-(22), is able to predict the slower void wave associated with bubbly flow. Indeed, the celerity, from the model's dispersion relation, and also the kinematic void wave speed (i.e., the low frequency limit of that celerity), agree with the data, and each other, rather well. Interestingly, the corresponding eigenvalue (ie, the higher frequency limit of the void wave celerity, r_α^+), also predicts the speed of the bubbly flow's void wave at void fractions of up to about 13%, at which point the eigenvalues become complex.

Similar agreement is seen in fig.-17 for air/water data of Bouré [1988]. In particular, the correlation for a Taylor bubble and the two-fluid model's kinematic void wave speed yield good agreement with Bouré's air/water data [Park, 1992]. It is important to note, however, that because of the relatively short lifetime of bubble clusters in turbulent air/water flows, they were not measured by Bouré [1988], although they were visually observed.

One of the most important measurements in the air/oil void wave experiments of Park [1992] was the measurement of the spatial damping coefficient, $k_{I\alpha_2} (m^{-1})$. As can be seen in Eq. (36), when $k_{I\alpha_2} < 0$ the propagating perturbations are unstable.

Typical air/oil two-phase flow data are given in Fig.-18. As can be seen the perturbations are damped for the bubbly flow regime (ie, $k_{I\alpha_2} > 0$). However, as the global void

flow regime (ie, $k_{I\alpha_2} > 0$). However, as the global void fraction, α , was increased the void wave perturbations became unstable (ie, $k_{I\alpha_2} < 0$ at a frequency of about 2 Hz), indicating a cascade in the formation of bubble clusters, and a resultant flow regime transition. Interestingly, Fig.-18 shows that, when using air/oil mixtures, void wave instability was measured at a global void fraction which was close to the point at which the two-fluid model becomes ill-posed (ie, $\alpha = 0.13$). Nevertheless, as we shall see, a properly formulated two-fluid model can predict the observed flow regime transition, and the instability associated with flow regime transitions always occurs prior to the system becoming ill-posed.

Once Taylor bubbles were formed, and the bubbly/slug flow regime transition was complete, the void wave perturbation was no longer unstable (ie, $k_I \approx 0$) as void fraction is increased further. These quantitative measurements are in agreement with visual observations and clearly indicate that void wave instability signals a bubbly/slug flow regime transition.

Next, let us compare the extended two-fluid model with the air/oil data of Park [1992]. The extended two-fluid model is given by Eqs. (17)-(22), as well as by Eqs. (74), (75), (76) and (65). We can again write this model in the matrix form given by Eq. (23)[†], except that the state variable vector is now given by:

$$\underline{\Psi} = [\alpha u_g u_{\ell} p_{\ell} N_1''' N_2''' \alpha_1]^T \quad (84)$$

and \underline{A} , \underline{B} , & \underline{C} are now 7×7 , rather than 4×4 , square matrices.

The dispersion relation for the extended two-fluid model can be determined as before, and is again given by Eq. (35). The predicted damping coefficient, $k_I (m^{-1})$, for the void wave associated with the bubble clusters (C_{α_2}) is compared with the air/oil data of Park [1992] in Figs.-19 & 20 [Kalkach-Navarro, 1992]. We see that there is good agreement with these data. In particular, we see that the point of neutral stability (ie, the dark point where $k_I = 0$), where flow regime transition was actually observed, is well predicted and that the C_{α_2} void wave, which is associated with the bubble clusters, becomes unstable as the global void fraction (α) is increased beyond this point, signaling a flow regime transition. Moreover, it was found [Kalkach-Navarro, 1992] that in all cases the predicted instability occurs before the system of equations becomes ill-posed. Indeed, in most cases the system never became ill-posed since near flow regime transition α_1 decreases rapidly as α is increased, and thus $r_{\alpha_1}^+$ and $r_{\alpha_1}^-$ never coalesce (ie, they do not become complex conjugates).

The same dispersion relation was compared with the frequency dependent spatial damping air/water data of Bouré [1988]. Although there is not too much data available, fairly good agreement is indicated in Figs. 21 & 22 with the extended two-fluid model's predictions. Moreover, it is interesting to note in Fig.-21 that the predicted, and measured, global void fraction for bubbly/slug flow regime transition in this low pressure air/water experiment was about 30%. This result is in excellent agreement with the well-known "rule of thumb" for the bubbly/slug flow regime transition.

These results clearly show that a properly formulated two-fluid model is inherently capable of predicting flow regime transition.

SUMMARY AND CONCLUSIONS

It has been shown that bubbler cluster void wave instability implies flow regime transition, and that a properly formu-

[†] Noting $\alpha_p \equiv \alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.

lated two-fluid model should be able to mechanistically predict flow regime transition. This represents a significant breakthrough, one that opens the door to the development of two-fluid models which are free of empirical flow regime transition criteria (ie, flow regime maps). Indeed, there does not appear to be any fundamental reason why all flow regime transitions, including the effect of phase change, cannot be predicted in a similar manner.

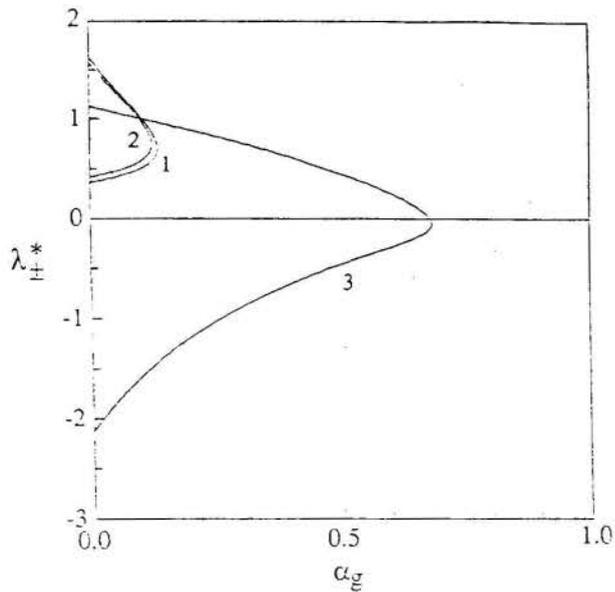
ACKNOWLEDGMENT

This research was supported by the USDOE-BES, and this support is gratefully acknowledged. Also, the help given by Dr. Jean Bouré, whose pioneering research originally motivated us to work on this important problem, is acknowledged.

REFERENCES

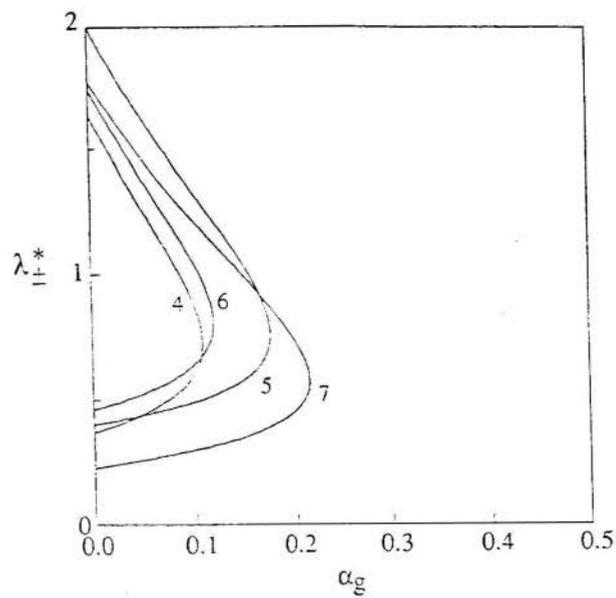
- Arnold, G.S., Drew, D.A. and Lahey, R.T., Jr. 1989, "Derivation of Constitutive Equations for Interfacial and Reynolds Stress for a Suspension of Spheres Using Ensemble Averaging", *J. Chem. Eng. Comm.*, 86, pp. 430-54.
- Bendat, J.S. and Piersol, A.G., 1971, "Random Data: Analysis and Measurement Procedures", Wiley-Interscience.
- Biesheuvel, A. and van Wijngaarden, L., 1984, "Two-Phase Flow Equation for a Dilute Dispersion of Gas Bubbles in Liquid", *J. Fluid Mechanics*, 148, pp. 301-318.
- Bilicki, Z. and Kestin, J., 1987, "Transition Criteria for Two-Phase Flow Patterns in Vertical Upward Flow", *Int. J. Multiphase Flow*, 13-3, pp. 283-294.
- Bouré, J.A., 1988, "Properties of Kinematic Waves in Two-Phase Pipe Flows Consequences on the Modeling Strategy", Proceedings of European Two-Phase Group Meeting, Brussels.
- Cliff, R., Grace, J.R. and Weber, M.E., 1978, "Bubbles, Drops and Particles", Academic Press.
- Doublicz, L., 1991, "The Drainage and Rupture of Non-Foaming Liquid Film Formed Upon Bubble Impact With a Free Surface", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol-17, No. 6, pp. 783-803.
- Drew, D.A. and Lahey, R.T. Jr., 1987, "The Virtual Mass and Lift Force on a Sphere in Rotating and Straining Inviscid Flow", *Int. J. Multiphase Flow*, 13, pp. 113-121.
- Kalkach-Navarro, S., 1992, "The Mathematical Modeling of Flow Regime Transition in Bubbly Two-Phase Flows," Ph.D. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY.
- Lahey, R.T., Jr. and Drew, D.A., 1989, "The Three Dimensional Time and Volume-Averaged Conservation Equations of Two-Phase Flows", *Advances in Nuclear Science and Technology*, 20.
- Lance, M. and Bataille, J., 1991, "Turbulence in the Liquid Phase of a Uniform Bubbly Air-Water Flow", *J. Fluid Mech.*, 22, pp. 95-118.
- Navarro-Valenti, S. Clausse, A., Drew, D.A. and Lahey, R.T., Jr., 1991, "A Contribution to the Mathematical Modeling of Bubbly/Slug Flow Regime Transition", *J. Chem. Eng. Comm.*, 102, pp. 69-85.
- Nigmatulin, R.I., 1979, "Spatial Averaging in the Mechanics of Heterogeneous and Dispersed Systems", *Int. J. Multiphase Flow*, 5, pp. 353-385.
- Park, J.W., 1992, "Void Wave Propagation in Two-Phase Flow", Ph.D. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York.

- Pauchon, C. and Banerjee, S., 1988, "Interphase Momentum Interaction Effects in the Averaged Multifield Model: II. Kinematic Waves and Interfacial Drag in Bubbly Flows", *Int. J. Multiphase Flow*, 14, 3, pp. 253.
- Saiz-Jbabardo, J.M. and Bouré, J.A., 1989, "Experiments on Void Fraction Waves", *Int. J. Multiphase Flow*, 15, pp. 483-493.
- Schlichting, H., 1979, "Boundary Layer Theory", McGraw-Hill, New York.
- Thomas, R.M., 1981, "Bubble Coalescence in Turbulent Flows", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol-7, pp. 709-717.
- Tournaire, A., 1987, "Détection et Études des Ondes de Taux de Vide en Écoulement Diphasique à Bulles Jusqu'à la Transition Bulles-Bouchons", Docteur-Ingenieur Thèse, L'Université Scientifique et Médicale et L'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Wallis, G.B. 1969, "One-Dimensional Two-Phase Flows", McGraw-Hill.
- Wallis, G.B., 1991, "The Averaged Bernoulli Equation and Macroscopic Equations of Motion for the Potential Motion of a Two-Phase Dispersion", *Int. J. Multiphase Flow*, 17, pp. 683-695.
- White, E.T. and Beardmore, R.H., 1962, "The Velocity of Rise in Single Cylindrical Air Bubbles Through Liquids Contained in Vertical Tubes," *Chem. Eng. Sci.*, 17, pp. 351-361.



ID	C_{vm}	C_p	C_r	C_i	C_{m1}	C_{m2}
1	0.5	0.25	-0.2	-0.3	-0.1	-0.3
2	0.6	0.25	-0.2	-0.3	-0.1	-0.3
3	0.5	1.0	-0.2	-0.3	-0.1	-0.3

Fig. 1.- The Effect on the Void Wave Eigenvalues of Varying C_{vm} or C_p



ID	C_{vm}	C_p	C_r	C_i	C_{m1}	C_{m2}
4	0.5	0.25	-0.3	-0.3	-0.1	-0.3
5	0.5	0.25	-0.2	-0.4	-0.1	-0.3
6	0.5	0.25	-0.2	-0.3	0	-0.3
7	0.5	0.25	-0.2	-0.3	-0.1	0

Fig. 2 - The Effect on the Void Wave Eigenvalues of Varying C_r, C_i, C_m or C_{m2}

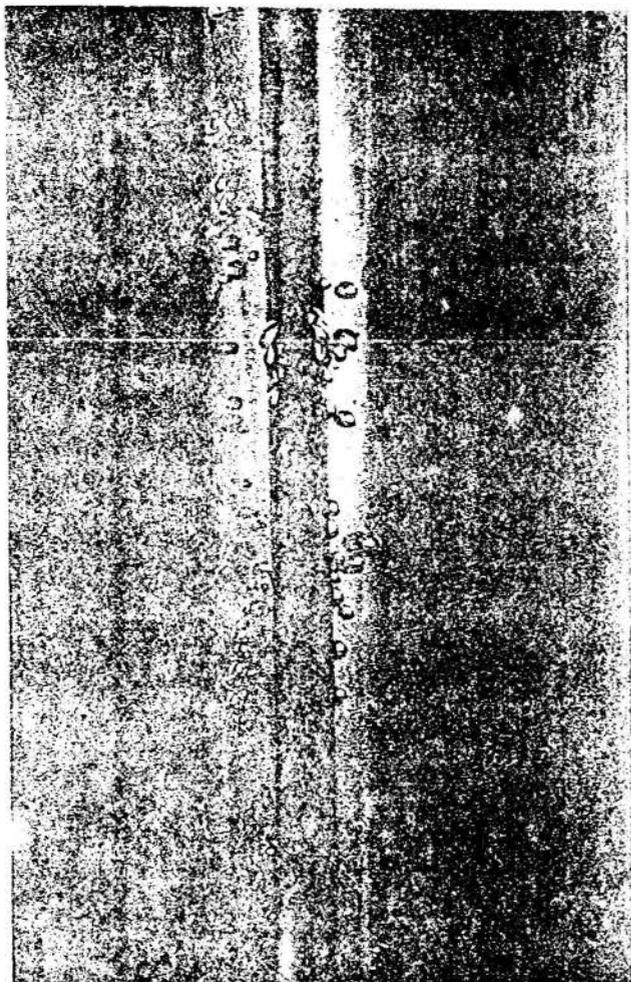


Fig. 3 - Bubble Clusters in Air/Oil Upward Flow

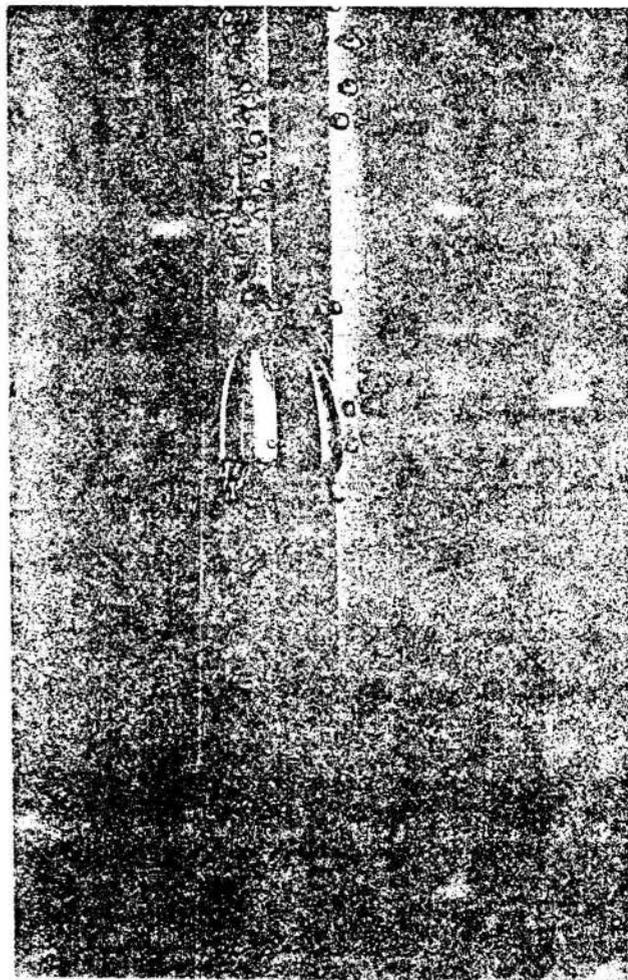


Fig. 4 - The Onset of Taylor Bubbles

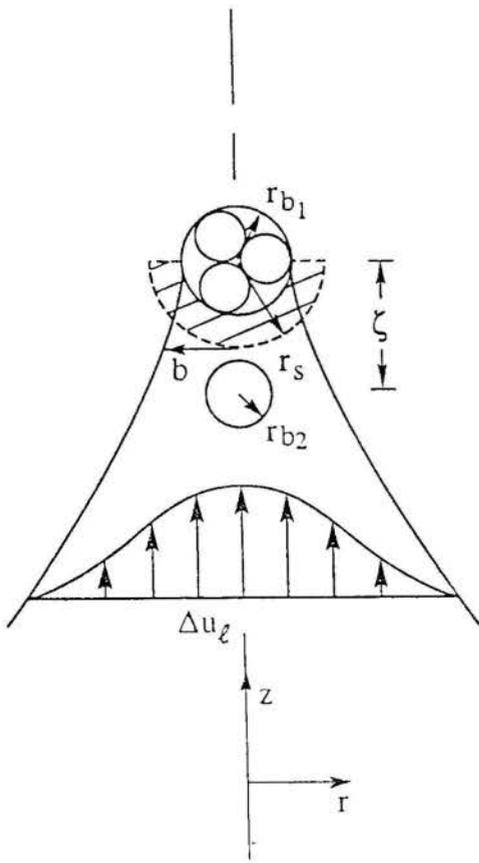


Fig. 5 - A Bubble in the Wake of a Leading Bubble Cluster

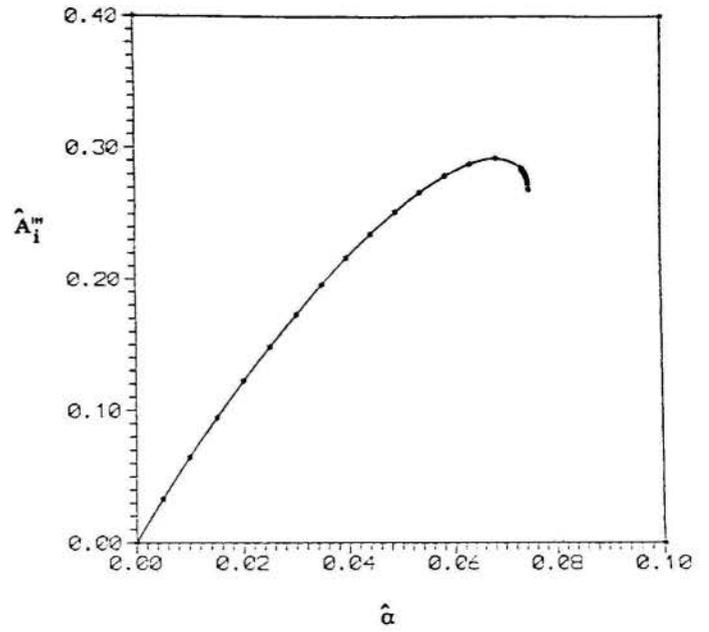


Fig. 7 - Steady-state Interfacial Area Density \hat{A}_i'''

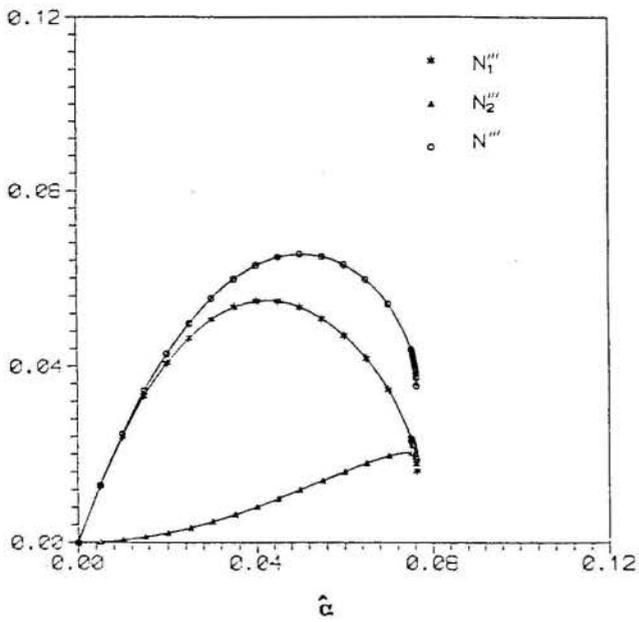


Fig. 6 - Steady-state Non-Dimensional Number Density \hat{N}_2''' , \hat{N}_1''' and \hat{N}'''

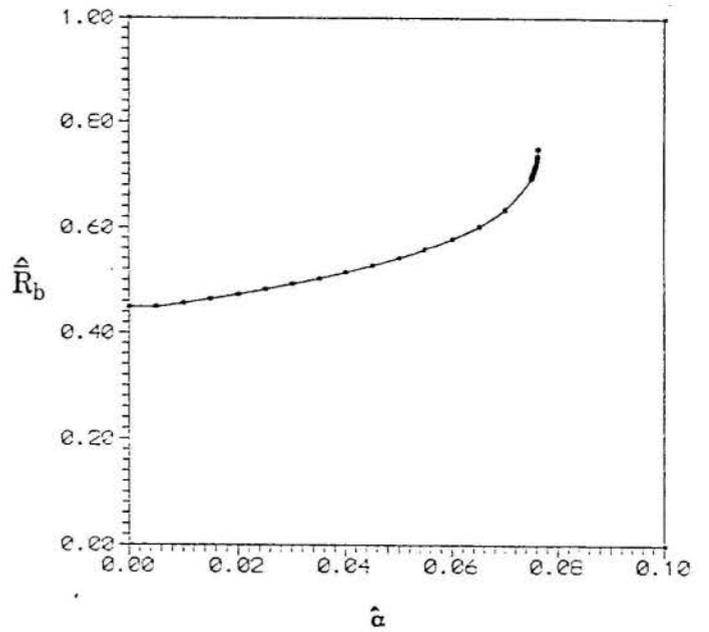


Fig. 8 - Steady-state Average Radius \hat{R}_b

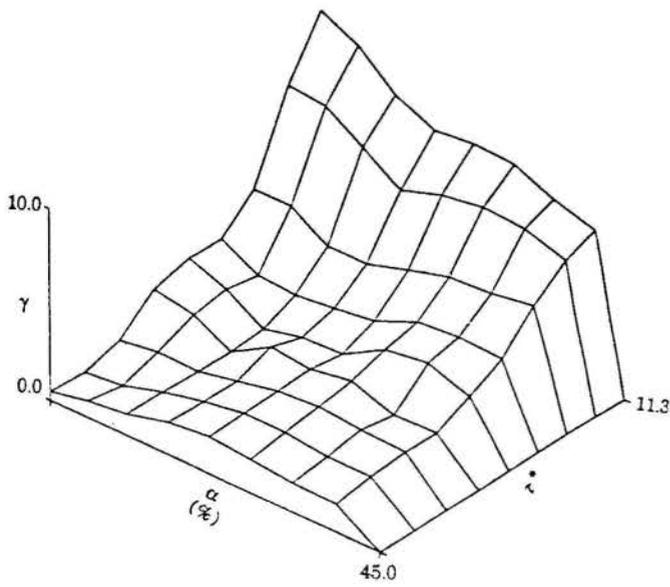


Fig. 9 - The Variation γ with α and τ^*

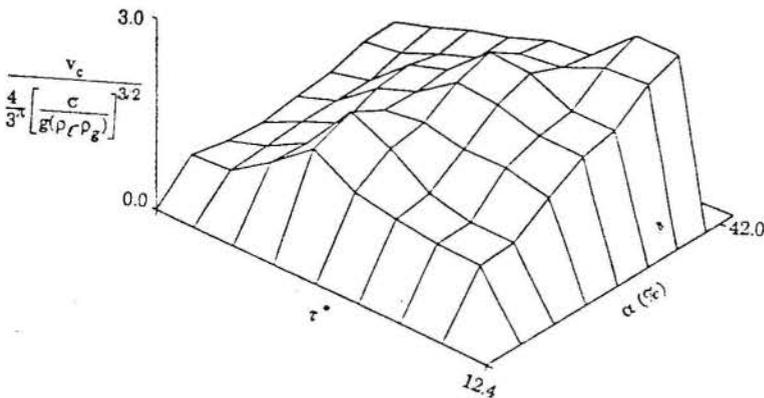


Fig. 10 - The Variation of v_c with α and τ^*

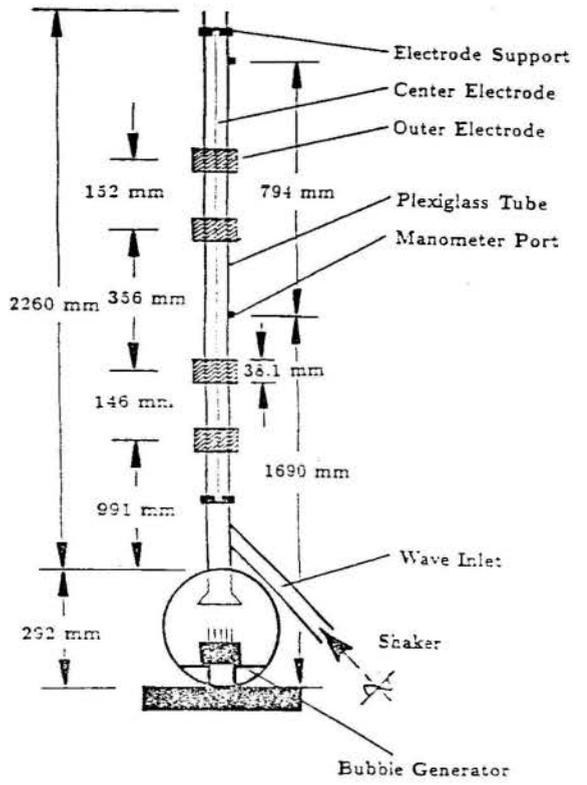


Fig. 12 - Layout of Void Probes

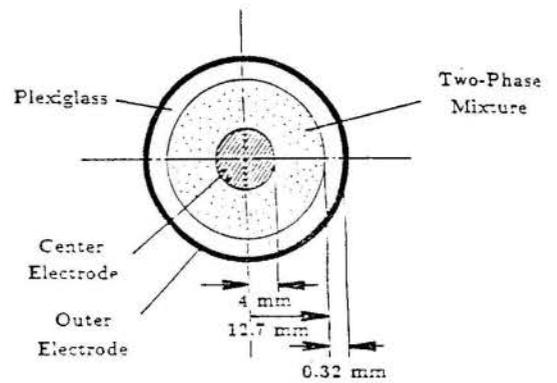


Fig. 13 - Cross-Sectional View of Wave Guide

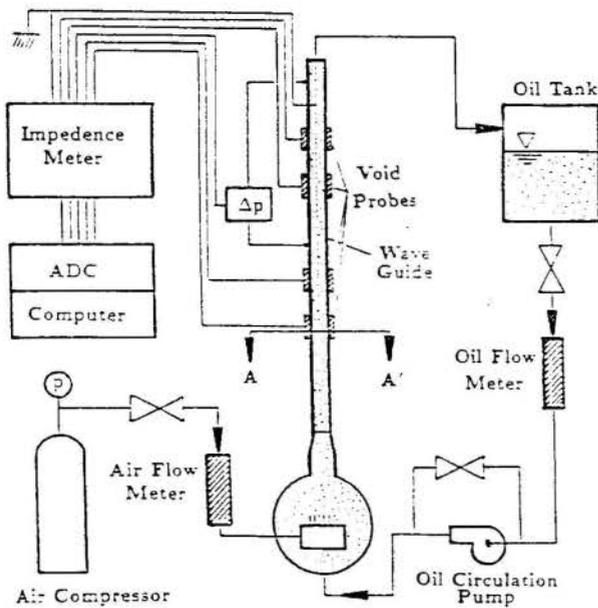


Fig. 11 - Schematic of Experimental Setup

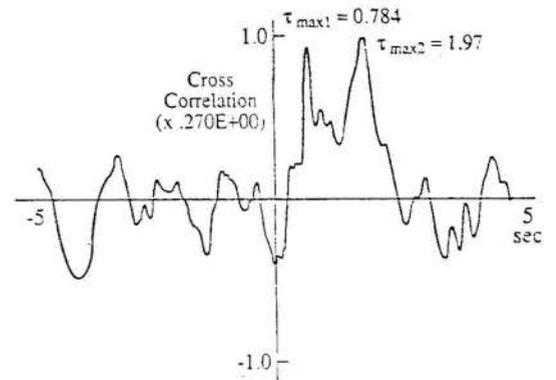


Fig. 14 - Cross-Correlation ($j_e = 5.71 \text{ cm/s}$; $\alpha = 14.8\%$)

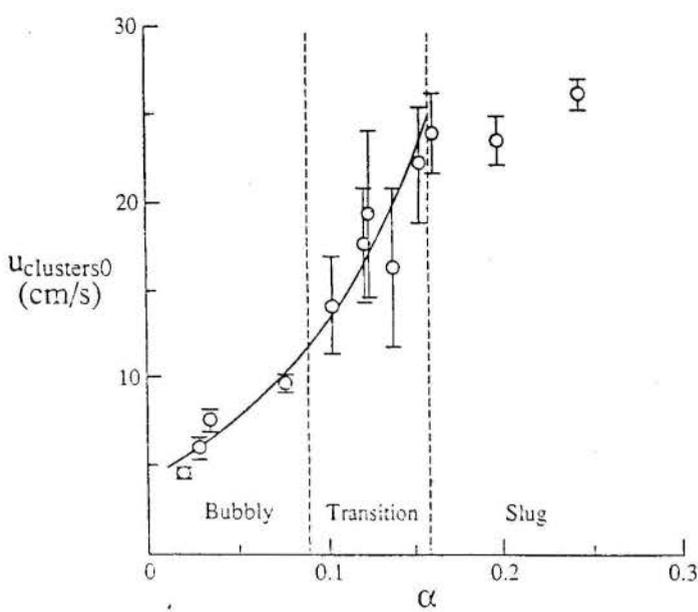


Fig. 15 - Speed of Bubble Clusters

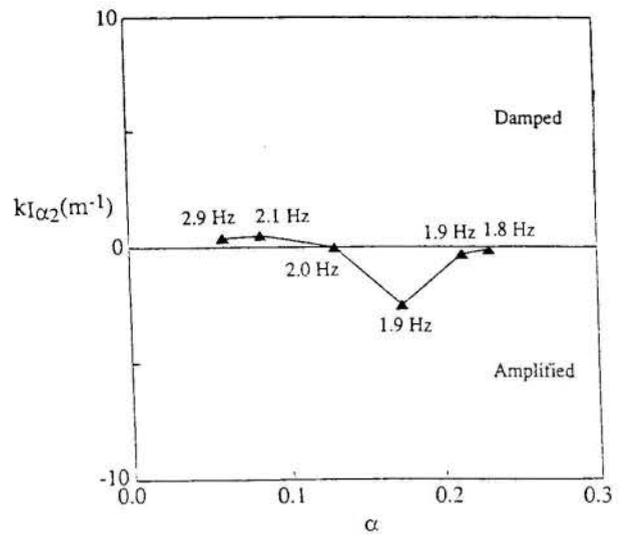


Fig. 18 - Damping of Void Wave Signals in Air/Oil, $j_e = 5.71 \text{ cm/s}$ [Park, 1992]

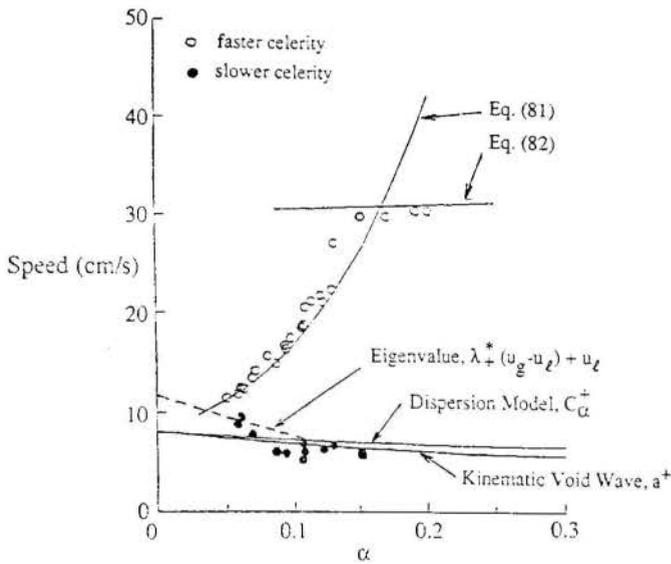


Fig. 16 - Void Wave Speed Data vs. Models in Air/Oil Flows, $j_e = 3.62 \text{ cm/s}$ [Park, 1992]

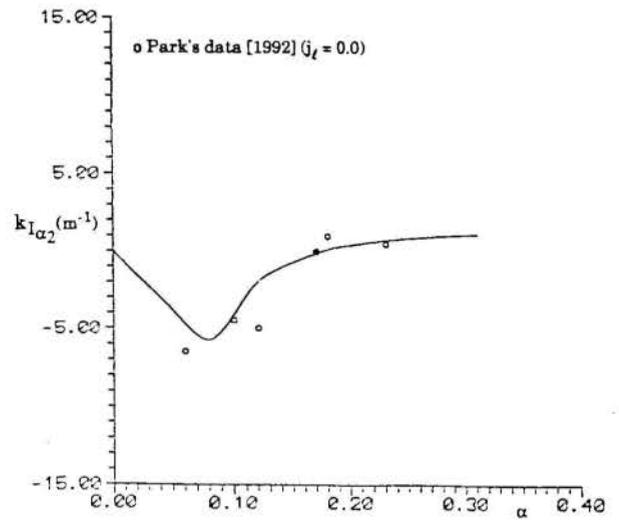


Fig. 19 - Prediction of Damping for Air/Oil C_{α_2} Wave ($j_e = 0.0$)

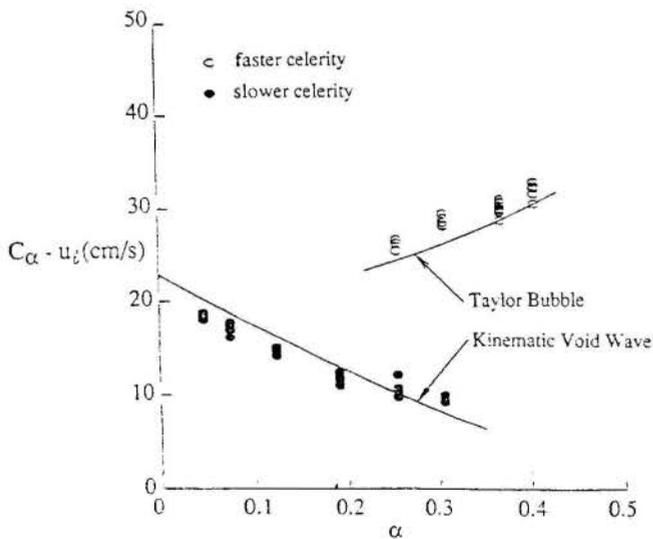


Fig. 17 - Void Wave Celerities in Air/Water Data [Bouré, 1988]

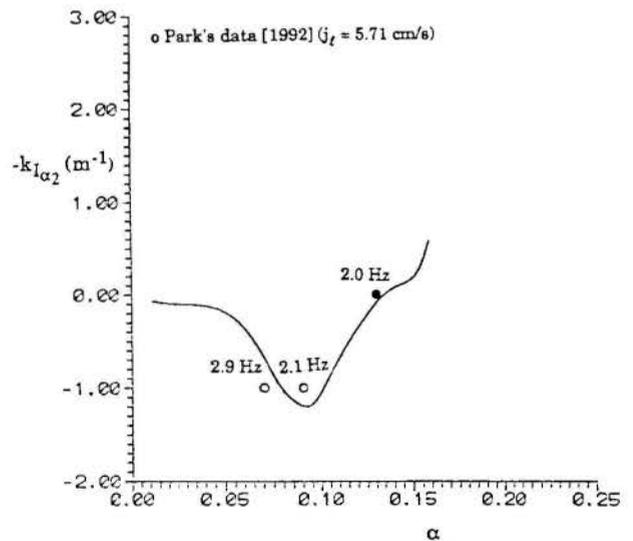


Fig. 20 - Prediction of Damping for the Air/Oil C_{α_2} Wave ($j_e = 5.71 \text{ cm/s}$)

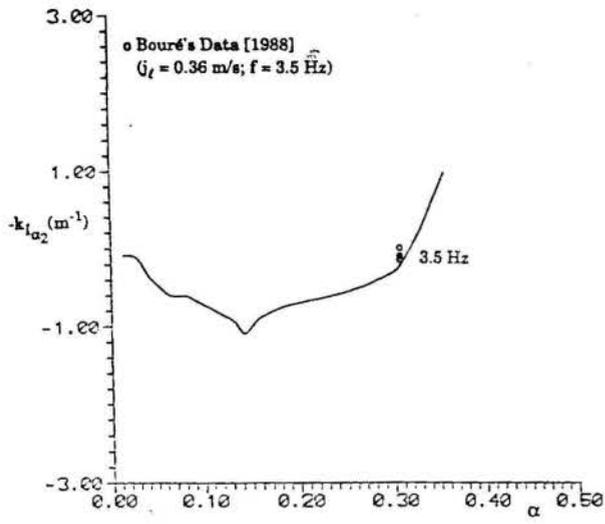


Fig. 21 - Prediction of Damping for the Air/Water C_{α_2} Wave ($j\ell = 0.36 \text{ m/s}; f = 3.5 \text{ Hz}$)

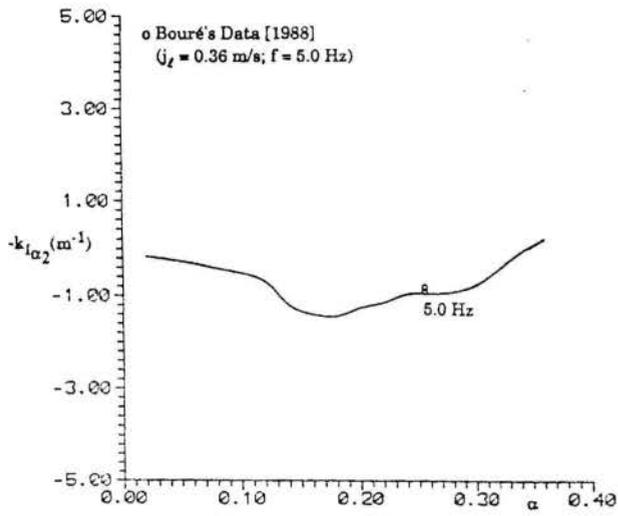


Fig. 22 - Prediction of Damping for the Air/Water C_{α_2} Wave ($j\ell = 0.36 \text{ m/s}; f = 5.0 \text{ Hz}$)

COMBUSTION IN POROUS MEDIA

Massoud Kaviany
 Mahmood Fatehi

Department of Mechanical Engineering and Applied Mechanics
 The University of Michigan, Ann Arbor, MI 48109, U.S.A.

ABSTRACT

Detailed description of transport and reaction in inert and combustible porous media requires examinations of: the ratio of the reaction zone thickness to the pore (or particle) size, the extent of thermal nonequilibrium between the solid and gaseous phases, the gaseous and solid phase chemical kinetics, and the extent of solid-gas and solid-liquid phase changes. Here we first examine the fundamentals of transport phenomena in porous media and then review some of the pending questions in combustion in inert and combustible porous media. The need for the pore-level examination, for accurate predictions, is addressed.

NOMENCLATURE

A	reactant A, or pre-exponential factor (min^{-1}), or area (m^2)
AB	product
B	reactant B
B	Bond number ($= g\rho_\ell d^2/\sigma$)
c	specific heat (J/kg-K)
C	average interparticle spacing
C_A	mass fraction of species A
d	diameter (m)
d_c	contact diameter (m)
D	mass diffusivity (m^2/s)
\mathbf{D}^d	dispersion tensor
E	activation energy for reaction (J/kg)
g	gravity constant (m/s^2)
h	interfacial coefficient
h_D	diffusion controlled reaction ($\text{kg/m}^3\text{s}$)
Δi_c	heat of formation (J/kg)
k	thermal conductivity ($\text{W/m}^2\text{-K}$)
K_o	reaction constant
\mathbf{K}	thermal conductivity tensor
K	kinetically controlled reaction ($\text{kg/m}^3\text{s}$)
Le	Lewis number
Pe	Peclet number
R	gas constant (J/kg-K)
Sh	Sherwood number
t	time (s)
T	temperature (K)
$T_{A,m}$	melting temperature of pure A (K)
$T_{AB,m}$	melting temperature of product AB (K)
T_{ad}	adiabatic temperature (K)
$T_{B,m}$	melting temperature of pure B (K)
u	velocity (m/s)
V	volume (m^3)
x	spatial coordinate (m)
Y	mass fraction

Greek symbols

α	thermal diffusivity (m^2/s)
δ_f	combustion front thickness (m)
ϵ	porosity
λ	wavelength
ρ	density (kg/m^3)
σ	surface tension (N/m)
Φ	equivalence ratio

Superscripts

d	dispersion
ℓ	liquid
s	solid

Subscripts

A	species A
a	ash
B	species B
D	Darcy
e	effective
f	front or fluid
g	gas
gp	gaseous products
i	initial
I	inert
ℓ	liquid
m	mass or melting point
o	reference, or oxygen
s	solid
u	upstream
us	unburned solid
x	x -coordinate

Others

$\langle \rangle$	local volume averaging symbol
-------------------	-------------------------------

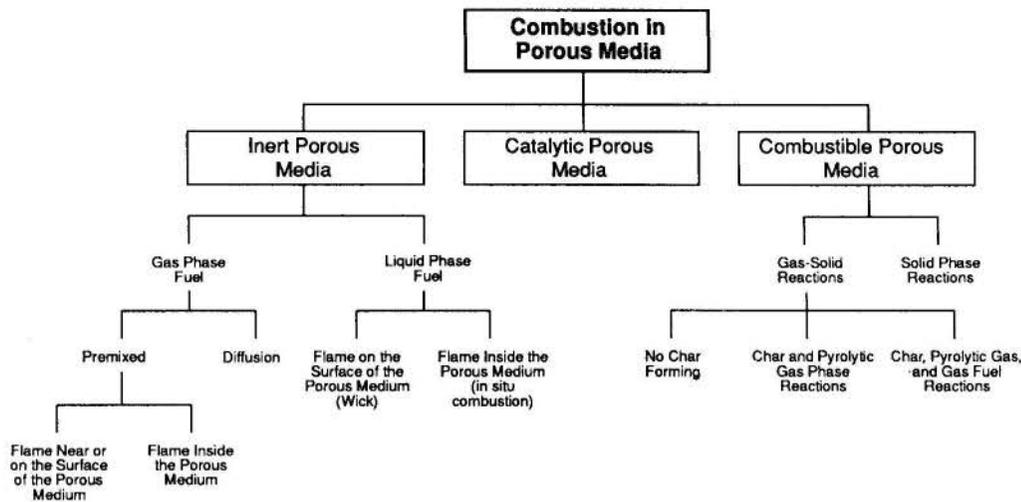


FIG. 1. A classification of combustion in porous media.

1. INTRODUCTION

When an exothermic reaction releases a sufficient amount of heat, a chemical reaction can be sustained in porous media. Because of the rather large *total* (combined molecular, dispersive, and radiative) *effective thermal conductivity* the peak reaction temperature needed for sustained reaction is *lower* in porous media (compared to plain media). The reaction can occur in the gas phase only, as in premixed gaseous combustion in the radiant porous burners, or in both the gaseous and solid phases as in smoldering combustion, incineration, and in combustion synthesis. The concentration or dominance of reaction (a heat source) in one of the phases causes a local thermal (and through the chemical kinetics, a chemical) nonequilibrium. Associated with large pores (or particles) is a large gradient in temperature (and concentration) across a pore (i.e., for large pores the reaction zone is only a few pore size thick), and therefore, conventional local volume-averaged treatments *cannot* accurately describe and predict the transport and reaction and the need arises for some modifications based on detailed pore-level examinations. Figure 1 gives a classification of combustion in porous media. The selection of subdivisions are arbitrary, but reflect the present applications involving combustion in porous media. In the following the existing treatments of conduction, dispersion, and radiation in porous media are discussed. Then, combustion in inert and combustible porous media are critically reviewed.

2. TRANSPORT PHENOMENA IN POROUS MEDIA

Figure 2 shows how the investigation into the transport phenomena and reaction, as related to combustion in porous media, is presently approached. The experimental treatments have been mostly around collection of the chemical kinetic data and measurement of temperature and the flame (premixed gas in inert porous media) or front (combustible porous media) speed. The local volume-averaged theoretical treatments is the most common analysis technique used. Figure 3 shows the various features of conduction, convection, and radiation addressed in the local volume-averaged treatments. This technique is generally based on the assumptions of the presence of *local thermal*

equilibrium between the phases and a lack of large volume-averaged gradients in temperature and concentration across the representative elementary volume. Because the heat source is generally dominantly located either in the solid or the fluid phase, the assumption of local thermal equilibrium is not generally valid. Also since the reaction zone can in some cases be only a few pore-size thick (as in the premixed gaseous combustion in high porosity media) the latter assumption is not always valid.

In the pore-level analysis (which is currently being developed) attempts are made to include all the relevant physical phenomena influencing the transport (including phase change) and reaction. This is done by using rather simple unit cells, but in order to account for the entire reaction zone, many such unit cells must be included in the analysis. Figure 2 shows that in this most detailed analysis the pore-level heat transfer (including phase change), mass transfer (including reaction), and fluid flow (including two-phase flow and compressibility) are included. Since the use of this method is not practical for general predictive applications, the main objective in using its method is to examine and evaluate the constitutive and coupling coefficients used in the local volume-averaged treatments.

Figure 4 shows the various features of conduction, convection, and radiation in porous media. For single-phase flow and heat transfer in packed beds of spherical particles, the bulk (as compared to that near bounding surfaces) *effective thermal conductivity tensor* \mathbf{K}_e has been reviewed (Nozad et al., 1985; Prata et al., 1989; Sahaoui and Kaviany, 1992a, Kaviany, 1991) and as is expected when k_s/k_f is much larger than unity, the effect of the consolidation is very significant. The *dispersion tensor* \mathbf{D}^d for *randomly* packed particles (Koch and Brady, 1985) and *orderly* arranged particles (Koch et al., 1989; Sahaoui and Kaviany, 1992b) has also been reviewed. The radiative properties have been addressed by Vortmeyer (1978) and Singh and Kaviany (1991). The latter reports that even for porosities as large as 0.9 the *radiative interaction* among particles is significant whenever the particles are semitransparent or opaque. This is further discussed below.

When *no* local *thermal* and *chemical* equilibrium exists between the phases, various transport couplings occur between the phases.

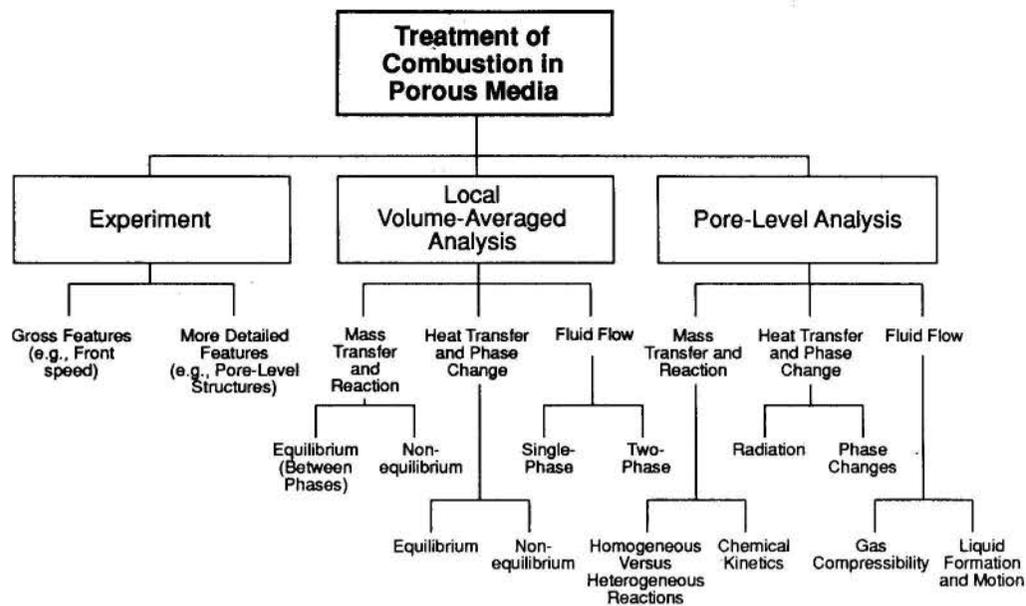


FIG. 2. Various treatments of transport in porous media as related to combustion.

Carbonell and Whitaker (1984) present a rigorous analysis of the heat transfer couplings by applying the local volume-averaging technique. Wakao and Kaguei (1982) review the earlier *simple* treatments where a *single* coupling coefficient is used.

2.1 Radiation

Radiative heat transfer in gaseous packed and fluidized beds can be significant and has attracted considerable interest in the past two decades. The theory of radiative transfer in absorbing, emitting and scattering medium is sufficiently developed and can be found in the standard references (Siegel and Howell, 1981; Ozisik, 1985). The crucial step in applying this theory to packed beds is in relating the properties of the packed bed to the properties of an individual particle. To do this, the assumption of *independent scattering* is introduced, i.e., it is assumed that the interaction of the particle with the radiation field is not influenced by the presence of neighboring particles. This condition is satisfied if the spheres behave as point scatterers, i.e., the distance between two particles is large as compared to their size. Also, there must be *no interference* between scattered fields. The first condition should lead to a limit on the porosity while the second condition would limit the minimum value of C/λ , where λ is the wavelength, C is the average interparticle spacing based on a rhombohedral packing of spherical particles [$C/d = 0.9047/(1 - \epsilon)^{1/3} - 1$], and d is the particle diameter. If both these conditions are satisfied, then the *bulk* (i.e., away from the bounding surfaces) behavior of the bed can be predicted from the equation of radiative transfer, by the theory of independent scattering.

The limits of the theory of independent scattering have been experimentally investigated by Hottel et al. (1971). They identified the limits of independent scattering as $C/\lambda > 0.4$ and $C/d > 0.4$ (i.e., $\epsilon > 0.73$). For a 5% deviation from the independent theory, they recommend $C/\lambda > 0.49$. Brewster (1982) also considered larger particles (maximum value of $\alpha_R = 74$). His results indicated that

no dependent effects occur as long as $C/\lambda > 0.3$, even for a close pack arrangement ($\epsilon = 0.3$). It was suggested by Brewster (1982) that the point scattering assumption is only an artifice necessary in the derivation of the theory and is not crucial to its application or validity. Thereafter, the C/λ criterion for the applicability of the theory of independent scattering was verified by Yamada et al. (1986) ($C/\lambda > 0.5$ for 5% deviation from the independent theory), and by Drolen and Tien (1987). However, Ishimaru and Kuga (1982) note dependent effects at much higher values of C/λ . In sum, the above experiments seem to have developed confidence in the application of the theory of independent scattering in packed beds consisting of large particles, where C/λ almost always has a value much larger than the above-mentioned limit of the theory of independent scattering. Thus the approach of obtaining the radiative properties of the packed beds from the independent properties of an individual particle has been applied to packed beds without any regard to their porosity (Brewster, 1982; Drolen and Tien, 1987). However, all the above experiments were similar in design and most of these experiments used suspensions of small, *transparent*, latex particles. Only in the experiment of Brewster was a close packing of large, semi-transparent spheres considered.

Dependent scattering involves two distinct effects. The first is the far field interference between the scattered waves, which has been studied by Cartigny et al. (1986). They indicate no observable dependent scattering effects for $\alpha_R > 10$, where the size parameter α_R is equal to $\pi d/\lambda$. The far field interference affects only the scattering characteristics of the medium and follows the C/λ criterion. The second is the effect of *multiple scattering* in a *representative elementary volume* in which the scattering and absorption characteristics of the particle are affected by the proximity of other particles. This was studied for small (Rayleigh) sized particles by Kumar and Tien (1987).

Other researchers have used the Monte Carlo method to predict

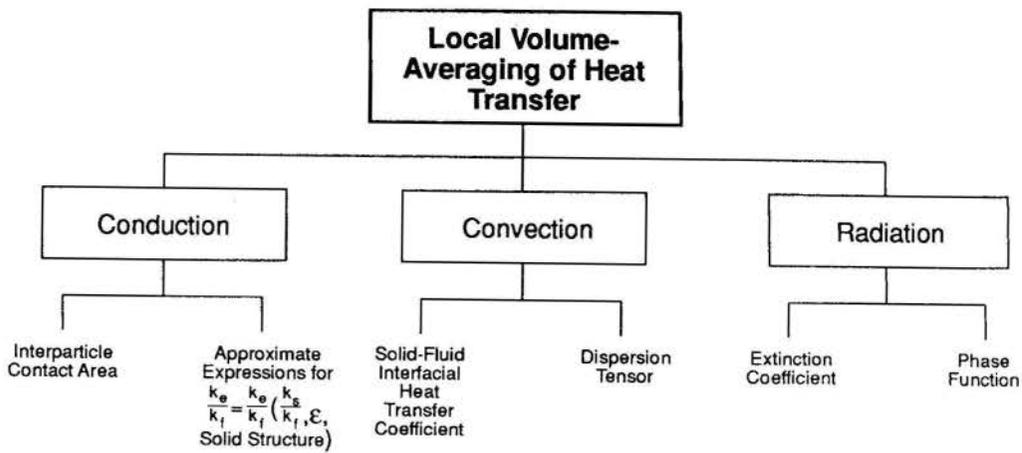


FIG. 3. Various features of conduction, convection, and radiation heat transfer addressed in the local volume-averaged treatments.

the radiative heat transfer in packed beds. Yang et al. (1983) studied radiative transfer through a bed of randomly packed, specularly scattering spheres. Kudo et al. (1987) considered diffusely scattering particles. Tien and Drolen (1987) compared the predictions from the various models with existing experimental results (Chen and Churchill, 1963) and conclude that the independent theory gives a better prediction than the Monte Carlo method. The Monte Carlo method has also been criticized because it cannot treat semi-transparent particles.

The case of absorbing and emitting particles is also reviewed by Tien and Drolen (1987) and by Vortmeyer (1978). However the theory of independent scattering fails to satisfactorily explain the experimental results for this very important case. Most notably, the independent theory cannot explain the effect of particle emissivity on the radiative heat transfer.

Singh and Kaviany (1991) consider radiative transfer in packed beds of large (geometric range) size particles by using the Monte Carlo method. The far field interference effects which follow the C/λ criterion are negligible because particles with very large d will almost always have a high value of C . The Monte Carlo technique is extended to accommodate emitting particles as well as semi-transparent particles. Also, the Monte Carlo simulations over a range of porosities are compared to the results obtained from the equation of radiative transfer and the deviation from the independent theory is shown for smaller porosities. Thus, dependent scattering and absorption are shown to exist even for infinitely large particles, which should fall into the independent range according to the C/λ criterion.

Radiation in a medium of cylindrical particles has been studied by various researchers for a medium of high porosity (Tien and Drolen, 1987; Tong et al., 1981, 1989). The existing treatment assumes that the scattering is independent and that the radiative behavior of a particle is not affected by neighboring particles. The single particle properties are calculated from the theory of Mie scattering and the radiative properties of the bed are obtained by the volume averaging on the basis of the theory of independent scattering. This approach is limited by the range of applicability of the theory of independent scattering. The independent theory fails when the ratio of interparticle distance to the particle size is small (Tien and Drolen, 1987), and

when the porosity is small (Singh and Kaviany, 1990).

Although, estimates of the limits of independent scattering are available for spheres, extrapolation to cylinders is possible if only a rough estimate is required. An array of cylinders in a typical combustion application will definitely have a lower porosity than the independent limit ($\epsilon \approx 0.95$). The first condition mentioned above however will generally be satisfied for wavelengths in the range encountered in combustion applications. One way to solve this problem is to carry out a Monte Carlo simulation. However, apart from requiring a large amount of computing time, it is also not very convenient to use in the presence of other modes of heat transfer.

It is still possible to preserve the continuum treatment if the radiative properties are scaled as a function of the porosity and the method of solution is modified to account for transmission through semi-transparent particles (Singh and Kaviany, 1992). This treatment is based on separately accounting for the two dependent scattering effects noted in Singh and Kaviany (1991), i.e., multiple scattering in a unit volume and the transportation of radiation through a particle across a substantial optical thickness. Multiple scattering which depends on the porosity alone is accounted for by scaling the optical thickness. The transmission through the semi-transparent particles is modelled by allowing for the transportation effect while describing the intensity field by the method of discrete ordinates. This is done by taking into consideration the spatial difference between the point where a ray first interacts with a sphere and the point from which it finally leaves the particle. This spatial difference corresponds to an optical thickness (for a given porosity) across which the ray is transported while undergoing scattering.

In order to summarize the above discussion on radiation heat transfer in porous media, we consider a comparison between an available experimental study (this is the most referred to experiment in the literature) and the available predictions. In the experiment of Chen and Churchill (1963), an open-ended tubular furnace behaving as a high temperature, black-body source was incident on one surface of a packed bed of spheres. The flux was modulated to a square wave by a mechanical chopper, and the intensity of the transmitted radiation was measured with a thermopile detector. The packed bed was

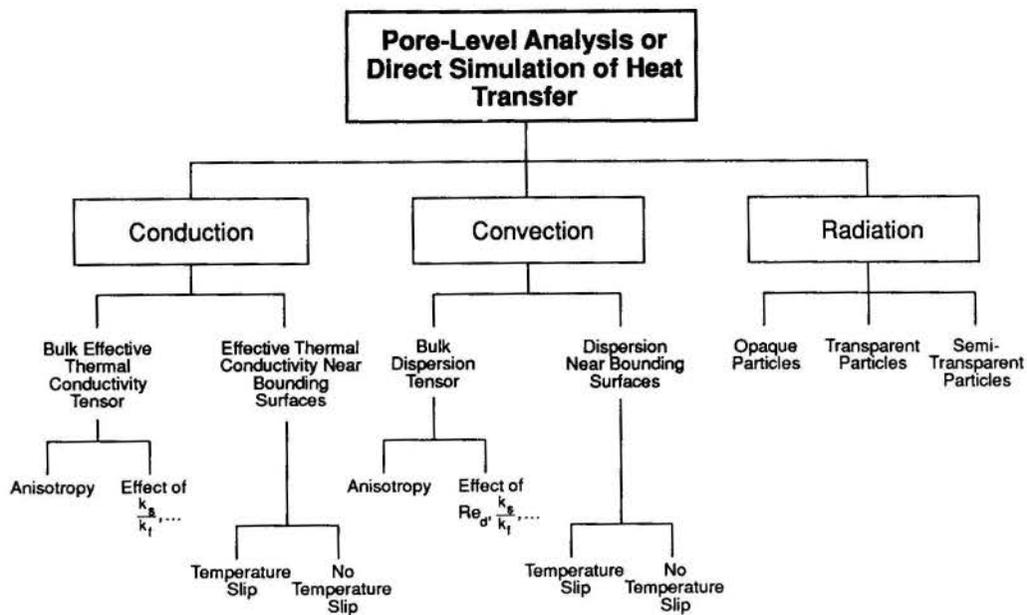


FIG. 4. Various features of conduction, convection, and radiation heat transfer addressed in the pore-level treatments.

designed to simulate a one-dimensional bed by using an aluminum tube with highly reflecting walls as the container. The transmission through the bed was measured using isothermal beds of glass, aluminum oxide, steel, and silicon carbide particles of different shapes.

Figure 5 shows the comparison between the results obtained by Singh and Kaviany (1990) using the Monte Carlo method, those from the independent theory (using the method of discrete ordinates), and that of the Chen and Churchill experiment on steel spheres ($d = 4.76$ mm, $T = 1366$ K, where T is the temperature of the blackbody source). The spheres are assumed to be specularly reflecting with an emissivity ϵ_r of 0.4 (as suggested by Chen and Churchill). It can be seen that the independent theory predicts a much higher transmittance than the experimental results of Chen and Churchill. The emissivity can also be calculated theoretically by using the Mie theory or the large size parameter asymptote. The spectrum was divided into five wavelength bands, and the wavelengths in the middle of the band were used to calculate the emissivities of a large particle. The optical properties of steel and some other materials are given in Kaviany (1991). Emissivity values ranging from 0.05 to 0.30 were obtained. This would result in a further worsening of the prediction by the independent theory. The Monte Carlo method was used with a randomly packed bed ($\epsilon = 0.58$) generated using the sphere settling program of Jodrey and Tory (1979). Figure 5 shows the Monte Carlo method for the specularly scattering particles for $\epsilon_r = 0.4$, and for a spectrally averaged transmittance. It is clear from the figure that the results from the Monte Carlo method lie in the same range as the experiment. The uncertainty in the emissivity of steel is because of its dependence on the temperature and also due to the presence of an oxide coating as pointed out by Chen and Churchill (1963). It must be stressed that the *independent theory fails* to explain the experimental results even when a very large allowance is made for the uncertainty in the emissivity. A *direct Monte Carlo simulation* or a *modified continuum method* based on the scaling of the radiative properties (Singh and Kaviany, 1992) provides the only successful method to deal with

radiation problems in large particle beds.

3. COMBUSTION IN INERT AND CATALYTIC POROUS MEDIA

Over the last decade the advantageous features of combustion in porous media, such as its burning of very lean mixtures, increased combustion efficiency (i.e., shorter combustors are needed), reduced pollutant emission, and enhancement in heat removal (e.g., radiation from the solid matrix), have resulted in significant interests in U.S. and in Japan (e.g., Kotani and Takeno, 1982; Echigo et al., 1983; Chen et al., 1987; Yoshizawa et al., 1988; Khinkis et al., 1989; Sathe et al., 1990a; Echigo, 1991; Hsu et al., 1991; Babkin et al., 1991; McIntosh and Prothero, 1991; Yoshizawa, 1991). These existing experimental and analytical treatments have revealed some of the gross features of the combustion of premixed gases in porous media. These features include the flame speed and temperature, its approximate location, and the existence of multiple and stable flame locations (Sathe et al., 1990b). The combustion in porous media is different than that in the plain media, mostly due to the influence of the solid matrix thermal conductivity and its participation (and dominance) in radiation. The inter-pore transport is drastically influenced due to the no-slip and impermeable conditions at the surface of the solid matrix. The extra longitudinal conductive and radiative heat transfer result in a lower flame temperature, a gross feature that has been widely recognized. However, the role of the inter-pore diffusion-convection (species) and diffusion-convection-radiation (energy), on the pore-level chemical reactions has not yet been examined. Also, not yet attended is the possibility of the existence of surface catalytic reactions (note that most solid matrices are made of ceramics which are composed of many trace elements and these matrices have large specific surface areas).

The multiplicity of the stable flame location and the other features of combustion in porous media is in principle similar to that found for flames in refractory tubes (e.g., Bernstein and Churchill, 1977;

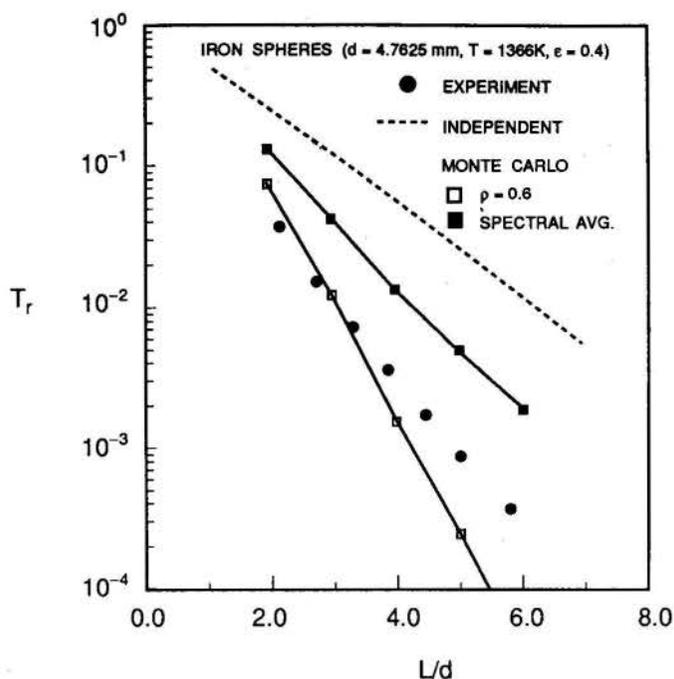


FIG. 5. Transmittance through a bed of steel spheres. Comparison between the Chen and Churchill Experiment and the theoretical predictions.

Pfefferle, 1984). Combustion in refractory tubes, where the flow is generally *turbulent*, has many features in common with the combustion in other porous media which may be made of consolidated or non-consolidated particles. Generally, in porous media made of particles the Reynolds number based on the particle size is in the *laminar* regime, but, the lateral (as well as longitudinal) thermal and mass *dispersion*, phenomena similar to the thermal and mass eddy diffusivity in the turbulent flow through tubes, exist due to the simultaneous presence of the velocity and temperature (concentration) gradients in the pore (Taylor, 1953; Koch et al., 1989). Therefore, compared to the capillary tube flow the theoretical study of combustion in porous media made of particles can be made more rigorous because the pore-level fluid flow is generally laminar and steady.

In the following we examine the existing knowledge-base in (a) the area of experiments and measurements on combustion in porous media, (b) the role in combustion and the analyses of radiation in porous media, and (c) the local volume-averaged based analyses of flame in porous media. We also point out to the lack of a comprehensive treatment in each of these areas which has resulted in inconclusive results on the effects of the solid matrix on the combustion characteristics such as the pollutant emission, the flame temperature, and the combustion efficiency.

3.1 Experiments on Combustion

Kotani and Takeno (1982) use a porous medium which is a bundle of ceramic capillary tubes (ID of 0.60 and OD of 1.0 mm) with the gas flowing through these tubes. Their methane-air flame is stabilized in these 30 mm long tubes or *upstream* or *downstream* from them, depending on the flow rates and the equivalence ratio Φ . Their stability diagram shows that the flame is stable and present downstream of the porous medium for a wider range of flow rates (i.e., range of flame

speeds) and equivalence ratios. In the experiment of Echigo et al. (1983) an equivalence ratio of 0.1 is used to burn natural gas inside a solid matrix made of sintered, metallic spherical particles. This equivalence ratio is much below the flammability limit for the natural gas and air (Glassman, 1987) in *plain media*. In addition to the burning of the lean gaseous fuel and having a rather short porous combustor, they exploited the radiative heat transfer from the solid matrix to a cooled coil placed downstream from it. In this and the other work from the same group, the emphasis has been on the burning of lean fuels and the radiation heat transfer from the matrix to a downstream, cooled surface.

In contrast to the Japanese research, the U.S. research has emphasized the low pollutant emission aspect of the combustion in porous media (O'Sullivan and Khinkis, 1990). The measurements of Khinkis et al. (1989) show that for some equivalence ratios the CO production is *reduced* for flames in porous media, but the measured NO_x has a large scatter and because of the uncertainty in the measurements, no conclusions can be made about the *reduction* of NO_x production in porous media. Recent results obtained under the sponsorship of the Gas Research Institute show a definite NO_x reduction (private communication, 1990). In the measurements of Sathe et al. (1989), the temperature distribution in the solid phase of a 12.6 cm diameter, 5 cm long cylindrical porous medium (the matrix has cellular structure and is made of 97% alumina-silicate with a porosity ϵ of 0.85) is measured. In order to prevent any permanent damage to the ceramic solid matrix, the equivalence ratio Φ is kept below 0.6. The range of Φ used is between 0.5 and 0.6. It is not clear if $\Phi < 0.5$ was flammable in their solid matrix, or that it just was not considered. From the measured temperature distribution, the flame (methane-air) location is determined, but they do not find a multiplicity of the flame location. Their predictions of the temperature field (using ad-hoc, local volume-averaged conservation equations) is not in good agreement with the measurements. This is partly due to the scatter in the measurement and partly due to the inadequacy of the local volume-averaged equations. As with the work of Echigo et al., they also measure the radiant heat transfer rate from the solid matrix to a cooled collector. No CO or NO_x measurement has been reported. The solid matrix used has about 4 pores per 1 cm and with $\epsilon = 0.85$, the average linear pore size is approximately 2 mm. The flame thickness for hydrocarbon-air systems is less than a millimeter (Egolfopoulos and Law, 1990). We expect a thickening of the flame with an increase in the axial conduction and radiation heat transfer. We note that this increase is not yet quantified, but it is not expected to be very large. Therefore, the volume-averaged equations are not expected to be applicable. Also the measurements of the solid-phase (as well as the gas-phase) temperature in the vicinity of the flame requires special spatial resolution. For this reason, the use of a more regular solid matrix structure, such as a bed of spherical or cylindrical particles, is more appropriate if comparison with the predictions is needed. This is especially crucial when examining the lack or the presence of the local thermal equilibrium between the solid and fluid phases.

In the experiments of Khinkis et al., and that of O'Sullivan and Khinkis, ceramic, spherical particles (non-consolidated) are used with the bed of these particles *either* cooled by the passage of water carry-

ing tubes, or not cooled. For the case of not internally cooled bed, the flame (natural gas-air) location is very sensitive to the flow rate (i.e., the flame speed is very sensitive to the flame location) and, therefore, a steady flame is found to be difficult to maintain. This results in the undesirable flash-back. Their design does not allow for a significant heat loss from the flame when the flame moves upstream. This heat loss is required for the stabilization of the flame. Also, the use of a smaller particle size and a lower porosity upstream of the desired flame location can lead to an increase in the axial conduction heat transfer. Also, if the particles are small enough, the flame may extinguish. The effect of the particle size on the flame extinction has not yet been studied.

3.2 Analyses of Flame Speed and Structure

The one-dimensional analysis of the flame structure in porous media, including the effect of radiation, has been performed by Chen et al. (1987), Yoshizawa et al. (1988), Sathe et al. (1990), Hsu et al. (1991), McIntosh and Prothero (1991), and Echigo (1991). These analyses are based on a single-medium (Chen et al.), or a two-medium (Yoshizawa et al., Sathe et al.) treatment of the energy conservation. The latter assumes no local thermal equilibrium between the phases and requires the specification of the interstitial area and heat transfer coefficient. The species conservation equations used are some ad-hoc, local volume-averaged equations based on the complete *mixing* of species within the pores. The thermal and mass *dispersions* are not included in these volume-averaged equations. This generally leads to large errors, especially when the particle-based *Peclet number* is larger than unity (Wakao and Kagueli, 1982). The radiation treatment is through a continuum model with the radiation properties either treated parametrically (Chen et al., Yoshizawa et al.) or determined from the independent scattering theory (Sathe et al.). The existing analyses of the flame structure give the temperature distribution within the porous medium (including the flame location and thickness) and depending on the chemical reactions included in the prescribed reaction equations, they obtain the concentration of the products included in the prescription. No NO_x production has yet been modeled. They show that the flame thickness decreases with the decrease in the equivalence ratio (as expected from the flames in plain media), but the expected increase in the flame thickness (additional conduction and radiation heat losses) with the decrease in the porosity (porosity of unity corresponds to the plain media) has not yet been quantified. However, we expect that for high porosity media (Chen et al., Sathe et al.) the flame thickness is about the same or smaller than the linear pore size. Under this condition the local volume-averaging which is based on the existence of a representative elementary volume over which the variations of temperature and concentration are small compared to those occurring over the the linear dimension of the porous medium, will not hold (Carbonell and Whitaker, 1984). Therefore, the available results can only be considered as tentative. For the prediction of the production of the pollutants, which are generally small in concentration, these existing models are not expected to result in accurate predictions.

Examination of the conservation equations presently being used shows that some of the anticipated significant physical phenomena are not included in these equations. In the following we briefly discuss

these phenomena.

3.2.1 MOMENTUM EQUATION

Although not important for high porosity media, the Darcy resistance in randomly packed bed of spheres (porosity near 0.4) can be significant. In addition, due to the significant rise in the temperature of the gas, the bouyancy effect becomes very significant. The existing analyses *do not include* a momentum equation, and therefore, fail to allow for the variation in the pressure which depending on the orientation of the flow with respect to gravity, the porosity, and the particle size, can be very significant (some of the porous media considered for commercial heating applications fall in this category). Since the gas expands very rapidly over length scales of the order of the pore size, then in using a local volume-averaged momentum equation a special treatment is required.

3.2.2 ENERGY EQUATION

Present models (single- and two-medium treatments) treat the radiation heat transfer using continuum treatments which are based on the volume-averaging of the *independent* scattering. They also implicitly assume that each particle is isothermal (because the representative elementary volume must contain many particles). Since the flame thickness is of the order of the particle size, the temperature variation across the particles in and around the flame becomes rather large and these existing continuum treatments are not expected to be valid. The thermal dispersion (which is treated as an added diffusion) which is presently neglected, plays a significant role on the temperature distribution. The predicted temperature distribution of Sathe et al. (1989) contains a large gradient downstream of the flame, while the experimental results do not show such a trend. This can be due to the neglected thermal dispersion. The existing treatments of the interstitial heat transfer coefficient are not consistent with the rigorous two-medium treatments and must be re-examined (Carbonell and Whitaker, 1984).

3.2.3 SPECIES EQUATION

The present treatments neglect the species dispersion. For the case of the mass Peclet numbers larger than unity, this can not be justified. The *particle-based* mass Peclet number is defined as $Pe_m = u_D d / D_m$, where u_D is the *Darcean* velocity, d is the average particle size, and D_m is the molecular mass diffusivity. We note that Pe_m is larger than unity for most applications. One of the most questionable assumptions in the existing treatments is that of the *well-mixed pore*. In this assumption the production rate of species i is given in terms of the local densities and the local temperature. These densities are the volume-averaged densities and the assumption is that within a pore the species are well mixed and are available for reaction (i.e., no diffusion control in the pores). The same assumption is made about the temperature. Considering that the flame thickness is of the order of the pore size, significant variations in the concentration and temperature (as well as velocity) across a pore are expected. Therefore, the presence of the solid phase is expected to influence the concentration distributions, and therefore, the reaction rates can be smaller than those predicted using the well-mixed cell models. However, the well-

mixed temperature assumption tends to underestimate the reaction rates. The net effect of the variation in densities and temperature determines the actual pore averaged reaction rates. The flame speed as well as the pollutant formation are expected to be dependent on this pore-level diffusion-convection-reaction.

For impermeable particles both homogeneous reactions (Williams, 1988), and heterogeneous reactions (Ryan et al., 1980; Pfefferle and Pfefferle, 1987; and Griffin and Pfefferle, 1990) can occur. Modeling of the heterogeneous reactions is addressed by Marteney and Kesten (1981), Harrison and Ernst (1978), Bruno et al. (1983), and Fakheri and Buckius (1983). We expect that due to the no-slip boundary condition at the particle surface, the species concentration at the pore-level will be greatly different than the well-mixed assumption of the present ad-hoc treatments.

In summary, although significant progress has been made in the continuum treatments, e.g., the inclusion of the radiation effect and the examination of the presence or the lack of the local thermal equilibrium, the analysis of the flame structure requires a critical, pore-level examination.

4. COMBUSTIBLE POROUS MEDIA: GAS-SOLID REACTIONS

The need to predict the propagation speed of the burning front in combustible porous media has resulted in many experimental and modelling efforts. The problem is a subset of the solid phase combustion and has the following peculiarities.

- The amount of oxygen initially present or released during reaction is negligible (oxygen limited).
- Oxygen is sufficient or in excess of the amount needed for complete consumption of the solid (fuel limited).
- The oxygen arrives at the propagation front (and products move away) by travelling through the matrix (burned or unburned region). The burned matrix has a structure (including porosity) that can be substantially different than the original unburned matrix.
- The oxygen supply to the front may be by diffusion, buoyancy motion, *forced external surface* blowing (*cocurrent* or *countercurrent* to the direction of the fuel supply to the front, Ohlemiller and Lucca, 1983), or *forced internal flow* (*cocurrent* or *countercurrent*).
- The exothermic reactions can be due to oxidation of the volatilized species (gas phase reactions), direct surface oxidization, and/or oxidization of *char residue* produced by prior pyrolysis (Ohlemiller, 1985a).

The last item which concerns the reaction *mechanisms*, is not yet fully investigated, and depending on the temperature of the burning front, one or more of them can occur. We review some of the experimental and modelling efforts in the area of burning of permeable matrices. Our goal is to examine the fluid flow and heat and mass transfer at the pore-level where at least in the high-porosity matrices

most of the reactions are confined to a region of the order of magnitude of the pore size (i.e., the thickness of the reaction region is of the order of the particle size).

4.1 Experiments on Smoldering Combustion Propagation

Smoldering (flameless) combustion of permeable matrices (Palmer, 1957; Moussa et al., 1977; Summerfield et al., 1978) occurs in burning of thermal insulation materials (for example, wood-based fibers such as recycled papers); polyurethane foam, cotton, coals, dust, wood dust, etc. (Dosanjh et al., 1987). An example of an oxygen supply through buoyant flow (natural convection) is the burning of cellulosic loss fill insulation (Ohlemiller, 1981 and 1990a). Asymptotic propagation speeds of about 0.3 cm/min (unretarded), which are oxygen-supply controlled, are found. Forced *external* smolder propagation and transition to flaming in a bed of the same cellulosic insulation material has been studied experimentally by Ohlemiller (1985b, 1990b) and Rogers and Ohlemiller (1980b). The *cocurrent* (also called *reverse*) smolder responds weakly to the increased air velocity u_a . The *countercurrent* (forward) smolder responds strongly and *transition to flaming* occurs (at $u_a \approx 2$ m/s). Forced *internal* cocurrent smoldering of polyurethane foams has been examined experimentally by Rogers and Ohlemiller (1980).

All of the above experiments focus on the oxygen supply to the front, where this supply is assisted by the fluid motion due to buoyancy (where in principle the environment can be normal, micro, and zero gravity), or by the imposition of a surface or internal total gas pressure gradient. The *compaction* of the fuel bed (reduction in porosity ϵ) due to combustion is generally significant in all of these experiments. We view the matrix as being made of *consolidated* or *nonconsolidated* particles. In most smoldering experiments, the *particle size* d is in the range of 50 to 2000 μm and by using a solely buoyancy-aided smoldering with a front velocity of the order of 100 $\mu\text{m}/\text{min}$, we arrive at one particle being consumed in roughly 3 to 120 s. An accurate prediction of the rate of the complete combustion of a particle requires further specification of the particle shape and arrangement (microscopic description), bed porosity (a macroscopic description), particle thermophysico-optical properties (including the complex index of refraction), Darcian flow direction (macro), and pore-level flow structure. In oxygen-supply controlled propagation, the front speed would be substantially different in surface-reaction-dominated combustion as compared to the gas-phase-reaction-dominated combustion. This is because of the extra resistance to the flow of oxygen to the particle surface. Also, depending on the thermophysico-optical properties of the solid phase, the heat transfer can in part be controlling the propagation rate.

4.2 Analysis of Smoldering Combustion

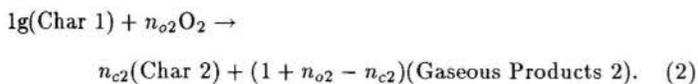
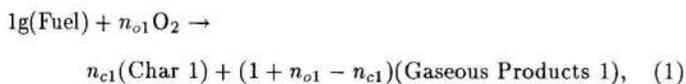
The existing treatments of the propagation of a burning front in combustible permeable matrices are based on the application of the *local volume-averaged* conservation equations and the constitutive relations. In some treatments local *thermal* and *chemical equilibrium* are assumed between the solid and the gas phase (e.g., Dosanjh et al., 1987), while other treatments assume local thermal and chemical

nonequilibrium (e.g., Ohlemiller, 1985a). No rigorous examination of the validity of the assumptions of the local thermal and chemical equilibrium are presently available for the problem considered. However, we expect the presence of large temperature and concentration variations around the front, i.e., we expect the reaction region to be of the order of the particle (or pore) size (Ohlemiller et al., 1979). Therefore, lack of local thermal and chemical equilibrium is expected. In addition, since most of the variations occur over several particle lengths (e.g., diameters), we also expect that the local volume-averaging [which is based on the presence of smooth variation of the fields over the type of lengths of $O(d)$] will not be applicable. The burning rate for forced internal flow oxidation of fuels has been analyzed by Robinovich and Gurevich (1986). In their analysis, allowance is made for lateral heat losses occurring in a real system, which are responsible for lower front speeds.

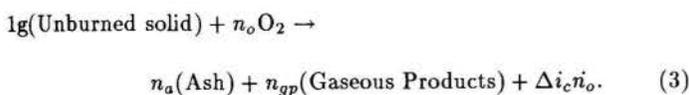
We will concentrate on aspects of *transport* and *reaction* in the type of porous media that do not undergo significant change in the porosity when the matrix is burned. This is done for the sake of being able to examine in greater detail the thermal and mass transfer control of the burning front speed.

4.2.1 CHEMICAL KINETICS

As was mentioned, the actual chemical kinetics of the solid phase burning of even the simplest solid fuels is rather complicated and is strongly temperature dependent (Materney and Kesten, 1981). Ohlemiller (1985a) gives a thorough review of the gaseous, surface, and bulk solid reactions. The solid *endothermic* reaction leads to the the pyrolytic formation of a char, and the *endothermic* sublimation leads to the release of volatiles in the gaseous phase. Therefore, in addition to the direct attack of the oxygen on the solid surface, depending on the temperature, both the gas-phase and the char oxidation must be addressed. A *simplified* kinetic model that is applicable at the low temperatures is suggested by Ohlemiller et al. (1979) for *polyurethane* foams and allows for the char formation and char oxidation. They give

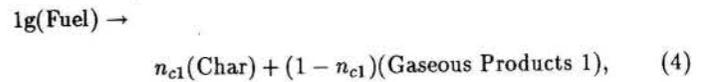


where n_s is the stoichiometric coefficients (grams/gram). Dosanjh et al. (1987) allow for an endothermic pyrolytic char formation followed by a char oxidation. They suggest that since the pyrolysis is much faster than the char oxidation, a simple one-step reaction of the form given below be used to model the reaction.

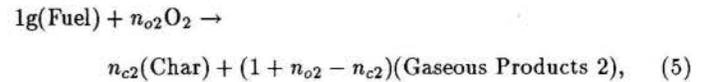


For *cellulosic* material, the thermal degradation is modelled by the three global reactions (Rogers and Ohlemiller, 1980) given below.

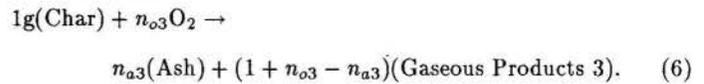
Endothermic Pyrolysis :



Exothermic Thermal Oxidation :



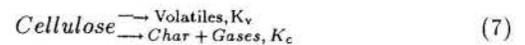
Exothermic Char Oxidation :



Note that the models of Ohlemiller et al. (1979) for chemical kinetics, and its modifications, are phenomenological mixture (gas-solid phase averaged) models, and therefore, do not *directly* address the solid surface reactions.

Kashiwagi and Nambu (1992) determined the first order global kinetic constants for the three-step reaction mechanism for cellulosic paper, eqs.(4-6), using thermogravimetry technique. The parameters obtained in their study are listed in Table 1. Rogers and Ohlemiller (1980) also report the kinetic constants of $163(\frac{KJ}{mol})$ for the activation energy and $4 \times 10^{10}(min^{-1})$ for the pre-exponential factor. Despite the close agreement between the activation energies, the discrepancy between the pre-exponential factors is attributed to the difference between the order of reaction reported by the two sources.

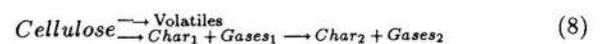
The kinetic data reported by Roberts (1970) indicates two activation energies of 235 and 126 ($\frac{kJ}{mol}$) for the pyrolysis of wood. He suggests that pyrolysis may take place by either of these kinetics or by a combination of them. Shafizadeh (1984) presents two alternative pathways for decomposition of cellulosic materials as



The kinetic rates for cellulose pyrolysis as reported by Shafizadeh are

$$\begin{aligned} K_v &= 1.9 \times 10^{16} e^{\frac{-198}{RT}}, \\ K_c &= 7.9 \times 10^{11} e^{\frac{-151}{RT}} (min^{-1}). \end{aligned}$$

Shafizadeh (1984) also reports the yields, elemental composition, and empirical formulas of chars obtained by isothermal heating of cellulose, wood, and lignin samples for 5 min within the temperature range of 300–500°C. His results are shown in Table 2. It appears that the chemical composition of the remaining char ($C_6H_{4.5}O_{1.4}$) does not change with the type of the starting material. Since the primary elements that compose wood are cellulose and lignin (Parker, 1988), the illustration presented by Shafizadeh can be extended to include the third reaction (Char oxidation with the kinetics data of Kashiwagi and Nambu) to give



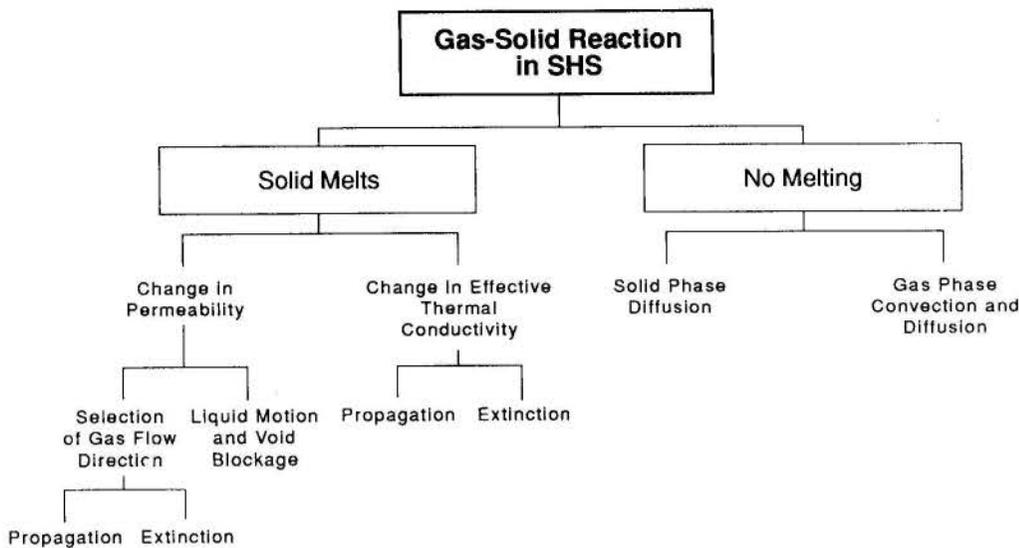


FIG. 6. Some of features of gas-solid reaction in combustion synthesis.

Table 1. Global Kinetic Constants (from Kashiwagi and Nambu, 1992).

	Pyrolysis Reaction	Oxidative Degradation Reaction	Char Oxidation Reaction
$E(kJ/mol)$	220	160	160
$A(min^{-1})$	1.2×10^{19}	1.5×10^{14}	3.4×10^{11}

Table 2. Starting Material and Elemental Composition of Its Char (from Shafizadeh, 1984).

Material	Temperature (°C)	Char Yield (wt%)	Composition			Empirical Formula
			C	H	O	
Cellulose	no treatment	-	42.8	6.5	50.7	$C_6H_{11}O_{5.3}$
	325	63.3	47.9	6.0	46.1	$C_5H_9O_{4.3}$
	350	33.1	61.3	4.8	33.9	$C_6H_{5.6}O_{2.5}$
	400	16.7	73.5	4.6	21.9	$C_6H_{4.5}O_{1.3}$
	450	10.5	78.8	4.3	16.9	$C_6H_{3.9}O_{1.0}$
Wood	no treatment	-	46.4	6.4	47.2	$C_6H_{9.9}O_{4.6}$
	400	24.9	73.2	4.6	22.2	$C_6H_{4.5}O_{1.4}$
Lignin	no treatment	-	64.4	5.6	24.8	$C_6H_{6.5}O_{2.0}$
	400	73.3	72.7	5.0	22.3	$C_6H_{5.0}O_{1.3}$

Figure 6 shows some of the features of gas-solid reactions as related to combustion synthesis.

4.2.2 TRANSPORT PHENOMENA

The conservation of mass (overall and species), momentum, and energy are presently treated using the local volume-averaged equations along with local *equilibrium* or a *nonequilibrium* assumption.

The transient species conservation equations for *chemical nonequilibrium* between the *solid* and *gas* phases must include a *total effective mass diffusivity tensor* $\langle \mathbf{D}_m \rangle^g = \langle \mathbf{D}_{me} \rangle^g + \langle \mathbf{D}_m^d \rangle^g$ where \mathbf{D}_{me} is the *effective mass diffusivity tensor* for the *gas* phase and \mathbf{D}_m^d is the *dispersion tensor* and when a significant mass diffusion can occur within the solid phase, an allowance has to be made for the effective mass diffusivity of the solid phase. In addition, the *mass transfer coefficient* h_m^{sg} for the solid-gas interface must be specified. This coefficient

is critical in the surface reaction dominated smoldering, and its magnitude determines the extent of the mass transfer control of the front speed. For packed beds of spheres (Wakao and Kagueli, 1982) and for consolidated fibrous porous media (Golombok et al., 1990) the heat transfer counterpart of this coefficient is known. However, because of the presence of radiation heat transfer and also since the solid phase allows for thermal diffusion within it while generally being impermeable, the heat and mass transfer *analogy* does not hold at the particle level. Therefore, h_m^{sg} , which is a significant parameter, is not generally known (Ohlemiller, 1985a). Then, the local equilibrium treatment $h_m^{sg} \rightarrow \infty$ (e.g., Dosanjh et al., 1987) is assumed as an alternation. The functional form of h_m^{sg} is

$$h_m^{sg} = h_m^{sg}(Pe_d, Sc, \text{matrix structure},$$

reaction distribution in solid and gas phases).

In the *thermal nonequilibrium* treatment of the energy conservation where the temperature of the solid is taken to be different than that of the gas, an interfacial heat transfer coefficient h^{sf} is introduced. A recent measurement of this coefficient for fibrous metallic matrices is given by Golombok et al. (1990). The transient energy equation for the gas phase must include the *total effective thermal diffusivity tensor* $\langle \mathbf{D} \rangle^g = \langle \mathbf{D}_e \rangle^g + \langle \mathbf{D}^d \rangle^g$ and the interfacial (*s-g*) *heat transfer coefficient* h^{sg} .

The functional form of h^{sg} is

$$h^{sg} = h^{sg}(Pe_d, Pr, \text{matrix structure},$$

reaction distribution in solid and gas phases, k_s/k_g).

Presently there is no rigorous treatment of h^{sg} for solid and gas phase reactions. Note that h^{sg} depends on both the flow field (which in turn depends on the temperature field) and the temperature field (which in turn depends on the reaction distribution within phases). The radiation heat transfer is generally given as the local volume-averaged radiant heat flux \mathbf{q}_r and this local value is based on a significant penetration of the radiation within the bed. For nearly opaque particles, the radiation attenuates in a rather short distance (order of the par-

particle size), and, therefore, the *continuum treatment* is not expected to be valid.

The transient momentum equation for the gas phase flow must allow for the inertial, viscous (Darcean), and gravity forces as well as the high velocity effect (Ergunian), and the imposed pressure gradient. Since the gas undergoes significant expansion, the direction of gravity vector with respect to the flow direction becomes important (assisting or opposing the flow). At the pore level, the significant expansion occurring over a distance of the order of the pore size combined with the reaction distributions result in a significant alteration of the velocity field (as compared to the pore-level flow upstream and downstream of the front).

4.2.3 CONSERVATION AND CONSTITUTIVE EQUATIONS (REVERSE COMBUSTION)

Currently, we have undertaken direct numerical simulation of combustion in inert porous media. The results of such simulations (which shall also include combustible porous media) will be used in modifying the existing volume-averaged equations to account for their limitations. However, until the conclusive results of these numerical simulations at the pore level become available, we will continue to explore the volume averaging approach to find a description for the global characteristics of the combustion process.

In reverse combustion with the burning front propagating parallel to the gas flow, if the thickness of the reaction zone is small compared to the curvature of the wave, combustion can be modelled as a one-dimensional process. The volume-averaged energy equation *(with the assumption of local thermal equilibrium between the gas and the solid phase) is written as

$$[\epsilon\rho_g c_{pg} + (1-\epsilon)\rho_s c_s] \frac{\partial T}{\partial t} + (\epsilon\rho_g c_{pg} u_g) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(k_r + k_t) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \Delta i_c \dot{n}_o \quad (9)$$

By defining a new coordinate system that is fixed at the combustion front and travels at a steady rate, u_f , with the combustion wave,

$$x_1 = x + u_f t \quad (10)$$

eq.(9) can be transformed to

$$\frac{d}{dx_1} \{ (1-\epsilon)\rho_s c_s u_f T + \epsilon\rho_g c_{pg} (u_g + u_f) T \} = \frac{d}{dx_1} \{ (k_r + k_t) \frac{dT}{dx_1} \} + \Delta i_c \dot{n}_o \quad (11)$$

In the new coordinate system, the volume-averaged conservation equations for the gas and the solid phase, as well as O_2 and the unburned solid are given by

$$\frac{d}{dx_1} \{ \epsilon\rho_g (u_g + u_f) \} = \dot{n}_o + \dot{n}_{gp} \quad (12)$$

$$\frac{d}{dx_1} \{ (1-\epsilon)\rho_s u_f \} = \dot{n}_{us} + \dot{n}_a \quad (13)$$

$$\frac{d}{dx_1} \{ \epsilon\rho_g Y_o (u_g + u_f) \} = \frac{d}{dx_1} \{ \epsilon\rho_g D_m \frac{dY_o}{dx_1} \} + \dot{n}_o \quad (14)$$

$$\frac{d}{dx_1} \{ (1-\epsilon)\rho_s Y_{us} u_f \} = \dot{n}_{us} \quad (15)$$

*For simplicity the averaging symbols $\langle \rangle$ are omitted in this section.

The reaction rate for the consumption of oxygen species is modelled as a one-step, first-order Arrhenius kinetics

$$\dot{n}_o = -A n_o \rho_o^a \rho_s^b T^c e^{-\frac{E}{RT}} \quad (16)$$

Based on the one-step global reaction of eq.(3), the other reaction rates can be written as

$$\dot{n}_{gp} = n_{gp} \dot{n}_o, \quad \dot{n}_{us} = \frac{1}{n_o} \dot{n}_o, \quad \dot{n}_a = \frac{(1 - (n_{gp} - 1)n_o)}{n_o} \dot{n}_o \quad (17)$$

Assuming that the reaction takes place at the solid surface, define Y_{us} as

$$Y_{us} = \frac{\rho_{us}}{\rho_{si}} \quad (18)$$

such that eq (16) can be represented as

$$\dot{n}_o = -A n_o (\rho_g Y_{os})^a (\rho_{si} Y_{us})^b T^c e^{-\frac{E}{RT}} \quad (19)$$

where Y_{os} denotes the mass fraction of oxygen at the solid surface. Considering the mass nonequilibrium between the concentration of O_2 species in the gas phase (within the pores) and that at the solid surface, the reaction rate can be controlled by the rate at which oxygen can diffuse to the surface of the solid particles. The reaction rate is therefore modified to

$$\dot{n}_o = \frac{1}{\frac{1}{h_D} + \frac{1}{K}} \quad (20)$$

where

$$h_D = -h_m^{sg} \rho_g \frac{A_{sg}}{V_g} (Y_o - Y_{os}); \quad Y_o \gg Y_{os} \quad (Fast Kinetics) \quad (21)$$

and

$$K = -n_o A (\rho_g Y_o)^a (\rho_{si} Y_{us})^b T^c e^{-\frac{E}{RT}}; \quad Y_o = Y_{os} \quad (22)$$

In comparison to h_D , the kinetically controlled reaction rate expressed by eq.(22) becomes significant when temperature is low or the size of the solid particle is very small such that $Y_o = Y_{os}$. Thus, two distinct regimes of reaction can be identified,

$$h_D \gg K \implies \dot{n}_o = K \quad (Kinetically Controlled) \quad (23)$$

$$h_D \ll K \implies \dot{n}_o = h_D \quad (Diffusion Controlled) \quad (24)$$

In eq.(21), the ratio of the total surface area of the solid to the volume of the gas is given by

$$\frac{A_{sg}}{V_g} = \frac{6(1-\epsilon)}{\epsilon d} \quad (25)$$

Due to the lack of a proper interfacial mass transfer coefficient, h_m^{sg} (in analogy with the interfacial heat transfer coefficient) is taken to be, (Wakao and Kaguei, 1982)

$$h_m^{sg} = \frac{Sh D_{mg}}{d} = 2 + 1.1 Re^{0.6} Sc^{0.33} \quad (26)$$

where the Reynolds and Schmidt numbers are defined as $Re = \epsilon u_g d / \nu_g$ and $Sc = \nu_g / D_{mg}$ respectively.

The balance between the mass fraction of gaseous and solid species are expressed as

$$Y_o + Y_{gp} + Y_I = 1 \quad (27)$$

$$Y_{us} + Y_a = 1 \quad (28)$$

Assuming small pressure variations in the porous medium and across the combustion wave, the conservation equations are solved without considering the momentum equation. With the assumption of constant pressure, the gas density and temperature are related through the equation of state, $P = \rho_g RT$.

The boundary conditions required to solve eqs.(11-15) and eq.(20) are given by
cold boundary:

$$\begin{aligned} x \rightarrow -\infty \Rightarrow T = T_u, Y_o = Y_{ou}, Y_{gp} = 0, \\ Y_I = 1 - Y_{ou}, Y_{us} = 1, Y_a = 0, u_g = u_{gu} \end{aligned} \quad (29)$$

hot boundary:

$$\begin{aligned} x \rightarrow +\infty \Rightarrow \frac{dT}{dx} = 0, Y_o = 0, Y_{gp} = 1 - Y_I, \\ Y_{us} = Y_{usb}, Y_a = 1 - Y_{usb} \quad (\text{Oxygen Limited}) \quad (30) \\ x \rightarrow +\infty \Rightarrow \frac{dT}{dx} = 0, Y_o = Y_{ob}, \\ Y_{gp} = 1 - Y_I - Y_{ob}, Y_{us} = 0, Y_a = 1 \quad (\text{Fuel Limited}) \quad (31) \end{aligned}$$

The total effective mass diffusivity D_m in eq.(14) is written as (Kaviany, 1991)

$$D_m = D_{me} + D_m^d \quad (32)$$

where

$$D_{me} = \frac{2\epsilon}{3 - \epsilon} D_{mg} \quad (33)$$

and D_{mg} is the molecular mass diffusivity. D_m^d is written as

$$D_m^d = D_{mg} \left[\frac{3}{4} Pe_m + \frac{1}{6} \pi^2 (1 - \epsilon) Pe_m \ln Pe_m \right] \quad (34)$$

and the Peclet number is defined as

$$Pe_m = \frac{\epsilon u_g d}{2 D_{mg}} \quad (35)$$

The total effective thermal conductivity is written as

$$k_t = k_e + \epsilon k_t^d \quad (36)$$

where

$$k_e = k_g \left[\left(\frac{k_s}{k_g} \right)^{0.280 - 0.757 \log \epsilon - 0.057 \log \left(\frac{k_s}{k_g} \right)} \right] \quad (37)$$

and

$$k_t^d = K_g \left[\frac{3}{4} Pe_t + \frac{1}{6} \pi^2 (1 - \epsilon) Pe_t \ln Pe_t \right] \quad (38)$$

The thermal Peclet number, Pe_t is defined by

$$Pe_t = \frac{\epsilon u_g d}{2 \alpha_g} \quad (39)$$

The radiant heat conductivity is represented as

$$k_r = 4 F d \sigma T^3 \quad (40)$$

where F is the exchange factor, d is particle size, σ is the Stefan-Boltzman constant. The total effective conductivity (thermal diffusion and radiation) is then written as

$$k = k_r + k_t \quad (41)$$

4.2.4 RESULTS FOR COMBUSTION OF A PACKED BED OF WOOD PARTICLES

Considering a quasi-steady, one-dimensional model for the propagation of the burning front in a porous medium, we solve the volume-averaged conservation equations and the constitutive relations using large activation energy asymptotics. It is of interest to predict the propagation rate of the combustion wave and to determine the peak temperatures attainable in the bed, as well as the extent of conversion of the original material to the products (gas and condensed) and its dependency on the gas flow rate and initial oxygen concentration. The results compare favorably with our experimental results and numerical simulation of the process.

(A) Large Activation Energy Asymptotics (oxygen limited)

The method of large activation energy has been employed to obtain the burning temperature and the propagation velocity of the combustion front. For the sake of brevity, only the major steps in developing the asymptotic theory have been presented here. It is assumed that $\epsilon = \frac{1}{\delta} = \frac{E}{RT_b} \gg 1$, $A \rho_g = \text{const.}$, $\rho_g k_g = \text{const.}$, $k_r = 4 F d \sigma T_b^3$, and $c_{pg} = c_s = c_p = \text{const.}$ Table 3. shows the physical properties that are used in the analytical and numerical calculations.

The energy equation and the conservation of species for the gas and solid, eqs.(11) (assuming $a = b = 1$, $c = 0$ in the reaction rate) and (14-15), along with the boundary conditions, eqs.(29-30), are transformed to

$$\frac{d\tau}{d\xi} = \frac{d^2\tau}{d\xi^2} + \Gamma' (1 - \tilde{Y}) (1 - \tilde{Y}_s) e^{-\frac{E}{RT}}, \quad (42)$$

$$\frac{d\tilde{Y}}{d\xi_1} = \frac{1}{Le_g} \frac{d^2\tilde{Y}}{d\xi_1^2} + \Gamma'' (1 - \tilde{Y}) (1 - \tilde{Y}_s) e^{-\frac{E}{RT}}, \quad (43)$$

$$\frac{d\tilde{Y}_s}{d\xi_1} = \Gamma''' (1 - \tilde{Y}) (1 - \tilde{Y}_s) e^{-\frac{E}{RT}} \quad (44)$$

with the boundary conditions

$$\xi \rightarrow -\infty : \tau = \frac{dT}{d\xi} = 0 \quad (45)$$

$$\xi \rightarrow 0 : \tau = 1; \frac{d\tau}{d\xi} = 0 \quad (46)$$

Table 3. Base-Case Properties.

	Gas Properties	Process Parameters	Solid Properties
c_p	kJ/kgK	1.05	2.81
k	W/mK	26.3×10^{-3}	0.15
ρ	kg/m^3	1.16	663
D_{m_g}	m^2/s	2.1×10^{-5}	-
Δi_c	$MJ/kg Fuel$	14	
n_o	$kg O_2/kg Fuel$	1.25	
F		0.68	
d	m	6.4×10^{-3}	
E	kJ/mol	16.3	
A	s^{-1}	5.67×10^9	

$$\xi_1 \rightarrow -\infty : \tilde{Y} = 0; \frac{d\tilde{Y}}{d\xi_1} = \tilde{Y}_s = \frac{d\tilde{Y}_s}{d\xi_1} = 0 \quad (47)$$

$$\xi_1 \rightarrow 0 : \tilde{Y} = 1; \frac{d\tilde{Y}}{d\xi_1} = \frac{d\tilde{Y}_s}{d\xi_1} = 0 \quad (48)$$

where

$$\xi = \int \frac{\bar{\rho} \bar{u} c_p}{k} dx_1; \xi_1 = \int \frac{\epsilon \rho_g u_g c_p}{k_g} dx_1 \quad (49)$$

$$\tau = \frac{T - T_u}{T_b - T_u}; \tilde{Y} = 1 - \frac{Y_o}{Y_u}; \tilde{Y}_s = 1 - \frac{Y_{us}}{Y_{usu}} \quad (50)$$

$$Le_g = \frac{k_g}{\epsilon \rho_g D_m c_p} \quad (51)$$

$$\Gamma' = \frac{A_u k \rho_{si} n_o}{\epsilon u_{gu} \bar{\rho} \bar{u} c_p}$$

$$\Gamma'' = \frac{A_u n_o k_{gu} \rho_{si}}{c_p (\epsilon u_{gu})^2 \rho_{gu}}$$

$$\Gamma''' = \frac{A_u k_{gu} Y_{ou}}{\epsilon u_{gu} c_p u_f (1 - \epsilon)} \quad (52)$$

In eq.(49) the total mass flux is written as

$$\bar{\rho} \bar{u} = \rho_s (1 - \epsilon) u_f + \rho_g \epsilon u_g = const. \quad (53)$$

and the following relationship is established between the variables ξ and ξ_1

$$\xi = C_1 \xi_1; C_1 = \frac{\bar{\rho} \bar{u} k_{gu}}{\epsilon \rho_{gu} u_{gu} k} \quad (54)$$

Outer Solution (convective/diffusion zone)

In the outer region reaction is considered to be negligible, and the profiles for oxygen and solid species in the outer region have the solution

$$\tilde{Y}^- = C_Y \exp(Le \xi_1) = C_Y \exp\left(\frac{Le_g \xi}{C_1}\right) \quad (55)$$

$$\frac{d\tilde{Y}_s^-}{d\xi_1} = 0. \implies \tilde{Y}_s^- = const. \quad (56)$$

With zero mass diffusivity for the solid species,

$$\xi_1 \rightarrow 0; Y_{us} = 1 \implies \tilde{Y}_s^- = 0 \quad (57)$$

Similarly convective/diffusion outer zone yields the solution for the energy equation as

$$\tau^- = C_\tau e^{(\xi)} \quad (58)$$

C_Y and C_τ can be found from matching the inner and outer solutions.

Inner Solution (diffusion/reaction zone)

Define

$$\delta = \frac{1}{\epsilon} = \frac{RT_b}{E} \ll 1 \quad (59)$$

and a new spatial coordinate η which is scaled by δ

$$\eta = \frac{\xi}{\delta} \quad (60)$$

Expand the inner solutions in terms of δ up to the first leading order as

$$\tilde{Y}^+ = 1 - \delta \gamma(\eta) - O(\delta^2) \quad (61)$$

$$\tau^+ = 1 - \delta \theta(\eta) - O(\delta^2) \quad (62)$$

$$\tilde{Y}_s^+ = \delta \Lambda(\eta) + O(\delta^2) \quad (63)$$

It can be shown that

$$\gamma(\eta) = \frac{Le_g \Gamma''}{C_1^2 \Gamma'} \theta(\eta) \quad (64)$$

and similarly

$$\frac{d\theta(\eta)}{d\eta} = \frac{C_1 \Gamma' \delta}{\Gamma'''} (\Lambda - \Lambda_1) \quad (65)$$

where in the above equation $\Lambda(\eta = 0) = \Lambda_1$. Introducing

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\delta} = \frac{E}{RT_b} \quad (66)$$

such that the following relationships can be defined

$$\exp\left(\frac{-E}{RT}\right) = \exp\left(\frac{-T_b}{\delta T}\right) = \exp(-\epsilon_0) \exp\left(\frac{-\phi}{1 + \phi}\right) \quad (67)$$

where $\phi = \frac{T_b - T_u}{T_u}$. Also define

$$\hat{\Theta}(\eta) = \frac{\phi \theta(\eta)}{1 + \phi} \quad (68)$$

The formulation for the inner region is completed by giving

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \hat{\Theta}(\eta)}{d\eta^2} &= \frac{Le_g \delta^2 \Gamma''}{C_1^2} \left[1 - \frac{\Gamma'''}{C_1 \Gamma'}\right. \\ &\quad \left. - \frac{\Gamma'''}{C_1 \Gamma'} \left(\frac{1 + \phi}{\phi}\right) \frac{d\hat{\Theta}(\eta)}{d\eta}\right] \exp(-\epsilon_0) \hat{\Theta}(\eta) \exp(-\hat{\Theta}) \end{aligned} \quad (69)$$

$$\lim_{\eta \rightarrow -\infty} \frac{d\hat{\Theta}(\eta)}{d\eta} = -\frac{\phi}{1 + \phi} \quad (70)$$

$$\eta \rightarrow 0 : \hat{\Theta} = \frac{d\hat{\Theta}}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = 0 \quad (71)$$

Given the condition for the stoichiometry of the reaction as

$$\frac{\Gamma'''}{C_1 \Gamma'} = 1 \implies n_o u_f (1 - \epsilon) \rho_{si} = \rho_{gu} u_{gu} \epsilon Y_{ou} \quad (72)$$

the solution to eq.(69) gives the following expression for the peak temperature in the bed

$$T_b^4 \exp\left(\frac{-E}{RT_b}\right) = \frac{(E \Delta i_c)^2 (\epsilon D_m) (\epsilon \rho_{gu} u_{gu} Y_{ou})^2}{(Rk)^2 A_u n_o \rho_{si}} \quad (73)$$

The propagation velocity of the burning front is obtained from eq.(53) and the integrated energy equation given below

$$\Delta i_c = \frac{\bar{\rho} u c_p (T_b - T_u)}{\rho_{gu} u_{gu} \epsilon Y_{ou}} \quad (74)$$

(B) Numerical Solution

The governing equations for energy and conservation of species (gas and solid), subject to the boundary conditions, are discretized by integrating the equations over a finite control volume, thus reducing the boundary value problem to a system of algebraic equations. Constant properties are assumed, except for the temperature dependency of the radiative heat transfer coefficient. A nonuniform mesh with a higher concentration of nodal points near the location of the combustion front covers the computational domain. The discretized equations are solved using the power-law scheme (Patankar,1980) to evaluate the fluxes at the control volume faces. The reaction rates, acting as the source or sink terms in the governing equations are linearized according to

$$S = S_c + S_p X_p \quad (75)$$

where X_p denotes the functional dependency of the source term on the parameter X at location p . Since the expression for the reaction rates is quite complex, S_p is taken to be zero, and S_c is taken to be constant and equal to the value of the reaction rate at the previous iteration step.

Time-independent profiles are assumed in a coordinate system moving with the combustion front. The species and temperature profiles, as well as the front velocity are solved iteratively, assuming a uniform gas flux upstream and a constant burning front velocity which depends on the final temperature through the integrated energy equation. Variations of the gas density with temperature and evolution of the pyrolytic gas is accounted for.

Since the propagation velocity of the combustion front is not known apriori, the location of the front is fixed by specifying the temperature at one mesh point, thus avoiding the cold-boundary difficulty. This point is selected in such a way to insure that the temperature and species gradients nearly vanish at the cold boundary, which otherwise, would result in loss of heat through the cold boundary.

An initial profile is assumed for the gas, solid, and temperature. The starting profile involves a reaction zone through which the oxidant and solid species concentration change linearly from upstream values to zero. A linear profile is also assumed for the temperature rise in the reaction zone. Zero gradients at the cold and hot boundaries are also imposed on the starting estimates.

The species profiles are first computed using a fixed temperature. Only after a converged solution is obtained for the gaseous and solid species with the temperatures held fixed is the energy equation included in the iteration. The energy equation is solved next keeping the concentration of species constant. With the newly converged temperature profile held fixed, the computation on the species equations is repeated. This iterative process is continued until full convergence of all profiles is achieved. The convergence criterion adopted either for the species or the temperature profiles is such that the value for the normalized difference between any two successive computations in the entire computational domain is less than 10^{-9} . Due to the nature of the reaction rates, as the temperature increases, the source term increases, causing instabilities in the computation of the energy equation. It is found necessary to compute the reaction rates only during the iterations on the species equation, and keeping it constant while solving for the energy equation.

(C) Experiment

A fixed bed of fuel is composed of a random packing of spherical wood particles $6.4 \times 10^{-3}(m)$ in diameter. The particles are placed in a combustion chamber which has a square cross-sectional area, and is made of Alumina Silica (the composition is roughly 80% Alumina and 20% Silica) to minimize lateral heat losses. A flow dispersion bed containing glass beads is positioned in the lower section of the combustion chamber to insure flow uniformity of the incoming air and minimizing channeling. The fuel is ignited from above by a radiant heat source which provides a uniform ignition of the bed. Subsequent to the ignition of the top layer, the external heat source is removed, and the combustion front starts to propagate at a steady rate. Temperature readings are taken by Pt30%Rh thermocouples (insulated in ceramic tubes) inserted along the centerline of the bed. Measurements are made at the center of the bed to assure nearly one-dimensional behavior and to minimize side effects. The thermocouples are precisely spaced $9.4 \times 10^{-3}(m)$ apart. These provide the propagation velocity and temporal variation of temperature within the bed. Temperature recordings are made in 10 second intervals. The velocity is determined from the known spacing and from the measured time it takes for a given temperature level ($500^\circ C$) on the burning front to pass successive thermocouples. The results indicate that the burning front spreads essentially at a constant rate.

Air is supplied from below in the opposite direction to the front propagation, and its velocity is calculated from the mea-

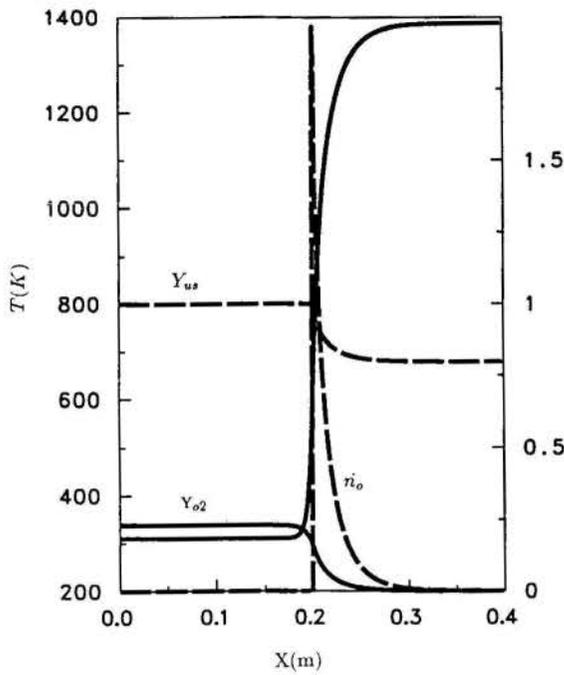


Fig. 7. Combustion Wave Structure

sured volumetric flow rate into the bed and its cross-sectional area. To study the effect of gas flow rate on the combustion characteristics of the bed, the air flow rate is varied between $4 \times 10^{-5} (m^3/s)$ and $1.6 \times 10^{-3} (m^3/s)$. The lower and upper values set the flammability limits in the experiment. It has been observed experimentally that air flow rates above $8 \times 10^{-4} (m^3/s)$ result in incipient fluidization of the top layers which have lower density (due to the solid consumption) than the unburned solid.

(D) Results

Figure 7 illustrates a typical combustion wave structure obtained numerically. The spatial variation of temperature, oxygen, unburned solid, and reaction rate is shown in the preheat zone, the reaction zone, and downstream of the reaction wave. The results are obtained for the adiabatic reverse combustion assuming local thermal equilibrium between the phases. The mass concentration of oxygen essentially goes to zero over the width of the reaction zone and some solid fuel will remain unreacted. The degree of solid consumption depends on the initial air flow rate and oxygen supply.

The burning velocity is essentially controlled by the balance between the degree of heat generation in the reaction zone and transport of this heat to the unburned solid fuel. Thus, radiation becomes an important factor in controlling the rate at which the burning front spreads to the unreacted zone. The final temperature and the degree of consumption of solid fuel (or the apparent equivalence ratio) depend on the propagation velocity which is not known apriori. At low air flow rates, the reaction is oxygen limited and the apparent equivalence ratio is only a fraction of that for the stoichiometric. Increasing the air flow rate results in higher burning velocities, accompanied by higher temperatures and a shift in the equivalence ratio toward stoichiometric. Be-

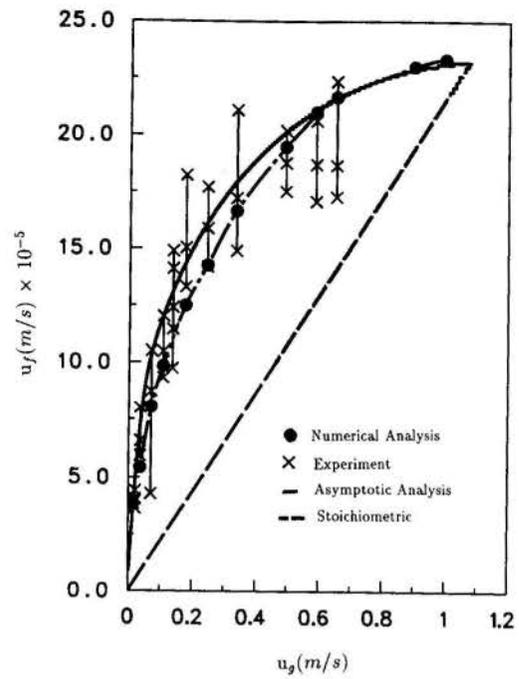


Fig. 8. Variation of Combustion Front Velocity with Inlet Air Velocity

yond a critical flow rate (stoichiometric burning), the solid will be totally consumed and excess oxygen will remain at the end of the reaction zone (fuel limited). Figures 8 and 9 show our numerical calculations for the variation of the combustion wave velocity and the maximum temperatures with respect to the inlet air velocity, in comparison with the experimental and analytical results. In Figure 9, the point where the burning velocity crosses the stoichiometric line corresponds to the total consumption of both the oxygen and solid fuel.

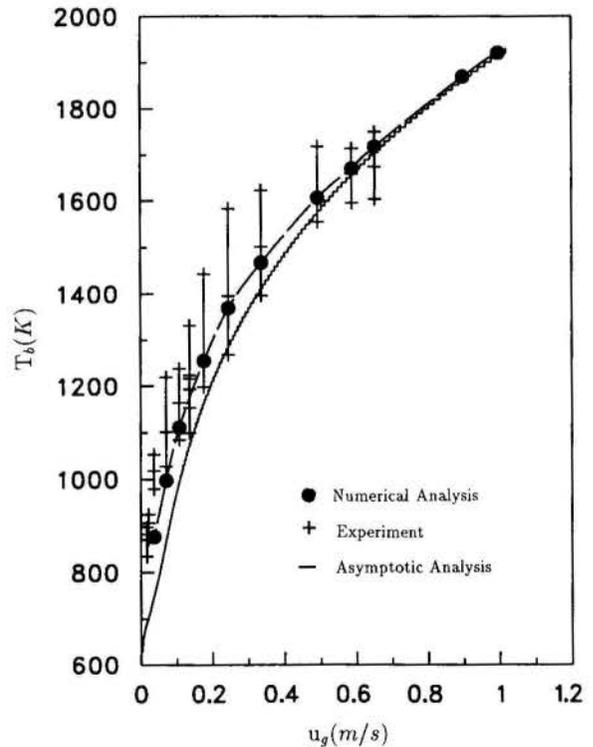


Fig. 9. Variation of Peak Temperature with Inlet Air Velocity

5. COMBUSTIBLE POROUS MEDIUM: SOLID-SOLID REACTIONS

The propagation of a reaction front in an ignited powder mixture of reactants A and B is possible if a sufficient fraction of the heat generated in this exothermic reaction (combustion) can flow downstream of the front. The heat and mass transfer through the powder (and within the individual particles) is significantly altered if melting occurs and especially if the liquid phase moves due to capillarity (assuming that the Bond number $B = g\rho\ell d^2/\sigma$ is small enough, i.e., the *gravity* effect is negligible compared to *capillarity*). In many binary systems, the melting point of one or both reactants is below the adiabatic stoichiometric reaction temperature, and it is expected that the transport (and reaction) around the combustion front will be influenced by the presence of the liquid phase and will be *significantly different* than that associated with transport through the solid phase only. This, in general, results in *enhanced* diffusion, and therefore, both the front speed and the extent of reaction completion (especially for volume-averaged nonstoichiometric mixtures and when particles of A and B are not in direct contact) increase due to the formation and movement of the liquid phase. The grain structure of the product is also influenced by this liquid.

We consider the reaction



Table 4 gives examples of the binary systems A and B used in the combustion synthesis of product AB (e.g., Deevi, 1991; Munir, 1988), where Δi_c is the heat of reaction; $T_{AB,m}$ is the melting point of stoichiometric AB; $T_{A,m}$ and $T_{B,m}$ are the melting points of pure A and B species; and T_{ad} is the adiabatic stoichiometric reaction temperature. For example, as shown in table 1, $T_{A,m}$ is less than T_{ad} for the Ti and C system and for the Si and C system.

The description of transport and reaction through porous media (when the formation of a liquid phase is included) is by a set of local volume-averaged governing equations where local thermal and concentration equilibria are assumed between the liquid and solid phases and no allowance is made for the motion of the liquid (e.g., Merzhanov, 1990; Margolis, 1983; Merzhanov and Averson, 1971). The rationale for these simplifications has been the search for the *gross* rather than the detailed behavior of the combustion front. On the other hand, for binary systems that undergo phase change, the experimental studies have unveiled many interesting features, which can only be explained in light of the liquid formation and motion (e.g., Deevi, 1991; Rabin et al., 1990).

In the descriptions of Margolis (1983, 1985) when the species A has a melting point below the adiabatic combustion temperature, a liquid film of this species will form around the B particles. The amount of liquid and the mass transfer within it and between

the liquid and the solid phases are *not yet* addressed. Because of the lack of a direct inclusion of the liquid and its distribution, the role of the liquid formation is generally only lumped into an *empirical* parameter combining the degree of reaction completion and the latent heat of fusion (Merzhanov, 1990; Margolis, 1983). On the other hand in the liquid phase *sintering* literature (where the entire specimen is assumed to be at a uniform temperature), the formation of the liquid phase and its motion (including the motion of the solid particles totally surrounded by the molten) is more directly addressed (German, 1985; Somiya and Moriyoshi, 1990).

The present state of the knowledge on combustion synthesis is nearly completely summarized in the proceedings of the international conference held in 1988 and in the summary of a recent workshop (Grosshandler, 1990). The mathematical treatments (including stability) are reviewed by Bayliss and Matkowsky (1990), Margolis et al. (1990), Armstrong and Koszykowski (1990), and Varma et al. (1990). The experimental and physical aspects are discussed by Hardt and Holsinger (1973), Mullins and Riley (1989), Anselmi-Tamburini and Munir (1990), Trambukis and Munir (1990), and Deevi (1991).

A pore-level examination of the reacting powders (for *impermeable* spherical particles) reveals that a liquid phase is formed and that initially (up to the time where a critical local liquid volume is reached) this liquid is held as rings at the particle-particle contact points (where the reactions occur). At higher liquid volumes, the liquid phase becomes *continuous* (at least over several particles) and is *mobile*. In general, there is also a two-phase (i.e., the *mushy region*) separating the liquid and the solid phases. This is also realized by examining the phase diagram of the binary systems and by noting that when the adiabatic combustion temperature lies between the melting point of species A (lower melting point) and species B, the product of A and B can be in the two-phase state for parts of the concentration spectrum. An example is the carbon-titanium system. Note that after a sufficient amount of time is elapsed and for stoichiometric mixtures where particles of A and B are in direct contact through at least one interface, no unreacted A and B will remain. Figure 10 gives a rendering of the *reacted* and *unreacted* regions adjacent to the *combustion front*. The *volume-averaged* nonstoichiometric and diluted mixtures will have some special features. We point out the *particle-level reaction* being *controlled* by both diffusion and liquid motion and that except for a particular plane in each particle this reaction is always nonstoichiometric. Therefore, the liquid and two-phase zone formation and motion is rather complicated, and in powder reactions, an approach similar to that taken for continuum (mostly slabs) solidification and melting (Armstrong and Koszykowski, 1990; Anselmi-Tamburini and Munir, 1990; Hardt and Phung, 1973) must be taken. The molecular mass diffusivity of liquids is larger than that of solids and a *favorable* distribution of the liquid phase can significantly *increase* the rate of completion of the reaction

Table 1. Examples of systems used in combustion synthesis†.

Reaction	Crystal	Δi_c (kJ/kg)	$T_{AB,m}$ (°C)	$T_{A,m}$ (°C)	$T_{B,m}$ (°C)	T_{ad} (°C)
$Ti_t + C_s \rightarrow TiC_s$	Gry met, Cub	-3076	3140±90	1660±10	3652 subl	2937
$Ti_t + 2B_s \rightarrow TiB_{2s}$	Hex	-4663	2900	1660±10	2300	2917
$3Ti_t + B_4C_s \rightarrow 2TiB_{2s} + TiC_s$	-	-	-	1660±10	-	-
$Si_t + C_s \rightarrow SiC_s$	Blk, Cub (β)	-1629	2700 subl	1410	3652 subl	1527
$Si_t + C_s \rightarrow SiC_s$	Blk, Hex (α)	-1566	2700 subl	1410	3652 subl	1527
$Zr_t + C_s \rightarrow ZrC_s$	Gry met, Cub	-1967	3540	1852	3652 subl	-
$Hf_t + C_s \rightarrow HfC_s$	-	-1321	ca 3890	2227	3652 subl	3627
$Nb_t + C_s \rightarrow NbC_s$	Blk Gry, Cub	-1325	3500	2468	3652 subl	-
$4B_t + C_s \rightarrow B_4C_s$	Blk, Rhbdr	-1288	2350	2300	3652 subl	727
$3Cr_t + 2C_s \rightarrow Cr_3C_2_s$	Gry, Rhomb	-449	1980	1857	3652 subl	-

†The properties are taken from CRC Handbook of Chemistry and Physics (1986–1987) and from Handbook of Thermodynamics Tables and Charts (1976).

and the propagation speed of the combustion front. With the formation of liquid (and for small enough particles), the *single-temperature wave* propagation may occur; while for no melting (as is for large particles), the *two-temperature wave* propagation (the second one marking the completion of the reaction) may occur (Munir, 1988). The spread of the liquid may also result in a structural *anisotropy* of the final product.

These features can only be unveiled by a pore-level examination of the transport, reaction, and phase change. In practice, the pore-level simulations are too elaborate to use and, therefore, local volume-averaged descriptions are used. The local volume-averaged governing equations that apply to combustion synthesis must include some of the above-mentioned, pore-level features in order to result in *accurate* predictions of the local concentration (i.e., the transient degree of completion of the reaction). As will be shown in the proposed research, this would require a separate local treatment of the liquid and the solid phases (i.e., imposition of local nonequilibrium). The inclusion of pore-level features requires prescription of some coefficients coupling the transport equations for each phase. An estimation of these coupling coefficients is generally found by the analysis of the pore-level phenomena (i.e., a direct simulation at the pore-level). Presently, this direct simulation and the appropriate local volume-averaged descriptions are *not* available. It should be mentioned that for the verification of the direct simulations and the predictions of the local volume-averaged equations, experimental results are needed that specifically address the parameters appearing in the analysis. Therefore, because of the required simplifications/assumptions made in any analysis, *critical* experimental verifications must be coupled into the investigation. So far this detailed investigation has not been applied to the combustion synthesis.

5.1 Analysis of Solid-Solid Reaction

5.1.1 MASS TRANSFER

Assume that the green specimen is made of *monosize* particles of species A with diameter d_a and *monosize* species B with diameter d_b with an *initial compaction* assigned by the initial contact area

given by the *contact diameter* d_{cAA} , d_{cAB} , and d_{cBB} . Figures 11 and 12 give a rendering of the arrangement of the particles. The symbols are defined in the nomenclature section. A *statistical* arrangement is also possible by an *ensemble averaging* over many realizations of some arrangements.

The species A and B diffuse through their contact area and react at the reaction rate given by a phenomenological chemical kinetic relation of the form (e.g., Merzhanov and Averson, 1973)

$$\dot{n}_A = \rho_A K_o(T) \exp(-E/RT). \quad (77)$$

This exothermic reaction generates heat at a rate of $\dot{n}_A \Delta i_c$ (W/m^3), and this heat will partly result in an increase in the local sensible heats and will be also consumed as the latent heat. The mass diffusion of A and B continues and becomes enhanced due to the increase in the local temperature and also due to the high molecular mass diffusivity through the liquid phase. Depending on the particle sizes, a capillary motion may occur and can further enhance the mass transfer and, hence, the reaction rate. The dependence of the *molecular mass diffusivity* on the temperature is generally given through phenomenological models such as (e.g., Hardt and Phung, 1973)

$$D_{m,A-AB} = (D_{m,A-AB})_o \exp(-\Delta i_{o,A-AB}/RT). \quad (78)$$

Note that we have been discussing impermeable spherical particles and so far have not mentioned porous spherical particles such as porous carbon made of an agglomeration of soot particles (e.g., Deevi, 1991). In such cases, the molten can *penetrate* through these pores (due to capillarity), and the rate of penetration into these porous particles is much larger than that due to molecular diffusion (even at elevated temperatures). In particles of species A or B, diffusion, phase change, and reaction occur as determined by the initial contact area, particle arrangement, and the thermo-physico-chemical properties. These phenomena will be determined by solving the conservation equations along with the appropriate constitutive relations and by allowing for the property variations. The lateral *periodic* boundary conditions can be justifiably applied. However, longitudinally

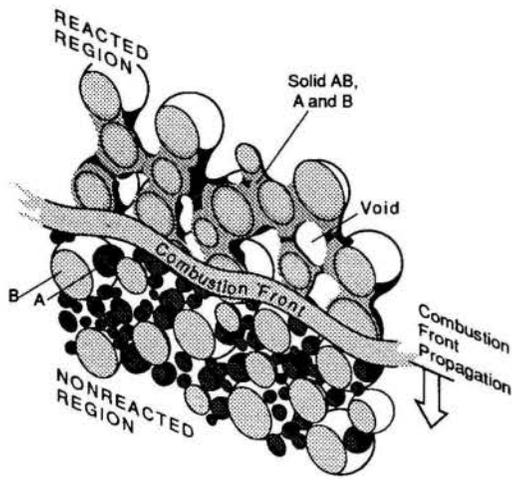


Fig. 10. A rendering of the reacted and unreacted regions adjacent to the combustion front. The combustion front is not shown in detail. The species A has a melting point lower than the adiabatic reaction temperature of A and B.

the combustion front covers many particles, and there is no symmetry. Therefore, in both the upstream and downstream (with respect to the front propagation direction), many unit cells will be included in the direct simulation.

5.1.2 HEAT TRANSFER

For each particle, heat flows in from the neighboring upstream particles. When there is a significant difference between the thermal diffusivities of particles A and B, a significant amount of heat can also flow laterally into the particle. The heat is also generated due to reaction, and finally it flows out to the downstream particles (and if α_A/α_B is far from unity, also laterally). The mass and heat diffusion and reaction and heat generation result in temperatures above the melting temperature of species A causing a phase change. As was pointed out, the phase change of the binary systems includes the mushy regime where a two-phase mixture also exists. The existing treatments also include the *continuum* model in which the transition from the solid to liquid phase through the mushy zone is through a continuous change in the solid fraction.

The coupled heat and mass transfer equations for the unit cell can be solved by tracking the interfaces in each particle. The unit cells are connected through their common boundaries, and the entire combustion front will be simulated by seeking the steady solution (by making the control volumes move with the eigenvalue front speed, as done in the computation of premixed gaseous combustion).

5.1.3 LIQUID MENISCUS

The liquid and mush formed can move due to the forces of the *volume expansion* during the formation of these phases (and in the *solidification* zone downstream of the front, the liquid that

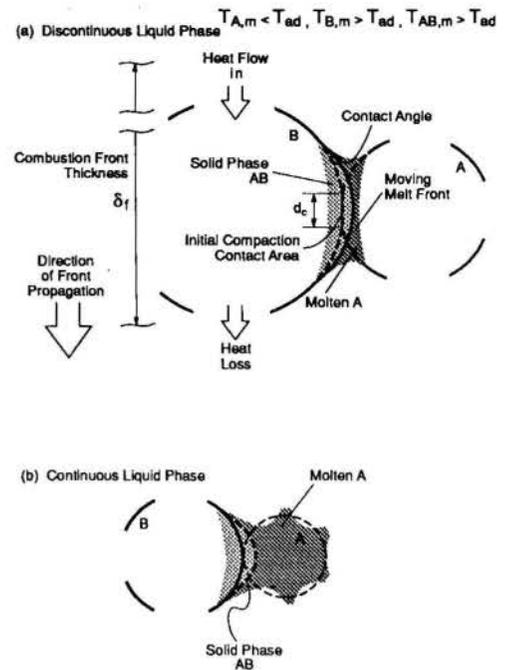


Fig. 11. The reaction and melting front penetration at a particle-particle contact area. (a) The liquid is *discontinuous* and appears as rings around the contact area. (b) The liquid from the adjacent pores connect and a *continuous* liquid phase is formed.

was moved there by capillarity will undergo a volume decrease) and the *capillarity*. The opposing forces are the *static surface* forces (at the three-phase contact line, the force balance leads to the *static contact angle*) and, when the liquid is in motion, the *viscous* force. Determination of the *quasi-steady* meniscus contour in the downstream liquid-phase regime when no mushy zone present, is rather straightforward (Kaviany, 1991). The inclusion of the mushy zone and the dynamic forces add complications that have not yet been addressed. One can include the mushy zone as a *pseudo-liquid* phase but with properties *different* than the liquid. This will allow us to use the *contact angle* (either *static* or *modified-advancing* or *receding*). This in turn will allow for the estimation of the trajectory of the moving contact line (i.e., the line between the three solid, liquid, and gaseous phases) and the gradual connection of the menisci of the neighboring rings (i.e., start of the liquid continuity). The static Young-Laplace formulation for the meniscus is generally not applicable to fast transient problems, such as the one considered here. However, the trends predicted by the *modified* static formulation (i.e., by inclusion of the dynamic contact angle and the dependence of the surface tension on the concentration, etc.) have been found to agree with the experimental results (Tao and Kaviany, 1991).

5.1.4 THERMODYNAMICS

Figure 13(a) is a binary phase diagram reproduced from German (1985, p.173) that shows that the species A has a melting point below the adiabatic mixture temperature T_{ad} , a characteristic favorable for *reactive liquid phase sintering*. Note that for particles

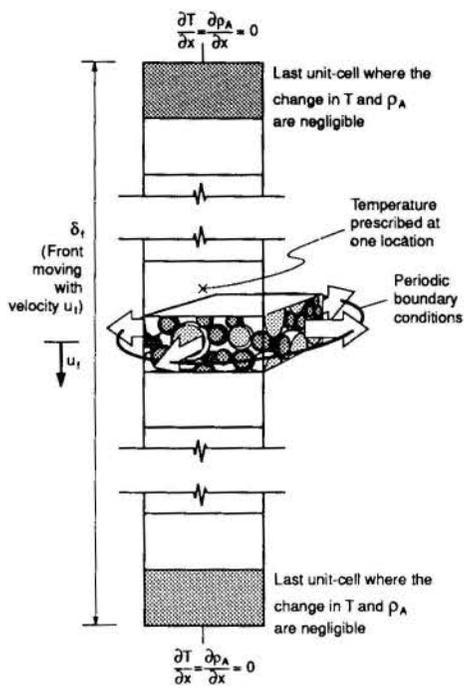


Fig. 12. The unit cell used for the direct simulation of the propagation. Several such unit cells are included *upstream* and *downstream* of the front, and the simultaneous solution to the transport in these unit cells is sought.

made of pure A and pure B species, the entire concentration spectrum is realized as the two particles A and B come in contact at elevated temperatures. The two-phase regimes (i.e., $\ell+s$), as well as the liquid and solid regimes, are present in the phase diagram. In principle, the *thermal penetration* front through a particle of species A is followed by a *concentration front* [notwithstanding that the mass diffusivity increases with temperature as given by Hardt and Phung (1973)]. Then, at a position in the particle with $T \simeq T_{A,m}$ and with the concentration of species A higher than C_{ℓ_1} , a liquid phase exists. For $C_{\ell_2} < C_A < C_{\ell_1}$ and $T \simeq T_{A,m}$, a two-phase region is first encountered before arriving at a solid phase region, which is followed by another two-phase region. As is clear, this can be a fairly complicated phase distribution in a particle A undergoing reaction with the neighboring particle B. Note that these are equilibrium phase characteristics, and, in general, for *fast* phase change conditions such as that considered here, the equilibrium phase diagram may not be realized.

Figure 13(b) is the phase diagram for the Ti-C system (Massalski, 1986). The high carbon concentration portion is not shown. This is an example of a very commonly used system (e.g., Deevi, 1991; Advani et al., 1991; Mullins and Riley, 1989; Adachi et al., 1989; Munir, 1988). The encountering of various phases during reaction is evident.

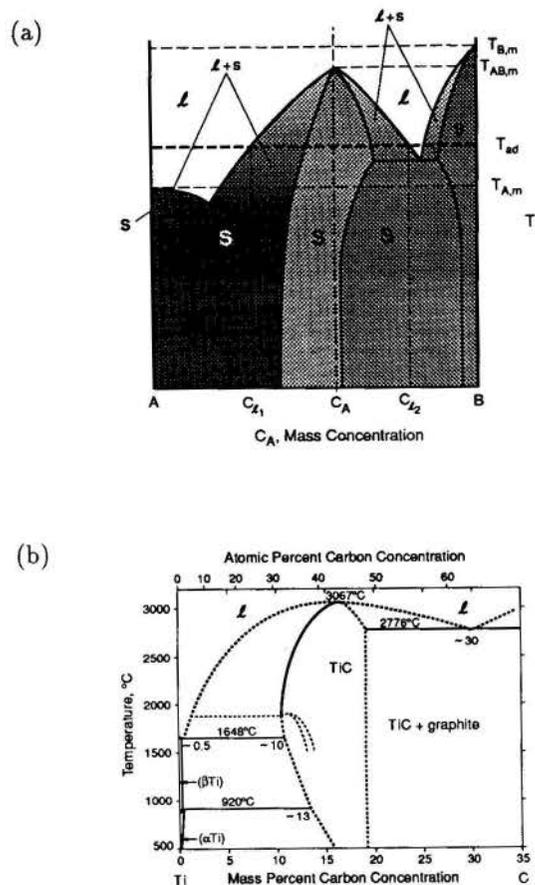


Fig. 13. (a) A rendering of the phase diagram for a binary system with $T_{A,m} < T_{ad}$. The diagram is suggested by German (1985) for systems favorable for *reactive liquid phase sintering*. (b) The phase diagram for Ti-C binary system from Massalski (1986).

6. REFERENCES

- Adachi, S., Wada, T., Mihara, T., Miyamoto, Y., Koizumi, M. and Yamada, O., 1989, "Fabrication of Titanium Carbide Ceramics by High-Temperature Self-Combustion Sintering of Titanium Powder and Carbon Fiber," *J. Amer. Ceramic Soc.*, 72, 805-809.
- Advani, A. H., Thadhani, N. N., Grebe, H. A., Heaps, R., Coffin, C., and Kottke, T., 1991, "Dynamic Modeling of Self Propagating High Temperature Synthesis of Titanium Carbide Ceramics," *Script. Metal. Mater.*, 25, 1447-1452.
- Anselm-Tamburini, U. and Munir, Z. A., 1990, "Observation on the Combustion Reaction between Thin Foils of Ni and Al," in *Combustion and Plasma Synthesis of High-Temperature Materials*, eds., Munir, Z. A. and Holt, J. B., VCH Publishers, 100-105.
- Armstrong, R. and Koszykowski, M., 1990, "Combustion Theory of Sandwiches of Alloyable Materials," in *Combustion and Plasma Synthesis of High-Temperature Materials*, eds., Munir, Z. A. and Holt, J. B., VCH Publishers, 88-99.
- Babkin, V. S., Korzhavin, A. A., and Bunev, V. A., 1991, "Propagation of Premixed Gaseous Explosion Flames in Porous Media," *Combust. Flame*, 87, 182-190.

- Bayliss, A. and Matkowsky, B. J., 1990, "Modeling and Numerical Computation of a Nonsteady SHS Process," in *Combustion and Plasma Synthesis of High-Temperature Materials*, eds., Munir, Z. A. and Holt, J. B., VCH Publishers, 61-72.
- Bernstein, M.E. and Churchill, S. W., 1977, "Multiple Stationary States and NO_x Production for Turbulent Flames in Refractory Tubes", *6th Symp. (Intl.) Comb.*, Combustion Institute, 1737.
- Brewster, M. Q., 1982, "Radiative Heat Transfer in Fluidized Bed Combustors", *ASME*, 83-WA/HT-82.
- Bruno, C., Walsh, P. M., Santavicca, D. A., Sinha, N., Yaw, Y., and Bracco, F. V., 1983, "Catalytic Combustion of Propane/Air Mixtures on Platinum", *Combust. Sci. Tech.*, 31, 43-74.
- Carbonell, R. G. and Whitaker, S., 1984, "Heat and Mass Transfer in Porous Media," in *Fundamentals of Transport in Porous Media*, Bear and Corpaciglu eds., Martinus Nijhoff Publishers, 123-198.
- Cartigny, J. D., Yamada, Y., and Tien, C. L., 1986, "Radiative Heat Transfer with Dependent Scattering by Particles: Part I-Theoretical Investigation," *J. Heat Transfer*, 108, 608-613.
- Chen, J. C. and Churchill, S. W., 1963, "Radiant Heat Transfer in Packed Beds," *AICHE J.*, 9, 35-41.
- Chen, Y. K., Matthews, R. D., and Howell, J. R., 1987, "The Effect of Radiation on the Structure of Premixed Flame Within a Highly Porous Inert Medium", *ASME HTD*, Vol. 81, 35-42.
- Deevi, S. C., 1991, "Structure of the Combustion Wave in the Combustion Synthesis of Titanium Carbide," *J. Mater. Sci.*, 26, 2662-2670.
- Dosanjh, S. S., Pagni, P. J., and Fernandez-Pello, A. C., 1987, "Forced Cocurrent Smoldering Combustion," *Combust. Flame*, 68, 131-142.
- Drolen, B. L. and Tien, C. L., 1987, "Independent and Dependent Scattering in Packed Sphers Systems", *J. Thermophysics and Heat Transfer*, 1, 63-68.
- Echigo, R., Kurusu, M., Ichimiya, K., and Yoshizawa, Y., 1983, "Combustion Augmentation of Externally Low Calorific Gases", *Proceedings of 1983 ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference*, Vol. IV, 99-103.
- Echigo, R., 1991, "Radiative Enhanced/Controlled Phenomena of Heat and Mass Transfer in Porous Media," *Proceedings of the Third ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference*, 4, xxi-xxxii, ASME, New York.
- Egolfopoulos, F. N. and Law, C. K., 1990, "Chain Mechanisms in the Overall Reaction Orders in Laminar Flame Propagation", *Combust. Flame*, 80, 1, 7-16.
- Fakheri, A. and Buckins, R. O., 1983, "Transient Catalytic Combustion on a Flat Plate", *Combust. Flame*, 52, 169-184.
- German, R. M., 1985, *Liquid Phase Sintering*, Plenum Press.
- Glassman, I., 1987, *Combustion*, 2nd edition, Academic Press.
- Griffin, T. A. and Pfefferle, L. D., 1990, "Gas Phase and Catalytic Ignition of Methane and Ethane in Air Over Platinum", *AICHE J.*, 36, 861-870.
- Grosshandler, W. A., editor, *Research Needs in Direct Combustion Synthesis*, Summary of a National Science Foundation Workshop, February 21-22, 1990.
- Golombok, M., Jariwala, H., and Shirvill, L. C., 1990, "Gas-solid Heat Exchange in a Fibrous Metallic Material Measured by a Heat Regenerator Technique," *Int. J. Heat Mass Transfer*, 33, 243-252.
- Hardt, A. P. and Phung, P. V., 1973, "Propagation of Gasless Reactions in Solids—I. Analytical Study of Exothermic Intermetallic Reaction Rates," *Combust. Flame*, 21, 77-89.
- Hardt, A. P. and Holsinger, R. W., 1973, "Propagation of Gasless Reactions in Solids—II. Experimental Study of Exothermic Intermetallic Reaction Rates," *Combust. Flame*, 21, 91-97.
- Harrison, B. K., and Ernst, W. R., 1978, "Catalytic Combustion in Cylindrical Channels: A Homogeneous-Heterogeneous Model", *Combust. Sci. Tech.*, 19, 31-38.
- Hottel, H. C., Sarofim, A. F., Dalzell, W. H., and Vasalos, I. A., 1971, "Optical Properties of Coatings, Effect of Pigment Concentration", *AIAA J.*, 9, 1895-1898.
- Hsu, P.-F., Howell, J. R., and Mathews, R.D., 1991, "A Numerical Investigation of Premixed Combustion Within Porous Inert Media," *Proceedings of the Third ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference*, 4, 225-231, ASME, New York.
- Ishimaru, A. and Kuga, Y., 1982, "Attenuation Constant of a Coherent Field in a Dense Distribution of Particles", *J. Optics Society of America*, 72, 1317-1320.
- Jodrey, W. S. and Tory, E. M., 1979, "Simulation of Random Packing of Spheres," *Simulation*, Jan., 1-12.
- Kashiwagi, T. and Nambu, H., 1992, "Global Kinetic Constants for Thermal Oxidative Degradation of a Cellulosic Paper," *Combust. Flame*, 88, 345-368.
- Kaviany, M., 1991, *Principles of Heat Transfer in Porous Media*, Springer-Verlag Publishers, New York.
- Khinkis, M. J., Kunc, W., and Xiong, T-Y, 1989, "Experimental Evaluation of a High-Efficiency Surface Combustor-Heater Concept With Low Pollutant Emissions", American Flame Research Committee, *International Symposium on Combustion in Industrial Furnaces and Boilers*, Short Hills, New Jersey.
- Koch, D. L. and Brady, J., 1985, "Dispersion in Fixed Beds," *J. Fluid Mech.*, 154, 399-427.
- Koch, D. L., Cox, R. G., Brenner, H., and Brady, J., 1989, "The Effect of Order on Dispersion in Porous Media," *J. Fluid Mech.*, 200, 173-188.
- Kotani, Y. and Takeno, T., 1982, "An Experimental Study on Stability and Combustion Characteristics of an Excess Enthalpy", *19th Symp. (Intl.) Combust.*, The Combustion Institute, 1503-1509.
- Kudo, K., Yang, W. J., Tanaguchi, H., and Hayasaka, H., 1987, "Radiative Heat Transfer in Packed Spheres by Monte Carlo Method", *Heat Transfer in High Technology and Power Engineering Proceedings*, Hemisphere, 529-540.
- Kumar, S. and Tien, C. L., 1987, "Dependent Scattering and Absorption of Radiation by Small Particles", *Proceedings of the 24th National Heat Transfer Conference*, ASME HTD, Vol. 72, 1-7.
- Margolis, S. B., 1983, "An Asymptotic Theory of Condensed Two-Phase Flame Propagation," *SIAM J. Appl. Math.*, 43, 351-369.
- Margolis, S. B., 1985, "An Asymptotic Theory of Heterogeneous Condensed Combustion," *Combust. Sci. and Tech.*, 43, 197-215.
- Margolis, S. B., Matkowsky, B. J., and Booty, M. R., 1990, "New Models of Quasiperiodic Burning in Combustion Synthesis," in *Combustion and Plasma Synthesis of High-Temperature Materials*, eds., Munir, Z. A. and Holt, J. B., VCH Publishers, 73-82.
- Marteney, P. J. and Kesten, A. S., 1981, "Kinetics of Surface Reactions in Catalytic Combustion," *18th Symp. (Intl.) Comb.*, 1899-1908.
- Massalski, T., editor, 1986, *Binary Alloy Phase Diagram*, vol. 1, ASM.
- McIntosh, A. C. and Prothero, A., 1991, "A Model of Large Heat Transfer Surface Combustion with Radiant Heat Emission," *Combust. Flame*, 83, 111-126.
- Merzhanov, A. G., 1990, "Self-Propagating High-Temperature Synthesis Twenty Years of Search and Findings," in *Combustion and Plasma Synthesis of High-Temperature Materials*, eds., Munir, Z. A. and Holt, J. B., VCH Publishers, 1-53.
- Merzhanov, A. G. and Averson, A. E., 1971, "The Present State of the Thermal Ignition Theory: An Invited Review," *Combust. Flame*, 16, 89-124.
- Moussa, N. A., Toong, T. Y., and Garris, C. A., 1977, "Mechanism of Smoldering of Cellulosic Materials," *16th Symp. (Intl.) Comb.*, Combustion Institute, 1447.

- Mullins, M. E. and Riley, E., 1989, "The Effect of Carbon Morphology on the Combustion Synthesis of Titanium Carbide," *J. Mater. Res.*, 4, 408-411.
- Munir, Z. A., 1988, "Synthesis of High Temperature Materials by Self-Propagating Combustion Methods," *Ceramic Bull.*, 67, 342-349.
- Nozad, I., Carbonell, R. G. and Whitaker, S., 1985, "Heat Conduction in Multi-Phase Systems, I: Theory and Experiment for Two-Phase Systems," *Chem. Engng. Sci.*, 40, 843-855.
- Ohlemiller, T. J., 1981, *Smoldering Combustion Hazards of Thermal Insulation Materials*, National Bureau of Standard, Washington, D.C.
- Ohlemiller, T. J., 1985a, "Modeling of Smoldering Combustion Propagation," *Prog. Energy Combust. Sci.*, Vol.11, 277-310.
- Ohlemiller, T. J., 1985b, *Forced Smolder Propagation and the Transition to Flaming in Cellulosic Insulation*, National Bureau of Standard, Washington, D.C.
- Ohlemiller, T. J., 1990a, "Smoldering Combustion Propagation Through a Permeable Horizontal Fuel Layer," *Combust. Flame*, 81, 341-353.
- Ohlemiller, T. J., 1990b, "Forced Smolder Propagation and the Transition to Flaming in Cellulosic Insulation," *Combust. Flame*, 81, 354-365.
- Ohlemiller, T. J., Bellan, J., and Rogers, F., 1979, "A Model of Smoldering Combustion Applied to Flexible Polyurethane Foams," *Combust. Flame*, 36, 197-215.
- Ohlemiller, T. J. and Lucca, D. A., 1983, "An Experimental Comparison of Forward and Reverse Smolder Propagation in Permeable Fuel Beds," *Combust. Flame*, 54, 131-147.
- O'Sullivan, J. B. and Khinkis, M. J., 1990, "Developments in Ultra-Low-Emission Natural Gas Combustion", Presented at *Vancouver Industrial Gas*, 90.
- Ozisk, M. N., 1985, *Radiative Transfer and Interaction with Conduction and Convection*, Werbel and Peck, New York.
- Palmer, K. N., 1957, "Smoldering Combustion in Dusts and Fibrous Materials," *Combust. Flame*, 1, 129-154.
- Parker, W. J., 1988, "Prediction of the Heat Release Rate of Wood", Ph.D. dissertation, The George Washington University.
- Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corp., N.Y.
- Pfefferle, L. D., 1984, *Stability, Ignition and Pollutant Formation Characteristics of Combustion in Thermally Stabilized Plug-Flow Burners*, Ph.D. Thesis, University of Pennsylvania.
- Pfefferle, L. D. and Pfefferle, W. C., 1987, "Catalysis in Combustion", *Catal. Rev.-Sci. Eng.*, 29, 219-267.
- Rabin, B. H., Bose, A. and German, R. M., 1990, "Combustion Synthesis of Nickel Aluminides," in *Combustion and Plasma Synthesis of High-Temperature Materials*, eds., Munir, Z. A. and Holt, J. B., VCH Publishers, 114-121.
- Roberts, A. F., 1970, "A Review of Kinetics data for the Pyrolysis of Wood and Related Substances," *Combust. Flame*, 14, 261-272.
- Robinovich, O. S. and Gurevich, F. G., 1986, "Low-temperature Technological Combustion of Porous Systems with Forced Filtration of a Gas Reagent," *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29, 241-255.
- Rogers, F. E. and Ohlemiller, T. J., 1980a, "Smolder Characteristics of Flexible Polyurethane Foams," *J. Fire Flammability*, 11, 32-44.
- Rogers, F. E. and Ohlemiller, T. J., 1980b, "Cellulosic Insulation Materials I. Overall Degradation Kinetics and Reaction Heats," *Combust. Sci. Tech.*, 24, 129-137.
- Ryan, D., Carbonell, R. G., and Whitaker, S., 1980, "Effective Diffusivities for Catalyst Pellets under Reactive Conditions," *Chem. Engng. Sci.*, 35, 10-16.
- Sahraoui, M. and Kaviany, M., 1992a, "Slip and No-Slip Temperature Boundary Conditions at Interface of Porous Plain Media: Conduction," *Int. J. Heat Mass Transfer*, submitted.
- Sahraoui, M. and Kaviany, M., 1992b, "Slip and No-Slip Temperature Boundary Conditions at Interface of Porous Plain Media: Convection," *Int. J. Heat Mass Transfer*, submitted.
- Sathe, S. B., Peck, R. E., and Tong, T. W., 1990a, "A Numerical Analysis of Heat Transfer and Combustion in Porous Radiant Burners", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 33, 6, 1331-1338.
- Sathe, S. B., Kulkarni, M. R., Peck, R. E., and Tong, T. W., 1989, "An Experimental Study of Combustion and Heat Transfer in Porous Radiant Burners", presented at the fall meeting of the *Western States Section of the Combustion Institute*, Livermore, CA.
- Sathe, S. B., Peck, R. E., and Tong, T. W., 1990b, "Flame Stabilization and Multimode Heat Transfer in Inert Porous Media: A Numerical Study", to appear in *Combust. Flame*.
- Shafizadeh, F., 1984, "The Chemistry of Pyrolysis and Combustion," in *The Chemistry of Solid Wood*, (R. Rowell, Ed.), ACS, Washington D.C., 489-529.
- Siegel, R. and Howell, J. R., 1981, *Thermal Radiation Heat Transfer*, 2nd Edn., McGraw-Hill, New York.
- Singh, B. and Kaviany, M., 1991, "Independent Theory versus Direct Simulation of Radiation Heat Transfer in Packed Beds", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34, 2869-2881.
- Singh, B. and Kaviany, M., 1992, "Modelling Dependent Scattering in Radiation Heat Transfer in Packed Beds," *Int. J. Heat Mass Transfer*, to appear.
- Somiya, S. and Moriyoshi, Y., editors, 1990, "Sintering Key Papers," Elsevier Science Publishers.
- Summerfield, M., Ohlemiller, T. J., and Sandusky, H. W., 1978, "A Thermophysical Mathematical Model of Steady-Draw Smoking and Predictions of Overall Cigarette Behavior," *Combust. Flame*, 33, 263-279.
- Tao, Y.-X. and Kaviany, M., 1991, "Simultaneous Heat and Mass Transfer from a Two-Dimensional Partially Liquid Covered Surface," *J. Heat Transfer*, in press.
- Taylor, G. I., 1953, "Dispersion of Soluble Matter in Solvent Flowing Slowly Through a Tube", *Proc. Roy. Soc. (London)*, A219, 186-203.
- Tien, C. L. and Drolen, B. L., 1987, "Thermal Radiation in Particulate Media with Dependent and Independent Scattering", *Annual Review of Numerical Fluid Mechanics and Heat Transfer*, 1, 1-32.
- Tong, T. W., Yang, Q. S., and Tien, C. L., 1981a, "Radiative Heat Transfer in Fibrous Insulations-1. Theoretical Study," *ASME paper no. 81-HT-42*.
- Tong, T. W., Yang, Q. S., and Tien, C. L., 1981b, "Radiative Heat Transfer in Fibrous Insulations-2. Experimental Study," *ASME paper no. 81-HT-43*.
- Tong, T. W., Sathe, S. B., and Peck, R. E., 1989, "Improving the Performance of Porous Radiant Burners Through the Use of Sub Micron Size Fibers", *ASME HTD-Vol. 106, Heat Transfer in Radiation, Combustion and Fires*.
- Tong, T. W., Swathi, P. S., and Cunningham, G. R., 1989, "Reduction of Heat Transfer in Thermal Insulations By Use of Dielectric Coated Fibers", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 16, 851-860.
- Trambukis, J. and Munir, Z. A., 1990, "Effect of Particle Dispersion on the Mechanism of Combustion Synthesis of Titanium Silicide," *J. Amer. Ceramic Soc.*, 73, 1240-1245.
- Varma, A., Cao, G., and Morbidelli, M., 1990, "Self-Propagating Solid-Solid Noncatalytic Reaction in Finite Pellets," *AIChE J.*, 36, 1032-1038.
- Vortmeyer, D., 1978, "Radiation in Packed Solids," *Proceedings of the 6th International Heat Transfer conference*, Vol.6, 525-539.
- Wakao, N. and Kaguei, S., 1982, *Heat and Mass Transfer in Packed Beds*, Gordon and Breach Science Publisher.
- Williams, F. A., 1988, *Combustion Theory*, Addison-Wesley.
- Yamada, Y., Cartigny, J. D., and Tien, C. L., 1986, "Radiative Transfer With Dependent Scattering by Particles: Part 2-Experimental Investigation", *J. Heat Transfer*, 108, 614-618.

- Yang, Y. S., Howell, J. R., and Klein, D. E., 1983, "Radiative Heat Transfer Through a Randomly Packed Bed of Spheres by the Monte Carlo Method", *J. Heat transfer*, 105, 325-332.
- Yoshizawa, Y., Sasaki, K., and Echigo R., 1988, "Analytical Study of the Structure of Radiation Controlled Flame", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 31, 2, 311-319.
- Yoshizawa, Y., 1991, "Study of the Limit Temperature of Adiabatic Combustion Systems," *JSME Int. J. Series II*, 32, 227-233.

TRANSPORT PHENOMENA DURING SOLIDIFICATION OF BINARY SYSTEMS

RAYMOND VISKANTA
Heat Transfer Laboratory
School of Mechanical Engineering
Purdue University
West Lafayette, IN 47907 U.S.A.

SUMMARY

Heat transfer controls the solidification rate of pure substances, mixtures and liquid saturated porous media. Recent research on experimental and theoretical solidification of binary mixtures and of solutions saturating porous structures are discussed. The emphasis in the discussion is on physical processes which underlie solidification in scientific and engineering studies. When thermally and solutally induced buoyancy forces drive convection currents in both fully melted and two-phase (mushy) zones during solidification of binary systems, flows in melted and mushy zones are strongly coupled to each other. Moreover, fluid flow within the mushy zone is linked to macrosegregation, a maldistribution of solute in castings. Current progress is reviewed, and some promising areas for further research attention are also identified.

INTRODUCTION

Systems that undergo phase change from liquid to solid have been the focus of research for decades in the fields of applied physics and mathematics, geophysics, metallurgy and engineering. Important applications include casting, welding, latent heat energy storage, nuclear reactor safety, crystal growing, food processing, and cryosurgery. Solidification of water or pure metals is well understood and predictable as is melting of ice and metals. Solidification of single component systems such as water has been the subject of study for over one hundred and sixty years (Lame' and Clapeyron, 1831), and almost sixty years later the interest in the problems resurfaced (Stefan, 1889). Discussions of the Stefan problem are contained in more recent accounts (Rubinstein, 1971; Crank, 1984; Hill, 1987) and references therein. Very few exact solutions exist and fluid motions are not considered. In contrast, solidification of multicomponent mixtures consisting of two or more elements is much more complicated. Even the solidification of a binary alloy (two component mixture) includes, in addition to phase change and heat transfer, the complicating phenomena of mass transfer, double-diffusive convection, and flow through a porous medium. Moreover, these phenomena occur on coupled microscopic and microscopical scales.

Motivation for study of solidification from both theoretical and experimental points of view is provided by current problems of geophysical and technological interest. For example, the internal structure of a metal alloy and its metallurgical and mechanical properties depend crucially upon the history of its solidification from a melt. Efforts have been and continue to be aimed at both improving traditional solidification processes such as casting of steel and non-ferrous metal alloys, but also in developing new materials for which solidification constitutes the most effective and efficient manufacturing process. Recent examples include casting of metal-matrix composites (Rohatgi, 1988), production of materials with unique microstructures via solidification of undercooled melts (Sahm et al., 1986), growth of semiconductor crystals from melts (Brown 1988), and melt-textured growth of high-temperature superconducting crystals

(Murphy et al., 1988). Additional interest in solidification has come from geologists who are concerned with magmatic crystallization (Huppert, 1990). Much of the recent progress has been made possible by the development of new numerical techniques and the widened availability of powerful computers (Voller et al., 1991).

Solidification is a broad field encompassing a range of engineering and scientific disciplines. Understanding solidification requires an interdisciplinary awareness of materials science, mechanics, physics, chemistry, applied mathematics, and transport phenomena, coupled with a knowledge of conditions present in real processes. The large number of aspects important to solidification process and their complex interactions are presented schematically in Fig. 1. One of the most challenging problems in solidification modeling is the complex interactions between physical phenomena occurring on different length scales ranging from atomic rearrangements, over single crystal/melt interactions, to heat extraction at the system level. This is summarized in Table 1. For example, it is not at all clear how to combine the known effects of convection on the growth of a single crystal (Glicksman et al., 1986) with the influence of macroscopic fluid motion on the evolution of crystal aggregates (i.e., "mushy zones") (Viskanta and Beckermann, 1987; Huppert, 1990; Beckermann and Viskanta, 1993) in a single model. The situation is even worse when different engineering disciplines are involved: no model is available that captures, for example, the fracture and break-off of microscopically small parts of a crystal due to solid stresses together with the ensuing solid (and induced liquid) motion and macroscopic transport.

In the past, difficulties in understanding solidification have been caused, in part, by the large number of parameters involved as well as by inadequate communication between scientists who understand the process and engineers who apply it. Although realistic models can only be obtained through simultaneous consideration of all aspects of solidification shown in Fig. 1, it is apparent that a central, but often neglected role is played by transport phenomena occurring during solidification. The present review is concerned with this particular aspect of solidification on a macroscopic (system) level.

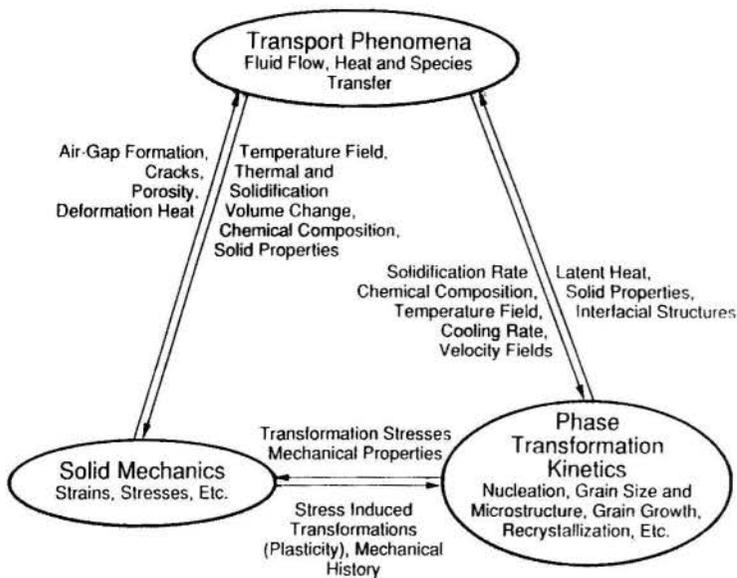


Figure 1. Important interactions in solidification.

Table 1. Physical length scales and phenomena in solidification (after Kurz and Fisher, 1989).

- 1) System (macroscopic) scale $\sim 10^{-2}$ m: For modeling mass, momentum, heat and species transport phenomena, cooling rate, latent heat evolution, macrostructure, volume change.
- 2) Microscopic scale $\sim 10^{-4}$ m: For modeling columnar and equiaxed microstructures, cells, dendrites, eutectics, coarsening, local heat and species-transfer, dendrite tip/eutectic front behavior, dendrite arm spacings.
- 3) Interface scale $\sim 10^{-5}$ m: For modeling interface instabilities, capillarity, undercooling, local equilibrium.
- 4) Atomic scale $\sim 10^{-9}$ m: For modeling nucleation, interface structure (faceted, non-faceted), atomic attachment kinetics.

The aim of this paper is to review from a thermal scientist's point of view some of the recent work on the macroscopic transport phenomena that accompany solidification of binary systems. The focus is on flow, heat and mass transfer processes which can play an important, if not the dominant, role during solidification. It is beyond the scope of this discussion to review transport on a microscopic level or coupling of microscopic-macroscopic phenomena (Rappaz, 1989), no attempt is made to review mathematical modeling of solidification as up-to-date accounts are available (Smith and Hoadley, 1987; Viskanta and Beckermann, 1987; Beckermann and Viskanta, 1993) and references cited therein. The following section describes the basic physical phenomena occurring in alloy solidification and touches only very briefly on mathematical modeling approaches. Details concerning experiments and theoretical models can not be included, but ample references to the original literature and specialized accounts are included. In the next section we consider several concrete examples of solidification occurring in simple physical systems. Some concluding remarks are made in the final section.

BASIC ASPECTS OF ALLOY SOLIDIFICATION

Solidification of alloys and solutions differs in many respects from phase change of pure substances and readers unfamiliar with the subject are referred to recent accounts (Kurz and Fisher, 1989). Here, only a few basic concepts are introduced

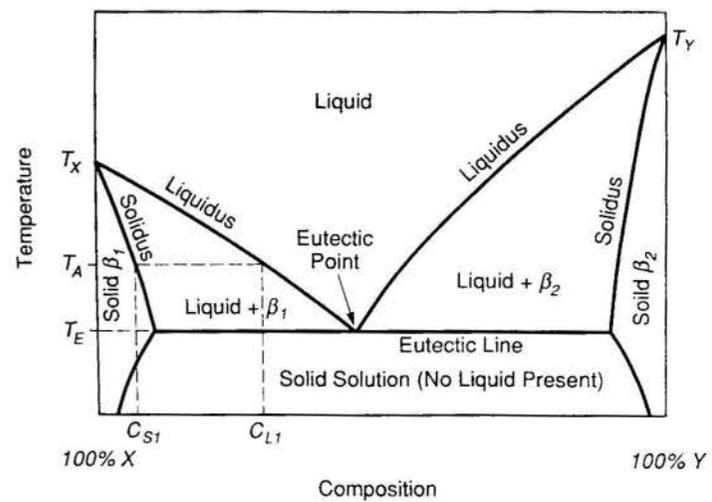


Figure 2. Equilibrium phase diagram for a fictitious binary system X-Y.

that are particularly relevant to the discussion to follow. More detailed discussion is deferred to the next section in which solidification in specific systems are considered.

Phase Diagram. Pure substances (and eutectic mixtures) solidify at a discrete temperature, while the solidification rates are, in general, determined by the local heat transfer rates normal to the solid/liquid interface. Solidification of binary mixtures differs in many respects from solidification of pure substances. Any study of solidification of such a system must be based on the phase diagram, which specifies the possible states of liquid and solid at the thermodynamic equilibrium as of function of temperature and composition (Kurz and Fisher, 1989). Usually, the phase transformation takes place over a range of temperatures rather than at a discrete temperature as in single-component systems. This can be more readily explained by referring to Fig. 2 which shows an equilibrium phase diagram for a fictitious binary system X-Y at a constant pressure. The liquidus-solidus pair S_1 and L_1 correspond to temperature T_A . At T_A the binary system of the pair will consist of a liquid at composition C_{L1} and solid at composition C_{S1} . In other words, the solid and liquid phases can coexist in equilibrium at various temperatures, depending on the composition of the mixture. Furthermore, in most systems the chemical components have different solubilities in the solid and liquid phases. Hence, during phase-change a chemical species may be preferentially incorporated or rejected at the solid/liquid interface.

Above the eutectic temperature T_E , but still below the liquidus curve, liquid and solid phases can coexist. For temperatures below the eutectic line, only solid phases can form, at least under the constraint of thermodynamic equilibrium. Density of the liquid is generally a much stronger function of composition than of temperature; therefore, a melt whose composition is less than the eutectic composition C_E releases more dense fluid while a melt whose composition exceeds C_E releases less dense fluid when the liquid is cooled and solidified.

The solidus and liquidus temperatures coincide at the eutectic composition C_E , but for all other alloy compositions, solidification occurs over a temperature range defined by the corresponding liquidus and solidus lines. Therefore, a two-phase region, known as the mushy zone, forms during solidification of most binary alloys. The mushy zone is comprised of solid dendrites and interdendritic liquid, and it separates fully solidified and melted regions during solidification. Figures 3(a) and 3(b) show dendritic structures in $\text{NH}_4\text{Cl}-\text{H}_2\text{O}$ and Pb-Sn systems, respectively. Hence, the mushy zone can be viewed as a porous (dendritic) solid structure, which is saturated with interdendritic



(a)



(b)

Figure 3. Dendritic structures for $\text{NH}_4\text{Cl-H}_2\text{O}$ (a) and Pb-Sn (b) (from P.J. Prescott, 1992).

liquid. The porosity of the mushy zone varies from zero at the solidus interface to unity at the liquidus interface. The permeability of the mushy zone is relatively small near the solidus interface and relatively large near the liquidus interface.

The dendritic crystals are oriented principally along the direction of strongest thermal gradient (Webb and Viskanta, 1986; Braga and Viskanta, 1990; Worster, 1991). The permeability of the mushy zone is highly anisotropic, and the typical spacing between crystals is very small compared to the depth of the mushy layer. Dendrites grow naturally with very large specific surface area, and the dendrite arm spacings are of the order of 10 to 100 μm .

Growth Front. Formation of solid is principally governed by the temperature and concentration gradients on each side of the solid/liquid interface. During solidification of alloys, the interface is much more complicated and under most practical conditions is not smooth. In general, alloy solidification is characterized by the presence of a large variety of microscopically complex structures (Kurz and Fisher, 1989). Microstructure formation is strongly influenced by the alloy composition, the growth and local temperature gradient. In industrial castings and ingots as well as in many phase-change processes occurring in nature, the normal mode is dendritic (Fisher, 1981). The dendrite exists in an alloy casting because it is the most efficient morphology for the diffusion of solute and the dissipation of heat in order to reduce the supercooling in the melt. Dendritic growth in castings can be further subdivided into two categories, columnar and equiaxed. The different crystal structures occurring in a casting are illustrated schematically in Fig. 4. In columnar growth, long aligned dendrite stalks are attached to the cooled wall and are parallel to unidirectional heat flow. The speed of the crystal front is constrained by the movement of isotherms. Equiaxed dendritic crystals, on the other hand, grow radially into an undercooled melt roughly the same extent in several directions indicating a multidirectional heat flow, and the latent heat is removed through the liquid.

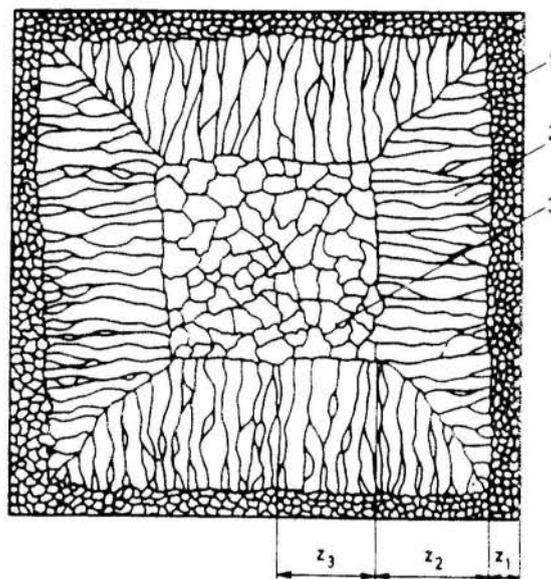


Figure 4. The classic ingot microstructure: (1) chill zone, (2) columnar zone and (3) equiaxed zone (after Sahm, 1982).

Solidification on microscale and, hence, microstructure formation in most metal alloys and solutions is mainly controlled by species (i.e., solute) concentration gradients on each side of the solid/liquid interface, owing to the low mass diffusion relative to thermal diffusivity of such systems. On the liquid side of the interface, most of the solute is rejected laterally, in a direction perpendicular to the heat flow (e.g., between dendrite arms or eutectic lamellae). There always exists a concentration gradient in the liquid through which the solute rejected during solidification is removed. Consequently, the interfacial concentration must be higher than the liquid concentration away from the interface (Kurz and Fisher, 1989). The difference between the concentration at the interface and some bulk value in the liquid is usually referred to as constitutional undercooling. Thus, the melt is undercooled (i.e., it is in a metastable state) if the actual temperature at that point in the liquid is below the liquidus temperature corresponding to the

liquid concentration at that point (see Fig. 2). The actual temperature difference between the interface and some bulk value in the liquid, referred to as thermal undercooling, plays only a minor role in microstructure formation, because the thermal diffusivity of most alloys is higher than the mass diffusivity. In spite of the fact that the solute gradients are confined to a very thin region near the solid/liquid interface, convection can alter the microscopic concentration (and temperature) profiles influence microstructure formation, and hence, the shape of dendrites (Glicksman et al., 1986).

The outlined microscopic phenomena manifest themselves in many interesting ways on macroscopic scale (i.e., at the scale of the entire process). Figure 5 illustrates the various structural zones that can develop in a casting. For simplicity the process of filling the mold that accompanies many casting processes is not shown. The nuclei that first appear at or near the cooled wall (not shown) develop into an outer equiaxed zone [Fig. 5(a)]. Later, only those crystals survive that can grow parallel to the heat flow direction. This leads to the formation of a mushy zone. Once the superheat in the bulk liquid is dissipated, the melt ahead of the columnar dendrite tips becomes undercooled allowing equiaxed crystals to grow. The equiaxed crystals are free to move in the melt [Fig. 5(a)] until they pack and form the inner equiaxed zone [Fig. 5(b)]. A finely equiaxed structure is often desirable in a casting and can be promoted through the use of inoculants and magnetic stirring. A fully columnar structure can also be obtained, if the solidification and convection conditions are carefully controlled (Ohno, 1987).

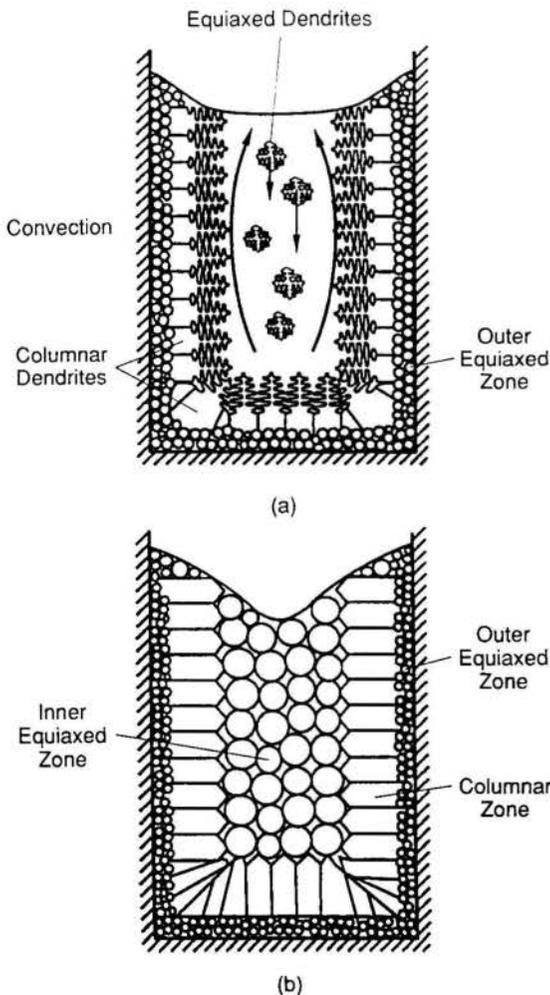


Figure 5. Development of structural zones in a casting (after Kurz and Fisher, 1989).

Transport Phenomena. In the solid heat and species are transported by diffusion only; however, in the melt both heat and species are transported by diffusion and fluid motions at both macroscopic and microscopic levels. At the macroscopic scale the solidification is primarily controlled by heat diffusion and, to some extent, by convection in the liquid. Motion of the melt has a profound influence on the solidification processes in multicomponent mixtures in that it affects the local temperatures and concentrations at the solid/liquid interface. Consequently, convective flow determines, to a large extent, the local phase-change rates, the microstructure of the interface (i.e., interface morphology) as well as the chemical composition of the solid phase. Generally, melt flow can be caused by (i) external forces (pressure, rotation, translation magnetic), (ii) density differences due to solidification and due to temperature and compositional changes within a phase, (iii) surface tension gradients at a free surface arising due to temperature and/or composition gradients (thermo/diffusocapillary flows), (iv) the action of gravity on a density gradient (buoyancy-driven flows), (v) residual flow due to filling of the mold, and (vi) drag forces from fall of equiaxed crystals. In the absence of external forces buoyancy driven flows are often dominant in non-zero gravitational field. They are hard to quantify, influence and control. For example, thermocapillary convection can be induced by shear stresses which result from surface tension gradients (Marangoni convection). Convection generated by surface tension gradients is recognized as a significant flow mechanism in welding (Kuo and Sun, 1985), certain crystal growth systems (Ostrach, 1983; Brown, 1988), and solidification of salt solutions (Engel and Incropera, 1989). Thermocapillary flow is expected to be particularly important during solidification of metals, because the surface tension of liquid metals varies strongly with temperature (and concentration).

A number of important transport phenomena have been identified to take place during solidification of steel and non-ferrous alloys, aqueous solutions and other binary and multicomponent systems and are summarized in Table 2. Many of the physical phenomena identified do not appear to have been studied, and their importance is not understood. Discussions of transport phenomena during solidification of pure substances, eutectics and dilute alloys, together with extensive lists of up-to-date references can be found in recent reviews (Brown, 1988; Viskanta, 1988; Yao and Prusa, 1989). Forced and thermocapillary convection as well as filling effects are intentionally omitted from this discussion, since they depend on the particular system considered.

Table 2. Important transport phenomena during solidification of binary alloys.

1. Thermal and solutal buoyancy force driven convection
2. Convection driven by thermocapillary forces
3. Double-diffusive convection
4. Floating and settling of free (equiaxed) crystals
5. Bulk convection due to expansion or contraction upon solidification
6. Interaction of equiaxed crystals with the solidification fronts
7. Thermal dispersion caused by interaction of liquid with dendrites in the mushy region
8. Anisotropic heat conduction in crystals
9. Dendrite breakage and transport.

Transport of heat and species is of particular interest because it normally constitutes the rate-determining process for the progress of solidification. Many problems in solidification can be attributed to improper control of heat and fluid flow and species redistribution. For example, cracking due to large thermal stresses is caused by uncontrolled heat flow during solidification, and fractures often occur along highly segregated grain boundaries (i.e., hot tearing). Thermal and solidification contraction may result in pore formation, shrinkage cavities, internal stress, and air-gaps between the mold and the ingot. Furthermore, the structure of the grains (microstructure) and, therefore, the mechanical properties of a material are strongly influenced by melt convection (i.e., interdendritic flow) and heat and species transfer on microscopic and macroscopic levels during solidification. Understanding of transport phenomena during solidification is important for process optimization and control. For example, in modern foundry technology, predictions of the solidification rate and temperature distribution during the process are needed for controlling fundamental parameters, such as stripping times for ingot and form casting, withdrawal rates for continuous casting, etc.

Motion of either the liquid or the solid phase can induce compositional inhomogeneities on the system scale, which are called macrosegregation. These inhomogeneities are caused by uncontrolled species transport due to melt convection (Fisher, 1981). Typical macrosegregation patterns of an alloy ingot are shown schematically in Fig. 6, which depicts a statically cast ingots (Flemings, 1974). Segregates refer to regions of significant enrichment, and both the core and "V" segregates result from buoyancy driven flow due to the interdendritic liquid being enriched with the heavier constituent. The "A" segregates result from enrichment due to the higher constituent. In alloys the density changes which produce buoyancy driven flows are often called thermo-solutal or double-diffusive convection depending on the orientation relative to the gravitational field, the thermal and solutal buoyancy forces either augment or oppose each other. For example, for solidification from the side, the downward buoyancy force due to the horizontal temperature gradient is opposed or augmented by solutal buoyancy forces, depending on whether the lighter or the heavier component is rejected during solidification.

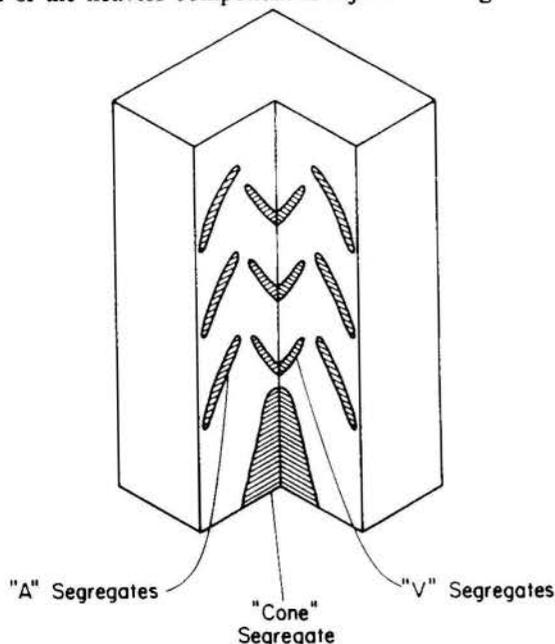


Figure 6. Schematic representation of possible segregate patterns in a statically cast ingot (after Flemings, 1974).

Due to the much lower mass diffusivity relative to the thermal diffusivity of metal melts or binary solutions, the liquid retains its composition. This may induce solutal layering as shown schematically in Fig. 7. Layering may also produce stable stratifications or the formation of plumes. Solutal layering has been shown to cause strong irregularities in the advance of columnar dendritic growth front and even remelting (Beckermann and Viskanta, 1988; Magirl and Incropera, 1992). Since most fluids have vastly different diffusivities for heat and mass, the combined thermal and solutal natural convection is often called double-diffusive convection. Because the liquid retains its composition far more effectively than its temperature, double-diffusive systems can display a variety of interesting and unexpected convection patterns. Double-diffusive convection is present in virtually all multicomponent mixtures undergoing phase change in a gravitational field. Temperature gradients may be externally imposed on the system and are affected internally due to the release or absorption of the latent heat. Concentration gradients are a direct consequence of the different solubilities of the chemical species in the solid and liquid phases. Hence, double-diffusive convection is naturally present in solidification systems and can usually not be avoided.

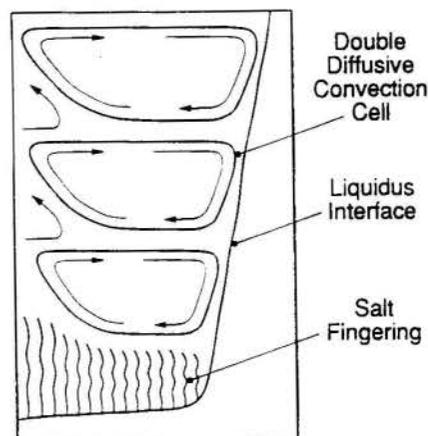


Figure 7. Schematic representation of conditions within a series of double diffusive convection cells at 48 minutes during solidification of aqueous ammonium chloride from a side (from Magirl and Incropera, 1992).

In summary, the importance of convection during solidification of multicomponent mixtures has been well recognized, but relatively little systematic experimental and theoretical work has been done to provide a general understanding of the various transport phenomena involved, particularly for solidification of metal alloys. The effects of a non-stationary solid, i.e., the floating and settling of equiaxed crystals, convection due to surface tension gradients, and penetration of bulk liquid into the mushy zone are not well understood. Other important transport phenomena associated with solidification of binary and multicomponent systems include remelting of the solid in different parts of the system, effects of anisotropic crystal structures (i.e., thermal conductivity, permeability), gap formation between mold and solid, and interaction of particulate matter with the solidification front.

Transport in the Mushy Layer. If the fluid flows through the interstices of the mushy zone, formed by dendritic crystals filled with fluid, the transport of both heat and solute is altered. This transport can increase growth of the dendrites or cause them to be melted (Beckermann and Viskanta, 1988; Magirl and Incropera, 1992). Hence, there are complex interactions between fluid flow and solidification of alloys in which density gradients generated by solidification drive a flow that can, in turn, modify the crystal structure and the growth rates. Conversely, the growth and dissolution of dendrites, induced by buoyancy driven convection, alters the permeability of the mushy zone which changes the pattern of convection. As an off-eutectic is solidified, the two-phase mushy region formed between the pure solid and liquid regions, which is essentially a liquid-saturated, porous crystalline structure, can be considered as a porous medium. Depending on the type of alloy being solidified, the mushy region can be nearly isotropic or highly anisotropic but continuously changing with time as the solidification progresses.

The mushy zone is viewed as a porous medium (Mehrabian et al., 1970; Viskanta and Beckermann, 1987), and the directional nature of the columnar dendritic structure requires consideration of the flow on a microscopic scale (Poirier, 1987). The interdendritic fluid flow in the mushy zone is described by a permeability tensor which contains the interfacial area concentration explicitly, which, in turn, can be related to the hydraulic radius. Poirier (1987) has shown that the radius can be related to the primary and secondary dendrite arm spacings. Simulations have revealed that anisotropy (directionality) of the dendrite structure has the potential of affecting interdendritic flow patterns and solidification dynamics (Yoo and Viskanta, 1992).

Mathematical Modeling of Alloy Solidification. It is beyond the scope of this brief account to discuss extensive body of literature on mathematical modeling of alloy solidification on macroscopic or microscopic-macroscopic scales. Recent reviews of solidification modeling, including treatment of the mushy zone, are available (Viskanta and Beckermann, 1987; Rappaz, 1989; Huppert, 1990; Beckermann and Viskanta, 1993) and the references cited therein. Suffice it to say that modeling of alloy solidification with convection started with the work of Flemings and Nereo (1967). They treated the mushy zone as a variable porosity medium and predicted macrosegregation due to flow driven by the solidification contraction only. The effect of gravity was first introduced by Mehrabian et al. (1970), who used Darcy's law to model the flow in the mushy zone by also accounting for buoyancy.

There are essentially three approaches: (i) diffusive mixture theory, (ii) continuum mixture theory, and (iii) two-phase volume averaging procedure for analyzing macroscopic transport phenomena in the mushy zone during binary alloy solidification. The three formulations governing the fluid motion and evolution of an alloy in a state of mixed liquid and solid phases are compared, and points where the formulations agree and disagree are highlighted (Beckermann and Viskanta, 1993). An account is also provided of the many basic modeling issues left to be resolved. For example, it is not clear how to combine the known effects of convection on the growth of crystal aggregates (i.e., "mushy zones") in a single macroscopic transport model.

EXAMPLES OF SOLIDIFICATION SYSTEMS

Fluid motion can play a fundamental role in the phase transitions that accompany solidification of alloys, because when a melt of two or more components solidifies the composition of the solid differs from the original melt. The difference in composition between the melt and the solid product implies that the composition of the melt in the neighborhood of the solidification

front can be different than in the bulk. The differences in temperature and composition produce density differences, which can drive fluid motions, convective transport of both heat and mass and alter the rate and maybe even the mode of the solidification processes. Even though motions in the melt can be produced by means other than interaction of density with a gravitational field (refer to subsection on Transport Phenomena), buoyancy driven transport during solidification is of considerable practical and theoretical interest and has been studied more extensively. For this reason several examples of binary alloy solidification in which fluid motion is produced by buoyancy will be discussed here. The interactions that occur in a gravitational field depend strongly upon direction of solidification relative to gravity; therefore, as an illustration, solidification from the bottom, side and combined side and bottom chilling will be discussed.

Solidification from Below. Solidification that results from cooling an off-eutectic binary alloy from a flat horizontal surface at the bottom, represents a very simple physical situation which is not only of considerable practical interest, but it also reveals many important salient features of the process. For example, unidirectionally solidified castings, where cooling is applied at the bottom mold wall, a columnar structure is grown, which results in a stronger cast (Kurz and Fisher, 1989). This is owing to the fact that in metal alloys the mushy region is dendritic, and the dendrites are aligned with the direction of strongest thermal gradient.

In the simple geometry in which a melt is solidified from below three different regimes may be distinguished by whether the density of the melt is increased, decreased or remains constant when the melt is depleted of the component forming the solid phase. A schematic diagram of the first two regimes is shown in Fig. 8. The last regime corresponds to the solidification of a melt having eutectic composition and is of lesser interest to this discussion. When a binary melt is solidified from below, rejection of a lighter component than the parent liquid can result in an unstable composition gradient which opposes the stable temperature gradient. The density of the liquid appears as in Fig. 8(b). The density inversion ahead of the dendrite tips may induce convection in the form of thin plumes ascending from the dendrite plus liquid (mushy zone) interface.

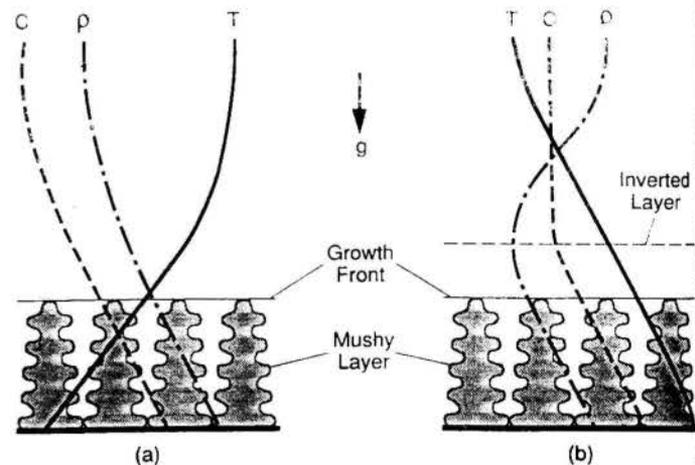


Figure 8. Schematic of dendrite solidification front with accompanying temperature, solute and density profiles: (a) stable interface between melt and solid on the release of melt whose density exceeds that of original melt and, (b) unstable interface between melt and solid whose density is lower than that of the original melt.

Figure 8(a) shows one-dimensional solidification of a melt. Both heat and species are transported entirely by molecular diffusion, and temperature and composition profiles are stably distributed [Fig. 8(a)]. This leads to a stable density profile and no motion occurs in the melt. However, the system is susceptible to morphological instability that causes the solid/liquid interface to change from planar to a state of a cellular pattern (Davis, 1990). Several experimental and theoretical studies in which the generated compositional density field is stable and the fluid in the mushy layer is stagnant have been reported (Huppert and Worster, 1985; Webb and Viskanta, 1986; Braga and Viskanta, 1990). Good agreement between predicted and measured temperature profiles during solidification of NaCl-H₂O and NH₄Cl-H₂O solutions was obtained when the local solid fraction was determined as a function of temperature from the phase diagram (Braga and Viskanta, 1990). Surprisingly, good agreement was obtained between the experimental results and the predictions of a model in which the solid fraction was assumed to be constant throughout the mushy layer (Huppert and Worster, 1985). To explain this finding Worster (1991) argued that a solidifying system incorporating a mushy layer adopts a configuration of marginal thermodynamic equilibrium, which is achieved if the temperature gradient is equal to the local liquidus temperature on the liquid side of the mush-liquid interface.

It is generally understood that unidirectional (vertically upward), solidification of a binary alloy can induce finger-like, double-diffusive convection, which is responsible for a severe form of macrosegregation known as freckling (Copley et al., 1970; Giamei and Kear, 1970). The freckles have been linked to flow channels which develop in the mushy region and through which ascending plumes penetrate to the overlying bulk liquid. From an experimental study with aqueous NH₄Cl model alloy (Sample and Hellawell, 1984), it was concluded that freckle nucleation occurs at the growth (liquidus) front and that, concomitant with establishment of an ascending plume, there is downward propagation of the channel toward the chilled surface.

Using shadowgraph (Chen and Chen, 1991), and shadowgraph, particle tracking, and dye injection into the mushy region (Magirl and Incropera, 1992), detailed photographic investigations of unidirectional solidification of an aqueous ammonium chloride solutions (a transparent analog) have been carried out and revealed an array of fascinating phenomena. When solidification of a 27% solution is induced by chilling the solution from below, dendritic crystals which form at the cold surface eject lighter, solute deficient fluid. The attendant instability is manifested by finger-type double-diffusive phenomena. As the mushy region grows from the bottom surface, perturbations in the fluid variables at the liquidus interface cause localized remelting and the downward development of channels in the mushy region. While solutal plumes which ascend from channels strengthened, the fingers slowly weakened, and in the later stages of the experiment salt fingering was ultimately suppressed, and the plumes became the primary mechanism for convective transport of interdendritic fluid into the melt (Fig. 9).

With increasing Reynolds number (based on plume diameter), motion of the most vigorous plumes became helical in nature (Fig. 10), and wisps of falling liquid appeared to shed from the outer bends of the plumes (Magirl and Incropera, 1992). These wisps were seen both with the shadowgraph and fluorescein dye injection techniques. Slight double-diffusive layers began to develop in the bulk liquid about one hour into the experiment and the double-diffusive layering is clearly evident in Fig. 9. At approximately 2 hr 30 min into the experiment, only two weak plumes remained, and double-diffusive layers also became less distinct, with attendant weakening of the convection cells.

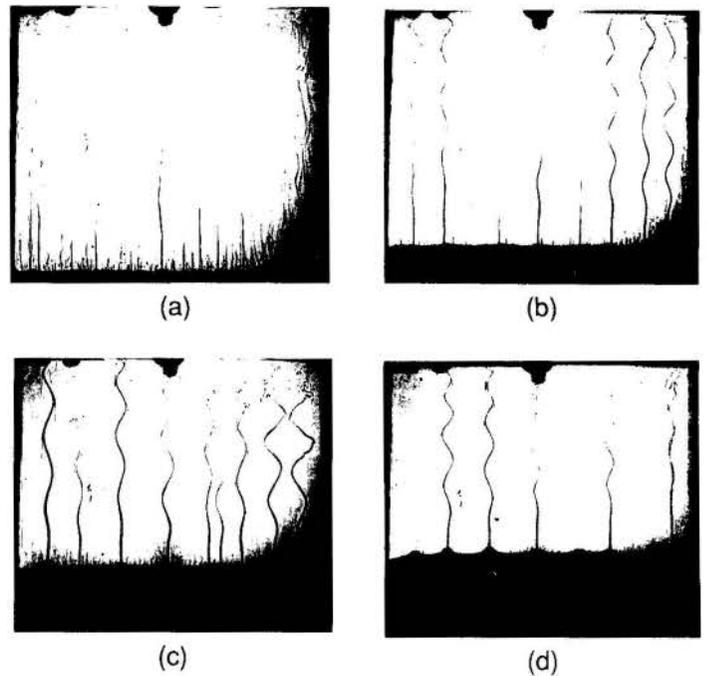


Figure 9. Shadowgraph images of unidirectional solidification of 27% aqueous ammonium chloride solution showing plumes emanating from channels in the mushy region and organization and strengthening of plumes, suppression of salt fingering and double-diffusive-convection within the melt: (a) 15, (b) 30, (c) 60, and (d) 120 min (from Magirl and Incropera, 1992).

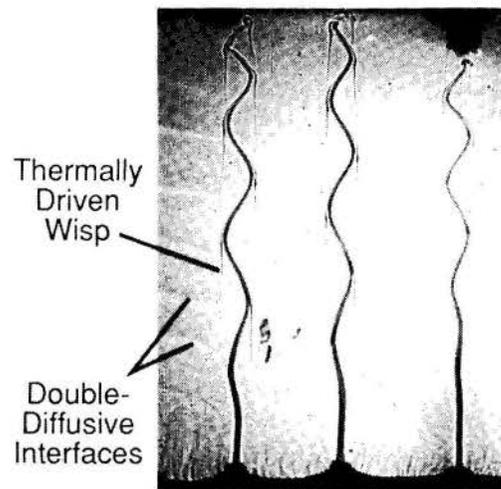


Figure 10. Shadowgraph image at 106 minutes of three helical plumes showing double-diffusive layering and cold "wisps" of fluid flowing from bends in the plume during solidification of 27% aqueous ammonium chloride solution (from Magirl and Incropera, 1992).

Sample and Hellawell (1984) have determined that channel formation depends strongly on perturbations associated with lighter fluid at the liquidus front, while Huppert (1990) and Worster (1991) provided physical interpretations of formation of channels within the mushy region. Although morphological and hydrodynamic instabilities associated with unidirectional solidification have been analyzed (McFadden et al., 1984; Sarazin and Hellawell, 1988), it is only recently that macroscopic model has been used to predict detailed transport phenomena and to delineate the origin of freckles and their relationship to channel formation (Neilson and Incropera, 1991 and 1992).

Solidification of a Binary Alloy Cooled from Above. The interaction between the solidification and convection that occurs when a binary alloy is solidified from above has been studied by Cao and Poulidakos (1990) and by Kerr et al. (1990a, b, c) in a series of three papers. Kerr et al. (1989) and Huppert (1990) present summary of the detailed analysis and experimental techniques described in Kerr et al. (1990a, b, c). This subsection highlights the important contributions of these studies.

When a hypoeutectic aqueous ammonium chloride solution is cooled from above, three distinct regions exist in the cavity during the solidification process, independent whether the bottom of the cavity is adiabatic or is heated as long as the temperature is above the eutectic point (Cao and Poulidakos, 1990). These three regions are shown schematically in Fig. 11. If the top boundary temperature T_b is below the eutectic temperature T_E solid is formed in which heat and mass are transported by diffusion. The mushy layer, consisting of a complex mixture of crystals and liquid, exists between the solid and liquid regions. Throughout the mushy layer the temperature is constrained to equal the liquidus temperature of the interstitial melt. In the mushy zone, heat and mass transfer occur in both phases, and liquid motion is possible because of the permeable nature of the solid matrix composed of dendritic crystals. The porosity and permeability of the mushy zone varies both spatially and temporally and is not known *a priori*. The interfacial temperature T_i (i.e., between mush and liquid) is less than the equilibrium freezing temperature of the melt $T_L(C_o)$. In the liquid phase, convection is affected by the simultaneous action of temperature and composition gradients. Intense mixing ("low frequency turbulence") in the melt keeps the temperature uniform.

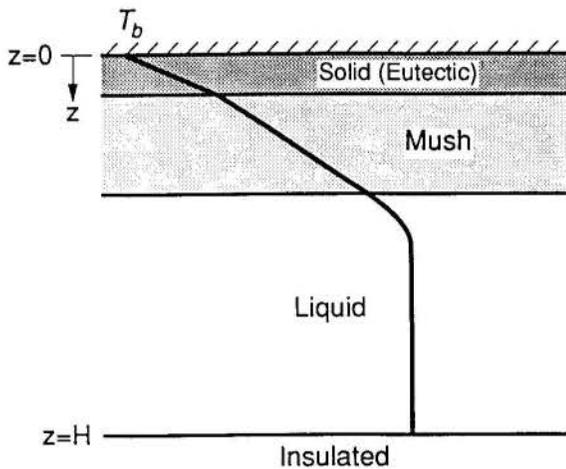


Figure 11. Sketch of the temperature profile for a binary melt cooled from above with a growth of a solid mushy layer and the liquid layer when the boundary temperature T_b is lower than the eutectic temperature T_E and the base plate is adiabatic.

The measured temperature distributions in the mushy region were linear and this indicated that conduction is the dominant heat transfer mechanism, despite the fact that the liquid motion takes place in the interstitial space. Even though the melt is convectively unstable because it is cooled from above, the motion is not sufficiently intense to affect the temperature field. Flow in the liquid region was characteristic of double-diffusive convection with unstable concentration gradients (Cao and Poulidakos, 1990). Salt fingers were clearly visible in the vicinity of the solid/liquid interface at high initial concentrations, which were caused by precipitation of NH_4Cl .

When an initially homogeneous aqueous solution of Na_2SO_4 is solidified, a schematic diagram of the configuration of the solid, mush and melt is shown in Fig. 12. If the boundary temperature T_b is less than eutectic temperature T_L , the formation of a completely solid layer results as in the experiments of Cao and Poulidakos (1990). The solid extends from the cooled plate down to a mushy zone of dendritic crystals and interstitial melt. The melt is convectively unstable because it is cooled from above and vigorous convection is present. The second solid layer which usually appears once the melt temperature reaches the equilibrium freezing temperature $T_E(C_o)$ is a solid layer of crystals that grows on the bottom at a rate sufficient to keep the melt on the liquidus (Kerr et al., 1990c). As solidification progresses, the solid below the cooling plate merges into the solid growing from the floor. The experimental results with aqueous solutions of sodium sulphate are in agreement with the quantitative predictions of a simple theoretical model.

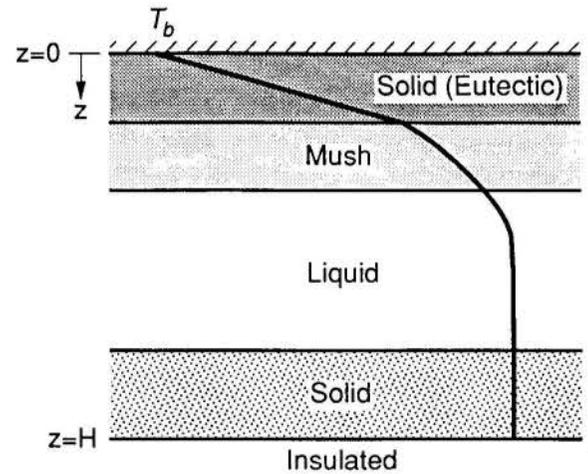


Figure 12. Sketch of the temperature profile for a binary melt cooled from above with release of melt whose density is less than that of the original melt with the boundary temperature T_b that is below the eutectic temperature T_E (after Kerr et al., 1990c).

When the temperature of the cooling plate T_b (at the roof $z=0$) is less than the liquidus temperature $T_L(C_o)$ where C_o is the initial composition of the melt, but greater than the eutectic temperature T_E , solution is released whose density is less than that of the original melt. The solid forms a mushy layer of dendritic crystals, and the interstices accommodated the residual fluid. In the experiments with the aqueous 17 wt % isopropanol solution no solid was formed at the top chilled plate (Kerr et al., 1990a).

Solidification at a Vertical Wall. During off-eutectic binary melt solidification, density gradients result from both temperature and composition differences and may induce augmenting or opposing body forces. When solidification along a vertical cooled boundary, the buoyancy force due to the horizontal temperature gradient may be opposed (or augmented) by the upward (or downward) buoyancy force due to the composition gradient. The physical situation for which the density difference at the wall due to the temperature, $\Delta\rho_T$, is positive, which corresponds to a cooled wall and by itself would induce downwards motion, while the density difference at the wall due to composition, $\Delta\rho_C$, is negative, which corresponds to the release of less dense fluid and by itself induces upwards motion. This situation has received most

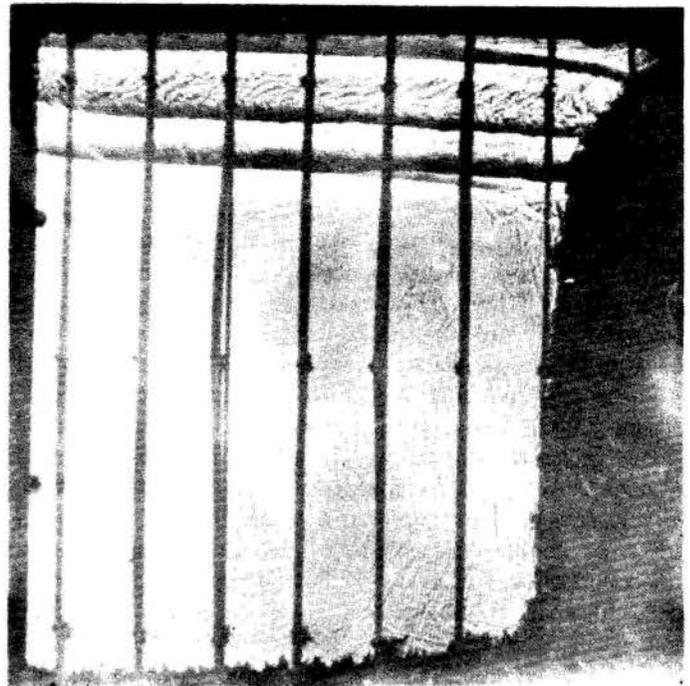
attention because of its relevance to geophysical (Huppert, 1990) and metallurgical (Incropera and Viskanta, 1991) contexts. It is also of fundamental fluid-mechanical interest because of the inherent possibility of a bidirectional boundary layer and double-diffusive convection.

To observe convection phenomena during solidification, experiments have been performed in transparent salt solutions. Recent accounts are available (Thompson and Szekeley, 1988; Huppert, 1990; Magirl and Incropera, 1992). Development of the liquidus front and double-diffusive convection in the solidifying $\text{NH}_4\text{Cl-H}_2\text{O}$ melt are revealed by shadowgraphs (Beckermann and Viskanta, 1988). Initially, some of the solid dendrites which form at the chilled wall are detached due to shear forces imposed by thermally driven recirculation in the melt and fall to the bottom. After a short time, however, the dendrites become firmly attached and the solidification proceeds almost exclusively from the chilled wall. Lighter, water-enriched liquid resulting from solidification ascends through the mushy region to the top of the cavity, as well as along the liquidus interface. Accumulation of compositionally lighter (water-rich) but thermally heavier (colder) fluid in a horizontal layer at the top of the test cell is conducive to the establishment of a diffusive interface which separates the layer from underlying fluid which is compositionally heavier and thermally lighter [Fig. 13(a)]. The number of double-diffusive interfaces (and layers) decreases as some of the interfaces weaken and the layers merge. Each double-diffusive layer is occupied by a flat convection cell superimposed by two smaller convection rolls recirculating in the same direction near the liquidus interface and the vertical hot wall. As the solidification proceeds [Fig. 13(b)], the water enriched fluid layers with lower liquidus temperatures expand downward. Remelting of dendritic solid formed earlier occurred, and the shape of the liquidus interface is strongly coupled with the location of the double-diffusive interfaces.

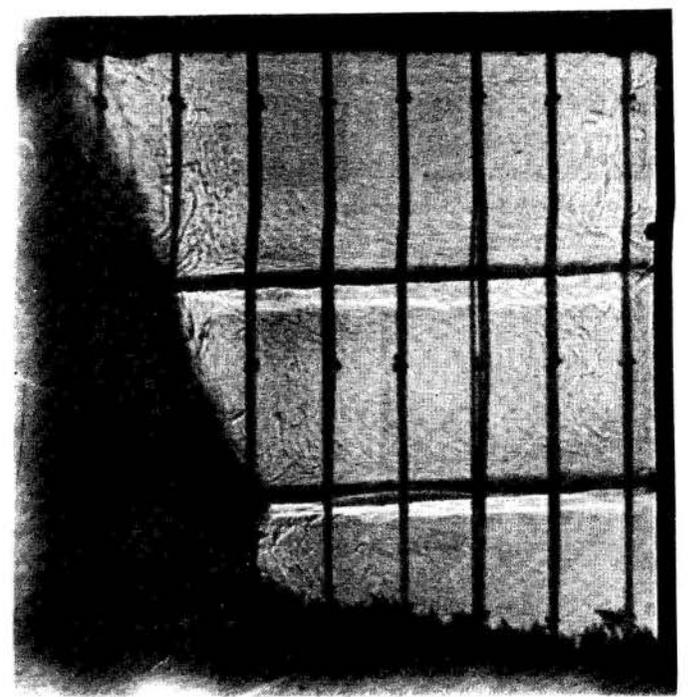
The major conclusion of the experimental and theoretical modeling studies (Huppert 1990; Incropera and Viskanta, 1992; Prescott et al., 1992) is that solidification from the side of an initially homogeneous solution results in the vertical composition gradient in the melt and macrosegregation as well as channeling in the mushy zone. The gradient results from the convection driven by the fluid released on solidification and cooling of a vertical compositional gradient from the side wall leads to an array of nearly horizontal double-diffusive layers separated by sharp interfaces (Fig. 13).

While current continuum models have successfully predicted phenomena such as double-diffusive convection and macrosegregation following solidification, quantitative agreement between model predictions and experimental results for aqueous solutions has been less satisfactory (Beckermann and Viskanta 1988; Christenson et al., 1989; Neilson et al., 1990). The differences have been attributed primarily to uncertainties in model input parameters (Neilson and Incropera, 1991).

In many solidification processes, the melt is characterized by a free surface and convection may be influenced by thermal/solutal buoyancy forces as well as by related surface tension gradients. The combined influence of surface tension and buoyancy forces driven flows on solidification in a one-g environment has been assessed experimentally and theoretically for $\text{NH}_4\text{Cl-H}_2\text{O}$ solution in a square cavity, with one-side wall chilled ($T_c = -23^\circ\text{C}$) and the opposing wall maintained at the initial melt temperature (Engel and Incropera, 1989). The initial composition of 27% aqueous ammonium chloride solution provided hypereutectic conditions for which lighter, water-rich fluid was rejected interdendritically. At steady-state conditions the flow was found to be dominated by a single cell and water enrichment of the entire liquid had enhanced remelting near the bottom of the cavity. Recirculation of the melt was driven by combined thermal



(a)



(b)

Figure 13. Shadowgraph images of solidification at a vertical wall using a 27% aqueous ammonium chloride solution in a square cross-section enclosure having dimensions of 141 mm with a hot wall temperature at 20°C and cold wall temperature at -30°C : (a) 60 min and (b) 240 min after solidification has been initiated. The dark vertical lines are the images of electrochemical probes for determining local salt concentrations and thermocouples for measuring local temperatures (from Song, 1992).

buoyancy and surface tension forces, and the incidence of warm fluid from the heated sidewall was responsible for the final liquidus shape. Flow visualization results confirmed many features of predictions; however, significant differences were associated with the chronological pattern of cellular flow development and the time required to reach steady-state (Engel and Incropera, 1989).

Side and Bottom Wall Solidification. Simultaneous chilling from the sidewalls and bottom is typical of ingot solidification. Both flow visualization and quantitative measurements using a 27% ammonium chloride solution were made when the solution was statically chilled from both sides and bottom in a two-dimensional rectangular test cell (Magirl, 1992; Magirl and Incropera, 1992). Creation of a dense slurry, double-diffusive convection and undercooling of melt were observed (Fig. 14). Dendrite breakage on the side walls and dendritic fracture within the side wall mush established a slurry zone which subsequently enhanced formation of large equiaxed regions in the bottom of the base. Crystal erosion created A-segregate type channels which were observed and traced with dye injection (Magirl and Incropera, 1992). Also, the channels in the side wall mush enhanced fluid motion in well established double-diffusion convection cells. The cells impeded motion of plumes emanating from volcanoes in the bottom mush. Within the melt, water-rich fluid formed above warm, salt-rich fluid. Crystal nucleation on thermocouple probes located well within the melt provided evidence that significant undercooling existed within the liquid region.

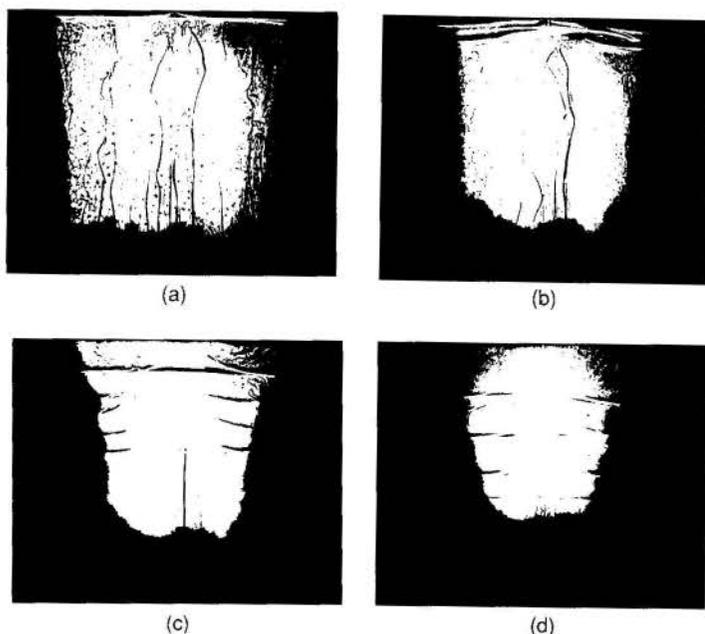


Figure 14. Shadowgraph images of solidification using a 27% aqueous ammonium chloride solution for concurrent side and bottom wall chilling: (a) 10, (b) 15, (c) 30, and (d) 60 min (from Magirl and Incropera, 1992).

Numerical simulation of solidification from the side walls and bottom using a continuum model predicted trends in temperature and composition variations but failed to provide good quantitative agreement with the data (Magirl, 1992). The model did not account for turbulent mixing caused by salt fingers as well as slurry-transport effects and resulted in underprediction of heat and species transport across the liquidus interface. Finally, the assumption of thermodynamic equilibrium predicted a large and physically unrealistic mushy region which altered flow conditions in the melt.

CONCLUSIONS

We conclude that macroscopic transport phenomena can play a dominant role in many solidification problems of geophysical, technological, biomedical and food processing

interest. For example, the core problem in metallurgy and solidification of binary metal alloys in particular is to understand microstructure formation and how macroscopic transport phenomena impact the metallurgical and mechanical properties of an alloy on the microscale.

On a macroscopic scale, the solidification process is primarily controlled by heat diffusion, and traditionally convection of heat and mass have been of secondary importance in modeling of solidification processes. Although significant progress has been made in recent years, most of it has come from metallurgists and materials scientists. Despite the nature of the problem, only more recently have transport phenomena in solidification processing been considered by researchers in the thermal sciences. Often this has been due to the fact that most real solidification and materials processes are complex, not well-defined, and difficult to study experimentally or formulate mathematically. Owing to the important role played by the fluid flow and heat and mass transfer processes during solidification, there is, however, a definite need for thermal scientists to become more involved and represents an excellent opportunity for interdisciplinary research in an important field of technological interest.

In short, there are many transport phenomena related issues occurring during alloy solidification that challenge a thermal scientist. In the past some of these problems were traditionally taken to be the domains of applied mathematicians, geologists, geophysicists, crystal growers or metallurgists. Now, a more interdisciplinary approach is needed to solve a very complex problem encompassing a range of engineering and scientific disciplines (see Fig. 1).

ACKNOWLEDGMENTS

The author is indebted to his colleague Prof. F.P. Incropera and graduate students in the Heat Transfer Laboratory, Mr. C.S. Magirl, Dr. P.J. Prescott and Mr. M. Song, who provided original photographs and illustrations included in this review. He is also grateful to them and to Prof. C. Beckermann for many discussions that helped to shape his ideas.

REFERENCES

- Beckermann, C. and Viskanta, R., 1993, "Mathematical Modeling of Transport Phenomena During Alloy Solidification," *Applied Mechanics Reviews* (in press).
- Beckermann, C. and Viskanta, R., 1988, "Double-Diffusive Convection During Dendritic Solidification of a Binary Mixture," *PhysicoChemical Hydrodynamics*, Vol. 10, pp. 195-213.
- Braga, S.L. and Viskanta, R., 1990, "Solidification of a Binary Solution on a Cold Isothermal Surface," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 745-754.
- Brown, R.A., 1988, "Theory of Transport Processes in Single Crystal Growth from the Melt," *AIChE Journal*, Vol. 34, pp. 881-911.
- Chen, C.F. and Chen, F., 1991, "Experimental Study of Directional Solidification of Aqueous Ammonium Chloride Solution," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 227, pp. 567-586.
- Christenson, M.S., Bennon, W.D. and Incropera, F.P., 1989, "Solidification of an Aqueous Ammonium Chloride Solution in a Rectangular Cavity - II: Comparison of Predicted and Measured Results," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 69-79.

Copley, S.M., Giamei, A.F., Johnson, S.M. and Hornbecker, M.F., 1970, "The Origins of Freckles in Unidirectionally Solidified Castings," Metallurgical Transactions, Vol. 1, pp. 2193-2204.

Crank, L. 1984, Free- and Moving-Boundary Problems, Clarendon Press, Oxford.

Davis, S.H., 1990, "Hydrodynamic Interactions in Directional Solidification," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 212, pp. 241-262.

Engel, A.H.H. and Incropera, F.P., 1989, "Solidification of a Binary Mixture in a Square Cavity with a Free Surface," Wärme-und Stoffübertragung, Vol. 24, pp. 279-288.

Fisher, K.M., 1981, "The Effect of Fluid Flow on the Solidification of Industrial Castings and Ingots," PhysicoChemical Hydrodynamics, Vol. 2, pp. 311-326.

Flemings, M.C., 1974, Solidification Processing, McGraw-Hill, New York.

Flemings, M.C. and Nereo, G.E., 1967, "Macrosegregation, Part I," Transactions of American Institute of Metallurgical Engineers, Vol. 239, pp. 1449-1461.

Giamei, A.F. and Kear, B.H., 1970, "On the Nature of Freckles in Nickel Base Superalloys," Metallurgical Transactions, Vol. 1, pp. 2185-2192.

Glicksman, M.E., Coriell, S.R. and McFadden, 1986, "Interaction of Flows with the Crystal-Melt Interface," Annual Reviews of Fluid Mechanics, Vol. 18, pp. 307-335.

Hill, J.M., 1987, One-dimensional Stefan Problems: An Introduction, Longman, London.

Huppert, H.E., 1990, "The Fluid Mechanics of Solidification," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 212, pp. 209-240.

Huppert, H.E. and Worster, M.G., 1985, "Dynamic Solidification of Binary Melt," Nature, Vol. 314, pp. 703-707.

Incropera, F.P. and Viskanta, R., 1992, "Effects of Convection on the Solidification of Binary Mixtures," in Heat and Mass Transfer in Materials Processing, I. Tanasawa and N. Lior, Eds., pp. 295-312, Hemisphere, New York.

Kerr, R.C., Woods, A.W., Worster, M.G. and Huppert, H.E., 1989, "Disequilibrium and Macrosegregation During Solidification of a Binary Melt," Nature, Vol. 340, pp. 357-362.

Kerr, R.C., Woods, A.W., Worster, M.G. and Huppert, H.E., 1990a, "Solidification of an Alloy Cooled from Above. Part 1. Equilibrium Growth," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 216, pp. 323-342.

Kerr, R.C., Woods, A.W., Worster, M.G. and Huppert, H.E., 1990b, "Solidification of an Alloy Cooled from Above. Part 2. Non-equilibrium Interfacial Kinetics," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 217, pp. 331-348.

Kerr, R.C., Woods, A.W., Worster, M.G., and Huppert H.E., 1990c, "Solidification of an Alloy Cooled from Above. Part 3. Compositional Stratification Within the Solid," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 218, pp.337-354.

Kuo, S. and Sun, D.K., 1985, "Flow Field and Weld Penetration in Stationary Arc Welds," Metallurgical Transactions A, Vol. 16, pp. 203-213.

Kurz, W. and Fisher, D.J., 1989, Fundamentals of Solidification, Trans. Tech Publications, Aedermannsdorf, Switzerland.

Lame', G. and Clapeyron, B.P., 1831, "Me'moire sur la solidification per refroidissement d'un globe solide," Annale Chemie Physique, Vol. 47, pp. 250-256.

Magirl, C.S., 1992, Flow and Morphological Conditions Associated with the Directional Solidification of Aqueous Ammonium Chloride Under the Influence of an Induced Rocking Motion, M.S.M.E. Thesis, Purdue University.

Magirl, C.S. and Incropera, F.P., 1992, "Flow and Morphological Conditions Associated with Unidirectional Solidification of Aqueous Ammonium Chloride," in Topics in Heat Transfer- Volume 1, HTD-Vol. 206-1, pp. 1-9, ASME, New York.

Mehrabian, R., Keane, M. and Flemings, M.C., 1970, "Interdendritic Fluid Flow and Macrosegregation: Influence of Gravity," Metallurgical Transactions, Vol. 1, pp. 734-743.

Neilson, D.G., Incropera, F.P. and Bennon, W.D., 1990, "Numerical Simulation of Solidification in a Horizontal Cylindrical Annulus Charged with an Aqueous Solution," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 33, pp. 367-380.

Neilson, D.G. and Incropera, F.P., 1991, "Unidirectional Solidification of a Binary Alloy and the Effects of Induced Fluid Motion," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 34, pp. 1717-1732.

Neilson, D.G. and Incropera, F.P., 1992, "Numerical Study of the Effects of Transport Phenomena on Macrosegregation During Unidirectional Solidification of a Binary Substance," Wärme-und Stoffübertragung, Vol. 27, pp. 1-10.

Ostrach, S., 1983, "Fluid Mechanics in Crystal Growth - The 1982 Freeman Scholar Lecture," ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 105, pp. 5-20.

Ohno, A., 1987, Solidification, Springer Verlag, Berlin.

Poirier, D.R., 1987, "Permeability for Flow of Interdendritic Liquid in Columnar - Dendritic Alloys," Metallurgical Transactions A, Vol. 19, pp.3057-3061.

Prescott, P.J., 1992, Convective Transport Phenomena During Solidification of Binary Metal Alloys and the Effects of Magnetic Fields, Ph.D. Thesis, Purdue University.

Prescott, P.J., Incropera, F.P. and Gaskell, D.R., 1992, "The Effects of Undercooling, Recalescence and Solid Transport on the Solidification of Binary Metal Alloys, in Topics in Heat Transfer - Volume 2, M. Chermchi et al., Eds., HTD-Vol. 206-2, pp. 31-39, ASME, New York.

Rappaz, M. 1989, "Modelling of Microstructure Formation in Solidification Processes," International Materials Reviews, Vol. 34, pp.93-123.

Rohatgi, P., 1988, "Foundary Processing of Metal Matrix Composites," Modern Casting, April 1980, pp.47-50.

Rubinstein, L., 1971, The Stefan Problem, AMS Translations, Vol. 27, American Mathematical Society, Providence, RI.

Sahm, P.R., Jones, H.J. and Adam, C.M., 1986, Science and Technology of the Undercooled Melt, NATO ASI Series, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, The Netherlands.

Sample, A.K. and Hellawell, A., 1984, "The Mechanics of Formation and Prevention of Channel Segregation During Alloy Solidification," Metallurgical Transactions A, Vol. 15, pp. 2163-2173.

Sarazin, J.R. and Hellawell, A., 1988, "Channel Formation in Pb-Sn, Pb-Sb, and Pb-Sn-Sb Alloy Ingots and Comparison with the System $\text{NH}_4\text{Cl-H}_2\text{O}$," Metallurgical Transactions A, Vol. 19, pp. 1861-1971.

Smith, T.J. and Hoadley, A.F.A., "Recent Developments in Modeling Metal Flow and Solidification," in Modeling the Flow and Solidification, T.J. Smith, Ed., pp. 227-302, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, The Netherlands.

Song, M., 1992, Momentum, Heat and Species Transport Within Binary Mixture Saturated Anisotropic Porous Media, Ph.D. Thesis, Purdue University (in preparation).

Stefan, J., 1889, "Über einige Probleme der Theorie der Wärmeleitung," S.-B. Wien Akademie Mathematik und Naturwissenschaften Vol. 98, pp.473-484.

Thompson, M.E. and Szekely, J., 1988, "Mathematical and Physical Modelling of Double-Diffusive Convection of Aqueous Solutions Crystallizing at a Vertical Wall," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 187, pp. 409-433.

Viskanta, R., 1988, "Melting and Solidification of Metals," ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 1205-1219.

Viskanta, R. and Beckermann, C., 1987, "Mathematical Modeling of Solidification," in Interdisciplinary Issues in Materials Processing, S.K. Samanta et al., Eds., Vol. 2, pp. 501-526, ASME, New York.

Voller, V.R., Stachowicz, M.S. and Thomas, B.G., 1991, Materials Processing in the Computer Age, Publication of TMS, Warrendale, PA.

Webb, B.W. and Viskanta, R., 1986, "An Experimental and Analytical Study of Solidification of a Binary Alloy," in Heat Transfer - 1986, C.L. Tien et al., Eds., Vol. 2, pp. 815-820, Hemisphere Publishing Corp., Washington, DC.

Worster, M.G., 1991, "Natural convection in a mushy layer," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 224, pp.335-359.

Yao, L.S. and Prusa, J., 1989, "Melting and Freezing, in Advances in Heat Transfer, J.P. Hartnett and T.F. Irvine, Jr., Eds., Vol. 19, pp. 1-95, Academic Press, New York.

Yoo, H. and Viskanta, R., 1992, "Effect of Anisotropic Permeability on the Transport Processes During Solidification of a Binary Mixture," International Journal of Heat and Mass Transfer (in press).

Computational Analysis of Fluid Flow and Heat Transfer

Suhas V. Patankar

Professor of Mechanical Engineering
 University of Minnesota
 Minneapolis, MN 55455

Outline

- Nature of Numerical Methods
- The Control-Volume Approach
- Treatment of Convection and Diffusion
- Solution of the Flow Equations
- Turbulence Models
- Periodically Fully Developed Situations
- Analysis of Heat Exchangers
- Applications

Remarks on the General Differential Equation

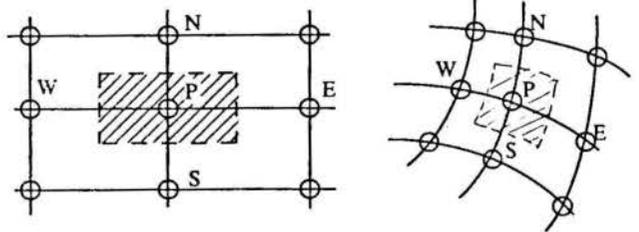
- The variable ϕ can stand for a velocity component, temperature, a turbulence parameter, etc.
- For each meaning of ϕ , there are corresponding expressions for Γ , S , and boundary conditions.
- The identification of a general differential equation enables us to develop a general solution method and to build general-purpose computer programs.

Task of a Numerical Method

To compute the distribution, in space and time, of the velocity components, pressure, temperature, concentrations of chemical species, turbulence parameters, and other related quantities.

The values of these variables are usually computed at grid points or nodes. As the grid becomes finer, the numerical solution approaches the exact solution of the differential equation.

The Control-Volume Approach (The Finite-Volume Method)



General Differential Equation

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S$$

- ϕ = general dependent variable
- ρ = density
- u_i = velocity in the x_i direction
- Γ = general diffusion coefficient
- S = source term

Ingredients of a Discretization Equation

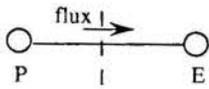
- Fluxes at the control-volume faces — convection and diffusion
- Storage/generation in the control volume — unsteady and source terms

Result:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

This equation has a direct physical meaning.

Treatment of Convection and Diffusion



The total convection and diffusion flux is expressed in terms of ϕ_P and ϕ_E . Upwind formulations gives more weightage to the value on the upstream side.

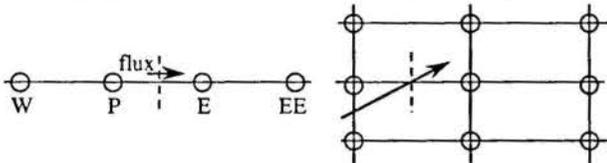
The k-ε Turbulence Model

- Turbulence is characterized by the turbulence kinetic energy k and its dissipation rate ϵ .
- Turbulent viscosity is given by $\mu_t = c_\mu \rho k^2 / \epsilon$.
- The quantities k and ϵ are obtained by the solution of two differential equations.
- The turbulent conductivity Γ_t is obtained from

$$\Gamma_t = c_p \mu_t / \sigma_t$$

where σ_t is a turbulent Prandtl number, usually taken as a constant.

Treatment of Convection and Diffusion (continued)



- Higher-order schemes express the flux in terms of more than two values of ϕ . Examples: cubic-spline, flux-spline, QUICK, second-order upwind.
- Skew schemes use the direction of the velocity vector to calculate the convection flux.

The k-ε Equations

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P - \rho \epsilon$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + \frac{\epsilon}{k} (c_1 P - c_2 \rho \epsilon)$$

$$P = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

Empirical Constants:

$$c_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3, \quad c_1 = 1.44, \quad c_2 = 1.92$$

Solution of the Flow Equations

- The coupling between the momentum and continuity equations requires a special treatment.
- In the SIMPLE procedure (and its variants SIMPLER, SIMPLEC, etc.), a guessed pressure is used in a preliminary calculation of the velocity field. Then the continuity equation is converted into a pressure-correction equation. The resulting corrections are used to obtain the corrected pressure and velocity fields

Treatment for the Near-Wall Region

- **Use of wall functions.** Universal behavior for the viscous sublayer is assumed near a wall.
- **Low-Reynolds-number k-ε model.** The model is enhanced to include the effect of laminar viscosity in the near-wall region. To use the model, very fine grids near the wall are needed. The model can predict transition, relaminarization, and other special phenomena.

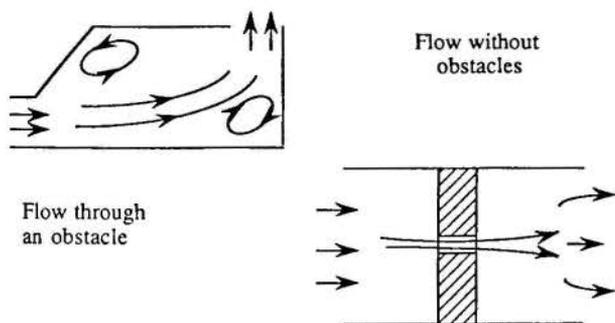
Turbulence Models

- The time-averaged equations for velocity and temperature contain additional terms known as turbulent stresses ($\rho \overline{u'v'}$) and turbulent heat flux ($\rho \overline{u'T'}$).
- The task of a turbulence model is to provide a means of calculating these terms.
- Often the turbulent stresses and fluxes are expressed in terms of a turbulent viscosity and turbulent conductivity.

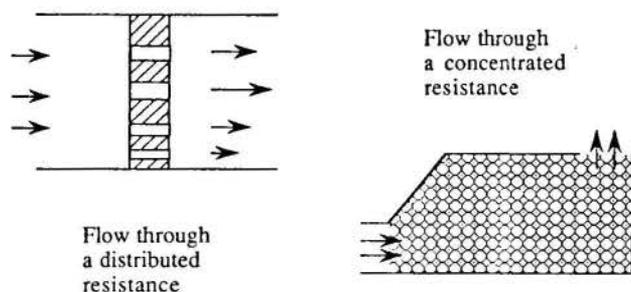
Analysis of Heat Exchangers

- **Micro-Analysis:** Calculation of flow and heat transfer in the individual passages of the heat exchanger. Use of periodic boundary conditions.
- **Macro-Analysis:** Calculation of flow and heat transfer in the whole heat exchanger. Use of the distributed-resistance concept.

Introduction to the Distributed Resistance Concept



Introduction to the Distributed Resistance Concept (continued)



Implementation of the Distributed-Resistance Concept

- Use the porosity values to account for the *actual* areas and volumes, which are different from the *nominal* areas and volumes.
- Introduce the distributed resistance to flow as an additional source term in the momentum equations.
- In the energy equations for the two fluids, use the distributed resistance to heat transfer to obtain the local heat gain/loss of each fluid.

Closing Remarks

- The control-volume method offers a general, convenient, and efficient procedure for the solution of flow and heat transfer.
- Turbulence models play a central role in the prediction of many practical situations.
- The use of periodic boundary conditions is useful in the micro-analysis of heat exchangers passages. The distributed-resistance concept is used for macro-analysis.
- The application of the method to a number of practical problems gives not only the numerical data for design but also increased insight into the physical processes involved.

REFERENCES

KEY: N = Numerical method
T = Turbulence model
A = Application

- Acharya, S. and Patankar, S.V., 1981, "Laminar Mixed Convection in a Shrouded Fin Array," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 103, pp. 559. (A)
- Braaten, M.E. and Patankar, S.V., 1985, "Analysis of Laminar Mixed Convection in Shrouded Arrays of Heated Rectangular Blocks," *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 28, pp. 1699-1709. (A)
- Choudhury, D. and Patankar, S.V., 1988, "Combined Forced and Free Laminar Convection in the Entrance Region of an Inclined Isothermal Tube," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 901-909. (A)
- Jones, W.P. and Launder, B.E., 1972, "The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 301-314. (T)
- Jones, W.P. and Launder, B.E., 1973, "The Calculation of Low Reynolds Number Phenomena with a Two-Equation Model of Turbulence," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 1119-1130. (T)
- Karki, K.C. and Patankar, S.V., 1987, "Cooling of a Vertical Shrouded Fin Array by Natural Convection: A Numerical Study," *Journal of Heat transfer*, Vol. 109, pp. 671-676. (A)
- Karki, K.C. and Patankar, S.V., (1988), "Calculation Procedure for Viscous Incompressible Flows in Complex Geometries," *Numeical Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 295-307. (N)
- Karki, K.C. and Patankar, S.V., 1988, "Solution of Some Two-Dimensional Incompressible Flow Problems Using a Curvilinear Coordinate System Based Calculation Procedure," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 309-321. (A)
- Karki, K.C., and Patankar, S.V., 1988, "Heat Transfer Augmentation Due to Buoyancy Effects in the Entrance Region of a Shrouded Fin Array," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 415-428. (A)
- Karki, K.C., and Patankar, S.V., 1989, "Pressure Based Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Arbitrary Configurations," *AIAA Journal*, Vol. 27, pp. 1167-1174. (N)
- Karki, K.C. and Patankar, S.V., 1989, "Laminar Mixed Convection in the Entrance Region of a Horizontal Annulus," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 15, pp. 87-99. (A)
- Kelkar, K.M., and Patankar, S.V., 1987, "Numerical Predictions of Flow and Heat Transfer in a Parallel Plate Channel with Staggered Fins," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 25-30. (A)
- Kelkar, K.M. and Patankar, S.V., 1989, "Numerical Prediction of Heat Transfer and Fluid Flow in Rectangular Offset-Fin Arrays," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 15, pp. 148-164. (A)

- Kelkar, K.M. and Patankar, S.V., 1990, "Numerical Prediction of Natural Convection in Square Partitioned Enclosures," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 17, pp. 269-285. (A)
- Kelkar, K.M. and Patankar, S.V., 1990, "Numerical Prediction of Fluid Flow and Heat Transfer in a Circular Tube with Longitudinal Fins Interrupted in the Streamwise Direction," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 112, 342-348. (A)
- Koehler, W.J., Patankar, S.V., and Ibele, W.E., 1990, "Numerical Prediction of Turbulent Oscillating Flow in a Circular Pipe," Proceedings of the 25th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Reno, Nevada, Vol. 5, pp. 398-406. (A, T)
- Lam, C.K.G., and Bremhorst, K., 1981, "A Modified Form of the $k-\epsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence," *Journal of Fluid Engineering*, Vol. 103, pp. 456-460. (T)
- Launder, B.E., and Spalding, D.B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flow," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp. 269-289. (T)
- Murthy, J.Y., and Patankar, S.V., 1983, "A Numerical Study of Heat Transfer From a Rotating Cylinder with External Longitudinal Fins," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 6, pp. 463-473. (A)
- Nieckele, A.O., and Patankar, S.V., 1985, "Laminar Mixed Convection in a Concentric Annulus with Horizontal Axis," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 107, pp. 902-909. (A)
- Patankar, S.V., 1975, "Numerical Prediction of Three-Dimensional Flows," in *Studies in Convection: Theory, Measurement and Applications*, Vol. 1, Academic Press. (N, T, A)
- Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation. (N, A)
- Patankar, S.V., 1981, "Computer Analysis of Fluid Flow and Heat Transfer," in *Computational Techniques in Transient and Turbulent Flow*, Pineridge Press. (N, A)
- Patankar, S.V., 1981, "A Calculation Procedure for Two-Dimensional Elliptic Situations," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 4, pp. 409. (N)
- Patankar, S.V., 1988, "Elliptic Systems: Finite-Difference Method I," *Handbook of Numerical Heat Transfer*, Ch. 6, pp. 215-240, Wiley, New York. (N)
- Patankar, S.V., 1988, "Recent Developments in Computational Heat Transfer," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1037-1045. (N)
- Patankar, S.V., 1991, *Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer*, Innovative Research, (N, A)
- Patankar, S.V., Ivanovic, M. and Sparrow, E.M., 1979, "Analysis of Turbulent Flow and Heat Transfer in Internally Finned Tubes and Annuli," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 101, pp. 29-37. (T, N)
- Patankar, S.V., Liu, C.H., and Sparrow, E.M., 1977, "Fully Developed Flow and Heat Transfer in Ducts Having Streamwise-Periodic Variations of Cross-Sectional Area," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 99, pp. 180-186. (N, A)
- Patankar, S.V., and Prakash, C., 1981, "An Analysis of the Effect of Plate Thickness on Laminar Flow and Heat Transfer in Interrupted-Plate Passages," *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 1801. (A)
- Patankar, S.V., Pratap, V.S., and Spalding, D.B., 1974, "Prediction of Laminar Flow and Heat Transfer in Helically Coiled Pipes," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 62, part 3, 539-551. (A)
- Patankar, S.V., Pratap, V.S. and Spalding, D.B., 1975, "Prediction of Turbulent Flow in Curved Pipes," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 67, pp. 583. (A)
- Patankar, S.V., Ramadhyani, S. and Sparrow, E.M., 1978, "Effect of Circuferentially Nonuniform Heating in Laminar Combined Convection in a Horizontal Tube," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 100, pp. 63-70. (A)
- Patankar, S.V. Rastogi, A.K., and Whitelaw, J.H., 1973, "The Effectiveness of Three-Dimensional Film-Cooling Slots-Predictions," *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 17, pp. 1673. (A)
- Patankar, S.V., and Spalding, D.B., 1970, *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*, Intertext Books, London, Second Edition. (N)
- Patankar, S.V., and Spalding, D.B., 1972, "A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows," *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 1787-1806. (N)
- Patankar, S.V., and Spalding, D.B., 1972, "A Calculation Procedure for the Transient and Steady-State Behavior of Shell-and-Tube Heat Exchangers," Proceedings of the International Summer School, Yugoslavia. (N, A)
- Patankar, S.V., and Spalding, D.B., 1978, "Computer Analysis of the Three-Dimensional Flow and Heat Transfer in a Steam Generator," *Forschung Im Ingenieurwesen*, Vol. 44, 47-52. (A)
- Prakash, C., and Patankar, S.V., 1981, "Combined Free and Forced Convection in Vertical Tubes with Radial Internal Fins," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 103, pp. 566. (A)
- Rowley, G.J., and Patankar, S.V., 1984, "Analysis of Laminar Flow and Heat Transfer in Tubes with Internal Circumferential Fins," *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 553-564. (A)
- Schmidt, R.C., and Patankar, S.V., 1991, "Simulating Boundary Layer Transition with Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Turbulence Models: Part 1 - An Evaluation of Prediction Characteristics," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 113, pp. 10-17. (T)
- Schmidt, R.C., and Patankar, S.V., 1991, "Simulating Boundary Layer Transition with Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Turbulence Models: Part 2 - An Approach to Improving the Predictions," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 113, pp. 18-26. (T, A)
- Sparrow, E.M., Baliga, B.R. and Patankar, S.V., 1977, "Heat Transfer and Fluid Flow Analysis of Interrupted-Wall Channels with Application to Heat Exchangers," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 99, pp. 4. (A)
- Sparrow, E.M., Baliga, B.R., and Patankar, S.V., 1978, "Forced Convection Heat Transfer From a Shrouded Fin Array with and without Tip Clearance," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 100, pp. 572-579. (A)
- Zhang, Z., and Patankar, S.V., 1984, "Influence of Buoyancy on the Vertical Flow and Heat Transfer in a Shrouded Fin Array," *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 137-140. (A)

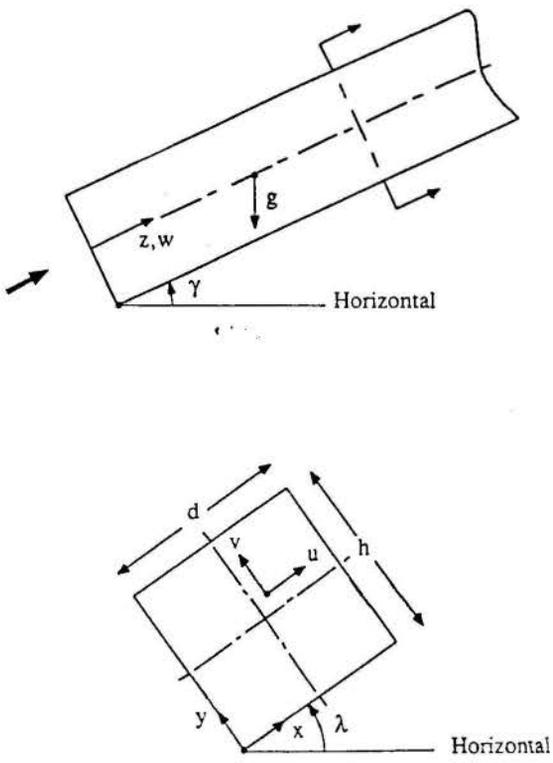


Fig. 8 The geometry of an inclined square duct

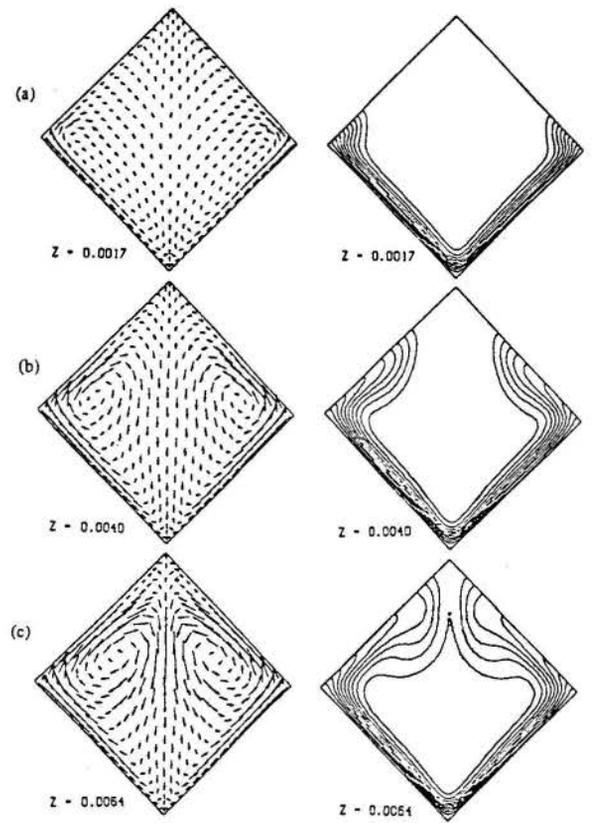


Fig. 10 Cross-stream velocity vectors and isotherms (two bottom walls at constant temperature)

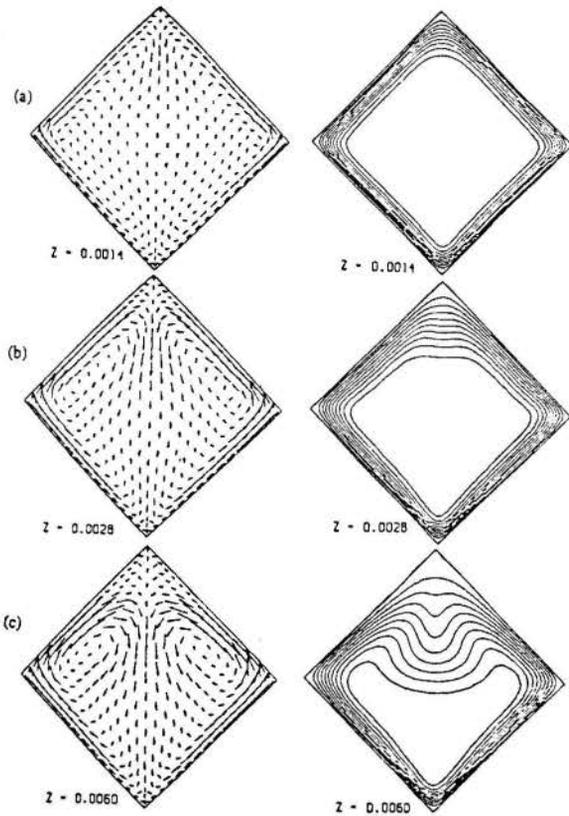


Fig. 9 Cross-stream velocity vectors and isotherms (all walls at constant temperature)

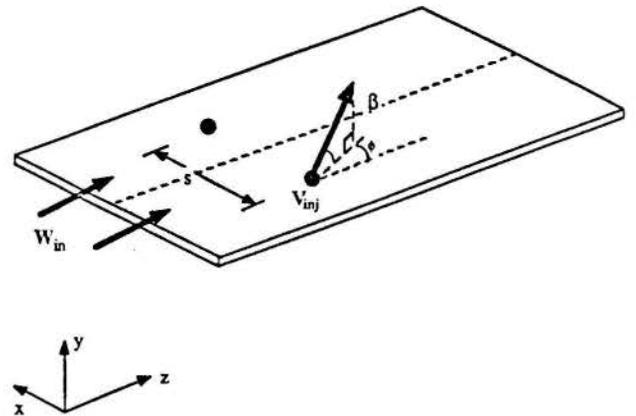


Fig. 1 Geometry of the problem.

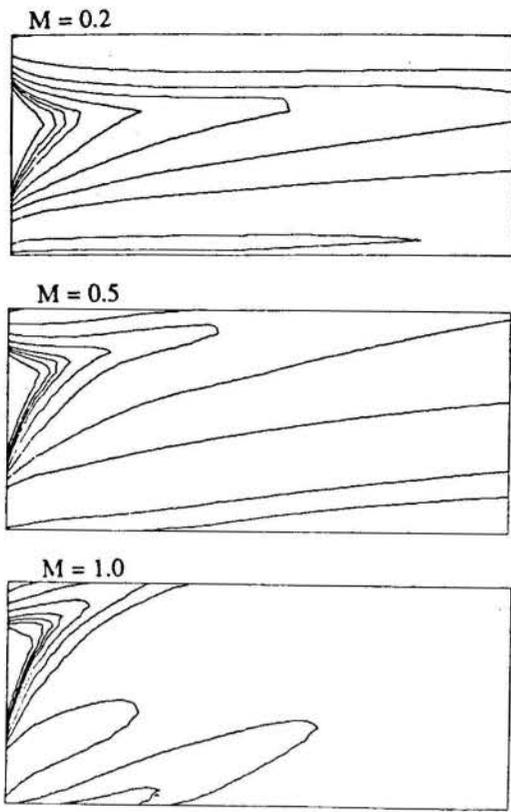


Fig. 10 Distribution of local cooling effectiveness and blowing rates.

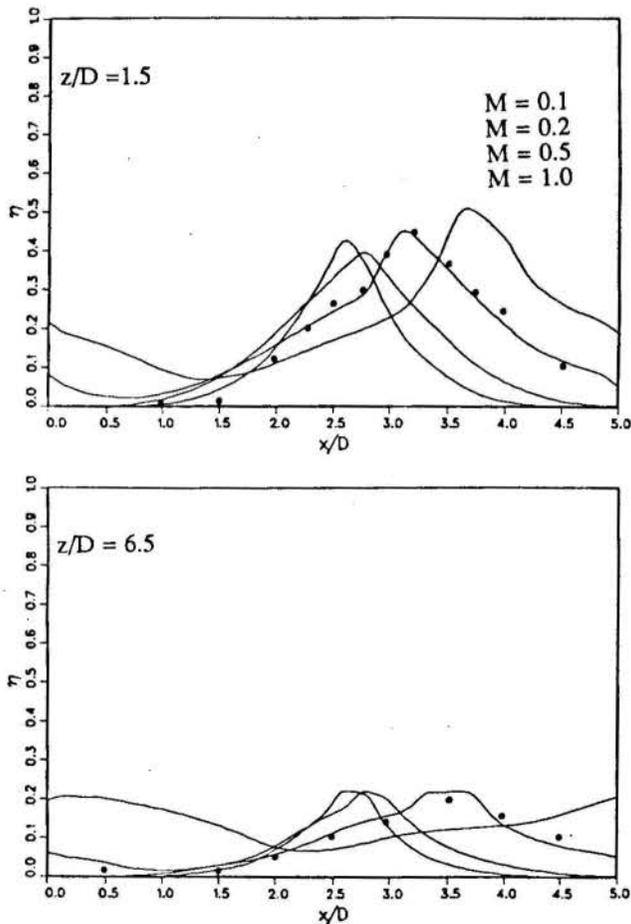


Fig. 2 Film cooling effectiveness.

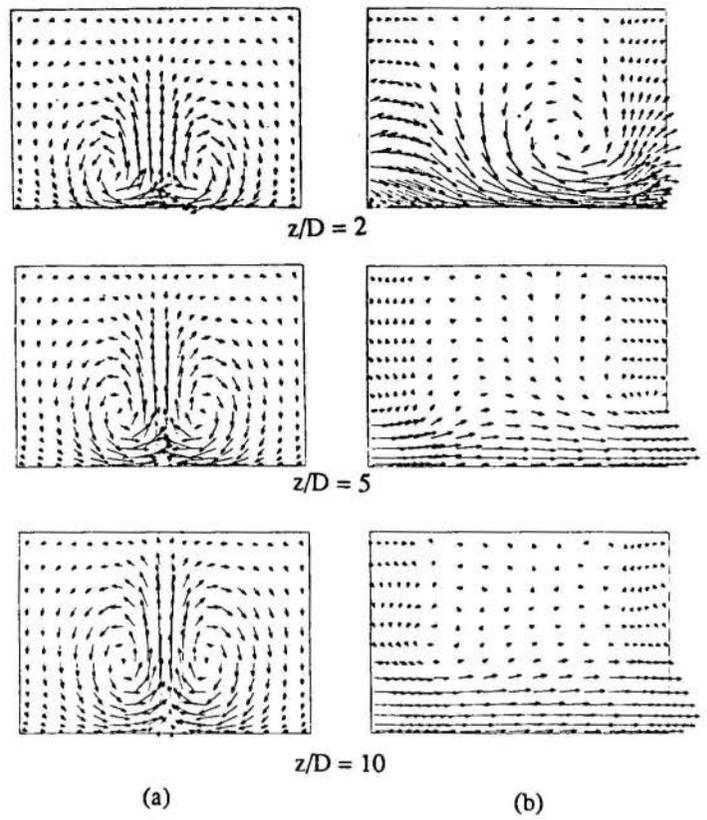


Fig. 8 Flow patterns in the cross-sectional planes for streamwise (a) and lateral (b) injections.

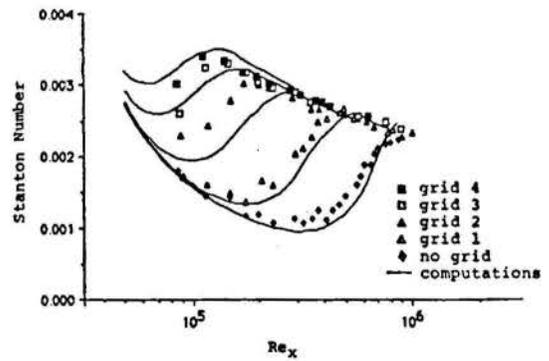


Fig. 3 Heat transfer during transition with zero pressure gradient and various free-stream turbulence levels (from Schmidt and Patankar, 1988)

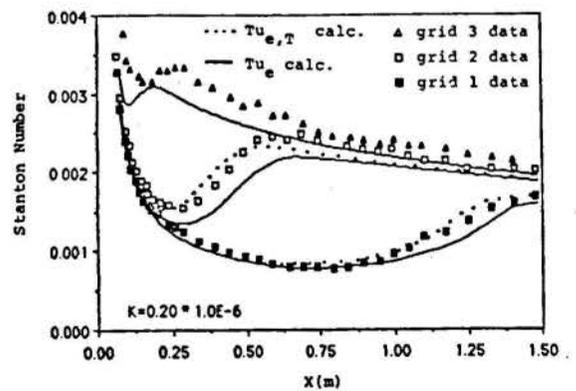
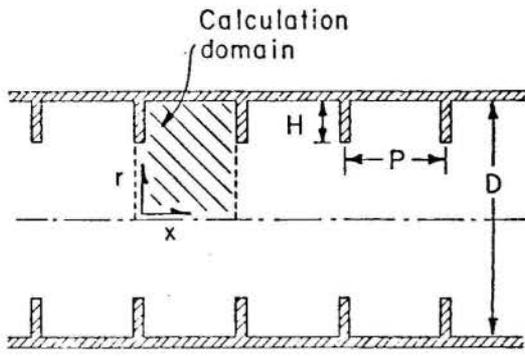
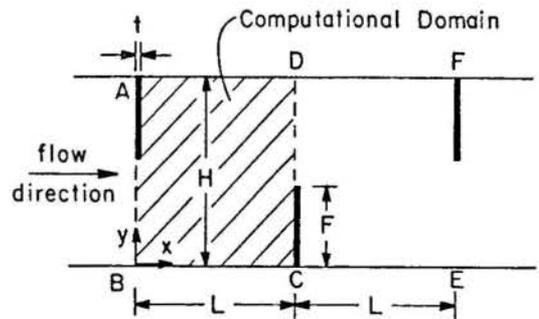
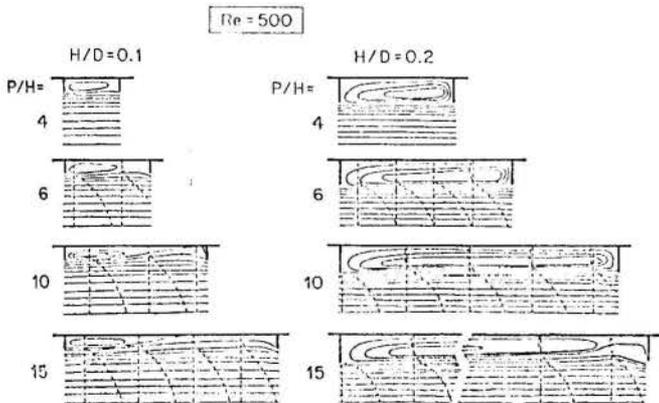
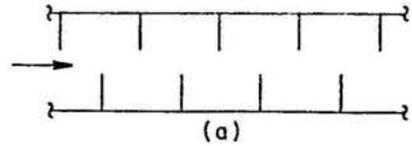
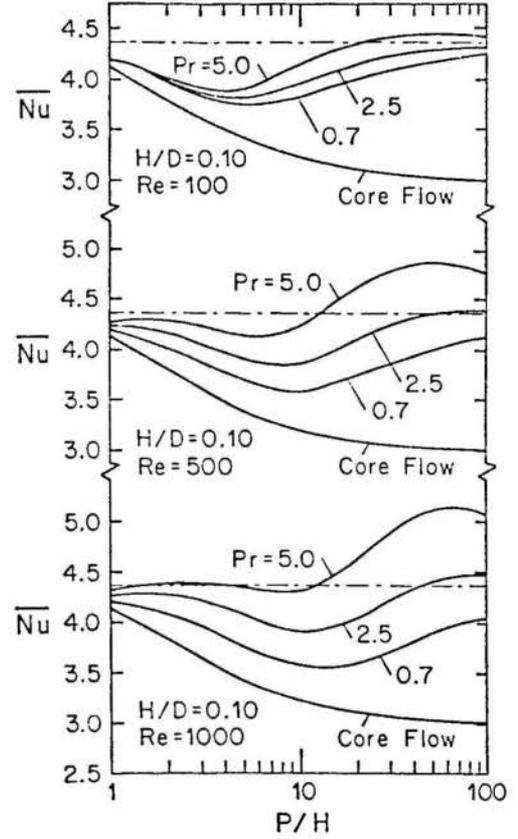
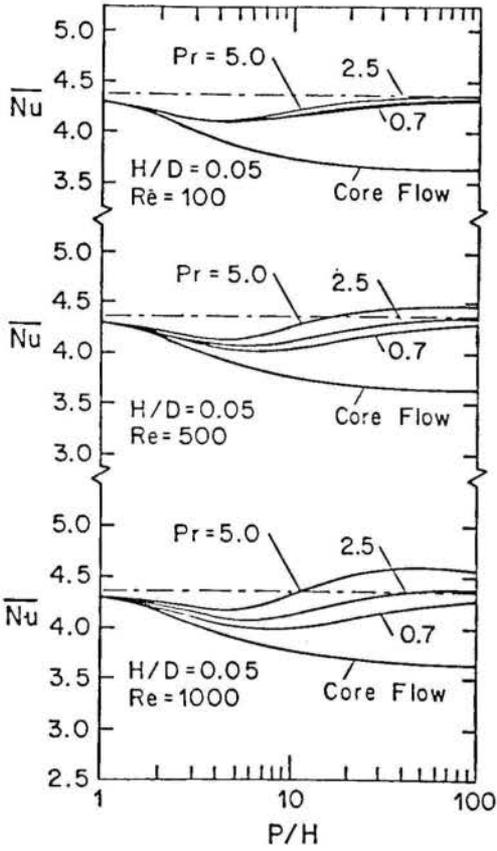
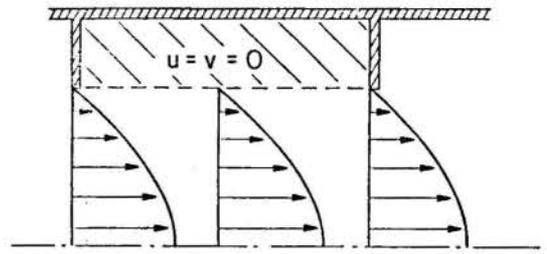


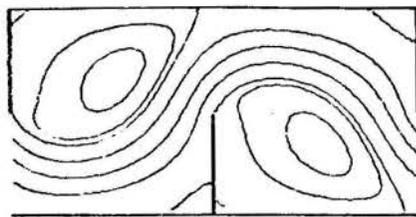
Fig. 4 Heat transfer during transition for an accelerating boundary layer and various free-stream turbulence levels (from Schmidt and Patankar, 1988)



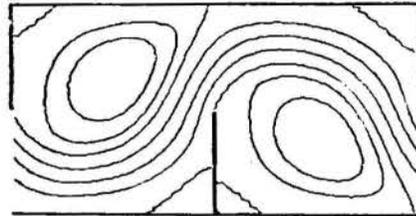
Rivlev and Patankar (1984)



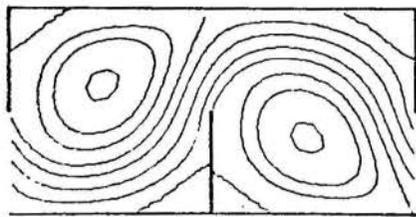
Kelkar and Patankar (1984)



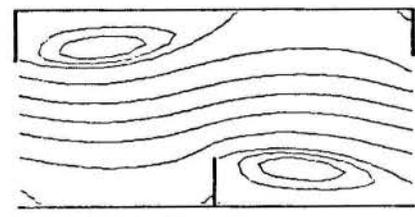
$\psi_0 = 0.23$, $Re = 100$



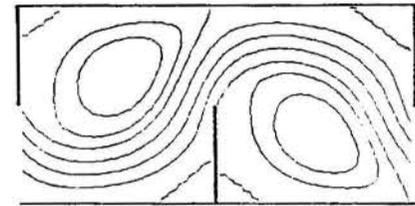
$\psi_0 = 0.36$, $Re = 200$



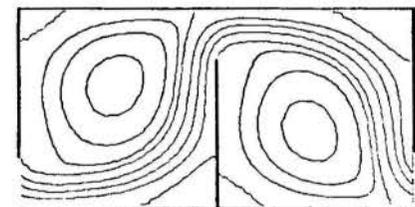
$\psi_0 = 0.54$, $Re = 500$



$\psi_0 = 0.04$, $F/H = 0.25$

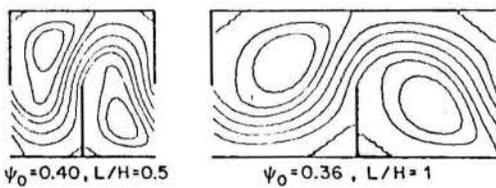


$\psi_0 = 0.36$, $F/H = 0.50$



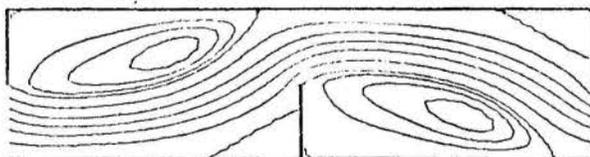
$\psi_0 = 0.57$, $F/H = 0.75$

Figure 4 - Velocity fields for different fin heights



$\psi_0 = 0.40$, $L/H = 0.5$

$\psi_0 = 0.36$, $L/H = 1$



$\psi_0 = 0.15$, $L/H = 2$

Figure 3 - Velocity field for different fin spacings

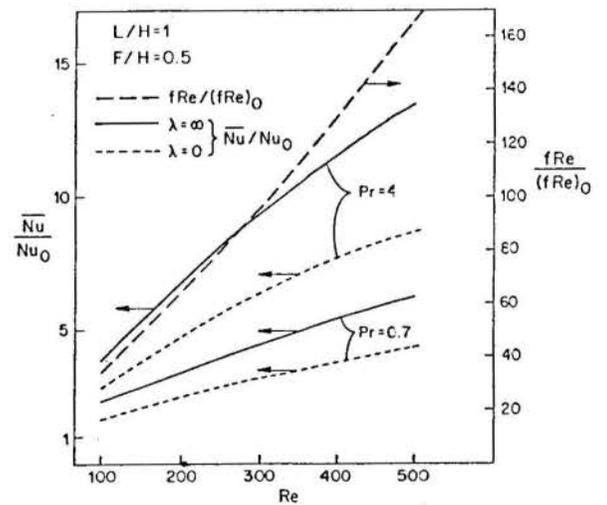
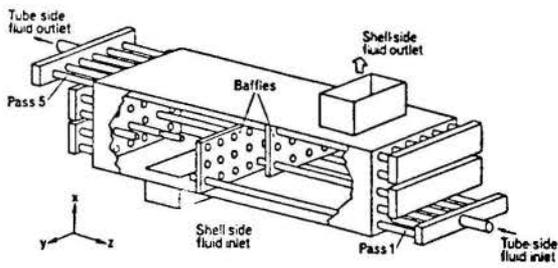


Fig. 7 Ratios of heat transfer and friction factor



The geometry of the heat exchanger.
Patankar & Spalding (1974)

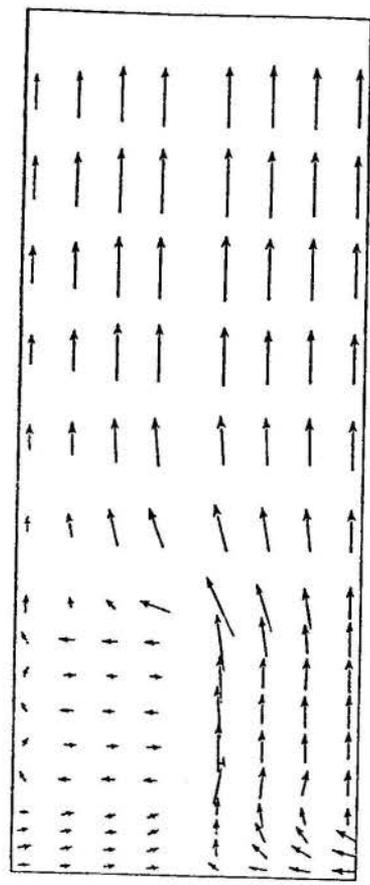
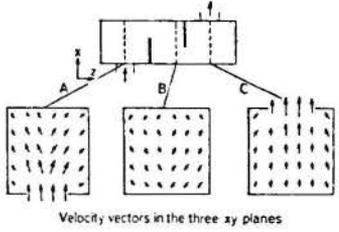
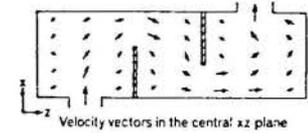
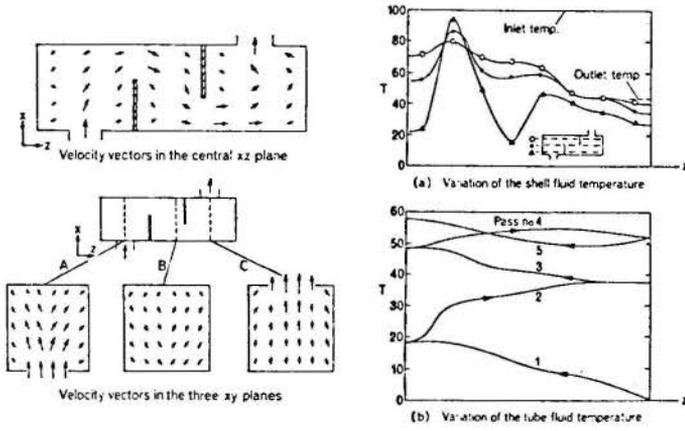
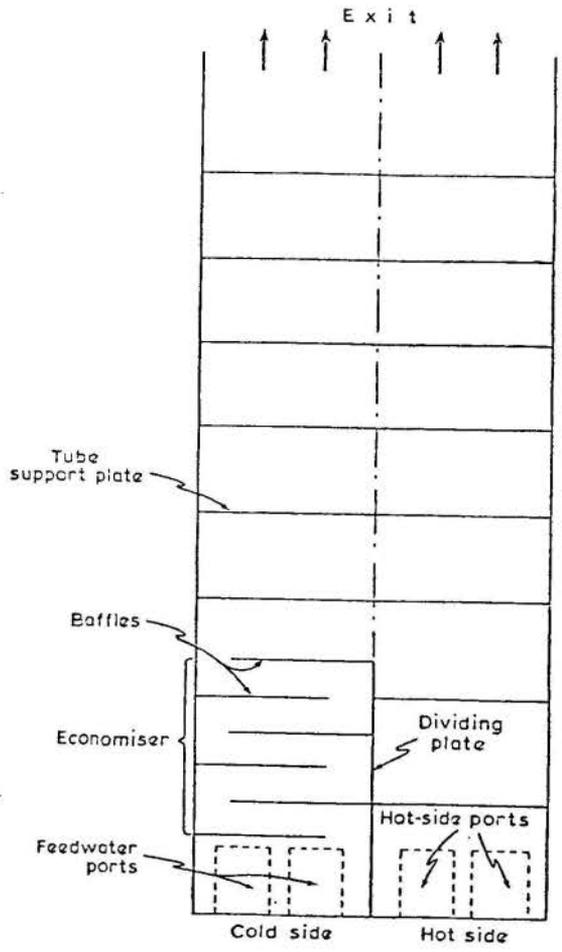


FIGURE 2
Shell-side velocity vectors on the vertical plane of symmetry.



Patankar and Spalding (1978)

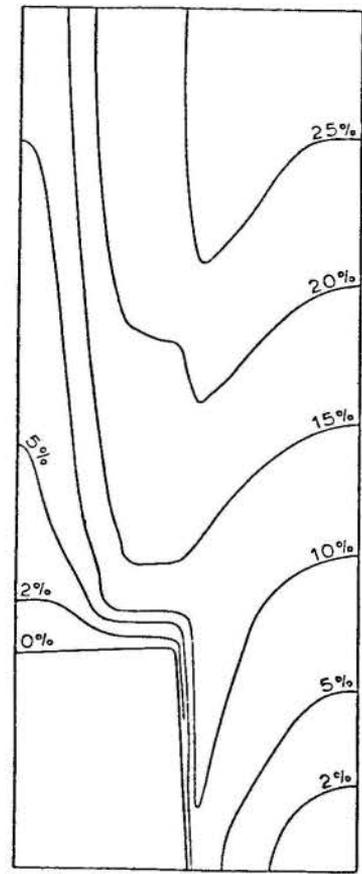


FIGURE 3
Contours of steam quality on the vertical plane of symmetry.

**CIÊNCIA, TECNOLOGIA E A
COMPETITIVIDADE DA INDÚSTRIA BRASILEIRA**

José Paulo Silveira
Diretor do Departamento de Tecnologia
Secretaria de Ciência e Tecnologia
Previdência da República
Esplanada dos Ministérios, Bloco E
70.067-900, Brasília, DF

(somente apresentação oral)

**O DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO EM
CENTRO DE PESQUISA INDUSTRIAL:
A EXPERIÊNCIA DA EMBRACO**

Ernesto Heinzelmann
Diretor de Pesquisa & Desenvolvimento
Empresa Brasileira de Compressores S.A. - EMBRACO
Rua Rui Barbosa, 1020
89.219-901, Joinville, SC

(somente apresentação oral)

ON THE FLOW ACROSS A CIRCULAR CYLINDER WITH ASYMMETRIC SEPARATION POINTS AN EXPERIMENTAL APPROACH

ROBERTO DA MOTA GIRARDI
FABIANO LUIS DE SOUSA
EDER FRANCISCO CAMARA
CTA/ITA/IEA

12225 - São José dos Campos, SP - Brazil

SUMMARY

The flow across a circular cylinder with asymmetric separation points was investigated at high subcritical Reynolds numbers. The results were compared with those obtained for the same cylinder with symmetric separation points. Pressure distribution on the cylinder surface, velocity in the wake and Strouhal number were measured. It was found out that the asymmetry alters the parameters of the flow and generates a consistent lift force. The results were not corrected for blockage and tunnel wall boundary layer interference effects.

INTRODUCTION

The flow across circular cylinders has been the subject of many investigations since the end of the last century, mainly because of the diversity of phenomena which are observed when Reynolds number is varied. One of the characteristics of this flow is vortex shedding in a well defined frequency at a large range of Reynolds numbers.

The process of vortex shedding on the cylinder starts around $Re = 40$, transition from laminar to turbulent flow occurs within the free shear layers above $Re = 300$, moving towards the separation points at increasing Re (Bloor, 1964). At a Re of around 2×10^5 (critical Reynolds number - Re_{cr}), transition in the free shear layers is sufficiently close to the separation points, and reattachment occurs forming bubbles on the cylinder's surface (Roshko, 1961). This causes a large decrease in the cylinder's drag, since the separation points are moved to the back of its surface, decreasing (in modulus) the base pressure. Some researchers (Bearman, 1969 and Schewe, 1983) have measured an average lift coefficient different from zero in the critical range. These authors have explained the above result through an asymmetric pattern, where only one bubble is present on the cylinder surface. In the supercritical range two bubbles can also be observed, but at Re of about 1.50×10^6 they disappear, changing the parameters of the flow again (Schewe, 1983).

To the authors' knowledge, no information exists about the flow around a circular cylinder when laminar separation occurs on one side of it and turbulent on the other. This asymmetric pattern can be obtained by placing a very thin steel wire parallel to the cylinder axis, along its span. The laminar/turbulent transition of the boundary layer is forced on the side where the wire was placed without changing the laminar characteristic on the other side.

In the present paper, the above technique is used and the main flow parameters are measured, for a circular cylinder with and without the wire, that is,

asymmetric and symmetric patterns, respectively. Pressure distribution on the surface, velocity in the wake and the Strouhal number were obtained and compared for both configurations in a Reynolds number range at the end of the subcritical regime.

EXPERIMENTAL ARRANGEMENT

The experiments were carried out in a blower wind tunnel of open circuit type with cross section 457×457 mm (Aerodynamics Laboratory, ITA). Its mean turbulence level through the range of Reynolds numbers investigated was 0.5%. Fig. 1 shows the arrangement of the cylinder inside the wind tunnel test section.

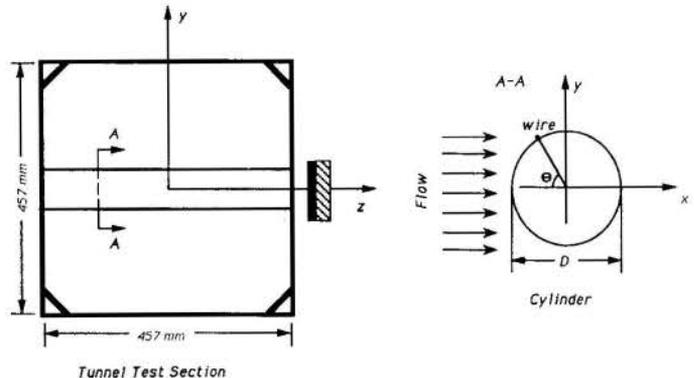


Figure 1. Tunnel test section sketch.

The cylinder spans the test section horizontally and the flow could be assumed two-dimensional. Actually this is not true, due to effects of the tunnel wall boundary layers which alter the spanwise pressure distribution behind the cylinder.

The blockage ratio is high in the present experiment (16.3%), but no corrections were made in the results due to the comparative nature of this work. The length to diameter ratio of the circular cylinder was 6.15.

The diameter of the wire used to force transition over the cylinder was 0.56 ± 0.02 mm. The wire was placed in three different

angular positions ($\theta = 50, 60$ and 70 degrees) and no difference in the position of the separation point was observed. The middle position was chosen for continuing the tests ($\theta = 60^\circ \pm 1^\circ$). The wire was firmly fixed at the tunnel walls and touches the cylinder surface. In this way, the cylinder could be rotated while the wire position was kept constant. During the tests no wire vibration was observed.

The cylinder was made of aluminium and had a pressure tapping at mid-span, so that the pressure distribution over it could be obtained rotating the cylinder around its longitudinal axis. The pressure was measured by a Betz type manometer (uncertainty = ± 0.5 Pa) in steps of $5.0^\circ \pm 0.5^\circ$, with origin at the stagnation point on the front side of the cylinder. Around the wire the steps were reduced to $1.0^\circ \pm 0.5^\circ$, because intense pressure changes were observed in this region. The cylinder had a diameter (D) of 74.26 ± 0.04 mm.

The length of the formation region and the average boundaries of the near wake were obtained by hot wire traverses as exposed by Bearman (1965). A DISA 55M CTA hot wire System was used with a remote controlled DANTEC Traversing System (displacement uncertainty = ± 0.1 mm), which enables the hot wire probe to be put at any place behind the cylinder.

Vortex shedding frequency was determined using a spectral analyser (HP3582A) connected to the hot wire system. The signal from the hot wire probe showed a very strong periodic component when the probe was placed just outside the wake, and around one and a half diameters behind the cylinder axis. All the frequencies recorded during the experiment were in the range 0 to 100Hz, where the analyser has a resolution of 0.4Hz.

The method of Kline and McClintock (1953) was used to evaluate the uncertainties of the results. This method considers not only the intrinsic uncertainty of the instruments but also the way measurements were taken. The odds that mean values of the results are within its uncertainties ranges are 20 to 1.

RESULTS AND DISCUSSION

The experiment was carried out in two stages: Formerly, the pressure distribution over the cylinder at mid-span was obtained for two different Reynolds numbers - 5.89×10^4 and 1.25×10^5 ; in the latter, with the cylinder fixed, values of the base pressure coefficient (C_{pb}) and the frequency of vortex shedding were taken for values of Reynolds numbers in the range from 5.89×10^4 to 1.38×10^5 . In the second stage, hot wire traverses were performed in the cylinder's wake at the same Reynolds numbers used to obtain the pressure distribution. The following discussion analyses the results.

Pressure Distribution. Fig. 2 shows the pressure coefficient over the cylinder at mid-span for the configurations with

and without the wire at two different Reynolds numbers, and Fig. 3 shows the dependence of the base pressure coefficient, C_{pb} , on Re for both configurations.

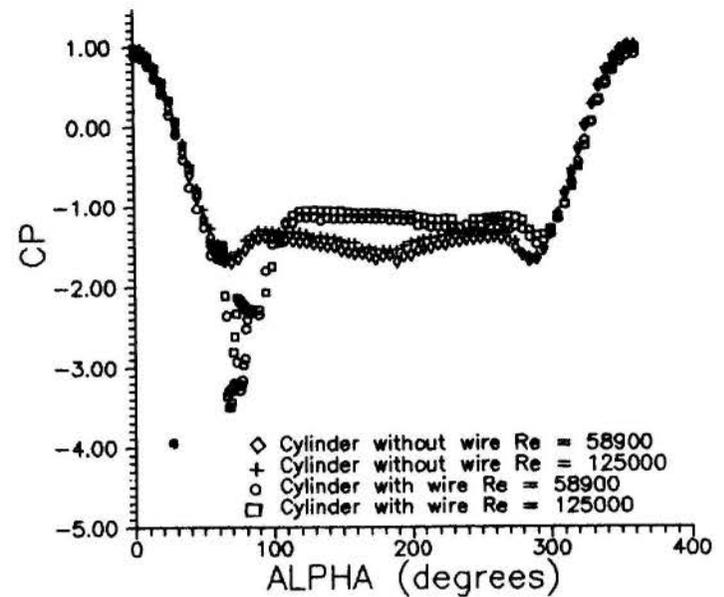


Figure 2. Pressure distribution at mid-span.

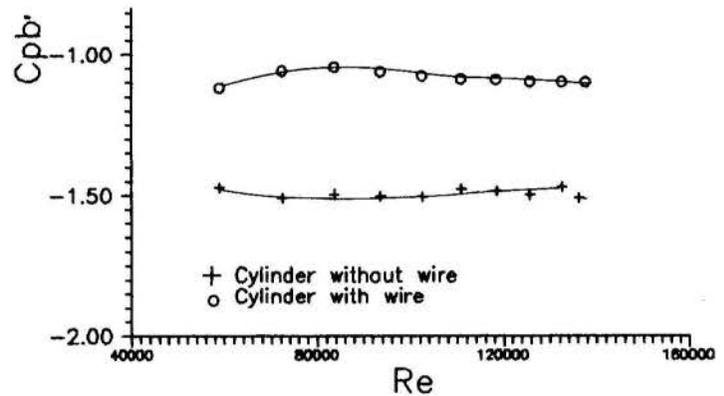


Figure 3. C_{pb} as a function of Re .

The main features are:

1) The separation points are no longer symmetric when the wire was used. Table 1 shows the angle of the separation points for the cylinder without and with the wire at two Reynolds numbers.

Table 1.
Angular position of separation points

Without Wire	Angles ($^\circ$)	Uncertainty ($^\circ$)
$Re = 5.89 \times 10^4$	92 and 268	± 3
$Re = 1.25 \times 10^5$	90 and 270	± 3
With Wire	Angles ($^\circ$)	Uncertainty ($^\circ$)
$Re = 5.89 \times 10^4$	121 and 265	± 3
$Re = 1.25 \times 10^5$	120 and 271	± 3

The separation points were assumed to be those where the pressure distribution becomes nearly constant.

It is interesting to note, that separation occurs at angles quite different from those reported to happen in a smooth circular cylinder, in a uniform

stream, at sub and supercritical Reynolds numbers - around 80° and 105° , respectively (Batham, 1973). This is probably due to blockage effects.

2) Within experimental accuracy, the wire has no apparent influence on the separation point at the opposite side of the cylinder.

3) C_{p_b} varies slightly for the same configuration at different Reynolds numbers but has a smaller (in modulus) value for the cylinder with the wire, indicating a smaller drag than for the cylinder without the wire. In fact, integrating the pressure distribution over the cylinder at mid-span, drag (C_d) and lift (C_l) coefficients are obtained for the circular cylinder, as can be seen in table 2.

Table 2. C_d and C_l Coefficients

Without Wire :	C_l	:	C_d
$Re = 5.89 \times 10^4$	0.01 ± 0.09	:	1.43 ± 0.09
$Re = 1.25 \times 10^5$	0.02 ± 0.03	:	1.44 ± 0.03
With Wire :	C_l	:	C_d
$Re = 5.89 \times 10^4$	0.35 ± 0.09	:	0.96 ± 0.09
$Re = 1.25 \times 10^5$	0.41 ± 0.05	:	0.94 ± 0.03

The values of C_d , for both configurations, are greater compared with those found in the literature (McCroskey, 1977). The high blockage ratio was, probably, the cause of this discrepancy. Taking into account only the results of table 2 above, a smaller value of C_d for the wire configuration is observed. The appearance of a consistent lift force, greater than the uncertainty range, is another important effect due to the asymmetric pressure distribution generated by the wire.

4) The stagnation point for the cylinder with the wire, was shifted 3° towards the lower surface.

5) Just downstream of the point where the wire was placed, very low values of C_p were recorded. This indicates the presence of a small bubble behind the wire, formed by the detachment of the boundary layer over it and the following reattachment on the cylinder's surface.

Wake Traversing. The values presented in Fig. 4 were obtained moving the hot-wire probe along the x-axis with $y = 0$.

Considering the configuration without the wire, a peak of U_{rms}/V_∞ is observed at a certain distance from the circular cylinder center. Following Bearman (1965) and others, this distance is associated with the length of the formation region (l_f), because at the end of this region, external flow enters into the near wake, causing higher values of the fluctuation velocity. The values for the length of the formation region are shown in table 3.

A shrink in the values of l_f is verified when Re is increased. This change in l_f is related to the position of the laminar/turbulent transition in the free shear layers, which moves towards the

separation points at increasing Re (Bloor, 1964).

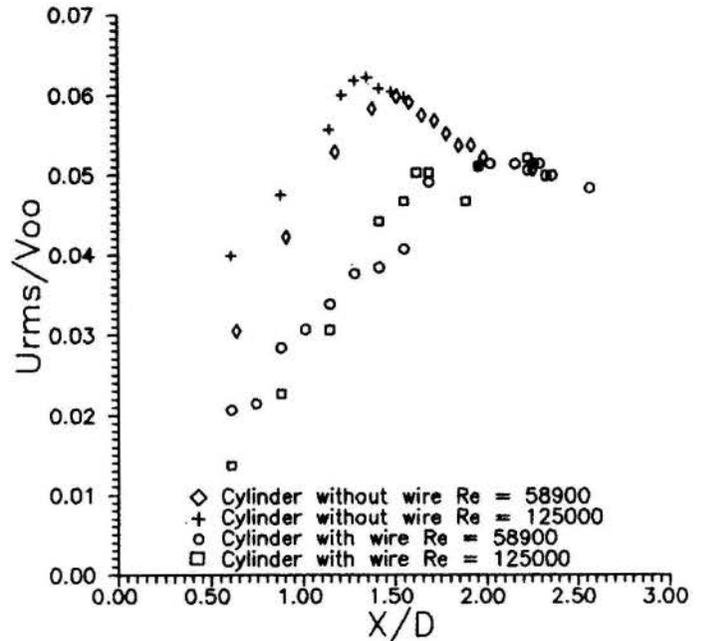


Figure 4. U_{rms}/V_∞ as a function of X/D .

Table 3. Length of Formation region (l_f)

Without Wire :	l_f/D
$Re = 5.89 \times 10^4$	1.50 ± 0.03
$Re = 1.25 \times 10^5$	1.35 ± 0.03
With Wire :	l_f
$Re = 5.89 \times 10^4$	2.00 ± 0.05
$Re = 1.25 \times 10^5$	1.85 ± 0.05

At some stations over the x-axis, a fluctuating velocity in stream direction, was measured along an axis parallel to the y-axis. The positions for the maximum values of U_{rms}/V_∞ are plotted in Fig. 5, showing the average boundary of the near wake. For the configuration without wire, a symmetrical wake is observed and the distance between the free shear layers (d) reaches a minimum at the point where U_{rms}/V_∞ has its maximum value. This observation was made before by Bearman (1965), who states that the length of the formation region could be obtained by searching the minimum value of d .

For the configuration with the wire, an increase of U_{rms}/V_∞ is observed up to a certain value of "x". After this position a nearly constant value of this parameter is verified (see Fig. 4). There is not a well defined peak of U_{rms}/V_∞ and the length of formation region cannot be obtained with confidence. Perhaps, the above difficulties could be explained with the results shown in Fig. 5., where it is observed that the upper boundary of the average near wake "bends" towards the x-axis. The proximity of this boundary with the hot-wire probe as it moves far from the cylinder's back surface, could be the cause of the different behavior of U_{rms}/V_∞ , which was measured along the x-axis. The values in table 3 were obtained with the measurement of U_{rms}/V_∞ along the x-axis. The length of the formation region being

estimated as the distance from the cylinder's center to the point where U_{rms}/V_∞ became nearly constant. A shrink of l_f with increased Re was also observed. This change in l_f can be associated with the point of laminar/turbulent transition within the free shear layer on the side without the wire, since the other is already turbulent due to the wire.

consequent asymmetry of the pressure distribution over it. This asymmetry not only alters the parameters already mentioned but generates a consistent lift force.

The experiment indicates that, for asymmetric flows, the method used by Bearman (1965) to find the length of the formation region by detecting the point of maximum U_{rms}/V_∞ along the x-axis, would not be adequate.

In a later research step, endplates would be added to the cylinder, and an attempt to obtain a blockage correction (performing experiments at different blockage ratios) would be carried out.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors are grateful to the personnel of ITA Aerodynamic Laboratory for helping in setting up the test rig. Thanks are also due to Mr. Evandro Tavares de Sousa for providing the spectral analyser.

This work was partially sponsored by Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

REFERENCES

- . Batham, J.P., "Pressure Distribution on Circular Cylinders at Critical Reynolds Numbers," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 57, part 2, pp. 209-228, 1973.
- . Bearman, P.W., "Investigation of the Flow Behind a Two-Dimensional Model With a Blunt Trailing Edge and Fitted With Splitter Plates," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 21, part 2, pp. 241-255, 1965.
- . Bearman, P. W., "On Vortex Shedding From a Circular Cylinder in The Critical Reynolds Number Regime," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 37, pp. 577-585, 1969.
- . Bloor, M. Susan, "The Transition to Turbulence in the Wake of a Circular Cylinder," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 19, pp. 290-304, 1964.
- . Kline, S.J., McClintock, F.A., "Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments," Mechanical Engineering, January, pp. 3-8, 1953.
- . McCroskey, W.J., "Some Current Research in Unsteady Fluid Dynamics - The 1976 Freeman Scholar Lecture," Journal of Fluid Engineering (Transactions of ASME), Vol. 99, pp. 8-39, 1977.
- . Rosko, A., "Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Very High Reynolds Number," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 10, pp. 345-356, 1961.
- . Schewe, G., "On the Force Fluctuations Acting on a Circular Cylinder in Crossflow From Subcritical up to Transcritical Reynolds Numbers," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 133, pp. 265-285, 1983.

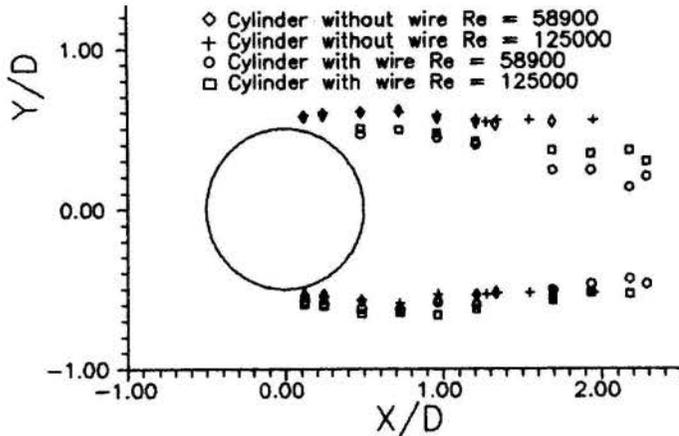


Figure 5. Configuration of the average near wake boundaries.

Vortex Shedding. Fig. 6 shows the variation of Strouhal number (St) with Re for the configurations with and without the wire. It can be seen that St remains almost constant over the Re range for each configuration, having higher values for that with the wire. In fact, the above result can be explained observing the spacing between the free shear layers in Fig. 5. For greater spacing, the growing up process of the vortices in the formation region takes more time, causing a lesser shedding frequency.

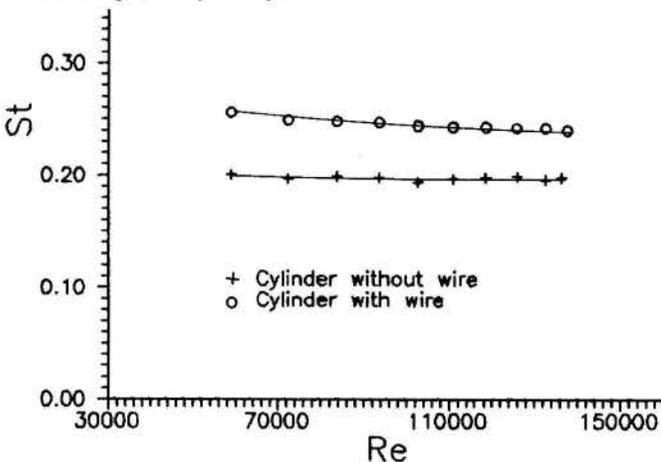


Figure 6. St as a function of Re .

FINAL REMARKS

The flow across a circular cylinder with asymmetric separation points was investigated in the high subcritical range. It was found that the main parameters of the flow change in a similar way to that as if the flow over the cylinder had reached the critical Reynolds number - a decrease in C_p (in modulus) and C_d , an increase in St and l_f . Actually, transition is reached over only one side of the cylinder, causing a shift of the separation point at that side, and a

AERODYNAMICS VIA AEROACOUSTICS NEW THEORETICAL RESULTS

Maurício Pazini Brandão
Instituto Tecnológico de Aeronáutica
São José dos Campos, SP, 12228-900, Brazil

SUMMARY

New versions of the generalized continuity and momentum equations are presented. These conservation laws form a basis for theoretical ideas regarding incompressible and compressible, potential and non-potential flows. The extensions made in the definition of generalized derivatives relate velocity and pressure to new source terms linked to tangential flow. In integral form, these relations recall the classical circulation integral. It is expected that this aeroacoustic approach to Aerodynamics may generate new perspectives in the treatment of problems of Fluid Mechanics.

INTRODUCTION

In 1952 Lighthill¹ presented a new theory in Acoustics. This theory, later named *Acoustic Analogy*, may be summarized by an inhomogeneous wave equation for the perturbation pressure generated by turbulence. This equation results from an algebraic casting of the continuity and momentum equations. The forcing term, called quadrupole, translates the effect of fluid acting on itself as a mechanism of noise generation. Since its introduction, the theory has been useful not only in Aeroacoustics, but also in determining the structural loading created by noise in rockets.

The development of Lighthill was extended in 1969 by Ffowcs Williams and Hawkins² to include the effect of moving surfaces. The result allowed for the inclusion of physical mechanisms like thickness displacement and pressure relaxation. Since its appearance, this analytical tool has been used to study the noise produced by the motion in the air of bodies of complicated geometry, like helicopters and prop-fans.

Since aerodynamic noise is a pressure perturbation propagating through the air, the Analogy can be applied to other contexts where pressure is the variable of interest. With this perception, in 1983 Long³ developed the first work in which this theory was applied to Aerodynamics, with the objective of determining the pressure perturbation on the surface of moving bodies. This work opened a possibility of unification in the treatment of aeroacoustic and aerodynamic problems.

It happens, however, that the results obtained by Long were somewhat disappointing. Linearized versions of the theory were not capable of capturing the full expansion of the air flowing along bodies of moderate thickness, as well as effects of circulation (lift generation). In 1989 the author⁴ tried to improve on Long's results by incorporating in the interpretation of the fluid velocity vector the unknown velocity induced by thickness and lifting effects. However, the results showed just small improvements on the above mentioned failures.

The author has been investigating non-linear versions of the formulation⁵, including the so-called quadrupole source term, in the quest for finding explanations for these difficulties. However, physical reasoning has led to the conclusion that something basic, linear, is missing in the formulation that might solve the problem. What has been missing may be linked to tangential flow and circulation around the body.

The author is presently proposing a more complete theory⁶ which extends the so-called Ffowcs Williams and Hawkins equation and may help in explaining previous failures. This extension is possible by redefining the concept of generalized derivative. This way, linearized versions of the equation may yield useful results in dealing with problems involving bodies of moderate to large thickness, and in capturing circulation around bodies moving through fluids in lifting condition.

In this paper we start by presenting new definitions on the concept of time and space generalized derivatives. From these definitions, inhomogeneous forms of the continuity and momentum equations are obtained. Connections between potential and non-potential theories of Aerodynamics and Acoustics are established. Finally, integral transformations of the new results are obtained.

This work intends to develop recent results concerning this approach. This development may be regarded as an alternate method in unsteady fluid dynamics, akin to a mixed boundary-volume element technique, which might prove useful for demanding applications in aeroelasticity.

THE CONCEPT OF GENERALIZED DERIVATIVE

Consider an infinite domain of quiescent fluid in standard conditions (pressure p_0 and density ρ_0), and an associated Cartesian coordinate system fixed to the fluid. Consider inside this domain a body made out of fluid in the same conditions and delimited by a closed and impenetrable surface $f = 0$. Therefore, except for a hypothetical surface of negligible thickness, the whole domain of interest in the problem is composed by fluid.

Note that the surface $f = 0$ is in general represented by a mathematical function of space and time, and that this function can be defined uniquely, except for a multiplicative constant. This function is established so that inside the body $f < 0$, and outside the body $f > 0$. Thus, the gradient of f is normal to the surface and points towards the outer side of the surface.

If this body moves with respect to the fixed fluid coordinate system and by hypothesis the internal fluid conditions are kept unchanged, fluid properties suffer finite jumps as we go through the surface, coming from inside. These property jumps have their greatest amplitudes close to the surface. Physical reasoning dictates that a gradual decrease in these amplitudes happens as the distance from the moving body increases.

Instead of considering two different domains of fluid separated by the surface $f = 0$, the idea of generalized derivative is to automatically handle these jumps by adding to the regular derivative terms valid only on the surface. This way, a single mathematical formulation can be used to link information between the two distinct regions of fluid.

Let us consider a general fluid field property denoted by $\mathcal{F}(x_i, t)$. The generalized derivative of this function with respect to time has been defined⁷ as

$$\frac{\bar{\partial}\mathcal{F}}{\partial t} = \frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t} + \Delta\mathcal{F} \frac{\partial f}{\partial t} \delta(f) \quad (1)$$

where $\Delta\mathcal{F}$ represents the jump through f and $\delta(f)$ stands for the Dirac delta function of the surface f . Note that the regular time derivative is recovered for all field points not on $f = 0$.

The difficulty here is that definition (1) is not unique, depending on a multiplicative constant for the function f . This definition can be made unique as follows:

$$\frac{\bar{\partial}\mathcal{F}}{\partial t} = \frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t} + \frac{\Delta\mathcal{F}}{|\nabla f|} \frac{\partial f}{\partial t} \delta(f) \quad (2)$$

because the gradient of f carries also the same multiplicative constant.

Consider now a right-handed triad of unit vectors sitting on a point of the surface f . This triad has a unit vector normal to the surface, here denoted by \hat{n} , and two mutually perpendicular tangential unit vectors, denoted respectively by \hat{t} and \hat{c} .

The generalized derivative of the fluid property \mathcal{F} with respect to x_i has been defined⁷ as

$$\frac{\bar{\partial}\mathcal{F}}{\partial x_i} = \frac{\partial\mathcal{F}}{\partial x_i} + \Delta\mathcal{F} \frac{\partial f}{\partial x_i} \delta(f) \quad (3)$$

Again, the difficulty here is that this definition is non-unique. Besides, it accounts only for property jumps normal to the surface. It should be observed that a scalar property like density may present only normal jump across the surface. The same happens to a property like pressure, which from Physics is known to act *perpendicularly* to the surface. However, vector and tensor properties, like velocity and stress tensor, may present jumps in directions other than the normal to the surface.

To solve the problems pointed above, we propose the following alternative definition:

$$\frac{\bar{\partial}\mathcal{F}}{\partial x_i} = \frac{\partial\mathcal{F}}{\partial x_i} + [\Delta\mathcal{F}_n n_i + \Delta\mathcal{F}_t t_i + \Delta\mathcal{F}_c c_i] \delta(f) \quad (4)$$

Here, $\Delta\mathcal{F}_n$ represents the fluid property jump normal to the surface. Furthermore, $\Delta\mathcal{F}_t$ and $\Delta\mathcal{F}_c$ denote jumps along the tangential and complementary directions.

The advantages of using definition (4) instead of (3) may be described as follows: first, the new proposition is established without ambiguity, and second, it accounts for property jumps occurring along the tangential and complementary directions defined *on the body surface*. As we shall see, important effects may be introduced in the physics of the problem due to this extension.

GENERALIZED CONSERVATION EQUATIONS

The continuity equation has its regular conservative form displayed as

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0$$

Here, ρ is the fluid particle density in the perturbed state and u_i is the i -th component of the perturbed velocity vector. If the

time and space derivatives are generalized according to definitions (2) and (4) respectively, we obtain

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\partial}\rho}{\partial t} + \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i}(\rho u_i) &= \left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) \right] + \frac{\rho}{|\nabla f|} \left[\frac{\partial f}{\partial t} + u_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \right] \delta(f) \\ &+ \left[-\frac{\rho_o}{|\nabla f|} \frac{\partial f}{\partial t} + \rho u_i (t_i + c_i) \right] \delta(f) \end{aligned}$$

Above, the first square bracket on the right hand side is null because it is a reproduction of the regular continuity equation. The second square bracket is also null due to Lamb's non-penetration condition⁸. If this condition is applied again in the algebraic manipulation of the third square bracket, there results

$$\frac{\bar{\partial}\rho}{\partial t} + \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i}(\rho u_i) = [\rho_o v_n + \rho (v_t + v_c)] \delta(f) \quad (5)$$

Here, v_n , v_t , and v_c are projections of the fluid particle velocity over the directions of the unit vectors normal and tangent to the body surface. Equation (5) presents new mechanisms of mass generation at the boundary $f = 0$.

Similarly, the regular display of the momentum equation in conservative form is presented as

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\mathcal{P}_{ij} + \rho u_i u_j) = 0$$

Here, $\mathcal{P}_{ij} = p_s \delta_{ij} + \mathcal{E}_{ij}$ is the compressive stress tensor which includes in its diagonal the static pressure p_s of a fluid element in the perturbed state and the viscous stress tensor \mathcal{E}_{ij} . Finally, δ_{ij} is the Kronecker delta.

The generalization of the derivatives of the regular momentum equation yields

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\partial}}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\bar{\partial}}{\partial x_j}(\mathcal{P}_{ij} + \rho u_i u_j) &= \frac{\rho u_i}{|\nabla f|} \left[\frac{\partial f}{\partial t} + u_j \frac{\partial f}{\partial x_j} \right] \delta(f) \\ &+ \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\mathcal{P}_{ij} + \rho u_i u_j) \right] \\ &+ \tilde{\mathcal{P}}_{ij} n_j \delta(f) + (\mathcal{E}_{ij} + \rho u_i u_j) (t_j + c_j) \delta(f) \end{aligned} \quad (6)$$

where $\tilde{\mathcal{P}}_{ij} = \mathcal{P}_{ij} - p_o \delta_{ij}$ is the perturbed compressive stress tensor, with the perturbation pressure $p = p_s - p_o$ in its diagonal.

On the right hand side of equation (6), the square brackets contain Lamb's non-penetration condition⁸ and the regular momentum equation, respectively. Since both brackets vanish, we are left with

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\partial}}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\bar{\partial}}{\partial x_j}(\mathcal{P}_{ij} + \rho u_i u_j) &= \\ \left[\tilde{\mathcal{P}}_{ij} n_j + (\mathcal{E}_{ij} + \rho u_i u_j) (t_j + c_j) \right] \delta(f) \end{aligned} \quad (7)$$

This is the generalized version of the momentum equation obtained within the focus of the present work.

It may be remarked that the conservation laws derived here are also valid for problems involving multiple bodies. In a wind tunnel, the surface f may incorporate the body-fluid boundary of a testing model, as well as of the testing section walls. Therefore the generality of the present approach allows application of these results to both external and internal flow problems.

CONNECTIONS FOR POTENTIAL FLOWS

Equation (5), when specialized for an incompressible fluid reads

$$\frac{\bar{\partial}u_i}{\partial x_i} = (v_n + v_t + v_c) \delta(f) \quad (8)$$

If now we admit the existence of a potential function ϕ whose gradient yields the velocity vector, equation (8) becomes

$$\frac{\bar{\partial}^2 \phi}{\partial x_i \partial x_i} = (v_n + v_t + v_c) \delta(f) \quad (9)$$

This is a Poisson equation for the velocity potential. If the basic Green's function⁹ of Laplace's equation for the unbounded domain \mathcal{V} is invoked, an integral transformation of equation (9) can be obtained as follows:

$$\phi = -\frac{1}{4\pi} \int_{\mathcal{V}} \frac{v_n + v_t + v_c}{r} \delta(f) d\mathcal{V}$$

where r is the distance between a source point at $\vec{y}(t)$ and the observer point at $\vec{x}(t)$, i.e., $r = |\vec{x}(t) - \vec{y}(t)|$.

The volume \mathcal{V} contains the surface $f = 0$. Using a relation between elements of volume and surface, as well as an operational property of the generalized function $\delta(f)$, the above result yields

$$\phi = -\frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \frac{v_n + v_t + v_c}{r |\nabla f|} dS$$

Taking the gradient of ϕ gives an answer for the velocity, i.e.

$$u_i = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{f=0} \frac{v_n + v_t + v_c}{r |\nabla f|} dS \quad (10)$$

This result relates a perturbed velocity component u_i to an integral on the surface of the moving body. For a two-dimensional problem, the surface integral becomes a closed line integral along the body cross section. In this case, the tangential velocity term is linked to the classical circulation integral, whereas the normal velocity term is connected to the classical downwash integral.

Considering now a compressible fluid, it is known that a sequence of algebraic steps involving the regular continuity and Bernoulli equations leads to the so-called full-potential equation. Linearizations of the complete, non-linear equation yields the convected wave equation for an observer on the body surface or the acoustical wave equation for an observer in the fixed fluid frame of reference. If the newly derived conservation laws (5) and (7) are used in this derivation replacing the regular laws, new results can be obtained. They are not displayed here due to the lack of space. However, it is interesting to observe that the present technique incorporates boundary conditions as source terms, characterizing a boundary element method.

CONNECTIONS FOR NON-POTENTIAL FLOWS

Definitions (1) and (3) can be used in a sequence of algebraic operations to derive the Ffowcs Williams and Hawkins equation¹. It can be shown⁵ that in linear approximation Lighthill's variable $c^2(\rho - \rho_0)$ is equivalent to the perturbation pressure p . Therefore, this equation describes the propagation in the air of pressure waves generated by the three physical mechanisms on its right hand side. It can be observed that their superficial terms are concerned only with mechanisms which act normally to the surface. Our interest here is to investigate the inclusion of tangential mechanisms of noise generation.

The derivation steps of the new governing equation can be described as follows:

1. Take the generalized time derivative of both sides of the continuity equation (5).
2. Take the generalized derivative of both sides of the momentum equation (7) with respect to x_i .
3. Subtract the result of step 2 from the result of step 1.

4. Subtract from both sides of previous step the term $c^2 \bar{\nabla}^2 \rho$.

5. Subtract from the result obtained in step 4 the following identity: $\bar{\square}^2 c^2 \rho_0 = -c^2 \bar{\nabla}^2 \rho_0$.

6. Replace, where applicable, \mathcal{P}_{ij} by $\tilde{\mathcal{P}}_{ij}$.

The outcome of this process yields

$$\begin{aligned} \bar{\square}^2 [c^2(\rho - \rho_0)] &= \frac{\bar{\partial}}{\partial t} [\rho_0 v_n \delta(f)] - \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} [\tilde{\mathcal{P}}_{ij} n_j \delta(f)] + \frac{\bar{\partial}^2 \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \\ &+ \frac{\bar{\partial}}{\partial t} [\rho(v_t + v_c) \delta(f)] - \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} [(\mathcal{E}_{ij} + \rho u_i u_j)(t_j + c_j) \delta(f)] \quad (11) \end{aligned}$$

Here, $\bar{\square}^2$ is the generalized D'Alembertian operator, c is the sound speed in the reference condition, and $\mathcal{T}_{ij} = \tilde{\mathcal{P}}_{ij} + \rho u_i u_j - c^2(\rho - \rho_0) \delta_{ij}$ is the so-called Lighthill stress tensor.

It should be remarked that the result above, although considering information generated on the surface of a body moving in a fluid, is expressed in terms of a coordinate system fixed to the *immovable* fluid. This is not the common case in Aerodynamics, where variables of interest are usually described as viewed from a reference system fixed to the moving body.

The governing equation (11) involves four boundary terms which can be handled more easily after an integration process. Making use of the Green's function⁹ for the wave equation in the infinite volume \mathcal{V} , equation (11) is transformed into

$$\begin{aligned} 4\pi c^2(\rho - \rho_0) &= \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int_{-\infty}^t \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho_0 v_n}{r} \delta(f) \delta(g) d\mathcal{V} d\tau \\ &- \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int_{-\infty}^t \int_{\mathcal{V}} \frac{\tilde{\mathcal{P}}_{ij} n_j}{r} \delta(f) \delta(g) d\mathcal{V} d\tau \\ &+ \frac{\bar{\partial}^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^t \int_{\mathcal{V}} \frac{\mathcal{T}_{ij}}{r} \delta(g) d\mathcal{V} d\tau \\ &+ \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int_{-\infty}^t \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho(v_t + v_c)}{r} \delta(f) \delta(g) d\mathcal{V} d\tau \\ &- \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int_{-\infty}^t \int_{\mathcal{V}} (\mathcal{E}_{ij} + \rho u_i u_j) \frac{t_j + c_j}{r} \delta(f) \delta(g) d\mathcal{V} d\tau \quad (12) \end{aligned}$$

Here, $\delta(g)$ is the Dirac delta function of a sphere $g = 0$ of information triggered at a source $\vec{y}(x_i, \tau)$ at retarded time τ and received at an observer $\vec{x}(x_i, t)$ at actual time t . In addition, r is the distance traveled by the information with constant speed c . As we can see, this model reproduces what happens in nature with propagation of perturbations in compressible fluids.

Since the unbounded domain of fluid contains the sphere of propagating disturbances $g = 0$, equation (12) is reduced to

$$\begin{aligned} 4\pi c^2(\rho - \rho_0) &= \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int_{\text{ret}} \left[\frac{\rho_0 v_n}{r} (1 + M_r) \right] \delta(f) d\mathcal{V} \\ &- \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int_{\text{ret}} \left[\frac{\tilde{\mathcal{P}}_{ij} n_j}{r} (1 + M_r) \right] \delta(f) d\mathcal{V} \\ &+ \frac{\bar{\partial}^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{\text{ret}} \left[\frac{\mathcal{T}_{ij}}{r} (1 + M_r) \right] d\mathcal{V} \\ &+ \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int_{\text{ret}} \left[\frac{\rho(v_t + v_c)}{r} (1 + M_r) \right] \delta(f) d\mathcal{V} \\ &- \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int_{\text{ret}} \left[(\mathcal{E}_{ij} + \rho u_i u_j) \frac{t_j + c_j}{r} (1 + M_r) \right] \delta(f) d\mathcal{V} \quad (13) \end{aligned}$$

where the subscript *ret* means that information has been emitted by a source at retarded time $\tau = t - r/c$, and M_r is the subsonic Mach number vector projected along the radiation direction.

If we now consider that inside the infinite domain of fluid \mathcal{V} we find the surface $f = 0$, result (13) is simplified to

$$\begin{aligned}
4\pi c^2 (\rho - \rho_o) + \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int_{f=0} \left[\frac{\tilde{P}_{ij} n_j}{r |\nabla f|} (1 + M_r) \right]_{\text{ret}} dS \\
= \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int_{f=0} \left[\frac{\rho_o v_n}{r |\nabla f|} (1 + M_r) \right]_{\text{ret}} dS \\
+ \frac{\bar{\partial}^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{\mathcal{V}} \left[\frac{\tilde{T}_{ij}}{r} (1 + M_r) \right]_{\text{ret}} dV \\
+ \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int_{f=0} \left[\frac{\rho (v_t + v_c)}{r |\nabla f|} (1 + M_r) \right]_{\text{ret}} dS \\
- \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int_{f=0} \left[(\mathcal{E}_{ij} + \rho u_i u_j) \frac{t_j + c_j}{r |\nabla f|} (1 + M_r) \right]_{\text{ret}} dS \quad (14)
\end{aligned}$$

where dS is an element of area of the surface $f = 0$.

Now comes a critical issue. In reference [10] the author has shown that for better computing efficiency, which comprises both accuracy and time spent on numerical computations, it is always preferable to derive a singular integral and to handle its finite-part later than to compute the singular integral and to obtain later its numerical derivative. With this in mind, equation (14) can be written symbolically as

$$4\pi c^2 (\rho - \rho_o) + \int_{f=0} \mathcal{K}_S^p dS = \int_{f=0} \mathcal{K}_S^v dS + \int_{\mathcal{V}} \mathcal{K}_V^v dV \quad (15)$$

This represents a *non-linear* integral equation for the perturbation pressure p , forced by velocity dependent boundary and volume integrals. Above, \mathcal{K}_S^p denotes a singular superficial kernel for p , with a weak dependence on the velocity field. On the right hand side, \mathcal{K}_S^v and \mathcal{K}_V^v symbolize singular kernels for the surface and volume integrals, respectively, which depend on the velocity field only. The novelty here, which cannot be made explicit for lack of space, is that \mathcal{K}_S^p now includes tangential effects that can be linked to the classical circulation integral.

The incompressible limit of equation (14) is represented by

$$\begin{aligned}
4\pi p + \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int_{f=0} \frac{\tilde{P}_{ij} n_j}{r |\nabla f|} dS = \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int_{f=0} \frac{\rho_o v_n}{r |\nabla f|} dS \\
+ \frac{\bar{\partial}^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{\mathcal{V}} \frac{\tilde{T}_{ij}}{r} dV + \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int_{f=0} \frac{\rho_o (v_t + v_c)}{r |\nabla f|} dS \\
- \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int_{f=0} (\mathcal{E}_{ij} + \rho_o u_i u_j) \frac{t_j + c_j}{r |\nabla f|} dS \quad (16)
\end{aligned}$$

If the fluid is non-viscous, equation (16) becomes

$$\begin{aligned}
4\pi p + \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int_{f=0} \frac{p n_i}{r |\nabla f|} dS = \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int_{f=0} \frac{\rho_o v_n}{r |\nabla f|} dS \\
+ \frac{\bar{\partial}^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho_o u_i u_j}{r} dV + \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int_{f=0} \frac{\rho_o (v_t + v_c)}{r |\nabla f|} dS \\
- \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int_{f=0} (\rho_o u_i u_j) \frac{t_j + c_j}{r |\nabla f|} dS \quad (17)
\end{aligned}$$

This result has a structure similar to equation (15), i.e.

$$4\pi p + \int_{f=0} \mathcal{K}_S^p dS = \int_{f=0} \mathcal{K}_S^v dS + \int_{\mathcal{V}} \mathcal{K}_V^v dV \quad (18)$$

Equation (18) represents a *linear* integral equation for the perturbation pressure on the left hand side with source terms due to velocity only on the right hand side. Since the integrals involved are all surface integrals on $f = 0$, except for one volume integral, there results a mixed boundary-volume integral relation between pressure and velocity fields.

Therefore, equations (15) and (18) are prototypes of general relations between pressure, density, and velocity. As such, these equations are single relations involving several variables. They cannot constitute solutions themselves, but can be used as mother-equations in iterative schemes already tested⁴ and presently in development.

CONCLUSIONS

Results of theoretical nature have been presented concerning the application of an aeroacoustic approach to Aerodynamics. New generalized versions of the continuity and momentum equations have been derived. Connections with potential flow theory have been presented. By following the path which leads to the Ffowcs Williams and Hawkings equation, a new formulation relating pressure and velocity has been obtained for non-potential flows. An integral transformation has been applied to the result to give a more tractable meaning to the generalized source terms.

The formulation presents new mechanisms of noise generation related to tangential flow which may be important in problems of unsteady Aerodynamics. Future applications of the results derived here will reveal the potential of this development and help in the explanation of previous failures of this aeroacoustic approach.

REFERENCES

- [1] Lighthill, M.J. - "On Sound Generated Aerodynamically I. General Theory", Proc. Royal Society of London, A211, pp. 564-587, 1952.
- [2] Ffowcs Williams, J.E. and Hawkings, D.L. - "Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion", Phil. Trans. Royal Society of London, A264, pp. 321-342, 1969.
- [3] Long, L.N., The Compressible Aerodynamics of Rotating Blades Based on an Acoustic Formulation, NASA Report TP-2197, Dec 1983.
- [4] Brandão, M.P. - "Towards the Unification of Acoustics and Fluid Mechanics", Applied Mechanics Reviews, Vol. 42, No. 11, Part 2, pp. S20-S31, 1989.
- [5] Brandão, M.P., "A Mixed Volume-Boundary Element Approach for Aerodynamics", Applied Mechanics Reviews, Vol. 44, No. 11, pp. S36-S45, Nov 1991.
- [6] Brandão, M.P., "An Extension to the Ffowcs Williams and Hawkings Equation Concerning its Application to Aerodynamics", to appear in the III Pan-American Congress of Applied Mechanics, São Paulo, Jan 1993.
- [7] Farassat, F., "Discontinuities in Aerodynamics and Aeroacoustics: the Concept and Applications of Generalized Derivatives", Journal of Sound and Vibration, Vol. 55, No. 2, pp. 165-193, 1977.
- [8] Lamb, H., Hydrodynamics, Dover, New York, Article 9, pp. 6-8, 1945.
- [9] Morse, P.M. and Feshbach, H. - Methods of Theoretical Physics, McGraw-Hill, pp. 834-857 and 1252-1256, 1953.
- [10] Brandão, M.P. - "Singular Integrals in Theoretical Aerodynamics - Their Origin and Computation", Proc. III ENCIT, Itapema, pp. 205-210, 1990.

ANÁLISE DO ESCOAMENTO EM TORNO DE CILINDROS DE SEÇÕES RETANGULARES

ZENAIDE A. DE ARAÚJO, MARIA REGINA O.P. DE ARAÚJO
MARCELO N. SILVA e MIGUEL H. HIRATA
Laboratório de Mecânica dos Fluidos/Aerodinâmica, PEM-COPPE/UFRJ
Caixa Postal 68.503, CEP 21.945, Rio de Janeiro, RJ

SUMÁRIO

A análise do escoamento em torno de corpos rombudos é uma necessidade cada vez mais presente nas aplicações atuais; no entanto, esta é uma área pouco estudada e com muitos aspectos ainda por serem elucidados. O presente trabalho procura desenvolver uma base para a análise sistemática deste tipo de escoamento, utilizando testes em túnel de vento complementados por simulações numéricas. As propriedades do escoamento em torno de cilindros de seção retangular constante, submetidos a escoamentos com elevados números de Reynolds foram medidas. Os dados obtidos são apresentados e comparados com aqueles calculados numericamente através do método de vórtices.

I- INTRODUÇÃO

O escoamento ao redor de corpos rombudos é muito complexo e, dificilmente, se poderia afirmar que ele é suscetível de uma análise completa com os conhecimentos atuais dos fenômenos envolvidos e com as ferramentas disponíveis. No entanto, esta situação apresenta-se cada vez mais frequente nos problemas atuais de engenharia, como, por exemplo, na aerodinâmica de veículos, de edificações, nos problemas da engenharia "offshore", etc.

Ao contrário da análise do escoamento ao redor de corpos com boas formas aerodinâmicas (que hoje pode ser considerada bem estabelecida) a análise do escoamento ao redor de corpos rombudos é deficiente; esta constatação decorre do fato de que a análise está sempre associada ao estudo de um escoamento separado e em presença de uma esteira viscosa considerável.

A literatura sobre o escoamento ao redor de corpos rombudos, em geral, possui a preocupação de apresentar uma solução imediata a um dado problema; desta maneira há um esforço considerável no sentido de se determinar experimentalmente valores dos coeficientes de arrasto (C_d) e de sustentação (C_l) em função da forma e da orientação do corpo e, claro, do número de Reynolds. Nota-se, no entanto, uma certa aridez quando se procura informações detalhadas e pontuais, como por exemplo, a distribuição de pressão sobre a superfície do corpo, a posição do ponto de separação, o comportamento das linhas de corrente, etc. Estas informações, quando disponíveis, em geral são apresentadas como resultantes de simulações numéricas, nem sempre comprovadas experimentalmente.

Com base nesta constatação procurou-se desenvolver, com este trabalho, uma base para a análise sistemática do escoamento ao redor de corpos rombudos, utilizando-se de testes em túnel de vento complementados por simulações numéricas. Foram escolhidos cilindros com seção retangular constante (problema bidimensional) quando submetidos a escoamentos caracterizados por valores elevados do número de Reynolds (R_e). Os dados obtidos através de testes com modelos de seção quadrada são apresentados e comparados com aqueles calculados numericamente, utilizando o método de vórtices. De uma maneira geral, os resultados obtidos tanto experimental como numericamente são animadores e podem ser considerados como uma base sólida para a análise do escoamento ao redor de corpos rombudos, principalmente na região da esteira.

II- TESTES COM CILINDROS DE SEÇÃO RETANGULAR

Para a realização dos testes experimentais foram escolhidos cilindros de seção retangular constante; com esta geometria garante-se um escoamento plano e, por possuir arestas vivas, apresenta pontos de separação bem definidos, facilitando o processo de simulação numérica. Procedimentos para a análise detalhada da região de separação são desenvolvidos segundo uma abordagem diferente; no Lab. de Mecânica dos Fluidos do PEM - COPPE/UFRJ utiliza-se uma abordagem assintótica para estes problemas [4].

Os testes foram realizados num túnel de vento de seção retangular (427 x 300mm), de baixa turbulência e os maiores modelos não ocuparam mais do que 14% da seção normal da câmara de testes. Os cilindros foram feitos de acrílico com tomadas de pressão distribuídas na sua superfície. As referências [8] e [9] fornecem detalhes sobre os testes realizados.

A figura (1) é utilizada para as definições principais onde se indica a velocidade incidente por U e a pressão em ambiente não perturbado pela presença do corpo, a montante, por P_0 .

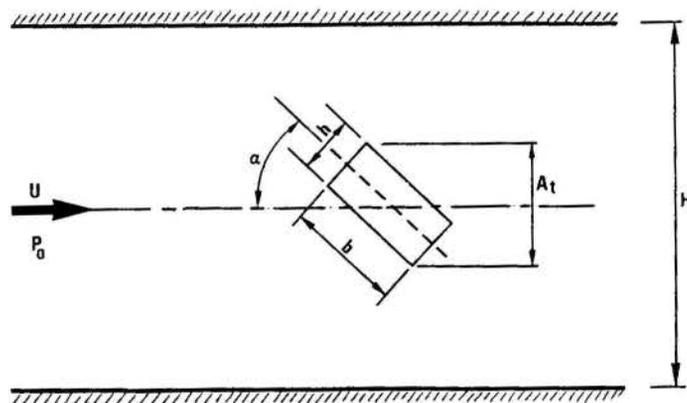


Figura 1
Geometria dos Modelos e da Câmara de Testes

A velocidade foi corrigida levando-se em conta o efeito de bloqueio [8], [10]. As seguintes definições são adotadas

$$R_e = \frac{\rho U b}{\mu} = \text{número de Reynolds}$$

$$C_p = \frac{P - P_0}{\frac{1}{2} \rho U^2} = \text{coeficiente de pressão}$$

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A_t} = \text{coeficiente de arrasto}$$

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_t} = \text{coeficiente de sustentação}$$

onde D e L indicam a força de arrasto e de sustentação por unidade de comprimento, obtidas pela integração (das projeções apropriadas) da pressão sobre a superfície do corpo; a área A_t corresponde a projeção do corpo no plano normal ao escoamento.

A referência [8] apresenta uma análise dos erros, que é aqui representada de maneira resumida, para todos os casos testados.

- o erro máximo para R_e é da ordem de 3%
- os erros cometidos para os coeficientes C_l e C_d são estimados em 2%
- os erros cometidos para C_p variam com a posição e o ângulo de ataque, são maiores quando $P \rightarrow P_o$.

As referências [8] e [9] apresentam resultados para diferentes valores da razão h/b e α .

III- SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A literatura mostra que existem diferentes abordagens para a simulação numérica do escoamento de um fluido viscoso; assim, por exemplo, as técnicas de diferenças e volumes finitos, os métodos dos elementos finitos e dos elementos de contorno e os métodos espectrais foram utilizados com maior ou menor sucesso. Estas técnicas, porém, utilizam a descrição euleriana e enfrentam dificuldades para o tratamento da esteira, como por exemplo a especificação da condição de contorno. Uma alternativa que, de certa maneira, supera algumas destas dificuldades é representada pelo método de vorticidade ou de vórtices [6].

De acordo com este método, a procura da solução da equação da vorticidade que, em duas dimensões, se escreve como

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + (u \cdot \nabla) \zeta = \nu \nabla^2 \zeta, \quad \zeta = \nabla \times u = \text{vorticidade} \quad (1)$$

pode ser feita dividindo-se o problema em:

- problema de convecção, que é governado pela equação

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + (u \cdot \nabla) \zeta = 0 \quad (2)$$

- problema de difusão, que é governado pela equação

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \nu \nabla^2 \zeta \quad (3)$$

A convecção da vorticidade é obtida utilizando-se uma descrição Lagrangeana para simular o movimento de vórtices de Rankine, cujo campo de velocidade é ilustrado na figura (2). Estes vórtices apresentam um campo de velocidade idêntico ao vórtice potencial, quando a distância - r - é maior que o raio do núcleo - σ -; para $r < \sigma$ a velocidade decai linearmente até se anular, na origem. Evita-se assim o comportamento singular dos vórtices potenciais.

A difusão da vorticidade é simulada fazendo com que o raio do núcleo varie de acordo com a lei [7].

$$\sigma(t + \Delta t) = \sigma(t) + (c^2 \nu \Delta t) / (2\sigma(t)) \quad (4)$$

onde $c = 2.24$

Obs: a difusão da vorticidade sob os efeitos da viscosidade pode ser simulada utilizando o método de avanço randômico [5], [2], [11].

No presente trabalho, como os corpos apresentam arestas vivas, os pontos de emissão de vórtices estão bem definidos. Eles são "gerados", a cada intervalo de tempo, com as características mostradas na figura (3), onde $\Gamma = (V_t^2 \Delta t) / 2$ é a intensidade do vórtice, $\sigma_0 = (V_t / 4) \Delta t$ é o raio inicial do núcleo e V_t é a velocidade tangencial.

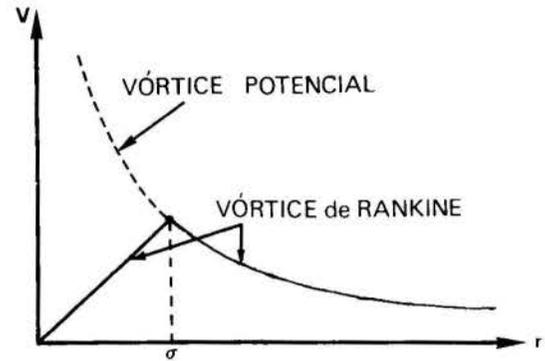


Figura 2
Vórtice Potencial e de Rankine

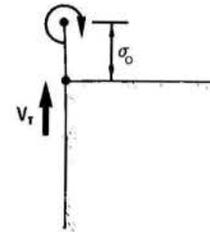


Figura 3
Emissão de Vórtices em Arestas Vivas

Na parede do corpo impõe-se a condição de impenetrabilidade e os vórtices que, porventura, penetram no corpo (como consequência do processo numérico) são eliminados.

A pressão é calculada utilizando-se o T. de Bernoulli modificado, que permite escrever

$$C_p = 1 - \left(\frac{V_{pe}}{U}\right)^2 \text{ antes do ponto de descolamento}$$

$$C_p = 1 - \left(\frac{V_{pe}}{U}\right)^2 - \left(\frac{V_{pD}}{U}\right)^2 \text{ depois do ponto de deslocamento} \quad (5)$$

onde:

V_{pe} = velocidade no ponto de controle

V_{pD} = velocidade "no ponto de deslocamento"

U = velocidade incidente

IV- RESULTADOS

A figura (4) mostra os valores de C_p obtidos experimentalmente para um cilindro de seção quadrada e as figuras (5) e (6) os valores C_l e C_D em função do ângulo de ataque α . Na figura (4) S representa a linha que, iniciando-se no ponto médio da face anterior, contorna o corpo até a metade da face posterior.

A simulação numérica do escoamento ao redor de um cilindro de seção quadrada, após $200\Delta t$, $\Delta t = 0.1$ s, fornece uma esteira de turbulência como ilustra a figura (7), o campo de pressão resultante é mostrado na figura (4); nesta mesma figura apresenta-se, também, o valor médio da pressão para $198\Delta t$ a $202\Delta t$. Os valores dos coeficientes de força são mostrados na tabela abaixo.

Tab. 1 - Valores de C_L e C_D para Cilindro de Seção Quadrada
($Re = 52.000, \alpha = 0$)

	Ref(1)	Experimental	200 Δt	Valor Médio
C_L	0.00	-0.02	-0.3855	-0.3685
C_D	2.20	2.09	2.2639	2.2682

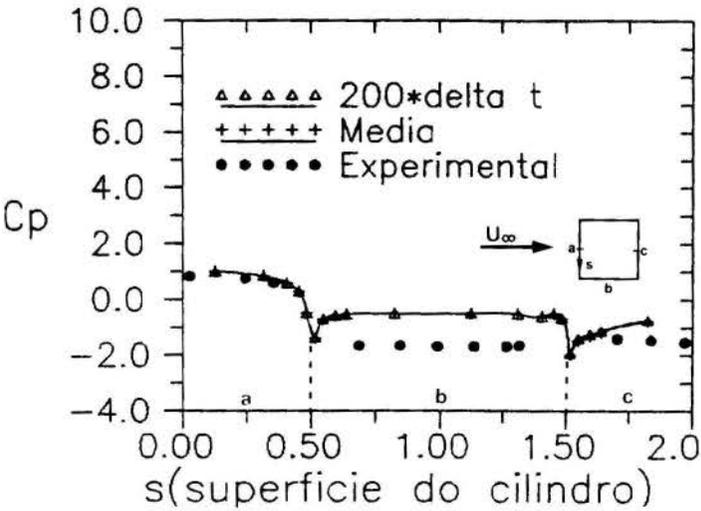


Figura 4
Coeficiente de Pressão

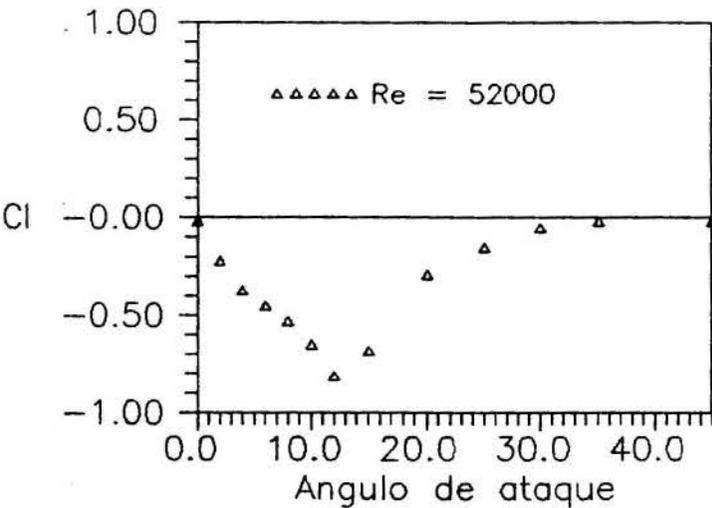


Figura 5
Coeficiente de Sustentação Obtido Experimentalmente

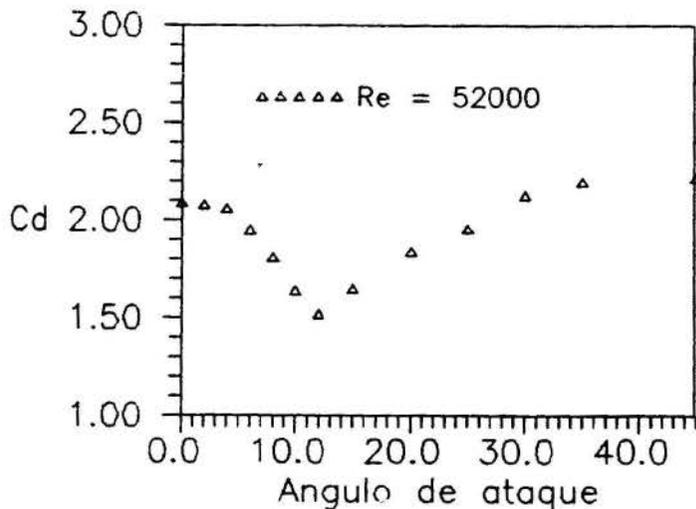


Figura 6
Coeficiente de Arrasto Obtido Experimentalmente

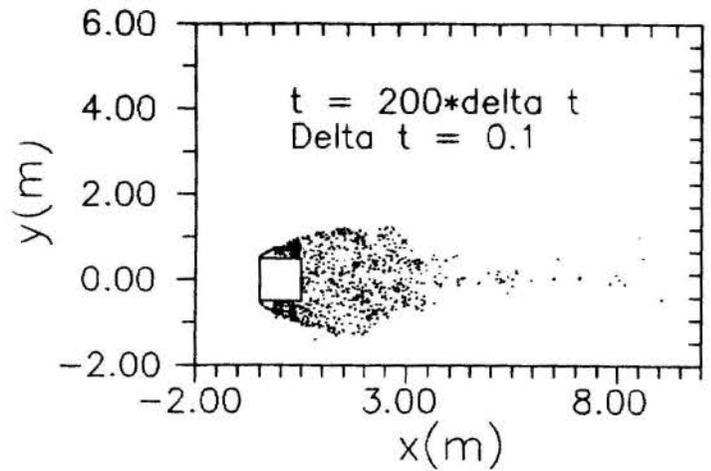


Figura 7
Cilindro de Seção Quadrada: Esteira de Turbulência

A análise destas figuras e da tabela mostra que:

- 1- Os valores obtidos experimentalmente e aqueles resultantes da simulação numérica apresentam a mesma ordem de grandeza que os dados disponíveis na literatura.
- 2- O valor de C_L é nulo de acordo com a referência [1] e de acordo com outras fontes. O valor obtido experimentalmente, através da integração da pressão, não é nulo mas é bastante pequeno. O valor obtido numericamente não pode ser considerado como pequeno. Uma possível causa para esta discrepância, além daquela associada à modelagem e aos erros numéricos, poderia ser o caráter intermitente observado a cada acréscimo no tempo. Para analisar este aspecto foi calculado o valor médio de C_L (5 intervalos de tempo). O valor médio diminuiu mas ainda permanece elevado; talvez fosse necessário considerar um número maior de intervalos.
- 3- Junto às arestas, a simulação numérica apresenta picos elevados de pressão; estes resultados são, de certa maneira esperados, pois:
 - o escoamento real apresenta, nestas regiões, velocidades altas devido aos cantos vivos; experimentalmente não foram detectados pois não se instalou uma tomada de pressão por dificuldades construtivas.
 - numericamente estas altas velocidades traduzem-se por um comportamento singular, que para ser corretamente simulado exige um tratamento muito preciso dos efeitos viscosos.

Além destas observações muitas outras poderiam ser feitas à respeito da simulação numérica e dos procedimentos experimentais utilizados; estas serão assunto de outras publicações. Na referência [3] e [9] alguns aspectos relacionados a simulação numérica são apresentados e discutidos. Acredita-se que, com estes procedimentos e com a experiência que se está acumulando, possa-se antever a possibilidade da exploração detalhada do escoamento em torno de corpos rombudos, principalmente da sua esteira.

REFERÊNCIAS

- 1- BEARMAN, P.W.; TRUEMAN, D.M., "An Investigation of the Flow Around Rectangular Cylinders", *Aeronautic Quarterly*, Vol 23, 1972.
- 2- CHORIN, A.J., "Numerical Study of Slightly Viscous Flow", *J.F.M.* Vol 57, 1973.
- 3- CORREA DA SILVA, R.M., "Modelagem Numérica do Escoamento Bidimensional para Alto Numérico de Reynolds em Torno de um cilindro", Tese de Mestrado - PEM-COPPE/UFRJ, 1992.
- 4- CRUZ, D.O.A., "A Estrutura da Camada Limite Turbulenta na Região de Separação", Tese de Mestrado - PEM-COPPE/UFRJ, 1992.
- 5- EINSTEIN, A., "Investigations on the Theory of Brownian Movement", Dover, 1956.
- 6- HIRATA, M.H., "Análise do Escoamento de um Fluido Viscoso Utilizando Elementos da Teoria Potencial", I Cong. de Eng. Mecânica Norte-Nordeste (palestra), Natal, 1991. (Textos em Mecânica dos Fluidos No 001/91 - Lab. Mec. Fluidos/Aerodinâmica - PEM-COPPE/UFRJ.
- 7- KAMEMOTO, K. et all, "Numerical Simulation of Vortex Flows Interacting with Vibrations of Under Flow Gates", IAHR/AIRH Symposium, Belgrade, 1990.
- 8- MOREIRA DA SILVA, M.N., "Estudo do Escoamento ao Redor de Cilindros Retangulares Submetidos a Diferentes Ângulos de Ataque", Trab. de Graduação submetido ao Dept. de Eng. Mecânica - EE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1991.
- 9- MOREIRA DA SILVA, M.N. e HIRATA, M.H., "Estudo Experimental do Escoamento ao Redor de Cilindros de Seção Retangular, Submetidos a Diferentes Ângulos de Incidência - II Cong. de Eng. Mecânica Norte-Nordeste - João Pessoa, 1992.
- 10- POPE, A., "Low Speed Wind Tunnel Testing", John Wiley, N.Y., 1966.
- 11- TIENROTH, E.C., "Simulation of the Viscous Flow over a Cylinder in a Wave Field", 16th Symposium on Naval Hydrodynamics, Berkeley, 1986.

SUMMARY

The analysis of flows around bluff bodies has increased its importance due to many presents engineering applications. However, very few works have been published in this subject in the past so that much still remains to be done. This work aims at developing a systematic basis for the analysis of this class of flows making use of wind tunnel data and numerical simulations. The properties of the flow around cylinders of rectangular cross sections subject to an oncoming flow at large Reynolds numbers were measured. Comparison of these data was made with results obtained through a vortex dynamics method.

Finally, α_{ij} and J are the metrics and the Jacobian of the coordinates transformation, respectively.

Algebraic equations are obtained using the finite volume method. Integrating Eq. (2) over the elemental control volume shown in Fig. 1,

$$\int_{V_P} [Eq.(2)] dVdt,$$

it results

$$a_P^* \phi_P = \sum a_{nb}^* \phi_{NB} + b^* \quad (3)$$

where

$$\begin{aligned} \sum a_{nb}^* \phi_{NB} = & a_e \phi_E + a_w \phi_W + a_n \phi_N + a_s \phi_S \\ & + a_d \phi_D + a_f \phi_F + a_{nw} \phi_{NW} + a_{se} \phi_{SE} + a_{sw} \phi_{SW} + a_{de} \phi_{DE} \\ & + a_{dw} \phi_{DW} + a_{fe} \phi_{FE} + a_{fn} \phi_{FN} + a_{dn} \phi_{DN} + a_{ds} \phi_{DS} + a_{fn} \phi_{FN} \end{aligned}$$

Here the subscripts e, w, n, s, d, and f indicate the interface of the control volume, and E, W, NW, SE, etc, the P neighbouring control volumes. The coefficients of Eq. (3) are the same for u, v, w and temperature T since the co-located arrangement of variables is employed.

In order to obtain an adequate coupling between pressure and velocity it is necessary to evaluate the velocity vector components at the interfaces of the control volumes as functions of the velocities located at the center of the control volume (De Bortoli, 1990) (Marchi et al, 1990). For the u velocity written for the P control volume (Fig. 1) one has

$$\begin{aligned} u_P = & \frac{1}{a_P^*} \left\{ \sum (a_{nb} u_{NB})_P + \frac{M_P^* \mu_P^*}{\Delta \tau} + L[S^*]_P \frac{\Delta V}{J} \right\} \\ & + \frac{\Delta V}{a_P^* J} L[p^*]_P \end{aligned} \quad (4)$$

A special average is done using the above equation for volumes P and E to obtain a pseudo equation for u at the interface e, as follows

$$\begin{aligned} u_e = & \frac{1}{a_P^* + a_E^*} \left\{ \sum (a_{nb} u_{NB})_P + \sum (a_{nb} u_{NB})_E \right. \\ & \left. + \frac{M_P^* \mu_P^* + M_E^* \mu_E^*}{\Delta \tau} + (L[S^*]_P + L[S^*]_E) \frac{\Delta V}{J} \right\} \\ & - 2 \frac{\Delta V}{a_P^* + a_E^*} \frac{L[p^*]_e}{J} \end{aligned} \quad (5)$$

where

$$\begin{aligned} \frac{L[p^*]_e}{J} = & \frac{p_E - p_P}{\Delta \xi} \xi_{x_e} + \frac{p_N + p_{NE} - p_S - p_{SE}}{4\Delta \eta} \eta_{x_e} \\ & + \frac{p_D + p_{DE} - p_F - p_{FE}}{4\Delta \gamma} \gamma_{x_e} \end{aligned}$$

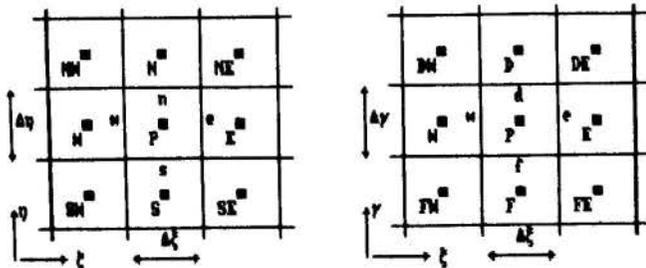


Figure 1 Elemental control volume for P

It can be observed that the pressure gradient acting on the u_e velocity component resembles the use of staggered grids. This promotes an adequate coupling between velocity and pressure since the pressure correction equation will have the same form as when a staggered grid is used (Peric et al, 1988) (Marchi et al 1989) (De Bortoli, 1990).

Another important step in the methodology used here is the mass flow linearization. To start with, the discretized mass conservation equation can be written as follows

$$\frac{M_P - M_P^*}{\Delta \tau} + M_e - M_w + M_n - M_s + M_d - M_f = 0 \quad (6)$$

Taking the mass flow at the east face, as example, the following linearization allows the solution for all speed flows (Harlow and Amsdem, 1971) (Patankar, 1971) (Van Doormaal, 1985) (Silva and Maliska, 1988)

$$M_e = (\rho^* \bar{U} + \rho \bar{U}^* - \rho^* \bar{U}^*)_e \Delta \eta \Delta \gamma \quad (7)$$

where the (*) represents the best estimate values of the variables. When introducing Eq. (7), and its analogues for the remaining faces, in Eq. (6), it is clear that both density and velocity will be unknowns. When replacing ρ as a function of pressure, from the state equation, and velocity as a function of pressure, from the momentum equations, the resulting equation will be an equation for pressure, as shown below. Following the SIMPLEC (Van Doormaal and Raithby, 1984) procedure to obtain expressions for the velocity and density corrections, one has

$$\bar{U}_e = \bar{U}_e^* - d_e^* (p_e^* - p_P) \alpha_{11e}$$

$$\rho_P = \rho_P^* + c_P^* p_P^*$$

where the densities at the interfaces are obtained by

$$\rho_e = \left(\frac{1 + \omega_e}{2} \right) \rho_P + \left(\frac{1 - \omega_e}{2} \right) \rho_E$$

Here ω is ± 0.5 , depending on the sign of the velocity component at the interface. Introducing the equations for the density and velocity corrections in the mass conservation equation, one obtains an equation for pressure as follows

$$a_P^* p_P^* = \sum a_{nb}^* p_{NB}^* + b^* \quad (8)$$

STRUCTURAL PROBLEM

When the FEM (Finite Element Method) is used for solving structural problems, one has to select an element formulation which includes the most important structural behaviour as well as to be simple and effective. Along the remaining of this section, one presents the Timoshenko beam formulation for plane S deflections and, for considering space ones, it is sufficient to add similar relations relative the plane orthogonal to the first one. The Timoshenko beam theory (Dym and Shames, 1973) considers that a shearing deformation is constant in every beam cross-section. The displacement can then be considered as the sum of those due to a pure bending and shearing deformation, as follows

$$\begin{aligned} u_1(x,y,z,t) = & -z \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} - \beta(x) \right) \\ u_2(x,y,z,t) = & 0 \\ u_3(x,y,z,t) = & u_3(x,t) \end{aligned} \quad (9)$$

where $\beta(x)$ is the shear angle formed by a given cross section with the neutral axis.

The kinetic energy for this element is given by

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho (\dot{u}_i)^2 dV, \quad (10)$$

while the deformation energy associated with the potential energy is given by

$$\pi_P = \int_0^L \left\{ \frac{EI}{2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\kappa GA}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} - \psi \right)^2 - f u_3 \right\} dx. \quad (11)$$

Here ρ , I , E , κ , ψ , G , A and f are the material density, moment of inertia, linear elasticity module, a constant to correct the shear, the rotation of the line elements along the centerline due to bending only, a Lamé constant, area and a loading component, respectively.

Employing Hamilton's principle,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - \pi_P) dt = 0, \quad (12)$$

for E , I , G and A constants, and approximating the solution by finite elements, results

$$[M]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{N\}, \quad (13)$$

where q is the generalized displacement vector.

This element can be employed to analyse small displacement problems, but, with some changes in the reference system, it can also be employed to solve for large displacements as the ones that appear in wings (Cook, 1981). For nonsymmetrical bodies, it is also necessary to calculate the shear center (Timoshenko and Goodier, 1984).

AEROELASTIC PROBLEM

Since the aeroelastic deformation resulting from the flexibility of an aerodynamic body can alter the flow conditions, it is necessary to solve the aerodynamic and structural problems simultaneously.

The solution procedure consists in solving the aerodynamic problem for a given instant of time, obtaining the initial excitation (forces and moments) which originate from friction and shape effects, that is

$$\vec{N} = \mu A \frac{\partial \vec{V}}{\partial n} + p(\vec{n} \cdot A). \quad (14)$$

This excitation will deform the structure, modifying the flow. Then it is necessary to obtain the displacements and rotations at each node to calculate the new aerodynamic grid.

SOLUTION PROCEDURE

Basically, the computational procedure for this aeroelastic analysis is:

A. Aerodynamic problem

1. Domain discretization
2. Estimation of variables for the present time cycle
3. Calculation of coefficients of Eq. (3)
4. Calculation of source terms of Eq. (3)
5. Calculation of u^* , v^* , and w^* using the MSI (Modified Strongly Implicit Procedure) (Schneider and Zedan, 1981)
6. Calculation of \vec{U} , \vec{V} and \vec{W}

7. Calculation of p' using the MSI, Eq. (8)
8. Correction of \vec{U}^* , \vec{V}^* and \vec{W}^*
9. Correction of ρ
10. Calculation of T using the MSI, Eq. (3)
11. Calculation of ρ using the state equation
12. Return to item 3 until aerodynamic cycle converges

B. Structural Problem

13. Calculation of aerodynamic force, Eq. (14)
14. Obtain the structure system matrices $[M]$ and $[K]$, Eq. (13)
15. Calculation of displacements and rotations, Eq. (13)
16. Return to item 1 for a new time step cycle, changing the grid.

NUMERICAL RESULTS

Since this is a very complex three-dimensional coupled problem the first step in checking the methodology is to solve for aerodynamic and elastic problems independently. To verify the aerodynamic computational code, the flow over a hemisphere-cylinder at Mach 0.85 is calculated and the results are compared with the numerical ones obtained by Azevedo (1988) and the experimental ones from Hsieh (1977), presented by Azevedo.

The results depicted in Fig. 3 and Fig. 4, obtained using the grid of Fig. 2, show that the computational code has the ability to represent aerodynamic problems properly. Better results can be obtained if a mesh refinement is done (Maliska et al, 1991).

To analyse dynamic problems it is necessary to verify if the mass and the stiffness matrices are correctly formed, and if the system of equations is correctly solved. The use of integration methods (Bathe, 1982) make it easy to analyse the beam elements behaviour. In this work Houbold's method is used.

The second natural frequency, found for a steel beam 30 m long, with 1 m external radius and moment of inertia of 0.09425 m⁴, is 14.06 using the Euler-Bernoulli beam or 14.01 using the Timoshenko beam theory. Comparison with the value 14.0, found by Feng and Quevat (1990), allows one to conclude that the results are in good agreement.

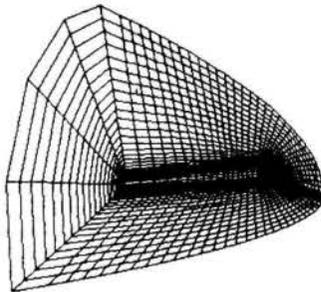


Fig. 2 Three-dimensional view of hemisphere-cylinder grid (34x26x19 volumes)

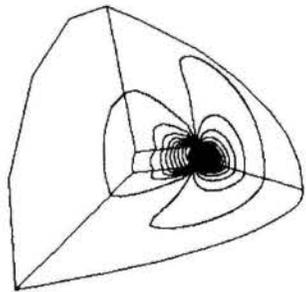


Fig. 3 Hemisphere-cylinder density contour lines for Mach 0.85 and $\alpha = 6^\circ$

SIMPLE AEROELASTIC SOLUTIONS

To obtain preliminary results with the methodology, the aeroelastic analysis of the hemisphere-cylinder case, clamped at one of its end with 6 degrees angle of attack, 10 cm wall thickness, 5.00 m length and 0.75 m external radius, subjected to Mach 0.85 is done. The angle of attack is with respect to the vertical direction. The computational grid used is 17x15x16 volumes. This is, of course, a coarse grid and can be used only for a qualitative analysis of the problem.

Fig. 5 presents the beam deflections versus time, showing

that the structural behaviour of this problem is very similar to the mass-spring system behaviour submitted to a simple force. It can be seen that the vertical deflection follows the sinusoidal movement, as expected.

30, 1990, pp 1115-1128.

Gilly, J.P., Rosenthal, Y. Sémézis, "Aerodynamique Hipersonique", Gauthier-Villars Editeurs, Paris 1970.

Guruswamy, G.P., "Unsteady Aerodynamic and Aeroelastic Calculations for Wings Using Euler Equations". *AIAA Journal*, vol. 28, n° 3, March 1990, pp 461-469.

Harlow, F.H., Amsdem, A.A., "A Numerical Fluid Dynamics Calculation for All Speed Flows", *J. Comp. Phys.*, vol. 8, 1971, pp 197-213.

Hsieh, T. "An Investigation of Separated Flows About a Hemisphere-Cylinder at Incidence in the Mach Number Range from 0.6 to 1.5", *AIAA Paper 77-179*, January 1977.

Maliska, C.R., Silva, A.F.C., Marchi, C.H., Valerim, J., "Desenvolvimento de Códigos Computacionais para Solução de Escoamentos a Alta Velocidade", Relatório Técnico preparado para o IAE/CTA, Parte IX, Agosto 1991.

Marchi, C.H., Maliska, C.R., De Bortoli, A.L., "The Use of Co-Located Variables in the Solution of Supersonic Flows", *IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Dezembro 1989.

Marchi, C.H., Maliska, C.R., Silva, A.F.C., "A Boundary-Fitted Numerical Method for the Solution of Three-Dimensional All Speed Flows Using Co-Located Variables", *III ENCIT*, Itapema SC, Dezembro 1990.

Patankar, S.V., "Calculation of Unsteady Compressible Flows Involving Shocks", Mech. Eng. Dept., Imperial College, Rept. UF/TN/A/4, London 1971.

Peric, M., Kessler, R., Scheuerer, G., "Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Co-Located Grids", *Computer and Fluids*, vol. 16, n° 4, 1988, pp 389-403.

Radespiel, R., "A Cell-Vertex Multigrid Method for the Navier-Stokes Equations", *NASA Tech. Memorandum 101557*, January 1989.

Schneider, E.E., Zedan, M., "A Modified Strongly Implicit Procedure for the Numerical Solution of Field Problems", *Num. Heat Transfer*, vol. 4, 1981, pp 1-19.

Silva, A.F.C., Maliska, C.R., "Uma Formulação Segregada em Volumes Finitos para Escoamentos Compressíveis e/ou Incompressíveis em Coordenadas Generalizadas", *ENCIT 1988 - Águas de Lindóia - S.P.*, Dezembro 1988.

Timoshenko, S.P., Goodier, J.N., "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, 1984.

Trulio, J.G., Trigger, K.R., "Numerical Solution of the One-Dimensional Hydrodynamic Equations in an Arbitrary Time-Dependent Coordinate System", University of California, *Lawrence Radiation Report UCLR - 6522*, 1961.

Van Doormaal, J.P., "Numerical Methods for the Solution of Incompressible and Compressible Fluid Flows", PH.D. Thesis, University of Waterloo, Canada 1985.

Van Doormaal, J.P., Raithby, G.D., "Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows", *Num. Heat Transfer*, vol. 7, 1984, pp 147-163.

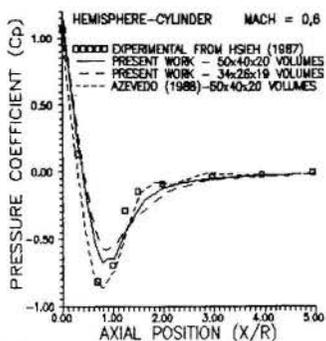


Fig. 4 Hemisphere-cylinder pressure coefficient distribution for Mach 0.6 and $\alpha = 0^\circ$

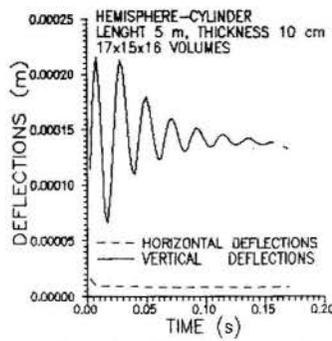


Fig.5 Deflections versus time for the hemisphere-cylinder nose

CONCLUSIONS

Preliminary results show that aeroelastic analysis can be done using finite volumes and finite elements. Much more studies have to be done to evaluate the efficiency of this methodology. One drawback is the limited time step necessary for the solution of the aerodynamic problem. This is not new and is well reported in Azevedo (1988) and Guruswamy (1990). Several alternatives to alleviate this problem are under consideration. Among them, the multigrid techniques (Radespiel, 1989) can be employed to improve the methodology efficiency, trying to remove the time step limitations. It is the authors opinion that the present methodology is promising and can be used to analyse aeroelastic problems in a consistent way, because the finite volume method is based on the physical aspects of flow.

REFERENCES

Azevedo, J.L.F., "Transonic Aeroelastic Analysis of Launch Vehicle Configurations", Ph.D. Thesis, University of Stanford, USA, 1988.

Bathe, K.J., "Finite Elements Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, 1982.

Batina, J.T., "Unsteady Euler Algorithm with Unstructured Dynamic Mesh for Complex-Aircraft Aerodynamic Analysis", *AIAA Journal*, vol. 29, n° 3, March 1991, pp 327-333.

Cook, R.D., "Concepts and Application of Finite Element Analysis", John Wiley and Sons, 1981.

De Bortoli, A.L., "O Uso de Variáveis Co-Localizadas na Solução de Escoamentos Supersônicos sobre Corpos de Geometrias Arbitrárias", Dissertação de Mestrado, UFSC, Setembro 1990.

Dimirdzic, I., Peric, M., "Space Conservation Law in Finite Volume Calculations of Fluid Flows", *Int. J. Num. Meth. in Fluids*, vol. 8, 1988, pp 1037-1050.

Dym, C.L., Shames, I.H., "Solid Mechanics - A Variational Approach", McGraw-Hill, 1973.

Feng, Y.Q., Quevat, J.P., "Three-Dimensional Non-Linear Fluid-Structure Interaction Problems : Formulation by the Finite and Infinite Element Method", *Int. J. Num. Meth. in Engineering*, vol.

TRANSONIC INVERSE WING DESIGN USING THE AF2 ALGORITHM IN CURVILINEAR COORDINATES

BENTO S. DE MATTOS, S. WAGNER
 Institut für Aerodynamik und Gasdynamik
 Universität Stuttgart
 7000 Stuttgart 80 - Germany

JOÃO L. F. AZEVEDO
 Instituto de Aeronáutica e Espaço
 Centro Técnico Aeroespacial
 12225 - São José dos Campos, SP - Brazil

SUMMARY

An efficient technique for wing aerodynamic design in general curvilinear coordinates was developed and implemented. This is an inverse method coupled to an analysis code which solves the transonic full potential equation in conservative form. The method is based on the determination of a normal blowing velocity component to the wing surface, which is obtained from the difference between the current and the desired surface pressure distributions. This, in turn, allows the computation of the required changes in section geometry along the spanwise direction in order to recover the zero normal velocity component condition. The scheme has good convergence characteristics, especially in comparison with those that employ mathematical optimization routines, which can be credited to the fact that it deals directly with the flow physics. Results that establish the robustness of the method are presented.

INTRODUCTION

The design of transonic airfoils and wings is a subject of great concern in the aircraft industry throughout the world. Small reductions in cruise drag of large transport aircraft can yield quite large savings in fuel consumption per aircraft per year (Linch, 1982). Consentino and Holst (1986) developed an optimization technique and applied it to the aerodynamic improvement of the C-141B military transport aircraft and of the Cessna Citation III business jet wings. In their approach the geometrical differences between the original and modified profiles, in some wing sections, are extremely difficult to detect just by looking at them, even when very significant changes in the pressure distribution are present. This, by itself, would be a very compelling reason to use computational tools in the search for a better aerodynamic performance, since it is clear that a high degree of sensibility would be required to realize such modifications based solely on wind tunnel tests.

A large number of wing optimization methods have been developed, most of them in the class of the so-called *direct methods*, which couple the analysis code with some optimization routine such as Vanderplaats (1973) minimization algorithm (CONMIN). This procedure, however, usually requires a large number of iterations in order to satisfy the specified design requirements. Consentino and Holst (1986) claim that the use of approximate factorization schemes such as the AF2 algorithm, which allow for extensive vectorization, can make the direct methods attractive. The fast convergence characteristics of these schemes also allow that tightly converged solutions can be sought, i. e., maximum residue drop of the order of 10^{-7} , and that these can be easily obtained. This would enable the rejection of inaccuracies usually associated with computing the drag from the pressure distribution, and would allow to use the drag coefficient as the objective function.

There are also the so-called *inverse methods* for airfoil and wing design in which the body geometry can be made to "perceive" the prescribed pressure distribution. Attempts to solve an inverse three-dimensional problem of this sort were made by Henne (1981) for an isolated-wing and by Shankar (1981) for a wing-fuselage configuration. Although the formulations presented by these two authors are rather different from each other, there is a common feature which is the iterative solution of a Dirichlet boundary value problem in which the potential obtained from a prescribed pressure distribution is used as boundary condition for the modified wings along the iteration process. Takanashi (1985) has developed an integral method for transonic wing design, in which the analysis code is treated as a "black box", that is based on the residue correction concept. The solution of the resulting integral equation of the inverse problem formulation involves, however, some simplifying assumptions, including that of a thin airfoil. Gally and Carlson (1988) applied a blowing inverse technique to the TAWFIVE finite volume code (Nelson and Streett, 1983), which solves the full potential equation in conservative form by using a SLOR scheme. The blowing velocity is computed, however, by assuming that the velocity component normal to the airfoil chord, for each wing section, cannot influence the calculation of the pressure coefficient. This does not allow the specification of the pressure in the leading edge region, where such an assumption is obviously not valid. Volpe (1990) has developed an inverse method for profile and wing design by employing the blowing technique when a Dirichlet problem is resolved for a unit circle mapped from the airfoil geometry by the unique conformal transformation.

The present work is concerned with the use of an inverse technique for the design of aerodynamic wings both with the presence of a fuselage and in an isolated configuration. The initial difference between the desired

pressure distribution and the one computed by the analysis code creates additional contravariant velocity components. These components are obtained from a simple potential perturbation technique without the need to restrict the pressure coefficient computation to the use of only one of the velocity components in the physical plane, in contrast to Gally and Carlson (1988). The technique was developed around a finite difference analysis code (de Mattos, 1990, de Mattos and Azevedo, 1990, and Morgenstern et al., 1990), which is based on the Holst and Ballhaus (1979) artificial density scheme, and it has been employed successfully for two dimensional flows (de Mattos et al., 1992). The procedure for the solution of the full potential equation, in conservative form, uses the highly efficient AF2 approximate factorization scheme. It could be highly advantageous to tune the design technique to a specific analysis code, even at the expense of losing some generality, since the process can be made quite efficient.

ANALYSIS CODE

The present method uses a full potential formulation written in strong conservation-law form for general, body conforming, curvilinear coordinates in the analysis portion of the code. Due to the very tight space restrictions here, we will refrain from presenting the details of this formulation in the interest of saving space for a better discussion of the design method, which we believe is the most interesting and original contribution of the present work. For our purposes here, it is sufficient to say that the spatial discretization of the governing equation uses the Holst and Ballhaus (1979) artificial density scheme, and that the iteration to steady state uses the three dimensional version of the AF2 implicit algorithm as described by Holst and Thomas (1983). For the interested reader, all the fundamental details of the formulation implemented in the analysis code can be found in the work of de Mattos (1990). Further details concerning the circulation boundary condition implementation can be found in de Mattos and Azevedo (1990), and Morgenstern et al. (1990).

INVERSE DESIGN METHOD

Updated Surface Potential Values. The pressure coefficient for isentropic flow can be expressed as

$$C_p = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left\{ \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \left(1 - \frac{q^2}{q_\infty^2} \right) \right]^{\gamma/(\gamma-1)} - 1 \right\} \quad (1)$$

where

$$\left(\frac{q}{q_\infty} \right)^2 = \frac{U\phi_\xi + V\phi_\eta + W\phi_\zeta}{U_\infty^2} \quad (2)$$

and

$$U_\infty = \left[\frac{\gamma+1}{\gamma-1 + \frac{2}{M_\infty^2}} \right]^{1/2} \quad (3)$$

It is clear from Eq. (1) that, for a given free-stream condition, the local pressure coefficient is only a function of the magnitude of the local velocity vector q . Hence, instead of working with the actual C_p distribution, we will perform the comparisons in the algorithm with a quantity that we will denote C_p^m , which is defined as

$$C_p^m = f(C_p) \equiv q^2 = U\phi_\xi + V\phi_\eta + W\phi_\zeta \quad (4)$$

Since the zero normal velocity boundary condition at the wing surface must be satisfied for a converged solution in the analysis code, this "modified pressure coefficient" C_p^m for a converged solution can be simply written as

$$C_p^{m,n} = U^n \phi_\xi^n + V^n \phi_\eta^n \quad (5)$$

where the n superscript indicates the n -th iteration level.

In the approach implemented in the present work we assumed that in order to obtain the desired pressure coefficient distribution C_p^d , the velocity potential must be perturbed by $\Delta\phi$, which yields

$$C_p^{m,d} = f(C_p^d) = \left[(U^n + \Delta U)(\phi^n + \Delta\phi)_\xi \right] + \left[(V^n + \Delta V)(\phi^n + \Delta\phi)_\eta \right] + \left[\Delta W(\phi^n + \Delta\phi)_\zeta \right] \quad (6)$$

Using the definition of the contravariant velocity components, rearranging terms and neglecting all contributions of 2nd order in the perturbation quantities, we can obtain

$$C_p^{m,d} = U^n \phi_\xi^n + V^n \phi_\eta^n + 2U^n \Delta\phi_\xi + 2V^n \Delta\phi_\eta \quad (7)$$

Finally, subtracting Eq. (5) from Eq. (7), we can write

$$\Delta\phi_\xi = \frac{C_p^{m,d} - C_p^{m,n}}{2U^n} + \frac{V^n}{U^n} \Delta\phi_\eta \quad (8)$$

We further observe

$$\Delta\phi_{\xi_{i+\frac{1}{2},j,NK}} \approx \Delta\phi_{i+1,j,NK} - \Delta\phi_{i,j,NK} \quad (9)$$

Hence, writing Eq. (8) for the midpoints and assuming that the velocity potential at the leading edge point remains unchanged, we can use Eq. (9) in order to obtain the new velocity potential values on the wing surface at the symmetry plane ($V_{i,1,k} = 0$). We note that the values of $U_{i+\frac{1}{2},j,NK}^n$ required in Eq. (8) are known from the flow solution at iteration level n . Moreover, not only updated values of ϕ , i. e.,

$$\phi_{i,1,NK}^{n+1} = \phi_{i,1,NK}^n + \Delta\phi_{i,1,NK} \quad (10)$$

but also updated values of ϕ_ξ at the symmetry plane can be obtained as

$$\phi_{\xi_{i+\frac{1}{2},1,NK}}^{n+1} = \phi_{\xi_{i+\frac{1}{2},1,NK}}^n + \Delta\phi_{\xi_{i+\frac{1}{2},1,NK}} \quad (11)$$

We observe that $\phi_{\xi_{i+\frac{1}{2},j,NK}}^n$ values are also known from the flow solution at iteration level n . For all other points in the flowfield, i.e., for points not on the wing surface, we assume that

$$\phi_{i,j,k}^{n+1} = \phi_{i,j,k}^n \quad (12)$$

For the points at another spanwise stations we must calculate $\Delta\phi_\eta$. Gally and Carlson (1988) have used three-point backward approximations that are not consistent with the accuracy and the overall preferred implementation procedure of the present method, so a central difference formula is employed here. However, the value for $\phi_{i,j+1,NK}^{n+1}$, needed for the $\Delta\phi_\eta$ calculation is not yet known and we assume initially the value from the previous design cycle, i.e., $\phi_{i,j+1,NK}^{n+1} \leftarrow \phi_{i,j+1,NK}^n$, since the spanwise derivatives are small. Thus, we are now able to update all potential values on the wing surface as carried out at the symmetry boundary wall. We repeat this procedure until all potential values along the entire wing surface differ by less than some specified small amount.

Surface Blowing Velocity. From the previous discussion it is clear that the changes in the velocity potential values on the wing surface will yield changes in the contravariant velocity components. This, in turn, will cause the normal velocity component on the wing surface to be nonzero. In other words, the boundary condition on the wing surface is not satisfied anymore. In order to recover the correct boundary condition, the present approach alters the profile geometry at the specified design stations based on the new contravariant velocity components. In terms of the computational plane coordinates, we can obtain

$$\left(\frac{d\zeta}{d\xi} \right)_{i,j,NK}^{n+1} = \frac{W_{i,j,NK}^{n+1'}}{U_{i,j,NK}^{n+1'}} - \frac{V_{i,j,NK}^{n+1'}}{U_{i,j,NK}^{n+1'}} \left(\frac{d\zeta}{d\eta} \right)_{wing} \quad (13)$$

This expression can be solved for the new chordwise airfoil slope ($d\zeta/d\xi$) if the current values of the spanwise slope ($d\zeta/d\eta$) are used. Since the wing surface is normally represented in the computational space as a plane of constant ζ , the current slopes on the wing surface equal zero and a simplified flow tangency condition results as

$$\left(\frac{d\zeta}{d\xi} \right)_{i,j,NK}^{n+1} = \frac{W_{i,j,NK}^{n+1'}}{U_{i,j,NK}^{n+1'}} \quad (14)$$

A straightforward use of chain rule differentiation allows us to relate the changes in the computational plane with the new local tangent to the airfoil

surface. This process yields

$$\left(\frac{dz}{dx} \right)^{n+1} = \frac{\left[z_\xi + z_\zeta \left(\frac{d\zeta}{d\xi} \right)^{n+1} \right]}{\left[x_\xi + x_\zeta \left(\frac{d\zeta}{d\xi} \right)^{n+1} \right]} \quad (15)$$

However, before we could compute the new slopes using the above expressions, it is necessary to accurately determine the new contravariant velocity components $U^{n+1'}$ and $W^{n+1'}$. According to Gally and Carlson (1988), the velocity component W should be determined from the residue computation instead of using straight finite difference formulas. Our own experience in the 2-D case (de Mattos et al., 1992) confirms this statement. Hence, the U contravariant velocity component at the airfoil surface is obtained by standard 2nd-order finite difference expressions, whereas the W component is obtained by writing the residue equation at each (i, j, NK) point where the value is needed and equating this to zero. Since the procedure of obtaining these two velocity components is essentially a straightforward extension of what is done in 2-D, and again in the interest of brevity, we will refer the interested reader to the work of de Mattos et al. (1992) for details.

Trailing Edge Closure and Geometry Relaxation. The procedure just described does not guarantee that the new airfoil trailing edge is closed. Actually, by this procedure one can obtain very thick trailing edges, or even cases with crossing upper and lower surface lines. Hence, it is necessary to adjust the new geometry in order to avoid this problem.

If we consider that the new geometry without any adjustment has a trailing edge thickness given by Δ_{TE} we will define a function $\delta_c(x)$ such that

$$\delta_c(x) = -\Delta_{TE} \left(\frac{x}{c} \right) \quad (16)$$

where c is the airfoil chord. This thickness correction function is evaluated at all airfoil design points, and its value is added to the new airfoil geometry. When the upper and lower airfoil surfaces are simultaneously designed, this thickness correction function is split such that half of it is added to the upper surface, and the other half is added to the lower airfoil lofting. Further details of this process of modifying the geometry in order to ensure trailing edge closure are described by Gally and Carlson (1988).

Finally, our experience (de Mattos et al., 1992) has also shown that in order to avoid convergence problems it was necessary to underrelax the new airfoil coordinates. Therefore, the new airfoil geometry $z^{n+1} = z^{n+1}(x)$ is actually taken as

$$z^{n+1} = rz^* + (1-r)z^n \quad (17)$$

Here, z^n is the airfoil geometry prior to the beginning of the iteration level n of the analysis code, r is the relaxation parameter, and $z^* = z^*(x)$ are the airfoil coordinates obtained by integration of the new airfoil slopes ($\frac{dz}{dx}$) ^{$n+1$} , given by Eq. (15), and according the trailing edge closure procedure, defined by Eq. (16).

RESULTS

Case I. Two test cases were studied with the objective of validating the proposed design method. The first case considers a wing with aspect ratio 5.13, taper ratio 0.30 and no dihedral, denoted here the MSJ planform (see Fig. 1). The configuration is composed of the NACA0012 airfoil at the root station and a derivative of the RAE2822 profile between the break and the tip stations. The computational grid used in this case has $86 \times 17 \times 25$ points in the ξ, η, ζ directions, respectively. This test case considered the MSJ planform at a freestream Mach number of 0.83 and angle of attack of 0° . The pressure distributions for the starting geometry exhibit strong aft shocks at outboard stations and look laminar-like. The remaining stations are well behaved. Pressure contours on the original wing upper surface are shown in Fig. 1 for this flight condition.

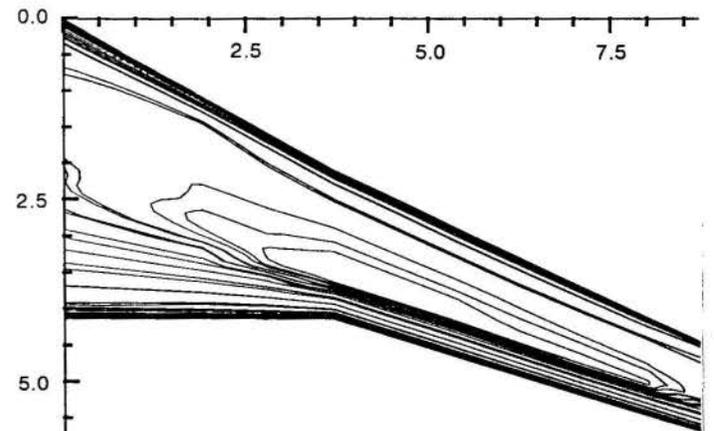


Figure 1: Pressure contours on the original MSJ planform ($M_\infty = 0.83$, $\alpha = 0^\circ$).

Using our analysis code, we prescribed a pressure coefficient distribution over the wing composed uniquely of NACA0012 airfoils and specified this pressure coefficient distribution as the desired C_p distribution. The objective was to determine how accurately the present design method would be able to reproduce the correct geometry, i. e., the geometry of the NACA0012 airfoil. This wing design case was terminated after 35 reflowing iterations. As can be seen in Figs. 2 and 3, the target pressure distribution moves the shocks present at outboard stations forward and eliminates the laminar features of the original pressure distribution. The pressures computed by the program at the end of the inverse design procedure are in excellent agreement with the prescribed pressures, which indicates that the method satisfies properly the desired inverse boundary conditions. The design sections for this case are shown in Figs. 4 and 5. Even on the expanded scale, it is completely evident from the figures that the method reproduced exactly the target geometry, despite having started from very different wing sections. In this calculation, the r parameter in Eq. (17) was set to 0.08 because of the large amount of reflowing this case needs. Attempts to use larger values for this parameter yields strong pressure oscillations at the leading-edge region at the computing stations.

Case II. The second design example considered in the present work deals with a high speed commuter aircraft designed to cruise in the transonic regime. The wing planform in this case is shown in Fig. 6. It has a 4° twist between the root and the tip sections, and an aspect ratio of 8.4. The starting geometry has a 16% thick, symmetrical wing root profile. Since experimental results were available for this wing, Fig. 7 shows a comparison of the pressure coefficient distribution obtained with the present code in analysis mode and the experimental data for the spanwise station at 66% of the semi-span. The freestream Mach number considered in this case was 0.70 and the angle of attack was 0.365° . Similar results are obtained for the other spanwise stations. These results illustrate the consistency and accuracy of the analysis portion of the code.

For the design calculations, the target pressure distribution was obtained by considering that the wing root station had a 12% thick transonic profile derived from the RAE2822 airfoil. Again, the flight condition considered was $M_\infty = 0.70$ and $\alpha = 0.365^\circ$. A comparison of the prescribed, initial and calculated pressure coefficient distributions is indicated in Figs. 8 and 9 for the root station and for the station at 30% of the semi-span, respectively. A comparison of the target, starting and designed profile geometries for these two stations is indicated, respectively, in Figs. 10 and 11. Only 25 design iterations were required for the geometry reflowing in this case. Moreover, it is clear from these figures that the results are

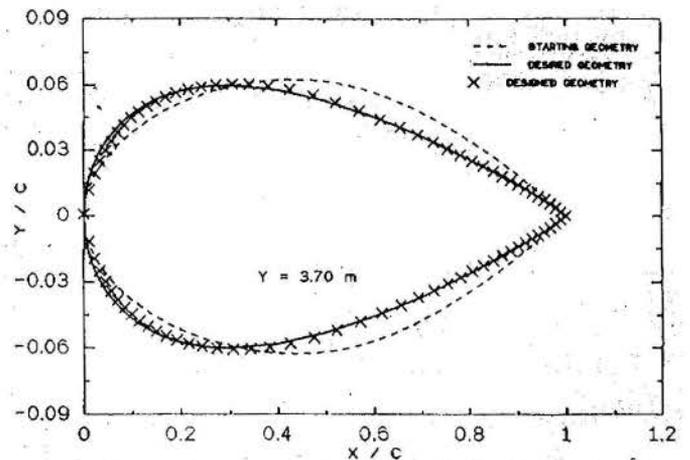


Figure 4: Profile geometries at break station for Case I.

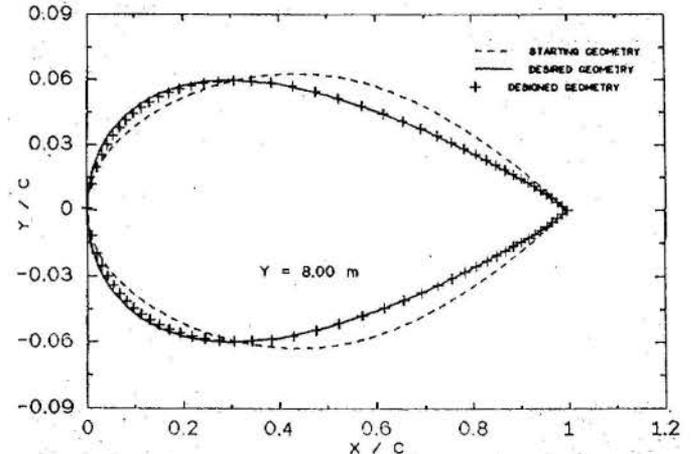


Figure 5: Profile geometries at a station near the wing tip.

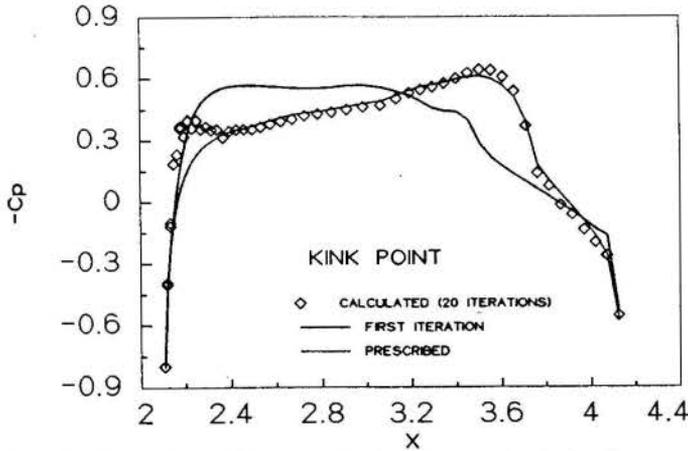


Figure 2: Comparison of the prescribed, original, and calculated pressure distributions at the break-station ($M_\infty = 0.83$, $\alpha = 0^\circ$).

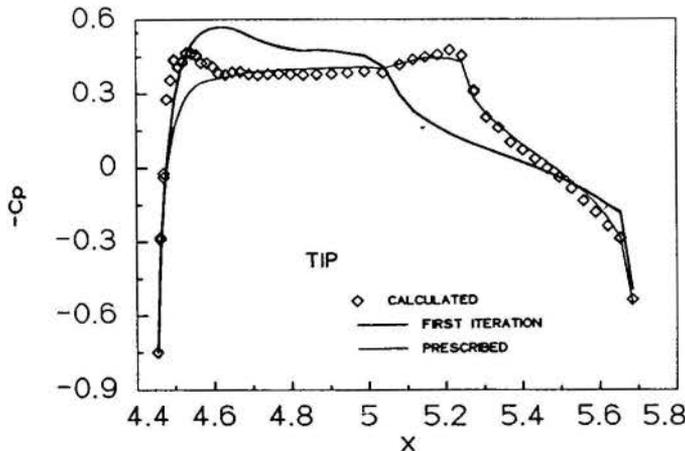


Figure 3: Comparison of the prescribed, original, and calculated pressure distributions at a station near the wing-tip ($M_\infty = 0.83$, $\alpha = 0^\circ$).

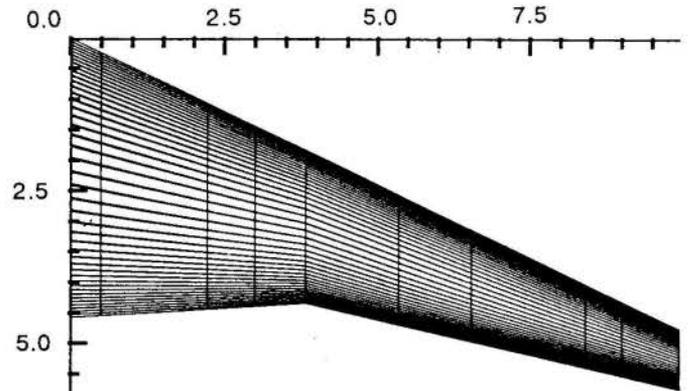


Figure 6: Wing planform and surface grid for Case II.

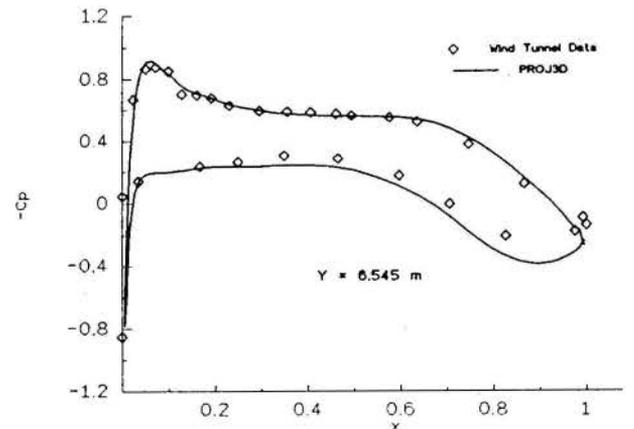


Figure 7: Pressure coefficient comparison for the station at 66% of the semi-span ($M_\infty = 0.70$, $\alpha = 0.365^\circ$).

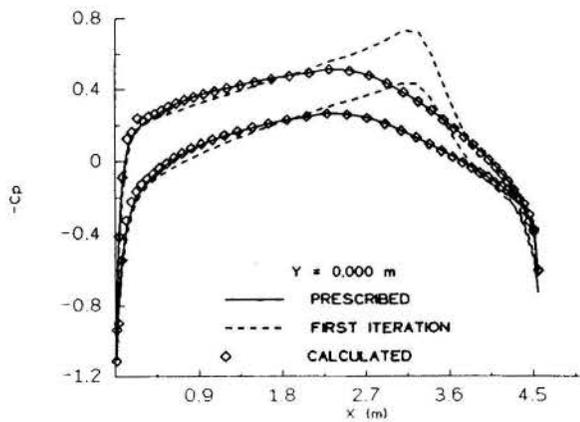


Figure 8: Comparison of the prescribed, original, and calculated pressure distributions at the root station ($M_\infty = 0.70$, $\alpha = 0.365^\circ$).

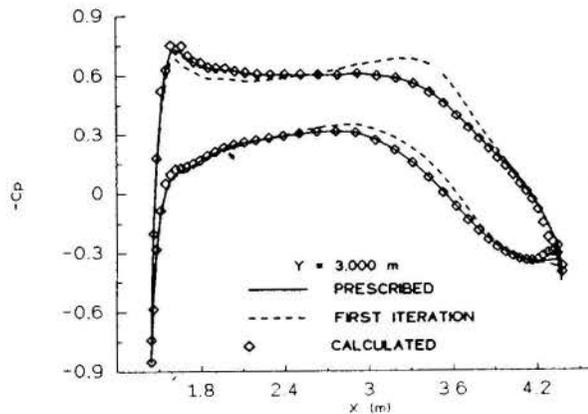


Figure 9: Prescribed, original, and calculated pressure distributions for the station at 30% of the semi-span ($M_\infty = 0.70$, $\alpha = 0.365^\circ$).

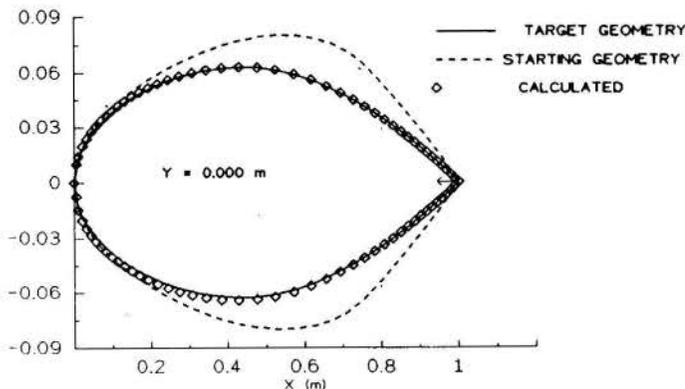


Figure 10: Profile geometries at the root station for Case II.

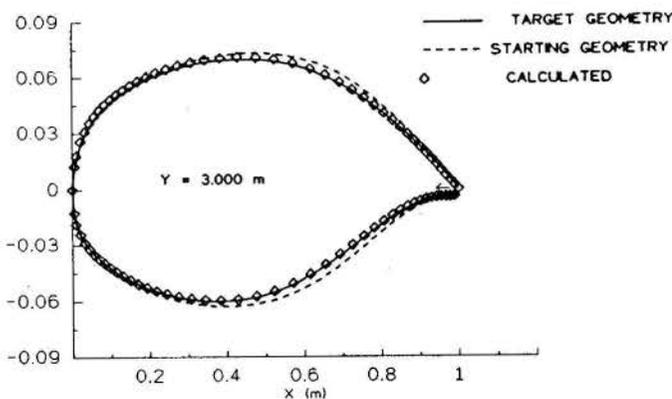


Figure 11: Profile geometries at 30% of semi-span for Case II.

indeed very good. We further observe that the modifications in the profile geometries, and corresponding pressure distributions, get smaller as we move away from the wing root because the target geometry was obtained by changing the wing root profile while keeping the tip profile unmodified.

CONCLUDING REMARKS

An efficient, three dimensional, inverse wing design procedure has been described, and results which illustrate its use have been given. The design methodology has been constructed around an existing full potential analysis code developed by some of the present authors. The authors believe that there are two main reasons for the high efficiency of the present design method. The first one is related to the fact that the analysis portion of the code uses the AF2 implicit algorithm, which is known to yield very fast convergence. The second reason stems from the use of a geometry refoiting procedure which deals directly with the flow physics, instead of using mathematical optimization routines. Moreover, it is worth noting that the computation of a flow solution by the analysis portion of the code, after each geometry update, starts from freestream as initial solution. The computational performance of the method can certainly be further improved if the solution at the previous iteration level is used as initial guess.

Another important improvement in the present method would be the addition of a boundary layer correction routine. Although not shown in the previous results, it is well known that the flow is quite sensitive to small changes in geometry in the transonic flight condition. Moreover, there could be cases in which the modifications to the profile geometry are of the order of the boundary layer thickness. Therefore, the proper account for the boundary layer could be extremely important for the accuracy of the results in some cases. It is also relatively straightforward to incorporate such boundary layer correction routine into the present code, and this implementation is currently being performed.

REFERENCES

- Consentino, G.B., and Holst, T.L., "Numerical Optimization Design of Advanced Transonic Wing Configurations," *J. Aircraft*, Vol. 23, No. 3, Mar. 1986, pp. 192-199.
- de Mattos, B.S., "Calculation of Three-Dimensional Transonic Potential Flow Using an Implicit Approximate Factorization Algorithm," Master Thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brazil, Mar. 1990 (in Portuguese, original title is "Cálculo do Escoamento Potencial Transônico Através de um Algoritmo Implícito de Fatorização Aproximada").
- de Mattos, B.S., and Azevedo, J.L.F., "Full Potential Flow Simulation About Wing Configurations," *Proceedings of the 3rd Brazilian Thermal Sciences Meeting*, Vol. I, Itapema, SC, Brazil, Dec. 1990, pp. 177-182.
- de Mattos, B.S., Wagner, S. and Azevedo, J.L.F., "Transonic Profile Design in Curvilinear Coordinates Using an Approximate Factorization Algorithm," to appear in the *ZFW - Journal of Flight Sciences and Space Research*, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- Gally, T.A., and Carlson, L.A., "Transonic Wing Design Using Inverse Methods in Curvilinear Coordinates," *J. Aircraft*, Vol. 25, No. 11, Nov. 1988, pp. 1009-1017.
- Henne, P.A., "Inverse Transonic Wing Design Method," *J. Aircraft*, Vol. 18, No. 2, Feb. 1981, pp. 121-127.
- Holst, T.L., and Ballhaus, W.F., "Fast Conservative Schemes for the Full Potential Equation Applied to Transonic Flows," *AIAA Journal*, Vol. 17, No. 2, Feb. 1979, pp. 145-152.
- Holst, T.L., and Thomas, S.D., "Numerical Solution of Transonic Wing Flowfields," *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 6, June 1983, pp. 863-870.
- Linch, F.T., "Commercial Transports - Aerodynamic Design for Cruise Performance Efficiency," *Transonic Perspective Symposium, Progress in Aeronautics and Astronautics*, Vol. 81, D. Nixon, editor, AIAA, New York, 1982, pp. 81-147.
- Morgenstern, A., Jr., Azevedo, J.L.F., and de Mattos, B.S., "Two Dimensional Full Potential Solutions of Lifting Airfoil Flows," *Proceedings of the 3rd Brazilian Thermal Sciences Meeting*, Vol. I, Itapema, SC, Brazil, Dec. 1990, pp. 183-188.
- Nelson, N.D., and Streett, C.L., "TAWFIVE : A User's Guide," NASA TM 84619, Sept. 1983.
- Shankar, V., "A Full Potential Inverse Method Based on a Density Linearization Scheme for Wing Design," AIAA Paper 81-1234, 1981.
- Takanashi, S., "Iterative Three-Dimensional Transonic Wing Design Using Integral Equations," *J. Aircraft*, Vol. 22, No. 8, Aug. 1985, pp. 655-660.
- Vanderplaats, G.N., "CONMIN - A Fortran Program for Constrained Function Minimization," NASA TMX-62283, 1973.
- Volpe, G., "Transonic Shock Free Wing Design," AGARD-R-780, May 1990.

SOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS NÃO-VISCOSOS EM AEROFÓLIOS UTILIZANDO VOLUMES FINITOS EM MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS

WLADIMYR M. C. DOURADO
Centro Técnico Aeroespacial
Instituto Tecnológico de Aeronáutica
12225 — São José dos Campos — SP

JOÃO L. F. AZEVEDO
Centro Técnico Aeroespacial
Instituto de Aeronáutica e Espaço
12225 — São José dos Campos — SP

RESUMO

Um método de volumes finitos para solução das equações de Euler bidimensionais em malhas não-estruturadas triangulares é apresentado. A discretização espacial das equações governantes utiliza um algoritmo onde as propriedades são assumidas como armazenadas no centro dos volumes de controle. Fluxos nas interfaces são obtidos por médias aritméticas a partir dos vetores de fluxo calculados utilizando as propriedades dos volumes adjacentes àquela interface. A marcha-no-tempo é realizada por um esquema de Runge-Kutta de cinco passos e segunda ordem de precisão temporal. O algoritmo é aplicado para a solução de escoamento subsônicos e transônicos sobre aerofólios, apresentando boa concordância com os dados disponíveis.

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da área de mecânica dos fluidos computacional tem sido muito significativo nos últimos anos, e cada vez mais existe interesse em se calcular o escoamento sobre configurações complexas. Porém, o tratamento de geometrias mais complexas implica normalmente em uma malha com um número de pontos muito elevado. O desenvolvimento de métodos de volumes finitos, historicamente, baseou-se em malhas estruturadas. Para o tratamento de geometrias complexas, estes métodos adotam uma estratégia de malhas de múltiplos blocos. Contudo, mesmo com o emprego destas técnicas, métodos estruturados tendem a obter uma grande quantidade de pontos em regiões onde não há necessidade, desperdiçando-se tempo em processamento nestes pontos.

Em uma aproximação muito mais geral no tratamento de geometria complexa, pode-se usar malhas não-estruturadas compostas por triângulos, por exemplo. Este tipo de aproximação tem sido utilizada há vários anos juntamente com técnicas de elementos finitos, mas apenas recentemente ganhou a atenção da comunidade de volumes finitos (Jameson e Mavriplis, 1986).

Assume-se aqui que o campo de escoamento seja modelado pelas equações de Euler, implementando-as em um algoritmo de malha não-estruturada. Aplicamos um método de volumes finitos com propriedades centradas nas células para a discretização espacial das equações governantes. Os fluxos nas faces dos volumes são calculados através de médias aritméticas dos fluxos obtidos com propriedades dos volumes adjacentes àquela face em cálculo. Tal esquema computacional é equivalente a um esquema de malhas estruturadas e diferenças centradas (ver Batina, 1989, e Vinokur, 1989).

As equações de Euler são um conjunto de leis de conservação hiperbólicas e não-dissipativas, necessitando então de se acrescentar termos de dissipação artificial para prevenir oscilações próximas a choques e amortecer erros de alta frequência oriundos do desacoplamento das equações. Em malhas estruturadas, um agrupamento adaptativo com diferenças de segunda e quarta ordem das variáveis conservadas apresenta uma forma eficiente de dissipação artificial (ver, entre outros, Jameson e Baker, 1983, e Pulliam, 1986). No presente método não-estruturado é usada uma combinação de operadores harmônicos e bi-harmônicos, como adotado por Jameson e Mavriplis (1986). Tais operadores correspondem às diferenças de segunda e quarta ordem, respectivamente. O avanço do tempo é feito através de um esquema de Runge-Kutta de cinco passos, de segunda ordem de precisão no tempo, como apresentado por Jameson et al. (1981). Tal esquema explícito requer uma marcha no tempo limitada por sua condição de CFL.

O código aqui desenvolvido foi aplicado à solução de escoamentos bidimensionais transônicos em perfis simétricos (NACA0012), com e sem sustentação. A escolha destes problemas para teste segue uma sequência de desenvolvimento e evolução do código, e aumento da dificuldade em cada geometria considerada, facilitando a validação de cada implementação que foi acrescida. Neste contexto, é importante mencionar que resultados para uma configuração de bocal bidimensional convergente-divergente, utilizando o presente método, foram

apresentados por Azevedo e Dourado (1991). Os resultados obtidos por este método mostram boa concordância com os dados disponíveis na literatura.

DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE EULER

As equações não-viscosas da gasdinâmica, i.e., as equações de Euler, escritas na forma integral, em coordenadas cartesianas bidimensionais são

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_V Q \, dx \, dy + \int_S (E \, dy - F \, dx) = 0 \quad (1)$$

onde V representa a área do volume de controle e S é a superfície que circunda este volume de controle. O vetor de variáveis conservadas, Q , e os vetores de fluxo não-viscosos, E e F , são dados por

$$Q = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{Bmatrix} \quad E = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{Bmatrix} \quad F = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{Bmatrix} \quad (2)$$

sendo ρ a densidade, u e v as componentes de velocidade cartesianas, p a pressão, e e a energia total por unidade de volume, definida por

$$e = \frac{p}{(\gamma - 1)} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \quad (3)$$

Um vetor de variáveis conservadas médio no volume i é definido em um algoritmo de volumes finitos com propriedades centradas nas células na forma

$$\bar{Q}_i = \frac{1}{V_i} \iint_{V_i} Q \, dx \, dy \quad (4)$$

No texto será subentendido que as propriedades discretizadas serão sempre quantidades médias, suprimindo as barras para indicar as propriedades de um volume genérico i . Assim as equações governantes podem ser reescritas como

$$\frac{\partial}{\partial t} (V_i \bar{Q}_i) + \int_{S_i} (E \, dy - F \, dx) = 0 \quad (5)$$

para cada volume de controle elementar i . Adaptando esta aproximação para a discretização espacial da integral de superfície que aparece no segundo termo da Eq. (5), temos

$$C(Q_i) = \sum_{k=1}^3 \left[\frac{1}{2} (E_i + E_k) (y_{k2} - y_{k1}) - \frac{1}{2} (F_i + F_k) (x_{k2} - x_{k1}) \right] \quad (6)$$

onde os vetores de fluxos na interface são obtidos por média aritmética dos volumes adjacentes. Os pontos (x_{k1}, y_{k1}) e (x_{k2}, y_{k2}) são os vértices definindo a interface entre os volumes i e k . A representação esquemática de um volume de controle genérico pode ser vista na Fig. 1 de Azevedo e Dourado (1991).

Com a discretização espacial das equações governantes, estas se reduziram a um conjunto de equações diferenciais ordinárias acopladas. No interesse imediato de fazer o cálculo para a solução de estado estacionário, e considerando a própria malha como também estacionária, a Eq. (5) pode ser escrita como sendo

$$V_i \frac{dQ_i}{dt} + C(Q_i) - D(Q_i) = 0 \quad (7)$$

para todo i -ésimo volume. $D(Q_i)$ é o operador de dissipação artificial a ser descrito posteriormente. A Eq. (7) pode ser integrada no tempo por qualquer método de solução de equações diferenciais ordinárias, incluindo métodos implícitos. No presente trabalho, entretanto, preferiu-se trabalhar com um esquema de marcha-no-tempo explícito, tipo Runge-Kutta, semelhante ao usado por Jameson et al. (1981), e por Mavriplis (1990). O algoritmo foi aplicado na forma de um esquema de cinco estágios e segunda ordem de precisão no tempo. Nesta implementação, os termos convectivos $C(Q_i)$ são calculados em todos os cinco passos, e os termos dissipativos $D(Q_i)$ somente nos dois passos iniciais. O esquema resultante é dado por

$$\begin{aligned} Q^{(0)} &= Q^n \\ Q^{(1)} &= Q^{(0)} - \alpha_1 \frac{\Delta t}{V} [C(Q^{(0)}) - D(Q^{(0)})] \\ Q^{(2)} &= Q^{(0)} - \alpha_2 \frac{\Delta t}{V} [C(Q^{(1)}) - D(Q^{(1)})] \\ Q^{(3)} &= Q^{(0)} - \alpha_3 \frac{\Delta t}{V} [C(Q^{(2)}) - D(Q^{(1)})] \\ Q^{(4)} &= Q^{(0)} - \alpha_4 \frac{\Delta t}{V} [C(Q^{(3)}) - D(Q^{(1)})] \\ Q^{(5)} &= Q^{(0)} - \alpha_5 \frac{\Delta t}{V} [C(Q^{(4)}) - D(Q^{(1)})] \\ Q^{n+1} &= Q^{(5)} \end{aligned} \quad (8)$$

Adotou-se $\alpha_1 = 1/4$, $\alpha_2 = 1/6$, $\alpha_3 = 3/8$, $\alpha_4 = 1/2$, and $\alpha_5 = 1$, seguindo os trabalhos de Mavriplis (1990), e Jameson e Mavriplis (1986). Este algoritmo possui a característica de obter um forte amortecimento em modos de frequências elevadas, sendo muito conveniente para aplicação em esquemas acoplados a procedimentos do tipo "multigrid".

DISSIPACÃO ARTIFICIAL

Conforme discutido anteriormente, o presente esquema também possui o mesmo desacoplamento de algoritmos estruturados centrais. Para prevenir oscilações próximas a choques, é necessário que o esquema possua termos de dissipação artificial. Jameson e Mavriplis (1986) usam uma combinação de operadores harmônicos e bi-harmônicos para o amortecimento dos erros provocados por choques e desacoplamento, respectivamente. O operador de dissipação artificial é formado pela união dos operador laplaciano não-dividido e operador bi-harmônico, e pode ser escrito como

$$D(Q_i) = d^{(2)}(Q_i) + d^{(4)}(Q_i) \quad (9)$$

onde $d^{(2)}(Q_i)$ é o operador harmônico e $d^{(4)}(Q_i)$ o operador bi-harmônico.

No presente trabalho, adotou-se basicamente os mesmos termos de dissipação artificial apresentados por Azevedo e Dourado (1991), com algumas modificações no cálculo dos coeficientes dos termos de segunda e quarta ordem, $\varepsilon_{ik}^{(2)}$ e $\varepsilon_{ik}^{(4)}$, respectivamente. Descreveremos a seguir apenas as expressões destes coeficientes que estão diferentes do que é apresentado na referência citada. O leitor interessado deve consultar Azevedo e Dourado (1991) para detalhes da forma completa dos termos de dissipação artificial. Na presente implementação, os coeficientes $\varepsilon_{ik}^{(2)}$ e $\varepsilon_{ik}^{(4)}$ foram definidos como

$$\varepsilon_{ik}^{(2)} = k^{(2)} \max(\nu_i, \nu_k) \quad (10)$$

$$\varepsilon_{ik}^{(4)} = \max \left[0, \left(k^{(4)} - \varepsilon_{ik}^{(2)} \right) \right] \quad (11)$$

onde

$$\nu_i = \frac{\sum_{k=1}^3 |p_k - p_i|}{\sum_{k=1}^3 (p_k + p_i)} \quad (12)$$

A formulação apresentada nas Eqs. (10)-(12) está baseada nos trabalhos desenvolvidos por Mavriplis (1990), e Jameson e Mavriplis (1986). A Eq. (10) fornecerá um nível de dissipação adequado na presença de choques, e um valor bem reduzido na ausência de gradientes fortes de pressão. Por outro lado, o termo bi-harmônico precisa ser retirado em regiões de altos gradientes a fim de que não provoque oscilações. Este comportamento é típico de operadores de dissipação artificial de quarta ordem na presença de elevados gradientes (veja Pulliam, 1986, para detalhes). A lógica de definição de $\varepsilon_{ik}^{(4)}$ na Eq. (11) já leva este fato em consideração. Com o uso das Eqs. (10) e (11), os valores de $k^{(4)}$ devem ser da ordem de $1/256$ e de $k^{(2)}$ da ordem de 0.5 , mostrando um melhor compromisso de estabilidade e precisão. Estes valores foram obtidos por experimentos numéricos, com base em informações da literatura, principalmente, Jameson, Schmidt e Turkel (1981), e Mavriplis (1990).

CONDIÇÕES DE CONTORNO

MacCormack (1985) apresenta um procedimento para a implementação das condições de contorno em um contexto de volumes finitos. A aproximação deste autor está baseada na definição de volumes "imaginários" colocados externamente às fronteiras do domínio de interesse. Estes volumes são criados somente para satisfazer as condições de contorno. Usaremos o mesmo raciocínio aqui, porém adaptado ao esquema de malhas não-estruturadas.

No presente caso, adotamos para os volumes na fronteira externa a condição de escoamento não-perturbado. Estas propriedades não sofrem alteração durante a integração no tempo. Entretanto, no futuro poderão ser implementadas condições de contorno não-reflexivas, que levam em consideração a propagação de informações ao longo de linhas características (Azevedo, 1990). No tratamento das condições de contorno na parede, o desenvolvimento do presente trabalho também segue as idéias propostas por MacCormack (1985), onde somente a pressão na parede é necessária, e as componentes de velocidade nas faces dos volumes sobre a parede são calculados de forma que a velocidade seja tangente à parede. MacCormack acrescenta um termo que leva em consideração a aceleração centrífuga no cálculo da pressão. Este efeito não foi considerado no presente trabalho. A condição inicial do domínio foi imposta como sendo igual aos valores existentes no infinito e forçando, obviamente, a condição de escoamento tangente na superfície do aerofólio.

A formulação dos termos de dissipação artificial descrita anteriormente é aplicada aos volumes de controle que não têm interface com o contorno computacional. Para os volumes que estão em contato com a fronteira computacional não devem ser calculados tanto o operador bi-harmônico $d^{(4)}$ quanto o termo de pressão ν_k referente ao volume "fictício". Em uma implementação de volumes finitos centrados na célula, como a presente, na qual as condições de contorno são obtidas por volumes "imaginários" colocados fora da fronteira, o termo harmônico da dissipação artificial pode ser calculado sem dificuldade, exceto o termo de laplaciano de pressão. Portanto, a lógica de cálculo dos termos $d^{(2)}(Q_i)$ e $d^{(4)}(Q_i)$ considera que

$$\begin{cases} \varepsilon_{ik}^{(4)} = 0 \\ \varepsilon_{ik}^{(2)} = k^{(2)} \nu_{ik} \end{cases} \quad (13)$$

se i é um volume na fronteira e k é um volume "fictício".

GERAÇÃO DE MALHAS

A geração das malhas não-estruturadas sobre o aerofólio foi feita em várias etapas e por diferentes métodos. Fundamentalmente, três diferentes procedimentos de geração de malha foram empregados no presente trabalho, produzindo correspondentemente malhas de diferentes topologias e graus de refinamento. Como um primeiro procedimento, foi utilizado o gerador parabólico de malhas estruturadas, desenvolvido por Uller e Azevedo (1991), para gerar os pontos da malha (interiores e de fronteira). A distribuição de pontos resultante, que originalmente corresponderia a uma malha de quadriláteros, é então triangulada de forma a produzir uma tabela de conectividade simplesmente fazendo-se uma bipartição conveniente dos quadriláteros originais. As malhas geradas através deste procedimento, embora apresentando uma boa distribuição de pontos computacionais no interior do domínio, não concentravam pontos suficientes na superfície do perfil. Para uma malha computacional típica, em torno de 100 volumes de controle sobre o aerofólio e sobre a fronteira externa eram obtidos.

Visando aumentar o número de volumes sobre o aerofólio e re-

duzir este número na fronteira externa, desenvolveu-se o segundo procedimento de geração de malha aqui utilizado. Em particular, gerou-se uma malha tipo "O", com 13×7 pontos usando o gerador parabólico citado anteriormente. Então fez-se a triangulação e posteriormente sucessivos refinamentos. Estes refinamentos foram aplicados em diversos níveis, iniciando pelo campo inteiro e seguido de refinamentos em regiões restritas por uma circunferência com raios e localização dos centros em diferentes pontos do domínio. A malha gerada por este processo é apresentada na Fig. 1.

Finalmente, em uma terceira forma de geração, adotamos o método proposto por Lo (1985), usando o método de frente de geração.

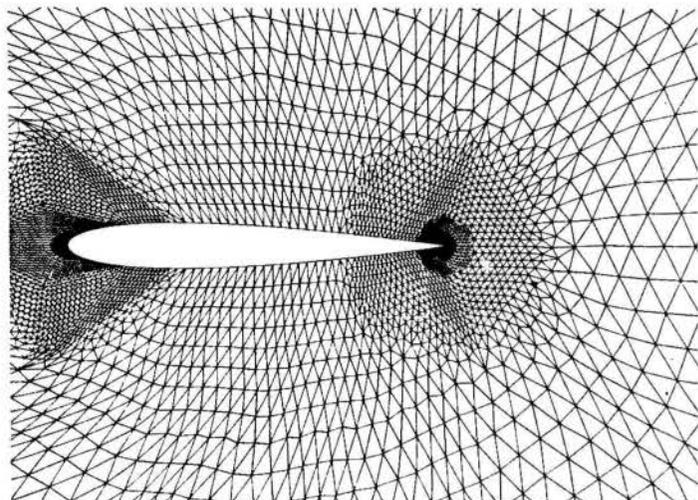


Figura 1: Malha gerada por refinamento sucessivo (8070 volumes).

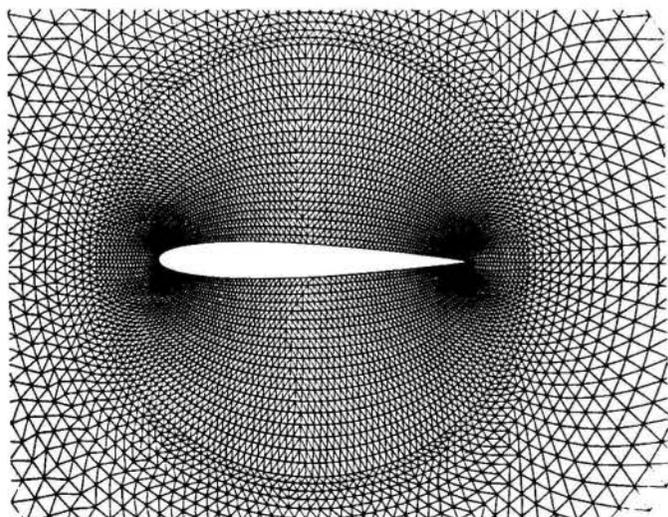


Figura 2: Malha gerada por frente de geração (14512 volumes).

uma condição de estagnação no bordo de fuga do perfil, a distribuição de pressão tem forma bem próxima dos resultados da literatura. Os resultados de um caso supercrítico, ainda com ângulo de ataque nulo, são mostrados na Fig. 4. Observa-se, neste caso, uma boa definição da onda de choque, e sua localização está de acordo com dados disponíveis na literatura. Observa-se ainda que, em ambos os casos, a estagnação no bordo de fuga aparentemente não está sendo simulada de forma completamente correta. Entretanto, o mesmo tipo de dificuldade parece presente em outros resultados computacionais disponíveis na literatura (ver, por exemplo, Barth e Jerpersen, 1989, Venkatakrisnan e Barth, 1989, e Batina, 1989).

O problema deste tipo de condição de contorno é menos crítico quando o esquema é aplicado em condição de sustentação, ou seja, $\alpha > 0$. Observa-se que os choques, tanto no extradorso quanto no intradorso do perfil, são capturados sem a presença de oscilações, e a posição dos choques apresenta boa concordância com os resultados na literatura (ver, por exemplo, Batina, 1989, Mavriplis, 1990, Jameson e Mavriplis, 1986, e Barth e Jerpersen, 1989). A Fig. 6 traz outros resultados também em condição supercrítica e ângulo de ataque. Neste caso pode-se notar que, sem nenhuma imposição de condições de contorno adicional, o esquema proposto já consegue capturar a estagnação no bordo de fuga, não permitindo circulação nesta região. Rizzi (1982) mostra os argumentos para não implementar uma condição de Kutta mais elaborada.

CONCLUSÕES

Um esquema de volumes finitos com propriedades centradas nas células e utilizando malhas não-estruturadas foi aplicado em diversas condições de escoamento sobre o perfil NACA0012, incluído casos

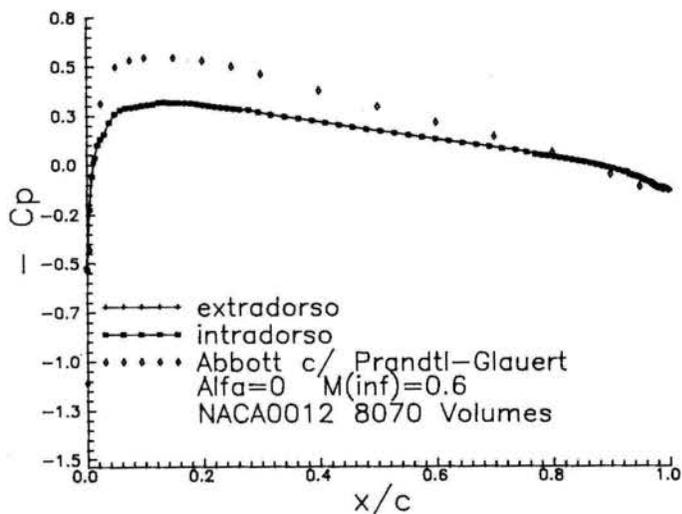


Figura 3: Distribuição de pressão para $M_\infty = 0.6$ e $\alpha = 0^\circ$.

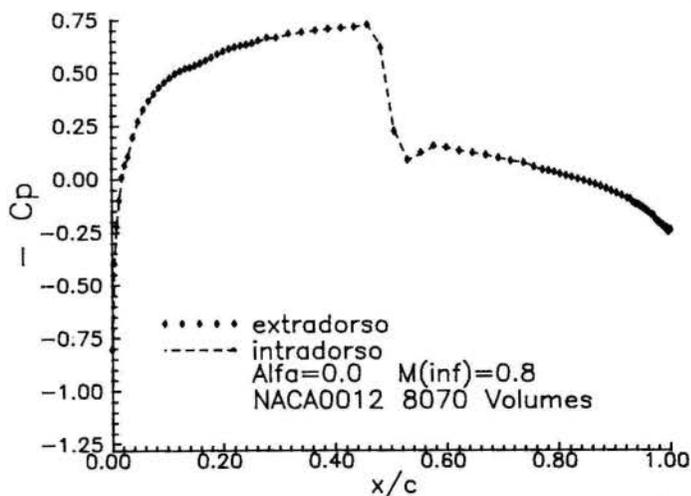


Figura 4: Distribuição de pressão para caso com $M_\infty = 0.8$ e $\alpha = 0^\circ$.

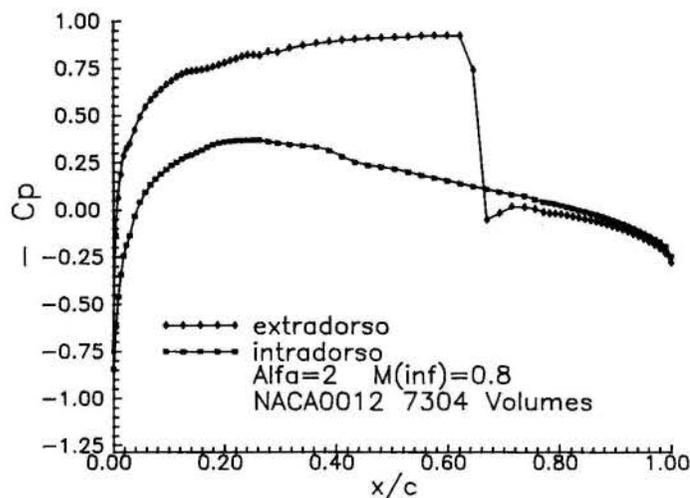


Figura 5: Distribuição de pressão $M_\infty = 0.8$ e $\alpha = 2^\circ$.

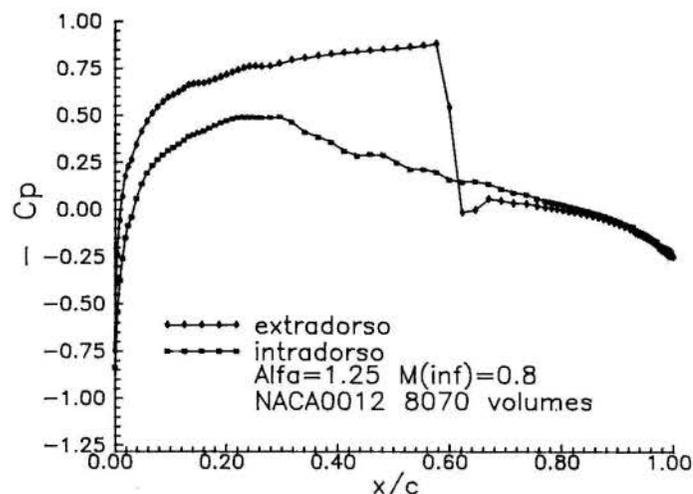


Figura 6: Distribuição de pressão $M_\infty = 0.8$ e $\alpha = 1.25^\circ$.

supercríticos. Embora em uma fase preliminar de desenvolvimento, bons resultados foram obtidos com a presente formulação, principalmente na definição do choque e sua localização sobre o aerofólio. Podemos notar também que o método consegue obter resultados satisfatórios com condições de contorno bem simples, ou seja, condição de escoamento no infinito na fronteira computacional externa e uma condição de Kutta no bordo de fuga não imposta explicitamente.

É bom salientar que o código utilizado ainda não pode ser considerado completamente satisfatório, visto que o número de CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) máximo que se conseguiu utilizar nos casos aqui descritos está em torno de 0.3 e o método deveria suportar, teoricamente, um número de CFL próximo a $2\sqrt{2}$. Este aspecto ainda continua sendo investigado no presente momento, e está relacionado ao item de eficiência computacional dentro da sequência de trabalho de validação do presente código. Vale mencionar, entretanto, que a definição de um comprimento característico para o cálculo do número de CFL, no caso de malhas não-estruturadas, não é óbvia. Nos próximos passos serão implementadas condições de contorno não-reflexivas e um método "multigrid" para acelerar a convergência do presente algoritmo.

REFERÊNCIAS

- Abbott, I.H., and von Doenhoff, A.E., *Theory of Wing Sections, Including a Summary of Airfoil Data*, McGraw-Hill, New York, 1949.
- Azevedo, J.L.F., "Euler Solutions of Transonic Nozzle Flows," *Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, Vol. I, Itapema, SC, Dez. 1990, pp. 243-248.

- Azevedo, J.L.F., e Dourado, W.M.C., "Euler Solutions of Two Dimensional Flows Using Unstructured Meshes," *Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Vol. "Azul", São Paulo, Dez. 1991, pp. 189-192.
- Barth, T.J., and Jespersen, D.C., "The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes," AIAA Paper 89-0366, AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, Jan. 1989.
- Batina, J.T., "Unsteady Euler Airfoil Solutions Using Unstructured Dynamic Meshes," AIAA Paper 89-0115, AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, Jan. 1989.
- Jameson, A., and Baker, T.J., "Solution of the Euler Equations for Complex Configurations," AIAA Paper 83-1929, July 1983.
- Jameson, A., and Mavriplis, D.J., "Finite Volume Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on a Regular Triangular Mesh," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 4, April 1986, pp. 611-618.
- Jameson, A., Schmidt, W., and Turkel, E., "Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes," AIAA Paper 81-1259, AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto, CA, June 1981.
- Lo, S.H., "A New Mesh Generation Scheme for Arbitrary Planar Domains," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 21, 1985, pp. 1403-1426.
- MacCormack, R.W., "Current Status of Numerical Solutions of the Navier-Stokes Equations," AIAA Paper 85-0032, AIAA 23rd Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, Jan. 1985.
- Mavriplis, D.J., "Multigrid Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on Unstructured Triangular Meshes," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 7, July 1988, pp. 824-831.
- Mavriplis, D.J., "Accurate Multigrid Solution of the Euler Equations on Unstructured and Adaptive Meshes," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 2, Feb. 1990, pp. 213-221.
- Pulliam, T.H., "Artificial Dissipation Models for the Euler Equations," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 12, Dec. 1986, pp. 1931-1940.
- Rizzi, A., "Damped Euler-Equation Method to Compute Transonic Flow Around Wing-Body Combinations," *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 10, Oct. 1982, pp. 1321-1328.
- Uller, M., e Azevedo, J.L.F., "Grid Generation Technique Effects on Transonic Full Potential Solutions of Airfoil Flows," *Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Vol. "Azul", São Paulo, Dez. 1991, pp. 197-200.
- Venkatakrisnan, A.S., and Barth, T.J., "Application of Direct Solvers to Unstructured Meshes for the Euler and Navier-Stokes Equations Using Upwind Schemes," AIAA Paper 89-0364, AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, Jan. 1989.
- Vinokur, M., "An Analysis of Finite-Difference and Finite-Volume Formulations of Conservation Laws," *Journal of Computational Physics*, Vol. 81, No. 1, Mar. 1989, pp. 1-52.

ABSTRACT

A finite volume method for the solution of the two dimensional Euler equations on unstructured triangular meshes is presented. The spatial discretization of the governing equations uses a cell-centered algorithm. Fluxes at volume interfaces are obtained by simple averages, using the flux vectors computed with the properties of the control volumes adjacent to that particular interface. The time march is performed by a five stage, second order accurate, Runge-Kutta scheme. The algorithm developed is applied to the solution of both subsonic and transonic airfoil flows, and the results obtained present good agreement with the available data.

ESTUDO DA INTERAÇÃO ENTRE ASA E ESTEIRA DA HÉLICE
POR MEIO DO MÉTODO DOS PAINÉIS

PROF. DR. MICHAEL GEORGE MANSELL e
ENG. LEONARDO APARECIDO VERDÉRIO
Laboratório de Aeronaves - Dept. Eng. Mecânica - EESC-USP
Av. Dr. Carlos Botelho, 1465 - 13560-250 - São Carlos - SP

A interação entre asa-esteira da hélice é muito comum no campo aeronáutico. Um programa computacional foi desenvolvido utilizando-se a teoria do método dos painéis para o estudo do problema. Baseado nas hipóteses de escoamento potencial e permanente, o método foi aplicado a um programa já existente para o tratamento de asas espessas. A esteira da hélice (e a da asa) é tomada como previamente definida, um procedimento que é válido para pequenas perturbações e deformações sobre elas. As equações são então apresentadas, a solução iterativa descrita e os resultados para alguns exemplos discutidos. Uma boa concordância com os valores obtidos por outros autores foi encontrada.

INTRODUÇÃO

O problema da interação entre corpos e regiões de alta energia imersos em um escoamento uniforme é muito comum no campo aerodinâmico, principalmente o da exposição de asas ao campo de influência de uma hélice ou jato. O renovado interesse pela propulsão a hélice e as aplicações empregando altas sustentações determinaram um novo foco de atenção e a necessidade de novas técnicas de análise ao fenômeno. A literatura é bastante extensa e variada em trabalhos versando sobre o tema, constando de técnicas semi-empíricas (Smelt e Davies, 1937), estudos experimentais (Stuper, 1938), (Brenckmann, 1958), (Samuelsson, 1990) e outros essencialmente analíticos. Uma particularidade a ser observada nos trabalhos desta última classe anteriores ao advento dos métodos numéricos é o emprego da técnica das imagens combinada à teoria da superfície de sustentação existente na época (Koning, 1935), (Rethorst, 1958). Análises mais recentes utilizam-se da representação do fenômeno por meio de singularidades associada a uma técnica computacional (Ribner e Ellis, 1972), (Shollenberger, 1975), (Lotstead, 1990).

A formulação aqui apresentada descreve um modelo de esteira de hélice que foi incorporado a um programa de método dos painéis já existente, permitindo o tratamento de asas com espessura imersas em qualquer posição na esteira da hélice. Este método é muito semelhante ao desenvolvido por Shollenberger embora não seja apropriado a tomar em conta os efeitos de grandes deflexões e deformações da esteira da hélice como o faz o deste autor. Outra diferença consiste em que a asa em Shollenberger é tratada como sem espessura (método da malha de vórtices), diversamente de Lotstead, cujo método a toma em consideração. Portanto, no decorrer deste artigo por diversas vezes serão feitos comentários a respeito do seu trabalho. Comparações com resultados obtidos por outros autores são efetuadas e as conclusões desenvolvidas na seção final.

HIPÓTESES NO MODELO FÍSICO

Nesta análise, ao considerar-se uma hélice operando em um escoamento uniforme, é assumido o escoamento resultante como invíscido e incompressível, uma idealização que segundo Shollenberger descreve o fenômeno real com razoável precisão, especialmente nas regiões próximas à origem de sua esteira. A ação da hélice é então tomada como análoga à de um disco atua-

dor de baixo carregamento, correspondendo à uma hélice de número infinito de pás e circulação uniforme sobre elas, determinando deste modo um campo de velocidades constante no tempo. Esta concepção caracteriza-se por definir 2 regiões de diferentes pressões totais H, constituindo-se da esteira da hélice e a região externa que a circunda, delimitadas pelo disco da hélice e por uma superfície de descontinuidade de velocidade tangencial, sendo que ambas podem ser descritas por um potencial de velocidade próprio. Ao lado das hipóteses de escoamento potencial e permanente, outras condições a serem impostas são a de que a introdução da asa no campo de velocidades da hélice não causa modificação em seu desempenho e a que determina que a asa não deva ter alongamento muito baixo e possuir dispositivos como flapes, de maneira a serem verificadas as linearizações efetuadas em sua esteira e a da hélice.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Baseado na teoria potencial é efetuada uma distribuição de singularidades sobre superfícies apropriadas de maneira a representar o fenômeno físico. Abaixo são descritos os modelos para a asa e a esteira da hélice.

Modelo da Asa. Neste esquema, baseado na formulação de Rubbert e Saaris (1967), a asa é representada por uma distribuição de fontes σ sobre a sua superfície S_w e por uma de dipolos μ sobre a superfície de arqueamento e esteira de vórtices S_T . Sobre a superfície S_s que constitui a fronteira da esteira da hélice, como discutido abaixo, é assumida uma distribuição de vorticidade $\tilde{\gamma}$ de maneira que a condição de fronteira, dada na forma de Neumann estabelecendo-se a velocidade normal à superfície da asa igual a zero, será escrita para um ponto P sobre ela por

$$\frac{\sigma_p}{2} - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_w} \sigma \frac{\partial}{\partial n_p} \left(\frac{1}{r} \right) dS - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_T} \mu \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_s} [\tilde{\gamma} \times \nabla_p \left(\frac{1}{r} \right)] \cdot \vec{n}_p dS + U_\infty n_p = 0 \quad (1)$$

onde σ_p é a densidade da distribuição de fontes no ponto P, r a distância do ponto de singularidade ao ponto P, n e n designam o versor normal à superfície num ponto genérico sobre S_T e no ponto P sobre S_w respectivamente, $U_{\infty n_p}$ a velocidade do fluxo livre normal à superfície S_w em P e \mathcal{H} indica a exclusão do ponto P na integral.

A geometria da esteira de vórtices da asa é a priori estabelecida de maneira que a condição de que ela descreva uma superfície de corrente originando-se no bordo de fuga da asa não é rigorosamente verificada. A condição de Kutta é estabelecida neste esquema impondo-se a velocidade normal igual à zero em um ponto imediatamente atrás do bordo de fuga sobre S_T .

Modelo da Esteira da Hélice. Sobre a superfície S_s que constitui a fronteira da esteira da hélice é adotada uma distribuição de vorticidade $\tilde{\gamma}$ de maneira a representar a descontinuidade de velocidade entre as duas regiões provocadas pela ação da hélice. Denotando por \tilde{V}_j a velocidade na região da esteira da hélice e por \tilde{V}_o a na região externa à ela, define-se a velocidade média sobre S_s por $\tilde{V} = (\tilde{V}_o + \tilde{V}_j)/2$. Uma das condições de fronteira a serem verificadas sobre ela é a que especifica a igualdade de pressões estáticas em ambos os lados dessa superfície e que pode ser dinamicamente expressa como

$$\tilde{\gamma}_p \times \tilde{V}_p \cdot \tilde{n}_p = \Delta H / \rho \quad (2)$$

sendo a velocidade V_p no ponto P sobre S_s dada pela relação

$$\begin{aligned} \tilde{V}_p = & - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_w} \sigma_p \left(\frac{1}{r} \right) dS - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_T} \mu \tilde{V}_p \left[\tilde{n} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS - \\ & - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_s} \tilde{\gamma} \times \tilde{V}_p \left(\frac{1}{r} \right) dS + \tilde{U}_{\infty p} \end{aligned} \quad (3)$$

onde n_p é o versor normal à S_s no ponto P, ρ a densidade do fluido e ΔH a diferença entre as pressões totais das duas regiões, dada por

$$\Delta H = (Tc/\lambda^2) \rho U_{\infty}^2 \quad (4)$$

e sendo $Tc = T/\rho(\Omega R)^2 \pi R^2$ o coeficiente de tração da hélice e $\lambda = U_{\infty}/\Omega R$ sua razão de avanço, Ω , R e T respectivamente sua velocidade angular, o raio de suas pás e a tração que ela desenvolve.

A geometria da fronteira da esteira da hélice é a priori estabelecida, diferentemente do método de Shollenberger que adota a técnica de relaxamento de esteira para esta superfície (e igualmente para a esteira da asa). Deste modo a sua geometria não coincidirá necessariamente com a sua posição verdadeira e a menos que se conheça a forma que esta adquirirá com a introdução da asa em seu campo de influência, ou que esta deformação possa ser considerada tão pequena que se possa tomar a geometria original, os erros decorrentes deste procedimento podem ser significativos como adverte Shollenberger.

Outra condição a ser observada sobre S_s é a lei de Helmholtz ou da conservação da vorticidade, que fornece a 3ª equação para a determinação das intensidades das distribuições de singularidades utilizadas e cuja forma de tratá-la será abordada posteriormente.

Na formulação matemática do método dos painéis, as geometrias da asa, de sua esteira e da esteira da hélice são discretizadas por meio de painéis quadriláterais e sobre cada um deles é admitida uma distribuição constante de singularidade, constituindo-se portanto em um método de 1ª ordem. Na asa os painéis são definidos a partir de faixas que se estendem ao longo da envergadura na direção da corda de suas seções continuando através de sua esteira de vórtices. A definição dos painéis interiores é automaticamente efetuada e a forma da variação da distribuição de dipolos sobre eles é estipulada a partir da solução de Birnbaum para uma placa plana, sendo então sua intensidade determinada através da condição de Kutta. Sobre S_s , por ser a vorticidade uma grandeza vetorial, é necessário estipular-se 2 direções ortogonais ξ e η no plano do painel nas quais suas projeções serão calculadas. Inicialmente estas direções são definidas através de uma característica geométrica do painel. A eq. (1) pode então, depois de discretizado o problema, ser expressa como

$$\begin{aligned} \frac{C_L}{2} + \sum_{j=1}^{N_s} V_{s n_{ij}} \sigma_j + \sum_{l=1}^{N_k} \left(\sum_{m=1}^{N_c(1)} k_m V_D n_{lm} \right) \mu_l + \\ + \sum_{k=1}^{N_v} V_A n_{ik} \gamma_{\xi k} + \sum_{k=1}^{N_v} V_B n_{ik} \gamma_{\eta k} = - U_{\infty} n_l \end{aligned} \quad (5)$$

onde $V_{s n_{ij}}$ e $V_D n_{lm}$ são respectivamente as velocidades normais ao painel i induzidas pelos painéis de densidade unitária de fontes designado por j e de dipolos designado por m, e $V_A n_{ik}$ e $V_B n_{ik}$ as induzidas pelo painel k de vorticidade unitária tomada nas direções ξ e η . N_s e N_v são o número de painéis de fontes e vorticidade sendo N_k e $N_c(1)$ o número de painéis de condição de Kutta e o de painéis de dipolos na seção I da asa e esteira de vórtices respectivamente. k_m é a função peso para a distribuição de dipolos na corda da asa. A condição de Kutta é aplicada criando-se um painel virtual atrás do bordo de fuga da seção da asa onde a condição de velocidade normal nula a ele será imposta. A equação (5) pode também ser usada para descrever esta condição, observando-se que a contribuição na equação devido ao painel de Kutta i será nula ($\sigma_i = 0$).

A condição de conservação da vorticidade é estipulada neste esquema estabelecendo-se primeiramente uma superfície de controle sobre os 4 painéis contíguos, determinando o ponto de análise A. Isto é feito unindo-se os segmentos de reta definidos pelos pontos médios das bordas destes painéis ao ponto de intersecção no seu interior como mostra a fig.1, onde N_{ps} é o número de painéis por seção na esteira da hélice. A direção dos eixos ξ e η é mostrada na figura para o painel i. Fazendo-se então o balanço da vorticidade que atravessa esta superfície de forma a ter-se $\sum \tilde{\gamma}_i \cdot \tilde{n}_i = 0$, onde \tilde{n}_i é o versor normal à superfície de controle no painel i, e substituindo-se as expressões próprias para os seus valores obtêm-se a equação linear relacionando os valores de γ_{ξ} e γ_{η} dos 4 painéis adjacentes dada como

$$\begin{aligned} a_{11} \gamma_{\xi i} + a_{12} \gamma_{\eta i} + a_{13} \gamma_{\xi i+1} + a_{14} \gamma_{\eta i+1} + a_{15} \gamma_{\xi i-N_{ps}} + \\ + a_{16} \gamma_{\eta i-N_{ps}} + a_{17} \gamma_{\xi i-N_{ps}+1} + a_{18} \gamma_{\eta i-N_{ps}+1} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

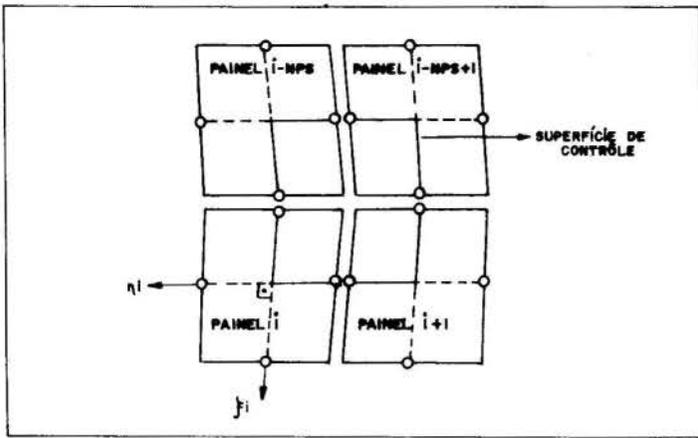


Figura 1. Balanço de vorticidade para o ponto A.

SOLUÇÃO ITERATIVA. A solução do problema deve ser buscada iterativamente devido a não-linearidade da eq. (2). Inicialmente é calculada a intensidade das distribuições de fontes e dipolos por meio da eq. (5) para a de vorticidade que corresponde a da esteira da hélice sem a presença da asa. Os valores para as vorticidades γ_ξ e γ_η serão obtidos calculando-se primeiramente a velocidade sobre os painéis da 1ª seção da esteira da hélice utilizando-se esta solução e a expressão

$$V_i = \sum_{j=1}^{N_s} V_{S_{ij}} \sigma_j + \sum_{l=1}^{N_k} \left(\sum_{m=1}^{N_c(1)} k_m V_{Dlm} \right) \mu_l + \sum_{k=1}^{N_v} V_{Aik} \gamma_{\xi k} + \sum_{k=1}^{N_v} V_{Bik} \gamma_{\eta k} \quad (7)$$

Duas novas direções ortogonais a e b são então definidas sobre estes painéis de maneira que a direção a concorde com a da velocidade V_i no painel. Desse modo têm-se desenvolvendo a eq. (2)

$$\gamma b_i = - \Delta H / (\rho V a_i) \quad (8)$$

sendo $V a_i = \vec{V}_i \cdot \vec{e}_a$, \vec{e}_a o versor da direção a no painel i. Relacionando-se as projeções γa e γb com γ_ξ e γ_η através das expressões para a rotação de coordenadas e da eq. (6), onde que os valores para $\gamma_{\xi i-Nps}$, $\gamma_{\xi i-Nps+1}$, $\gamma_{\eta i-Nps}$ e $\gamma_{\eta i-Nps+1}$ correspondem aos dessas vorticidades no disco da hélice, obtêm-se a equação para γa

$$(a_{11} \cos \theta_i + a_{12} \sin \theta_i) \gamma a_i + (a_{13} \cos \theta_{i+1} + a_{14} \sin \theta_{i+1}) \gamma a_{i+1} = B_i \quad (9)$$

e B_i , o do termo independente calculado em função das vorticidades γ_ξ e γ_η já conhecidas e de γb , dado por

$$B_i = (a_{11} \sin \theta_i - a_{12} \cos \theta_i) \gamma b_i + (a_{13} \sin \theta_{i+1} - a_{14} \cos \theta_{i+1}) \gamma b_{i+1} - (a_{15} \gamma_{\xi i-Nps} + a_{16} \gamma_{\eta i-Nps} + a_{17} \gamma_{\xi i-Nps+1} + a_{18} \gamma_{\eta i-Nps+1}) \quad (10)$$

onde θ_i é o ângulo entre os sistemas vorticidades ξ , η e a, b. Obtidos assim os valores para γa e γb e por conseguinte de γ_ξ e γ_η , as velocidades são calculadas para a 2ª seção e repetidos os procedimentos descritos acima e assim por diante para as demais seções. Uma nova solução é então buscada para as singularidades da asa e deste modo, procedendo-se sistematicamente dessa forma até que a diferença entre os valores encontrados em 2 passos consecutivos seja menor que um valor previamente estabelecido, a solução é então estabelecida.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Várias combinações e arranjos de asa-esteira da hélice foram analisadas à fim de avaliar o desempenho do presente método comparando-o a outros da literatura. Os resultados foram sempre muito bons, especialmente quando observadas estritamente as premissas colocadas anteriormente, comprovando dessa forma a validade do método. Em virtude da limitação de espaço apenas alguns exemplos serão discutidos. As figuras abaixo ilustram alguns deles, para a geometria de uma asa de forma retangular centrada em relação a esteira da hélice, para alguns valores de $A_w = b/c$ e $A_j = 2R/c$, ângulos de ataque e coeficientes de tração, sendo b e c a envergadura e a corda da asa respectivamente. A fig. 2 fornece uma comparação com os resultados de outros métodos como dado por Rethorst. Os dados experimentais são devido a Stuper, um dos poucos trabalhos disponíveis para uma confrontação das teorias existentes. Os valores calculados foram corrigidos para um alongamento de 5,25 na asa devido às placas nas suas pontas usadas no experimento. A esteira da hélice é aqui assumida como não possuindo velocidade de rotação, comportando-se assim como aquela da esteira de jato. É interessante salientar a diminuição de sustentação na região situada entre a esteira da hélice e o escoamento uniforme e o aumento significativo que ocorre nesta última região. Stuper argumenta que

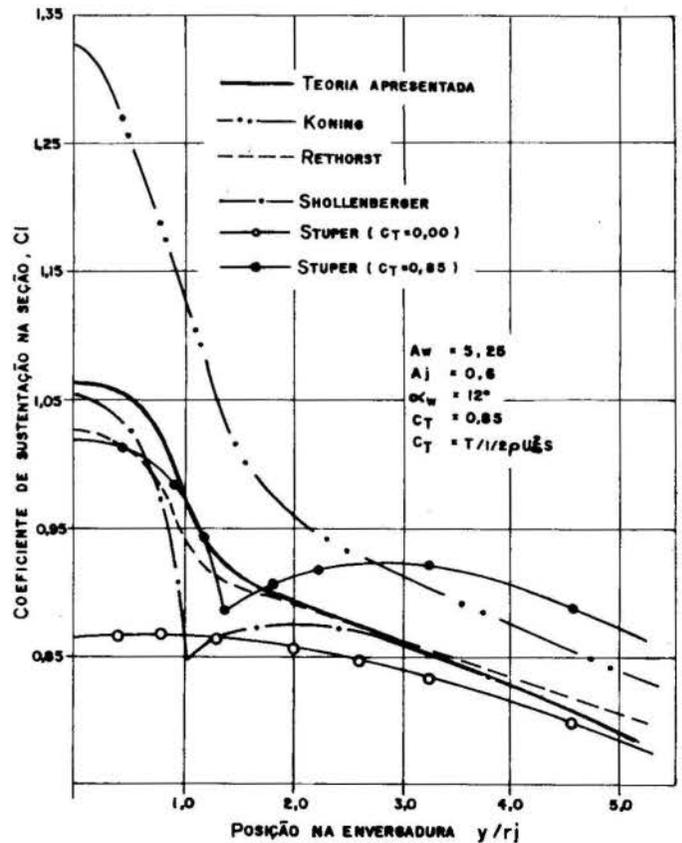


Figura 2. Comparação da teoria apresentada com a de outros autores.

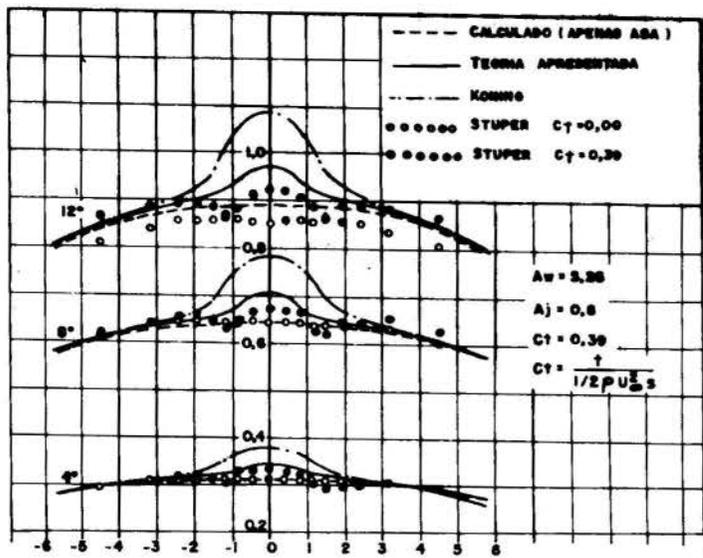


Figura 3. Avaliação dos resultados obtidos com a teoria de Koning e com os dados de Stuper.

isto decorre da ação da camada limite proveniente da carenagem do aparelho destinado a gerar esta esteira de jato. O resultado de Shollenberger também demonstra uma queda de sustentação na fronteira (que não é registrada pelos demais métodos) sendo que este autor supõe que os efeitos viscosos devido as placas nas pontas da asa podem ter contribuído significativamente para influenciar a distribuição obtida por Stuper. Como pode ser visto a solução obtida para a asa em ângulo de incidência de 12° difere um pouco da encontrada por Shollenberger, o que é compreensível visto que a esteira da hélice foi tomada como possuindo a geometria de um cilindro de maneira que as suas deformações não são consideradas. Mas quando compara-se às técnicas clássicas ou mesmo aos dados experimentais nota-se que o método apresentado comporta-se com uma boa precisão. A fig.3 mostra os resultados obtidos em comparação à teoria de Koning e dados de Stuper para C_T igual a 0,39 ($C_T = 2T/\rho U_\infty^2 S$) e alguns ângulos de ataque da asa. Já a fig.4 descreve o fenômeno para a esteira de uma hélice comparativamente aos resultados obtidos experimentalmente por Brenckmann e pela teoria devido a Ribner e Ellis, podendo-se verificar o efeito de assimetria provocado pela rotação caracterizando este tipo de esteira, sendo q_0 e U_0 , q_j e U_j as pressões dinâmicas e as velocidades na região do fluxo livre e da esteira da hélice sem a presença da asa respectiva-

mente. Novamente os resultados encontrados podem ser considerados bons.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi realizado graças ao apoio financeiro prestado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.

REFERÊNCIAS

.Brenckmann, M., "Experimental Investigation of Aerodynamics of a Wing in a Slipstream," Journal of Aerospace Sciences, Vol.25, pp.11-28, 1958.

.Koning, C., "Influences of Propeller on Other Parts of the Airplane," Aerodynamic Theory, Vol. IV, pp. 361-430, 1943.

.Lotstedt, P., "A Propeller Slipstream Model in Subsonic Linearized Potential Flow," ICAS-90-5.4.4, Vol. 1, pp. 733-744, 1990.

.Rethorst, S.C., "Aerodynamics of Nonuniform Flows as Related to an Airfoil Extending Through a Circular Jet," Journal of Aerospace Sciences, Vol. 25, pp.11-28, 1958.

.Ribner, H.S. e Ellis, N.D., "Aerodynamics of Wing-Slipstream Interaction," C.A.S.I. Transactions, Vol. 5, pp. 56-63, 1972.

.Rubbert, P.E. e Saaris, G.R., "A General Method for Determining the Aerodynamic Characteristics of Fan-in-Wing Configurations," Theory and Application USAAVLABS Technical Report 67-61A, Vol. 1, 1967.

.Samuelsson, I., "Experimental Investigation of Low Speed Model Propeller Slipstream Aerodynamic Characteristics Including Flow Surveys and Nacelle/Wing Static Pressure Measurements," ICAS-90-3.1.3, Vol. 1, pp. 71-84, 1990.

.Shollenberger, C.A., "Three-Dimensional Wing/Jet Interaction Analysis including Jet Distortion Influences," Journal of Aircraft, Vol. 12, pp.706-713, 1975.

.Smelt, B.A.R. e Davies, M.S.H., "Estimation of Increase in Lift due to Slipstream," BRITISH ARC R & 1788, 1937.

.Stuper, J., "Effect of Propeller Slipstream on Wing and Tail," NACA TM 874, 1938.

ABSTRACT

A computer program was developed using panel method theory for the study of the interaction between a wing and a propeller slipstream. Based on the potential flow assumption for steady flow, the method was applied to an already existent program for the treatment of thick wings according to the Rubbert and Saaris formulation. The propeller wake geometry (and that of the wing) is considered to be pre-defined, a situation which is valid for small disturbances and wake deformations. The equations are thus presented, the iterative solution described and the results for some examples are discussed. A good correlation with values obtained by other authors was evident.

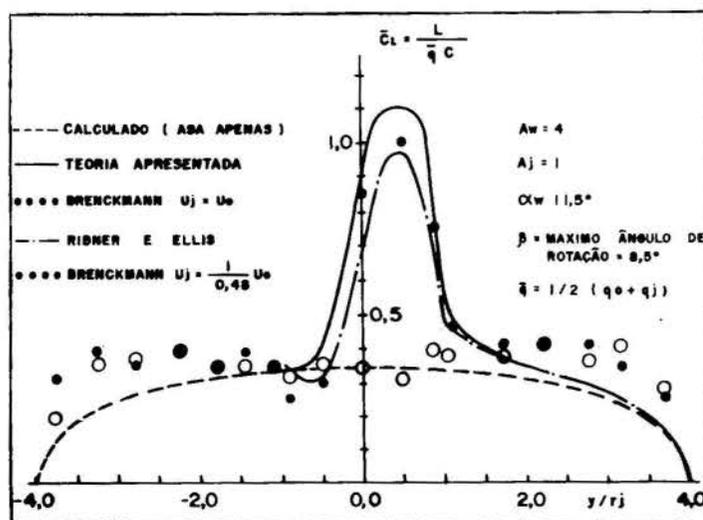


Figura 4. Variação do coeficiente de sustentação na envergadura da asa sujeita à esteira proveniente de uma hélice.

ESTIMATION OF THE INTERFACE CONDUCTANCE BETWEEN PERIODICALLY CONTACTING DISSIMILAR SOLIDS

H.R.B. Orlande and M.N. Özisik

Mechanical and Aerospace Engineering Department
 North Carolina State University, Raleigh, NC 27695-7910

SUMMARY

The inverse problem of estimating the timewise variation of the interface conductance between periodically contacting dissimilar solids under quasi-steady-state conditions is solved using the conjugate gradient method with adjoint equation. The accuracy of the inverse analysis is examined by using transient simulated inexact temperature measurements, obtained at the interior of the solids.

INTRODUCTION

Interface conductance to heat flow between periodically contacting solids is of interest in many engineering applications, including, among others, heat transfer between a valve and its seat in internal combustion engines and cyclic manufacturing processes like plastic injection molding and die casting as discussed in recent reviews (Madhusudana and Fletcher, 1986; Fletcher, 1988).

Unidirectional heat transfer experiments on the determination of interface conductance between periodically contacting solids can be found in the literature (Howard, 1976; Moses and Johnson, 1988). Such experiments involved two rods with non-contacting ends kept at practically constant temperatures and with thermocouples placed along their center line. Spatial extrapolation of the measured temperatures was then used to determine the interface temperatures and heat flux needed for the estimation of the interface conductance. However, recent theoretical works which treated the determination of the interface conductance as a problem of inverse analysis, revealed the inaccuracy of the extrapolation techniques (Flach and Özisik, 1988; Beck, 1988).

In the present work, the *conjugate gradient method* of minimization with *adjoint equation* (Alifanov, 1974; Jarny et al, 1991; Orlande and Özisik, 1992) was used to solve the inverse problem of estimating interface conductance between periodically contacting dissimilar solids, under quasi-steady-state conditions. The principal advantages of this method are: the regularization is simply built into the computational procedure, no prior information is needed on the functional form of the unknown quantity and computations are performed over the whole time domain.

INVERSE ANALYSIS OF ESTIMATING INTERFACE CONDUCTANCE

The inverse analysis utilizing the conjugate gradient method with adjoint equation consists of the following basic steps:

1. The direct problem.
2. The sensitivity problem.
3. The adjoint problem and the gradient equation.
4. The conjugate gradient method for minimization.
5. The stopping criterion, and

6. The computational algorithm.

We present below the salient features of each step listed above, as applied to the estimation of the timewise variation of the unknown interface conductance.

1. The Direct Problem. Figure 1 shows the geometry and the dimensionless coordinates for the one-dimensional problem considered here. Regions 1 and 2 are contacting periodically with period τ and with interface conductance $h(t)$. The non-contacting ends are kept at constant temperatures: $T=0$ at $x=0$ and $T=1$ at $x=1+L$. It is assumed that we have sufficient number of cycles so that the quasi-steady-state condition is established, that is, the temperature distribution in the regions during one period is identical to that in the following period.

The mathematical formulation of this heat conduction problem is given in dimensionless form as:

Region 1 ($0 < x < 1$):

$$\frac{\partial^2 T_1(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial t} \quad \text{in } 0 < x < 1, t > 0 \quad (1.a)$$

$$T_1 = 0 \quad \text{at } x = 0, t > 0 \quad (1.b)$$

$$-\frac{\partial T_1}{\partial x} = h(t) (T_1 - T_2) \quad \text{at } x = 1, t > 0 \quad (1.c)$$

$$T_1(x,0) = T_1(x,\tau) \quad (1.d)$$

Region 2 ($1 < x < 1+L$):

$$\frac{\partial^2 T_2(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_2(x,t)}{\partial t} \quad \text{in } 1 < x < 1+L, t > 0 \quad (2.a)$$

$$-k \frac{\partial T_2}{\partial x} = h(t) (T_1 - T_2) \quad \text{at } x = 1, t > 0 \quad (2.b)$$

$$T_2 = 1 \quad \text{at } x = 1+L, t > 0 \quad (2.c)$$

$$T_2(x,0) = T_2(x,\tau) \quad (2.d)$$

where L is the ratio of the lengths of the regions: $L=L_2/L_1$. Similarly, $k=k_2/k_1$ is the ratio of thermal conductivities and $\alpha=\alpha_2/\alpha_1$ is the ratio of thermal diffusivities.

The direct problem is concerned with the determination of the temperature distribution in the regions, when the thermophysical properties, the interface conductance $h(t)$, and the boundary

conditions are specified. For the inverse problem, the interface conductance $h(t)$ is regarded unknown, but everything else in the system of equations (1-2) is known and temperature readings taken at some appropriate locations within the medium are available.

The inverse analysis utilizing the conjugate gradient method requires the solution of the direct, sensitivity and adjoint problems, together with the gradient equation. The development of sensitivity and adjoint problems and their solutions are discussed next.

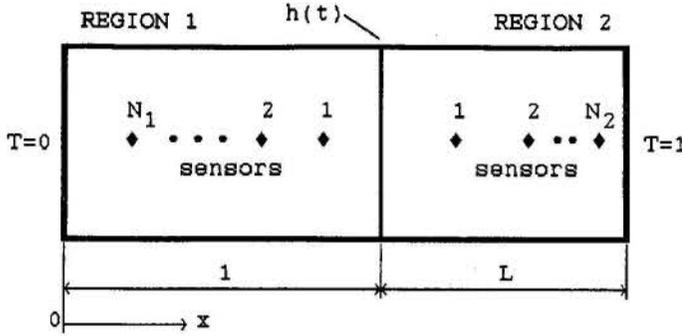


Figure 1. Geometry and Dimensionless Coordinates

2. The Sensitivity Problem. The solution of the direct problem (1) and (2) with interface conductance $h(t)$ unknown, can be recast as a problem of optimum control, that is, choose the control function $h(t)$ such that the following functional is minimized:

$$J[h(t)] = \int_{t=0}^{\tau} \left\{ \sum_{i=1}^{N_1} (T_{1i} - Y_{1i})^2 + \sum_{j=1}^{N_2} (T_{2j} - Y_{2j})^2 \right\} dt \quad (3)$$

where $T_{1i} \equiv T_1(x_i, t)$ and Y_{1i} are the estimated and measured temperatures, respectively, at a location x_i in region 1. Similarly, $T_{2j} \equiv T_2(x_j, t)$ and Y_{2j} are the estimated and measured temperatures, respectively, at a location x_j in region 2. If an estimate is available for $h(t)$, the temperatures T_{1i} and T_{2j} can be computed from the solution of the direct problem defined by equations (1) and (2).

Suppose $h(t)$ undergoes a variation $\Delta h(t)$. Then let ΔT_1 and ΔT_2 be the corresponding variations of the temperatures in regions 1 and 2, respectively. To construct the sensitivity problem we replace T_1 by $T_1 + \Delta T_1$, T_2 by $T_2 + \Delta T_2$ and $h(t)$ by $h(t) + \Delta h(t)$ in the direct problem given by equations (1) and (2) and then subtract equations (1) and (2) from the resulting equations. The following sensitivity problem is obtained for the determination of the functions ΔT_1 and ΔT_2 in regions 1 and 2, respectively.

Region 1 ($0 < x < 1$):

$$\frac{\partial^2 \Delta T_1(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial \Delta T_1(x, t)}{\partial t} \quad \text{in } 0 < x < 1, t > 0 \quad (4.a)$$

$$\Delta T_1 = 0 \quad \text{at } x = 0, t > 0 \quad (4.b)$$

$$-k \frac{\partial \Delta T_1}{\partial x} = h(t) (\Delta T_1 - \Delta T_2) + \Delta h(t) (T_1 - T_2) \quad \text{at } x = 1, t > 0 \quad (4.c)$$

$$\Delta T_1(x, 0) = \Delta T_1(x, \tau) \quad (4.d)$$

Region 2 ($1 < x < 1+L$):

$$\frac{\partial^2 \Delta T_2(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \Delta T_2(x, t)}{\partial t} \quad \text{in } 1 < x < 1+L, t > 0 \quad (5.a)$$

$$-k \frac{\partial \Delta T_2}{\partial x} = h(t) (\Delta T_1 - \Delta T_2) + \Delta h(t) (T_1 - T_2) \quad \text{at } x = 1, t > 0 \quad (5.b)$$

$$\Delta T_2 = 0 \quad \text{at } x = 1+L, t > 0 \quad (5.c)$$

$$\Delta T_2(x, 0) = \Delta T_2(x, \tau) \quad (5.d)$$

3. The Adjoint Problem and the Gradient Equation. To derive the adjoint problem and the gradient equation, we multiply equations (1a) and (2a) by the Lagrange Multipliers $\lambda_1(x, t)$ and $\lambda_2(x, t)$, respectively; integrate the resulting expressions over the time and correspondent space domains; and then add the resultant equation to the functional given by equation (3). The following expression results:

$$J[h(t)] = \int_{t=0}^{\tau} \left\{ \sum_{i=1}^{N_1} (T_{1i} - Y_{1i})^2 + \sum_{j=1}^{N_2} (T_{2j} - Y_{2j})^2 \right\} dt +$$

$$\int_{t=0}^{\tau} \int_{x=0}^1 \lambda_1(x, t) \left[\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} - \frac{\partial T_1}{\partial t} \right] dx dt + \int_{t=0}^{\tau} \int_{x=1}^{1+L} \lambda_2(x, t) \left[\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_2}{\partial t} \right] dx dt \quad (6)$$

The variation of the functional given by equation (6) is then obtained and allowed to go to zero. After some manipulations, we obtain the adjoint problem given by equations (7) and (8) and the gradient equation given by equation (9) (Orlande and Özişik, 1992).

Region 1 ($0 < x < 1$):

$$\frac{\partial^2 \lambda_1(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial \lambda_1(x, t)}{\partial t} + \sum_{i=1}^{N_1} 2 (T_{1i} - Y_{1i}) \delta(x - x_i) = 0 \quad \text{in } 0 < x < 1, t > 0 \quad (7.a)$$

$$\lambda_1 = 0 \quad \text{at } x = 0, t > 0 \quad (7.b)$$

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial x} = h(t) \left[\frac{\lambda_2}{k} - \lambda_1 \right] \quad \text{at } x = 1, t > 0 \quad (7.c)$$

$$\lambda_1(x, \tau) = \lambda_1(x, 0) \quad (7.d)$$

Region 2 ($1 < x < 1+L$):

$$\frac{\partial^2 \lambda_2(x, t)}{\partial x^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \lambda_2(x, t)}{\partial t} + \sum_{j=1}^{N_2} 2 (T_{2j} - Y_{2j}) \delta(x - x_j) = 0 \quad \text{in } 1 < x < 1+L, t > 0 \quad (8.a)$$

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial x} = h(t) \left[\frac{\lambda_2}{k} - \lambda_1 \right] \quad \text{at } x = 1, t > 0 \quad (8.b)$$

$$\lambda_2 = 0 \quad \text{at } x = 1+L, t > 0 \quad (8.c)$$

$$\lambda_2(x, \tau) = \lambda_2(x, 0) \quad (8.d)$$

where $\delta(x - x_i)$ is the Dirac delta function.

The gradient equation for the functional $J(t)$ is determined as:

$$J'(t) = \left[\frac{\lambda_2(1,t)}{k} - \lambda_1(1,t) \right] [T_1(1,t) - T_2(1,t)] \quad (9)$$

4. The Conjugate Gradient Method for Minimization. The iterative procedure for the determination of the interface conductance is given by (Alifanov, 1974):

$$h^{k+1}(t) = h^k(t) - \beta^k P^k(t) \quad k=0,1,2,\dots \quad (10)$$

where the direction of descent $P^k(t)$ is determined from the following relation

$$P^k(t) = J'^k(t) + \gamma^k P^{k-1}(t) \quad (11)$$

Here $P^{k-1}(t)$ is the value of $P(t)$ at iteration $k-1$ and $J'^k(t)$ is the value of the gradient of the functional at iteration k . The conjugation coefficient γ^k is determined from (Lasdon et al, 1967):

$$\gamma^k = \frac{\int_{t=0}^{\tau} [J'^k(t)]^2 dt}{\int_{t=0}^{\tau} [J'^{k-1}(t)]^2 dt} \quad \text{for } k=1,2,\dots; \text{ with } \gamma^0=0 \quad (12)$$

The coefficient β^k , which determines the step size in going from iteration k to $k+1$ in equation (10), is obtained by minimizing $J(h^{k+1})$ with respect to β^k . The following expression results (Orlande and Özişik, 1992):

$$\beta^k = \frac{\int_{t=0}^{\tau} \left\{ \sum_{i=1}^{N_1} \Delta T_{1i} [T_{1i} - Y_{1i}] + \sum_{j=1}^{N_2} \Delta T_{2j} [T_{2j} - Y_{2j}] \right\} dt}{\int_{t=0}^{\tau} \left\{ \sum_{i=1}^{N_1} [\Delta T_{1i}]^2 + \sum_{j=1}^{N_2} [\Delta T_{2j}]^2 \right\} dt} \quad (13)$$

where $T_{1i} \equiv T_{1i}(h^k)$, $T_{2j} \equiv T_{2j}(h^k)$, $\Delta T_{1i} \equiv \Delta T_{1i}(P^k)$ and $\Delta T_{2j} \equiv \Delta T_{2j}(P^k)$.

Once $P^k(t)$ is computed from equation (11) and β^k from equation (13), the iterative process defined by equation (10) can be applied to determine $h^{k+1}(t)$ until a specified stopping criterion, based on the discrepancy principle described below, is satisfied.

5. The Stopping Criterion. If the problem involves no measurement errors, the traditional check condition specified as

$$J(h^{k+1}) < \epsilon \quad (14)$$

where ϵ is a small specified number, can be used. However, the observed temperature data contains measurement errors; as a result, the inverse solution will tend to approach the perturbed input data and the solution will exhibit oscillatory behavior as the number of iterations is increased. The computational experience shows that it is advisable to use the discrepancy principle for terminating

the iteration process (Alifanov, 1974). In the discrepancy principle we assume $(T_{1i} - Y_{1i}) = (T_{2j} - Y_{2j}) = \sigma$. Hence, ϵ is obtained from equation (3) as

$$\epsilon = (N_1 + N_2) \sigma^2 \tau \quad (15)$$

where σ is the standard deviation of the measurement errors. Then the stopping criterion given by equation (14), with ϵ determined from equation (15), is used to terminate the iterations.

6. The Computational Algorithm. The algorithm for the iterative scheme is summarized below.

Suppose $h^k(t)$ is available at the k^{th} iteration, then:

- Step 1. Solve the direct problem given by equations (1) and (2) and compute $T_1(x,t)$ and $T_2(x,t)$;
- Step 2. Check the stopping criterion given by equation (14) with ϵ determined from equation (15). Continue if not satisfied;
- Step 3. Knowing $T_{1i} \equiv T_1(x_i,t)$, $T_{2j} \equiv T_2(x_j,t)$, Y_{1i} and Y_{2j} , solve the adjoint problem given by equations (7) and (8) to obtain the Lagrange Multipliers $\lambda_1(x,t)$ and $\lambda_2(x,t)$;
- Step 4. Knowing $\lambda_1(1,t)$, $\lambda_2(1,t)$, $T_1(1,t)$ and $T_2(1,t)$, compute the gradient of the functional $J'(t)$ from equation (9);
- Step 5. Knowing $J'(t)$, compute γ^k from equation (12) and then compute the direction of descent $P^k(t)$ from equation (11);
- Step 6. Solve the sensitivity problem given by equations (4) and (5) assuming $\Delta h(t) = P^k(t)$, to determine the sensitivity functions $\Delta T_1(x,t)$ and $\Delta T_2(x,t)$;
- Step 7. Knowing $\Delta T_{1i} \equiv \Delta T_1(x_i,t)$ and $\Delta T_{2j} \equiv \Delta T_2(x_j,t)$, compute the step size β^k from equation (13);
- Step 8. Knowing β^k and $P^k(t)$, compute the new estimate for the interface conductance $h^{k+1}(t)$ from equation (10) and go to step 1.

RESULTS AND DISCUSSION

In order to examine the accuracy of the conjugate gradient method as applied to the analysis of the inverse problem previously described, we studied test cases by considering a fictitious interface conductance and using simulated temperatures as the input data for the inverse analysis. The simulated temperature data were generated by solving the direct problem for a specified functional form of the interface conductance. The temperatures calculated in this manner are considered exact temperatures, T_{ex} , and the simulated measured temperature data, T_{meas} , containing measurement errors, are determined as

$$T_{meas} = T_{ex} + \alpha \sigma \quad (16)$$

where $\alpha \sigma$ is the error term and σ is the standard deviation for the measurements. For normally distributed errors, with zero mean and a 99% confidence level, α lies within the range

$$-2.576 < \alpha < 2.576 \quad (17)$$

The values of α are randomly determined with the subroutine DRNNOR (IMSL, 1987).

A proper choice of the location of the temperature sensors is important for the success of the inverse analysis. Due to the periodic characteristic of the problem, it is shown that under the quasi-steady-state condition, the temperature distribution in the

regions vary only within a finite depth below the surface (Vick and Özişik, 1981). Therefore, if the sensors are located below this depth, no difference can be detected between the temperature measurements for the contact and non-contact periods and meaningless results are obtained.

The following results were obtained considering four sensors located in each region, 40 measurements taken per period per sensor, $\tau=0.01$, $L=0.5$, $\alpha=0.75$, and $k=0.52$. These values of thermal conductivity and thermal diffusivity ratios correspond to region 1 made of copper and region 2 made of aluminum. The four sensors in region 1 were located at distances of 0.005, 0.01, 0.015 and 0.02 below the interface, respectively. For region 2, the four sensors were considered to be separated by 0.0025, with the first sensor located at 0.0025 below the interface.

Figures 2 and 3 present the exact and the estimated interface conductance for two different functional forms assumed for the interface conductance and for errorless measurements ($\sigma=0$), as well as for measurements with random errors ($\sigma=0.003$). These figures show that for errorless measurements, the agreement between the exact and the estimated interface conductance is excellent, regardless of the functional form used. The estimated interface conductance using measurements with random errors is also in very good agreement with the exact solution for the two different functional forms considered.

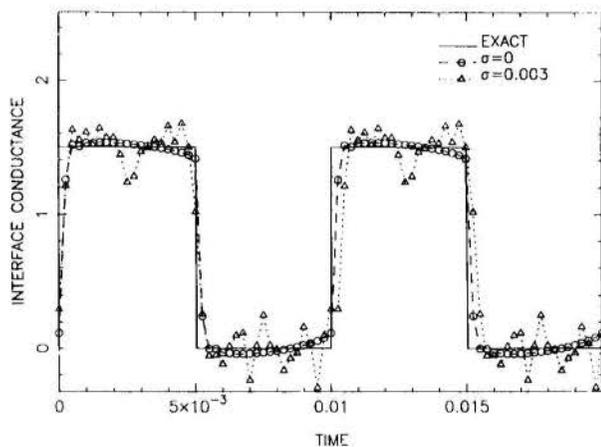


Figure 2. Inverse Solution with Step Function Variation for the Interface Conductance

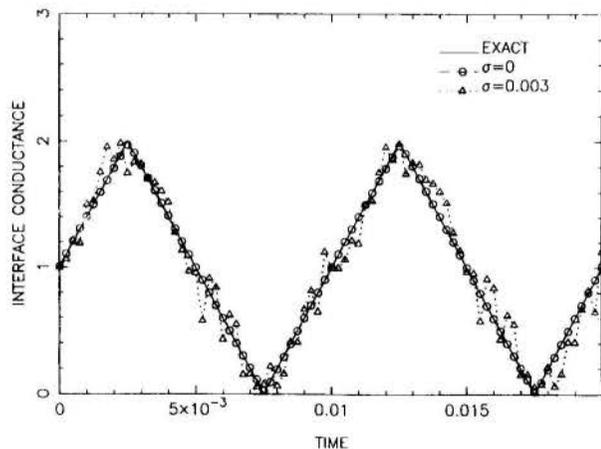


Figure 3. Inverse Solution with Piecewise Linear Continuous Variation for the Interface Conductance

CONCLUSION

The inverse analysis utilizing the conjugate gradient method of minimization provides an efficient technique for estimating the interface conductance between periodically contacting

different regions, with no prior information on the functional form of the unknown conductance. The method is accurate even for situations involving measurements with random errors.

ACKNOWLEDGEMENTS

One of the authors (H. R. B. Orlande) would like to acknowledge the support provided by CNPq. The useful discussions with Prof. J. P. Bardon are greatly appreciated.

REFERENCES

- .Alifanov, O.M., "Solution of an Inverse Problem of Heat Conduction by Iteration Methods," *J. of Engineering Physics*, Vol. 26, pp. 471-476, 1974.
- .Beck, J.V., "Combined Parameter and Function Estimation in Heat Transfer with Application to Contact Conductance," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1046-1058, 1988.
- .Flach, G.P. and Özişik, M.N., "Inverse Heat Conduction Problem of Periodically Contacting Surfaces," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 821-829, 1988.
- .Fletcher, L.S., "Recent Developments in Contact Conductance Heat Transfer," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1059-1070, 1988.
- .Howard, J.R., "An Experimental Study of Heat Transfer Through Periodically Contacting Surfaces," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 367-372, 1976.
- .IMSL Library Edition 10.0, "User's Manual. Math/Library Version 1.0", IMSL, Houston, Texas, 1987.
- .Jarny, Y.; Özişik, M. N. and Bardon, J. P., "A General Optimization Method Using Adjoint Equation for Solving Multidimensional Inverse Heat Conduction," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 2911-2919, 1991.
- .Lasdon, L.S., Mitter, S.K. and Warren, A.D., "The Conjugate Gradient Method for Optimal Control Problem," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 12, pp. 132-138, 1967.
- .Madhusudana, C. V. and Fletcher, L. S., "Contact Heat Transfer - The Last Decade," *AIAA Journal*, Vol. 24, pp. 510-523, 1986.
- .Moses, W.M. and Johnson, R.R., "Experimental Study of the Transient Heat Transfer Across Periodically Contacting Surfaces," *AIAA J. Thermophysics*, Vol. 2, pp. 37-42, 1988.
- .Orlande, H.R.B. and Özişik, M.N., "Inverse Analysis of Estimating Interface Conductance Between Periodically Contacting Surfaces," *AIAA J. Thermophysics*, (in press).
- .Vick, B. and Özişik, M.N., "Quasi-Steady-State Temperature Distribution in Periodically Contacting Finite Regions," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 103, pp. 739-744, 1981.

PODER DE RESOLUÇÃO NA INVERSÃO NUMÉRICA APLICADA A
PROBLEMAS DE CONDUÇÃO DE CALOR

SILVIO L.M. JUNQUEIRA e OSVAIR VIDAL TREVISAN
UNICAMP - DE/FEM
Caixa Postal 6122
13081-970 - Campinas - São Paulo

RESUMO

É comparado o comportamento de três algoritmos de inversão de transformadas de Laplace no trato do problema inverso da condução de calor. A análise dos resultados é feita segundo parâmetros que visam quantificar o poder de resolução dos métodos. O poder de resolução estima a capacidade e precisão apresentados por um método na inversão de funções que apresentam variações temporais bruscas.

INTRODUÇÃO

O problema inverso da condução de calor envolve o cálculo do fluxo de calor e/ou do perfil de temperatura a partir de medidas de temperatura realizadas num ponto interior do sólido. Várias são as técnicas conhecidas para a solução do problema inverso. Pode-se citar procedimentos utilizando diferenças finitas, elementos finitos, métodos integrais e métodos polinomiais. Neste trabalho, enfocamos o uso da transformada inversa de Laplace. São investigados três métodos de inversão numérica de transformadas de Laplace aplicados à solução de um problema inverso de condução de calor. A geometria considerada é a de uma placa plana com um contorno adiabático. Os procedimentos investigados são conhecidos na literatura como método de Crump (1976), método de Stehfest (1970) e método de Piessens (1982). O método de Crump aproxima a função inversa por meio de uma série de Fourier em cossenos. O método de Stehfest calcula a transformada inversa de Laplace numericamente, utilizando um método estatístico para representar o valor aproximado da função inversa. O algoritmo desenvolvido por Piessens inverte numericamente a transformada de Laplace através do truncamento de séries de funções ortogonais representadas por polinômios de Chebyshev.

Estes algoritmos são analisados quanto à sua capacidade e precisão de inversão. Para tanto, os métodos são empregados para inverter funções com variações temporais bruscas, no caso, representadas por funções impulso de amplitude unitária. A comparação dos resultados obtidos através de cada método é feita por parâmetros próprios, que visam quantificar os desvios produzidos em relação à solução exata.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A geometria básica do problema inverso de condução investigado é apresentada na Figura 1. Trata-se de uma placa plana de comprimento L e de espessura conhecida sendo isolada em uma de suas extremidades. x^* identifica um ponto interior da placa no qual é realizada a medida de temperatura interior. $T(x,t)$ é a temperatura que se deseja calcular

em um outro ponto qualquer x da geometria considerando, no nosso caso - sem prejuízo de generalidade - a extremidade da placa onde ($x = L$).

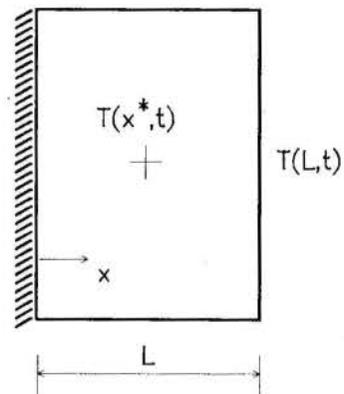


Figura 1 - Representação do problema inverso.

A equação da condução de calor já adimensionalizada pelas transformações:

$$X = \frac{x}{L} \quad \tau = \frac{\alpha t}{L^2} \quad e = \frac{T(x,t) - T_0}{T(L,t) - T_0}$$

onde T_0 é a temperatura inicial e α a difusividade térmica da placa, fica na forma:

$$\frac{\partial^2 e}{\partial X^2} = \frac{\partial e}{\partial \tau} \quad (1)$$

$$e(X, 0) = 0 \quad (\text{inicial})$$

$$\frac{\partial e(X, \tau)}{\partial X} = 0 \quad \text{em } X = 0$$

$$e(X^*, \tau) = e_m(\tau) \quad \text{em } X^* = x^*/L$$

Para efetuarmos uma análise precisa do desempenho de cada método de inversão, consideramos inicialmente o problema direto. A temperatura no interior da placa pode ser determinada através de métodos amplamente conhecidos. Sabe-se, assim, corretamente e precisamente a evolução das temperaturas no ponto interior e no ponto $x = L$. O passo seguinte na análise é assumir o problema inverso, ou seja, supor $e(1, \tau)$ como desconhecida e bus-

car a sua determinação através da temperatura no ponto interior. Partindo-se da solução exata do problema direto para o ponto interior, podemos comparar a solução numérica obtida para o ponto $x = 1$ com os valores originais de $\theta(1, \tau)$.

Num primeiro exame deste problema, Woo e Chow (1981) atribuíram a $\theta(1, \tau)$ um comportamento descrito por uma reta e a resolução do problema inverso reduziu-se a inverter esta função particular no espaço de Laplace.

Com o objetivo de testar os algoritmos de inversão de transformada de Laplace de uma forma mais geral, optou-se, neste trabalho, por utilizar funções críticas, de ocorrência comum em problemas de engenharia. A função pulso pode, neste sentido, ser considerada como crítica, pois o método de inversão capaz de reproduzir um pulso estará apto também a reproduzir qualquer função por superposição, à medida que toda a metodologia se refere a problemas lineares. Deve-se ressaltar também que a função pulso possui a característica da variação brusca e discreta, comuns nas medidas experimentais, normalmente realizadas em intervalos de tempo definidos.

Sendo $G(\tau)$ a função pulso a ser considerada, tem-se que:

$$G(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{para } \tau < \tau_0 \\ 1 & \text{para } \tau_0 < \tau < \tau_0 + \epsilon \\ 0 & \text{para } \tau > \tau_0 + \epsilon \end{cases}$$

onde τ_0 é o instante de ocorrência e ϵ é a duração do impulso.

Com o propósito de ressaltar a utilidade de funções críticas em problemas práticos, o perfil de temperatura na superfície a ser adotado neste exemplo, assumirá o comportamento semelhante ao de um pulso de amplitude unitária, ou seja, $\theta(1, \tau) = G(\tau)$.

A partir da adoção de um perfil de temperatura para $\theta(1, \tau)$, a resolução do problema direto de condução implica na obtenção de uma expressão que representa a distribuição da temperatura na placa:

$$\theta(X, \tau) = 2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{\lambda_m} \cos(\lambda_m X) \times \left[e^{-\lambda_m [\tau - (\tau_0 + \epsilon)]} - e^{-\lambda_m [\tau - \tau_0]} \right] \quad (2)$$

$$\text{onde } \lambda_m = \frac{(2m+1)}{2} \text{ e } \tau_0 > \tau + \epsilon.$$

Definindo $\bar{\theta}(X, s)$ como sendo a transformada de Laplace de $\theta(X, \tau)$:

$$\bar{\theta}(X, s) = \int_0^{\infty} e^{-s\tau} \theta(X, \tau) d\tau$$

A transformada de Laplace analítica de (2) será:

$$\bar{\theta}(X, s) = \bar{G}(s) \frac{\cosh(X s^{1/2})}{\cosh(s^{1/2})} \quad (3)$$

onde $\bar{G}(s)$ é a transformada de Laplace da função pulso.

Substituindo-se X por X^* em (3) obtemos a transformada de Laplace analítica da temperatura interior do corpo:

$$\bar{\theta}(X^*, s) = \bar{G}(s) \frac{\cosh(X^* s^{1/2})}{\cosh(s^{1/2})} \quad (4)$$

Nos problemas inversos de condução de calor se faz necessário buscar a determinação de uma expressão que represente o perfil de temperatura ao longo do sólido levando em consideração os dados da temperatura medidos no seu interior. Desta forma, dividindo-se (3) por (4), obtemos a distribuição da temperatura da placa em função da temperatura interior, no espaço de Laplace:

$$\bar{\theta}(X, s) = \bar{\theta}(X^*, s) \frac{\cosh(X s^{1/2})}{\cosh(X^* s^{1/2})} \quad (5)$$

Considerando-se o ponto $X = 1$ como sendo nossa fronteira de interesse e assumindo uma transformação exata para $\bar{\theta}(X^*, s)$, obtida fazendo $X = X^*$ em (2), a equação (5) ficará assim:

$$\bar{\theta}(1, s) = \bar{G}(s) \quad (6)$$

onde a transformada de Laplace da função pulso $\bar{G}(s)$, é dada pela seguinte expressão:

$$\bar{G}(s) = \frac{\exp(-\tau_0 s) (1 - \exp(-\epsilon s))}{s} \quad (7)$$

Deve-se notar, no entanto, que a redução da solução do problema inverso à inversão de uma função no espaço de Laplace, vale para qualquer que seja a configuração, o modelo e as condições de contorno colocadas.

PODER DE RESOLUÇÃO

Define-se poder de resolução, neste trabalho, como sendo a capacidade que um algoritmo de inversão possui para a reprodução de uma função no espaço de Laplace. Assim, um método de inversão que reproduzir um pulso com atraso ou adiantamento possuirá baixo poder de resolução, uma vez que não estará oferecendo elementos corretos de análise. Este trabalho propõe duas formas de quantificar o poder de resolução de um algoritmo. Procura-se, com isto, considerar tanto os desvios que ocorrem na amplitude do pulso como as distorções introduzidas no histórico do mesmo.

O desvio de amplitude (δ), traduz a diferença entre a amplitude do pulso original e a amplitude do sinal reproduzido por um determinado algoritmo de inversão. Para o caso de se considerar um pulso com amplitude unitária, temos:

$$\delta = 1 - Q'_{\max} \quad (8)$$

onde Q'_{\max} é o máximo valor do sinal reproduzido, não importando o instante de ocorrência deste.

O desvio de fase (σ), avalia as variações devidas a avanços ou atrasos ocorridos na reprodução do pulso:

$$\sigma = \left[\frac{1}{m-1} \sum_{n=1}^m (Q_n - Q'_n) \right]^{1/2} \quad (9)$$

onde m representa o número total de pontos utilizados na inversão, Q_n são os valores reais e Q'_n são os valores estimados.

ENSAIOS NUMÉRICOS

A quantificação do poder de resolução dos métodos em análise é feita através da inversão da equação (6), cujos sinais reproduzidos são comparados com a função original empregando as variáveis δ e σ . A inversão realizada pelos algoritmos é feita em pontos discretos da função (Junqueira, 1990), não havendo portanto, nenhum impedimento quanto ao número de pontos a serem estimados, diferentemente do que ocorre nos procedimentos estritamente numéricos que empregam diferenças finitas.

Variação do domínio: A Figura 2 mostra os pulsos reproduzidos pelos algoritmos sobrepostos à curva exata original para o domínio $[0 - 0,11]$. A Figura 3 representa o deslocamento do domínio no qual o sinal é reproduzido, visando a verificação de possíveis efeitos da variação na magnitude da variável tempo sobre os resultados da inversão. A Tabela 1 apresenta os desvios ocasionados pela inversão da função pulso realizada pelos métodos de inversão, nos dois domínios considerados.

Tabela 1. Desvio de amplitude e fase em domínios diferentes.

DOMÍNIO		CRUMP	STEHFEST	PIESSENS
0 - 0.11	δ	0.000	0.495	0.883
	σ	0.096	0.214	0.285
1 - 1.11	δ	-0.108	0.972	0.983
	σ	0.110	0.297	0.300

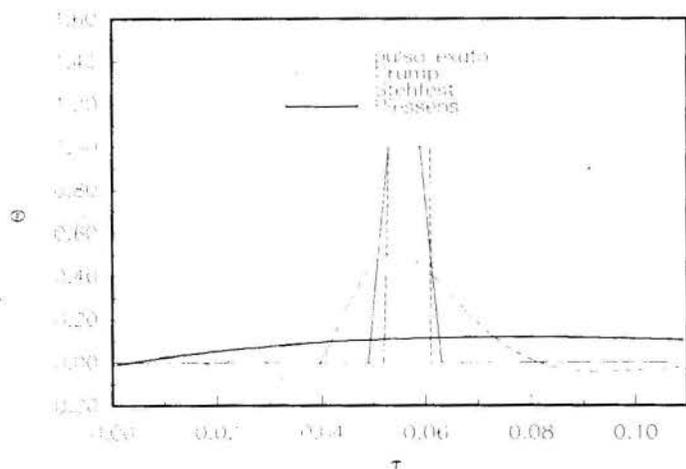


Figura 2 - Pulsos reproduzidos no domínio de $[0 - 0.11]$.

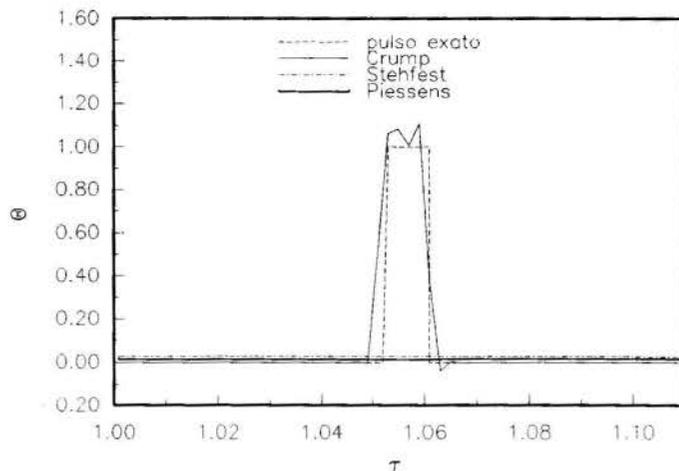


Figura 3 - Pulsos reproduzidos no domínio deslocado.

Nos domínios representados pelas Figuras 2 e 3, o método de Crump foi o que visualmente melhor reproduziu o pulso. Entretanto, a amplitude do sinal gerado na Figura 3 é maior que a unidade, implicando num valor negativo de δ (Tabela 1). Nota-se também, na Figura 3, uma certa oscilação representada nos valores estimados no final do pulso, fato que não ocorreu quando da investigação do domínio representado na Figura 2.

O método de Stehfest foi capaz de reproduzir o sinal somente no domínio original, sendo que a amplitude do sinal reproduzido por este método é cerca de metade da amplitude do pulso original. Os valores dos desvios de amplitude e de fase, apresentados pelo método de Piessens e mostrados na Tabela 1, atestam a pouca capacidade deste método na inversão da função pulso.

Variação da duração do pulso: Este ensaio, representado pelas Figuras 4 a 6, tem o objetivo de analisar o comportamento dos métodos na reprodução de pulsos de durações diferentes, mantendo o mesmo domínio de tempo adimensional. O método que melhor reproduzir um pulso de pequena duração, será mais sensível à ocorrência de variações das medidas experimentais, muito comuns em problemas práticos.

A Tabela 2 indica os valores dos desvios de amplitude e de fase para três casos de duração de pulso.

Tabela 2 - Desvios de amplitude e fase para diferentes durações de pulso.

DURAÇÃO		CRUMP	STEHFEST	PIESSENS
0.001	δ	0.499	0.970	0.991
	σ	0.050	0.098	0.100
0.01	δ	0.000	0.710	0.909
	σ	0.050	0.192	0.229
0.1	δ	0.000	-0.083	0.259
	σ	0.051	0.177	0.477

Através da observação das Figuras 4 a 6, e com o auxílio da Tabela 2, pode-se notar que o método de Crump apresenta resultados

bastante satisfatórios na inversão de pulsos com durações diferentes.

de 0.01 para 0.1, o valor de σ diminui ocorrendo uma diferença significativa entre os desvios de amplitude mostrados na Tabela 2.

Na aproximação feita pelo método de Piessens o pulso apresenta amplitudes pequenas, o que se traduz em valores de δ elevados. Notou-se também que neste método, o domínio adotado foi insuficiente para representar completamente a função reproduzida.

CONCLUSÕES

O método mais eficiente para inverter funções com variações bruscas, pelos resultados da nossa análise é o método de Crump. O fato deste algoritmo utilizar séries de Fourier em seus procedimentos de inversão, reconhecidamente uma técnica robusta no trato de funções, certamente contribui para a eficiência que o distingue dos demais algoritmos. Esta observação não exclui o poder dos métodos de Stehfest e Piessens em inverter funções de características suaves em sua dependência do tempo.

Os testes com o deslocamento do domínio da função a ser invertida mostraram que os métodos são sensíveis ao instante de ocorrência do pulso. O método de Crump foi o menos afetado com o deslocamento do domínio do pulso no eixo temporal.

O método de Piessens, que utiliza polinômios de Chebyshev na inversão de funções, é de fato o menos indicado dos três métodos aqui testados. Embora o aumento da duração do pulso provoque uma melhora do poder de resolução dos três métodos, o algoritmo de Piessens é o que apresenta menor progresso nesta direção.

REFERÊNCIAS

- Crump, K.S., "Numerical Inversion of Laplace Transform using Fourier Series Approximation," J. Ass. Comp. Math., Vol. 23, pp. 89-96, 1976.
- Piessens, R., "Inversion of the Laplace Transform," Computer Journal, Vol. 25, pp. 278-282, 1982.
- Stehfest, H., "Algorithm 368: Numerical Inversion of Laplace Transform," Comm. Ass. Computer Mathematics, Vol. 13, pp. 47-49, 1970.
- Woo, K.C., Chow, L.C., "Inverse Heat Conduction by Direct Inverse Laplace Transform," Numerical Heat Transfer, Vol. 4, pp. 499-504, 1981.
- Junqueira, S.L.M., "Aplicação de Transformadas de Laplace ao Problema Inverso de Condução de Calor", Tese de Mestrado, Depto. de Energia, FEM/UNICAMP, 1990.

ABSTRACT

The present work compares the behavior of three algorithms of numerical inversion of Laplace Transforms in solutions of inverse heat conduction problems. Parameters have been defined in order to sort out the algorithms according to their resolution power. Results have been analysed using these parameters as criteria. The resolution power estimates the capacity and accuracy provided by each method. The results presented refers to inversion of functions with abrupt time variations.

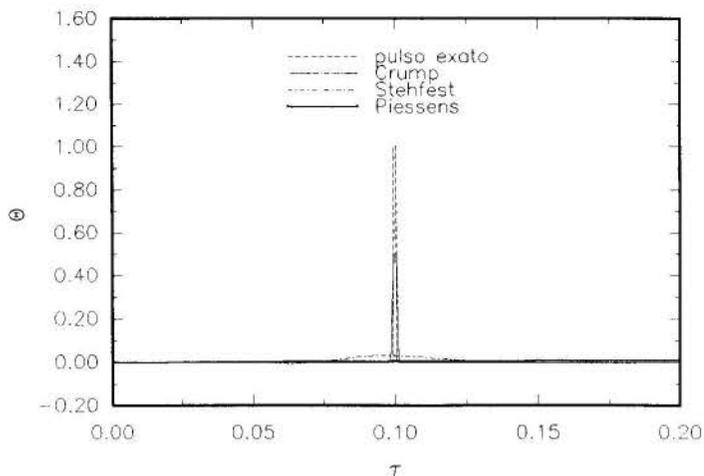


Figura 4 - Reprodução de pulsos com duração de 0.001.

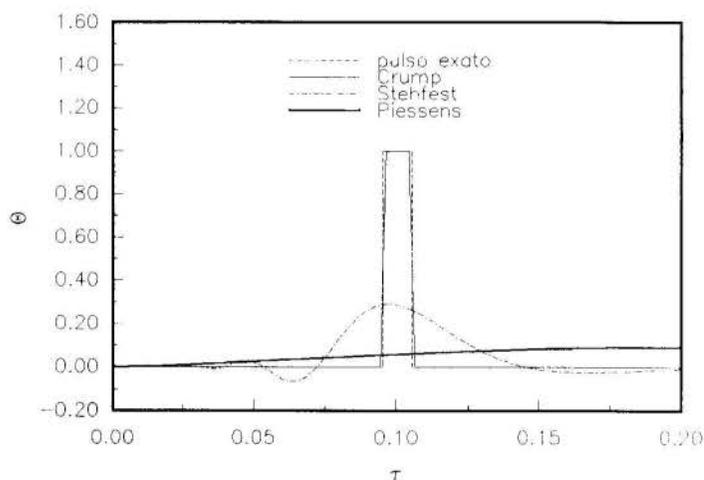


Figura 5 - Reprodução de pulsos com duração de 0.01.

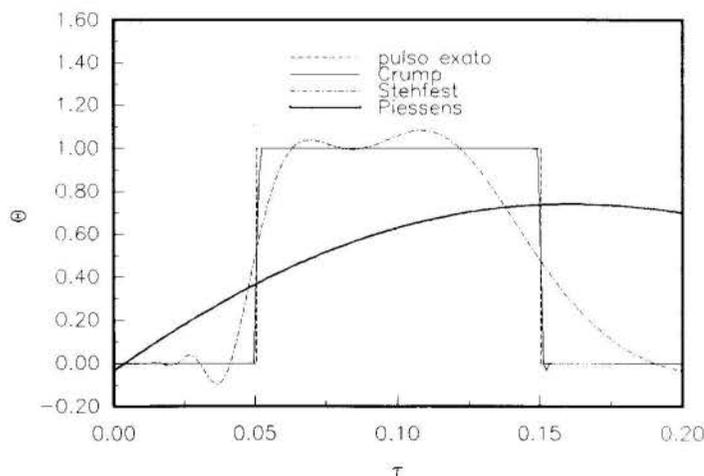


Figura 6 - Reprodução de pulsos com duração de 0.1.

Nas Figuras 5 e 6, o algoritmo de Crump estima precisamente a amplitude do pulso original. Quando a duração do pulso é reduzida para 0.001, o algoritmo de Crump fornece resultados menos precisos, mas em todos os casos o valor de σ não varia.

Com relação ao método de Stehfest, percebe-se que aumentando o tamanho do pulso

CONDUÇÃO DE CALOR EM SOLOS

EVANDRO FERREIRA PASSOS(*), EDSON LUIS NUNES, GILSON
T. CALDAS, ELISSA S. CARVALHO, MAISA B. OLIVEIRA e
HUGO ALBERTO RUIZ (*)

(*) Universidade Federal de Viçosa, 36.570 - Viçosa - MG

O presente trabalho representa uma contribuição para o estudo experimental da condução de calor em solos. Placas de fluxo com termopilhas eletrodepositadas foram construídas, calibradas e testadas. Uma bancada automatizada que utiliza como sonda uma agulha hipodérmica serviu para a determinação da condutividade térmica de solos de diferentes texturas. A variação da condutividade térmica em função do teor de umidade e do estado de confinamento do solo foi também investigada experimentalmente.

INTRODUÇÃO

A transferência de calor através do solo tem importância em meteorologia (para balanços de energia no sistema solo-atmosfera), bem como em física de solos, hidrologia, etc. Dentre os mecanismos envolvidos, predomina a condução.

Sensores de fluxo de calor são essencialmente placas de algum material através do qual uma diferença de temperatura é medida. Exceto durante períodos transientes, esta diferença de temperatura deve ser uma função, em geral linear, do fluxo de calor.

Devido à diferença de temperatura, as placas de fluxo sempre ocasionam uma certa distorção das linhas de fluxo. Esta perturbação pode ser minimizada na prática (por exemplo fazendo-se a placa muito fina e com ótima condutividade térmica), mas normalmente em detrimento da sensibilidade e da robustez.

Placas de fluxo de baixo custo foram construídas e caracterizadas. Duas delas foram testadas em campo num experimento micro-meteorológico realizado na base naval de Iperó-SP (Projeto ARAMAR - COPESP/CNEN), coordenado pelo Depto. de Meteorologia da USP.

Em virtude da diferença entre a condutividade térmica da placa de fluxo e do solo, a presença do sensor distorce as linhas de fluxo. Esta distorção ocasiona um erro na indicação da placa de fluxo, que pode no entanto ser corrigido mediante a introdução de um fator adequado, calculado por métodos numéricos em função de parâmetros geométricos da placa e da razão entre as condutividades térmicas da placa e do solo (Flanders, 1985).

Visando fornecer subsídios para a correção desta perturbação, foi medida a condutividade térmica de seis diferentes tipos de solo. A influência do teor de umidade sobre sua condutividade térmica foi também estudada. Durante tais experimentos notaram-se flutuações que foram atribuídas ao contacto térmico amostra-sonda, uma vez que, ao introduzir-se a sonda na amostra, uma película de ar formava-se entre ambas. Finalmente, várias amostras foram estudadas visando quantificar a influência do estado de confinamento do solo sobre a sua condutividade térmica.

MATERIAL E MÉTODOS

As placas de fluxo foram construídas a partir de placas de fenolite de 70 x 30 x 0,8 mm, em torno das quais enrolou-se um fio de constantan totalizando cerca de 50 voltas. Metade da placa foi mergulhada num esmalte e, em seguida, mediante eletrodeposição de cobre, o fio exposto na outra metade ficou cobreado. Após a retirada do esmalte com solvente, cerca de 100 pares termoelétricos foram obtidos, sendo 50 em cada lado da placa. Em seguida foi aplicado um verniz para proteger a termopilha (Nunes, 1992).

As placas foram calibradas contra um fluxímetro fabricado pela "Radiation and Energy Balance Systems (REBS)". A montagem de calibração consistiu de um recipiente com areia fina onde as placas de fluxo foram colocadas a 10 mm de profundidade. A seguir lâmpadas de tungstênio dispostas acima do recipiente foram acesas, enquanto se registravam os sinais provenientes dos sensores. Após desligadas as lâmpadas, registrou-se também a inversão do fluxo de calor.

Para medição da condutividade térmica das amostras de solo, utilizou-se uma bancada automatizada que tem como sensor uma sonda miniatura operando em regime transiente.

A sonda consiste de uma agulha hipodérmica de 0,55 mm de diâmetro por 30 mm de comprimento, no interior da qual foram colocados um termopar (no ponto médio da agulha) e um fio aquecedor, que vai até sua extremidade e volta, formando dois circuitos independentes. As Figuras 1 e 2 mostram detalhes da sonda e da montagem utilizada.

O procedimento de medida consiste em se fazer passar durante cerca de 4 s uma pequena corrente elétrica no fio aquecedor, enquanto se monitora a evolução da temperatura da sonda, que sofre um acréscimo de alguns graus centígrados. Um programa de computador fornece a condutividade térmica e comanda toda a bancada. A equação utilizada foi deduzida a partir da equação de condução para uma fonte linear de calor mergulhada num meio infinito. Tendo-se em conta, no entanto, que a agulha possui comprimento e diâmetro finitos, além de uma certa inércia térmica, esta técnica preconiza a introdução de um fator de calibração. A sonda foi calibrada com gli

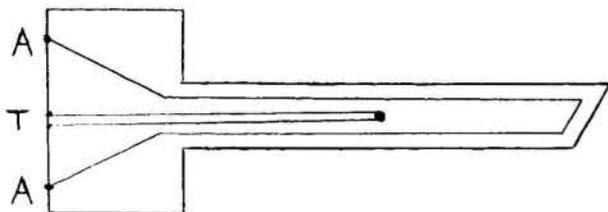


Figura 1. Esquema da sonda miniatura construída a partir de uma agulha hipodérmica, onde: A é o fio aquecedor e T o termopar.

cerina, obtendo-se um fator de calibração igual a 0,923.

Esta bancada, em operação no Depto. de Física da UFV, fornece precisão inferior a 3,5 % num intervalo de confiança de 95 % (Passos, 1987).

No experimento I, seis amostras de solo (secas) foram estudadas, apresentando a seguinte textura, de acordo com a nomenclatura adotada pela Sociedade Brasileira de Solos:

	Argila (%)	Silte (%)	Areia (%)	
			Fina	Grossa
1-	63	10	24	3
2-	37	52	2	9
3-	1	10	60	29
4-	47	11	28	14
5-	2	4	54	40
6-	19	21	21	39

Em ordem numérica crescente, estes solos são denominados muito argiloso, franco arenoso siltoso, areia, argila, areia e franco arenoso.

No experimento II, duas outras amostras foram estudadas visando investigar o efeito da umidade do solo sobre sua condutividade térmica. Nesta experiência a amostra, inicialmente encharcada, gradativamente foi seca numa estufa. Durante este processo de secagem a amostra foi diversas vezes retirada da estufa e, após um certo tempo de resfriamento no ar ambiente, medidas de condutividade térmica foram realizadas. A umidade do solo foi determinada pelo método da secagem em estufa. Uma das amostras tinha textura franco arenosa (com 57 % de areia grossa, 17 % de areia fina, 14 % de silte e 12 % de argila), enquanto a segunda amostra, retirada de um jardim, possuía elevado teor de matéria orgânica.

No experimento III a condutividade térmica foi determinada em função do estado de confinamento do solo. As amostras foram colocadas num cilindro metálico com 46 mm de diâmetro onde eram conferidos pesos crescentes. Serão apresentados resultados para uma areia quartzosa com partículas arredondadas e que passou por peneiras de 2 a 1 mm e 1 a 0,5 mm, bem como para um solo do horizonte C contendo uma areia muito fina com predominância de partículas laminares de caulinita. Esta areia foi passada em malha de 0,053 mm por via úmida (horizonte C lavado).

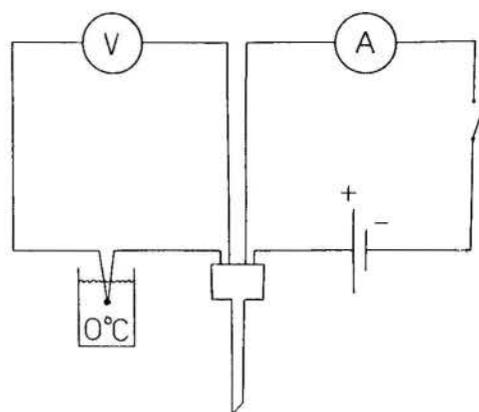


Figura 2. Esquema da montagem utilizada, onde o circuito do aquecedor consiste de um amperímetro, uma fonte de tensão e um interruptor; o circuito do termopar consiste de um voltímetro e uma referência.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 3 mostra a curva de calibração de uma das placas de fluxo, obtida contra a placa de fluxo importada. A constante de tempo das placas de fluxo construídas mostrou-se da mesma ordem de grandeza de placas disponíveis comercialmente no exterior. Uma vez calibrada, em princípio, a milivoltagem indicada pela placa fornecerá o fluxo de calor.

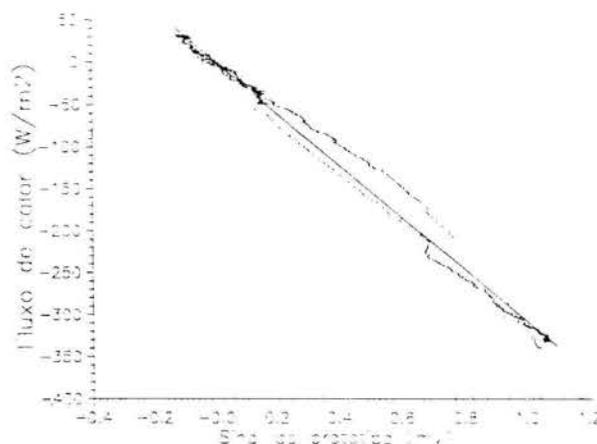


Figura 3. Curva de calibração da placa de fluxo construída.

Considerando-se no entanto a perturbação ocasionada pelo sensor, a razão entre o fluxo de calor indicado pelo sensor (Q_s) e o fluxo de calor no meio não perturbado (Q_m) pode ser obtida como uma função da razão entre as condutividades térmicas do sensor (k_s) e do meio (k_m), (Flanders, 1985):

$$Q_s/Q_m = \frac{k_s/k_m}{1 + G(k_s/k_m - 1)} \quad (1)$$

onde $0 < G < 1$ é um parâmetro que depende da geometria da placa e que, por exemplo, pode ser adotado como igual a 0,83 para um sensor fino com área sensível distante das bordas. Daí, uma vez conhecida a condutividade térmica da placa de fluxo, o interesse em se conhecer a condutividade térmica do solo.

No experimento I foram feitas quatro medições (em quatro dias diferentes) com cada uma das amostras, sendo que cada medição consistiu de dez repetições. O desvio percentual da média destas dez repetições foi sempre inferior a 1,0 (hum) %. Numa média para as quatro medições, os resultados foram:

Tabela 1. Resultados

Amostra nº	k (W/mK)	Desvio perc. da média
1	0,080	7,8 %
2	0,067	4,9 %
3	0,144	5,7 %
4	0,112	5,6 %
5	0,138	2,7 %
6	0,091	7,4 %

Parece possível imaginar-se que os valores de condutividade térmica devam ser uma função dos diversos componentes do solo, no entanto os dados não fornecem correlação entre a composição textural do solo e os valores de condutividade térmica. Comparando-se as areias (amostras 3 e 5) com os materiais de argila (amostras 1 e 4), os resultados mostram maior condutividade térmica para a areia do que para material de argila, o que está de acordo com os dados de Geiger citado por Bayer (1972).

As variações entre as medidas feitas em dias diferentes, que levaram, em quatro medições, a desvios percentuais entre 3 e 8 por cento, podem ser atribuídas ao contato térmico amostra-sonda, hipótese esta que sugeriu o experimento III onde se estudou a influência do grau de confinamento da amostra em função da sua condutividade térmica.

A Figura 4 - A mostra a variação da condutividade térmica de um solo de barranco em função do seu teor de umidade (base úmida). Os dados correspondentes acham-se na Tabela 2.

Tabela 2. Resultados

k (W/mK)	Umidade (b.u.)
1,382	26,1 %
1,146	24,0 %
0,897	21,4 %
0,268	12,8 %
0,085	0 %

A Figura 4 - B mostra a condutividade térmica em função do teor de umidade para uma amostra de solo de jardim, rica em matéria orgânica. Os dados correspondentes à Figura 4-B aparecem na Tabela 3:

Tabela 3. Resultados

k(W/mK)	Umidade (b.u.)	Temperatura (°C)
0,864	44,4 %	23,7
0,754	41,8 %	25,7
0,927	39,3 %	25,1
0,875	37,4 %	30,5
0,941	34,7 %	29,4
0,145	26,5 %	28,2
0,105	8,2 %	28,1
0,063	4,7 %	35,1
0,103	0,0 %	28,1

A temperatura indicada na terceira coluna é a temperatura média da sonda antes do início de cada repetição (os pontos da Fig. 4 são médias de dez repetições). Note-se que alguns pontos da Fig. 4 - B (Tabela 3) ficaram um pouco prejudicados pois uma temperatura superior à ambiente indica que a amostra, recém saída da estufa, ainda não havia atingido o equilíbrio térmico com o ambiente, es-

tando ainda submetida a gradientes internos de temperatura e umidade. As flutuações observadas na Figura 4 - B talvez estejam relacionadas com o elevado teor de matéria orgânica da amostra. Enfim, a curva da Fig. 4 - B não apresenta-se suave como a 4 - A devido a problemas de medição (gradientes de temperatura e umidade na amostra) e possivelmente devido a problemas de retenção de umidade pela matéria orgânica presente na amostra.

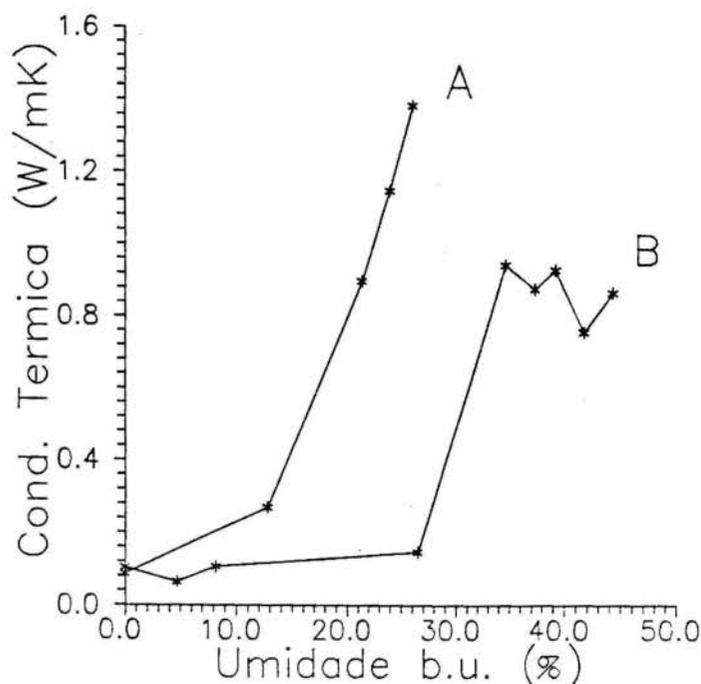


Figura 4. Condutividade térmica em função do teor de umidade. A: Solo de barranco; B: amostra rica em matéria orgânica.

Assumindo-se na Eq. (1) $G = 0,83$ e $k_s = 0,2$ W/mK e tomando-se os valores extremos de k_m da Tabela 2, obtém-se para o solo seco $Q_s/Q_m = 1,11$ e para o solo encharcado $Q_s/Q_m = 0,50$. Estes valores mostram a importância de se levar em conta a perturbação ocasionada pelo sensor quando da utilização de placas de fluxo. Naturalmente o erro na indicação da placa de fluxo será tanto maior quanto maior for a diferença entre k_s e k_m . Note-se ainda que a curva de Q_s/Q_m em função de k_s/k_m não apresenta simetria em relação ao valor de $k_s/k_m = 1,0$.

Valores de condutividade térmica para solos encharcados muito superiores à condutividade térmica da água mostram que a condutividade térmica do material de que são constituídos os grãos é bem superior à da água.

A Figura 5 mostra os resultados do experimento III. Observa-se que a areia quartzosa peneirada na fração de 1,0-0,5 mm apresenta condutividade térmica maior que a areia da fração de 2,0-1,0 mm. Isto deve-se ao fato da primeira possuir partículas menores, o que acarreta um maior contato entre elas ocasionando maior condução. Comparando-se as areias com o horizonte C lavado (curva C), novamente encontramos maior condutividade térmica para a areia do que para o material de argila, tal como já verificado no experimento I. A diferença entre os materiais de diferentes origens atribui-se à maior condutividade térmica do quartzo frente àquela das argilas silicatadas e à maior porosidade do material extraído do horizonte C, que implica num menor contato entre as partículas sólidas.

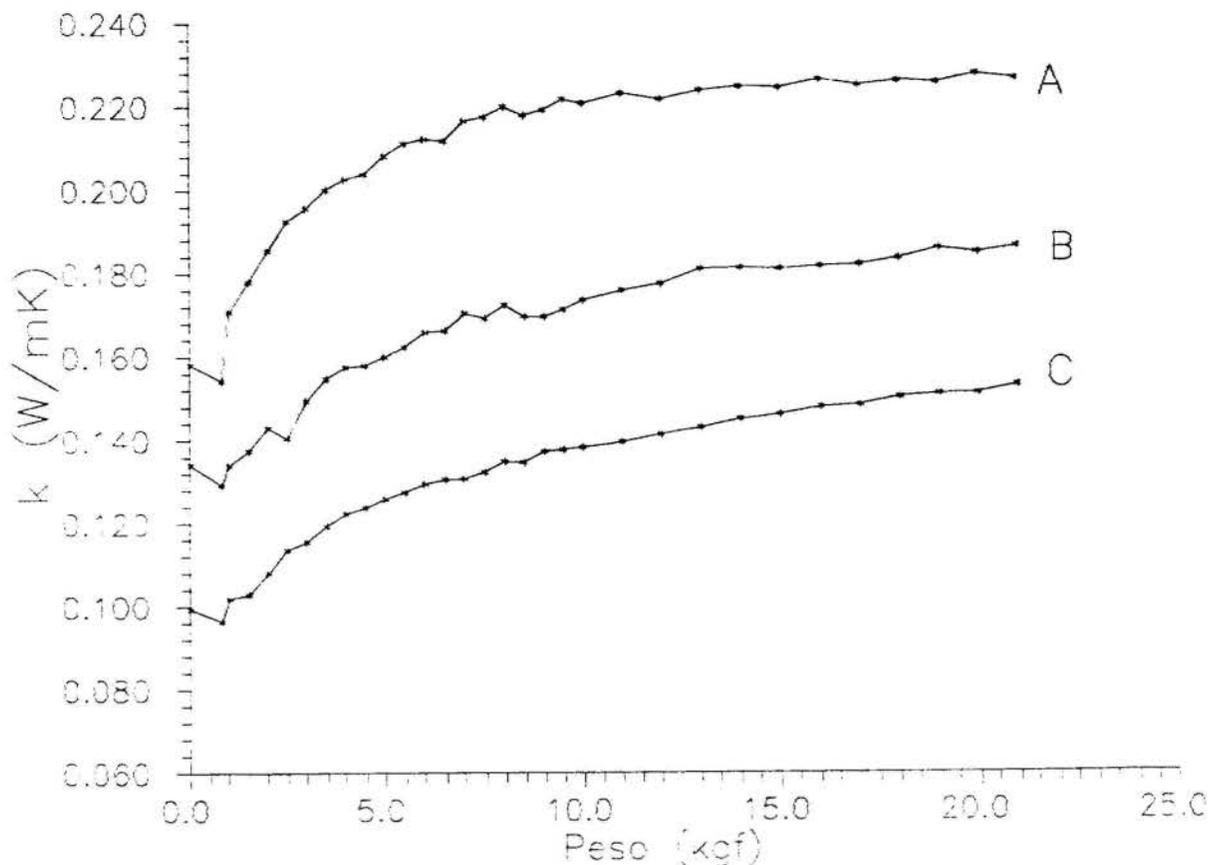


Figura 5. Condutividade térmica em função da tensão confinante (peso). A: Areia quartzosa 1-0,5 mm; B: Areia quartzosa 2-1 mm; C: Horizonte C lavado.

A Figura 5 mostra que a influência da tensão de confinamento sobre a condutividade térmica é praticamente igual nos três experimentos.

O acréscimo percentual da condutividade térmica foi de 44 % para a areia mais grossa, de 48 % para a areia mais fina e de 52 % para o horizonte C lavado, que possui partículas ainda menores. Embora pequenas, estas diferenças podem estar relacionadas com a granulometria, sugerindo que o mecanismo de acomodação das partículas menores cria novas áreas de contacto entre as partículas (e numa proporção maior que no caso de partículas maiores).

CONCLUSÕES

As placas de fluxo construídas apresentaram bom desempenho em testes de campo, de acordo com Oliveira (1991).

A condutividade térmica de diferentes amostras de solo foi determinada (Tabela 1), encontrando-se valores na faixa de 0,07 a 0,14 W/mK.

Em função do teor de umidade a condutividade térmica variou fortemente: de 0,085 a 1,382 W/mK para uma das amostras e de 0,103 a 0,864 W/mK para uma segunda amostra (ver Tabelas 2,3 e Figura 4).

O efeito da tensão de confinamento sobre a condutividade térmica foi praticamente o mesmo nos três experimentos realizados (Figura 5).

Em conformidade com a literatura, observou-se que os materiais de argila apresentaram condutividade térmica inferior aos materiais arenosos.

Recomenda-se calibrar as placas de fluxo em condições similares às de operação. No caso de operação em solos úmidos, a simples aplicação do fator de calibração pode levar

a uma grande subestimação dos valores do fluxo de calor. A rigor, nos casos em que a condutividade térmica do meio (km) varia, um fator de correção deve ser aplicado, similar ao apresentado na Eq. (1).

A influência da granulometria (textura) é pouco significativa quando comparada com a influência da umidade.

REFERÊNCIAS

- .Baver, L.D.; Gardner, W.H. e Gardner, W.R. "Soil Physics" 4 ed, John Wiley, 1972.
- .Flanders, S.N. "Confidence in heat flux transducer measurements of buildings" Research Civil Engineer, U.S.Army Cold Regions Res. and Eng. Lab, Hannover, 1985, p 515-531.
- .Nunes, E.L. "Desenvolvimento de fluxímetros termoelétricos" Tese MS, UFV, março 1992.
- .Oliveira, A.P. e Sakai, R.K., Relatório técnico do experimento em Iperó, IAG-USP, 90 páginas, dezembro de 1991.
- .Passos, E.F., Gianola, J.C. e Stori, C. "Mise au point d'un banc d'essais de mesure de la conductivité thermique de matériaux biologiques et des liquides." *Révue Generale de Thermique* 1985, 287: 811-813.

ABSTRACT

Heat flux sensors for soils were made by electrolytic deposition of copper on constantan wires. Thermal conductivity of soils were measured with a transient miniature probe as a function of moisture, granulation and different compression loads. Heat flux measurements errors attributable to differences of thermal conductivity are discussed.

APLICAÇÃO DE SOLUÇÕES FUNDAMENTAIS ISOTRÓPICAS PARA CONDUÇÃO DE CALOR EM MEIOS ANISOTRÓPICOS

MÁRIO M. PEREZ¹ e LUIZ C. WROBEL

Wesser Institute of Technology, Ashurst Lodge, Southampton, England

¹ Departamento de Eng. Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia

Sumário

Este trabalho apresenta uma formulação numérica para análise de problemas de condução de calor em meios homogêneos anisotrópicos utilizando o Método dos Elementos de Contorno com base na solução fundamental para o caso isotrópico. Adota-se uma posição genérica para o sistema de coordenadas, que pode não coincidir com as direções principais de ortotropia do meio. O procedimento desenvolvido é geral, podendo ser aplicado a problemas da teoria da elasticidade.

Introdução

O número de aplicações de materiais anisotrópicos na solução de problemas tecnológicos tem crescido consideravelmente nos últimos anos, ao ponto de atualmente considerar-se o uso de materiais compostos como prática comum na indústria aeroespacial, em componentes como escudos térmicos para altas temperaturas, assim como na indústria eletrônica, em placas de circuitos integrados de fibra de vidro.

O tratamento analítico da equação de condução de calor para materiais anisotrópicos é geralmente considerado difícil, particularmente para regiões finitas (Özişik, 1980). Assim, a solução de problemas complexos de engenharia tem que ser obtida através de métodos numéricos.

O Método dos Elementos de Contorno (MEC) tem atraído a atenção de engenheiros devido, principalmente, à facilidade de geração de dados e à precisão dos resultados obtidos com esta técnica. A solução numérica de problemas de condução de calor em meios anisotrópicos, usando funções de Green apropriadas, foi apresentada por Chang *et al.* em 1973. No entanto o progresso do MEC tem sido relativamente lento na solução de problemas de termo-elasticidade em meios ortotrópicos e anisotrópicos devido, talvez, à complexidade matemática e a necessidade de se determinar parte das soluções fundamentais numericamente (Brebbia e Dominguez, 1989).

A formulação proposta no presente trabalho utiliza soluções fundamentais isotrópicas na resolução de problemas bi-dimensionais de condução de calor em meios anisotrópicos. Uma idéia semelhante foi empregada recentemente por Shi (1990) para análise de placas, e por Perez e Wrobel (1992a) para problemas potenciais em meios ortotrópicos.

O procedimento de solução consiste, inicialmente, na transformação da equação diferencial do problema homogêneo anisotrópico em uma equação diferencial não-homogênea equivalente, onde a solução fundamental isotrópica pode ser empregada. A seguir, a formulação convencional do MEC é aplicada, produzindo uma equação integral envolvendo não somente variáveis no contorno mas também uma variável no domínio. A existência desta incógnita no domínio torna necessária a derivação de uma equação adicional, que é obtida pela diferenciação da equação integral original. Este processo envolve o cálculo da derivada de uma integral fortemente singular, que é tratado seguindo o procedimento apresentado em Brebbia *et al.* (1984), com base no conceito originalmente proposto por Mikhlin (1962).

Formulação das Equações Integrais

A equação diferencial parcial que governa o problema de condução de calor em um meio anisotrópico, em regime permanente, na ausência de fontes internas, pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (1)$$

no caso bi-dimensional, sendo T a temperatura e k_{xx} , k_{xy} , k_{yx} e k_{yy} os coeficientes de condutividade térmica do meio. Esta equação incorpora o conceito geral de anisotropia, que se refere a meios não-homogêneos. As condições de contorno associadas geralmente são condições de Dirichlet (temperatura prescrita), Neumann (fluxo prescrito) ou Robin (convecção).

Neste trabalho, consideram-se somente materiais homogêneos. Além disso, com base no teorema de Onsager da termodinâmica de processos irreversíveis (Özişik, 1980), pode-se mostrar que quando os fluxos de calor são linearmente proporcionais aos gradientes de temperatura, como implícito na Eq.(1), os coeficientes de condutividade obedecem à relação de reciprocidade:

$$k_{xy} = k_{yx} \quad (2)$$

Levando-se em conta as considerações acima, a Eq.(1) pode ser re-escrita como:

$$k_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + 2k_{xy} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} + k_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

Por conveniência da formulação matemática, a Eq.(3) é re-escrita na forma:

$$\nabla^2 T = k_1 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - k_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \quad (4)$$

onde k_1 expressa a razão $(k_{xx} - k_{yy})/k_{xx}$ e k_2 a razão $2k_{xy}/k_{xx}$.

Aplicando-se a formulação tradicional do MEC como apresentada por Brebbia *et al.* (1984) à equação acima, obtém-se:

$$T(\xi) + \int_{\Gamma} T(\chi) f_n^*(\xi, \chi) d\Gamma(\chi) - \int_{\Gamma} f_n(\chi) T^*(\xi, \chi) d\Gamma(\chi) = \int_{\Omega} \left[k_1 \frac{\partial^2 T(\chi)}{\partial y^2} - k_2 \frac{\partial^2 T(\chi)}{\partial x \partial y} \right] T^*(\xi, \chi) d\Omega(\chi) \quad (5)$$

onde ξ e χ representam os pontos fonte e campo, respectivamente; $T^*(\xi, \chi)$ é a solução fundamental da equação de Laplace;

$f_n(\chi) = \partial T(\chi)/\partial n(\chi)$ é uma força (segundo definição de Özişik, 1980) no ponto χ ; $f_n^*(\xi, \chi) = \partial T^*(\xi, \chi)/\partial n(\chi)$; e $n(\chi)$ é a normal externa no ponto campo.

A Eq.(5) é válida para pontos fonte ξ localizados na região Ω . Uma equação integral semelhante pode ser obtida para pontos do contorno através de um processo limite, na forma:

$$c(\xi)T(\xi) + \int_{\Gamma} T(\chi) f_n^*(\xi, \chi) d\Gamma(\chi) - \int_{\Gamma} f_n(\chi) T^*(\xi, \chi) d\Gamma(\chi) = \int_{\Omega} [k_1 b_1(T) - k_2 b_2(T)] T^*(\xi, \chi) d\Omega(\chi) \quad (6)$$

onde o coeficiente $c(\xi)$ é função do ângulo interno do contorno no ponto ξ (Brebbia *et al.*, 1984); $b_1(T) = \partial^2 T(\chi)/\partial y^2$ e $b_2(T) = \partial^2 T(\chi)/\partial x \partial y$. O termo entre colchetes na Eq.(6) é considerado como uma incógnita no domínio que deve ser calculada juntamente com as incógnitas no contorno.

Assim, o uso de soluções fundamentais isotrópicas para resolver este problema implica em que uma nova equação integral seja estabelecida para determinação das incógnitas internas. Esta equação integral adicional é obtida por meio de uma combinação linear de duas derivadas de segunda ordem da Eq.(5). Inicialmente, calcula-se a segunda derivada da Eq.(5) com relação à coordenada y do ponto fonte ξ , na forma:

$$\frac{\partial^2 T(\xi)}{\partial y_\xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_\xi^2} \int_{\Gamma} T(\chi) f_n^*(\xi, \chi) d\Gamma(\chi) - \frac{\partial^2}{\partial y_\xi^2} \int_{\Gamma} f_n(\chi) T^*(\xi, \chi) d\Gamma(\chi) = \frac{\partial^2}{\partial y_\xi^2} \int_{\Omega} [k_1 b_1(T) - k_2 b_2(T)] T^*(\xi, \chi) d\Omega(\chi) \quad (7)$$

A segunda equação é obtida pela diferenciação cruzada da Eq.(5) com relação as coordenadas x e y do ponto fonte ξ :

$$\frac{\partial^2 T(\xi)}{\partial x_\xi \partial y_\xi} + \frac{\partial^2}{\partial x_\xi \partial y_\xi} \int_{\Gamma} T(\chi) f_n^*(\xi, \chi) d\Gamma(\chi) - \frac{\partial^2}{\partial x_\xi \partial y_\xi} \int_{\Gamma} f_n(\chi) T^*(\xi, \chi) d\Gamma(\chi) = \frac{\partial^2}{\partial x_\xi \partial y_\xi} \int_{\Omega} [k_1 b_1(T) - k_2 b_2(T)] T^*(\xi, \chi) d\Omega(\chi) \quad (8)$$

Finalmente, multiplicando-se a Eq.(7) por k_1 , a Eq.(8) por k_2 , subtraindo-se (8) de (7), e derivando as integrais ao longo do contorno e de domínio, obtem-se a equação suplementar, que é expressa por:

$$\begin{aligned} & \{k_1 b_1[T(\xi)] - k_2 b_2[T(\xi)]\} + \\ & \int_{\Gamma} T(\chi) \left[k_1 \frac{\partial^2 f_n^*(\xi, \chi)}{\partial y_\xi^2} - k_2 \frac{\partial^2 f_n^*(\xi, \chi)}{\partial x_\xi \partial y_\xi} \right] d\Gamma(\chi) - \\ & \int_{\Gamma} f_n(\chi) \left[k_1 \frac{\partial^2 T^*(\xi, \chi)}{\partial y_\xi^2} - k_2 \frac{\partial^2 T^*(\xi, \chi)}{\partial x_\xi \partial y_\xi} \right] d\Gamma(\chi) = \\ & \sum_{i=1}^m (\{k_1 b_1[T(\chi_i)] - k_2 b_2[T(\chi_i)]\} [I_1, -I_2]) \quad (9) \end{aligned}$$

onde m é o número de células internas usadas no processo de discretização e χ_i é o ponto de colocação no centro da célula i . O procedimento de diferenciação, que requer um tratamento especial das integrais fortemente singulares, é descrito em detalhes por Perez e Wrobel (1992b).

As expressões a serem integradas em cada célula são dadas por:

$$I_1 = k_1 \left[\int_{\Omega} \frac{\partial^2 T^*(\xi, \chi)}{\partial y_\xi^2} d\Omega(\chi) - \frac{1}{2} \right] \quad (10)$$

$$I_2 = k_2 \left[\int_{\Omega} \frac{\partial^2 T^*(\xi, \chi)}{\partial y_\xi \partial x_\xi} d\Omega(\chi) - 0 \right] \quad (11)$$

onde o traço nos símbolos de integração significa que as integrais devem ser interpretadas no sentido de valor principal de

Cauchy, sendo calculadas semi-analiticamente para o tipo de discretização adotado no presente trabalho.

O segundo termo entre colchetes na Eq.(10), assim como na Eq.(11), pode ser interpretado como resultante da aplicação da regra de Leibnitz ou, como expresso por Bui (1978), como o termo adicional resultante do fato de que o domínio Ω_ϵ , que é obtido de Ω removendo-se um círculo de raio ϵ centrado no ponto fonte ξ , varia de acordo com a posição de ξ .

Na formulação numérica utilizada, o termo entre chaves no lado esquerdo da Eq.(9) é somado ao seu similar do lado direito, e considerado como incógnita. Este procedimento é conveniente pois evita a necessidade de se calcular os termos $b_1(T)$ e $b_2(T)$ separadamente, o que envolveria um maior número de operações matriciais.

Formulação Matricial

O primeiro passo na solução numérica do problema é a discretização do contorno Γ em l elementos constantes e do domínio Ω em m células retangulares constantes. Pode notar-se que, neste processo, aparecem não somente as variáveis convencionais ao longo do contorno, como também incógnitas internas associadas ao centróide de cada célula.

A seguir, através da colocação sucessiva da Eq.(6) discretizada em cada nó do contorno ($i = 1, \dots, l$), é possível expressar o sistema de equações resultantes na forma:

$$\mathbf{HT} - \mathbf{GF} = \mathbf{EB} \quad (12)$$

sendo \mathbf{H} e \mathbf{G} as matrizes de influência convencionais do MEC; \mathbf{E} uma matriz $l \times m$ resultante da integração do domínio; \mathbf{T} e \mathbf{F} vetores de valores nodais; e \mathbf{B} um vetor contendo as incógnitas $[k_1 b_1(T) - k_2 b_2(T)]$ nos pontos de colocação internos.

Um segundo conjunto de equações pode ser obtido analogamente, aplicando-se a versão discretizada da Eq.(9) nos m pontos de colocação internos, obtendo-se:

$$\overline{\mathbf{H}}\mathbf{T} - \overline{\mathbf{G}}\mathbf{F} = \overline{\mathbf{E}}\mathbf{B} \quad (13)$$

onde $\overline{\mathbf{H}}$ e $\overline{\mathbf{G}}$ são matrizes $m \times l$ calculadas a partir das integrais de contorno, e $\overline{\mathbf{E}}$ uma matriz $m \times m$ resultante da integral de domínio.

As Eqs.(12) e (13) contem $l + m$ variáveis - ou seja, as l incógnitas de contorno convencionais mais m incógnitas adicionais no domínio. Eliminando-se as m incógnitas internas contidas no vetor \mathbf{B} através de um processo de condensação de graus de liberdade semelhante ao utilizado no Método dos Elementos Finitos, a Eq.(13) pode ser re-escrita na forma:

$$\mathbf{B} = \overline{\mathbf{E}}^{-1}(\overline{\mathbf{H}}\mathbf{T} - \overline{\mathbf{G}}\mathbf{F}) \quad (14)$$

Substituindo-se a Eq.(14) na Eq.(12), obtem-se:

$$(\mathbf{H} - \mathbf{E}\overline{\mathbf{E}}^{-1}\overline{\mathbf{H}})\mathbf{T} = (\mathbf{G} - \mathbf{E}\overline{\mathbf{E}}^{-1}\overline{\mathbf{G}})\mathbf{F} \quad (15)$$

O sistema final de equações algébricas é obtido pela imposição das condições de contorno do problema. Uma vez resolvido o sistema de equações resultante, variáveis internas podem ser calculadas, se necessárias, através da Eq.(5).

Cálculo das Integrais de Valor Principal de Cauchy

Devido ao tipo de discretização interna adotado no presente trabalho, é possível calcular-se os componentes da matriz $\overline{\mathbf{E}}$ usando-se um processo semi-analítico. As integrais sobre a célula que contem o ponto fonte ξ são determinadas analiticamente en-

quanto as integrações sobre células não-singulares são calculadas numericamente usando-se quadratura de Gauss.

Na integração sobre a célula que contém o ponto fonte, Ω_s , a integral de domínio na Eq.(10) é expandida na forma:

$$I_{1s} = \int_{\Omega_s} -\frac{1}{2\pi r^2} \left\{ 1 - \frac{2[y(x) - y(\xi)]}{r^2} \right\} d\Omega(x) \quad (16)$$

A seguir, introduz-se um sistema de coordenadas polares centrado no ponto fonte, o que possibilita re-escrever a Eq.(16) na forma:

$$I_{1s} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \int_{\epsilon}^{R(\theta)} -\frac{1}{2\pi r} (1 - 2 \sin^2 \theta) dr d\theta \quad (17)$$

onde $R(\theta)$ é a distância de ξ ao contorno da célula (Fig.1).

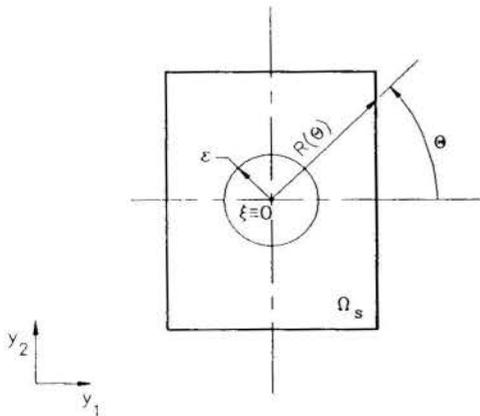


Figure 1: Nomenclatura para cálculo analítico das integrais singulares

O lado direito da Eq.(17) pode, então, ser integrado com respeito a r , obtendo-se:

$$I_{1s} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - 2 \sin^2 \theta) \ln R(\theta) d\theta - \left(-\frac{1}{2\pi} \right) \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\ln \epsilon \int_0^{2\pi} (1 - 2 \sin^2 \theta) d\theta \right) \quad (18)$$

Como a origem do sistema de coordenadas polares O coincide com o ponto fonte ξ no centro da célula (Fig.1), a última integral na Eq.(18) é identicamente zero. Além disso, a simetria da célula e de $R(\theta)$ fazem com que a primeira integral em (18) também seja zero. Assim, obtém-se que I_{1s} é identicamente nulo.

Seguindo-se um procedimento análogo, é possível mostrar-se que o resultado da integração sobre Ω_s da integral de domínio na Eq.(11) também é identicamente nulo.

Exemplo Numérico

Nêste exemplo, os resultados obtidos com a presente formulação para o caso de condução de calor em uma lâmina anisotrópica semi-infinita são comparados com uma solução analítica proposta por Xiangzhou (1990).

Na modelagem numérica a lâmina é considerada como finita, porém com comprimento dez vezes maior do que sua altura. O sistema de coordenadas cartesianas (x, y) segue a geometria da lâmina mas não coincide com as direções principais de ortotropia do material.

Os coeficientes de condutividade térmica são tomados como $k_{xx} = 0.5$, $k_{xy} = 0.2236$ e $k_{yy} = 0.4$, enquanto as condições de contorno são prescritas na forma de temperaturas simétricas com relação ao eixo y . Estas condições são definidas por:

$$T = 0, \quad y = 0$$

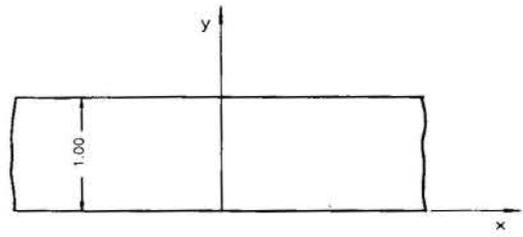


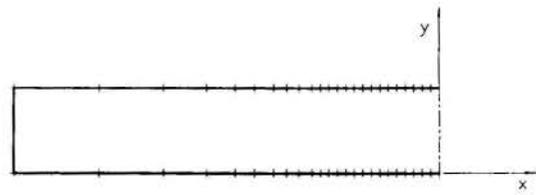
Figure 2: Lâmina anisotrópica

$$T = \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right), \quad |x| < 1, \quad y = 1$$

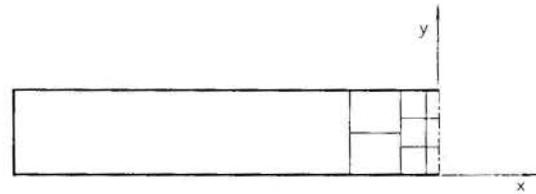
$$T = 0, \quad |x| > 1, \quad y = 1$$

$$T = 0, \quad |x| = 5$$

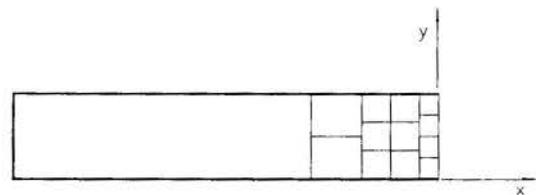
Na solução numérica do problema, a discretização do contorno apresentada na Fig.3(a) é mantida constante enquanto três malhas internas diferentes, mostradas nas Figs.3(b), (c) e (d) foram testadas para avaliar-se a convergência do método.



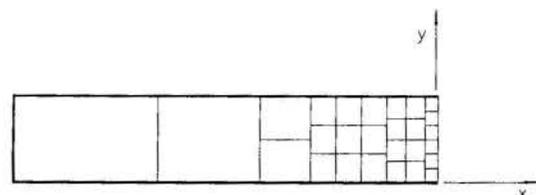
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 3: Discretização do contorno (a); e malhas internas com 15 (b), 26 (c) e 54 (d) células

Os resultados para as forças normais f_n , obtidos com as discretizações acima, são mostrados nas Figs.4 e 5 para as faces superior e inferior da lâmina, respectivamente, e comparados com a solução analítica. Pode notar-se, na Fig.4, que as acentuadas variações dos resultados analíticos em $x = 1$ e $x = -1$, causadas pela descontinuidade do gradiente de temperatura na direção x , são corretamente reproduzidas pela solução numérica mesmo quando uma malha interna pouco refinada é utilizada. Na Fig.5, a simetria transladada devida ao efeito da anisotropia do material também é corretamente reproduzida.

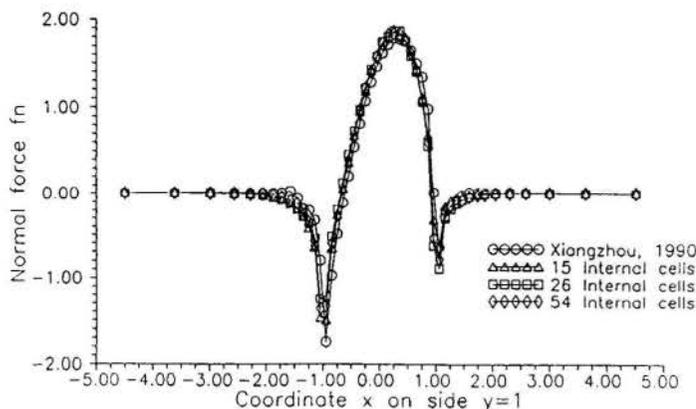


Figure 4: Força normal f_n na face $y = 1$

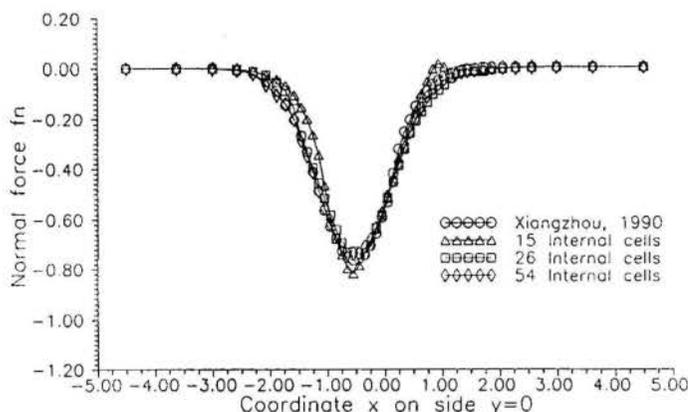


Figure 5: Força normal f_n na face $y = 0$

Conclusões

A principal vantagem observada na presente formulação é a sua generalidade, permitindo uma extensão imediata para problemas tri-dimensionais e, sobretudo, para a aplicação a problemas ortotrópicos e anisotrópicos da teoria da elasticidade, para os quais soluções fundamentais apropriadas apresentam dificuldades matemáticas e numéricas.

Geometrias curvas podem ser representadas por elementos e células de ordem superior, para as quais o cálculo das integrais singulares que aparecem na formulação proposta pode ser feito numericamente usando-se um esquema adequado (por exemplo, o proposto por Guiggiani e Gigante, 1990).

Agradecimentos

Os autores são gratos ao Prof. J.C.F. Telles, da COPPE/UFRJ, e ao Prof. H. Power, da Universidade Central da Venezuela, pelas suas comunicações sobre integrais impróprias. O primeiro autor também agradece o apoio financeiro do CNPq e o afastamento concedido pelo Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Referências

- Brebbia, C.A., Telles, J.C.F. e Wrobel, L.C., 1984, *Boundary Element Techniques: Theory and Applications in Engineering*, Springer-Verlag, Berlin.
- Brebbia, C.A. e Dominguez, J., 1989, *Boundary Elements: An Introductory Course*, Computational Mechanics Publications, Southampton, e McGraw-Hill, New York.

Bui, H.D., 1977, Some Remarks About the Formulation of Three-Dimensional Thermoelastoplastic Problems by Integral Equations, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 14, pp. 935-939.

Chang, Y. P., Kang, C. S. and Chen, D. J., 1973, The Use of Fundamental Green's Functions for the Solution of Problems of Heat Conduction in Anisotropic Media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 1905-1918.

Guiggiani, M. and Gigante, A., 1990, A General Algorithm for Multidimensional Cauchy Principal Value Integrals in the Boundary Element Method. *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 906-915.

Mikhlin, S. G., 1962, *Singular Integral Equations*, American Mathematical Society Transactions, series 1, iv, pp. 84-197.

Özişik, M. N., 1980, *Heat Conduction*, John Wiley & Sons Inc.

Perez, M. M. and Wrobel, L. C., 1992a, A General Integral Equation Formulation for Homogeneous Orthotropic Potential Problems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, in press.

Perez, M.M. e Wrobel, L.C., 1992b, The Use of Anisotropic Fundamental Solutions for Heat Conduction in Anisotropic Media, submitted to *International Journal for Numerical Methods in Heat and Fluid Flow*.

Shi, G., 1990, Boundary Element Method in Bending and Eigenvalue Problems of Anisotropic Plates, *Boundary Elements in Mechanical and Electrical Engineering*, Computational Mechanics Publications, Southampton e Springer-Verlag, Berlin.

Xiangzhou, Z., 1990, Steady-State Temperatures in an Anisotropic Strip, *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 16-20.

Summary

In this paper a numerical formulation for solving homogeneous anisotropic heat conduction problems based on the use of an isotropic fundamental solution is presented. The analysis is carried out assuming a generic position of the coordinate axes, which may not coincide with the principal directions of orthotropy of the material. The two primary integral equations of the method are derived from the governing differential equation of the problem. Then, the numerical procedure is developed by rewriting the internal degrees of freedom that arise from the domain discretization in terms of the boundary nodes and solving the resulting system of linear equations for the boundary unknowns only. Special attention is given in the paper to the evaluation of Cauchy principal value integrals. The main feature of the proposed formulation is its generality, which makes possible its direct extension to solve the problem of three-dimensional heat conduction in anisotropic media and, foremost, to three-dimensional orthotropic and anisotropic elasticity or elastoplasticity.

ESTUDO DE QUEIMADOR MULTIPONTOS PARA GASES

ANA OSÍLIA PAIXÃO LEITE

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - FEG/UNESP
MARCO AURÉLIO FERREIRA e JOÃO ANDRADE DE CARVALHO JÚNIOR
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

RESUMO

Apresenta-se o estudo de um queimador multipontos para gás. O dispositivo experimental permitiu a análise de chamas turbulentas múltiplas, através da queima por difusão de jatos formados pela descarga de acetileno de queimadores posicionados verticalmente com diâmetros internos de saída de 1, 2, 3 e 4,4mm. Medidas do comprimento da chama foram feitas para arranjos de 1, 2, 3 e 5 queimadores de mesmo diâmetro, variando-se a distância entre eles.

INTRODUÇÃO

Em alguns queimadores que necessitam de grandes vazões de gás, o escoamento é dividido em vários jatos individuais visando a melhoria das condições de queima. A interação entre os jatos individuais influencia o tamanho e a forma das chamas, além de alterar as características de combustão. Essa interação depende do espaçamento entre os queimadores, do arranjo físico e do número de queimadores.

A análise de chamas em interação mútua inclui os experimentos de Lenze et al. (1975) com chamas livres e confinadas de gás natural (81%CH₄, 3% C₂H₂, 14% N₂ e os 2% em volume restantes de C₃H₈, C₄H₁₀, CO₂ e O₂) e de gás de rua (55% H₂, 24% CH₄, 16% CO₂, além de C₂H₆, C₃H₈, C₄H₁₀, CO, O₂ e H₂O). Todas as chamas estudadas estavam estabilizadas nos queimadores. Foram feitas medidas de H₂, CH₄, CO, O₂ e CO₂ no eixo da chama central para diferentes distâncias de separação entre os queimadores.

O comprimento da chama foi obtido da concentração de CO no eixo da chama central (dado pelo ponto onde a concentração de CO é zero) e por fotografia.

Dos resultados obtidos experimentalmente, Lenze et al. concluíram que em queimadores múltiplos, o comprimento da chama aumenta com a diminuição da distância de separação entre as chamas. Além disso, a relação entre o comprimento da chama central e a relação distância de separação/diâmetro de saída pode ser expressa por uma equação simples. Foi observado também que os dados de comprimento de chama obtidos de fotografia e das medidas da concentração axial de CO concordaram bem.

Menon e Gollahalli (1985) estenderam o estudo anterior para chamas múltiplas de propano do tipo suspensas. O comprimento da chama foi obtido por fotografia. Foi estudada a variação da velocidade de "blow-out" com a distância de separação para queimadores múltiplos.

A interação de chamas suspensas para 2 ou 3 jatos de propano cessava quando a relação entre a distância de separação e o diâmetro de saída do queimador (a/d_0) era de aproximadamente 20, o que concordava com os resultados de Lenze et al. Para 5 jatos,

a interação parecia continuar até a/d_0 próximo de 30.

Atualmente, Heitor et al. (1991) trabalham com chamas luminosas e não luminosas através da queima de gás propano e metano respectivamente. As chamas estudadas são do tipo suspensas e os comprimentos de chama foram obtidos através de observação visual e de fotografia. Uma expressão empírica foi deduzida para quantificar a dependência do comprimento da chama com o grau de interação, ou seja, com a proximidade entre as chamas. Os resultados obtidos experimentalmente confirmam o aumento do comprimento de chama com o número de jatos, com o número de Reynolds e com a diminuição da distância entre os queimadores e indicam a disponibilidade de oxigênio como sendo o efeito dominante no processo de interação. Como já havia sido observado por Menon e Gollahalli isso ocorre porque o comprimento de chama depende da área de exposição de combustível, do oxigênio disponível e do coeficiente de difusão, aumentando, portanto, com o aumento da competição por ar.

Neste trabalho, é investigado um queimador multipontos para acetileno. O gás foi escolhido tendo em vista o seu baixo custo e composição conhecida. O dispositivo experimental foi projetado de maneira a permitir a análise de chamas turbulentas múltiplas, através da queima de jatos formados pela descarga de acetileno de queimadores posicionados verticalmente com diâmetros internos de saída de 1, 2, 3 e 4,4mm. Medidas do comprimento de chama foram feitas para 1, 2, 3 e 5 queimadores de mesmo diâmetro, variando-se a distância entre eles. Os queimadores foram colocados em linha para 2 e 3 jatos e na configuração mostrada a seguir para 5 jatos (Figura 1).

Para a situação na qual $n = 2$ (n representa o número de queimadores), os jatos sofreram influência um do outro somente de um lado. Quando $n = 3$, o jato central sofreu influência dos dois lados e com $n = 5$, dos quatro lados.

As vazões de gás foram medidas com o uso de placas de orifício projetadas de acordo com a norma ASME (1971) e de acordo com Delmée (1989). As placas foram calibradas na Faculdade de Engenharia

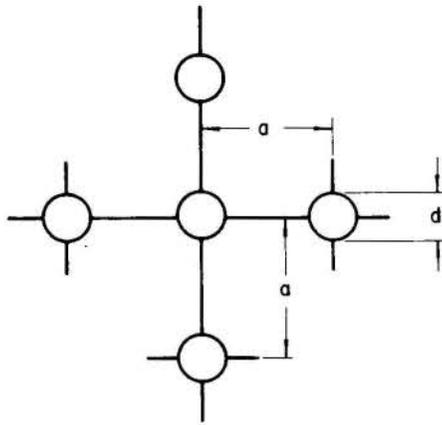


Figura 1. Arranjo físico dos queimadores (5 jatos).

Em todos os testes, a velocidade inicial do jato foi mantida constante para cada conjunto de tubos de mesmo diâmetro interno. O comprimento da chama visível foi obtido através de fotografia.

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

A linha de alimentação foi projetada com o auxílio de um programa já existente (Ferreira, 1991) que com algumas modificações pode ser usado para o caso de interesse.

Um esquema simplificado da linha é mostrado na Figura 2, onde (1) representa o cilindro de acetileno, (2) o regulador de pressão, (3) a válvula de agulha, (4) o dispositivo para medição de vazão, (5) o distribuidor e (6) as saídas para os bicos queimadores.

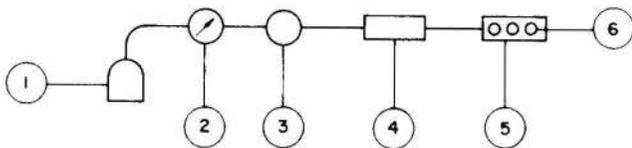


Figura 2. Esquema simplificado da linha de alimentação.

O distribuidor foi projetado de maneira a permitir até seis saídas para bicos queimadores. Como as saídas foram dispostas simetricamente uma às outras, quando se necessitou testar dois bicos queimadores, duas saídas opostas foram ligadas cada uma a um queimador, enquanto as outras quatro saídas eram fechadas. Com isso, conseguiu-se para uma dada vazão de gás de entrada, dividir-se igualmente essa vazão entre os dois bicos.

Para os testes com três bicos, três saídas simetricamente opostas foram ligadas aos queimadores, enquanto as outras três foram fechadas e assim conseguiu-se distribuir igualmente a vazão de entrada pe

los três bicos.

Para os testes com cinco bicos, todas as saídas foram ligadas aos queimadores e um queimador foi posicionado distante o suficiente do arranjo dos outros cinco, de maneira a não interferir na queima.

Os bicos queimadores com diâmetros de saída de 1, 2, 3 e 4,4mm foram montados em tubos de comprimento 30cm de aço inox que por sua vez eram dispostos em uma placa de ferro perfurada de maneira a permitir a variação da distância entre os tubos com o diâmetro de saída (a/d_0) de 5, 10, 15 e 20. Uma placa de alumínio foi usada como guia para os tubos, garantindo-se, assim, a posição vertical dos bicos e a distância entre eles.

Os testes experimentais foram realizados em um galpão, livre de vento, para que se reproduzisse uma queima de ar parado.

Para um dado diâmetro de saída do bico queimador, por exemplo, 3mm, testes foram feitos em conjuntos de 2, 3 e 5 queimadores, variando-se a distância centro a centro entre os bicos de 5, 10, 15 e 20 d_0 . Testes foram feitos, também, com um queimador, visando a comparação entre o comprimento da chama individual com o comprimento obtido no caso de chamas múltiplas.

O comprimento da chama foi obtido por fotografia. Foi utilizado filme preto e branco, ASA100, e as fotografias foram tiradas com velocidade de 500 e abertura 4. A distância e altura da câmara aos queimadores foi mantida constante para cada conjunto de queimadores de mesmo diâmetro.

Para que se pudesse encontrar o comprimento da chama, dois métodos foram usados.

No primeiro método, uma escala padrão foi construída e fotografada em posições diferentes da placa perfurada, posições essas que nos testes correspondiam às posições dos tubos com os queimadores. Com as fotos da escala padrão pode ser encontrado para cada posição, a relação existente entre o comprimento verdadeiro e o obtido na fotografia.

No segundo método, duas escalas foram fixadas atrás da placa perfurada e a escala padrão foi fotografada nas mesmas posições descritas no primeiro método. Comparando-se a escala padrão com as duas escalas através das fotos, gráficos do tipo mostrado na Figura 3 puderam ser montados.

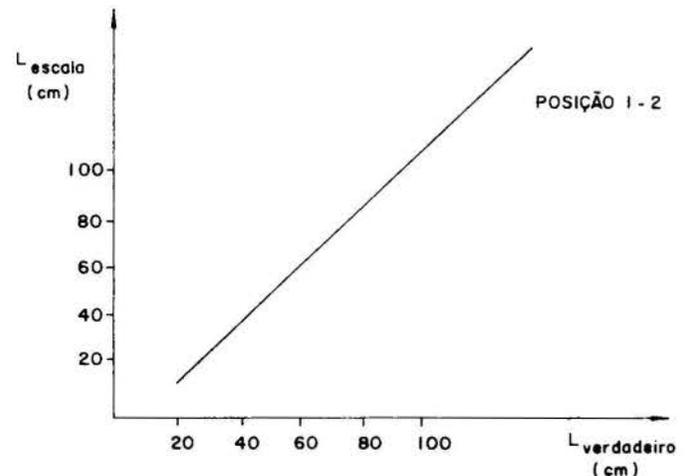


Figura 3. Gráfico para obtenção do comprimento da chama em função do comprimento da escala.

Para a determinação do comprimento da chama, entra-se no gráfico com o valor encontrado na fotografia nas escalas e o comprimento verdadeiro pode ser obtido.

RESULTADOS OBTIDOS

Os dois métodos descritos no item anterior foram usados para a determinação do comprimento da chama. Como a variação entre eles foi mínima (dentro de aproximadamente 1%), optou-se por considerar o comprimento obtido pelo primeiro método para a análise dos resultados.

Queimadores com diâmetro de 4,4mm

Para o estudo da chama individual, dois artifícios foram usados. Testes foram feitos inicialmente com duas saídas do distribuidor abertas, posicionando-se os queimadores de maneira a não haver influência de uma chama sobre a outra (situação 1). Quando dos testes com cinco queimadores, as seis saídas do distribuidor foram ligadas aos queimadores, um queimador foi mantido isolado do arranjo e o comprimento da chama individual para esse caso foi também analisado (situação 2).

A Figura 4 mostra o comprimento da chama individual em função do número de Reynolds na saída do queimador para os dois casos. As curvas da Figura 4, bem como as subsequentes, foram obtidas por interpolação logarítmica com auxílio do software Grapher.

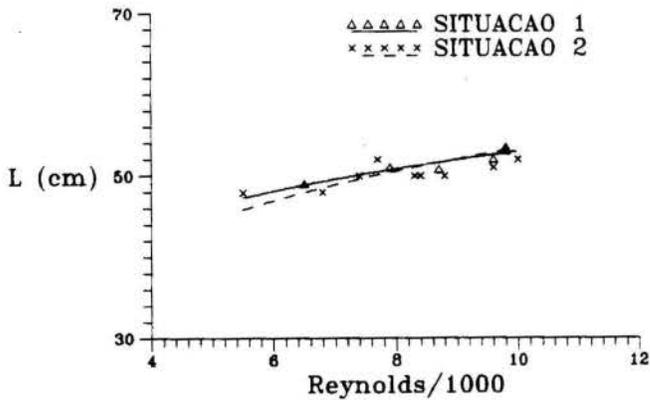


Figura 4. Variação do comprimento da chama com o número de Reynolds na saída do queimador (n = 1, d₀ = 4,4 mm).

A Figura 5 mostra os resultados obtidos quando dois queimadores foram usados com a/d₀ igual a 5, 10, 15 e 20. No gráfico, considera-se o número de Reynolds na saída de cada um dos queimadores. Neste caso, n = 2, cada curva representa um arranjo com dois queimadores.

Para a queima com três bicos, os queimadores foram colocados em linha e a distância entre eles foi variada de 5, 10, 15 e 20 d₀. A Figura 6 apresenta os resultados obtidos para o arranjo com três queimadores.

Para os testes com cinco queimadores o arranjo adotado foi o mostrado na Figura 1. O comprimento da chama central foi medido e os dados obtidos são mostrados na Figura 7.

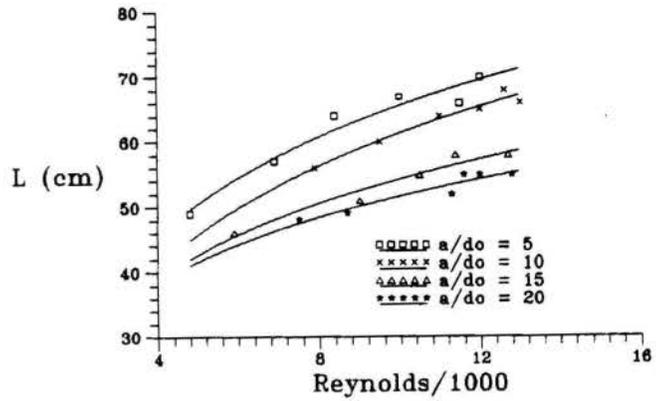


Figura 5. Variação do comprimento da chama com o número de Reynolds na saída do queimador (n = 2, d₀ = 4,4 mm).

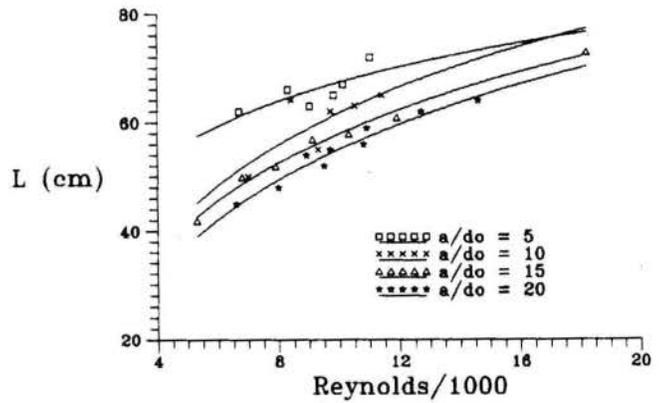


Figura 6. Variação do comprimento da chama com o número de Reynolds na saída do queimador (n = 3, d₀ = 4,4 mm).

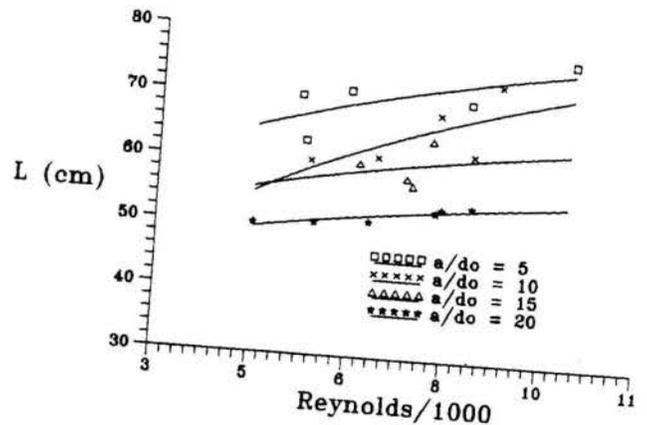


Figura 7. Variação do comprimento da chama com o número de Reynolds na saída do queimador (n = 5, d₀ = 4,4 mm).

Das Figuras 4-7, o gráfico da Figura 8 pode ser levantado. Adotando-se um valor intermediário para o número de Reynolds na saída do queimador, por exemplo, $9,0 \times 10^3$, o comprimento da chama é determinado para cada arranjo de queimadores ($n = 1, 2, 3$ e 5) e para cada relação a/d_o .

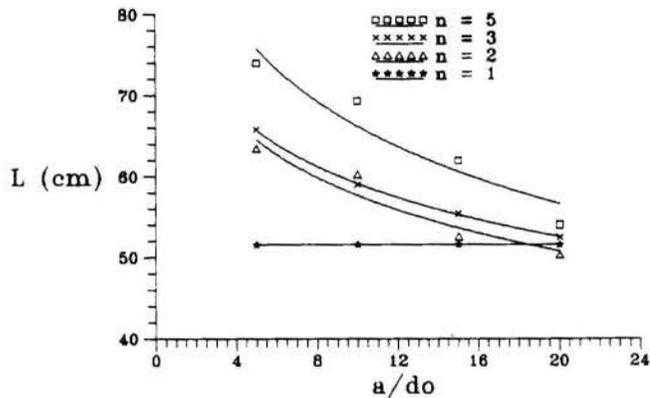


Figura 8. Variação do comprimento da chama com a relação entre a distância de separação e o diâmetro de saída do queimador ($d_o = 4,4\text{mm}$, $Re_{d_o} = 9,0 \times 10^3$).

Queimadores com diâmetro de 3,0mm

Na Figura 9 o comportamento de chamas múltiplas é mostrado em função da distância de separação para queimadores com diâmetro de 3,0mm e $Re_{d_o} = 9,0 \times 10^3$.

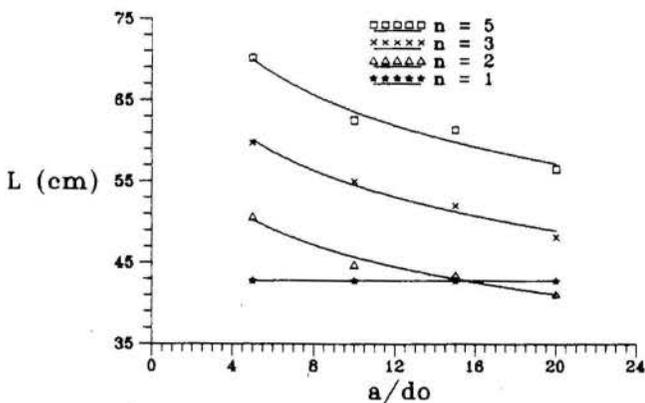


Figura 9. Variação do comprimento da chama com a relação entre a distância de separação e o diâmetro de saída do queimador ($d_o = 3,0\text{mm}$, $Re_{d_o} = 9,0 \times 10^3$).

Queimadores com diâmetro de 2,0mm

Os bicos queimadores com diâmetro de saída de 2,0mm foram testados com distâncias a/d_o de 10, 15 e 20. Não foi possível realizar testes com a/d_o igual a cinco por não haver espaço físico para montagem.

A Figura 10 mostra a influência do número de queimadores no comprimento da chama para Re_{d_o} igual a $8,0 \times 10^3$.

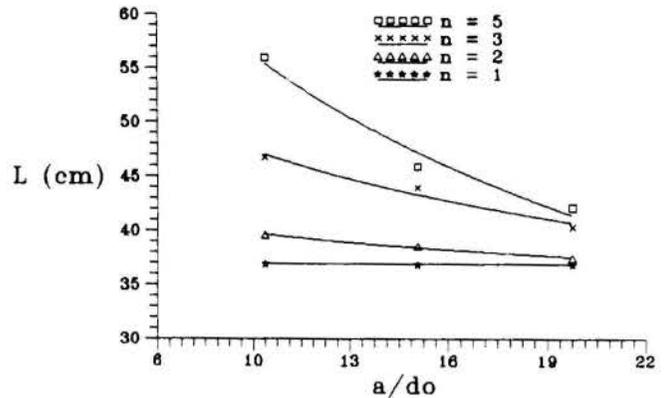


Figura 10. Variação do comprimento da chama com a relação entre a distância de separação e o diâmetro de saída do queimador ($d_o = 2,0\text{mm}$, $Re_{d_o} = 8,0 \times 10^3$).

Queimadores com diâmetro de 1,0mm

Para os testes com queimadores de diâmetro de saída igual a 1,0mm, a relação a/d_o foi feita igual a 15 e 20. Testes com distâncias de separação de 5 e $10d_o$ não foram feitos por não ser possível a montagem dos tubos para essas distâncias.

Para um número de Reynolds na saída de cada um dos queimadores igual a $7,0 \times 10^3$, o comprimento das chamas obtidas para cada arranjo de queimadores é mostrado na Figura 11.

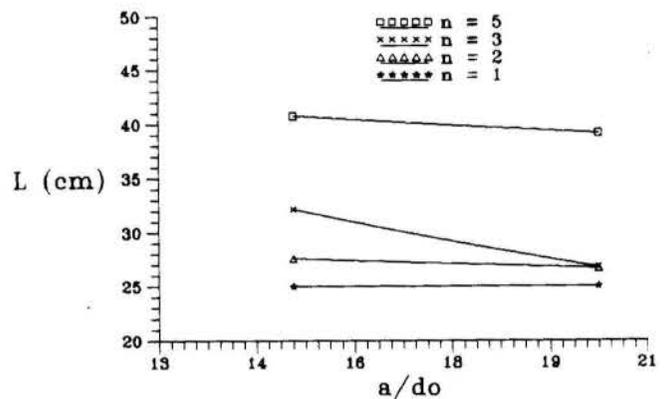


Figura 11. Variação do comprimento da chama com a relação entre a distância de separação e o diâmetro de saída do queimador ($d_o = 1,0\text{mm}$, $Re_{d_o} = 7,0 \times 10^3$).

Na maior parte dos testes com diâmetro de saída de 1,0mm as chamas não estavam ancoradas nos queimadores (a distância entre a saída do queimador e o início da chama era menor que 1cm). O comprimento da chama foi tomado da saída do bico queimador até o final da porção visível da chama.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Dos resultados obtidos comprovou-se que para queimadores multipontos o comprimento da chama aumenta com o número de queimadores, com o número de Reynolds e com a diminuição de separação entre os

queimadores.

A influência da distância de separação no tamanho da chama é notável, uma vez que com a diminuição da distância, o acesso de oxigênio fica prejudicado, provocando um aumento no comprimento da chama.

Das Figuras 8-11 observa-se que para o arranjo com dois queimadores, quando a distância de separação entre os queimadores se aproxima de $20d_0$, o comprimento de chamas múltiplas se aproxima do valor do comprimento da chama individual. Esse valor, para o qual a interferência de uma chama sobre a outra deixa de existir, pode ser estimado das equações desenvolvidas por Kanury (1977) e Spalding (1979) para o formato de chamas turbulentas.

Para o acetileno, o valor máximo da largura da chama encontrado das equações anteriores é de $14,6d_0$ segundo Kanury e de $15,2d_0$ segundo Spalding. Para distâncias de separação entre as chamas maiores que esses valores, as chamas não se tocam e os comprimentos das chamas obtidas tendem ao valor para o caso da chama individual, o que foi comprovado com os testes experimentais.

Para os arranjos com três e cinco queimadores, uma distância de separação entre os queimadores maior que $20d_0$ é necessária para que uma chama não interfira na outra, já que mantendo-se o número de Reynolds na saída dos queimadores constante e aumentando-se o número de queimadores, a disponibilidade de oxigênio se torna cada vez menor resultando em chamas maiores.

O comprimento da chama individual de acetileno foi também estudado visando a comparação com os dados da literatura. Plotando-se os valores de L/d_0 obtidos, em função da velocidade de saída, observa-se o aumento do comprimento da chama com o aumento da velocidade de saída. Para a descarga de gás com velocidade des acima de 70m/s , nota-se que o comprimento da chama tende a se manter constante e próximo do valor de $220d_0$, valor esse comprovado dos dados experimentais obtidos por Mungal e O'Neil (1989). Os comprimentos obtidos das soluções de Kanury e Spalding são respectivamente de $188d_0$ e $178d_0$, indicando um erro da ordem de 20% entre os valores teóricos e os experimentais, o que representa um bom resultado tendo em vista as simplificações adotadas nos dois modelos.

Na tentativa de encontrar a melhor solução para a queima de uma dada vazão, \dot{m} , de gás, o comportamento dos comprimentos das chamas obtidas nos diferentes arranjos de queimadores foi estudado.

Observou-se que para um dado diâmetro de saída, o comprimento da chama diminui com o aumento do número de queimadores para uma dada vazão constante e para a/d_0 igual a vinte. Isso significa que se um determinado \dot{m} é queimado através da descarga de um único bico queimador, o comprimento da chama resultante é maior do que se essa vazão fosse distribuída entre dois queimadores (duas chamas menores que a primeira seriam obtidas) e assim sucessivamente para três e cinco bicos de mesmo diâmetro.

Tal situação pode ser explicada pelo fato que ao dividir-se um dado \dot{m} entre vários queimadores, distantes uns dos outros, de maneira a atenuar a influência de uma chama sobre a outra, vários jatos independentes são formados e a mistura do gás combustível com o oxidante é facilitada, a combustão se torna mais eficiente com a consequente diminuição dos comprimentos das chamas.

A influência do diâmetro de saída do queimador no comprimento de chamas múltiplas foi também analisada. Para o mesmo número de queimadores, observa-se que para um número de Reynolds na saída dos queimadores constante, chamas maiores são obtidas com o aumento do diâmetro de saída dos queimadores.

CONCLUSÕES

Os resultados obtidos para os comprimentos de chamas múltiplas de acetileno comprovaram os resultados dos trabalhos existentes na literatura para queimadores multipontos.

A influência da disponibilidade de oxigênio no comprimento de chamas múltiplas foi notada uma vez que com o aumento do número de queimadores e com a diminuição da distância de separação entre os bicos, chamas maiores foram obtidas.

Para o arranjo com dois queimadores, observou-se que quando a distância de separação entre os queimadores se aproximava de $20d_0$, a interferência de uma chama sobre a outra deixava de existir. Esse valor concorda com o valor estimado das equações desenvolvidas por Kanury (1977) e Spalding (1979) para o formato de chamas turbulentas.

O resultado obtido experimentalmente para o comprimento da chama individual de acetileno mostrou-se coerente com as informações mais recentes da literatura.

REFERÊNCIAS

- . ASMÉ. Fluid meters, their theory and application. New York, NY, 1971.
- . Delmée, G.J. Manual de medição de vazão. São Paulo. Edgard Blücher, 1989.
- . Ferreira, M.A. Programa para dimensionamento de linha de alimentação, nov. 1991. Comunicação pessoal.
- . Heitor, M.V.; Pires, A.C.; Simões, J.P. The thermal characteristics of jet flames in mutual interaction. 1991. Trabalho a ser publicado.
- . Kanury, A.M. Introduction to combustion phenomena. New York, Gordon and Breach Science, 1977.
- . Lenze, B.; Milano, M.E.; Günther, R. The mutual influence of multiple jet diffusion flames. Combustion Science and Technology, 11:1-8, 1975.
- . Menon, R.; Gollahalli, S.R. Multiple jet gas flames in still air. Heat transfer in fire and combustion systems, 45:127-133, 1985.
- . Mungal, M.G.; O'Neil, J.M. Visual observations of a turbulent diffusion flame. Combustion and flame, 78:337-389, 1989.
- . Spalding, D.B. Combustion and mass transfer. New York, Pergamon Press, 1979.

ABSTRACT

The interaction between turbulent acetylene flames is investigated experimentally through the analysis of their visible lengths. The study involves the characterization of 1, 2, 3 and 5 flames formed by parallel jets of acetylene. The results show that the flame length of multiple jets of equal radii and equal initial velocities increases when the flame separation distance decreases and when the number of jets increases.

ESTUDO DE INJEÇÃO SECUNDÁRIA EM MOTOR FOGUETE

JOSÉ LUIZ DE AMORIM, MAURO HENRIQUE C. RIBEIRO
e GORDIANO DE FARIA ALVIM FILHO

Instituto Tecnológico de Aeronáutica
São José dos Campos, SP, 12228-900, Brasil

SUMÁRIO

Este é um estudo de injeção secundária de líquido como um método para controlar o componente lateral do empuxo. Os componentes lateral e axial foram medidos usando células de carga. Os resultados mostram a importância dos parâmetros que influenciam a força lateral, o valor máximo desta força e a interdependência entre os componentes dos empuxos axial e lateral.

INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho visa obter a influência da injeção de um fluido na parte divergente da tubeira de um motor foguete, sobre o empuxo produzido por este motor.

Este é um dos métodos existentes para corrigir ou possibilitar que um veículo propulsado a motor foguete desloque-se no espaço segundo uma trajetória pré-estabelecida.

Este problema foi estudado por vários pesquisadores, que apresentaram resultados bastante significativos. Entre estes destacam-se os seguintes: Seghal et al., (1964), os quais analisaram a interação entre o líquido injetado e os produtos de combustão em escoamento através da tubeira. Levaram em consideração o mecanismo de atomização do fluido injetante, a taxa de evaporação e a formação de onda de choque. Walker et al., (1964) mostraram a influência das propriedades físicas do líquido injetante sobre o empuxo. Green et al., (1967) basearam-se em resultados experimentais para encontrar expressão que possibilita calcular o empuxo. Wu et al., (1961), estabeleceram um modelo considerado válido para pequena vazão mássica do líquido injetante. Após a injeção, o líquido segue na direção do escoamento principal, interagindo com o mesmo, até a sua vaporização completa.

Nesta pesquisa foram realizados trabalhos experimentais que permitiram determinar o empuxo modificado pela injeção do líquido, considerando a maioria dos fatores que influenciam no sistema injetor.

DESCRIÇÃO TEÓRICA E OUTRAS CONSIDERAÇÕES

A injeção de líquido na região de escoamento supersônico de uma tubeira de um motor foguete produz uma componente do empuxo na direção perpendicular ao eixo do motor (empuxo lateral) devido a combinação de três efeitos: a) Empuxo causado pelo simples fato de ocorrer a injeção do líquido; b) Pressão sobre a parede da tubeira proveniente da formação de onda de choque; c) Idem, resultante da adição de massa e energia no escoamento. Estes efeitos são ilustrados na fig.1.

As características de um sistema injetor compreendem os seguintes fatores: a) Vazão mássica, composição e a pressão do líquido injetado; b) A quantidade, a localização e a área da seção transversal de saída do orifício injetor. c) A direção do líquido injetado.

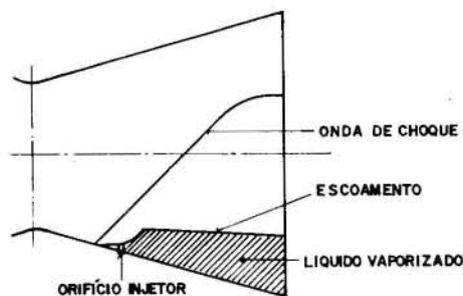


Fig.1- Sistema de Injeção Líquida

A seleção dos fatores acima foi baseada em publicações sobre o assunto ou por facilidade experimental. Desta forma, no que concerne ao item (a), estabeleceu-se para a vazão mássica um valor em torno de 10% da vazão mássica do escoamento principal. Esta quantidade era obtida através da variação da pressão de injeção, a qual apresentava um valor máximo de 8 MPa (≈ 79 atm). Como líquido injetante foi utilizado a água, apesar de se conhecer que a benzina, freon 12B₂, freon 114B₂, N₂O₄ (tetróxido de nitrogênio) são substâncias que produzem maiores alterações no vetor empuxo (ver fig.8).

Zeamer (1975) discute o número ótimo de orifícios, o qual depende da vazão mássica do líquido injetado. Neste trabalho experimental como o valor desta vazão foi pequeno, utilizou-se apenas um orifício injetor com diâmetro igual a 1,5mm. A curva de calibração do mesmo foi levantada, possibilitando a determinação do coeficiente de descarga (C_D), que é definido como sendo a razão entre vazões mássicas real (\dot{m}_{real}) e ideal (\dot{m}_{ideal}).

Tomando como aceitável o estudo de Zeamer (1975) sobre a localização ótima do orifício injetor, este foi perfurado na distância $x = 0,3L$ (L = comprimento da parte divergente da tubeira), admitindo-se por volta de 1° (um grau) a inclinação do vetor empuxo. O ângulo de injeção (ϕ) foi escolhido igual a 0° (zero grau) com a finalidade de possibilitar que a hipótese do líquido injetado acompanhar a direção do escoamento seja considerada válida.

Conforme mencionado anteriormente, os trabalhos experimentais foram realizados injetando-se uma pequena quantidade de fluido (água) na parte divergente da tubeira. Esta pequena quantidade foi sugerida por Zeamer (1975), estudando a otimi-

zação deste parâmetro. A componente lateral do empuxo (F_L) (perpendicular a linha de centro da tubeira) foi obtida através de Wu et al., (1961), os quais levaram em consideração dois efeitos: a) Vaporização do líquido injetado (F_a); b) Injeção secundária de fluido (F_b). Os demais efeitos foram desprezados.

$$F_L = F_a + F_b$$

As hipóteses de Wu et al., (1961) são mostradas na fig. 2, onde o líquido injetado é admitido seguir na direção do escoamento principal.

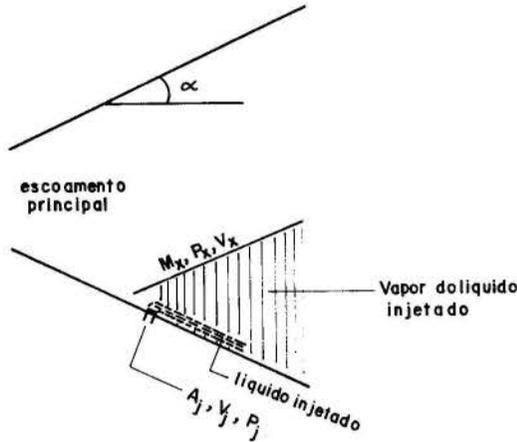


Fig. 2 - Modelo de injeção secundária proposto por Wu e Allii (1961)

$$F_a = (p - p_x) A_k \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{M_x^2 - 1}} \cdot q_x \cdot A_x \cdot \xi \cdot \frac{\dot{m}_j}{\dot{m}_x} \cdot \cos \alpha$$

onde q_x é a pressão dinâmica igual a $\frac{1}{2} \rho_x V_x^2$, A_x é área da seção transversal em x , ξ é a razão entre as vazões mássicas da quantidade vaporizada e aquela injetada.

$$F_b = [\dot{m}_j V_j + (P_j - P_x) A_j] \cos \phi$$

sendo ϕ o ângulo da direção de injeção e a perpendicular a linha de centro da tubeira. No caso deste trabalho o valor deste ângulo é igual a zero grau.

TRABALHO EXPERIMENTAL

O banco de ensaio (fig.3) utilizado para as experiências foi o do laboratório de propulsão do Instituto de Aeronáutica e Espaço, o qual era equipado com duas células de carga para obtenção dos esforços lateral e axial e dois transdutores que possibilitaram a determinação das pressões no interior da câmara de combustão e de injeção do fluido.

De acordo com as fig. (3 e 4) o esforço lateral foi medido na seção (b) (F_L)_b, mas levando em consideração a discussão de Green et al., (1967) ele deveria ter sido obtido na seção (h), situada a $(x_h/x_e) = 0,90$, onde x_h e x_e são as distâncias entre a garganta da tubeira e as seções (h) e (e) (saída) deste componente. Uma vez medido (F_L)_b, o valor do esforço na seção h, isto é, (F_L)_h, é obtido a partir de uma curva de calibração resultante de um trabalho experimental (fig.5)

Foram realizados três ensaios utilizando propelentes "composite", com parâmetros representativos mostrados na tab.1.

As curvas experimentais obtidas foram pressões (na câmara de combustão e de injeção) e componentes do empuxo (axial e lateral) versus tempo. Estas curvas permitem obter os dados constantes da tabela 1. O valor da vazão mássica do líquido injetado \dot{m}_j foi obtido entrando na curva de calibração com a variação de pressão através do orifício injetor (pressão de injeção menos pressão na seção de saída do orifício).

O impulso específico lateral (I_{SP})_L é definido como a razão entre a componente lateral do empuxo (F_L)_h e o produto entre \dot{m}_j e g (aceleração da gravidade).

- (C) e (D) -- PRESSÕES ESTÁTICAS DE INJEÇÃO E DO INTERIOR DA CÂMARA DE COMBUSTÃO.
- (A) e (B) -- ESFORÇOS NAS DIREÇÕES AXIAL E TRANSVERSAL, RESPECTIVAMENTE.
- (G) -- FRE-TENSOR DE CARGA AXIAL
- (F) -- RESTRIÇÃO A ELEVAÇÃO DO SUPORTE DO CARRO.

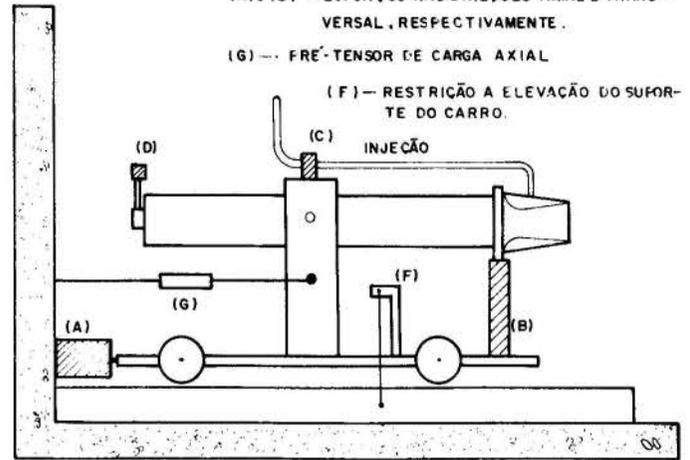


Fig. 3 - Diagrama Esquemático do Banco de Ensaio.

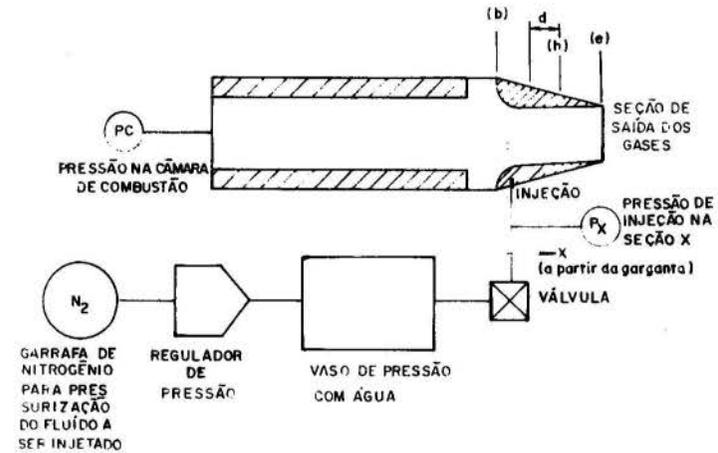


Fig. 4 - Diagrama esquemático do sistema da tubeira e seções representativas da tubeira (seção (b), localizada a 0,060m (d) do orifício injetor segundo Green et al., (1967)).

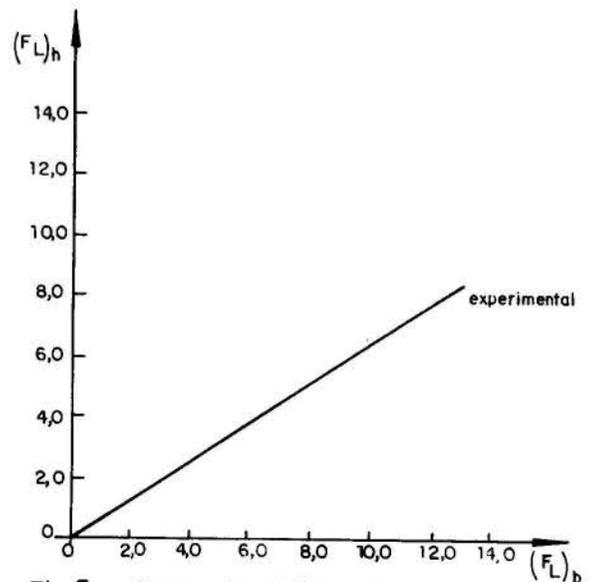


Fig.5 - Curva de Calibração

Tab.1 - Resultados de Ensaio Realizados na Pressão Ambiente de 713mm Hg.

PARÂMETRO	EXPERIMENTO			PARÂMETRO	EXPERIMENTO		
	1	2	3		1	2	3
Temperatura ambiente (°C)	25	24	25	Impulso específico lateral (I_{sp}) _L (s)	45,5	44,5	43,2
M_p (kg)	6,050	5,980	6,090	$(F_L)_h$ (%) F _{axial}	2,27	3,46	2,88
Tempo efetivo de queima t_B (s)	3,7	4,7	4,9	$D_g \times 10^3$ (m)	24,63	25,24	26,13
Vazão mássica do escoamento principal \dot{m}_x (kg/s)	1,635	1,272	1,243	$(D_x)_{inj} \times 10^3$ (m)	40,65	41,26	42,15
Vazão mássica do fluido injetado \dot{m}_j (kg/s) da curva de calibração (P_{inj} vs \dot{m}_j)	0,154	0,173	0,132	$D_e \times 10^3$ (m)	74,2	74,2	74,2
Pressão de injeção do fluido (água) P_{inj} (bar)	56,3	69,2	41,8	P_c (bar)	43,0	31,2	28,0
Componente lateral do empuxo na seção h da tubeira Fig.5 $(F_L)_h$ (N)	68,6	75,5	55,9	$(A_x)_{inj}$ A_g	2,72	2,67	2,60
Componente axial do empuxo F_{axial} (N)	3028,7	2181,2	1938,8	$\frac{A_e}{A_j}$	9,08	8,64	8,06
				$\frac{\dot{m}_j}{\dot{m}_x}$ (%)	9,42	13,60	10,62

Na tabela 1 é mostrada a comparação entre os valores experimentais e teóricos. Nas fig. 6 e 7 são comparados os resultados experimentais deste trabalho com aqueles de Green et al. (1967).

Para se ter uma melhor idéia do problema de injeção secundária é interessante comparar os resultados aqui obtidos com aqueles apresentados por Capot(1984). Esses valores de Capot mostram a influência da composição do fluido injetado (fig. 8), da pressão de injeção (fig.9) e da localização do orifício injetor (fig. 10), sobre o desempenho da injeção secundária. Este desempenho é representado pela evolução da razão $(F_L)_h/F_{axial}$ em função de \dot{m}_j/\dot{m}_x , em termos percentuais. A simbologia empregada tem o seguinte significado: a) $(F_L)_h$ e F_{axial} são as componentes do vetor empuxo nas direções perpendicular e paralela a linha de centro da tubeira; b) \dot{m}_j e \dot{m}_x , são as vazões mássicas do líquido injetado e do escoamento principal.

(Subscritos : g = garganta da tubeira ; x = seção transversal da tubeira onde se encontra o orifício injetor ; e = seção transversal de saída da tubeira ; c = câmara de combustão

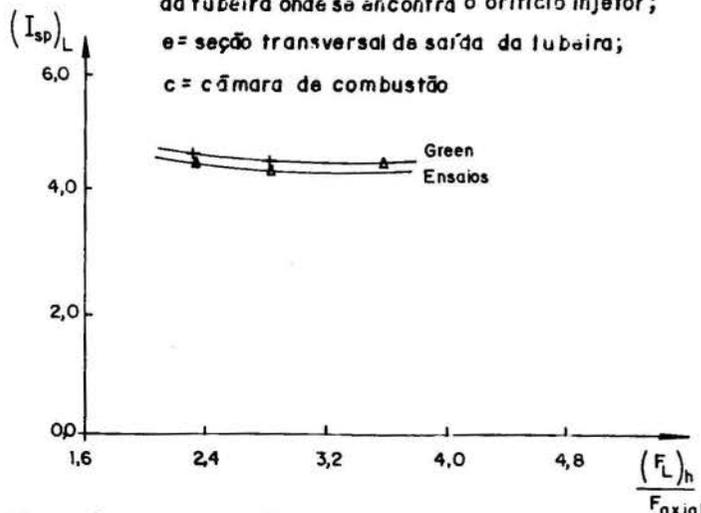


Fig.6 - Impulso específico do injetante em relação a razão de esforços

PARÂMETRO	TEÓRICO		
	1	2	3
$(F_L)_h$ (%) F _{axial}	2,24	3,54	2,70
ERRO (%)	-1,32	+2,31	-6,25
$(I_{sp})_L = \frac{(F_L)_h}{\dot{m}_j g}$	45,9	46,7	44,2
ERRO (%)	+0,88	+4,94	+2,31

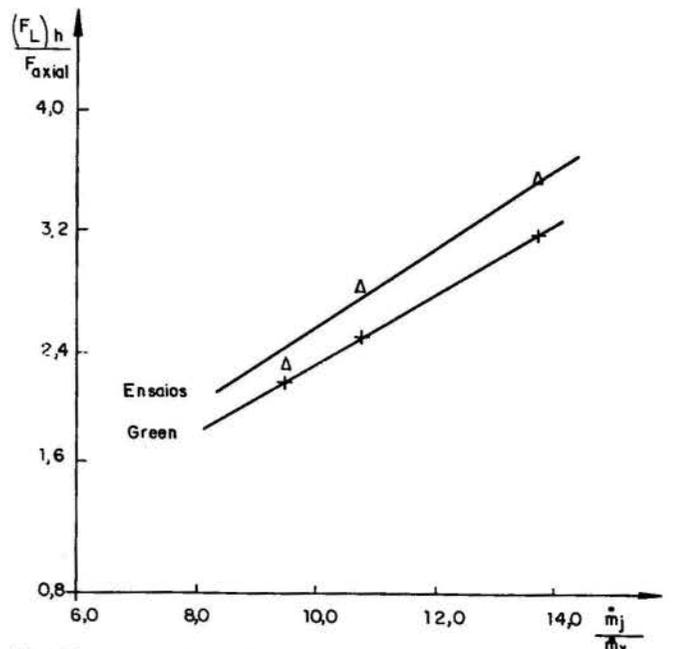


Fig.7- Razão de esforços em relação a razão de fluxos mássicos

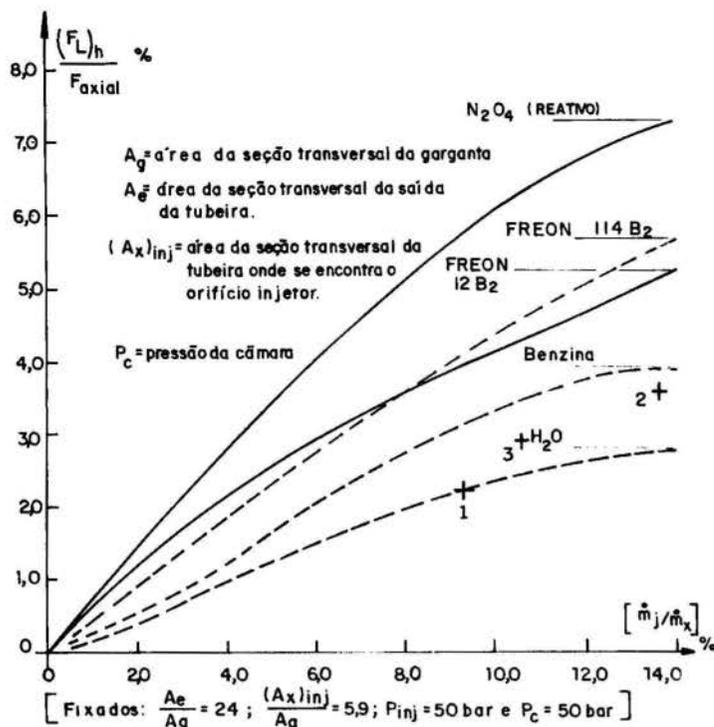


Fig. 8 - Influência da composição do líquido injetado

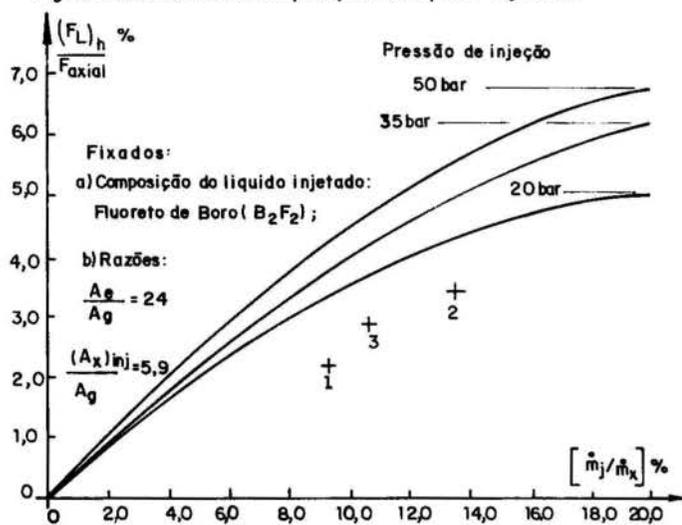


Fig. 9 - Influência da pressão de injeção

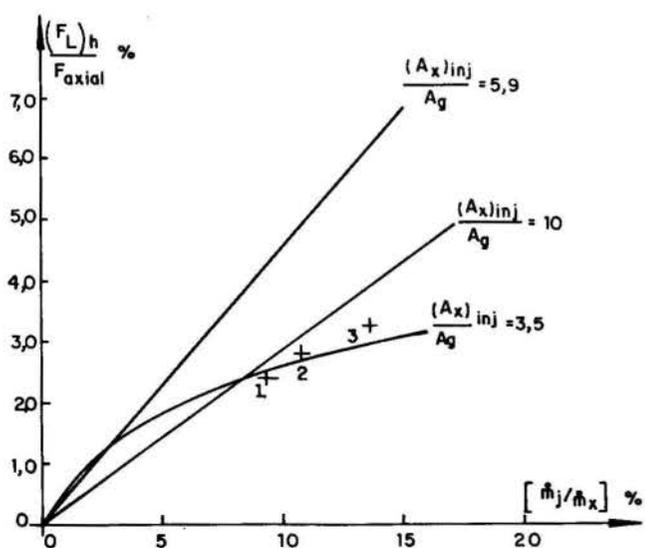


Fig. 10 - Influência da localização do orifício injetor.
Neste caso admite-se θ (ângulo de injeção) igual a 10°

Na fig. 8, observa-se que a localização do orifício injetor, segundo Zeamer (1975), é realmente uma boa indicação para o posicionamento deste orifício. O resultado do ensaio 1 deveria ser superior ao 3 (maior pressão de injeção) atribuindo-se a este fato algum problema com a fabricação do propelente, pois os dois ensaios usavam propelentes de lotes diferentes.

O indicativo da coerência dos resultados são os seguintes fatos: a) Todos os ensaios foram realizados com um propelente de mesma composição, mas aquele do ensaio 1 era proveniente de um lote com vida útil vencida. Esperava-se que o ensaio No.1 ($P_{inj} = 56,3 \text{ bar}$) apresentasse valores de parâmetros de desempenho inferiores aqueles dos ensaios 2 ($P_{inj} = 69,2 \text{ bar}$) e 3 ($P_{inj} = 41,8 \text{ bar}$). Isto foi confirmado nas fig. 8, 9 e 10; b) A fig. 8 também mostra a localização ótima do orifício injetor, fornecida por Zeamer (1975), pois os valores são superiores aqueles de Capot (1984); c) A fig. 9 mostra que Capot (1984) também se preocupou com a localização ótima do orifício injetor, trabalhando com fluoreto de boro; d) A fig. 10 mostra os resultados de Capot (1984) fornecendo a influência da pressão de injeção sobre o desempenho. Observa-se que, no caso deste trabalho, a vazão mássica \dot{m}_j é função de pressão de injeção, pois o valor do orifício injetor era fixo. Esta figura de Capot (1984) mostra que, no caso da água, poder-se-ia, obter o desempenho do ensaio No. 2 com a pressão de 41,8 bar (ensaio 3), aumentando a vazão mássica através do aumento do diâmetro do orifício injetor. Isto não aconteceria com o fluido usado por Capot (1984). Este resultado é coerente, pois indica que poderá existir um diâmetro ótimo do orifício injetor diferente do usado nestas experiências ($D_{mj} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ m}$).

CONCLUSÃO

De acordo com a tab.1, os valores teóricos e experimentais estão dentro de uma imprecisão inferior a 10 por cento. O fato do modelo teórico utilizado apresentar um valor empírico ($\xi = \frac{\dot{m}_j}{\dot{m}_x}$) imposto arbitrariamente, impede de se considerar o problema de modelamento teórico da injeção resolvido. A única observação que torna o uso deste modelo aceitável é que o valor de ξ foi mantido o mesmo para todos ensaios.

No que concerne as comparações entre valores experimentais (fig.6 e 7), pode-se concluir que, apesar destes encontrarem-se dentro da mesma ordem de grandeza, eles não estão numa precisão inferior a 10 por cento, como seria desejado. Explica-se estas diferenças devido ao desconhecimento das condições reais dos ensaios de Green et al., (1967). Isto impede de se reduzir todos os resultados dos ensaios a uma mesma condição padrão antes de se fazer comparações.

As comparações dos resultados experimentais deste trabalho com aqueles de Capot (1984) (fig. 8, 9 e 10) mostram a validade dos experimentos realizados, fornecendo informações necessárias para justificar novos ensaios. Estes seriam ensaios com fluidos que produzissem maiores desempenhos.

REFERÊNCIAS

- Capot, L. - "Secondary Injection Experiments at SEP (France)", Publicação Interna, ITA, 1984.
- Green, C.J. e Gullough Jr., F.M. - "Liquid Injection Thrust Vector Control", J. Spacecraft, vol. 3, pp 573-578, 1967.
- Sehgal, R. e Wu, J.M. - "Thrust Vector Control by Liquid Injection into Rockets Nozzles", J. Spacecraft, vol.5, pp. 545-551, 1964.

Zeamer, R.J. - "Thrust Vector Control by Liquid Injection for Solid Propellant Rockets", Proceedings of the 11th Propulsion Conference, pp.1-14, Anaheim, USA, 1975.

Walker, R.E. e Shandor, M. - "Influence of Injectant Properties for Fluid Injection Thrust Vector Control", J. Spacecraft, vol. 4, pp.409-413,1964.

Wu, J.M., Chapkis, M. e Mager, J. - "Aproximate Analysis of Thrust Vector by Fluid Injection", ARS Journal, vol. 3, pp.1677-1685, 1961.

ABSTRACT

This is a secondary liquid injection study as a rocket engine method for providing a side thrust control. Axial thrust and side force were measured using strain gauge force transducer. The results show the relative importance of the parameters on which side force depends, the maximum side force that may be produced and the interdependence of axial thrust augmentation and side force.

THEORY AND DESIGN TECHNIQUE FOR
A SPLASH PLATE ATOMIZER

H.S. COUTO, D. BASTOS-NETTO and C.E.S.S. MIGUEIS
INPE - Brazilian Space Research Institute
Rod. Pres. Dutra, km 40
12630 - Cachoeira Paulista, SP - Brazil

SUMMARY

This work studies a liquid atomizer where the droplets are generated by a liquid jet impacting on a solid target (splash plate atomizer). It suggests a theoretical model by describing the droplet size distribution function allowing the calculation of its moments, one of them, the Sauter Mean Diameter which is then used to optimize the atomizer design.

INTRODUCTION

Liquid atomizers where the droplets are generated by a jet impacting a solid target (splash plate atomizers), have the convenient advantage of easy calibration, since it is simpler to adjust this set up than to do the precise alignment of a pair (or more) of impinging liquid jets. However, it is known that, while the later technique of spray generation has found wide application, the former one has a very limited use. A reason for this might be the lack of a theory to allow for proper design and optimization. This suggests a theoretical model for this kind of droplet generation device, describing the droplet size distribution function, calculating some of its moments (one of them the Sauter Mean Diameter) and then using the behavior of this parameter as a method to optimize the atomizer design.

GOVERNING EQUATIONS

It has been shown by Couto (1992) that the droplet size distribution function in a spray formed by impinging jets is given by:

$$f(\phi) = \frac{6V_0 R^2 \sin\theta}{\pi \cdot d_d^3 \cdot (1 - \cos\theta \cdot \cos\phi)} \sqrt{1 - \cos^2\theta \cdot \sin^2\phi} \quad (1)$$

The above equation is obtained for two identical cylindrical liquid jets of radius R, velocity V_0 in a quiescent medium colliding obliquely at an angle 2θ and where ϕ is the azimuthal angle as sketched in Figure 1. In that equation d_d , the droplet diameter, can be written as (Dombrowski and Johns, 1963 and Couto and Bastos-Netto, 1991):

$$d_d = \left(\frac{3\pi}{2}\right)^{1/3} \cdot d_L \cdot \left(1 + \frac{3\mu}{\rho_L \cdot \sigma \cdot d_L}\right)^{1/6} \quad (2)$$

where μ (cp) is the viscosity, σ (dyn.cm⁻¹) the surface tension, ρ_L (g.cm⁻³) the liquid density and d_L (cm) is the ligament diameter given by:

$$d_L = 0.9416 \left(\frac{k^2 \cdot \sigma^2}{\rho_L \cdot U^4}\right)^{1/5} \left[1 + 2.60\mu \left(\frac{k \cdot \rho^4 \cdot U^7}{72 \cdot \rho_L^2 \cdot \sigma^5}\right)^{1/3}\right]^{1/5} \quad (3)$$

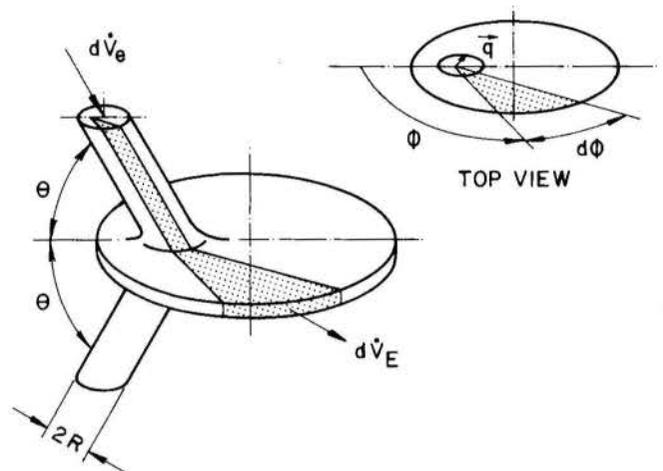


Figure 1. Sheet formed by impinging jets.

where ρ (g.cm⁻³) is the density of the gaseous medium, U can be taken nearly equal to the jet velocity (Dombrowski and Johns, 1963) and k is written as (Couto and Bastos-Netto, 1991):

$$k = \frac{R^2 \sin^3\theta}{(1 - \cos\theta \cdot \cos\phi)^2} \quad (4)$$

It is known that the impinging jets generate a sheet whose symmetry plane acts as a rigid surface (Hasson and Peck, 1964). This leads us to the conclusion that a solid target can nicely simulate this rigid surface if this target is taken to be plane smooth and equal to, or slightly bigger than the impacting cross section, so to prevent the influence of surface tension and wall shear. Thus, it is straightforward the use of the above reasoning to construct the droplet size distribution function in a spray generated by a single liquid jet impacting a solid target as suggested in Figure 2. It has been shown by Couto (1992) that the number of droplets of a given spherical volume V_d generated per second, dn , between ϕ and $\phi + d\phi$, can be written as:

$$dn = dV_E / V_d \quad (5)$$

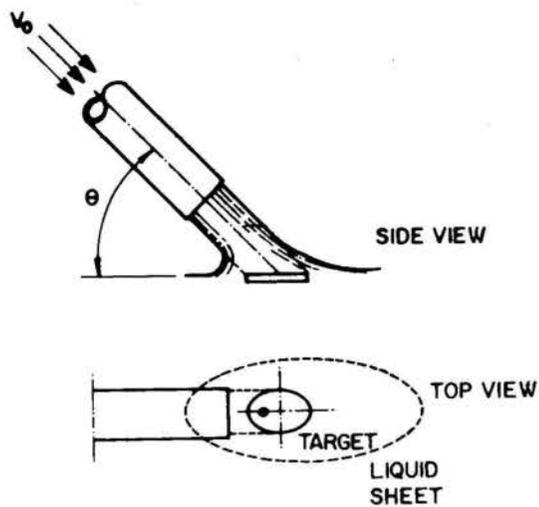


Figure 2. Schematics of a splash-plate atomizer.

where \dot{V}_E is the volume flow rate streaming out the sector $d\phi$ as shown in Figure 2. Assuming as before (Couto, 1992 and Hasson and Peck, 1964) that the mass flow rate is conserved within this angular differential element, one may write:

$$d\dot{V}_E = d\dot{V}_e \quad (6)$$

where the subscripts "E" and "e" stand for the sheet and the jet cross sections respectively. From this point on, following Couto (1992), it is easily shown that the distribution function, $f(\phi) = d\dot{m}/d\phi$, becomes for this kind of atomizer,

$$f(\phi) = \frac{3V_0 R^2 \sin\theta}{\pi \cdot d^3 \cdot (1 - \cos\theta \cdot \cos\phi)} \cdot 1 - \cos^2\theta \cdot \sin^2\phi \quad (7)$$

Moments of $f(\phi)$ can be obtained using (7) along with (2), (3) and (4). Of special interest in the field of combustion is the so called Volume-Surface mean diameter or Sauter diameter, \bar{X}_{VS} , defined as (Marshall, 1954):

$$\bar{X}_{VS} = \frac{\sum X(\phi_j)^3 \cdot f(\phi_j) \cdot \Delta\phi_j}{\sum X(\phi_j)^2 \cdot f(\phi_j) \cdot \Delta\phi_j} \quad (8)$$

RESULTS

Figure 3 shows the Sauter mean diameter for several liquids in a given configuration. Notice that, as in the case of twin impinging jets (Couto, 1992), a minimum occurs at a given value of ϕ .

CONCLUDING REMARKS

This interesting feature (a minimum value for the Sauter diameter) suggests that the optimum impacting angle for the splash plate atomizer is around 35° , as this situation allows for a maximum fuel evaporation rate.

The authors feel that this formulation will allow the increased use of these simple atomizers, although it is known that injectors consisting of PAT (Preatomized triplet) elements have been used in

liquid rocket engines. Each PAT element consists of two oxidizer splash plate orifices and a single fuel, hollow cone swirler, so that fuel and oxidizer are atomized prior to contact. Recent experimental results have shown that this arrangement leads to energy release efficiencies greater than 99% at their design oxidizer/fuel ratio (Shbenman, 1991).

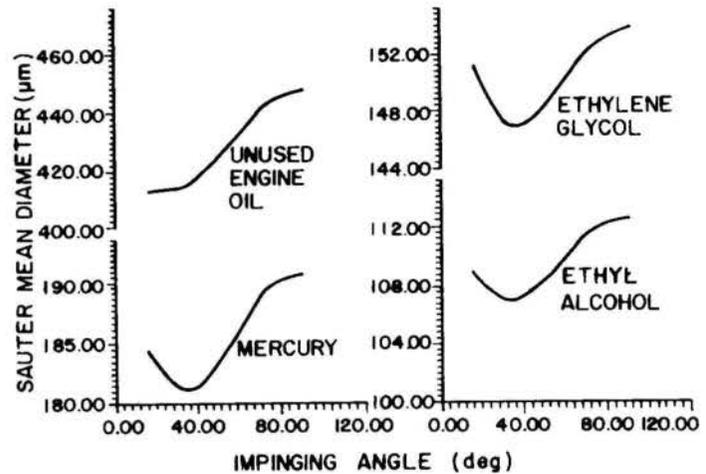


Figure 3. Sauter mean diameter for various liquids vs impinging angle θ for a given configuration ($R=0,05\text{cm}$, $U=3000\text{cm}\cdot\text{sec}^{-1}$).

REFERENCES

- Couto, H.S. and Bastos-Netto, D., "Modeling Droplet Size Distribution from Impinging Jets," *AIAA Journal of Propulsion and Power*, Vol. 7, n^o 4, pp. 654-656, July-August, 1991.
- Couto, H.S., Bastos-Netto, D. and Migueis, C.E.S. S., "Construction of the Droplet Size Distribution Function in the Spray Formed by Impinging Jets," accepted for publication in the *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 8, n^o 3, pp. 725-728, May-June, 1992.
- Dombrowski, N. and Johns, W.R., "The Aerodynamic Instability and Desintegration of Viscous Liquid Sheets," *Chemical Engineering Science*, Vol. 18, pp. 203-214, 1963.
- Hasson, D. and Peck, R.E., "Thickness Distribution in a Sheet Formed by Impinging Jets," *A.I. Ch. E Journal*, pp. 752-754, September, 1964.
- Marshall, W.R.Jr., "Atomization and Spray Drying 2nd Ed. AICHE, 1954, Lithoprinted, The Science Press, Lancaster, Pa, pp. 51-55.
- Shoenman, L., "LOx Propane and LOx/Ethanol Combustion Chamber Heat Transfer", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 17, n^o 4, pp. 538-548, July-August, 1991.

MÉTODO DE CÁLCULO DE ESCOAMENTO DIRETO DE CÂMARAS DE COMBUSTÃO DE

OLEG A. KHATCHATOURIAN,
JOÃO CARLOS C. DA SILVEIRA,
FABIANO SALVADORI
Universidade de Ijuí - UNIJUI - ICTS - DEFIMEC
R. São Francisco, 501 98700-000 Ijuí, RS - Brasil

RESUMO

Propõe-se método de cálculo de câmaras de combustão (C.C.) de escoamento direto com estabilizadores anelares de chama (em particular, C.C. secundária em turbinas aeronáuticas). Utilizam-se as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia em suas formas integrais e a equação adiabática. A velocidade da chama e o tempo de combustão são considerados funções conhecidas de parâmetros do fluxo. Com base nos resultados dos cálculos, explicam-se algumas particularidades do processo em C. C. reais.

SIMBOLOGIA

- X - abscissa (distância);
- θ - aquecimento relativo ($\theta=1+q/C_p T_0$);
- S - área da secção transversal;
- δ - área da superfície da frente de chama;
- q - calor recebido por unidade de massa da mistura;
- C_p - capacidade calorífica do gás à pressão constante;
- α - coeficiente de excesso de ar;
- p - densidade absoluta;
- I - entalpia;
- l_0 - escala de turbulência;
- k - expoente adiabático;
- e - intensidade de turbulência;
- Y - ordenada;
- r - parte relativa da matéria queimada;
- P - pressão;
- n - quantidade de estabilizadores de chama.
- R_0 - raio da câmara de combustão;
- T - temperatura Kelvin;
- t_n - tempo de combustão;
- U_n - velocidade de propagação da chama;
- V - velocidade do gás;

ÍNDICES

- j - índice de soma.
- c - mistura inicial;
- p - produtos de combustão;
- i - secção de número i;
- o - secção inicial;
- z - zona de combustão;

INTRODUÇÃO

A liberação de calor em câmaras de combustão de escoamento direto (fig. 1) é condicionada pela propagação da chama no fluxo inicial de mistura combustível que é introduzida continuamente na câmara de combustão.

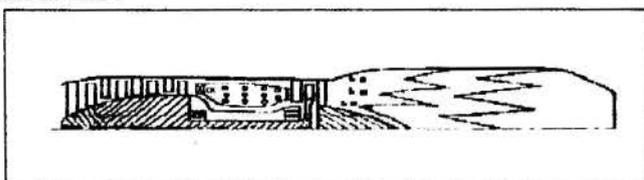


Figura 1. Esquema de turbina aeronáutica com câmara de combustão secundária.

A chama que se propaga do estabilizador cria superfícies que formam um certo ângulo com a direção do fluxo. Esse ângulo depende da relação entre a velocidade da chama e a velocidade do escoamento. Em condições de escoamento turbulento a superfície inicial - frente de chama - é a fronteira, atrás da qual se encontra a zona de combustão, de extensão considerável. Assim, as dimensões da câmara de combustão são determinadas pela velocidade de propagação da chama U_n e pelo tempo de combustão t_n . As grandezas U_n e t_n são funções conhecidas (Talantov, 1975) dos parâmetros hidrodinâmicos e físico-químicos do fluxo:

$$U_n = a \cdot \theta \cdot U_n + \frac{b \cdot V \cdot e}{\sqrt{\ln(1+V \cdot e/U_n)}}$$

$$t_n = \frac{c \cdot l_0 \cdot \ln(1+V \cdot e/U_n)}{V \cdot e}$$

onde a, b, c - coeficientes constantes ($a \approx 1$; $b \approx 2,4$; $c \approx 4$), U_n - velocidade normal de propagação da chama.

O problema resume-se em calcular o comprimento da câmara e a distribuição de parâmetros (p, V e T) dentro da mesma.

MODELO MATEMÁTICO DO PROCESSO DE LIBERAÇÃO DE CALOR

O cálculo da configuração da frente de chama depende da interligação dos processos de combustão e de escoamento. Mesmo para uma velocidade constante de propagação da chama, a frente apresentará um ângulo variável de inclinação em relação ao eixo da câmara, pois a mistura inicial é acelerada pelo gradiente da pressão gerado pela liberação de calor. Os produtos da combustão de menor densidade, sob um mesmo gradiente de pressão, vão se acelerar mais do que a mistura inicial. Desta forma, a posição da chama e a extensão da zona de combustão dependem da liberação de calor e vice-versa.

Para a resolução do problema proposto, utilizamos as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia em sua forma integral e a equação adiabática. Consideram-se conhecidos as dimensões transversais da câmara de

combustão, os valores iniciais da temperatura, velocidade de mistura e as características da turbulência (intensidade ϵ e escala l_0). Adotamos o modelo "superficial" de combustão o que se justifica por ser o tempo de permanência das partículas na zona de reação maior do que o tempo característico da reação. O sistema de equações se completa com a condição de igualdade dos tempos necessário e disponível para a combustão do jato de gás na saída da zona de combustão.

Adotam-se as seguintes hipóteses: a área de seção transversal da câmara é constante; as dimensões dos estabilizadores são desprezadas; nas atuais câmaras de combustão a obstaculização do fluxo pelos estabilizadores atinge valores relativos acima de 30%. No método proposto, a influência desta obstaculização é considerada através da utilização de características modificadas da turbulência quando do cálculo das características de combustão. A mudança das velocidades locais do fluxo, condicionada pela obstaculização influi fortemente apenas na condição de estabilização da chama e não no comprimento da zona de combustão; a pressão estática na seção transversal é constante; a condição de pressão estática constante não é satisfeita nos limites do comprimento da zona de circulação após os estabilizadores de chama. Entretanto as dimensões desta zona são pequenas em relação ao comprimento da zona de combustão; na entrada da câmara a corrente de gases é unidimensional; a variação das velocidades da mistura na seção transversal está representada na figura 2.

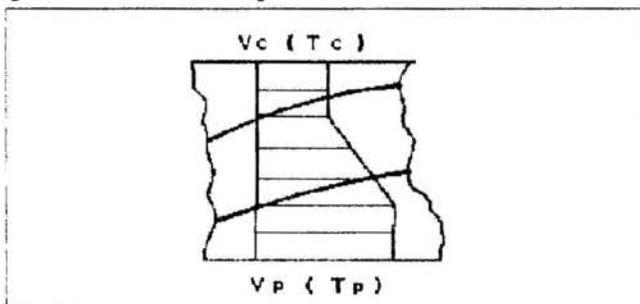


Figura 2. Elemento de chama.

Como resultado do cálculo devem ser encontrados os seguintes parâmetros: as coordenadas da frente inicial de chama e do fim da zona de combustão; pressão; temperatura da mistura inicial e dos produtos da combustão e a curva de emissão de calor.

EQUAÇÕES BÁSICAS PARA O CÁLCULO

Equação de conservação de massa:

$$\rho_o \cdot V_o \cdot S_o = \sum_{j=1}^n (\rho_{ci} \cdot V_{ci} \cdot S_{ci})_j + \sum_{j=1}^n \left(\int_{s_n}^{s_c} \rho_{zi} \cdot V_{zi} \cdot dS \right)_j + \sum_{j=1}^n (\rho_{pi} \cdot V_{pi} \cdot S_{pi})_j$$

Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$P_o \cdot S_o + \rho_o \cdot V_o^2 \cdot S_o = P_i \cdot S_o + \sum_{j=1}^n (\rho_{ci} \cdot V_{ci}^2 \cdot S_{ci})_j + \sum_{j=1}^n \left(\int_{s_n}^{s_c} \rho_{zi} \cdot V_{zi}^2 \cdot dS \right)_j + \sum_{j=1}^n (\rho_{ni} \cdot V_{ni}^2 \cdot S_{ni})_j$$

Equação de conservação da energia do jato de mistura inicial:

$$C_p \cdot T_o + \frac{V_o^2}{2} = C_p \cdot T_c + \frac{V_c^2}{2}$$

Equação Adiabática do jato da mistura inicial:

$$\frac{T_c}{T_o} = \left(\frac{P_i}{P_o} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Equação de conservação de energia dos produtos da combustão:

$$C_p \cdot T_o + \frac{V_o^2}{2} + Q = C_p \cdot T_p + \frac{V_p^2}{2}$$

Equações de conservação de massa da mistura inicial:

$$\rho_{c_{i-1}} \cdot (S_j - S_{c_{i-1}}) \cdot V_{c_{i-1}} = \rho_{c_i} \cdot (S_j - S_{c_i}) \cdot V_{c_i} + \rho_{c_p} \cdot U_c \cdot \Delta \delta_j$$

onde: ρ_{cp} - média densidade do gás entre seções vizinhas;

$\Delta \delta_j$ - área da superfície de frente da chama entre essas seções.

Condição de igualdade dos tempos necessário e disponível para a combustão do jato de gás na saída da zona de combustão.

$$\frac{\Delta X}{V_{cp}} = t_n - t_{z_{i-1}}$$

onde:

$t_{z_{i-1}}$ - tempo de permanência da mistura em zona de combustão contando do momento de cruzamento da frente inicial da chama.

Equação para o cálculo da liberação de calor:

$$r_I = \frac{\sum_{j=1}^n I_j}{\rho_o \cdot V_o \cdot S_o \cdot q}$$

Para uma variação linear da temperatura e velocidade na seção transversal da zona de combustão, o sistema de equações integrais se transforma em um sistema de equações algébricas não-lineares (transcendentais) o qual resolve-se pelo método numérico de Newton (com busca da aproximação inicial pelo método do gradiente). O cálculo dos elementos da matriz de Jacobi foi realizado de forma aproximada:

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = \frac{f_i(X_j + \Delta X) - f_i(X_j)}{\Delta X}$$

Para acelerar o processo de convergência, a aproximação inicial em cada passo foi escolhida através de uma extrapolação linear das soluções encontradas em duas seções imediatamente anteriores.

O aquecimento relativo para uma mistura de querosene e ar sob P.I=const foi determinado por cálculo termodinâmico (fig. 3) supondo equilíbrio químico (Alemasov et al., 1989) com utilização de polinômios de 11ª ordem $I = \sum a_i x^i$ para a aproximação dos valores da entalpia de substâncias individuais nos

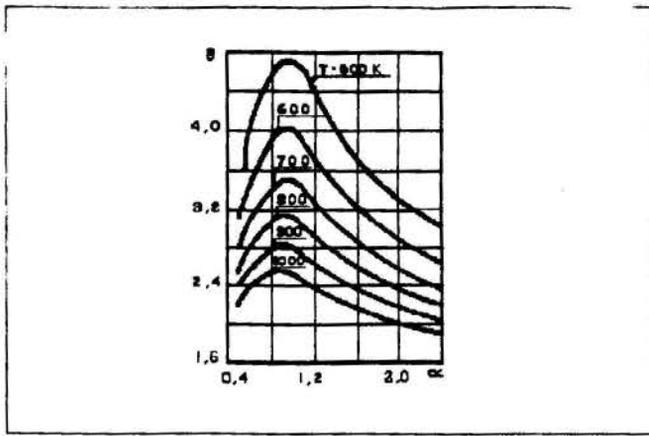


Figura 3. Aquecimento relativo θ para diferentes temperaturas iniciais ($P=100\text{kPa}$).

da entalpia de substâncias individuais nos produtos da combustão. Foram examinadas as seguintes substâncias:

- $\text{H}, \text{H}_2, \text{O}, \text{O}_2, \text{C}, \text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{CO}, \text{OH}, \text{CH}_4, \text{N}_2, \text{NO}, \text{NH}_3, \text{HCN}, \text{NH}_2, \text{CH}_3, \text{HCO}, \text{H}^+\text{CO}, \text{CH}, \text{CH}_2, \text{C}_2\text{H}_4$.

Como exemplo, estudam-se câmaras de combustão secundária em turbinas aeronáuticas (fig. 4), sob as seguintes condições:

$T=900\text{K}$; $V=100\text{m/s}$; $P=100\text{kPa}$; $\alpha=1,25$; $E=7,5\%$

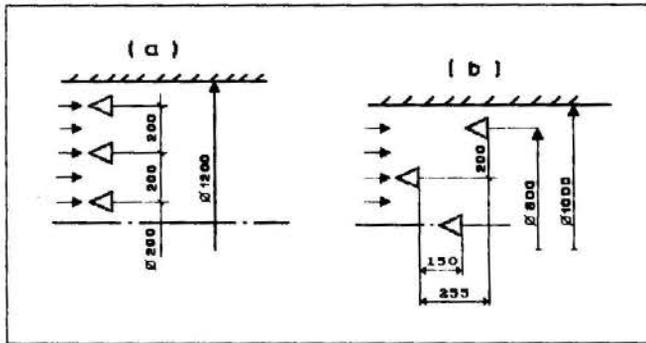


Figura 4. Esquemas para cálculo de câmaras de combustão.

Se inexistem elementos de construção em frente da grade de estabilizadores que diminuam sensivelmente a escala de turbulência (por exemplo, misturadores com células de pequenas dimensões, grades especiais, etc.), então a escala de turbulência é determinada pela folga entre os estabilizadores de chama. Para o caso em questão podemos assumir:

$$l_0 = \Delta \cdot h$$

onde $0,036 < \Delta < 0,04$; h - distância (folga) entre os estabilizadores de chama.

Os resultados dos cálculos estão representados em gráfico (fig. 5).

Cabe ressaltar que, quando a chama alcança as paredes da câmara, a parte relativa da matéria queimada (grau de combustão completa) é de 25%, isto é, diferentemente do caso de chama laminar, não é possível fazer afirmações sobre o fim da combustão quando a chama atinge as paredes da câmara. Além disso, até para um mesmo tempo de combustão t_n , os comprimentos da zona de combustão no eixo dos estabilizadores e próximo à parede são diferentes, o que acontece em virtude da aceleração da mistura inicial pelo gradiente de pressão, o que

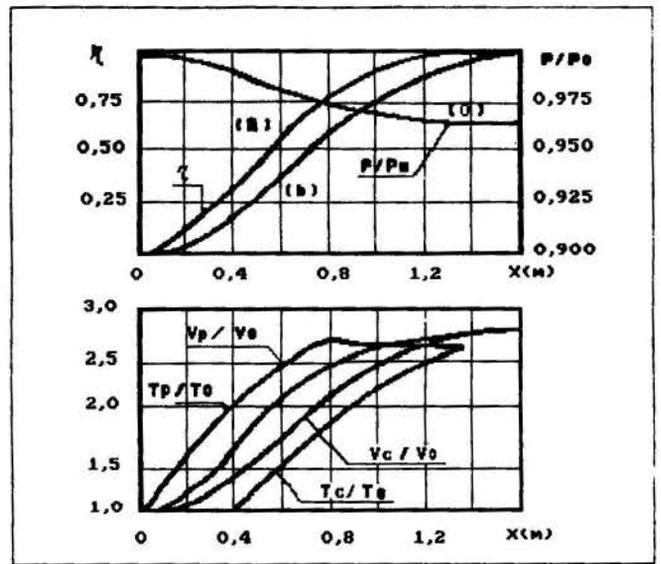


Figura 5. Distribuição de parâmetros em câmara de combustão.

também implica na mudança do ângulo de inclinação da frente de chama em relação ao eixo da câmara (fig. 6). A posição da chama representada pela curva 1 corresponde ao caso de combustão secundária integral e a de número 2 ao regime de combustão secundária parcial, quando os dois estabilizadores superiores estão desligados.

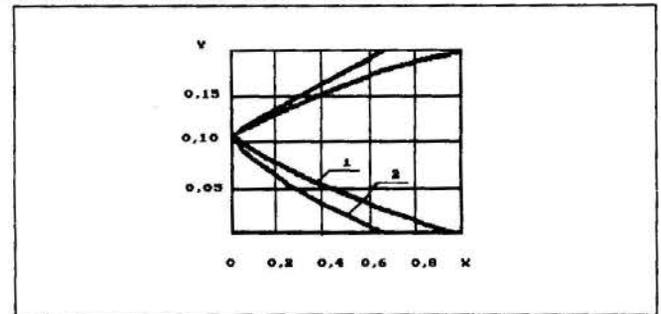


Figura 6. Disposição da frente de chama.

O incremento do ângulo de inclinação da frente de chama no caso 2 é resultado de um aumento mais lento do que no caso 1 da velocidade da mistura inicial, o que acontece em virtude de termos uma liberação menor de calor, causando um menor gradiente de pressão. Esses resultados permitem a explicação de alguns fenômenos encontrados no desenvolvimento de câmaras de combustão secundárias, tais como a queima do difusor em regime de emissão de calor reduzida. Este mesmo efeito deve ser levado em conta também na determinação experimental da velocidade de propagação da chama em escoamentos turbulentos contidos.

REFERÊNCIAS

- . Alemasov, V.E. et al., "Mathematical Modelling of High-Temperature Processes in Power Plants." Nauka, Moscow, 1989.
- . Talantov, A.V., "Osnoy teorii gorenia. (Princípios da Teoria da Combustão.)", Kazan, 1975.
- . Talantov, A.V., Khatchaturian, O.A. and Grudzev, V.N., "Raschot pryamototchnyh kamer na EVM. (Cálculo de Câmaras de Escoamento Direto em Computador.)", Kazan, 1982.

files of 524288 data points per channel. This sampling frequency was considered high enough to avoid aliasing, yet provide sufficient sampling time to attain a true statistical representation of the flame. The data was then transferred to mainframe computers, (Harris HCX-9, and Convex 220) for reduction and storage on magnetic tapes.

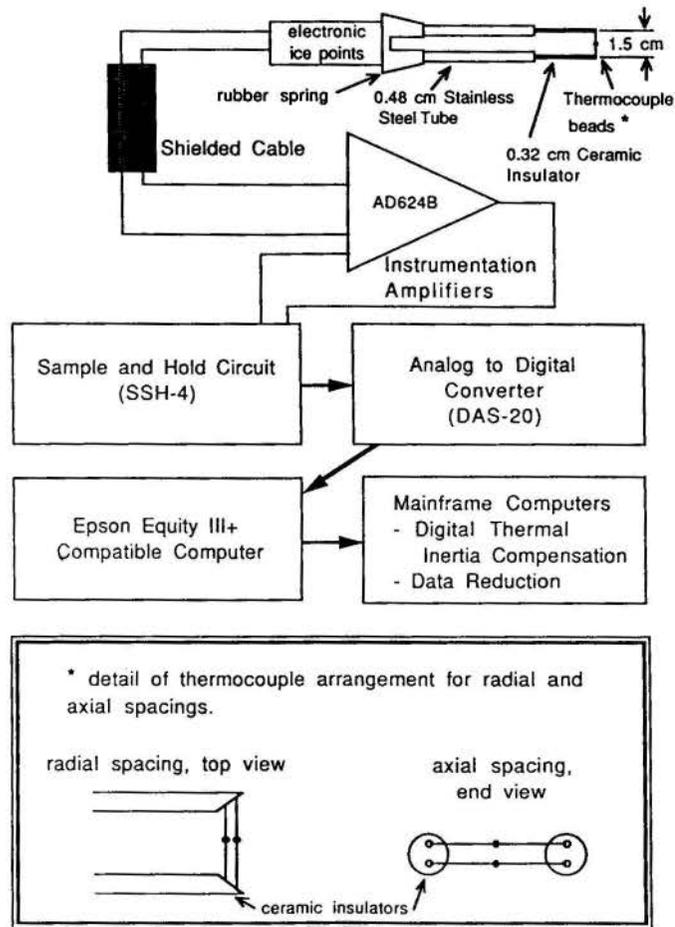


Fig. 2 Schematic of the probe design and data acquisition system.

The analytical expression for the scalar dissipation rate, obtained from the transport equation of the turbulent scalar fluctuations, involves the product of the mean square of the scalar gradient and the diffusivity associated with that particular scalar. In the present study, the dissipation, then, was approximated by taking the difference between the instantaneous temperatures of the two wires, squaring that quantity, and summing up the squares over the time period of the data sample. This summation was then multiplied by the thermal diffusivity and divided by the separation distance squared.

The question concerning proper wire spacing for the probe then becomes an important issue. To make accurate measurements, the wire spacing must be held constant, be repeatable, and within the proximity of the smallest length dissipation scales in the flow. An estimation of the smallest scale of velocity, the Kolmogorov microscale, can be approximated by $\eta = L_u Re_t^{-3/4}$ where Re_t is the turbulent Reynolds number and the length L_u is usually quantified by the velocity half radius (Boyer and Queiroz, 1991). At $z/d = 10$ the smallest microscale was estimated to be 0.064 mm. Thus the wire spacing of 1.5 mm is about 25 times the Kolmogorov scale. However, several items should be considered. First, the range of scales where dissipation occurs is typically 6 to 60 times the Kolmogorov scale (Reynolds 1974). Also, the temperature microscale (η_θ) which describes the smallest length scales of the temperature field, is a more appropriate scale to judge the spatial resolution of the thermocouple spacing. It can be approximated as $\eta_\theta/\eta = (\alpha/\nu)^{1/2}$ (Tennekes and Lumley, 1987). For a propane flame the ratio of η_θ/η varies from 1.10 at ambient to 1.03 at 1400 °C. Thus the range of scales

of temperature does not extend to as small lengths as the fine velocity scales. If the experimental observations of Reynolds (1974) are combined with the temperature microscale, the range of temperature scales where the most dissipation would occur would be from 0.39 to 4.20 mm for $\eta = 0.064$ mm. Furthermore, Dawson *et al.* (1991) performed an analysis comparing the temperature dissipation statistics with wire separations ranging from 1.0 to 3.0 mm and found that the trends in temperature dissipation statistics were relatively insensitive to wire spacing. From this discussion, the wire spacing used in this work was considered sufficient.

Thermal inertia effects of thermocouples were compensated using a Fast Fourier Transform method developed by Son *et al.*, 1989. Because this method assumed thermocouple response to be a first order system and thus dependant on the time constant, the question then arises concerning result accuracy with respect to the time constant used. Dawson *et al.* (1991) performed an analysis comparing the temperature dissipation statistics with the time constant used and found that the variations due to different time constants were minimal and the qualitative trends of the data were well preserved. The technique used to determine the time constant of the thermocouple wires used in this project was developed by Strahle and Muthukrishnan (1976). This method used the cross spectra of two different diameter thermocouple wires; each having a different time constant, and exposed to the same temperature history. A detailed discussion of implementing this technique can be found in Boyer (1990).

3. RESULTS AND DISCUSSION

The effects of droplets on the radial and axial components of temperature dissipation at the axial station of $z/D = 20$ will be discussed in this section. Measurements at the axial position of $z/D = 10$ were also performed, but these will only be briefly referred to because of space limitations. These profiles and other measurements such as statistical moments (mean, rms, skewness and kurtosis) of both temperature and its dissipation can be found in the thesis by Dawson (1993). It should be noted that the information presented here will display most of the qualitative trends noticed throughout the study.

The following data is a continuation of the work done by Queiroz and Rasmussen (1992) who studied the effects of droplets on the thermal structure of a very similar flame. Their report discussed in detail the physical dynamics of the flame with and without the interaction of droplets. Through the work of others and their own measurements, they showed the presence of vortical structures in the shear layers on each side of the reaction zone and how the presence of droplets changed the structure of the flame to become more diffusion controlled. It is the purpose of this section to extend this study by discussing the effects of droplets on temperature dissipation.

For a better understanding of the flame characteristics, a brief discussion of the physical phenomena and thermal structure of the flame, including a temperature mean and rms profile at $z/D = 20$, will be presented first. The discussion will then be extended to include radial lognormal dissipation (μ_r) profiles with and without droplets. Also presented will be probability density functions (pdfs) of the lognormal dissipation and joint pdfs of temperature and its dissipation. A similar discussion will then be given for the axial component of dissipation (μ_z).

3.1 Flame Characteristics

The characteristics of the flame observed here, in particular the gas case, are very similar to those witnessed by other researchers such as Queiroz and Rasmussen (1992), Yule *et al.* (1981), Chen and Rocquemore (1986), and Chen *et al.* (1988). In general, this flame contains four major regions including: a core where cooler unburned gases exist, an inner shear layer where the high velocity gases exiting the jet interact with the slower gases of the reaction, a reaction zone containing primarily high temperature products of the combustion, and an outer shear layer where the ambient air has become instable due to buoyancy effects. The following discussion, in conjunction with the thermal structure of the flame, will explain these

regions in more detail. The discussion will then be extended to include the effects of the droplets.

Figure 3 displays measurements made in the present study of temperature mean (θ_m) and rms (θ_{rms}) with and without droplets at $z/D = 20$. Near the centerline, a core consisting primarily of cooler unburned gases exiting from the jet exists. An inner shear layer, containing small vortices, surrounds this core mixing the cooler unburned gases with the high temperature products from the reaction. This mixing of hot and cold gases causes temperature fluctuations to increase as characterized by the first maxima in θ_{rms} ($r/D = 0.7$). As the axial distance from the jet exit increases, the vortices in the inner shear layer, enlarges until turbulent mixing, vortical coalescence and drag due to lower velocities of surrounding gases, overcome the core and eliminate its existence. A reaction zone, just outside of the inner shear layer, contains high temperature reaction products as seen by the peak in θ_m ($r/D = 1.8$). On the outside edge of the reaction zone, another shear layer is formed containing larger vortical structures caused by buoyancy-driven instabilities. These large vortices cause the mixing of cooler ambient air with the hot combustion products creating high local temperature fluctuations as characterized by the second maxima in θ_{rms} ($r/D = 2.5$). This vortical mixing also carries pockets of high temperature reaction products away from the flame causing θ_{rms} to maintain significant values well outside of the flame. The rotational characteristic of these structures also cause the flame to be pushed inward at some spatial locations and pulled outward at others (Katta and Roquemore, 1992). As these structures convey past a fixed axial position, they create radial oscillations of the flame front contributing to the temperature fluctuations in this area. An interesting discussion of this phenomena, also known as flame flicker or flare, along with excellent illustrations of flow visualization can be found in the works of Katta and Roquemore (1992).

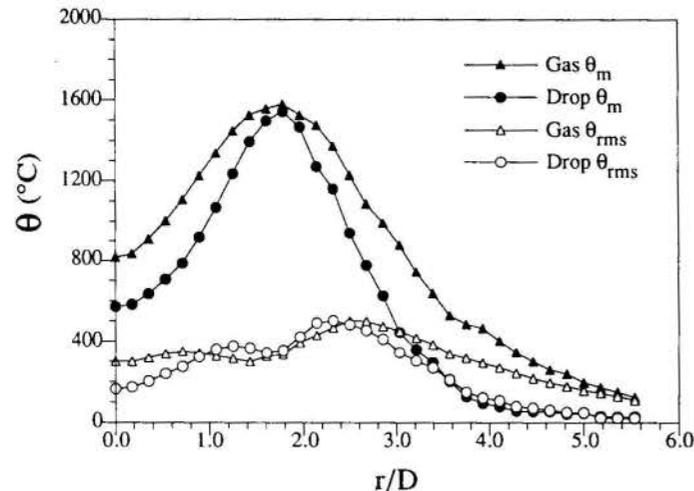


Fig. 3 Mean and rms temperature profiles for the flame with and without droplets at $z/D = 20$.

The effects of the droplets on the structure of the flame are also shown in Figure 3 and discussed extensively by Queiroz and Rasmussen, (1992). A significant reduction of mean temperature, caused by droplet evaporation in the core, can be seen virtually throughout the profile. Near the centerline, θ_{rms} for the gas case shows a broad area (centerline to $r/D = 1.6$) where the temperature fluctuations are relatively high, suggesting that the core has been virtually eliminated by enlarging vortices, turbulent mixing, and phenomena discussed above. When droplets were present, on the other hand, temperature fluctuations were significantly less in the inner core. The first maxima in θ_{rms} is also observed to be more peaked and much closer to the reaction zone ($r/D = 1.3$). These facts suggest that the inner vortices are smaller at this axial location and thus the flow is not as developed as the gas case resulting in a prolonged core. An increase in peakedness and shift closer to the reaction zone was also observed in the θ_{rms} profile outside of the flame. This shows that the outer vortices are

also less developed and smaller. Therefore, their influence on radial oscillations discussed above is also reduced. Visual observations also confirm the flame to be more stationary and thinner with droplets present.

3.2 Radial Component of Dissipation

Figure 4 shows the radial lognormal dissipation mean (μ_r) measured at $z/D = 20$ for both the gas and droplet cases. The gas profile of μ_r displays a peak, reaching approximately 13.5, on each side of the reaction zone ($r/D = 0.6$ and 1.5). Similar results in temperature dissipation have been reported by researchers such as Boyer and Queiroz (1990) and Gladnick *et al.* (1989). The locations of these peaks reflect positions of high θ_m gradients in the flame (see Figure 3). Because the dissipation rate is directly related to the temperature gradient, it stands to reason that when this gradient is high, the dissipation rate will likewise be high.

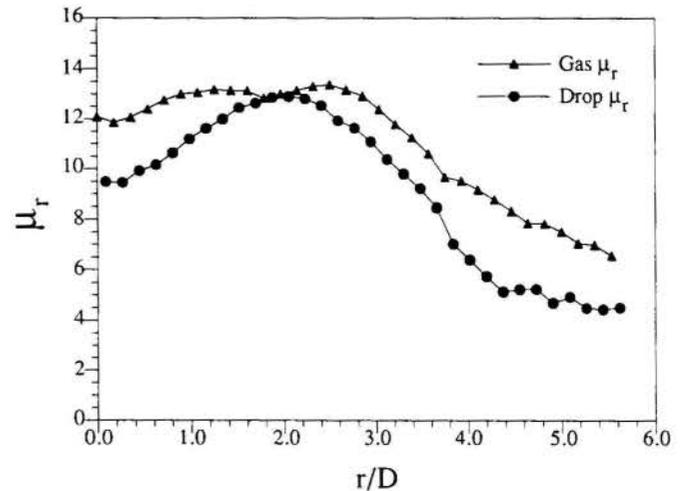


Fig. 4 Lognormal mean of the radial component of temperature dissipation (μ_r) with and without droplets at $z/D = 20$.

The double-peak trend in μ_r is also very similar to the θ_{rms} profile previously illustrated in Figure 3. As discussed in the previous section, these peaks in θ_{rms} are a result of turbulent mixing caused by the shear layers and radial oscillations of the reaction zone. In these areas of higher temperature fluctuations, the probability of each thermocouple wire to be exposed to contrasting temperatures increases, resulting in higher instantaneous temperature gradients and likewise higher dissipation rates. This characteristic indicates that there exists a positive correlation between temperature fluctuations, or θ_{rms} , and the dissipation of those fluctuations. Boyer and Queiroz, (1990) and Gladnick *et al.*, (1989) reported a similar correlation and also reasoned that dissipation rates will be reflective of the rms fluctuations.

These correlations of μ_r with the temperature gradient and temperature fluctuations are also illustrated in other features of the gas case μ_r profile. Near the centerline, as discussed previously, turbulent mixing has virtually overcome the inner core region creating an area with a mixture of hot combustion products and cooler unburned gases. Therefore gas temperature fluctuations are relatively high causing a correspondingly high value in μ_r (approximately 12.0). At the location of the reaction zone ($r/D = 2.0$), which contains primarily hot gases, θ_m shows a broad radial area of high temperatures (see Figure 3). Thus the θ_m gradient is locally reduced resulting in a slight decrease in μ_r . Despite this minima of μ_r in this area, the average local value, approximately 13.0, is still comparatively high. This is a result of turbulent mixing and the oscillating flame front, hence relatively high values of θ_{rms} . At the outer regions of the flame, the large shear layer causes mixing of cooler ambient air with hot reaction products and carries pockets of these hot gases further outward. Therefore fluctuations in temperature continue well outside of the flame as shown by the gradual slope of θ_{rms} . μ_r also displays a similar trend again

illustrating the relationship between μ_r and θ_{rms} . Overall, the influence of the average temperature gradient and θ_{rms} on μ_r can be seen throughout the gas case.

With droplets introduced into the flame, the trends in μ_r change significantly (Figure 4). For example, with the exception of the reaction zone, values of μ_r are notably lower throughout the profile. Also observed is the replacement of the peaks on each side of the reaction zone with near linear trends sloping to a single maxima at $r/D = 2.0$. As discussed previously, the addition of the liquid fuel droplets reduced the development of the flow structure, resulting in smaller and less interacting shear layers near the centerline. Therefore, as shown by the lower values of θ_{rms} , temperature fluctuations are also less in this area thus causing the lower μ_r values. Closer to the reaction zone ($r/D = 1.0$ to 1.6), where greater mixing caused by the inner shear layer exists, μ_r continues to follow θ_{rms} with significant increases in value. Around the average location of the reaction zone ($r/D = 1.6$ to 2.4), some dissimilarities between θ_{rms} and μ_r trends begin to appear. θ_{rms} decreases slightly showing an area primarily of high temperature gases of the reaction. The dissipation rate on the other hand continues to increase to its maximum value of approximately 13.0 at $r/D = 2.0$. Even though θ_{rms} had declined slightly in this area, the mean temperature gradient, in contrast to the gas case, is still significant (see Figure 3). Therefore, μ_r becomes temporarily driven mainly by the temperature gradient. This characteristic, as discussed previously, shows that droplet evaporation has created cooler gases in the core and reduced the mixing effects of the shear layer, thus resulting in steeper differences in local temperatures. Further outside of the flame, the droplets have also reduced the development of the outer shear layer. This is primarily because the droplets are absorbing energy from the reaction and causing lower buoyant forces. Therefore values of μ_r have also been reduced.

Figures 5a and 5b present the lognormal probability density functions of temperature dissipation for each radial location measured. The radial distance (r) has been nondimensionalized by the location where the average temperature profile reached the maximum value (r_0). With

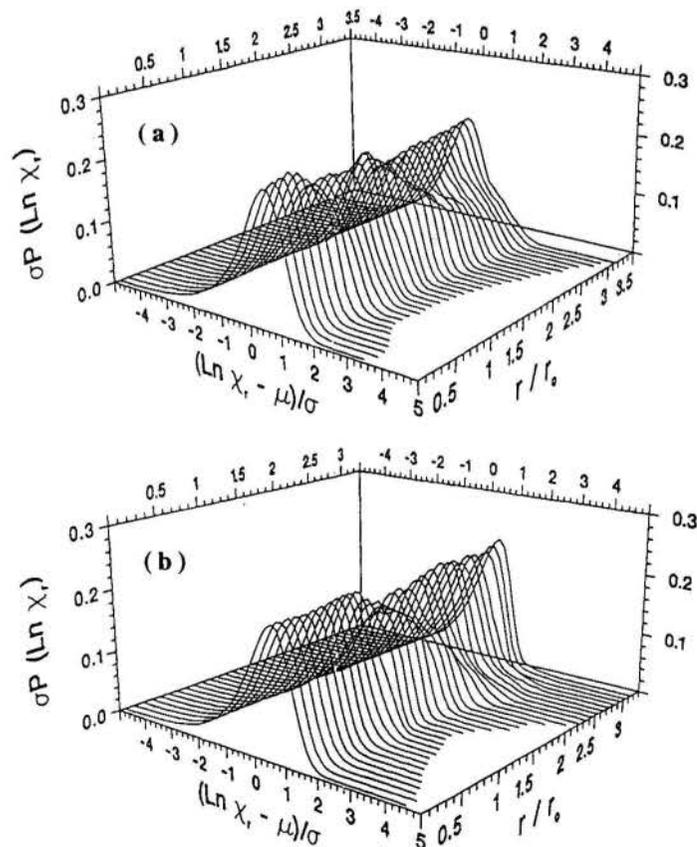


Fig. 5 Probability density functions of lognormal radial dissipation without (a) and with droplets (b) at $z/D = 20$.

droplets present, the core region displays uniformity in probability trends up until $r/r_0 = 1.3$. Then significant deviations from the Gaussian distribution occur. In contrast, without droplets, these deviations did not occur until $r/r_0 = 1.7$. Despite these few minor differences, the droplets had negligible effect on the lognormal pdfs.

Figure 6 shows a few selected joint probability density functions (jpdfs) between θ and μ_r . The locations chosen for this presentation are: the first peak of θ_{rms} ($r/r_0 = 0.6$), the location of the temperature maxima or the reaction zone ($r/r_0 = 1.0$), the second peak of θ_{rms} ($r/r_0 = 1.5$), and a location outside of the flame where significant variations between the gas and droplet cases was observed ($r/r_0 = 2.1$). The horizontal axis represents temperatures ranging from 0.0 to 2000 °C, while the vertical axis represents lognormal temperature dissipation values ranging from 5 to 15. Each contour signifies an increment in probability of 0.001 beginning at 0.000. The maximum values of each contour is also presented for clarity.

At the location of the first θ_{rms} peak ($r/r_0 = 0.6$), the broad contours of the gas case have a very wide range of θ present again illustrating the mixing interaction of the inner shear layer. The peak in the upper right corner shows that most of the dissipation occurs at higher temperatures. The contours also show some higher values of μ_r present at lower temperatures. A low θ correlated with a high μ_r suggest the possibility that pockets of hot combustion gases being carried into the much cooler core region by the inner shear layer, thus creating high instantaneous temperature gradients. The addition of the droplets, resulting in a less developed flow structure, produce a more uniform contour at this same location. Within the proximity of the reaction zone ($r/r_0 = 1$), the addition of the fuel droplets show a wider range of θ with increasing μ_r . This characteristic again suggests that the cooler flame core still exists and is interacting with the reaction. The shift in the first θ_{rms} peak closer to the reaction zone, as discussed previously, would also tend to

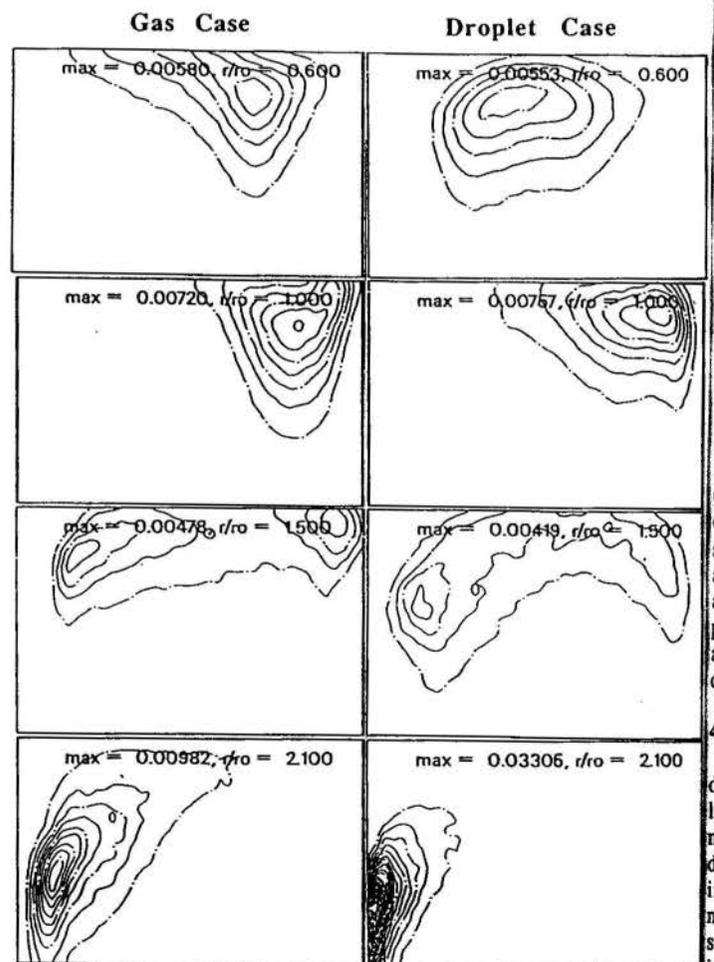


Fig. 6 Joint pdfs of radial dissipation and temperatures at $z/D = 20$.

illustrate this idea. At $r/r_0 = 1.5$, where the second peak in the θ_{rms} occurs, the gas case displays higher values of μ_r and a bimodal peak in temperatures. This bimodal shape illustrates the radial oscillations of the flame. When droplets were present, the weaker outer shear layer reduced the probability of higher temperatures at this radial location and increased the probability of lower μ_r values. Outside of the flame ($r/r_0 = 2.1$) which is thinner because of the droplets, most of the temperature fluctuations have been eliminated, once again illustrating the smaller outer shear layer.

3.3 Axial Component of Dissipation

Profiles of the axial component of temperature dissipation (μ_z), with and without droplets are presented in Figure 7. Because of the similarities between the axial and radial components of dissipation, it will be the purpose of this section to briefly describe only the subtle differences between the two. Noticed foremost is that the differences between μ_z for the gas and droplet cases are less significant than for μ_r in the inner region of the flame (centerline to $r/D = 2.0$). The gas case of μ_z , very similar to μ_r , begins with a value of approximately 12.5 and maintains an average value of about 13.0 throughout this region. In comparison, the droplet profile of μ_z begins with a value of 10.5 instead of 9.5 for μ_r , then converges more rapidly to the gas profile than its radial counterpart. This characteristic trend suggests that μ_z is less sensitive to the effects of the droplets in this area. The duration of similar values between $r/D = 0.8$ to 2.2 also suggests that μ_z is less sensitive to the presence of the droplets.

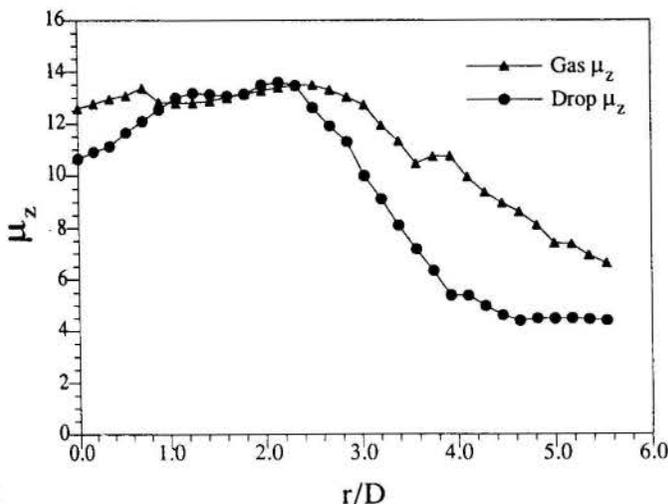


Fig. 7 Lognormal mean of the axial component of temperature dissipation (μ_z) with and without droplets at $z/D = 20$.

At $z/D = 10$ the general trends observed are very similar to those of $z/D = 20$. Strong correlations of μ and the flow structure are still noticed throughout. Some deviations of this correlation, as similarly discussed for the $z/D = 20$ case, are noticed in μ_r near the reaction zone. No significant deviations were observed in the lognormal pdfs and joint pdfs either. Similarities in μ trends at different axial locations were also illustrated in the centerline profile. The only notable droplet effect on this profile was an overall slight reduction in dissipation values. The qualitative trends however remained the same.

4. CONCLUSIONS

An experimental study to determine the effects of droplets on temperature dissipation of a partially-premixed, lifted jet flame was performed. Temperature dissipation was measured in the flame with and without droplets, using a dual wire thermocouple probe compensated for thermal inertia by a digital deconvolution method. Locations measured were two radial profiles at $z/D = 20$ and 10, and several positions along the centerline. The measurements included temperature mean and rms profiles, radial and axial components of lognormal dissipation, lognormal pdfs

of dissipation, and joint pdfs of dissipation and its temperature.

Major conclusions of this study are as follows:

- The temperature mean and rms profile revealed a flow structure in the flame that has also been observed by other researchers. It was found in this study that this flow structure significantly influences the dissipation rates. Areas of greater temperature fluctuations, caused by the shear layers in the flow, and high temperature gradients have been shown to likewise increase dissipation rates suggesting a positive correlation between these variables.

- When droplets were present in the flame, substantial changes in the flow structure were observed causing it to appear less developed. These changes in the flow structure generally resulted in lower values of dissipation throughout this study.

- In addition to having lower values of dissipation, the effect of the droplets caused significant changes in the profile of radial dissipation. The axial component of dissipation showed similar results but of less magnitude suggesting that the axial component of dissipation is less sensitive to the presence of the droplets.

- The only effect of the droplets on the lognormal pdfs was a shift in location where deviations from the Gaussian distributions occurred closer to the core. A decrease in temperature fluctuations and dissipation rates was also shown by the joint pdfs which continue to illustrate the correlation between μ_r and θ_{rms} .

REFERENCES

- Ashgriz, N., and Yao, S. C. (1981). Development of Multi-Orifice Impulsed Spray Generators of Heterogeneous Combustion Experiments. In the proceedings for the ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference, 2:4333-439, Book No. 100158-B.
- Boyer, L. M. (1990). Scalar Dissipation Measurements in a Lifted Turbulent Diffusion Flame. M.S. thesis, Brigham Young University.
- Boyer, L.M., and Queiroz, M. (1991). Temperature Dissipation Measurements in a Lifted Turbulent Diffusion Flame. *Combustion Science and Technology* 79: 1-34.
- Dawson, R. W. (1993). An Experimental Study on the Effect of Liquid Fuel Droplets and Heat Release on Temperature Dissipation Statistics in a Gaseous Turbulent Flame. M.S. thesis, Brigham Young University.
- Dawson, R.W., Boyer, L. M., and Queiroz, M. (1991). A Dual Thermocouple Probe For Measuring Temperature Dissipation Statistics in Reacting Flows. *Heat Transfer in Fire and Combustion Systems*, HTD-Vol. 166 pg. 59-67, ASME, New York.
- Gladnick, P. G., LaRue, J. C., and Samuelsen, G. S. (1990). Anisotropy in the Near-Field of a Turbulent Diffusion Flame. In *Heat Transfer in Combustion Systems* (eds. B. Farouk, W. L. Grosshandler, D. G. Lilley, and C. Presser) HTD vol. 142, pg. 33-40, ASME, New York.
- Katta, V. R., and Roquemore, W.M., (1992). Role of Inner and Outer Structures in a Transitional Jet Diffusion Flame. Submitted for publication: *Twenty-Fourth Symposium (International) on Combustion* by The Combustion Institute.
- Queiroz, M., and Rasmussen, K. G. (1992). The Effect of Monosized Hexane Fuel Droplets on the Thermal Structure of a Lifted Gaseous Jet Flame. Accepted for publication: *Experimental Thermal and Fluid Science*.
- Reynolds, A. J. (1974). *Turbulent Flows in Engineering*. New York: John Wiley & Sons.
- Son, S. F., Queiroz, M., and Wood, C. G. (1989). Compensation of Thermocouples For Thermal Inertia Effects Using a Digital Deconvolution. *Heat Transfer Phenomena in Radiation, Combustion and Fires*, (R.K. Shah ed.) HTD-vol 106 pg. 515-522, ASME, New York
- Strahle, W. C., and Muthukrishnan, M. (1976). Thermocouple Time Constant Measurement by Cross Power Spectra. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal* 14(11): 1642-1644.
- Tennekes, H., and Lumley, J. L. (1987). *A First Course in Turbulence*. Cambridge: MIT Press.

UTILIZAÇÃO DE COMBUSTÍVEIS ALTERNATIVOS EM CALDEIRAS

Paulo César da Costa Pinheiro
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Minas Gerais UFMG
Av. Antônio Carlos, 6627
31270-901 Belo Horizonte, MG

SUMÁRIO

A necessidade de se encontrar uma solução para comparar caldeiras funcionando com diferentes combustíveis (que são normalmente incomparáveis) é há muito tempo almejada. Os resultados operacionais encontrados não são úteis, pois o grande número de variáveis envolvidas no processo de combustão e de transmissão de calor, torna difícil a confrontação destes resultados, ocultando a influência de cada uma das variáveis no contexto global. Este trabalho mostra como a simulação pode contornar este problema, produzindo resultados confiáveis e originais.

INTRODUÇÃO

Existem hoje centenas de caldeiras funcionando com óleo combustível, o qual atingiu um nível de preços tal, que é vantajosa a busca de uma outra solução. Uma vez que o preço do petróleo não vai cair, e que a conservação de energia tem seus limites, a eterna busca da viabilidade econômica dos processos tem 3 soluções:

- 1 - Modificação da tecnologia dos processos, eliminando a necessidade de vapor e/ou de caldeiras.
- 2 - Substituição das caldeiras por outras projetadas para a queima de combustíveis mais econômicos.
- 3 - Adaptação das caldeiras existentes nos processos, para o uso de outros combustíveis.

Das três soluções apresentadas, a que se apresenta mais atraente, economicamente, é a terceira. Há muito tempo existe a necessidade de comparar o comportamento de caldeiras funcionando com combustíveis diferentes; combustíveis estes que são normalmente incomparáveis. Entretanto, não existe um método direto para o cálculo das influências dos diversos combustíveis alternativos no desempenho das caldeiras. Encontramos na literatura técnica, somente resultados operacionais de algumas tentativas realizadas empiricamente (Brecheret F^o, 1978; Energia, 1980; Fontenelle, 1947; Lopes, 1980; Power, 1943).

Por causa do grande número de variáveis envolvidas nos processos de transmissão de calor e de combustão nas fornalhas, torna-se difícil a confrontação dos resultados obtidos, e fica oculta a influência de cada uma das variáveis no contexto global.

A existência deste problema nos levou a procurar na simulação, a sua solução. Vários métodos de cálculo da transmissão de calor em fornalhas de caldeiras aquatubulares a combustível pulverizado foram analisados, e dentre eles o método da aproximação por similaridade dimensional, mais conhecido como Método CKTI (Kuznetsov, 1973), foi o que apresentou a maior flexibilidade quanto à utilização dos diversos combustíveis alternativos.

Este método foi proposto por A. M. Gurvich (1940), do Instituto Central de Construção de Caldeiras e Turbinas (CKTI, Moscou), e tem sido utilizado com bastante sucesso nos países do leste. Baseia-se na aplicação dos princípios da similaridade térmica a dados experimentais, obtidos na análise do desempenho das fornalhas das caldeiras. Através da análise dimensional, estabeleceu-se a equação (adimensional) que relaciona os critérios de similaridade e a troca de calor na fornalha:

$$\frac{T_f}{T_o} = \frac{Bo^{0,6}}{M \epsilon_f^{0,6} + Bo^{0,6}}$$

onde, T_f é a temperatura de saída dos gases da fornalha (K), T_o a temperatura adiabática da chama (K), Bo o número de Boltzman, ϵ_f a emissividade da fornalha, e M o coeficiente adimensional ($\approx 0,5$).

O critério básico de transmissão de calor na fornalha é o número de Boltzmann Bo :

$$Bo = \frac{B \overline{Cp_g} V_g}{5,67 \cdot 10^{-11} X_p \xi S_p T_o^3}$$

onde, B é o consumo de combustível (kg/s), Cp_g e V_g são o calor específico médio (kJ/m³) e o volume dos produtos da combustão (m³/kg comb), X_p o coeficiente de proteção das fornalhas (adm), ξ o coeficiente de deposição de fuligem (adm) e S_p a área total das paredes da fornalha (m²).

Apesar de ter sido exaustivamente testado ao longo do tempo que tem sido utilizado, período no qual lhe foram acrescentados diversos aperfeiçoamentos, o método CKTI possui raríssimas publicações no ocidente, onde é praticamente desconhecido. Sua principal desvantagem reside no fato de utilizar 15 coeficientes empíricos, dos quais 12 são função do combustível utilizado. Contudo, podemos obter excelentes resultados, sobretudo no cálculo das fornalhas das grandes centrais térmicas (até 1000 MW).

A fim de minimizar o trabalho de análise e facilitar a utilização do modelo matemático para o cálculo da transmissão de calor nas fornalhas, foi desenvolvido um programa na linguagem Fortran IV, para o computador Burroughs B-6900. Uma versão para os micro-computadores compatíveis com o IBM PC é também disponível. O programa montado modularmente, constou de um programa principal e de 6 sub-rotinas, num total de 660 linhas.

Concluída a instalação do modelo matemático, foram realizados uma série de testes, a fim de verificar o seu correto funcionamento:

1 - Verificação do funcionamento do método pelo recálculo de caldeiras conhecidas. Como possuíamos dados operacionais de algumas caldeiras (entre 10 e 240 Ton/hr), funcionando com combustíveis diferentes (óleo diesel, óleo combustível, carvão e licor-preto), recalculamo-las através do método CKTI. O cálculo apresentou um erro inferior a 7% em relação aos dados experimentais.

2 - Verificação do funcionamento do método de cálculo, por comparação com outros métodos. Foram projetadas várias caldeiras, por diferentes métodos (Gulic, 1981; Nuber, 1968; Pera, 1966; Taliev, 1957), e os resultados comparados com aqueles obtidos pelo método CKTI. O método CKTI apresentou um desvio inferior a 13%, em relação aos demais métodos citados acima.

3 - Análise das seguintes variáveis sobre a transmissão de calor na fornalha:

- Tamanho e forma da fornalha;
- Temperatura de preaquecimento;
- Coeficiente de excesso de ar;
- Taxa de oxigenação do ar de combustão;
- Temperatura de vaporização;
- Taxa de liberação de calor.

4 - Análise da influência de diversos combustíveis alternativos na transmissão de calor na caldeira. Esta análise foi efetuada tomando por modelo uma caldeira padrão, de dimensões variáveis, conforme as especificações abaixo:

CARACTERÍSTICAS DA CALDEIRA

Fornalha:

- Tipo - Aquatubular
- Forma - Paralelepípedo
- Dimensões - L x L x 3L
- Volume - entre 50 e 1000 m³ (3L³)
- Area total (S_p) - (14L²)
- Superfície Absorvedora - 0,95 (14L²)
- Emissividade da parede - 0,82 (aço)

Queimador de fluido auxiliar:

- Posição - altura "L" da soleira

Comburente: ar atmosférico

- Temperatura ambiente - 298 K
- Temperatura preaquecimento - 400 K
- Umidade - 13 g/kg ar
- Excesso de ar (α_r) - conforme tabela 1

Fluido térmico

- Vapor de água
- Temperatura de vaporização - 498 K
- Pressão de vaporização - 25,5 kg/cm²

As características dos combustíveis analisados estão apresentadas na tabela 1, onde α_r é o coeficiente de excesso de ar na saída da fornalha e q_v a taxa de liberação de energia (kW/m³) recomendada.

RESULTADOS

A figura 1 mostra a quantidade de energia absorvida na fornalha, com a utilização do óleo combustível BPF e com os diversos combustíveis alternativos.

Pode-se notar que o óleo diesel permite uma maior absorção de energia na fornalha do que o óleo combustível. Estes dois combustíveis possuem temperatura e emissividade da chama semelhantes, mas a combustão do óleo diesel é mais limpa, produzindo uma menor quantidade de fuligem. A fuligem se deposita sobre os tubos da fornalha, diminuindo a transmissão de calor para os tubos.

O etanol (álcool combustível) e o metanol, possuem temperatura de chama menores, e uma baixa emissividade da chama. Entretanto, a combustão destes álcoois é praticamente isenta da deposição de fuligem, o que compensa estes fatores. Na figura 1, a curva do etanol se sobrepõe à do óleo combustível.

Assim, nas condições admitidas na análise, sendo permitida uma queda de até 10% na produção térmica, o óleo BPF poderá ser substituído pelo álcool etílico e metanol. É apresentado na literatura (Energia, 1980, Brecheret F^r, 1978), algumas experiências da utilização destes combustíveis em caldeiras. As únicas modificações necessárias seriam a adaptação dos queimadores e das linhas de bombeamento do combustível (Duhl, 1976).

Se os álcoois não são economicamente competitivos com o óleo BPF, o são com o óleo diesel e o querosene, muito utilizados em caldeiras de pequeno e médio porte, e nas grandes caldeiras como combustível de partida. A substituição do diesel pelos álcoois é bastante simples.

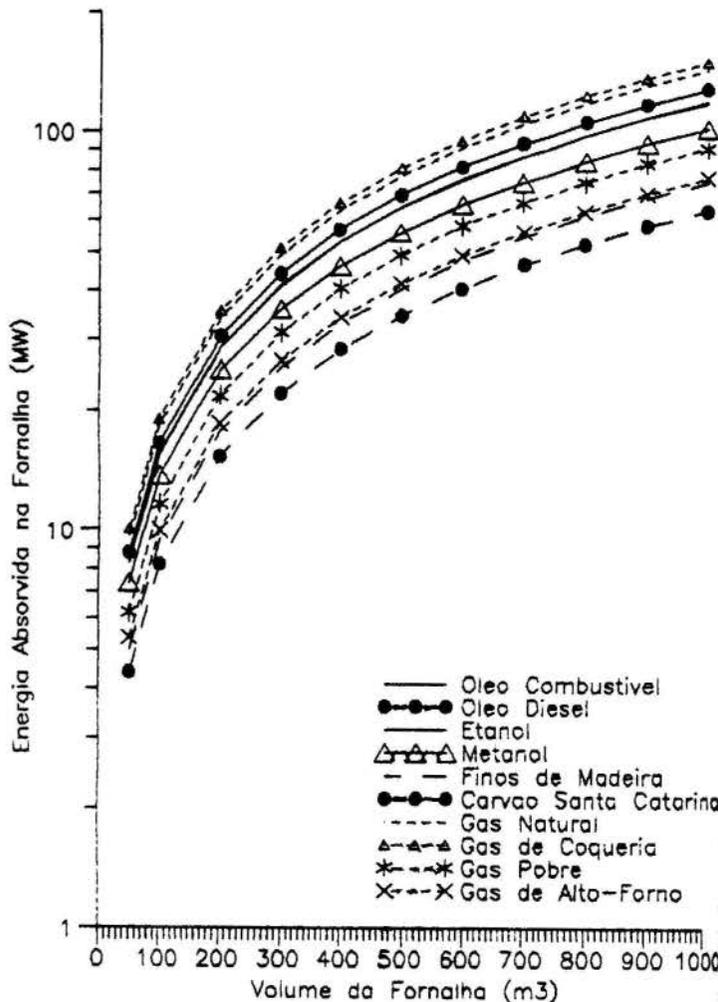


Fig. 1. Quantidade de energia absorvida na fornalha (MW)

A combustão dos gases é praticamente isenta da formação de fuligem. Além disso, a grande velocidade de combustão dos gases permite grandes taxas de liberação de energia no volume da fornalha (até 350 kW/m³), sem que a chama atinja o duto de saída da fornalha. Assim, a utilização do gás natural, do gás de coqueria, ou mesmo do gás de rua COMGAS (não representado na figura), pode-se obter, até mesmo uma maior produção térmica do que com o óleo combustível. A utilização de gás natural em caldeiras para óleo é apresentada por Davies e Oeppen (1972).

O gás pobre (gasogênio) e o gás de alto-forno, possuem um baixo poder calorífico, e um combustível mais difícil, não permitindo uma alta taxa de liberação de energia. A utilização destes gases vai levar a uma queda na absorção de energia na fornalha da ordem de 25 a 35%. Na análise realizada, estes gases foram considerados isentos de cinzas volantes. A presença de cinzas volantes vai diminuir a transmissão de calor na fornalha.

Tabela 1 - Características dos combustíveis analisados.

COMBUSTÍVEL	PCI kJ/kg	α _r	q _v kW/m ³	Análise Gravimétrica						
				C	H	N	O	S	ÁGUA	CINZA
Óleo combustível	38220	1,13	290	0,830	0,104	0,003	0,004	0,028	0,030	0,001
Óleo diesel	42700	1,13	290	0,860	0,132	0,001	0,001	0,006		
Álcool etílico	24780	1,13	290	0,486	0,122		0,324		0,068	
Metanol	18820	1,13	290	0,346	0,144		0,461		0,050	
Carvão SC	18300	1,25	175	0,431	0,029	0,009	0,060	0,024	0,060	0,387
Pó de serra	16940	1,20	175	0,426	0,055	0,032	0,340		0,134	0,013

COMBUSTÍVEL	PCI kJ/m ³	α _r	q _v kW/m ³	Análise Volumétrica						
				CO	CO ₂	H ₂	N ₂	CH ₄	C ₂ H ₆	C ₃ H ₈
Gás natural	37000	1,05	350				0,019	0,870	0,076	0,035
Gás de coqueria	17288	1,05	350	0,062	0,021	0,533	0,113	0,250	0,014	0,007
Gás pobre	5086	1,05	230	0,285	0,059	0,128	0,525	0,003		
Gás alto-forno	3977	1,05	230	0,290	0,075	0,025	0,610			

devido à sua deposição sobre os tubos e ao aumento da absorvidade do meio semi-transparente que preenche a fornalha.

A utilização de combustíveis sólidos provoca a maior queda na produção térmica da fornalha (de 40 a 50 %). Isto é devido a necessidade da permanência da partícula sólida um longo tempo dentro da fornalha, para que possa completar a sua combustão. Isto leva a utilização de baixas taxas de liberação de energia.

Deve ser lembrado, que os combustíveis sólidos possuem grandes quantidades de cinzas, que são arrastadas pelo fluxo de gases e depositadas sobre as superfícies da fornalha e dos elementos convectivos, diminuindo o calor absorvido nestes equipamentos. Torna-se assim, necessário a sopragem sistemática destas superfícies. Além disso, as cinzas volantes e as partículas incandescentes atenuam a radiação oriunda da chama. Esta queda de potência é apresentada na literatura (Moris, 1979).

Caso a perda de potência seja admissível, a adaptação de uma caldeira para a utilização de combustíveis sólidos é complicada, e nem sempre economicamente viável, principalmente caso seja necessário a combustão em grelha. Muitas vezes torna-se mais econômico a instalação de uma antecâmara de combustão, ou a substituição da caldeira por uma projetada para o combustível desejado. Fontenelle (1947), Power (1976), Morris (1979) e Lopes (1980), mostram modificações necessárias para que uma caldeira projetada para o uso com combustível líquido, possa funcionar com combustível sólido.

A figura 2 apresenta a eficiência térmica da fornalha, com a utilização do óleo combustível e dos diversos combustíveis alternativos.

Pode-se notar que, para os combustíveis, mantendo-se constante a taxa de liberação de energia (kW/m^3), existe uma diminuição do rendimento térmico com o aumento do volume da fornalha. Isto ocorre porque, mantendo-se constante a forma da fornalha, a relação área/volume (no caso $14\text{L}^2/\text{L}^3$) diminui com o aumento das dimensões. Assim, para manter o rendimento térmico, ao aumentar o volume da fornalha deve-se adaptar a sua forma a manter a relação área/volume.

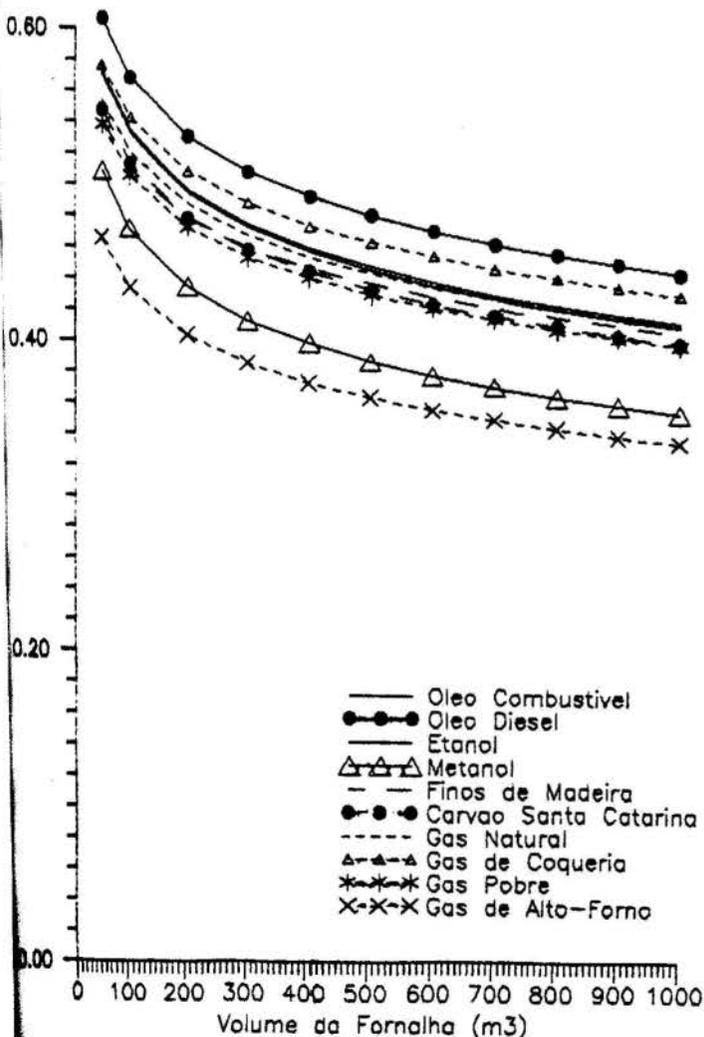


Fig. 2. Eficiência térmica da fornalha.

O maior rendimento térmico do óleo diesel em relação ao óleo combustível, é devido à menor deposição de fuligem sobre as superfícies da fornalha. Para os gases, com a mesma taxa de liberação de energia, os maiores rendimentos estão relacionados com a temperatura e emissividade da chama.

CONCLUSÕES

O Método CKTI mostrou-se satisfatório para o cálculo da transferência de calor nas fornalhas das caldeiras usuais, podendo ser utilizado para a simulação da utilização dos diversos combustíveis alternativos em caldeiras.

O etanol e o metanol mostraram ser uma solução tecnicamente correta para a substituição do óleo combustível BPF; e ser uma solução técnico-econômica para a substituição do óleo diesel e querosene nas caldeiras. O gás natural, o gás de coqueria e o gás de rua podem ser utilizados sem problemas para a substituição do óleo combustível. Os novos gasodutos projetados, vão levar o gás natural aos grandes centros, e isto pode torná-lo o substituto ideal para o óleo combustível. Caso seja admissível uma perda de potência de 40-50%, podem ser utilizados os gases pobre e de alto-forno e os combustíveis sólidos.

REFERÊNCIAS

- .BRECHERET FILHO, V. "Em projeto a troca do óleo combustível pelo metanol" (entrevista) IN: Dirigente Industrial, Vol.19, N.11, pp.44-45, Dezembro 1978.
- .DAVIES R.M. OEPPEN B. Combustion and Heat Transfer in Natural Gas Fired Boilers. J. Inst. Fuel, v.45, p.383-390, 1972.
- .DUHL R. W. "Methanol as Boiler Fuel". Chem. Eng. Proc., pp.75-76, Julho 1976.
- .ENERGIA. "Light estuda o uso do etanol na geração de eletricidade". Energia, Vol.2, N.2, Maio-Junho 1980.
- .FONTENELLE P. "Carvão Nacional. Adaptação recíproca para utilização em caldeiras". Rev. Eng. RGS, Vol.3, N.10, pp.46-64, Setembro 1947.
- .GULIC M.G. e GVOZDENAC D.D. "A mathematical model for heat transfert in combustion chambers os steam generators". J. Eng. Power, Vol.103, N.7, pp.545-51, Julho 1981.
- .GURVICH A.M. Dolk-Akad. Nauk., Vol.27, N.7, 1940.
- .KUZNETSOV N.V. et alii. Teplovoy Raschet Katelnykh Agregatov. Normativni Metod. Moscou, Energia, 1973, 295p.
- .LOPES B.A.D. "Queima de carvão vegetal nos geradores de vapor da Copene". Energia, Vol.2, N.8, pp.56-63, Maio-Junho 1980.
- .MORRIS K.W., BARYNIN J.A. "Converting to coal firing". Pulp & Paper Canada, Vol.80, N.7, pp.T216-20, Julho 1979.
- .NUBER F. Cálculo térmico de caldeiras e fornalhas. Porto Alegre, Globo, 1968, Vol.7, parte 2, Cap.4, pp.583-824.
- .PERA H. Geradores de vapor d'água (caldeiras). São Paulo, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1966, 288p.
- .POWER. "Oil-to-coal conversions still necessary". POWER, Vol.87, N.5, pp.94-5, 180, 182, 184, 186, Maio 1943.
- .POWER. "Should you convert to coal?" Power, Vol.120, N.7, pp.38-40, Julho 1976.

ABSTRACT

The way to compare boilers working with different fuels (which are normally not comparable) has been a long looked for solution for an important problem. The operational data are not useful, since the number of variables involved in the combustion and heat transfer processes makes difficult the overall evaluation of these results, disguising the individual influence of each term inside the global context. This work shows how simulation can go round this difficulty, producing both original and reliable results.

ON THE DEVELOPMENT OF A NUMERICAL CODE FOR PREDICTING 3-D PULVERIZED COAL FLAMES

COIMBRA, C.F.M. and CARVALHO, M.G.

*Mechanical Engineering Department
Av. Rovisco Pais 1096, Lisboa Codex
Portugal*

SUMMARY

The present paper describes the main body of a numerical code which has been developed to simulate numerically the combustion, heat transfer and flow field of full-scale pulverized coal furnaces. The overall numerical model is based on the Eulerian description of the gas-phase coupled to a Lagrangian treatment of the particulate phase. The turbulent particle dispersion is accounted for by an economic under/over relaxation technique discussed here. Results of the three-dimensional simulations are shown.

INTRODUCTION

The thermal engineering designers have given attention to the virtues of the multi-phase systems in reactive and non-reactive flows. Many of the new applications on the development of more efficient heat exchangers have used gas-solid, liquid-solid or gas-liquid-bubbles flows. The modeling of such kind of equipment is a current interest of mechanical and chemical industries.

In the context of non-reactive flows, compacted structures of heat exchangers have been proposed. Some of the original works remain yet in the earlier stage of global modeling (see e.g. Fortes, Coimbra & Costa, 1990). The closure of such works by numerical descriptions of the local properties in the fluid flow is a hard task due to the non-linear mechanisms of densely loaded multi-phase flows and because of the influence of particle-particle interactions in such applications (Fortes, Joseph & Lundgren, 1987).

On the other side, the behavior of isothermal or reactive particle laden flows with high volumetric voidages has been deeply studied. The modeling of small particles mechanics in turbulent flows and the mutual interphase contributions for spray-like systems can be found in the available literature (Chen & Pereira, 1991 and Gore & Crowe, 1989). In these dilute cases, the particle-particle interactions can be neglected but another difficulty arises: now the particles are susceptible to turbulent dispersion due to their low ratio "inertia / steady drag force".

The Eulerian framework generally used to describe single phase flows has been applied to the description of many multi-phase systems. Most of the Eulerian models are fundamentally based on empirical correlations and assume mean-properties behavior of the particle laden flows. In spite of the successful models applied to densely loaded flows, fluidization and single-phase flows, the use of a Lagrangian framework to describe the dispersed flows can be profitable in the sense of the privileged reference point. Many of the physical characteristics of the particles motion and heat transfer parameters are more easily handled by the Lagrangian point-of-view.

The need for a comprehensive code to describe the combustion, heat transfer and flow field of generic pulverized coal flames is the motivation of the present work. The subject of study remains in a special category of two-phase flows since the size distribution of particles belongs to a wide range of 1-200 μm diameters. The modeling of the particle's flight into the combustor have to include slippage and turbulent dispersion. The 100-200 μm particles are just slightly affected by the dispersion but their inertia shift the trajectories from the flux lines of the flow field. In opposition, the smaller particles are strongly influenced by the instantaneous fluctuations of the gas-phase.

As other solid-fueled applications, the particulate phase is not a special instrument to provide high mixing flows but carries partial sources of heat and mass through the gas phase. The overall behavior of the two phases involved must be carefully considered to achieve trusty on the simulation code remarking the economic

limitation of the industrial applications. This paper is concerned to the description of reactive coal particles interaction with the surrounding gas in a full-scale, wall-fired furnace.

THE PHYSICAL AND NUMERICAL MODELS

Equations of Motion. In a steady-state non-reactive flow, the continuous phase is evaluated by solving the general transport equation (eq. 1) for mass, momenta and turbulent quantities.

$$u_{i;g} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_{;g} \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_{\phi}^{ef} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S_{\phi;g} + S_{\phi;p} \quad (1)$$

The Lagrangian approach is based on the computation of particle trajectories of representative groups in the flow domain. The interaction of the two phases involved is accounted for by the Particle-Source-In-Cell (PSIC) model originally proposed by Migdal & Agosta (1967) and applied here in the form given by Crowe, Sharma & Stock (1977). Turbulence is considered in the present work by an eddy-viscosity concept and a two-equations model was adopted (Launder & Spalding, 1972). For the results presented in this paper, the exchanged terms between the particles and the gas phase do not include the turbulence modulation. This is justifiable through many previous studies on the magnitude of the turbulence corrections when compared to the averaged momentum contribution and to the local values of kinetic turbulent energy for similar dilute flows (Azevedo & Pereira, 1991).

The particle's equation of motion can be written as following:

$$\frac{m_{;p} \partial u_{i;p}}{\partial t} = 3\pi \mu_{;g} d_{;p} f(u_{i;g} - u_{i;p}) + K_{;m} \rho_{;p} V_{;p} \frac{\partial}{\partial t} (u_{i;g} - u_{i;p}) + m_{;p} g_i + K_{;B} d_{;p}^2 \left(\pi \rho_{;g} \mu_{;g} \right)^{1/2} \int_{t_0}^t \frac{\partial}{\partial t'} (u_{i;g} - u_{i;p}) dt' - \rho_{;g} V_{;p} g_i \quad (2)$$

where the Saffman, Magnus and other negligible forces in this case are not pointed. For pulverized coal particles under reactive conditions, the terms of apparent mass, buoyancy and Basset history-time forces are also negligible (see e.g. Azevedo et al., 1992 and Baxter, 1989), leading to the application of the Newton's Second Law just considering the steady drag and gravity terms. Due to the intrinsic unimportance of the particle-particle interactions, a single-particle correlation given by Wallis (1969) was employed to determine the particle's drag sensitivity to the inertia / viscous dissipation ratio for different regimes of the flow field.

Turbulence effects on the particle's motion are considered by

estimation of the instantaneous velocity of the gas phase from the mean velocity field and the fluctuation randomly sampled through the known turbulent properties of the time-averaged flow. The Boussinesq hypothesis was applied to obtain the fluctuating velocity components and their multi-dimensional correlated deviations are calculated by a conditional Gaussian distribution (Gaussian PDF) with primary standard deviation given by eq. 3.

$$\sigma = \sqrt{2/3} k \quad (3)$$

The next cyclic and conditioned fluctuation is corrected by the expected value given the first fluctuation (eq. 4).

$$u_{2;g,cond} = u_{2;g} * \left(1 - \left(-\frac{\mu_{;g}^t}{\rho_{;g}} * \frac{\tau_{1,2}}{u_{1;g} u_{2;g}} \right)^2 \right)^{1/2} + u_{1;g} * \left(-\frac{\mu_{;g}^t}{\rho_{;g}} * \frac{\tau_{1,2}}{u_{1;g} u_{2;g}} \right) \quad (4)$$

During a time step, this procedure is repeated cyclically for the three different coordinates, as described in Coimbra (1992). The turbulent interaction is considered acting over a time step which is the minimum of the two characteristic eddy times (eddy-cross time and eddy lifetime) as in eq 5. (Gosman & Ioannides, 1981).

$$t^t = 0.09 \frac{0.75 k^{1.5}}{\epsilon} \min \left\{ \frac{1}{v_{e;p}} ; \left(\frac{2k}{3} \right)^{-1/2} \right\} \quad (5)$$

As the particulate phase sources have to interact with a time-averaged field, the statistical treatment of the fluctuating velocities must be treated with some caution. The calculation of time-averaged fields is based on the assumption of time-averaged values for all variables involved. Obviously, the simple application of the PSIC model with dispersion effects cannot account for mean values of instantaneous velocities if the total number of particles tracked is not statistically representative. The number of requested trajectories in most of the two-phase flows is completely prohibitive from the CPU time standpoint. Because of this limitation, some semi-Lagrangian methods have been proposed (Baxter, op. cit. and Lockwood & Papadopoulos, 1989) considering PDF's propagation of position or instantaneous velocity ensembles through the flow field. Despite the statistical elegance of these methods, new secondary and weak-meaning variables are introduced and due to the necessary rough grids to model full-scale combustors, this kind of methods is not applicable for the present problem (Coimbra, Azevedo & Carvalho, 1992).

One simple procedure named stochastic self-stable strategy was developed to average the instantaneous values created by the Lagrangian routine. This approach is based on the numerical properties of the solution procedure which most of the codes used for engineering purposes present and consists on to keeping the marching evolution of the flow field convergence. After a parametric number of iterations (Coimbra, op. cit.), the trajectories calculated are good enough to be considered in an accumulative weighting expression given by

$$\overline{S}_{\phi;p}^L = (1 - \zeta) \overline{S}_{\phi;p}^{L-1} + \zeta S_{\phi;p}^L \quad (6)$$

where

$$\zeta = L^{-1} \text{MAX} \left\{ 0.5 ; \left(100 \sum_{i,j,k} |r_{ijk}| \right)^{-1} \right\} \quad (7)$$

L is the number of the Lagrangian routine call and r_{ijk} is the major value of the normalized residues (the convergence is achieved when the normalized residues remain smaller than 5×10^{-3} for all generic properties). For each Lagrangian routine call, 2000 different trajectories are calculated. Respective weights of tracking procedure sources are then obtained in the [0.5 : 2] domain. Eq.7 shifts the averaged fields closely to the last iterations, in a stabilizing strategy. The value of 0.5 in eq. 7 is a specific parameter for the application studied and the smoothness of the overall convergence is a function of this value.

It is very important to remark the conceptual differences that appears when random variables are introduced interacting with deterministic flow evolution. In this case, the final solution obtained depends on the under-over relaxation procedure because just a few trajectories (in the range of 500-2000) are calculated for each Lagrangian routine call. In the limit of using under-relaxation factor equal to the unity, only the last fluctuation of the instantaneous velocity is considered with no averaging treatment. Some of the so-called convergence ill-behaviors of the Eulerian-Lagrangian methods in dilute two-phase flows are misapplications of PSIC model coupled with dispersion mechanisms.

Figure 1 shows the convergence rate for mass and momenta (the greater residue for the three coordinates). The circles represent the weight of the information given by the PSIC model for that Lagrangian routine call. The last weights are larger because the last trajectories are calculated with the gas field solution nearest to the convergence. All trajectories are accounted for in the sense that the first ones are useful to prepare the gas field for the last ones, but the information of the trajectories calculated by a remote flow field is vanished by the cumulative procedure, and does not affect the final results.

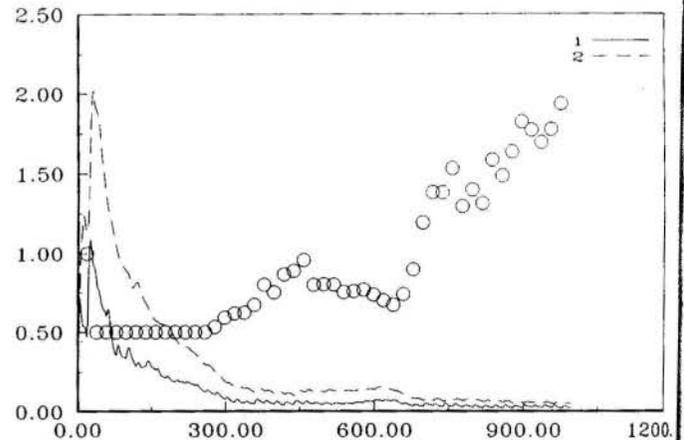


Figure 1. x axis - number of iterations
y axis - 0 - weights 1- mass 2 - momenta

This procedure differs from the presented by Gosman & Ioannides (op. cit.) due to the different weights considered by the marching strategy. In the Gosman & Ioannides' model all the trajectories have the same importance despite of the quality of the surrounding continuum phase used to determine the particles paths.

Combustion. The reactive environment of the coal volatiles, oxidants and products is described by an extension of the eddy-dissipation model of Magnussen & Hjertager (1977), combined with specific chemical rates for coal combustion (Coimbra, Azevedo & Carvalho, 1992). The particle's boundary layer is considered as oxidative, therefore the combustion products are mainly CO₂. Five different species, enthalpy and radiating fluxes constitute the set of additional equations to solve in the calculation domain for reactive conditions. These species are: coal volatiles, O₂, CO₂ (inner the iteration loop), NO_x and HCN (in a post-processor routine). The particle's equation of heat balance and the

calculating of mass released during the fast pyrolysis, devolatilization and combustion of char follows closely the overall procedure shown in Lockwood, Salooja & Syed (1981). No cross-reaction of volatiles and char was considered and a single reaction model for the devolatilization was implemented since the coal used in the test-cases was not a high-volatile coal. The char combustion is modeled by a parallel competition between the oxidant diffusion to the particle's surface and the chemical rate of combustion. The general chemical and kinetics rates of the model can be found in Coimbra et al (op. cit.).

The NO_x formation and reduction mechanism follows the empirical correlations of DeSoete (1975). The post-processor routines were applied considering the fuel-NO_x mechanisms but neglecting the thermal NO contribution and the reduction by the char. These assumptions are based in the previous work of Fiveland, Eskinazi & Wessel (1987) which presented these two effects as second order terms.

Radiation. Radiative transfer is the dominant mechanism of heat transfer in full-scale pulverized coal boilers. The flame radiative properties were modeled by a two grey and a clean gas model as in Truelove (1976) and by combined gas-particles approach as in Boyd & Kent (1986). The transport of radiation has been modeled by the Discrete Transfer Model (Lockwood & Shah, 1981). For the results shown here, the integro-differential equation of radiation (eq.8) was solved considering the combined gas-particles properties suggested in the Boyd & Kent's work.

$$(\nabla \cdot \vec{n}) I_{\lambda} = - (K_{\lambda} + K_{\lambda s}) I_{\lambda} + K_{\lambda} I_{b;\lambda} + \frac{K_{\lambda s}}{4\pi} \int_{\omega'=0}^{4\pi} I_{\lambda}(\omega) d\omega$$

(8)

where no scattering influence (subscript s) was considered.

APPLICATION OF THE NUMERICAL CODE

The Case Studied. The fully three-dimensional model was applied to a coal-fueled industrial combustor with 20 burners assembled in four vertical rows with five burners each. The complete description of the geometry of the boiler considered can be found in Coimbra et al (op. cit.). Several different operational conditions have been simulated by the model described and comparisons with experimental data of pollutant emissions from the furnace are also provided in that paper. The different cases are related to the Burners-Out-Of-Service (BOOS) technique to reduce the pollutant emissions from the furnace. In the present paper, the simulations give relevance to one single operating condition for which the top row of burners is used to feed overfire air. This is a very interesting case from the industrial point-of-view since yielded a considerable reduction of measured NO emissions when compared with the normal operating conditions. A good agreement between the experimental NO emissions results measured in the flue gases and the numerical predictions obtained with the previous described post-processor routines was achieved.

The numerical code is based on the well-known volume finite discretization by staggered grids. The flow domain was divided in 22x19x60 grid nodes for the solution of eq. 1 and in a 14x10x27 grid for the radiation calculations (eq.8). Particles' trajectories were evaluated by a non-interpolation Lagrangian procedure which could be addressed as a three-dimensional extension of Rizvi's method (Rizvi, 1985), jointed to the stochastic dispersion mechanism above described.

RESULTS AND DISCUSSION

The results shown here consist in a map distribution of properties and species concentrations for a cross sectional view of the combustor. In order to provide a qualitative overview of the flames configuration, the plane chosen includes a row of burners. Figure 2 shows the oxidant and temperature distribution on the cited plane.

Due to the cold air inlet of the fifth row of burners, the behavior of burners in this line is completely different from the others. Interestingly, all the simulations made show that the operating conditions for the burners are quite different for each one (all burners work in their specific own way). This is an important information for the burners and furnace designers because there is

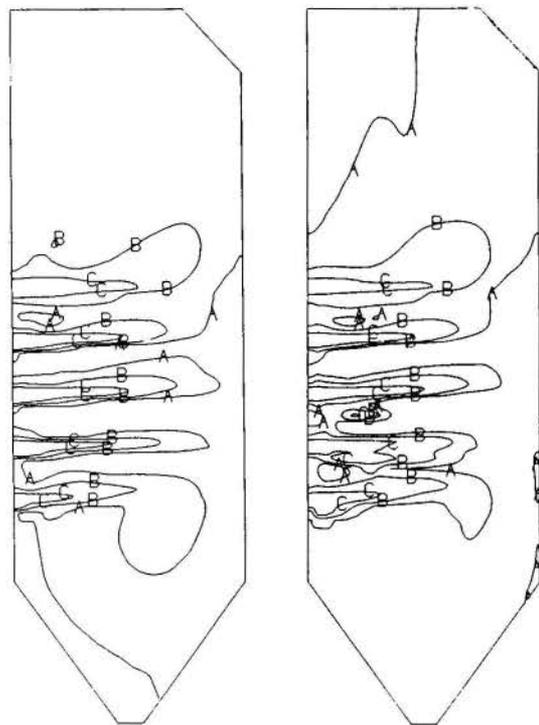


Figure 2. *left* - O₂ mass fraction map - % (A-3, B-10, C-18)
right - Temperature distribution - K (A-2000, B-1500, C- 800)

no reason to operate all burners under the same imposed conditions since the flames generated are strongly influenced by the flow field in the near burner region.

The temperature and oxidant distributions are closely related. As expected, the higher temperatures zones correspond to the low oxygen concentrations. In opposition to the normal operating conditions case (not shown here), the ash cooler zone is a hot region for this BOOS case. This can be explained by the presence of a region of intensive combustion activity in the middle of the combustor as can be visualized by the temperature contours.

Figure 3 shows the two most important pollutant mass fraction concentrations (CO₂ and NO_x).

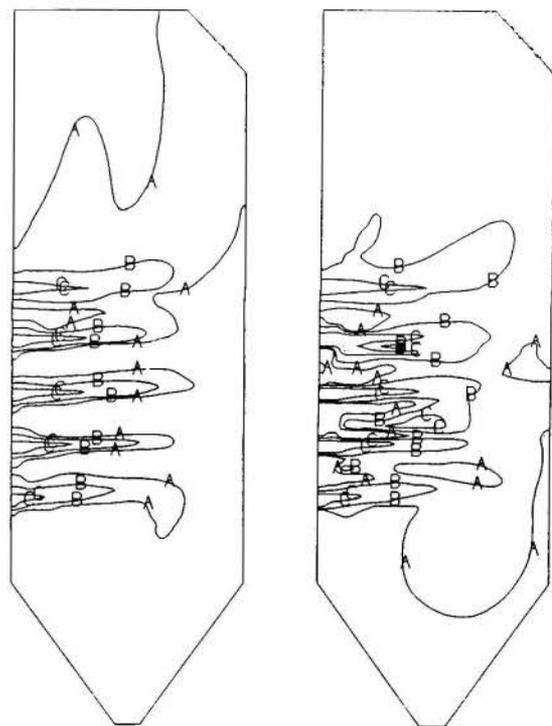


Figure 3. *left* - CO₂ mass fraction map - % (A-18, B-10, C-1)
right - NO_x mass fraction map - ppm (A-850, B-500, C- 100)

The BOOS technique is successful in reducing the overall NO_x emission due to the sub-stoichiometric regime of the flames situated in the lowest lines of burners. Under such conditions the HCN released by the particles cannot be oxidized completely, leading to the NO low emissions. Due to the difficulties associated with obtaining measurements in industrial equipments just a few experimental data is available. Most of the validations in such cases are incomplete and based on local-dependent species emissions, whose can provide a qualitative analysis of the model sensitivity since the generation of these species (e.g. NO) are strongly influenced by the oxygen and temperature profiles. The flue gases measured emission of NO for this operating case is 792 ppm and agrees perfectly with the predicted value of 780 ppm. The sensitivity of the model to different operating conditions is very satisfactory and encourage further research in this way (Coimbra et al, op.cit.).

The recirculating flow field caused by the ash cooler geometry affects intensely the CO₂ formation in the lowest burners lines. Unfortunately, the CO₂ emissions are not influenced by cheaper techniques (as BOOS). Its reduction is intrinsically dependent to the combustion reactions and to the decreasing loadings of coal only obtained with higher thermal efficiencies of the solid-fuelled furnaces.

CONCLUSION

Some of the new features of a numerical code created to describe the combustion, heat transfer and fluid flow into a full-scale pulverized coal combustor were shown. Considerations about turbulent particle dispersion and its coupling with the PSIC model were addressed. Results obtained by the simulations including pollutant species distribution, oxygen concentrations and temperature were presented. The predictions performed by the code agree with the few available experimental results.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work is currently supported by the Commission of the European Communities under the contract JOUF-0023-C(EDB) entitled "The modelling of wall fired coal burners for pollutants emission control" of the JOULE subprogram of Solid Fuels. The partial support from Brazilian Scientific Agency (CAPES) given to one of the authors (C.F.M.Coimbra) is gratefully appreciated.

REFERENCES

- Azevedo, J.L.T. and Pereira, J.C.F. (1991) "Calculation of free and confined gas-multiple size particles swirling jets". Turbulence Modification in Multiphase Flows, Ed E.E. Michaelidis, T.Fukano and A. Serizawa FED-Vol 110 book G00598.1st ASME-JSME Fluids Engineering Conference 23-27/6. Portland.
- Azevedo, J.L.T., Carvalho, M.G., Chen, X.Q., Coimbra, C.F.M. and Pereira, J.C.F. (1992) "Application of Stochastic Lagrangian Models to Dispersed Flows", 29th European Two-phase Flow Group Meeting. 2-4/6.
- Baxter, L. L.(1989). "Turbulent particle transport." PhD Thesis Brigham Young University. Utah USA.
- Boyd, R.K. and Kent, J.H. "Three-Dimensional Furnace Computer Modelling". Twenty First International Symposium on Combustion, The Combustion Institute
- Chen, X.Q. and Pereira, J.C.F. (1992) "Numerical prediction of non-evaporating and evaporating fuel sprays under non-reactive conditions", Submitted to Atomization and Sprays.
- Coimbra, C. F. M. (1992) "Three-Dimensional Modelling of reactive two-phase flows: application to a pulverized coal furnace (in portuguese)". MSc Thesis, Technical University of Lisbon, Portugal.
- Coimbra, C.F.M., Azevedo, J.L.T. and Carvalho, M.G. "3-D numerical model for predicting NO_x emissions from a pulverised coal industrial boiler". Submitted to Combustion Science & Technology.
- Crowe, C.T., Sharma, M.P. and Stock, D.E. (1977) "The particle source in cell (PSI-Cell) model for gas-droplets flows", J. of Fluids Engineering, 338-350.
- DeSoete, G. G. (1975). "Overall reaction rate of NO and N₂ formation from fuel nitrogen". Fifteenth International Symposium on Combustion, The Combustion Institute

Fiveland, W. A. , Wessel, R. A. and Eskinazi, D.(1987). "Pollutant model for predicting formation and reduction of nitric oxides in three-dimensional pulverized fuel fire furnaces". Twenty-fourth National Heat Transfer Conference, Pittsburg, USA.

Fortes, A.F., Coimbra, C.F.M. and Costa, L.P. (1990) "A Fluidized Solar Collector". 3rd Brazilian Science Meeting ENCIT - Itapema - SC Brazil.

Fortes, A.F., Joseph, D.D. and Lundgren, T.S. (1987) "Nonlinear Mechanics of Fluidization of Beds of Spherical Particles". Journal of Fluid Mechanics, vol 177 pp 467-483.

Gore, R. A. and Crowe, C. T. (1989) "Effect of Particle Size on Modulation Turbulent Intensity", Int. Journal of Multiphase Flow, 15 (2): 279-285.

Gosman, A. D. and Ioannides, E. (1981). "Aspects of computer simulation of liquid-fuelled combustors". AIAA 19th Aerospace Science Meeting. Saint Louis, Missouri, USA.

Lauder, B. E. and Spalding, D.B. (1972). Mathematical Models of Turbulence, Academic, New York.

Lockwood, F. and Papadoulos, C. (1989) "A new method for the computation of particulate dispersion in turbulent two-phase flows", Combustion and Flame, 76:403-413.

Lockwood, F. C., Salooja, A. P. and Syed, S.A. (1980). "A prediction method for coal-fired furnaces". Combustion and Flame 38, 1-15.

Lockwood, F. C. and Shah, N. G.(1981). "A new radiation solution method for incorporation in general combustion prediction procedures". Eighteenth International Symposium on Combustion, The Combustion Institute.

Magnussen, B. F. and Hjertager, B. H. (1977). "On mathematical modelling of turbulent combustion with special emphasis on soot formation and combustion". Sixteenth International Symposium on Combustion, The Combustion Institute

Migdal, D. and Agosta, V. D. (1967). "A source flow model for continuum gas-particle flow", Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, 860-865.

Rizvi, S.M.A. (1985) "Prediction of flow, combustion and heat transfer in pulverized coal flames." PhD Thesis, Imperial College of London.

Truelove, J. S. (1976). "A mixed grey gas model for flame radiation." AERE Harwell Report N. HL76-3448-KE.

Wallis, G. B. (1969), "One Dimensional Two Phase Flow", McGraw-Hill, New York.

METODOLOGIA PARA ESTABELECIMENTO DE ANO TÍPICO PARA SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DE CONDICIONAMENTO DE AR

FLÁVIO AUGUSTO SANZOGO FIORELLI
Escola Politécnica da USP - Depto. de Eng. Mecânica
Av. Prof. Mello Moraes, 2231 - CEP 05508 - São Paulo, SP - BRASIL

RESUMO

O presente artigo apresenta metodologias para a determinação de ano típico para utilização em programa de simulação baseado no método "BIN". É apresentada uma descrição sucinta do Método "BIN", bem como uma análise de trabalhos relacionados com anos típicos. Os resultados obtidos mostram pelo menos três possíveis enfoques para o problema, sugerindo uma continuação para confirmar as tendências observadas no presente trabalho.

INTRODUÇÃO

As sucessivas crises energéticas pelas quais o mundo tem passado nos últimos vinte anos tiveram um aspecto positivo: o de alertar os países sobre os efeitos resultantes do consumo indiscriminado de energia. O desenvolvimento de uma consciência coletiva sobre o uso racional de energia, bem como a busca da minimização ou mesmo eliminação dos efeitos ambientais danosos de um consumo cada vez maior e indiscriminado, tais como poluição, efeito estufa e destruição da camada de ozônio, levou os governos a tomarem medidas de penalização do desperdício de energia, bem como as sociedades de classe e os grandes usuários a iniciarem pesquisas de técnicas e procedimentos visando sua conservação. Um exemplo disto no Brasil é o PROCEL (Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica).

Uma área significativamente afetada por essa nova consciência no uso racional de energia foi a de controle ambiental, que engloba o condicionamento de ar, a ventilação e o aquecimento. A tecnologia utilizada no setor é relativamente bem consolidada, porém a partir da década de setenta foi constatado um ressurgimento da pesquisa, voltada principalmente para a conservação de energia, através do desenvolvimento de metodologias e de programas de simulação térmica de edificações, visando a redução do consumo de energia ou a racionalização de projetos em termos energéticos.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DE CONDICIONAMENTO DE AR

O consumo de energia de uma edificação é afetado por uma interação complexa entre suas características físicas, operacionais (ocupação, equipamentos instalados, etc.) e o meio externo. Logo, para uma análise do consumo, são necessários dados sobre as características construtivas e arquitetônicas da edificação, dados climáticos, cargas térmicas internas e características dos equipamentos do sistema de condicionamento de ar. A grande variação que algumas destas características podem apresentar ao longo do tempo torna difícil o cálculo do consumo de energia, além de, conforme o tratamento que estes fatores recebem, levar ao desenvolvimento de diversos procedimentos com diferentes graus de complexidade e sofisticação.

Dentre as metodologias desenvolvidas, uma das mais interessantes por conciliar um algoritmo simplificado com uma razoável acuidade dos resultados é o Método "BIN" (cf. ASHRAE Handbook of Fundamentals, 1989). Este consiste em realizar balanços energéticos instantâneos para várias temperaturas de bulbo seco externas e multiplicar os resultados obtidos para cada temperatura por sua frequência de ocorrência no período considerado. Temperaturas de bulbo úmido médias correspondentes às várias temperaturas de bulbo seco externas são utilizadas neste método para calcular cargas latentes de infiltração e ventilação.

No método "BIN" básico as cargas térmicas utilizadas nos cálculos para cada temperatura "bin" são obtidas por interpolação linear entre as cargas térmicas de projeto para verão e inverno. Esta é uma das desvantagens deste método pois as cargas de verão são baseadas na temperatura de projeto e não consideram variações nas cargas de transmissão e de insolação que, em média, são muito menores que os valores de projeto.

Em função desta e de outras limitações e visando o estabelecimento de um método mais simplificado, foi desenvolvido para a ASHRAE (American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, Inc.) uma nova versão deste método chamada de "Modified BIN Method" (Knebel, 1983).

O método "BIN" modificado divide as cargas térmicas de uma edificação em duas categorias: as que apresentam variações em função do horário (cargas de insolação e ocupação) e as que apresentam variações em função da temperatura (cargas de condução e infiltração). A estimativa do consumo de energia é feita em dois períodos distintos, normalmente representando os períodos em que a edificação está ocupada e desocupada. Para cada um destes períodos, as cargas horárias são avaliadas e somadas às cargas de condução, de tal maneira que a carga seja caracterizada como uma função da temperatura externa do ar para o período que está sendo analisado.

Uma vez conhecido o perfil de carga térmica como uma função da temperatura exterior, simula-se o desempenho do sistema de condicionamento, determinando-se as cargas nas serpentinas, ventiladores e bombas. Com as cargas nas serpentinas determina-se a demanda para os sistemas de conversão de energia (chillers, torres de resfriamento, caldeiras, etc.). Através da simulação destes sistemas, determina-se o consumo de energia em função das temperaturas externas, ponderando-se estes valores pelo número de horas de ocorrência das várias faixas de temperatura, de-

terminando-se, assim, o consumo anual de energia, que corresponde à soma total.

CONSIDERAÇÕES SOBRE O ESTABELECIMENTO DE ANO TÍPICO

As condições climáticas necessárias à simulação de sistemas de condicionamento de ar são normalmente estabelecidas para um período de um ano (cf Knebel, 1983), denominado "ano típico".

Dentre os trabalhos desenvolvidos para o estabelecimento de anos típicos ou temperaturas de projeto, tem-se o trabalho de Crow (1964), que descreve a metodologia utilizada para determinar as temperaturas de projeto de inverno e verão recomendadas pela ASHRAE (American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers) a partir de dados sobre as temperaturas máximas anuais. Estas temperaturas são apresentadas em porcentagens de ocorrência de temperaturas maiores ou iguais à temperatura recomendada (por exemplo, a utilização da temperatura de 29°C para a cidade de São Paulo com um nível de 2,5% significa que apenas em 2,5% das horas de verão a temperatura externa superará este valor de projeto recomendado). Os dados do trabalho em questão visam o projeto de sistemas de ar condicionado.

O mesmo Crow (1981) apresenta em outro artigo o resultado de um projeto de pesquisa para desenvolvimento de uma metodologia de geração de um ano típico para utilização em programas de simulação. O objetivo do trabalho foi o de criar um "ano típico" que não correspondesse a um ano "real", no qual as temperaturas e irradiação solar médias se aproximassem o máximo possível das médias históricas obtidas. Para tanto adotou a seguinte metodologia:

- 1) selecionou um período de 30 anos (1941-1970) para análise;
- 2) determinou as médias históricas de TBS neste período;
- 3) escolheu, para cada mês, um ou dois meses históricos cuja TBS média é a mais próxima possível da média histórica para aquele mês;
- 4) comparou as médias históricas de irradiação solar e de precipitações com os valores dos meses escolhidos, a fim de escolher o mais significativo em termos das médias e o que precisaria de menos ajustes nos dados climáticos diários a fim de que a TBS média estivesse o mais próximo possível ou fosse exatamente igual à média histórica;
- 5) ajustou, por substituição, dias e/ou horas tirados do mesmo mês em outros anos, de forma a trazer a média mensal muito próxima (tolerância de mais ou menos 0,1°F) ou exatamente igual à média histórica.

Além disto, os dados de início e fim de meses e de dias que foram substituídos foram ajustados a fim de evitar "saltos" nos dados.

Já Erbs et alii (1983) desenvolveram um método que permite estimar dados meteorológicos para utilização no método "BIN" e no método dos "Degree-Days" a partir das médias históricas mensais de temperaturas. Utilizando dados de nove estações meteorológicas americanas, os autores obtiveram uma relação que fornece uma estimativa da distribuição cumulativa da temperatura ambiente, tomando como base a média mensal, a partir do que pode-se obter as faixas de temperatura "BIN" com as respectivas frequências de ocorrência, bem como os dados para o método dos "Degree-Days".

Degelman (1985), partindo dos resultados obtidos por Crow (1981), organizou os dados meteorológicos na forma que são utilizados no método "BIN" e no método dos "Degree-Days". Os dados foram organizados em seis períodos diários (01 a 04 horas, 05 a 08 horas e assim sucessivamente), e foram gerados dados sobre as temperaturas "BIN", frequência de ocorrência

das faixas, TBU média correspondente por período e anual, dados sobre a irradiação solar horizontal média correspondentes a cada um dos períodos definidos e correspondentes às horas do dia (05 a 20 horas), além de dados sobre TBU para utilização em torres de resfriamento e condensadores evaporativos, e frequência, direção e velocidade de ventos. Os dados são apresentados no Sistema Internacional de Unidades (SI) e no Sistema Inglês.

Na revisão bibliográfica realizada pelo autor não foi localizado nenhum artigo ou publicação sobre anos típicos para as condições brasileiras. Assim, partindo da necessidade de tais dados, o presente trabalho apresenta métodos para estabelecimento de ano típico para avaliações do consumo energético pelo método "BIN" modificado para condições climáticas brasileiras, utilizando dados relativos à cidade de São Paulo para implementação destes métodos.

METODOLOGIA PARA OBTENÇÃO DO CONJUNTO DE DADOS METEOROLÓGICOS UTILIZADOS NO MÉTODO "BIN"

O conjunto de dados climáticos necessários para a implementação do Método "BIN" é formado por uma faixa de temperaturas de bulbo seco (TBS), uma temperatura média representativa da faixa (temperatura "BIN"), sua frequência, em número de horas num ano típico, e uma temperatura de bulbo úmido (TBU) correspondente à média das TBU associadas às ocorrências de TBS na faixa. Dados adicionais sobre a irradiação solar média, bem como velocidades médias e direções preferenciais de ventos também compõem o conjunto de dados.

No método "BIN" modificado os dados sobre ventos não são utilizados e os efeitos devidos à irradiação solar são associados a uma função da TBS, reduzindo a análise aos valores de TBS e TBU hora a hora para o período de um ano.

O procedimento adotado no presente trabalho tomou por base dados meteorológicos da cidade de São Paulo, obtidos junto ao Instituto Astronômico e Geofísico da Universidade de São Paulo (IAG-USP), através da Estação Meteorológica do Parque do Estado, e o 7.º Distrito do Instituto Nacional de Meteorologia do Ministério da Agricultura e Reforma Agrária (INEMET-MARA). Dados de TBS e TBU (ou umidade relativa) relativos a um período de pelo menos 20 anos foram analisados. Inicialmente foram investigadas as médias mensais. No IAG, os dados disponíveis (e organizados) cobrem o período de 1960 a 1980. Os dados do INEMET referem-se ao período de 1960 a 1988. A seguir foram determinadas as médias mensais históricas dos períodos, cujos resultados encontram-se na Tab. 1. Vale ressaltar que as diferenças encontradas não são significativas quando comparadas com as incertezas normais dos aparelhos de medição de temperatura, e justificam-se pela localização das estações meteorológicas.

Numa segunda etapa, conhecidas as médias históricas, construiu-se o ano típico. Foram utilizados os dados fornecidos pelo IAG, pois das fontes consultadas, apenas esta apresenta dados meteorológicos horários para o período analisado. Três métodos de análise foram utilizados, com base nos valores médios de TBS, a saber:

Método 1. Neste método "montou-se" um ano típico a partir dos meses cujas médias mais se aproximam das médias históricas. Deste modo foram selecionados de 2 a 4 meses históricos para cada mês do ano. Deste conjunto tomou-se o mês que apresentou a menor amplitude média nas temperaturas diárias, a fim de evitar que as variações em torno da média mensal fossem muito grandes. O resultado obtido com este método encontra-se na Tab. 2.

TABELA 1 - TBS MÉDIA MENSAL (GRAUS CELSIUS) PARA A CIDADE DE SÃO PAULO

MÊS	IAG-USP	INMET-MARA
	MÉDIA 1960-1980	MÉDIA 1960-1988
JAN	21,2	21,9
FEV	21,6	22,3
MAR	21,0	21,5
ABR	18,8	19,5
MAI	16,7	17,5
JUN	15,6	16,4
JUL	15,3	15,8
AGO	16,5	17,1
SET	17,3	17,8
OUT	18,3	18,9
NOV	19,2	20,1
DEZ	20,5	21,1

TABELA 2 - ANO TÍPICO PELO MÉTODO 1

MÊS	MÉDIA	ANO	TEMP.	AMPLITUDE
	HIST. 1960-1980	ESCO- LHIDO	MÉDIA MÊS ESCOLHIDO	MÉDIA MÊS ESCOLHIDO
JAN	21,2	1975	21,0	9,0
FEV	21,6	1970	21,4	8,6
MAR	21,0	1974	21,0	9,1
ABR	18,8	1977	18,8	7,9
MAI	16,7	1976	16,5	8,1
JUN	15,6	1980	15,4	10,0
JUL	15,3	1965	15,3	10,3
AGO	16,5	1971	16,4	10,2
SET	17,3	1962	17,1	10,8
OUT	18,3	1966	18,1	10,1
NOV	19,2	1979	19,1	9,5
DEZ	20,5	1978	20,5	9,4

Método 2. Neste método determinou-se o desvio das médias mensais em relação à média histórica, e para cada ano determinou-se um desvio médio anual, selecionando-se a seguir o ano que apresentou o menor desvio médio como sendo o ano típico. O resultado obtido encontra-se na Tab. 3.

TABELA 3 - ANO TÍPICO PELO MÉTODO 2

MÊS	MÉDIA	MÉDIAS	DESVIDO
	HISTÓRICA 1960-1980	MENSAIS 1978	
JAN	21,2	22,1	0,81
FEV	21,6	21,7	0,01
MAR	21,0	21,6	0,36
ABR	18,8	18,1	0,49
MAI	16,7	15,7	1,00
JUN	15,6	15,1	0,25
JUL	15,3	16,5	1,44
AGO	16,5	15,4	1,21
SET	17,3	17,0	0,09
OUT	18,3	19,0	0,49
NOV	19,2	19,6	0,16
DEZ	20,5	20,5	0,00
DESVIDO QUADRÁTICO MÉDIO ---)			0,725

Método 3. O método 3 é parecido com o anterior, porém com a diferença de que a análise concentrou-se nos seis meses mais quentes (Janeiro a Abril, Novembro e Dezembro), já que a maioria das instalações de condicionamento de ar do país possuem apenas sistemas de refrigeração. O resultado obtido encontra-se na Tab. 4.

TABELA 4 - ANO TÍPICO PELO MÉTODO 3

MÊS	MÉDIA	MÉDIAS	DESVIDO
	HISTÓRICA 1960-1980	MENSAIS 1970	
JAN	21,2	20,8	0,16
FEV	21,6	21,4	0,04
MAR	21,0	21,5	0,25
ABR	18,8	19,2	0,16
NOV	19,2	17,7	0,56
DEZ	20,5	22,0	0,56
DESVIDO QUADRÁTICO MÉDIO ---)			0,537

Os dados horários de TBS e TBU dos três anos típicos descritos acima foram armazenados em discos flexíveis, de forma a permitir um manuseio mais fácil. A seguir foram determinadas as frequências de ocorrência de faixas de temperaturas com uma amplitude de 2°C, entre 0°C e 40°C, e a TBU média correspondente a cada uma das faixas, para as 24 horas e para períodos de 06 horas (01 às 06, 07 às 12, e assim por diante), considerando a temperatura média da faixa como a temperatura "BIN".

ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

A partir dos dados obtidos foi feita uma análise para determinar qual dos três anos típicos é mais adequado aos objetivos do presente trabalho. Na Tab. 5 são apresentados os valores das diversas frequências de ocorrência para os três métodos de análise.

Comparando estes valores, nota-se primeiramente que os resultados obtidos são muito parecidos para as faixas de maior peso na simulação (08 a 30°C). As diferenças obtidas nas outras faixas, apesar de serem em alguns casos de até cerca de 5 vezes, são pouco significativas para a simulação.

O método 1 apresenta valores mais próximos da média, porém apresenta o inconveniente da necessidade de acertos em certos dados (início e final dos meses) a fim de eliminar "saltos". Os métodos 2 e 3 não apresentam tal inconveniente, porém seus dados estão mais distantes da média.

Os métodos 2 e 3 apresentam ainda a vantagem de, sendo anos "reais", permitirem uma verificação do resultado obtido na simulação de sistemas já instalados contra dados de consumo real, quando existentes.

CONCLUSÕES

O principal objetivo do presente trabalho foi o de desenvolver métodos de análise, ainda que simplificados, para estabelecimento de anos típicos, através da coleta e organização de dados meteorológicos para a cidade de São Paulo.

Em virtude do presente trabalho ter por objetivo fornecer dados para análise de consumo energético pelo Método "BIN", apenas dados de TBS e TBU foram considerados.

As vantagens e desvantagens apresentadas por cada um dos métodos de análise desenvolvidos no presente trabalho, bem como as diferenças obtidas entre eles, não são suficientes para caracterizar qual dos três métodos é o mais indicado para a geração de um ano típico. É necessário estender esta análise para outras cidades, de forma a confirmar as tendências observadas no presente trabalho.

TABELA 6 - COMPARAÇÃO ENTRE AS FREQUÊNCIAS DE OCORRÊNCIA PARA OS DIVERSOS MÉTODOS

FAIXA BIN	FREQUÊNCIA DA FAIXA (HORAS)		
	MÉTODO 1	MÉTODO 2	MÉTODO 3
0 a 2	0	0	0
2 a 4	9	4	0
4 a 6	4	21	0
6 a 8	7	41	19
8 a 10	103	130	115
10 a 12	301	342	335
12 a 14	886	845	840
14 a 16	1476	1294	1236
16 a 18	1484	1489	1516
18 a 20	1638	1519	1645
20 a 22	1184	1214	1223
22 a 24	612	746	706
24 a 26	482	469	534
26 a 28	323	314	348
28 a 30	208	201	180
30 a 32	43	101	62
32 a 34	0	30	1
34 a 36	0	0	0
36 a 38	0	0	0
38 a 40	0	0	0

AGRADECIMENTOS

Ao IAG-USP e ao INEMET-MARA pela cessão dos dados climáticos utilizados no presente trabalho.

Aos Profs. José Maria de Saiz Jabardo e Arlindo Tribess pela colaboração na elaboração do presente trabalho.

Ao apoio dado pela FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), durante a primeira fase do projeto.

BIBLIOGRAFIA

Crow, L. W., "Derivation of Outdoor Design Temperatures from Annual Extremes", Ashrae Transactions, vol. 70, pag. 69-74, 1964.

Crow, L. W., "Development of Hourly Data for Weather Year for Energy Calculations (WYEC), Including Solar Data, at 21 Stations Throughout the U.S.", Ashrae Transactions, vol. 87 part 1, pag. 896-906, 1981.

Degelman, L. O., "Bin Weather Data for Simplified Energy Calculations and Variable Base Degree-Days Information", Ashrae Transactions, vol 91 part 1A, pag. 3-14, 1985.

Erbs, D. G. et alii, "Estimation of Degree-Days and Ambient Temperature Bin Data from Monthly-Average

Temperatures", Ashrae Journal, vol. 25 n^o. 6, pag. 60-65, 1983.

Knebel, D. E., "Simplified Energy Analysis Using the Modified Bin Method", ASHRAE, Atlanta, 1983.

———, "ASHRAE Handbook - Fundamentals Volume", ASHRAE, Atlanta, 1989.

ABSTRACT

This paper presents methods for determining a Typical Weather Year (TWY) for utilization in a simulation program based on the BIN Method. A brief description of the BIN Method is presented, as well as a analysis of the papers related to TWY. The results show that there is, at least, three possible solutions for the problem, suggesting a continuation to confirm the observed tendencies in this work.

MODELAÇÃO MATEMÁTICA DE ÁREAS SOMBREADAS EM EDIFICAÇÕES

JORGE RICARDO RZATKI
CLÁUDIO MELO
Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC
Caixa Postal 476
88049 - Florianópolis - SC

RESUMO

O objetivo do presente trabalho é apresentar um modelo matemática para avaliar as áreas sombreadas em edificações. Trata-se de um programa computacional bastante genérico, capaz de simular as áreas sombreadas em superfícies transparentes e/ou opacas sob a ação de "breezers" e/ou edificações adjacentes.

INTRODUÇÃO

A medida que cresce a preocupação com a conservação de energia, fica evidente que as técnicas tradicionais de cálculo de carga térmica devam sofrer um processo contínuo de aprimoramento. Isto se faz necessário pelo fato da capacidade dos equipamentos de climatização, com o conseqüente consumo de energia, estar diretamente relacionada com a determinação da carga térmica.

A tendência atual é pelo emprego cada vez maior de programas computacionais para simular o comportamento térmico de edificações.

Entretanto, tais programas muitas vezes não computam adequadamente o efeito da radiação solar incidente, devido a inabilidade de previsão das áreas sombreadas.

O presente trabalho é uma contribuição neste sentido, por apresentar uma estrutura bastante genérica capaz de computar sombras provocadas pela ação de "breezers" e/ou edificações vizinhas.

TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

O método utilizado neste trabalho consiste inicialmente na movimentação do sistema de coordenadas para a superfície em análise, mediante o alinhamento do eixo X (por meio de rotação e translação) com a primeira aresta considerada. Os vértices das obstruções são então expressos em função deste novo sistema de coordenadas e, em seguida, procede-se a projeção dos mesmos sobre o plano da superfície, numa direção paralela aos raios solares incidentes.

As relações que permitem a mudança de coordenadas e a projeção dos vértices são apresentadas a seguir (Clarke, 1985):

Translação. Consiste no deslocamento da origem do sistema de coordenadas XYZ para o primeiro vértice considerado da superfície, obtendo-se assim o novo sistema de coordenadas X'Y'Z' como demonstrado na Figura 1. Expressando esta operação matematicamente, tem-se:

$$(x' \ y' \ z') = (x \ y \ z) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ x_0 & y_0 & z_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde x₀, y₀ e z₀ é a origem do novo sistema de

coordenadas, referenciada ao sistema de coordenadas original.

Rotação. Consiste na rotação do sistema de coordenadas X'Y'Z' em função dos ângulos α, β e γ definidos de tal forma que o eixo X' coincida com a primeira aresta considerada da superfície, obtendo-se assim um novo sistema de coordenadas X''Y''Z'' (ver Figura 1). Em notação matemática, tem-se:

$$(x'' \ y'' \ z'') = (x' \ y' \ z') \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & \sin\beta \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & \sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

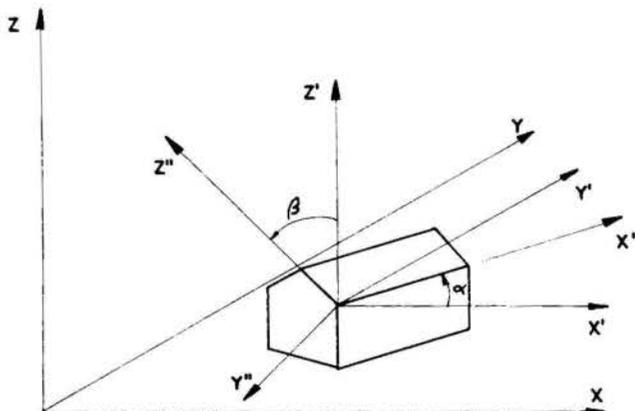


Figura 1 - Transformação de coordenadas

O ângulo γ reflete a inclinação do eixo X' em relação a horizontal. No caso, representado na Figura 1, tal ângulo tem valor nulo.

Projeção. Após a transformação de todos os vértices das obstruções para o novo sistema de coordenadas, procede-se a projeção destes sobre o plano da superfície X''Z'' numa direção paralela aos raios solares. As seguintes relações são então obtidas (ver Figura 2):

$$x_p = x'' - y'' \cdot \text{tg}(\xi_1) \quad (3)$$

$$z_p = z'' - y'' \cdot \text{tg}(\xi_2) / \cos(\xi_1) \quad (4)$$

$$y_p = 0 \quad (5)$$

ou, em notação matricial

$$(x_p \ y_p \ z_p) = (x'' \ y'' \ z'') \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\text{tg}\xi_1 & 1 & -\text{tg}\xi_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

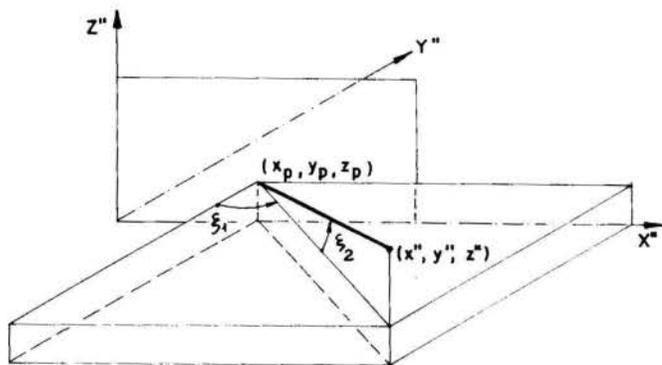


Figura 2 - Projeção sobre o plano X''Y''

onde: x'', y'' e z'' são as coordenadas do vértice a ser projetado;

x_p, y_p e z_p são as coordenadas do vértice projetado no plano X''Z'';

ξ₁ é o pseudo azimute solar;

ξ₂ é a pseudo altitude solar;

Os ângulos ξ₁ e ξ₂ nada mais são que a altitude e o azimute solar, referenciados ao sistema de coordenadas X''Y''Z''.

Equação Completa da Projeção. Combinando as equações (1), (2) e (6) tem-se:

$$(x_p \ y_p \ z_p) = (x \ y \ z) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ x_0 & y_0 & z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & \text{sen}\beta \\ 0 & \text{sen}\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\times \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & \text{sen}\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\gamma & 0 & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\text{sen}\alpha & 0 \\ \text{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\text{tg}\xi_1 & 1 & -\text{tg}\xi_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Deve ser ressaltado que quando y'' ≥ 0 o vértice em questão está localizado atrás do plano da superfície em consideração. Logo, tal vértice não provoca sombreamento. Neste caso faz-se um corte na obstrução, gerando novos vértices, e ignora-se os vértices que ficam atrás do plano. A Figura 3 exemplifica este caso.

SUPERPOSIÇÃO DE SOMBRAS

O programa desenvolvido permite que as sombras geradas sejam polígonos convexos ou não e vazados ou não. As figuras geométricas podem ser constituídas por vários polígonos, sendo um obrigatoriamente externo (vértices ordenados no sentido anti-horário) e os demais, se existirem, internos (vértices ordenados no sentido horário). O conjunto de polígonos pode representar uma sombra ou uma parede.

A superposição de sombras sobre uma determinada parede é identificada através de uma comparação entre as sombras provocadas por cada parede das obstruções.

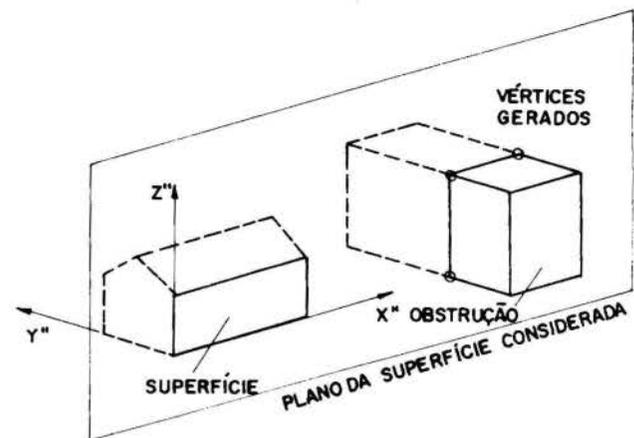


Figura 3 - Vértices atrás do plano da superfície

O procedimento adotado baseia-se nas etapas descritas a seguir:

- projeção e união das sombras sobre o plano da parede;
- eliminação das áreas de sombras externas ao polígono externo da parede;
- exclusão das áreas de sombra internas aos polígonos internos (janelas), como forma de calcular a sombra somente na parede;
- eliminação das áreas de sombra externas aos polígonos internos (janelas), como forma de calcular a sombra somente na janela.

Para a realização dos procedimentos descritos anteriormente foram desenvolvidas cinco rotinas básicas:

Ordenação dos vértices. Consiste na localização das interseções das arestas, gerando novos vértices, ordenando-os na sequência correta, e atribuindo um "status" de interseção ou não dependendo do caso. O método utilizado para esta localização é o indicado por Walton(1979), o qual está baseado na utilização de coordenadas homogêneas. Para pontos coincidentes o processo de atribuição de "status" é mais complexo, sendo sua descrição apresentada por Rzatki(1992).

Situação do ponto. Para verificar se um ponto está ou não dentro de um polígono utiliza-se uma reta passando por este ponto, e verifica-se a sua interseção com as arestas do polígono. Se o número de interseções for par o ponto é externo ao polígono e, em caso contrário, é interno.

União de dois polígonos. A união de dois polígonos, identificados como polígono corrente e oposto, é feita de acordo com a descrição a seguir com a Figura 4.

Parte-se de um vértice do polígono corrente, que deve ser externo ao polígono oposto (ponto 1). A partir do ponto 1, percorre-se os vértices do polígono corrente, no sentido anti-horário, até encontrar o primeiro ponto de interseção com o polígono oposto (ponto 13). Neste ponto troca-se de polígono até identificar o próximo ponto de interseção (ponto 16). Repete-se este procedimento até o retorno ao ponto de partida (ponto 1). O mesmo processo é utilizado para os vértices restantes como forma de identificar possíveis polígonos internos (14,6,7,15,10).

Intersecção. A interseção de dois polígonos realizada seguindo o mesmo procedimento utilizado

processo de união, com a única ressalva que o procedimento deve ser iniciado num ponto interno (pontos 5 e 8). A partir do ponto 5 identifica-se o polígono (5,14,11,13) e a partir do ponto 8 o polígono (8,16,15).

Exclusão. O mesmo processo é também utilizado para se identificar polígonos que porventura tenham de ser excluídos de um outro polígono (5,14,11,13) e (8,16,15).

Para exemplificar a utilização dos procedimentos descritos anteriormente, lista-se a seguir as etapas necessárias na união de duas sombras:

- união dos polígonos externos das duas sombras;
- intersecção do polígono externo da primeira sombra com os polígonos internos da segunda;
- intersecção dos polígonos internos das duas sombras;
- exclusão dos polígonos internos da primeira sombra do polígono externo da segunda.

A união de todos os polígonos resultantes será a sombra desejada.

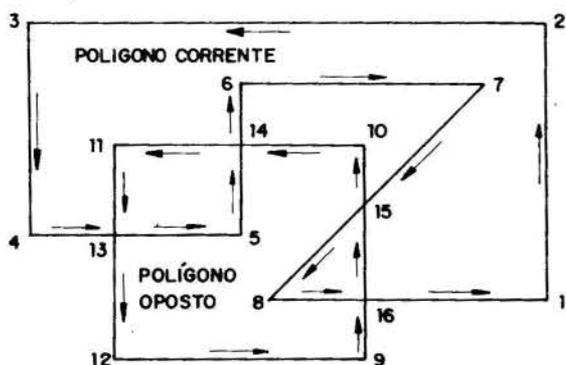


Figura 4 - Polígonos ordenados

ANÁLISE DAS POTENCIALIDADES DO PROGRAMA

A figura 5 mostra uma casa cuja parede leste possui um "breezer" na janela e está próxima a uma outra edificação. Os resultados mostrados a seguir referem-se à esta parede (leste) e a um dia típico de verão (21 de janeiro) para a cidade de Florianópolis - S.C. (Lat. $-28^{\circ} 36'$, Long. $47^{\circ} 34'$).

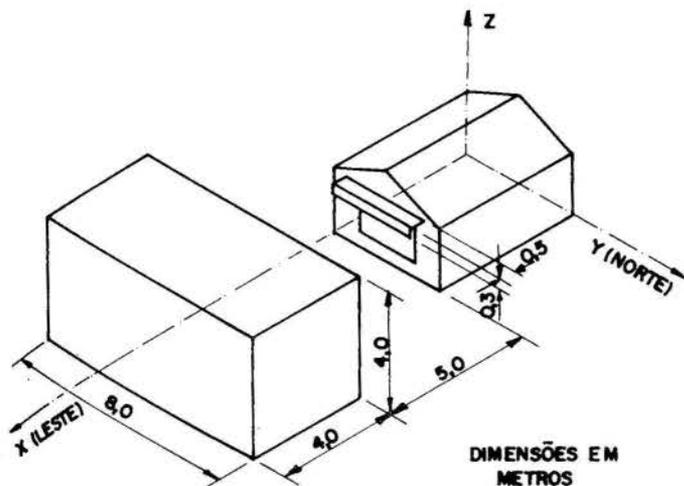


Figura 5 - Caso em análise

Antes da realização de qualquer cálculo de

sombreamento é feita uma verificação do ângulo entre a normal à parede e o raio solar incidente. Se tal ângulo for maior que 90° a parede não sofre insolação e, portanto, o sombreamento para esta parede não é calculado. Para o presente caso a parede sofre insolação das 6 às 12 horas sendo as sombras resultantes indicadas nas figuras 6 a 10.

Inicialmente, às 6 horas da manhã, o sol está próximo do horizonte e, portanto, o prédio vizinho provoca o sombreamento total da parede (Figura 6). A medida que o tempo vai passando a altitude do sol vai aumentando e a parede vai tendo insolação (Figura 7). Às 8 horas, observa-se sombras provocadas tanto pela ação do "breezer" como pela edificação vizinha (Figura 8). O processo continua com o sombreamento, agora sendo provocado apenas pelo "breezer" (Figuras 9 e 10).

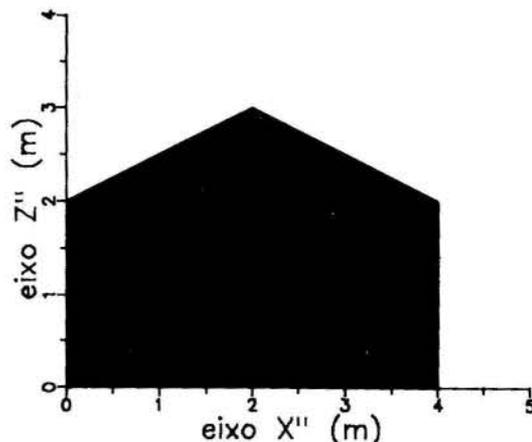


Figura 6 - Sombra sobre a parede leste às 6 horas

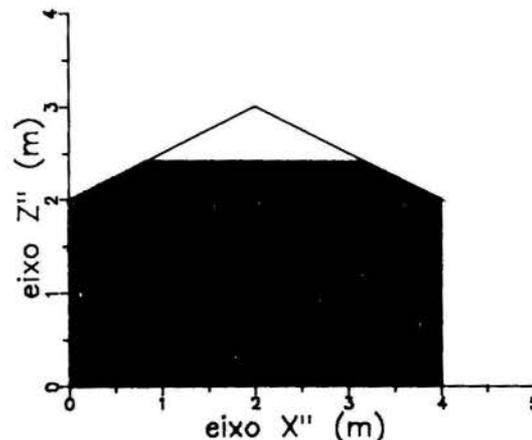


Figura 7 - Sombra sobre a parede leste às 7 horas

A Figura 11 mostra a variação da área sombreada, da janela e da parede, para o caso e período considerado. O coeficiente de sombreamento SC é definido como sendo a relação entre a área sombreada e a área total da superfície considerada.

CONCLUSÕES

O código computacional desenvolvido presta-se muito bem para as geometrias testadas. Contudo, necessita-se verificar o seu comportamento para formas geométricas mais complexas analisando, principalmente, o tempo computacional requerido.

O programa pode ser utilizado isoladamente ou como parte de um programa geral de simulação térmica

de edificações. Neste último caso, torna-se possível verificar o impacto do sombreamento sobre a carga térmica resultante.

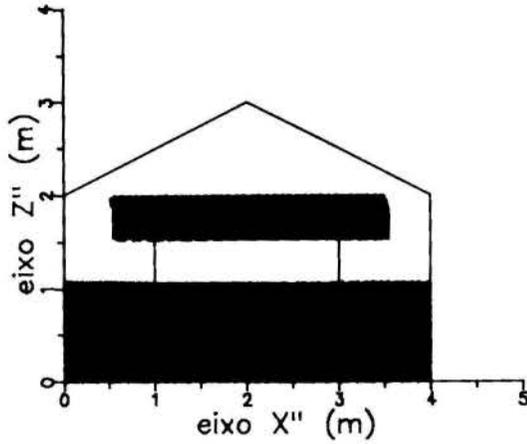


Figura 8 - Sombra sobre a parede leste às 8 horas

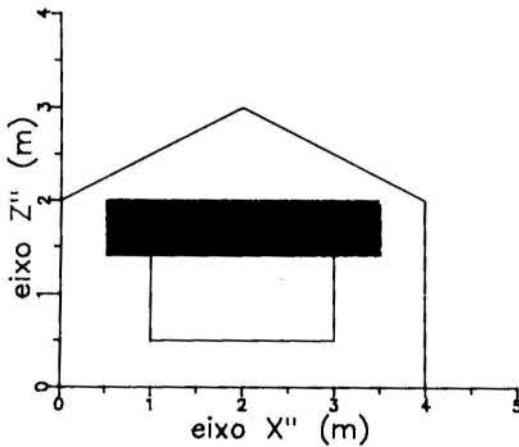


Figura 9 - Sombra sobre a parede leste às 9 horas

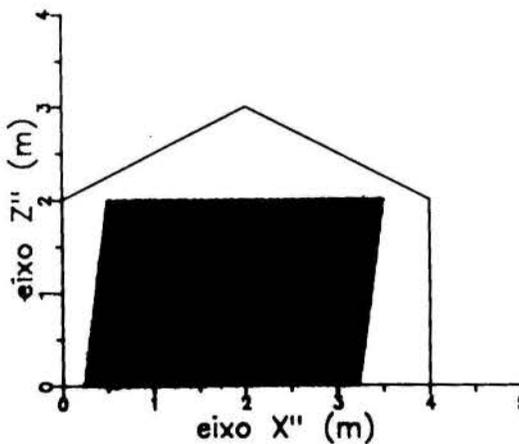


Figura 10 - Sombra sobre a parede leste às 12 horas

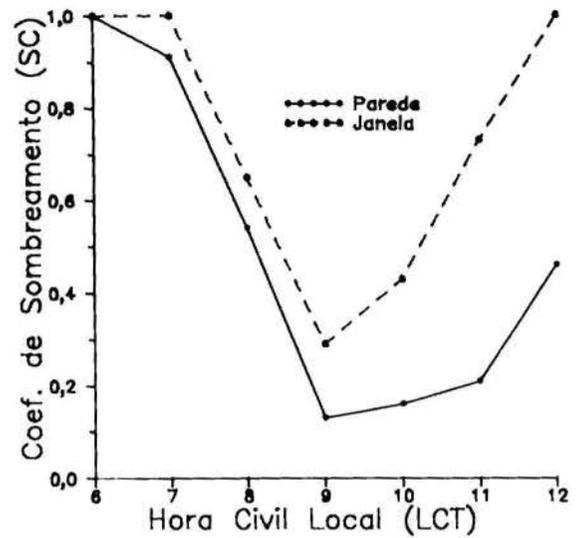


Figura 11 - Coeficientes de sombreamento em função da hora do dia

REFERÊNCIAS

- Clarke, J.A., "Energy simulation in Building Design", Adam Hilger Ltd, Bristol, 1985.
- Rzatki, J.R., "Simulação Integrada de Edificações e Sistemas de Climatização", Dissertação de Mestrado, UFSC (em andamento)
- Walton, G.N., "The Application of Homogeneous Coordinates to Shadowing Calculations", *ASHRAE Transactions*, Vol. 85(1), pp. 174-180, 1979.

ABSTRACT

The aim of this work is to present a mathematical model to calculate the shaded areas in buildings. the program is able to simulate shaded areas in transparent and/or opaque surfaces due to the action of breezers and/or surrounding buildings.

MODELAÇÃO MATEMÁTICA DE INSTALAÇÕES DE CONDICIONAMENTO DE AR

Cezar Otaviano Ribeiro Negrão
Cláudio Melo
Departamento de Engenharia Mecânica/UFSC
88049 - Florianópolis - SC

RESUMO

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma estrutura computacional capaz de simular simultaneamente edificações, equipamentos e controles de condicionamento de ar. É dada ênfase especial à apresentação de uma situação típica de verão na qual o ambiente climatizado é controlado pela temperatura e umidade do ar interno. Testes de sensibilidade do programa são também apresentados e discutidos.

INTRODUÇÃO

Ao longo da história, o homem tem buscado de várias formas e em diversas áreas, melhores condições de vida. Não obstante, a climatização de ambientes tem se tornado algo indispensável em muitas atividades da vida cotidiana.

Entretanto, a obtenção de tais condições ambientais está associado um custo energético, da maior importância, o que pode ser comprovado pela criação do PROCEL (Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica).

O presente trabalho é uma contribuição no sentido de racionalizar este consumo de energia, por apresentar uma estrutura computacional capaz de simular simultaneamente edificações, equipamentos e controles de condicionamento de ar.

MODELAÇÃO MATEMÁTICA

O programa possui uma biblioteca de componentes que podem ser associados da maneira desejada pelo usuário. Tais componentes são: ventilador ou bomba, canalizações de ar/água, junção de dois fluxos de ar/água, bifurcação de um fluxo de ar/água, resistência ao fluxo de ar/água, sensores, controlador "ON-OFF", controlador PID, relé inversor, registro ou válvula de duas vias, registro ou válvula de três vias, relé sequenciador, relé seletor, resistência elétrica, serpentina de água quente, serpentina de água gelada, umidificador evaporativo, injetor de vapor d'água e ambiente climatizado.

A descrição completa de todos estes componentes, devido a limitação de espaço, não pode ser aqui apresentada. Serão apenas apresentadas as linhas gerais do procedimento empregado na modelação dos componentes de interesse, podendo a descrição completa destes e dos demais componentes, ser encontrada em Clark (1985) e Negrão (1992a).

Ventilador ou bomba. A dependência da elevação de pressão e da eficiência estática de ventiladores/bombas em relação ao fluxo de massa é modelada através das seguintes equações polinomiais:

$$\Delta p = a_1 + a_2 \dot{m} + a_3 \dot{m}^2 + a_4 \dot{m}^3 + a_5 \dot{m}^4 \quad (1)$$

$$\eta = b_1 + b_2 \dot{m} + b_3 \dot{m}^2 + b_4 \dot{m}^3 + b_5 \dot{m}^4 \quad (2)$$

onde, Δp é a elevação de pressão no ventilador/bomba, \dot{m} é o fluxo de massa; η é a eficiência estática do ventilador/bomba e $a_1 \dots a_5$ e $b_1 \dots b_5$ são coeficientes obtidos a partir de catálogos de fabricantes.

Canalizações, conexões e resistência ao fluxo de ar/água. A variação de pressão em canalizações de ar/água, em processos de bifurcação ou junção de um fluxo de ar/água ou ainda as quedas de pressão através de serpentinas, resistências elétricas, etc, são avaliadas da seguinte forma:

$$\Delta P = \frac{1}{2} \rho \Delta V^2 + \rho g \Delta Z + P_d \quad (3)$$

onde, os símbolos ρ , V , g , Z e P_d referem-se respectivamente a massa específica, velocidade, aceleração da gravidade, nível geodésico e perda de carga no componente.

A temperatura do fluido na saída da canalização é, inicialmente, calculada através da equação da conservação da energia, em regime permanente. Em seguida o aspecto dinâmico da temperatura é incluído através de uma equação diferencial com uma única constante de tempo:

$$dT_{fo}/dt = (T_{fo}^s - T_{fo})/\tau_1 \quad (4)$$

onde, T_{fo} é a temperatura do fluido na saída da canalização, T_{fo}^s é a temperatura do fluido na saída da canalização avaliada em regime permanente, t é o tempo e τ_1 é uma constante de tempo.

Sensores de temperatura. Os sensores de temperatura são modelados através de uma equação diferencial com uma única constante de tempo,

$$dT_o/dt = (T_m - T_o)/\tau_2 \quad (5)$$

onde T_o é a temperatura percebida pelo sensor, T_m é a temperatura sendo medida e τ_2 é a constante de tempo.

Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID). O controlador PID é modelado pelas seguintes equações:

$$E = C_{set} - C_1 \quad (6)$$

$$C_o^s = U_p E + U_I \int E dt + U_D \frac{dE}{dt} \quad (7)$$

onde, C_{set} é o sinal de controle correspondente ao valor de "set point" da variável sendo controlada, C_1 é o sinal de entrada do controlador, C_o^s é o sinal de saída do controlador, avaliado em regime permanente, e U_p , U_I e U_D são respectivamente os ganhos proporcional, integral e derivativo.

O sinal de saída, em regime permanente, é simplesmente atrasado em relação ao efetivo sinal de saída do controlador, pela seguinte equação diferencial,

$$dC_o/dt = (C_o^s - C_o)/\tau_3 \quad (8)$$

onde, C_o é o sinal de saída do controlador e τ_3 é a constante de tempo do controlador.

Relé Inversor. Este componente proporciona a inversão de um sinal de controle através da equação,

$$C_o = 1 - C_1 \quad (9)$$

onde C_o é o sinal de saída do relé inversor e C_1 o sinal de entrada.

Relé sequenciador. O relé sequenciador é utilizado quando o funcionamento de um dado equipamento ocorre por estágios. O modelo aqui empregado, recebe um sinal e emite somente dois sinais de controle, o que significa que este modelo só é adequado para dois estágios.

A operação deste elemento pode ser descrita da seguinte forma (Negrão, 1992a).

$$\left. \begin{array}{l} C1_o = 2 C_1 \\ C2_o = 0,0 \end{array} \right\} \quad 0 \leq C_1 \leq 0,5 \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{l} C1_o = 1,0 \\ C2_o = 2(C_1 - 0,5) \end{array} \right\} \quad 0,5 \leq C_1 \leq 1$$

onde C_1 é o sinal de controle de entrada, e $C1_o$ e $C2_o$ são respectivamente o primeiro e o segundo sinal de controle de saída.

Relé Seletor. Este componente se destina a selecionar o menor ou maior sinal de controle entre vários sinais de controle. Isto torna-se necessário quando duas ou mais grandezas controlam um único equipamento.

O relé seletor para o maior valor é descrito matematicamente pela seguinte relação:

$$\begin{array}{l} \text{se } C1_1 \geq C2_1 \text{ então } C_o = C1_1 \\ \text{senão } C_o = C2_1 \end{array} \quad (11)$$

onde $C1_1$ e $C2_1$ são respectivamente o primeiro e o segundo sinal de controle de entrada, e C_o é o sinal de controle de saída.

A relação que descreve o comportamento do relé seletor para o menor valor é a seguinte:

$$\text{se } C1_1 \leq C2_1 \text{ então } C_o = C1_1 \quad (12)$$

$$\text{senão } C_o = C2_1$$

Resistência Elétrica. De acordo com Negrão (1992a) a temperatura do ar, ao passar através deste elemento, pode ser modelada pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{ao}}{dt} = & \frac{1 - \exp(-\beta_3)}{\tau_k} \left[\frac{P_k}{H_k A_k} - \frac{(T_{ao} - T_{al})}{\beta_3} \right] + \\ & + \exp(-\beta_3) \frac{dT_{al}}{dt} \end{aligned} \quad (13)$$

onde

$$\beta_3 = H_k A_k / \dot{m}_a C_{p_a} \quad (14)$$

e

$$\tau_k = M_k C_{p_k} / H_k A_k \quad (15)$$

Os símbolos T , P , H , A , M , \dot{m} e C_p referem-se respectivamente a temperatura, potência, coeficiente de transferência de calor por convecção, área, massa, fluxo de massa e calor específico. Os subscritos a , o , i e k referem-se a ar, entrada, saída e resistência elétrica.

Registro ou Válvula de Três Vias com Atuador. A queda de pressão através de cada uma das portas do registro ou da válvula é descrita pelas seguintes equações:

$$\Delta p = K \dot{m}^2 \quad (16)$$

$$K = K_a \left\{ \frac{\alpha}{[(1 - \lambda)C_r + \lambda]^2} + (1 - \alpha) \lambda^{2(C_r - 1)} \right\} \quad (17)$$

onde, C_r é a posição do registro/válvula, K é um parâmetro de resistência ao escoamento, λ é um parâmetro de vazamento, K_a é a resistência que a válvula impõe ao escoamento quando está totalmente aberta e α é um fator de peso entre as duas parcelas que se encontram limitadas pelas chaves da equação (17).

O atraso entre o sinal enviado ao atuador e a posição da válvula é modelado por uma equação semelhante à equação (8). A histerese do atuador é considerada através de uma subrotina específica (Negrão, 1992a).

Serpentina de Água Gelada. As serpentinas, aqui consideradas, são trocadores de calor de fluxo cruzado, contra-corrente, do tipo ar-água.

O objetivo deste modelo é avaliar a temperatura da água, além da temperatura e da umidade absoluta do

ar na saída da serpentina. O cálculo, em regime permanente, destas quantidades, é o proposto por Elmahdy (1977), com pequenas modificações (Negrão, 1992a).

O caráter dinâmico do modelo consiste simplesmente num atraso em relação às condições de regime permanente, da seguinte forma:

$$dT_{wo}/dt = T_{wo}^s - T_{wo}/\tau_4 \quad (18)$$

$$dT_{ao}/dt = T_{ao}^s - T_{ao}/\tau_4 \quad (19)$$

$$dW_{ao}/dt = W_{ao}^2 - W_{ao}/\tau_4 \quad (20)$$

onde, T_{wo} , T_{ao} e W_{ao} são, respectivamente, a temperatura da água, a temperatura e a umidade absoluta do ar na saída da serpentina. O superescrito s indica regime permanente e τ_4 representa a constante de tempo.

Ambiente Climatizado. Os ganhos de calor externo são fornecidos como dados de entrada e a massa de ar interno é artificialmente dividida em duas partes: uma com estratificação de temperatura (próxima à região de insuflamento) e uma outra completamente misturada (próxima à região de retorno).

Através de um balanço de energia, a distribuição de temperatura na região estratificada assume a seguinte forma:

$$\dot{m}_a L_s C_{pa} \frac{dT_s}{dx} = (1-f)[(H_w(T_w - T_s) + H_j(T_j - T_s))] \quad (21)$$

onde, \dot{m}_a é o fluxo de massa de ar insuflado, L_s é o comprimento da região estratificada, C_{pa} é o calor específico do ar à pressão constante, T_s é a temperatura do ar na região estratificada, x é a posição, f é a fração de ar misturado, H_w é o coeficiente de transferência de calor, entre o ar e as paredes internas do ambiente, multiplicado pela área, H_j é o coeficiente de transferência de calor, entre o ar e as massas internas, multiplicado pela área, T_w é a temperatura das paredes e T_j é a temperatura das massas internas.

A equação anterior é integrada ao longo do comprimento L_s , para se obter a temperatura na saída desta região. Esta temperatura é então submetida a um atraso de transporte τ_s (tempo necessário para que o ar atravesse toda essa região).

O balanço de energia na região misturada proporciona a seguinte expressão para a temperatura,

$$\frac{dT_m}{dt} = \frac{T_{so} - T_m}{\tau_m} + \frac{f H_w}{\tau_m C_{pa} \dot{m}_a} (T_m - T_w) + \frac{f H_j}{\tau_m C_{pa} \dot{m}_a} (T_m - T_i) + \frac{q_j}{\tau_m C_{pa} \dot{m}_a} \quad (22)$$

onde, T_{so} é a temperatura do ar na saída da região estratificada, τ_m é o tempo necessário para que o ar

atrasse toda a região misturada, T_m é a temperatura da região misturada e q_j é o calor gerado internamente no ambiente.

A equação da conservação da massa de vapor d'água fornece a equação para a umidade absoluta no interior do ambiente.

$$\frac{dw_m}{dt} = \frac{w_{ai} - w_m}{\tau_5} + \frac{q_{lat}}{\dot{m}_a \tau_5 h_{lat}} \quad (23)$$

onde, w_m é a umidade absoluta do ar no interior do ambiente, w_{ai} é a umidade absoluta do ar insuflado, τ_5 é o tempo necessário para que o ar atravesse todo o ambiente, q_{lat} é o ganho de calor latente e h_{lat} é o calor latente de vaporização da água.

ANÁLISE DAS POTENCIALIDADES DO PROGRAMA

O ambiente sendo analisado é do tipo zona-única, com área de 250m² e altura de 3m. Tal ambiente está sujeito a um ganho de calor sensível, e a uma temperatura de bulbo seco do ar externo indicado pelos perfis mostrados na Figura 1. A umidade absoluta do ar externo e a carga térmica latente foram consideradas constantes e iguais a 18gs/Kga e 5kW, respectivamente. A vazão mássica de ar externo representa 20% da vazão total de ar em circulação.

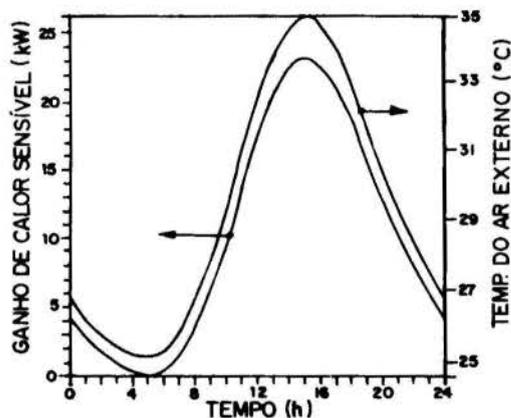


Figura 1. Perfis de ganho de calor sensível ambiente e de temperatura do ar externo.

Para atender a esta situação, optou-se pela associação de equipamentos indicada na Figura 2. Num trabalho anterior (Negrão, 1992b) o desempenho do programa desenvolvido foi analisado considerando-se somente um controle de temperatura. Neste trabalho objetiva-se manter o ar de retorno em 25°C e 10gs/Kga, o que corresponde a uma umidade relativa de 50%.

Considerando que a situação sendo analisada é uma situação típica de verão, as condições do ar serão mantidas inicialmente através de uma serpentina de água gelada (resfriamento e desumificação), sendo a temperatura da água na sua entrada mantida fixa no valor de 7°C e a vazão de água controlada por uma válvula de 3 vias misturadora. Caso a temperatura do ar tenha de ser reduzida (se afastando do valor de set point) para reduzir a umidade, então entra em ação uma resistência de aquecimento.

Tal controle é descrito, em detalhes, por Negrão (1992a). Os sinais de controle, de temperatura e umidade, são enviados à controladores PI

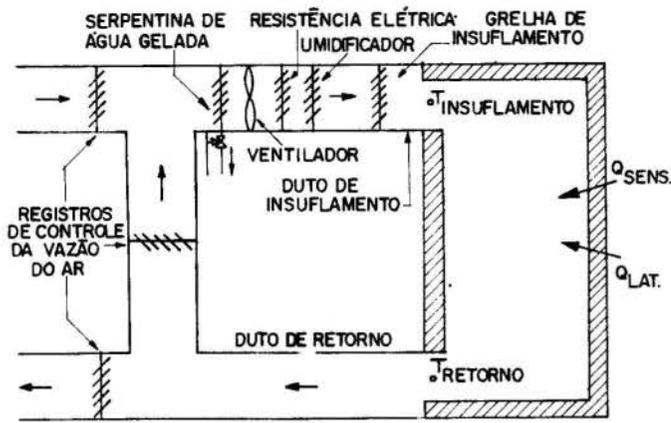


Figura 2. Configuração esquemática dos equipamentos e do ambiente a ser climatizado.

(proporcional-integral), cujos ganhos proporcional e integral são, respectivamente, $2,5$ e $1,6 \times 10^{-3} s^{-1}$. Os controladores PI comparam os sinais com os valores de set point e enviam sinais proporcionais ao erro e a sua integral à relés sequenciadores. Os relés sequenciadores (um para umidade e outro para temperatura) transformam os sinais de entrada em dois sinais de saída. O relé seletor escolhe o menor sinal entre os sinais oriundos dos relés sequenciadores e o envia ao relé inversor que por sua vez age sobre o atuador da válvula.

Os perfis de temperatura do ar, na entrada e na saída da serpentina de água gelada, são mostrados na Figura 3. A temperatura do ar na entrada da serpentina de água gelada é uma consequência da mistura de ar externo com ar de retorno. Após a serpentina o ar atinge aproximadamente a temperatura de $14^{\circ}C$. A variação da temperatura do ar na entrada não se reflete na saída, devido a variação do fluxo de massa de água gelada através da serpentina.

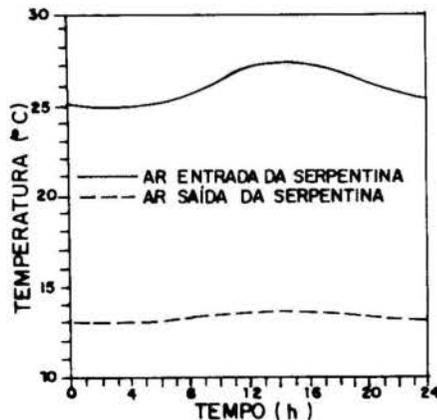


Figura 3. Temperatura do ar na entrada e na saída da serpentina de água gelada.

Para controlar a umidade, o ar na saída da serpentina se mantém aproximadamente em $14^{\circ}C$. Desta forma, para que a temperatura do ar possa também ser mantida próxima ao valor de set point, torna-se necessário aquecer o ar após a serpentina. O ar, após sofrer o processo de reaquecimento, é então insuflado no ambiente, com as condições indicadas na Figura 4.

Deve ser ressaltado que no presente caso o controlador de umidade comandou a posição da válvula de 3 vias e o controlador de temperatura o reaquecimento, ao longo de todo o período. Em outras situações, entretanto, a válvula pode ser comandada ora por um ora por outro controlador.

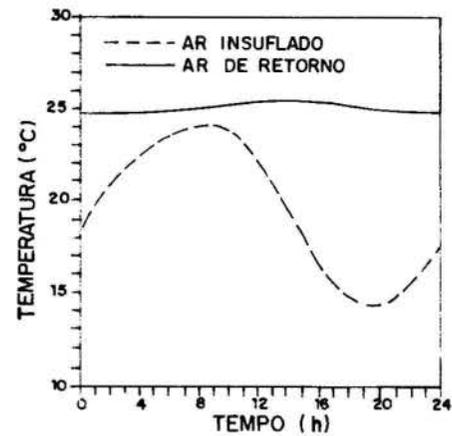


Figura 4. Temperatura do ar de insuflamento e de retorno.

CONCLUSÕES

Foi apresentado um modelo matemático capaz de simular, de modo integrado, edificações, equipamentos e controles de condicionamento de ar.

O programa é de grande versatilidade possibilitando a simulação de qualquer edificação com qualquer arranjo de equipamentos e controles.

Resultados para um ambiente climatizado, dotado de um controle de temperatura e umidade, e sujeito a uma situação típica de verão, são apresentados e discutidos.

Apesar de nenhuma comparação experimental ter sido realizada, os resultados, pelo menos qualitativamente, mostram-se encorajadores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Clark, D.R., "HVACSIM⁺ Building Systems and Equipment Simulation Program Reference Manual", Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington D.C., 1985.
- Elmahdy, A.H., Mitalas, G.P., "A Simple Model for Cooling and Dehumidifying Coils for Use in Calculating Energy Requirements for Buildings", ASHRAE Transactions, Vol. 83, Part 2, pp. 103-117, 1977.
- Negrão, C.O.R., "Simulação Dinâmica do Comportamento de Instalações de Climatização", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 1992a.
- Negrão, C.O.R., Melo, C., "Análise Transiente de Sistemas de Climatização", Anais do II Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, João Pessoa-Pb, 1992b.

ABSTRACT

The aim of this work is to present a mathematical model to simulate buildings, equipments and air conditioning controls, in a simultaneous way. Results for a conditioned room, in a typical summer day and controlled by the internal air temperature and humidity are presented and discussed.

EFEITOS DA OPERAÇÃO DE UM CONDICIONADOR DE AR DOMÉSTICO
NO CONFORTO TÉRMICO EM UMA SALA

Alexandre Schmid
Consul S.A. - CP 267/269 - Joinville - SC

RESUMO

O conforto térmico de um ambiente é avaliado por dois índices, o PMV (Predicted Mean Vote) e o PPD (Predicted Percentage of Dissatisfied), conforme proposto por P.O. Fanger e adotado pela norma ISO 7730. O PMV expressa a sensação térmica de um grupo representativo de pessoas expostas a uma dada combinação do nível de atividade, resistência térmica da vestimenta e parâmetros ambientais. O PPD especifica a porcentagem de pessoas do grupo que estão termicamente insatisfeitas. No presente trabalho são analisados os comportamentos do PMV e PPD sob a influência da variação da velocidade e mudança do direcionamento do fluxo de ar durante a operação de um condicionador de ar doméstico.

INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos do uso de condicionadores de ar é proporcionar condições de conforto térmico adequadas aos ocupantes de um ambiente; tais condições podem ser avaliadas por índices como o PMV (Voto Médio Previsto) e o PPD (Porcentagem Prevista de Insatisfeitos), propostos por Fanger (1970) e adotados pela norma ISO 7730 (1984).

Um parâmetro importante do conforto térmico é a velocidade do ar, sendo que em ambientes com condicionador de ar, esta apresenta normalmente um comportamento flutuante, característico do regime de convecção turbulento. A flutuação da velocidade do ar origina um desconforto térmico local devido ao resfriamento indesejado da superfície do corpo humano; assim sendo, mesmo quando a neutralidade térmica é atingida, ou seja, quando a pessoa está termicamente satisfeita, alguma parte do seu corpo é resfriada e outra aquecida devido à movimentação do ar. Um parâmetro característico da flutuação da velocidade é a intensidade de turbulência, que é definida como a razão do desvio padrão da velocidade pelo seu valor médio. Um índice que avalia o efeito da flutuação da velocidade foi estabelecido por Fanger et al. (1988), o PD (Porcentagem Prevista de Insatisfeitos devido a movimentação do ar), que é função da temperatura, da velocidade do ar e da intensidade de turbulência.

O presente trabalho apresenta um estudo dos efeitos da operação de um condicionador de ar no conforto térmico em uma sala, sendo enfatizadas as influências da velocidade e direcionamento do fluxo de ar.

METODOLOGIA

O conforto térmico é definido como sendo a condição em que o ser humano expressa satisfação térmica em relação ao seu ambiente. A sensação térmica está diretamente relacionada com o balanço térmico do corpo humano. Este balanço é influenciado pela sua atividade física, vestimenta e por parâmetros ambientais: temperatura, velocidade, umidade do ar e temperatura média radiante.

Através de um estudo estatístico-experimental, Fanger (1970) estabeleceu um índice de conforto térmico, o PMV, expresso pela Eq. (1), que foi definido a partir da equação de balanço térmico do corpo humano) para avaliar quantitativamente a influência dos parâmetros ambientais sobre a sensação térmica de um grupo representativo de pessoas.

$$PMV = [0,303 \cdot e^{-0,036 \cdot M} + 0,028] \cdot [(M - W) - 3,05 \cdot 10^{-3} \times [5733 - 6,99 \cdot (M - W) - p_a] - 0,42 \times [(M - W) - 58,15 - 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot M \cdot [5867 - p_a] - 0,0014 \cdot M \cdot [34 - t_a] - 3,96 \cdot 10^{-8} \cdot f_{cl} \times \left[\left[\frac{t}{t_{cl}} + 273 \right]^4 - \left[\frac{t}{t_r} + 273 \right]^4 - f_{cl} \cdot \frac{h}{c} \cdot [t_{cl} - t_a] \right] \quad (1)$$

onde:

$$t_{cl} = 35,7 - 0,028 \cdot (M - W) - I_{cl} \cdot \left[3,96 \cdot 10^{-8} \cdot f_{cl} \times \left[\left[\frac{t}{t_{cl}} + 273 \right]^4 - \left[\frac{t}{t_r} + 273 \right]^4 \right] + f_{cl} \cdot \frac{h}{c} \cdot [t_{cl} - t_a] \right] \quad (2)$$

$$h_c = \begin{cases} 2,38 \cdot [t_{cl} - t_a]^{0,25} & \text{para } 2,38 \cdot [t_{cl} - t_a]^{0,25} > 12,1 \cdot \sqrt{v_{ar}} \\ 12,1 \cdot \sqrt{v_{ar}} & \text{para } 2,38 \cdot [t_{cl} - t_a]^{0,25} < 12,1 \cdot \sqrt{v_{ar}} \end{cases} \quad (3)$$

$$f_{cl} = \begin{cases} 1,00 + 1,290 \cdot I_{cl} & \text{para } I_{cl} < 0,078 \\ 1,05 + 0,645 \cdot I_{cl} & \text{para } I_{cl} > 0,078 \end{cases} \quad (4)$$

onde:

PMV é o Voto Médio Previsto;

M é a taxa metabólica em W/m² (1met = 58W/m²);

W é o trabalho externo em W/m²;

i_{cl} é a resistência térmica da vestimenta em $m^2 \cdot C/W$ ($i_{clo} = 0,155 m^2 \cdot C/W$);

f_{cl} é a razão entre a área da superfície do corpo humano com vestimenta e sem vestimenta;

t_a é a temperatura do ar em $^{\circ}C$;

t_r é a temperatura média radiante em $^{\circ}C$;

v_{ar} é a velocidade do ar em m/s ;

p_a é a pressão parcial do vapor d'água em Pa;

h_c é o coeficiente de transferência de calor por convecção em $W/m^2 \cdot C$;

t_{cl} é a temperatura da superfície da vestimenta em $^{\circ}C$.

Outro índice importante é o PPD expresso pela Eq. (5), e definido como a parcela do grupo de pessoas que se sente termicamente insatisfeita. O PPD é função do PMV.

$$PPD = 100 - 95 \cdot e^{-[0,03353 \cdot PMV^4 + 0,2179 \cdot PMV^2]} \quad (5)$$

A neutralidade térmica estabelecida pela equação de conforto e pelos índices PMV e PPD é condição necessária mas não suficiente para o conforto térmico. Portanto, uma pessoa pode sentir-se termicamente neutra, contudo não estar confortável se alguma parte de seu corpo é resfriada e outra aquecida. Uma das causas de tal desconforto, dito local, é a flutuação da velocidade do ar.

O PD expresso na Eq. (6) foi estabelecido por Fanger et al. (1988), sendo função da temperatura do ar, t_a ($^{\circ}C$), velocidade média do ar, v_{ar} (m/s), e da intensidade de turbulência, Tu (%).

$$PD = [34 - t_a] \cdot [v_{ar} - 0,05]^{0,62} \cdot [3,14 + 0,37 \cdot v_{ar} \cdot Tu] \quad (6)$$

para $v_{ar} < 0,05 m/s$: $v_{ar} = 0,05 m/s$

para $PD > 100\%$: $PD = 100\%$

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Um condicionador de ar doméstico foi instalado em uma sala de $12 m^2$. No centro da sala a uma altura de $1,1 m$ do piso, que corresponde ao nível da cabeça de uma pessoa sentada ou do abdome de uma pessoa em pé, foram instalados sensores para a medição da temperatura, velocidade e umidade do ar e temperatura média radiante.

O PMV foi determinado a partir dos valores das variáveis acima, juntamente com a entrada dos valores da atividade física e resistência térmica da vestimenta. Neste trabalho considerou-se um nível de atividade física sedentária, que corresponde a uma taxa metabólica de $70 W/m^2$, bem como uma resistência térmica da vestimenta de $0,16 m^2 \cdot C/W$.

O condicionador de ar operou na função refrigeração; durante um dos ensaios variou-se a velocidade do ar, sendo que o defletor de saída do ar foi direcionado para os sensores, e em outro manteve-se a velocidade alta e alterou-se o direcionamento do defletor nas seguintes condições: direcionado aos sensores, alternado e não-direcionado.

RESULTADOS

Os valores médios dos índices, PMV, PPD e PD, nas velocidades baixa e alta, são comparados na tabela 1.

Tabela 1. Efeito da velocidade do ar

parâmetro	velocidade	
	baixa	alta
temperatura ($^{\circ}C$)	22,7	22,2
velocidade (m/s)	0,29	0,81
int. de turbulência (%)	37,0	14,2
umidade rel. (%)	59,2	64,2
temp. radiante ($^{\circ}C$)	25,4	25,2
PMV	0,31	-0,12
PPD	7,3	5,8
PD	14,4	32,0

Verifica-se um aumento significativo na velocidade média (2,8 vezes) o que propiciou a transição do valor do PMV de positivo para negativo e o aumento substancial no valor do PD, enquanto a mudança no PPD não foi representativa.

As figuras 1 e 2 apresentam os histogramas das velocidades baixa e alta, respectivamente; verifica-se na tabela 1 que a intensidade de turbulência é maior na velocidade baixa, sendo que este resultado está de acordo com o obtido por Fanger et al. (1988), onde conclui-se que a intensidade de turbulência diminui com o aumento da velocidade média para um nível médio de intensidade de turbulência ($20\% < Tu < 35\%$).

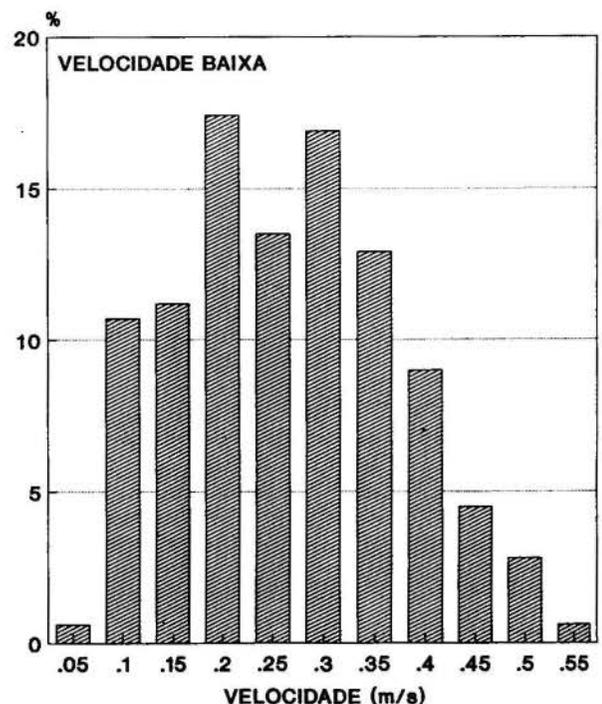


Figura 1. Histograma da velocidade baixa

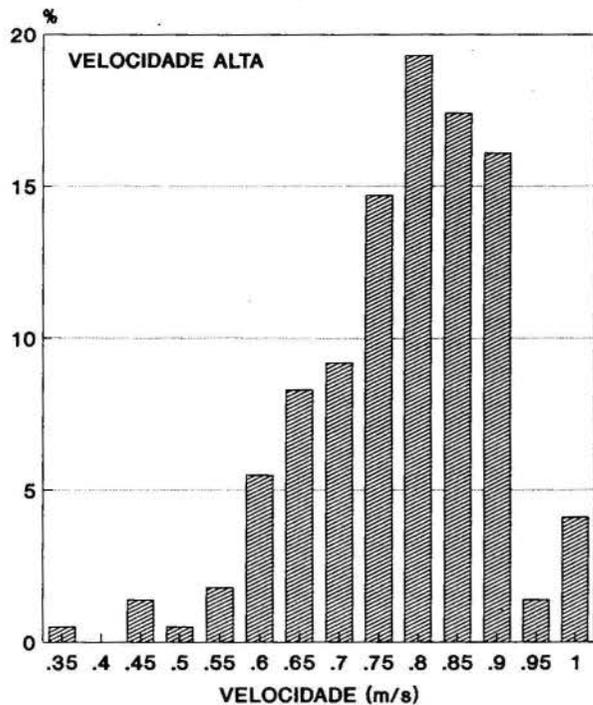


Figura 2. Histograma da velocidade alta

Os valores do PMV mantêm-se dentro da faixa recomendada pela norma ISO 7730 (1984), que admite uma variação do PMV de -0,5 a 0,5 que corresponde ao PPD < 10%; contudo as velocidades estão acima do sugerido ($v < 0,25$ m/s), sendo, portanto, o fluxo direcionado de ar inadequado para o conforto térmico de uma pessoa em atividade sedentária, mesmo em velocidade baixa. O valor do PD para a velocidade alta resultou bem superior ao valor de 15% sugerido como limite por Fanger et al. (1989) e Melikov and Nielsen (1989).

O efeito do direcionamento do fluxo de ar para os casos direcionado, alternado e não-direcionado é apresentado na Tabela 2.

Tabela 2. Efeito do direcionamento do fluxo

parâmetro	fluxo de ar		
	dir.	alt.	n-dir.
temperatura (°C)	21,6	21,7	22,3
velocidade (m/s)	0,79	0,25	0,13
int. de turb. (%)	21,1	40,9	24,1
umidade rel. (%)	73,8	75,8	78,2
temp. radiante (°C)	25,1	24,4	24,5
PMV	-0,18	0,20	0,48
PPD	6,0	6,2	9,8
PD	33,0	14,2	7,8

Verifica-se que com o direcionamento do fluxo de ar e o conseqüente aumento da velocidade média, ocorreu novamente uma redução no valor do PMV, culminando com a transição de um valor positivo para um negativo quando do fluxo de ar direcionado. As figuras 3, 4 e 5

apresentam os histogramas de velocidade para os fluxos de ar direcionado, alternado e não-direcionado, respectivamente.

O PPD resultou em valores próximos para os três casos, sendo maior para o fluxo não-direcionado devido à maior diferença em relação ao valor de PMV zero (corresponde ao valor mínimo de PPD igual a 5%). Já o PD aumentou significativamente com o direcionamento do fluxo de ar, seguindo o comportamento da velocidade; todavia a intensidade de turbulência resultou em um valor máximo para o caso alternado. Este fato pode ser explicado pela inversão da tendência do comportamento da intensidade de turbulência (em relação a velocidade média) quando da passagem da faixa média para alta turbulência, conforme obtido por Fanger et al. (1988).

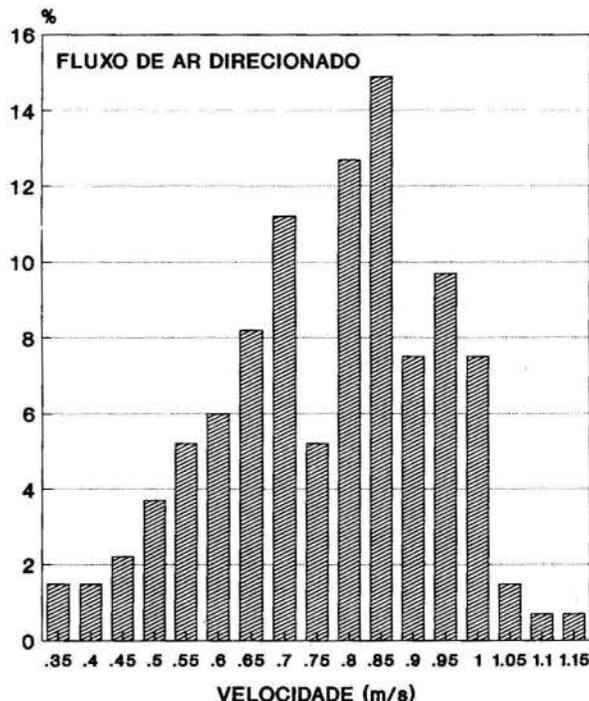


Figura 3. Fluxo de ar direcionado

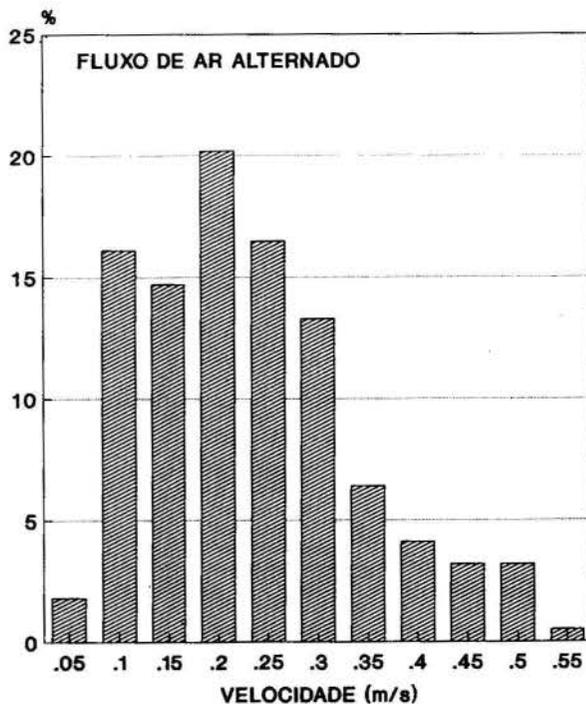


Figura 4. Fluxo de ar alternado

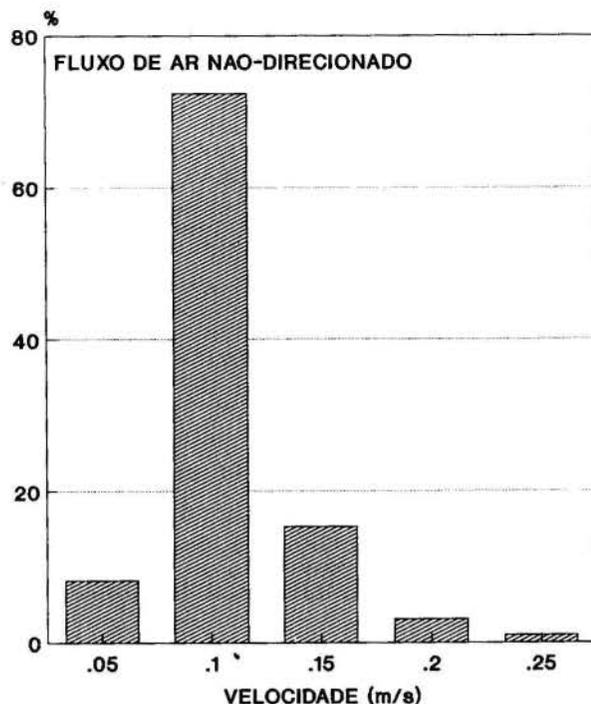


Figura 5. Fluxo de ar não-direcionado

Novamente os valores do PD e da velocidade para o caso de fluxo direcionado resultaram bem maiores que os valores recomendados, sendo que para o caso alternado estão bem próximos dos valores limites.

CONCLUSÕES

No presente trabalho são investigadas as influências da velocidade e do direcionamento do fluxo de ar no conforto térmico em uma sala. O estudo do comportamento da velocidade é realizado de forma a quantificar o efeito da sua flutuação no desconforto térmico local através da determinação do PD (Porcentagem Prevista de Insatisfeitos devido a movimentação do ar). Da análise dos resultados conclui-se:

- O fluxo de ar direcionado é inadequado ao conforto térmico de uma pessoa em atividade sedentária, mesmo em velocidade baixa (isto é válido para pequenas distâncias);
- O fluxo de ar alternado (em velocidade alta) resultou em valores limites recomendados para a velocidade e o PD em condições aceitáveis de conforto térmico, podendo, portanto, ser utilizado durante o condicionamento de ambientes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

- .Fanger, P.O., "Thermal Comfort". Danish Technical Press, Copenhagen, 1970.
- .Fanger, P.O., Melikov, A.K., Hanzawa, H. and Ring J., "Air Turbulence and Sensation of Draught", Energy and Buildings, Vol. 12, p. 21-39, 1988.
- .Fanger, P.O., Melikov, A.K., Hanzawa, H. and Ring J., "Turbulence and Draft", ASHRAE Journal, p. 18-23, abril 1989.
- .ISO 7730, "Moderate Thermal Environments - Determination of PMV and PPD Indices and Specification of Conditions for Thermal Comfort", International Standards Organization (ISO), Genebra, 1984.

.Melikov, A.K. and Nielsen, J.B., "Local Thermal Discomfort Due to Draft and Vertical Temperature Difference in Rooms with Displacement Ventilation", ASHRAE Transactions, p. 1050-57, 1989.

ABSTRACT

The thermal comfort of an environment is evaluated by two indexes, the PMV (Predicted Mean Vote) and the PPD (Predicted Percentage of Dissatisfied) as proposed by P.O. Fanger and used by ISO 7730. The PMV-index express the thermal sensation votes of a large group of people exposed to the same environment. The PPD-index predicts the number of thermally dissatisfied persons among a large group of people. In the present investigation, the PMV and PPD behaviors are analyzed during the operation of a room air conditioner. The influences of air velocity fluctuations and air flow are emphasized.

AVALIAÇÃO NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DAS CARGAS TÉRMICAS POR CONDUÇÃO ATRAVÉS DE PAREDES E VIDROS DE VEÍCULOS AUTOMOTIVOS

Fernando Stancato, EPUSP
Marcos de Mattos Pimenta, EPUSP

RESUMO

Foi desenvolvido um modelo computacional para o cálculo de cargas térmicas em veículos automotivos. Experiências de campo foram realizadas para a avaliação de modelo de carga térmica por condução através de paredes e vidros. Este modelo apresentou bons resultados com precisão menor que 5%. Estudos das influências das direções do veículo, horário e cor de vidros e paredes nas cargas térmicas de condução e radiação solar pelos vidros são abordados. Rotas e horários diferentes podem variar em até 225% estas cargas térmicas. Variações em até 30% foram conseguidas para diferentes vidros e cores de paredes.

INTRODUÇÃO

Indicando uma tendência mundial, é possível notar a crescente preocupação dos usuários de veículos automotivos mais voltada a aspectos referentes a conforto interno do que aos de desempenho veicular.

Para atender estas exigências do mercado, a indústria automotiva na área de conforto térmico tem desenvolvido sistemas de climatização ou ventilação que propiciem níveis de conforto adequados.

Através de um convênio entre a Mercedes-Benz do Brasil S.A. e o Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, foi feito um programa de simulação de cargas térmicas que agem em cabines de veículos automotivos. Foram feitas avaliações experimentais de algumas rotinas de cálculo. São comentados neste artigo o modelo usado de cálculo de carga térmica por condução através de paredes e vidros e respectivas avaliações experimentais. Estudos das influências das direções do veículo, horários e cor de vidros e paredes nas cargas térmicas de condução e radiação solar pelos vidros são abordados.

MODELO

Carga Térmica de Condução. A carga térmica por condução através de paredes e vidros pode ser calculada por:

$$Q = \frac{TSE - T_i}{R_c} \cdot A \quad (1)$$

onde:

TSE = Temperatura da superfície externa;

T_i = Temperatura do ar interior;

R_c = Resistência de condução da parede ou vidro + resistência devido ao coeficiente de convecção interna;

A = Área da superfície.

Para o cálculo das TSEs é necessário se fazer um balanço térmico de todos os fluxos de calor que atuam nas superfícies veiculares externas:

a) Radiação solar total absorvida, Q_s

- Superfícies opacas

A radiação solar total absorvida será calculada por:

$$Q_s = I_t \cdot \alpha_p \quad (2)$$

onde:

I_t = Irradiação solar total incidente na parede, composta pela radiação direta, difusa e refletida

α_p = absorvidade solar das paredes, função da cor da pintura e do grau de acabamento desta

• Superfícies transparentes (vidros)

Para paredes transparentes a radiação total absorvida é calculada por:

$$Q_s = I_D \cdot \alpha_D + (I_D + I_R) \cdot \alpha_d \quad (3)$$

onde:

I_D = Irradiação direta incidente no vidro;

I_d = Irradiação difusa incidente no vidro;

I_R = Irradiação refletida incidente no vidro;

α_D = absorvidade referente a radiação direta;

α_d = absorvidade referente a radiação difusa (do céu e a refletida).

b) Radiação atmosférica absorvida

A radiação atmosférica absorvida, Q_a, é determinada por:

$$Q_a = F_{SC} \cdot \epsilon_{atm} \cdot \sigma \cdot T_e^4 \cdot \alpha_I \quad (4)$$

onde:

F_{SC} = Fator de forma da superfície para a atmosfera;

ε_{atm} = Emissividade da atmosfera = 0,76;

σ = Constante de Stefan-Boltzman = 5,669.10⁻⁸ W/m²K⁴;

α_I = Absorvidade para radiação infravermelha;

T_e = Temperatura do ar ambiente exterior (K).

A emissividade da atmosfera é função da pressão local, das pressões parciais do vapor de água e do CO₂ presentes na atmosfera e da temperatura do ar.

c) Radiação terrestre absorvida

A radiação terrestre absorvida, Q_t , é obtida por meio de:

$$Q_t = F_{SS} \cdot \epsilon_{solo} \cdot \sigma \cdot T_{solo}^4 \cdot \alpha_I \quad (5)$$

onde:

α_I = Absortividade da superfície para radiação infravermelha;

F_{SS} = Fator de forma da superfície para o solo;

ϵ_{solo} = Emissividade do solo = 0,93;

σ = Constante de Stefan-Boltzman = $5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ k}^4$;

T_{solo} = Temperatura do solo (k).

d) Condução através da parede ou vidro

O fluxo de calor por condução através das paredes ou vidro é dado por:

$$Q_K = \frac{(T_i - TSE)}{R_C} \quad (6)$$

onde:

T_i = Temperatura do ar interno;

TSE = Temperatura da superfície exterior;

e) Radiação emitida pela superfície

$$Q_R = \epsilon_{sup} \cdot \sigma \cdot TSE^4 \quad (7)$$

onde:

ϵ_{sup} = Emissividade da superfície;

σ = Constante de Stefan-Boltzman = $5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ k}^4$;

TSE = Temperatura das superfícies externas.

Usando o conceito de uma resistência de radiação (R_R) para linearizar este fluxo temos:

$$R_R = 1/\epsilon_{sup} \cdot \sigma \cdot TSE^3$$

assim a expressão (7) fica:

$$Q_R = TSE/R_R \quad (8)$$

A literatura em geral apresenta o valor de 0,95 para emissividade de várias tintas (Kreith, 1977), (Holman, 1983), (CRC, 1986).

f) Convecção para o ar externo

$$Q_C = (T_e - TSE) \cdot h_e \quad (9)$$

onde:

T_e = Temperatura do ar exterior;

TSE = Temperaturas da superfície externa;

h_e = Coeficiente de convecção externa.

O programa calcula h_e a partir das correlações de placa plana para convecção forçada e convecção natural para regime laminar e turbulento, para diversas inclinações das paredes e vidros.

Considerando todos fluxos de calor incidentes em uma superfície quer opaca, quer transparente, quando submetida da radiação solar, podemos chegar finalmente às expressões das TSEs:

• TSEs das paredes opacas

Considerando então todos os fluxos anteriormente mencionados na equação de balanço térmico, temos a seguinte expressão:

$$Q_S + Q_a + Q_t + Q_K + Q_C + Q_R = 0 \quad (10)$$

substituindo os fluxos por suas expressões, temos:

$$\alpha_p \cdot I_t + F_{sc} \cdot \epsilon_{atm} \cdot \sigma \cdot T_e^4 \cdot \alpha_I + F_{SS} \cdot \epsilon_{solo} \cdot \sigma \cdot T_{solo}^4 \cdot \alpha_I + (T_i - TSE)/R_C + (T_e - TSE) \cdot h_e + TSE/R_R = 0 \quad (11)$$

e isolando o termo TSE temos finalmente:

$$TSE = \frac{\alpha_p \cdot I_t + F_{sc} \cdot \epsilon_{atm} \cdot \sigma \cdot T_e^4 \cdot \alpha_I + F_{SS} \cdot \epsilon_{solo} \cdot T_{solo}^4 \cdot \sigma \cdot \alpha_I + \frac{T_i}{R_C} + T_e \cdot h_e}{\frac{1}{R_C} + h_e + \frac{1}{R_R}} \quad (12)$$

que é a expressão para as paredes opacas (teto, paredes laterais esquerda e direita).

• TSEs das superfícies transparentes (vidros)

O balanço neste caso é igual ao caso "a", equação (10), sendo que a expressão do fluxo Q_S usada é $I_D \cdot \alpha_D + (I_d + I_r) \cdot \alpha_d$, ficando a expressão final da temperatura de equilíbrio igual a:

$$(TSE)_{vidro} = I_D \cdot \alpha_D + (I_d + I_r) \cdot \alpha_d + F_{sc} \cdot \epsilon_{atm} \cdot \sigma \cdot T_e^4 \cdot \alpha_I + \alpha_I \cdot F_{SS} \cdot \epsilon_{solo} \cdot \sigma \cdot T_{solo}^4 + T_i/R_C + T_e \cdot h_e / (1/R_C + h_e + 1/R_R) \quad (13)$$

Carga Térmica por Radiação Solar pelos Vidros.

Esta carga térmica será calculada por (Posata, 1988):

$$Q_S = [I_D \cdot \tau_D + (I_d + I_r) \cdot \tau_d] \cdot A_v \quad (14)$$

onde:

I_D = Radiação direta incidente;

I_d = Radiação difusa do céu;

I_r = Radiação difusa refletida;

τ_D = Transmissividade referente à radiação direta;

τ_d = Transmissividade referente à radiação difusa;

A_v = Área do vidro.

O programa possui uma rotina de cálculo de radiação solar que, em função da orientação da superfície (inclinação e azimute da superfície), do dia do ano, localidade (longitude, latitude e zona horária) e horário, calcula a radiação direta, difusa e refletida. A somatória destas três componentes fornece a radiação solar total, I_t .

Através do programa é possível se calcular as absorvidades e transmissividades dos vidros em função do ângulo de incidência da radiação solar nos vidros.

AValiação Experimental do Cálculo das TSEs

Para a avaliação experimental do cálculo das TSEs foram medidas 5 temperaturas superficiais exteriores em um ônibus rodoviário 0371-RSD, a saber:

- Temperatura superficial externa do teto;
- Temperatura superficial externa da lateral esquerda;
- Temperatura superficial externa da lateral direita;
- Temperatura superficial externa do vidro da lateral direita;
- Temperatura superficial externa do vidro da lateral esquerda;
- Temperatura superficial externa do vidro frontal (parabrisa).

Foram medidas temperaturas do ar interno próximas dos locais de medição das TSEs dos vidros.

A temperatura do solo foi admitida igual à temperatura do asfalto que foi medida por um pirômetro.

Através de um radiômetro solar instalado no teto do ônibus, se mediu a radiação solar para correção da radiação solar calculada através de um índice: índice de claridade (Posata, 1988).

A velocidade do veículo, necessária para o cálculo do coeficiente de convecção externa, foi lido do registro de um tacógrafo.

As medições das TSEs foram realizadas no trecho São Paulo-Tatuf da rodovia Castelo Branco com o veículo a 100, 70 e 50 km/h. Medições também foram feitas com o veículo estacionado no pátio da MBB. As direções do veículo, necessárias para o cálculo da radiação solar incidente nas superfícies veiculares, foram tomadas a partir de mapas das localidades. As direções são indicadas em graus a partir da direção norte, sentido horário.

COMPARAÇÃO ENTRE AS TSEs MEDIDAS E CALCULADAS DAS SUPERFÍCIES OPACAS (TETO, LATERAL DIREITA E LATERAL ESQUERDA)

Foram escolhidas 8 situações diferentes para a comparação entre as TSEs medidas e as calculadas.

Todas as variáveis necessárias para o cálculo das TSEs das paredes opacas estão na tabela 1 bem como as TSEs medidas e as calculadas.

Condições. Usou-se um valor para a absorptividade da parede igual a 0,55 que não ficou longe da absorptividade solar para a cor amarela fornecida por CRC (1986) que foi de 0,45.

A resistência térmica das paredes calculada e usada nos cálculos foi de 1,407 W/m² °C.

A temperatura do ar interno foi calculada como sendo a média dos termopares próximos das TSEs dos vidros já que as TSEs dos vidros e paredes estão próximas.

A temperatura do ar externo foi definida como a leitura de um termopar colocado na frente do veículo.

Resultado. Segue uma tabela com os valores das TSEs medidas e calculadas. Foram colocadas também as variáveis mais importantes para o seu cálculo. As TSEs foram calculadas a partir da equação (12).

Nota-se que mesmo sem ser ajustada, a rotina de cálculo das TSEs apresenta uma boa precisão para todos os casos, especialmente para com o veículo em movimento. Embora testado para as situações mais críticas, que são para velocidades do ar nula, a rotina de cálculo apresenta resultados razoáveis. Foram feitas algumas simulações para os casos de velocidade nula e foi verificado que as TSEs medidas mais baixas que as

calculadas poderiam ter sido causadas por ventos de até 5 m/s (de acordo com as previsões meteorológicas da época).

COMPARAÇÃO ENTRE AS TSEs MEDIDAS E CALCULADAS DOS VIDROS (VIDRO LATERAL ESQUERDO, DIREITO E FRONTAL)

Foram escolhidas as mesmas situações das análises feitas para as paredes opacas. As TSEs dos vidros calculadas e medidas estão na tabela 2.

Condições. As temperaturas do ar interior foram definidas como as leituras de cada termopar próximo de cada vidro.

O coeficiente de convecção interna por convecção natural para cada vidro foi calculada segundo a seguinte expressão (Holman, 1983).

$$h_i = 1,42 \left(\frac{\Delta T}{L} \right)^{1/4} \quad (14)$$

onde

$$\Delta T = T_p - T_\infty, \text{ } ^\circ\text{C}$$

L = altura do vidro

Definiu-se T_p igual à TSE medida e T_∞ igual à temperatura do ar interior medida para cada vidro.

Para o último dia, em que foi ligada a ventilação interna o coeficiente de convecção interna para todos os vidros foi estimado em 3,78 W/m² através da medida da velocidade do ar junto aos vidros.

As absorptividades dos vidros foram calculadas em função do ângulo de incidência dos raios solares usando-se valores de coeficientes ópticos levantados por Posata (1988) para os seguintes vidros:

Tabela 2. Vidros cujas TSEs foram medidas e respectivos coeficientes ópticos utilizados

Vidros das TSEs medidas	Coef. ópticos utilizados
Vidros laterais (esq. e dir.)	Vidro Blindex, cinza 6mm
Vidro frontal	Vidro Blindex, incolor, 6mm

Resultados. Foi elaborada a tabela 3 com as TSEs dos vidros medidas e calculadas. As TSEs dos vidros foram calculadas através da equação (13).

Analisando-se as diferenças dos valores das TSEs dos vidros medidas e calculadas verifica-se que a rotina de cálculo das TSEs dos vidros apresentou boa precisão apesar da incerteza dos coeficientes ópticos dos vidros utilizados. A média e o desvio-padrão das diferenças das TSEs dos vidros medida e calculada foram respectivamente 1,9 °C e 1,7 °C.

Tabela 1. TSEs medidas, calculadas e as diferenças entre ambas

Variáveis Medidas e Usadas no cálculo das TSEs										TSEs Medidas (°C) ¹			TSEs Calculadas (°C) ¹			Difer. entre as TSEs med. e calc. (°C)		
Local	Sit.	Dia	Hora local	Índice clarid.	Temp. ext. (°C)	Temp. int. (°C)	Veloc. (Km/hora)	Direção	Temp. asf.	T	D	E	T	D	E	T	D	E
Castelo Branco	1	1	10:05	0,92	21,7	25,5	54	286	33	29,8	32,4	21,8	29,4	30,4	22,2	0,4	2,0	-0,4
	2	1	10:54	0,90	24,7	26,4	54	286	36	32,1	32,0	24,8	32,1	32,0	24,8	0	0	0
	3	1	12:05	0,92	25,7	28,0	54	286	42	34,4	34,2	25,8	33,8	32,7	26,3	0,6	1,5	-0,5
	4	1	13:30	0,95	27,2	37,5	0	106	42	50,2	28,6	50,8	52,7	30,3	50,4	-2,5	-1,7	0,4
	5	1	14:18	0,94	26,7	19,7	70	106	42	33,6	27,6	31,6	32,4	26,3	30,4	1,2	1,3	1,2
	6	1	15:05	0,85	25,2	25,7	100	106	36	28,4	25,8	29,0	28,8	25,1	27,4	-0,4	0,7	1,6
Pátio MBB	7	2	12:15	0,94	25,0	31,5	0	325	42	46,2	40,0	28,0	52,2	43,1	28,4	-6,0	-3,0	-0,4
MBB	8	3	12:05	0,92	24,0	20,0	0	145	41	48,8	26,4	42,4	50,7	28,3	43,4	-1,9	-1,9	-1,2

1 - T - Teto, D - Lateral direita, E - Lateral esquerda.

Tabela 3. TSEs medidas, calculadas e as diferenças entre ambas

Local.	Sit.	Dia	Hora	Índ. clar.	Temp. ext. (°C)	Temp. int. (°C) ¹			Coef. de conv. int. (W/m ² °C) ¹			Vel. (Km/hora)	Dir.	Temp. asf. (°C)	TSEs med. (°C) ¹			TSEs calc. (°C) ¹			Dif. TSEs med. e calc. (°C)		
						D	E	F	D	E	F				D	E	F	D	E	F	D	E	F
a	1	1/5	10:15	0,92	21,7	26,0	24,5	26,0	1,93	1,77	1,32	54	286°	33	28,4	22,8	25,0	30,5	22,7	25,7	2,1	0,1	0,7
a	2	1/5	10:54	0,90	24,7	27,5	25,9	28,0	2,0	2,03	1,62	54	286°	36	30,4	24,8	25,8	34,9	24,6	24,0	-4,5	0,2	1,8
a	3	1/5	12:05	0,92	25,7	29,0	27,0	28,0	1,93	1,59	1,62	54	286°	42	31,4	26,1	29,2	35,3	25,7	26,1	-3,9	0,4	3,1
a	4	1/5	13:20	0,93	27,5	37,0	38,0	37,0	2,29	2,73	2,16	0	106°	42	32,3	47,6	30,0	30,8	51,1	24,0	1,5	-3,5	6,0
a	5	1/5	14:18	0,95	26,3	19,3	20,0	21,8	2,38	2,84	2,32	70	106°	42	24,8	28,4	26,8	24,9	28,4	24,7	-0,1	0	2,1
a	6	1/5	15:05	0,85	25,2	25,7	25,7	25,5	0	1,75	1,12	100	106°	36	25,7	27,3	26,0	25,1	26,6	24,6	0,6	0,7	1,4
b	7	2/5	12:15	0,97	25,0	31,0	32,0	29,0	2,68	1,84	2,36	0	325°	42	40,2	30,2	39,8	40,9	28,7	37,8	-0,7	1,5	2,0
b	8	3/5	12:05	0,92	24,0	20,0	20,0	26,7	3,78	3,78	3,78	0	145°	41	24,2	34,4	27,9	24,8	37,7	22,7	-0,6	-3,3	5,2

a - Trecho em estrada - Castelo Branco

b - Pátio da MBB

1 - D - Vidro da lateral direita, E - Vidro da lateral esquerda, F - Vidro frontal (parabrisa)

SIMULAÇÃO DE CARGA TÉRMICA DE REFRIGERAÇÃO PARA SITUAÇÃO TÍPICA DE VERÃO

Uma vez comprovada a boa precisão da rotina de cálculo das TSEs foi feito um estudo para se ver como variam as cargas térmicas de condução através de paredes e vidros e radiação solar através dos vidros em função da direção do veículo e do horário. Foi escolhida uma situação típica de verão com as seguintes condições:

- Localidade: Recife • Data: 21/1
- Latitude: -8,04°
- Longitude: 34,88°
- Zona horária: 3
- TBS/TBU externa: 30/25 °C;
- TBS interna: 25 °C; 60% umidade relativa;
- Temperatura do asfalto: 39 °C;
- Índice de claridade: 1;
- Velocidade do veículo: 0 km/h;
- Absortividade solar da parede: 0,82 (esmalte vermelho);
- Coeficiente de convecção interna: 8W/m² °C;
- Vidro: todos transparentes, Blindex 5 mm.

As áreas das paredes e dos vidros, bem como as resistências térmicas de condução de cada superfície foram calculadas a partir dos dados do ônibus 0371-RSD.

Foi calculada a soma das cargas térmicas de condução através de vidros e paredes e radiação solar através dos vidros (carga térmica parcial) para 6 horários e oito direções do veículo. Os resultados estão na tabela 4.

Tabela 4. Cargas térmicas parciais (W) (condução através de paredes e vidros + radiação solar através de vidro) para diversos horários e direções do veículo.

Cargas Térmicas	Horas	0°\N	45°\NE	90°\E	135°\SE	180°\S	225°\SW	270°\W	315°\NW
Carga Térmica Parcial	7	6.992	8.077	5.890	6.532	7.559	6.537	3.917	4.523
	8	7.931	8.799	6.971	7.306	8.713	7.765	4.669	5.370
	9	7.868	8.711	7.426	7.420	8.702	7.847	5.184	5.495
	10	6.851	7.791	7.248	6.574	7.566	7.024	5.457	4.941
	11	5.511	6.226	6.397	6.259	6.493	6.542	6.057	4.797
	12	5.482	5.251	6.060	6.692	6.044	6.299	6.320	5.942

É possível verificar uma variação de 225% entre as situações de máxima e mínima carga térmica parcial. A carga térmica mínima ocorre para o horário das 7 horas com o veículo na direção oeste.

Isto ocorre porque nesta situação praticamente não há carga térmica devido a radiação solar pelos vidros e a área ensolarada é mínima pois o veículo está recebendo sol praticamente pela traseira. A carga térmica máxima ocorre para o horário das 8 horas na direção nordeste pois nesta situação estão recebendo radiação solar direta o teto, a lateralesquerda, o vi-

dro frontal e os vidros laterais esquerdos

Para esta situação de máxima carga térmica parcial, verificou-se que a adoção de uma pintura externa branca (absortividade solar = 0,23) e vidros cinzas podem reduzir esta carga térmica em 30%.

CONCLUSÃO

Foi mostrado o modelo usado para o cálculo de carga térmica por condução através das paredes e vidros e radiação solar pelos vidros.

O cálculo das temperaturas superficiais exteriores (TSEs) dos vidros e das paredes apresentou bons resultados com uma diferença média entre os valores medidos e calculados respectivamente de 1,3°C e 1,9°C.

As simulações das cargas térmicas para a condição de verão típica mostrou uma variação das cargas térmicas de condução de paredes e vidros e radiação solar pelos vidros de até 225% para horários e rotas diferentes.

Verificou-se que cores claras e vidros cinzentos podem reduzir as cargas de condução e radiação solar pelos vidros em até 30%.

O modelo computacional aqui descrito se apresenta como uma importante ferramenta para a adequação dos sistemas de refrigeração às cabines de veículos automotivos em função de parâmetros como localidades, rotas, pintura e tipos de vidros da cabine.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

.ASHRAE, "Handbook of Fundamentals, New York, 1989.

.Holman, J.P., "Transferência de Calor", Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda., São Paulo, 1983.

.Kreit, F., "Princípios de Transmissão de Calor", Editora Edgard Blucher Ltda., São Paulo, 1977.

.Posata, N., "Cálculo de Ganho de Calor por Irradiação Solar", Trabalho de Formatura, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1988.

ABSTRACT

A mathematical simulation model was developed to calculate the cooling loads in a cab.

Field experiments were conducted to evaluate the conduction cooling loads from walls and glasses. Precision less than 5% was gotten between model results and experimental data.

In the summer situation, studies of the effects of de orientation of the cab, the time, the external paint and the tint of the glasses in changing the conduction and solar radiation cooling loads, were conducted. Cab orientation and the time can change this cooling loads by 225%. Variation by 30% was gotten from different external paints and glasses.

HUMAN RESPONSE TO THERMAL ENVIRONMENT :
 ASPECTS OF HEAT TRANSFER

Gaetano ALFANO, Francesca R. D'AMBROSIO, Giuseppe RICCIO
 D.E.TE.C. - Faculty of Engineering University of Napoli
 Piazzale Tecchio, 80 - 80125 Napoli - ITALY

SUMMARY

The paper is a review of the principal aspects the human response to thermal environment in which heat transfer is used. Its aim is just to show the importance of the heat transfer in this field and to emphasize future research needs. The presented bibliography should permit the investigation of each topic. Many standards are also quoted in the bibliography, to underline the practical importance of the subject.

INTRODUCTION

In the last thirty years many progresses have been made in the field of the "Human Response to Thermal Environment", generally called "thermal environment" for the sake of brevity. Now, for instance, specialists are in most cases able to foresee the human mean response to thermal environment with good approximation. Moreover consolidated results have produced many international and national standards.

In this paper we review thermal environment aspects that required (and still require) knowledge of heat transfer. Heat transfer is very important in thermal environment and we will try to outline that future progresses necessarily need the cooperation of heat transfer specialists.

HEAT LOSS BY CONVECTION FROM THE HUMAN BODY.

The heat loss by convection from the outer surface of the clothed body is generally expressed by the following equation

$$q_c = h_c(t_{cl} - t_a) \quad (1)$$

with

- q_c : rate of heat loss by convection per unit outer surface area of the body, W/m^2 ;
- t_{cl} : mean temperature of the outer surface of the body, generally clothed, °C; for naked subject it is the mean skin temperature, t_{sk} ;
- t_a : air temperature, °C;
- and, obviously,
- h_c : convective heat transfer coefficient, W/m^2K .

Table 1. - The most used formulas to evaluate h_c for forced convection (v_a and v_{ar} are in m/s, M is in W/m^2 and h_c in W/m^2K).

formula	condition	Source	Eq.
$h_c = 8.3 v_a^{0.6}$	seated	Mitchell, 1974	(2)
$h_c = 2.7 + 8.7 v_a^{0.67}$	reclining	Colin and Houdas, 1967	(3)
$h_c = 14.8 v_a^{0.69}$	standing	Seppanen et al., 1972	(4)
$h_c = 12.1 v_{ar}^{0.5}$		Winslow et al., 1940	(5)
$h_c = 3.5 + 5.2 v_{ar}$	$v_{ar} < 1$	Missenard, 1973	(6)
$h_c = 8.7 v_{ar}^{0.6}$	$v_{ar} > 1$	Missenard, 1973	(7)
$h_c = 8.6 v_{ar}^{0.53}$		Nishi and Gagge, 1970a	(8)
$h_c = 6.5 v_{ar}^{0.39}$		Nishi and Gagge, 1970a	(9)
$h_c = 5.66((M/58.1) - 0.85)^{0.39}$		Gagge et al., 1976	(10)

Generally the convection is forced and so h_c is a function of the air velocity. Many formulas have been proposed and are now used. In Table 1. we report the most used ones. From Table 1. it can be observed that in some formulas (the Eqq. 2, 3 and 4) h_c is a function of the measured air velocity, v_a , in other formulas (Eqq. from 5 to 9) h_c is a function of the relative air velocity, v_{ar} , and in the Eq. 10 it is a function of the metabolic energy, M. But Eqq. 2, 3 and 4 are used only when the subject is still: in these cases it is $v_a = v_{ar}$.

The relative air velocity is generally not known and it is evaluated as a function of the metabolic energy, M, that depends on the activity. So, in the Eqq. from 5 to 9 h_c becomes a function of M, as in the Eq. 10. For v_{ar} the most used formula is the following

$$v_{ar} = v_a + 0.0052(M - 58.1) \quad (11)$$

with

M : rate of metabolic energy production, W/m^2 .

For still air and still subject the convection is free. In this case some people use the formula (Fanger 1970)

$$h_c = 2.38 |t_{cl} - t_a|^{0.25} \quad (12)$$

others use a constant values of h_c , that is 3.1 for seated subject (Mitchell 1974), 4.0 for standing subject (Seppanen et al. 1972), 5.1 for reclining subject (Colin and Houdas 1967).

For forced convection ISO Standard 7730 (ISO 1984) uses the Eq. 5 while ISO Standards 7933 (ISO 1989) and ISO/DIS 11079 TR (ISO 1991) use the Eqq. 6 and 7. For free convection ISO Standard 7730 and ISO Standard 7933 use Eq. (12) while ISO/DIS 11079 TR do not use any other equation (from Eq. 6 for $v_{ar} = 0$, h_c is equal to 3.5).

It is easy to see that with these formulas rather different values for h_c are obtained. So we think that it is necessary to review these formulas. Probably it will be necessary to find formulas for local values of h_c , for example for each part of the human body, and to obtain the total value of h_c by integration.

For an exact evaluation of q_c , as it can be seen from Eq. 1, it is necessary to know also t_{cl} , which is difficult to measure, either because it is a surface temperature, or because it is a mean temperature. Generally t_{cl} is evaluated from the thermal resistance of the clothing and from the skin temperature, as t_{sk} is less difficult to measure (Mc Intyre 1980, Olesen 1983) or it is evaluated by models of thermoregulation (see last point).

However, the evaluation of t_{cl} , by measurement and/or by calculation is still too doubtful.

HEAT LOSS BY RADIATION FROM THE HUMAN BODY

Generally the following relation is used:

$$Q_r = A_{ef} \alpha \sigma ((t_{cl} + 273)^4 - (t_{mr} + 273)^4) \quad (13)$$

with

Q_r : rate of heat loss by radiation from the human body, W;

A_{ef} : the effective radiation area of the clothed body, m^2 ;

α : the thermal absorptivity of the outer surface of the clothed body, ND;

σ : the Stefan-Boltzmann constant, $= 5.75 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4$;

t_{mr} : the mean radiant temperature, °C.

The Eq. 13 presupposes (a) that the outer surface of the subject is radiantly gray and (b) that the subject surroundings constitute a radiantly black enclosure.

The first hypothesis is verified if the subject receives radiations of high wavelength, situation that generally happens in indoor environment. In the far infrared either the skin or clothings are gray with values of the monochromatic absorptivity respectively of 1 and 0.95. And so the value of 0.97 is generally assumed for the absorptivity of the outer surface of the human body. But if the subject receives radiations also of low wavelength, then appropriate values of absorptivity and emissivity should be used. And few values exist of the spectral absorptivity, which is not easy to measure for thin fabrics (Cain and Farnworth, 1986).

Generally the second hypothesis is verified. It fails when the environment is very small, as in the case of cars. In these cases classic evaluating methods of radiation heat transfer have to be used.

The principal difficulty to estimate Q_r by the Eq. 13 is the evaluation of t_{mr} , which can be measured or calculated in many ways. The most important ways will be reviewed in the following paragraphs.

Evaluation of t_{mr} from angle factors. It is used the relation

$$(t_{mr} + 273)^4 = \sum F_{p,i} T_i^4 \quad (14)$$

with

$F_{p,i}$: angle factor from the subject to the surface i, ND;

T_i : temperature of the surface i, K.

As angle factors values proposed by Fanger (1970) are used, which have been adopted also by the ISO 7726 (ISO 1985) and by the ASHRAE 55-81 (ASHRAE 1981). However some Authors (Horikoshi and Kobajashi, 1982) have recently proposed values that are quite different in some cases.

Evaluation of t_{mr} from the temperature of the globe thermometer. The globe thermometer consists of a black globe in the centre of which a temperature sensor is placed. If the globe thermometer is placed in the actual enclosure, it exchanges heat by radiation and by convection with the the air. At thermal equilibrium the first law of thermodynamics, applied to the globe, gives the following type of relation

$$t_{mr} = f(t_g, t_a, v_a) \quad (15)$$

with

t_g : temperature of the globe thermometer at thermal equilibrium, °C.

In the Eq. 15 the functional relation depends on the type of convection globe-air (ISO, 1985).

The t_{mr} evaluated from t_g is not exact, because the angle factors globe-enclosure are not equal to angle factors human body-enclosure. So the error is not negligible when radiative field is not uniform (Madsen 1979, Olesen 1988).

Evaluation of t_{mr} from plane radiant temperature.

This is the most recent method (Olesen 1989).

The plane radiant temperature, t_{pr} , is defined as the uniform temperature of an enclosure in which the incident radiation flux on one side of a small plane element is the same as in the actual environment. The method consists in considering t_{mr} as the weighted mean of the six plane radiant temperatures in the six directions of the three Cartesian axes, with the projected area factors for a person in the same six directions as weighting coefficients.

However the exact measurement of the plane radiant temperature is not very easy.

HEAT LOSS BY EVAPORATION FROM THE SKIN SURFACE.

The heat loss by evaporation from the skin surface, E_{sk} , is evaluated by the relation (Nishi and Gagge 1970b):

$$E_{sk} = w(p_{vs,sk} - p_{v,a})/R_{e,T} \quad (16)$$

with

E_{sk} : rate of heat loss by evaporation from the skin per unit surface area of the body, W/m^2 ;

w : skin wettedness, ND;

$p_{vs,sk}$: saturated vapor pressure at the skin temperature, kPa;

$p_{v,a}$: vapor pressure in the air, kPa;

$R_{e,T}$: total vapor resistance of clothing and boundary layer in terms of energy, $m^2 kPa/W$.

$R_{e,T}$ is evaluated by the relation

$$R_{e,T} = R_{e,cl} + R_{e,a} \quad (17)$$

with

$R_{e,cl}$: clothing vapor resistance in terms of energy, $m^2 kPa/W$;

$R_{e,a}$: boundary layer vapor resistance in terms of energy, $m^2 kPa/W$.

$R_{e,a}$ can be expressed in terms of h_c by the Lewis relation for the air, that is in the range 20-40 °C it can be considered constant and equal to 16.5 K/kPa (Fobelets and Gagge 1988).

$R_{e,cl}$ depends (Alfano et al. 1991) on the vapor permeation of clothing, which is evaluated either by the Woodcock (1962) index, i_w , or by the the vapor permeation efficiency ratio for a clothing layer (Meechels and Umbach 1977, Lotens and van der Lind 1983), i_p . But the evaluation of these two vapor permeation indices is not simple, in particular it is not easy to evaluate them from the values obtained for

garments (Havenith et al. 1990).

MATHEMATIC MODELS OF HUMAN BODY TERMOREGULATION.

Many models of human physiological regulatory response have been proposed in the last twenty years. These models can be divided in two groups (Lotens 1988, Galeou et al. 1989): models in which the human body consists of an only segment and models in which the human body consists of many segments.

In the first group the most important model is that proposed by Gagge et al. (1973). This model considers the human body constituted of two compartments, the core and the outer layer, treated analytically as two concentric shells. It is a very simple model, but till now the most used in engineering applications.

In the second group the most important model is that proposed by Stolwijk (1970). The human body consists of six segments: head, treated as a sphere, and trunk, arms, hands, legs and feet treated as cylinder. Each segment consists of four layers: core, muscle, fat and outer layer. On the whole twenty four compartments. A twenty-fifth compartment is the central blood. This is the model that many Authors have modified, and still modifie, with the aim of predicting individual physiological strains from physical environmental parameters, clothing characteristics and methabolic energy production in order to provide a useful tool for the design and assessment of thermal environment.

In each model the compartment represents a system with a mass, a heat capacity and a heat source, that exchanges energy by conduction to adjacent layers, by evaporation and by convection via the blood. As a whole the compartments represent the controlled system. The instantaneous temperature of each compartment, as well as the rate of change of temperature, reaches the controlling system which integrates these informations and sends out appropriate commands.

REFERENCES

- Alfano, G., Cicolecchia, S. and d'Ambrosio F.R., "The influence of the vapor permeability of clothing on thermal discomfort", ASHRAE Transactions, Vol. 95(2), pp. 309-315, 1991.
- ASHRAE, "Thermal environmental conditions for human occupancy" ANSI/ASHRAE Standard 55-81, ASHRAE, Atlanta, 1981.
- Cain, B. and Farnworth, B., "Two new techniques for determining the thermal radiative properties of thin fabrics", Journal of Thermal Insulation, Vol 9, pp.301-310, 1986.
- Colin, J. and Houdas, Y., "Experimental determination of coefficient of heat exchange by convection of the human body", Journal of Applied Physiology, Vol. 22, pp.31-38, 1967.

- Fanger, O.P., "Thermal Comfort", Mc Graw Hill, 1970.
- Fobelets, A.P.R. and Gagge, A.P., "Rationalization of the effective temperature ET* as a measure of the enthalpy of the human indoor environment", ASHRAE Transactions, Vol. 94(1), pp12-31, 1988.
- Gagge, A.P., Nishi, Y. and Gonzales, R.R., "Standard Effective Temperature. A single temperature index of temperature sensation and thermal discomfort", Proceedings CIB Commission W45 (Human Requirements), Building Research Establishment, pp. 229-250, 1973.
- Gagge, A.P., Nishi, Y. and Nevins, N.G., "The role of clothing in meeting FEA energy conservation guidelines", ASHRAE Transactions, Vol. 82(2), pp.234-247, 1976.
- Galeou M., Grivel F. and Candas V., "Le confort thermique: aspects physiologiques et psychosensoriels. Etude bibliographique", CNRS/INRS - Laboratoire de Physiologie et de Psychologie Environnementales, Stasbourg, 1989.
- Havenith, G., Heus, R. and Lotens, W.A., "Clothing ventilation, vapour resistance and permeability index: changing due to posture, movement and wind", Ergonomics, Vol. 33(8), pp. 989-1005, 1990.
- Horikoshi, T. and Kobayashi, Y., "Configuration factors between the human body and rectangular planes and the effective radiation area of the human body", Transactions of A.I.J., Vol. 322, pp. 92-100, 1982.
- ISO, "Evaluation of cold environments. Determination of required clothing insulation, IREQ", ISO/DIS 11079 TR, ISO, 1991.
- ISO, "Hot environments. Analytical determination and interpretation of thermal stress using calculation of required sweat rate" ISO Standard 7933, ISO, Geneve, 1989.
- ISO, "Moderate thermal environments. Determination of PMV and PPD indices and specification of the conditions for thermal comfort", ISO Standard 7730, ISO, Geneve, 1984.
- ISO, "Thermal environments. Instruments and methods for measuring physical quantities", ISO Standard 7246, ISO, Geneve, 1985.
- Lotens, W.A., "Comparison of thermal predictive models for clothed humans", ASHRAE Transactions, Vol. 94 (1), pp. 1321-1341, 1988.
- Lotens, W.A. and van der Linde, E.J.G., "Insufficiency of current clothing description", Proceedings of International Conference on Biophysical and Physiological Evaluation of Protective Clothing, pp. 250-259, Lyon, 1983.
- Madsen, T.L., "Measurement of thermal comfort and discomfort", Indoor climate, Danish Building Research Institute, pp. 591-613, Copenhagen, 1979.
- Mc Intyre, D.A., "Indoor Climate", Applied Science Publisher LTD, London, 1980.
- Mecheels, J. and Umbach, K.H., "Thermophysiological properties of clothing systems", Melliand Textilberichte (English edition), pp 76-85, 1977.
- Mitchell, D., "Convective heat transfer in man and other animals", Butterworth Publishing Inc., London, 1974.
- Missenard, A., "Coefficient d'echange de chaleur du corps humain par convection en fonction de la position, de l'activité du sujet et de l'environnement", Archives des sciences physiologiques, Vol. 27, pp. A45-50, 1973.
- Nishi, Y. and Gagge, A.P., "Direct evaluation of convective heat transfer coefficient by naphthalene sublimation", Journal of Applied Physiology, Vol. 29, pp. 830-833, 1970a.
- Nishi, Y. and Gagge, A.P., "Moisture permeation of clothing: a factor governing thermal equilibrium and comfort", ASHRAE Transactions, Vol. 76 (1), pp.137-145, 1970b.
- Olesen, B.W., "How many sites are necessary to estimate a mean skin temperature?" Proceedings of Thermal Physiology International Symposium, pp.33-37, Australia, 1983.
- Olesen, B.W. and Madsen, T.L., "Measurement of the physical parameters of the thermal environment", Proceedings of the Seminar on heat stress indices, Commission of the European Communities, Health and safety Directorate, pp. 247-297, Luxembourg, 1988.
- Olesen, B.W., Rosendahl, J., Kalisperis, L.N., Summers, L.H. and Steinman, M., "Methods for measuring and evaluating the thermal radiation in a room", ASHRAE Transactions, Vol. 95 (1), pp. 1028-1044, 1989.
- Seppanen, D., McNall, P.E., Munson, D.M. and Sprague, C.H., "Thermal insulation values for typical indoor clothing ensembles", ASHRAE Transactions, Vol. 78(1), pp.120-130, 1972.
- Stolwijk, J.A.J., "Mathematical model of thermoregulation", Physiological and behavioral temperature regulation, Charles C. Thomas Publisher, Ch. 48, pp. 703-721, 1970.
- Winslow, C.E., Herrington, L.P. and Gagge, A.P., "Heat exchange and regulations in radiant environments above and below air temperature", American Journal of Physiology, Vol. 131, pp. 79-92, 1940.
- Woodcock, A.H., "Moisture transfer in textile system", J. Textile Research, Vol. 32(8), pp.628-633, 1962.

PULSED AIR JET IMPINGEMENT HEAT TRANSFER

L.F.A. Azevedo

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

B.W. Webb and M. Queiroz

Department of Mechanical Engineering - Brigham Young University

SUMMARY

Temporal average heat transfer of a pulsating jet were quantified using a thermographic infrared imaging technique. Jet Reynolds numbers in the range 3000 to 12000 were investigated for pulsing frequencies ranging from the steady jet to approximately 200 Hz. For the configuration studied, the heat transfer is degraded at all frequencies, generally in the range 0 to 20% relative to that of the steady jet at the same time-average flow rate. This is in spite of the significant increase in turbulence intensity for the pulsing jet. This is believed to be due to relatively small turbulent fluctuations superimposed on the instantaneous periodic flow.

NOMENCLATURE

d	jet diameter
f	pulsation frequency in Hz
h	time-average heat transfer coefficient
h_0	time-average stagnation heat transfer coefficient
k	thermal conductivity
Nu	temporal average Nusselt number, hd/k
Nu_0	temporal average stagnation Nusselt number, h_0d/k
Q	time-average flow rate
Re	Reynolds number based on time-average flow rate, $4Q/\pi vd$
\bar{u}	local mean velocity
u'	local RMS velocity fluctuation
z	distance from the nozzle exit
z_0	nozzle-to-plate spacing

INTRODUCTION

Many applications in industry require localized heating or cooling. An effective way to accomplish this is through the use of impinging gas jets. Industrial uses of impinging air jets include tempering of glass, drying of paper and textiles, and the cooling of metal sheets, turbine blades, and electronic components.

Due to the many industrial uses for impinging jets extensive prior research has been conducted to understand their heat/mass transfer characteristics. The results from this research have been summarized by Livingood and Hrycak [1], and by Downs and James [2]. Martin [3] also provides a comprehensive review with an emphasis on the engineering applications of impinging jets. These reviews summarize the extensive prior work dealing with steady jets. Jet pulsation has been proposed as a means of enhancing the already high heat transfer characteristics of steady jets. The presence of flow pulsations has been found to increase heat transfer over the steady flow situation (Marziale and Mayle, 1984). Recently, Eibeck *et al.* (1991) reported significant heat transfer enhancement using the exhaust jet flow from a pulse combustion. Gundappa and Diller (1991) also reported enhancement due to flow pulsation on heat transfer from a cylinder in crossflow. The purpose of this study is to investigate systematically the heat transfer and flow structure characteristics of pulsing jets. Comparisons are made between steady impinging jets and pulsing jets at the same time-average flow rate.

EXPERIMENTAL APPARATUS AND PROCEDURE

Flow Delivery System

Time-average heat transfer coefficients under a pulsing air jet was investigated. The flow pulsation was generated with a rotating valve located upstream of the jet nozzle. A schematic of the rotating valve is shown in Fig. 1. The valve consisted of a stationary valve body machined of mild steel, in which a hole 50.8 mm in diameter was bored through the center. A cylindrical rotating valve was machined to fit inside the valve body with 0.254 mm of radial clearance. Sealed bearings were press-fit onto 12.7 mm diameter shafts at the ends of the rotating valve. The bearings were seated in cylindrical grooves milled into the end caps of the valve. The end caps

were positioned on both sides of the rotating cylinder and were tightened against gaskets with screws into the valve body. A 25.4 mm diameter hole was bored in the rotating cylinder normal to its axis. Additionally, 6.35 mm diameter holes were drilled in opposing sides of the valve body. The shaft on one end of the rotating cylinder was connected to a universal motor whose rotation speed was controlled with a silicon-controlled rectifier. Special care was used in the fabrication and assembly of the valve to eliminate vibration during rotation. After initiation of valve rotation and pressurization of the upstream side of the valve, flow pulsation at the nozzle exit was achieved when the diametral hole bored through the cylindrical valve was aligned with the opposing holes in the valve body.

The pressure side of the rotating valve was connected to a large capacity compressed air supply with pressure regulator with a 2.0 m length of 9.5 mm diameter flexible tubing. During most experiments, the exit side of the valve was connected to a 0.8 m long,

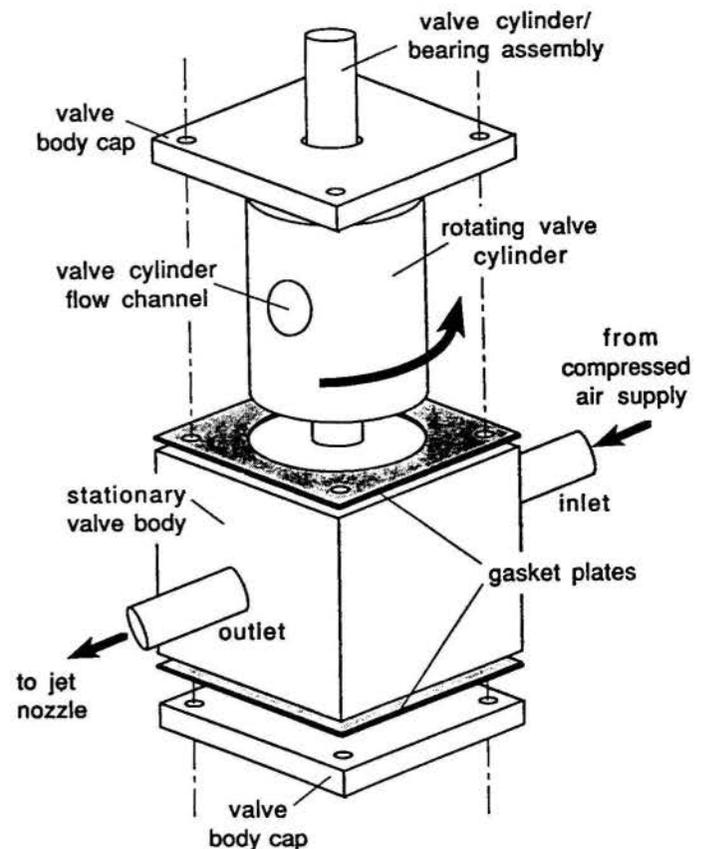


Fig. 1. Schematic of rotating valve.

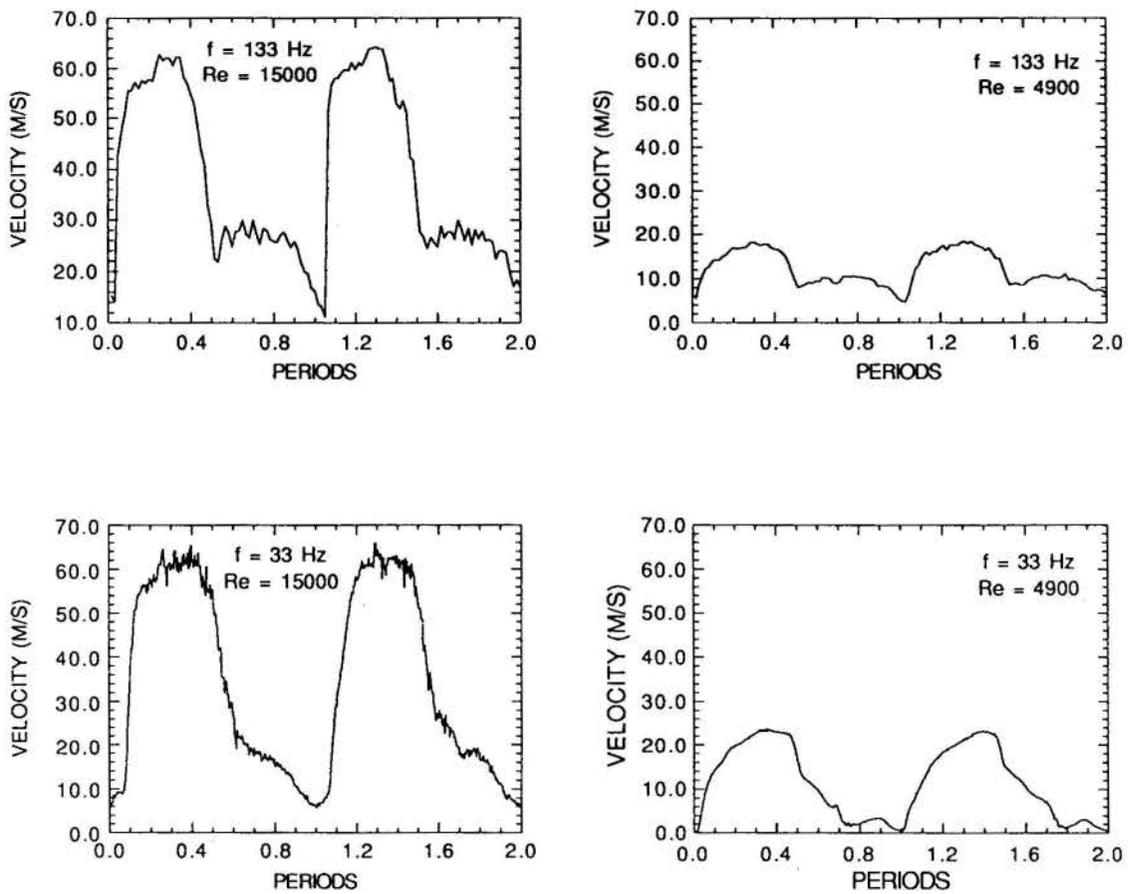


Fig. 2. Sample time-histories of the nozzle exit velocity generated by the rotating valve.

6.1 mm diameter tube which was precision-machined square at its exit end. Figure 2 illustrates a single period of the pulsing velocity at the exit of the nozzle for four different frequencies at the same average flow rate (Reynolds number). Examination of several cycles revealed that the pulsation was truly periodic; the instantaneous velocity variation with time was very nearly the same during each period. The velocity time histories presented in Fig. 2 are representative of those at other frequencies and Reynolds numbers. Note that the velocity at the nozzle exit never reaches zero. This is in contrast with the work of Eibeck *et al.* (1991), whose pulsing jet showed strong flow reversal with associated negative velocities.

Jet Flow Rate Measurement

The use of a rotameter to measure the jet flow rate was not possible because of the pulsating nature of the flow. In order to circumvent this problem, a large plastic container was then used to measure the pulsed jet flow rate. Initially, the volume of this plastic container was determined using a steady air jet, whose volume flow rate was measured using a high-precision rotameter. Repeated measurements of this container's volume indicated that the uncertainty associated with the pulsating jet flow rate measurement was $\pm 10\%$. With the volume of the plastic container known, the time to fill it under pulsed-jet operation was measured for the different flow conditions used in the present study.

Flow Structure Measurement

Flow structure measurements were performed for the steady and pulsed jets using hot-wire anemometry. Centerline profiles of mean and rms velocity as well as Power Spectrum Density (PSD) were obtained from the time-resolved velocity measurements. A total of 131,072 data points (2^{17}) were collected at a sampling frequency of 8KHz, using a 12-bit data acquisition system. Spectral decomposition was accomplished using standard techniques (Press *et al.*, 1986).

Heat Transfer Measurement

Figure 3 illustrates the apparatus used in the heat transfer measurements. Flow from the rotating valve was routed through a long nozzle, and directed at the heated surface (a metallic foil). The impingement foil, 20.32 cm long by 5.00 cm wide, was constructed of 0.051 mm thick stainless steel shim stock and attached to an

aluminum bus bar at each end. A hole was drilled through the length of each bus bar, through which a steel rod, 9.53 mm in diameter, was inserted, maintaining the plate and bus bar assembly vertical. The steel rods were set in holes and attached rigidly to a Lexan base, 2.54 cm thick by 68.58 cm long by 39.37 cm wide. Two large springs, insulated at their ends, were connected to the top and bottom of the bus bars, creating a moment about the axis of the steel rods and providing an even tension on the plate. The stainless steel shim stock was heated Ohmically yielding a constant heat flux. To achieve an isoflux surface, voltage from an HP 6031A DC power supply was imposed across the plate through the aluminum bus bars. To account for the voltage drop occurring across the bus bars and the power supply lines, voltage measurements were made at a known spacing on the plate using a Fluke 75 Multimeter. The current was measured by the digital readout of the power supply. This configuration yielded a worst case uncertainty in the Ohmic dissipation measurement of less than 1%. The measured heat flux

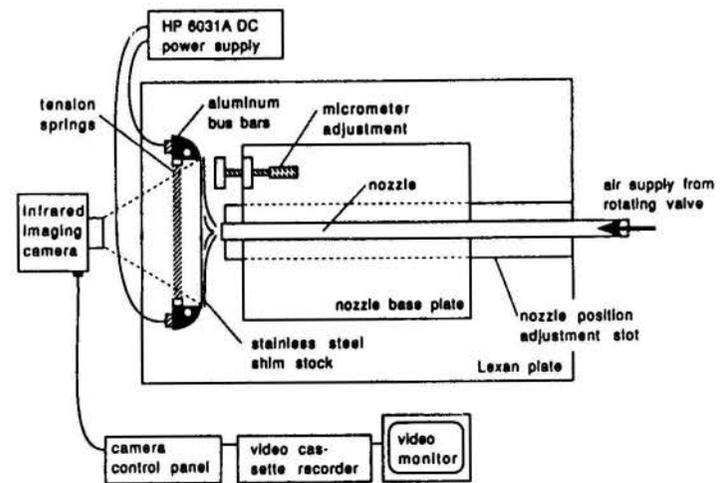


Fig. 3. Schematic of heating apparatus and local temperature measurement system.

was corrected for losses due to radiation from both sides of the plate and for natural convection from the side opposite the impinging jet. Typically these losses were 4 - 7% of the total imposed heat flux.

The heated foil local temperature was measured using infrared thermography. The Inframetrics Model 600 Infrared Imaging Radiometer was used to collect the local temperature data. The infrared camera was positioned on the side of the heated plate opposite the impinging nozzle, and non-intrusively detected the radiosity of the impingement plate. The side of the impingement plate facing the camera was painted flat black to increase the emitted energy from the heated plate. Based on a one-dimensional analysis of the foil/paint thickness, the local temperature measured on the back side was found to differ from that of the impingement surface by less than 0.1 deg C; this difference was therefore neglected.

With the detected radiosity, and by knowing the emissivity of the plate and surrounding temperature, the infrared camera determines the local temperature with its internal calibration table. The emissivity of each side of the plate was measured with the imaging camera and was found to be 0.95 and 0.17 for the painted and unpainted surfaces, respectively. The two-dimensional thermal image on the heated plate is detected by the infrared camera. Image averaging was used to determine the time-average surface temperature of the heated plate. Despite the very thin foil used, its thermal inertia rendered it unable to respond to temporal fluctuations in the pulsing jet. Thus, only time-average local temperature measurements were made and are reported here. Local temperatures are extracted and used to calculate the heat transfer characteristics of the pulsing jet. A complete description of the Inframetrics Model 600 Infrared Imaging Radiometer and thermal image processing system may be found elsewhere (Inframetrics Operating Manual, 1988; ThermoGRAM Operating Instructions, 1988).

RESULTS AND DISCUSSION

Figure 4 illustrates the variation of stagnation Nusselt number with Reynolds number at a single nozzle-to-plate spacing for four different pulsation frequencies. Also shown is the correlation of data presented by Martin (1977) for steady jets. Note that the steady jet results of this study reflect the correlation to within 4%. The difference between Nu_0 among the different frequencies shown is only about 25%. It is interesting to note that the pulsing jet data exhibit the steady-jet Reynolds number functional relationship $Nu_0 \sim Re^{1/2}$ quite well. Although some deviations from this relationship exist for the pulsing jets, their dependence on Re is not radically different from the steady jet, and differences cannot be generalized.

The dependence of stagnation Nusselt number on nozzle-to-plate spacing is shown in Fig. 5 for $0 \leq f \leq 183$ Hz at $z_0/d = 6$ and $Re = 4800$. The dramatic increase in Nu_0 for $z_0/d = 1/2$ has been documented for steady jets (Lytle and Webb, 1991), and is explained by acceleration as the nozzle exit is placed close to the heated surface. The stagnation Nusselt number for all frequencies show

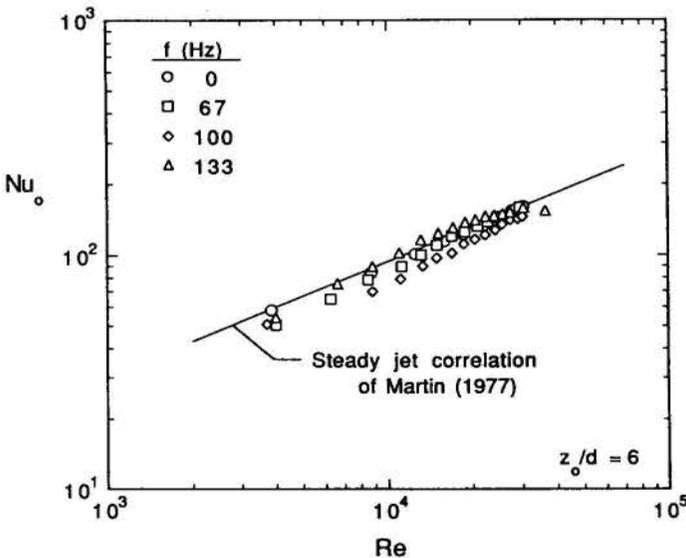


Fig. 4. Variation of stagnation Nusselt number with Reynolds number.

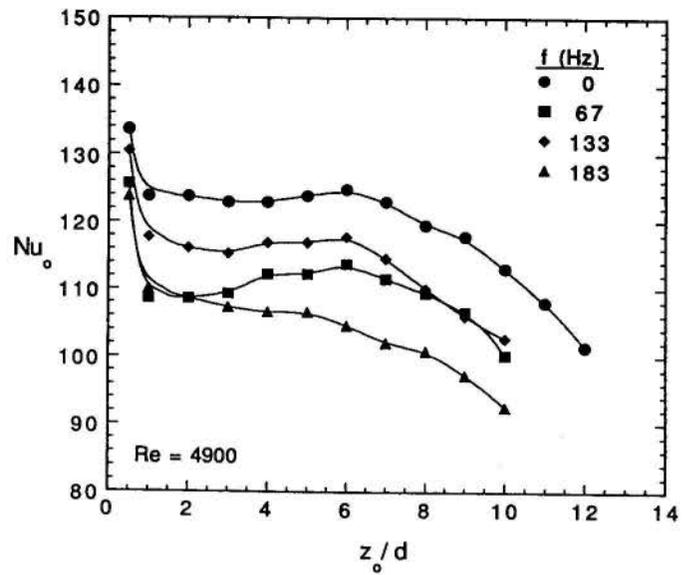


Fig. 5. Variation of stagnation Nusselt number with nozzle-to-plate spacing.

the same general trends. The heat transfer coefficient is nearly independent of z/d for $z_0/d < 6$, after which a monotonic decrease is observed. For all but the $f = 183$ Hz case, a local maximum in Nu_0 at $z_0/d = 6$ is observed. For steady jets, this local maximum in heat transfer coefficient is loosely associated with the end of the potential core, the region where the turbulence effects due to the shear layer interaction at the jet radial boundary is the highest (Martin, 1977). It is interesting to note that the peak in Nu_0 at $z_0/d = 6$ is observed even for the pulsing jet, suggesting that the pulsation does not influence the mean structure of the jet core.

Figure 6 illustrates the dependence of stagnation Nusselt number on frequency for three Reynolds numbers at $z_0/d = 6$. As has been observed previously, the variation of Nu_0 with frequency lies within a $\pm 25\%$ range. This is only slightly higher than the estimated 10 - 12% experimental uncertainty of the heat transfer data. For all cases shown, jet pulsation has the effect of decreasing the heat transfer for all frequencies studied. However, there is some slight heat transfer dependence on frequency. It appears that that dependence is roughly independent of Reynolds number. It should be noted that peaks in the Nu_0 versus f data shown could be correlated loosely with the level of acoustic noise encountered during data collection. Higher noise levels were detected at frequencies of ap-

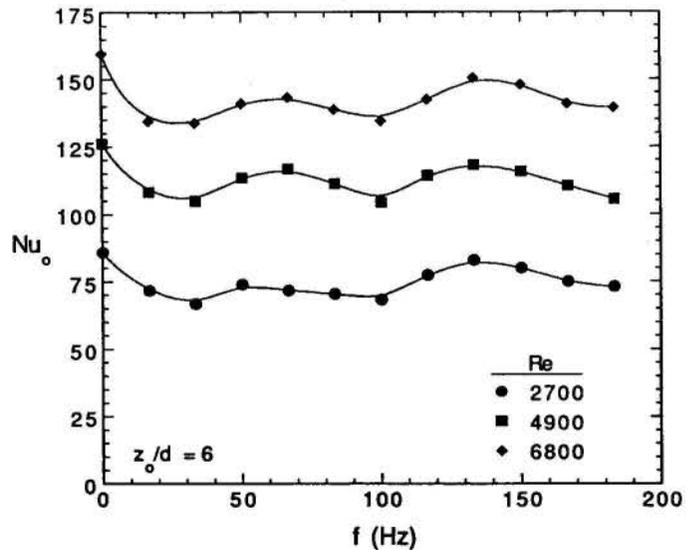


Fig. 6. Variation of stagnation Nusselt number with pulsation frequency.

proximately 70 and 140 Hz. At any rate, it can be concluded that the effect of pulsation using the pulse generation technique described here is to decrease the heat transfer, although only slightly. Recall that Eibeck *et al.* (1991) discovered more than a twofold increase in heat transfer at the exhaust of a pulse combustor. However, the instantaneous flow structure for their experiments was radically different from that studied here. Strong flow reversals result from the pulse combustion. It might be suggested that the flow reversals are one mechanism to disrupt the already thin boundary layer characteristic of jet impingement heat transfer.

The axial variation of the mean and turbulent flow structure is shown in Fig. 7 for $Re = 4900$. It should be emphasized that these measurements were made without the presence of the impingement surface. There is a general decay in the mean velocity with z/d (see Fig. 7a); the mean velocity has dropped to roughly 40% of its exit value by $z/d = 6$. This same qualitative mean flow structure is observed for all pulsation frequencies. It should be noted as well that, for a given Reynolds number, the mean jet exit velocity varied by less than $\pm 6\%$ among the pulsation frequencies studied.

Figure 7b illustrates the variation in axial turbulence intensity, u'/\bar{u} , as a function of z/d corresponding to the experimental conditions of Fig. 7a. The steady jet ($f = 0$) turbulence intensity rises monotonically with distance from the nozzle exit. By contrast, the pulsing jet configurations exhibit a rise in u'/\bar{u} out to $z/d \approx 6$, then a decrease. Again, this peak in turbulence intensity at $z/d \approx 6$ may be associated with the end of the mean core structure of the jet. The magnitude of the steady jet turbulence is clearly lower than the

pulsing jet data. Additionally, the pulsing jet data reveal that turbulence intensity decreases with increasing pulse frequency. The turbulence intensity for $f = 33$ Hz is roughly twice that for the $f = 133$ Hz case at $z/d = 6$. The PSD for these data will shed light on the frequency content of the pulsing jet flow.

Figure 8 illustrates power spectra at the nozzle exit for $f = 33, 67,$ and 133 Hz at $Re = 4900$. The PSD for the steady jet under identical experimental conditions is superimposed on each plot as dashed lines for comparison. The mean velocity and RMS velocity fluctuation for the steady jet case are, respectively, $\bar{u} = 12.24$ m/s and $u' = 0.44$ m/s. The PSD's for the pulsing jet exhibit a dominant peak at the pulsing frequency for each condition. Also evident are secondary peaks due to subharmonics and harmonics associated with the driving pulsation frequency superimposed on the resonance characteristics of the nozzle/tubing system. The higher turbulence

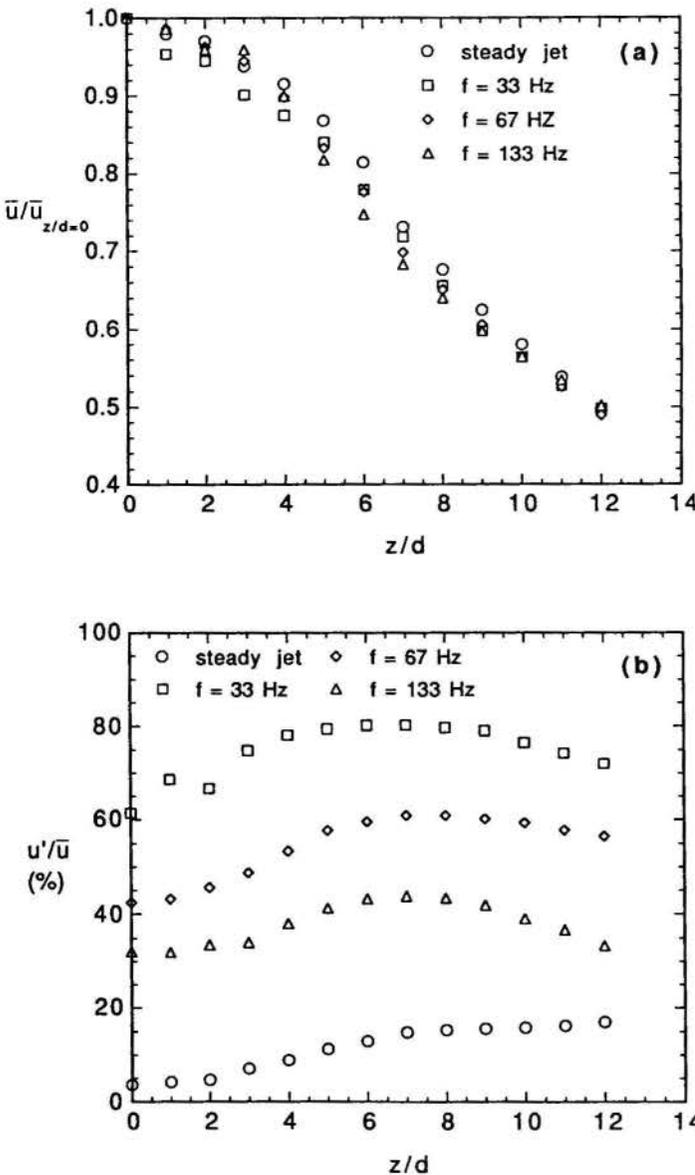


Fig. 7. Axial variation of the mean and turbulent flow structure for $Re = 4900$.

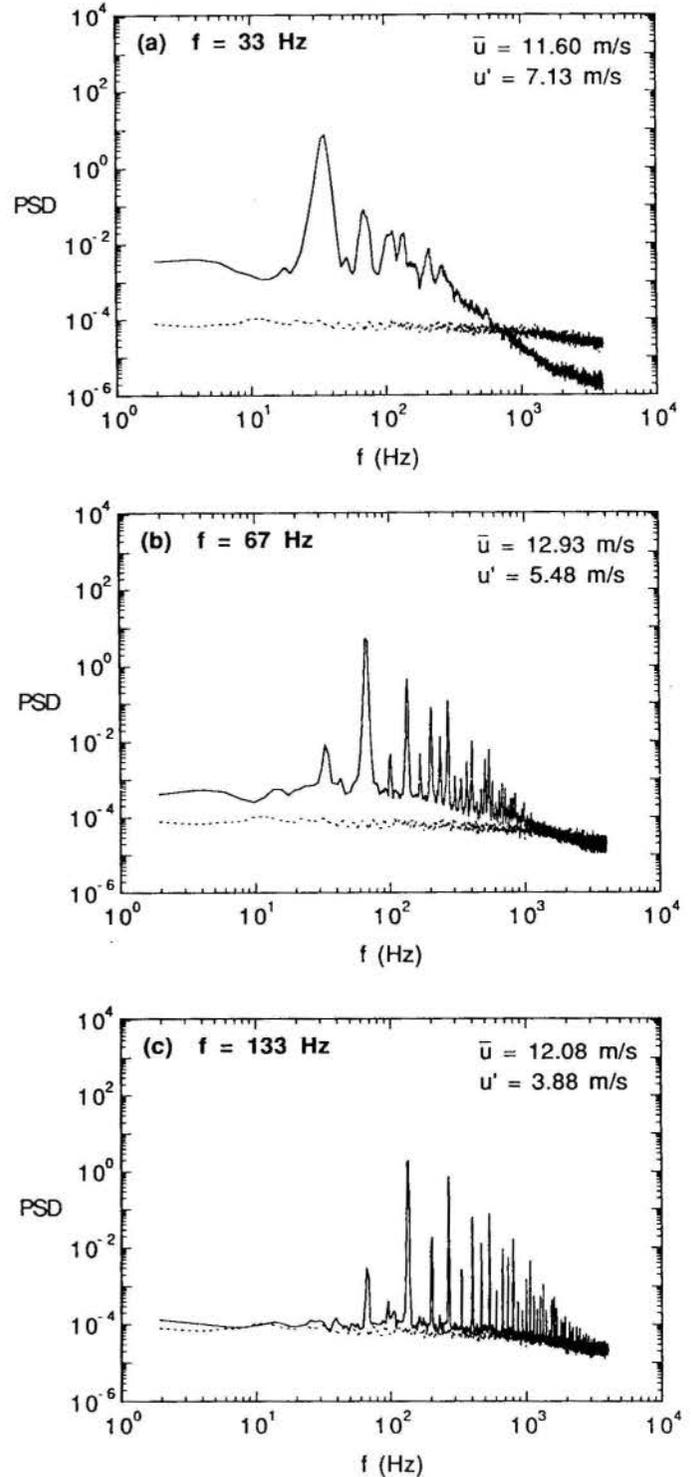


Fig. 8. Power spectral density functions for $Re = 4900$ at $z_0/d = 6$: a) $f = 33$ Hz, b) $f = 67$ Hz, and c) $f = 133$ Hz. Dashed lines are for the steady jet at $Re = 4900$ and $z_0/d = 6$, $\bar{u} = 12.24$ m/s, $u' = 0.44$ m/s.

intensity for the pulsing jets is evident in the PSD's. The data reveal that the periodic pulsation of the jets adds energy in the narrow frequencies associated with the pulsing, but more primarily in the low-frequency part of the spectrum. It is interesting to note that, at high frequencies (eg., $f = 133$ Hz), the peaks associated with the driving pulsation of the system are superimposed on a base power spectral density function that is nearly identical to the steady jet case. Pulsing at these high frequencies serves only to add energy in the peaks. At lower pulsation frequencies (eg., the $f = 33$ Hz case), and in the lower frequency part of the spectrum, the PSD is fully an order of magnitude higher than the steady jet case. Note also for this case that the very high frequency content is diminished (as compared to the steady jet) as a result of jet pulsation. Jet pulsing apparently adds energy only to the large-scale structure of the impinging jets. This is evident in the time histories of the pulsing jet velocities shown in Fig. 2, where the low-magnitude, small-scale fluctuations are superimposed on the gross periodic flow produced by the rotating valve. It may be suggested that the increase in turbulence level due to the establishment of the large-scale periodic flow does little to disrupt the very thin thermal boundary layer on the heated plate. The result, as has been seen, is a general degradation in heat transfer for the frequency range studied.

CONCLUSIONS

Impingement heat transfer from a pulsing jet has been studied experimentally. The experimental results indicate that, for the configuration studied, the heat transfer is degraded at all frequencies, generally less than 25% relative to that of the steady jet at the same time-average flow rate. This is in spite of the significant increase in turbulence intensity for the pulsing jet. The power spectral density function for the pulsing jet reveals a dominant peak at the pulsing frequency, with secondary peaks associated with subharmonics and harmonics of the driving frequency, as well as the resonance frequency of the fluid delivery tubing downstream of the valve. Power spectral density functions suggest that the flow pulsation adds energy primarily on the large scale, with little superimposed small-scale turbulence. The degradation in heat transfer for the pulsing jet is therefore believed to be due to relatively low-magnitude, small-scale turbulent fluctuations superimposed on the instantaneous periodic flow.

REFERENCES

- Eibeck, P.A., Keller, J.O., Bramlette, T.T., and Sailor, D.J., 1991, "Pulse Combustion: Impinging Jet Heat Transfer Enhancement," in *Proceedings of the International Conference on Pulsating Combustion*, Vol. II, Sandia National Laboratories and Gas Research Institute, Monterey, CA.
- Gundappa, M. and Diller, T.E., 1991, "The Effects of Free-Stream Turbulence and Flow Pulsation on Heat Transfer From a Cylinder in Crossflow," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 766-769.
- Inframetrics Model 600 Operating Manual, Document #05250-200 Revision C, 1988, Copyright Inframetrics, Inc., Bedford, MA.
- Lytle, D. and Webb, B.W. 1991, "Secondary Maxima for Air Jet Impingement at Low Nozzle-to-Plate Spacings," *Proceedings Second World Conference on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics*, Eds. J.F. Keffer, R.K. Shah, and E.N. Ganic, Elsevier Publ. Co., New York, pp. 776-783.
- Martin, H., 1977, "Heat and Mass Transfer Between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces," in *Advances in Heat Transfer*, J.P. Hartnett and T.F. Irvine, Eds., Vol. 13, Academic Press, New York, pp. 1 - 60.
- Marziale, M.L. and Mayle, R.E., 1984, "Effect of an Oscillating Flow Direction on Leading Edge Heat Transfer," *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 91, pp. 239-244.
- Operating Instructions for the ThermaGRAM Version 2 Thermal Image Processing System 1988, Inframetrics Inc., 12 Oak Park Drive, Bedford MA.
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., and Vetterling, W.T., 1986, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, New York.

SOLUÇÃO ANALÍTICA E ESTUDO PARAMÉTRICO PARA
CONVECÇÃO FORÇADA EM TUBOS ALETADOS.

R.R. GONDIM e C.A.C. SANTOS
LES/DTM - CT/UFPE
Lab. de Energia Solar - Campus I
João Pessoa - PB - 58059-900 - Brasil

Este trabalho busca, através da Técnica da Transformada Integral Generalizada, encontrar soluções analíticas para o problema de convecção forçada laminar em um tubo circular com aletas radiais externas, sem a prescrição de um coeficiente de transferência de calor efetivo da parede do tubo com o ambiente externo. Para tanto, o problema de condução unidimensional nas aletas é resolvido simultaneamente ao cálculo da convecção no fluido. Faz-se um estudo paramétrico envolvendo o número de Biot, a razão entre as condutividades térmicas da aleta e do fluido interno, e a razão de aspecto da aleta.

INTRODUÇÃO

Na atualidade, com o desenvolvimento das indústrias químicas e de alimentos, dentre tantas outras, processos que envolvem trocas térmicas entre líquidos e gases se fazem presentes e necessários, exigindo mecanismos de intensificação da transferência de calor na superfície do trocador exposto ao gás.

A procura de soluções matemáticas para a intensificação da troca de calor através do aletamento externo de dutos, foi inicialmente considerada pelo trabalho de SPARROW & CHARMCHI (1980) que consideraram a troca de calor com o meio externo prescrevendo um comportamento de variação periódica em degraus para o coeficiente de transferência de calor externo. Seguidos por VICK et al (1987), que consideraram uma variação harmônica, CAMPO et al (1988) que fizeram a análise do calor trocado em função da posição ao longo do duto e SANTOS (1990), que simulou uma variação harmônica em regimes permanente e periódico com coeficientes variáveis na condição de contorno.

O presente trabalho utiliza a Técnica da Transformada Integral Generalizada para encontrar solução analítica para o problema de convecção forçada laminar em um tubo aletado externamente sem a prescrição do comportamento axial do coeficiente de transferência de calor com o meio externo, e permitir um estudo paramétrico em configurações típicas.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE MATEMÁTICA

Consideremos o problema da convecção forçada laminar de um fluido newtoniano na região de entrada térmica de um tubo circular aletado externamente. É considerado que as propriedades físicas do fluido permanecem constantes, o campo hidrodinâmico é completamente desenvolvido, os efeitos da dissipação viscosa são desprezados, a temperatura de entrada é uniforme, a condução de calor axial é desprezível e não ocorre variação da temperatura na direção radial da parede do tubo. As aletas são radiais, espaçadas uniformemente e com espessuras constantes como mostrado a seguir:

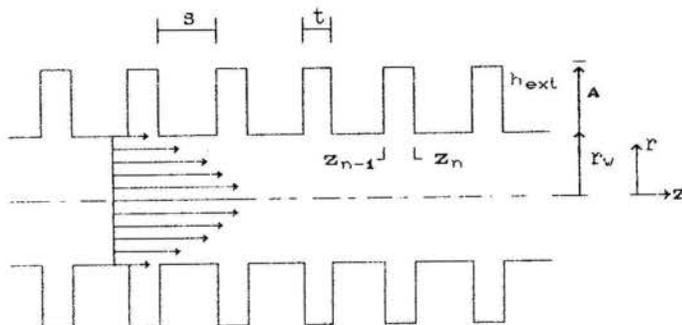


FIG.01 : Geometria e sistema de coordenadas.

O problema é formulado através da eq. da energia:

$$\frac{u(r)}{\alpha} \frac{\partial T_f(r,z)}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T_f(r,z)}{\partial r} \right]; \quad \begin{matrix} z > 0 \\ 0 < r < r_v \end{matrix} \quad (1.a)$$

submetida às seguintes condições de contorno :

$$\frac{\partial T_f(r,z)}{\partial r} = 0 \quad , \quad r = 0 \quad (1.b)$$

$$-K \frac{\partial T(r,z)}{\partial r} \Big|_{r=r_v} = h_e(z) (T(r_v,z) - T_\infty) \quad (1.c)$$

e à condição inicial:

$$T_f(r,z) = T_e \quad , \quad z = 0 \quad \text{e} \quad 0 \leq r \leq r_v. \quad (1.d)$$

Com a utilização dos grupos adimensionais seguintes :

$$R = \frac{r}{r_v}; \quad Z = \frac{\alpha z}{u D_h^2}; \quad \tau = \frac{t}{D_h P_e}; \quad \sigma = \frac{s}{D_h P_e};$$

$$\delta = \frac{r_v + A}{r_v}; \quad \theta(R,Z) = \frac{T(r,z) - T_\infty}{T_e - T_\infty}; \quad \hat{K} = \frac{Kf}{K_a};$$

$$U(R) = \frac{u(r)}{\bar{u}} = 2(1-R^2); W(R) = \frac{U(R) \cdot R}{4} = \frac{R(1-R^2)}{2}$$

$$Bi_a = \frac{h_{ext} \cdot r_w}{K_a}; Bi_f^+ = \frac{h_{ext} \cdot r_w}{K_f}; Bi(Z) = \frac{h_e(Z) \cdot r_w}{K_f}; \quad (2)$$

obtemos a equação da energia, as condições de contorno e a condição inicial adimensionalizadas:

$$W(R) \frac{\partial \theta_f(R,Z)}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta_f(R,Z)}{\partial R} \right], \quad Z > 0, \quad 0 < R < 1 \quad (3.a)$$

$$\frac{\partial \theta_f(R,Z)}{\partial R} = 0, \quad R = 0 \quad (3.b)$$

$$\frac{\partial \theta_f(R,Z)}{\partial R} + Bi(Z)\theta_f(R,Z) = 0, \quad R = 1, \quad (3.c)$$

$$\theta_f(R,0) = 1, \quad Z = 0, \quad 0 \leq R \leq 1. \quad (3.d)$$

Considerando a parede delgada do tubo, onde não ocorre variação da temperatura na direção radial:

$$\theta_f(1,Z) = \theta_a(1,Z) = \theta_w(Z), \quad 0 \leq Z \leq L, \quad (4)$$

onde $\theta_a(1,Z)$ é a temperatura na base da aleta e $\theta_w(Z)$ é a temperatura na parede ao longo do eixo Z que permanece constante no intervalo $[Z_{N-1}, Z_N]$.

Pela continuidade do fluxo de calor na interface fluido/sólido, obtemos:

$$\frac{\partial \theta_f(1,Z)}{\partial R} = \frac{1}{K} \frac{\partial \theta_a(1,Z)}{\partial R} \quad (5.a)$$

e com a condição de contorno (3.c), definimos o número de Biot como:

$$Bi(Z) = - \frac{1}{\theta_f(1,Z)} \frac{1}{K} \frac{\partial \theta_a(1,Z)}{\partial R}, \quad (5.b)$$

que quando analisado na parte lisa do tubo, assume um valor característico, dado por:

$$Bi(Z) = Bi_f^+, \quad N(\alpha+\tau) \leq Z \leq N(\alpha+\tau)+\alpha, \quad N = 0, 1, \dots \quad (5.c)$$

e, na parte aletada, encontramos para o número de Biot variável com Z:

$$Bi(Z) = - \frac{1}{\theta_a(1,Z)} \frac{1}{K} \frac{\partial \theta_a(1,Z)}{\partial R}, \quad (5.d)$$

onde $\theta_f(1,Z)$ assume o valor dado pela solução de Graetz na parte lisa imediatamente anterior à aleta estudada.

O número de Biot variável, $Bi(Z)$, é calculado em função do fluxo de calor através das aletas; daí a necessidade de conhecermos o perfil da temperatura ao longo das mesmas. GONDIM & SANTOS (1992) apresentam

uma solução aproximada baseando-se em um enfoque feito de forma concentrada na direção axial, onde são analisados o fluxo de calor na base da aleta e a distribuição da temperatura ao longo desta, na seguinte forma:

$$\bar{\theta}_a(R) = \frac{K_1(M, R_T) \cdot I_0(M, R) + K_0(M, R) \cdot I_1(M, R_T)}{K_1(M, R_T) \cdot I_0(M, R_0) + K_0(M, R_0) \cdot I_1(M, R_T)} \quad (6)$$

onde I_0 , I_1 , K_0 e K_1 são funções modificadas de Bessel de ordem zero e um, do primeiro e do segundo tipo, respectivamente.

SOLUÇÃO COMPLETA

O Número de Biot variável em Z, $Bi(Z)$, não permite a obtenção da solução por meio dos métodos clássicos. Com a utilização da Técnica da Transformada Integral Generalizada (COTTA, a Publicar), buscamos uma solução analítica. O processo inicia-se com a escolha de um problema de autovalor auxiliar:

$$\frac{d}{dR} \left[R \frac{d\psi_i(\mu_i, R)}{dR} \right] + \mu_i^2 W(R) \psi_i(\mu_i, R) = 0, \quad 0 < R < 1, \quad (7.a)$$

com as condições de contorno,

$$\frac{d\psi_i(\mu_i, R)}{dR} = 0, \quad R = 0 \quad (7.b)$$

$$\frac{d\psi_i(\mu_i, R)}{dR} + Bi_f^+ \psi_i(\mu_i, R) = 0, \quad R = 1, \quad (7.c)$$

onde Bi_f^+ é um valor característico da função variável $Bi(Z)$. As eqs.(7.a,b,c) definem um problema típico de Sturm-Liouville, onde é necessário a ocorrência da propriedade da ortogonalidade das autofunções em relação à função $W(R)$. O problema de autovalores nos permite definir o par Transformada-Inversa dado por:

$$\bar{\theta}_i(Z) = \int_0^1 \frac{W(R) \psi_i(\mu_i, R) \theta_f(R, Z)}{N_i^{1/2}} dR, \quad \text{Transformada}, \quad (8.a)$$

e

$$\theta_f(R, Z) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{1/2}} \psi_i(\mu_i, R) \bar{\theta}_i(Z), \quad \text{Inversa}. \quad (8.b)$$

A determinação dos autovalores, μ_i , autofunções, $\psi_i(\mu_i, R)$, e das Normas, N_i , é feita através do Método de Contagem de Sinal (COTTA, a Publicar).

Para a obtenção do sistema de equações diferenciais ordinárias, aplicamos o operador

$$\int_0^1 \frac{\psi_i(\mu_i, R)}{N_i^{1/2}} dR \quad \text{na equação (3.a) e, o operador}$$

$$\int_0^1 \frac{\theta_f(R, Z)}{N_i^{1/2}} dR \quad \text{na equação (7.a) do problema auxiliar}$$

e, somando-as e usando o Segundo Teorema de Green, verificamos que o integrando resultante depende apenas do contorno. Através de artifícios matemáticos

envolvendo as equações (3.c) e (7.c), e o uso da equação inversa (8.b), teremos:

$$\frac{d\bar{\theta}_i(Z)}{dZ} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(Z) - \sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{A}_{ij}^*(Z) \bar{\theta}_j(Z) = 0, \quad Z > 0, \quad (9.a)$$

onde

$$\mathbf{A}_{ij}^*(Z) = \frac{1}{N_i^{1/2} N_j^{1/2}} [\mathbf{B}_i^+ - \mathbf{B}_i(Z)] \psi_i(\mu_i, 1) \psi_j(\mu_j, 1) \quad (9.b)$$

e, aplicando-se o operador $\int_0^1 \frac{W(R)}{N_i^{1/2}} \psi_i(\mu_i, R) dR$ na condição inicial do problema original (3.d), considerando a equação inversa (8.b), obtemos a condição inicial Transformada dada por :

$$\bar{f}_i = \bar{\theta}_i(0) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 W(R) \psi_i(\mu_i, R) dR \quad (9.c)$$

O sistema formado pelas equações (9.a, b, c) fornece um conjunto de infinitas equações diferenciais ordinárias que pode ser escrito na forma matricial como :

$$\bar{\theta}'(Z) + \mathbf{A}(Z) \bar{\theta}(Z) = 0 \quad (10.a)$$

$$\bar{\theta}(0) = \bar{f}_i \quad (10.b)$$

onde:

$$\bar{\theta}(Z) = \{ \bar{\theta}_1(Z), \bar{\theta}_2(Z), \bar{\theta}_3(Z), \dots, \bar{\theta}_n(Z) \}^T \quad (10.c)$$

$$\bar{f}_i = \{ \bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3, \dots, \bar{f}_n \}^T \quad (10.d)$$

$$\mathbf{A}(Z) = \mathbf{A}_j(Z); \quad \mathbf{A}_j(Z) = \delta_{ij} \cdot \mu_i^2 - \mathbf{A}_{ij}^*(Z) \quad (10.e)$$

e, o vetor solução $\bar{\theta}(Z)$ pode ser obtido através da biblioteca de subrotinas científicas IMSL(1979). O vetor solução é utilizado na fórmula da equação inversa (8.b) para fornecer a solução completa do campo de temperatura dada por $\theta(R, Z)$.

A Temperatura Média, $\theta_M(Z)$, é obtida através da ponderação integral :

$$\theta_M(Z) = \frac{\int_0^1 W(R) \theta_f(R, Z) dR}{\int_0^1 W(R) dR} \quad (11.a)$$

logo:

$$\theta_M(Z) = 8 \int_0^1 W(R) \theta_f(R, Z) dR \quad (11.b)$$

E, aplicando a inversa (8.b) na eq.(12.b), com a condição inicial transformada (10.d), podemos definir:

$$\theta_M(Z) = 8 \sum_{i=1}^{\infty} \bar{\theta}_i(Z) \bar{f}_i \quad (11.c)$$

A taxa de transferência de calor adimensional, $Q(Z)$, é obtida, de $Z = 0$ até uma posição axial qualquer, Z , pela aplicação do operador $\int_0^1 dR$ à eq.(3.a) :

$$\frac{\partial}{\partial Z} \int_0^1 W(R) \theta_f(R, Z) dR = \left. \frac{\partial \theta_f(R, Z)}{\partial R} \right|_{R=1}, \quad (12.a)$$

resultando:

$$Q(Z) = 1 - \theta_M(Z) \quad (12.b)$$

Com artifícios matemáticos e a eq.(12.b), integrando do ponto inicial, $Z = 0$, ao ponto desejado, Z :

$$\theta_M(Z) - \theta_M(0) = 8 \int_0^Z \left. \frac{\partial \theta_f(R, Z)}{\partial R} \right|_{R=1} dZ, \quad (12.c)$$

e, verificando o valor de $\theta_M(0)$, da eq.(3.d), e a definição da taxa de transferência de calor adimensional (13.a):

$$Q(Z) = 1 - \theta_M(Z) = 8 \int_0^Z \left. \frac{\partial \theta_f(R, Z)}{\partial R} \right|_{R=1} dZ. \quad (12.d)$$

RESULTADOS E CONCLUSÕES

O problema da convecção forçada laminar na região de entrada térmica de um tubo circular aletado externamente, foi analisado no regime permanente. A consideração feita do número de Biot característico para a parte não aletada do tubo, \mathbf{B}_i^+ , assumir um valor prescrito veio apresentar uma redução do custo computacional para a solução, em relação a SANTOS(1990), tendo em vista necessitarmos de apenas um problema de autovalores, facilmente resolvido pelo Método de Contagem de Sinal (COTTA, a publicar).

Com a prescrição do número de Biot na parte lisa do tubo, \mathbf{B}_i^+ , e a obtenção de um número de Biot para a parte aletada, $\mathbf{B}_i(Z)$, praticamente constante, sofrendo apenas uma pequena variação na entrada, chegamos a conclusão de que pelo nosso enfoque, o coeficiente de transferência de calor com o meio externo assume uma variação periódica em degraus. Nesta constatação somos levados a observar que na nossa análise não consideramos a condução axial do calor nas paredes do tubo, e que num estudo futuro, onde esta condução venha a ser considerada, poderá ocorrer uma atenuação na mudança brusca dos valores dos números de Biot, aproximando-se assim, dos resultados das variações harmônicas apresentadas por VICK et al(1987) e SANTOS(1990), Fig.02. Foram atribuídos diversos valores para o número de Biot, \mathbf{B}_i^+ , e verificado que o

aumento no coeficiente de transferência de calor externo depois de um certo limite apresentam as soluções coincidentes, não indicando nenhum efeito relevante devido a presença das aletas, Fig.03

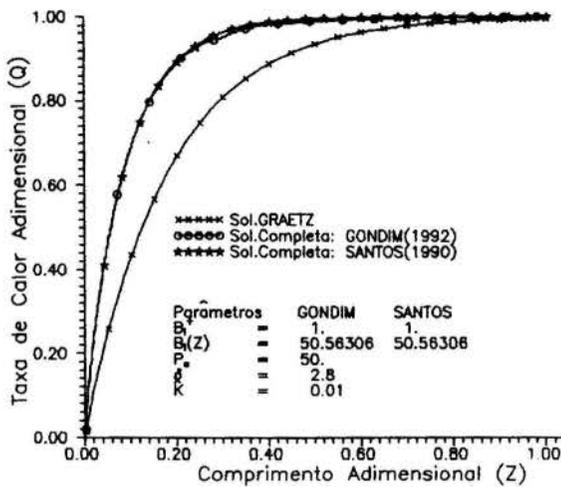


FIG.02: Variações em Degrau e Harmônica.

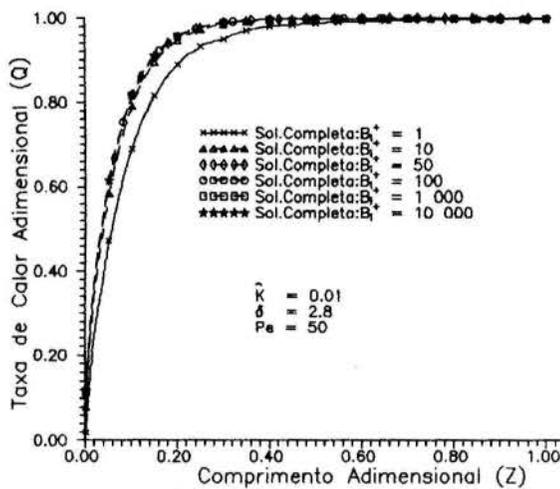


FIG.03: Soluções para diversos Bi^+ .

O presente modelo parece-nos ajustar-se melhor a realidade dos problemas práticos, tendo em vista ser o mesmo estabelecido a partir de dados relativos à configuração geométrica a ser estudada; enquanto que os modelos anteriores, SPARROW & CHARMCH (1980), VICK et al(1987) e SANTOS (1990), foram estabelecidos apenas em função dos números de Biot para as porções lisa e aletada, da distância entre aletas e da espessura destas.

Um estudo para a razão entre os raios da base e do topo da aleta e o $Bi(Z)$, Fig.04, foi realizado e verificou-se para o coeficiente de transferência de calor externo um crescimento assintótico até

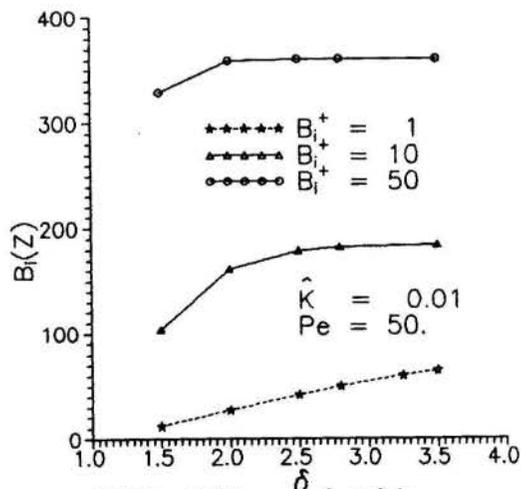


FIG.04: $Bi(Z)$ vs. $(r_w + A)/r_w$.

determinada razão, tornando-se praticamente constante para valores altos de δ . Merece uma análise mais aprofundada, na tentativa de se obter um aletamento eficaz, onde se tenha o cuidado para se evitar o desperdício de material na construção da aleta, em troca de pouco calor dissipado. Na fig.05 mostra-se o número de Biot variável em função do número de Biot da porção lisa, para valores definidos de δ , onde pode ser observado a tendência para um valor limite a partir do qual não se verifica ganho com o aumento da aleta.

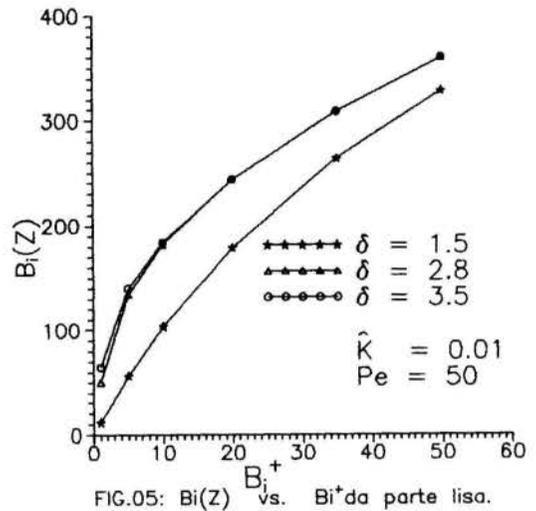


FIG.05: $Bi(Z)$ vs. Bi^+ da parte lisa.

REFERÊNCIAS

- CAMPO, A. and MIRALLES-WILHELM, F., "A Lumped Study of Laminar Forced Convection in Pipes with Transverse Circular Fins", *Wärme-und Stoffübertragung*, V.24, 47-51, 1988.
- COTTA, R.M., "Convection - Diffusion Problems and the Generalized Integral Transform Technique", Núcleo de Publicações, COPPE/UF RJ, (a publicar).
- Gondim, R.R., "Solução Analítica e o Estudo Paramétrico para a Convecção Forçada em Tubos Aletados", CPGEM/UFPB, 1992.
- Gondim, R.R. e Santos, C.A.C. "Uma Solução Aproximada Para Aletas Anulares Bidimensionais de Espessura Constante," II Congresso de Engenharia Mecânica, Norte Nordeste, Vol.II, pp.254-261, João Pessoa, PB, Brasil 1992.
- IMSL LIBRARY, Edition 7, GMB Building, 7500 Ballaire Blvd., Houston, Texas, 77036, 1979.
- SANTOS, C.A.C., "Soluções Analíticas para a Convecção Forçada Laminar em Tubos Circulares Externamente Aletados", ITA, São Jose dos Campos, 1990.
- SPARROW, E.M. and CHARMCH, M., "Laminar Heat Transfer in an Externally Finned Circular Tube", *Journal of Heat Transfer*, v.102, 606-611, 1980.
- VICK, B.; BEALE, J.H. and FRANKEL, J. I., "Integral Equation Solution for Internal Flow Subjected to a Variable Heat Transfer Coefficient", *Journal Heat Transfer*, v.109, 856-860, 1987.

ABSTRACT

This work seeks, through the Generalized Integral Transform Technique, analytical solutions to the laminar forced convection problem within a circular tube with external radial fins, without prescribing an effective heat transfer coefficient between the tube wall and the external environment. Therefore, the one dimensional conduction problem in the radial fins is solved simultaneously to the calculation of convection in the fluid. A parametric study is performed involving the Biot number, the thermal conductivities ratio of the and internal fluid, and the aspect ratio of the fin.

COEFICIENTES DE TROÇA DE CALOR PARA O PLENUM DE UM
SECADOR DE GRÃOS POR CONVECÇÃO NATURAL

NICOLAU PRIANTE FILHO, JOSÉ HOLANDA CAMPELO JUNIOR,
CARLO RALPH DE MUSIS e DEBI PADA SADHU
UFMT-Av. Fernando C. Costa s/n, 78090 Cuiabá, MT
UFRGS-Rua Sarmento Leite, 425, 90050 P. Alegre, RS

RESUMO

O presente trabalho correlaciona as trocas de calor por radiação e por convecção no plenum de um secador por convecção natural, com o calor útil, fornecido ao ar de secagem. Verificou-se, com o critério adotado, que o calor útil no secador pode ser obtido unicamente a partir de coeficientes empíricos de trocas de calor por convecção já existentes na literatura.

INTRODUÇÃO

Os protótipos de secadores de grãos nos quais o ar de secagem é movimentado exclusivamente por convecção natural ("secadores por convecção natural") foram concebidos, até o momento, de modo empírico. Deste modo, não foram ainda estabelecidas relações que possibilitem a otimização de seu desempenho térmico, a partir de sua forma ou de suas dimensões.

O presente trabalho estabelece uma equação semi-empírica que identifica a influência de parâmetros construtivos e de operação de um secador por convecção natural, no calor útil fornecido ao ar de secagem. Os parâmetros correlacionados são estabelecidos a partir dos coeficientes de troca de calor por convecção e das trocas de calor por radiação entre os dutos de aquecimento do ar de secagem e as paredes do plenum.

MATERIAIS E MÉTODOS

Formulação do problema. A geometria do secador em estudo é descrita na Fig. 1. O plenum do secador é construído em alvenaria,

por dutos metálicos com 2,6m de comprimento, sendo um central de 0,4m de diâmetro e dois laterais de 0,31m de diâmetro. O aquecimento do secador é feito através de uma fornalha a lenha, instalada internamente na entrada do duto central. Os gases de combustão da fornalha são distribuídos entre os dutos 2 e 3 por intermédio de um duto de alvenaria e concreto, construído fora do plenum. As dimensões do secador basearam-se na proposta apresentada por Pereira et al. (1986).

O calor transferido por convecção (q_c) de cada um dos dutos para o ar de secagem é expresso por:

$$q_c = h_{ci} A_i (t_{pi} - t_m) \quad (1)$$

onde t_p e t_m são respectivamente as temperaturas médias da parede do duto e de mistura (Holman, 1983), A_i , a área da superfície do duto e h_{ci} , o coeficiente médio de troca de calor por convecção para o duto "i".

As trocas de calor por radiação ($q_{r,i}$) entre as superfícies dos dutos e entre estas e as superfícies das paredes ou dos

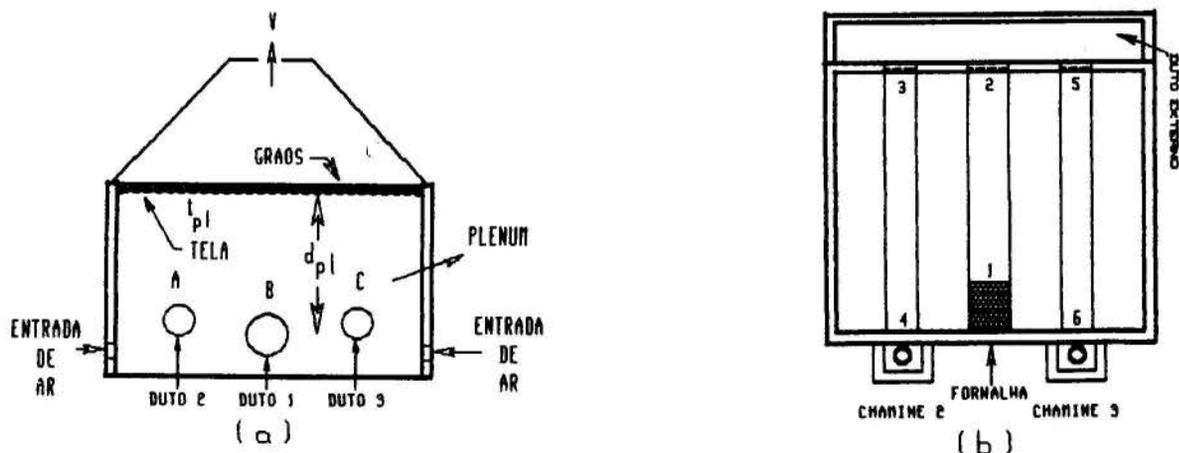


Figura 1. Esquema do secador por convecção natural.

ria, contendo um trocador de calor formado grãos são estabelecidas por equações do

tipo:

$$q_{1j} = A_1 \sigma \sum F_{1j} (T_1^4 - T_j^4) \quad (2)$$

onde T_1 e T_j são as temperaturas absolutas das superfícies envolvidas, σ a constante de Stefan-Boltzmann, e A_1 a área da superfície do duto considerado. Os fatores de forma modificados (F_{1j}) são estabelecidos considerando-se a superfície das paredes do plenum e dos grãos como uma única superfície re-irradiante (r) (Pitts e Sisson, 1981).

A soma dos fluxos de energia por convecção ($q_c = \sum q_{1j}$) e por radiação trocados pelos tres dutos de aquecimento ($q_r = \sum q_{1j}$), foi correlacionada através de regressão linear, com o calor recebido pelo ar de secagem (q_u), estimado a partir da diferença entre as entalpias do ar na entrada dos grãos (h'_m) e do ar ambiente (h'_a) (Brooker et al., 1974), e do fluxo de ar de secagem medido na saída do secador (Q), segundo a equação:

$$q_u = \frac{Q}{v} (h'_m - h'_a) \quad (3)$$

onde v é o volume específico do ar na saída do secador, estimado a partir de equações propostas por Brooker et al. (1974) alimentados com dados das temperaturas obtidas por um psicrômetro ventilado.

Aplicou-se testes de regressão múltipla entre q_u , q_c e q_r para se identificar a importância dos termos de convecção e de radiação na previsão da energia útil recebida pelo ar de secagem. O grau de dependência entre os termos de radiação e de convecção foram analisados a partir de suas correlações parciais.

Trocas de calor por convecção. Na Eq. (1) adotou-se o coeficiente h_c para a convecção natural em torno de um duto horizontal. (Holmann, 1983) dada por:

$$h_c = \frac{k}{d} (0,6 + 0,387 \left(\frac{Gr Pr}{1 + (0,559)^{1/4}} \right)^{1/4}) \quad (4)$$

onde k , Gr e Pr são respectivamente a condutividade do ar, o número de Grashoff e o número de Prandtl, avaliados na "temperatura da mistura" estabelecida a partir das temperaturas da superfície do duto e do ar ambiente, e "d" o diâmetro do duto.

Trocas de calor por radiação. Para se estabelecer os fatores de forma F_{1j} da Eq. (2) subdividiu-se o plenum em 6 superfícies (Fig. 1a) sendo A, B, e C as superfícies dos dutos; D e E as superfícies das entradas de ar (adotadas como aberturas contínuas) e a superfície das paredes e da parte inferior da massa de grãos, assumida como uma única superfície re-irradiante (r).

Calculou-se os fatores de forma F_{1j} para as trocas de energia entre todas as superfícies, tomadas duas a duas, utilizando-se as equações propostas por Rohsenow e Hartnet (1973). Os fatores de forma F_{AB}

e F_{BC} foram calculados considerando-se a configuração de dois cilindros paralelos, com diâmetros iguais entre si, tomando-se por base o diâmetro médio entre os dutos central e lateral. Os fatores de forma F_{AD} e F_{CE} foram estimados considerando-se as aberturas de entrada de ar localizadas a mesma altura dos dutos laterais, em relação ao chão.

Os fatores de forma F_{1r} e F_{rr} foram estimados a partir da propriedade dos envoltórios (Pitts e Sisson, 1981).

Utilizou-se o teorema da reciprocidade (Pitts e Sisson, 1981) para a estimativa de F_{rj} .

Não se considerou nos cálculos, as trocas diretas de calor por radiação entre o ar de secagem e as superfícies do plenum.

Aparato experimental. As medidas de temperatura foram feitas com termopares de cobre-constantan, ligados a um potenciômetro através de caixas multiplexadoras com período de chaveamento de 10 s. Mediu-se as temperaturas das superfícies dos dutos em posições correspondentes as indicadas pelos números de 1 a 6 na Fig. 1b. Em cada uma destas posições foram coladas três junções localizadas respectivamente acima, abaixo e na lateral do duto, ligadas em paralelo.

Mediu-se a temperatura média do ar com 9 junções de termopares, posicionadas imediatamente abaixo da camada dos grãos (t_{m1}).

Instalou-se dois psicrômetros ventilados, com junções de termopares, sendo um nas proximidades do secador e outro dentro do tronco de pirâmide, logo acima da massa de grãos.

Efetou-se medidas simultâneas da velocidade do ar na saída do secador e do vento nas proximidades do mesmo, utilizando-se de dois anemômetros de pás.

Realizou-se sete testes de secagem com espessuras da camada de grãos variando entre 0,06 e 0,155m. Em dois testes a distância média do centro dos dutos até a tela de sustentação dos grãos (d_{m1}) foi de 1,16m. Para os demais testes esta distância foi de 1,36m.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A equação obtida para expressar a troca de calor por radiação entre a superfície A do duto 2 (Fig. 1a) e as demais superfícies do plenum, considerando-se os fatores de forma aplicados na Eq. (2), foi:

$$q_A = A_A 5,669 \cdot 10^{-8} [0,0683 (T_{PA}^4 - T_A^4) + 0,412 (T_{PA}^4 - T_{PB}^4) + 0,243 (T_{PA}^4 - T_{PC}^4) + 0,035 (T_{PA}^4 - T_A^4)] \quad (5)$$

Para o duto 3 (Fig. 1a), obteve-se, por simetria, uma equação análoga a Eq. 5.

Para a superfície B do duto central (Fig. 1a), a troca de calor por radiação foi estimada pela equação:

$$q_B = A_B 5,669 \cdot 10^{-8} [0,350 (T_{PB}^4 - T_A^4) + 0,350 (T_{PB}^4 - T_C^4) + 0,062 (T_{PB}^4 - T_A^4)] \quad (6)$$

Não houve alteração significativa dos valores dos fatores de forma indicados na Eq. (5) e na Eq. (6), para as duas alturas d_{p1} (Fig. 1a) consideradas neste trabalho.

Os testes do secador foram efetuados mantendo-se a temperatura média do ar de secagem entre 50 e 65°C. As condições do ambiente nos períodos dos testes envolveram temperaturas médias de 23 a 32°C e umidades relativas médias entre 53 e 90%.

Obteve-se, em média, valores dos coeficientes h_c para os dutos laterais de 3,8W m⁻² °C⁻¹ e para o duto central de 5,6W m⁻² °C⁻¹.

O duto central emitiu em média, por radiação, aproximadamente 2170 W de energia. Desta energia, cada um dos dutos laterais recebeu em torno de 790 W. Essa energia absorvida pelos dutos laterais certamente ocasionou a elevação das temperaturas de suas superfícies, ajudando a uniformizar a temperatura do ar no plenum. Entretanto, essa elevação de temperatura influi negativamente no aproveitamento do calor proveniente dos gases de combustão, aumentando assim as perdas de calor pelas chaminés.

Equações de correlação. Assumiu-se no modelo proposto que a energia trocada por radiação entre as superfícies, é transferida posteriormente ao ar de secagem por processos de convecção.

Baseado nessa premissa, efetuou-se a regressão linear entre q_u e $q_u = q_c + q_r$, estabelecidos segundo as equações descritas anteriormente, resultando na seguinte equação de ajuste:

$$q_u = 2,44 q_c - 658,3 \quad (7)$$

com coeficiente de determinação de 60,5%.

Os resultados da regressão múltipla de q_u em função de q_c e q_r apresentou um coeficiente de determinação de 64,96%, com a equação de ajuste:

$$q_u = 5,68 q_c - 5,68 q_r - 826,8 \quad (8)$$

Embora tenham sido significativos os coeficientes desta equação, os índices de correlação, indicaram que 96,1% da variação do modelo é explicada pelo termo de convecção q_c . A Fig. 2 apresenta os valores previstos pela equação em função dos valores de q_u medidos.

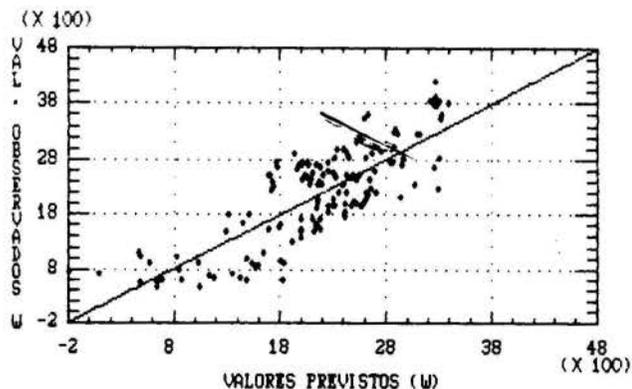


Figura 2. Valores previstos e valores observados do calor útil no secador.

Adotando-se como temperatura do ar de secagem a média das temperaturas do ar tomadas em posições correspondentes a posição acima da fornalha e dos pontos 4 e 6 da Fig. 1b, e como temperatura da mistura (Eq. (1)) para os dutos laterais, a temperatura do ar ambiente, a equação de regressão entre o q_u e q_c , apresentou um coeficiente de determinação de 85,5%.

Observou-se que os valores estimados pelo modelo proposto, subestimaram o calor útil de secagem. Isso foi atribuído ao fato de não se ter medido a temperatura da superfície do duto central, em posição acima da fornalha, e sim, logo após a mesma (posição 1, Fig. 1b). Deste modo, a temperatura do início do duto principal foi também subestimada. Sugere-se que esta modificação seja adotada em futuros trabalhos para o modelamento do secador.

CONCLUSÃO

É possível se obter equações para a estimativa do calor útil em um secador por convecção natural a partir de temperaturas médias das superfícies dos dutos de aquecimento, aplicadas a equações empíricas propostas para dutos horizontais. Os pontos de tomada dessas temperaturas influem no modelamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- .Brooker, D. B., Bakker-Arkema, F. W. and Hall, C. W. "Drying Cereal Grains". The AVI Publishing Company, INC., Westport, 1974.
- .Holman, J. P. "Transferência de Calor". Editora MacGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1981.
- .Pereira, J. A. M., Queiroz, D. M. e Pereira, A. L. R. M. "Secador de Grãos com Ar Movimentado por Convecção Natural," Série CENTREINAR 6, CENTREINAR, Viçosa, MG, 1986.
- .Pitts, D. R. e Sisson, L. E. "Fenômenos de Transportes: Transmissão de Calor, Mecânica dos Fluidos e Transferência de Massa". Coleção Schaum, Editora McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1981.
- .Rohsenov, W. M. and Hartnett, J. P. "Handbook of Heat Transfer" MacGraw-Hill Book Company, New York, 1973.

ABSTRACT

The present work correlates heat exchanges by radiation and convection in the plenum of a natural convection drier, with the effective heat supplied to the drying air. It was verified that, with the adopted criterion, the effective heat in the drier can be estimated from the empiric heat transfer coefficients by convection already known in the literature.

INFLUÊNCIA DA RAZÃO GEOMÉTRICA NA CONVECÇÃO NATURAL
EM CAVIDADE RETANGULAR AQUECIDA PELA BASE

M. M. GANZAROLLI e L. F. MILANEZ
DE/FEM/UNICAMP
Campinas - S. P. - Brasil

SUMARIO

É estudada a influência do crescimento da razão geométrica na transferência de calor em uma cavidade retangular. São consideradas condições de contorno de temperatura constante especificada nas paredes aquecida e resfriada, sendo a parede superior adiabática. O escoamento é admitido laminar e bidimensional e o problema é resolvido numericamente. É verificada a penetração térmica incompleta no fenômeno da convecção natural no interior da cavidade e uma análise de escala é desenvolvida para o problema.

INTRODUÇÃO

Dentro da área de conhecimento em transferência de calor, o estudo da convecção natural no interior de espaços confinados constitui-se hoje num tópico obrigatório. Em particular, a análise da convecção natural em cavidades retangulares tem sido objeto de muitas publicações. A maior parte destes trabalhos baseia-se em uma das duas configurações extremas em que o fenômeno da convecção natural ocorre:

- (1) fluido submetido a um gradiente vertical instável de temperatura, ou
- (2) fluido submetido a um gradiente horizontal de temperatura.

Cavidades em que o fluido é submetido a um gradiente diagonal de temperatura, isto é, o aquecimento e o resfriamento ocorrem entre paredes adjacentes, têm sido relativamente pouco estudadas.

Kimura e Bejan (1985) analisaram uma cavidade retangular aquecida por uma parede vertical e resfriada pela base, sendo as outras paredes isoladas termicamente. A geometria da cavidade é variada até o valor da razão entre a altura (H) e o comprimento (L) da cavidade (razão geométrica) igual a $1/4$. Anderson e Lauriat (1986) estudaram uma cavidade em que a parede vertical é resfriada e a base é aquecida. À exceção da parede vertical adiabática, as condições de contorno são as mesmas da cavidade em estudo no presente trabalho. A análise entretanto, é feita apenas no caso da cavidade com razão geométrica unitária.

Neste trabalho é analisada uma cavidade retangular aquecida pela base e simetricamente resfriada pelos lados, sendo a parede superior considerada adiabática. Ganzarolli e Milanez (1989) estudaram esta cavidade no caso de valor unitário da razão geométrica. Aquí é verificado o efeito do alongamento vertical da cavidade na transferência de calor e no escoamento, considerando-se os valores da razão geométrica $H/L = 1; 3; 5; 7; \text{ e } 9$. A partir das simulações numéricas efetuadas, é mostrado como, em certos casos, o efeito do aquecimento da base praticamente não é percebido na região superior da cavidade, ocorrendo o que Poulikakos (1985) chamou de

"penetração térmica incompleta", verificada por ele no estudo de uma cavidade na qual uma única parede vertical é aquecida em uma parte e resfriada em outra. Para explicar o comportamento do número de Nusselt em função da variação da razão geométrica da cavidade e do número de Rayleigh foi aplicada, ao problema em estudo, uma análise de escala similar àquela feita por Poulikakos (loc. cit.).

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere-se uma cavidade bidimensional de altura H e comprimento horizontal $2L$, totalmente preenchida por um fluido newtoniano como o ar ou a água. Sejam x e y as coordenadas cartesianas, u e v as componentes horizontal e vertical da velocidade, respectivamente, T a temperatura, e g a aceleração local da gravidade. A fig. 1 mostra a cavidade em estudo e a notação utilizada.

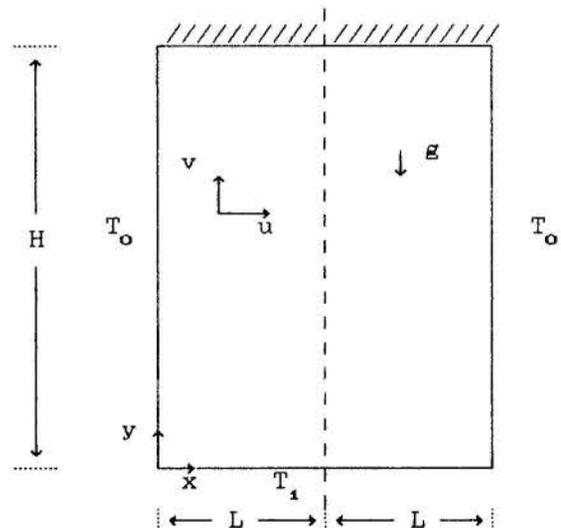


Fig. 1. A cavidade e a notação adotada.

A cavidade é simetricamente resfriada pelas paredes laterais, mantidas à temperatura constante T_0 , e aquecida pela base, mantida à temperatura T_1 . A parede superior é isolada termicamente e a linha tracejada que divide a cavidade ao meio representa um plano de simetria. Devido a esta simetria, será considerada em todo o trabalho apenas a meia cavidade de altura H e comprimento L , referida daqui para frente simplesmente como "cavidade". A razão entre a altura H e o comprimento L é chamada razão geométrica ou simplesmente razão H/L .

Em convecção natural, as equações da continuidade, da variação da quantidade de movimento e da energia devem ser consideradas simultaneamente, pois o campo de velocidades depende da distribuição de temperaturas que, por sua vez, é influenciada pelo campo de velocidades. Para as equações assim acopladas serão admitidas as simplificações conhecidas como aproximações de Boussinesq e será adotada a formulação de função corrente - vorticidade. Definindo as variáveis adimensionais

$$(\bar{x}, \bar{y}) = (x, y)/H, \quad (\bar{u}, \bar{v}) = (u, v)/(\alpha/H) \quad \text{e} \quad (1)$$

$$\bar{T} = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$$

onde α é a difusividade térmica, introduzindo a função corrente adimensional $\bar{\psi}$

$$\bar{u} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}}, \quad \bar{v} = - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} \quad (2)$$

e a vorticidade adimensional

$$\bar{\xi} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \quad (3)$$

as equações governantes, para o caso bidimensional em regime permanente, ficam

$$\frac{1}{Pr} \left[\bar{u} \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial \bar{y}} \right] = \nabla^2 \bar{\xi} + Ra_H \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} \quad (4)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \nabla^2 \bar{T} \quad (5)$$

$$\nabla^2 \bar{\psi} = - \bar{\xi} \quad (6)$$

onde Pr e Ra_H são, respectivamente, os números de Prandtl e de Rayleigh baseado na altura H , ou seja

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{e} \quad Ra_H = \frac{g \beta H^3 \Delta T}{\nu \alpha} \quad (7)$$

sendo β o coeficiente de expansão térmica e ν a viscosidade cinemática.

As condições de contorno do problema, escritas na forma adimensional, são

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} = 0: \quad \bar{T} = 0; \quad \bar{\psi} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} = 0 \\ \bar{x} = \frac{L}{H}: \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} = 0; \quad \bar{\psi} = 0; \quad \bar{\xi} = 0 \\ \bar{y} = 0: \quad \bar{T} = 1 \\ \bar{y} = 1: \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \bar{\psi} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (8)$$

O número de Nusselt global para a cavidade térmica pode ser definido como

$$Nu = \frac{Q}{k \Delta T} \quad (9)$$

onde k é a condutividade térmica, Q o calor total transferido através das paredes da cavidade e $\Delta T = (T_1 - T_0)$. Na forma adimensional

$$Nu = \int_0^{L/H} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} d\bar{x} \quad \text{ou} \quad \int_0^1 \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} d\bar{y}, \quad (10)$$

pois o número de Nusselt pode ser calculado pela integração do fluxo de calor ao longo da base aquecida ou da parede vertical resfriada, respectivamente. Em regime permanente, ambos os valores devem ser iguais, o que pode ser utilizado para verificar o realismo físico dos resultados numéricos.

O MÉTODO NUMÉRICO

Foi adotado o método da função corrente - vorticidade, que tem apresentado bons resultados em problemas bidimensionais envolvendo escoamentos no interior de cavidades fechadas, térmicas ou hidrodinâmicas. As equações (4) e (5) foram discretizadas segundo o esquema proposto por Allen e Southwell (1955) e para a equação de Poisson (6) foram usadas diferenças centrais. A vorticidade nas paredes foi determinada a partir dos valores da função corrente nos pontos interiores (Jensen, 1959).

São admitidos valores iniciais para a vorticidade e o processo iterativo começa obtendo-se a função corrente a partir da equação (6). O campo de velocidades e a vorticidade na parede são calculados. A equação da energia (5) é resolvida e posteriormente a equação de transporte da vorticidade (4). Retorna-se ao primeiro passo agora com o novo valor do campo de vorticidades. O processo iterativo continua até que os valores das variáveis comecem a se repetir, dentro de determinado critério, ao fim de cada iteração. Foi adotado como critério que a variação relativa média entre os novos valores e os imediatamente anteriores (para T e ξ) fosse menor do que 10^{-5} . Para evitar a divergência foi usado um fator de sub-relaxação igual a 0.7 para a equação da vorticidade (4).

Visando a determinar o número adequado de pontos para compor a malha uniforme em cada caso, foram realizados testes para o problema em estudo, comparando valores do número de Nusselt e da função corrente (valor máximo) obtidos com diferentes refinamentos da malha. Para o caso da cavidade com razão $H/L=1$ verificou-se que uma malha uniforme com 61×61 pontos representa um bom compromisso entre acuidade dos resultados e tempo computacional (Ganzarolli e Milanez, 1989).

Para as cavidades com razão $H/L > 1$ foram adotadas as malhas da tabela 1.

Tabela 1. Malhas adotadas.

H/L	3	5	7	9
malha	61×181	61×301	51×301	41×301

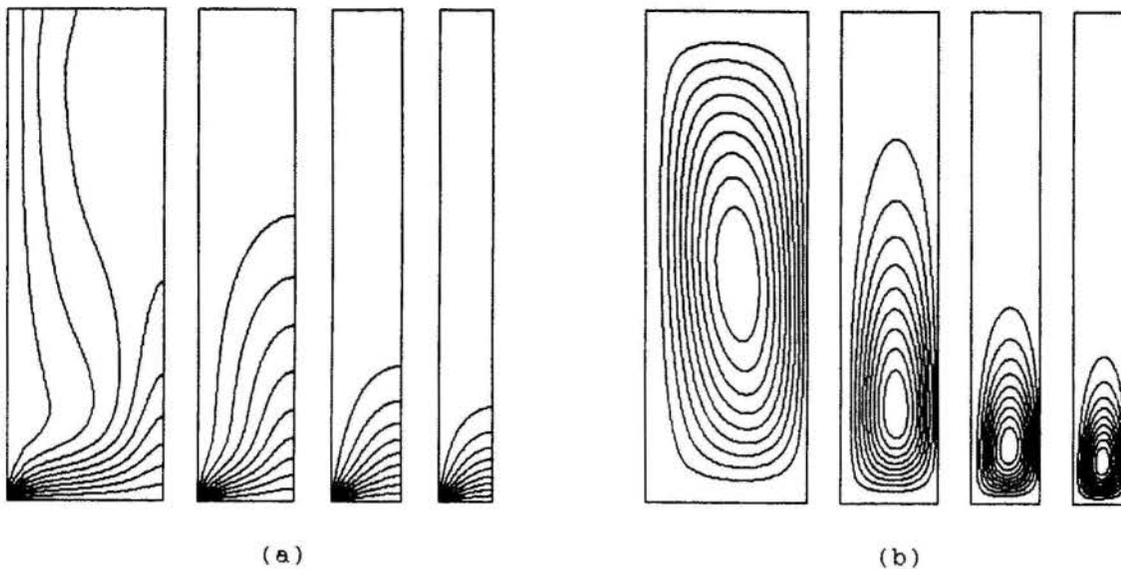


Figura 2. Curvas de nível para $Ra=10^5$ e $H/L=3; 5; 7; e 9$, respectivamente. (a) Isotermas. (b) Linhas de corrente.

O número de Nusselt foi calculado pela integração numérica de (10) usando a regra do trapézio. Neste cálculo, a temperatura na intersecção das duas paredes adjacentes foi admitida como sendo igual à média entre as temperaturas das respectivas paredes.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram obtidos resultados numéricos para números de Rayleigh na faixa de 10^4 a 10^7 e número de Prandtl igual a 0.7. A razão geométrica foi aumentada até $H/L=9$. A figura 2 ilustra o efeito do aumento da razão H/L , para $Ra=10^5$, no escoamento e na distribuição de temperaturas na cavidade. O escoamento é predominantemente constituído por uma única célula girando no sentido anti-horário. Percebe-se que, com o aumento de H/L , as linhas de corrente e as isotermas tendem a se concentrar junto à base da cavidade, enquanto o fluido na região superior permanece praticamente parado e isotérmico. Este efeito é chamado "penetração térmica incompleta", pois a região superior é comparativamente menos afetada pela presença da base aquecida, tornando-se termicamente inativa. O alongamento vertical da cavidade tende a acentuar este efeito, conforme ilustram as curvas de nível da figura 2.

Visando a determinar as escalas que governam a transferência de calor neste problema, será desenvolvida uma análise de escala semelhante à que foi aplicada por Poulikakos (1985).

Admite-se que os gradientes significativos de temperatura se concentrem numa região de altura h a partir da base da cavidade, de forma que

$$h < H \quad (11)$$

Admite-se também a ocorrência de uma camada limite térmica de altura h e espessura δ junto à parede vertical resfriada, assim

$$\delta < h \quad (12)$$

O balanço de energia entre o calor fornecido ao fluido na base de comprimento L e o calor perdido ao longo da camada limite vertical

fornece

$$\dot{Q} \approx k L \frac{\Delta T}{h} \approx k h \frac{\Delta T}{\delta} \quad (13)$$

Substituindo a escala para a espessura δ da camada limite numa parede vertical, no caso de fluidos com $Pr \geq 1$ e expressa em termos do número de Rayleigh baseado na altura H , e utilizando a definição (9) de Nusselt, chega-se em

$$Nu \approx \left(\frac{H}{L}\right)^{-3/7} Ra_H^{1/7} \quad (14)$$

Quando o número de Rayleigh é fixo, a taxa total de calor transferido através da cavidade tende a diminuir com o aumento da razão geométrica. Efeito contrário ocorre quando a razão H/L é fixa e o número de Rayleigh aumenta.

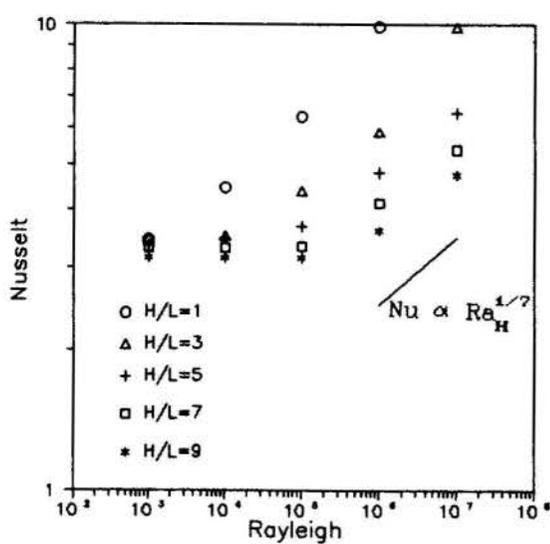
O domínio de validade da análise de escala é definido a partir das relações (11) e (12), que fornecem, respectivamente

$$\left(\frac{H}{L}\right)^{4/7} Ra_H^{1/7} > 1 \quad (15)$$

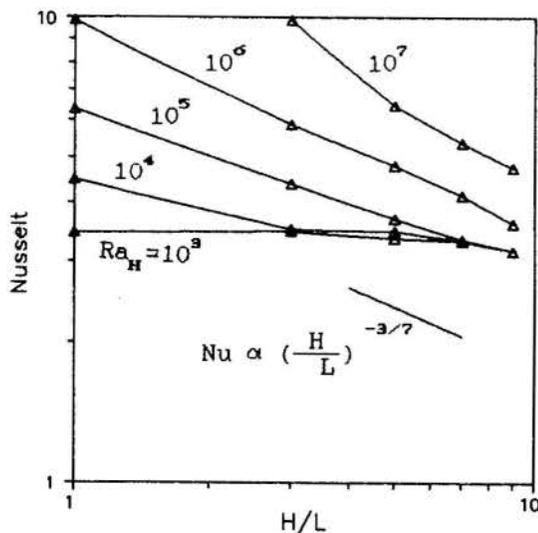
$$\left(\frac{H}{L}\right)^{-3/7} Ra_H^{1/7} > 1 \quad (16)$$

A relação (15) indica que a ocorrência de penetração térmica incompleta é acentuada pelo aumento da razão H/L . O critério para formação de uma camada limite de convecção, expresso em (16), mostra que o alongamento vertical da cavidade exige valores mais elevados do número de Rayleigh para existência desta camada limite.

A fig. 3 mostra a variação de Nusselt com o número de Rayleigh e a razão H/L . No primeiro caso (fig. 3-a), vê-se que para valores elevados de Rayleigh e de H/L , a variação de Nusselt segue a lei de potência expressa em (14). Para $H/L \geq 5$ e $Ra \leq 10^5$ esta relação não se verifica e a variação do número de Nusselt é relativamente menor. Para valores de $H/L \leq 3$ o crescimento de Nusselt com Rayleigh é mais acentuado, já que nestes casos também não se aplicam as escalas de penetração térmica incompleta.



(a)



(b)

Figura 3. (a) Nusselt em função do número de Rayleigh. (b) Nusselt em função da razão H/L.

A figura 3-b ilustra a variação do número de Nusselt com a razão H/L. Neste caso, também confirma-se a lei de potência expressa por (14), verificada para valores mais elevados de Rayleigh. Para valores baixos de Rayleigh, nota-se com clareza a pequena influência da razão H/L no número de Nusselt.

COMENTARIOS FINAIS

A análise desenvolvida neste trabalho concentrou-se especificamente na influência do aumento da razão H/L na transferência de calor através da cavidade. Não foi discutida sua influência no escoamento, que também poderia ser verificada através da análise de escala desenvolvida.

Os resultados apresentados mostraram o fenômeno da penetração térmica incompleta numa cavidade alongada verticalmente e preenchida por um fluido. A análise de escala levou a relações que, dentro de certos critérios de validade, se aplicaram ao problema em estudo.

REFERENCIAS

Allen, D. N. de G. e Southwell, R. V., "Relaxation methods applied to determine the motion, in two dimensions, of a viscous fluid past a fixed cylinder", Quart. Journ. Mech. and Applied Math., vol. 8. pt. 2, p. 129-145, 1955.

Anderson, R. e Lauriat, G., "The Horizontal Natural Convection Boundary Layer Regime in a Closed Cavity", Proc. of the Eighth International Heat Transfer Conference, vol. 4, p. 1453-1458, Hemisphere Publ. Co., 1986.

Ganzarolli, M. M. e Milanez, L. F., "Natural Convection in Enclosures Heated from Below and Symmetrically Cooled from the Sides", ASME HTD-Vol. 121, p. 39-43, 1989.

Jensen, V. G., "Viscous Flow Round a Sphere at Low Reynolds Number (<40)", Proc. of the Royal Society of London, series A, vol. 249, p. 346-366, 1959

Kimura, S. e Bejan, A., "Natural Convection in a differentially Heated Corner Region", Physics Fluids, vol. 28, no. 10, p. 2980-2989, 1985.

Poulikakos, D., "Natural Convection in a Confined Fluid-Filled Space Driven by a Single Vertical Wall with Warm and Cold Regions", Journal of Heat Transfer, vol. 107, p. 867-876, 1985.

ABSTRACT

The influence of the increase in the aspect ratio on the heat transfer in a rectangular cavity is studied. Uniform temperature is the boundary condition in the heated and cooled walls, while the upper wall is kept insulated. The flow is assumed as laminar and two-dimensional and the problem is solved numerically. The incomplete thermal penetration is verified for the natural convection inside the cavity. A scale analysis is carried out for this configuration.

MODELAMENTO DO FLUXO DE AR EM SECADORES
DE GRÃOS VENTILADOS POR CONVECÇÃO NATURAL

JOSÉ HOLANDA CAMPELO JUNIOR e NICOLAU PRIANTE FILHO
UFMT-Av. Fernando C. Costa s/n, 78090 Cuiabá, MT-Brasil
DEBI PADA SADHU
UFRGS-R. Sarmiento Leite 425, 90050 P. Alegre, RS-Brasil

RESUMO

O presente trabalho propõe um modelo teórico de descrição do fluxo de ar de secagem para secadores de grãos com ar movimentado por convecção natural. Este modelo baseou-se na equação de Bernoulli e nas aproximações de Boussinesq, aplicadas às diversas partes do secador, ao longo do fluxo do ar de secagem. Obteve-se, também uma equação para a perda de carga através da camada de milho, em secadores por convecção natural.

INTRODUÇÃO

A estimativa do fluxo de ar de secagem para secadores que operam com ar movimentado por convecção natural ("secador por convecção natural"), tem sido efetuada a partir de equações empíricas e, por esta razão, os resultados têm aplicação restrita a equipamentos com forma e dimensões semelhantes ao secador experimental usado em cada estudo.

A resistência à passagem do ar através de uma camada de grãos para diversos produtos foi obtida por Shedd (1953).

Secadores de grãos por convecção natural são aqueles em que o fluxo de ar através dos grãos é causado unicamente pelo efeito da convecção natural, devido ao aquecimento do ar sob o produto (Ryu, 1976).

Ryu (1976) estabeleceu uma equação empírica correlacionando o fluxo de ar através desse tipo de secador, com a altura do plenum (d_{pl}), com a espessura da camada de grãos (d_g) e a diferença de temperatura entre o ar de secagem (t_{p1}) e o ar ambiente (t_a). Por outro lado, Bernal (1982) estabeleceu outra equação empírica para o fluxo de ar de secagem em um secador por convecção natural, onde a altura do plenum não é considerada.

O presente trabalho propõe um modelo teórico de descrição do fluxo de ar de secagem para secadores de grãos por convecção natural, a partir de parâmetros construtivos e de operação desses secadores. Estabelece também uma equação empírica para a estimativa da resistência da camada de grãos de milho, ao fluxo de ar de secagem, para as condições de operação desse tipo de secador.

MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho constitui-se de três etapas distintas: descrição do modelo concebido para o acompanhamento do fluxo de ar através do secador por convecção natural; aplicação do modelo com dados experimentais da literatura; e validação do modelo a partir de dados experimentais dos testes de secagem com grãos de milho, efetuados na UFMT.

Considerou-se para os testes estatísticos um nível de significância de 5%.

Primeira etapa. A Fig. 1 apresenta um desenho esquemático do secador por convecção natural construído na Fazenda Experimental da UFMT. Nesta figura apresenta-se o critério adotado para se referir as diversas partes do secador por convecção natural.

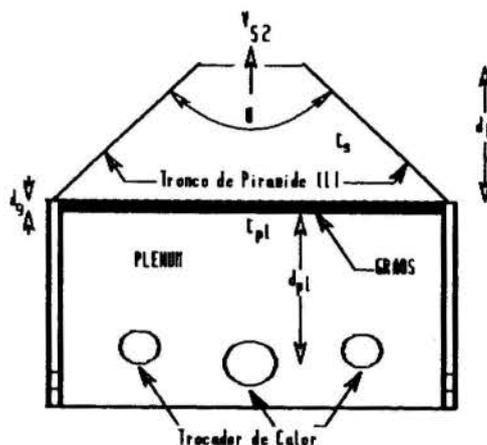


Figura 1. Esquema do secador por convecção natural testado na UFMT.

Para o estabelecimento do modelo do fluxo de ar no secador, assumiu-se como simplificações que o ar de secagem é um gás ideal, não viscoso e que é desprezível a perda de carga devido a ação das paredes do plenum.

Nestas condições, obtém-se a variação da pressão ao longo do plenum (Δp_{pl}) e do tronco de pirâmide (Δp_t), devido a convecção natural, aplicando-se as aproximações de Boussinesq (Jaluria, 1980) com as respectivas dimensões (d_{pl} e d_t) e as massas específicas do ar seco (ρ_{p1} e ρ_a), estimadas a partir da Equação universal dos gases. Nesta Equação, a estimativa da pressão do ar seco é obtida diminuindo-se, da pressão atmosférica local, a pressão de vapor real do ar. Nos cálculos, pode-se utilizar a Equação de Tetens (Saucier, 1969), para a estimativa da pressão de vapor de saturação do ar.

A pressão real de vapor (p_v) foi obtida por:

$$P_v = P_{vs} - 0,00067 P_{at} (t - t_u) \quad (1)$$

considerando-se o valor da constante psicrométrica para psicrômetro ventilado (Saucier, 1953).

Estima-se as perdas de carga durante a contração gradual do tronco de pirâmide (Δp_{t1}) e da contração brusca na saída do secador (Δp_{t2}), utilizando-se os coeficientes de contração (C), propostos por Brooker et al. (1974).

A energia cinética do ar na saída do secador, por unidade de volume, pode ser estimada a partir da equação de Bernoulli, escrita na forma:

$$\frac{\rho_a V_{s2}^2}{2} = \Delta p_{p1} - \Delta p_g + \Delta p_t - \Delta p_{t1} - \Delta p_{t2} \quad (2)$$

A Eq. (2), descreve assim o modelo para a estimativa da velocidade do ar de secagem em um secador de grãos por convecção natural, onde Δp_g representa a perda de carga na camada de grãos.

Para a estimativa do coeficiente de contração gradual no tronco de pirâmide (C_{t1}), obteve-se primeiramente uma equação, a partir de regressão linear, relacionando os valores desses coeficientes propostos por Brooker et al. (1974) com os respectivos ângulos de contração.

Segunda etapa. Nesta etapa aplicou-se o modelo descrito pela Eq. (2) aos dados experimentais de Bernal (1982) e Ryu (1976), obtendo-se os valores da perda de carga na camada de grãos.

O protótipo de secador testado por Ryu (1976) não tinha o tronco de pirâmide na saída do secador. Para esse caso, os três últimos termos da Eq. (2) foram desprezados.

Na aplicação do modelo descrito pela Eq. (2) aos testes realizados por Bernal (1982) desprezou-se o termo referente a contração brusca na saída do secador.

Somente foram considerados dados obtidos sob condições de vento inferiores a 1 m/s.

As perdas de carga assim estimadas foram comparadas, através de análise de variância e de intervalos de confiança, com as obtidas a partir do modelo clássico de perda de carga nos grãos, desenvolvido por Shedd (1953). Nestas análises, aplicou-se o teste de Bartlett, para verificação da homogeneidade de variância entre os grupos, e o teste de Kolmogorov-Smirnov, para o estudo da normalidade dos resíduos.

Obteve-se também uma equação empírica, pelo método dos mínimos quadrados, correlacionando a perda de carga na camada, por unidade de altura dos grãos, com a velocidade do ar de secagem na saída do secador por convecção natural.

Terceira etapa. A Eq. (2) foi aplicada aos dados medidos nos testes realizados na UFMT, considerando-se inclusive a equação empírica de perda de carga na camada de grãos (descrita na segunda etapa), obtendo-se uma equação transcendental para a velocidade do ar de secagem. Aplicou-se o modelo da bissecção a esta equação, para se estimar a velocidade do ar na saída do

secador testado.

Nos testes realizados na UFMT foram medidas as temperaturas de bulbo seco (t) e de bulbo úmido (t_u) do ar ambiente e do ar na saída do secador (dentro do tronco de pirâmide), e a temperatura do ar no plenum, abaixo da camada de grãos, através de termopares de cobre - constantan, ligados a um potenciômetro de três canais. As temperaturas nos diversos pontos foram tomadas por um sistema de chaveamento (multiplex), com período de chaveamento de 10 segundos. As velocidades do vento e do ar na saída do tronco de pirâmide foram medidas com anemômetros de pás.

Foram efetuados nove testes com o secador construído na UFMT, sendo este operado sem grãos e com diferentes espessuras da camada de grãos. A altura do plenum (d_{p1}) nos dois primeiros testes foi de 1,16m, e para os demais foi de 1,36m.

A validação do modelo do fluxo de ar foi realizada mediante a comparação das velocidades medidas nos testes realizados na UFMT, com as estimativas de velocidade resultantes da aplicação do modelo proposto.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Primeira etapa. O modelo para a estimativa da velocidade do ar de secagem em um secador de grãos por convecção natural, segundo esquema da Fig. 1 foi descrito pela equação:

$$\frac{\rho_a V_{s2}^2}{2} = (\rho_a - \rho_{p1}) g d_{p1} - \Delta p_g + (\rho_a - \rho_a) g d_{t1} - C_{t1} \frac{\rho_a V_{s2}^2}{2} - C_{t2} \frac{\rho_a V_{s2}^2}{2} \quad (3)$$

onde as massas específicas do ar ambiente (ρ_a), após a secagem (ρ_s) e no plenum (ρ_{p1}) foram expressas pela equação:

$$\rho = \frac{0,003486}{t+273} \left[p_{at} - 610,610 \frac{7,5 t_u}{237,5+t_u} \right] + 0,003486 \frac{0,00067 P_{at} (t - t_u)}{t+273} \quad (4)$$

O coeficiente de perda de carga (C_{t1}) no tronco de pirâmide dos secadores testados na UFMT e por Bernal (1982), foi da ordem de 0,11, estimado a partir da equação:

$$C_{t1} = 0,0017 \theta - 0,0317 \quad (5)$$

O coeficiente estimado para a contração brusca no secador da UFMT, foi 0,33.

Segunda etapa. Os resíduos das perdas de carga para os testes de Bernal (1982) e de Ryu (1976) apresentaram distribuição normal. As variâncias dos grupos não apresentaram diferenças significativas.

Para os dados obtidos por Bernal (1982), as perdas de cargas estimadas pela Eq. (3), foram significativamente menores que as fornecidas pela Equação de Shedd (Shedd, 1953). O coeficiente de variação pa-

ra os valores das perdas de carga foi da ordem de 18%, indicando pouca variabilidade nestes valores.

Não se verificou diferença significativa entre as perdas de carga na camada de grãos, estimadas pela Eq. (3) e pela Equação de Shedd, a partir dos dados de Ryu (1976). Esta diferença de comportamento, em relação aos testes de Bernal (1982) foi atribuída a grande variabilidade dos valores obtidos para os testes de Ryu (1976), demonstrado pelo alto coeficiente de variação encontrado (CV da ordem de 40%).

Considerando-se que, as velocidades do ar no leito de secagem nos testes de Bernal (1982) estiveram dentro da faixa de validade da equação proposta por Shedd (1953), concluiu-se que esta equação clássica de perda de carga na camada de grãos, não é adequada para a estimativa do fluxo de ar através de secadores por convecção natural.

A regressão entre os logaritmos na base 10 da perda de carga por unidade de altura da camada, estimadas pela Eq. (3), e da velocidade do ar no leito de secagem, obtidos a partir dos dados de Bernal (1982) e de Ryu (1976) indicou valor significativo. A equação obtida foi:

$$\frac{\Delta p_g}{d_g} = 10^{1,0486 + 0,74232 \log_{10} \left[60 \frac{Q}{A_s} \right]} \quad (6)$$

com coeficiente de correlação de 0,965, onde Q é o fluxo de ar de secagem em m³/s e A_s a área de secção do leito de secagem.

Esta mesma regressão, incluindo os dados referentes às velocidades do vento superiores a 1 m/s, apresentou um coeficiente de correlação de 0,794, indicando assim que as medidas de velocidade do ar de secagem são afetadas pelo vento.

Terceira etapa. As velocidades estimadas a partir do modelo descrito pela Eq. (6), aplicado a Eq. (3) apresentaram uma relação linear com os valores medidos nos testes efetuados na UFMT. A Fig. 2 apresenta os valores medidos e os estimados, bem como a reta obtida pela regressão linear. O coefi-

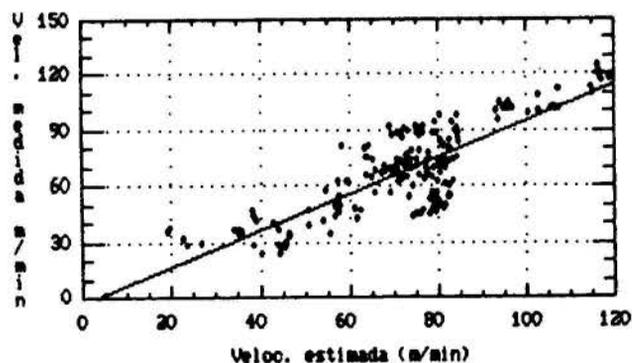


Figura 2. Regressão entre as velocidades medidas e estimadas pela Eq. (8), para os testes realizados na UFMT.

ciente de correlação encontrado foi de 0,821 e a inclinação da reta obtida não se diferenciou significativamente de 1 indicando, assim, que os valores estimados descrevem satisfatoriamente os valores medidos.

O procedimento acima foi também adotado para comparar as velocidades estimadas pela

equação empírica proposta por Ryu (1976) com as velocidades medidas nos testes realizados na UFMT. O coeficiente de correlação encontrado foi de 0,736, e os valores estimados subestimaram os valores medidos.

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

1. O fluxo de ar através de secadores por convecção natural pode ser descrito pela Eq. (3) deste artigo.

2. Para as condições de operação desse tipo de secador, a perda de carga através da camada de milho é superestimada pela Equação de Shedd (1953).

3. A perda de carga através da massa de grãos de milho em secadores por convecção natural pode ser obtida pela Eq. (6) deste artigo.

AGRADECIMENTOS

Ao SEBRAE-MT, órgão financiador do Projeto "Avaliação de Processamentos Pós-colheita de milho, para Pequenos Produtores" que viabilizou a execução dos testes do secador por convecção natural, na UFMT.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- .Bernal, H. R. G. "Construção e Avaliação de um Secador de Grãos com Ar Movimentado por Convecção Natural", Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, Brasil, 1982.
- .Brooker, D. B., Bakker-Arkema, F. W. and Hall, C. W. "Drying Cereal Grains". The AVI Publishing Company, INC., Westport, 1974.
- .Jaluria, Y., "Natural Convection : Heat and Mass Transfer". Pergamon Press, Oxford, 1980.
- .Ryu, K. J., "Factors Affecting Drying Performance of a Natural Convection Drier for Developing Countries", Master's Thesis, Kansas State University, Manhattan, 1976.
- .Saucier, W. J. "Princípios de Análises Meteorológicas". Ao Livro Técnico, 1969.
- .Shedd, C. K., "Resistance of grains and seeds to air flow," Agricultural Engineering, pp. 616-619, sept. 1953.

ABSTRACT

An airflow model by natural convection in grains dryers established from its constructive and operation parameters is presented.

The model is established through natural convection, from the Bernoulli's equation and the Boussinesq's approximation, applied at various parts of the dryer.

An equation for the resistance of corn grains to air flow, in natural convection dryers, is obtained from the mathematical model presented in this paper.

The resistance of corn grains to air flow, in natural convection dryers, is not represented satisfactorily by the classical Shedd's equation.

ESTIMAÇÃO DE COEFICIENTE DE FILME VARIÁVEL E DESCONTÍNUO COM METODO SEQUENCIAL

HUMBERTO P. CARDOSO, SERGIO COLLE, LUIZ M. MOURA

Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC
Campus Universitário - Trindade
88049 - Florianópolis, SC - Brazil

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo do método de regularização sequencial de ordem zero aplicado à estimação do coeficiente de película h , através da medida de temperatura em regime transiente de um bloco cilíndrico de cobre. Casos especiais foram computados para ilustrar as instabilidades do método numérico utilizado. Diferentes coeficientes de regularização foram utilizados para diminuir instabilidade e otimizar resultados.

NOMENCLATURA

A = área lateral do cilindro de cobre
a = razão entre coeficientes de película inicial e final
b = parâmetro de controle da taxa de variação de h
c = calor específico do cobre
h = coeficiente de película adimensional
 h^* = coeficiente de película
 h_0^* = coeficiente de película inicial
 h_∞^* = coeficiente de película em Regime Permanente
m = constante de tempo
r = número de instantes futuros considerados na estimação de h
S = desvio padrão dos valores experimentais Y
T = temperatura adimensional
 T^* = temperatura
 T_0^* = temperatura inicial
 T_∞^* = temperatura do banho
T = temperatura adimensional estimada
t = tempo
 t_0 = tempo inicial
u = conjunto de número Randômicos
V = volume do cilindro de cobre
Y = valores experimentais de temperatura
Z = coeficiente de sensibilidade
 α = parâmetro de regularização
v = número da iteração
 ρ = densidade do cobre

INTRODUÇÃO

Há diversos problemas de transferência de calor, onde o coeficiente de convecção, h , apresenta um comportamento bastante irregular, sendo praticamente impossível prever-se teoricamente seu valor. Nestas situações é possível a partir de medidas da evolução temporal da distribuição de temperatura de um corpo, estimar os valores reais de h a que o mesmo está submetido.

Aborda-se aqui o problema de um pequeno bloco cilíndrico de cobre a temperatura T_0^* que é subitamente inserido em um banho isotérmico a uma temperatura T_∞^* , onde é mantido por um intervalo de tempo Δt_1 , sendo em seguida transferido para um segundo banho também a temperatura T_∞^* por um intervalo de tempo Δt_2 , depois um terceiro, a mesma temperatura por um tempo Δt_3 . Em cada um desses banhos admite-se que h varie exponencialmente com o tempo, porém de forma diferenciada em função de suas propriedades térmicas. Devido a alta difusividade térmica do cobre, o bloco é tratado como um corpo isotérmico.

A estimação dos valores de h é feita pelo método

de regularização sequencial de ordem zero. Os valores experimentais de temperatura são substituídos pelos resultados de uma solução analítica obtida assumindo-se uma variação exponencial para h , contaminados por erros aleatórios de média zero e desvio padrão σ .

SOLUÇÃO ANALÍTICA

A solução analítica do problema da evolução da temperatura no tempo de um cilindro inicialmente a temperatura T_0^* e acoplado termicamente a um ambiente a T_∞^* através de um coeficiente de película $h^*(t)$ é obtida pela solução da equação diferencial.

$$\rho c V \frac{dT}{dt} = h^*(t) \cdot A \cdot (T_\infty^* - T^*) \quad (1)$$

Para se obter a solução da Eq. (1), deve-se conhecer a forma de $h^*(t)$. Adotou-se aqui uma expressão exponencial para este coeficiente, de forma a se poder simular desde situações onde h^* é praticamente constante, até outras onde h^* é fortemente variável. Esta solução permite também a simulação de saltos bruscos de h^* .

$$h^*(t) = h_\infty^* + (h_0^* - h_\infty^*) \exp(-bt) \quad (2)$$

A condição inicial é dada genericamente por:

$$T^*(t_0) = T_0^* \quad (3)$$

ADIMENSIONALIZAÇÃO

Para maior generalidade dos resultados, e facilidade na manipulação das equações adota-se os seguintes parâmetros adimensionais:

$$T = \frac{T_\infty^* - T^*}{T_\infty^* - T_0^*} \quad (4)$$

$$h = \frac{h^*}{h_\infty^*} = 1 + (a - 1) \exp(-bt) \quad (5)$$

$$a = \frac{h_0^*}{h_\infty^*} \quad (6)$$

$$m = \frac{Ah_\infty^*}{\rho c V} \quad (7)$$

Substituindo-se estes parâmetros na Eq. (1) obtêm-se:

$$\frac{dT}{dt} + mh(t)T = 0 \quad (8)$$

A condição inicial é a seguinte:

$$T(t_0) = T_0 \quad (9)$$

SOLUÇÃO

A solução da Eq. (8) é facilmente obtida por integração direta (Kreider, 1972), resultando em:

$$T = C \exp\left[-mt + \frac{m(a-1)}{b} \exp\{-bt\}\right] \quad (10)$$

onde:

$$C = T_0 \exp\left[mt_0 - \frac{m(a-1)}{b} \exp\{-bt_0\}\right] \quad (11)$$

Estes resultados são utilizados para gerar o conjunto de medidas experimentais, Y_i , utilizado no algoritmo de estimação de h . Os Y_i são obtidos através da relação

$$Y_i = T_i + \sigma u_i \quad (12)$$

Onde u_i é um conjunto de número aleatórios com média zero.

ESTIMAÇÃO DE h-MÉTODO DA REGULARIZAÇÃO SEQUENCIAL DE ORDEM ZERO

O método da regularização sequencial de ordem zero consiste na minimização da soma quadrática das diferenças entre os valores da temperatura medida e estimada, acrescida de um termo de regularização (Beck, 1985). Na presente análise, no lugar do termo de regularização de soma quadrática do fluxo adotam a soma quadrática dos coeficientes de filme como segue

$$S = \sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1})^2 + \alpha \sum_{i=1}^r \hat{h}_{M+i-1}^2 \quad (13)$$

A temperatura estimada, \hat{T} , é obtida para os "r" instantes futuros admitindo-se que \hat{h} permaneça constante e igual a \hat{h}_M^* . Conforme a equação seguinte:

$$\hat{T}_{M+i-1} = \hat{T}_{M-1} \exp\{-m\hat{h}_M(t_{M+i-1} - t_{M-1})\} \quad (14)$$

A minimização de S é obtida derivando-se a Eq. (13) em relação a \hat{h}_M e igualando-se o seu resultado a zero. O resultado é o seguinte:

$$\alpha \hat{h}_M - \sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1}) Z_{M+i-1} = 0 \quad (15)$$

onde Z é o coeficiente de sensibilidade da temperatura em relação a \hat{h}_M expresso por

$$Z_{M+i-1} = \frac{\partial \hat{T}_{M+i-1}}{\partial \hat{h}_M} \quad (16)$$

Derivando-se então a Eq. (14) em relação a \hat{h}_M obtém-se uma expressão de Z em função do próprio \hat{h}_M como segue

$$Z_{M+i-1} = -\hat{T}_{M+i-1}^m (t_{M+i-1} - t_{M-1}) \exp\{-m\hat{h}_M(t_{M+i-1} - t_{M-1})\} \quad (17)$$

Deve-se notar que a Eq. (15) não permite a explícita citação do termo de \hat{h}_M . Para se obter este valor é necessário então utilizá-lo um algoritmo iterativo conforme Beck (1985). Para tanto adota-se a seguinte aproximação:

$$\hat{T}_{M+i-1}^{(v)} = \hat{T}_{M+i-1}^{(v-1)} + Z_{M+i-1} (\hat{h}_M^{(v)} - \hat{h}_M^{(v-1)}) \quad (18)$$

Onde v indica o número da iteração em que a variável correspondente foi obtida.

Substituindo-se a Eq. (18) na Eq. (15) e rearranjando seus termos obtém-se:

$$\hat{h}_M^{(v)} = \frac{\sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1}^{(v-1)} + \hat{h}_M^{(v-1)} Z_{M+i-1}^{(v-1)}) Z_{M+i-1}^{(v-1)}}{\alpha + \sum_{i=1}^r (Z_{M+i-1}^{(v-1)})^2} \quad (19)$$

Assim, utilizando-se as Eqs. (14), (17), (18) e (19) pode-se a partir de um valor inicial estimado de \hat{h}_M^0 determinar, de forma iterativa, o valor correto de \hat{h}_M .

RESULTADOS OBTIDOS

São apresentados neste trabalho os resultados obtidos para dois casos selecionados entre os vários analisados:

$$\text{Caso 1: } m = 5.84 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad \text{Caso 2: } m = 5.84 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$r = 3$	$r = 3$
$\sigma = 0.001$	$\sigma = 0.005$
$\Delta t = 50 \text{ s}$	$\Delta t = 5 \text{ s}$
$n = 99$	$n = 119$

O primeiro caso (Figs. 1 a 5), ilustra uma situação em que os coeficientes de sensibilidade, Z , são relativamente grandes ($\approx 10^{-3}$), enquanto no segundo (Figs. 6 a 10) estes coeficientes são bem menores ($\approx 10^{-6}$).

Para efeito de comparação, é calculado para cada uma das curvas apresentadas, o desvio médio quadrático entre os valores exatos e os estimados de h , através da expressão:

$$DMQ = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{h}_i - \tilde{h}_i)^2}{n} \quad (20)$$

A Tab. (1) apresenta a variação de R, definido como o somatório das diferenças quadráticas entre as temperaturas medidas (Y) e as estimadas (T), em função de α para os dois casos analisados.

Tabela 1. R x α

α	$R = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{T}_i)^2$	
	CASO 1	CASO 2
0	0.000625	0.00279
10^{-7}	0.000630	0.00280
2×10^{-6}	0.000795	0.0100
3×10^{-6}	0.000906	0.0178
10^{-5}	0.00187	0.110
10^{-3}	0.258	0.905

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Eq. (19) mostra que h depende do valor de α adotado. Para $\alpha = 0$ esta equação é equivalente à obtida pelo método da Função Especificada (Beck, 1985), que apresenta grandes oscilações para tempos relativamente grandes (Figs. 1 e 6). À medida que se aumenta o valor de α , os valores estimados de h tendem a se afastar dos valores exatos enquanto as oscilações tendem a diminuir. Este comportamento sugere a existência de um valor ótimo para α .

No Caso 1 o DMQ atingiu seu mínimo valor (DMQ = 0.06) para $\alpha = 2 \times 10^{-6}$. No Caso 2 não foi possível atingir-se um DMQ tão pequeno. O mínimo valor (DMQ = 0.22) foi obtido para $\alpha = 3 \times 10^{-6}$. Isso se deve aos pequenos valores de Z observados no Caso 2.

Os dados da Tab. (1) mostram que apesar dos valores de R aumentarem com o aumento de α , conforme previsto de Tikhonov (Beck, 1985), sua ordem de grandeza é muito superior a $n \cdot \sigma^2$ para o α ótimo, indicando que o critério por ele sugerido não é válido para o método de regularização sequencial.

CONCLUSÕES

O método de Regularização aqui proposto mostrou-se em ambos os casos mais eficiente que o Método da Função Especificada, proposto por Beck (1985), sem que tenha havido aumento significativo do tempo computacional. Ficou evidente entretanto que esta vantagem se re-

duz na medida em que o coeficiente de sensibilidade é reduzido.

O critério de Tikhonov mostrou-se inadequado para a otimização do parâmetro α em algoritmos gerados pelo método de regularização sequencial. Este assunto merece maior atenção e estes autores estão desenvolvendo alguns critérios que permitam esta otimização.

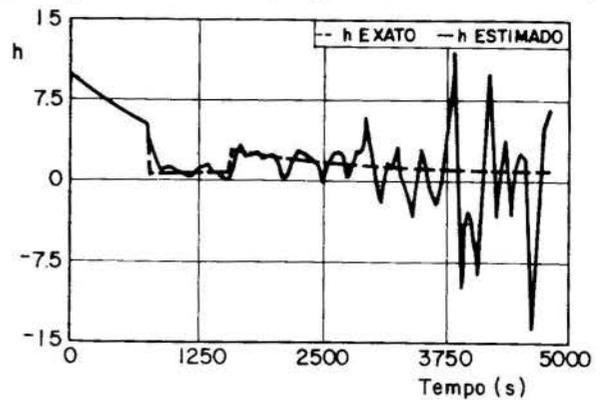


Figura 1. Função Especificada; Caso 1: DMQ = .33.

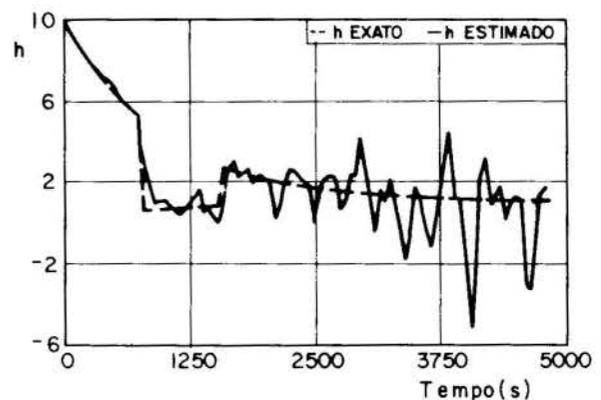


Figura 2. Regularização; Caso 1: Alfa=1E-7; DMQ=14.

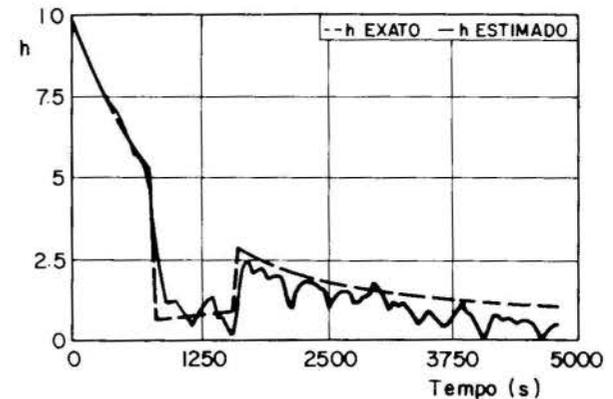


Figura 3. Regularização; Caso 1: ALFA=2E-6; DMQ=.06.

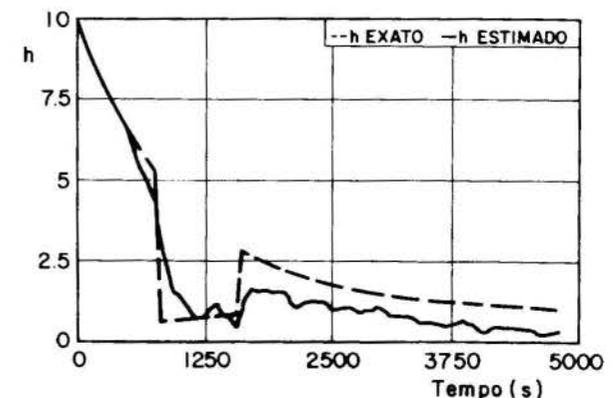


Figura 4. Regularização; Caso 1: ALFA=1E-5; DMQ=0.07.

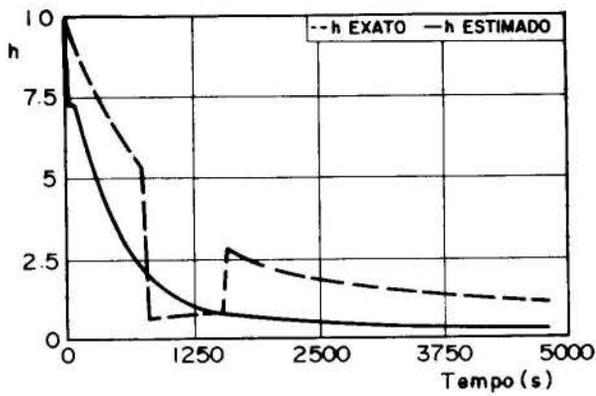


Figura 5. Regularização; Caso 1: ALFA=1E-3; DMQ=.15.

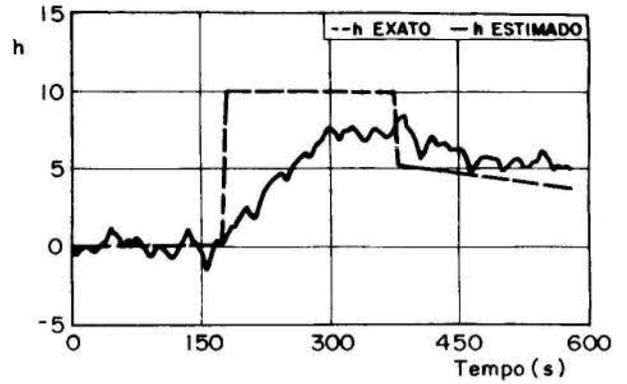


Figura 9. Regularização; Caso 2: ALFA=1E-5; DMQ=296.

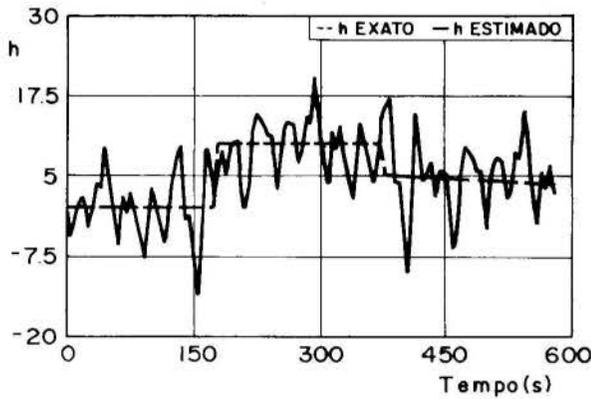


Figura 6. Função Especificada; Caso 2: DMQ=.518.

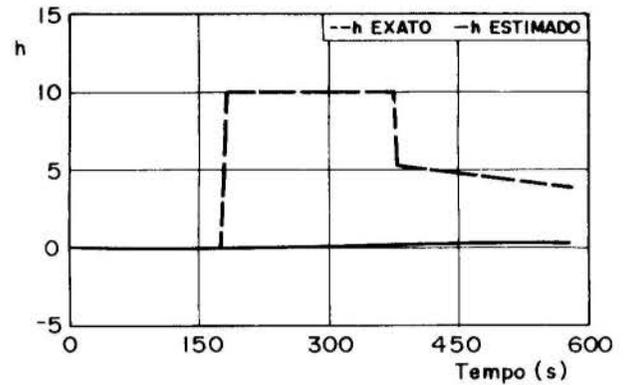


Figura 10. Regularização; Caso 2: ALFA=1E-3; DMQ=.582.

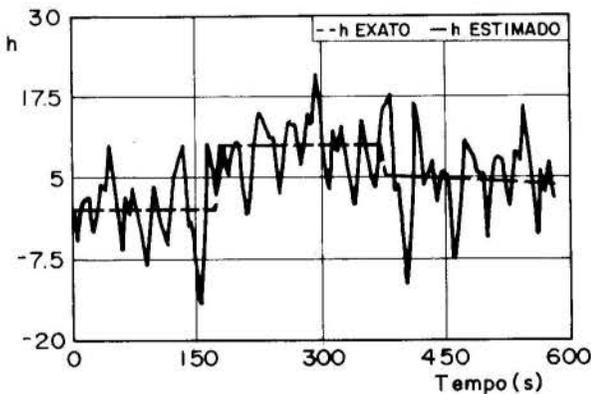


Figura 7. Regularização; Caso 2: ALFA=1E-7; DMQ=.475.

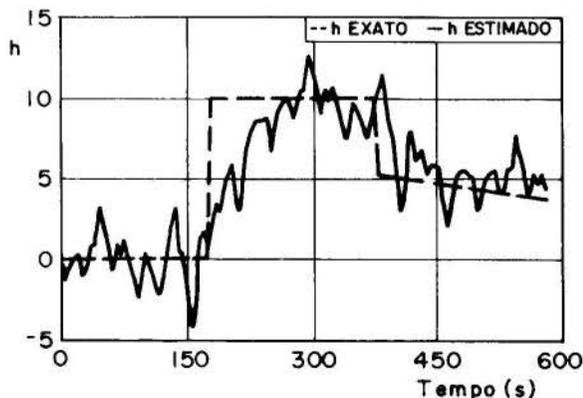


Figura 8. Regularização; Caso 2: ALFA=3E-6; DMQ=.222.

REFERÊNCIAS

- .Beck, J.V., Blackwell, B., and St. Clair, C.R., "Inverse Heat Conduction," A Wiley Interscience Publication, USA, 1985.
- .Beck, J.V., "Combined Parameter and Function Estimation in Heat Transfer With Application to Contact Conductance". *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1046-1058, 1988.
- .Kreider, D., Kuller, R.G., Ostberg, D.R., Perkins, F.W., "Introdução à Análise Linear," Ao Livro Técnico S.A., Vol. 1, 1972.

ABSTRACT

This work presents a study of the Zeroth Order Sequential Regularization method applied to the estimation of the film coefficient h , by the unsteady temperature measurements of a copper cylinder.

CONVECÇÃO MISTA NO INTERIOR DE CILÍNDROS HORIZONTAIS
CONCÊNTRICOS OU EXCÊNTRICOS

GENÉSIO JOSÉ MENON e MARCIA MENDES RIBEIRO

Escola Federal de Engenharia de Itajubá
Av. BPS, 1303 - Bairro Pinheirinho - Cx.P. 50
37500-000 Itajubá, MG - Brasil

RESUMO

Analisa-se numericamente a convecção mista no interior de dois tubos horizontais concêntricos ou excêntricos. Foi utilizado o método de elementos finitos para resolver as equações de conservação. As soluções numéricas foram obtidas para razão de raios: $RR = 3$ e 5 , excentricidades adimensionais $E = -0,50; -0,25; 0; 0,25$ e $0,5$, ângulo de inclinação $\alpha = 0^\circ$ e 30° . O número de Rayleigh variou de 10^4 a 10^6 e o número de Prandtl foi fixado em $0,70$.

INTRODUÇÃO

No escoamento de um fluido no interior de dutos horizontais, o aquecimento do fluido faz com que os efeitos de empuxo criem escoamentos secundários na seção transversal. Os escoamentos secundários se superpõem ao escoamento principal que ocorre na direção axial. Esse mecanismo de transferência de calor é denominado convecção mista.

Vários estudos foram feitos para verificar o efeito do empuxo sobre a transferência de calor. A maioria dos trabalhos publicados sobre convecção mista trata de geometria de tubos, dutos retangulares e tubos anulares concêntricos.

Não se conhece, até o momento, qualquer trabalho que estude a convecção mista laminar desenvolvida em tubos anulares excêntricos. A convecção mista laminar desenvolvida em tubos anulares com uma parede aquecida e uma parede adiabática, ou duas paredes aquecidas foi analisada experimentalmente por Hattori e Kotake (1978) e numericamente por Hattori (1979). Nguyen et. al (1983) estudaram a convecção mista da água entre dois cilindros isotérmicos. Nieckele e Patankar (1985) e Kaviany (1986) apresentam resultados numéricos da convecção mista em tubo anular concêntrico com aquecimento uniforme axialmente no tubo interno e isolado no tubo externo. Uma hipótese adicional de temperatura da parede uniforme circumferencialmente no tubo interno foi feita no estudo de Nieckele e Patankar (1985). Chen e Hsieh (1992) estudaram a convecção mista em um tubo com aquecimento axial uniforme mantendo uma placa adiabática inserida no centro do tubo. Todos os estudos anteriores, indicam que o escoamento secundário induzido pelo empuxo intensifica a transferência de calor.

A proposta deste trabalho é apresentar um estudo numérico da transferência de calor por convecção mista em tubos anulares horizontais excêntricos e concêntricos.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considera-se o escoamento laminar, incompressível, desenvolvido térmica e hidrodinamicamente, e com as propriedades do fluido constantes, exceto a densidade nos

termos de empuxo. Estuda-se o escoamento de um fluido no interior de tubos anulares horizontais excêntricos, conforme mostra a figura 1. Para as condições de contorno térmicas, o cilindro externo é considerado adiabático, enquanto que o cilindro interno tem temperatura da superfície circumferencialmente uniforme e uma taxa de transferência de calor axialmente uniforme.

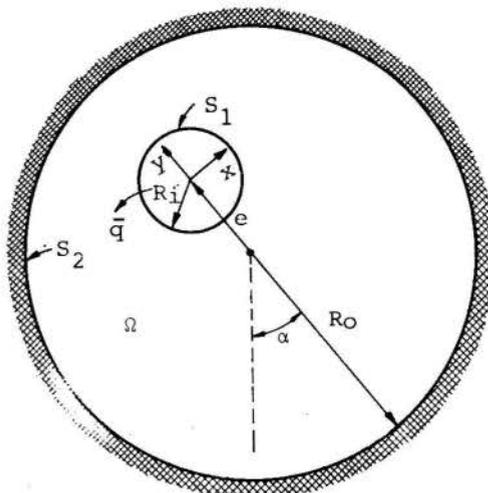


Figura 1. Geometria do Problema.

Com o objetivo de generalizar a análise teórica, são definidos os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\tau = \frac{\alpha t}{d^2}, \quad X = \frac{x}{d}, \quad Y = \frac{y}{d},$$

$$U = \frac{ud}{\alpha}, \quad V = \frac{vd}{\alpha}, \quad W = \frac{w}{\frac{dp}{dz} \frac{d^2}{\mu}}$$

$$P = \frac{p^* d^2}{\rho \nu \alpha}, \quad \theta = \frac{T - T_w}{\bar{q} d / k}, \quad d = 2(R_o - R_i),$$

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k}, \quad Gr = \frac{g \beta \bar{q} d^4}{\nu^2 k}, \quad Ra = Gr \cdot Pr \quad (1)$$

As definições de função corrente ψ e vorticidade ω são dadas pelas seguintes relações:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (2)$$

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (3)$$

Através das definições dadas pelas equações (1), (2) e (3), o problema em questão é estabelecido pelas seguintes equações:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} + \omega = 0 \quad (4)$$

$$\text{Pr} \left[\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right] + \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial W}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial W}{\partial X} + \text{Pr} = \frac{\partial W}{\partial \tau} \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{4W}{(RR+1)\bar{W}} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (6)$$

$$\text{Pr} \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right] + \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \omega}{\partial X} + \text{RaPr} \left[\cos \alpha \frac{\partial \theta}{\partial X} - \sin \alpha \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right] = \frac{\partial \omega}{\partial \tau} \quad (7)$$

As equações (4) a (7) serão sujeitas às seguintes condições iniciais e de contorno:

Condições iniciais, $\tau = 0$:

$$\psi = \theta = \omega = W = 0 \quad (\text{em } \Omega). \quad (8a)$$

Condições de contorno, $\tau > 0$:

$$\theta = 0 \quad (\text{em } S_1), \quad (8b)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0 \quad (\text{em } S_2), \quad (8c)$$

$$\psi_w = 0 \quad (\text{em } S_1+S_2), \quad (8d)$$

$$\omega_w = -\frac{2\psi_0}{(\Delta n)^2} \quad (\text{em } S_1+S_2). \quad (8e)$$

Onde ψ_0 é o valor da função corrente num ponto situado a pequena distância Δn do contorno.

MÉTODO DE SOLUÇÃO

O sistema de equações (4) a (7), juntamente com as condições iniciais e de contorno (8a) a (8e), foram resolvidos usando o método de elementos finitos.

O sistema formado pelas equações (4) a (7) é resolvido na seguinte sequência. Primeiramente é resolvida a equação (4), sendo obtida a distribuição de função corrente. Em seguida é resolvida a equação (5) determinando-se a velocidade axial dimensional. Logo após é calculado a temperatura adimensional, resolvendo-se a equação (6) e por fim a vorticidade no

interior do domínio através da equação (7).

Com a equação (8e) calcula-se a vorticidade no contorno.

O tempo é incrementado e o processo de cálculo repetido até que o número de Nusselt médio (Nu) e o fator de atrito (f) tenham convergência.

O número de Nusselt médio (Nu) e o fator de atrito (f) podem ser calculados, respectivamente, por:

$$Nu = -\frac{1}{\theta_b} \quad (9)$$

$$fRe = \frac{2}{\bar{W}} \quad (10)$$

onde θ_b é a temperatura média adimensional, \bar{W} a velocidade média axial adimensional e $Re = \rho \bar{W} d / \mu$ é o número de Reynolds.

O número de Nusselt médio (Nu) e o fator de atrito (f) são dependentes dos seguintes parâmetros: Número de Rayleigh (Ra), Número de Prandtl (Pr), ângulo de inclinação (α), razão de raios ($RR = R_1/R_0$) e Excentricidade adimensional ($E = e/R_0$).

RESULTADOS E CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho é estudar o aumento do coeficiente de transferência de calor e do fator de atrito causado pelo empuxo. Os resultados são apresentados através da relação Nu/Nu_0 e $fRe/(fRe)_0$, onde o índice 0 representa a condição de convecção forçada pura.

A tabela 1 apresenta os resultados de Nu_0 e $(fRe)_0$ em função de E e RR .

Os valores de Nu_0 e $(fRe)_0$ para o caso de tubos concêntricos ($E = 0$) tem excelente concordância com o trabalho de Nieckele e Patankar (1985).

As figuras 2 e 3 mostram a relação Nu/Nu_0 versus o número de Rayleigh (Ra) para razão de raios 3 e 5, respectivamente. A excentricidade adimensional (E) varia de -0,25; -0,50; 0; 0,25 e 0,5. O ângulo de inclinação (α) foi mantido em 0° e o número de Prandtl (Pr) foi fixado em 0,7. O empuxo causa um escoamento secundário na seção transversal dos tubos. O número de Nusselt

Tabela 1 - Valores de Nu_0 e $(fRe)_0$.

	RR	Nu_0	$(fRe)_0$
E = -0,50	3,0	2,714	59,460
	5,0	4,356	69,364
E = 0,25	3,0	4,406	82,936
	5,0	6,515	86,488
E = 0	3,0	7,056	96,867
	5,0	8,645	95,202
E = 0,25	3,0	4,357	82,320
	5,0	6,445	85,839
E = 0,50	3,0	2,670	58,417
	5,0	4,286	68,099

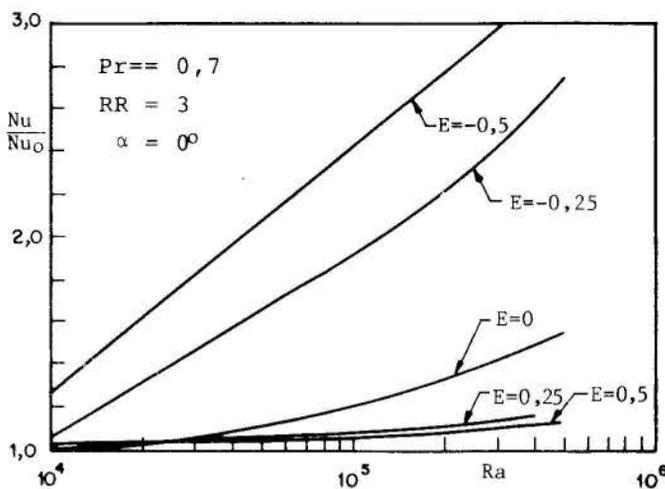


Figura 2. Relação Nu/Nu_0 versus número de Rayleigh.

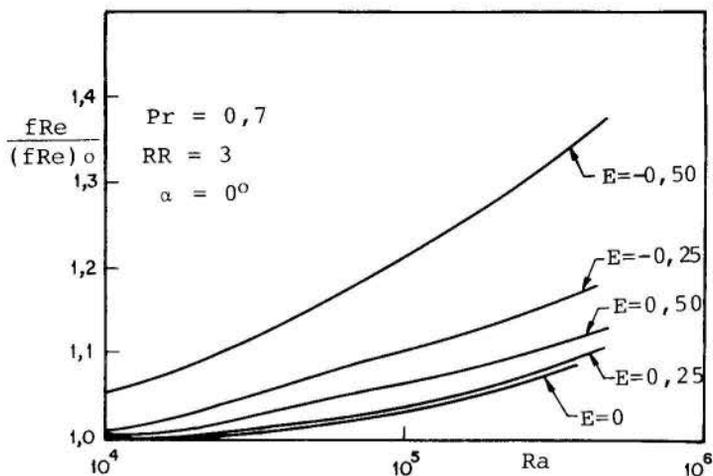


Figura 4. Relação $fRe/(fRe)_0$ versus número de Rayleigh.

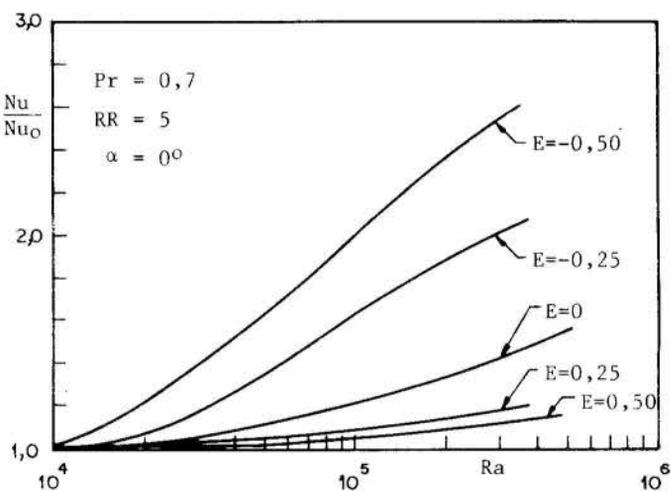


Figura 3. Relação Nu/Nu_0 versus número de Rayleigh.

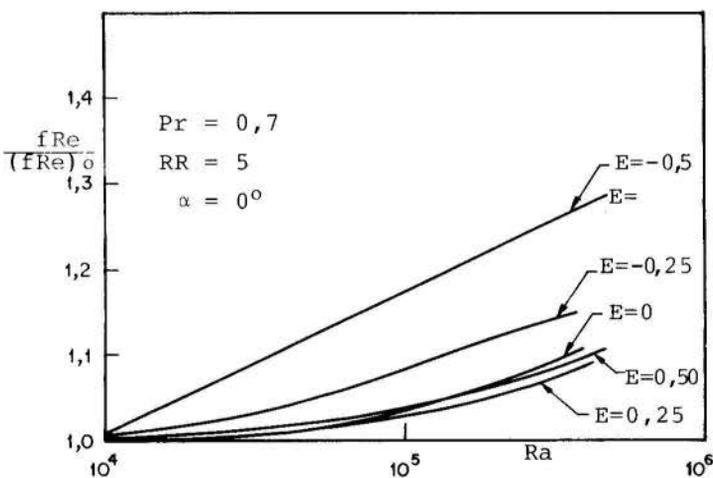


Figura 5. Relação $fRe/(fRe)_0$ versus número de Rayleigh.

para os casos de convecção mixta é sempre maior que o caso de convecção forçada pura. As figuras 2 e 3 mostram que para $Ra > 2 \times 10^4$ quando se aumenta a excentricidade, a relação Nu/Nu_0 diminui quando se mantém fixado o número de Rayleigh.

Nas figuras 4 e 5 são apresentados $fRe/(fRe)_0$ versus o número de Rayleigh considerando, respectivamente, os mesmos parâmetros das figuras 2 e 3. A figura 4 mostra que para $RR = 3$ quando se fixa o número de Rayleigh, a relação $fRe/(fRe)_0$ tem valor máximo para $E = -0,5$ e valor mínimo para $E = 0$. A figura 5 mostra que para $RR = 5$ em toda faixa de número de Rayleigh calculados, a relação $fRe/(fRe)_0$ é maior para $E = -0,50$ e menor para $E = 0,25$.

As figuras 6 e 7 mostram as distribuições da função corrente (ψ) e da temperatura adimensional (θ). Nestas figuras são apresentados logo abaixo das distribuições os valores correspondentes de ψ e θ . A convenção usada é a seguinte: Logo após ψ apresenta-se entre parênteses o valor mínimo de ψ , seguido do valor máximo de ψ e por último o incremento de ψ . Sequência semelhante é apresentada para θ .

Na figura 6 se considera $\alpha = 0^\circ$, neste caso existe simetria com relação ao eixo vertical. Nas figuras 6(a) e 6(b) se mostram os efeitos da razão de raios (RR) e do número de Rayleigh (Ra). No caso de menor razão de raios existe maiores velocidades do fluido. As figuras 6(c) e 6(d) mostram o efeito da excentricidade adimensional (E). No caso da figura 6(c) se observa um escoamento com duas células de convecção.

As figura 7(a) e 7(b) mostram o efeito do número de Rayleigh para um ângulo de inclinação $\alpha = 30^\circ$. Em ambos os casos se observa uma região de extratificação do campo de temperatura abaixo do tubo interno. No caso da figura 7(a) formam-se duas células de convecção e na 7(b) formam-se múltiplas células.

A análise dos resultados obtidos das figuras 2 e 3 e da tabela 1 permitem concluir que de todos os casos analisados, os maiores valores de número de Nusselt (Nu) para $\alpha = 0^\circ$ é obtido quando:

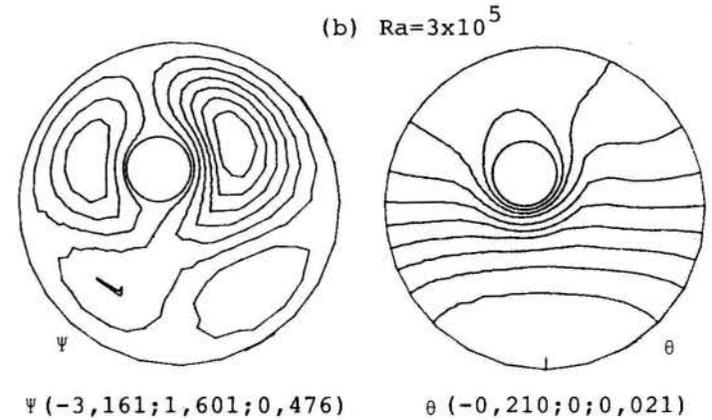
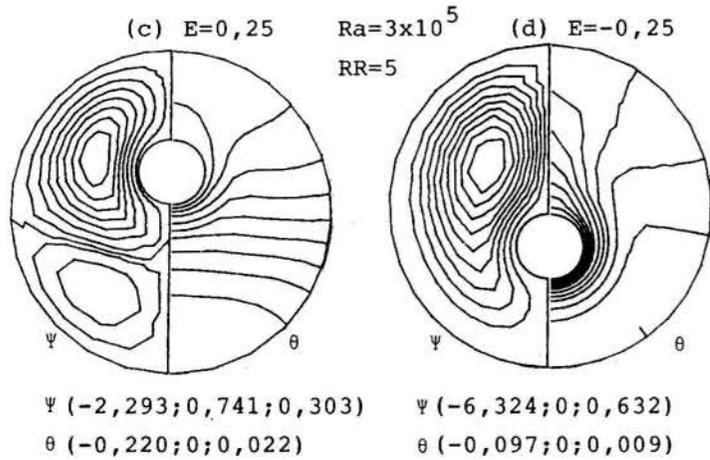
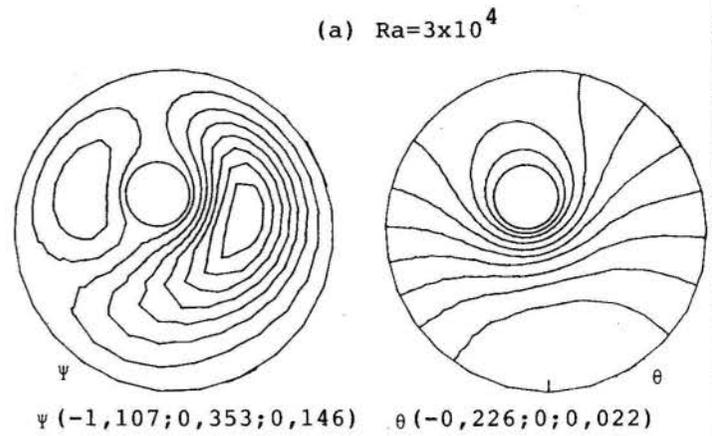
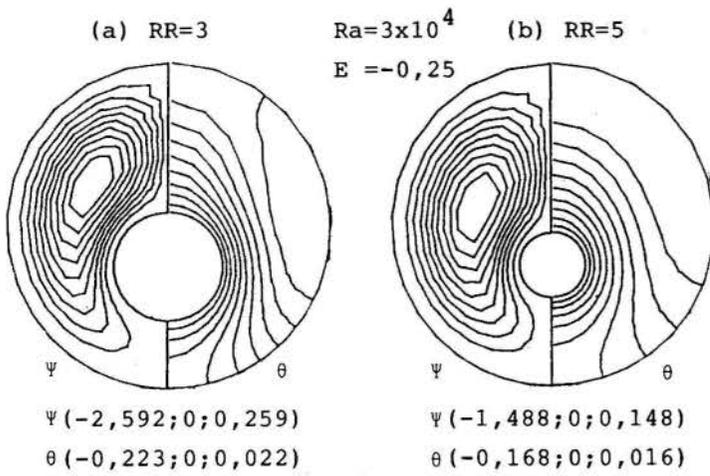


Figura 6. Distribuições de ψ e θ para $\alpha=0^\circ$ e $Pr=0,7$.

Figura 7. Distribuições de ψ e θ para $RR=5$; $E=0,25$; $\alpha=30^\circ$ e $Pr=0,7$.

RR = 3: $R_a < 0,9 \times 10^5$ com $E = 0$ e
 $R_a > 0,9 \times 10^5$ com $E = -0,25$;
 RR = 5: $R_a < 1,06 \times 10^5$ com $E = 0$ e
 $R_a > 1,06 \times 10^5$ com $E = -0,25$.

BIBLIOGRAFIA

- .Chen, J.D., e Hsieh, S.S. "Buoyancy Effect on the Laminar Forced Convection a Horizontal Tube Insert", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 35, pp. 263-267, 1992.
- .Faris, G.N., e Viskanta, R., "An Analysis of Laminar Combined Forced and Free Convection Heat Transfer in a Horizontal Tube", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 12, pp. 1295-1309, 1969.
- .Hattori, N., e Kotake, S., "Combined Free and Forced Convection Heat Transfer Fully Developed Flow in Horizontal Tubes" (experiments), Bull. JSME, Vol. 8, pp. 861-868, 1978.

- .Hattori, N., "Combined Free and Forced Convection Heat Transfer for Fully Developed Flow in Horizontal Concentric Annuli" (numerical analysis), Heat Transfer - Jap. Res., Vol. 8, pp. 27-48, 1979.
- .Kakaç, S., Shah, R.K., e Aung, W., "Handbook of Single - Phase Convective Heat Transfer", John Wiley & Sons, 1987.
- .Kaviany, M., "Laminar Combined Convection in a Horizontal Annulus Subject to Constant Heat Flux Inner Wall and Adiabática Outer Wall" ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 108, pp. 392-397, 1986.
- .Nguyen, T.H., Vasseur, P., Robillard, L., e Chandra Shekar, B., "Combined Free and Forced Convection of Water Between Horizontal Concentric Cylinders", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 105, pp. 498-504, 1983.
- .Nieckele, A.O., e Patankar, S. V., "Laminar Mixed Convection in a Concentric Annulus with Horizontal Axis", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 107, pp. 902-909, 1985.

COMPARISON OF HEAT TRANSFER ON A FLAT PLATE BY IMPINGING AXIAL AND RADIAL JETS

H. Laschefski, A. Holl, A. Grosse-Gorgemann, N.K. Mitra, R.H. Page
 Institut für Thermo- und Fluidodynamik, Ruhr-Universität Bochum
 D-4630 Bochum, Germany

Flow structure and heat transfer of partially enclosed laminar axial and radial jets impinging on a flat plate have been studied from the numerical solution of complete Navier-Stokes and energy equations for Reynolds number 100, 250 and 500. Results show that the average heat transfer with radial jets is nearly the same as with axial jets. However, with radial jets nearly uniform moderately high heat transfer can be obtained on a large area which can be controlled by slight changes of the parameters.

Introduction

Impinging jets are often used in industry for heat or mass transfer on a surface [1]. These can be axial (fig. 1) or radial (fig. 2) jets. An axial jet impinging on a flat plate produces a very large transfer coefficient at the reattachment point. Away from this reattachment point the transfer coefficient decreases rapidly. A radial jet impinging on a flat plate gives a reattachment line in form of a circle. The transfer coefficient is moderately high on the reattachment circle and away from it the transfer coefficient decreases. The main difference between these two configurations is that an axial jet produces a large transfer coefficient in a small area. In contrast a radial jet produces moderately large transfer coefficient on a large area. The flow structures of impinging jets, especially that of radial impinging jets are quite complex. In practical application such jets are often turbulent. However, the gross structures of the flow for laminar or turbulent jets are similar. As the jet spreads radially after impinging, the cross sectional area of the flow increases thereby reducing the velocity.

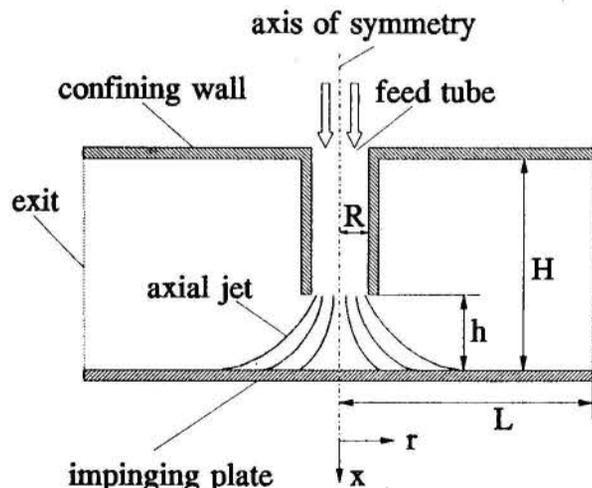


Fig. 1: Schematic of semi-enclosed impinging axial jet

Page et al [2] made an analytical study of reattachment of submerged laminar and turbulent radial jets in an infinite me-

diuum assuming that the velocity profile of the jet can be described by the boundary layer theory. Their results predict reasonably well the reattachment radius of turbulent jet, they can not predict the near or far fields of the flow. Ostowari et al [3] have presented experimental results of heat transfer on the impinging plate for turbulent radial jets.

The purpose of the present work is a simulation of the flow field and heat transfer on the impinging plate of axial and radial jets from the numerical solution of the complete Navier-Stokes and energy equations for incompressible fluid. In this work only laminar flow will be considered. In many industrial applications the jets do not discharge in an infinite medium, rather they are partially enclosed. In this work partially confined jets between the impinging plate and a top wall will be only considered.

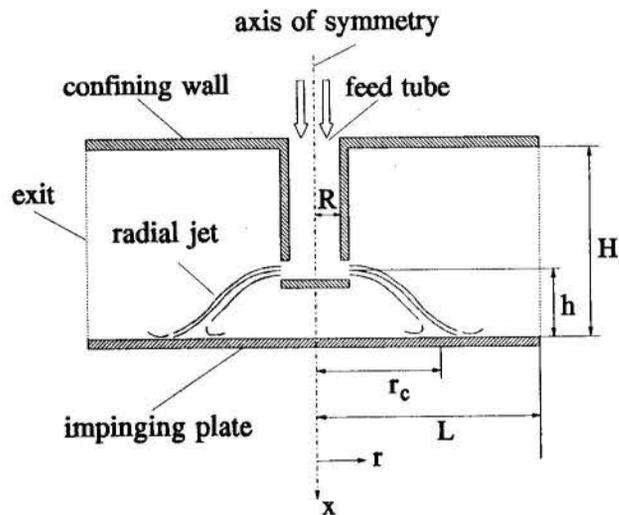


Fig. 2: Schematic of semi-enclosed impinging radial jet

Basic Equations

Figures 1 and 2 show also the computational domains of the impinging axial and radial jets respectively. In the computation the wall is assumed to be infinitesimally thin. We assumed a fully developed flow at the exit of the feed tube for the

axial jet. In the radial case we defined a parabola like velocity profile at the feed tube exit with the same flow rate as the comparable axial jet. The domains are symmetric about the axis of the feed tube. The basic equations written in unsteady nondimensional form are:

Continuity equation:

$$\frac{\partial(ur)}{\partial x} + \frac{\partial(vr)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

Axial momentum equation:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(u^2r)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(uvr)}{\partial r} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u \quad (2)$$

Radial momentum equation:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(uvr)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v^2r)}{\partial r} = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v \quad (3)$$

Energy equation (neglecting terms of dissipation):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vT)}{\partial r} = \frac{1}{RePr} \nabla^2 T \quad (4)$$

Where u is the axial- and v the radial- velocity components nondimensionalized with the average feed tube velocity u_{av} for the same mass flow. The temperature T is nondimensionalized with the inlet (feed tube exit) temperature.

The lengths have been nondimensionalized with R . The Reynolds number Re is $u_{av}R/\nu$. Pr is the Prandtl number. Other symbols have usual meanings.

Boundary Conditions

Symmetry condition is used on the axis of symmetry. No-slip condition is used on solid walls. All walls are adiabatic, except the impinging plate, where the nondimensional temperature is constant equal to 3. At the exit the first derivatives of the flow variables (ur) and (vr) normal to the boundary are set equal to zero. Same condition is used for the temperature T when the fluid flows in positiv r -direction across the outlet section, otherwise the temperature of the sucked in fluid is set equal to the inlet temperature.

Method of solution

The basic equations are solved on collocated grids by a finite volume technique. The solution proceeds in three steps. In the first step the momentum equations are solved. In the second step a pressure-velocity correction equation is solved by a modified SIMPLE technique [4]. In the last step we obtain the solution of the energy equation. All calculations are done with a time dependent algorithm. Iterative time-implicit solutions are obtained at each time step. Central difference has been used for diffusive terms and flux blending (upwind-central difference) has been used for convective terms. Strongly implicit procedure (SIP) [5] is used to solve the algebraic system of equations resulting from the discretization of the momentum and the pressure-velocity correction and energy equations. The modification of the original SIMPLE is needed

because of the possible reverse flow at the boundary of the computational domain. This reverse flow appears because the ambient fluid is sucked in the computational domain. With flow reversal at the boundary original SIMPLE fails to converge. Since flow reversal is unavoidable for our geometry, a modification of SIMPLE is needed. The details of modification will be presented elsewhere.

Results and Discussion

Computations have been performed for $Re=100, 250$ and 500 with air ($Pr=0.71$) as flow medium in a grid of $102*202$ for $H/L = 5/10$ and $102*302$ for $H/L = 5/15$ on an IBM 6000/530 workstation. Steady solutions have been obtained for all Re -numbers.

Figures 3a and 3b show the velocity vectors of axial and radial jets respectively for a nondimensional feed tube exit height of $h = 1$. After impinging the axial jet flow develops like a wall jet with growing cross sections. Ambient fluid is sucked in through upper half of the exit plane. The flow with radial jet shows a separation bubble with a vortex ring in the middle around the axis of the feed tube. The reattachment circle radius $r_c = 3.3R$ clearly shown by the skin friction coefficient distribution on the impinging plate for the radial jet shown in figure 3c. For different exit heights h the flow-field of the axial jet remains qualitatively unchanged. In comparison to this the flowfield of the radial jet changes tremendously. With growing feed tube exit height h the reattachment circle becomes larger. For $h = 2$, $r_c = 5.3R$ and for $h = 2.5$, $r_c = 6.5$. For $h > 2.5$ the flow does not impinge on the lower but on the upper wall (see fig. 4).

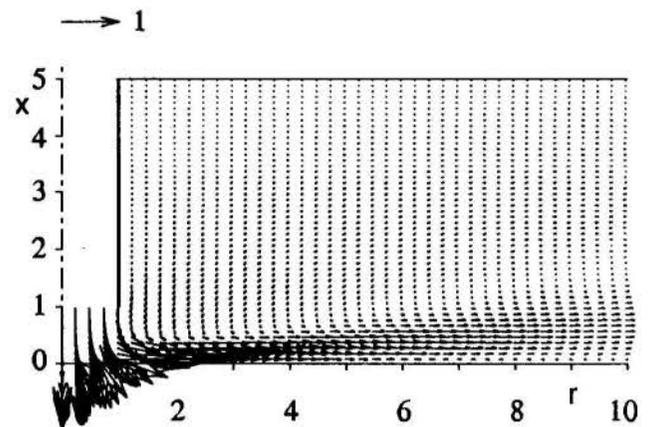


Fig. 3a: Velocity vector field of the axial jet for $Re = 250$, $h = 1$, $H/L = 5/10$

For $h = 3$ it reattaches with the same radius r_c on the upper wall as for $h = 2$ on the lower wall. The jet sucks in the surrounding fluid. If the feed tube exit is closer to the lower wall an area of low pressure below the jet causes the fluid to reattach on the bottom wall. If the feed tube exit is closer to the upper wall it is the other way around. This is due to the Coanda effect [6]. For $h = 2.5$ the reattachment of the jet is probably due to the asymmetry caused by the dead water zone below the feed tube end and the bottom plate.

In order to analyse the heat transfer, local and average Nusselt numbers are compared.

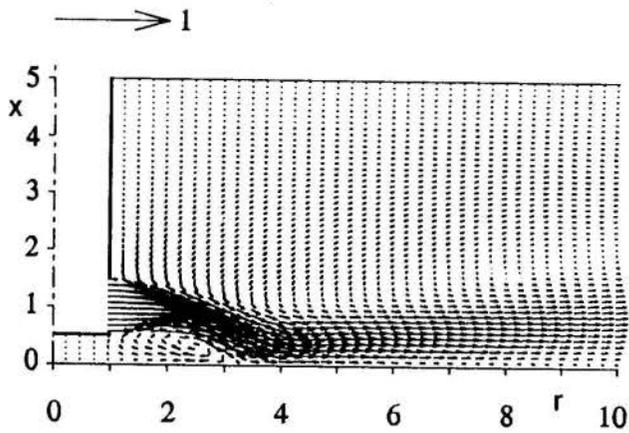


Fig. 3b: Velocity vector field of the radial jet for $Re = 250$, $h = 1$, $H/L = 5/10$

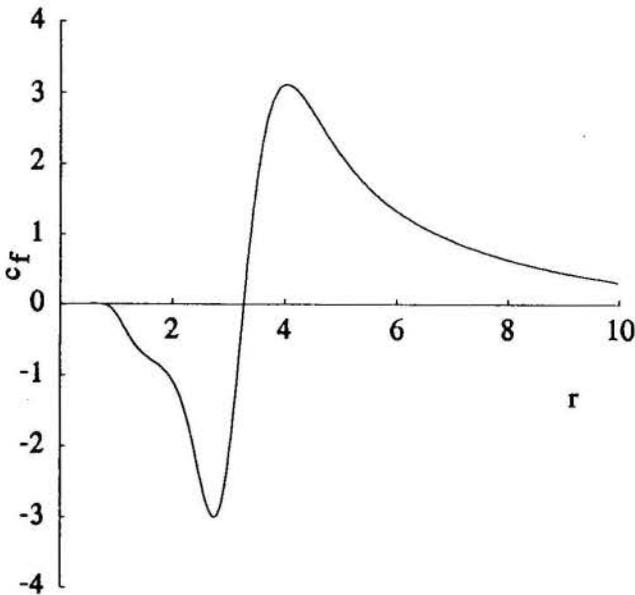


Fig. 3c: Skin-friction distribution along the impinging plate for the radial jet, $Re = 250$; $h = 1$; $H/L = 5/10$

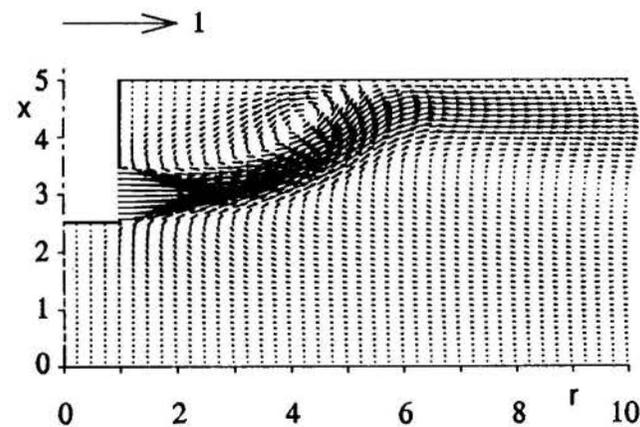


Fig. 4: Velocity vector field of the radial jet for $Re = 250$, $h = 3$, $H/L = 5/10$

The Nusselt number is defined as:

$$Nu(r) = \frac{\dot{q}R}{\lambda(T_w - T_\infty)T_{inlet}} \quad (5)$$

where \dot{q} is the local heat flux density on the impinging plate, λ is the thermal conductivity of the medium, T_w and T_∞ are dimensional temperatures at the wall and feed tube exit respectively. Notice that Nu directly represents the heat transfer on the impinging plate. The average Nusselt number Nu_{av} is given by:

$$Nu_{av} = \frac{2}{L^2} \int_{r=0}^{r=L} Nu(r)rdr \quad (6)$$

Figure 5 compares the average Nu_{av} for axial and radial jet for $Re = 250$. The dotted line shows the local Nusselt number distribution for the radial jet. From the peak of 18.75 at the stagnation point the local Nusselt number decreases rapidly with increasing r . In the radial case the local Nusselt number first increases, with increasing r up to its moderate maximum of 3.1 at the reattachment point, thereafter and decreases and tends to the value of the axial jet near the exit. The average value Nu_{av} for the radial jet is $\sim 30\%$ smaller than Nu_{av} for the axial jet. For the case $h = 3$ it is clear, that due to the reattachment on the upper adiabatic wall the heat transfer on the lower plate is nearly negligible. Nevertheless this case is of interest because the cold sucked in fluid across the exit boundary causes a very high heat transfer coefficient, higher than the axial one, in the region at $9 < r < 10$.

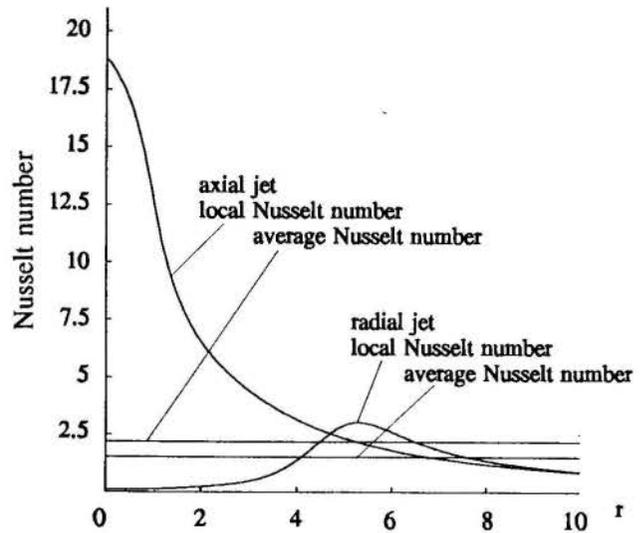


Fig. 5: Local and average Nusselt number distribution, $Re = 250$, $h = 2$, $H/L = 5/10$

In order to study the effect of Re , a set of computations are performed for $Re = 100$ and an exit height $h = 2$. Once again the flowfield converges to a steady state. The main difference from the solutions for $Re = 250$ is that a recirculation zone appears between the jet and the upper wall at a radial distance of $r = 6.5$ for both axial and radial jets, see fig. 7a and 8. This secondary vortex causes the jets to separate from the lower wall and the cold fluid to be sucked in across the exit even near the lower wall, see the skin friction distribution on the lower wall for the axial jet in fig. 7b. The

reattachment circle is, as expected for a lower Re , has a smaller radius $r_c = 4.6R$ than for the comparable case with higher Re (for $Re = 250$, $h = 2$, $r_c = 5.3R$). The ratio of the average Nusselt number is nearly one (see fig.9).

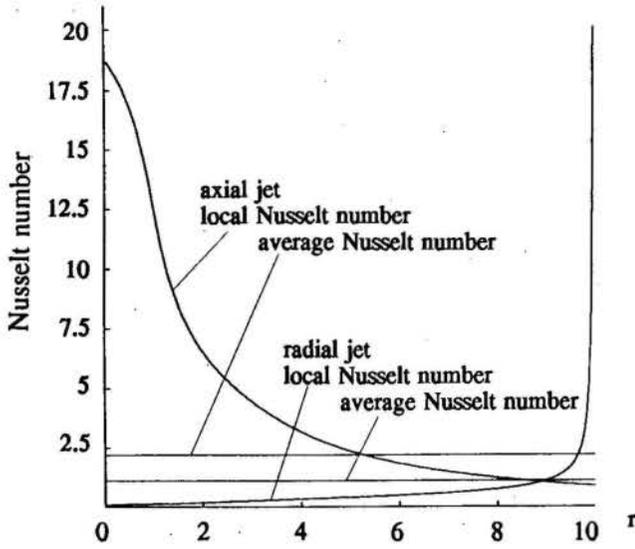


Fig. 6: Local and average Nusselt number distribution, $Re = 250$, $h = 3$, $H/L = 5/10$

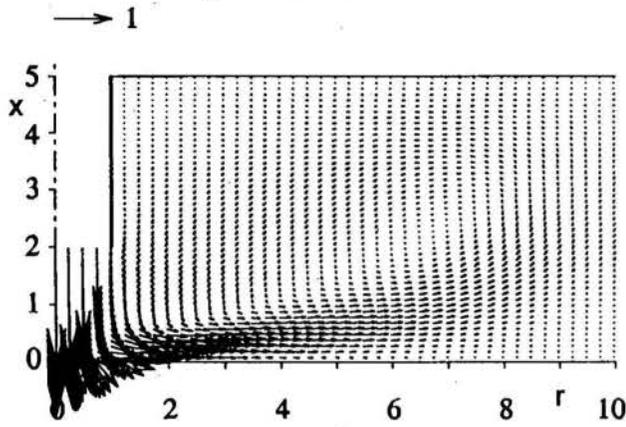


Fig. 7a: Velocity vector field of the axial jet for $Re = 100$, $h = 2$, $H/L = 5/10$

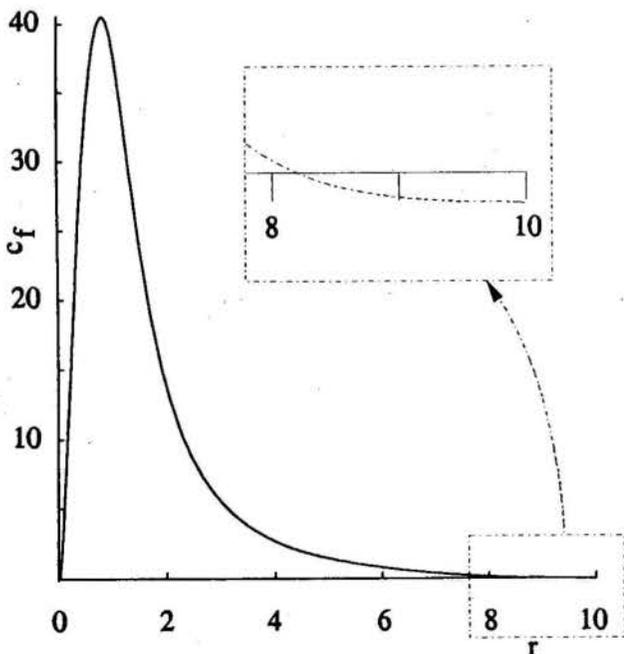


Fig. 7b: Skin friction distribution for the axial jet, $Re = 100$, $h = 2$, $H/L = 5/10$

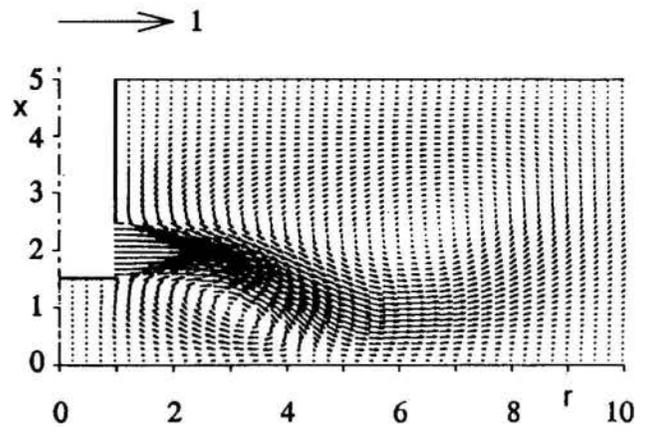


Fig. 8: Velocity vector field of the radial jet for $Re = 100$, $h = 2$, $H/L = 5/10$

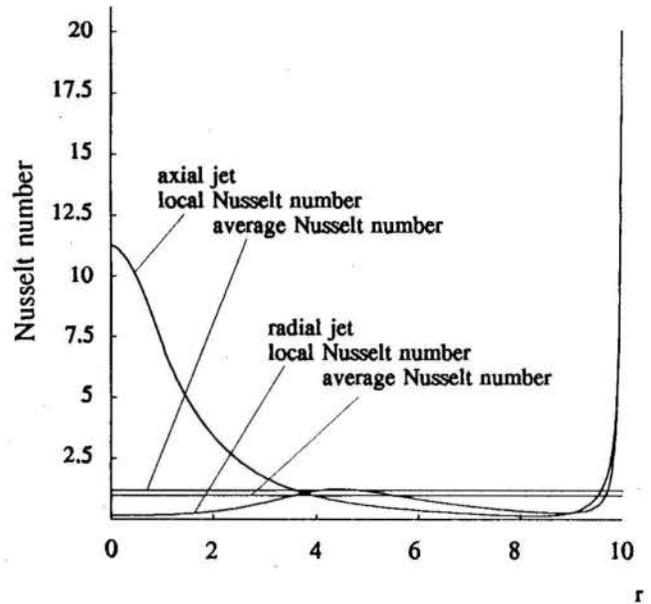


Fig. 9: Average and local Nusselt number distribution for $Re = 100$, $h = 2$, $H/L = 5/10$

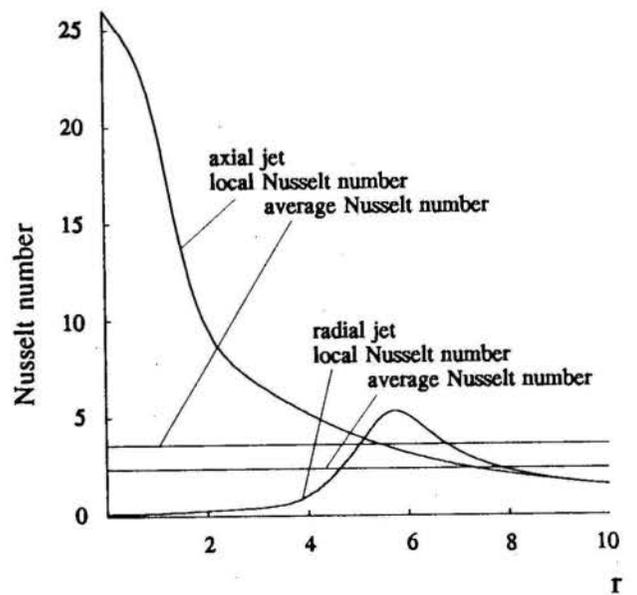


Fig. 10: Average and local Nusselt number distribution for $Re = 500$, $h = 2$, $H/L = 5/10$

For $Re = 500$, the secondary vortices as observed for $Re = 100$, vanishes for both radial and axial jets. The flow fields are qualitatively similar to that for $Re = 250$. The reattachment circle for radial jet has a radius of $r_c = 5.9R$ where the maximum of Nusselt number is observed with a value of 5.4 (see fig. 10). The ratio of the average Nusselt numbers is $Nu_{av}(radial)/Nu_{av}(axial) = 0.65$.

The previous results suggest that secondary vortices will increase heat transfer on the impinging plate near the exit. In order to investigate if secondary vortices appear for high Re flow ($Re > 100$) in a longer domain further computation are carried out in a geometry with $H/L = 5/15$ for $Re = 250$. Fig. 11 and 12 show the velocity vector fields for the axial and radial jet respectively.

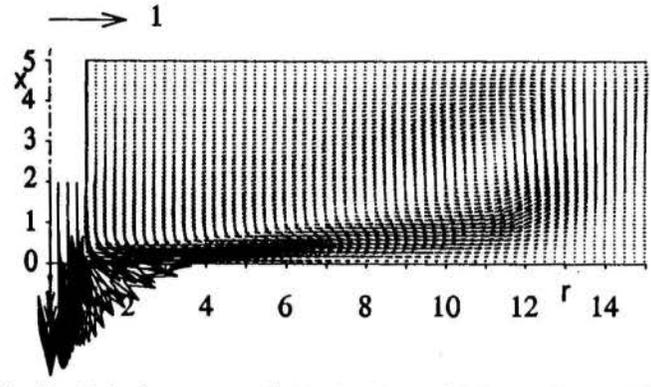


Fig. 11: Velocity vector field for the axial jet at $Re = 250$, $h = 2$, $H/L = 5/15$

The secondary vortex above the jets can be clearly seen at a radial distance $10 < r < 12$. In both cases the backflow appears close to the lower wall across the exit and the total fluid leaves the computational domain through the upper part of the exit. The average Nusselt numbers for the axial and radial jets and the local Nusselt number distributions for both cases are shown in fig. 13. Compared to the short channel $H/L = 5/10$ the global heat transfer for the axial and radial jets for $H/L = 5/15$ is nearly the same. The advantage of the radial jet is that for $r > 4.5$ the local Nusselt number is higher or, equal, as the Nusselt number of the axial jet. That means, that in 90% of the area of the impinging plate the heat transfer with the radial jet is higher than the heat transfer with the axial jet. In fig. 4 the reattaching of the radial jet for $Re = 250$ with a feed tube exit height of $h = 3$ at the upper adiabatic wall was shown. For this configuration no secondary recirculation zone has been observed. For this case with $Re = 250$ and $h = 3$ we have calculated the flow field in a longer channel $H/L = 15$.

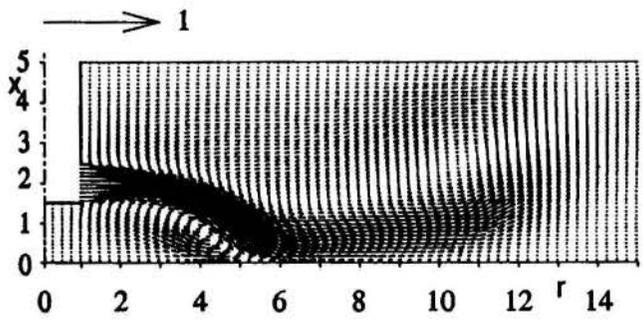


Fig. 12: Velocity vector field of the radial jet for $Re = 250$, $h = 2$, $H/L = 5/15$

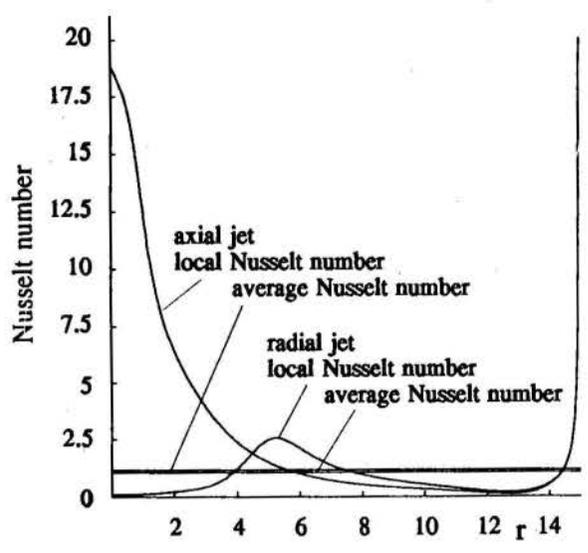


Fig. 13: Average and local Nusselt number distribution for $Re = 250$, $h = 2$, $H/L = 5/15$

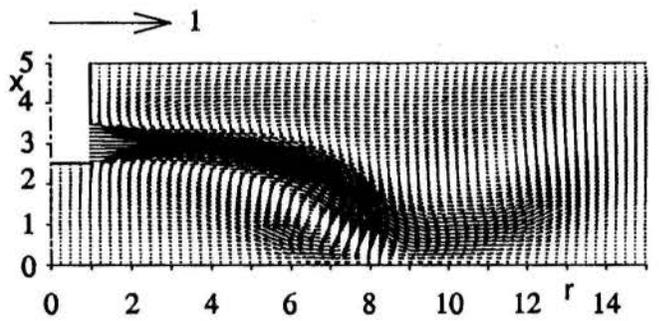


Fig. 14: Velocity vector field of the radial jet for $Re = 250$, $h = 3$, $H/L = 5/15$

Surprisingly the flow reattaches on the lower impinging plate and not on the confining top wall as seen in fig. 4. The radius of reattachment $r_c \sim 8.1$. The heat transfer of this radial jet compared to the axial is nearly the same as shown in fig. 13.

Conclusion

Numerical simulations of laminar flow and heat transfer of partially enclosed impinging axial and radial jets have been performed. As expected the average heat transfer for the axial configuration is slightly higher than for the radial jet. With the radial jet a moderately high heat transfer coefficient in a very large area, up to 90% of the impinging plate can be obtained. For higher feed tube exits distance h and/or higher Re numbers the reattachment radius r_c of the radial jet becomes larger until the reattachment due to the Coanda-effect takes place on the confining upper wall. This study shows that the average heat (or mass) transfer coefficient of the axial and radial jet, are nearly the same. However with radial jets one can obtain nearly uniform heat transfer on a large area which can be controlled by the proper variation of parameters.

This work has been supported by the DFG.

REFERENCES

1. MARTIN, H., Heat and Mass Transfer Between Impinging Jets and Solid Surfaces, *Advances in Heat Transfer*, 13, Academic, 1-60, 1977
2. PAGE, R.H., HADDEN, L.L., OSTOWARI, C., Theory of Radial Jet Reattachment Flow, *AIAA Jour.*, 27, 1500-1505, Nov. 1989
3. OSTOWARI, C., PAIKERT, B., PAGE, R.H., Heat Transfer Measurement of Radial Jet Reattachment on a Flat Plate, Presented in National Fluid Dynamics Conference, Cincinnati, Ohio, 1988
4. PATANKAR, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, 1980
5. STONE, H.L., Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations, *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol.5, No. 3, September 1968
6. SAWYER, R.A., Two-dimensional Reattaching Jet Flows Including the Effects of Curvature on Entrainment, *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 17, 1963

**ANALYTICAL MODEL FOR AERODYNAMIC HEATING OF SPACE
VEHICLES IN HYPERSONIC FLOW: - STAGNATION REGION
ANALYSIS WITH ABLATIVE PROTECTION**

R. M. COTTA, P. G. P. TORO, (*) and H. A. MACHADO
Programa de Engenharia Mecânica -EE/COPPE/UFRJ
(*) Instituto de Aeronáutica e Espaço - IAE/CTA

An analytical model is developed for the approximate prediction of convective aerodynamic heating rates in the stagnation point region of space vehicles in hypersonic flow at an angle of attack, including the effects of ablation and radiative exchange at the ogive wall. Different gas models are employed through either perfect gas expressions or thermodynamic equilibrium air correlations. The coupled integral equation approach is utilized, which approximately accounts for wall temperature gradients, within a fairly simple formulation and improved accuracy over classical lumped system analysis.

INTRODUCTION

Aerodynamic heating in hypersonic flow was a field of intense research activity in the 50's and 60's, which has been revisited in recent years, in connection with the development of space airplanes and interplanetary missions [1,2]. Even in the case of conventional space vehicles, the ever increasing need for optimized design and computationally efficient procedures, has stimulated the detailed analysis of thermal protection systems through both the rejection (moderate heating rates) and absorption (higher heating rates) methods. For the case of ballistic hypersonic reentry in the atmosphere, the absorption method is in general preferred, by adopting an ablative heat shield on the space vehicle ogive. The proper estimation of the required amount of thermal protection material may result in considerable cost reduction and payload savings.

The region of main interest in problems of hypersonic heating is that around the stagnation point, where the air goes through an almost normal shock, causing a marked increase in gas temperature and, eventually, promoting the dissociation, or even ionization, within this chemically reactive boundary layer. Therefore, the hypersonic heating consists of convection, radiation and chemical reactions, with a certain predominance of the convective phenomena in ballistic vehicles for moderate gas temperatures. The detailed treatment of such a complex combination of physical and chemical phenomena is not yet feasible, in particular within practical computational costs. Engineering-type methods were then developed within the 70's and 80's allowing for fast and reasonably accurate predictions of the hypersonic aerodynamic heating in general three-dimensional configurations, including the effects of chemical reactions. Among these approximate methods, one became of current usage within the aerospace industry and research centers, originally developed by DeJarnette and co-workers [4]. This approach is based on a simplification to the complex viscous flow field through the use of the axisymmetric analog or small cross-flow approximation for three-dimensional boundary layers. Various sets of experimental wind-tunnel simulations

and flight data were employed in the validation of this well-established procedure [3-4].

The evaluation of the aerodynamic heating along the vehicle trajectory must be coupled to the solution of the energy equation at the ogive wall, represented by the heat conduction equation, generally in one-dimensional formulation, with conjugated convection and radiation at the external wall. For ablative thermal protection, the heat balance at the moving boundary provides a relation for determining its position at a certain time. Heat conduction with ablation in planar one-dimensional media has been previously studied, both through purely numeric schemes [5-6], and through extension of the ideas in the generalized integral transform technique [7-8], which provides a hybrid numerical-analytical solution with automatic accuracy control. However, such accurate approaches may prove to be too costly for conceptual and preliminary design, when numerous simulations are required, for various positions along the vehicle. In such a situation, approximate solutions of the associated energy equation in the solid might become mandatory. For rejection-type thermal protections, Kubota et al. [2] and DeJarnette et al. [4] employed a simple lumped system analysis, neglecting temperature gradients across the vehicle wall, and without any attempt to access the errors involved in this approximation. For ablative thermal protection, a lumped system analysis can result in significant errors, specially for increasing Stefan numbers (higher absorption rates). Recently an approximate procedure denominated as Coupled Integral Equation Approach was advanced to provide improved approximations for phase-change problems in a finite slab, but still retaining the simplicity of a lumped system analysis. In this procedure, the temperature gradients across the wall are not neglected, but approximately taken into account. Significant gains in precision were observed for different values of the governing parameters, with respect to the conventional lumped analysis.

This paper deals with the analytical solution of the aerodynamic heating/thermal protection conjugated problem, for hypersonic flow in the stagnation region of space vehicle with ablation controlled wall heat

conduction. The method of DeJarnette [4] is utilized to determine the wall heat flux at each point of the trajectory, in terms of the atmosphere and wall conditions. The heat conduction equation at the ogive wall is solved through the Coupled Integral Equation Approach within the ablation period, while an exact solution is provided for the pre-ablation linear period.

ANALYSIS

The space vehicle thermal protection at the stagnation point region, is approximated as a finite slab with constant physical properties, subjected to a time varying heat flux at the external wall and kept insulated internally. Initially at a uniform temperature, and subjected to the aerodynamic heating, the thermal protection experiences a pre-ablation period until the external wall reaches the phase change temperature, when the ablation starts. The problem formulation in dimensionless form is given by [7]:

- Pre-ablation period

$$\frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta(X, \tau)}{\partial X^2}; \quad 0 < X < 1, \quad 0 < \tau < \tau_m \quad (1.a)$$

$$\theta(X, 0) = 0; \quad 0 \leq X \leq 1 \quad (1.b)$$

$$-\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial X} = Q(\tau); \quad \frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial X} = 0 \quad (1.c, d)$$

- Ablation period

$$\frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta(X, \tau)}{\partial X^2}; \quad s(\tau) < X < 1, \quad \tau > \tau_m \quad (2.a)$$

$$\theta(X, \tau_m) = \theta_m(X); \quad 0 \leq X \leq 1 \quad (2.b)$$

$$\theta(s, \tau) = 1; \quad \frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial X} = 0; \quad \tau > \tau_m \quad (2.c, d)$$

$$-\frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial X} + \nu \frac{d s(\tau)}{d \tau} = Q(\tau) \quad (2.e)$$

where the various dimensionless groups are

$$\theta(X, \tau) = \frac{T(x, t) - T_o}{T_m - T_o}; \quad X = \frac{x}{L}; \quad \tau = \frac{\alpha t}{L^2} \quad (3)$$

$$Q(\tau) = \frac{L q_w(t)}{k(T_m - T_o)}; \quad S(\tau) = \frac{s(t)}{L}; \quad \nu = \frac{H}{c_p(T_m - T_o)}$$

and $\theta_m(X)$ is the temperature distribution within the slab when ablation starts, at $\tau = \tau_m$, obtained from solving problem (1) for the pre-ablation period, which has an exact solution obtained through the integral transform method, previously presented in [7]. The evolution of the external wall temperature during this pre-ablation period is then evaluated from the working formula

$$\theta(0, \tau) = \theta_{av}(\tau) + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_i^2} \left[Q(\tau) - Q(0) e^{-\mu_i^2 \tau} - \int_0^{\tau} \frac{dQ}{d\tau'} e^{-\mu_i^2(\tau - \tau')} d\tau' \right] \quad (4.a)$$

$$\mu_i = i\pi, \quad i=1, 2, \dots, \infty, \quad \theta_{av}(\tau) = \int_0^{\tau} Q(\tau') d\tau' \quad (4.b, c)$$

The ablation period was also solved in [7], by making use of the so-called generalized integral transform technique, to yield a hybrid numerical-analytical solution for this nonlinear moving boundary problem. Here we seek an approximate solution for the ablation problem, instead of the computationally intensive solution proposed in [7], for the purpose of constructing a fast general purpose code for the thermal design of space vehicles. We then recall the ideas in the Coupled Integral Equation Approach, for the approximate solution of phase change problems. Following the formalism in this approach, the energy equation for the ablation period is integrated within the region $S(\tau) \leq X \leq 1$, to yield after application of Leibniz rule and utilization of eq.(2.e):

$$(1-s) \theta_{av} + (1-\theta_{av}) S = Q - \nu S \quad (5)$$

Eq.(5) above provides a coupling between the average wall temperature and the interface position. An approximate relation of $\theta_{av}(\tau)$ in terms of $S(\tau)$ is now obtained, in order to eliminate the average temperature from eq.(5). For this purpose, the following two coupled integral equations are written:

$$\theta_{av}(\tau) = \frac{1}{1-S(\tau)} \int_s^1 \theta(X, \tau) dX \quad (6.a)$$

$$\theta(1, \tau) - \theta(S, \tau) = \int_s^1 \frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial X} dX \quad (6.b)$$

which are exact relations for $\theta_{av}(\tau)$ and the integral of the dimensionless flux.

Hermite approximations for the integrals in eqs.(6) above can be readily provided, based solely on values of the integrands and their derivatives evaluated at the boundaries $X = S(\tau)$ and 1. One of the best known of such approximations is the classical trapezoidal rule, also called the $H_{0,0}$ Hermite rule, which results in:

$$\theta_{av}(\tau) \cong \frac{1}{2} [\theta(1, \tau) + \theta(S, \tau)] = \frac{1}{2} [1 + \theta(1, \tau)]$$

$$\theta(1, \tau) - 1 \cong \frac{(1-S)}{2} \left[\frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=1} + \frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=S} \right] = \frac{(1-S)}{2} [-Q + \nu S] \quad (7.a, b)$$

Eliminating the temperature $\theta(1, \tau)$ in the expressions above, one finds

$$S(\tau) = \frac{1}{\nu} \left[\frac{4}{1-S} [\theta_{av} - 1] + Q(\tau) \right] \quad (8.a)$$

$$\theta_{av}(\tau) = \frac{1}{1-S} \left[Q - \frac{\nu(1-\theta_{av})}{\nu} \left[\frac{4}{1-S} [\theta_{av} - 1] + Q \right] \right] \quad (8.b)$$

Eqs.(8) are two ordinary differential equations to be solved simultaneously through well-known numerical subroutines starting from the initial conditions

$$\theta_{av}(\tau_m) = \theta_{av, m}; \quad S(\tau_m) = 0 \quad (8.c, d)$$

Higher order solutions are also obtainable considering higher order rules for the integrals in eq (6), but a price must be paid in additional analytic/computational involvement. For instances, the integral in eq. (6.a) may be approximated by the corrected trapezoidal rule, also known as the $H_{1,1}$ Hermite rule, and keeping the $H_{0,0}$ approximation for the integral in eq. (6.b). The relative merits of this apparently improved approximation will be discussed in what comes.

Following DeJarnette and co-workers [3,4], the calculation of heating rates at the stagnation point region is performed through the formula of Cohen, due to the good agreement obtained with experimental results and more detailed methods. The equation of Cohen is written as

$$q_v^* = .767 Pr_v^{-0.6} (h_s - h_v) \left[\rho \mu \right]_e^{.43} \left[\rho \mu \right]_e^{.07} \left(\frac{DU}{DS} \right)_e^{.5} \quad (9)$$

where Pr_v is the Prandtl Number, h_s is the enthalpy at the stagnation temperature, h_v is the enthalpy at the wall temperature, μ is the viscosity, ρ is density and DU/DS is the velocity gradient.

In previous studies, the stagnation point velocity gradient was calculated from modified Newtonian pressures, but was later modified [6] to include both low and high speeds, in the form:

$$\left(\frac{DU}{DS} \right)_e = \frac{U_\infty}{R_N} \begin{cases} \left[1.85 \frac{\rho_\infty}{\rho_s} \right]^{1/2} & \text{for } M_\infty > 1 \\ 1.5(1 - 0.252 M_\infty^2 - 0.026 M_\infty^4) & \text{for } M_\infty < 1 \end{cases} \quad (10)$$

The expression above merges with the modified Newtonian law for higher speeds and for incompressible flow it gives the velocity gradient at the stagnation point on a sphere.

The conjugated convective/radiative heat flux is then evaluated from [2,4]:

$$q_v = q_v^* - \epsilon \sigma T_v^4 \quad (11)$$

Two different gas models were adopted, according to the suggestions in [4], a perfect gas with $\gamma=1.4$ and the equilibrium air model of Zoby and Moss, which is both quick and reliable.

RESULTS AND DISCUSSION

A computer program in FORTRAN was constructed for the solution of this conjugated conduction-convection-radiation problem, and implemented on a 386/33MHz microcomputer. An iterative procedure is required at each time step of the vehicle trajectory, since the determination of the external wall temperature and the wall heat flux are coupled during the pre-ablation period, while the material thickness and the wall heat flux are coupled during ablation. The system of nonlinear ordinary differential equations for $\theta_{av}(\tau)$ and $S(\tau)$ within the ablative period is accurately handled through subroutine DIVPAG in the IMSL library. A typical run for a complete reentry trajectory takes about one minute of CPU time, for a prescribed relative error of 10^{-5} in the converged results.

The first step taken was the validation

of the approximate solution proposed for the ablation period. Therefore, the examples dealt with in references [6,7] were reconsidered, for known prescribed time-varying dimensionless heat flux. Figure 1 shows results for the case $Q(\tau)=10\tau$ and $\nu=1$, which is a quite severe case of a rapidly moving boundary (large Stefan number). The evolution of the interface position is shown as computed from the exact solution [7], the plain lumped system analysis, the $H_{0,0}$ approximation for both integral equations, and the $H_{1,1}/H_{0,0}$ combination as an attempt to find a higher order solution. Clearly, the lumped system analysis provides a conservative but quite poor approximation of the solution, and despite its popularity in engineering codes of current use [2,4] in rejection-type thermal protection, should be avoided for the present ablative protection. The $H_{0,0}/H_{0,0}$ approximation provides quite reasonable results, while the $H_{1,1}/H_{0,0}$ alternative does not seem to properly correct the final results, since the higher order formula of integration was applied only to one of the integral equations, yielding a non-uniform correction. Therefore, a full higher order correction should be employed, such as in the $H_{1,1}/H_{1,1}$ approximation, but a price has to be paid in analytic and computational involvement. For our present purposes, the accuracy provided by the $H_{0,0}/H_{0,0}$ approximation suffices, and represents one step ahead with respect to the lumped solution, for the construction of an engineering code.

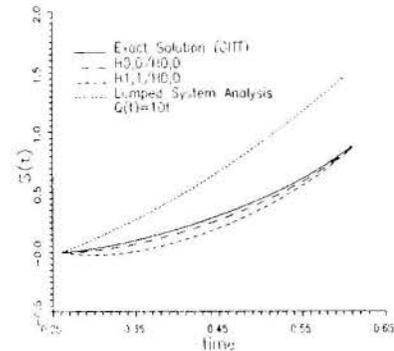


Fig.1 - Comparison of analytical models for one-dimensional conduction with ablation.

The next step was the application of this computational tool in the simulation of the aerodynamic heating and thermal protection behavior for a typical reentry flight situation. Figure 2 shows the trajectory-velocity map for a sphere-cylinder configuration in ballistic flight

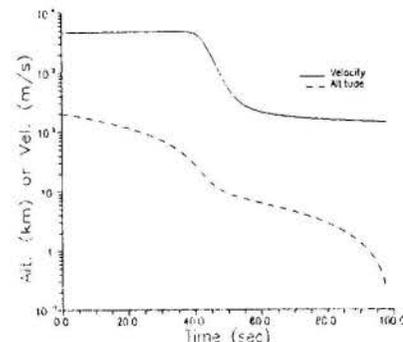


Fig.2 - Velocity-Altitude map for typical reentry flight

with 5° angle of attack.

The relevant data for the application here considered are as follows:

$L = 0.0026\text{m}$; $k = 0.22\text{W/mK}$; $R = 1922\text{Kg/m}^3$;
 $C_p = 1256\text{J/KgK}$; $H = 2326\text{KJ/Kg}$; $T_m = 833\text{K}$;
 $\epsilon = 0.5$; $T_o = 416\text{K}$; $r_n = 0.151\text{m}$

providing a Stefan number around 0.225, which favors the approximate solution for the ablation period with respect to that presented in figure 1 above for the more severe situation of $\nu = 1$.

Figure 3 shows the convective heat flux at the stagnation point, due to aerodynamic heating, along the vehicle trajectory, for both the perfect gas and equilibrium air models. For the present application, except in the neighborhood of the maximum heat flux, the two gas models yield essentially the same results. It should be noted that the equilibrium air correlations were utilized outside the recommended ranges, in some extreme points, for the sake of simplicity, which did not significantly affect the final results. Clearly, the highest heating rates are achieved for a certain combination of high speeds and densities at those instants where the vehicle is most markedly slowed down, around $t=40$ sec. The influence of the geometry change due to the boundary recession was also analyzed, by modifying the radius of curvature at the stagnation point along the trajectory, after ablation starts, which produced a negligible effect on the wall heat fluxes computed in the present case.

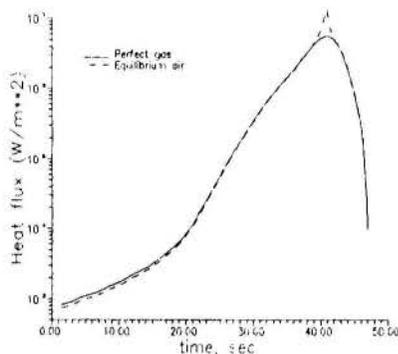


Fig.3 - Effect of gas model on aerodynamic heating rates

Figure 4 presents the external wall temperature evolution, for a perfect gas model, and with different values of the emissivity, ϵ . Ablation is observed to start around $t=21$ seconds, and radiative heat exchange does not play an important role in this process, due to the relatively low values of wall temperature allowed by the material chosen for thermal protection. Therefore, varying the surface emissivity

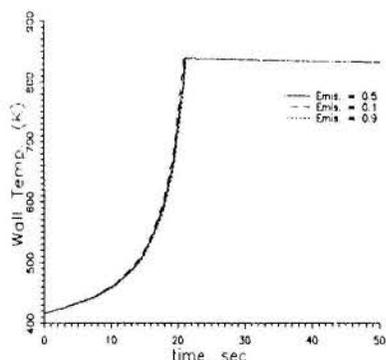


Fig.4 - Influence of surface emissivity on external wall temperature.

from $\epsilon=0.1$ to 0.9 brings small deviations in the wall temperature curves.

Figure 5 illustrates the effect of varying the initial ablator thickness on the thermal protection performance, for the values $L=0.026$ and 0.013 m. In both cases, ablation starts around $t=20$ s, but the recession rates are only significant in the region of maximum heating rates, for $t=40$ s. It can be seen that the situation with $L=0.013$ provides essentially the same thermal protection as the case with $L=0.026$, at a substantial savings on material thickness, which demonstrates the importance of an accurate simulation of the flight aerothermodynamics for a proper thermal design and payload optimization. This research should now proceed towards the analysis of a complete configuration, starting from the stagnation point results here presented.

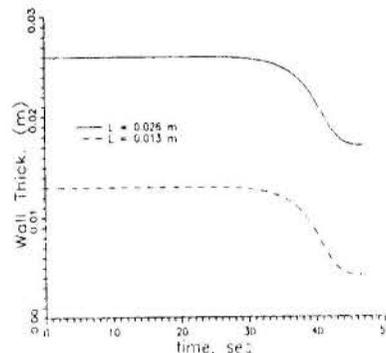


Fig.5 - Evolution of ablator surface for different initial thickness of material.

REFERENCES

1. Anderson Jr., J.D., - "Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics", McGraw Hill, New York, 1989.
2. Kubota, H. et al., "Spaceplane Aerodynamic Heating and Thermal Protection Design Method", Proc. of the 17th Int. Symp. Space Tech. & Science, pp. 915-920, Tokyo, 1990.
3. DeJarnette, F.R. et al., "A Review of Some Approximate Methods Used in Aerodynamic Heating Analyses", J. Thermophysics & Heat Transfer, V.1, no.1, pp.5-12, 1987.
4. DeJarnette, F.R., Kania, L.A., and Chitty, A., "Aerodynamic Heating and Surface Temperatures on Vehicles for Computer-Aided Design Studies", AIAA Paper H83-0411, 1983.
5. Zien, T.F., "Integral Solution of Ablation Problems with Time-Dependent Heat Flux", AIAA Journal, pp.1287-1294, December 1978.
6. Blackwell, B.F., "Numerical Prediction of One-Dimensional Ablation Using a Finite Central Volume Procedure with Exponential Differencing", Num. Heat Transfer, V. 14, pp. 17-34, 1988.
7. Diniz, A.J., Aparecido, J.B., and Cotta, R.M., "Heat Conduction with Ablation in a Finite Slab", Int. J. Heat & Technology, V.8, pp. 30-43, 1990.
8. Ruperti Jr., N.J. and Cotta, R.M., "Heat Conduction with Ablation in Multilayered Media", XI COBEM, São Paulo, 1991.

APPLICATION OF TVD SCHEMES TO TWO DIMENSIONAL REACTIVE FLOWS WITH SHOCK WAVES AND CHEMICAL NON-EQUILIBRIUM

MARCO A. M. CARVALHO
 Instituto Tecnológico de Aeronáutica
 Centro Técnico Aeroespacial
 12225 - São José dos Campos - SP

JOÃO LUIZ F. AZEVEDO
 Instituto de Aeronáutica e Espaço
 Centro Técnico Aeroespacial
 12225 - São José dos Campos - SP

SUMMARY

Recent studies in supersonic combustion have been motivated by projects such as NASP, in the US, or Saenger, in Europe. These have shown the need for sufficiently stable and accurate numerical methods that would be able to perform simulations of high energy flows in which very large property gradients occur and are, consequently, accompanied by sharp changes in the thermodynamical and chemical properties of the working fluid. An approach to the problem solution will be presented which has shown success in dealing with the pre-design and design calculations involved in the development of propulsive systems test installations. Results will be presented which indicated that a family of TVD schemes can appropriately handle flow simulations with strong coupling between convective and chemical non-equilibrium phenomena.

INTRODUCTION

In aerospace applications, the treatment of aerothermodynamic phenomena leads to very high property gradient flows. On the other hand, high gradients are quite often perceived as discontinuities by the numerical method that should solve the problem. In order to be able to handle such problems, numerical methods with extremely well controlled accuracy and stability characteristics are necessary. For instance, Ortega et al. (1991) compare the performance of several numerical methods, and the total variation diminishing (TVD) schemes proposed by Harten (1983) seem to have the desired properties for the problems we are concerned with here.

The objective of the present work is to perform a thorough study of the characteristics of TVD schemes in order to develop a formulation capable of analyzing the supersonic combustion problem caused by an oblique shock induced detonation. The solution of this type of problem, and the validation of the code so developed using data available in the literature, will bring about the capability of simulating reactive flowfields in conditions away from chemical equilibrium or a "frozen" state. Moreover, the present formulation can also be applied to high enthalpy flow problems in which the working fluid can exhibit several real gas effects such as vibrational relaxation and chemical dissociation. These phenomena are typical of reentry flow conditions and can even be observed in the flowfield about high altitude sounding rockets.

THEORETICAL FORMULATION OF THE PROBLEM

The appropriate formulation to describe the flow phenomena we are concerned with in the present case is formed by the inviscid equations of gasdynamics. The Euler equations can be written for two dimensional Cartesian coordinates in strong conservation law form as

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = W \quad (1)$$

Here, the fluid has been considered as a mixture composed of N species of perfect gases. The vector of conserved quantities, Q , the flux vectors, E and F , and the chemical species source term, W , are given by

$$Q = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_N \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \rho_1 u \\ \rho_2 u \\ \vdots \\ \rho_N u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho_1 v \\ \rho_2 v \\ \vdots \\ \rho_N v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \end{pmatrix}, W = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

We observe that Eq. (1) is somewhat different from what is usually seen in Computational Fluid Dynamics applications. It has one equation of mass conservation for each of the chemical species which

compose the working fluid, and it has a source term, W , which accounts for the temporal variation of the density of each species due to chemical reactions. Moreover, the nomenclature used here is the standard one, such that ρ is the density of the mixture, ρ_i is the partial density of the i -th species, u and v are cartesian velocity components, p is the pressure, and e is the total energy per unit of volume of the mixture.

It is clear that the system of equations represented by Eq. (1) is not closed. It needs constitutive relations in order to have as many equations as unknowns. Here, these constitutive relations come from thermodynamics in the form of definitions or relations applied to a mixture of perfect gases. Hence, the static pressure can be obtained from the equation of state, which in the present case may be written as

$$p = \rho T \sum_{i=1}^N C_i R_i \quad (3)$$

Here, T is the static temperature, C_i is the concentration of the i -th species, given by

$$C_i = \frac{\rho_i}{\rho} \quad (4)$$

and R_i is the gas constant for the i -th species

$$R_i = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}_i} \quad (5)$$

\mathcal{R} and \mathcal{M}_i are the universal gas constant and the molecular weight of the i -th species, respectively. We can define the speed of sound, a , as in Eberhardt and Brown (1987) by the following expression

$$a^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} + (H - v^2 - u^2) \frac{\partial p}{\partial e} \quad (6)$$

Here, H is the total specific enthalpy of the mixture, given by

$$H = \frac{(e+p)}{\rho} \quad (7)$$

The total energy of the mixture per unit volume can be written as

$$e = \rho \left[e_{\text{int}} + \frac{(u^2 + v^2)}{2} \right] \quad (8)$$

where the specific internal energy is defined as

$$e_{\text{int}} = \int_{T_0}^T C_v dT + e_{\text{int}0} \quad (9)$$

The computation of thermochemical properties, such as the specific internal energy e_{int} , specific enthalpy of each species h_i , and the specific heats at constant pressure C_p and at constant volume C_v , uses polynomial regressions as described by Gordon and McBride (1971).

The source terms that appear in the continuity equations are obtained by the law of mass action which describes the rate of variation of the density of each chemical species as a function of the same flow parameters which define the conserved variables. Hence, we can write

$$w_i = \frac{d\rho_i}{dt} = \mathcal{M}_i \frac{dA_i}{dt} \quad (10)$$

where A_i represents the molar concentration of the i -th species. If we consider that our chemical model consists of M elementary chemical reaction equations involving the N distinct chemical species, there are M equations of the form

$$\sum_{i=1}^N \nu'_{ij} A_i = \sum_{i=1}^N \nu''_{ij} A_i \quad (11)$$

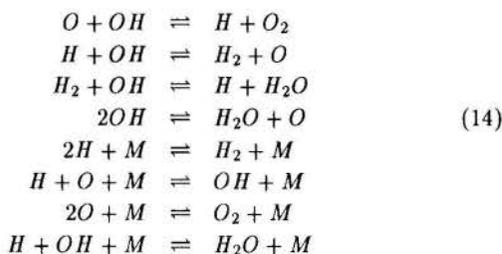
Here, the ν_{ij} are the stoichiometric coefficients of the i -th species in the j -th equation. The prime and double-prime superscripts indicate reagents and products, respectively. The procedure used here to express the law of mass action as a function of the conserved variables is very similar to the one presented by Zucrow (1987). We can write that

$$w_i = \mathcal{M}_i \sum_{j=1}^M \Delta \nu_{ij} \left[K_{fj} \prod \left(\frac{\rho C_i}{\mathcal{M}_i} \right)^{\nu'_{ij}} - K_{bj} \prod \left(\frac{\rho C_i}{\mathcal{M}_i} \right)^{\nu''_{ij}} \right] \quad (12)$$

where $\Delta \nu_{ij} = \nu''_{ij} - \nu'_{ij}$. K_{fj} and K_{bj} are, respectively, the forward and backward reaction rate constants. These can be written by Arrhenius' law as

$$K = BT^\alpha \exp(-E_a/RT) \quad (13)$$

where T is the static temperature of the mixture. The parameters α , β and E_a/R are constants given by Cohen (1983) for the following system of reaction equations



The coefficients for the calculation of the chemical reaction rate constants were obtained from Mautone and Paglione (1990), with small changes in the values of α which, nevertheless, respect the uncertainty limits suggested by Cohen (1983). These modifications were used with the objective of making the global reaction faster. The values of K_b are obtained from the thermochemical properties of the flow, the values of K_f and values of the equilibrium constant of the particular reaction, as described by Zucrow (1987).

NUMERICAL IMPLEMENTATION

It is instructive to observe that Eq. (1) can be seen as representing two coupled but distinct problems, which are the convective problem described by the homogeneous system of partial differential equations

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

and the reaction problem given by the system of ordinary differential equations

$$\frac{d\rho_i}{dt} = w_i \quad (16)$$

The first problem is amenable to solution using TVD schemes. The second problem, which simply represents the variation of the density of the i -th species with time due to the chemical reactions alone, can be solved by methods available for the integration of ODE's. In order to maintain the coupling between the two numerical problems, we propose a solution algorithm which can be written as

$$Q^{n+2} = \mathcal{L}_x \mathcal{L}_y \mathcal{L}_{quim}^2 \mathcal{L}_y \mathcal{L}_x Q^n \quad (17)$$

This representation emphasizes some important characteristics of the global integrator. One dimensional integrators are used in the x and

y directions, and these are applied in an alternating direction fashion. According to Yee and Warming (1985), this approach allows for greater simplicity in the implementation of the method. Since 1-D TVD schemes are thoroughly studied and solutions to the Riemann problem associated with each interface flux computation are well known, the method has all the necessary ingredients to be very robust, provided that an explicit scheme is used and the time step remains low enough. We further observe that each operator is applied twice and, hence, two time steps are advanced each time the complete operator is applied. Next, each of the integrators used in Eq. (17) is described in detail.

TVD Operator Applied to the Convective Problem. The TVD scheme used in all examples of this work is essentially the same described in Harten (1983) and Cambier et al. (1989). The 1-D operator in x direction can be obtained by the following procedure. Consider the 1-D Euler equations, which can be written in conservation law form as

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} = 0. \quad (18)$$

If one defines the flux Jacobian matrix as

$$A = \frac{\partial E}{\partial Q} \quad (19)$$

the equation can be rewritten as

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + A \frac{\partial Q}{\partial x} = 0. \quad (20)$$

Here, although a frozen flux Jacobian linearization has been used, it can be shown that this linearization is actually not necessary, but the derivation process would be lengthier. Hence, we use the above form since the results will be the same for our purposes here. The equations can be rewritten in wave space, i.e., rewritten in terms of characteristic variables, if we pre-multiply Eq. (20) by the left eigenvector matrix of A , T^{-1} , and introduce the appropriate identity matrix TT^{-1} , where T is the right eigenvector matrix of A . If we observe that

$$T^{-1}AT = \Lambda \quad (21)$$

where

$$\Lambda_{kn} = \lambda^k \delta_{kn} \quad (22)$$

$$T_{nm} T_{mk}^{-1} = \delta_{nk} \quad (23)$$

it is clear that the equation can be decoupled in the characteristic variables $T^{-1}Q$. Here, λ^k is the k -th eigenvalue of A , and δ_{ij} is the Kronecker delta.

The numerical flux vector for each of the characteristic variables can be written as

$$\bar{f}(\phi_i^k, \phi_i^{k+1}) = \frac{1}{2} \left[f(\phi_i^k) + f(\phi_i^{k+1}) - \mu \psi(\varphi_{i+1/2}) \Delta_{i+1/2} \phi^k \right] \quad (24)$$

where $\mu = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ and $\varphi_{i+1/2}^k = \mu \lambda_{i+1/2}^k$. One can see two different terms in the operator: the spatially averaged physical properties and the artificial viscosity term. The artificial viscosity terms are controlled by the $\psi(\xi)$ function which is defined as

$$\psi(\xi) = \begin{cases} \frac{(\xi^2 + \epsilon^2)}{2\epsilon} & \text{se } \xi < \epsilon \\ |\xi| & \text{se } \xi \geq \epsilon \end{cases} \quad (25)$$

The ϵ parameter is typically taken as a constant of value 0.1. Harten (1983) defines the artificial compression or anti-diffusion flux as

$$g_{i+1/2}^k = s_{i+1/2}^k \max \left[0, \min \left(|\bar{g}_{i+1/2}^k|, g_{i-1/2}^k s_{i+1/2}^k \right) \right] \quad (26)$$

$$\bar{g}_{i+1/2}^k = 1/2 \left[\psi(\varphi_{i+1/2}^k) - (\varphi_{i+1/2}^k)^2 \right] \alpha_{i+1/2}^k \quad (27)$$

$$\alpha_{i+1/2}^k = \Delta_{i+1/2} \phi^k = \phi_{i+1}^k - \phi_i^k \quad (28)$$

$$s_{i+1}^k = \text{sign}(g_{i+1}^k) \quad (29)$$

The time march of the physical properties is made by an explicit first order integrator as

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\bar{E}_{i+1/2} - \bar{E}_{i-1/2}) \quad (30)$$

where

$$\begin{aligned} \bar{E}_{i+1/2} &= \frac{1}{2} \left[E_i + E_{i+1} + T_{i+1/2} \otimes (g_i + g_{i+1}) \right. \\ &\quad \left. - \psi(\varphi_{i+1/2} + \gamma_{i+1/2}) \alpha_{i+1/2} \right] \end{aligned} \quad (31)$$

$$\gamma_{i+1/2} = \begin{cases} \frac{(g_{i+1} - g_i)}{\alpha_{i+1/2}} & \text{se } \alpha_{i+1/2} \neq 0 \\ 0 & \text{se } \alpha_{i+1/2} = 0 \end{cases} \quad (32)$$

The notation \otimes means matricial multiplication.

In Harten (1983), one can find a new form of the numerical flux limiter designed especially to deal with contact discontinuities, that is, with linearly degenerated fields. This can be written as

$$\bar{g}_i = g_i + \theta_i g'_i \quad (33)$$

$$\theta_i = \frac{|\alpha_{i+1/2} - \alpha_{i-1/2}|}{|\alpha_{i+1/2} + \alpha_{i-1/2}|} \quad (34)$$

with

$$g'_{i+1/2} = s_{i+1/2}^k \max \left[0, \min \left(s_{i+1/2} \sigma_{i-1/2} \alpha_{i-1/2}, \sigma_{i+1/2} \alpha_{i+1/2} \right) \right] \quad (35)$$

where

$$0 \leq \sigma(\varphi) \leq 1 - |\varphi| - 1/2 \left[\psi(\varphi) - \varphi^2 \right] \quad (36)$$

The operator in y direction can be obtained in similar fashion, and it can be written as

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\bar{F}_{i+1/2} - \bar{F}_{i-1/2}) \quad (37)$$

Adams-Bashforth Integrator Applied to the Chemical Problem. Several methods are available to solve the ordinary, possibly stiff differential equations of the chemical kinetics. In order to achieve the best compromise between stability and accuracy, an explicit, multi-value, multi-step, self adaptive step Adams-Bashforth method is used as described in Gear (1971). The basic equations of this scheme are now reproduced.

$$y_n = y_{n-1} + h \sum_{i=1}^k \beta_{ki} f_{n-i} \quad (38)$$

$$\beta_{ki} = (-1)^{i-1} \sum_{j=i-1}^{k-1} \gamma_j \binom{k-i}{j} \quad (39)$$

with
$$\binom{s}{q} = \frac{s(s-1)\dots(s-q+1)}{q!} \quad \binom{s}{0} = 1 \quad (40)$$

where $f = f(y, t) = y'$. The coefficients β_{ki} and γ_j can be obtained by a FORTRAN subroutine as explained in Gear (1971), and h is the time step.

Boundary Conditions. The subject of enforcing numerical boundary conditions has received special attention in the present work. It was based mostly in the one-dimensional characteristic relations of the inviscid gasdynamic equations. A detailed description of the cases in which the characteristic relations or first order extrapolation have to be used can be found in Carvalho (1992).

RESULTS

The numerical solutions to be presented here consider 1-D and 2-D transonic and supersonic flows with or without chemical reactions. Some numerical experiments are carried out with the chemical integrator applied to a very simple problem, i.e., to calculate the induction delay time for some reactive mixtures submitted to hyperdetonative conditions of pressure and temperature.

1-D Results. In the present case, a non-reactive shock tube is simulated. The Riemann problem is defined by a initial condition described as a pressure step function along the spatial coordinate. The transient flow development in the shock tube was integrated in time up to 1.0 s of real time after the burst of the diaphragm for several values of the ratio p_1/p_4 , where p_1 and p_4 are the two levels of the pressure step profile along the spatial coordinate. The scheme implemented in the present work can withstand initial pressure ratios even up to $p_1/p_4 = 100$. The CFL number for all numerical experiments performed here was 0.95, which can be considered a very good performance for an explicit scheme. Fig. 1 presents the comparison of the pressure distribution along the shock tube at time $t = 1.0$ s between the present computation and the analytical solution for a $p_1/p_4 = 50$ case. The figure shows the good agreement between the analytical and numerical solutions even in cases in which numerical instabilities are observed in other methods. It is clear that sharp discontinuities can be very well captured by the present TVD scheme.

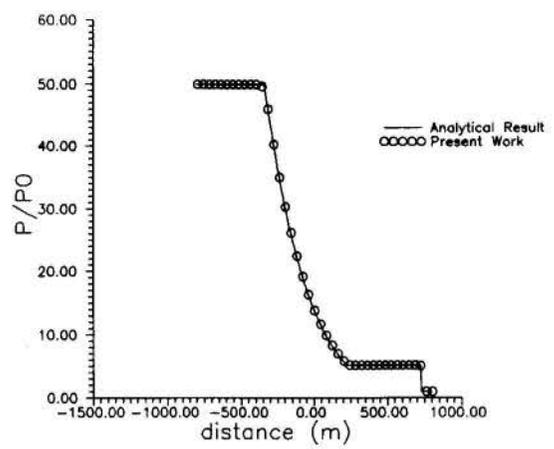


Figure 1: Pressure distribution along the shock tube for initial pressure ratio $p_1/p_4 = 50$ (1.0 s after diaphragm burst).

2-D Results. In order to verify the behavior of the TVD scheme to 2-D applications, the planar two-dimensional oblique shock flow was studied. The supersonic flow is deflected by a ramp at an angle $\delta = 10.94^\circ$. The freestream conditions are: Mach No. = 2.9, static pressure $p = 0.714$ atm, static temperature $T = 400$ K, and the gas was considered as an ideal gas, i.e., $\gamma = 1.4$. The numerical results of the present work are compared with their correspondent ones in Yee and Warming (1985). The pressure after the shock wave is analytically estimated as 1.52819 atm and the average of the numerical results near the shock wave is 1.51. The shock angle, i.e., the angle between the wall and the discontinuity surface, obtained with the scheme of the present work is 29° . This result agrees exactly with the analytical solution.

Adams-Bashforth Integrator Validation. The performance of the numerical method employed to integrate the chemical kinetics problem was successfully tested on a induction delay time calculation. The physical problem studied in this case can be found in Oran et al. (1982). A reactive mixture of $H_2 : O_2 : Ar$ in molar proportions of 2 : 1 : 7 is considered and it is set in a superdetonative condition, i.e., static pressure $p = 1.3$ atm and static temperature $T = 1036$ K. The IDT obtained in the present calculations is $110 \mu s$ which compared with the $109 \mu s$ observed experimentally. This led us to consider the present method as a good worktool for non-equilibrium chemical calculations.

2-D Reactive Flow Results. The results shown in Figs. 2, 3, 4 and 5 consider the shock induced combustion of a 0.6 stoichiometric hydrogen-air mixture. The ramp angle was set to 31 deg. The molar concentrations were set as 0.201:0.168:0.631 for $H_2 : O_2 : N_2$, respectively. The set of reaction equations was taken from Lee and Deiwert (1989). These consider 8 reactions involving the species H_2, O_2, H, OH and H_2O , whereas N_2 was kept chemically inert. The conditions at the entrance are $M_\infty = 3.8, T_\infty = 840$ K and $P_\infty = 0.06$ atm. The grid used in this investigation has 11×11 points in the streamwise and wall normal directions, respectively. The simulation was performed until steady state was reached at approximately $500 \mu s$

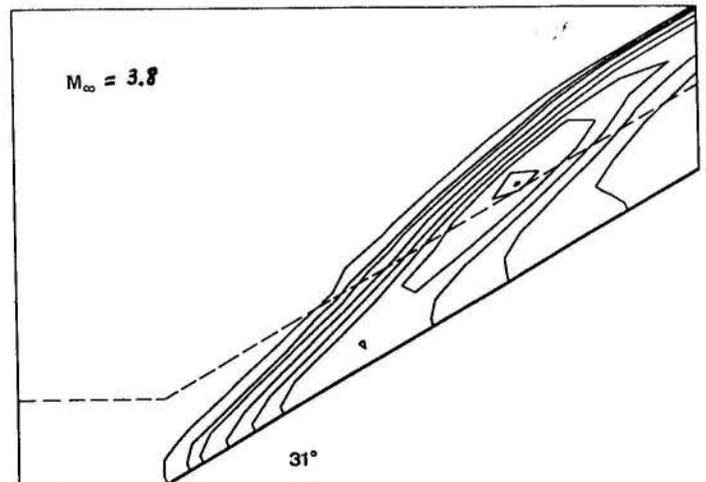


Figure 2: Pressure contours for the detonation induced by oblique shock wave.

(physical time) after an impulsive start. Pressure contours at steady state are shown in Fig. 2. The pressure, the temperature and concentration distribution, along the cut indicated in Fig. 2, are shown in Fig. 3, Fig. 4 and Fig. 5 respectively, as a function of the streamwise coordinate. The present computational results are compared with those presented by Cambier et al. (1989), and it is clear from these figures that the agreement is quite good.

CONCLUDING REMARKS

The present numerical experiments have demonstrated that the Total Variation Diminishing (TVD) methods are a good choice of numerical scheme to study physical problems in which strong gradients in the flow properties can be found. Moreover, these schemes have very good numerical characteristics for both 1-D and 2-D problems. The reactive flow simulations here performed also show evidence that the use of the TVD operators to integrate the convective

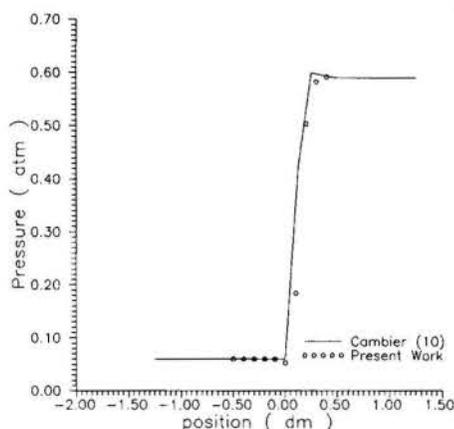


Figure 3: Pressure distribution along the streamwise coordinate defined by the cut in Fig. 2.

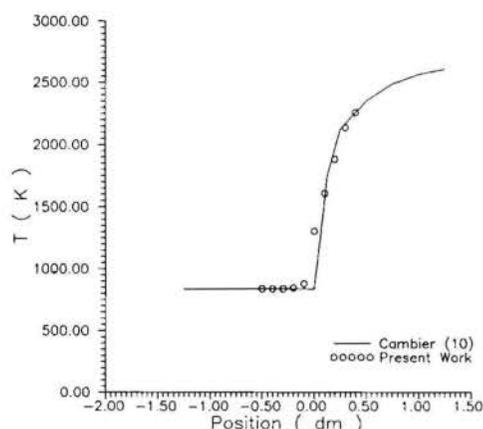


Figure 4: Temperature distribution along the streamwise coordinate defined by the cut in Fig. 2.

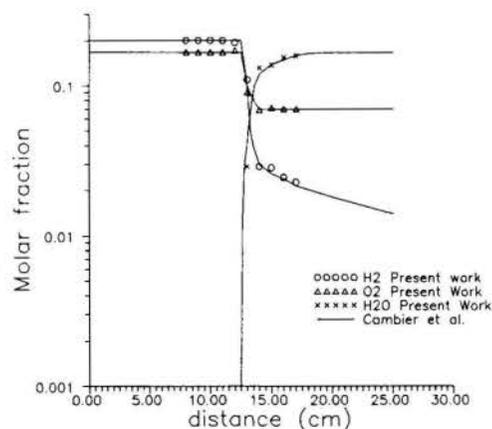


Figure 5: Concentration distribution along the streamwise coordinate defined by the cut in Fig. 2.

problem is compatible with other types of integrators used for the non-equilibrium chemical reaction equations. The process of sequentially applying the various operators in a time split fashion has also been perceived as extremely versatile, although limited to explicit schemes. The computational cost of reactive flow solutions by the present scheme is still somewhat expensive for the computational equipment available to the present authors. This justifies the rather coarse meshes used for the 2-D flow simulations with chemical non-equilibrium. The development of some form of implicit method, capable of handling chemical kinetics problems, would be extremely useful in order to achieve a faster algorithm to integrate the coupled problem. Furthermore, the extension of the present algorithm in order to include the effect of viscous terms, and also in order to be able to handle axisymmetric configurations, seems to be the next logical step to be taken in the continuation of the present effort.

REFERENCES

- Azevedo, J.L.F., "Euler Solution of Transonic Nozzle Flows," *Proceedings of the 3rd National Meeting of the Thermal Sciences - III ENCIT*, Vol. I, Itapema, SC, Brazil, Dec. 1990, pp. 243-248.
- Cambier, J., Adelman H.G. and Menees, G.P., "Numerical Simulation of Oblique Detonations in Supersonic Combustion Chambers," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 5, No. 4, Aug. 1989, pp. 482-491.
- Carvalho, M. A. M., "Simulation of Aerodynamic Reactive Flows in Chemical Non-Equilibrium With Shock Waves," Master Thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Mar. 1992 (in Portuguese, original title is "Simulação de Escoamentos Aerodinâmicos Reativos em Desequilíbrio Químico com Ondas de Choque").
- Cohen, N., and Westberg, K. R., "Chemical Kinetic Data Sheets for High-Temperature Chemical Reactions," *J. Phys. Chem. Ref. Data*, Vol. 12, No. 3, 1983, pp. 531-573.
- Eberhardt, S., and Brown, K., "Shock-Capturing Technique for Hypersonic, Chemically Relaxing Flows," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 24, No. 6, Nov.-Dec. 1987, pp. 481-488.
- Gear, C. W., *Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1971.
- Gordon S., and McBride, B. J., "Program for Calculations of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks and Chapman-Jouguet Detonations," NASA SP-273, 1971.
- Harten, A., "High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws," *Journal of Computational Physics*, Vol. 49, 1983, pp. 357-393.
- Lee, S.H., and Deiwert, G.S., "Calculation of Nonequilibrium Hydrogen-Air Reactions with Implicit Flux Vector Splitting Method," AIAA Paper No. 89-1700, AIAA 24th Thermophysics Conference, Buffalo, NY, June 1989.
- Mautone, J.E., and Paglione, P., "Study of Reactive Flow in Chemical Non-Equilibrium Through Convergent-Divergent Nozzles," *Proceedings of the 3rd National Meeting of the Thermal Sciences - III ENCIT*, Vol. I, Itapema, SC, Brazil, Dec. 1990, pp. 771-775 (in Portuguese, original title is "Estudo de Escoamento Reativo em Desequilíbrio Químico através de Bocais Convergente-Divergente").
- Oran, E., Young, T.R., and Boris J.P., "Weak and Strong Ignition. I. Numerical Simulations of Shock Tube Experiments," *Combustion and Flame*, Vol. 48, 1982, pp. 135-148.
- Ortega, M.A., Carvalho, M.A.M., and Azevedo, J.L.F., "Comparison of Some Numerical Schemes for the Computation of Inviscid Flows with Strong Discontinuities," 14th National Congress of Applied and Computational Mathematics - XIV CNMAC, Nova Friburgo, RJ, Brazil, Sept. 1991 (to appear in the *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*).
- Yee, H.C., Warming, R.F., and Harten, A., "Implicit Total Variation Diminishing (TVD) Schemes for Steady-State Calculations," *Journal of Computational Physics*, Vol. 57, 1985, pp. 327-361.
- Zucrow, M. J., and Hoffman, J.D., *Gas Dynamics*, Vol. II, John Wiley, New York, 1987.

SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS INVÍSCIDOS EM
TUBEIRAS COM VELOCIDADE SUPERSÔNICA NA SAÍDA

C.H. MARCHI, A.F.C. SILVA e C.R. MALISKA

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica
Caixa postal 476, CEP 88040-900, Florianópolis, SC

RESUMO

Propõe-se um procedimento para aplicar condições de contorno na entrada de tubeiras convergente-divergente que considera o caráter elíptico do escoamento nesta região. Com isso, o coeficiente de descarga da tubeira é um resultado do problema. A metodologia numérica empregada é baseada no método dos volumes finitos. Resolve-se o escoamento para três configurações de tubeiras cônicas, com e sem raios de arredondamento. Resultados numéricos do coeficiente de descarga, da distribuição de pressão e do número de Mach são comparados com dados experimentais.

INTRODUÇÃO

Uma das etapas importantes no projeto de propulsores é a determinação das características do escoamento no interior das tubeiras usadas nestes propulsores. Estes escoamentos são de grande complexidade devido a fatores como a forma geométrica da tubeira, tipo de combustão realizada, características físicas do escoamento, entre outros.

Do ponto de vista físico, o escoamento em uma tubeira apresenta comportamento bastante distinto, apresentando regiões subsônicas, com número de Mach praticamente zero, na entrada da tubeira, regiões transônicas, perto da garganta, e regiões supersônicas na saída da tubeira. Do ponto de vista numérico este comportamento traz dificuldades para a solução do problema, uma vez que as equações diferenciais possuem características matemáticas também distintas, com comportamento predominantemente elíptico na entrada e hiperbólico na saída. Tais escoamentos requerem métodos mais robustos de ataque.

Trabalhos recentes, desenvolvidos por Van Doormaal et al. (1986), Silva & Maliska (1988) e Karki & Patankar (1989), implementaram uma técnica numérica, denominada por Silva & Maliska de CSDV, baseada no método dos volumes finitos, que é capaz de resolver escoamentos em qualquer regime de velocidade, graças a uma linearização especial na equação da conservação da massa.

Avanços mais recentes, apresentados nos trabalhos de Peric et al. (1988) e Marchi et al. (1989), desenvolveram a técnica PVF que utiliza o arranjo co-localizado de variáveis no âmbito dos volumes finitos.

As técnicas CSDV e PVF são usadas neste trabalho para resolver escoamentos, sem separação, em tubeiras convergente-divergente com velocidade supersônica na saída. É apresentado um procedimento para aplicar as condições de contorno na entrada da tubeira que considera o caráter elíptico do escoamento nesta região.

Três problemas são resolvidos com os resultados numéricos comparados com soluções de análises mais simplificadas e informações experimentais.

MODELO MATEMÁTICO E MÉTODO NUMÉRICO

O problema físico em consideração é modelado matematicamente pelas equações de Euler. Elas podem ser representadas genericamente, quando escritas num sistema de coordenadas naturais (ξ, η) , por

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho r U \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r V \phi) + \hat{p} \phi = 0 \quad (1)$$

onde J , t , ρ , r , U e V , e \hat{p} são o jacobiano da transformação do sistema de coordenadas cilíndrico (z, r) para o generalizado (ξ, η) , o tempo, a massa específica, o raio, as componentes contravariantes do vetor velocidade, e um termo fonte apropriado.

Quando ϕ for igual a l , u , v , ou T são recuperadas as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento nas direções z e r , e da energia.

Admite-se que o fluido se comporte como um gás perfeito. Desta forma, utiliza-se a equação de estado

$$p = \rho RT \quad (2)$$

para o fechamento do sistema de equações.

A metodologia numérica empregada neste trabalho foi estabelecida por Maliska et al. (1990). Ela é baseada no método dos volumes finitos (Patankar, 1980); utiliza um sistema de coordenadas que se ajusta aos contornos do domínio (Thompson et al., 1976) e um arranjo co-localizado de variáveis (Peric et al., 1988; Marchi et al., 1989); permite resolver escoamentos em qualquer regime de velocidade (van Doormaal et al., 1986; Silva & Maliska, 1988); e as Eq. (1) e (2) são resolvidas segregadamente. As equações da quantidade de movimento são usadas para obter as componentes cartesianas do vetor velocidade (u e v), a equação da energia para a temperatura (T), a equação de estado para ρ , e a equação de conservação da massa para a pressão (p). O método de acoplamento pressão-velocidade adotado é o SIMPLEC (van Doormaal e Raithby, 1984). As equações diferenciais após discretizadas resultam em sistemas lineares de equações com cinco diagonais não-nulas que são resolvidas pelo método MSI (Schneider e Zedan, 1981). São usados volumes de controle fictícios (Maliska, 1988) para aplicar as condições de contorno.

CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno empregadas estão representadas na Fig. 1. Na parede da tubeira (contorno N), considera-se a condição de escorregamento para a velocidade e a de isolamento térmico para a temperatura. Como o escoamento em estudo é considerado axisimétrico, admite-se as condições de isolamento térmico e fluxo de massa nulo na fronteira S (linha de simetria). Na saída da tubeira, contorno E, considera-se o escoamento localmente parabólico.

No contorno W, entrada da tubeira, a velocidade v é prescrita igual a zero. A temperatura e a massa

específica são também uniformes e prescritas em função da pressão total (p_t), da temperatura total (T_t), e da razão de áreas entre a entrada e a garganta da tubeira, admitindo-se escoamento isoentrópico unidimensional (1-D) até a garganta da tubeira onde prevalecem as condições sônicas. A velocidade u é também prescrita uniforme na entrada com valor inicialmente calculado pela solução unidimensional (John, 1984).

Nesta seção são descritos os resultados numéricos obtidos para três configurações de tuberias, e suas comparações com resultados experimentais. Na discretização do domínio de cálculo usou-se volumes de controle com Δz constante, e Δr constante para cada coordenada z da malha.

Problema 1. A geometria deste problema é mostrada na Fig. 3 de Back et al. (1965). Esta tubeira possui 185,0 mm de comprimento, raio da garganta de 20,32 mm com razões de contração e expansão de áreas de 9,76 e 6,63. Os semi-ângulos do convergente e do divergente são 45° e 15°, respectivamente. Esta tubeira possui raios de arredondamento nas regiões da entrada e da garganta.

Os valores de p_t , T_t , constante do gás (R) e razão de calores específicos (γ) usados foram $p_t = 1,725$ MPa, $T_t = 833,3$ K, $R = 286,7$ J/(kg-K) e $\gamma = 1,35$.

Na Fig. 2 apresenta-se a distribuição da pressão na parede e no centro da tubeira, obtidas numericamente com uma malha de 1440 (direção z) x 20 (direção r) volumes, a solução unidimensional (John, 1984), e resultados experimentais (Back et al., 1965) da pressão na parede da tubeira. Enquanto que na Fig. 3 mostra-se a solução numérica para a distribuição do número de Mach. Na Fig. 4 são mostradas linhas de Mach constante e na Fig. 5, isobáricas.

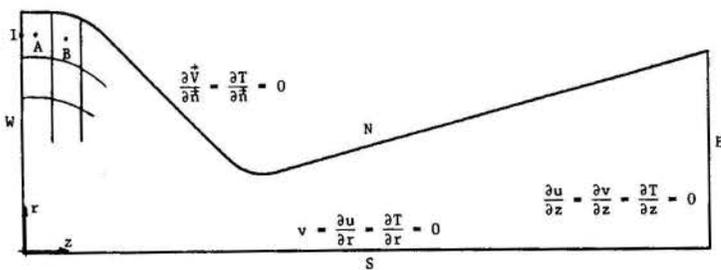


Figura 1. Condições de contorno.

Com este procedimento, o fluxo de massa que entra na tubeira é prescrito. Mas, como se sabe (Back et al., 1965), o fluxo de massa é um resultado do problema e não um dado. Consequentemente, o procedimento que se adota tem os seguintes passos: prescreve-se ρ , u e T , da solução 1-D; obtém-se a solução do problema; com o campo de pressão obtido, verifica-se o valor da pressão no ponto I (centro da face do primeiro volume de controle no canto NW, ver Fig. 1), p_I , calculado através da extrapolação linear da pressão dos volumes A e B; compara-se o valor de p_I com aquele da solução 1-D, p_1 ; se a razão entre $(p_I - p_1)$ e p_t , chamada ϵ_p , for inferior à tolerância admitida, T_{pl} , considera-se convergido o problema; em caso contrário, prescreve-se um novo valor para u no contorno W (mantendo-se ρ e T com os mesmos valores da solução 1-D), e repete-se o ciclo anterior.

A solução numérica é considerada convergida, para um determinado conjunto de condições de contorno em W, quando a razão entre a diferença máxima da pressão, no tempo, de um volume de controle e a diferença máxima do campo de pressão for inferior à tolerância T_{cp} , ou

$$T_{cp} < \frac{(P - P^*)_{\max}}{(P_{\max} - P_{\min})} \quad (3)$$

PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO

Os principais passos para se obter a solução numérica do problema são:

- 1-discretização do domínio;
- 2-aplicação das condições de contorno;
- 3-estimativa dos campos de ρ , u , v , p , T em t e $t+\Delta t$;
- 4-cálculo dos coeficientes, dos termos fontes \hat{p}^u e \hat{p}^v , e solução dos sistemas lineares de u e v com o método MSI, obtendo-se u^* e v^* ;
- 5-cálculo das velocidades U^* e V^* ;
- 6-cálculo dos coeficientes e do termo fonte da equação da conservação da massa (p') e obtenção da sua solução;
- 7-correção da massa específica (ρ^*) e velocidade (u^* , v^* , U^* e V^*) com p' ;
- 8-cálculo dos coeficientes para T , do termo fonte \hat{p}^T , e solução do sistema linear de T ;
- 9-voltar ao item 3 até que T_{cp} seja satisfeito;
- 10-cálculo de p_I e ϵ_p ; e
- 11-comparação de ϵ_p com a tolerância T_{pl} ; se T_{pl} for satisfeito, encerra-se o procedimento. Caso contrário, prescreve-se novo valor para u no contorno W e retorna-se ao item 2.

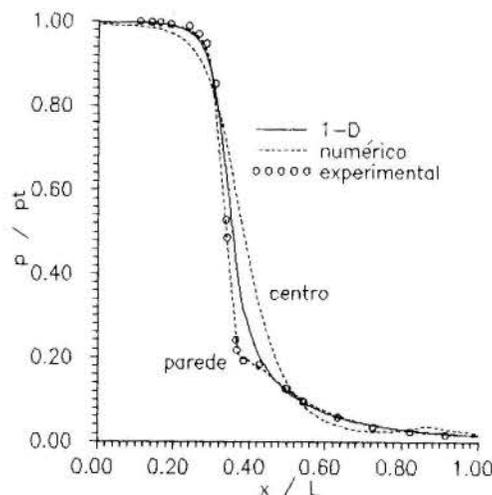


Figura 2. Distribuição da pressão. Problema 1.

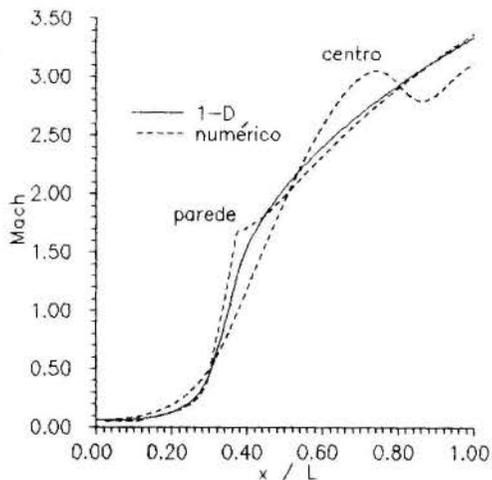


Figura 3. Número de Mach. Problema 1.

Pode-se notar nas Fig. 2 e 3, entre $x/L = 0,74$ e $0,86$, um ligeiro aumento da pressão e queda do número de Mach no centro da tubeira. Isto deve-se à

ocorrência de uma onda de choque oblíqua, também visível nas Fig. 4 e 5, conforme verificação experimental de Back e Cuffel (1966). No centro da tubeira, o número de Mach (M) atinge 3.05 em $x/L = 0.743$ e $M = 2.80$ em $x/L = 0.863$, enquanto que na saída da tubeira ($x/L = 1.0$) tem-se $M = 3.12$.

Problema 2. A geometria da tubeira para este problema é a mesma do problema anterior mas com 100,3 mm de comprimento, resultando em 2,1 a razão de expansão de áreas. Ou seja, apenas eliminou-se 46% do comprimento da tubeira do problema 1. As propriedades da estagnação e do fluido usados foram: $p_t = 482,6$ kPa, $T_t = 300$ K, $R = 287,0$ J/(kg-K), e $\gamma = 1.40$.

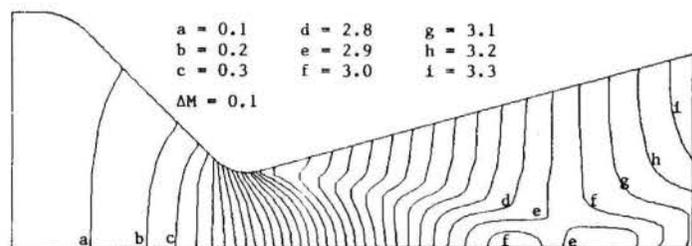


Figura 4. Linhas de Mach constante. Problema 1.

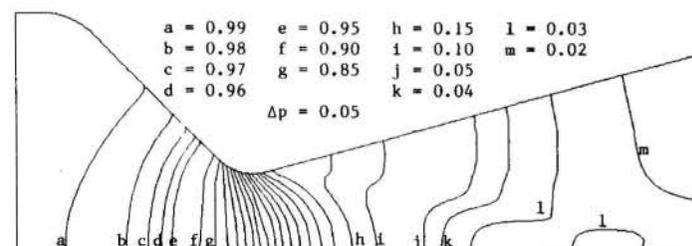


Figura 5. Isobáricas (p/p_t). Problema 1.

As Fig. 6 e 7 mostram a distribuição da pressão e do número de Mach na parede e no centro da tubeira, a solução 1-D, e os resultados experimentais de Cuffel et al. (1969). Os resultados numéricos deste problema foram obtidos com uma malha de 800x20 volumes. A distribuição do número de Mach experimental, apresentado na Fig. 7 como sendo na parede, foi medido a 1,8 mm da parede.

Pode-se observar pelos resultados experimentais das Fig. 6 e 7, na região junto à parede, logo após a garganta da tubeira, entre $x/L = 0.70$ e 0.75 , um choque bastante fraco, percebido pelo ligeiro aumento de pressão e queda do número de Mach. Este choque também é captado pelos resultados numéricos mas de uma forma insignificante na escala dos gráficos.

Problema 3. A tubeira deste caso possui as mesmas razões de contração e expansão de áreas da tubeira do problema 2, e os mesmos valores para p_t , T_t , R e γ . A diferença reside no fato de não serem utilizados raios de arredondamento na entrada e na garganta da tubeira, ou seja, existem dois cantos vivos. Desta forma, os semi-ângulos do convergente e do divergente resultam em $37,1^\circ$ e $14,4^\circ$.

A distribuição da pressão na parede e no centro da tubeira, bem como a solução 1-D, são mostrados na Fig. 8. Os resultados deste problema também foram obtidos com uma malha de 800x20 volumes.

Neste problema, como pode-se notar na Fig. 8, a intensidade do choque que ocorre junto à parede, após a garganta da tubeira, é considerável. O número de Mach atinge 1,73, cai a 1,53 e volta a subir, atingin-

do o valor de 1,91 na saída da tubeira.

Parâmetros globais. Na Tabela 1 são listados o coeficiente de descarga experimental (c_{de}) e numérico (c_{dn}) e a razão entre o empuxo produzido pela tubeira conforme a solução numérica (F_n) e aquele da solução 1-D (F_l).

O coeficiente de descarga é a razão entre o fluxo de massa experimental ou numérico que escoou pela tubeira e aquele previsto pela solução 1-D. Considerou-se o empuxo F_n como o resultado da integração do produto do fluxo de massa pela velocidade u na seção transversal de saída da tubeira. No cálculo do empuxo F_l incluiu-se o fator de correção $0.5(1+\cos\alpha)$, onde α é o semi-ângulo do divergente da tubeira.

Tabela 1. Parâmetros globais.

Prob.	c_{de}	c_{dn}	F_n/F_l
1	0.974 a 0.980	0.979 ± 0.001	0.980 ± 0.001
2	0.985 (média)	0.980 ± 0.002	0.969 ± 0.002
3	---	0.940 ± 0.003	0.924 ± 0.002

Com base em diversas simulações sobre a tubeira do problema 2, visando a obtenção de resultados para o coeficiente de descarga e o empuxo, independentes da malha empregada para discretizar a tubeira, verificou-se que: a) é muito pequena a dependência dos resultados com o número de volumes empregados na direção r (testes foram feitos com 20, 40 e 50 volumes); b) quando malhas não muito refinadas (como 50 ou 100 volumes) são usadas para discretizar a direção z , direção principal do escoamento, a dependência do c_d e F é cerca de 10 vezes maior que da outra direção; c) determinou-se um fator de correção para eliminar a dependência do c_d e F com a malha usada na direção z , ou seja, para uma malha com infinitos volumes na direção z

$$c_d = c_{d2} + K/(q-1) \pm 0.1/K \quad (4)$$

onde $K = c_{d2} - c_{d1}$, c_{d1} e c_{d2} são os c_d obtidos com x e qx volumes na direção z , q é o fator de refino da malha (quando dobra-se a malha $q = 2$ e quadruplicando-se, $q = 4$), e o termo $\pm 0.1|K|$ representa um valor bastante conservador para a incerteza deste fator de correção. A Eq. (4) também deve ser empregada para corrigir o empuxo. Neste caso a incerteza deve ser considerada igual a $0.2|K|$. Por exemplo, para o problema 2, com 50 volumes na direção z obteve-se $c_{d1} = 1.02062$ e com 100 volumes, $c_{d2} = 1.00044$. Assim, $q = 100/50 = 2$, e $K = 1.00044 - 1.02062 = -0.02018$. Portanto, a solução final para o coeficiente de descarga do problema 2 é $c_d = 1.00044 - 0.02018 = 0.980 \pm 0.002$.

A Eq. (4), apesar de ter sido deduzida com base em resultados do problema 2, é geral para simulações que usem o método numérico adotado neste trabalho.

Verificou-se no problema 2 que o coeficiente de descarga não varia com a pressão total do reservatório, enquanto que o empuxo é uma função linear de p_t . Estes resultados já eram esperados pois não existem efeitos viscosos (camada-limite) nas equações de Euler. Deve ser mencionado que o valor médio de 0.985 para o coeficiente de descarga, apresentado na Tabela 1, foi obtido de experimentos nos quais havia separação do escoamento.

Todas as simulações foram realizadas no computador Convex C-210 da UFSC. Os códigos computacionais foram implementados em linguagem Fortran e executados usando precisão dupla. O tempo de CPU necessário para obter os resultados dos três problemas aqui apresentados oscilou entre 1 e 2 horas. As tolerâncias usadas foram: $T_{p1} = 10^{-4}$ e $T_{cp} = 10^{-5}$.

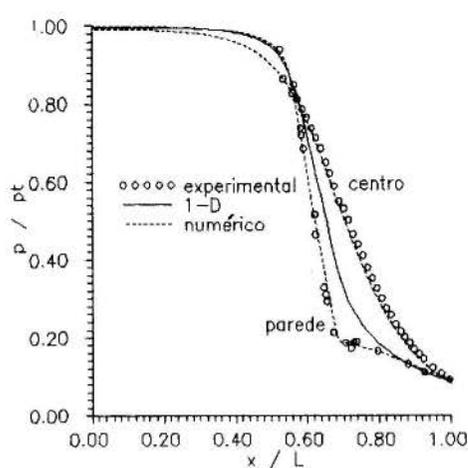


Fig. 6 Pressão. Problema 2.

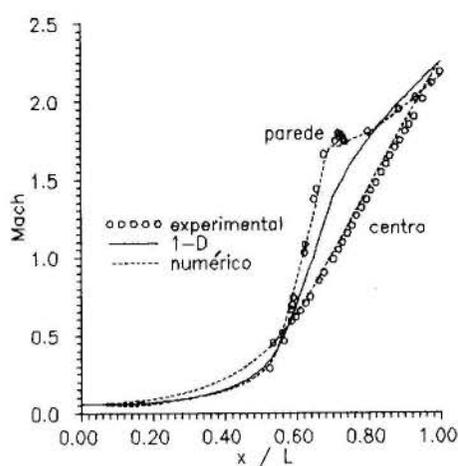


Fig. 7 Número de Mach. Problema 2.

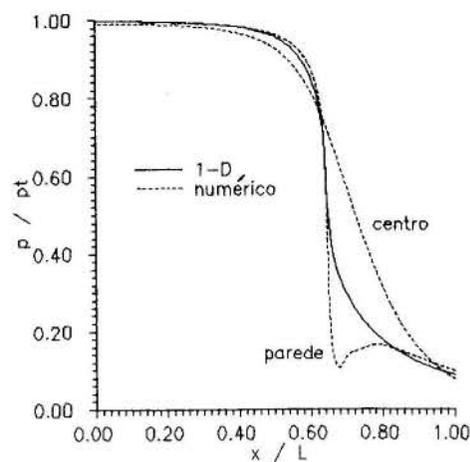


Fig. 8 Pressão. Problema 3.

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS FINAIS

A formulação numérica apresentada foi testada na solução de escoamentos em três geometrias de tuberias cônicas. Os resultados numéricos da distribuição de pressão e do número de Mach na parede e no centro da tubeira, e do seu coeficiente de descarga compararam bem com informações experimentais disponíveis.

A maneira de aplicar as condições de contorno, não resolvendo um problema de Riemann na saída, como feito em geral pelos analistas envolvidos com métodos simultâneos de solução, tem se mostrado simples e eficiente.

Atualmente estão sendo investigados os efeitos da viscosidade em escoamentos no interior de tuberias. Para tanto, as equações de Navier-Stokes são resolvidas, considerando-se os efeitos de aquecimento cinético. A mesma metodologia numérica descrita neste trabalho foi usada com sucesso numa tubeira com razões de áreas de 45 na entrada e 50 na saída.

REFERÊNCIAS

- *Back, L.H. & Cuffel, R.F., "Detection of Oblique Shocks in a Conical Nozzle with a Circular-Arc Throat", *AIAA Journal*, Vol. 4, pp. 2219-2221, 1966.
- *Back, L.H., Massier, P.F. and Gier, H.L., "Comparison of Measured and Predicted Flows Through Conical Supersonic Nozzles, with Emphasis on the Transonic Region", *AIAA Journal*, Vol. 3, pp. 1606-1614, 1965.
- *Cuffel, R.F., Back, L.H. and Massier, P.F., "Transonic Flowfield in a Supersonic Nozzle with Small Throat Radius of Curvature", *AIAA Journal*, Vol. 7, pp. 1364-1366, 1969.
- *John, J.E.A., *Gas Dynamics*, Allyn and Bacon, Boston, 1984.
- *Karki, K.C. and Patankar, S.V., "Pressure Based Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Arbitrary Configurations", *AIAA Journal*, Vol. 27, n. 9, pp. 1167-1174, 1989.
- *Maliska, C.R., "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", Florianópolis, UFSC, 1988.
- *Maliska, C.R., Silva, A.F.C. e Marchi, C.H., "Solução Numérica de Escoamentos Compressíveis Utilizando-se Variáveis Co-Localizadas em Coordenadas Generalizadas", Relatório preparado para o IAE/CTA, Florianópolis, UFSC, 1990.
- *Marchi, C.H., Maliska, C.R. and Bortoli, A.L., "The Use of Co-Located Variables in the Solution of Supersonic Flows", *Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, pp. 157-160, Rio de Janeiro,

Brasil, 1989.

- *Marchi, C.H., Maliska, C.R. and Silva, A.F.C., "A Boundary-Fitted Numerical Methods for the Solution of Three Dimensional All Speed Flows Using Co-Located Variables", *Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, pp. 351-356, Itapema, SC, Brasil, 1990.
- *Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, New York, 1980.
- *Peric, M., Kessler, R. and Scheuerer, G., "Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Colocated Grids", *Computers and Fluids*, Vol.16, n. 4, pp. 389-403, 1988.
- *Schneider, G.E. & Zedan, M.A, "Modified Strongly Implicit Procedure for the Numerical Solution of Field Problems", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 4, pp. 1-19, 1981.
- *Silva, A.F.C. e Maliska, C.R., "Uma Formulação Segregada em Volumes Finitos para Escoamentos Compressíveis e/ou Incompressíveis em Coordenadas Generalizadas", *Anais do II Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, pp. 11-14, Águas de Lindóia, SP, Brasil, 1988.
- *Thompson, J.F., Thames, F.C. and Mastin, C.W., "Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate Systems for Solution of Partial Differential Equations on Fields Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies", *NASA Langley Research Center*, CR-2729, 1976.
- *Van Doormaal, J.P. & Raithby, G.D., "Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp. 147-163, 1984.
- *Van Doormaal, J.P., Raithby, G.D. and McDonald, B.H., "The Segregated Approach to Predicting Viscous Compressible Fluid Flows", *A.S.M.E. Paper 86-GT-196*, pp. 1-11, 1986.

ABSTRACT

This paper presents a numerical procedure for applying the inlet boundary conditions in nozzles, which allows the discharge coefficient of the nozzle to be a parameter resulting from the problem solution. The method differs significantly from the ones used in conventional methods for nozzle flow solutions. The procedure is embodied in an all speed flow methodology which uses co-located variables using finite volume methods. The procedure is applied for the solution of three different nozzle problems. The numerical results obtained are compared with experimental ones.

SELECTION OF HEATING MEDIA FOR STERILIZATION OF RETORT POUCHES
 CONTAINING FOODS: I. HEAT DISTRIBUTION TESTS

CARDELLI, C.F.; AGUILERA, H.G.; MASSAGUER, P.R.
 Faculdade de Engenharia de Alimentos
 UNICAMP, Caixa Postal 6121
 CEP 13081-970, Campinas, SP - Brazil

Heating media for retort pouch processing were selected through heat distribution tests at 105 and 121°C in a still vertical retort. Nylon-6 bricks (15 x 110 x 150 mm) simulated bags containing foods in horizontal position. For all media the 121°C level led to better heat distributions. At 121°C mixtures of 90% steam/10% air and hot water with over pressure at 126 kPa had heat distributions as good as pure steam. No homogeneity was achieved with mixtures of 70% steam/30% air. More investigation is needed to establish the suitability of the use of water at 121°C and over pressure of 191 kPa.

INTRODUCTION

Steam/air mixtures, and hot water with over ridding air pressure have been used for retort pouch sterilization, but they are less efficient in the distribution and transfer of heat (Pflug, 1975). For commercial sterilization of foods the criteria for heat distribution in retorts requires that any heating media must promote homogenous temperature, with less than 1°F (0.6°C) of the difference between any two points, measured after programmed heating temperature is achieved. Food and Drug Administration recognized the difficulty in attaining homogenous temperature, and recommended as safe the industrial practice of working up to 2°F (1.2°C) above programmed temperature (FDA, 1981). Several researches studied this problem using different kind of retorts and heating media (Pflug & Borrero, 1967; Tung, 1990, Adams & Hardt, 1990; Park et al, 1990).

Therefore, the first step in validating a food sterilization retort is the development of heat distribution tests. They involve measuring temperatures in several points of the heating media inside the retort, among the packages, searching for cold spots.

The objective of this work was to select heating media for retort pouch processed in horizontal position which offer the best heat distribution in a vertical still retort. Two programmed heating temperatures were tested: 105 and 121°C using steam/air mixtures with 70 and 90% steam, or hot water with the same over ridding air pressure, compared against pure steam used as pattern.

MATERIALS AND METHODS

A vertical still retort (Dixie Inc., USA), modified for retort pouch processing as described by Cardelli & Massaguer (1992) was used. Thirty nylon-6 bricks (15 x 110 x 150 mm) were used to fill a 10 levels holding rack, simulating conductive food packaged into retort pouches.

Temperature Measurement. Ten needle type "T" thermocouples (CNL, Ecklund Custom TC, USA), were located between the levels of the rack, at positions shown in Figure 1, described a descending spiral inside the retort. In this way each level of holding rack was evaluated in terms of heat distribution, starting from the opposite position to venting (at top) and descending down to a position close to the steam spreader (bottom).

Temperature-time data were logged each 0.9 min

with a digital temperature indicator (Jonhis Inst. Ltd, Brazil).

Processing Conditions. Pure steam, steam/air mixtures (70 and 90% steam) and water at the same over pressure as the mixtures were tested at 105 and 121°C (Table 1).

Table 1. Process Conditions During Heat Distribution Tests.

	TEMP °C	STEAM (%)			WATER	
		100	90 ^{*1}	70 ^{*1}	L.O.	H.O.
GAUGE (KPa)	105	20	33	71	33	71
	121	101	126	191	126	191
AIR FLOW ^{*2}	105	0	0.11	0.33	0.16	0.16
	121	0	0.11	0.33	0.16	0.16

*1: Heat media flow rate=1.13 m³/min at 20°C, 101 kPa abs

*2: At 20°C and 101 kPa.

L.O.: Low over pressure, H.O.: High over pressure.

Venting time was 7 min for pure steam (Lopez, 1981). In steam/air processes a preheating of 2 min with pure steam was applied up to 90-100°C in the vessel, then air injection was started in the steam pipe at a constant flow rate of 1.13 m³/min of steam/air mixture (20°C, 101 kPa abs.).

In water processing no venting time was used, the retort was filled with water up to 10 cm over the upper level of the rack, and heating was accomplished by injecting steam with an agitating air flow of 0.16 m³/min (20°C, 101 kPa abs.). Air over pressure was applied when the retort temperature achieved 90°C.

A process time of 15 min was used in all tests, after the water achieved the "Programmed heating temperature" (Tr).

RESULTS & DISCUSSION

For each test two plots were constructed:

1. Maximum and minimum temperature between the ten positions vs heating time using the extreme temperature values among all studied points. Temperature of all other positions fall inside the area described by the

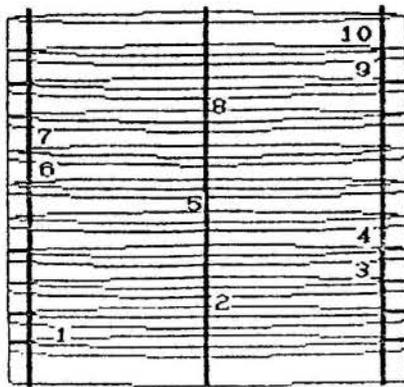


Figure 1. Position of Thermocouples During Heat Distribution Tests.

two curves. The plots also show the "Come up time" (CUT) measured from the moment the steam valve was opened until Tr was achieved in all ten positions (Fig. 2, 3).

2. Differences between maximum and minimum temperatures among the ten positions after CUT vs heating time: Numbers on "x" axis correspond to positions at maximum temperature and scattered numbers are positions at minimum temperature. The magnitude of differences was represented by scattered triangles. A horizontal straight line shows the maximum difference value of 0.6°C admitted by Food and Drug Administration for food sterilization (Fig. 4). When all differences were below this limit the heating media temperature was considered as stabilized, and the time interval between the end of CUT until stabilization was named: "Time for Temperature Stabilization" (TTS). The maximum difference of temperature during the "Time for Temperature Stabilization" was called "Maximum Temperature Difference" (MDT). According to Food and Drug Administration the temperature stabilization should be reached immediately after CUT, it means TTS = 0 min.

Heat distributions into the retort were studied by determining:

1. Come up Time (CUT).
2. Time for Temperature Stabilization (TTS).
3. Maximum Temperature Difference (MDT).
4. Minimum Temperature Positions (MTP).

Table 2 and 3 presents results of tests at 105 and 121°C respectively.

The recommendation of Food and Drug Administration to achieve the stabilization immediately after the "Come up time" was not obtained in all heating media tested including pure steam, as commented in the introduction. For all tests a heating temperature of 121°C had better distribution than 105°C with lower "Maximum Temperature Difference". This may be due to more efficient temperature control at 121°C. As expected "Come up time" and "Time for Temperature Stabilization" increased when Tr increased from 105 to 121°C because more time was needed to achieve higher temperature.

Pure steam at 121°C had the lowest "Maximum Temperature Difference" (0.7°C), and "Come up time" = 3.6 min. At 105°C a new venting procedure might be developed.

For heating media different from pure steam, lower over pressure led to faster stabilization, lower differences of temperature, and less dispersion of

positions at minimum temperature, meaning better heat distribution.

Table 2. Come Up Time (CUT), Time for Temperature Stabilization (TTS), Maximum Difference of Temperature (MDT) and Minimum Temperature Positions (MTP) for Heating at 105°C.

	STEAM (%)			WATER*2	
	100	90*1	70*1	L.O.	H.O.
CUT (min)	3.6	3.6	3.6	9.0	11.7
TTS (min)	> 15	9.9	> 15	1.8	11.7
MDT (°C)	1.2	1.3	1.9	0.8	1.0
MTP	1,4,9	7,9	3,5,6,7,8,9,10	10	4,10

*1: Heat. media flow rate=1.13 m³/min at 20°C.101 kPa abs.

*2: Agit. air flow rate = 0.16 m³/min at 20°C.101 kPa abs.

L.O.: Low over pressure. H.O. = High over pressure.

Table 3. Come Up Time (CUT), Time for Temperature Stabilization (TTS), Maximum Difference of Temperature (MDT) and Minimum Temperature Positions (MTP) for Heating at 121°C.

	STEAM (%)			WATER*2	
	100	90*1	70*1	L.O.	H.O.
CUT (min)	3.6	3.6	3.6	11.7	13.8
TTS (min)	9.0	11.7	> 15	2.7	11.7
MDT (°C)	0.7	0.8	1.5	0.7	1.0
MTP	1,7	2,4,7,9,10	5,6,9,10	8	8,9,10

*1: Heat. media flow rate = 1.13 m³/min at 20°C.101 kPa abs.

*2: Agit. air flow rate = 0.16 m³/min at 20°C.101 kPa abs.

L.O.: Low over pressure. H.O.: High over pressure.

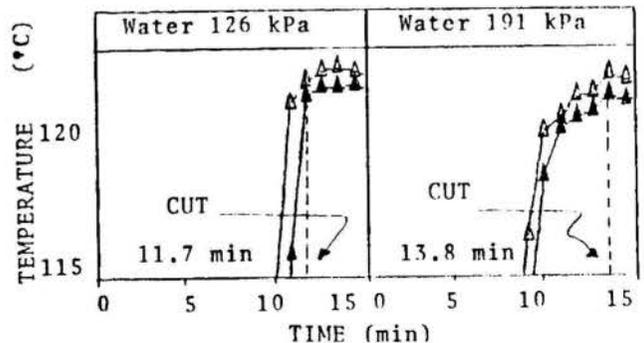


Figure 2. Maximum and Minimum Temperature Among 10 Positions vs Heating Time at 121°C in Water at 126 and 191 kPa.

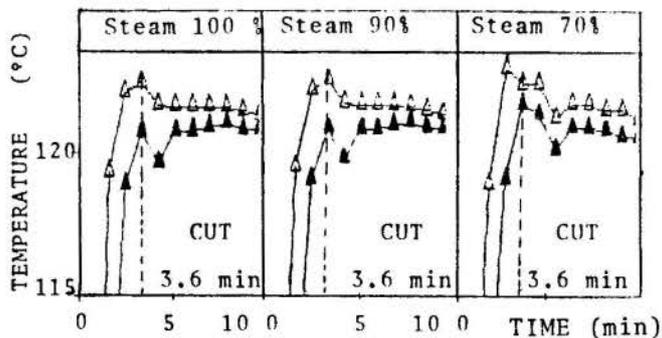


Figure 3. Maximum and Minimum Temperature Among 10 Positions vs Heating Time at 121°C in Pure Steam, and Mixtures with 70 and 90% Steam.

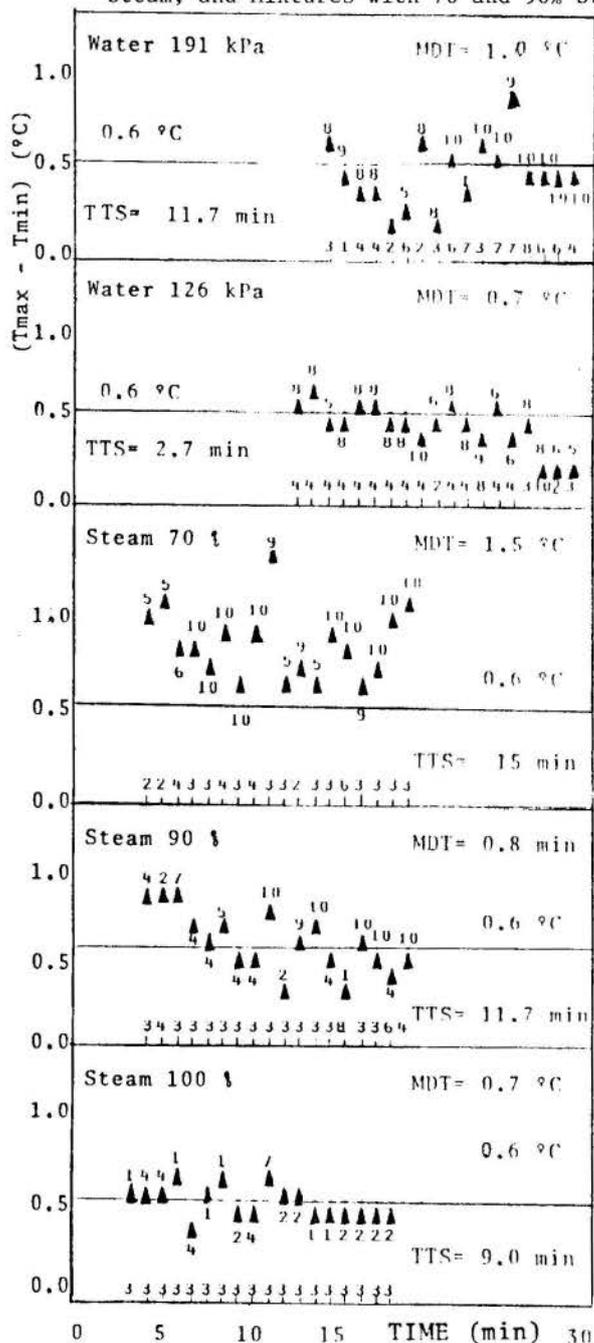


Figure 4. Differences Between Maximum and Minimum Temperatures Among 10 Positions After CUT vs Heating Time (Horizontal line corresponds to limit 1°F (0.6°C)).

Steam/air mixture with 90% steam at 121°C, had good behaviour, with a "Maximum Temperature Difference" only 0.1°C higher than pure steam, and achieving stabilization just as fast.

Mixtures with 70% steam at 105 and 121°C did

not achieve temperature stabilization (TTS > 15 min) with differences of temperatures higher than 0.6°C up to the end of heating (see Fig. 4). These mixtures were discarded for processing retort pouches containing foods in the modified retort at the conditions tested. These results are consistent with the reduction in convective heat transfer coefficient and specific enthalpy reported when steam percentage is reduced (Pflug, 1975, Tung et al, 1984).

Although steam/air flow rates were the same at standard conditions (1.13 m³/min), they differ inside the retort. For 121°C the flow rate of steam/air mixture was 23% lower for 70% steam (high pressure) than for 90% steam mixtures (low pressure), which also may have affected heat distribution.

To improve the behaviour of steam/air mixtures in a vertical retort, Pflug & Borrero (1967) recirculated them through a pump. In horizontal Lagarde retorts this problem was solved by using a rear fan into the vessel to force the circulation of steam/air mixtures (Tung, 1990).

In water processing the increase of over pressure led to higher "Come up time" that might be a consequence of a volume reduction of the agitating air.

Water with low over pressure at 105 and 121°C had good heat distributions (MDT = 0.7-0.8°C and TTS = 1.8-2.7 min) if compared against pure steam. At high over pressure the stabilization lasted 11.7 min after "Come up time", and the maximum difference of temperature was 1.0°C for 105 and 121°C.

For all heating media the "Minimum Temperature Positions" analysis showed the existence of stagnation in the upper levels of the rack. A higher dispersion of positions at minimum temperature was observed with steam/air mixtures than for water with over pressure. A similar situation was reported by Pflug & Borrero (1967) for a vertical retort with a cross steam spreader like the one used in this work. These researchers improved the heat distribution by using a circular steam spreader with its holes facing the bottom of the vessel, creating an involving flux. Other possibility would be the installation of a water pump as used for processing glass containers in vertical retorts (Lopez, 1981). Tung (1991) suggested using a higher agitating air flow which was not possible to implement due to limitations of our air compressor.

Therefore two heating media were selected for retort pouch processing at 121°C in the modified retort:

1. Mixtures with 90% Steam and 10% Air, Total mixture flow = 1.13 m³/min (20°C, 101 kPa).
2. Water with Air Over pressure at 126 kPa, with an agitating air flow = 0.16 m³/min (20°C, 101 kPa).

These heating media produced a "Maximum Temperature Difference" of 0.8 and 0.7°C respectively.

More investigation is necessary to examine the suitability of water at 121°C and 191 kPa for all positions in the rack, but retort pouches could be sterilized on levels 1 to 6. Further heat penetration tests including the selected media, plus pure steam (as pattern), and water at 121°C with 191 kPa over pressure are recommended before using it with retort pouches.

REFERENCES

- .Adams, H.W., HARDT.-ENGLISH, P., "Determining Temperature Distribution in Cascading Water Retorts", *Food Technology*, Dec., pp. 110-112, 1990.
- .Cardelli, C.F., Massaguer, P.R., "Adaptation of a Vertical Retort for Thermal Processing of Retort Pouches Containing Foods", ENCIT EA01.

- .FDA, "Low Acid Canned Foods", State Training Branch FDA Course Manual, U.S. Dept. of Health and Human Services, Public Health Service, Food and Drug Administration, 1981.
- .Lopez, A., "A Complete Course in Canning", 11 th Ed., The Canning Trade, Baltimore, USA, 1981.
- .Park, D.J., Cabes, L.J. and Collins, K.M., "Determining Temperature Distribution in Rotary, Full-Immersion, Hot-Water Sterilizers", Food Technology, Dec., pp. 113-118, 1990.
- .Pflug, I.J., "Procedures for carrying out heat penetration tests and analysis of the resulting data", Dept. Food Sci., and Nutr. Univ. of Minn., MN, 1975.
- .Pflug, I.J., Borrero, C., "Heating Media for Processing Foods in Flexible Packages Phase II", Tech. Rep. 67-47-GP, Proj. 1M624101D552, Contr. DA 19-129-AMC-145(N), United States Army Natick Lab, Mass., pp. 130, 1967.
- .Tung, M.A., Personal Communication, 1991.
- .Tung, M.A., Britt, I.J. and Ramaswamy, H.S., "Food Sterilization in Steam-Air Retorts", Food Tech. Dec. 105-109, 1990.
- .Tung, M.A., Ramaswamy, H.S., Smith, T. and Stark, R., "Surface Heat Transfer Coefficients for Steam/Air Mixtures in Two Pilot Scale Retorts", Jour. Food Sci., Vol. 49, 939-943, 1984.

ADAPTATION OF A VERTICAL RETORT FOR THERMAL PROCESSING OF RETORT
POUCHES CONTAINING FOODS

CARDELLI, C.F.; AGUILERA, H.G., MASSAGUER, P.R.
Faculdade de Engenharia de Alimentos
UNICAMP, Caixa Postal 6121
CEP 13081-970, Campinas, SP - Brazil

A vertical still retort was adapted for processing retort pouches for foods. Retort pouches (125 x 175 mm) containing 132 g benionite 10% in water and up to 5 mL of residual air were confined (20 mm max. thickness) and sterilized in water or 121°C with air over pressure at 126 Or 191 kPa gauge. No effects of over pressure were detected over heating rates, but lag heating factors were significantly affected by over pressure. At 191 kPa the best post-processing seal strength (8.600 kgf/25 mm), higher than the requirement of Food and Drug Administration was obtained.

INTRODUCTION

Retort pouches are flexible packages made with Polyester/Aluminum/Polypropylene laminates. They are filled with foods, thermosealed and sterilized in suitable retorts confined in racks to control expansion and heat penetration (Beverly et al, 1980).

Because of their thin thickness, pouches heat faster than cans, with better energy utilization and food quality retention. Sterilization in pure steam is not advisable, because residual air inside the bags expands and may burst them. Other heating media are useful as steam/air mixtures, and hot water with overriding air pressure (Tung et al, 1990).

Pflug (1964), Yamano et al. (1969), Peterson & Adams (1983), and Tung et al (1990), adapted vertical and horizontal retorts for retort pouch processing, in steam/air mixtures or hot water with over pressure.

The objectives of this work were:

1. To describe the performance of a modified Dixie vertical still retort for retort pouch processing in horizontal position using steam/air mixtures or hot water with air over pressure.
2. To determine the effect of over pressure and position in the rack over the empirical parameters: "heat penetration rate (fh)" and "heating lag factor (jh)", and some packaging properties: seal strength and delamination, of retort pouches sterilized in water at 121°C and 126 or 191 kPa, containing bentonite 10% in water.

Because the kind of retort used in this work is frequently found in the industry, the modification presented seems as a convenient option for food preservation in flexible packages.

MATERIALS AND METHODS

Modified Retort. A vertical still retort modified for pouch processing was used, (Dixie Inc., USA), with one basket and a heating vessel of 300 L. A cross steam spreader and one water inlet were placed in its bottom (Fig. 1). A Mercury in glass thermometer (80-130°C), a gauge (0-420 kPa), and the sensor of pressure control system, were set at middle height of the vessel. The cooling water inlets and two vents were positioned on the top. A sight glass pipe was installed aside the vessel to measure water level.

Steamflow to the system was maintained by a proportional temperature control system, with its sensor located at the bottom of the vessel.

Two lines fed air into the vessel: I. From a

proportional pressure control system (Valve 5) and II. From a rotameter injecting a constant flow rate into the steam pipe. In hot water processes the pressure control system injected air over the water level ("over pressure"), and a measured air flow rate for agitation was injected with the steam through the cross spreader. During steam/air processes the two air feedings lines were connected to the steam pipe for a quick compensation of eventual pressure drops.

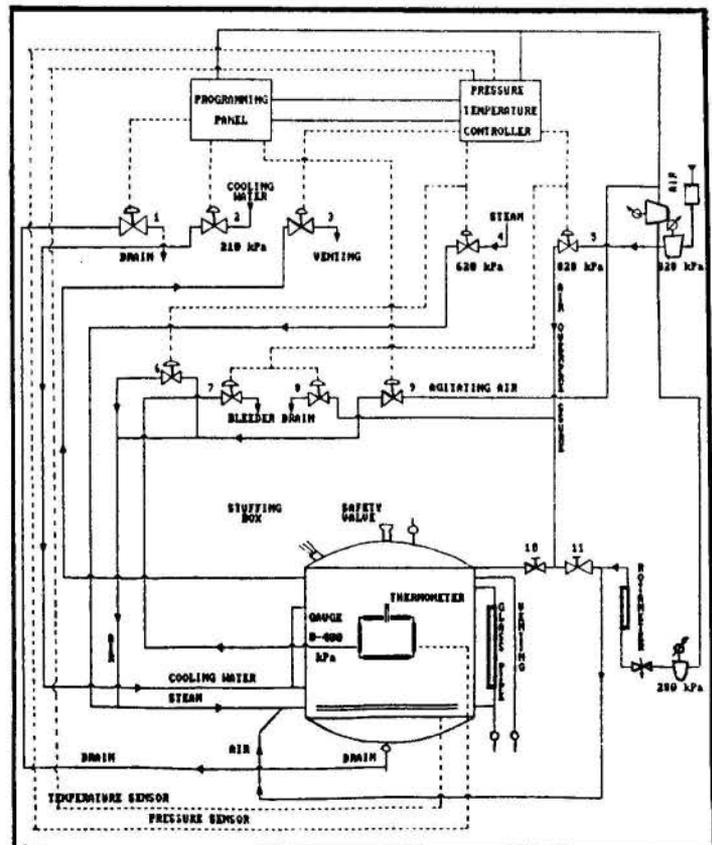


Figure 1. Schematic Diagram of the Installation.

Pouches were confined in a holding rack. Which was placed into a basket 75 mm above the steam spreader, and the top door was closed hermetically.

All processing steps were programmed in a Taylor Digital Set Programmer (Taylor Instruments Inc., USA). It acted pneumatically over drain and water inlet valves, and transmitted signals for steam and air injection to a Taylor Full Scope Controller (Mod. 250 R) printing temperature and pressure values on a circular chart.

Holding Rack. A 10 level holding rack was built using stainless steel disks, 1.2 mm width, 500 mm diameter with 18.5 mm circular holes and 75% of free area (Fig. 2). Each level holding up to 3 pouches, was mounted using 2 disks separated 20 mm, and stacked the same distance apart. The packages were placed on 60 degrees angles, as presented in Fig. 3, with two alternated configurations on odd or even levels.

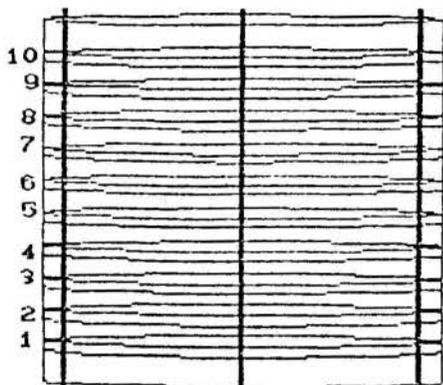


Figure 2. Ten Levels Holding Rack.

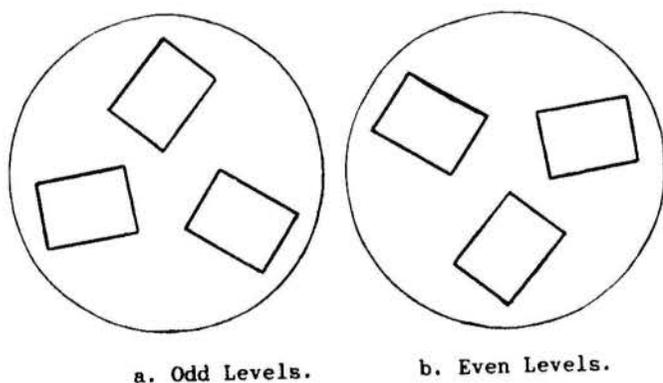


Figure 3. Package Positions on Rack Levels.

Heating Media. The heating media used were: Pure steam, 90% steam/10% air mixture, or water with air over pressure at 126 or 191 kPa gauge, all of them at 121°C. The steam/air flow rate was 1.13 m³/min (20°C, 101 kPa abs.), and for water processing the agitating air flow rate was 0.16 m³/min (20°C, 101 kPa abs.).

Thermal Processing of Retort Pouches. Heat penetration, and packaging performance of retort pouches were studied (E. Dim: 125 x 175 mm, structure 76μ PP/12μ Al/12μ PET). Packages were hot filled with 132 g of bentonite suspension, 10% (w/w) in water, to simulate a conduction heating food, and

vacuum sealed. Residual air was as low as 5 ml (Selovac CV 60, Brazil).

Pouches were heated in water at 121°C from ambient temperature and over pressure at 126 or 191 kPa, as detailed above. During CUT, over pressure was applied after water achieved 90°C, and released in the cooling phase when pouches temperature was below 95°C. Process time (tp) at 121°C was 15 min measured from the end of CUT.

Pouches for heat penetration tests were placed on rack levels 1 and 4, and for packaging tests on levels 2 and 3 (Fig. 2). All other positions on rack were filled with nylon-6 bricks (15 x 110 x 150 mm).

Heat Penetration Tests in Retort Pouches. The objective of these tests was to determine the effect of over pressure and position of pouches on the rack, on heat penetration parameters: "Heating - rates" (fh), calculated as the inverse negative of the slope index of the heating curve and "Heating - lag indexes", (jh) calculated as the ratio between the pseudo initial temperature difference (Tr-T_A) at COTR and the initial temperature difference (Tr-To), at the geometrical center of packages as defined empirically by Eq.(1).

$$\log (Tr-T) = -t/fh + \log [jh \cdot (Tr-To)] \quad (1)$$

Where: **t**: time. **Tr**: temperature of heating media, **COTR**: corrected zero time, **To** and **T**: temperature at center of pouch at time zero (initial) and **t** respectively.

Heat transfer in pouches can be studied by using the first term approximation of exact solution for heat conduction in an infinite slab. The empirical parameters **fh** and **jh** can be calculated for pouches as functions of half thickness (α), thermal diffusivity of product (α), and Biot (Bi) number (Eqns. 2-4, Kopelman, 1966).

$$fh = \frac{2.303 \cdot \alpha^2}{\beta_1^2 \cdot \alpha} \quad (2)$$

$$\beta_1 = \text{first root of: } N_{\beta_1} = \beta_1 \cdot \tan \beta_1 \quad (3)$$

$$jh = \frac{2 \cdot \sin \beta_1}{\beta_1 + \sin \beta_1 \cdot \cos \beta_1} \quad (4)$$

Temperatures were measured with flexible "T" thermocouples (Ecklund Custom Thermocouples, USA), calibrated as described by Method E220-86 (ASTM, 1987a) and attached to geometrical center of pouches by teflon supports. Temperature and time data were registered by a Doric 245-A Data Logger (Beckmann Industries, USA) each 0.5. These data were analyzed applying the proper correction of the heating time by considering 42% of the "Come up time" (CUT) as indicated by Ball method apud Pflug (1990), using a software developed in our laboratory, running in PC and VAX computers, Fig. 4 presents "Temperature Histories" plots for pouch processes. Statistical analysis of **fh** and **jh** values were made through SAS software running in a IBM 3090 system.

Packaging Tests. Seal and bond strength of pouch laminates were determined before and after processing as described respectively in Methods F 904-84 and F 88-85 (ASTM 1987).

Heat Penetration Tests in Retort Pouches.

Heating of pouches at 191 kPa was faster than at 126 kPa, and CUTs were 10.5 and 10.0 min. respectively. Cooling time up to 40°C, at the center of pouches was 15 and 23 min for 126 and 191 kPa over pressure. Higher over pressure impeded cooling water from entering the vessel and a break point in cooling was observed (Fig. 4), after releasing over pressure.

Heating Rate and Lag Indexes.

Table 1 presents fh and jh values for the two processing conditions. These values were in agreement with the findings of SPINAK & WILEY (1982) for diced white potatoes packed in retort pouches with the same dimensions. These researchers also used the Ball method and CUT time correction for calculating the fh and jh parameters.

The conflicting effect of incrementing over pressure would be to diminish volume of the agitating air inside the retort (with poor heat transfer on the external surface of packages), and also reducing entrapped residual air volume in the bags (improving

Table 1. Heating rate (fh min) and Lag factors (jh) of Retort Pouches with Bentonite 10%.

RACK LEVEL POSITION	126 kPa		191 kPa		RACK LEVEL AVERAGE	
	fh (min)	jh	fh (min)	jh	fh (min)	jh
1	6.7 6.8 6.2	0.50 0.97 0.92	6.9 6.7 6.5	0.14 0.60 0.72	6.6	0.64
4	6.9 9.2 7.3	0.94 0.80 1.25	6.3 7.5 6.0	0.66 0.59 0.70	7.2	0.82
Over Pres. Ave.	7.2	0.90	6.7	0.57	6.9	0.73

Heating lag indexes (jh) of pouches processed at 191 kPa were significant lower than in bags at 126 kPa ($\alpha=0.05$). This may be related to air contraction in the bags with increasing over pressure. Position on rack had not significant effect on fh.

Table 2. F value from Analysis of Variance for fh (min) and jh of pouches with bentonite 10%

PARAMETER	F		
	OVERPRESS.	RACK LEVEL	OVERP. x LEVEL
fh (min)	1.495 ^{ns}	1.688 ^{ns}	2.336 ^{ns}
jh	5.975*	1.829 ^{ns}	0.019 ^{ns}

ns: not significant $\alpha=0.05$, *: Significant $\alpha=0.05$.

No interaction between over pressure and position on rack was detected ($\alpha=0.05$).

A recommendation for shortening Come Up Time in hot water processing is to pre-heat water before introducing pouches into the retort leading to a lower packaging stress (Pflug, 1964).

Packaging Tests. Seal and bond strength of pouch laminates before and after processing in water at 121°C are presented in Table 3.

Visual examination of the pouches before processing did not show surface irregularities, wrinkles or occluded matter in the seals area. After processing, some deformation were observed on the surfaces of bags, produced by water agitation. No leaking or bursting was observed in any pouch.

Seal strength after sterilization at 191 kPa was higher than 6.0 kgf/25 mm, the minimum value established by Food and Drug Administration (FDA, 1981) for defining a high-performance seal retort pouches. Bottom seal strength of retort pouches sterilized at 126 kPa fell below this limit.

Bond strength showed a reduction of 20% after sterilization, ranging between 1.450 and 2.300 kgf/25 mm, in agreement with previous works with polyester/aluminum/polypropylene laminates (Lampi et al., 1976).

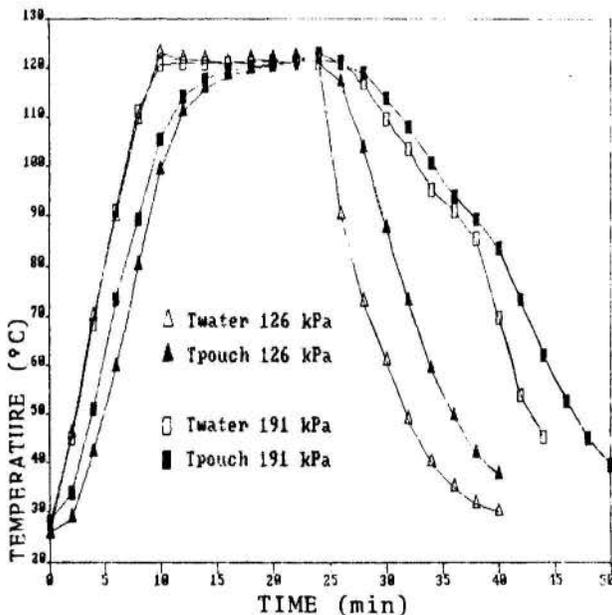


Figure 4. Temperature Histories of Pouches with Bentonite 10% in Water at 121°C positioned on rack level number 1.

heat transfer inside the pouches). This last effect seems to reduce slightly fh value.

Analysis of Variance did not show significant differences among fh values of retort pouches ($\alpha=0.05$). No effects or interactions between process over pressure, and bag position on the rack were observed ($\alpha=0.05$) (Table 2). The same behaviour of fh was observed for nylon-6 bricks processed in the same retort and process conditions (Cardelli & Massaguer, 1992). Because the vacuum sealer allowed less than 5 ml of residual air inside the pouches, no important effects on fh generated by over pressure, were expected. Our results agree with the findings of Weintraub et al. (1989) for fh of retort pouches containing teflon bricks with less than 9 mL entrapped air.

Table 3. Seal Strength and Bond Strength of Retort Pouches.*

STRENGTH kgf / 25 mm		BEFORE PROCESS	AFTER WATER 121°C	
			126 kPa	191 kPa
LATERAL SEAL	MIN	7.400 (4)	7.200 (6)	8.000 (4)
	MAX	8.100 (4)	8.700 (6)	8.600 (4)
BOTTOM SEAL	MIN	6.800 (2)	4.400 (3)	7.400 (2)
	MAX	7.000 (2)	7.400 (3)	8.600 (2)
BOND PP / Al	MIN	2.100 (4)	1.650 (4)	1.450 (4)
	MAX	2.250 (4)	1.800 (4)	2.300 (4)

* () = number of pouches tested.

For retort pouch processing, the modified retort allowed sterilization of packages containing bentonite suspension with less than 5 mL of residual air, using as heating media water at 121°C with over pressure at 126 kPa and 191 kPa gauge, without bursting or leaking of bags. When this level of residual air was maintained and heating was started from ambient temperature, heating rates of pouches containing bentonite suspension sterilized under water at 121°C were not affected by positioning the packages on different levels of the rack (1 or 4), neither by over pressure (126 or 191 kPa gauge). However heating lag factors were affected by changing over pressure from 126 to 191 kPa.

Heating in water at 121°C and 191 kPa was faster than at 126 kPa and produced retort pouches with seal strength better than the minimum required by Food and Drug Administration.

To release over pressure when pouches achieved 90°C at the geometrical center allowed to increase water inlet during cooling phase of water process at 121°C and 191 kPa, without alterations of package integrity.

Finally, results of the present work apply only for the modifications and equipment tested.

REFERENCES

- .ASTM, "Annual Book of ASTM Standards", American Society of Testing Materials, 1987.
- .Beverly, R.G., Strasser, J. and Wright, B., "Critical Factors in Filling and Sterilizing of Institutional Pouches", Food Tech., 34(9): 44-48, 1980.
- .Cardelli, C.F., Massaguer, P.R., "Thermal Processing of Flexible Packaging in a Vertical Retort" (in portuguese), CNPq, Final Rep. Project Nº 402696/90-5/EA/FV/PQ, Campinas, SP, 1992.
- .FDA, "Low Acid Canned Foods", St. Tr. Branch FDA Course Manual, Food and Drug Adm., 1981.
- .Kopelman, I. J., "Transient Heat Transfer and Thermal Properties in Food Systems", Ph D thesis, Mich. St. Univ., East Lansing, 1966.
- .Lampi, R.A., "Performance and Integrity of Retort Pouch Seals", Food Technology, Feb: 38-48, 1976.
- .Peterson, W.R. & Adams, J.P., "Water Velocity Effect on Heat Penetration Parameters During Institutional Size Retort Pouch Processing", Jour Food Sci., Vol. 48: 457-459, 464, 1983.
- .Pflug, I.J., "Microbiology and Engineering of Sterilization Processes", 7 th. Ed., Minneapolis, Environmental Sterilization Lab., 330 pp., 1990.

.Pflug, I.J., "Evaluation of Heating Media for Producing Shelf Stable Food in Flexible Packages Phase I", Proj 1K643324D587, Natick Lab., MA, 1964.

.Spinak, S. H. & WILEY, R.C., "Comparisons of the General and Ball Formula Methods for Retort Pouch Process Calculations", Jour. Food Sci., Vol. 47: 880-884, 888, 1982.

.Tung, M., Britt, I. and Ramaswamy, H., "Food Sterilization in Steam-Air Retorts", F. Tech., Dec: 105-109, 1990.

.Yamano, Y., Yamaguchi, K., Nagata, H., Komatsu, Y. and Kishimoto, A., "Sterilization of Foods in Flexible Packages Part III", J. F. Sci Japan, 16(3): 124-129, 1969b.

.Weintraub, S., Ramaswamy, H., Tung, M., "Heating Rates in Flexible Packages Containing Entrapped Air During Overpres. Proc.", J. Food Sci., 54(6): 1417-1421, 1989.

RECICLO DO AR DE SECAGEM EM UM SECADOR
ROTATÓRIO COM RECHEIO DE INERTES

BURJAILI¹, M.M.; FINZER¹, J.R.D.; KIECKBUSCH², T.G.; LIMAVARDE¹, J.R.

¹Departamento de Engenharia Química - UFU
-38400 - Uberlândia, MG

² Faculdade de Engenharia Química - UNICAMP
-13081 - Campinas, SP

RESUMO

Um secador rotatório com recheio de inertes dotado de um dispositivo para promover o reciclo de ar efluente foi ensaiado com pasta de milho verde. Foi efetuada uma comparação do desempenho do secador operando com e sem reciclo de ar de secagem. O reciclo era iniciado após 5 minutos de operação a fim de evitar saturação do ar e condensação de vapor nos coletores de pó. A operação com reciclo de 31% de efluente, propiciou uma economia de energia térmica de 12%.

INTRODUÇÃO

Existem diversas alternativas para promover o reciclo do ar de secagem: 1) forçar o escoamento do ar descarregado no ciclone até o flange de alimentação do soprador com os seguintes inconvenientes: a) partículas do material em processamento presentes no ar, aderem-se à carcaça e pás do soprador podendo comprometer o balanceamento do rotor; b) no caso de material de origem biológica a degradação com o tempo contamina o material em processamento, e a limpeza da carcaça do soprador é difícil de ser realizada; c) o material deposita-se na superfície de aquecimento do ar de secagem diminuindo o coeficiente global de troca de calor, exigindo limpezas periódicas da superfície. 2) promover o reciclo utilizando um tubo de Venturi na tubulação principal do ar de secagem a jusante do sistema de aquecimento. 3) utilizar um soprador localizado após o ciclone. Apesar dos inconvenientes supracitados, elimina-se nesta hipótese a deposição de material no trocador de calor. Neste trabalho optou-se pela última alternativa, que conta com dois sopradores, sendo um deles para promover o reciclo do ar de secagem.

SISTEMA DE RECICLO DO AR DE SECAGEM

O secador rotatório com recheio de inertes, SRRI, é um equipamento utilizado na secagem de dispersões. O princípio de funcionamento, e diversos resultados experimentais já foram divulgados em outras comunicações: (Álvares, 1990); (Burjailli et al, 1987); (Álvares et al, 1990); (Álvares et al, 1991) e (Burjailli e Finzer, 1991).

O reciclo do ar de secagem foi realizado por um sistema incorporado a uma instalação de secagem de um secador rotatório com recheio de inertes (diâmetro de 254 mm e comprimento 650 mm). A instalação de secagem é mostrada na Figura 1. A tubulação de reciclo (diâmetro 62,4 mm e comprimento de 2800 mm) foi isolada termicamente. Os medidores de orifício utilizados no sistema foram projetados segundo Ower e Pankhurst (1977).

A quantificação da umidade dos sólidos foi efetuada com utilização de uma balança analítica com precisão de 0,1 mg e as medidas de temperatura com termômetros calibrados (divisões de 1°C) por comparação com termômetros de precisão e que possuem certificado de aferição.

FLUIDODINÂMICA DO AR DE SECAGEM

A promoção do reciclo do ar de secagem tem por

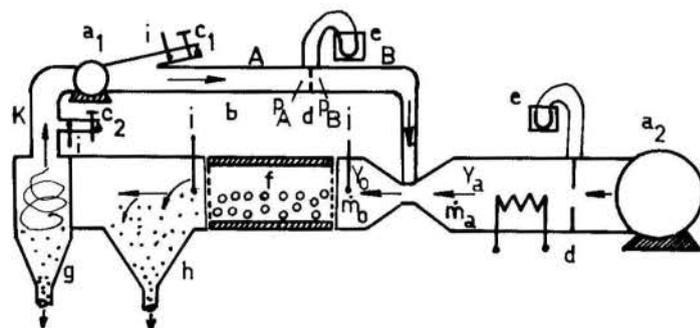


Figura 1. Instalação de secagem: a) soprador; b) tubulação de reciclo; c) válvula de controle; d) medidor de orifício; e) manômetro; f) secador; g) ciclone; h) sedimentador; i) termômetro.

objetivo o aproveitamento do calor sensível do efluente gasoso. Na Figura 1, é esquematizado o dispositivo utilizado neste trabalho. A taxa de ar recirculado in fluencia o potencial de umidade do ar expresso pela diferença entre a umidade absoluta do ar na superfície dos sólidos processados (Y_s) e do ar de secagem (Y_a). Estas umidades são variáveis ao longo do secador. Haverá evaporação da água do sólido enquanto o conteúdo de umidade Y for maior do que Y_s .

O potencial de umidade do ar pode tornar-se demasiadamente pequeno se a quantidade de ar reciclada for excessiva, o que implica em menor capacidade de processamento do secador. Se o reciclo for muito pequeno a inclusão do conjunto soprador 2 e acessórios pode não ser econômica.

O dispositivo de secagem foi planejado com duas opções para promoção da purga do efluente do secador, denotadas por C_1 e C_2 na Figura 1.

Se a taxa de ar descarregada em C_1 for aumentada, a pressão (P_A) vai se reduzindo até obter-se ($P_A = P_B$). Quando isto acontece cessa o escoamento de ar pela tubulação AB e todo ar alimentado pelo soprador 1 é descarregado na válvula C_1 (estando fechada a válvula C_2). Uma abertura adicional da válvula C_1 implica em $P_A < P_B$ e ocorre uma inversão no sentido do escoamento do ar na tubulação de reciclo, com uma parte do ar escoando pelo secador e a outra parte sendo desviada diretamente para a saída na válvula C_1 . Em termos de flexibilidade de variação da relação entre a taxa de reciclo \dot{m}_r e a taxa de escoamento do ar de secagem \dot{m}_0 , ou seja \dot{m}_r/\dot{m}_0 , podem-se obter valores mais amplos para esta relação se a purga for efetuada na válvula C_2 . Isto se deve à menor influência

da pressão do ar em K devido à purga, sobre a pressão P_A , sobretudo, por estar o soprador 2 localizado à jusante do ponto K. O soprador 2 succiona o ar do ciclo ne, aumentando o seu potencial energético (pressão) e descarrega o mesmo na tubulação de reciclo.

PREPARAÇÃO DA PASTA DE MILHO VERDE

O complexo enzimático existente no milho verde, responsável pela ocorrência de reações que comprometem a qualidade do produto desidratado, deve ser desativado antes do início da operação de secagem. Isto é realizado através do branqueamento, que consiste em submeter as espigas de milho verde à ação de vapor de água a 100°C e à pressão de 1 atm, durante 8 a 16 minutos (Nelson et al, 1953, Van Arsdell et al, 1973). Neste trabalho o tratamento foi realizado em autoclave à temperatura de 100°C durante 15 minutos. O milho branqueado foi separado do sabugo por corte, extrusado em um moinho (Britânia), homogeneizado em um liquidificador (o que requereu adição de água) e peneirado em peneira de 18 malhas, sendo a abertura dos orifícios 1 mm, o que possibilitou a separação da casca do milho. O conteúdo de umidade da pasta obtida foi de 82,7 a 83,9% (bu).

Na preparação da matéria-prima, a não adição de água inviabiliza a operação de peneiramento e proporciona um material heterogêneo. Em ensaios de processamento deste material ocorreu retenção de partículas nas telas que mantêm os inertes na câmara de secagem, a operação do equipamento foi instável e o produto em pó mostrou-se visualmente pouco atraente, sobretudo pela quantidade elevada de casca.

SECAGEM DE PASTA DE MILHO VERDE SEM RECICLO DE AR

Os ensaios de secagem foram conduzidos sob as seguintes condições de operação: a) ar de secagem: temperatura de 70°C; velocidade de 1,0 m/s (3,53 kg/min) referida à seção transversal do secador; conteúdo de umidade do ar ambiente igual a 0,011 kg H₂O/kg ar; b) pasta de milho verde: temperatura ambiente (25°C); conteúdo de umidade de 83,9% (bu); taxa de alimentação de 2320 g/h (cargas de 580 g a cada 15 minutos). Após a alimentação, procedia-se à rotação do cilindro, durante 30 segundos, para que ocorresse a distribuição do material alimentado no leito de inertes, seguindo-se a admissão do ar de secagem. A produção de material em forma de pó foi de 259,2 g/h de fração fina, coletada no ciclone, com conteúdo de umidade de 9,1% (bu) e de 93,6 g/h de fração grossa, coletada no sedimentador, com conteúdo de umidade de 8,1% (bu). A produção total foi de 352,8 g/h de pó de milho verde (relação de produção de material fino e grosso de 2,76). As perdas verificadas nas conexões e pelo arraste do efluente do ciclone foram de 20%.

SECAGEM DE PASTA DE MILHO VERDE COM RECICLO DO AR DE SECAGEM

Percolação do Ar em um Meio Contendo Água em Fase Líquida

A variação das propriedades termodinâmicas do ar de secagem no cilindro de secagem depende da temperatura inicial da dispersão alimentada. O processo de secagem na câmara é adiabático. Na Figura 2, denotam-se as possibilidades de evolução do ar ao percorrer um meio formado por camadas, filmes ou gotas de água em função da temperatura da água (Carrier, 1987), e que são: a) a saturação adiabática do ar é representada pela reta \overline{ab} . Esta reta, na carta psicrométrica praticamente se confunde com a linha de bulbo úmido constante e a temperatura da água líquida deve ser a temperatura de bulbo úmido do ar em escoamento; b) se a água possui uma temperatura ligeiramente menor do que a do bulbo úmido do ar, a linha de evolução do ar situa-se abaixo da linha \overline{ab} ; c) quando a água estiver na temperatura do ponto de orvalho do ar de pro-

cesso, a umidade absoluta do ar permanece constante e diminuem as temperaturas de bulbo seco e de bulbo úmido, isto é representado pela reta \overline{ad} ; d) se a temperatura da água for menor, diminui tanto a temperatura como a umidade de ar, reta \overline{ae} ; e) quando a água encontra-se aquecida a evolução correspondente é a indicada por \overline{af} ; f) a partir de um certo valor da temperatura da água, o ar é aquecido e umidificado, linha \overline{ag} .



Figura 2. Evolução do ar ao percolar um meio formado por água em fase líquida.

No SRRI, na secagem de dispersões com conteúdo de umidade alto é pequena a influência dos sólidos dispersos sobre a pressão de vapor de água e a evolução do ar se aproxima das situações denotadas na Figura 2.

Secagem com Reciclo do Ar

Na Figura 3 é indicado o percurso do ar em escoamento no SRRI. A variável "r" representa a massa de ar seco reciclada por unidade de massa de alimentação de ar no secador e "Y" é a umidade absoluta do ar.

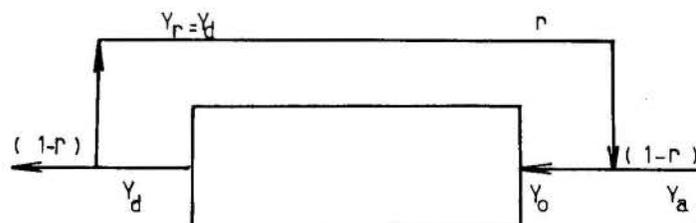


Figura 3. Secador operando com reciclo de ar.

O ar reciclado deve estar numa temperatura alta, para se conseguir uma economia energética no processo. O potencial de umidade do ar θ_0 , modifica-se gradativamente durante a secagem, quando a matéria-prima é alimentada por cargas no SRRI. Na produção de pó de baixo conteúdo de umidade, o ar deve possuir umidade baixa e, quando θ_0 é pequeno, reduz-se a capacidade do secador. Nos estágios finais de secagem, onde predomina a umidade retida por adsorção no sólido, o ar efluente, geralmente, possui ainda um potencial de umidade apreciável. Este potencial pode ser aumentado por reaquecimento do ar ou por mistura com outra corrente, seguido do reciclo do mesmo.

Há, portanto, um compromisso entre a economia de energia obtida, por hipótese, quando é efetuado o reciclo de uma fração de efluente e o efeito de diminuição da capacidade do secador. A condição ótima de operação se baseia no custo mínimo da unidade de massa de pó produzido.

Na operação com reciclo as condições de operação para o ar de secagem foram: temperatura de 70°C, taxas de escoamento ($\dot{m}_0 = 2,96$ kg/min) e ($\dot{m}_r = 1,38$ kg/min); $Y_a = 0,011$ kg H₂O/kg ar seco e a taxa de alimentação da pasta de 2256 g/h (com cargas de 564 g a cada 15 minutos). A metodologia operacional foi a mesma da operação sem reciclo.

Nos minutos iniciais de secagem ao invés de co

letar pó no ciclone, a coleta foi de água condensada. Depois de 6 minutos de secagem teve início a captação de pó pelo ciclone. O pó se aderiu à umidade contida no coletor. A temperatura de bulbo seco e de bulbo úmido de ar descarregado para o ambiente foi monitorada com o tempo. As umidades absolutas do ar foram quantificadas utilizando a carta psicrométrica da ASHRAE (Stewart et al, 1983), elaborada para a pressão barométrica de 92,634 kPa que é a pressão do local onde foi realizada esta pesquisa.

A umidade absoluta do ar na entrada do secador é obtida da mistura do ar reciclado com a corrente de ar externa admitida no secador, sendo quantificada pela Equação 1 (Keey, 1978).

$$Y_o = r \cdot Y_d + (1 - r) Y_a \quad (1)$$

Os resultados experimentais são mostrados na Figura 4, onde a abscissa representa o tempo de secagem, e a ordenada a umidade absoluta do ar de secagem (Y_o) na entrada da seção de secagem.

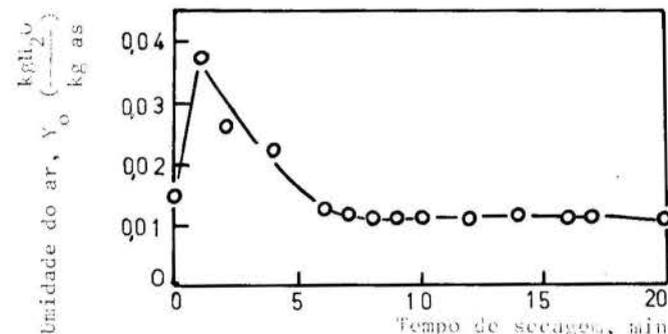


Figura 4. Umidade do ar na entrada da seção de secagem

A umidade absoluta do ar de secagem, no tempo zero é a do ar ambiente Y_a , igual a 0,011 kg H₂O/kg ar s. Após ser iniciado o processo de secagem, verifica-se um aumento na umidade do ar. Após 1 minuto de secagem, Y_o é igual a 0,038. Segue-se uma diminuição gradativa desta variável aproximando-se assintoticamente da umidade absoluta do ar externo admitido no secador. Isto acontece quando é pequena a quantidade de água transferida do milho verde para o ar de secagem.

O conteúdo de umidade do ar após 1 minuto de secagem é maior do que o de saturação adiabática do ar externo aquecido a 70 °C, $Y = 0,026$ kg H₂O/kg ar, o que aparentemente parece não ser possível. Entretanto, no instante da alimentação da pasta no secador, cessa-se o suprimento do ar de secagem. O milho verde é admitido no secador à temperatura ambiente e imediatamente inicia-se o recobrimento, pela pasta, das esferas de aço contidas no cilindro de secagem. A temperatura das esferas do leito é próxima da temperatura do ar admitido anteriormente no cilindro de secagem, ou seja, 70°C. Durante os 30 segundos de mistura da pasta com as esferas, antes de se promover novamente a alimentação do ar de secagem, acontece uma elevação da temperatura da pasta por troca de calor no leito formado por 50 kg de esferas com diâmetro médio de 19 mm. Portanto, quando se inicia a secagem, o contato de ar é com uma pasta de conteúdo de umidade grande, a uma temperatura superior a de saturação adiabática do ar de secagem. A situação é aquela indicada pela linha \overline{af} na Figura 2. Portanto isto explica o valor aparentemente exagerado do conteúdo de umidade no início da secagem, devido, sobretudo, à alta temperatura inicial da pasta.

Com o objetivo de diminuir o tempo de residência do milho verde na câmara de secagem a vazão de ar foi aumentada para 3,63 kg/min (aumento de 22,6%) e diminuído o tempo de operação para 15 minutos (redução de 25,0%). Promoveu-se o reciclo de 1,13 kg/min de ar, sendo r igual a 0,31. O desempenho do secador

foi como o anterior e com 30 segundos de operação já escoava um filme de água pelo frasco de vidro fixado no fundo do ciclone. Depois de 6 minutos de operação iniciou a produção de pó, e as partículas se aderiam à água estancada no frasco coletor do ciclone. Isto confirmou ser inadequada a operação com reciclo do ar, sobretudo no início da secagem.

Um planejamento operacional misto consistiu em um intervalo de tempo inicial (selecionado em 5 minutos) operar o SRRI sem reciclo do ar de secagem. A taxa de escoamento de ar era 3,50 kg/min. Numa etapa posterior, operar com reciclo de ar durante 10 minutos à taxa de admissão do ar, no cilindro de secagem, igual a 3,63 kg/min com $r = 0,31$.

A taxa média de alimentação da pasta de milho verde foi de 2256 g/h, sendo o conteúdo de umidade inicial, 82,7% (bu), igual a dos ensaios dos estudos anteriores. Não aconteceu captação de água em fase líquida no coletor do ciclone. A coleta de pó de milho verde iniciou-se antes de transcorrer 2 minutos de operação e ao final de 15 minutos todo o material já havia sido processado. A massa média de pó de milho verde obtida foi de 114,0 g/h no ciclone (fração fina) e 274,8 g no sedimentador (fração grossa), sendo os conteúdos de umidade em base úmida, 10,4% e 12,2%, respectivamente. A umidade maior do material grosso se deve a maior resistência interna à transferência de massa das partículas maiores, quando comparado com o pó mais fino coletado no ciclone. A velocidade do ar propiciou uma produção de fração grossa de pó 2,4 vezes maior do que a fração fina. As perdas de material pelas conexões e pelo ciclone foram de 10%.

A operação mista possibilitou uma produção de duas frações homogêneas de pó de milho verde e foi eliminado o inconveniente de captação de água líquida pelo ciclone. Além disso, a relação entre a energia consumida na operação mista pela consumida no processo sem reciclo foi de 0,88. Portanto o procedimento misto propiciou uma economia de energia térmica de 12%.

CONCLUSÕES

A operação mista, isto é, início do reciclo 5 minutos após o início de secagem, propiciou um bom desempenho do secador, possibilitando uma economia de energia térmica de 12%. As perdas de produto foram inferiores em 10% das verificadas na operação sem reciclo de ar. As umidades dos produtos desidratados foram ligeiramente superiores às obtidas na operação sem reciclo.

AGRADECIMENTOS

Aos alunos do Curso de Engenharia Química, da UFU, Vanessa Mendes Santos e Alexandre Olivera Caieta pelo auxílio na realização da parte experimental e ao Secretário do DEQ, Silvino Joaquim Corrêa pelo trabalho de datilografia.

REFERÊNCIAS

- Alvares, C.M. "Secagem de Melão de Cana de Açúcar em Secador Rotatório com Recheio de Inertes", Tese de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 1990.
- Alvares, C.M.; Burjailli, M.M. e Finzer, J.R.D. "Rotary Dryer with Bed of Inerts: IV - Heat and Mass Transfer in Sugar Cane Molasses Drying". IV Congresso Latinoamericano de Transferência de Calor y Materia, La Serena, Chile, pp. 109, 1991.
- Alvares, C.M.; Burjailli, M.M. e Finzer, J.R.D. "Secador Rotatório com Recheio de Inertes: II - Estudos Iniciais de Secagem de Melão de Cana-de-Açúcar". Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Itapema, SC, Brasil, Vol. 1, pp.553-536, 1991.

- . Burjailli, M.M. e Finzer, J.R.D. "Desempenho de um Secador Rotatório com Recheio de Inertes na Secagem de Dispersões". Anais do XIX Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos, Campinas, SP, Brasil, Anais em impressão, 1991.
- . Burjailli, M.M.; Limaverde, J.R. e Finzer, J. R. D. "Secador Rotatório com Recheio de Inertes: I- Desempenho Preliminar do Equipamento". Anais do XV Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos, pp. 430-440, Uberlândia, MG, Brasil, 1987.
- . Carrier Air Conditioning Company, "Manual de Aire Acondicionado". Marcombo Boixareu Editores, Barcelona, 1987.
- . Key, R.B. "Introduction to Industrial Drying Operations". Pergamon Press, Oxford, 1978.
- . Nelson, A.I.; Kempe, L.L.; Norton, H.W. e Howard, L.B. "Studies on the dehydration of sweet corn." "Food Technology", Vol. 1, pp. 9-14, 1953.
- . Ower, E. e Pankhurst, A.S. "The Measurement of air flow". 5.ed. Pergamon Press, Oxford, 1977.
- . Stewart, R.B.; Jacobsen, R.T.; Becker, J.H. "Formulations for the Thermodynamic Properties of Moist Air at Low Pressures as Used for Construction of New ASHRAE SI Unit Psychrometric Charts". ASHRAE TRANSACTION, Vol. 2, pp. 536-548, 1983.
- . Van Arsdell, W.B.; Copley, J.J. e Morgan, A.I. "Food Dehydration, Vol. 2, 2.ed., AVI, 1973.

SUMMARY

A rotary dryer with inert packing and with air recirculation was tested using sweet corn paste. Comparison of the dryer performance with and without air recirculation were carried out and showed the necessity of an interruption of the recirculation for 5 minutes, just after the paste feeding. A 33% air recirculation provided a 12% heat economy.

FRAÇÃO DE VAZIO E GRADIENTE DE PRESSÃO NOS ESCOAMENTOS ESTRATIFICADOS E ANULARES

Rodrigues¹, G.J.; Rosa², E.S. e França², F.A.

(1) PETROBRAS / RPSE / DIRGAS - Macaé - RJ

(2) FEM-DE - UNICAMP - CP 6122 - Campinas-SP 13081

RESUMO

Desenvolvimento de modelo para predição da fração de vazio e do gradiente de pressão em escoamentos horizontais gás/líquido nos padrões estratificado ondulado e anular. Para fase líquida é dada uma abordagem diferencial, calculando-se a distribuição de tensões de cisalhamento. A fase gasosa e a interface são tratadas através de correlações empíricas, de onde se obtém as tensões de cisalhamento.

INTRODUÇÃO

Escoamentos gás-líquido, em regime estratificado ou anular, com retenção volumétrica de líquido acima de 10% (fração de vazio de 90%), ocorrem com frequência em gasodutos. A condensação da fase líquida ocorre no escoamento, causando efeito significativo no gradiente de pressão. Por exemplo, Hart et al (1988) mencionam que retenção de líquido da ordem de 0,5% (fração de vazio de 99,5%) pode causar um aumento de até 30% no gradiente de pressão, quando se compara com um escoamento onde somente a fase gasosa está presente.

Uma descrição quantitativa da distribuição das fases e do gradiente de pressão, através de estudos teóricos e experimentais, é fundamental para a compreensão destes escoamentos. Neste sentido vários modelos e correlações foram desenvolvidos. Os modelos geralmente partem de um balanço entre as forças de pressão e cisalhamento que atuam em ambas as fases. Os termos de força são modelados através de abordagens integrais para ambas as fases, ou integral para a fase gasosa e diferencial para a fase líquida, e mesmo uma abordagem diferencial para as duas fases. Cheremisinoff & Davis (1979) desenvolveram um modelo para estes escoamento admitindo diferentes configurações para a interface de separação das fases. Os padrões estratificado ondulado e estratificado com ondas de perturbação foram considerados. As fases líquida e gasosa foram tratadas através de abordagens diferencial e integral, respectivamente. Na fase líquida o modelo adota um perfil de tensões uniforme, com valor igual à tensão na parede. A premissa levou à descontinuidade da tensão na interface gás-líquido. Efeitos da evolução do filme de

líquido na periferia da tubulação não foram considerados, desde que admitiu-se que a interface era horizontal e plana.

O tratamento diferencial para ambas as fases foi dado por Kadambi (1981). O modelo considerava as duas fases escoando separadamente, e a distribuição de tensões foi imposta. Admitiu-se uma mesma variação linear para as fases, impondo-se a continuidade da tensão na interface. A forma da interface era plana, com o líquido acumulando-se na base da tubulação.

Hart et al (1989) propuseram um modelo fenomenológico para escoamentos estratificados com fração de vazio superiores a 96%. A abordagem foi a integral para as duas fases, e a evolução circunferencial do filme de líquido era considerada.

Correlações como a de Spedding (1984) baseiam-se no ajuste de dados experimentais de fração de vazio e gradiente de pressão, através de parâmetros representativos do fenômeno. No caso, aplicava-se a escoamentos anulares.

O presente modelo se propõe a estimar a fração de vazio e o gradiente de pressão em escoamentos gás-líquido estratificado e anular, com fração de vazio superior a 90%. Considera-se diferentes padrões de interface, desde a lisa, passando por interfaces onduladas, que se verificam em escoamento estratificados, até as que ocorrem em escoamentos anulares. Indiretamente, o fator de fricção na interface identifica-a. Nestes escoamentos com pequena fração de líquido, o efeito de curvatura da parede da tubulação é desprezado, considerando-se que o escoamento da fase líquida ocorre em um canal bidimensional formado por duas placas

paralelas. A altura do canal é, então, a espessura média do filme de líquido. Sua largura, o perímetro molhado do tubo. Efeitos de borda não foram considerados. A abordagem diferencial é aplicada ao líquido, sendo a distribuição de tensões linear. A tensão na interface gás-líquido é obtida de correlações aplicadas a diferentes padrões, e impõe-se sua continuidade na interface. A abordagem integral é aplicada ao escoamento de gás.

MODELAGEM

Um Escoamento co-corrente de gás e líquido em um tubo cilíndrico horizontal, nos regimes estratificado ondulado e anular, com pequena fração de líquido na secção transversal do tubo, é representado esquematicamente na Fig. 1.

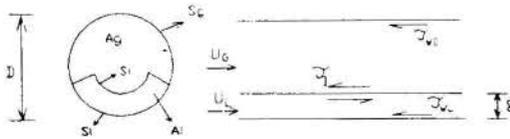


Fig. 1 - Representação esquemática da distribuição das fases no escoamento

AG e AL são as áreas abertas aos fluxos de gás e líquido respectivamente; δ a espessura média do filme; τ_{wg} e τ_{wl} as tensões de cisalhamento que o gás e o líquido exercem, respectivamente, junto à parede; τ_i a tensão de cisalhamento na interface gás/líquido; U_g e U_l as velocidades médias do gás e do líquido; e S_g , S_l e S_i os perímetros molhados pelo gás, líquido e interface, respectivamente.

Para prever a evolução circunferencial do filme de líquido no tubo, é utilizada a correlação proposta por Hart et al [1989],

$$\frac{S_L}{\pi D} = 0,52 (1-\alpha)^{0,374} + 0,26 \left[\frac{U_L}{g D} \frac{\rho_L}{\Delta \rho} \right]^{0,58} \quad (1)$$

onde ρ_L é a densidade do líquido, $\Delta \rho$ a diferença de densidades entre o líquido e o gás, D o diâmetro da tubulação e α é a fração de vazio, $\alpha = A_g/A$, ($A = \pi D^2/4$ é a área transversal do tubo).

Para pequenas frações de líquido, pode-se considerar, em uma aproximação de primeira ordem, que $S_i \equiv S_L$. Deste modo, a fração de vazio pode ser calculada a partir da espessura média do líquido, δ , e do perímetro molhado pelo líquido, S_L ,

$$(1 - \alpha) = \frac{\delta S_L}{A} \quad (2)$$

As fases líquida e gasosa estão submetidas ao mesmo gradiente de pressão, $(\Delta P/L)$. Considerando um balanço de forças apenas para a fase gasosa, veja Fig. 1, o gradiente de pressão é dado por:

$$\rho g \left[\frac{\Delta P}{L} \right] = \tau_{wg} S_g + \tau_i S_i \quad (3a)$$

Alternativamente, o gradiente de pressões também pode ser expresso através de um balanço de forças apenas para a fase líquida. Considerando que: $A_L = S_L \delta$ e que $S_L \equiv S_i$,

$$\delta \left[\frac{\Delta P}{L} \right] = \tau_{wl} - \tau_i \quad (3b)$$

A determinação da fração de vazios e do gradiente de pressão requer a solução simultânea das equações (2), (3a) e (3b). Entretanto, são desconhecidas nestas equações as tensões que atuam, assim como a espessura do líquido. Estas variáveis serão obtidas a partir da modelagem de cada uma das fases em separado, incluindo a interface gás/líquido.

Fase Líquida. A modelagem da fase líquida avança com a idéia de modelo proposto por Cheremissinoff [1979] no sentido de que considera-se uma variação linear das tensões médias no filme de líquido. Desta forma garante-se que, para $y = \delta$, a tensão do líquido é igual à tensão da interface.

$$\tau(y) = \tau_{wl} - (\tau_{wl} - \tau_i) \frac{y}{\delta} \quad (4)$$

A distribuição das tensões médias no filme de líquido pode ser expressa por:

$$\tau(y) = \rho_L \left[\nu_L \frac{du}{dy} + l_m \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \right] \quad (5)$$

onde ν_L é a viscosidade cinemática do líquido e l_m é o comprimento de mistura de Prandtl. A expressão adotada para l_m neste trabalho foi a proposta por Nikuradse (Schlichting 1955),

$$l_m = \frac{H}{2} \left[0,14 - 0,08 \left(1 - \frac{2y^2}{H} \right) - 0,06 \left(1 - \frac{2y^4}{H} \right) \right] \quad (6)$$

onde H é a espessura de um canal bi-dimensional, tal que para $y = 0$, $\tau(0) = \tau_{wl}$, e para uma distância $y = \delta$ da parede, $\tau(\delta) = \tau_i$. Dado que a variação das tensões, em um canal bi-dimensional é linear, a espessura H pode ser expressa em função da

b) RPI (França & Lahey, 1989) - fluidos: água/ar, diâmetro da tubulação: 19,5 mm, faixa de velocidades superficiais em (m/s): $1 \leq J_G \leq 15,5$ e $0,006 \leq J_L \leq 0,043$, 30 pontos de medidas de fração de vazios.

c) TULSA (Minami, 1983) - fluidos: água/ar, diâmetro da tubulação: 77,9 mm, faixa de velocidades superficiais em (m/s): $0,48 \leq J_G \leq 15,0$ e $0,005 \leq J_L \leq 0,031$, 27 pontos de medidas de fração de vazios.

Resultados de Fração de Vazio. A fração de vazio calculada pelo modelo e pelo procedimento de Hart (1989) é comparada com dados experimentais. O erro médio relativo e seu desvio padrão da estimativas de α para cada conjunto de dados experimentais é apresentado na tabela 1.

LABORATÓRIO		ERRO MÉDIO RELATIVO	DESVIO PADRÃO
CENPES	Modelo	-3,13 %	2,74
	Hart	-0,46 %	1,20
RPI	Modelo	+0,65 %	7,16
	Hart	+4,13 %	8,07
TULSA	Modelo	+2,20 %	4,56
	Hart	+6,03 %	5,93

Tabela 1 - Valores do erro médio relativo e do desvio padrão da fração de vazio, obtidos com o modelo proposto e com o procedimento de Hart et al (1989), contra dados experimentais.

Figuras 2 a 4 mostram os resultados da fração de vazios versus J_G/J_L para certas faixas de medidas experimentais.

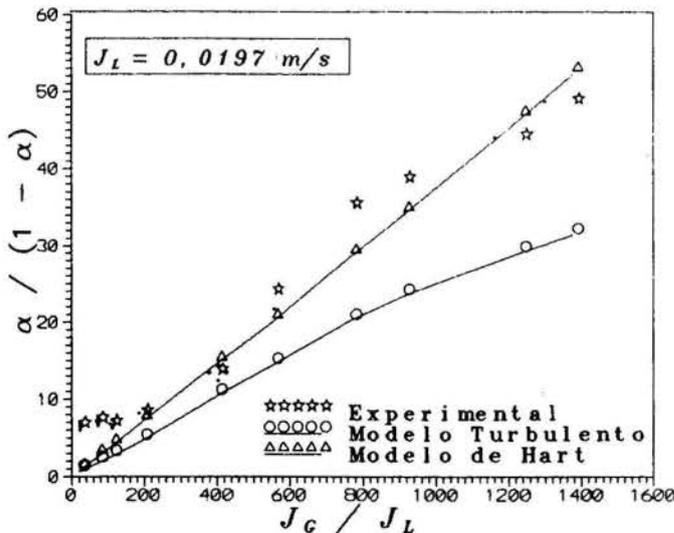


Fig. 2 - Distribuição $(\alpha/1-\alpha) \times J_G/J_L$, onde $J_L = 0,0197$ m/s, contra dados exp. CENPES.

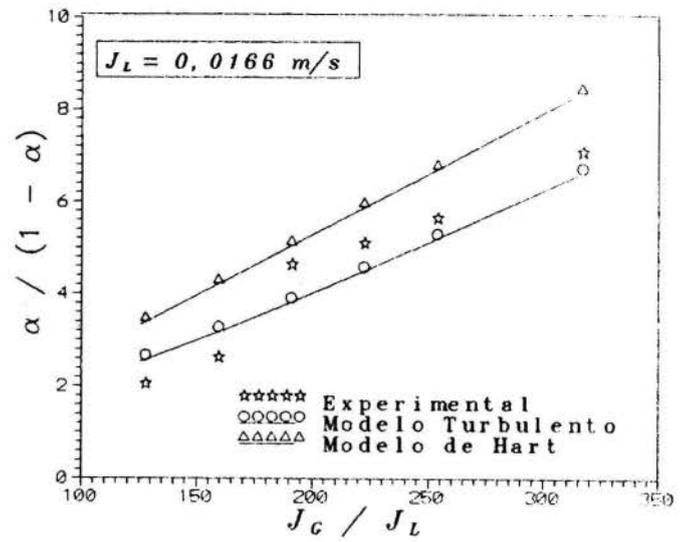


Fig. 3 - Distribuição $(\alpha/1-\alpha) \times J_G/J_L$, onde $J_L = 0,0166$ m/s, contra dados exp. RPI.

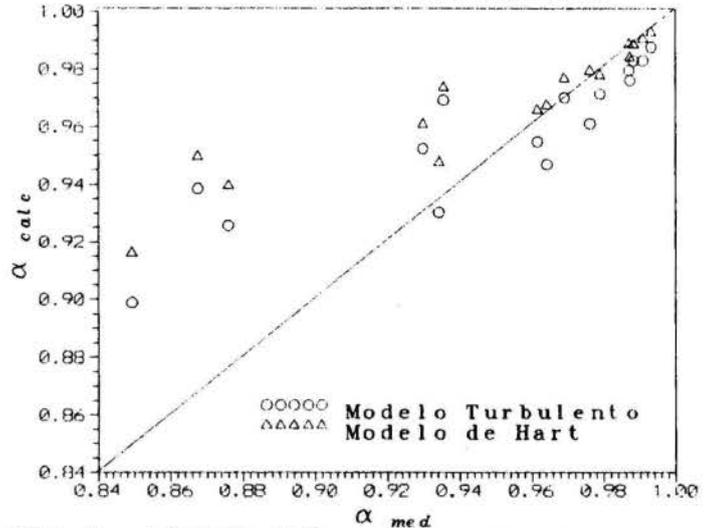


Fig. 4 - Distribuição $\alpha(\text{modelo}) \times \alpha(\text{exp.})$ dados experimentais TULSA.

A Figura 4 não apresenta o mesmo sistema de coordenadas das Fig.2 e 3 pois os dados experimentais foram coletados com variação simultânea de J_L e J_G .

Resultados de Gradiente de Pressão. Os dados experimentais, com medidas de gradiente de pressão disponíveis, foram obtidos no CENPES-PETROBRÁS. O erro médio relativo e o desvio padrão do gradiente de pressão dado pelo modelo proposto e o de Hart são apresentados na tabela 2.

	ERRO MEDIO RELATIVO	DESVIO PADRAO
Modelo	+ 14,69 %	26,00
Hart	+ 5,31 %	33,70

Tabela 2 - Erro médio relativo e desvio padrão do gradiente de pressão, fornecidos pelo modelo proposto e por Hart et al (1989), contra dados experimentais obtidos no CENPES.

espessura do líquido, δ , e das tensões τ_{WL} e τ_I ,

$$\frac{H}{2} = \frac{\delta \tau_{WL}}{\tau_{WL} - \tau_I} \quad (7)$$

Substituindo-se as equações (6) e (5) na equação (4), o gradiente de velocidades no líquido é obtido,

$$\frac{du}{dy} = \frac{-\nu_L + \left[\nu_L + 4 \ln \left[\tau_{WL} - (\tau_{WL} - \tau_I) \left(\frac{y}{\delta} \right) \right] \right]^{1/2}}{2 \ln^2} \quad (8)$$

A vazão mássica de líquido, W_L , é obtida integrando-se o gradiente de velocidades até uma altura δ ,

$$W_L = \rho_L S_L \int_0^\delta \left[\int_0^y \left(\frac{du}{dy} \right) dy \right] dy \quad (9)$$

Fase Gasosa. A tensão de cisalhamento que o gás exerce na parede da tubulação é dada por:

$$\tau_{Wg} = \frac{1}{2} f_g \rho_g U_g^2 \quad (10)$$

onde ρ_g é a densidade do gás, e f_g é o fator de atrito, calculado pela expressão de Blasius para escoamentos turbulentos em tubos lisos,

$$f_g = 0.046 Re_g^{-0.2} \quad (11)$$

Re_g é o número de Reynolds baseado no diâmetro hidráulico que a fração gasosa ocupa na tubulação.

Interface. A tensão interfacial é obtida de correlações empíricas da forma:

$$\tau_I = \frac{1}{2} f_I \rho_g U_g^2 \quad (12)$$

onde f_I é o fator de atrito interfacial. Os valores de f_I variam conforme o padrão do escoamento. A fim de identificar os padrões e delimitar os valores das velocidades superficiais do gás, $J_g = U_g \alpha$, e do líquido, $J_L = U_L (1-\alpha)$, que causam a transição entre eles (estratificado liso, estratificado ondulado e anular), foi utilizado o mapa de transição proposto por Taitel e Duckler [1976].

Para o padrão estratificado liso,

$$f_I = f_g \quad (13a)$$

Para o estratificado ondulado (Hanratty, 1968),

$$f_I = 0,01425 \quad (13b)$$

e para o anular (Hart et al 1987),

$$f_I = \frac{0,0625}{\log \left[\frac{15}{Re_g} + \frac{k}{3,715 D} \right]} \quad (13c)$$

onde k é 2,3 vezes a espessura média do filme líquido, δ . As equações (13a-c) fornecem os valores de f_I para cada padrão, entretanto apresentam descontinuidade de valores ao se transicionar de um padrão ao outro. A fim de caracterizar uma variação gradual dos valores de f_I entre os padrões de escoamento, foi feita uma ponderação linear nas imediações dos valores de transição, de tal forma a estabelecer a continuidade de valores. Este procedimento mostrou significativos ganhos em acuidade nos resultados do modelo. Os fatores de ponderação foram ajustados de tal forma que minimizassem os erros do modelo (Rodrigues, 1991).

Procedimento Iterativo. O procedimento iterativo para calcular a fração de vazio e o gradiente de pressão é similar ao utilizado por Cheremisinoff & Davis [1976]. A seguir sua descrição:

- Dados de entrada: velocidades superficiais do gás e do líquido, J_g e J_L . Calcula vazão mássica de líquido $W_L = \rho_L A J_L$. Determinação do padrão de escoamento.
- Estima fração de vazios α , e calcula: δ [eq. (2)]; τ_{Wg} [eq. (10)] e τ_I [eq. (12) e (13)].
- Estima τ_{WL} e calcula W_L [eq.(9)]
- Compara W_L com W_{LE} , se os valores diferirem mais do que 1% retorne ao item (c); caso contrário prossiga.
- Calcula gradiente de pressões na fase gasosa [eq.(3a)] e na fase líquida [eq. (3b)], se os valores diferirem mais do que 1% retorne ao item (b), do contrário procedimento iterativo chegou ao fim com valores convergidos de α e de $(\Delta P/L)$, satisfazendo o conjunto de equações envolvidas.

RESULTADOS

Para validar este modelo, os resultados numéricos foram comparados com os resultados do modelo de Hart et al (1989) e com dados experimentais tomados em três laboratórios distintos, a saber:

- CENPES (Rodrigues, 1991) - fluidos: água/ar, diâmetro da tubulação: 37.4 mm, faixa de velocidades superficiais em (m/s): $7 \leq J_g \leq 30$ e $0,010 \leq J_L \leq 0,078$, 44 pontos de medidas de fração de vazios e gradiente de pressão.

CONCLUSÕES

O presente modelo fornece valores de fração de vazio e gradiente de pressão em escoamentos estratificado e anular com boa precisão. Os resultados foram comparados com experimentos realizados independentemente. Os erros e desvios-padrão são de mesma ordem de grandeza dos obtidos, por exemplo, por Hart (1989), que realizou comparação com 1521 pontos experimentais. Verificou-se que a variação linear da tensão no filme líquido e sua evolução circunferencial na parede da tubulação são de importância fundamental na representação matemática do fenômeno. A inserção destas hipóteses avança com a conceituação física destes escoamentos.

REFERÊNCIAS

.Cheremissinoff, N.P & Davis, E.J., "Stratified Turbulent-Turbulent Gas-Liquid Flow", AIChE J., vol. 25, no.1, pp. 48-56, January 1979.

.França, F.A. & Lahey, R.T., "Aplicação do Modelo de Deslizamento na Determinação da Fração de Vazio em Escoamento Horizontal Estratificado e Anular". Proceedings of the 11^o COBEM, São Paulo-Brazil, 1991.

.Cohen, L.S. & Hanratty, T.J. "Effect of Waves at a Gas-Liquid Interface on a Turbulent Air Flows", Journal of Fluid Mechanics, vol. 31, 467-476, 1968.

.Hart, J., Hamersma, P.J. & Fortuin, J.M.H., "Correlations Predicting Frictional Pressure Drop and Liquid Holdup During Horizontal Gas-Liquid Pipe Flow with a Small Liquid Holdup", Int. J. of Multiphase Flow, vol. 15, no.6, pp 947-964, March, 1989.

.Minami, K., "Liquid Holdup in Wet Gas Pipeline", M.S. Thesis, University of Tulsa, OK, 1983.

.Rodrigues, G., "Fração de Vazio e Gradiente de Pressão nos Escoamentos Estratificados e Anulares Horizontais", Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas-SP, 1991.

.Schlichting, H., "Boundary Layer Theory", McGraw Hill, NY, 1955.

.Spedding, P.L. & Chen, J.J.J. "Holdup in Two Phase Flow", Int. J. Multiphase Flow, vol. 10, no 3, 307-339, 1984.

.Taitel, Y. & Dukler, A.E., "A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow", AIChE Journal, vol. 22, no.1, 1976.

SUMMARY

A model is proposed to predict void fraction and pressure drop in horizontal gas-liquid flows in stratified and annular flow regimes. A two-dimensional differential approach models the liquid phase rendering values of the shear stress distribution. An integral simulation treats the gas phase by means of empirical correlations. The coupling for the two phases results from the imposed shear stress continuity at the interface.

EXPERIMENTAL STUDY OF THERMALLY INDUCED FLOW INSTABILITIES IN A HORIZONTAL IN-TUBE BOILING SYSTEM

Y. DING , F. SCHOLZ AND S. KAKAÇ
Department of Mechanical engineering
University of Miami
Coral Gables, FL 33124, U.S.A.

SUMMARY

This work covers the experimental investigations of two-phase flow instabilities for forced convection in-tube boiling in a horizontal single channel system, with Freon-11 as the working fluid. Within the range of this work, steady state internal characteristics of the system were first studied for different system pressure, heat input, inlet temperature and exit restriction. Analysis on the effects of these parameters on steady-state characteristics, are presented. Dynamic instabilities and their dependence on various system parameters were also investigated. In each case, mass flow rate was varied over a wide range covering the entire boiling regions. Results are discussed and presented graphically.

INTRODUCTION

The phenomenon of thermally-induced two-phase flow oscillations is of importance for the design and operation of many industrial systems and equipment, such as steam generators, refrigeration plants, and various heat exchangers used in chemical processing units and refineries.

It is important that the problems associated with two-phase flow instabilities be understood, and every effort be made to avoid them. At present, the understanding of two-phase flow thermal oscillations is far from complete. The experimental study and analytical modelling of this phenomenon remain limited.

Most of the works found in literature on thermal instabilities in two-phase flow has been concentrated on upflow systems, either with a single channel, or with a parallel channel arrangement. The recent work by Liu and Kakaç (1991), Kakaç et al. (1990) and Padki et al. (1991) on two-phase flow instabilities in a vertical boiling flow has been cited in references. In reality, however, horizontal flow systems are used more often, such as shell-and-tube heat exchanger and evaporators in air-conditioning units, etc.

Hashizume, et al. (1983), studied, in a series of experimental and analytical works, the flow pattern, void fraction and pressure drop of Freon-12 and Freon-22 in a horizontal two-phase flow system. Ruder, et al. (1989), investigated the necessary conditions for the existence of stable slug and plug flows in horizontal pipes by relating the gas velocity to the thickness of the liquid carpet at the bottom of the pipe. Lin, et al. (1988), did experimental and analytical studies of the pressure drop type instabilities in a horizontal hairpin tube.

It is the purpose of this paper to present the results of the work done on a newly-built, multi-functional experimental set-up designed to perform research on horizontal in-tube boiling flows at the University of Miami. This paper is the result of a series of experimental studies on a single horizontal channel with Freon-11 as the working fluid.

EXPERIMENTAL SYSTEM

Fig. 1 is the schematic diagram of a multi-tube horizontal in-tube boiling channel system. The experimental set-up was specifically built to generate the pressure-drop, density-wave and thermal oscillations in a horizontal tube, and to investigate the effects of the inlet subcooling, heat flux, flow rate and the upstream compressible volume, on the systems stability. Freon (R-11) was used as the working-fluid due to its relatively low boiling point and latent heat of vaporization, in association with its excellent scaling similarity with water.

Fluid supply. This component of the system consists of a main tank, a filter, a rotameter and a subcooling controller. A high pressure nitrogen supply container with a pressure regulating valve installed offered a constant tank pressure and therefore a continuous flow of fluid throughout an experimental run. A rotameter is used to provide control and flowrate measurement. The inlet temperature is controlled by the subcooling controller.

Test section. This is the part of the loop where the boiling and the related two-phase flow oscillations occur under controlled conditions. A surge tank, two plenums, a test chamber, consisting of three insulated

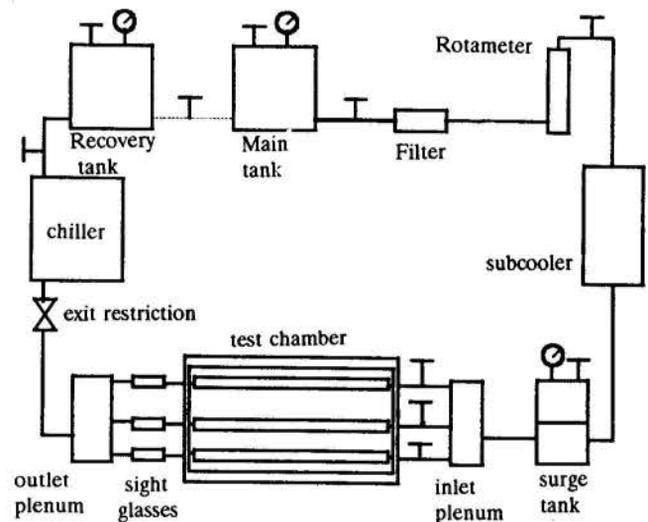


Fig. 1 schematic drawing of the experimental system

horizontal heated tubes, and an exit restriction are part of this section. The main body of the instrumentation is also implemented in this section.

The surge tank (2.1 litre), which is an important dynamic component of the loop, provides the system with the necessary compressible volume for the pressure-drop oscillation to occur. An attached sightglass is used to check the pre-set liquid level and to monitor its variation during the oscillations.

Two cylindrical plenums ($\phi 100\text{mm} \times 254\text{mm}$) are mounted on the set-up. The inlet plenum provide means to branch the flow of the working fluid from the surge tank into the multi-channel test chamber.

Between the inlet plenum and the test chamber, a section of triple stainless steel tubing is mounted to accommodate the pressure and flow oscillation measurements. The inlet fluid temperature is measured right before the test chamber.

The test chamber is a $122 \times 30 \times 11 \text{ cm}^3$ housing. A copper bracket for the electric heater is mounted on each end of the heater tubes and is connected to a 20 KW DC rectifier, which is equipped with continuous current settings. The heater tubes are insulated with fiberglass wool tapes.

The test chamber is followed by sight glasses for each tube and the outlet plenum. Behind the outlet plenum the test section is terminated at an exit restriction, which is a sharp-edged orifice plate, that can be varied to different inner diameters and is used to adjust the system back pressure.

Fluid recovery. Following the test section is the fluid recovery section consisting of a condenser and a recovery tank. The mixture of saturated liquid and vapor discharging from the exit restriction is first directed through the condenser coil, then the condensed liquid is collected in the recovery tank, which is maintained at a constant pressure to ensure a constant exit pressure for the test section.

The temperature measurements are made by E-type thermocouples with 0.25 mm diameter. A comparison calibrating method was adopted in this study. The bias uncertainty associated with temperature measurement is calculated as $\pm 0.5^\circ\text{C}$. The fluid inlet temperature was controlled within $\pm 0.5^\circ\text{C}$, over the experimental range.

The inlet mass flow rate was measured by a rotameter and converted to grams per second by proper calibration. The calibration curve fitting polynomial was given by the manufacturer. The total uncertainty for mass flow rate is about $\pm 2\%$.

The heat input was calculated as the product of the current supplied by the rectifier and the voltage drop across the heater tube. The overall uncertainty for heat input is about $\pm 2\%$.

Pressure measurements are made by both pressure gauges and transducers. The gauges have a range from 0 to 10 bar with subdivisions of 0.01 bar. The response time constants of the pressure transducers and the differential pressure transducers are both in the order of 0.1 second. The shortest period of the oscillation studied is in the order of 1 second. Therefore, the instrument used are capable of the dynamic measurement.

THE EXPERIMENTAL PROCEDURE

1. The working-fluid is transferred from the recovery tank to the main supply tank.
2. All mechanical components and instrumentations are checked.
3. The main tank is pressurized to a pre-set level.
4. The main control valve is opened, allowing the fluid to enter the test section.
- 4a. For tests with inlet liquid temperature lower than the room temperature, the inlet sub-cooler is turned on and set to the desired temperature.
5. The condenser is turned on (2 min adjusting).
6. The power supplies for differential pressure transducers and electronic ice junctions are turned on.
7. The surge tank is filled with nitrogen gas to a predetermined volume and pressure.
8. The heat input is increased gradually to a pre-set value. The system is allowed to become 'steady', as indicated by the recording of the system pressure, temperatures and flow rate.
9. With uninterrupted constant heat input, the flowrate is reduced carefully in small intervals.
10. Measurements of temperatures, pressures, flow rate and heat input are taken and critical observations are noted at each interval.

EXPERIMENTAL RESULTS

Steady-state characteristics

The influences of system pressure, heat input, exit restriction and inlet temperature on the steady-state characteristics of the horizontal system are studied and presented below. The mass flow rate is defined as that from the main tank to surge tank, and the pressure drop from surge tank to exit.

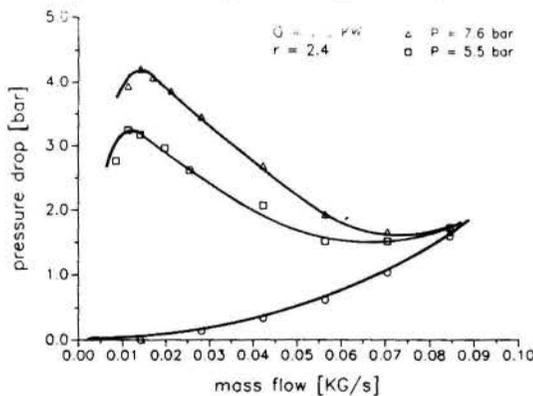


Fig. 2 Effect of system pressure on steady-state characteristics

Effect of system pressure. The major effect of the system pressure is on the two-phase region, Fig. 2. With increasing system pressure the slope of the curve will increase. It can also be illustrated in such way, that, when the system pressure is increased, the vapor line and the liquid line will be closer, and the two-phase region becomes narrower. Eventually, when a critical pressure is reached, there will be no two-phase region, and no

oscillation will be observed. Xiao (1991), succeeded in reaching the critical pressure on a full-size steam-water loop, and found no oscillation around that point.

Effect of heat input. The heat input influences mostly the internal energy of the working fluid per unit time. With more heat input, the fluid will start boiling earlier. The two-phase region is therefore stretched to take more space in the test section (heater tube), and consequently, a higher pressure drop will be created across the test section, Fig. 3.

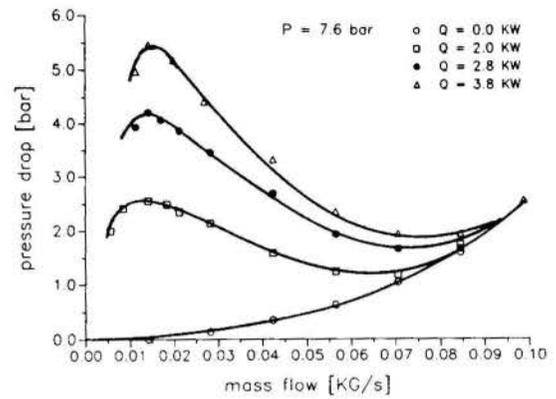


Fig. 3 Effect of heat input on steady-state characteristics

Effect of exit restriction. The exit restriction changes the overall pressure drop for the system. A larger diameter of the orifice plate will decrease the pressure drop and therefore flatten the characteristic curve and the system tends to be more stable, Fig. 4.

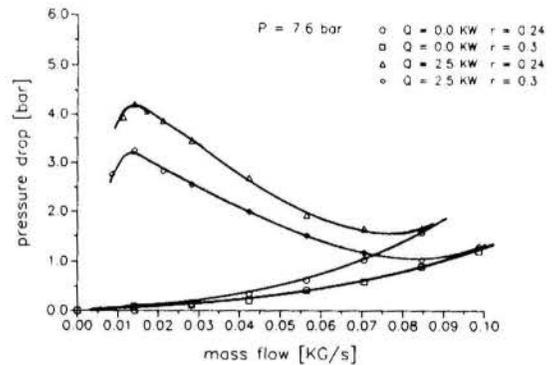


Fig. 4 Effect of exit restriction on steady-state characteristics

Effect of inlet temperature. The Inlet temperature of the fluid entering the system changes the boiling point on the steady state characteristic curves, Fig. 5. With lower inlet temperature, the fluid will start at a lower flow rate. Therefore the negative slope will become steeper in the two-phase region and consequently the system becomes less stable. In addition, subcooled boiling occurring in the single phase region will create more disturbances in the system.

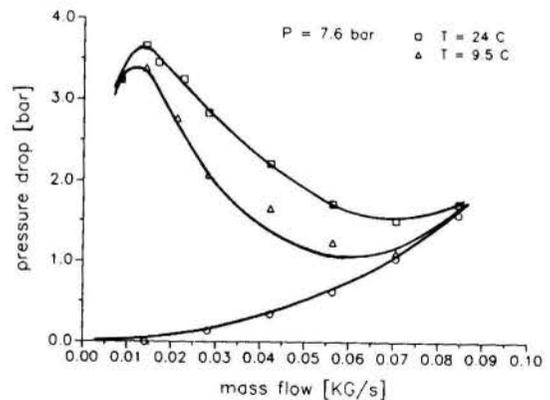


Fig. 5 Effect of Inlet temperature on steady-state characteristics

Investigation of dynamic instabilities

Sustained dynamic instabilities were studied on this set-up, they include:

1. Density wave oscillation,
2. Pressure drop oscillation,
3. Thermal oscillation.

Three other types of oscillations were also observed, i.e.:

- Low quality density wave oscillation near the liquid line,
- Medium quality density wave oscillation in the negative slope region near the top of the two-phase line,
- Transient pressure drop oscillation that occurs during the sustained pressure drop oscillation.

Traditionally, sustained density wave oscillation occurs along the vapor line where the slope is positive, and it is immediately concluded that the variations between the pressure and the flow rate are in phase. The total flow rate is low, and the quality is high. Typical period of this type of oscillation is about 1 second in this study (Fig. 6).

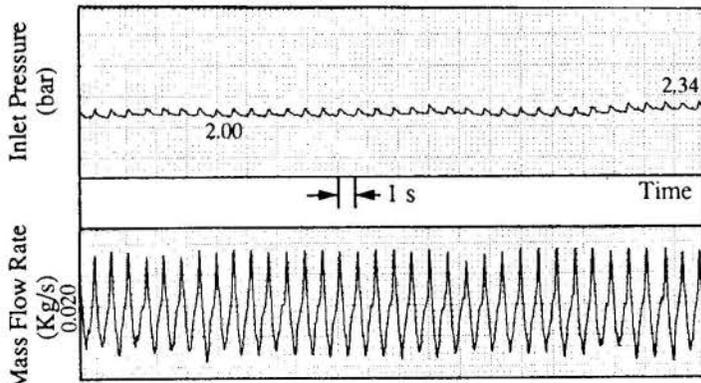


Fig. 6 Density wave type Oscillation, massflow = 0.02 Kg/s
 $T_{inlet} = 9^{\circ}\text{C}$, heat input = 2 KW

Sustained pressure drop oscillation occurs along the two-phase curve where the slope is negative. Therefore, the variations between the pressure and the flow rate are out of phase as can be seen in Fig. 7. Typically this type of oscillation involves the macroscopic fluctuation of every system parameter, and repeats itself between the vapor line and the liquid line. Pure pressure drop oscillation does not happen alone, but always superimposed with other higher order oscillations, since the flow rate changes between the low and high values during each cycle. The period of this type of oscillation is quite long, ranging from 15 to 30 seconds depending upon different working conditions.

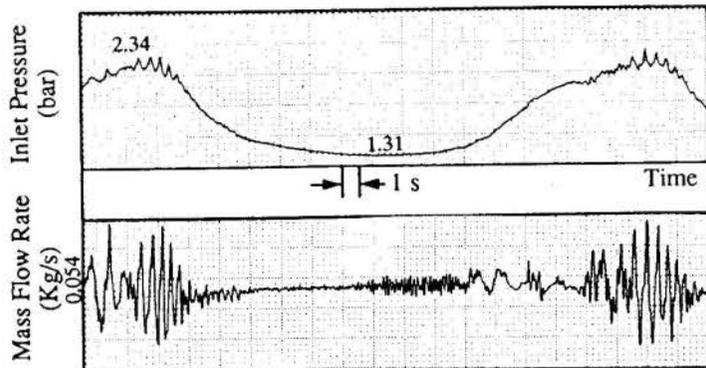


Fig. 7 Pressure drop type oscillation, massflow = 0.054 Kg/s
 $T_{inlet} = 9^{\circ}\text{C}$, heat input = 2 KW

Thermal oscillation is always accompanied with oscillation of flow rate with low frequency and large amplitude, i.e. pressure drop oscillation, and represented by fluctuation in wall temperature (Fig. 8). The flow rate changes periodically from low to high, when pressure drop oscillation occurs. When flow rate is high, it can absorb more heat from the wall, which is heated constantly; when the flow rate is low, heat transfer deteriorates, then the wall temperature increases. When flowrate changes rapidly, the wall temperature won't be able to follow, and because of the thermal inertia of the tube wall, the thermal oscillation disappears.

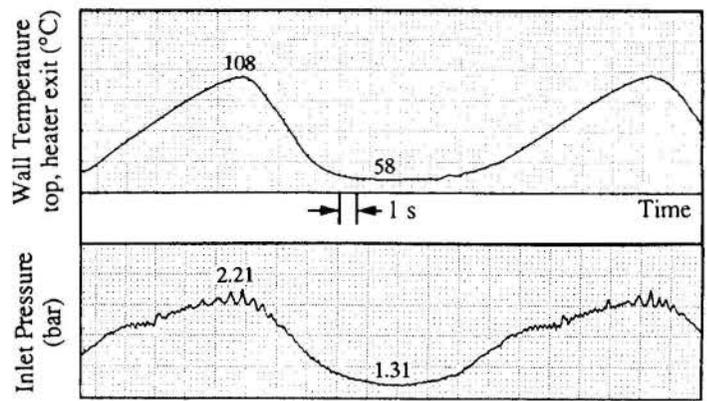


Fig. 8 Thermal oscillation, massflow = 0.054 Kg/s
 $T_{inlet} = 9^{\circ}\text{C}$, heat input = 2 KW

Density wave type oscillations do not occur only along the vapor line, it can also happen along the liquid line as long as there is two phase flow present in the system. When this type of oscillation occurs, the vapor quality is very low inside the system. Since the heater tube is placed horizontally, the vapor generated around the inner perimeter of the tube will separate itself from the liquid, and rise up to gather along the top of the tube under the action of buoyancy; the liquid will stay along the bottom under the action of the gravity. At the same time, both liquid and vapor are travelling downstream at different speeds, while being constantly heated. Since the vapor possesses a higher velocity, it will transfer certain momentum at the interface to the liquid that is travelling at a lower velocity. Under certain conditions, the liquid will gain enough momentum and jump to the top wall, and a liquid slug is thus formed followed by a vapor pocket, etc.. What can be observed through the sight glass in this situation is, that a constant liquid carpet covers the bottom of the tube, the top is occupied by liquid at one instant, and vapor at next. Since this oscillation is observed along the liquid line where the slope of the curve is positive, the variations between the pressure and the flow rate are also in phase, as indicated in Fig. 9.

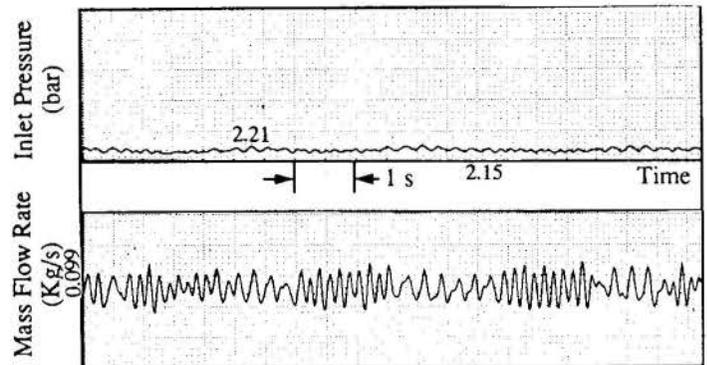


Fig. 9 Low quality density wave type oscillation, $T_{inlet} = 9^{\circ}\text{C}$,
massflow = 0.099 Kg/s, heat input = 2 KW

It should be noticed, that this type of density wave type oscillation occurs at the beginning of each test, with large amount of compressible volume still present in the surge tank. However, the system is considered to be stiff enough, since the vapor generation does not cause a significant amount of pressure variation. In other words, as long as the upstream compressible volume does not change a great deal, its existence can be ignored.

This type of density wave oscillation was studied by Fukuda (1978) in a parallel double channel system. Xiao (1991) also reported its existence. In this experimental study, another type of oscillation was also observed. The variations in pressure and flow rate are quite similar to density wave type, i.e. with high oscillating frequency. The phase between the pressure and the flow rate, however, has a difference of 180° (Fig. 10). This oscillation happens immediately following a transient region after the pressure drop type oscillation. The surge tank at this point of time is quite full, while operating condition is still at the negative slope area. This can be the reason why the oscillation frequency is very high and the phase is 180° out. The quality at this time has a medium value. The oscillation in the transition region is quite complex (Fig. 11).

Examining the recording of pressure drop type oscillation (Fig. 7) carefully, one can find that on the rising portion of the curve, a plateau or vortex, with a lower value is superimposed. Following this portion, it is the superimposed density wave type oscillation around the peak of the curve, and then along the falling portion and around the valley of the curve, the

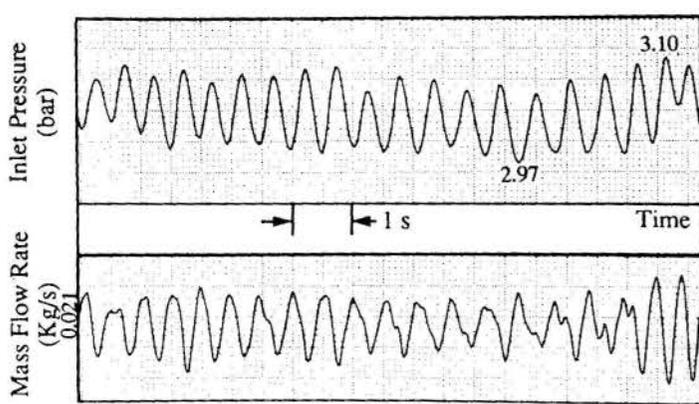


Fig. 10 Medium quality density wave type oscillation, $T_{inlet} = 24^{\circ}\text{C}$, massflow = 0.021 Kg/s, heat input = 2.5

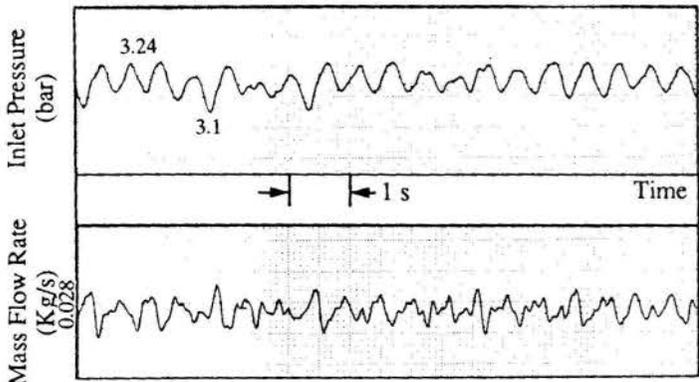


Fig. 11 Transition between Pressure drop type oscillation and Medium quality density wave oscillation, $T_{inlet} = 24^{\circ}\text{C}$, massflow = 0.028 Kg/s, heat input = 2.5 KW

low quality density wave type oscillation can be found. Thus, at least in this study, the pressure drop type oscillation does not happen by itself, but superimposed with three types of higher order oscillations.

A typical pressure drop type oscillation repeats itself along a limit cycle, and each cycle undergoes from low flow rate to high, and low again. Since the external and internal characteristics of the system do not change during the process, anything that could happen when the system is working at a particular flow rate, should also happen when the flow rate changes to that same value, in a continuous fashion. The following discussion will refer to Fig. 12.

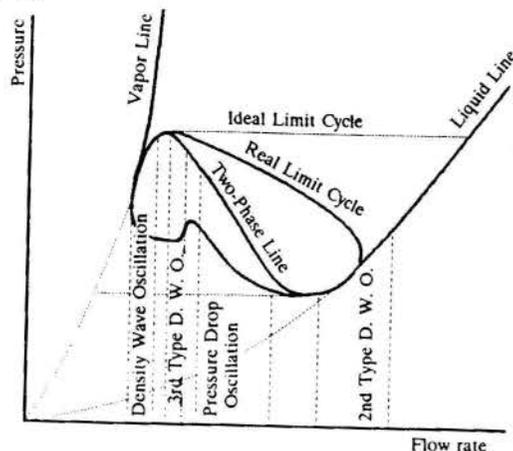


Fig. 12 Limit cycle

When pressure drop oscillation occurs, the flow rate, upstream compressible volume, and wall temperature all oscillate themselves with the same frequencies. When the pressure is at its low value, the surge tank liquid level is also at its low point, while flow rate through the heater tube has its maximum value. Then the flow rate starts to drop, it moves itself to the neighborhood of the valley on the steady state characteristic curves and the low quality density wave type oscillation would occur.

Since this is a continuous process, the flow rate keeps dropping down as a result of more vapor generation inside the heater tube, which causes the pressure to increase. When the flow rate decreases to the region for the pressure drop oscillation to occur, a transient pressure drop oscillation starts to prevail as the flow rate changes continuously from the right hand side of this region to the left hand side. This process brings the pressure to a higher value, and the flow rate even lower.

Now the system is ready to work in the vapor region. In this region, the flow rate is the lowest, vapor generation rate is the highest, and the quality reaches to its maximum of the cycle. The density wave type oscillation becomes the main behavior.

At this time, the pressure also reaches to its maximum value. The continuous pressure increase is the result of the vapor accumulation inside the system. The fluid is accumulated in the surge tank and causes the surge tank pressure to increase. When the pressure accumulation in the surge tank exceeds that in the heater tube, the fluid accumulated in the surge tank will be pushed all way through the system, causing pressure and wall temperature to decrease, while the flow rate increases. It seems that this process takes a long time, which is evident from the recording, that shows the lower portion of the graph quite long and flat. This process pushes the system to the liquid line, and the low quality density wave type oscillation occurs again.

It seems that sustained pressure drop oscillation is a comprehensive phenomenon representing several stages of instabilities in a repetitive manner.

CONCLUSIONS

- Pressure drop oscillation works as a common carrier. It brings up different modes of oscillations along the limit cycle.
- Thermal oscillations accompany the pressure-drop type oscillations. Oscillations of pressure and temperature are in phase; pressure leads temperature because of the slow response of the heat transfer to the changes in flow rate and the thermal inertia of the tube material.
- Pressure oscillation and flow rate oscillation are out of phase with pressure signal leading flow rate signal because of the fluid inertia.
- In the negative slope region of the steady-state characteristics, the periods and the amplitudes of both thermal and pressure oscillations increase first with decreasing mass flow rate, then decrease as the operating point moves close to the left.
- Both the pressure-drop type and the thermal oscillations occur in a wide range of flow rate at all heat inputs with large amount of initial compressible volume ($\frac{1}{4}$ of the surge tank was filled with gas). If the surge tank is only half filled in the beginning, the range of flow rate for these oscillations to occur becomes very narrow.

REFERENCES

- Fukuda, K. and Kobori, T., "Two-phase instability in parallel channels," *Proc. 6th Int. Conf. of Heat transfer*, Toronto, Canada, pp 369-374, 1978.
- Hashizume, K., "Flow pattern, void fraction and pressure drop of refrigerant two-phase flow in a horizontal pipe - I, Experimental data", *Int. J. Multiphase flow*, Vol. 9, No. 4, pp399-410, 1983.
- Kakaç, S., Veziroglu, T.N. and Padki, M.M., "Investigation of thermal instabilities in a forced convection upward boiling system", *Experimental Thermal and Fluid Science*, 3: pp191-201, 1990
- Liu, H.T. and Kakaç, S., "An experimental investigation off thermally induced flow instabilities in a convective boiling upflow system", *Wärme- und Stoffübertragung* 26, pp365-376, 1991
- Padki, M.M., Liu, H.T. and Kakaç, S., "Two-phase flow pressure-drop type and thermal oscillations", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.12, No.3, pp240-248, Sept 1991
- Ruder, Z., Hanratty, P.J. and Hanratty, T.J., "Necessary conditions for the existence of stable slugs," *Int. J. Multiphase flow*, Vol. 15, No. 2, pp209-226, 1989.
- Xiao, M., "Investigation of high pressure steam-water two-phase flow instabilities in parallel boiling channels," Ph.D dissertation, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, China, Sept. 1991.

ESCOAMENTO ANULAR DE DOIS LÍQUIDOS IMISCÍVEIS
EM TUBOS CURVOS

MÁRCIO ZIVIANI- D.Sc. - DEMEC/UFMG
ANGELA OURIVIO NIECKELE - Ph.D. - PUC/RIO
ANTÔNIO MAC DOWELL DE FIGUEIREDO -Dr.-Ing.- COPPE/UFRJ

RESUMO

Simulação numérica, pelo Método de Volumes Finitos, do desenvolvimento hidrodinâmico de dois líquidos imiscíveis em tubos curvos. Os efeitos da aceleração centrífuga deformam o perfil de velocidades axiais, provocando o aparecimento de um ponto de máximo. A posição da interface dos fluidos desloca-se no sentido de garantir a conservação de massa de cada fluido. Na faixa estudada, o número de Dean - que substitui o número de Reynolds em tubos curvos - afeta substancialmente a perda de carga do escoamento.

INTRODUÇÃO

O conhecimento das condições dinâmicas, tais como velocidades dos fluidos e posição da interface, em escoamentos anulares de dois líquidos imiscíveis, é de fundamental importância em uma série de aplicações. Trocadores de Calor por contato direto e oleodutos, são apenas alguns sistemas de engenharia onde esse trabalho poderia ser aplicado. A configuração anular de escoamento de líquidos imiscíveis é um dos possíveis arranjos de fases. De acordo com Joseph, et al. (1984), este arranjo é estável, quando o fluido mais viscoso esco internamente ou quando as viscosidades são aproximadamente da mesma ordem da grandeza.

Há, na literatura, diversos trabalhos que estudam o escoamento laminar de um único fluido ao longo de segmentos curvos de um duto de seção circular. No entanto, em relação ao escoamento de dois fluidos imiscíveis, em tubos curvos, a literatura trata, somente da região, onde o escoamento é plenamente desenvolvido. (Anderson, 1974, Maddock, 1974, e Xuejun, 1988). Os resultados obtidos não são válidos para muitas aplicações, onde os comprimentos dos segmentos curvos não são suficientemente longos para o pleno desenvolvimento do escoamento.

Uma outra característica dos trabalhos encontrados na literatura, é uma maior concentração de trabalhos sobre escoamento gás-líquido do que o escoamento líquido-líquido. Esta última situação, segundo Hasson, 1974, não pode ser tratada como um caso particular da primeira, pois a interface apresenta comportamento bem distinto quando a massa específica do núcleo é desprezível comparada àquela do fluido do filme.

Anderson et al, 1974, e Maddock et al, 1974, apresentaram dois importantes trabalhos experimentais sobre o escoamento bifásico (água-ar) num tubo em forma de U invertido. Usando técnicas experimentais como injeção de sódio fluorescente, sondas e paredes porosas, mediram espessura do filme, pressões, penetração ("entrainment") de líquido no gás e perfis de velocidade do gás.

Gould et al, 1974, salientam a sua relevância para o projeto e operação de instalações produtoras e armazenadoras de óleo. Nos processos em que ocorre transferência de calor, o colapso da película ou a redução acentuada de sua espessura podem ocasionar superaquecimento da parede ou outros efeitos indesejáveis. Oams, 1984, enfatiza a importância do escoamento pelicular de um fluido pouco viscoso no bombeamento de óleos muito viscosos, evitando-se o aquecimento deste. Nogueira, 1988, e Leib et al, 1977, referem-se à utilização de um filme de querosene no bombeamento de água, com a finalidade de se evitarem problemas de incrustações e de corrosão na parede do tubo.

O objetivo deste trabalho consiste em obter numericamente o desenvolvimento hidrodinâmico do escoamento laminar, de dois fluidos imiscíveis ao longo de uma tubulação curva horizontal.

MODELO

Na situação de escoamento laminar anular, em tubos retos, o escoamento ocorre praticamente de uma forma paralela, apresentando simetria angular e velocidade axial máxima no centro. Por outro lado, em tubos curvos observa-se o aparecimento de movimentos secundários causados por forças centrífugas, cuja consequência é a perda da simetria angular. Do ponto de vista analítico, o escoamento em segmentos retos da tubulação é bidimensional, enquanto, nos tubos curvos, o escoamento passa a ser tridimensional.

Neste trabalho, estuda-se o desenvolvimento do escoamento laminar anular de dois líquidos imiscíveis, no interior de segmentos curvos com grandes raios de curvatura. As propriedades termodinâmicas e de transporte de ambos os líquidos são supostas constantes. À vista da complexidade da situação real do escoamento e analisando-se detalhadamente os resultados obtidos por Anderson e Hills (1974), propõe-se a construção de um modelo baseado nas idealizações de uma interface regular, lisa, sem perturbações, concêntrica ao eixo da tubulação.

O desenvolvimento de um escoamento pode ser descrito por equações do tipo "camada limite", isto é, os efeitos difusivos ao longo da tubulação são desprezíveis e a variação da pressão no plano transversal pode ser desacoplada da variação da pressão na direção principal. Os escoamentos descritos por equações desse tipo são chamados parabólicos e a sua direção principal conhecida como direção parabólica. A solução do sistema de equações representativo desse tipo de escoamento pode ser obtida numericamente, marchando-se ao longo da direção parabólica, uma vez que as propriedades de uma determinada seção do tubo independem das propriedades das seções à jusante. Isto significa que um problema tridimensional (3-D) pode ser transformado em uma seqüência de problemas bidimensionais (2-D), reduzindo-se drasticamente a memória computacional necessária para a solução do problema. Na figura 1 apresenta-se o sistema de coordenadas utilizado. É importante observar que a coordenada α foi substituída por Z fazendo-se $dZ = r_c d\alpha$.

Baseado nas hipóteses de escoamento parabólico, incompressível, imiscibilidade dos líquidos envolvidos e supondo-se ainda o raio de curvatura muito maior que o raio do tubo, as equações adimensionais que governam o escoamento são:

.....equação da continuidade

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\rho^* RV) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho^* U) + \frac{\partial}{\partial Z} (\rho^* W) = 0 \quad (01)$$

...equações de conservação da quantidade de movimento

direção axial

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\rho^* RVW) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho^* UW) + \frac{\partial}{\partial Z} (\rho^* WW) = - \frac{d\bar{P}}{dZ}$$

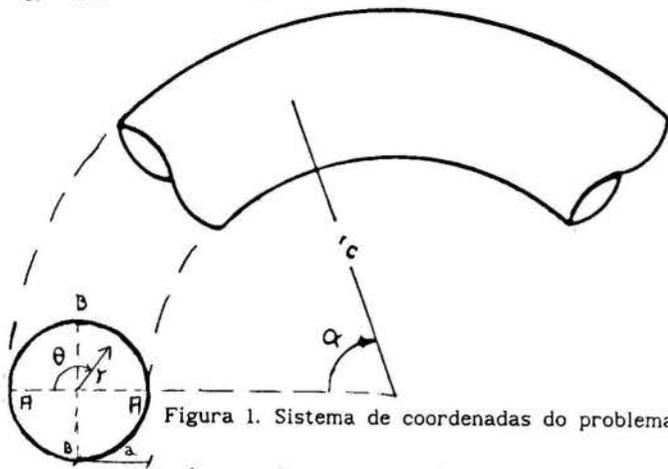


Figura 1. Sistema de coordenadas do problema.

$$+ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \mu^* \frac{\partial W}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\mu^*}{R} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) \quad (02)$$

direção radial

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\rho^* RVV) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho^* UV) + \frac{\partial}{\partial Z} (\rho^* WV) &= - \frac{\partial P}{\partial R} \\ + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \mu^* \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\mu^*}{R} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) - \frac{\mu^* V}{R^2} \\ - \frac{2}{R^2} \mu^* \frac{\partial U}{\partial \theta} + KW^2 \rho^* \cos \theta + \frac{\rho^* V^2}{R} \end{aligned} \quad (03)$$

direção angular

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\rho^* RVU) + \frac{1}{R} (\rho^* UU) + \frac{\partial}{\partial Z} (\rho^* RWU) &= - \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\mu^*}{R} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \mu^* \frac{\partial V}{\partial R} \right) - \frac{\mu^* U}{R^2} + \frac{2}{R^2} \mu^* \frac{\partial V}{\partial \theta} \\ - KW^2 \rho^* \sin \theta - \frac{\rho^* UV}{R} \end{aligned} \quad (04)$$

Os adimensionais utilizados nessas equações são:

$$\begin{aligned} R &= r / d, \quad Z = z / d \text{ Re}, \quad \delta = r_1 / R, \quad R_c = r_c / d, \\ W &= w / \bar{w}, \quad V = \rho_1 v d / \mu_1, \quad U = \rho_1 u d / \mu_1, \quad \bar{P} = \bar{p} / \rho_1 \bar{w}_{1n}^2, \\ P &= p d^2 \rho_1 / \mu_1^2, \quad \text{Re}_{1n} = \rho_1 \bar{w}_{1n} d / \mu_1, \quad K = \text{Re}_{1n} R_c^{-0,5}, \\ \rho^* &= \rho / \rho_1, \quad \mu^* = \mu / \mu_1, \end{aligned} \quad (05)$$

sendo $d = 2a$ o diâmetro do tubo, r_1 o raio da interface, r_c raio da curva, w, v e u os componentes da velocidade nas direções axial, radial e angular, respectivamente, \bar{w}_{1n} a velocidade média no início da curva, ρ a massa específica, μ a viscosidade absoluta, Re_{1n} número de Reynolds e K o número de Dean. Os índices i e r correspondem aos fluidos do núcleo e do filme, respectivamente.

Os valores dos parâmetros adimensionais ρ^* e μ^* , representativos respectivamente da massa específica e da viscosidade dinâmica, são funções da região ocupada por cada fluido, ou seja, dependem da posição da interface δ ,

$$\text{para } 0 \leq R \leq \delta; \quad \rho^* = 1, \quad \mu^* = 1;$$

$$\text{e para } \delta \leq R \leq 0,5; \quad \rho^* = \hat{\rho} = \frac{\rho_f}{\rho_1}, \quad \mu^* = \hat{\mu} = \frac{\mu_f}{\mu_1}. \quad (06)$$

Condição Inicial. À entrada do tubo ($Z = 0$;

$0 < R \leq 0,5$), adotou-se a situação de escoamentos plenamente desenvolvidos em tubos retos. Desta forma,

tem-se $V = 0, U = 0, W = W_{des}$, onde W_{des} é determinado pelas equações do perfil desenvolvido.

$$W_{f,des} = \left[- \frac{d\bar{P}}{dZ} \right]_{des} \frac{1}{4\mu} \left[\frac{1-R}{4} \right]^2 \quad (07)$$

$$W_{l,des} = \left[- \frac{d\bar{P}}{dZ} \right]_{des} \frac{1}{4\mu} \left[\left[\frac{1-R}{4} \right]^2 + (R^2 - \delta_{des}^2) (1-\mu) \right]. \quad (08)$$

É importante observar que a posição da interface δ_{des} , pode ser determinada, em função da razão de vazões em massa de cada fluido dada pela seguinte equação:

$$\dot{m}^* = \frac{\dot{m}_f^*}{\dot{m}_l^*} = \frac{\int_{\delta}^{0,5} W_{f,des} R dR}{\int_0^{\delta} W_{l,des} R dR} \quad (09)$$

$$\delta_{des} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\left[1 + \frac{\dot{m}^*}{\rho} \right] + \sqrt{\frac{\dot{m}^*}{\rho} \left[\frac{\dot{m}^*}{\rho} + \mu \right]}}{\frac{\dot{m}^*}{\rho} (2-\mu) + 1} \right\}^{1/2} \quad (10)$$

Vale notar que as condições iniciais desse problema nada mais são que a situação de um escoamento anular, desenvolvido, de dois líquidos imiscíveis em um tubo reto. Caso se deseje iniciar-se a curva a partir de um ponto qualquer da seção reta, basta tomar como condições iniciais o perfil de velocidades e a posição da interface neste ponto.

Condição de Contorno. Nas paredes do tubo $Z \geq 0$;

$R = 0,5$), impõe-se a condição de não-deslizamento entre o líquido do filme e o contorno sólido, desta forma, $V = 0, U = 0$ e $W = 0$.

O plano de simetria ($Z \geq 0; 0 < R \leq 0,5; \theta = 0$ e $\theta = \pi$), é considerado impermeável para ambos os fluidos logo $\frac{\partial V}{\partial \theta} = 0, U = 0$ e $\frac{\partial W}{\partial \theta} = 0$.

No eixo do tubo ($Z \geq 0; R = 0$), a afirmação com relação à não-passageira de fluidos pelo plano de simetria continua válida, portanto, $V = 0$ e $\frac{\partial U}{\partial R} = 0$. Além disso, nesse mesmo eixo, a área transversal à tensão na direção r torna-se nula. Então, $R \frac{\partial W}{\partial R} = 0$. Mas $\frac{\partial W}{\partial R} \Big|_{R=0} \neq 0$.

Condição de Interface. Finalmente, na interface

entre os dois líquidos ($Z \geq 0; R = \delta; 0 \leq \theta \leq \pi$), considera-se continuidade de velocidades e de tensões, desta forma, $V_1 = V_r, U_1 = U_r, W_1 = W_r$, além do que,

$$\frac{\partial V}{\partial R} \Big|_1 = \hat{\mu} \frac{\partial V}{\partial R} \Big|_r, \quad \frac{\partial U}{\partial R} \Big|_1 = \hat{\mu} \frac{\partial U}{\partial R} \Big|_r, \quad \frac{\partial W}{\partial R} \Big|_1 = \hat{\mu} \frac{\partial W}{\partial R} \Big|_r.$$

O conjunto de equações de conservação, juntamente com as condições de contorno acima, deve ser resolvido satisfazendo-se duas equações adicionais para determinação da pressão axial \bar{P} e posicionamento da interface δ . Estas equações são: conservação global de massa e conservação de massa de um dos líquidos.

Os parâmetros necessários à resolução são a razão de vazões \dot{m}^* , a razão de viscosidades dinâmicas μ^* , a razão de massas específicas ρ^* e o adimensional de Dean K , caracterizando a curvatura do tubo.

MÉTODO NUMÉRICO

Os campos de velocidades e pressões foram determinados através da discretização das equações de conservação. Utilizou-se o método de volumes finitos e o esquema "Power Law" para aproximação do perfil de velocidades, conforme descrito por Patankar, 1980. Na direção principal do escoamento, (direção parabólica)

utilizou-se uma integração totalmente implícita, de acordo com a recomendação de Almeida, 1989. O sistema de equações algébricas resultante foi resolvido iterativamente pelo algoritmo TDMA linha por linha. Para cada ciclo de cálculos, estima-se inicialmente o gradiente de pressão, $d\bar{P}/dz$ e a posição da interface δ . Em seguida, obtém-se o componente da velocidade W resolvendo-se a equação (2) e ajusta-se o gradiente de pressão para satisfazer a equação de conservação global de massa. Os componentes das velocidades radial e angular são então, determinadas, juntamente com a pressão no plano transversal p' , através das equações (01), (03) e (04). A posição da interface δ é então corrigida de forma a fornecer a divisão correta de vazão em massa para as duas fases. Com a nova interface, as propriedades são redefinidas no domínio computacional. O ciclo é então repetido até a obtenção da convergência, que é atingida quando o máximo resíduo local de massa for menor que 10^{-6} .

O deslocamento axial da posição da interface durante o desenvolvimento do escoamento ocorre de forma discreta, uma vez que a interface deve coincidir sempre com a face de um volume de controle, de acordo com a recomendação de Patankar, 1980.

Nas direções radial e angular, o acoplamento velocidade-pressão é resolvido com o algoritmo SIMPLE, proposto por Patankar, 1980. Na direção principal do escoamento, o acoplamento é feito entre o gradiente de pressão axial e a velocidade axial pela equação de conservação global de massa com um algoritmo análogo ao SIMPLE, proposto por Patankar e Spalding, 1972.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A influência do adimensional de Dean e dos parâmetros do modelo analítico foi verificada mediante a adoção de valores correspondentes às misturas água (núcleo) / querosene (filme), cujos parâmetros são $\rho = 1,04$ e $\hat{\mu} = 2,425$, e óleo (núcleo) / água (filme) com $\hat{\rho} = 1,11$ e $\hat{\mu} = 0,020$.

Com base nos testes de malha realizados (Ziviani 1991), adotou-se uma malha não uniforme com 690 pontos, concentrados na entrada do duto, espaçando os mesmos ao longo da tubulação. Na direção angular, definiu-se 15 pontos nodais uniformemente distribuídos. Finalmente, na direção radial, foi usado um total de 22 pontos nas duas regiões do domínio. O número de pontos nodais na direção radial foi estabelecido em função das razões de vazões estudadas: para $\dot{m}^* = 0,1$, usou-se 16 e 06 pontos nas regiões do núcleo e do filme, respectivamente; para $\dot{m}^* = 0,5$, onze pontos em cada região e, para $\dot{m}^* = 10$, foram utilizados 8 pontos na região interna e 14 na externa.

Perfil de Velocidades Axiais. A figura 2 mostra o desenvolvimento do perfil de velocidade axial ao longo de uma curva, no plano de simetria da curva A-A, e no plano normal ao anterior B-B. É importante ressaltar que a figura 2 apresenta os perfis em diferentes posições axiais, caracterizadas pelas letras A,B,C...etc.. Finalmente, nos perfis do plano A-A, os valores negativos da ordenada representam posições radiais situadas na semi-circunferência do lado de dentro da curva, de uma seção transversal do tubo.

Analisando-se o escoamento, observa-se a existência de quatro regiões distintas. Na primeira, ($0 \leq \alpha < 20^\circ$), o escoamento se comporta como se a curva não existisse, ou seja, processa-se como na região desenvolvida de um tubo reto. Neste trecho, o movimento secundário é muito pequeno e insuficiente para afetar o escoamento na direção principal.

Na segunda ($20^\circ < \alpha < 50^\circ$), devido a aceleração centrífuga, o fluido da região central, com velocidades maiores é deslocado para perto das paredes superior e inferior do tubo (plano B-B) e para a parede do lado externo da curva (plano A-A).

Na terceira região ($50^\circ < \alpha < 135^\circ$), há uma diminuição do valor máximo da velocidade axial, em função do aumento desta velocidade em outros pontos do domínio.

Nesse trecho há predominância do atrito viscoso entre a parede e o fluido, provocando uma distribuição mais homogênea da velocidade axial ao longo da seção transversal.

Finalmente, a quarta região é constituída pelo escoamento plenamente desenvolvido e se estende até ao

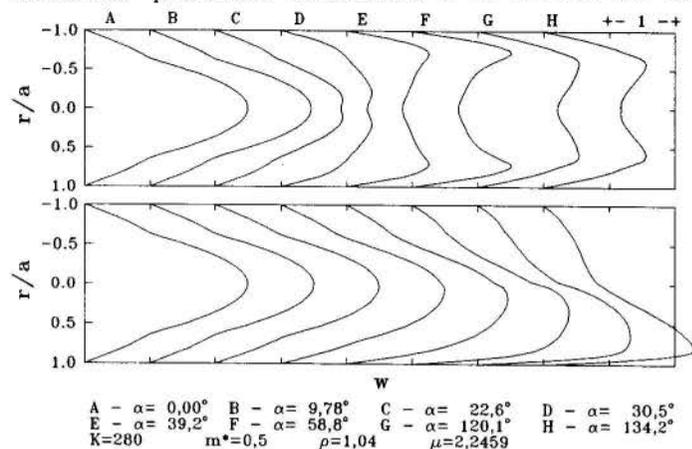


Figura 2. Evolução do perfil de velocidade axial ao longo do escoamento. Em cima, plano B-B, em baixo plano A-A. Mistura água / querosene.

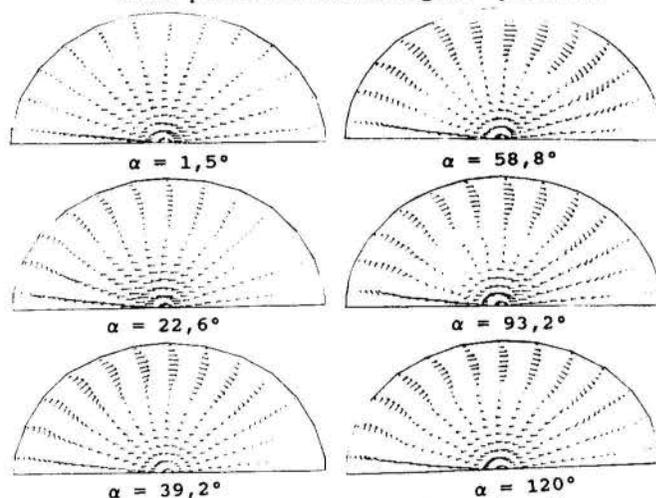


Figura 3. Movimento secundário da mistura água/querosene.

final da curva ($135^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$).

A figura 3 apresenta o movimento secundário do escoamento na seção transversal, para diversas posições ao longo da direção axial. O escoamento se processa, sempre, do lado de dentro para o de fora da curva na região central, o oposto ocorrendo próximo à parede. Na região de entrada, o movimento no núcleo é muito mais intenso que no filme e, à medida que se avança na direção principal, observa-se uma inversão dessa característica. Vale notar que o movimento na direção do filme só aumenta até um determinado ponto (60°). Depois disso, há uma diminuição da intensidade, até se tornar plenamente desenvolvido. Essa descrição está de acordo com o que se observou nos perfis de velocidades axiais da figura 2.

Posição da Interface. A variação da posição da interface ao longo da curva, para a mistura água/querosene, mantendo-se constantes a variável \dot{m}^* e variando-se o número de Dean, é apresentada na figura 4. Na região de entrada, a posição da interface permanece praticamente inalterada. Quando os efeitos da aceleração centrífuga começam a se fazer presentes, a velocidade do fluido no filme aumenta, e por isso, a região ocupada pelo fluido externo diminui, satisfazendo-se, com isso à conservação da massa. Por essa razão, a interface, nesse trecho da curva, desloca-se em direção à parede do tubo. Após uma breve estabilidade, o escoamento atinge uma região de predominância dos efeitos viscosos entre a parede e o fluido. Haverá, então, uma desaceleração do fluido externo, compensada com o aumento da região por ele ocupada. A posição da interface se deslocará em direção ao

centro do tubo, estabilizando-se na região do escoamento plenamente desenvolvido. Na região de entrada, a posição da interface permanece inalterada em um trecho da curva, tão maior, quanto maior for o número de Dean. Para a região de escoamento plenamente desenvolvido, a espessura do filme ($R - \delta$) torna-se menor para números de Dean maiores, indicando velocidade média do fluido do filme tão menor, quanto maior este parâmetro.

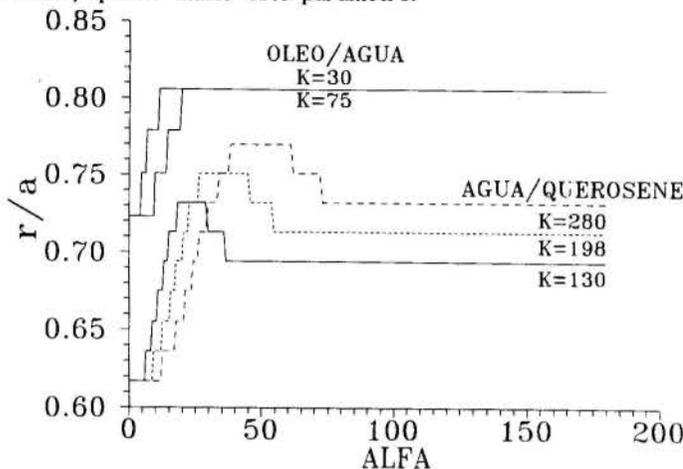


Figura 4. Posição da interface ao longo da direção principal para diversos valores de Dean.

O comportamento da interface δ , para uma mistura óleo/água, com razão de vazões 0,5 e números de Dean 30 e 75, também é mostrado na figura 4. Nessa situação, a posição da interface só se desloca na direção da parede do tubo, uma vez que o fluido externo absorve quase todos os efeitos da aceleração centrífuga e da desaceleração provocada pelo atrito.

Perda de Carga. A figura 5 apresenta a variação do fator de atrito, $fRe = [(-dP/dZ)2/\dot{W}] / [(2\delta)^2 (1-\mu) + \mu]$, em função do número de Dean. O escoamento se desenvolve mais afastado da entrada, à medida que o número de Dean cresce. As inflexões observadas ocorrem, porque a aceleração

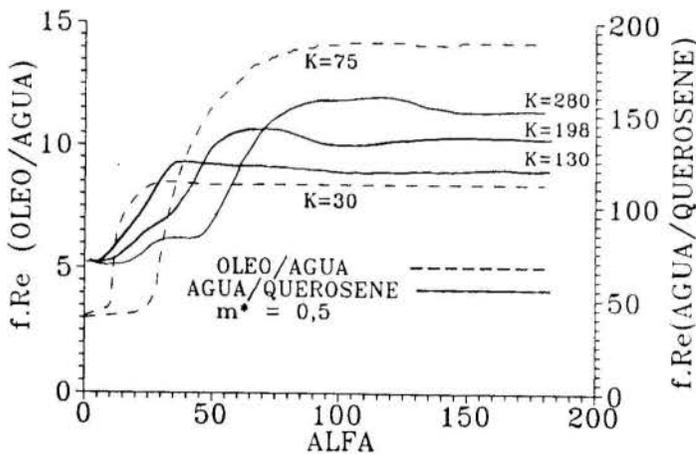


Figura 5. Fator de atrito ao longo da direção axial para diversos números de Dean.

centrífuga e a desaceleração provocada pelo atrito viscoso agem diferentemente, nas diferentes regiões ao longo da direção principal. Esses resultados confirmam as observações anteriores. Na região desenvolvida, a perda de carga será tão maior, quanto maior for o número de Dean, em função do movimento secundário causado pela aceleração centrífuga.

Apresenta-se também, a variação da perda de carga ao longo da direção axial, para a mistura óleo/água para uma razão de vazões constante e números de Dean iguais a 30 e 75. Nesse caso, o comportamento é semelhante ao da mistura água/querosene, ou seja, quanto maior o número de Dean maior a perda de carga. Note-se que há uma suavização nas inflexões, devido à alta viscosidade do óleo em relação à água.

CONCLUSÕES

Neste trabalho estudou-se numericamente o desenvolvimento laminar hidrodinâmico de um escoamento anular de dois líquidos imiscíveis em tubos curvos. Foram estudadas duas combinações de líquidos, óleo/água e água/querosene. Os efeitos da aceleração centrífuga deformam o perfil de velocidades axiais provocando o aparecimento de um ponto de máximo. A posição da interface dos fluidos desloca-se no sentido de garantir a conservação de massa de cada fluido. Na faixa estudada, variação do número de Dean afeta substancialmente a perda de carga do escoamento, introduzindo diferenças da ordem de 40%.

REFERÊNCIAS

- * Almeida, W.T., 1989. Programa Numérico para Solução das Equações de Transporte Tri-dimensionais Parabólicos. Tese M.Sc., Engenharia Mecânica, PUC, Rio de Janeiro.
- * Anderson, G.H. and Hills, P.D., 1974. Two-Phase Annular Flow in Tube Bends. Symp. Multi-Phase Flow Systems, University of Strathclyde, Glasgow, Paper J1, Published as Instn. Chem. Engrs. Symp. Series n° 38.
- * Gould, T.L., Tek, M.R. and Katz, D.L., 1974. Two-Phase Flow Through Vertical, Inclined or Curved Pipe. J. Pet. Technol. 26: pp. 915-26.
- * Hasson, D., Orell, A. and Fink, M., 1974. A Study of Vertical Annular Liquid-Liquid Flow - Part.I - Laminar Conditions. Paper n° A5, Multi-Phase Flow Systems Symp., Inst. Chem Engng., Symp. Ser. n° 38, Glasgow, 1-15.
- * Joseph, D. D., Renardy, M., and Renardy, Y., (1984), "Instability of the Flow of Two Immiscible Liquids with Different Viscosities in a Pipe", J.Fluid Mechanics, v.141, pp. 309-317.
- * Leib, T.M., Fink, H. and Hasson, D., 1977. Heat Transfer in Vertical Annular Laminar Flow of Two Immiscible Liquids. Int. J. Multiphase Flow, vol. 3, pp. 533-549.
- * Maddock, C., and Lacey, P.M., 1974. The Structure of Two-Phase Flow in a Curved Pipe. Symp. Multi-Phase Flow Systems, University of Strathclyde, Glasgow, paper J2 Published as Instn. Chem. Engrs. Symp. Series n° 38.
- * Nogueira, E., 1988. Escoamento Laminar e Transferência de Calor em Fluidos Imiscíveis sem Estratificação. Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica e Mecânica, São José dos Campos.
- * Oams, G., Segal, A. et al., 1984. A Theoretical Model for Core-Annular Flow of a Very Viscous Oil Core and a Water Annular Through a Horizontal Pipe. Int. Journal of Multiphase Flow, vol. 10, n° 1, pp.41-60.
- * Patankar, S.V. and Spalding, D.B., 1972. Prediction of Laminar Flow and Heat Transfer in Helically Coiled Pipes. J. Fluid Mech., vol. 62, part. 3, pp. 539-551.
- * Patankar, S.V., 1980. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw Hill, New York.
- * Xuejun, C. and Fandge, Z., 1988. An Investigation of Gas-Liquid Two-Phase Secondary Flow in Helical Coils, Copyright 1988 by Elsevier Science Publishing Co., Inc. Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics R.K. Shak, E.N. Garnie and K. T. Yang, Editors.
- * Ziviani, M., 1991. Escoamento Anular de Dois Fluidos Imiscíveis em Tubos Retos e Curvos. Tese D.Sc. Engenharia Mecânica COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

SUMMARY

Numerical simulation of the laminar hydrodynamic development of two immiscible fluids, by finite volume method in curved pipes. The velocity-field in the axial direction is changed by centrifugal effects, and a maximum value point appears in its distribution. The interface contour configuration modifies in order to assure the principle of continuity. The simulation indicates significant dependence of pressure losses of flow on Dean's number.

WALL FRICTION MODEL FOR NUMERICAL SIMULATION
 OF TWO-PHASE GAS-LIQUID FLOWS

LUIZ FELIPE M. MOURA
 Mechanical Engineering Dept.
 University of Campinas - Brazil
 C.P. 6122 - 13081 Campinas, SP

K. S. REZKALLAH
 Mechanical Engineering Dept.
 University of Saskatchewan
 Canada

SUMMARY

This paper deals with the development of a wall friction model for numerical simulation of the two-phase gas-liquid flows. The viscous and the turbulent stresses are replaced by a wall friction term. This term is given by the single-phase friction pressure drop and by a two-phase multiplier. In this work, we propose a correlation for the two-phase multiplier as a function of the void fraction and the Reynolds number. This correlation was obtained from an experimental data set including upward, horizontal and microgravity flows. The pressure drop predicted by the numerical simulation are in good agreement with the experimental data, except for the very low values of the pressure drop.

INTRODUCTION

The numerical simulation of the two-phase gas-liquid flows may be very helpful in many industrial applications. In the last years, the two-fluid model has been used for the numerical simulation of the two-phase flow distribution in different geometries [2-4].

In several practical applications of the two-fluid model, the viscous and the turbulent stresses can be replaced by a wall friction term. This simplification gives the friction pressure drop as a function of the single-phase friction pressure drop and the two-phase multiplier.

The objective of this work is to develop a correlation for the two-phase multiplier in order to improve the ability of the two-fluid numerical code to predict the total pressure drop in straight tubes.

THE WALL FRICTION MODEL

The local instantaneous formulation of the two-fluid model may be represented [1a] by the following equations:

The continuity equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k) + \vec{\nabla} \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{V}_k) = \Gamma_k \quad k = L, G \quad (1)$$

The equation of motion:

$$\alpha_k \rho_k \frac{D \vec{V}_k}{Dt} = -\alpha_k \vec{\nabla} \cdot p_k + \vec{\nabla} \cdot [\alpha_k (\tau_k + \tau_k^t)] + \alpha_k \rho_k \vec{g} + \vec{M}_k^d + \Gamma_k (\vec{V}_i - \vec{V}_k) \quad (2)$$

Where

- K = gas, liquid
- α = volumetric fraction
- ρ = density
- p = pressure
- \vec{V} = velocity
- Γ = interfacial mass transfer
- τ = viscous stress
- τ^t = turbulent stress
- \vec{g} = gravity
- \vec{M}^d = interfacial friction
- \vec{V}_i = interfacial velocity

In this work the mass transfer between the gas and the liquid is neglected and the interfacial friction term is obtained from the interfacial drag coefficient [1b] for dispersed flows.

For some practical applications of the two-fluid model (one-dimensional flow, for example), the local description of the viscous stress τ_k and the turbulent stress τ_k^t is not necessary. These terms can be replaced by a wall friction term:

$$\vec{M}_{kw} \equiv \vec{\nabla} \cdot [\alpha_k (\tau_k + \tau_k^t)] \quad (3)$$

The two-phase friction pressure drop is supposed to be a function of the single-phase friction pressure drop and the two-phase multiplier ϕ :

$$M_{kw} = \phi f(Re_k) \frac{\alpha_k \rho_k V_k^2}{2 D_h} \quad (4)$$

where

$f(Re_k)$ = single-phase friction factor

and

$$Re_k = \frac{V_k D_h}{\nu_k} \quad (5)$$

Where

- D_h = hydraulic diameter
- ν = kinematic viscosity

The two-phase multiplier is supposed to be a function of the void fraction and the mixture Reynolds number:

$$\phi = \phi(\alpha, Re_m) \quad (6)$$

The proposed form of this function is:

$$\phi = 1 + c \alpha^a Re_m^b \quad (7)$$

where a, b, c are constants to be found from the experimental data

RESULTS

Some available pressure drop experimental data for air-water flow in a 9.525 mm ID straight tube [5] were used in order to evaluate the coefficients that appears in equation (7).

Different flow orientations were studied such as upward, horizontal and microgravity flow. The two-phase flow data under microgravity conditions were obtained in an aircraft flying over a parabola trajectory. The flow patterns observed in this data set were bubbly, slug, churn and annular flow.

The numerical simulations were performed with the TOFLU-2D (Two-Fluid Two-Dimensional) code. The numerical solution of the two-fluid equations is based in the finite volume technique with staggered grids. A detailed description of the numerical algorithm is given elsewhere [5].

The total pressure drop predicted by the numerical simulation was compared to the available experimental data.

The single-phase friction factor for turbulent flow was obtained from the Blasius equation:

$$f(Re_k) = \frac{0.3164}{Re_k^{0.25}} \quad (8)$$

Using a data set composed of 70 experimental points, the proposed correlation for the two-phase multiplier is given by:

$$\phi = 1 + \frac{8.5 \times 10^4}{Re_m} \alpha 1.5 \quad (9)$$

$$Re_m = \frac{V_m D_h}{\nu_L} \quad (10)$$

Where V_m is the mixture velocity

Using the above correlation, the total pressure drop can be predicted with a mean deviation of about 14%, and 90% of the experimental data are predicted with a deviation less than 38%. The table 1 summarizes the behaviour of the proposed correlation for upward, horizontal and microgravity flow. It can be seen that this correlation shows a quite good agreement for upward flow, but for microgravity flow the results are unsatisfactory.

Table 1. Comparison between calculated and experimental pressure drop.

Flow Orientation	Number of Data Points	Mean Deviation	Accuracy* 90% Data
Upward	31	4,5	10
Horizontal	18	16,9	28
Microgravity	21	26,7	52
Total	70	14,3	38

The figures 1 to 3 show the comparison between predicted and measured total pressure drop for upward, horizontal and microgravity flow, respectively. The figure 4 shows the predicted pressure drop for all flow orientations.

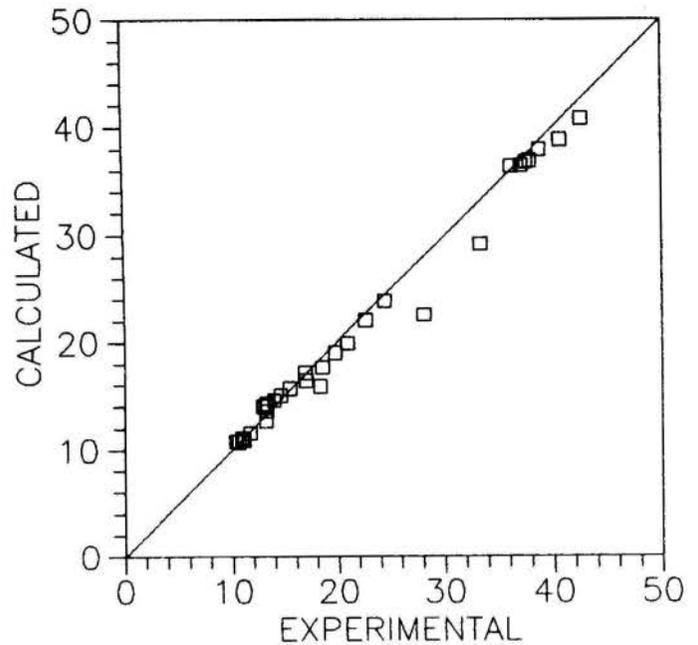


Figure 1. Pressure drop (kPa) for upward flow.

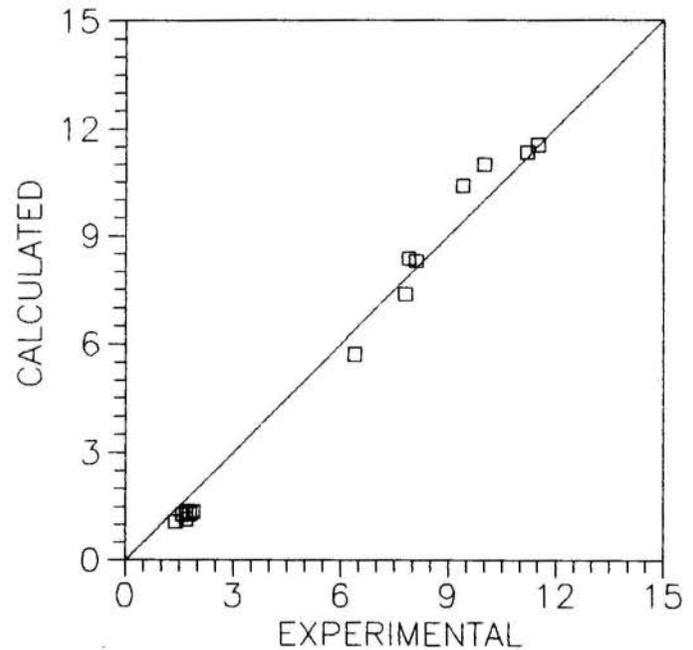


Figure 2. Pressure drop (kPa) for horizontal flow.

CONCLUSIONS

A wall friction model was developed for numerical simulation of two-phase flows. The wall friction term replaces the stress term in the formulation of the two-fluid model equations. It was considered that the two-phase friction pressure drop is a function of the single-phase pressure drop and the two-phase multiplier. A correlation for the two-phase multiplier was proposed based on an experimental data set including upward, horizontal and microgravity flow.

The pressure drop predicted by the numerical simulations (using the proposed wall friction model) are in good agreement with the experimental data. Nevertheless, the numerical results for the microgravity flow are more scattered. The mean deviation for all flow orientations is about 14%. For 90% of the experimental data points, the pressure drop can be predicted with a deviation less than 38% of the experimental value.

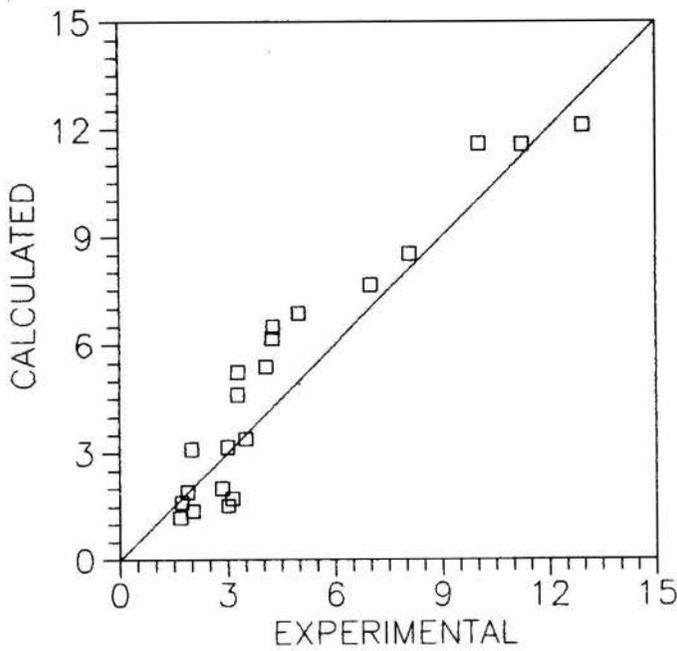


Figure 3. Pressure drop (kPa) for microgravity flow.

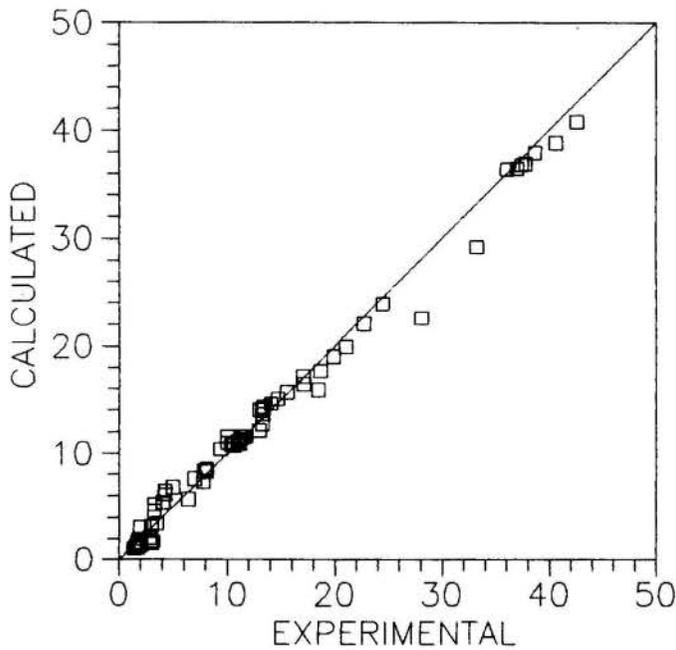


Figure 4. Pressure drop (kPa) for all flow orientations.

- [2] Lahey Jr., R.T., The Analysis of Phase-Separation and Phase Distribution Phenomena Using Two-Fluid Models, Nucl. Engng. Design, 122, pp. 17-40, 1990.
- [3] Moura, L.F.M., Etude de la Redistribution d'un Écoulement Diphasique entre Deux Pases d'un Échangeur de Chaleur, Ph.D. Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1989.
- [4] Moura, L.F.M. and Rezkallah, K.S., Numerical Study on the Two-Phase Flow Distribution in a T-Junction, Submitted to the Int. J. Numerical Methods in Fluids, 1991.
- [5] Moura, L.F.M. and Rezkallah, K.S., Numerical Simulation of Two-Phase Gas-Liquid Flows, Technical Report Nº MRG-91-2, University of Saskatchewan, Canada, 1991.

REFERENCES

- [1a] Ishii, M., Thermofluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow, Eyrolles, Paris, 1975.
- [1b] Ishii, M., and Michima, K., Two-Fluid Model and Hydrodynamic Constitutive Relations, Nuclear Engng. Des., Vol. 82, pp. 107-126, 1984.

A KINETIC APPROACH TO MULTIPHASE MODELLING

G. GUIDO LAVALLE and A. CLAUSSE
Centro Atómico Bariloche,
8400 Bariloche, ARGENTINA

SUMMARY

A multiphase flow is described by means of a distribution function of the velocity and volume of the clusters of the dispersed phase. The transport equation of the distribution function is obtained, taking explicitly into account the source terms due to the breakup and coalescence of the clusters. The consistency and usefulness of this approach is shown by applying the model to the analysis of bubble columns, in which good agreement is found when compared to published data.

INTRODUCTION

The spatial and temporal evolution of gas-liquid two-phase flows are subject of intensive research. This kind of flows are encountered in many practical applications, such as chemical reactors, oil by-products systems, nuclear reactors, etc. A complete description of multiphase flows can be in principle attained by local-instantaneous models (Ishii, 1975). However, since the use of these "microscopic" descriptions is impracticable, averaging operators are usually introduced (Ishii, 1975; Bouré, 1980), which in turn require a set of closure laws to restore the information lost in the average.

Between this two points of view (*i.e.*, microscopic and averages) lies the kinetic description which will be analyzed herein. The kinetic formulation is based on the generalized Boltzmann transport equation of a bubble distribution function, which has been often used to analyze other relevant physical problems (Ernst, 1981). An interesting review on the applications to particulate systems can be found in Ramkrishna (1985) and some work has also been performed on gas-liquid flows (Achard, 1978).

THE TRANSPORT EQUATION

Let us characterize a gas-liquid flow field by a distribution function $f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t)$, such that $f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t) d\mathbf{v} d\mathcal{V}$ represents the number of bubbles per unit volume at time t , at position \mathbf{r} , with volumes between \mathcal{V} and $\mathcal{V} + d\mathcal{V}$, and velocities between \mathbf{v} and $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$.

The volume moments of the distribution function which have physical significance are:

- Number Density (number of bubbles per unit volume):

$$N(\mathbf{r}, t) = \iint f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t) d\mathbf{v} d\mathcal{V} \quad (1)$$

- Interfacial Area Density (interfacial area per unit volume):

$$A(\mathbf{r}, t) = \iint a(\mathcal{V}) f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t) d\mathbf{v} d\mathcal{V} \quad (2)$$

where the function $a(\mathcal{V})$ gives the area of a bubble of volume \mathcal{V} . If the bubbles are spherical this function is:

$$a(\mathcal{V}) = (36\pi)^{1/3} \mathcal{V}^{2/3} \quad (3)$$

- Void Fraction (volume of gas per unit volume):

$$\alpha(\mathbf{r}, t) = \iint \mathcal{V} f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t) d\mathbf{v} d\mathcal{V} \quad (4)$$

The integrals in Eqs. 1, 2 and 4 should be evaluated over all possible volumes and velocities.

In general, the evolution of the field is given by its initial state, the imposed boundary conditions, the interaction between the bubbles with the surrounding liquid and between each others. Source terms should be provided to account for evaporation, condensation, bubbles multiplication by breakup and bubbles population reduction by coalescence.

Considering only binary interactions between bubbles (*i.e.*, a bubble can split up in two smaller ones or two bubbles can coalesce creating a bigger one) it is possible to write the evolution equation:

$$\frac{D}{Dt} f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t) = \mathcal{B}(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t) + \mathcal{C}(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t) + \mathcal{S}(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t) \quad (5)$$

where \mathcal{B} is the net bubble source due to breakup, \mathcal{C} is the net bubble source due to coalescence and \mathcal{S} is the source production term. The derivative of the left-hand side can be written as:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} + \frac{d\mathcal{V}}{dt} \frac{\partial}{\partial \mathcal{V}} \quad (6)$$

where \mathbf{F} is the sum of the external forces acting on a bubble and m its mass.

The rate of breakup of bubbles with a given volume, \mathcal{V} , can be written as the probability of bubble breakup per unit time multiplied by the number of bubbles with volume \mathcal{V} . Consequently, the net breakup balance, \mathcal{B} , is given by:

$$\mathcal{B}(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t) = \iiint \iiint [b(\mathbf{v}\mathcal{V}, \mathbf{v}'\mathcal{V}'|\mathbf{v}\mathcal{V}) f(\mathbf{v}', \mathbf{r}, \mathcal{V}', t) - b(\mathbf{v}'\mathcal{V}', \mathbf{v}\mathcal{V}|\mathbf{v}\mathcal{V}) f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathcal{V}, t)] d\mathbf{v}' d\mathcal{V}' d\mathbf{v}'' d\mathcal{V}'' \quad (7)$$

The first term of Eq. 7 represents the creation of bubbles with internal coordinates $(\mathbf{v}, \mathcal{V})$ due to the breakup of bigger bubbles, whereas the second term represents the loss of bubbles due to their breakup. The kernel $b(\mathbf{v}\mathcal{V}, \mathbf{v}'\mathcal{V}'|\mathbf{v}\mathcal{V})$ represents the probability that a bubble of volume \mathcal{V}' and velocity \mathbf{v}' splits

up creating two bubbles of volumes V and V'' and velocities v and v'' , respectively.

The rate of coalescence can be thought as the probability of crashing of a pair of bubbles per unit time multiplied by the product of the distribution functions of both bubbles (Ernst, 1981). The net coalescence balance, C , is given by the integral of all possible combinations, and can be expressed as:

$$C(v, V) = \iiint [c(vV|v'V', v''V'') f(v', V') f(v'', V'') - c(v''V''|vV, v'V') f(v', V') f(v, V)] dv' dV' dv'' dV'' \quad (8)$$

where the dependence on (r, t) has been omitted for clarity and the interpretation of each term is analogous to the breakup case.

In this model the liquid affects the bubble distribution function by three mechanisms: determines the bubble velocities through interfacial stresses, modifies the breakup and coalescence kernels due to turbulence or liquid impurities, and changes the bubble size through evaporation, condensation or gaseous solutes precipitation at the gas-liquid interface.

DISCRETE MODEL

Due to the complexity of the balance equation, it is not possible to find an analytical solution in almost all practical cases. Numerical solutions for particular cases were recently found (Navarro-Valenti *et al.*, 1991; Guido Lavalle and Clause, 1991).

Let us consider here a discrete approximation and let us restrict the analysis to one-dimensional problems for simplicity. The discrete approximation allows the volume of the bubbles to take a discrete and finite set of values, V_i . Moreover, it is considered that to each bubble volume, V_i , is associated a fixed bubble velocity, v_i . The bubble distribution function becomes:

$$f(v, x, V, t) = \sum_{i=1}^N f_i(x, t) \delta(v - v_i) \delta(V - V_i) \quad (9)$$

Combining Eqs. 5 to 9 yields:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x} \right] f_i = \sum_{j,k=1}^N [c(i|j, k) f_j f_k - c(k|i, j) f_i f_j + b(i, j|k) f_k - b(j, k|i) f_i + S_i] \quad i = 1, \dots, N \quad (10)$$

where the kernels notation has been simplified. In Eqs. 10 we have assumed that no external forces act on the bubbles and that the only mechanisms responsible for changes of bubbles volume are the breakup or coalescence processes.

These equations represent the convective transport of the distribution function for each bubble group with the velocity of the group and with source terms due to coalescence, breakup and bubble injection. They form a quasilinear set of coupled partial differential equations and, an important feature, they form a hyperbolic system, thus leading to a well-posed problem (Whitham, 1974).

The volumetric flux, defined as the volumetric flow rate of gas divided by the cross-sectional flow area, can be written as:

$$j(x, t) = \sum_{i=1}^N V_i v_i f_i(x, t) \quad (11)$$

MODEL OF A BUBBLE COLUMN

Let us consider a particular case of Eqs. 10 in which only two volumes of bubbles are allowed to exist in a one-dimensional flow. The second group volume should be twice the volume of the first group. Defining the partial void fraction occupied by the group- i of bubbles as:

$$\alpha_i = f_i V_i \quad (12)$$

The discrete transport equations, without source term, become:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + v_1 \frac{\partial}{\partial x} \right] \alpha_1 = -2c'\alpha_1^2 + b\alpha_2 \quad (13)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + v_2 \frac{\partial}{\partial x} \right] \alpha_2 = 2c'\alpha_1^2 - b\alpha_2 \quad (14)$$

where the coalescence rate $c' = c/V_1$ has been defined.

Combining Eqs. 13 and 14 gives:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

which is easily recognized as the mass conservation equation.

Steady-State Solutions

Let us make use of the present model to study entrance effects in bubble columns. Bubble column reactors are used in many applications in the chemical industry and has therefore been the subject of intensive research (Walter and Blanch, 1983; Rice and Littlefield, 1987). To this purpose the solutions $\alpha_i(x)$ correspondent to the steady-state boundary-value problem are investigated. By equating to zero the time derivatives in Eqs. 13 and 14 we obtain the fixed points $(\alpha_{1\infty}, \alpha_{2\infty})$:

$$\alpha_{1\infty} = -\frac{1}{4}\beta s + \left[\left(\frac{1}{4}\beta s \right)^2 + \frac{1}{2}\beta \frac{j}{v_2} \right]^{1/2} \quad (16)$$

$$\alpha_{2\infty} = \frac{j}{v_2} + \frac{1}{4}\beta s^2 - s \left[\left(\frac{1}{4}\beta s \right)^2 + \frac{1}{2}\beta \frac{j}{v_2} \right]^{1/2} \quad (17)$$

where the breakup-to-coalescence probability ratio, $\beta = \frac{b}{c'}$, and the velocity ratio, $s = v_1/v_2$ were defined.

Figure 1 shows the variation of $\alpha_{1\infty}$ and $\alpha_{2\infty}$ for $s = \frac{1}{\sqrt{2}}$, which corresponds to small spherical bubbles rising in a stagnant liquid and a breakup-to-coalescence probability ratio of $\beta = 0.5$ (suggested by Bonetto *et al.*, 1992).

The system can now be integrated along the x -coordinate yielding:

$$\alpha_1(x) = -\frac{1}{4}\beta s + \Delta/2 \left[\frac{1 + A_0 \exp\left(-\frac{2c'\Delta x}{v_1}\right)}{1 - A_0 \exp\left(-\frac{2c'\Delta x}{v_1}\right)} \right] \quad (18)$$

where

$$A_0 = \frac{2\alpha_{10} + \frac{1}{2}\beta s - \Delta}{2\alpha_{10} + \frac{1}{2}\beta s + \Delta} \quad (19)$$

$$\Delta = \left[\left(\frac{1}{2}\beta s \right)^2 + 2\beta \frac{j}{v_2} \right]^{1/2} \quad (20)$$

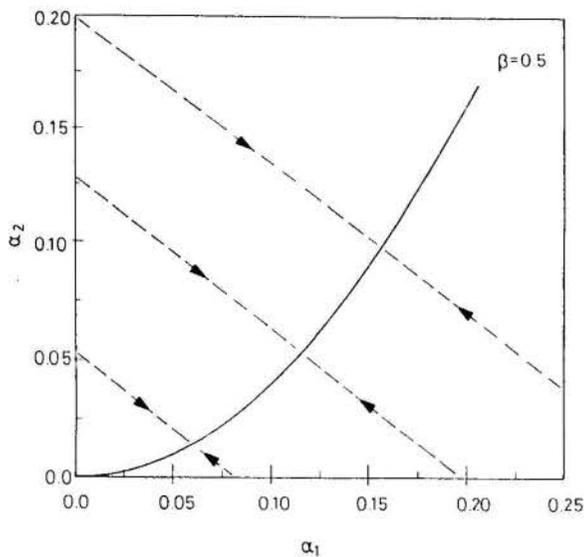


Figure 1: Fixed curve and trajectories to equilibrium (dashed lines) in the phase-space for $\beta = 0.5$.

The steady-state spatial dependence of the void fractions are shown in Fig. 2 in a typical case where all the bubbles are initially of the small group. It can be observed that the bubble size distribution tends asymptotically towards an equilibrium state, which corresponds to the fixed points. Figure 1 shows the correspondent trajectories in the phase space. Independently of the starting value at $x = 0$, all the trajectories are attracted to the fixed points $(\alpha_{1\infty}, \alpha_{2\infty})$.

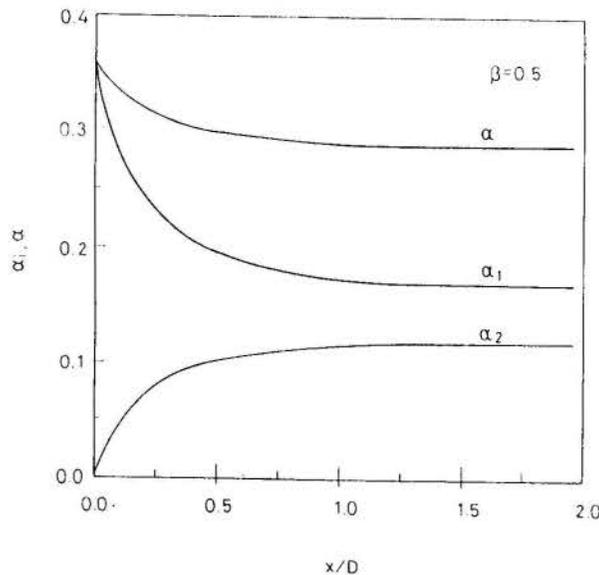


Figure 2: Variation of the partial and total void fractions with the dimensionless axial distance obtained with $\beta = 0.5$, $V_1 = 0.047 \text{ cm}^3$, $j = 5.2 \text{ cm/sec}$ and a tube diameter of $D = 5 \text{ cm}$.

The argument of the exponential function of Eq. 18 gives a measure of the development length, L_D , required by the coalescence-breakup mechanisms to reach the equilibrium, that is:

$$L_D = \frac{v_1}{c' \Delta} \quad (21)$$

Thus, this simple model may be used to relate the length of the entrance region to the breakup and coalescence probabilities. Fig. 3 shows the dimensionless development length,

L_D/D , as a function of the coalescence rate, c' , for typical values of bubble column systems (Prince and Blanch, 1990).

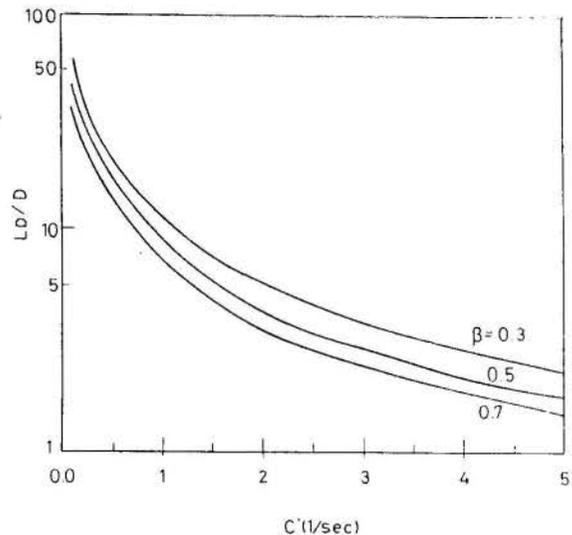


Figure 3: Development length vs. coalescence rate obtained with $V_1 = 0.047 \text{ cm}^3$, $j = 5.2 \text{ cm/sec}$, $D = 5 \text{ cm}$ and values of β between 0.3 and 0.7.

It is observed that for a coalescence rate of $c' = 0.8 \text{ sec}^{-1}$, which corresponds to the value measured by Prince and Blanch (1990), a development length of about 10 diameters is obtained. This result is in excellent agreement with the one provided by Walter and Blanch (1983) and is higher than the values reported by Rice *et al.* (1990) of around 2 diameters.

CONCLUSIONS

A bubbly two-phase flow has been described by a kinetic transport equation of the bubble size and velocity distribution function. The application of this approach was illustrated by analytically solving the development problem of a bubble column with the two-size two-velocity discrete model.

REFERENCES

- Achard, J.L., Ph.D. Thesis, Univ. Scientifique et Médicale de Grenoble (1978).
- Bonetto, F., Clause, A. and Converti, J., to appear in Int. J. Heat Mass Transfer (1992).
- Bouré, J.A., Seminar on Multiphase Processes in LMFBR Safety Analysis, Ispra-Italy (1980).
- Ernst, M.H., Phys. Rep., 78, 1 (1981).
- Guido Lavallo, G. and Clause, A., VIII Brazilian Meeting on Reactor Physics and Thermalhydraulics, São Paulo, Brazil (1991).
- Ishii, M., *Thermo-fluid Dynamic Theory of Two-phase Flow*, Eyrolles, Paris (1975).
- Navarro-Valenti, S., Clause, A., Drew, D.A. and Lahey, R.T., Jr., Chem. Eng. Commun, 102, 69 (1991).
- Prince, M.J. and Blanch, H.W., AIChE J., 36, 1485 (1990).

- Ramkrishna, D., *Rev. Chem. Engng.*, **3**, 1 (1985).
- Rice, R.G. and Littlefield, M.A., *Chem. Eng. Sci.*, **42**, 2045 (1987).
- Rice, R.G., Barbe, D.T. and Geary, N.W., *AIChE J. (R&D Notes)*, **36**, 1421 (1990).
- Walter, J.F. and Blanch, H.W., *Chem. Eng. Commun.*, **19**, 243 (1983).
- Whitham, G.B., *Linear and Nonlinear Waves*, John Wiley & Sons, New York (1974).

A REVIEW ON TWO-PHASE FLOW INSTABILITIES IN BOILING CHANNELS

A. CLAUSSE, G. GUIDO LAVALLE and D. DELMASTRO
Centro Atómico Bariloche,
8400 Bariloche, ARGENTINA

SUMMARY

The phenomena of density-wave instability has been intensively studied during the past 30 years. These oscillations may be encountered for certain operating conditions of boiling systems, in which they become unstable due to lags in the phasing of the pressure drop feedback mechanisms. In this study the current understanding of density-wave oscillations is reviewed. Particular emphasis is made on natural circulation and multi-channel systems, and modern nonlinear analytical techniques.

INTRODUCTION

A number of thermal-hydraulic instabilities have been observed in two-phase flow. Normally instabilities are undesirable since they may degrade system control and performance, erode thermal margins and lead to mechanical damage. As a consequence, the design philosophy in heat transfer applications has been to design systems for stable operation. Naturally, this requires one to have a knowledge of the stability limits and margins for the systems of interest.

The purpose of this paper is to present the current understanding of the physical mechanisms involved in boiling flow instabilities and the appropriate analytical approaches to be taken to understand those instability modes of most practical concern. Those readers who are interested in detailed literature reviews are referred to the prior work of: Bouré *et al* (1973), Yadigaroglu (1981), Lahey and Drew (1980), Bergles (1981), Ishii (1982) and Lahey and Podowski (1989).

LINEAR STABILITY ANALYSIS

Let us consider the boiling channel shown in Fig. 1. For the purpose of the stability analysis, the following simplifying assumptions are adopted:

- homogeneous two-phase flow,
- constant system pressure.
- no subcooled boiling,
- constant inlet subcooling and
- friction dissipation and flow work are neglected in the energy equation.

The one-dimensional conservation equations are:

- mass conservation:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

- energy conservation:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{\partial \rho h u}{\partial z} = q, \quad (2)$$

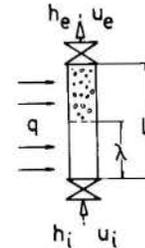


Figure 1: Schematic diagram of boiling channel

- momentum conservation:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial z} + f \rho u^2 + \rho g = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (3)$$

where ρ , h , and u are the mixture density, enthalpy and velocity, respectively.

For constant system pressure, the enthalpy and the density are related by the following equation of state:

$$\rho = \left[v_f + \frac{h - h_f}{h_{fg}} v_{fg} \right]^{-1} \quad \text{for } h > h_f \quad (4)$$

$$\rho = \rho_f \quad \text{for } h < h_f \quad (5)$$

The linear stability analysis consists basically in following these steps:

1. Solve the steady-state of Eqs. (1)-(3), which gives $\rho_0(z)$, $h_0(z)$ and $u_0(z)$.
2. Perturbe each variable around the steady-state and linearize keeping only first order terms.
3. Laplace transform in time the resulting perturbed equations and find the pressure-drop / inlet-flow transfer functions (*i.e.*, characteristic equation) $H(s)$.
4. Analyze the roots of the characteristic equation by means of elements of control theory (Nyquist, Bode, *etc.*).

In general, the characteristic equation includes exponential functions due to the transport lags along the channel, that is:

$$H(s) = f(\exp(-s), s, N_i), \quad (6)$$

where the parameters N_i are characteristic constants which depend on the system operating condition (i.e., operating flow, power, inlet temperature, etc.).

The margin of stability represents a hypersurface in the parameter space defined by:

$$f(\exp(-i\omega), i\omega, N_i) = 0. \quad (7)$$

Usually the parameters N_i are combined in appropriate dimensionless groups, and the hypersurface is plotted in plane projections. The most important dimensionless numbers are:

$$N_{sub} = \frac{(h_F - h_i) v_{FG}}{h_{FG} v_F} \quad \text{subcooling number}, \quad (8)$$

$$N_{PCH} = \frac{Q/W v_{FG}}{h_{FG} v_F} \quad \text{phase change number}, \quad (9)$$

$$Fr = u_{0i}^2/gL \quad \text{Froude number}. \quad (10)$$

The subcooling number represents the inlet subcooling of the liquid, the phase change number is the dimensionless power-to-flow ratio, and the Froude number represents the ratio of inertial to gravitational forces.

Fig. 2 shows a typical stability margin in the $N_{PCH} - N_{sub}$ parameter plane for different values of the Froude number.

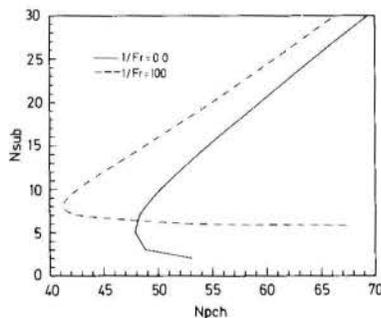


Figure 2: Typical linear stability boundaries

NATURAL CIRCULATION SYSTEMS

Two-phase natural circulation conditions are often adopted in designs of thermoshypon reboilers, solar collectors and various cooling systems. Boiling natural circulation is also expected in several accident hypothetical scenarios in nuclear reactors. In such operation mode flow instabilities can occur depending on the system geometry, fluid properties and operating conditions.

The main characteristic which differentiates natural circulation from forced circulation is that the flow rate is determined by the heat input to the loop. Several researchers have investigated both theoretically and experimentally the dynamics of boiling natural circulating channels. Particularly interesting

are Chexal and Bergles (1973), Fukuda and Kobori (1979) and Delmastro *et al* (1991). Recently a comprehensive parametric study of natural circulation stability margins was presented by Lee and Lee (1991).

The most interesting feature of boiling natural circulation instability is the appearance of an unstable region at low power input. Figure 3 shows a typical stability map of a boiling natural circulation channel, where it can be seen that, for a given inlet subcooling, the system become subsequently unstable, stable and unstable again as power increases. The gravitational pressure drop plays a dominant role in the low-power instability region, whereas the frictional pressure drop is dominant in the high-power region.

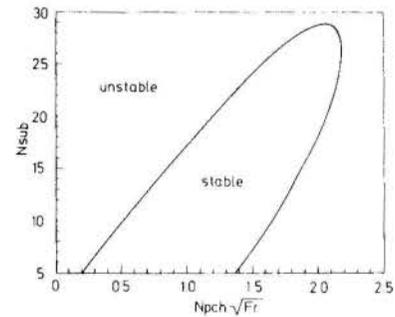


Figure 3: Different stability regions observed in natural circulation systems

MULTICHANNEL SYSTEMS

Parallel-heated-channels systems are widely used in all kind of equipment and thus the interest in analyzing the occurrence of Density-Wave oscillations in them. They pose some specific problems apart from those due to the increase in number of the involved variables.

The main difference with single-channel systems is the possibility of oscillation in several modes. Each of them stands for the channels oscillating with a certain amplitude, phase and frequency. To each of these oscillation modes can be associated a stability margin. Under experimental or operating conditions the first mode that is made unstable is the one that will be observed. This has been a rather controversial issue. Different researchers obtained different oscillation modes under apparently equal conditions (Masini *et al*, 1968, Aritomi *et al*, 1977, Guido and Converti, 1991).

From the theoretical point of view, Gerliga and Dulevskiy (1970) were the first to obtain a comprehensive condition for stability prediction. They stated that a multichannel system is stable if each of the individual channels and an equivalent channel considering the whole system are stable.

Much work has been devoted to the prediction of oscillation modes (Hayama, 1967, Aritomi *et al*, 1977, Fukuda and Hasegawa, 1979, Aritomi *et al*, 1979, Fukuda *et al*, 1982, Clauss *et al*, 1989, Guido *et al*, 1991). A useful technique that has permitted to gain insight into the physical phenomena is to first analyse a system of identical channels and then use a parameter perturbation method to describe the actual case. It has to be noted that was recently shown that sometimes the identical-channel system is more stable than the non-equal-channel system, but sometimes the reverse occurs (Guido *et al*, 1991).

It has also gained some attention the problem of cross-connected channels. The case of discrete ventilation has been studied both theoretically and experimentally (Veziroglu and Lee, 1971, Taleyarkhan *et al.* 1985). However, the knowledge on continuously-ventilated channels is poor and requires more investigation, specially systematic experimental programs.

Finally, it has to be mentioned that almost all the analysis performed on multichannel systems used the linear approximation. Non-linear analysis of multichannel systems is clearly an area where much research is needed.

NONLINEAR ANALYSIS

The study of the nonlinear behavior of density-wave instabilities has attracted considerable interest recently.

Hopf bifurcation techniques have been used to study the amplitude and frequency of the oscillations (Achard *et al.* 1985).

A numerical time-domain analysis was performed by Rizwan-Uddin and Dorning (1988). Density-wave oscillations were analyzed by numerically solving the nonlinear, variable delay, functional, ordinary integrodifferential equations for the single- and two-phase heated channel regions along characteristics and along channel length for axially uniform heat fluxes. For periodically forced flows when the system is in the linearly unstable region, it usually evolves asymptotically to one of the different attracting sets: stable period-N limit cycles, stable invariant tori and a chaotic (or strange) attractor.

Clause and Lahey (1991) performed an analysis of autonomous density-wave oscillations by solving the conservation equations using a Galerkin nodal approximation. For natural circulation boiling channels, periodic limit cycles and aperiodic chaotic responses, that appear to be similar to those observed experimentally (Clause, 1987, Delmastro, 1988 and Clause *et al.* 1990), were found.

REFERENCES

- Achard, J.L., Drew, D.A. and Lahey, R.T., Jr., "The Analysis of Nonlinear Density-Wave Oscillations in Boiling Channels," *J. Fluids Mech.*, Vol. 155, 1985.
- Aritomi, M., Aoki, S. and Inoue, A., "Instabilities in Parallel Channel of Forced-Convection Boiling Upflow System (I) and (II)," *J. Nuc. Sci. Technol.*, Vol. 14, 1977.
- Aritomi, M., Aoki, S. and Inoue, A., "Instabilities in Parallel Channel of Forced-Convection Boiling Upflow System (III)," *J. Nuc. Sci. Technol.*, Vol. 16, 1979.
- Bergles, A.E., "Instability in Two-Phase Systems," *Two-Phase Flow and Heat Transfer in the Power and Process Industries*, (Hemisphere, Washington), 1981.
- Bouré, J.A., Bergles, A.E. and Tong, L.S., "Review of Two-Phase Flow Instability," *Nuc. Eng. Des.*, Vol. 25, 1973.
- Chexal, V.K. and Bergles, A.E., "Two-Phase Instabilities in a Low Pressure Natural Circulation Loop," *AIChE Symposium Series*, Vol. 69, 1973.
- Clause, A., "Efectos No Lineales en Ondas de Densidad en Flujos Bifásicos", Ph. D. Thesis, Instituto Balseiro, Bariloche, ARGENTINA, 1987.
- Clause, A. and Lahey, R.T., Jr., "The Analysis of Periodic and Strange Attractors During Density-Wave Oscillations in Boiling Flows," *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 1, 1991.
- Clause, A., Lahey, R.T., Jr. and Podowski, M., "An Analysis of Stability and Oscillation Modes in Boiling Multi-channel Loops Using Parameter Perturbation Methods," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol 32, 1989.
- Clause, A., Delmastro, D. and Lahey, R.T., Jr., "The Analysis of Chaotic Instabilities in Natural Circulation Boiling Systems," *Eurotherm Seminar*, No. 16, 1990.
- Delmastro, D., "Influencia de la Gravedad Sobre la Estabilidad de Canales en Ebullición", M.S. Thesis, Instituto Balseiro, Bariloche, ARGENTINA, 1988.
- Delmastro, D., Clause, A. and Converti, J., "The Influence of Gravity on the Stability of Boiling Flows," *Nuc. Eng. Des.*, Vol. 127, 1991.
- Fukuda, K. and Hasegawa, S., "Analysis on Two-Phase Flow Instability in Parallel Multichannels," *J. Nuc. Sci. Technol.*, Vol. a 16, 1979.
- Fukuda, K. and Kobori, T., "Classification of Two-Phase Flow Instability by Density-Wave Oscillation Model," *Nuc. Sci. Technol.*, Vol. 16, 1979.
- Fukuda, K., Kage, K. and Hasegawa, S., "Analysis on Two-Phase Flow Oscillation Mode in Parallel Multi-Channels", *Mem. Faculty of Engineering, Kyushu Univ.*, Vol. 42, 1982.
- Gerliga, V.A. and Dulevskiy, R.A., "The Thermohydraulic Stability of Multi-Channel Steam-Generating Systems," *Heat Transfer - Sov. Res.*, Vol. 2, 1970.
- Guido, G. and Converti, J., "Experimental Study on Density-Wave Oscillations in Two Identical Channels," *Nuc. Eng. Des.* 132, 1991.
- Guido, G., Converti, J. and Clause, A., "Density-Wave Oscillations in Parallel Channels - An Analytical Approach," *Nuc. Eng. Des.* 125, 1991.
- Hayama, S., "A Study on the Hydrodynamic Instability in Boiling Channels," *Bulletin JSME*, Vol. 10, 1967.
- Ishii, M., "Wave Phenomena and Two-Phase Flow Instabilities," in: *Hetsroni, G., ed., Handbook of Multiphase Systems*, (McGraw-Hill, New York), 1982.
- Lahey, R.T., Jr. and Drew, D.A., "An Assessment of the Literature Related to LWR Instability Modes," *NUREG/CR-144*, 1980.
- Lahey, R.T., Jr. and Podowski, M.Z., "On the Analysis of Various Instabilities in Two-Phase Flows," in: *G.F. Hewitt, J.M. Delhaye and N. Zuber, eds., Multiphase Science and Technology*, (Hemisphere, Washington), 1989.
- Lee, S.Y. and Lee, D.W., "Linear Analysis of Flow Instabilities in an Open Two-Phase Natural Circulation Loop," *Nuc. Eng. Des.*, Vol. 128, 1991.

- Masini, G., Possa, G. and Tacconi, F.A., "Flow Instability Thresholds in Parallel Heated Channels." Energia Nucleare, Vol. 15, 1968.
- Rizwan-Uddin and Dorning, J.J., "A Chaotic Attractor in a Periodically Forced Two-Phase Flow System." Nuc. Sci. Eng., Vol. 100, 1988.
- Taleyarkhan, R., Podowski, M. and Lahey, R.T., Jr., "An Instability Analysis of Ventilated Channels." J. Heat Transfer, Vol. 107, 1985.
- Yadigaroglu, G., "Two-Phase Flow Instabilities and Propagation Phenomena," in: J.M. Delhaye, M. Giot and M.L. Riethmuller, eds., Thermohydraulics of Two-Phase Systems for Industrial Design and Nuclear Engineering (Hemisphere, Washington), 1981.

ESTUDO EXPERIMENTAL E TEÓRICO DE UMA OPERAÇÃO
DE "JET-LIFTING" EM REGIME PERMANENTE

LUIS CARLOS BARALHO BIANCO
PETROBRAS/RPNE/DIRCRES/SECOPLE - ARACAJU - SE
E

ANTONIO CARLOS BANNWART
UNICAMP/FEM - DEP. DE ENERGIA
CAIXA POSTAL 6122 - 13083 - CAMPINAS - SP

RESUMO

Desenvolve-se neste trabalho um estudo dos fenômenos de escoamento envolvidos nas operações de "jet-lift". Foi construída uma coluna de testes para o estudo experimental do fenômeno, usando misturas ar-água. Através de um modelo numérico simplificado, comparou-se os valores de vazões de líquido com os experimentais, obtendo-se boa concordância. São apresentadas sugestões para otimizar a recuperação de líquido, diminuindo o consumo de nitrogênio e o tempo de operação.

INTRODUÇÃO

As operações de indução de surgência e de limpeza de poços, da forma como são realizadas atualmente, foram inicialmente experimentadas em poços de petróleo há cerca de três décadas, tendo sido utilizada comercialmente e com sucesso pela primeira vez, em meados de 1963 pela "The California Company", no Campo de Barataria, Louisiana - EUA (Weeks, 1970). O "flexitubo" empregado era de 0,0334 m OD (1.315 pol) com espessura mínima de parede de 0,003175 m (0.125 pol), formado por 300 tubos de 15,24 m (50 pés) soldados de topo, pelo processo TIG e MIG. As vazões de nitrogênio injetadas variavam de 5,66 Nm³/min (200 scf/min) para circulação, a 25,4 Nm³/min (900 scf/min) para tratamento, com as pressões chegando a 62 MPa (9000 psi).

Conforme citado por diversos autores, tais como Slator & Hanson (1965), Cashion (1973), Lane (1984) e Ackert et al. (1989), a utilização do sistema sempre foi empírica e baseada na experiência pessoal dos operadores. Do ponto de vista técnico, muito pouco foi acrescentado de 1963 até hoje, sendo que o dimensionamento dessas operações é feito de maneira rudimentar, não se considerando as características particulares do escoamento fluido/nitrogênio na geometria anular. Desta forma, os resultados previstos dificilmente se aproximam dos obtidos nas operações realizadas em Campo. É comum a utilização de tabelas das Companhias de Serviço, geradas a partir de correlações empíricas ou semi-empíricas, com simples adaptações aos modelos de escoamento em geometria tubular. Assim, comete-se erros grosseiros no cálculo dos gradientes de pressão, contribuindo para que se mantenha o empirismo na execução dessas operações.

Este trabalho se propõe a estudar os fenômenos físicos que envolvem a operação de "jet-lifting", investigando experimentalmente o escoamento bifásico ascendente gás-líquido na geometria anular, com características geométricas e operacionais similares àquelas encontradas nas operações realizadas em campo. Desenvolve-se um modelo numérico simplificado, que simula o "jet-lift", e sugere-se alguns procedimentos para otimizar a recuperação de fluidos, diminuindo o volume total de nitrogênio utilizado e consequentemente o tempo de operação.

INSTALAÇÃO EXPERIMENTAL UTILIZADA

Um esquema da operação estudada é mostrado na figura 1, que também indica as variáveis adotadas.

A instalação experimental utilizada, foi

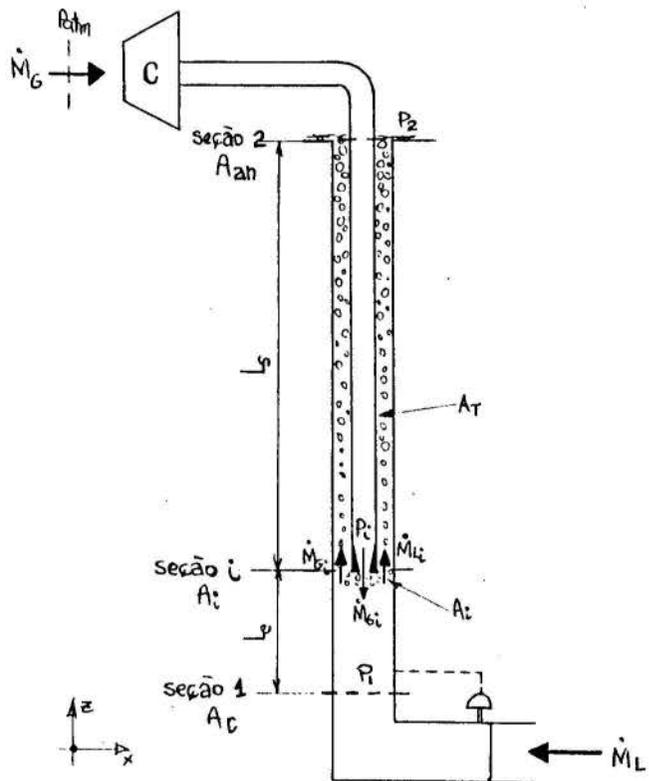


Figura 1 - Esquema da Operação

concebida e construída, no Laboratório de Movimentação de Fluidos do CENPES - Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo A. Miguez de Mello, da PETROBRAS - de forma a simular as características operacionais de uma indução de surgência; para uma dada vazão de gás que se estabelece na superfície, uma certa vazão de líquido deve ser recuperada, função do índice de produtividade do sistema de alimentação e das perdas do sistema.

Consta de três sistemas básicos: sistema de alimentação de fluidos, sistema de retorno e coluna de testes. O sistema de alimentação de fluidos é parte permanente do Laboratório, e consta de tanques de armazenamento, sistema de recalque, válvulas e medidor tipo turbina (água); sistema de compressão, válvulas e placas de orifício (ar). O sistema de retorno consta de linhas de retorno e vaso separador.

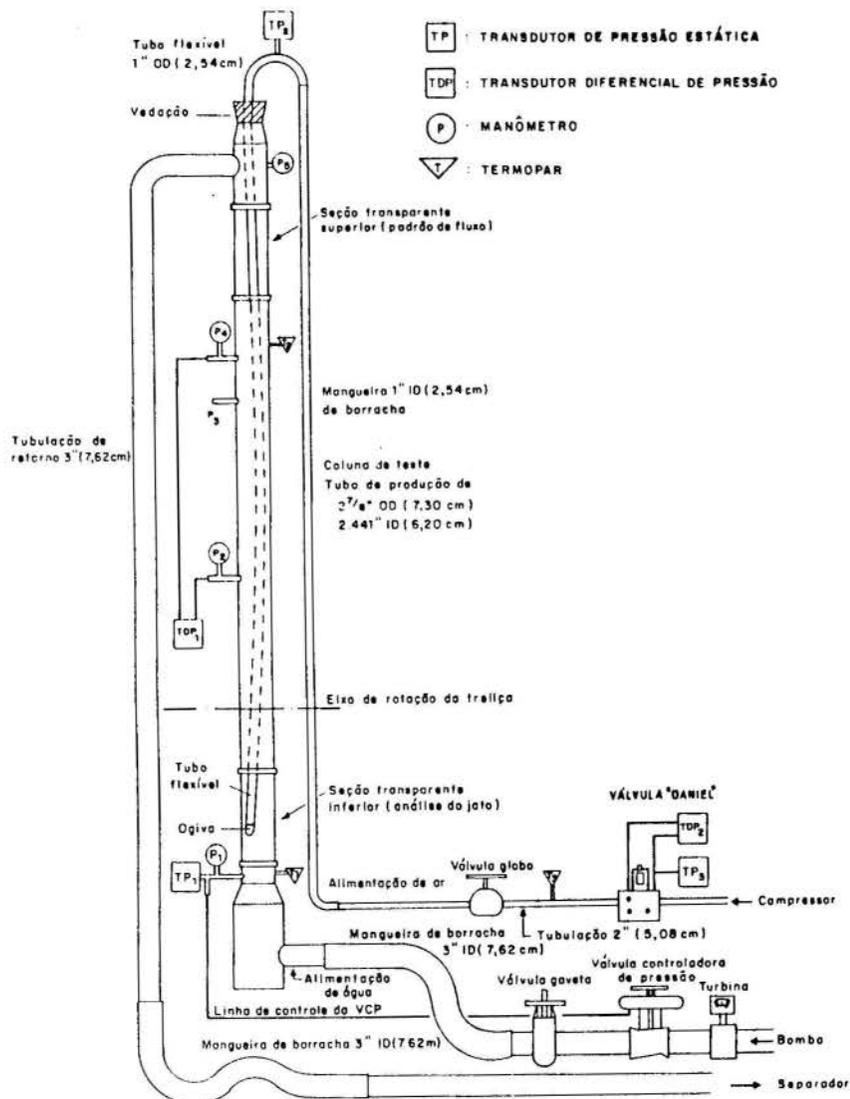


Figura 2 - Esquema da Seção de Teste e Instrumentação

A coluna de testes está apresentada na figura 2 e é composta por um tubo de produção tipo N-80, com diâmetro externo de 0,073 m (2,875 pol), duas seções transparentes em "plexiglass" e no seu interior, um "flexitubo" com diâmetro externo de 0,0254 m (1,0 pol) e ogiva do tipo convencional. O "flexitubo" foi instalado de forma a ficar fixo apenas na extremidade superior, ficando totalmente livre no interior da coluna. O conjunto da coluna de testes foi afixado a uma estrutura tipo treliça, concebida para permitir a movimentação angular da coluna, podendo ser posicionada em qualquer ângulo entre -15° e 90° .

A coluna pode ser operada, enchendo-se a mesma com líquido e injetando gás na sua base, por intermédio do "flexitubo". A mistura bifásica assim formada, ascende a coluna até a saída lateral, onde passa ao sistema de retorno. A alimentação de líquido ao sistema é garantida pela ação da válvula reguladora de vazão, que é calibrada de maneira a permitir o fluxo de líquido, apenas quando a pressão a jusante da válvula controladora for menor do que aquela equivalente à coluna totalmente cheia com líquido.

A instrumentação utilizada é mostrada na mesma figura. O ponto P1 é a tomada de pressão da válvula reguladora da vazão de líquido. Os pontos P2 e P4 foram utilizados para as medições dos fatores de fricção no escoamento monofásico e, acrescidos de pequenos vasos separadores gás/líquido, para a medição do gradiente de pressão no escoamento bifásico. O ponto P5 é utilizado para o controle de pressão na saída da coluna, evitando que ocorra o sifonamento. Nos pontos T1 e T2 estão instalados termopares.

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Os procedimentos experimentais adotados, tiveram como base: calibração da instrumentação; fixação de uma vazão de gás conhecida; estabilização das vazões de gás e de líquido; caracterização do padrão de escoamento; registro dos valores de temperatura, diferenciais de pressão, pressões manométricas e a vazão de líquido recuperado.

Os Padrões de Fluxo Bifásico para a geometria anular foram detectados visualmente, através da seção transparente superior da coluna, adotando-se as configurações clássicas dos padrões bolhas, golfadas, agitante e anular.

As propriedades físicas do ar e da água, foram determinadas pelos procedimentos descritos por Miller (1983).

RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS

A figura 3 mostra os pontos experimentais indicados sobre o mapa de fluxo de Taitel.

A figura 4 apresenta a relação existente entre vazão de gás imposta e a vazão de líquido recuperado para o escoamento vertical. Verificou-se que, ao valor máximo da vazão de líquido corresponde um valor mínimo da pressão P1, para a mesma vazão de gás. Em termos de massa, a vazão de gás que maximiza a recuperação de líquido do sistema é da ordem de 0,024 Kg/s que corresponde a uma razão gás-líquido da ordem de 0,020 ($\approx 17 \text{ Nm}^3/\text{min}$). Em todos os casos, observou-se que

este ótimo situa-se no padrão golfadas.

A existência de uma região de máximos na produção de líquido está relacionada à combinação dos termos dos gradientes de pressão que ocorrem devido ao escoamento bifásico, e pode ser explicada como sendo a região onde existe o melhor compromisso entre a fração de vazio (alívio do peso da coluna) e as perdas devido ao fluxo. Para vazões de gás próximas da vazão maximizante, o rendimento do sistema é máximo, com consumo otimizado do gás. Uma vez que se aumente a vazão de gás para além desse valor, aumenta-se a perda de energia do sistema, sem o ganho correspondente na recuperação de líquido.

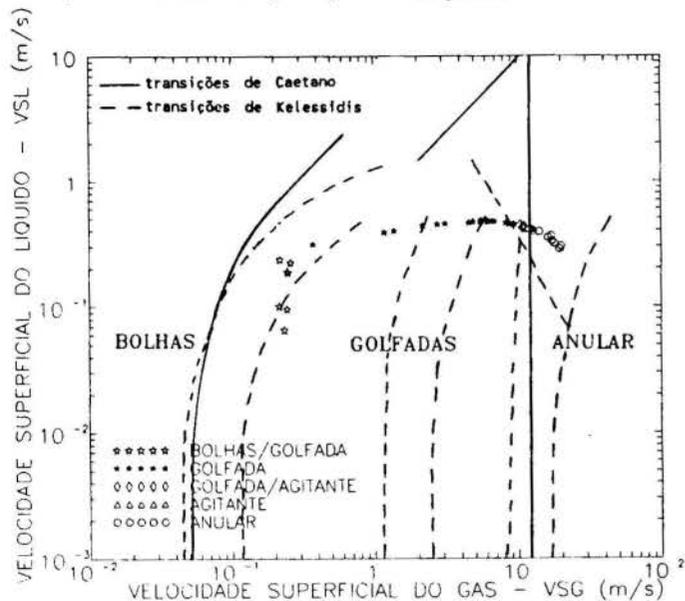


Figura 3 - Mapa dos pontos testados

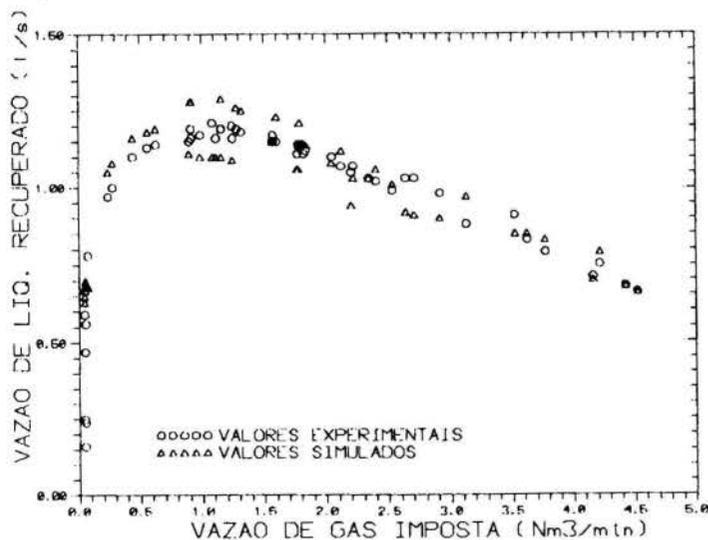


Figura 4 - Vazão de gás x vazão de líquido

A figura 5 apresenta a relação entre a vazão de líquido recuperado e a pressão na base da coluna (P1), e estabelece a curva de operação do sistema. Esta curva será utilizada adiante, no desenvolvimento do modelo de recuperação por "Jet Lift".

A figura 6 apresenta o efeito da inclinação da coluna para a recuperação de líquidos por "Jet Lift". Pode-se verificar que o aumento da inclinação implica em queda no rendimento do sistema, uma vez que existe maior facilidade para a segregação do gás, diminuindo o efeito de arraste do líquido.

MODELO NUMÉRICO SIMPLIFICADO PARA "JET-LIFT"

O dispositivo do "jet-lift" pode ser analisado partindo-se de um balanço de quantidade de movimento na direção vertical (Bianco, 1990). Sob forma simplificada, obtém-se a seguinte expressão:

$$\rho_L g L \left[(1-H_L) \left(1 - \frac{\bar{\rho}_G}{\rho_L} \right) - \left(1 - \frac{L_S}{L} \right) \right] = P_2 - P_{atm} - \left(\frac{dP}{dz} \right)_{f,L} L - \left(\frac{dP}{dz} \right)_{f,GL} L$$

$$+ \frac{M_L^2}{\rho_L A_{an}^2} \left[\frac{1}{H_L} \left(\frac{A_{an}}{A_c} \right) + \frac{A_{an}^2}{A_c^2} \left(\frac{\xi_L}{2} - 1 \right) \right] + \frac{M_G^2}{\rho_G A_{an}^2} \left[\frac{1}{(1-H_L)} \left(\frac{A_{an}}{A_c} \right) + \frac{A_{an}^2}{A_i A_c} \right]$$

(1)

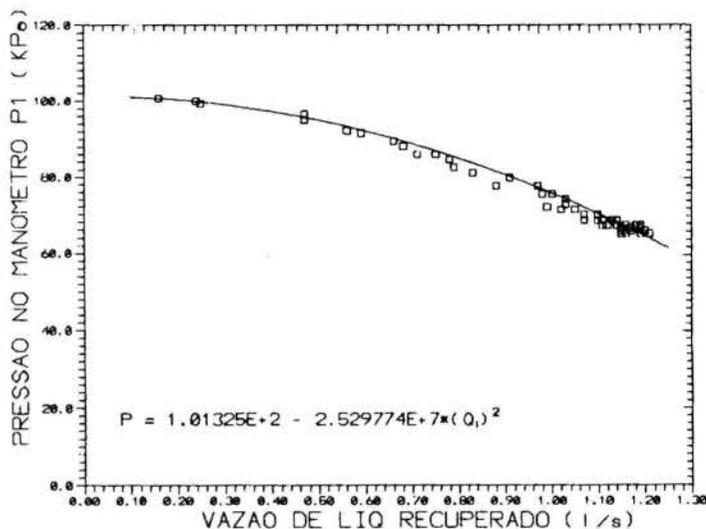


Figura 5 - Pressão na base da coluna x vazão de líquido recuperado

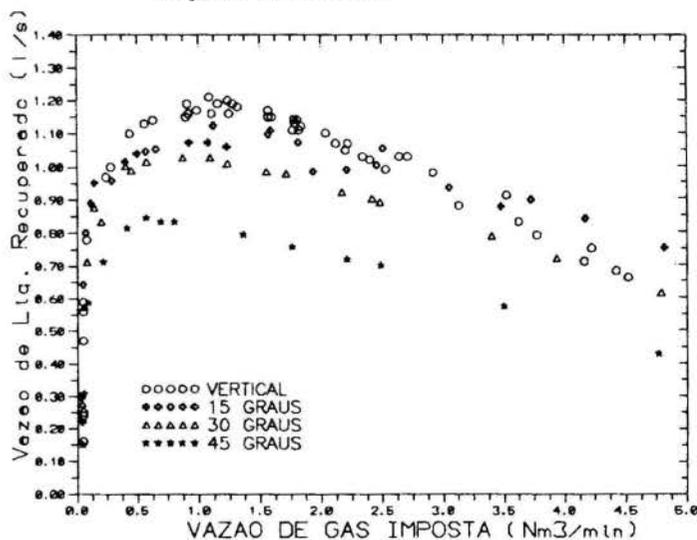


Figura 6 - Efeito da inclinação da coluna

onde L é o comprimento da seção anular, e L_S/L é a submersão do flexitubo (= 1 em nosso experimento).

A fim de exprimir as diversas variáveis presentes na equação (1), em termos das vazões de gás e de líquido, empregamos para a fração de líquido o modelo de Zuber & Findlay (1965):

$$H_L = 1 - \frac{M_G}{C_{GL} \left(M_G + M_L \frac{\rho_G}{\rho_L} \right) + \bar{\rho}_G A_{an} U_s} \quad (2)$$

onde são adotadas constantes do padrão golfadas, isto

é, $C_{GL} = 1,2$ e $U_s = 0,345\sqrt{g(D_c + D_t)}$, conforme Sadatomi et al. (1982).

O gradiente de pressão por fricção no trecho de entrada da fase líquida é representado na forma usual:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{f,L} = 2f_T \frac{M_L^2}{D_c \rho_L A_T^2} \quad (3)$$

Finalmente, o gradiente de pressão por fricção no escoamento bifásico, pode ser representado da seguinte forma:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{f,GL} = H_L^{-k} \left(\frac{dP}{dz}\right)_{f,Lo} = 2f_{an} \frac{H_L^{-k} (M_L + M_G)^2}{D_{eq} \rho_L A_{an}^2} \quad (4)$$

Devido às peculiaridades da geometria estudada (anular com tubo flexível livre), decidimos ajustar o valor do expoente k experimentalmente, em vez de adotarmos o valor 1,75, geralmente aceito para operações de produção por "gás-lift".

As equações (1) a (4) constituem o modelo numérico adotado, o qual permite obter a vazão de líquido recuperado, para uma dada vazão de gás, e conhecidas as dimensões da coluna e do flexitubo, as profundidades envolvidas e as propriedades físicas dos fluidos. Para tanto, adotou-se os seguintes valores: $f_{an} = f_T = 0,0075$ (medidos), coeficiente de perdas localizadas na admissão de líquido, $\xi_L = 457$ (obtido da figura 5). A pressão P_2 também foi medida (TP2), seus valores, pequenos, podem ser encontrados em Bianco (1990). Com a adoção para o expoente k , do valor 2,10, são obtidos os pontos assinalados na figura 4.

COMENTÁRIOS

Experimentalmente, foi possível verificar a existência de uma vazão mássica de gás, que maximiza a vazão de líquido recuperado e que está bem abaixo dos valores usuais de Campo. Para o nosso sistema experimental, com coluna na vertical, essa vazão em termos de massa era da ordem de 0,024 Kg/s. Foi observado também, que a inclinação da coluna provoca uma diminuição sensível no rendimento do sistema, uma vez que o gás passa a ter um caminho preferencial (parte superior do tubo), diminuindo assim o efeito de arraste do líquido. Com a coluna a 45 graus o rendimento caiu cerca de 30%.

Foi também possível investigar e avaliar o escoamento bifásico ascendente para o sistema físico utilizado, verificando o desempenho do modelo numérico adotado, quando aplicado às condições de operação do "Jet-Lifting":

- o os resultados obtidos foram semelhantes aos apresentados por Todoroki et al. (1973), em contexto diferente do nosso;
- o relativamente ao modelo adotado, o erro no cálculo da vazão de líquido recuperado, foi em média de 0,2% e desvio padrão 5,7%.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à PETROBRAS S.A., pela oportunidade e condições oferecidas para o desenvolvimento deste estudo, assim como aos empregados do Laboratório de Movimentação de Fluidos do CENPES/DIPLLOT/SEPROV da PETROBRAS, que tornaram possível a sua realização.

Referências

1. ACKERT, D., BEARDSSELL, M., CORRIGAN, M. & NEWMAN, K. - "The Coiled Tubing Revolution" - Oilfield Review, (out 89), vol 1, n' 3.
2. AKAGAWA, T. - Trans. Japan Soc. Mech. Engrs. (1957), vol.24, n'128, p. 292.
3. BIANCO, L.C.B. - "Estudo de Otimização das Operações com Tubo Flexível e Nitrogênio" - Dissertação de Mestrado, Universidade de Campinas - SP, (1990).
4. CAETANO, E. F. - "Upward Vertical Two Phase Flow Through an Annulus" - Ph.D. Dissertation, University of Tulsa, Oklahoma (1986).
5. CASHION, J.L. - "Use of Nitrogen and Coiled Tubing in Deep Wells" - Petr. Eng., (mar 73), vol.45, n.3, pp:70-87.
6. KELESSIDIS, V. C. - "Vertical Upward Gas-Liquid Flow in Concentric and Eccentric Annuli" - Ph.D. Dissertation, Univ. of Houston, Texas - 1986.
7. LANE, F. - "Coiled Tubing Useful as Workover Tool" Northeast Oil Report, (1984), vol.4, n' 8, pp:43-46.
8. MILLER, R. W. - "Flow Measurement Engineering Handbook, McGraw-Hill, 1983.
9. SADATOMI, M., SATO, Y. e SARUWATARI, S. - "Two Phase Flow in Vertical Noncircular Channels" - Int J. Multiphase Flow (1982), vol.8, n' 6, pp:641-655.
10. SLATOR, D.T. & HANSON, W.E.Jr. - "Continuous String Light Workover Unit" - J.Petr.Tech., (jan 65), vol. 17, pp:39-44.
11. TODOROKI, I., SATO, T. & HONDA, T. - "Performance of Air-Lift Pump" - Bull.JSME, (1973) 16:94, pp:733-741.
12. WEEKS, S.G. - "Coil Tubing, Nitrogen Cut Workover Costs", World Oil (set 70), Vol.70, n. 2, pp:29-32.
13. ZUBER, N. & FINDLAY, J. A. - "Average Volumetric Concentration in Two-Phase Systems" - J. Heat Transfer (1965), vol.87, pp:453-468.

ABSTRACT

In this work a typical "jet-lifting" operation has been studied both experimental and theoreticaly. A test section consisting of a 10 meter (OD .073 cm.) tube with a flextube inside has been mounted in laboratory. Experiments have been performed with air-water mixtures. A simple model for predicting recovered liquid flowrate as a function of the injected gas flowrate has been used comparison with experimental values, showing good agreement. Suggestions are made in order to achieve optimum liquid recovery flowrate, thus minimizing nitrogen consumption and time of operation in real field situations.

PERFIS DE VELOCIDADE EM ESCOAMENTOS TURBULENTOΣ ESTRATIFICADOS DE GÁS-LÍQUIDO

Alberto Milone Silva
Eloi Fernandez y Fernandez
Carlos Valois Maciel Braga
Depto. de Engenharia Mecânica - PUC/Rio
22.453-900 - Rio de Janeiro - R.J.

RESUMO

Os fenômenos de transferência de calor e massa na interface de escoamentos turbulentos estratificados de gás-líquido dependem fundamentalmente do conhecimento dos perfis de velocidade, em ambas as fases, na região próxima da interface. No presente trabalho foi feita uma análise experimental do comportamento dinâmico desse tipo de escoamento. Foram observadas nítidas deformações no perfil universal de velocidades em função da presença da tensão cisalhante na interface.

INTRODUÇÃO

A determinação da troca de momentum, energia e massa em um escoamento bifásico requer o conhecimento da estrutura turbulenta local de ambas as fases. Aparatos experimentais tem sido desenvolvidos com este fim. No entanto, os resultados apresentados estão baseados em desenvolvimentos empíricos.

Resultados experimentais obtidos por Hidy e Plate [4] por Rashidi e Banerjee [5], Gayral et al. [3], Fabre et al. [1] e Ueda et al. [7], mostram uma forte influência da tensão interfacial no comportamento hidrodinâmico das duas fases do escoamento. Tais resultados sugerem a existência de um mecanismo de transferência de momentum entre as duas fases através das camadas viscosas próximas à interface.

Fernandez et al. [2] desenvolveram um modelo matemático, baseado na equação de movimento próximo da interface, que fornece a distribuição da velocidade média e da difusividade turbulenta em escoamentos estratificados gás-líquido, turbulento-turbulento, em ambas as fases.

O presente trabalho analisa um escoamento bifásico, água ar, estratificado de correntes paralelas em um duto retangular fechado. O objetivo é obter-se uma grande quantidade de medidas turbulentas para diversas taxas de escoamento de água e ar (relação de vazões). Estas medidas foram realizadas

na fases gasosa. Os resultados obtidos apresentam excelente concordância com os obtidos por Fernandez et al. [2].

APARATO EXPERIMENTAL

Os experimentos foram realizados em um duto retangular fechado de 2m de comprimento com uma inclinação de 1,5 mm/m e seção reta de 0,21 × 0,19m.

A Figura 1 mostra esquematicamente o aparato. O suprimento de água e ar são feitos de maneira independente o que permite uma maior variação da razão de escoamentos.

O ar, cujo circuito é aberto, é succionado diretamente da atmosfera por um exaustor. No interior do leito, a velocidade máxima do ar é de 2,7 m/s. Devido a problemas de desenvolvimento do escoamento na entrada e saída do duto, somente o trecho compreendido entre 1,1 e 1,6m a partir da entrada foi considerado como sendo o comprimento útil de medida. A fim de monitorar-se a queda de pressão da fase gasosa foram feitas tomadas de pressão (furos com diâmetro de 1mm) na parte superior do leito. A 1,4m da entrada do leito (tomada número 9 na Figura 1) foi instalado um sistema de deslocamento vertical com resolução de 1mm. Através de um sistema de anemometria de sensor quente pôde-se determinar o perfil de velocidade do ar nesta seção, para uma dada

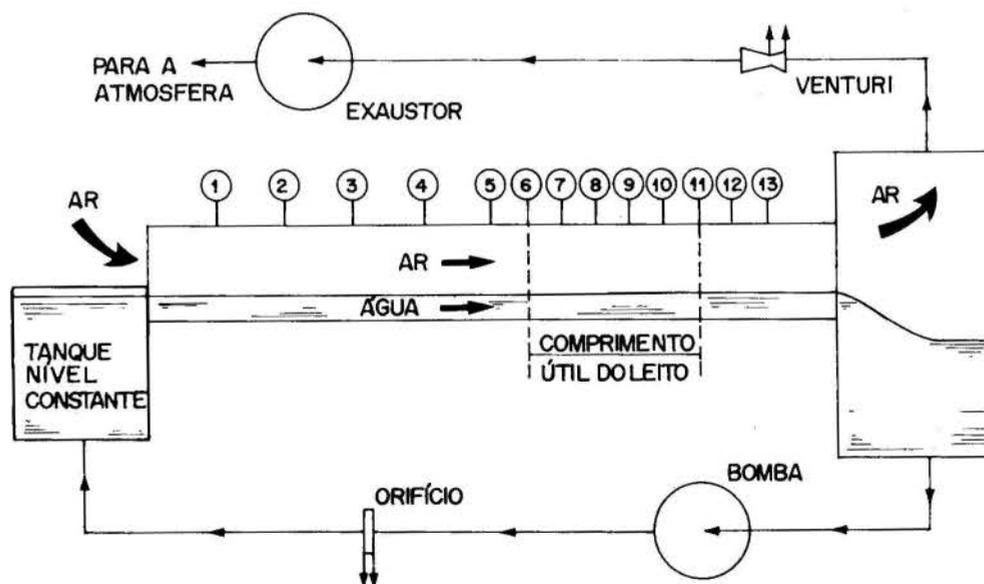


Figura 1 - Visão esquemática do aparato experimental

condição de escoamento. Obviamente, o sensor foi fixado no sistema de deslocamento vertical.

A água é bombeada através de um circuito fechado por uma bomba centrífuga. No interior do leito a velocidade máxima do líquido é de 1,8 m/s o que corresponde a uma espessura média de água de, aproximadamente, 11mm. A água é separada do ar por meio da gravidade em uma câmara plena após o leito.

INSTRUMENTAÇÃO E PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Um orifício e um venturi, construídos e calibrados de acordo com as normas da ASME, foram usados para as medidas de vazão mássica de água e ar, respectivamente. Para determinar-se a queda de pressão do ar, foi utilizado um micromanômetro marca MKS (Baratron) tipo 310BH-1 com campo de 1mm de Hg. Para a água, mediu-se apenas a profundidade média (espessura do filme de líquido) com o auxílio de um micrômetro de profundidade com resolução de 0,01 mm.

Os perfis de velocidade do ar foram medidos com o auxílio de um anemômetro de fio/filme quente da marca DISA modelo 55D05 utilizando sondas de fio (DISA mod. 55P11) e filme (TSI mod. 1213-10W) quente.

O procedimento experimental baseou-se em fixar-se o número de Reynolds da água, enquanto cobria-se todo o campo de vazão permitido para o ar. Desta forma, pôde-se parametrizar os resultados em função do Reynolds do ar. A faixa de Reynolds obtida na instalação foi a seguinte: para a água de 14.000 a 43.000 e para o ar de 19.000 a 34.500.

RESULTADOS

A queda de pressão medida na fase gasosa foi monitorada em todos os testes e os resultados obtidos estão descritos em detalhes na referência [6].

A Figura 2 apresenta o perfil de velocidade para uma determinada razão de escoamento, que é fornecida na própria figura. As tendências encontradas neste perfil foram verificadas em todos os testes, ou seja, para qualquer razão entre os Números de Reynolds do ar e da água. Assim, a formação de uma região de velocidade máxima na região próxima da interface pode ser entendida como um comportamento típico de escoamentos similares ao analisado no presente trabalho.

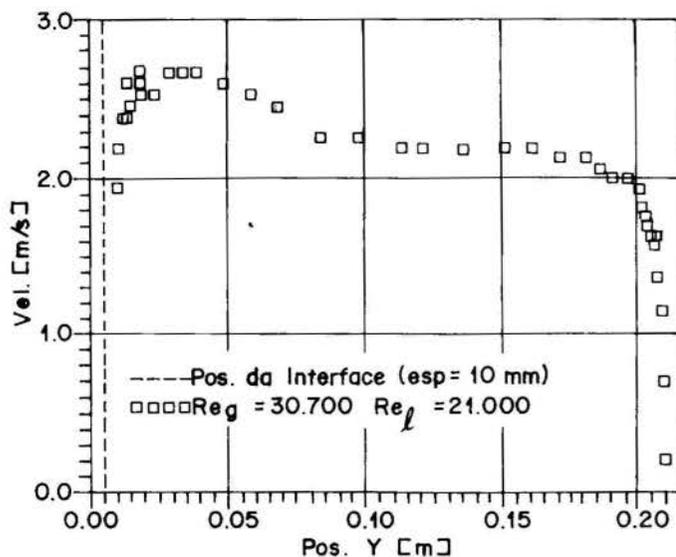


Figura 2 - Perfil típico de velocidade

Devido à natureza da interface gás-líquido, a distribuição de velocidade do ar próxima da superfície líquida não é ade-

quadamente descrita pela expressão clássica em superfícies lisas ou rugosas apresentadas nas várias condições de escoamento investigadas.

Desta forma, segundo Fernandez et al.[2], os perfis universais de distribuição da velocidade foram definidos da seguinte forma:

$$U^+ = K_o \ln(y^+) + C_o \quad (1)$$

Os termos da equação (1) são definidos por:

$$U^+ = \frac{U - U_i}{U^*} \quad (2)$$

onde:

$$U_i = \sqrt{\frac{\tau_i}{\rho_g}} \quad e \quad (3)$$

$$U^* = \sqrt{\frac{\tau_\ell}{\rho_\ell}} \quad (4)$$

A constante K_o é dada por:

$$K_o = K \sqrt{\frac{\tau^+}{\rho^+}} \quad (5)$$

onde:

$$\tau^+ = \frac{\tau_i}{\tau_\ell} \quad e \quad (6)$$

$$\rho^+ = \frac{\rho_g}{\rho_\ell} \quad (7)$$

O termo referente a posição (y^+) é definido através da equação (8). Assim,

$$y^+ = \frac{y_i U^*}{\nu_\ell} \quad (8)$$

Finalmente, a constante C_o é dada por

$$C_o = \sqrt{\frac{\tau^+}{\rho^+}} \left[C - K \ln \left(\frac{\mu^+}{\sqrt{\rho^+ \tau^+}} \right) \right], \quad (9)$$

onde:

$$\mu^+ = \frac{\mu_g}{\mu_\ell} \quad (10)$$

A nomenclatura utilizada nas equações de (1) a (10) é a seguinte:

τ	= tensão de cisalhamento [N/m ²]
U	= velocidade local [m/s]
y_i	= posição a partir da interface [m]
ν	= viscosidade cinemática [m ² /s]
μ	= viscosidade absoluta [kg/m s]
K	= constante universal = 2,5
C	= constante universal = 5,5
subscritos i, ℓ, g	= representam, respectivamente, a interface e as fases líquida e gasosa

Os resultados mostrados na Figura 3, foram agrupados segundo um τ^+ mínimo e um τ^+ máximo. Nota-se um paralelismo entre as curvas propostas como melhor ajuste logarítmico, para cada um destes grupos. O erro percentual médio entre os pontos experimentais e os ajustes propostos ficou em cerca de 5% para todos os grupos de τ^+ (num total de 7 grupos).

Os diversos valores de K_o obtidos para os ajustes propostos na Figura 3 fornecem um K médio bastante próximo do valor consagrado de 2,5. Neste caso optou-se por calcular um novo valor para K_o , a partir do valor 2,5 adotado para K .

Com o novo valor de K_o , pôde-se calcular um novo valor de C_o a partir da equação (1). Com o valor de C_o , determinado para cada grupo de τ^+ , calculou-se o valor 5,78 para a

constante C . Fernandez et al. [2] propõem o valor de 5,75 para a constante C .

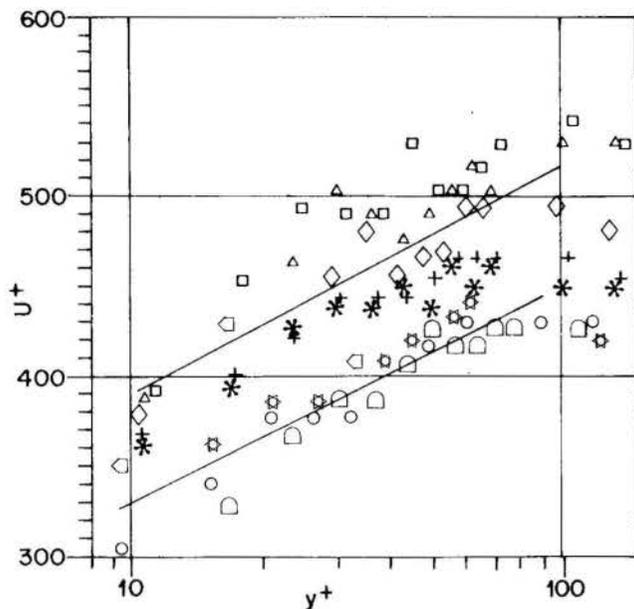


Figura 3 - Pontos experimentais agrupados por valores de τ^+

Substituindo-se, então, os valores de K e C nas equações de K_o e C_o , obtêm-se novos perfis para os diversos grupos de τ^+ . Deve-se ressaltar que, no entanto, tal procedimento acarretou no aumento para cerca 10% no erro percentual médio entre os pontos experimentais e os novos ajustes.

CONCLUSÕES

A lei da interface, pelo lado do gás, proposta por Fernandez et al. [6], conforme equacionamento apresentado no item anterior, é confirmada pelos resultados experimentais apresentados no presente trabalho.

Essa lei da interface, que substitui o perfil universal na vizinhança de paredes sólidas, mostra a importância de se levar em conta, a relação entre os dois fluidos, particularmente o fenômeno de transferência de momentum na interface, traduzido pela tensão cisalhante na interface.

Os resultados demonstram que os coeficientes K e C podem ser 2,5 e 5,75, conforme já havia sido proposto por Fernandez [6].

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi financiado pela SCT/PR, através do convênio D.CTC - PUC/Rio e a própria Secretaria.

REFERÊNCIAS

- [1] Fabre, J., Masbernat, L. and Suzanne, C., "Stratified Flow, Part 1: Local Structure", Proceeding of the International Workshop on Two-Phase Momentum, Heat and Mass Transfer, ICHMT, Hem. Publ., 1979.
- [2] Fernandez, E.F., Flik, M. and Tien, C.L., "Law of the Interface for Stratified Turbulent Gas-Liquid Flows", submetido ao 9th International Heat Transfer Conference, 1990.
- [3] Gayral, L., Masbernat, L. and Suzanne, C., "Mean Velocities and Reynolds Stress in Co-Current Gas-Liquid Stratified Channel Flow", Two-Phase Momentum, Heat and Mass Transfer, Hemisphere Publishing Corporation, 1979.

- [4] Hidy, G. M. and Plate, E. J., "Wind Action on Water Standing in a Laboratory Channel", J. Fluid Mech., vol. 26, part 4, pp 651-687, 1966.
- [5] Rasihidi, M. and Banerjee, S., "Turbulence Structure in Free-Surface Channel Flow", Internal Report, Department of Chemical and Nuclear Engineering, University of California, Santa Barbara, 1987.
- [6] Silva, A. M., Braga, C. V. M. e Fernandez, E. F. y, "Resultados Experimentais da Tensão de Cisalhamento na Interface de Escoamentos Estratificados Gás-Líquido", COBEM 91, XI Congresso de Engenharia Mecânica, São Paulo, 1991.

ABSTRACT

The heat and mass transfer through the interface of stratified turbulent gas-liquid flows depends on velocity profile of both phases in the region near of the interface. Experiments were carried out to investigate the dynamic behavior of this kind of flow. It was observed that the interface shear stress changes the universal velocity profile.

DETERMINAÇÃO E ANÁLISE DE PARÂMETROS TÉRMICOS EFETIVOS EM LEITO FIXO

LUIZ MARIO DE MATOS JORGE e REINALDO GIUDICI
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Química
Caixa Postal 61548 - CEP 05424-970 - São Paulo, SP, Brasil

RESUMO

Neste trabalho procurou-se determinar parâmetros térmicos efetivos em reator de leito fixo, usando o modelo pseudo-homogêneo bidimensional. Os recheios ensaiados incluíram partículas de diferentes tamanhos (3,7 a 26 mm), formas (cilindros e esferas) e materiais (metálicos e cerâmicos), procurando-se avaliar e quantificar os efeitos destas variáveis.

INTRODUÇÃO

O conhecimento dos parâmetros que regem a transferência de calor é de grande importância no projeto e análise do comportamento de reatores catalíticos de leito fixo. De especial interesse é o caso de reatores com baixas relações entre o diâmetro do tubo e o das partícula (d_t/d_p) tipicamente usadas para reações altamente exotérmicas. Estes reatores são do tipo multitubular, com tubos estreitos ($d_t = 1$ a 2 pol.) sendo empregadas baixas relações entre o diâmetro do tubo e o das partículas do leito (d_t/d_p na faixa de 3 a 8).

Este tipo de sistema apresenta grandes desafios para estudo, seja devido à forte influência do chamado "efeito de parede" decorrente de não-uniformidades estruturais do leito, seja pela dúvida quanto à validade da abordagem pseudo-homogênea para as baixas relações d_t/d_p empregadas.

No presente trabalho são apresentados resultados experimentais de ensaios de transferência de calor em reatores de leito fixo, para os quais foram determinados parâmetros térmicos efetivos, para leitos de diferentes tamanhos, formas e materiais, procurando-se estudar os efeitos destas variáveis.

MATERIAIS E MÉTODOS

O esquema do equipamento experimental é mostrado na figura 1.

O reator consta de duas seções. A seção térmica é formada por um tubo de aço inox de 8 cm de diâmetro e 40 cm de comprimento, dotado de camisa de aquecimento com vapor. Abaixo do reator, a seção de entrada, cuja finalidade é permitir o estabelecimento do perfil de velocidade, é formada por um tubo de PVC de 6 cm de diâmetro e 25 cm de comprimento, estando acoplada ao reator por flange de nylon.

O perfil radial de temperatura na saída do leito é medido através de um dispositivo proposto por Giudici (1990), ilustrado na figura 1, formado por 4 anéis metálicos

concêntricos, suspensos por um suporte de nylon, e mais um termopar central, nas posições radiais $r = 0, 8, 15, 21$ e 27 mm, a partir do centro do tubo. Em cada anel está soldado um termopar de chromel-alumel. Este dispositivo possibilita filtrar as flutuações aleatórias de temperatura ao longo da direção angular, em uma mesma posição radial. flutuações estas que são observadas quando se usam medidores pontuais. O comportamento deste sensor é discutido por Giudici (1990), incluindo testes experimentais e modelo teórico que explica o seu funcionamento.

Também são medidas a temperatura da parede da camisa de vapor e a temperatura e vazão do ar alimentado ao equipamento, e também o perfil radial de temperatura na entrada da seção térmica por termopares inseridos radialmente através da flange.

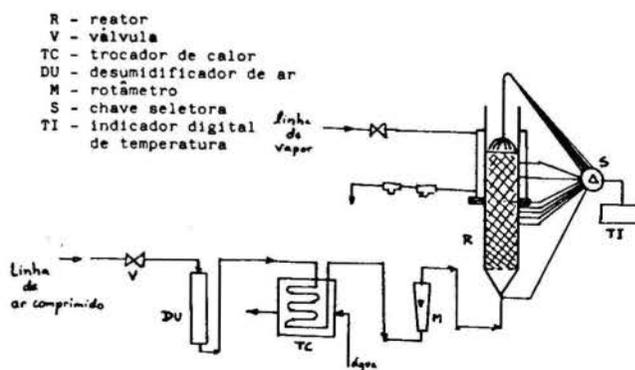


Figura 1. Esquema do equipamento experimental. No detalhe (a) esquema do sensor anelar de temperatura.

A Tabela 1 apresenta as características dos 10 materiais utilizados como leito, bem como o símbolo a ser usado na apresentação dos resultados relativos a cada material.

Tabela 1. Materiais utilizados como leito.

n°	tipo e dimensões	símbolo	dp(mm)	dp/dt
esferas metálicas				
1	ferro 26,3 mm	x	26,3	0,438
2	aço 14,4 mm	o	14,4	0,240
3	aço 6,3 mm	*	6,3	0,105
esferas cerâmicas				
4	vidro 17,8 mm	*	17,8	0,297
5	porcelana 13,5 mm	o	13,5	0,225
6	alumina 5,0 mm	+	5,0	0,085
cilindros cerâmicos				
7	alumina 16,6x11mm	o	16,6	0,277
8	alumina 11x8,5mm	.	10,6	0,177
9	ZnO 4,7x9,4mm	+	6,7	0,112
10	alumina 2,8x3,5mm	x	3,7	0,062

OBS.: (1) para cilindros são fornecidos o diâmetro d e o comprimento L, na forma d x L. (2) o material n°7 apresenta 7 furos de 3,4 mm sendo um central e outros 6 a 5 mm do centro (formato de "lambor de revolver")

TRATAMENTO DE DADOS E ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

O tratamento de dados foi realizado usando o modelo bidimensional pseudohomogeneo com dispersão axial, representado por:

$$kr \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + ka \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = G_{cp} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1)$$

com as seguintes condições de contorno:

$$r=0 \quad (\partial T / \partial r) = 0 \quad (2.a)$$

$$r=R \quad -kr(\partial T / \partial r) = \begin{cases} hv(T-T_w) & z > 0 \\ hv(T-T_0) & z < 0 \end{cases} \quad (2.b)$$

$$z \rightarrow -\infty \quad T \rightarrow T_0 \quad (2.c)$$

$$z \rightarrow +\infty \quad T \rightarrow T_w \quad (2.d)$$

A equação apresenta solução analítica em termos de série infinita de funções de Bessel (Gunn & Khalid, 1975; Dixon et alii, 1978):

$$\frac{T - T_w}{T_0 - T_w} = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{Bi(1+M_l) J_0(\beta_l \frac{r}{R})}{M_l (Bi^2 + \beta_l^2) J_0(\beta_l)} \exp \left\{ \frac{Pe_a (1-M_l) z}{2 d_p} \right\} \quad (3)$$

onde

$$M_l = [1 + 4 \beta_l^2 d_p^2 / (R^2 Pe_a Pe_r)]^{1/2} \quad (4)$$

e β_l são as raízes de

$$\beta_l J_1(\beta_l) - Bi J_0(\beta_l) = 0 \quad (5)$$

Os parâmetros adimensionais Bi (=hwR/kr), Per (=Gcpdp/kr) e Pea (=Gcpdp/ka) são ajustados pelo critério dos mínimos quadrados, usando o método de otimização de Marquardt (1963). Dados medidos para a mesma vazão de ar e três diferentes alturas de leito (usualmente 100, 200 e 300 mm) são tratados simultaneamente.

Em concordância com a literatura (Gunn & Khalid, 1975; Dixon et alii, 1978) observou-se que Pea é mal ajustado. Giudici (1990) mostrou que a sensibilidade a Pea (ou a ka) é muito pequena, o que explica o ajuste pobre por este parâmetro costuma apresentar. Segundo Dixon (1985, 1988) o ajuste de Pea parece servir apenas para compensar alguns efeitos não considerados no modelo (por exemplo a condução de calor pela parede de seção de entrada), e com isso levar a estimativas dos parâmetros radiais (kr e hv) sem dependência do comprimento do leito. A figura 2 mostra o mapeamento da região conjunta de confiança dos parâmetros para um caso típico, ilustrando que ocorre interação entre as estimativas dos parâmetros radiais Per e Bi, como esperado, mas não entre Pea e Bi ou entre Pea e Per. Este resultado indica que o ajuste pobre de Pea não afeta significativamente as estimativas de Per e Bi.

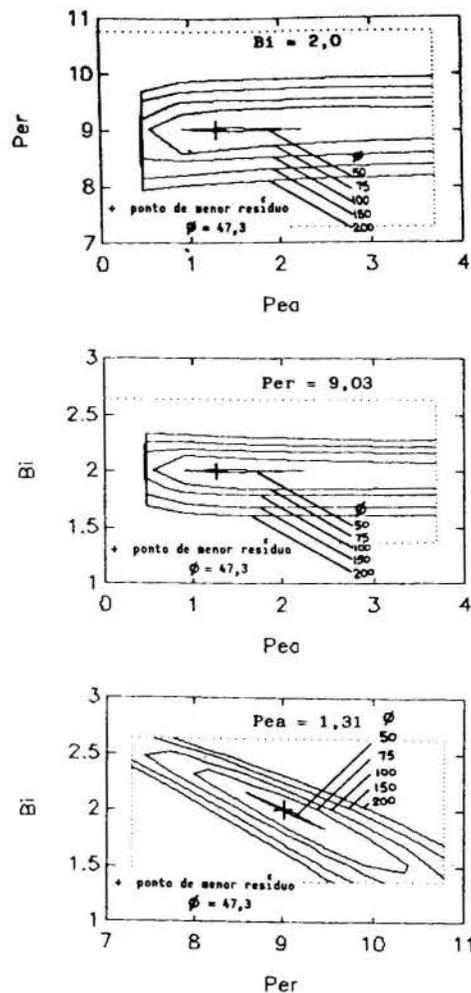


Figura 2. Cortes da função residuo quadrático ϕ no espaço dos parâmetros estimados.

Os resultados relativos aos parâmetros radiais kr (condutividade radial efetiva) e hv (coeficiente parede-leito) estão mostrados nas figuras 3 e 4. Observa-se para cada material, uma relação linear com o número de Reynolds Re (=Gdp/ μ), na faixa de valores estudada.

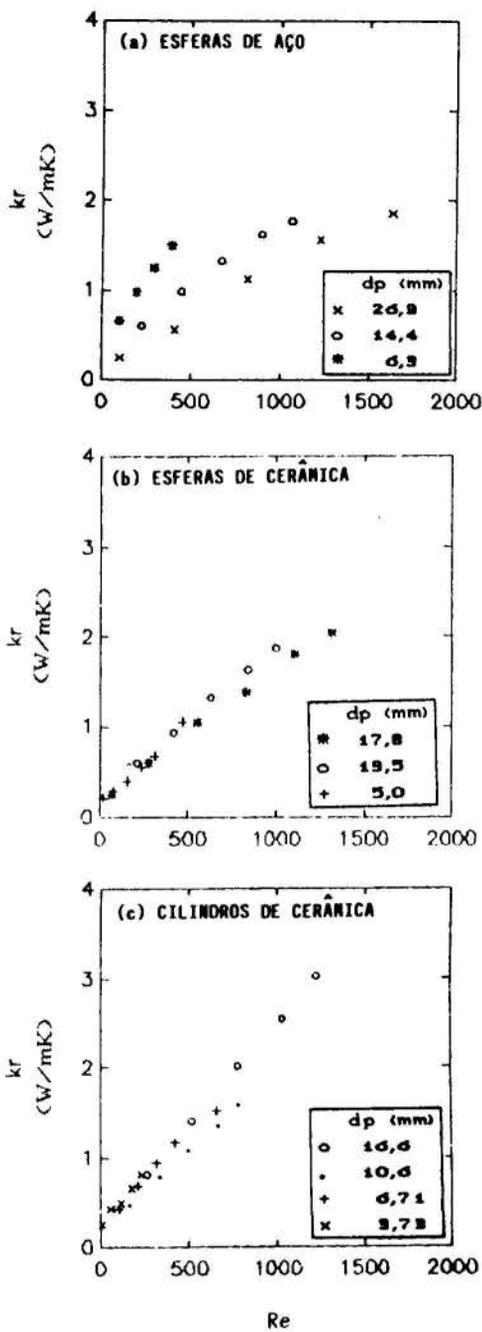


Figura 3. Resultados obtidos para condutividade radial efetiva k_r .

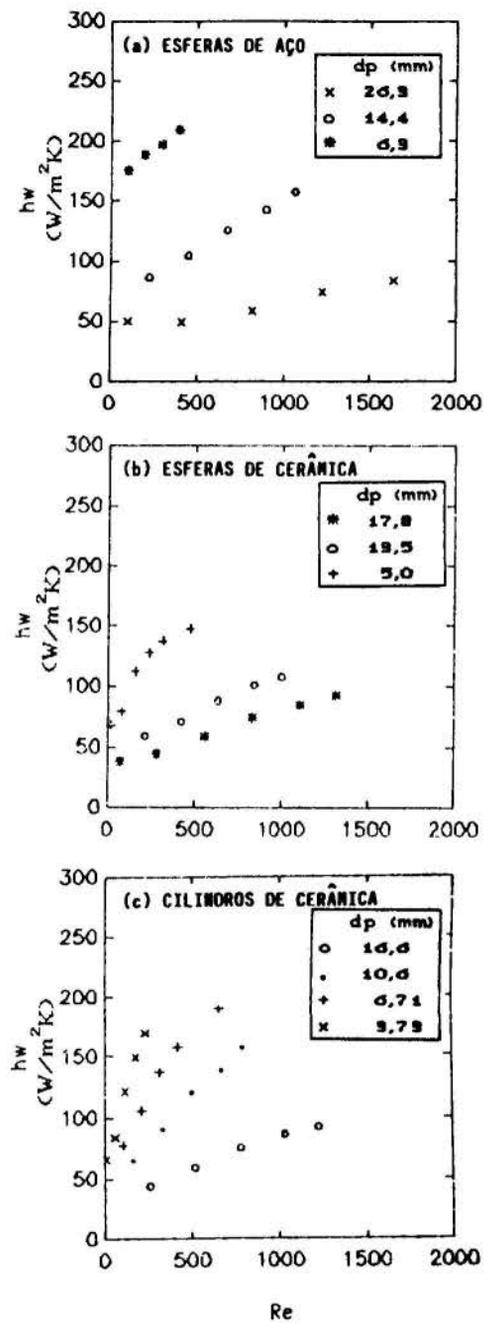


Figura 4. Resultados obtidos para o coeficiente de transferência de calor parede-leito h_w .

Para partículas de mesmo tamanho, esferas metálicas apresentam maiores valores de k_r e h_w que as de cerâmica, como esperado.

Para partículas de mesmo material (cerâmico), cilindros apresentam maiores valores de k_r e h_w que as esferas, o que também fora observado por Dixon (1988).

O efeito do tamanho da partícula sobre k_r é pequeno - praticamente só se observa para as esferas metálicas. Entretanto é bastante marcante o efeito do tamanho sobre h_w :

partículas menores apresentam maiores valores de h_w . Este comportamento pode ser explicado considerando que h_w representa a resistência à transferência de calor junto à parede devido à variação de k_r nesta região e a espessura desta região está diretamente relacionada com o tamanho da partícula. Adicionalmente, o número de pontos de contato do leito com a parede por unidade de área aumenta com a diminuição do tamanho da partícula.

Valores do coeficiente global de transferência de calor do modelo unidimensional podem ser obtidos por:

$$1/U = 1/hv + R/(4kr) \quad (6)$$

em que se considera o perfil radial de temperatura parabólico (Cuma hipótese razoável, mesmo sob condições com reação, segundo Cresswell, 1986). Valores de U assim obtidos são mostrados na figura 5. É evidente o efeito do tipo de material - metálicos apresentam U maiores que cerâmicos - e, em menor grau, da forma da partícula - cilindros apresentam valores de U sensivelmente maiores que para esferas. Dixon (1988) também observou este efeito, relatando porém que estas diferenças deixam de existir para cilindros com arestas arredondadas.

Um valor máximo de U ocorre para dp/dt na faixa de 0,12 a 0,16, em concordância com a literatura (Leva, 1953; Ziolkowski & Legawiec, 1987; Chalbi et al., 1987; Giudici, 1990). Estes resultados mostram ser possível aumentar a transferência de calor radial com a seleção adequada de um tamanho de partícula. Isto pode ser de utilidade nos casos de reatores com reações fortemente exotérmicas ou fortemente endotérmicas, muito embora a escolha do tamanho de partícula está sujeita também aos aspectos relacionados com a perda de carga no escoamento bem como com o fator de efetividade do catalisador.

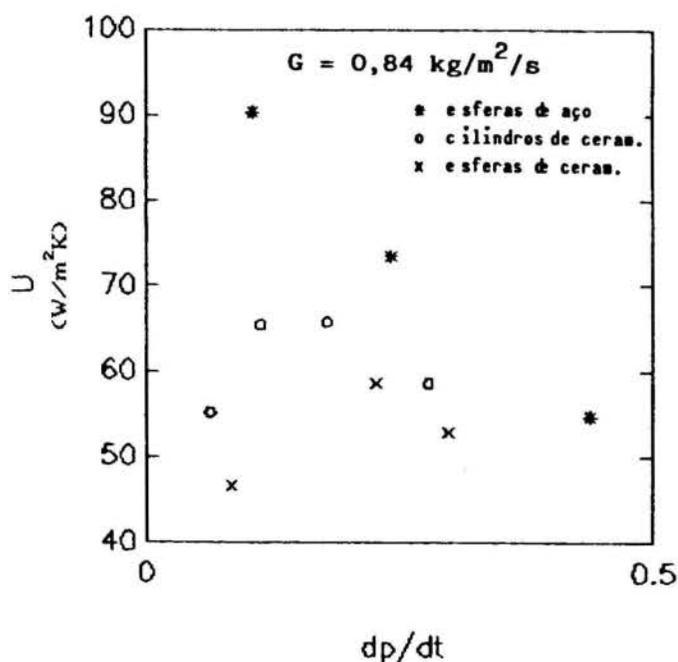


Figura 5. Resultados obtidos para coeficiente global U.

CONCLUSÕES

A partir dos resultados experimentais obtidos no presente trabalho, foi possível analisar as influências de forma, tamanho e material das partículas sobre os parâmetros térmicos efetivos radiais de leitos fixos.

AGRADECIMENTOS

À FAPESP (Processo 90/4403-9) e à CAPES, pelo auxílio concedido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CHALBI, M.; CASTRO, J.A.; RODRIGUES, A.E. & ZOULALIAN, A., "Heat transfer parameters in fixed bed exchangers", Chemical Engineering Journal, vol. 34, pp. 69-97, 1987.
- CRESSWELL, D.L., "Heat transfer in packed bed reactors" In Chemical Reactor Design and Technology, Hugo I. de Lasa (ed.), Martinus Nijhoff Publishers, pp. 687-728, 1986.
- DIXON, A.G., PATERSON, W.R. & CRESSWELL, D.L., "Heat transfer in packed beds of low tube/particle diameter ratio", ACS Symposium Series, number 65, pp. 238-253, 1978.
- DIXON, A.G., "The length effect on packed bed effective heat transfer parameters", Chem. Eng. Journal, vol. 31, pp. 163-173, 1985.
- DIXON, A.G., Wall and particle-shape effects on heat transfer in packed beds, Chem. Eng. Comm., vol. 71, pp. 217-237, 1988.
- GIUDICI, R., Modelagem de reator de oxidação de etileno: estudo de parâmetros térmicos e estratégia de diluição de catalisador. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 1990.
- GUNN, D.J., AHMAD, M.M. & SABRI, M.N., "Radial heat transfer to fixed beds of particles", Chemical Engineering Science, vol. 42, pp. 2163-2171, 1987.
- GUNN, D.J. & KHALID, M., "Thermal dispersion and wall heat transfer in packed beds", Chem. Eng. Sci., vol. 30, pp. 261-267, 1975.
- LEVA, M., Heat transfer to gases through packed beds, Ind. Eng. Chem., vol. 40, pp. 857-865, 1947.
- MARQUARDT, D.W., "An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters", J. Soc. Indust. Appl. Math., vol. 11(2), pp. 431-441, 1963.
- ZIOLKOWSKI, D. & LEGAWIEC, B., "Remarks upon thermokinetic parameters of the one- and two-dimensional mathematical models of heat transfer in a tubular flow apparatus with a packed bed, Chemical Engineering Process., vol. 21, pp. 65-76, 1987.

ABSTRACT

In this paper effective thermal parameters in fixed bed reactor, were obtained using the pseudo-homogeneous bidimensional model.

The tests included packings of different size particles (3,7 to 26,3 mm), different shapes (cylinders and spheres) and different materials (metallic and ceramic).

It was studied the effect of these variables on the thermal parameters.

UM PROGRAMA PARA O CÁLCULO
DE REDES DE TROCADORES DE CALOR

Ravagnani, Mauro A. S. S.* e Andrade, Alberto L. de**

* DEQ/UEM - Universidade Estadual de Maringá

** DESQ/FEQ/UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se um programa para o cálculo de redes de trocadores de calor. Além da síntese da rede, o programa executa paralelamente o dimensionamento dos equipamentos, à medida em que ocorre o cruzamento entre as correntes quentes e frias. Uma comparação com um exemplo clássico da literatura mostra uma representação mais real para o problema, refletida na alteração do custo total da malha.

INTRODUÇÃO

O cálculo de redes de trocadores de calor é um assunto de grande interesse nos processos industriais. Isto porque pode-se maximizar a economia global do processo através da minimização do uso das chamadas utilidades, como por exemplo vapor de aquecimento e água de resfriamento. A otimização deste processo se dá à medida em que uma rede de trocadores de calor é calculada, fazendo com que nestes equipamentos as correntes de processo quentes sejam resfriadas pelas correntes frias e vice-versa.

Conforme Gundersen e Naes (1988), inúmeros métodos tem sido propostos para o cálculo de redes de trocadores de calor, agrupados em duas grandes escolas. Uma utiliza princípios termodinâmicos e regras heurísticas, como na tecnologia "pinch", desenvolvida por Linnhoff e seus colaboradores, a qual é de fundamental importância neste assunto. A outra escola utiliza métodos matemáticos, como programação linear e não linear, e tem tido grande importância, sendo utilizada na otimização de malhas geradas pela tecnologia "pinch". No entanto, algumas simplificações são feitas, de forma a tornar possível a utilização destes métodos. Uma destas simplificações é o uso de um coeficiente global de troca térmica constante e igual para todos os trocadores. Este coeficiente global não leva em conta os coeficientes de película individuais dos fluidos em operação, pois é arbitrado de acordo com valores tabelados encontrados na literatura. Além disso, fatores importantes como a perda de carga e a incrustação causada pelo escoamento dos fluidos no interior do trocador não são consideradas.

Neste sentido, propõe-se neste trabalho incorporar o dimensionamento dos equipamentos na síntese da rede, sem a preocupação inicial de apresentar a obtenção de malhas ótimas, com a máxima recuperação de energia, o número mínimo de trocadores e com o ΔT_{min} ótimo. Desta forma, o método de Ponton e Donaldson (1974), que é um método heurístico bastante simples e fácil de ser programado, foi escolhido para o

desenvolvimento de um programa computacional envolvendo também o dimensionamento dos trocadores. Por ser um método bastante rápido, uma vez que apenas uma malha é gerada, este método servirá aos propósitos deste trabalho, que é um estudo preliminar na área.

Para o dimensionamento dos equipamentos, o coeficiente global de troca térmica para cada trocador é sempre calculado, através da equação básica:

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta t \quad (1)$$

Nesta equação, Q é obtido pelo balanço de energia entre os fluidos, Δt é a média logarítmica das diferenças de temperaturas e A é a área de troca térmica, inicialmente conhecida para o trocador. No dimensionamento do trocador são avaliados os coeficientes de película individuais dos fluidos escoando no interior do trocador, suas perdas de carga e o fator de incrustação.

PROGRAMA DESENVOLVIDO

O programa para o cálculo da malha foi desenvolvido baseado na rotina de cálculo proposta por Ponton e Donaldson (1974). Esta rotina utiliza uma regra heurística que consiste em combinar sempre a corrente quente com a temperatura de entrada mais elevada com a corrente fria com a temperatura de saída mais elevada.

Para o dimensionamento dos equipamentos, uma sequência de cálculos foi desenvolvida, baseada nos trabalhos de Ravagnani (1989) e Ravagnani e Andrade (1991). Esta sistemática, diferente das encontradas na literatura para o dimensionamento de trocadores de calor do tipo carcaça e tubo, não parte para o arbitramento do coeficiente global de troca térmica. Ao contrário, este coeficiente é sempre calculado durante o projeto, partindo-se de trocadores com área de troca térmica definida. A grande vantagem é que os coeficientes globais de transferência de calor arbitrados são encontrados na literatura tabelados, em faixas com variação muito grande entre os limites de utilização, dificultando assim uma boa escolha do valor

a ser empregado. Existe ainda o caso de se poder trabalhar com fluidos que por ventura não se encontrem tabelados na literatura.

O cálculo dos trocadores é feito de modo a satisfazer as condições de operação, como perdas de carga e incrustação. Estas condições de operação dependem dos fluidos e devem ser fixas no início do projeto. Os valores calculados para estes parâmetros devem estar o mais próximo possível destes valores a fim de se ter um bom aproveitamento destes limites. Desta forma, a partir de uma tabela fornecida pelos fabricantes de trocadores de calor norte-americanos, conforme pode ser visto em TEMA (1974), contendo o diâmetro da carcaça do trocador, o número de tubos, o espaçamento entre os tubos, a disposição geométrica e o diâmetro externo dos tubos, arranjados sequencialmente do menor ao maior trocador, o projeto é realizado. O método utilizado é o de Bell-Delaware.

Inicia-se os cálculos com o menor trocador possível disponível, com o número de passagens máximo no interior dos tubos e com o espaçamento mínimo entre as chicanas. A perda de carga no interior dos tubos é testada e o número de passagens nos tubos vai sendo diminuído se o valor calculado for superior ao valor fixado no início do projeto para a perda de carga. Se para este trocador nem o número de passagens mínimo é capaz de satisfazer a perda de carga, um trocador maior deve ser testado. O trocador que vem a seguir será um trocador com o diâmetro de carcaça imediatamente superior ao anteriormente testado, segundo a tabela citada.

Este procedimento é repetido até que a perda de carga no interior dos tubos seja satisfeita. Quando isto ocorre, a perda de carga no lado da carcaça é calculada, partindo-se agora do mínimo espaçamento entre as chicanas, de forma a garantir a máxima perda de carga possível. Este espaçamento vai sendo aumentado à medida em que a perda de carga não é satisfeita, até que se chegue ao espaçamento máximo. A partir daí, somente um trocador maior será capaz de satisfazer esta perda de carga, e um novo trocador deve ser testado. O procedimento irá se repetir até que a perda de carga no lado do casco seja satisfeita. O limite a ser testado agora é do fator de incrustação. Se o valor calculado for inferior ao fixado no início do projeto, deve-se aumentar o tamanho do trocador, pois o mesmo está subdimensionado. Quando este valor supera o valor fixado, o trocador está projetado, de acordo com as condições de operação com relação às perdas de carga e fatores de incrustação.

Uma vez dimensionado o equipamento, volta-se ao programa principal, e conforme o método de Ponton e Donaldson (1974), um novo cruzamento entre as correntes quentes e frias é feito e o trocador é dimensionado. Isto é feito até que a malha toda esteja desenvolvida. Por fim, o custo total da malha é calculado, como será visto logo a seguir.

O programa apresenta então, ao final, a malha gerada com o seu custo total, de forma que se possa ter todas as informações acerca da malha e dos equipamentos utilizados nela.

RESULTADOS

Para testar a utilização do programa, foi escolhido um exemplo clássico da literatura, contendo quatro correntes, duas quentes e duas frias. Este problema é o problema 4SP1, proposto por Pho e Lapidus (1973). Como o problema original não leva em conta as propriedades físicas dos fluidos (com exceção do calor específico) nem dados relativos à perda de carga e incrustação, alguns fluidos que apresentavam o mesmo produto entre a vazão mássica e o calor específico para as correntes propostas no problema foram utilizados. O programa foi testado para este problema e seus resultados foram comparados com os resultados do problema 4SP1 resolvido pelo método de Ponton e Donaldson (1974). Na utilização deste exemplo, o custo do vapor é 0,002 US\$/ano e o custo da água 0,00011 US\$/ano. A temperatura do vapor é 294 °C, e as temperaturas de entrada e saída da água são 38,0 e 82,5 °C. Os coeficientes globais de troca térmica em W/m²°C são 850,0 para trocadores e resfriadores e 1133,4 para aquecedores. O ΔT_{min} é fixo em 10°C. O custo da malha é calculado pela equação apresentada por Pho e Lapidus (1973):

$$C = \delta \cdot \left(\sum_i a_i \cdot A_i^b + \sum_i a_i \cdot A_{ai}^b + \sum_i a_i \cdot A_{ri}^b \right) + \sum_i U_k \cdot S_{ki} \quad (2)$$

Nesta equação, as constantes a, b e δ valem 1000, 0,6 e 0,1 respectivamente.

Os demais dados de entrada são apresentados na Tabela 1. Nesta tabela, TQE, TQS, TFE e TFS são as temperaturas de entrada e saída das correntes quentes e frias, respectivamente, MCPQ e MCPF são o produto entre vazão mássica e calor específico das correntes quentes e frias, M a vazão mássica e Rd o fator de incrustação. Com relação às perdas de carga, os valores limites são 68950 N/m² para as correntes líquidas e 13790 N/m² para o vapor.

Os resultados obtidos pela simples aplicação do método de Ponton e Donaldson ao problema 4SP1 encontram-se na Tabela 2, confrontados com os resultados obtidos pelo nosso programa também utilizando o método de Ponton e Donaldson, porém considerando o dimensionamento dos equipamentos. As unidades representadas pela letra T são trocadores de calor, A são aquecedores e R resfriadores. As malhas encontradas são idênticas, com pequenas diferenças nas temperaturas intermediárias, no calor trocado e na área de troca térmica. Estas diferenças devem-se ao fato de que os coeficientes globais de troca térmica calculados são sempre inferiores àquele proposto no problema 4SP1. Isto faz com que a área calculada seja bem maior em nosso programa. Desta forma, os trocadores calculados pelo problema 4SP1 supondo-se um coeficiente global constante apresentam uma área de troca térmica que não é real, influenciando no custo total da malha, conforme pode ser observado na Figura 1. Na verdade, o custo real da malha é superior ao valor apresentado por Ponton e Donaldson (1974).

A Tabela 3 apresenta os resultados referentes aos parâmetros obtidos no dimensionamento dos equipamentos necessários na estruturação da malha obtida pela aplicação de nosso programa. Estes parâmetros são o diâmetro do casco (Dcasco), o número de tubos (Ntubos), o número de chicanas (Nchi) e o espaçamento entre elas

Tabela 1 - Dados de entrada

Problema 4SP1						
n ^o	Correntes quentes			Correntes frias		
	TQEC(°C)	TQSC(°C)	MCPQ(W/°C)	TFEC(°C)	TFSC(°C)	MCPF(W/°C)
1	160,0	94,0	8792,0	60,0	160,0	7621,0
2	250,0	138,0	10548,0	116,0	260,0	6081,0
Este Problema						
n ^o	Fluido	TQEC(°C)	TQSC(°C)	M(Kg/h)	MCP(W/°C)	Rd(m ² °C/W)
Correntes Quentes						
1	42 °API	160,0	94,0	13170,0	8792,0	0,000264
2	34 °API	250,0	138,0	14413,0	10548,0	0,000264
Correntes Frias						
1	34 °API	60,0	160,0	11000,0	7621,0	0,000264
2	28 °API	116,0	260,0	8777,0	6081,0	0,000264

Tabela 2 - Resultados obtidos

Resultados						
Unidade	TQEC(°C)	TQSC(°C)	TFEC(°C)	TFSC(°C)	Q(W)	A(m ²)
Problema 4SP1						
T1	250,0	177,8	116,0	238,9	749787,3	30,88
T2	177,8	138,0	104,6	160,0	422095,0	21,10
T3	160,0	121,3	60,0	104,6	340004,6	6,86
A1	294,0	294,0	238,9	260,0	128309,1	2,59
R1	121,3	94,0	38,0	82,5	246421,8	6,22
Este Problema						
T1	250,0	180,7	116,0	240,0	756034,0	130,54
T2	180,7	138,0	101,3	160,0	425426,4	65,27
T3	160,0	130,1	60,0	101,3	273270,6	11,66
A1	294,0	294,0	240,0	260,0	136404,0	5,83
R1	130,1	94,0	38,0	82,5	310342,0	11,66

(L3), os coeficientes de película para os fluidos escoando nos tubos (hio) e no casco (ho), os coeficientes globais de troca térmica limpo (Uc) e de projeto (Ud), as quedas de pressão nos tubos (ΔP_t) e no casco (ΔP_c) e o fator de incrustação (Rd). Esta tabela é um resumo do dimensionamento de cada equipamento, contendo os coeficientes individuais e globais de transferência de calor, as perdas de carga, o fator de incrustação e as características mecânicas do trocador, como o diâmetro da carcaça, o número de tubos no interior do trocador, o número e o espaçamento entre as chicanas. Nestes trocadores, o comprimento dos tubos é 4,87 m, o diâmetro externo é 19,05 mm com BWG 14, espaçados de 25,4 mm e dispostos num arranjo quadrado.

CONCLUSÕES

Conforme pode ser observado pelos resultados obtidos, podemos verificar que o dimensionamento dos equipamentos é um fator muito importante no cálculo da rede de trocadores de calor. Sem levar em conta fatores como as perdas de carga e a incrustação, a malha calculada pode não representar exatamente o que ocorre no processo como um todo, e o custo total calculado será diferente do real.

Com relação ao program desenvolvido, o mesmo é de grande utilidade, pois contribui no sentido de apontar a importância do dimensionamento individual dos equipamentos na síntese da rede, ainda que utilizando-se de um método extremamente simples como o de Ponton e Donaldson(1974).

Por fim, podemos concluir que existe importância neste estudo e outros métodos para a síntese da malha, buscando a máxima recuperação de energia, o número mínimo de unidades e o ΔT_{min} ótimo devem ser testados, já que o dimensionamento dos trocadores individualmente refletiu em diferenças com relação ao custo total da rede.

REFERÊNCIAS

. Gundersen, T. e Naes, L., "The Synthesis of Cost Optimal Heat Exchanger Networks - An Industrial Review of the State of the Art", Computers and Chemical Engineering, Vol. 12, n^o 6, pp. 503-530, 1988.

. Pho, T. K. e Lapidus, L., "Topics in Computer-aided Design: II. Synthesis of Optimal Heat Exchanger Networks by Tree Searching Algorithms", AIChE Journal, n^o 19, pp. 1182-1189, 1973.

. Ponton, J. W. e Donaldson, R. A. B., "A Fast

Tabela 3 - Parâmetros calculados para os equipamentos

	T1	T2	T3	A1	R1
Fuido Quente	34 °API	34 °API	42 °API	Vapor	42 °API
Fluido Frio	28 °API	34 °API	34 °API	28 °API	Água
Dcasco(mm)	387,35	387,35	254,31	205,00	254,31
Ntubos	112	112	40	20	40
Nchi	62	62	57	71	57
L3C(mm)	77,47	77,47	87,77	68,33	84,77
hio(W/m ² °C)	636,09	845,04	1450,21	9032,71	5187,56
ho(W/m ² °C)	820,01	828,81	955,59	910,31	1130,42
Uc(W/m ² °C)	358,22	418,42	576,03	826,97	928,16
Ud(W/m ² °C)	226,05	285,08	386,56	544,33	586,60
ΔPt(N/m ²)	67295,7	54255,6	62950,4	3965,8	17186,0
ΔPc(N/m ²)	48528,2	49496,4	40320,5	49847,3	40734,9
Rd(m ² °C/W)	0,00163	0,00112	0,00085	0,00063	0,00062

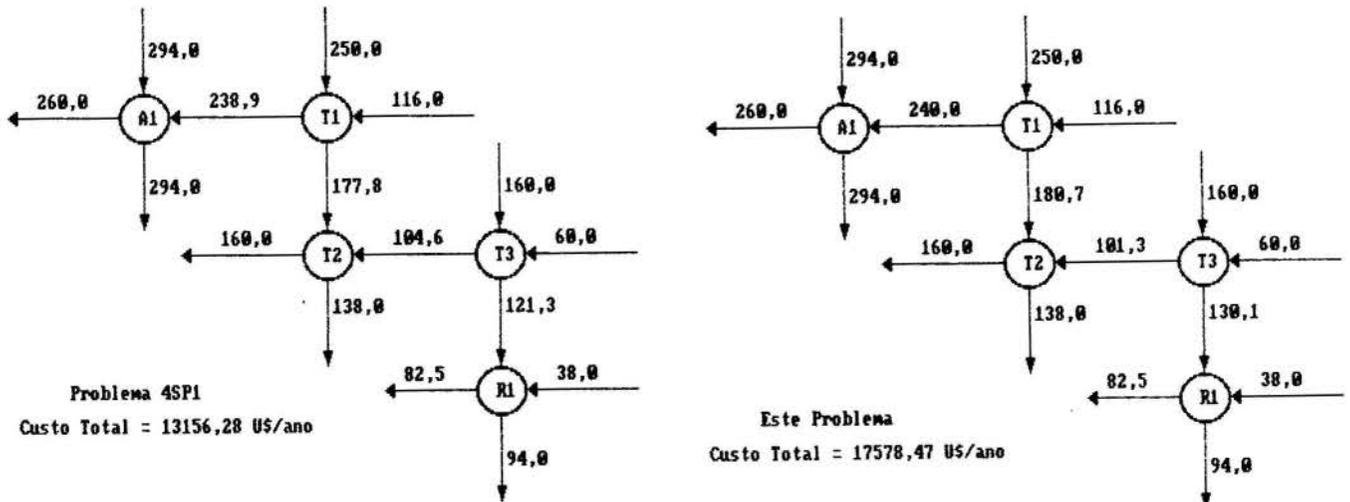


Figura 1 - Malhas desenvolvidas

Method for the Synthesis of Optimal Heat Exchanger Networks", Chemical Engineering Science, n° 29, pp. 2375-2377, 1974.

. Ravagnani, M. A. S. S., "Projeto de Trocadores de Calor Multitubulares Incluindo Processos com Mudança de Fase", Tese de Mestrado, FEC - UNICAMP, Campinas - SP, 1989.

. Ravagnani, M. A. S. S. e Andrade, A. L. de, "Projeto de Trocadores de Calor Multitubulares Com e Sem Mudança de Fase", XIV Congresso Interamericano de Engenharia Química, Buenos Aires, 1991.

. TEMA, "STANDARDS OF TUBULAR EXCHANGER MANUFACTURERS ASSOCIATION", 5ª Edição, New York, 1974.

SUMARY

In this work a detailed program to calculate heat exchangers networks is presented. Equipment design is carried out simultaneously with the network sizing, whenever cold and hot stream cross. A classical example from literature is tested. The results shows that the total cost of the network is modified, when the termohidraulic design is considered.

DINÂMICA DO LEITO DE FLUIDIZAÇÃO RÁPIDA

PACHECO, R. G., Cientec - RGS
FERREIRA, V. C. S., Depto. Mecânica - UFRGS

RESUMO

O trabalho apresenta resultados experimentais e analisa o comportamento dinâmico de um leito fluidizado rápido onde areia foi usada como particulado sólido e o ar como agente fluidizante. O objetivo principal do trabalho foi obter correlações entre as principais variáveis do problema, quais sejam velocidade superficial do ar, taxa de circulação e granulometria das partículas em função da densidade aparente da suspensão.

INTRODUÇÃO

Com a crescente utilização industrial do Leito de Fluidização Circulante (LFC), e principalmente operando em regime de fluidização rápida (LFR), tem aumentado o interesse de pesquisadores em explicar melhor os fenômenos fluidodinâmicos deste processo. Os verdadeiros mecanismos de interação sólido-fluido ainda não estão perfeitamente conhecidos. O interesse pelo uso desta tecnologia está dissimulado nas diversas áreas da engenharia de processos tais como craqueamento catalítico, combustão de carvão, calcinação, etc...

Os processos que envolvem fluidização em leito rápido (LFR) apresentam um grande número de vantagens sobre os leitos densos ou borbulhantes pois apresentam normalmente uma maior superfície específica do sólido combinada com uma elevada recirculação interna. Estas características favorecem significativamente os coeficientes de transferência de calor e massa, promovendo uma temperatura mais uniforme no leito e permitindo que a reação possa ocorrer numa condição mais definida e controlada. As vantagens acima elucidadas são de natureza genérica. Cada processo em particular apresenta características peculiares que precisam ser analisadas em cada caso.

O objetivo do presente trabalho foi obter informações da dinâmica do LFR através da medição de diferentes variáveis num protótipo de laboratório construído para esta finalidade. A medição da variação de pressão ao longo de uma coluna de transporte vertical, da taxa de circulação de sólidos e da pressão, temperatura e vazão do fluido foram as principais variáveis medidas. Três amostras de um mesmo sólido com granulometria média diferente, sob diversas condições de velocidade do gás fluidizante e em diferentes taxas de circulação, foram testadas. A análise dos resultados obtidos permitiu avaliar-se as relações existentes entre as principais variáveis governantes do fenômeno bem como a comparação com modelos matemáticos disponíveis, ainda que de forma muito simplificada.

DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO

A Fig. 1 apresenta um fluxograma genérico do protótipo do LFR empregado no presente trabalho. Uma vista parcial do equipamento é mostrada na Fig. 2. O protótipo é similar a outros modelos já descritos na literatura especializada (refs. [1] e [2], por exemplo). Foi projetado para operar em condições atmosféricas utilizando ar proveniente de um compressor rotativo tipo duplo parafuso com capacidade nominal de 6,74 m³/h e acionado por um motor elétrico de 80 CV. Seu sistema de comando permite controle independente do fluxo de massa do sólido (G_s) bem como da velocidade superficial do ar (U_g).

O LFR em questão é composto basicamente de duas colunas verticais interligadas na base e no topo. A primeira, (24) na Fig. 1, é a coluna do leito rápido propriamente dito. Foi construída em tubo em aço carbono com diâmetro interno de 0,098 m e com uma altura de 6 m. Tem seis tomadas de pressão igualmente espaçadas. Na sua base o ar é insuflado através de um distribuidor principal do tipo "bubblecaps" (23). No topo a saída é do tipo abrupta com ângulo de 90°.

A segunda coluna é denominada de reservatório de sólidos (27). Feita também em tubo de aço carbono com diâmetro interno de 0,148 m e também com 6 m de altura. Na sua base está montada uma válvula de alimentação principal de sólido do tipo "J". A alimentação de sólidos pode também ser feita por meio de uma válvula auxiliar (31) quando a taxa de alimentação for muito baixa. A medida do fluxo de sólidos é feita com o auxílio da válvula borboleta (26) instalada a meia altura do reservatório de sólidos. Esta válvula interrompe o fluxo de sólido porém permite a passagem do ar de tal sorte que a pressão na base permanece constante e o regime de escoamento pode ser considerado permanente. Com este procedimento a leitura do nível de sólidos (28) é feita com melhor precisão. No topo da segunda coluna (25) a entrada de ar é tangencial de forma a operar como um ciclone primário. Um segundo ciclone foi instalado no topo do reservatório de sólidos para permitir uma melhor eficiência de coleta.

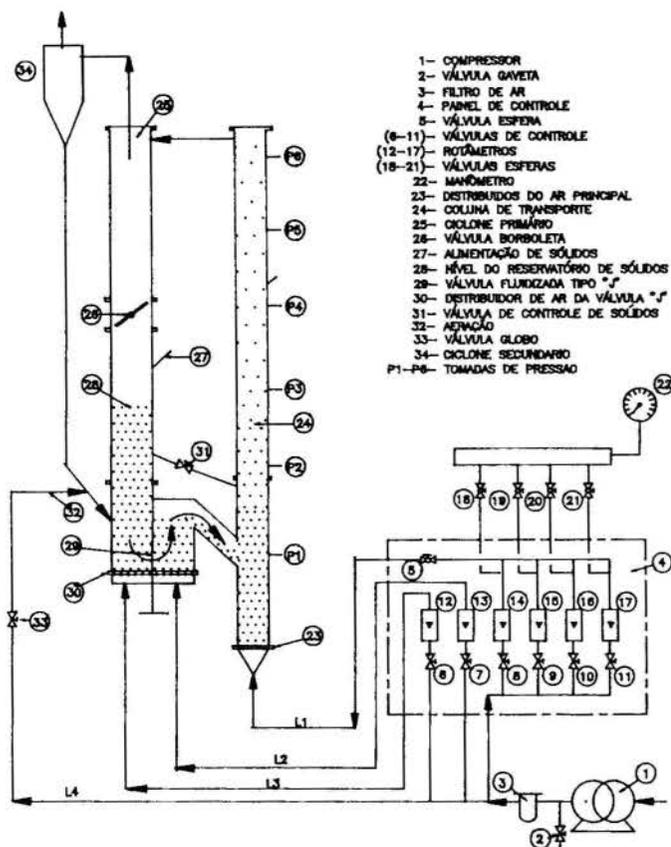


Fig. 1 - Fluxograma do LFR

Um painel de controle (4) contendo diversos medidores tais como manômetros, termômetros e rotômetros e ainda válvulas de regulação para o fluxo de ar permite o comando do processo de fluidização rápida.

Sólido Empregado. O sólido selecionado foi areia e se enquadra no grupo B de acordo com a classificação de Geldart [3]. A opção por areia se deve a características favoráveis tais como baixa friabilidade, boa uniformidade na forma do grão e na densidade, material barato e de fácil obtenção. É possível ainda a comparação de resultados com outros trabalhos já que tem sido um sólido freqüentemente empregado em estudos de fluidização.

Três amostras foram retiradas da mesma massa total e classificadas de forma a apresentarem uma distribuição granulométrica. A amostra "A" apresentou um diâmetro médio de $194,3 \mu\text{m}$, a amostra "B" de $155,2 \mu\text{m}$ e a amostra "C" de $129,1 \mu\text{m}$. Os procedimentos utilizados na determinação da distribuição de granulometria da cada amostra e demais resultados advindos desta análise são registrados na ref. [4]. A massa específica da areia ($\rho_s = 2630 \text{ kg/m}^3$) foi determinada experimentalmente e sua esfericidade avaliada de acordo com a ref. [5]. As velocidades terminal e mínima de fluidização foram calculadas de acordo com relações teórico-empíricas sugeridas por Kunii e Levenspille [5].

RESULTADOS

Os limites de operação do protótipo foram explorados para que os ensaios pudessem abranger a maior faixa de operação possível. Estes limites foram desde baixa velocidade de ar e baixa alimentação de sólido até o limite de operação do equipamento ou saturação da

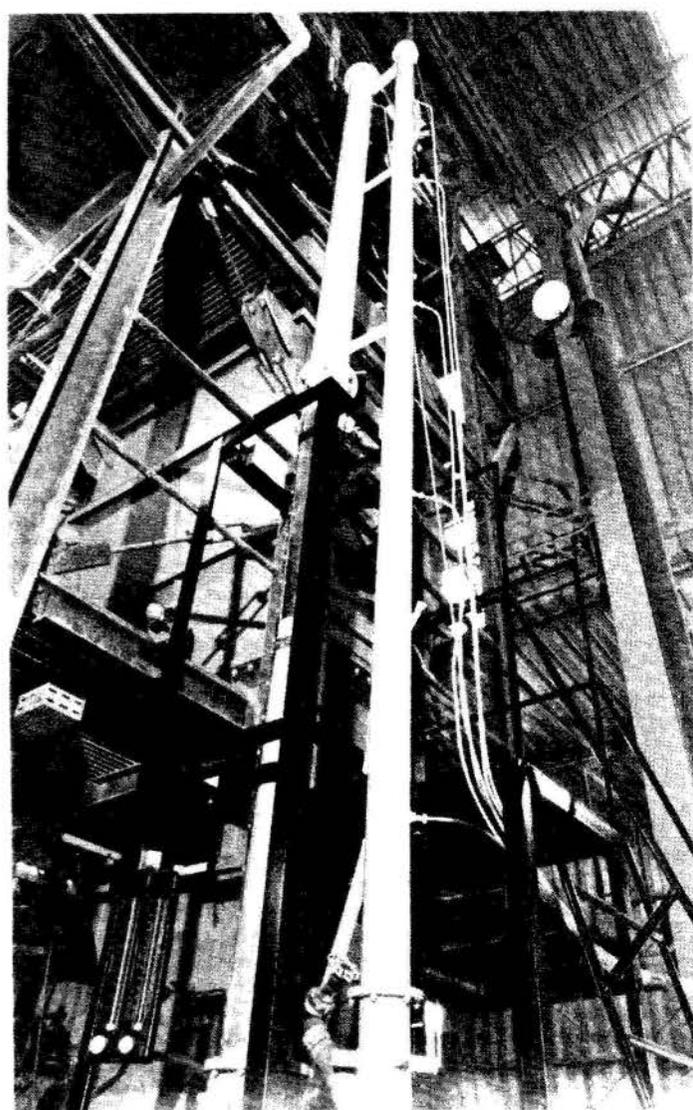


Fig. 2 - Vista parcial do Protótipo de teste.

capacidade de transporte, dependendo do caso. Para cada amostra de sólido quatro vazões de ar foram escolhidas, identificadas pela velocidade média (U_g) do escoamento na saída do compressor e medidas nos rotômetros principais. Foram elas as seguintes: $8,8 \text{ m/s}$, $7,3 \text{ m/s}$, $5,9 \text{ m/s}$ e $4,7 \text{ m/s}$. A Fig. 3 apresenta no próprio diagrama de Grace [1] os doze testes selecionados.

Para cada teste foram medidos ainda os diferenciais de pressão entre os seis pontos da coluna de fluidização e a velocidade do ar na base e no topo do leito para uma dezena de diferentes taxas de alimentação de sólidos.

Os resultados de cada teste foram todos compilados em tabelas e são apresentados na ref. [4]. A tabela 1, a seguir apresenta os valores experimentais obtidos para o Teste 1A (Amostra A e $U_g = 8,8 \text{ m/s}$).

A variação entre diferentes taxas de alimentação de sólido versus gradiente de pressão ao longo da coluna vertical, leito fluidizado propriamente dito, está registrada em diagramas para diferentes velocidades de ar (U_g). As Figs. 4 e 5 mostram os diferenciais de pressão ΔP_1 e ΔP_3 , para os testes 1A, 2A, 3A e 4A, respectivamente.

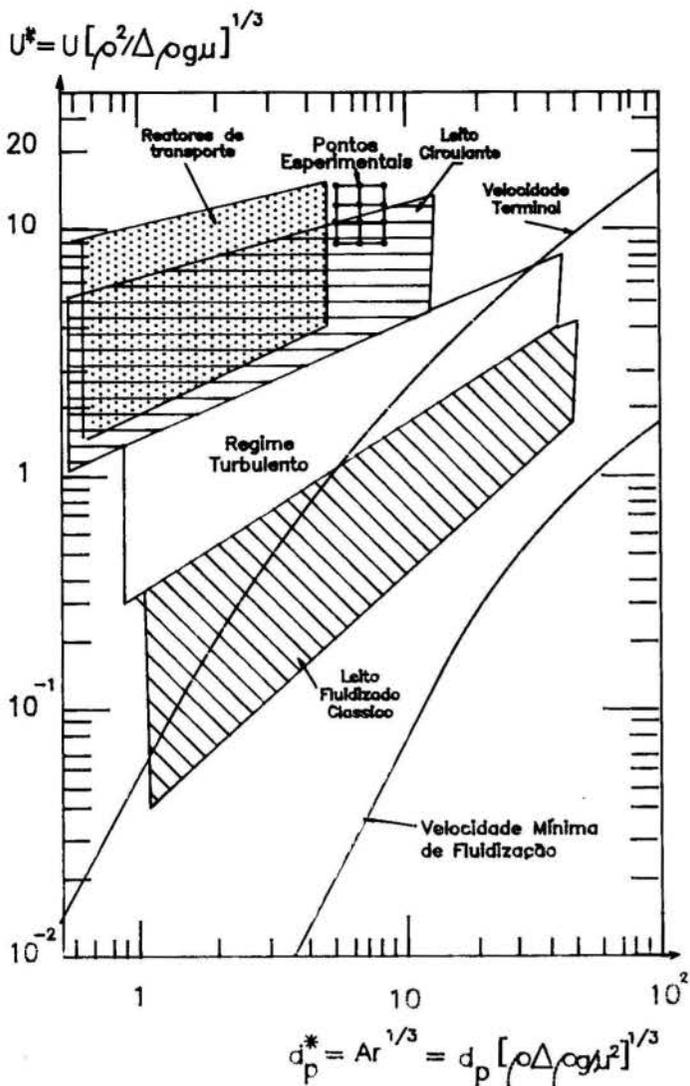


Fig. 3 - Diagrama de Grace [1] com os testes experimentais

Tabela 1 - Valores medidos no Teste 1A. (*)

Fluxo/sólidos kg/s kg/m ² /s (Gs)		Diferencial de Pressão N/m ²				
		ΔP_1	ΔP_2	ΔP_3	ΔP_4	ΔP_5
0,04	6	60	40	40	30	20
0,07	9	120	60	40	30	80
0,14	19	220	80	60	50	170
0,23	30	450	100	100	110	270
0,23	30	475	100	90	120	250
0,46	61	850	170	140	150	570
0,70	92	1300	310	240	225	820
0,75	100	1550	310	305	275	870
1,02	153	2200	460	365	360	1000
1,30	173	3300	610	465	450	1420
1,47	196	4800	1310	640	730	1100

* Velocidade média do ar na base de 8,55 m/s e velocidade média no topo de 8,70 m/s.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A equação que rege o gradiente de pressão numa coluna de transporte vertical ar-sólido é obtida através do balanço da quantidade de movimento linear. Esta equação, considerando regime permanente e fluxo unidimensional, pode ser dada por:

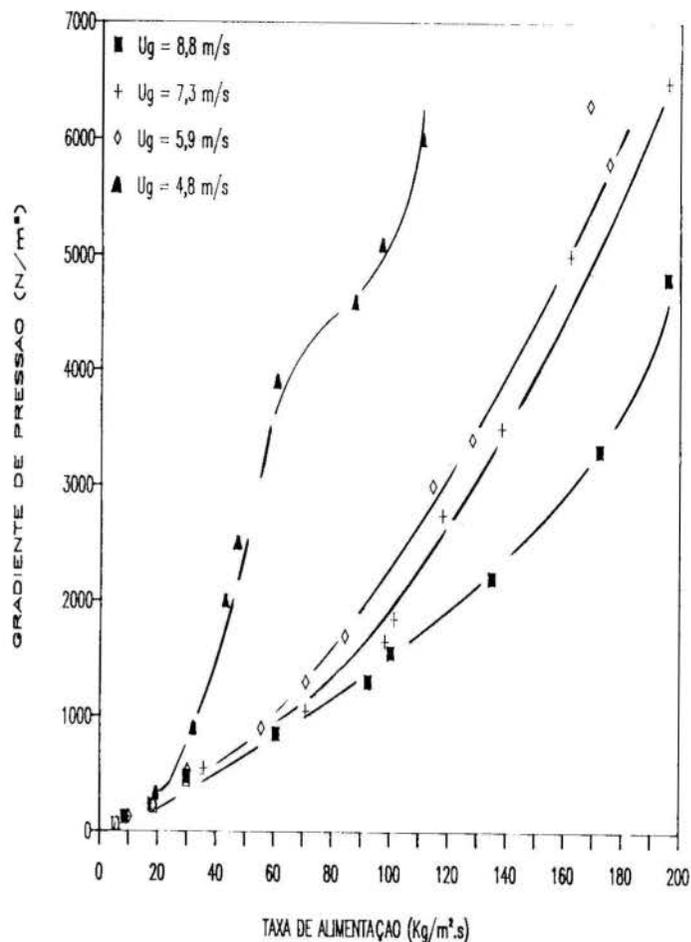


Fig. 4 - Taxa de alimentação versus ΔP_1 (Testes 1A, 2A, 3A e 4A)

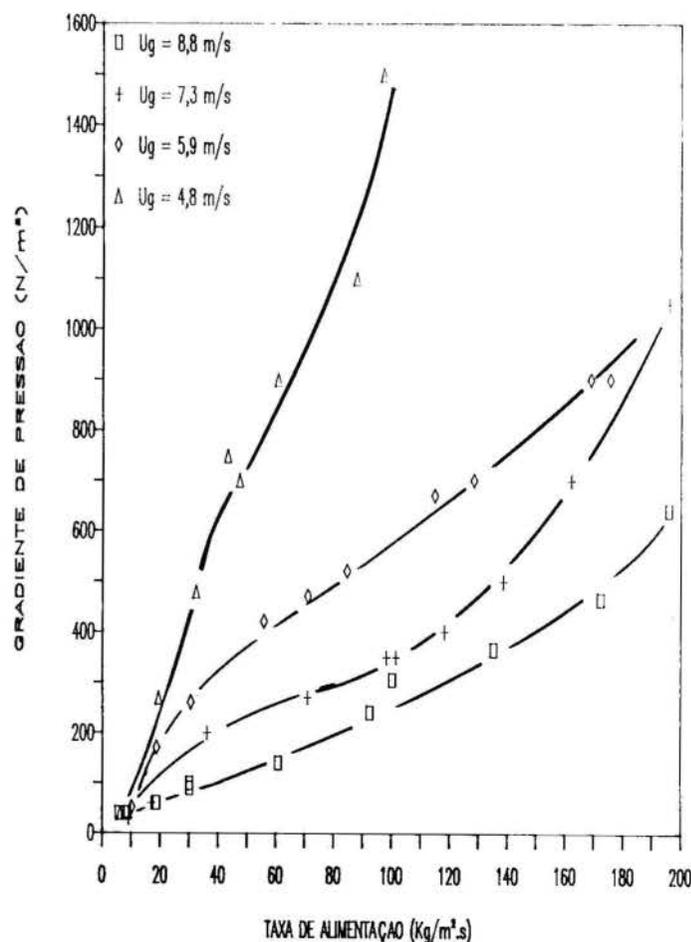


Fig. 5 - Taxa de alimentação versus ΔP_3 (Testes 1A, 2A, 3A e 4A)

$$-\frac{dp}{dz} = \underbrace{\frac{d}{dz} (\rho_g \varepsilon U_g^2 + \rho_s (1-\varepsilon) U_s^2)}_I + \underbrace{\varepsilon \rho_g g}_II + \underbrace{(1-\varepsilon)\rho_s g}_II + \underbrace{\frac{4}{D} \tau_g}_III + \underbrace{\frac{4}{D} \tau_w}_III \quad (1)$$

onde ε é a fração de vazios ou porosidade do leito, ρ a massa específica do gas ou do sólido e τ a tensão de cisalhamento do gas ou do sólido junto a parede do tubo. O lado direito da equação acima pode ser agrupado em três termos: termo (I) devido a inércia do ar e do sólido, o termo (II), devido ao peso do ar e do sólido e o termo (III) devido aos atritos entre fluido e sólido contra a parede interna do tubo, conhecido também como termos de fronteira. Segundo diversos autores os três termos não tem a mesma influência ao longo de toda a coluna de fluidização. As Refs. [6], [7] e [8] tem considerado o termo (II) predominante em relação aos demais. Isto tem se mostrado aceitável para pontos distante da região de admissão onde a variação de ε com a altura é muito pequena. Isto ocorre notadamente na região central da coluna. Adotando-se este modelo a porosidade fica facilmente determinada sendo somente função do gradiente de pressão.

No presente trabalho a predominância do termo (II) foi também observada na grande maioria dos testes. Os valores da massa, medidos diretamente na coluna de transporte, quando comparados com os resultados obtidos da Eq. (1) contendo somente o termo (II), em situações de alta circulação de sólidos, diferem apenas da ordem de grandeza da incerteza das medições. Para baixa circulação, no entanto, a diferença entre os valores medidos e calculados foi maior chegando a ser no máximo da ordem de três vezes a incerteza avaliada naquela condição. Desta forma fica claro que a predominância do termo (II) em baixa circulação não é tão grande. A avaliação da incerteza das medições experimentais foi realizada (ref. [4]) segundo critérios de análise da teoria dos erros e sua propagação. Os valores para a incerteza do fluxo de massa (G_s) foram da ordem de 10% para o maior fluxo ($196 \text{ Kg/m}^2/\text{s}$, no teste 1A) e 8,33% para o menor fluxo ($6 \text{ Kg/m}^2/\text{s}$), todos eles avaliados com nível de confiança de 95%.

Validadas as premissas simplificativas, a concentração de sólidos ou densidade aparente, pode ser obtida facilmente apenas com o gradiente de pressão vertical.

CONCLUSÕES

O LFR para sólidos do "grupo B" classificado segundo Geldart [3] mostrou uma concentração de sólidos alta na base e na saída da coluna de fluidização. Este comportamento dinâmico é similar ao obtido pela ref. [2] para sólidos e equipamento similares. Na parte central da coluna a concentração de sólidos é mais baixa e notadamente constante. Note-se que a geometria de saída da coluna de transporte nestes trabalhos foi a mesma. Para outras geometria de saída a ref. [2] registra um comportamento diferente no topo do leito.

O modelo matemático representado pela Eq. 1 acima contendo somente o termo (II) pode ser usado em situações de alta circulação de sólidos. Para baixa circulação no entanto, os demais termos (I e III) mostraram ter maior importância. O risco de serem desprezados estará em concordância com o grau de precisão desejada.

Uma instrumentação mais precisa e uma metodologia mais apurada está sendo prevista para serem implementadas no protótipo de teste. Desta forma a incerteza das medições será melhorada e a avaliação dos termos da Eq. 1 melhor analisados.

REFERÊNCIAS

- [1] Grace, J.R. - "High-Velocity Fluidized Bed Reactors" - Chemical Engineering Science, Vol. 45, No. 8, pp 1953-1966, 1990.
- [2] Rhodes, M.J. and Geldart, D. - "The Hydrodynamics of Re-circulating Fluidized Beds" - Anais da I Conferência Internacional sobre FBC. P. Press, Toronto, pp 193-200, 1986.
- [3] Geldart, D. - "Powder Technology", Vol 7, pp. 285-292, 1973.
- [4] Pacheco, R. G. - "Um Estudo da Fluidodinâmica do Leito de Fluidização Rápido" - Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica - PROMEC/UFGRS, Porto Alegre, Maio/1992.
- [5] Kunii, D. and Levenspiel, O. - "Fluidization Engineering", Ed. John Wiley and Sons, New York, 1969.
- [6] Swaaij, V.W.P.M., Burman, C. and Breugel, J.W.V. - "Shear Stress on the Wall of a Dense Gas-Solids Riser", Chemical Eng. Science, Vol 25, pp 1818-1820, 1970.
- [7] Hartge, E.U., Li, Y. and Werther, J. - "Analysis of the Local Structure of the two Phase Flow in a Fast Fluidized Bed". Circulating Fluidized Bed Technology, Pergamon Press, Toronto, pp 153-160, 1986.
- [8] Weinstein, H., Meller, M. Shao, M.J. and Parisi, R.J. - "The Effect of Particle Density on holdup in a Fast Fluid Bed". AIChE Symposium Series, No. 234, Vol 80, pp 52-60, 1983.
- [9] Brereton, C.M.H., Grace, J.R. and Yu, J. - "Axial Gas Mixing in a Circulating Fluidized Bed". Circulating Fluidized Bed Technology II. Pergamon Press, pp 307-314, 1988.

SUMMARY

The paper presents experimental results and conclusions for the dynamics of a high recirculating fluidized bed using sand as solid particles and air as gas. The aim of the study was to obtain relationships among the main governing variables such as superficial air velocity, apparent density and sand granulometry.

ANALISE ENTROPICA DE PROMOTORES DE TURBULENCIA PARA FILMES DESCENDENTES

SILVIO DE OLIVEIRA JUNIOR* , PIERRE LE GOFF**

* Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo/Escola Politécnica da USP, São Paulo, Brasil

**Laboratoire des Sciences du Génie Chimique, CNRS, ENSIC, França

RESUMO

São apresentados os resultados experimentais obtidos com estruturas não metálicas de promotores de turbulência para intensificar as taxas de transferência de calor e massa em trocadores com escoamentos do tipo "filme descendente", utilizados em sistemas de absorção (bombas de calor/refrigeradores). Os resultados são apresentados através de dois tipos de análise: uma do tipo clássico que se ocupa dos coeficientes de troca e outra que examina os resultados a partir de uma análise entrópica do escoamento, visando identificar as estruturas mais eficientes do ponto de vista do Segundo Princípio da Termodinâmica.

Nomenclatura

- a, b, c = dimensão das malhas (mm)
A, B, C = constantes
d = diâmetro (mm)
g = aceleração gravitacional ($m.s^{-2}$)
 h_f = coeficiente de troca de calor parede-filme ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
 k_f = condutividade térmica do filme ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
M, N = constantes
 Nu_f = número de Nusselt do filme
 q_f = taxa de troca de calor por unidade de área ($W.m^{-2}$)
 Pr_f = número de Prandtl do filme
 Re_f = número de Reynolds do filme
 S_g = taxa de produção de entropia por unidade de área ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
 S^*_f = produção global específica de entropia
 ΔT = diferença média de temperatura parede filme (K)
 T_f, T_p = temperatura do filme, temperatura da parede (K)
 α = ângulo das malhas
 τ_f = vazão mássica por unidade de largura ($kg.m^{-1}.s^{-1}$)
 μ_f = viscosidade dinâmica do filme ($kg.m^{-1}.s^{-1}$)
 ν_f = viscosidade cinemática do filme ($m^2.s^{-1}$)

INTRODUÇÃO

A viabilidade técnico-econômica do emprego de sistemas industriais de bombas de calor e de refrigeração baseados no ciclo de absorção é fortemente influenciada pelo custo inicial destes equipamentos. Como estes são compostos por trocadores de calor e massa, a otimização dos processos de transferência de calor e massa que governam a performance desses sistemas permite reduzir seus custos operacional e inicial.

Atualmente os sistemas de evaporadores/absorvedores e desorvedores/condensadores que empregam a técnica do filme descendente apresentam um grande interesse para serem utilizados pelos sistemas a absorção, devido às suas peculiaridades de transferência de calor e massa. Desta forma, o desenvolvimento de estruturas promotoras de turbulência eficazes para estes trocadores é de vital importância na viabilização técnico-econômica dos sistemas a absorção.

As estruturas de promotores de turbulência apresentadas foram desenvolvidas para trocadores tubulares visando:

- aumentar os coeficientes de troca do filme através de uma intensificação do efeito das ondas superficiais e de mistura no interior do filme;
- impedir o surgimento de "zonas secas" para valores do número de Reynolds do filme (Re_f) inferiores a 100;
- ter um fator de aumento de custo de fabricação menor que o fator de aumento dos coeficientes de troca (em relação a uma superfície lisa);
- permitir operações de manutenção da superfície de troca simples e baratas.

ESTRUTURAS DESENVOLVIDAS

As estruturas desenvolvidas são formadas por malhas em forma de losango para provocar efeitos de mistura transversal à direção do escoamento do filme.

Com este tipo de estrutura pode-se revestir um tubo com uma espécie de "meia" composta por malhas losangulares que atuarão como promotores de turbulência.

As malhas desenvolvidas são formadas a partir de fios de 0,2 mm de diâmetro (Figura 1). Este valor foi escolhido de maneira a ser inferior à espessura do filme de base do filme descendente para Re_f maior ou igual a 60. Foram utilizados fios de um material "molhável" (algodão) e não "molhável" (nylon) para se analisar a influência do material dos fios no aparecimento de zonas secas.

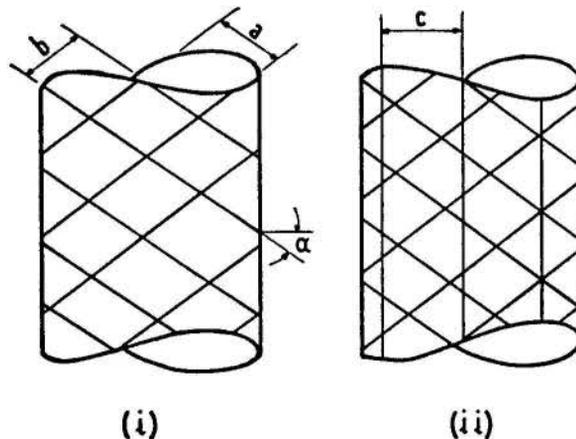


Figura 1: Configuração em losango (i) e mista losango com fios verticais não molháveis (ii)

Foram ensaiadas também estruturas mistas: malhas em losango com fios molháveis e fios verticais não molháveis, como esquematizado na Figura 1 ii. Os fios verticais são acrescentados para:

- intensificar o efeito de mistura na região entre eles;

- provocar um efeito de repulsão do filme (devido à sua não molhabilidade) para a região entre fios verticais, para reduzir a possibilidade de ocorrência de zonas secas.

A Tabela 1 apresenta as características dimensionais das estruturas mostradas na Figura 1.

As estruturas mistas foram baseadas na configuração 8C pois foi esta estrutura que deu os melhores resultados em termos de molhabilidade filme-tubo, como será discutido adiante. Foram utilizados dois diâmetros para os fios verticais para verificar sua influência na molhabilidade e intensificação da turbulência.

Tabela 1 - Características Dimensionais dos Promotores de Turbulência

ESTRUTURA	TIPO DE FIO	a (mm)	b (mm)	c (mm)	α
4C	4 fios de algodão (d=0,2)	30	45	-	30
8C	8 fios de algodão (d=0,2)	20	35	-	30
4N	4 fios de nylon (d=0,2)	30	45	-	30
8C 8V	8 fios de algodão (d=0,2)	20	35	16	30
	16 fios de nylon (d=0,2)				
8C 8V	8 fios de algodão (d=0,2)	20	35	16	30
	16 fios de nylon (d=0,2)				

INSTALAÇÃO EXPERIMENTAL

A Figura 2 mostra o esquema do tubo utilizado nos ensaios, em torno do qual eram enroladas as malhas promotoras de turbulência. O tubo foi fabricado em aço inox (ϕ 54 mm) e possuía uma altura de teste de 1010 mm.

O filme, alimentado pela parte inferior do tubo, é pre-aquecido até chegar ao topo do tubo sendo então distribuído em torno de sua superfície externa por um sistema de orifícios e camadas de gaze hidrófila enrolada em torno da parede perfurada no topo do tubo. Durante os ensaios o tubo era envolvido por uma coluna transparente de plexiglas com 560 mm de diâmetro para isolar o escoamento das condições ambientais e permitir sua visualização, para analisar seu desenvolvimento e detectar a origem de eventuais zonas secas.

As medidas de temperatura no interior do tubo e da coluna foram feitas com termopares tipo K (sonda com ϕ 1 mm). As temperaturas de entrada e saída do filme e da água de aquecimento foram medidas em estações de medida de temperatura com termômetros de resistência de platina. As medidas de vazão foram feitas com rotâmetros.

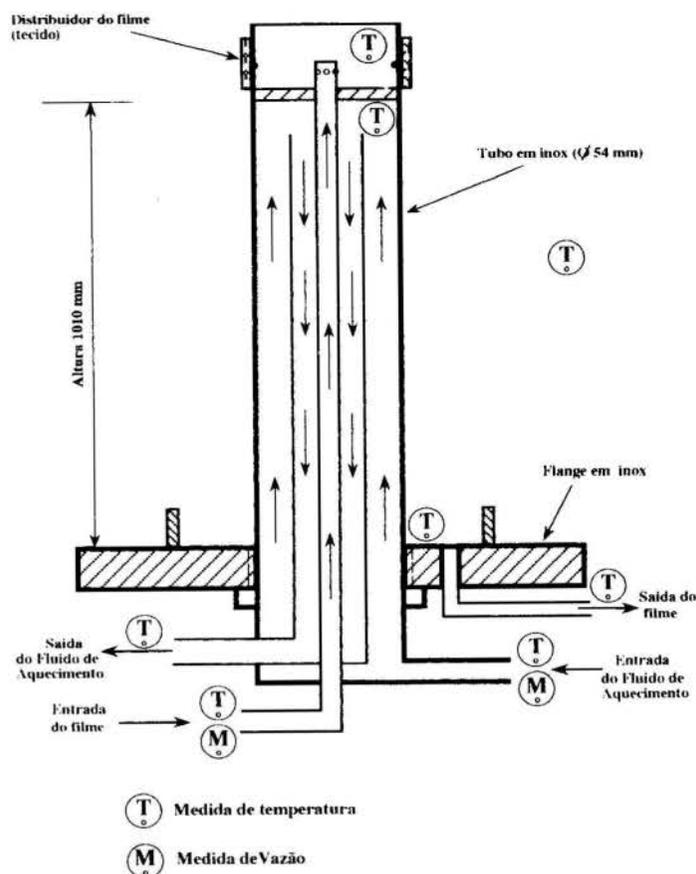


Figura 2 - Esquema do Tubo

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Metodologia Geral

A avaliação do desempenho das estruturas de promotores de turbulência é feita segundo duas óticas distintas.

A primeira consiste em analisar as trocas térmicas a partir do cálculo dos números adimensionais que governam a transferência de calor, isto é, determinar a dependência $Nu_f - Re_f - Pr_f$.

A segunda ótica analisa o desempenho das trocas térmicas de acordo com o Segundo Princípio, avaliando as irreversibilidades geradas durante o processo de aquecimento do filme. Isto é feito a partir da determinação da relação entre a produção específica de entropia global, S^*_f (definida a seguir) e o número de Reynolds do filme.

Comparação dos Nu_f

A partir dos balanços de entalpia do filme e do fluido de aquecimento determina-se o valor do coeficiente médio de transferência de calor parede - filme (h_f), podendo-se então calcular Nu_f :

$$Nu_f = h_f k_f^{-1} (\nu_f^2 g^{-1})^{1/3} \quad (1)$$

As faixas de variação das principais grandezas dos ensaios são:

$$20 \leq Re_f < 1000$$

$$0,018 \leq \tau_f \leq 0,950 \text{ kg.m}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$0,2 \leq q_f \leq 46,0 \text{ kW.m}^{-2}$$

A Figura 3 mostra o comportamento $Nu_f = f(Re_f, Pr_f)$ da estrutura 8C2V e de um tubo liso de mesma geometria, que é a referência para comparação dos Nu_f .

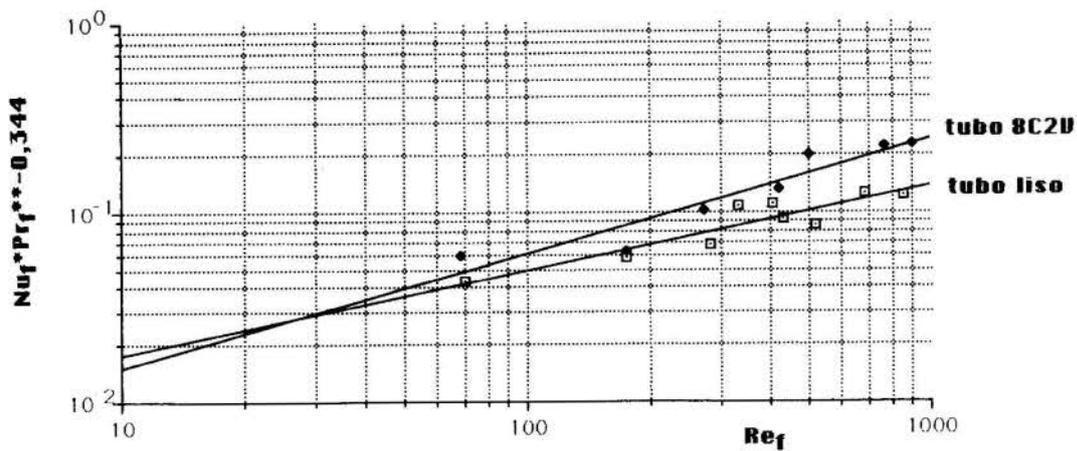


Figura 3: Comparação Estrutura 8C2V e Tubo Liso

Devido ao comportamento das curvas $Nu_f = f(Re_f, Pr_f)$ as correlações utilizadas para representar o comportamento dos promotores de turbulência são semelhantes às utilizadas por Wilke (Yih 1983):

$$Nu_f = A Re_f^B Pr_f^C \quad (2)$$

Para o tubo liso, $A=0,0064$; $B=0,4466$ e $C=0,344$. Para a estrutura 8C2V, $A=0,0037$; $B=0,6079$ e $C=0,344$.

A análise comparativa dos Nu_f mostra que para Re_f menor que 100 as estruturas são sempre mais eficientes que o tubo liso, sendo que para $Re_f \sim 1000$ há estruturas que apresentam valores de Nu_f que são cerca de duas vezes maiores que os valores obtidos para o tubo liso (8C8V, 4C, 8C, 8C2V). Para Re_f menor que 100 as estruturas com promotores fornecem valores de Nu_f próximos ou ligeiramente inferiores àqueles obtidos para o tubo liso. Isto é explicado pelo fato que o efeito de mistura se atenua sensivelmente, assim como há um aumento da espessura do filme (relativamente ao tubo liso) em torno dos fios.

Com relação à supressão de zonas secas, as estruturas são sempre mais eficazes que o tubo liso. A melhor dentre elas foi a 8C por causa de seus fios molháveis que asseguravam boas condições de molhabilidade de até $Re_f \sim 20$. Para as estruturas 4C e 4N houve o aparecimento de pequenas zonas secas para o $Re_f \sim 70$, que eram eliminadas pelos fios evitando assim sua propagação a jusante do escoamento. Para as estruturas mistas foi possível atingir $Re_f \sim 50$ sem o surgimento de zonas secas.

A intensificação das ondas foi observada para todas as estruturas, principalmente para as estruturas mistas (devido aos fios verticais). Para estas estruturas os fios verticais desempenham principalmente o papel de intensificadores de ondas.

Cálculo de S_f^*

A produção média específica global de entropia do filme (S_f^*) é um parâmetro adimensional característico do processo de geração de entropia durante o aquecimento do filme, definida como a relação entre a produção global de entropia provocada pelo aquecimento e escoamento do filme (gradiente de temperatura e perda de carga) e a variação de entropia do filme provocada pela transferência de calor tubo-filme (de Oliveira Jr. et al, de Oliveira Jr., 1991). S_f^* explicitada em termos em termos das grandezas médias do filme é

$$S_f^* = \frac{s_g}{q_f/T_p} = \frac{\Delta T}{T_f} + \frac{(\Delta T + T_f) \cdot g \cdot \mu_f}{h_f \cdot \Delta T \cdot T_f} Re_f \quad (3)$$

onde, o primeiro termo corresponde às irreversibilidades de origem térmica e o segundo à perda de carga.

Desta forma S_f^* deve ser analisada da mesma maneira que Nu_f , ou seja, são grandezas médias características do processo de aquecimento do filme.

Comparação dos S_f^*

A Figura 4 mostra os resultados obtidos na com

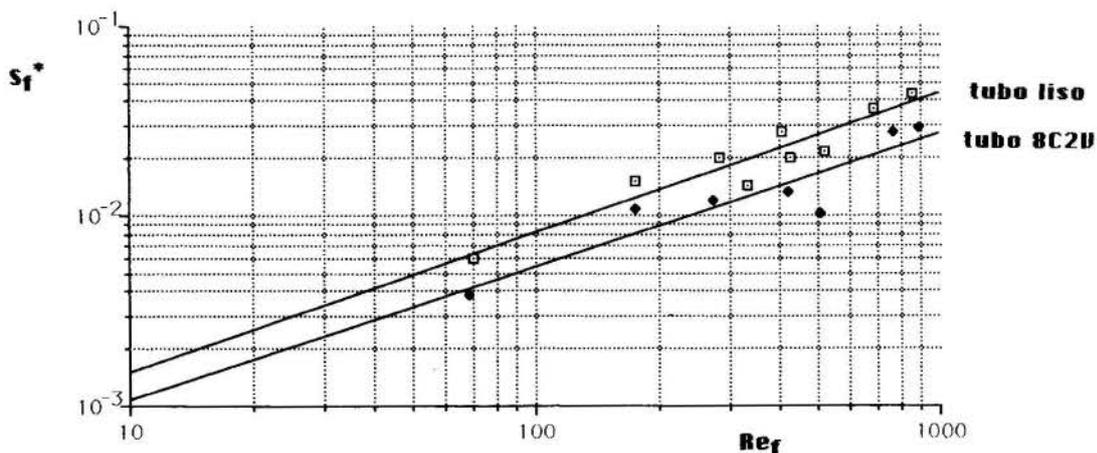


Figura 4 - Comparação dos S_f^* : Tubo Liso - Estrutura 8C2V

paração feita entre a estrutura 8C2V e o tubo liso.

Como a dependência $S^*_f - Re_f$ observada nas curvas da Figura 4 foi a mesma encontrada para as demais estruturas, S^*_f e Re_f são correlacionados por uma expressão do tipo:

$$S^*_f = M Re_f^N \quad (4)$$

Para o tubo liso, $M=2,8.10^{-4}$ e $N=0,7307$. Para a estrutura 8C2V, $M=2,1.10^{-4}$ e $N=0,7033$.

Excetuando-se a estrutura 8C2V, cujos valores de S^*_f são sempre inferiores àqueles obtidos para o tubo liso, os promotores de turbulência asseguram escoamentos com menores valores de S^*_f para Re_f maior ou igual a 200, sendo que esta redução (que pode atingir 100%) se deve ao aumento dos h_f e à redução do ΔT .

CONCLUSÕES

Os resultados obtidos com as estruturas propostas de promotores de turbulência mostraram que:

- a configuração de fios em losango provoca aumentos importantes na geração de ondas superficiais e no efeito de mistura transversal à direção de escoamento do filme, tendo como consequência aumentos substanciais nos coeficientes de troca e assegurando inexistência de zonas secas para Re_f menor que 100;

- os resultados obtidos em termos de Nu_f e eliminação de zonas secas são comparáveis àqueles de estruturas do tipo tubo ranhurado e estruturas mistas tubo ranhurado com grelhas promotoras de turbulência (de Oliveira Jr. 1991; Liu, 1990).

- a duplicação dos coeficientes de transferência de calor para $Re_f \sim 1000$ permite prever que o aumento relativo dos coeficientes de troca de massa será ainda maior dada a forte dependência deste parâmetro com o efeito das ondas superficiais e da mistura transversal provocados pelas estruturas em losango;

- o método de análise entrópica do escoamento baseado na avaliação da dependência de S^*_f com Re_f proporciona uma melhor compreensão e quantificação do efeito dos promotores de turbulência na redução das irreversibilidades fornecendo subsídios para a realização de uma análise exergo-econômica dos trocadores de calor e massa de sistemas com ciclo de absorção.

Destaca-se finalmente que as estruturas aqui propostas têm custo de investimento consideravelmente menor que as estruturas do tipo tubo ranhurado e tubos com grelhas, assim como permitem realizar as operações de montagem e manutenção de forma mais simples e rápida.

Referências Bibliográficas

- (1) Yih. S., "Modeling heat and mass transport in falling liquid films", in Handbook of Heat and Mass Transfer, vol. 2 - Mass Transfer and Reactor Design. Chermisinoff N.P. editor, Gulf Pub. Co., Houston, USA, 1986.
- (2) de Oliveira Jr., S., Schwarzer, B., Le Goff P., Tondeur D., "Comparison of the Entropic, Exergetic and Economic Optima of a Heat Exchanger" Proceedings of the International Conference on the Analysis of Thermal and Energy Systems, Athens, Greece - 3-6/6/1991, pp.105-116.
- (3) de Oliveira Jr. S., "Revalorisation des Effluents Thermiques Industriels. - Analyse Exergétique, Entropique et Economique", Thèse de Doctorat, ENSIC-INPL, France, 1991.
- (4) Liu, B., "Pompes à Chaleur à Absorption pour Hautes et très Hautes Temperatures, Thèse de Doctorat, ENSIC-INPL, France, 1990.

ABSTRACT

We describe new types of turbulence promoters for falling films that induce a transversal mixing effect in the film to assure good wetting conditions for low Reynolds numbers, good heat transfer coefficients and low fabrication costs.

The performance evaluation of these structures is done by comparing their heat transfer coefficients and global specific entropy production with the behavior of a smooth tube with the same geometry and under the same operating conditions.

ANÁLISE EXERGÉTICA DO PROCESSO DE PRECALCINAÇÃO EM TORRES DE CICLONES NA INDÚSTRIA DE CIMENTO

ROGÉRIO JOSÉ DA SILVA¹

SÍLVIA AZUCENA NEBRA DE PEREZ²

1- DME/IEM/EFEI - PPG/FEM/UNICAMP

2- Depto de Energia - FEM - UNICAMP

RESUMO

Este trabalho analisa o processo de produção do clínquer em uma instalação que possui um forno rotativo dotado de sistema de preaquecimento do cru em torre de ciclones e resfriador de clínquer do tipo grelha, através do cálculo da eficiência de 2^a lei. É dada especial atenção à discussão da degradação da energia no forno rotativo e na torre de ciclones, levando-se em conta o processo endotérmico de calcinação, e as formas de minimizá-la.

INTRODUÇÃO

A indústria cimenteira é caracterizada pelo uso intensivo de energia, seja sob a forma térmica ou elétrica. Para a obtenção do clínquer, principal componente na fabricação do cimento, é necessário que o cru, uma mistura moída de: calcário, argila, areia e minério de ferro, seja submetido aos processos de preaquecimento, calcinação, clínquerização e resfriamento. Em modernas instalações de produção de clínquer por via seca, os processos de preaquecimento e de precalcinação (calcinação parcial do CaCO_3), ocorrem no interior de torres de ciclones preaquecedores. Estes ciclones trabalham como trocadores de calor, recuperando o calor residual dos gases de exaustão do forno rotativo, antes de sua passagem para o sistema de despoeiramento. O calor cedido pelos gases ao cru, possibilita a ocorrência da reação endotérmica de calcinação ($\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{CaO}$) numa fração do cru, ao atingir temperaturas próximas de 800 °C. A parte restante do processo de calcinação e as reações exotérmicas de clínquerização ocorrem no interior dos fornos rotativos, onde também é iniciado o processo de resfriamento do clínquer formado, o qual será completado no interior de um resfriador externo (Pastala, 1977).

A operação de um forno é um tanto complexa devido ao grande número de variáveis que interferem na mesma, tais como: composição do cru, variação da composição do combustível, variação da tiragem de gases pelos exaustores do forno rotativo, variação de velocidade do forno (rotação), tipo de chama, etc. (Batista e Silva, 1990). Assim, os valores experimentais utilizados no desenvolvimento deste trabalho serão referentes a uma condição de trabalho estável do forno.

No processo de produção do clínquer acontece a degradação da energia disponível que pode ser avaliada através de um balanço exerético, verificado no processo como um todo, ou analisando cada equipamento em separado: forno rotativo, preaquecedor de cru (torre de ciclones) e resfriador de clínquer.

Assim, são analisados neste trabalho os valores obtidos de eficiência do processo pela 2^a Lei da Termodinâmica, partindo-se das composições dos gases formados na combustão e

da composição do cru na entrada do sistema de preaquecimento. A análise do processo foi realizada a partir de dados de uma instalação operando com a queima de carvão mineral pulverizado, em um forno Humbolt de via seca com sistema de preaquecedores de ciclones de quatro estágios, e com resfriador de grelhas inclinadas tipo Fuller (Weber, 1963), cujo esquema é apresentado na Figura 1.

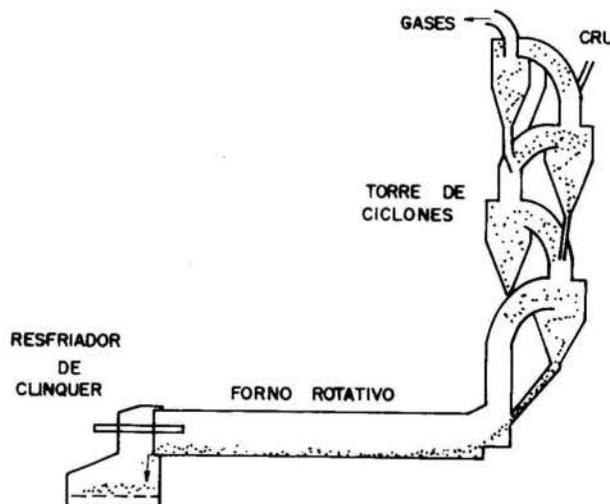


Fig. 1 - Esquema de uma instalação de produção de clínquer.

CONSUMO ENERGÉTICO DO PROCESSO DE PRODUÇÃO DO CLÍNQUER

Do ponto de vista do consumo de energia o processo de produção de clínquer apresenta quatro etapas bem diferenciadas: preaquecimento, calcinação, novo aquecimento, clínquerização (Duda, 1977); cujas exergias e níveis de temperatura necessários podem ser esquematizados conforme mostrado na Fig. 2.

Nos fornos de via úmida, todas as etapas são realizadas dentro de um único forno. Considerando que além destas etapas, a água introduzida com a pasta deve ser evaporada na região de entrada do forno, este processo é o que apresenta menor eficiência energética e exerética.

Nos fornos de via seca com sistemas de preaquecimento de cru em torres de ciclones,

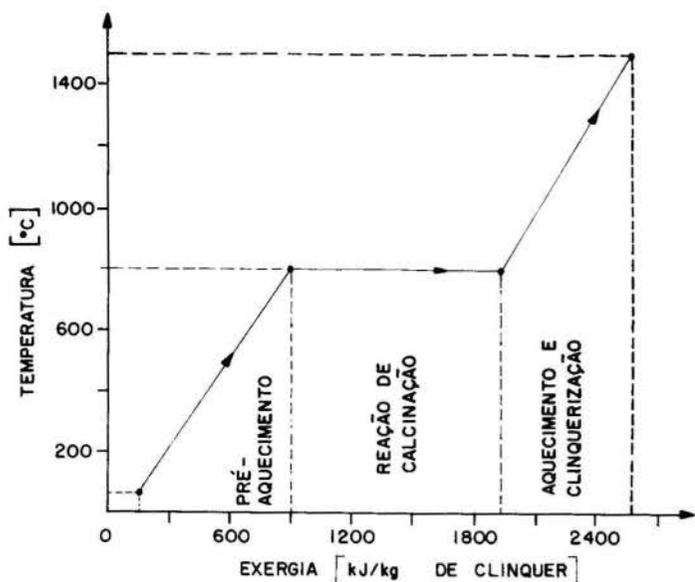


Fig. 2 - Diagrama temperatura/exergia do processo de produção do clínquer.

o cru é calcinado somente em torno de 10 a 50% na torre, sendo que o restante da decarbonatação do dióxido de carbono deverá ocorrer no interior do próprio forno. Este sistema é mais eficiente e consome menos energia que o processo por via úmida.

Existem outros sistemas ainda não difundidos na indústria brasileira, que subdividem ainda mais o processo (Pastala, 1977), melhorando sua eficiência.

ANÁLISE DOS FLUXOS DE EXERGIA NO SISTEMA

Até o presente momento, os sistemas de produção de clínquer para a fabricação de cimento tem sido avaliados basicamente a nível da 1ª Lei da Termodinâmica, onde a eficiência global da instalação é dada, através do quociente do consumo específico de calor teórico da produção do clínquer pelo consumo específico de calor verificado por um balanço térmico (Fonseca et al., 1997).

É feita aqui uma avaliação do processo com base na comparação das eficiências de 2ª lei da Termodinâmica, para o sistema global e para os subsistemas: preaquecedor, forno, e resfriador de clínquer.

A eficiência do sistema global é computada como a relação da exergia química acrescida ao material no processo e a exergia química do combustível utilizado. A eficiência dos subsistemas é computada a partir dos fluxos de exergia contidos nos gases e nos sólidos à entrada e saída dos volumes de controle definidos.

Considerando a existência de duas correntes distintas dentro de um Volume de Controle (V.C.), pode-se através de um balanço de exergia definir uma Eficiência Racional (ψ) conforme apresentada por Kotas (1985):

$$\psi = \frac{Ex_{ss} - Ex_{se}}{Ex_{ge} - Ex_{gs}} \quad (1)$$

onde, Ex indica exergia [kJ/kg]: os primeiros subíndices ($_{s,g}$) indicam respectivamente, corrente de sólidos ou de gases, os subíndices posteriores ($_{e,s}$) indicam entrada e saída do V.C.. O numerador da Eq. (1) computa então o acréscimo de exergia da corrente de sólidos na sua passagem pelo Volume de Controle e o denominador, a exergia cedida pelos gases.

Dados da Instalação.

Para avaliação exergetica da instalação foram tomados vários dados relativos às características da mesma conforme se segue, e os dados relativos às composições do carvão e do cru, apresentados respectivamente na Tabela 1 e na Tabela 2 (Weber, 1963). Tem-se assim os seguintes dados do sistema:

- dimensões do forno rotativo: \varnothing 3.2m x 40 m;
- inclinação: 3.5 %;
- rotação: 1 rpm;
- combustível: carvão mineral pulverizado;
- produção: 17,3 ton/h;
- consumo de combustível: 2,139 ton/h
- poder calorífico inferior: 29.092 kJ/kg de carvão.

TABELA 1

Análise Elementar da Composição Química de 1 kg de Carvão Mineral (%)

Carvão: C	75.2	Cinzas: SiO ₂	47.0
H	4.1	Al ₂ O ₃	24.0
S	1.2	P ₂ O ₅	0.6
N	1.2	Fe ₂ O ₃	11.2
O	2.6	CaO	4.4
H ₂ O	0.8	MgO	2.7
Cinzas	14.9	SO ₃ tot	4.2

TABELA 2

Análise Elementar da Composição do Cru na base de 1 kg de Clínquer

Componente	Em Peso(%)	Base Molar[kmol]
SiO ₂	14.01	0.00355
Al ₂ O ₃	3.85	0.00057
Fe ₂ O ₃	1.23	0.00012
CaCO ₃	77.48	0.01178
MgO	0.62	0.00024
H ₂ O	1.24	0.00145

Os dados aqui utilizados foram obtidos por Weber (1963), sendo relativos aos níveis de temperatura em uma instalação de produção de clínquer, levantados em condições de funcionamento que podem ser consideradas de regime uniforme. Níveis muito próximos de temperaturas de operação foram medidos em uma outra instalação semelhante, porém de maior capacidade (Vitrál et al., 1992), confirmando ainda a validade destes dados, os quais são apresentados na Tabela 3.

TABELA 3

Resultados de Testes em um Forno Rotativo com Sistema de Preaquecimento de Ciclones

Temp. [°C]	Gases		Cru/Clinquer	
	Ent.	Saída	Ent.	Saída
Preaquecedor				
1º Estágio	545	345	60	329
2º Estágio	695	545	329	526
3º Estágio	820	695	526	680
4º Estágio	1120	820	680	788
Forno Rot.				
Ar Prim.	129	1120	788	1350
Ar Secun.	827	1120		
Resfriador				
Ar Prim.	25	129	1350	82
Ar Secun.	25	827		

Sistema de Preaquecimento.

A corrente de gases no preaquecedor é

constituída de uma mistura de gases, produto da combustão no forno, acrescida com os gases oriundos da calcinação do CaCO_3 . Assim, a exergia contida neles pode ser calculada pela seguinte equação:

$$Ex_g = n_{pg} \cdot \xi_{pg}^{\circ} + (T_g - T_o) \sum_k n_k \cdot Cp_k^{\circ} \quad (2)$$

sendo:

$$\xi_{pg}^{\circ} = \sum_k X_k \cdot \xi_k^{\circ} + R \cdot T_o \cdot \sum X_k \cdot \ln X_k \quad (3)$$

onde, ξ_{pg}° e ξ_k° são as exergias químicas e molares da mistura e de cada gás; n_{pg} e n_k , número de moles da mistura e de cada gás; X_k é a fração molar.

A composição dos gases à entrada e saída do sistema de preaquecimento foi obtida a partir do balanço estequiométrico da reação de combustão do carvão, considerando um excesso de ar de 10%. Os valores correspondentes a esta composição são apresentados na Tabela 4.

No caso do cru, a exergia contida no mesmo deve ser calculada levando-se em conta a mistura dos óxidos do qual é formado. Os valores do calor específico (Cp) para as várias temperaturas às quais os óxidos são submetidos, são dados por uma equação do tipo:

$$Cp(T) = a + b \cdot T - c \cdot T^{-2} \quad (4)$$

onde, os valores dos coeficientes para cada componente foram obtidos na Tabela 3-174, dada por Perry e Chilton (1982).

Assim, a exergia da mistura é dada por:

$$Ex_s = n_{ps} \cdot \xi_{ps}^{\circ} + \sum n_k \cdot [(h-h_o) - T_o(s-s_o)] \quad (5)$$

onde ξ_{ps}° é a exergia química da mistura de óxidos; h e s são as propriedades entalpia e entropia de cada óxido à temperatura considerada.

TABELA 4

Análise Elementar da Composição dos Gases Exaustão do Forno e Sistema de Preaquecimento para 1 kg de Clínquer.

Compon. gases	Entrada [kmol]	Fração Molar	Saída [kmol]	Fração Molar
CO_2 (cal)	0.00825	0.2826	0.01168	0.3161
CO_2	0.00773		0.00773	
H_2O	0.00256	0.0456	0.00402	0.0655
SO_2	0.00005	0.0009	0.00005	0.0008
N_2	0.03704	0.6552	0.03704	0.6031
O_2	0.00089	0.0157	0.00089	0.0145

sendo a exergia química da mistura do cru ξ_{ps}° calculada da mesma forma que ξ_{pg}° , então pode-se determiná-la utilizando a Eq.(3). A exergia associada a efeitos térmicos é dada por:

$$\sum n_k \cdot [(h-h_o) - T_o(s-s_o)] = n_k \sum \left[\int_{T_o}^T Cp \cdot dT - T_o \int_{T_o}^T \frac{dT}{T} \right] \quad (6)$$

Devido ao fato da perda de carga influir muito pouco na geração de irreversibilidade

nos ciclones, a parcela relativa a ela será aqui desprezada.

Com base nos dados apresentados nas Tabelas: 1, 2, 3 e 4; e utilizando-se as equações apresentadas, chegou-se aos valores calculados das Exergias envolvidas no processo de preaquecimento, apresentados na Tabela 5. A eficiência global do sistema foi calculada levando-se em conta que numa grande parte das instalações em operação em nosso País, todo o calor contido nos gases na saída do sistema de preaquecimento é perdido, uma vez que este não é aproveitado na secagem dos constituintes do cru no momento da moagem, ou mesmo em sistemas de cogeração.

Considerando que o calor contido nos gases na saída do sistema de preaquecimento pode vir a ser aproveitado na secagem do cru ou ainda em sistemas de cogeração, a eficiência racional do 1º Estágio poderia ser elevada para 74.20%. Assim, a eficiência do sistema de preaquecimento seria elevada para 82.77%.

TABELA 5

Resultado dos Cálculos de Exergia no Sistema de Ciclones Preaquecedores [KJ/Kg clínquer]

Estágios	Entr.	Saída	ΔEx	$\eta_{2^{\circ}lei}$
I Cru	189.0	376.8	187.8	0.2293
Gases	819.1	(566.0)	253.1	
II Cru	376.8	568.3	191.5	0.8080
Gases	1056.1	19.1	237.0	
III Cru	568.3	755.0	186.7	0.9312
Gases	1256.6	1056.1	200.5	
IV Cru	755.0	1192.7	437.7	0.8383
Gases	1778.7	1256.6	522.1	
Efic. Racional Sist. Preaquec.	$\frac{\sum \Delta Ex_c}{Ex_{ge}} = \frac{1003.7}{1778.7}$			0.5643

Nota: Foi considerado nos cálculos da exergia uma calcinação de 30% no 4º Estágio, após um balanço de calor. Assim, considera-se que o restante de 9% da calcinação reportada por Weber (1963), seja oriunda de uma recirculação de finos.

Forno Rotativo.

No forno rotativo ocorrem as reações mais importantes do processo de produção do clínquer, sendo que no seu interior ocorre a finalização do processo de calcinação e as reações de formação dos compostos do clínquer e, também, o início do processo de resfriamento do clínquer formado. Na falta de dados para estes compostos, adotou-se o mesmo critério de cálculo para exergia utilizado no sistema de preaquecimento, considerando os componentes puros (óxidos). Assim, utilizando-se as Equações: 2, 3, 4, 5 e 6; e os dados apresentados nas Tabela de 1 a 4, chegou-se aos resultados apresentados na Tabela 6.

Resfriador de Clínquer.

O resfriamento do clínquer na saída do forno rotativo deve ser feito de forma rápida de modo a elevar a estabilidade do cimento frente aos sulfatos de sódio e de magnésio, devido à inibição da formação de cristais, em decorrência da solidificação de uma parte deste no estado vítreo. Um processo de resfriamento adequado melhora as qualidades do cimento, permitindo também a recuperação de parte do calor contido no clínquer para aquecimento do ar primário e do ar secundário an-

tes da combustão. A eficiência de 2ª Lei calculada para o resfriador é apresentada na Tabela 7.

TABELA 6
Resultados do Cálculo da Exergia no Forno Rotativo [kJ/kg clínquer]

Corrente Gasosa	Gases Exaust. Combustível	1778.7	ΔEx_{gases} 2339.7
	Ar Primário	4.0	
	Ar Secundário	524.4	
Corrente Sólidos	Cru Clínquer	1192.7 2457.1	
Eficiência do Forno Rotativo	$\eta_{2^{a} Lei} = \frac{\Sigma Ex_{solidos}}{\Sigma Ex_{gases}} = 0.541$		

TABELA 7
Resultados do Cálculo de Exergia no Resfriador de Clínquer [kJ/kg de Clínquer]

Corrente Gasosa	Ar Prim. Ar Secund.	4.0 524.3	$\Delta Ex_{gresf.}$ 528.4
Corrente Sólida	Ent. Clíng. Saída Clíng.	2457.1 1520.9	$\Delta Ex_{cresf.}$ 936.2
Efic. do Resf. de clínquer	$\eta_{2^{a} Lei} = \frac{528.4}{936.2} = 0.5644$		

Eficiência Global do Processo.

O processo de produção do clínquer no forno analisado apresenta valores baixos para a eficiência racional (ψ) num balanço de exergias, conforme apresentado na Tabela 8.

TABELA 8
Resultados do Cálculo de Eficiência Global do Processo de Produção do Clínquer (%)

Corrente Gasosa	Gases Exaustão Combustível	0.0 3590.0	ΔEx_g 3590.0
Corrente Sólidos	Cru Clínquer	189.0 1520.9	ΔEx_s 1331.9
Efic. Global Processo Produção do Clínquer	$\eta_{2^{a} Lei} = 37.1 (\%)$		

Quando se tem um aproveitamento do calor contido nos gases, após a sua passagem pelo sistema de preaquecimento, para secagem de matérias primas na moagem do cru, a eficiência calculada é de 44%, acima do valor apresentado na Tab. 8, onde foi considerada a perda total do calor residual contido nos gases.

COMENTARIOS E CONCLUSÕES

Dos resultados obtidos é evidente que um dos fatores importantes para a queda de eficiência do processo é o baixo rendimento no 1º Estágio de preaquecimento (Tabela 5). Tentativas de melhoramento deverão ser direcionadas a um aproveitamento do conteúdo exergético dos gases de exaustão. Isto pode ser obtido com o aumento do número de estágios, o que acena para a inclusão de um 5º Estágio nas torres de ciclones, de forma a recuperar ainda mais o calor residual dos gases, diminuindo a temperatura dos gases na saída da mesma, como pode ser visto na Tabela 3.

O forno rotativo e o resfriador de clínquer apresentam também baixas eficiências. A baixa eficiência exergética do forno pode ser

explicada pelo fato da diferença de temperaturas em seu interior, entre o gás de aquecimento e os sólidos ser alta. Um melhor desempenho pode ser obtido subdividindo o processo no forno em duas etapas distintas: calcinação e clínquerização, como reporta Pastala (1977), o que vem sendo realizado em diversos projetos mais recentes. Isto em razão de serem as duas etapas de características completamente diferentes: a reação de calcinação, que acontece em torno de 800°C, é fortemente endotérmica; e a reação de clínquerização que requer uma temperatura maior, entre 1300 e 1400°C, é ao contrário, levemente exotérmica. Assim, sendo realizada a reação de calcinação na sua quase totalidade num precalcificador, antes do forno, pode-se reduzir o tamanho deste e portanto, as perdas de calor no mesmo. Foi também comprovado que nesse caso ocorre um aumento da vida útil dos refratários e uma redução nas emissões de NOx.

O resfriador de clínquer também pode ser melhorado em eficiência subdividindo-se em etapas o preaquecimento do ar.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS

- Batista, T.E. e Silva, R.J.. "Combustão em Fornos Rotativos". Relatório de Pesquisa DME/EFEI-CNPq, 125 páginas, 1990.
- Duda, W.H.. "Manual Tecnológico del Cemento". Editores Técnicos Asociados, s.a.; Barcelona, Espanha, 1977.
- Fonseca, M.A.S. et al. "Comparative Study Study on Energy Indicators for the Cement Sector in Brazil and in the C.E.E.". Seminário CEE/BRASIL, IPT, São Paulo-SP, 23 a 25 de Março, 1992.
- Kotas, T.J.. "The Exergy Method of Thermal Plant Analysis". Butterworths, Great Britain, 1985.
- Pastala, A.L.. "The application of Precalciner technology for the cement industry of a developing country". World Cement Technology, July/August, pp.131-143, 1977.
- Perry, R.H. and Chilton, C.H.. "Chemical Engineers' Handbook". McGraw-Hill International Book Company, Fifth Edition, International Student Edition, 1982.
- Vitral, J.R.C., Abdala, J.M. e Silva, R.J.. "Levantamento de Dados para um Balanço Térmico num Forno Rotativo". Cia de Cimento Portland Paraíso: 10 a 14 de Fevereiro 1992.
- Weber, P.. "Heat Transfer in Rotary Kilns". ZEMENT-KALK-GIPS, English Special Edition Bauverlag GMBH, Germany, 1963.

ABSTRACT

This work analyzes the clinker production process in a settling which consist in a rotary kiln provided with a suspension preheater in the form of a tower of cyclones and a clinker cooler. The analysis is conducted through the evaluation of the second law efficiency of each element of the system. Special attention is given to the discussion of the degradation of energy and how to diminish it in rotary kiln, and the cyclone tower, considering the calcination endothermic processes.

PROJETO DE REDES DE TROCADORES DE CALOR PELO
MÉTODO DO "PINCH POINT": RELAÇÃO COM AS LEIS
DA TERMODINÂMICA E ESTUDO DE CASO

Luciano Fernando dos Santos Rossi¹
Antonio Carlos Bannwart²

1-PPG/FEM/UNICAMP

2-Depto de Energia - FEM - UNICAMP

RESUMO

É apresentada uma análise termodinâmica do Método do "Pinch Point", no projeto e avaliação de sistemas para a recuperação de calor em processos integrados. Um novo algoritmo de projeto de redes de trocadores de calor é proposto, baseado em regras de simples aplicação. São apresentados e comentados os resultados da utilização do método no projeto de plantas de pré-aquecimento de óleo cru.

INTRODUÇÃO

O rápido aumento do custo da energia nas duas últimas décadas tem levado os projetistas de plantas de processo a uma crescente preocupação com a questão da conservação da energia. Entre as diversas estratégias adotadas, vem se destacando aquela baseada na integração térmica de processos, como via para se conseguir uma maior recuperação de calor, e consequentemente um menor consumo das utilidades disponíveis (vapor, água de refrigeração, etc.). Essa integração coloca como questão central a de como conceber uma rede envolvendo recuperadores, caldeiras, resfriadores, e, em certos casos, motores térmicos e bombas de calor, de modo a se obter a melhor utilização da energia disponível, uma vez fixadas as condições impostas pelos diferentes processos (vazões, temperaturas, etc.).

Poderosas técnicas de integração surgiram na década de 70 (Nishida et al., 1981), mas aquelas baseadas na construção de curvas compostas de temperatura versus entalpia e no conceito de "pinch point" (ponto de menor diferença de temperatura entre a curva composta das correntes quentes e a curva composta das correntes frias, doravante designado por PP) tiveram profundos desdobramentos nesta área na década seguinte. Entretanto, o real significado do PP e de suas implicações no projeto de redes só ficou evidenciado a partir dos trabalhos de Linnhoff et al. (1982), Linnhoff & Hindmarsh (1983) e Townsend & Linnhoff (1982). Esses trabalhos mostraram a simplicidade e a potencialidade do método, permitindo em certos casos a obtenção de soluções ótimas através de cálculos manuais. Trabalhos subsequentes visaram sua aplicação a diversos tipos de plantas (Linnhoff & Polley, 1988), a problemas de otimização (Linnhoff et al., 1990), a estudos envolvendo modificações em instalações existentes (Linnhoff & Eastwood, 1987), e à sua reformulação em termos de algoritmos clássicos de programação linear (Cerdeira & Westerberg, 1983).

O presente trabalho tem como objetivos principais: a) o estudo básico do método do "Pinch Point", à luz da primeira e segunda leis da termodinâmica, estudo este que nos parece faltar na literatura da área; e, b) a proposição de um algoritmo melhorado e mais simples que o sugerido por seus criadores, no que se refere ao projeto da rede. Um estudo de projeto de uma bateria de pré-aquecimento de óleo cru, é apresentado ao final para ilustrar a aplicação do algoritmo proposto.

ESTUDO TERMODINÂMICO DA RECUPERAÇÃO DE CALOR EM REDES

Na análise que segue, parte-se da premissa de que a planta integrada a ser projetada possui vazões e temperaturas de entrada e saída fixadas para cada corrente que dela faz parte, ditadas pelas condições dos processos envolvidos.

O conhecimento das características desses processos permite classificar as diversas correntes presentes em "quentes" (a serem resfriadas) e "frias" (a serem aquecidas). Obtida a curva de temperatura versus carga térmica para cada corrente, é possível efetuar, a uma temperatura, o somatório dos requisitos energéticos de resfriamento e de aquecimento, obtendo-se uma curva composta das correntes quentes e uma curva composta das correntes frias, respectivamente. Sob forma linearizada estas curvas compostas são esquematizadas na figura 1.

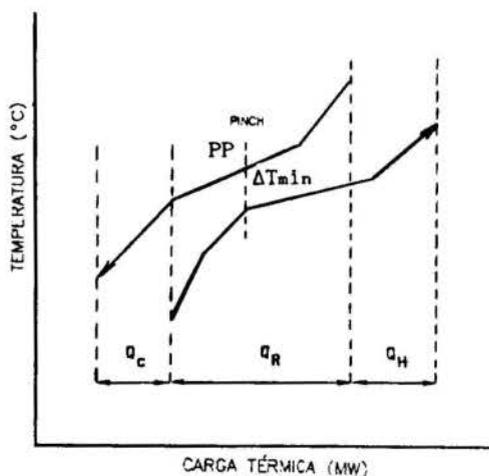


Figura 1. Curvas Compostas.

Da aplicação da 1^a Lei da Termodinâmica para o conjunto das correntes quentes tem-se:

$$Q_c + Q_R = \sum_j^m \left(\sum_1^{N_H} CP_{1j} \right) (T_{j,1} - T_{j,2}) = \text{const} \quad (1)$$

onde CP = dQ/dT, "j" é o intervalo de temperatura,

isto é, $T_{j,2} < T_j < T_{j,1}$, e "1" é uma corrente. Analogamente, o conjunto das correntes frias deve satisfazer:

$$Q_H + Q_R = \sum_j^n \left(\sum_i^{N_C} CP_{ij} \right) (T_{j,2} - T_{j,1}) = \text{const} \quad (2)$$

onde $T_{j,1} < T_j < T_{j,2}$ no intervalo j . Logo, o conjunto das correntes satisfaz:

$$Q_H - Q_C = \text{const} \quad (3)$$

As quantidades Q_H e Q_C são as demandas de calor das utilidades quente e fria, cujas temperaturas são $T_{0,H}$ e $T_{0,C}$ respectivamente.

A aplicação da 2.^a Lei da Termodinâmica, considerando apenas as irreversibilidades de natureza térmica, resulta em:

$$\begin{aligned} \sigma_T = & \sum_j^m \left(\sum_j^{N_H} CP_{1j} \right) (T_{j,1} - T_{j,2}) \left(\frac{1}{T_{0,C}} - \frac{1}{T_{j,m}} \right) + \\ & + \sum_j^n \left(\sum_i^{N_C} CP_{ij} \right) (T_{j,2} - T_{j,1}) \left(\frac{1}{T_{j,m}} - \frac{1}{T_{0,H}} \right) + \\ & - Q_R \left(\frac{1}{T_{0,C}} - \frac{1}{T_{0,H}} \right) > 0 \quad (4) \end{aligned}$$

Uma vez que os dois primeiros termos em somatório no lado direito da equação (4) são constantes, e $T_{0,C} < T_{0,H}$, pode-se concluir que a maximização do calor recuperado Q_R implica na minimização da taxa de geração de entropia σ_T . Isso nos traz diretamente à consideração do método do "Pinch Point".

O MÉTODO DO PINCH POINT

Através deste método, procura-se projetar uma rede de trocadores que execute a maior recuperação possível de calor Q_R , e consequentemente o menor consumo das utilidades quente (Q_H) e fria (Q_C) (ver eqs. 1 e 2), se uma dada diferença mínima de temperaturas deve ser respeitada em todo trocador de calor. Designando esta diferença mínima por ΔT_{\min} , vê-se na figura 1 que, quando as curvas compostas são aproximadas horizontalmente uma da outra para atender a este requisito, obtém-se uma máxima recuperação de calor e também um mínimo consumo de utilidades. Valores usuais de ΔT_{\min} são da ordem de 10-20 °C, sendo objeto de estudos de otimização (compromisso entre energia e capital) que não abordaremos aqui.

A determinação da máxima recuperação de energia e do mínimo consumo de utilidades para um dado ΔT_{\min} , pode ser feita seja graficamente, seja a partir do procedimento tabular descrito em Linnhoff et al. (1982).

Para o projeto da rede, de crucial importância é o entendimento de que, no PP, a temperatura comum das correntes quentes presentes, difere da temperatura comum das correntes frias presentes de uma quantidade ΔT_{\min} . Deste fato resulta que o PP é adiabático, isto é, divide o diagrama da figura 1 em duas regiões entalpicamente balanceadas: a região acima do PP ("sumidouro" de energia Q_H), e a região abaixo do PP ("fonte" de energia Q_C). Estas regiões são ilustradas na figura 2.

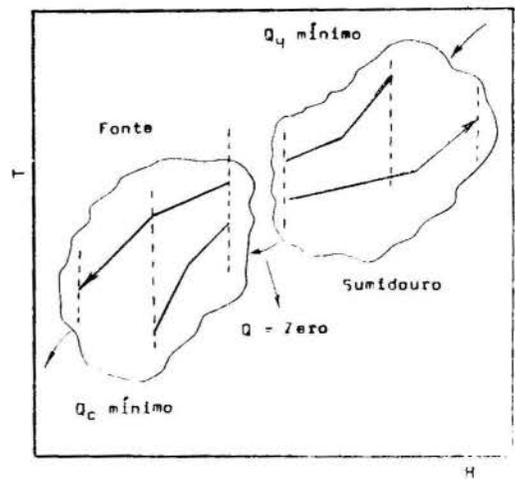


Figura 2. Propriedade Básica do "Pinch Point"

A partir desta propriedade básica do PP, Linnhoff et al. (1982) derivam diversas regras de projeto da rede, a saber: a) acima do PP, cada corrente quente só pode ceder calor a uma corrente fria, isto é, nenhuma utilidade fria ou máquina que retire calor deve ser usada; b) abaixo do PP, cada corrente fria só pode receber calor de uma corrente quente, isto é, nenhuma utilidade quente ou máquina que introduza calor deve ser usada; e c) nenhum calor deve ser transferido através do PP. Violação de qualquer destas regras implica em consumo de utilidades além do mínimo (via eq. 3 em cada região).

Por fim, Linnhoff et al. (1982) propõem iniciar o projeto, em cada região, a partir do PP, respeitando os seguintes critérios para alocação de trocadores de calor entre correntes:

- Regra de Subdivisão de Correntes:
 - acima do PP: $N_H \leq N_C$, caso contrário subdividir uma corrente fria;
 - abaixo do PP: $N_C \leq N_H$, caso contrário subdividir uma corrente quente;
- Regra de CP:
 - acima do PP: $CP_H \leq CP_C$ para cada trocador, caso contrário subdividir uma corrente quente;
 - abaixo do PP: $CP_C \leq CP_H$ para cada trocador, caso contrário subdividir uma corrente fria.

Ambas as regras devem ser aplicadas junto ao PP. Nos trocadores de calor aí localizados, denominados trocadores essenciais, a maior carga térmica possível é alocada (regra heurística), ficando eventuais resíduos para serem supridos por trocadores suplementares ou por utilidades.

ALGORÍTMO PROPOSTO

Para o projeto da rede de trocadores de calor capaz de executar a máxima recuperação de energia (M.R.E.), é proposto neste trabalho um algoritmo diferente do apresentado em Linnhoff et al. (1982). Sem dúvida, o algoritmo exposto nesta referência deixa indefinidas as correntes que porventura tenham de ser subdivididas, dificultando a implementação do mesmo.

Para superar essas dificuldades, propomos um "algoritmo de eliminação" baseado no uso das seguintes desigualdades, que sempre são satisfeitas em cada lado de um PP:

-acima do PP: as correntes presentes no PP satisfazem:

$$\sum CP_H < \sum CP_C \quad (5)$$

-abaixo do PP: as correntes presentes no PP satisfazem:

$$\sum CP_C < \sum CP_H \quad (6)$$

onde $CP = (dQ/dT)_{PP}$. Estas desigualdades se tornam claras a partir da Figura 1. O procedimento abaixo descrito emprega, então, como regra heurística que a corrente quente de maior CP deve ser casada, na ausência de restrições de projeto, com a corrente fria de maior CP, alocando-se um trocador de calor entre essas correntes. Este critério é adotado desde que seja respeitada a "regra de CP" de Linnhoff (ver item anterior), e desde que as desigualdades (5) ou (6) sejam atendidas pelas demais correntes presentes no PP. Nessas condições, as correntes quente e fria de maior CP são casadas e eliminadas do problema restante. Aplica-se este procedimento até a eliminação da última corrente quente (acima do PP) ou fria (abaixo do PP).

As principais vantagens deste procedimento são: a priorização das correntes de maior capacidade térmica, deixando claras as correntes a serem subdivididas na ausência de imposições, de permitir a incorporação de imposições ou restrições de projeto, e por fim deslocar eventuais necessidades de subdivisão para as menores correntes. O algoritmo completo de eliminação é então o seguinte:

-acima do PP:

1. Verificar a desigualdade (5) (Se não for obedecida, solução impossível e vá até 5);
2. Verificar se existem correntes quentes não casadas. Se não existirem o procedimento está encerrado (etapa 5);
3. Tomar entre as correntes não casadas, as correntes quente e fria com maior CP;
4. Verificar se $CP_H \leq CP_C$:
 - * se tal não ocorrer, CP_H deve ser subdividido em duas correntes, uma com $CP_{H1} \leq CP_C$ (aqui alocando um trocador de calor com a corrente CP_C), e outra com $CP_{H2} \geq CP_H - CP_C$; voltar a 3;
 - * se valer a igualdade, alocar trocador de calor e voltar a 2;
 - * se valer a desigualdade, verificar se a desigualdade (5) é satisfeita para as restantes:
 - se for satisfeita, alocar trocador de calor e voltar a 2;
 - se não for satisfeita, subdividir CP_C em uma corrente com $CP_{C1} \geq CP_H$ (aqui alocando um trocador com a corrente CP_H) e outra com $CP_{C2} \leq CP_C - CP_H$; voltar a 3;
5. Fim do procedimento.

-abaixo do PP:

Mesmo procedimento acima, invertendo-se os índices "c" e "h", e usando-se a desigualdade (6) em lugar da desigualdade (5).

A alocação de cargas térmicas segue a mesma regra heurística (do maior valor possível) adotada por Linnhoff et al. (1982), dada ao final do item anterior.

ESTUDO DE CASO

O caso analisado refere-se a uma bateria de pré-aquecimento de óleo cru, cujos dados foram colhidos em Linnhoff et al. (1982) e são reproduzidos na Tabela 1. Trata-se de uma unidade de destilação convencional cujo esquema pode ser encontrado nesta

última referência. Os dados de consumo de utilidade quente na unidade existente registravam 68 MW e as menores diferenças de temperaturas eram de 7°C a 13°C. Em nosso estudo, foi adotado para ΔT_{min} o valor de 20°C, representativo da instalação como um todo. Através de um programa de computador por nós construído, e que tem por base o procedimento tabular de Linnhoff, determinamos que o mínimo consumo de utilidades quente e fria seriam então de 61.16 MW e 41.56 MW respectivamente, com o PP situado a 183°C para as correntes quentes, e 163°C para as correntes frias.

A partir daí, aplicou-se o algoritmo proposto às regiões acima e abaixo do PP, obtendo-se a configuração indicada na figura 3. Iniciou-se o projeto pela região abaixo do PP, por ser aquela onde as restrições junto ao PP eram maiores (diferença muito pequena entre os dois lados da desigualdade (6)). Logo de início, o algoritmo revelou a necessidade de subdivisão da corrente 9, nas porcentagens indicadas junto aos trocadores essenciais 1,2,3,4. Da mesma forma, na região acima do PP, o algoritmo apontou a necessidade de subdivisão da corrente 9, para o que foram mantidas as mesmas porcentagens anteriores, junto aos trocadores 5,6,7,8. Os trocadores suplementares (não numerados) e utilidades comportam os resíduos de carga térmica.

TABELA 1 - DADOS TÉRMICOS

CORRENTE	T (°C)	H (MW)	CP = $\Delta H/\Delta T$
1 Óleo Comb.	349	49.8	-
	243	27.0	0.215
	213	21.1	0.197
	167	12.9	0.178
	90	0.0	0.168
2 Gasóleo	341	26.4	-
	210	12.6	0.105
	172	8.8	0.100
	111	3.5	0.085
3 Querosene	268	13.9	-
	135	5.2	0.065
	38	0.0	0.054
4 Refluxo	251	17.0	-
	169	8.4	0.105
6 Nafta Leve (Principal)	168	43.1	-
	136	23.9	0.600
	118	15.3	0.478
	108	11.2	0.410
7 Nafta Leve (Pre-Flash)	71	0.0	0.303
	136	12.6	-
	118	8.0	0.256
	108	5.9	0.210
8 Carga-Dessal.	71	0.0	0.159
	15.6	0.0	0.379
	121	39.9	-
9 Carga para Pre-Flash	120	0.0	0.400
	122	0.8	0.422
	163	18.1	0.600
	186	31.9	0.725
10 Carga para Torre	194	37.7	-
	189	0.0	0.477
	237	22.9	0.496
	265	36.8	0.660
	368	104.8	-

COMENTÁRIOS

Dois importantes simplificações podem ser feitas no projeto preliminar da Figura 3.: a) os trocadores 1/5, 2/6, 3/7, e 4/8 podem ser juntados aos pares, sem violar o ΔT_{min} adotado e mantendo o mesmo consumo de utilidades; b) as correntes (6) e (7) (mesmo fluido)

podem ser misturadas logo antes do ingresso em um único resfriador. Com estas simplificações o número total de equipamentos de troca de calor cairia de 20 para 15 (sendo 9 trocadores de calor, 5 resfriadores e 1 aquecedor). Comparando os resultados obtidos com o algoritmo proposto aos relatados por Linnhoff et al. (1982), percebe-se boa concordância de valores. Some-se a isso o fato de que o algoritmo proposto por este estudo tenta ser mais claro e investe na simplicidade de cálculos. Em nosso estudo, foi desprezada uma corrente (número 5) de nafta, visto que apresentava requisitos mínimos de resfriamento (1.4 MW), e não afetava a localização do PP. Pudemos verificar que mesmo incluindo esta corrente, o consumo de energia da planta ficou praticamente inalterado.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos o apoio e o interesse manifestados pelo Centro de Estudos do Petróleo - UNICAMP e pela Refinaria do Planalto Paulista - REPLAN, à realização do presente trabalho.

REFERÊNCIAS

- . Cerda, J. and Westerburg, A. W., " Minimum Utility Usage in Heat Exchanger Network Synthesis - A Transportation Problem", Chem. Engng Sci., Vol. 38, No 3, 1983.
- . Linnhoff, B. et al., "User Guide on Process Integration for the Efficient Use of Energy," The Institution of Chemical Engineers, U.K., 1982.
- . Linnhoff, B. and Eastwood, A. R., "Overall Site Optimisation by Pinch Technology", Chem Eng Res Des Vol. 65, September, 1987.
- . Linnhoff, B. and Hindmarsh, E., "The Pinch Design Method of Heat Exchanger Networks," Chemical Engineering Science, Vol. 38, No 5, pp. 745, 1983.

- . Linnhoff, B. and G. T. Polley, "General Process Improvements Through Pinch Point," Chemical Engineering Progress, June, 1988.
- . Nishida, N., G. Stephanopoulos, and A. W. Westerberg. Westerberg. "A Review of Process Synthesis," AIChE Journal, Vol. 27, No 3, pp. 321, 1981.
- . Townsend, D.W. and Linnhoff, B., "Heat and Power Networks in Process Design," (2 parts), submitted to AIChE Journal, 1982a.
- . Townsend, D.W. and Linnhoff, B., "Designing Total Energy Systems by Systematic Methods," The Chemical Engineer, March, 1982b.

ABSTRACT

In this work, a thermodynamical analysis of the Pinch Design Method for heat recovery networks in integrated systems is presented. A new algorithm for designing heat exchanger networks is proposed, which is based in ease-to-use rules. A base case design of a crude pre-heat train through this method is presented and discussed.

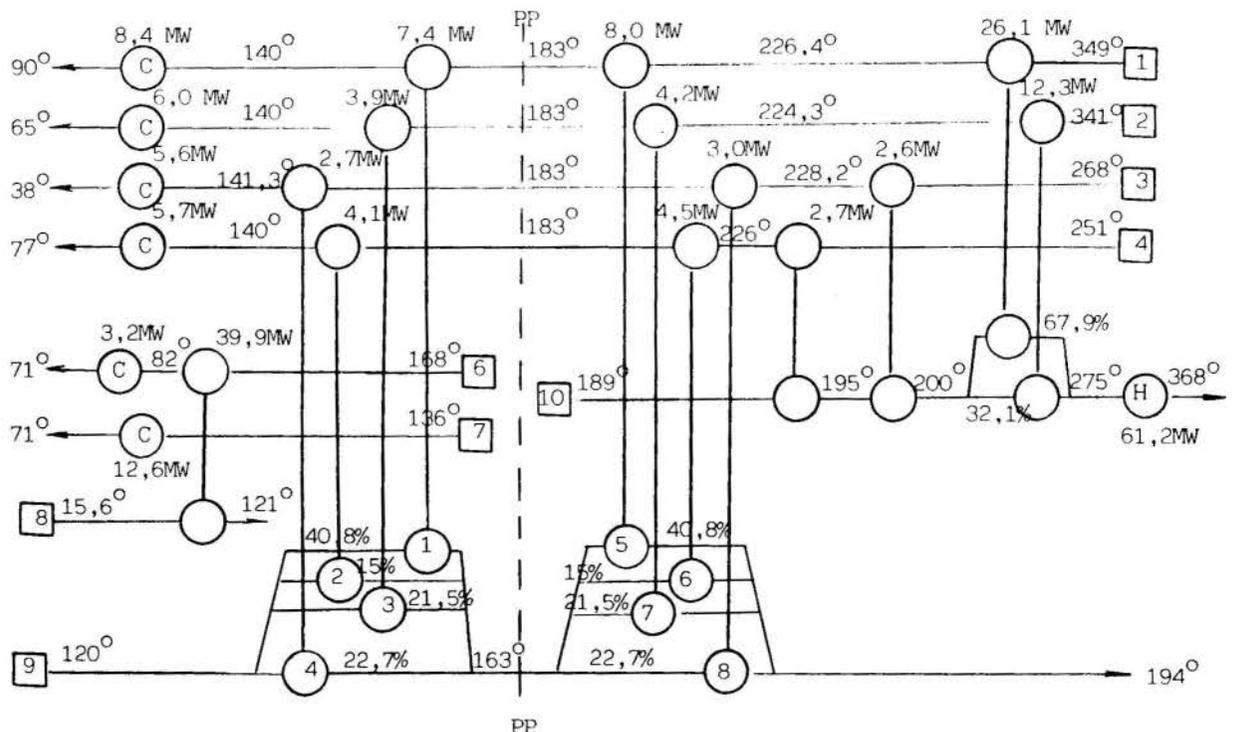


Figura 3. Esquema de Projeto das Redes para Máxima Recuperação Energética

ESTUDO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR DE CORPOS METÁLICOS
IMERSOS EM LEITO FLUIDIZADO BORBULHANTE

ROSEMARY GALVANI
LEONARDO GOLDSTEIN JR.
UNICAMP-FEM-DETF - C.P. 6122
13081 Campinas, SP - Brazil

GERALDO LOMBARDI
USP-EESC-DHS
C.P. 359
13560 São Carlos, SP - Brazil

RESUMO

Este trabalho apresenta o coeficiente de transferência de calor para corpos metálicos de diferentes formas e tamanhos (esferas e cilindros) imersos em um leito fluidizado borbulhante. Os resultados foram obtidos experimentalmente para um leito de areia aquecido a 850-900°C pela queima de GLP em seu interior. Foram utilizadas areias de diâmetro médio 0,3 e 1,6mm.

INTRODUÇÃO

O aquecimento dos corpos metálicos em sistemas de leito fluidizado borbulhante tem por princípio básico o aumento do coeficiente de transferência de calor entre o metal e o meio de aquecimento em que está imerso, permitindo tratamentos térmicos mais rápidos e eficientes.

Algumas técnicas de tratamento térmico para metais em leito fluidizado já tem sido empregadas a nível comercial: recozimento, normalização, têmpera, revenimento e austêmpera. Estes tratamentos são constituídos, de maneira geral, de um aquecimento do material seguido de resfriamento controlado.

O coeficiente de transferência de calor é obtido a partir da variação com o tempo, da temperatura do corpo metálico imerso no leito. Há um número restrito de trabalhos publicados na área: Jolley (1949), Kharchenko e Makhorin (1964), Baskakov, Berg, Vitt, Filippovsky, Kirakosyan, Goldobin e Maskaeve (1973), Panov, Baskakov, Goldobin, Filippovski e Mazur (1979), Botterill, Teoman e Yuregir (1984) e, mais recentemente, Coelho, Goldstein Jr. e Lombardi (1991).

Estes trabalhos trazem informações sobre o efeito do tamanho das sondas e da granulometria do leito fluidizado, bem como da velocidade superficial e da temperatura do leito.

Neste trabalho foi expandido a faixa de valores dos resultados experimentais disponíveis e estudou-se o efeito da forma dos corpos imersos no leito, analisando-se a transferência de calor em esferas e cilindros.

DESCRIÇÃO DO DISPOSITIVO E DO PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O dispositivo experimental é mostrado na Fig.1.

O leito do reator é formado por um tubo de aço inoxidável de 306 mm de diâmetro e 800 mm de altura, com revestimento de cimento refratário de 133 mm de espessura.

Na parte inferior do reator existe uma câmara plena onde o ar é admitido e distribuído por uma placa distribuidora composta de 19 injetores. Cada injetor possui 6 orifícios, cujo diâmetro (1 mm ou 4 mm) é função da areia usada.

O gás de fluidização é constituído pelo produto da combustão de GLP (gás liquefeito de petróleo) com ar atmosférico, mantendo o leito a 850-900°C. O GLP é admitido independentemente pelo tubinho central do injetor, entrando o ar pelo canal externo,

ocorrendo a combustão praticamente no interior do próprio leito. A placa possui ainda um sistema de recirculação de água para evitar o aquecimento e danificação dos injetores. O ar para fluidização é insuflado por dois sopradores centrífugos em série, de 10 m³/min e 5,94 m³/min de capacidade, respectivamente.

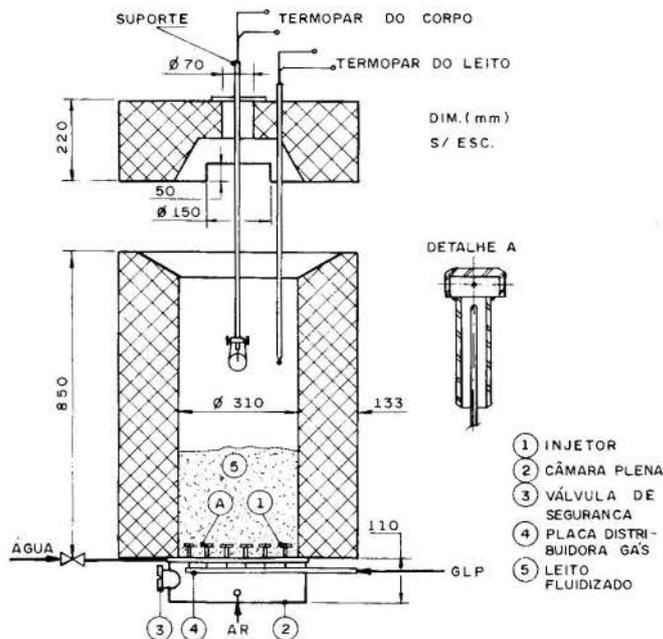


Figura 1. Esquema do dispositivo experimental.

No topo do reator localiza-se uma tampa refratária, que possui uma abertura lateral para possibilitar a saída dos gases de combustão, e dois orifícios usados para inserir o termopar que mede a temperatura do leito e o suporte do corpo metálico. No interior do suporte passa o termopar que acompanha a temperatura do centro do corpo. Os termopares são de chromel-alumel e protegidos por tubos de alumina. O suporte do corpo metálico é resfriado a água.

As partículas sólidas fluidizadas foram areia de quartzo, de diâmetro praticamente uniforme, re-

sultando em diâmetros médios em torno de 0,3 e 1,6 mm.

Os corpos metálicos usados foram de aço inoxidável AISI 316: duas esferas de diâmetro 25 e 50 mm, e dois cilindros de volume igual ao da esfera maior e com relação diâmetro-altura de 1:4 e 1:8.

O leito é fluidizado numa velocidade superficial do gás pré-estabelecida e mantida numa temperatura em torno de 850°C. O corpo metálico, inicialmente à temperatura ambiente, é então inserido rapidamente no leito, registrando-se ao longo do tempo a temperatura do seu centro.

Para a obtenção do coeficiente de transferência de calor h a partir do conhecimento da temperatura ambiente T_0 , da temperatura do leito T_{00} e da variação com o tempo da temperatura no centro do corpo imerso no leito, utiliza-se a distribuição da temperatura em regime transitório obtida a partir da equação da conservação de energia. No caso de uma esfera de raio R , por exemplo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

onde:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{em} \quad r = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{h}{R} (T - T_{00}) \quad \text{em} \quad r = R$$

$$T = T_0 \quad \text{em} \quad t = 0$$

Os valores de h , foram obtidos das soluções disponíveis para estas equações, em Arpací (1966), por exemplo, através de um programa de computador e devem ser interpretados, neste caso, como o valor médio desde o instante inicial, quando o corpo é imerso no leito, até o instante considerado.

Os valores de h apresentados neste trabalho foram obtidos para o instante $t = 120s$.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Fig. 2 mostra curvas de aquecimento típicas para o caso da esfera menor. Verifica-se que, num mesmo instante, a temperatura do corpo é maior para areia fina, isto é, um diâmetro menor de partícula favorece a transferência de calor em leito fluidizado. O mesmo comportamento foi verificado para os outros corpos, confirmando a tendência observada pelos autores citados anteriormente.

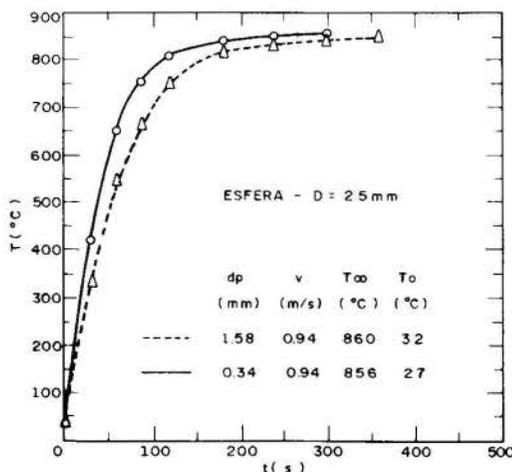


Figura 2. Curvas de aquecimento.

A variação do coeficiente de transferência de calor h com a velocidade v do gás para dois diâmetros médios de areia d_p e para os quatro corpos usados é mostrado na Fig. 3. Observa-se para o caso da areia grossa que, quando a velocidade do gás aumenta, há um pequeno aumento no coeficiente de transferência de calor, seguido de uma diminuição, sendo este efeito mais acentuado para o caso da esfera de menor diâmetro. Para a areia fina, h diminui sempre com o aumento de v . Uma possível explicação para este fato é que quando se trabalhou com areia fina, procurou-se trabalhar com velocidades do gás próximas às utilizadas para a areia grossa, levando o coeficiente de transferência de calor a se situar na região em que ele diminui com o aumento da velocidade do gás. As faixas de velocidades do gás testadas variaram de 0,87-1,61 m/s para areia grossa e de 0,31-0,94 m/s para areia fina.

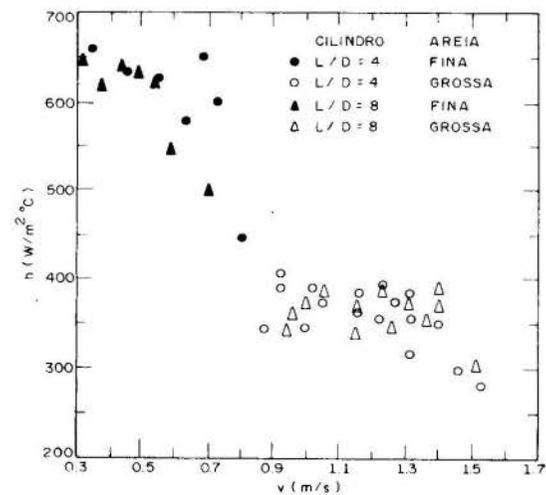
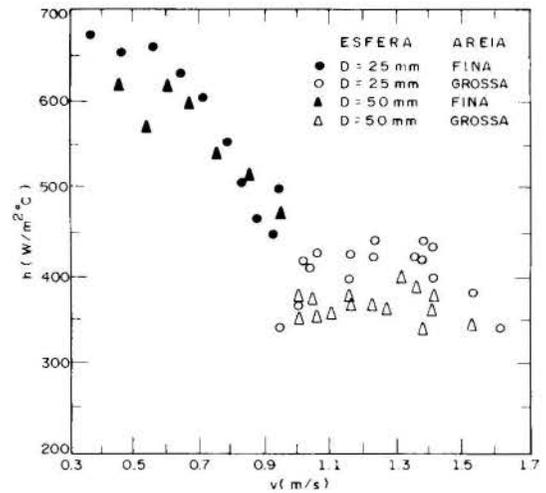


Figura 3. Variação de h com v .

O aumento de h com v se deveria ao aumento da turbulência local provocada pela movimentação das partículas do leito, enquanto o decréscimo seria devido à redução da concentração de partículas sólidas por unidade de volume do leito. Observa-se que h é maior para as partículas menores, efeito também observado pelos autores citados. Nota-se ainda que os valores de h para a esfera menor são maiores do que para a esfera maior, para ambas as areias estudadas. No caso dos cilindros, observa-se que, para a areia fina, o cilindro curto $L/D = 4$ apresenta valores de h ligeiramente superiores aos do cilindro longo. O mesmo comportamento não foi observado para a areia grossa. A análise dos conjuntos de pontos para

a areia fina e para areia grossa, permite ainda verificar que, no caso das esferas, o efeito do tamanho da areia é mais importante do que o efeito do tamanho do corpo.

A Fig. 4 mostra que não houve um efeito significativo do formato dos corpos metálicos, de mesmo volume, no valor de h , conforme era previsto em função dos resultados obtidos por Baskakov et al. para a troca térmica nas faces superior e inferior de uma placa plana.

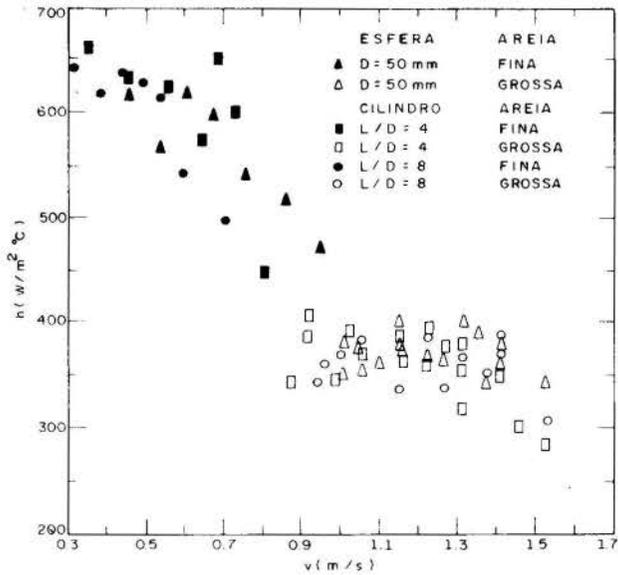


Figura 4. Variação de h em função de v . Corpos metálicos de mesmo volume e formatos diferentes.

A Fig. 5 traz os dados obtidos para as esferas em termos dos números de Nusselt e Reynolds, incluindo os resultados de outros autores. Nota-se que, independente das dimensões do corpo, há um acréscimo do valor de Nusselt quando o diâmetro das partículas aumenta. Como se viu anteriormente, h é maior para areias mais finas; o valor de Nusselt, no entanto, decresce devido à presença do diâmetro das partículas no numerador, com uma influência mais forte do que a do próprio h , mostrando que o acréscimo de h com a diminuição de d_p obedece uma relação não linear.

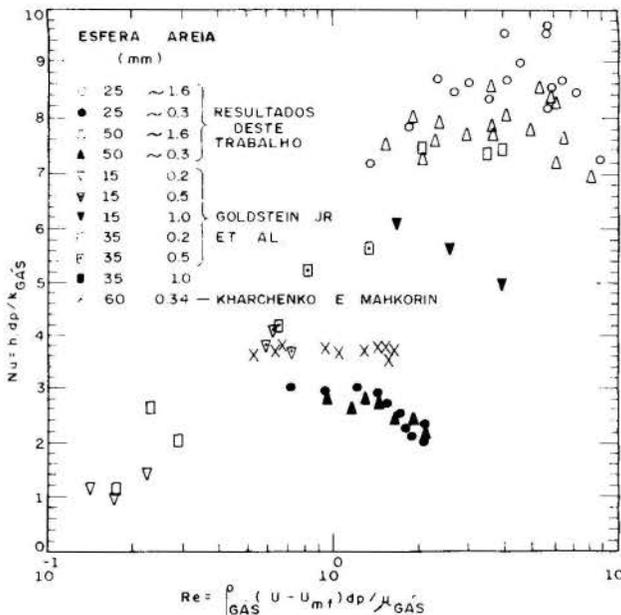


Figura 5. Representação adimensional dos resultados experimentais de h em função de v .

Um parâmetro importante na medida de h é o tempo, parâmetro ao qual os trabalhos anteriores não fazem referência. Como se pode observar na Fig. 6, o valor de h varia com o tempo, embora em algumas situações ele seja praticamente constante.

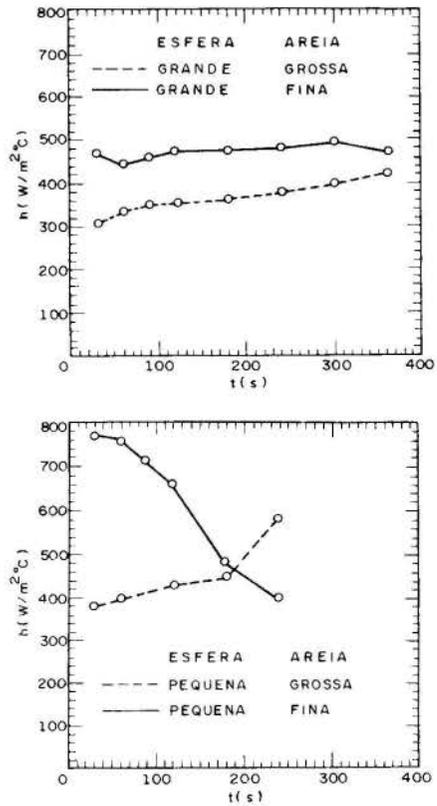


Figura 6. Variação de h com o tempo.

O valor de h apresentado neste trabalho, como mencionado anteriormente, é o valor médio desde o instante inicial do processo, quando o corpo é imerso no leito, até o instante considerado. Procurou-se estimar o valor de h instantâneo, a partir da hipótese de que para valores de tempo próximos de zero h médio e instantâneo seriam praticamente iguais, o que não se mostrou viável porque os valores de h médio próximos do instante inicial, mostraram uma tendência de crescimento assintótico.

CONCLUSÕES

Embora o processo de tratamento térmico de corpos metálicos em leito fluidizado borbulhante já esteja sendo implantado comercialmente em alguns países, incluindo o Brasil, é necessário pesquisar a influência dos vários parâmetros no aquecimento destes corpos, já que o número de resultados disponíveis é restrito.

As principais conclusões obtidas neste trabalho são:

- Partículas menores favorecem a transferência de calor entre o corpo metálico e o leito, mesmo que a velocidade de fluidização do gás seja menor.
- O coeficiente de transferência de calor depende da velocidade do gás no leito, existindo uma faixa onde ela favorece a transferência de calor.
- Não houve efeito significativo do formato dos corpos metálicos no coeficiente de transferência de calor, confirmando-se apenas o efeito do tamanho dos mesmos.

- . A variação de h com o tempo de imersão do corpo metálico no leito mostra que é importante mencionar o instante em que h foi calculado, para permitir inclusive a comparação dos resultados de diferentes autores.

REFERÊNCIAS

- . Arpacı, V.S. Conduction Heat Transfer, Addison - Wesley Publishing Company, 1966.
- . Baskakov, A.P.; Berg, B.V.; Vitt, O.K.; Filippovsky, N.F.; Kirakosyan, V.A.; Goldobin, J.M. and Maskaev, V.K., "Heat Transfer to Objects Immersed in Fluidized Beds", Powder Technology, Nº 8, pp. 273-282, 1973.
- . Botterill, J.S.M.; Teoman, Y. and Yuregir, K.R., "Factors Affecting Heat Transfer between Gas-Fluidized Beds and Immersed Surfaces", Powder Technology, Vol. 39, pp. 177-189, 1984.
- . Goldstein Jr., L.; Coelho, L.O.P. and Lombardi, G., "Heat Transfer Between and Immersed Sphere and a Gas-Fluidized Bed at High Temperature", XI COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, São Paulo, 1991.
- . Jolley, L.J., "Heat Transfer in Beds of Fluidized Solids", Fuel - A Journal of Fuel Science, Vol. 28, Nº 5, pp. 114-115, 1949.
- . Kharchenko, N.V. and Makhorin, K.E., "The Rate Transfer Between a Fluidized Bed and an Immersed Body at High Temperature", International Chemical Engineering, Vol. 4, Nº 4, pp. 650-654, 1964.
- . Panov, O.M., Baskakov, A.P., Goldobin, Y.M., Filippovski, N.F. and Mazur, Y.S., "Experimental Investigation of the Radiant and Conductive - Convective Components of External Heat Exchange in a High Temperature Fluidized Bed", J.Eng. Phys., Vol. 36, pp. 275-279, 1979.
- . Saxena, S.C., "Heat Transfer Between Immersed Surfaces and Gas-Fluidized Beds", Advances in Heat Transfer, Vol. 19, Academic Press, pp. 97-190, 1989.

SUMMARY

This work presents the experimental total heat transfer coefficients between metallic bodies of different sizes and shapes (spheres and cylinders) immersed in a gas-fluidized bubbling bed heated up to 859-900°C by burning propane inside the bed. The solid particles were quartz-sand with average diameters of 0.3 and 1.6mm.

APLICAÇÃO DO MÉTODO DA CÂMARA LONGA AO PROJETO DE CALDEIRAS ESCOCESAS

FLÁVIO TAMBELLINI
LEONARDO GOLDSTEIN JR.
UNICAMP-FEM-DETF - C.P. 6122
13081 Campinas, SP - Brazil

RESUMO

O projeto termo-hidráulico de uma caldeira flamotubular do tipo escocesa é usualmente executado de maneira empírica. Este trabalho propõe um procedimento simples de cálculo baseado em princípios fundamentais e no modelo de câmara longa para levar em conta a troca por radiação. Ele permite a otimização do projeto em termos do atendimento das especificações e da minimização dos custos.

INTRODUÇÃO

As caldeiras flamotubulares foram os primeiros geradores de vapor de ampla aplicação industrial. São ainda hoje largamente utilizadas, dominando praticamente, no Brasil e na Europa, a faixa de menores capacidades e pressões de operação, em processos tipicamente de calefação.

As caldeiras escocesas constituem o tipo de caldeira flamotubular de maior emprego. Elas foram concebidas inicialmente para serviço marítimo porque reúnem as vantagens das caldeiras multitubulares e a compacidade assegurada por uma fornalha interna. Elas consistem de um corpo cilíndrico com um ou mais tubulões de grande diâmetro, que constituem a fornalha propriamente dita, e tubos de menor diâmetro regularmente distribuídos, e que permitem 2, 3 ou 4 voltas de chama, constituindo a zona convectiva, conforme a Figura 1.

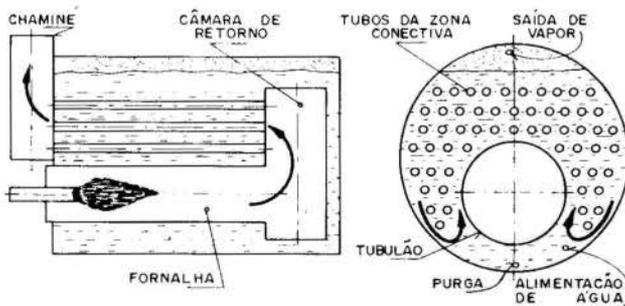


Figura 1. Esquema de uma caldeira flamotubular.

Os tubos são envolvidos pelo casco, que comporta a água, sendo que esta entra, geralmente à temperatura ambiente e sai no estado de vapor.

Elas podem ter câmara de retorno posterior do tipo molhado ou de alvenaria. No primeiro caso a câmara tem jaqueta de água; no segundo caso é usado revestimento de lã de rocha com chapa metálica. Estas caldeiras não necessitam de alvenaria e tem dimensões reduzidas comparadas com outras caldeiras flamotubulares.

As caldeiras escocesas são muito competitivas até cerca de 10 t/h de capacidade de produção de vapor e pressões de 14 kgf/cm². Podem chegar a 25 t/h e 18 kgf/cm² com rendimento térmico de 90%.

ETAPAS DO PROJETO TERMOHIDRÁULICO

As etapas usuais do projeto termohidráulico de uma caldeira compreendem: a especificação, o dimensionamento, a verificação e a otimização.

Na especificação de uma caldeira flamotubular são fixadas as condições de operação que devem ser atendidas pelo equipamento, bem como os requisitos de padronização e manutenção eventualmente estabelecidos como dados de entrada.

Estabelecidas as condições de processo, é preciso gerar uma geometria para a caldeira, ou seja, diâmetro da fornalha, comprimento da fornalha, número de tubos, diâmetros dos tubos, número de trajetos, para que se tenha uma área de troca térmica que atenda às condições de processo.

Há duas maneiras mais comuns para se obter uma geometria: através da analogia com caldeiras já existentes, ou através de relações empíricas.

O processo de verificação consiste em calcular o calor transferido, a perda de pressão e o rendimento térmico da caldeira, para verificar se a geometria proposta no item anterior atende às condições de processo especificadas.

Na fase de otimização o objetivo é escolher a caldeira ótima, isto é, escolher entre as geometrias verificadas aquela que proporciona a caldeira de menor custo e que atenda às condições de processo e demais condições impostas.

Os principais custos envolvidos que devem ser levados em consideração compreendem: o custo de material empregado, relacionado com a área de troca térmica, o custo da energia elétrica, que está relacionado com a potência dos ventiladores que movimentam os produtos da combustão, e o custo do consumo de combustível, relacionado ao rendimento térmico do equipamento.

O MÉTODO DA CÂMARA LONGA

O método da Câmara Longa foi desenvolvido originalmente por Hottel (1967) e proposto posteriormente por Chadderton (1981) para aplicação em caldeiras flamotubulares. Ele pode ser usado para orientar a definição da geometria de uma caldeira ou, alternativamente, para o dimensionamento térmico definitivo de caldeiras.

O método da Câmara Longa considera as seguintes hipóteses:

- Combustão instantânea e completa na entrada da fornalha, o que implica na melhor adequação do método para o caso de queimadores de chama curta;
- Os produtos da combustão estão na temperatura adiabática na entrada da fornalha;
- O gradiente de temperatura na direção axial é desprezível;
- O eventual efeito da rotação da mistura ar-combustível na entrada da câmara de combustão não é considerado, e
- O escoamento dos produtos da combustão tem a velocidade uniforme.

O método permite gerar uma geometria a partir dos dados de entrada e das equações de transferência de calor, definindo o comprimento L_f e o diâmetro D_f da fornalha.

O número de trajetos N_{tr} dos produtos da combustão nos tubos de convecção relaciona o comprimento da fornalha L_f com o comprimento total dos tubos L_c , e é um dado de entrada, assim como o diâmetro e o número de tubos de convecção.

A temperatura de saída do gás na fornalha T_a também é admitida, e afeta a transferência de calor na fornalha e nos tubos de convecção. Chadderton (1981) cita 955°C como o valor máximo usado nos cálculos, mas valores mais elevados costumam ser utilizados.

A temperatura do gás na chaminé T_b também requer uma consideração especial, pois um valor elevado admitido ocasiona uma diminuição do rendimento térmico. Seria desejável um valor próximo à temperatura ambiente para diminuir a perda, mas se o combustível contém enxofre, isto não é possível, porque é necessário evitar que ocorra o depósito de ácido sulfúrico devido à condensação. Na prática comercial, o valor utilizado é de cerca de 180-200°C, ao qual corresponde a um rendimento em torno de 80%.

• Dados de Entrada

Os dados de entrada são: demanda de vapor de água \dot{m}_v , pressão de trabalho, temperatura do gás na saída da fornalha T_a , temperatura do gás na chaminé T_b , composição do combustível, excesso de ar, emitância da superfície do casco ϵ_w , tensão admissível dos tubos, número e diâmetro D_c dos tubos de convecção, e número de trajetos N_{tr} .

• Cálculos Iniciais

Os cálculos iniciais compreendem o estabelecimento da equação de reação do combustível como ar, levando em conta o excesso de ar, determinando os produtos da combustão. A combustão é considerada completa, por hipótese.

Para o cálculo da descarga do combustível \dot{m}_c , admite-se um rendimento inicial η e iguala-se a energia cedida pelos produtos da combustão à energia recebida pela água. Daí:

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}_v \cdot (H_v - H_{amb})}{\eta \cdot PCI} \quad (1)$$

onde

H_v e H_{amb} são as entalpias da água no estado de vapor saturado e à temperatura ambiente, respectivamente, e PCI é o poder calorífico inferior do combustível.

Tendo a descarga de combustível e a razão entre os produtos da combustão e o combustível r_{gc} , obtida a partir da equação da combustão, calcula-se a descarga dos gases de combustão \dot{m}_g , tal que:

$$\dot{m}_g = r_{gc} \cdot \dot{m}_c \quad (2)$$

Partindo da hipótese de que a combustão foi instantânea e completa na entrada da fornalha, obtem-se do balanço de energia entre o calor liberado pelo combustível Q_c e o aumento de entalpia dos

produtos da combustão, a temperatura adiabática T_{ad} , conforme segue:

$$T_{ad} = \frac{PCI \cdot \dot{m}_c}{\dot{m}_g \cdot c_{pf}}$$

onde c_{pf} é o calor específico dos produtos da combustão.

• Tubos de Convecção

Para a transferência de calor nos tubos, admite-se que o número N de tubos em cada passagem permanece constante, embora isto nem sempre aconteça na prática.

Estabelece-se o balanço de energia num elemento de tubo de convecção de comprimento δx : o calor perdido pelos gases quentes que passam através do elemento, deve ser igual ao calor transferido por convecção δQ_{cc} e radiação δQ_{rc} do gás quente para a parede do tubo, que é resfriada pela água do corpo da caldeira, conforme a Figura 2.

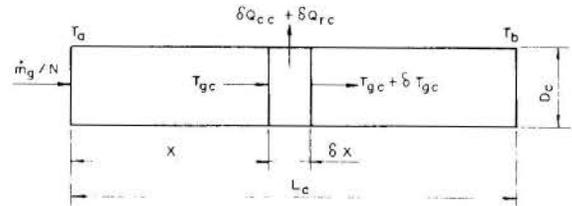


Figura 2. Transferência de calor nos tubos de convecção.

O coeficiente de transferência de calor h_c , utilizado para o cálculo da transferência de calor por convecção dentro dos tubos, é calculado pela expressão de Dittus-Boelter, válida para regime turbulento:

$$h_c = \frac{0,023 \cdot k_c}{D_c} \cdot \left[\frac{4 \cdot \dot{m}_g}{\mu_c \cdot \pi \cdot D_c \cdot N} \right]^{0,8} \cdot Pr_c^{0,4} \quad (4)$$

onde k_c é a condutividade térmica média e Pr_c o número de Prandtl para os produtos de combustão nos tubos de convecção.

A taxa de transferência de calor δQ_{cc} em δx , é dada por:

$$\delta Q_{cc} = h_c \cdot \pi \cdot D_c \cdot \delta x \cdot (T_{gc} - T_w) \quad (5)$$

onde T_{gc} é a temperatura dos gases nos tubos e T_w é a temperatura na parede.

A temperatura da superfície interna da parede dos tubos é considerada constante, igual à temperatura da água se vaporizando contida no corpo da caldeira.

A transferência de calor por radiação δQ_{rc} entre o gás e a superfície é um problema complexo. Para superfícies industriais com emitâncias ϵ_w acima de 0,8, como é o caso das caldeiras escocesas, pode-se utilizar a expressão proposta por Hottel (1967) aplicada ao elemento δx de tubo:

$$\delta Q_{rc} = \sigma \cdot \left(\frac{\epsilon_w + 1}{2} \right) \cdot \pi \cdot D_c \cdot \delta x \cdot (\epsilon_c \cdot T_{gc}^4 - \alpha_c \cdot T_w^4) \quad (6)$$

onde ϵ_c e α_c são a emitância e a absorbtância dos produtos de combustão e σ é a constante de Stefan e Boltzmann.

O balanço de energia em δx fornece:

$$\dot{m}_g \cdot C_{pc} \cdot T_{gc} = \dot{m}_g \cdot C_{pc} \cdot (T_{gc} + \delta T_{gc}) + \delta Q_{cc} + \delta Q_{rc} \quad (7)$$

Utilizando as condições de contorno mostradas na Figura 2 e fazendo uma integração numérica da equação, obtem-se o comprimento total dos tubos de convecção L_c :

$$L_c = \frac{-\dot{m}_g \cdot C_{pc}}{N \cdot \pi \cdot D_c} \int_{T_a}^{T_b} \frac{\delta T_{gc}}{\left\{ \sigma \cdot \left(\frac{\epsilon_c + 1}{2} \right) (\epsilon_c \cdot T_{gc}^4 - \alpha_c \cdot T_w^4) + h_c \cdot (T_{gc} - T_w) \right\}} \quad (8)$$

Fornalha

O comprimento da fornalha L_f guarda uma relação com o comprimento total dos tubos de convecção e o número de trajetos N_{tr} , tal que $L_f = L_c / N_{tr}$ (9)

O diâmetro da fornalha D_f é calculado levando em consideração a transferência de calor por radiação δQ_{rf} e por convecção δQ_{rc} no elemento de fornalha δx , conforme esquematizado na Figura 3.

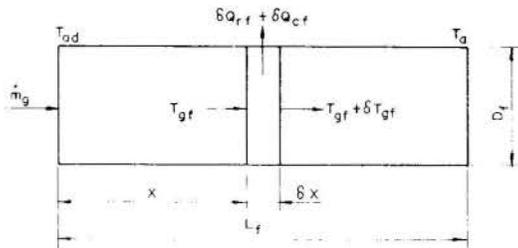


Figura 3. Transferência de calor na fornalha.

Equações de transferência de calor do mesmo tipo das utilizadas nos tubos de convecção, são aplicadas na fornalha, com as propriedades dos gases calculadas na temperatura média da fornalha. Assim:

$$D_f = \frac{-\dot{m}_g}{\pi \cdot L_f} \int_{T_a}^{T_b} \frac{C_{pf} \cdot \delta T_{gf}}{\left\{ \sigma \cdot \left(\frac{\epsilon_w + 1}{2} \right) (\epsilon_f \cdot T_{gf}^4 - \alpha_f \cdot T_w^4) + h_f \cdot (T_{gf} - T_w) \right\}} \quad (10)$$

Com este diâmetro da fornalha, calcula-se os valores efetivos da emitância ϵ_f e da absorptância α_f dos gases, num processo iterativo.

Concluído o processo de cálculo nos tubos de convecção e na fornalha, pelo qual se obteve, respectivamente, o comprimento total dos tubos e do diâmetro da fornalha, passa-se para a etapa seguinte, que consiste no cálculo do rendimento térmico.

Rendimento Térmico

O rendimento térmico η da caldeira é calculado pelo método das perdas:

$$\eta = 1 - \frac{Q_p}{Q_c} \quad (11)$$

onde Q_p é o calor total perdido pela caldeira e Q_c é o calor contido no combustível alimentado.

Para caldeiras escocesas, cujo combustível é um óleo, as perdas principais são: a perda da parede da caldeira por radiação Q_{pr} e convecção natural Q_{pc} para o ambiente e a perda no calor sensível Q_{ps} dos produtos da combustão que saem pela chaminé.

O valor calculado é comparado com o rendimento admitido anteriormente e, se o erro absoluto estiver fora de uma tolerância pré-definida, o valor calculado é usado para novo cálculo da descarga de combustível através da equação (1) e, consequentemente, da descarga dos produtos da combustão.

Cumprida esta etapa, repete-se o procedimento do cálculo do comprimento dos tubos de convecção e do diâmetro da fornalha, obtem-se novo valor do rendimento e compara-se com o anterior, até a convergência do processo.

QUEDA DE PRESSÃO NO CIRCUITO DOS PRODUTOS DA COMBUSTÃO

No cálculo da queda de pressão leva-se em consideração a queda de pressão dos gases por atrito na parede dos tubos e as quedas de pressão localizadas devido à variação de seção do escoamento, bem como à mudança de direção do escoamento dos gases.

OTIMIZAÇÃO DO PROJETO

A caldeira "ótima" visa o menor custo que, co-

mo foi visto, compreende dois custos principais: o custo de capital e os custos operacionais.

O custo de capital C_c levado em consideração foi o do valor de caldeira no mercado nacional, conforme dados da ATA Combustão Técnica S/A, através de correlação com a área total de troca térmica A_{st} (em m^2), segundo a equação:

$$C_c = 636,595 \cdot A_{st} + 33.974,263 \quad (22)$$

Para se obter o valor do custo de capital mensal C_{cm} , dividiu-se o custo de capital total pela duração de vida útil da caldeira. Os custos operacionais levados em consideração foram o custo de energia elétrica e o custo do consumo de combustível. O primeiro está relacionado com a potência dos ventiladores e esta com a queda de pressão dos gases no circuito de tubos que compõem a caldeira. O custo da energia elétrica mensal depende da energia consumida pelos ventiladores, e o custo do combustível é função da descarga de óleo BPF consumida e depende do rendimento térmico da caldeira. Os custos foram calculados em dólar. O custo total mensal é dado pela soma dos custos de capital e operacionais. A caldeira otimizada corresponde à de menor custo total mensal.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As condições de processo adotadas para exemplo são: descarga de vapor d'água = 3 t/h; pressão do vapor de água = 8 kgf/cm²; temperatura na saída da chaminé = 183°C; excesso de ar = 10%, e temperatura na saída da fornalha = 955 e 1150°C. O número de tubos em cada passagem variou de 10 a 400 tubos no primeiro trajeto da zona de convecção. O diâmetro dos tubos de convecção variou de 1" a 4", com incrementos comerciais. Os números de trajetos analisados foram 1, 2 e 3.

O custo total mensal C varia conforme o número de tubos N , como pode ser observado nas Figuras 4, 5 e 6, para 1, 2 e 3 trajetos, respectivamente. Existe um ponto para o qual o custo é mínimo para cada diâmetro D_c dos tubos. O custo mínimo varia com o número de trajetos, conforme pode ser observado nas tabelas contidas nas figuras, de uma caldeira com 20 tubos de 2" para 1 trajeto para uma de 120/120/120 tubos de 1" no caso de 3 trajetos. Os custos mínimos apresentados, no entanto, não diferem significativamente.

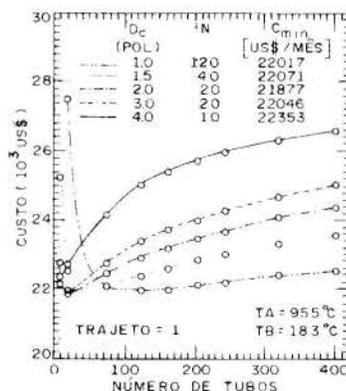


Fig. 4. Custo total para caldeiras com 1 trajeto e $T_a = 955^\circ C$.

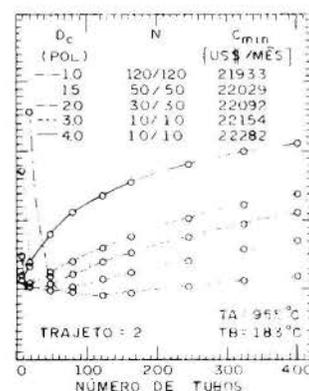


Fig. 5. Custo total para caldeiras com 2 trajetos e $T_a = 955^\circ C$.

A comparação das Figuras 5 e 7 permite analisar o efeito da temperatura na saída da fornalha, de 955°C no primeiro caso e de 1150°C no segundo caso, para caldeiras de 2 trajetos. Pode-se observar uma pequena redução no custo para um aumento na temperatura dos gases na saída da fornalha.

A Tabela 1 traz o comprimento e o diâmetro da fornalha em função do número e diâmetro dos tubos de convecção para uma caldeira com 2 trajetos. Observa-se que o comprimento tende a cair com o aumento do número

Tabela 4. Dimensões das caldeiras de menor custo mensal.

Número de tubos	D _c [pol]	T _a [°C]	L _f [m]	D _f [m]	C _{min} [US\$/mês]
20	2	955	15,38	0,0083	21877
120/120	1	955	3,15	1,41	21933
120/120/120	1	955	2,10	1,93	21917
120/120	1	1150	3,30	0,91	21877

A primeira caldeira é a de menor custo, mas a ela corresponde um diâmetro de fornalha de 0,0083 m e 15,35 m de comprimento, dimensões obviamente não adequadas para um equipamento real. A última caldeira é a recomendada, com uma relação L_f/D_f da ordem de 3,6, de acordo com as proporções encontradas na prática.

COMENTÁRIOS FINAIS

O método da Câmara Longa permite fazer o dimensionamento de uma caldeira, atendendo às condições de processo. Ele pressupõe, no entanto, combustão instantânea na entrada da fornalha e, em princípio, não permite a flexibilidade de, proposta uma geometria completa para a caldeira, verificar se ela atende às condições de processo desejadas. Os resultados obtidos mostraram também que simplificações do tipo das propostas por Chadderton, que desprezou a convecção na fornalha e, mais importante, a radiação na zona de convecção, pode levar a subdimensionamentos da caldeira, da ordem de 10-15%. É importante observar que o custo dominante é o do combustível. Em consequência, nas caldeiras estudadas, para as quais se impôs a temperatura de 183°C para os produtos da combustão na saída da chaminé, os custos mensais são aproximadamente iguais nas caldeiras de dimensões usuais localizadas na faixa de custo mínimo.

REFERÊNCIAS

- Chadderton, D.V., "Optimization of Fire-Tube Shell Boiler Design Parameters", J. Institute of Energy, Dec., 1981, pp. 205-212.
- Hottel, H.C. e Sarofim, A.F., "Radiative Transfer", McGraw-Hill, 1967.

SUMMARY

The thermal-hydraulic design of scotch tube shell boilers is usually performed in an empirical way. This work proposes a simple calculation procedure based on fundamental principles and on the long furnace model to take radiation heat transfer into consideration. It allows the design to get to an optimum in terms of attending the specifications and minimizing costs.

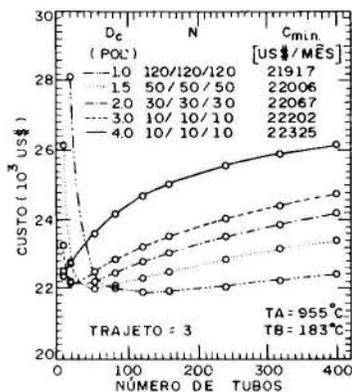


Fig. 6. Custo total para caldeiras com 3 trajetos e T_a = 955°C.

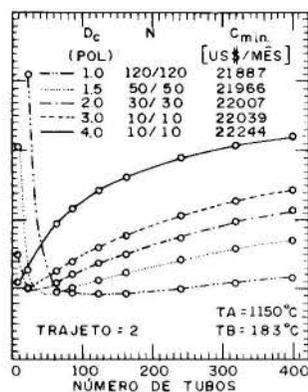


Fig. 7. Custo total para caldeiras com 2 trajetos e T_a = 1150°C.

mero de tubos, enquanto o diâmetro da fornalha tem comportamento oposto. O comprimento aumenta com o aumento do diâmetro dos tubos de convecção, enquanto o diâmetro da fornalha se comporta de maneira oposta.

Tabela 1. Comprimento L_f e diâmetro D_f da fornalha para caldeiras com 2 trajetos [em m].

N	D _c [pol]		
	1	2	4
10/10	10,7/0,92	9,1/0,57	14,2/0,24
40/40	8,0/0,64	6,5/0,78	9,1/0,58
80/80	6,9/0,74	5,4/0,91	6,7/0,77
120/120	6,3/1,41	4,7/1,02	5,5/0,92

Verificou-se que o comprimento total de tubos na zona de convecção não varia com o número de trajetos. O diâmetro da fornalha, no entanto, aumenta quando se aumenta o número de trajetos, como pode ser visto na Tabela 2.

Tabela 2. Diâmetro da fornalha D_f [em m] em função do número de trajetos.

N _{traj}	Número de tubos por trajeto		
	10	40	80
1	0,46	0,64	0,74
2	0,92	1,16	1,30
3	1,28	1,60	1,80

O aumento da temperatura na saída da fornalha de 955 para 1150°C causa um pequeno aumento no comprimento da caldeira e uma diminuição no diâmetro da fornalha, conforme a Tabela 3, para o caso de 2 trajetos nos tubos de convecção e tubos de 1 pol.

Tabela 3. Efeito da temperatura na saída da fornalha.

Dimensão [m]	Número de tubos por trajeto		
	10	40	80
L _f	10,7 / 11,2	8,0 / 8,4	6,9 / 7,2
D _f	0,92/0,57	1,16/0,74	1,30/0,84

A análise dos custos mínimos apresentados nas Tabelas das Figuras 4 a 7 mostra que, de um modo geral, os mínimos absolutos ocorreram para caldeiras de tubos de convecção de 1 pol com 120 tubos no 1º trajeto, com exceção da caldeira com 1 trajeto. As dimensões correspondentes a estas caldeiras estão na Tabela 4.

PROJETO E ANÁLISE DE DESEMPENHO TÉRMICO
DE EVAPORADORES POR CONTATO DIRETO

E. M. QUEIROZ e C. M. HACKENBERG
EQ e COPPE / UFRJ
C.P. 68502, 21945 RIO DE JANEIRO, RJ
FAX : 021-290.6626

SUMMARY

This work presents a comparison among the experimental and analytical results that were obtained in a pilot plant especially built to utilize the combustion gases, originated from the burning of 1 Kg/h of LPG, through the evaporating chamber of a direct contact evaporator. The developed equations to describe the simultaneous heat and mass transfer processes are shown to be adequate and the rate of evaporation may be directly estimated from the experimental values of the gas hold up.

EVAPORADORES POR CONTATO DIRETO - PROJETO

Os evaporadores por contato direto representam um subconjunto dos chamados trocadores de calor por contato direto, nos quais há a evaporação de um fluido em contato físico com um outro, com ele imiscível. Este contato é proporcionado através do borbulhamento ou gotejamento de um dos fluidos (fase dispersa) no outro (fase contínua), o que implica na ocorrência de fenômenos de transporte moleculares simultâneos no interior de cada fase e através da interface.

A evaporação por contato direto pode ser dividida em dois sub-grupos : (i) Evaporação de um líquido (fase dispersa) imiscível com a fase contínua, sem que haja transferência de massa através da interface; (ii) Evaporação da fase contínua na dispersa durante o borbulhamento de um gás.

O segundo, relacionado com o escopo do presente trabalho, está identificado aos equipamentos usualmente denominados de evaporadores por contato direto. O gás a ser borbulhado na fase contínua é, em geral, proveniente da combustão em câmaras especialmente projetadas para queima de combustíveis gasosos ou líquidos, estando em alguns casos a câmara de combustão submersa na própria solução (evaporadores por combustão submersa). Segundo Smith (1986) estes evaporadores podem ser utilizados na concentração de ácido sulfúrico (até 80 % p/p), ácido fosfórico (até 75 % p/p), líquidos com características de formarem incrustações em evaporadores convencionais, soluções viscosas ou mesmo suspensões aquosas (até 40 % em sólidos).

É oportuno ressaltar que a operação em regime estacionário destas unidades, definida para a condição de temperatura da fase contínua constante, não permite a utilização da mesma hipótese para o comportamento da fase dispersa. Este fato, aliado a ocorrência de transferência de calor e massa simultâneos no interior das bolhas, confere um alto grau de complexidade à modelagem matemática deste processo.

O projeto destes evaporadores é feito com base nas condições da solução a ser concentrada (vazão, concentração e temperatura) e na meta a ser atingida definida pelas condições do produto (concentrado) a ser obtido. O procedimento adotado é o de simulações sucessivas, muito empregado no projeto de equipamentos térmicos em geral.

Estas simulações são efetuadas definindo-se as condições do gás a ser borbulhado (função do projeto do sistema de combustão - não abordado no presente trabalho), a geometria da unidade e do sistema de

distribuição dos gases, a altura de borbulhamento e o tipo de operação (semi - batelada ou contínua). Os dados que caracterizam a solução a ser concentrada acrescidos de todos os parâmetros de projeto

anteriormente citados são fornecidos a um sistema de equações proveniente da modelagem matemática dos fenômenos termo - mássicos que ocorrem neste processo permitindo a determinação da taxa de evaporação e, em última análise, das condições do concentrado que seria obtido. Estas condições são então comparadas as metas estabelecidas no início do procedimento, até que haja convergência. Tanto as modificações a serem efetuadas nos parâmetros de projeto entre cada simulação quanto a definição do critério de convergência são funções da experiência do projetista, que terá o seu trabalho facilitado na ordem direta da qualidade dos resultados fornecidos pela modelagem adotada no procedimento de simulação.

No Laboratório de Termofluidodinâmica do Programa de Engenharia Química da COPPE/UFRJ, há alguns anos, está em andamento uma linha de pesquisa na área de evaporação por contato direto, com objetivo de desenvolver a modelagem adequada do projeto de tais unidades, Hackenberg (1975 e 1985), Hackenberg e Andrade (1975 e 1988). O presente trabalho, inserido na citada linha, realiza um estudo comparativo entre os resultados simulados, adotando - se a modelagem proposta por Queiroz e Hackenberg (1987), e os obtidos em uma unidade piloto, especialmente construída, operando em regime de semi-batelada. A fase contínua utilizada neste etapa dos estudos é água e a fase dispersa é o gás proveniente da combustão de 1 Kg/h de GLP, gerado em um combustor acoplado ao tanque de evaporação.

TERMOFLUIDODINÂMICA

O comportamento dinâmico do evaporador por contato direto é obtido através dos balanços globais de massa e energia na câmara de evaporação, onde os gases borbulhados são supostos imiscíveis na fase contínua, o arrasto de líquido pelo evaporado é desprezado e a temperatura da fase contínua, T_c , é considerada uniforme. Maiores detalhes com relação a estes balanços, podem ser encontrados em Lage e Hackenberg (1990). Nos experimentos aqui analisados onde o equipamento é operado em regime de semi - batelada, sendo a fase contínua um líquido puro, não há necessidade de se utilizar a equação representativa do balanço de massa do soluto, restando os balanços de massa global e de energia :

$$\frac{d}{dt} (\rho V_c) = -m_a \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\rho V_c C_p T_c) &= m_g \bar{C}_p' (\bar{T}_{gb} - \bar{T}'(\tau)) - \\ &- m_a (C_p (\bar{T}_s - T_c) + L + C_{pa} (T'(\tau) - \bar{T}_s)) + \\ &+ q_d - q_p \end{aligned} \quad (2)$$

onde ρ e C_p são a densidade e o calor específico da fase contínua; V_c é o volume de fase contínua no interior da câmara; m_g e \bar{T}_{gb} a vazão mássica total e a temperatura do gás borbuhlado, L o calor latente calculado na temperatura média, em relação ao tempo de residência da fase dispersa (τ), da interface (\bar{T}_s); C_{pa} o calor específico do evaporado; e $\bar{T}'(\tau)$ a temperatura média volumétrica da bolha ao aflorar da fase contínua.

A vazão mássica evaporada, m_a está relacionada ao fluxo médio evaporado ao longo da ascensão das bolhas ($\bar{\omega}$) por :

$$m_a = A_b \bar{\omega} \tau f n \quad (3)$$

onde A_b é a área superficial da bolha, considerada esférica com volume V ; n o número de orifícios no sistema de distribuição dos gases; e f a frequência de borbulhamento em cada orifício, calculada por :

$$f = m_g / (\rho_g V n) \quad (4)$$

sendo ρ_g a densidade do gás borbuhlado estimada a \bar{T}_{gb}

O estudo do comportamento termo - mássico da fase dispersa é efetuado supondo-se que as bolhas são esféricas, com raios constantes ao longo da ascensão. Isto implica em dizer que os parâmetros relativos à esta fase no sistema de equações (1), (2) e (3) - $\bar{T}'(\tau)$; \bar{T}_s ; $\bar{\omega}$ - são obtidos para bolhas individuais. A frequência de borbulhamento, f , determinada pela equação (4), é o parâmetro operacional responsável por extrapolar, na modelagem proposta, estes resultados para o conjunto das bolhas. Este fato confere grande importância à análise da fluidodinâmica da formação de bolhas, que irá permitir a determinação do volume da bolha formada, V , como uma função da vazão volumétrica borbuhlada por orifício.

Nas condições normais de operação de evaporadores por contato direto, Andrade e Hackenberg (1986) recomendam a utilização da equação de Davidson e Schüller :

$$V = 1,138 (m_g / (\rho_g n g^2))^{6/5} \quad (5)$$

onde g é a aceleração da gravidade.

Os parâmetros $\bar{T}'(\tau)$, \bar{T}_s e $\bar{\omega}$ são equacionados com base no modelo proposto por Queiroz e Hackenberg (1987), que descreve os campos de temperatura e concentração mássica no interior das bolhas durante a ascensão, através das equações das difusões térmica e mássica. O acoplamento dos fenômenos térmico e mássico é feito através dos saltos de fluxo na interface, utilizados na metodologia funcional desenvolvida por Hackenberg (1969) e aplicados para resolver o problema de contorno. A este procedimento adiciona-se a hipótese de haver saturação na interface implicando na existência de uma relação entre a temperatura e a concentração interfacial. Uma equação na forma da de Antoine, pode então ser utilizada e a sua linearização permite a obtenção de solução analítica para a descrição do comportamento da temperatura e concentração da fase dispersa e da interface. Ver detalhes em Queiroz e Hackenberg (1987) e Queiroz (1990). Deste modo o fluxo médio evaporado por bolha durante a ascensão é dada por

$$\bar{\omega} = (1/\tau) [(K_1/p') \{1 - \exp(-p'\tau)\} + (K_2/p'') \{1 - \exp(-p''\tau)\}] \quad (6)$$

onde:

$$K_1 = [1/(p'' - p')] [\omega(0)(p'' - \xi) - (T_s(0) - T_c)(B/\Gamma)]$$

$$K_2 = [1/(p'' - p')] [(T_s(0) - T_c)(B/\Gamma) - \omega(0)(p' - \xi)]$$

$$\xi = \frac{(\pi^2 \bar{h} + 2 A a L B) D' (1 + \lambda)}{(2 A L D' + \bar{h} a (1 + \lambda)) a}$$

$$\Gamma = \frac{\bar{h} a (1 + \lambda) + 2 A L D'}{2 A \bar{h} D' (1 + \lambda)}$$

$$\lambda = (2 k') / (\bar{h} a) \quad ; \quad B = \beta / (1 + \lambda)$$

sendo p' e p'' os módulos das raízes da equação característica do sistema para determinação do comportamento interfacial; h o coeficiente de transferência de calor na fase contínua, que de acordo com Hackenberg (1975) pode-se utilizar a correlação de Calderbank e Moo-Young (1961); A , o parâmetro de linearização da equação representativa do equilíbrio interfacial; a , o raio da bolha; D' e k' a difusividade mássica e a condutividade térmica da fase dispersa. Os parâmetros $\omega(0)$ e $T_s(0)$ são determinados por um sistema de equações algébricas gerado quando se faz o limite para o tempo tender a zero nas equações integro - diferenciais que descrevem o comportamento interfacial. Resolvendo o sistema :

$$T_s(0) = [T_c + \lambda T_o - (L/\bar{h})\omega(0)] / (1 + \lambda) \quad (7)$$

$$\omega(0) = \xi [C_s(T_r) - C_o + \{-T_r + (T_c + \lambda T_o) / (1 + \lambda)\}]$$

$$\text{onde } \xi = [(a/2 D') + (A L/\bar{h}(1 + \lambda))] \quad (8)$$

e T_o e C_o são a temperatura e a concentração da bolha no início da etapa de ascensão, consideradas neste trabalho como iguais aos parâmetros correspondentes determinados para as condições do gás borbuhlado; e T_r é a temperatura de referência para a linearização da relação de equilíbrio interfacial.

A temperatura média volumétrica da bolha ao aflorar da solução, $\bar{T}'(\tau)$, pode ser representada por :

$$\begin{aligned} \bar{T}'(\tau) - T_o &= (1/(1 + \lambda)) \{ (Y_1/B) [1 - \exp(-B\tau)] + \\ &+ (Y_2/p') [1 - \exp(-p'\tau)] + (Y_3/p'') [1 - \exp(-p''\tau)] - \\ &- [(T_o - T_c) + \omega(0)(L/\bar{h})] - \\ &- (6/\pi^2) \{ (Y_1/(\beta - B)) \exp(-B\tau) [1 - \exp(-(\beta - B)\tau)] + \\ &+ (Y_2/(\beta - p')) \exp(-p'\tau) [1 - \exp(-(\beta - p')\tau)] + \\ &+ (Y_3/(\beta - p'')) \exp(-p''\tau) [1 - \exp(-(\beta - p'')\tau)] - \\ &- [(T_o - T_c) + \omega(0)(L/\bar{h})] \exp(-\beta\tau) \} \} \quad (9) \end{aligned}$$

$$\text{onde : } \beta = \alpha' \pi^2 / a^2$$

$$Y_1 = B \lambda \{ (LB/\bar{h}) [(K_1/(p' - B)) + (K_2/(p'' - B))] - (T_o - T_c) \}$$

$$Y_2 = (L K_1/\bar{h}) \{ p' - B \lambda - B^2 \lambda / (p' - B) \}$$

$$Y_3 = (L K_2/\bar{h}) \{ p'' - B \lambda - B^2 \lambda / (p'' - B) \}$$

sendo α' a difusividade térmica da bolha.

No que diz respeito à temperatura \bar{T}_s o procedimento de solução cujos resultados são aqui apresentados determina uma expressão para o seu cálculo, proveniente do mesmo sistema que permite escrever a equação (6). Em virtude da resistência convectiva externa as bolhas ser muito pequena (fato já constatado por diversos autores, Hackenberg e Andrade (1988) e Guy et al. (1990) o trabalho advindo da utilização desta equação pode ser evitado, desde que se considere que \bar{T}_s é praticamente igual a

temperatura da fase contínua.

Na equação (2), a parcela q_p representa a taxa de transferência de calor perdida para o ambiente, estimada considerando-se que haja perdas somente através das superfícies em contato com a solução. Nesta mesma expressão, o termo q_d representa a taxa de transferência de calor entre a solução e os gases quentes, ainda no interior do sistema para sua distribuição.

A geometria adotada para a construção do sistema de distribuição dos gases causa algumas dificuldades no estudo da transferência de calor através de suas superfícies, mas tem a grande vantagem de facilitar os procedimentos para acender o combustor e propiciar sua operação sem a ocorrência de instabilidades no campo da pressão.

Para fechar o equacionamento proposto falta a determinação da retenção gasosa, ϵ , na câmara de evaporação. Este parâmetro de projeto é fundamental na relação entre o volume de fase contínua no interior do equipamento, V_c , e a altura de borbulhamento, H :

$$V_c = \pi \phi^2 (H(1-\epsilon) + H_{bo})/4 \quad (10)$$

onde ϕ é o diâmetro interno do evaporador e H_{bo} a altura entre o fundo do equipamento e o plano onde encontram-se os orifícios no distribuidor.

Devido às dificuldades no estudo da ascensão de conjunto de bolhas, propõe-se, neste trabalho, a determinação da velocidade média de ascensão das bolhas, u , utilizada na determinação do tempo de residência das bolhas no processo, τ , através de:

$$u = v_g/\epsilon \quad (11)$$

onde v_g é a velocidade superficial da fase gasosa, considerada, em analogia aos procedimentos de projeto de colunas de borbulhamento, constante e calculada com base nas condições nas quais o gás é borbulhado, (m_g , T_{gb}).

Deste modo fica caracterizada a grande importância do parâmetro retenção gasosa, ϵ , que é função da geometria do evaporador, suas condições operacionais e das propriedades termo-físicas, principalmente da fase contínua. A definição de uma correlação para a sua determinação é, até hoje, um ponto crítico nos procedimentos de projeto de colunas de borbulhamento (ver Shah et al. (1982)) e por extensão no projeto de evaporadores por contato direto. Neste trabalho utiliza-se, na simulação, valores da retenção gasosa obtidos experimentalmente através de leituras em indicador de nível (H -Fig.1).

DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO

O evaporador por contato direto construído no Laboratório de Termofluidodinâmica do PEQ/COPPE/UFRJ tem como corpo um tambor comercial de 200 litros ($\phi = 0,57$ m, altura de 0,83 m), isolado externamente com uma manta de lã de vidro de 5 cm de espessura, protegida por alumínio corrugado.

O sistema de distribuição dos gases é construído com tubos e conexões de ferro galvanizado. O tubo central tem 2" e as oito hastes, dispostas em um plano paralelo à base do evaporador, têm 3/4" de diâmetro e comprimento médio de 21 cm, com um total de 288 orifícios de 1,3 mm de diâmetro.

Um esquema do evaporador é apresentado na figura - 1. Mais detalhes podem ser encontrados em QUEIROZ (1990).

A temperatura dos gases quentes é medida por um termopar tipo K em uma posição logo acima da tampa do equipamento e a temperatura da fase contínua é obtida utilizando-se um termoresistor de platina (Pt-100) posicionado em uma haste móvel que permite medições em diversas alturas no interior da solução. Este sistema permitiu comprovar a hipótese, já utilizada no balanço térmico (equação (2)), de que a

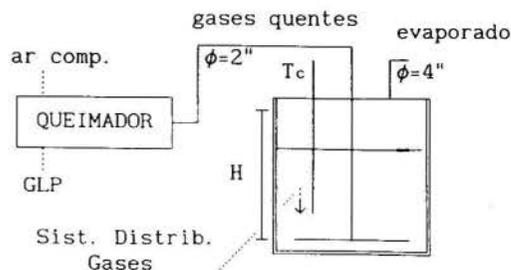


Figura 1 - Esquema da Aparentagem

temperatura na fase contínua é uniforme em consequência da grande movimentação das bolhas.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O evaporador é operado em regime de semi-batelada. Alimenta-se inicialmente uma certa quantidade de fase contínua (água), e após inicia-se o borbulhamento dos gases, que é mantido até que a temperatura da fase contínua seja constante por um determinado período de tempo. Quando isto ocorre define-se que o evaporador entrou no regime estacionário, apesar da altura de borbulhamento continuar decrescendo lentamente.

As condições dos gases borbulhados ao serem introduzidos no evaporador são praticamente as mesmas em todos os experimentos aqui apresentados. Estes gases são gerados na combustão de GLP, com fórmula empírica $C_{3,3}H_{8,5}$, possuindo uma vazão mássica de $5,4 \pm 0,5$ g/s e a seguinte composição em fração molar 0,09 - CO_2 ; 0,12 - H_2O ; 0,05 - O_2 ; 0,74 - N_2 .

Sua temperatura, já corrigidos os erros decorrentes dos efeitos radiantes na sonda de leitura, pode ser considerada constante e igual a 1066 K (Queiroz, 1990)

Os resultados para a altura de borbulhamento e a temperatura da fase contínua obtidos em três séries experimentais, caracterizadas por diferentes quantidades iniciais de líquido no equipamento, são apresentados na figura - 2. Estes experimentos, considerados representativos no conjunto de resultados disponíveis, foram realizados com uma temperatura ambiente média de 299 K.

CONFRONTO TEÓRICO-EXPERIMENTAL

Na figura - 2 também estão representados os resultados do procedimento de simulação, proposto neste trabalho, tomando como hipótese que não há transferência de calor entre a solução e os gases quentes ($q_d = 0$), antes que eles sejam borbulhados; e utilizando $\epsilon = 0,05$ como valor médio para a retenção gasosa medida nas três séries experimentais. Estas suposições podem explicar as discrepâncias observadas na temperatura da fase contínua, T_c .

Alguns parâmetros calculados durante o procedimento de simulação, podem ser vistos na tabela - 1.

TABELA - 1 : Parâmetros operacionais

EXP.	$\bar{T}_{gb}(K)$	a(cm)	u(cm/s)
01	975	0,80	120,4
02	993	0,81	122,6
03	1024	0,82	127,6

A diferença entre o valor medido da temperatura dos gases quentes e o valor da temperatura média dos gases borbulhados, apresentados na tabela - 1, ocorre em função da transferência de calor entre estes gases e o evaporado, na câmara de evaporação acima da solução. Sua determinação é feita considerando-se dominantes, no interior do tubo, o mecanismo convectivo e em seu exterior o mecanismo radiante, sendo o evaporado um meio absorvedor e emissor (ver

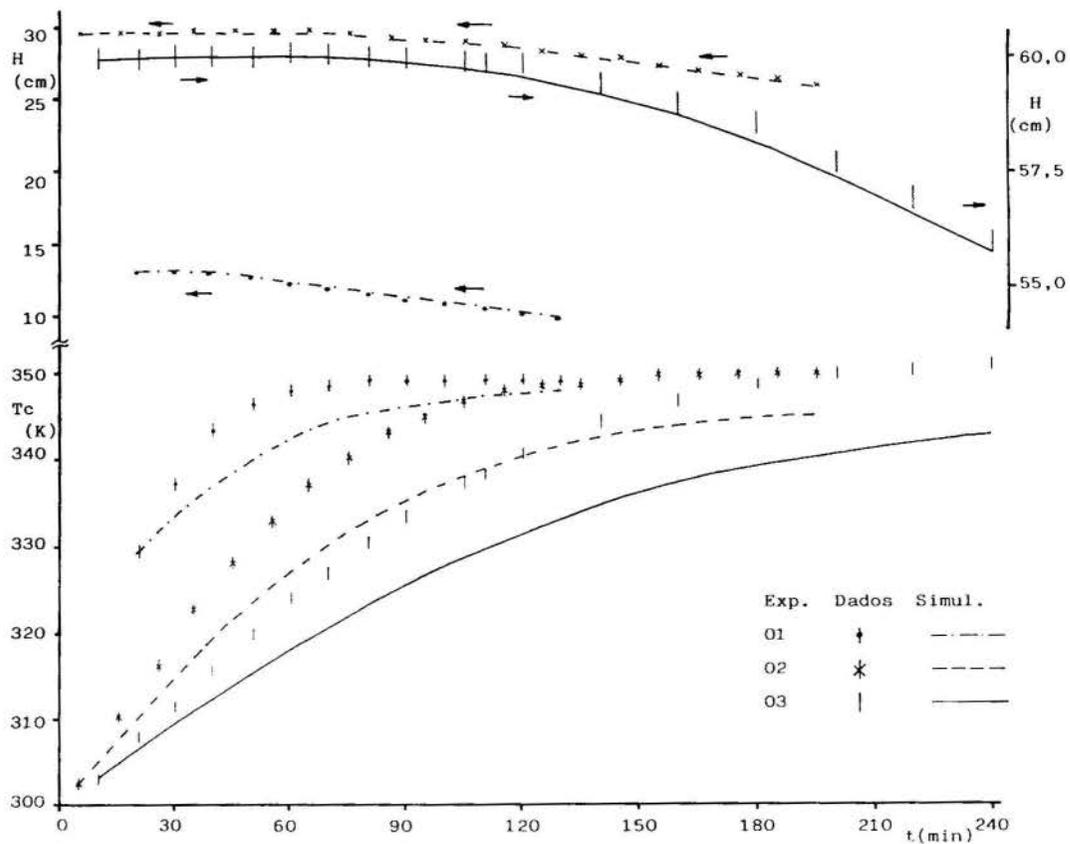


Figura 2 - Temperatura e Altura de Borbulhamento da Fase Contínua

detalhes em Queiroz 1990).

O valor da velocidade de ascensão, que também aparece na tabela - 1, pode ser explicado pela excessiva circulação da solução induzida pelo borbulhamento, provocando o arrasto das bolhas que atingem velocidades superiores às obtidas quando a fase contínua encontra-se estacionária.

CONCLUSÕES

Apesar da complexidade envolvida na modelagem do processo de evaporação por contato direto, o procedimento de simulação aqui proposto apresenta resultados que descrevem de forma bastante razoável os dados operacionais disponíveis.

No que se refere ao projeto de evaporadores por contato direto, a grande quantidade de parâmetros previstos ao longo da simulação indicam que a modelagem proposta tem grande potencial para ser utilizada no procedimento de simulações sucessivas. Entretanto, este potencial será aumentado na medida em que métodos para a previsão da retenção gasosa sejam desenvolvidos, possibilitando a simulação sem a necessidade de se arbitrar um valor para este parâmetro.

BIBLIOGRAFIA

- .Andrade, A.L. e Hackenberg, C.M., " Transferência de Calor e Massa em Bolhas Superaquecidas ". Anais do II Cong. Lat. Am. Transf. Calor e Matéria, Vol.1, pp.530/543, USP, São Paulo, 1986.
- .Calderbank, P.H. e Moo-Young, M.B., " The Continuous Phase Heat and Mass Transfer Properties of Dispersions ". Chem. Eng. Sci., 16, 1961.
- .Guy, C. et al., " Direct Contact Heat and Mass Transfer : Applications to Submerged Combustion". 5th. Miami Int. Symp. Multiphase Transp. & Part. Phenomena, 1988.

.Hackenberg, C.M., " On the Unsteady Resistance of Spherical Submerged Bodies ". Ph.D. Thesis, Univ. of Florida, Gainesville, FL, USA, 1969.

.Hackenberg, C.M., " Transferência de Calor em Processos de Borbulhamento ". VI Cong. Interamericano Eng. Química, Caracas, Venezuela, 1975.

.Hackenberg, C.M. e Andrade, A.L., " Transferência de Calor Transiente em Processos de Borbulhamento : Determinação da Temperatura Superficial ". VI Cong. Interamericano Eng. Quím., Caracas, Venezuela, 1975.

.Hackenberg, C.M., " O Movimento Acelerado e sua Influência na Transferência de Calor de Bolhas Esféricas ". Mem. II Simp. Nac. Ciências Térmicas, UNAM, México, pp. 190-197, 1985.

.Hackenberg, C.M. e Andrade, A.L., " Transient Surface Temperature of Superheated Bubbles ". In: Veziroglu, T.N. (Ed.) " Particulate Phenomena and Multiphase Transport". Hemisphere Publ. Corp., Washington, vol.1, pp. 377-382, 1988.

.Lage, P.L. e Hackenberg, C.M., " Simulation and Design of Direct Contact Evaporators ". In: Veziroglu, T.N.(Ed.), " Multiphase Transport and Particulate Phenomena " Hemisphere Publ. Corp., New York, vol.2, pp. 577-592, 1990.

.Queiroz, E.M., e Hackenberg, C.M., " O Equilíbrio Interfacial e a Previsão da Taxa de Evaporação em Bolhas Superaquecidas ". An. I Simp. Bras. Transf. Calor e Massa, Campinas, pp. 448-455, 1987.

.Queiroz, E.M., " Transferência Simultânea de Calor e Massa em Processos de Borbulhamento ". Tese D.Sc., COPPE/UFRJ, 1990.

.Sha, Y.T. et al., " Design Parameters Estimations for Bubble Column Reactors ". AIChE J., 28 (3), pp. 353-379, 1982.

.Smith, R.A., " Vaporisers - Selection, Design & Operation " John Wiley & Sons, New York, 1986.

ESTUDO TEÓRICO DO COMPORTAMENTO TÉRMICO, EM REGIME TRANSIENTE, DE COLETORES SOLARES INFLÁVEIS

MACHADO, L.*; KOURY, R.N.N.*; BARCELLOS, K.M.*; MONCHOUX, F.**
*Depart^o de Engenharia Mecânica, UFMG, Av. Antônio Carlos, 6627
31.270 - Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil
**Laboratoire Energie Solaire et Thermique de L'Habitat,
118, Route de Narbonne - 31.062 - Toulouse - France

RESUMO

Apresenta-se, neste trabalho, uma modelagem físico-matemática de coletores solares infláveis para o aquecimento de ar, em regime transiente, com discretização espacial, objetivando a otimização de projeto. Apresenta-se, também, a metodologia utilizada para a solução do sistema de equações diferenciais que compõem o modelo. Os resultados computacionais mostram que o desempenho dos coletores solares em questão depende grandemente de todos os parâmetros de entrada e de alguns parâmetros que definem a geometria do mesmo.

INTRODUÇÃO

De forma geral, sistemas de aquecimento que utilizam coletores solares apresentam um baixo rendimento térmico. Principalmente por isso, o desempenho satisfatório de coletores solares depende fundamentalmente de um projeto adequado. Nas duas últimas décadas, centenas de estudos nesta área permitiram um bom desenvolvimento de coletores solares convencionais, em particular, coletores planos. Por outro lado, são poucos os trabalhos que tratam sobre coletores solares infláveis, mesmo assim, estes são restritos a análise do comportamento em regime permanente do coletor (Koury et al, 1982; Szokolay, 1975 e Mejia, 1979).

O objetivo deste trabalho é a apresentação de uma metodologia de modelagem, em regime transiente, com discretização espacial, de coletores solares infláveis para o aquecimento de ar e a análise dos parâmetros que afetam o seu comportamento operacional.

MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

O coletor modelado tem a configuração mostrada na figura 1, sugerida por Koury et al (1982), que propõe para o absorvedor uma placa plana de PVC negro e flexível e coberturas cilíndricas de PVC transparente e flexível. Para a modelagem, o coletor foi dividido em N volumes de controle (na fig. 1 está indicado um dos volumes de controle), sendo que em cada um destacam-se quatro regiões de temperaturas diferentes, a saber: a placa absorvedora (temperatura T_p), a porção de ar (temperatura T_f), a cobertura inferior (temperatura T_{ci}) e a cobertura superior (temperatura T_{cs}).

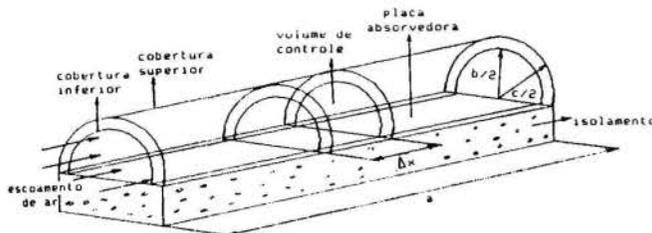


Fig. 1. Coletor solar inflável.

Através de balanços de energia, feitos a partir da primeira lei da termodinâmica e em condição de regime transiente, obtém-se para cada volume de controle quatro equações diferenciais:

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{1}{d_p \cdot b \Delta x \rho_p \cdot c_{p,p}} \left[\frac{S \cdot b \Delta x \cdot \tau_c \cdot \alpha_p}{1 - (1 - \alpha_p) \cdot \rho_c} - hc_{p,f} \cdot b \Delta x \cdot (T_p - T_f) - \frac{k_i \cdot b \Delta x}{e_i} \cdot (T_p - T_{ci}) - hr_{p,ci} \cdot b \Delta x \cdot (T_p - \bar{T}_{ci}) \right] \quad (1)$$

$$\frac{dT_f}{dt} = \frac{1}{d_f \cdot \frac{\pi b^2 \Delta x}{8} \cdot c_{v,f}} \left[hc_{p,f} \cdot b \Delta x \cdot (T_p - T_f) - hc_{f,ci} \cdot \frac{\pi b \Delta x}{2} \cdot (T_f - T_{ci}) + \dot{m}_f \cdot c_{p,f} (T_{f,e} - T_{f,e}) \right] \quad (2)$$

$$\frac{dT_{ci}}{dt} = \frac{1}{d_c \cdot \frac{\pi b \Delta x e}{2} \cdot c_{p,c}} \left[\frac{S \cdot (1 - \rho_c - \tau_c) \cdot b \Delta x}{2} + hc_{f,ci} \cdot \frac{\pi b \Delta x}{2} \cdot (T_f - T_{ci}) + hr_{ci,p} \cdot \frac{\pi b \Delta x}{2} \cdot (T_p - T_{ci}) - hr_{ci,cs} \cdot \frac{\pi b \Delta x}{2} \cdot (T_{ci} - \bar{T}_{cs}) - \frac{2\pi k_f \Delta x}{\ln(c/b)} \cdot (T_{ci} - T_{cs}) \right] \quad (3)$$

$$\frac{dT_{cs}}{dt} = \frac{1}{d_c \cdot \frac{\pi c \Delta x e}{2} \cdot c_{p,c}} \left[\frac{S \cdot (1 - \rho_c - \tau_c) \cdot c \Delta x}{2} + \frac{2\pi k_f \Delta x}{\ln(c/b)} (T_{ci} - T_{cs}) + hr_{cs,ci} \cdot \frac{\pi c \Delta x}{2} \cdot (T_{ci} - T_{cs}) - hc_{cs,a} \cdot \frac{\pi c \Delta x}{2} \cdot (T_{cs} - T_a) - hr_{cs,u} \cdot \frac{\pi c \Delta x}{2} \cdot (T_{cs} - T_{cu}) \right] \quad (4)$$

Deve-se notar que, para N volumes de controle, o total de equações é na verdade 4N. Tal conjunto de equações diferenciais, juntamente com as condições iniciais, formam um sistema que deve ser solucionado através de um método numérico adequado. Ainda com relação as equações de (1) a (4), deve-se esclarecer que:

(i)- Devido à pequena espessura e à baixa condutividade térmica da placa e das coberturas, a condução axial nesses elementos foi negligenciada;

(ii)- Tendo em vista a pequena distância entre as coberturas, pode-se considerar que a troca de calor entre elas ocorre por meio de condução térmica;

(iii)- A radiação solar atinge perpendicularmente o topo da cobertura;

(iv)- Os coeficientes convectivos $h_{c,p}$, $h_{c,ci}$ e $h_{c,ce}$ foram calculados, segundo Duffie (1980), pelas expressões:

$$h_c = \frac{0,0158 k_f}{\mu_f^{0,8}} \cdot \frac{G^{0,8}}{D_H^{0,2}} \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \quad (5)$$

$$\text{onde } G = \frac{\dot{m}_f}{\pi b^2/8} \text{ e } D_H = \frac{4(\pi b^2/8)}{b(1+\pi/2)}$$

$$h_c = 3,0 v + 2,8 \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \quad (6)$$

(v)- Os coeficientes de radiação $h_{r,p,ci}$, $h_{r,ci,p}$, $h_{r,ci,ce}$, $h_{r,ce,ci}$ e $h_{r,ce,a}$ foram definidos com o objetivo de linearizar os termos de troca de calor por radiação e, desta forma, facilitar a solução do sistema de equações diferenciais. A expressão para o cálculo de $h_{r,p,ci}$ é:

$$h_{r,p,ci} = \frac{\sigma(T_p^4 - \bar{T}_{ci}^4)}{T_p - \bar{T}_{ci}} \cdot \frac{\epsilon_p F_{p,ci}}{F_{p,ci}(1-\epsilon_p) + \epsilon_p} \quad (7)$$

A temperatura \bar{T}_{ci} é a temperatura média ao longo de todo o comprimento da cobertura inferior, em um certo instante t, ou seja:

$$\bar{T}_{ci} = \frac{\sum_{i=1}^N T_{ci}(I)}{N} \quad (8)$$

É importante notar que o fator de forma $F_{p,ci}$, de um elemento da placa para toda a cobertura inferior, é função da posição que tal elemento ocupa sobre a placa. A equação (9), sugerida neste trabalho, exprime uma variação razoável do fator de forma ao longo do coletor. A fig. 2 mostra graficamente o comportamento desta equação.

$$F_{p,ci}(x) = e^{\left[\frac{-4 \ln 2}{a^2} \right] \cdot x^2} \quad (9)$$

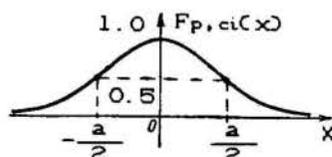


Fig. 2. Variação do fator de forma ao longo do coletor.

Os coeficientes $h_{r,ci,p}$, $h_{r,ci,ce}$ e $h_{r,ce,ci}$ são calculados de forma análoga ao de $h_{r,p,ci}$. Deve-se observar que $h_{r,p,ci} \neq h_{r,ci,p}$, e também $h_{r,ci,ce} \neq h_{r,ce,ci}$. Já o coeficiente $h_{r,ce,a}$ é de cálculo mais simples pois o fator de forma de um elemento da cobertura superior para o céu é sempre unitário, independente da posição x. Assim, seu valor é:

$$h_{r,ce,a} = \epsilon_c \cdot \sigma \cdot \left[\frac{T_{cs}^4 - T_{ceu}^4}{T_{cs} - T_{ceu}} \right] \quad (10)$$

A temperatura do céu foi adotada como $T_{ceu} = T_a - 2$.

(vi)- A solução do sistema de equações diferenciais através do método numérico proposto por Hindmarsh (1974), que consiste de um pacote de subrotinas denominado GEAR, fornece o perfil térmico ao longo do coletor a cada passo temporal Δt . Assim, na geração do perfil térmico no instante de tempo t, já são conhecidos todos os perfis dos instantes de tempo $t-\Delta t$, $t-2\Delta t$, etc. Por outro lado, vários parâmetros das equações de (1) a (4) são funções da temperatura, como é o caso dos coeficientes de radiação, dos coeficientes convectivos, da densidade do ar, etc. Tais valores, na geração do perfil térmico do instante t, podem ser calculados a partir do perfil térmico do instante $t-\Delta t$. Desde que Δt seja suficientemente pequeno, o erro será desprezível. Também as temperaturas médias \bar{T}_{ci} , \bar{T}_p e \bar{T}_{ce} devem ser calculadas desta forma.

SIMULAÇÃO DO COLETOR EM OPERAÇÃO

Para simular o comportamento do coletor solar inflável, foi criado um programa computacional para solucionar o sistema com as 4N equações diferenciais. Este programa teve como suporte o pacote de subrotinas GEAR. Para a utilização do pacote GEAR, as equações diferenciais devem ser lineares e ordinárias e, naturalmente, as condições iniciais devem ser conhecidas.

Para a simulação, foram utilizados os seguintes valores:

(i) Geometria do coletor:

Os valores do diâmetro da cobertura inferior (b) e o comprimento do coletor (a) foram variados a fim de testar suas influências sobre o desempenho do coletor. Os valores da espessura do isolamento, espessura da placa, espessura de cada cobertura e a distância entre elas foram, respectivamente: $e_i = 0,20m$; $e_p = e_c = 0,002m$; $a_{ec} = 0,003m$.

(ii) Discretização:

$$N = 15; \Delta t = 10s.$$

(iii) Ar:

Vários parâmetros do ar são funções da temperatura, como a densidade, viscosidade dinâmica, etc. Tais parâmetros foram calculados através de equações que apresentaram erro máximo de 3% dentro da faixa de temperatura estudada. A temperatura ambiente e a velocidade do vento foram adotadas como $T_a = 300 K$ e $v = 2,0 m/s$. A vazão mássica de ar (\dot{m}) foi variada a fim de estabelecer sua influência sobre o desempenho do coletor.

(iv) Propriedades da placa, das coberturas e do isolamento:

De acordo com os valores apresentados por Koury et al (1982), foram utilizados neste trabalho:

$$\tau_c = 0,72; \quad \rho_c = 0,20; \quad \alpha_c = \varepsilon_c = 0,10;$$

$$\alpha_p = \varepsilon_p = 0,90; \quad d_p = d_c = 2010 \text{ kg/m}^3;$$

$$c_{p,p} = c_{p,c} = 835 \text{ J/kgK}; \quad k_t = 0,038 \text{ W/mK}$$

(v) Condições iniciais:

Em $t = 0$, T_p , T_f , T_{ci} e T_{cs} , ao

longo de todo o coletor, foram considerados iguais a T_a (300 K).

(vi) Radiação solar incidente:

A operação do coletor foi simulada para dois tipos de fluxo de radiação solar, a saber:

.céu limpo, com fluxo constante $S = 700 \text{ W/m}^2$;
 .céu com nuvens (fig.3), segundo valores experimentais para a cidade de Belo Horizonte, publicado por Vilela, (1992).

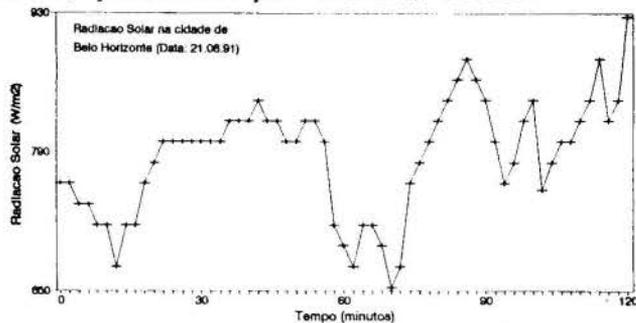


Fig. 3. Fluxo de radiação solar com nuvem.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

A partir das simulações realizadas, o comportamento do coletor pode ser resumido através dos gráficos e tabela apresentados a seguir.

A figura 4 mostra como a temperatura da placa absorvedora variou no tempo, em diferentes condições de operação do coletor.

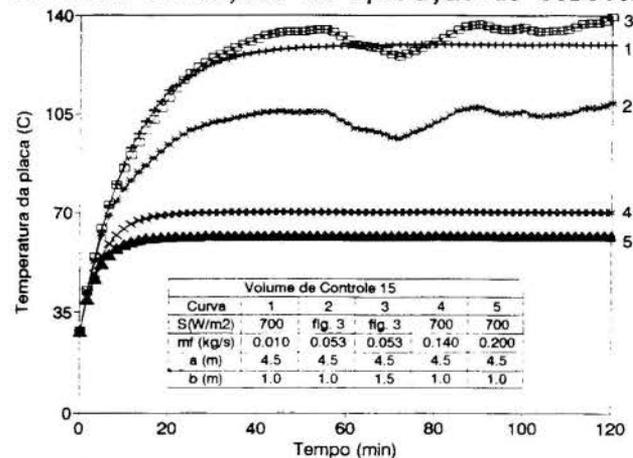


Fig. 4. Temperatura T_p versus tempo.

Os resultados obtidos indicam que, sob condições de nuvem (curvas 2 e 3), o coletor não atingiu o regime permanente até mesmo após 2 h de exposição. Também para condições de céu limpo, o tempo para o coletor atingir regime permanente foi alto em certas condições de operação do coletor (curva 1). Assim, considerando o grande tempo que o coletor solar leva para atingir o regime permanente, o modelo em regime transitório proposto neste trabalho se mostra adequado.

A figura 5 apresenta a variação no tempo das temperaturas T_p , T_f , T_{ci} e T_{cs} . A vazão de ar escolhida, de 0,053 kg/s, é a vazão de teste recomendada pelo National Science Foundation, publicada por Kreider (1975).

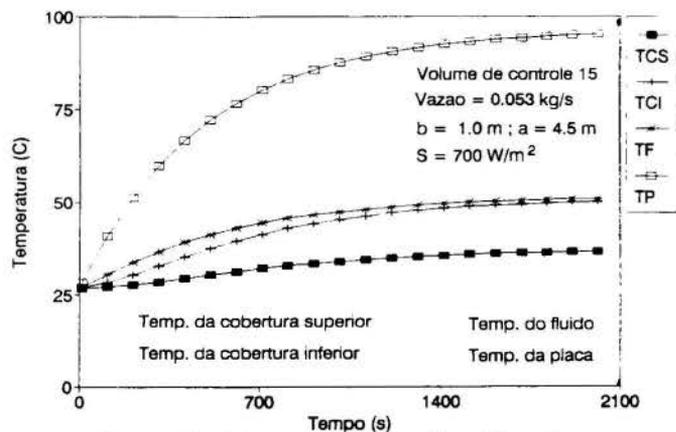


Fig. 5. Temperaturas T_p , T_f , T_{ci} e T_{cs} versus tempo.

Os resultados indicam que a temperatura do ar no interior do coletor e da cobertura inferior, não apenas no volume de controle 15, mas também em todos os outros pontos do coletor, apresentaram valores muito próximos. Isto significa que o sistema de duas coberturas atua como um ótimo isolante térmico, não obstante a sua menor transmitividade em relação ao sistema de uma cobertura. Também para outras condições de operação, o sistema de dupla cobertura mostrou-se ótimo isolante térmico.

A figura 6 ilustra o efeito que o comprimento do coletor tem sobre a sua eficiência térmica local.

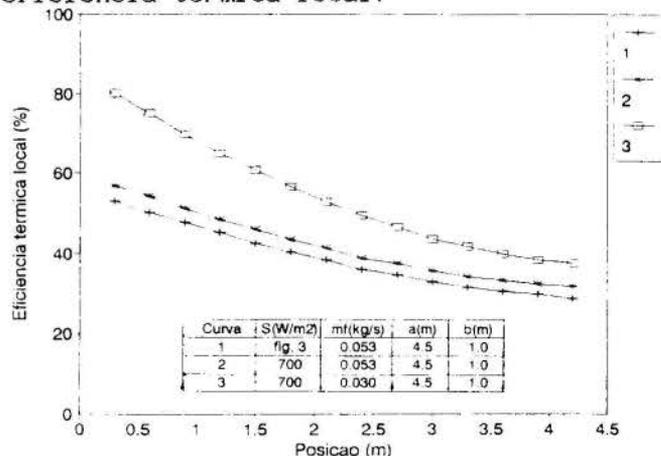


Fig. 6. Influência da vazão sobre a eficiência térmica ao longo do coletor.

Os resultados indicam que, para qualquer valor de vazão, a eficiência térmica do coletor decresceu ao longo do mesmo, em direção à saída do ar, isto significa dizer que a eficiência média do coletor diminui à medida em que se aumenta o seu comprimento. Tal fato, sugere que um arranjo com vários módulos de coletores em paralelo (cada um com um comprimento que garanta uma boa eficiência térmica) pode fornecer o mesmo efeito útil e com eficiência térmica mais elevada do que um só coletor formando o sistema aquecedor. Deve-se esclarecer que para o cálculo da eficiência térmica na interface de dois volumes de controle (I e I+1) foi utilizada a equação:

$$\eta_{I,I+1} = \frac{\dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot (T_f(I+1) - T_f(I))}{S_b \Delta x} \quad (11)$$

A figura 7 apresenta o comportamento da eficiência térmica global do coletor em função da vazão de ar.

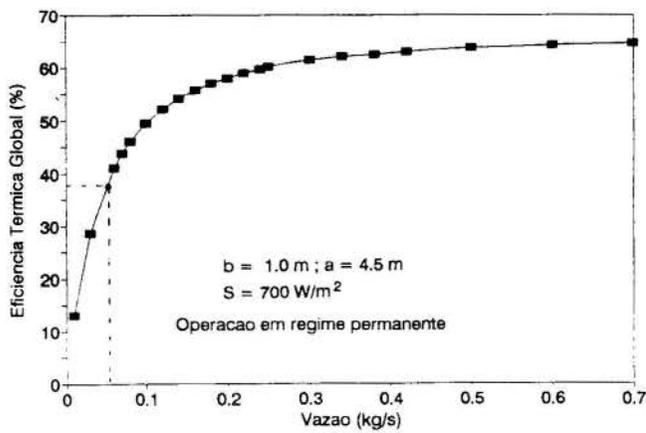


Fig. 7. Eficiência térmica global versus vazão.

Os resultados confirmam a previsão teórica que indica eficiências térmicas altas para vazões altas (pequenas perdas térmicas), não obstante a baixa temperatura atingida pelo fluido de trabalho. Mas o fato importante, em destaque no gráfico, é que mesmo para a vazão de teste a eficiência térmica global do coletor apresentou-se relativamente alta (38%). A eficiência térmica global do coletor foi calculada pela equação:

$$h_g = \frac{\dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot (T_f(15) - T_f(1))}{S \cdot b \cdot a} \quad (12)$$

Considerando que a grande aplicação do coletor solar estudado é em secagens de grãos, onde a temperatura de saída do ar exerce papel primordial, é apresentado a seguir uma tabela que fornece a temperatura do ar na saída do coletor, sob diversas condições de operação. Assim, de acordo com a solicitação da secagem (vazão de ar, temperatura e umidade do ar na saída do coletor, etc.), o coletor ideal poderá ser dimensionado de forma rápida e econômica através da simulação de seu comportamento, utilizando-se o programa computacional aqui proposto.

CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO				T _f (°C) I = 15 t = 2h
S (W/m ²)	m _f (kg/s)	a (m)	b (m)	
700	0,053	4,5	1,0	50,9
700	0,10	4,5	0,5	37,2
700	0,10	4,5	1,0	43,1
700	0,10	4,5	1,5	49,7
700	0,10	6,0	1,0	30,8
700	0,01	4,5	1,0	33,5
700	0,25	4,5	1,0	34,6
segundo fig. 3	0,053	4,5	1,0	56,4

Portanto, a partir dos resultados obtidos neste trabalho, pode-se concluir, de forma sucinta, que:

(i) O tempo que o coletor solar leva para atingir o regime permanente depende de muitos fatores, entre eles, geometria do coletor, vazão de ar, tipo de radiação solar, etc.;

(ii) Em geral, o tempo que o coletor solar leva para atingir o regime permanente é grande, justificando o tratamento em regime transitório utilizado no modelo;

(iii) O sistema de dupla cobertura apresentou-se como ótimo isolante térmico;

(iv) A eficiência térmica local e global decresce à medida em que se aumenta o comprimento do coletor;

(v) O modelo utilizado é de grande flexibilidade, permitindo obter vários valores para a temperatura de saída do ar, mediante alterações de parâmetros como o comprimento e a largura do coletor, a vazão de ar, etc.;

(vi) A eficiência média do coletor decresce à medida que o seu comprimento aumenta;

(vii) A modelagem utilizada pode ser uma ferramenta útil no projeto de coletores solares infláveis, para o aquecimento de ar.

REFERÊNCIAS

- DUFFIE, J.A.; BECKMAN, W.A., Solar Energy Thermal Processes, John Wiley et Sons., N.York, 1980.
- HINDMARSH, A.C., GEAR: Ordinary Differential Equation System Solver. Computer Documentation Lawrence Livermore Laboratory, University of California, 1974.
- KOURY, R.N.N.; MACEDO, I. Secadores Solares para Pimenta do Reino. Anais do I Congresso Latinoamericano de Transferência de Calor y Matéria, pp. 812-843, dezembro/82, La Plata, Argentina.
- MEJIA, G.R., Secagem e Armazenamento dos Principais Alimentos Brasileiros Usando Ar Natural. Coletores Solares, Sistema Armazenadores de Energia Solar e Gasogênio, Universidade Federal de Viçosa, Cibrazem, pp. 40-48, 1979.
- SZOKOLAY, S.V., Solar Energy and Building, John Wiley et Sons, N.Y. pp. 20-22, 1975.
- VILELA, G.R.F., Análise de Estratégias Operacionais para Sistemas Solares de Aquecimento de Água para Fins Residenciais. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, BH., MG., dezembro, 1991.
- Kreider, J.F.; Kreith, F., Solar Heating and Cooling: Engineering, Practical Design and Economics, McGraw-Hill Book Company, N.Y., pp. 235, 1975.

SUMMARY

This work presents a dynamic physical-mathematical modeling of an inflatable solar collector for air heating, with spatial discretization, aiming at an optimized design. The methodology for solving the resulting set of differential equations is presented. The computer results show that performance of inflatable solar collectors relies heavily on all the input parameters (air mass flow and its temperature, and solar radiation) and some parameters that define its geometry (length and distance between the absorber plate and the first cover).

COMPARAÇÃO QUANTO À EFICIÊNCIA TÉRMICA ENTRE UM COLETOR SOLAR COM LÂMINA D'ÁGUA E UM COM TUBO DE CALOR

H. A. VIELMO* e A. T. PRATA

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
880400-900 Florianópolis, SC

RESUMO

São comparados dois tipos de coletor solar plano para aquecimento de água, quanto à eficiência térmica. O primeiro deles é do tipo lâmina d'água convencional, enquanto que o segundo emprega um tubo de calor, cujo condensador está submerso em um tanque de armazenamento acoplado ao coletor. A comparação é feita por simulação numérica, em regime permanente, para diversos níveis de radiação solar. Em todos os casos investigados o coletor do tipo lâmina d'água apresentou maior rendimento térmico do que o coletor com tubo de calor.

INTRODUÇÃO

Os coletores solares planos para aquecimento são equipamentos relativamente simples, eficientes e duráveis. Ao serem dispostos em série e paralelo, a fim de formarem sistemas de aquecimento com fluxo forçado, necessitam de um sistema de controle do funcionamento da bomba. Este controle deve desligar a bomba sempre que os coletores não estiverem adicionando calor ao escoamento, sob pena de apresentarem um rendimento térmico negativo. Situações como esta ocorrem com frequência nos dias de radiação solar intermitente e sempre que chega a noite. Esta necessidade torna o sistema suscetível a falhas e reduz a vida útil da bomba [Vries et al, 1979].

Outro problema que exige atenção é a possibilidade da ocorrência de congelamento do líquido no interior do coletor, destruindo-o por aumento de volume. Usualmente o congelamento é evitado com a adição de uma substância anticongelante no líquido, o que exige um trocador de calor entre o circuito dos coletores e o do tanque, aumentando o custo e reduzindo a eficiência térmica do sistema. Uma alternativa, quando as situações de possível congelamento não são frequentes, consiste em circular nos coletores o líquido aquecido pelo sistema de apoio, evitando assim o congelamento. Este método apresenta entretanto um problema adicional de controle, além da perda de energia ao longo do tempo de sua aplicação.

Quanto à disposição do tanque de armazenamento, em relação aos coletores, a possibilidade de recirculação noturna do líquido impede a sua colocação junto aos coletores, exigindo que este fique disposto em um nível mais elevado. Em consequência disto a instalação dos telhados é dificultada, aumentando as perdas térmicas e o custo, além de introduzir dificuldades arquitetônicas adicionais.

Com o objetivo de evitar os problemas acima descritos a viabilidade técnica e econômica do emprego de tubos de calor, para fazer o transporte do calor da superfície absorvedora do coletor até o tanque de armazenamento, vem sendo estudada [Biernert e Wolf, 1976; Akyurt, 1984; Hull, 1986 e 1987; Ismail e Abogderah, 1991], ocorrendo inclusive casos de disponibilidade comercial deste tipo de coletor.

O tubo de calor é um dispositivo que possibilita o transporte de grandes quantidades de calor por superfícies relativamente pequenas. Um tubo revestido internamente com um material denominado estrutura capilar ou simplesmente este tubo é então abastecido com um fluido, e se mantém sob pressão adequada, de modo a mudar de fase ao ceder ou

receber calor nos níveis de temperatura desejados. Em estado líquido este fluido pode deslocar-se através do pavio por capilaridade. Quando é fornecido calor a uma extremidade do tubo, esta passa a comportar-se como um evaporador. Em estado de vapor este fluido desloca-se ao longo do núcleo oco do tubo até a outra extremidade. Nesta outra extremidade, denominada condensador, em consequência da extração de calor ali realizada o fluido passa novamente para o estado líquido, sendo então absorvido pelo pavio. A seguir o líquido desloca-se por capilaridade através do pavio, retornando ao evaporador, completando assim um ciclo.

Embora o nome tubo de calor seja usualmente empregado, por tradição e maior número de aplicações, este dispositivo pode ter outras geometrias em função de sua aplicação específica.

Um grande número de combinações entre fluido, pressão de trabalho, forma e materiais do tubo e da estrutura capilar são possíveis em função da aplicação a qual se destina o dispositivo.

Em aplicações envolvendo energia solar são utilizados tubos de calor com pavio bem como tubos de calor do tipo termossifão onde, fazendo uso da inclinação do coletor o líquido retorna do condensador ao evaporador por efeito da gravidade.

O coletor com tubo de calor considerado neste trabalho é do tipo placa plana com estrutura capilar, podendo ser observado na figura 1.

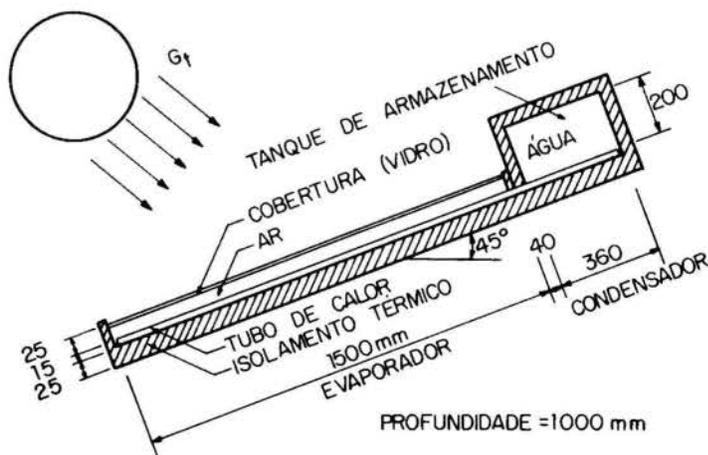


Figura 1 Coletor plano com tubo de calor e armazenamento agregado

*Endereço permanente:

Os tubos de calor do tipo diodo térmico não operam no sentido inverso, isto é, se o evaporador for colocado num local com temperatura menor do que a temperatura do local onde encontra-se o condensador, não ocorre o fluxo de vapor. Desta forma, durante a noite e dias de radiação solar intermitente, este princípio reduz as perdas de calor do tanque de armazenamento para o ambiente, através da superfície absorvedora, apenas ao calor transmitido por condução através das paredes do tubo. Isto permite arranjos como o mostrado na figura 1, onde o tanque de armazenamento está agregado ao coletor, dispensando as canalizações de ligação coletor-tanque, além da bomba com seus custos e possibilidades de falha. O sistema fica desta forma dotado de um controle intrínseco quanto ao sentido do transporte de calor.

A possibilidade de congelamento é totalmente afastada, seja pelo tipo de fluido usado no tubo de calor ou pelo fato do fluido, quando não está em estado de vapor, ocupar apenas uma pequena parcela do volume interno do tubo.

Pelo exposto acima, torna-se relevante comparar a eficiência térmica do coletor com tubo de calor mostrado na figura 1 com o coletor do tipo lâmina d'água mostrado na figura 2.

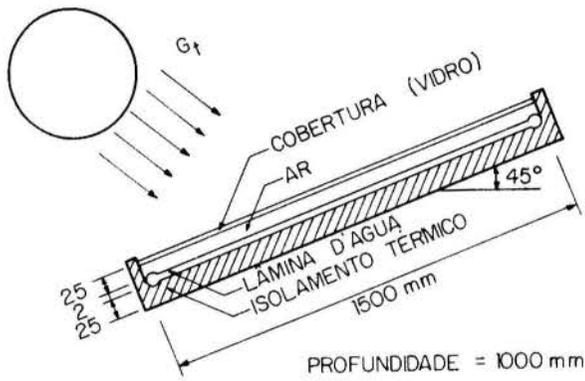


Figura 2 Coletor plano com lâmina d'água

Observe-se que ambos os coletores possuem o mesmo isolamento térmico, as mesmas dimensões, inclinação e características óticas da superfície absorvedora e cobertura. Desta forma a comparação concentra-se entre lâmina d'água e tubo de calor do tipo placa plana.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A simulação é realizada segundo as seguintes hipóteses:

1. A fim de obter soluções em regime permanente, para radiação e temperatura ambiente constantes, assume-se que o coletor com lâmina d'água recebe a água a uma certa temperatura constante, de um tanque de armazenamento em separado. Para simular a mesma situação o coletor com tubo de calor possui água a igual temperatura em seu tanque agregado.
2. As resistências térmicas das paredes das placas são desprezadas.
3. Os cabeçotes do coletor com lâmina d'água cobrem uma área desprezível e proporcionam um fluxo constante ao longo da profundidade do coletor. Assim, assume-se um escoamento de Poiseuille desde a entrada da lâmina d'água.
4. Não há absorção de radiação solar na cobertura de modo a afetar as perdas térmicas do coletor, entretanto a cobertura é opaca ao infravermelho.

5. A resistência térmica à condução através da cobertura é desprezível.

6. O céu é considerado um corpo negro para radiação a comprimentos de onda longos, e está a uma temperatura equivalente.

7. As perdas térmicas pelas bordas dos coletores são desprezadas.

O coletor do tipo lâmina d'água é modelado conforme mostrado na figura 3. Os coeficientes globais de troca de calor superior e inferior, U_t e U_b , são calculados segundo as correlações apresentadas por Duffie e Beckman (1980), assim como $\tau\alpha$, o produto transmitância-absortância através da cobertura do coletor.

O escoamento de Poiseuille é prescrito, dispensando a solução do problema hidrodinâmico.

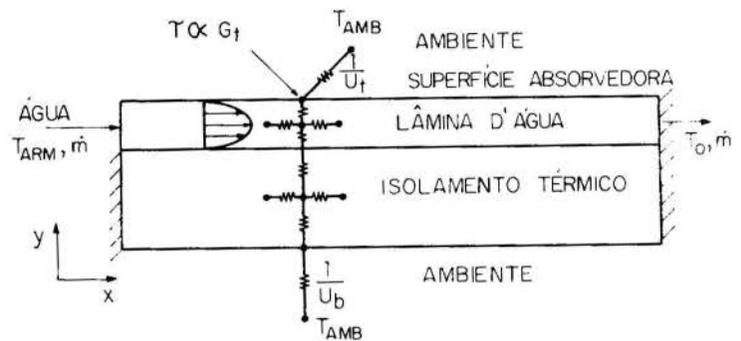


Figura 3 Modelagem do coletor com lâmina d'água

A equação para o problema térmico é a seguinte

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p v \frac{\partial T}{\partial y} = k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] + S \quad (1)$$

Como neste caso $v = 0$ e $S = 0$, a equação a ser resolvida é

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (2)$$

No isolamento, como o problema é puramente difusivo, tem-se a equação de Laplace

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

As condições de contorno são mostradas na figura 3.

O coletor com tubo de calor do tipo placa plana é modelado conforme mostrado na figura 4, empregando-se uma formulação baseada na equação da condução do calor, segundo Fagotti (1991).

As condições de contorno também são mostradas na figura 4, devendo-se observar que o domínio de solução está delimitado pelo retângulo de linhas contínuas, cujas extremidades leste e oeste encontram-se isoladas termicamente.

Uma equação de balanço de calor fornece T_v , a temperatura do vapor no interior do tubo. Esta temperatura, desconhecida a princípio, é necessária no cálculo da distribuição de temperatura na estrutura capilar.

Este tubo de calor possui estrutura capilar apenas junto à superfície absorvedora (evaporador) e ao fundo do tanque de armazenamento (condensador), uma vez que através da superfície inferior a troca de calor é pequena.

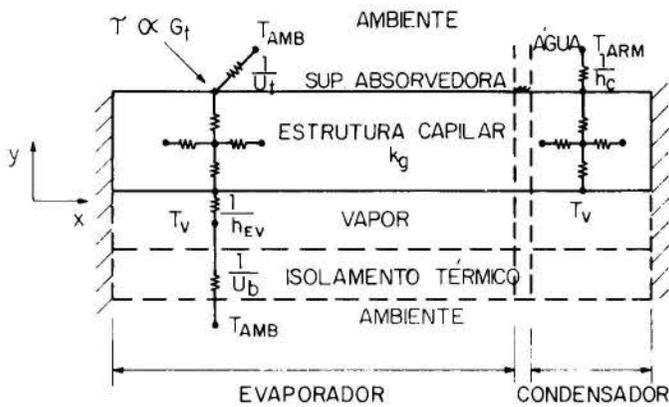


Figura 4 Modelagem do coletor com tubo de calor do tipo placa plana

METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

É empregado o método dos volumes finitos conforme descrito por Patankar (1980), bem como o seu código computacional de propósitos gerais.

No coletor com lâmina d'água é empregada uma malha de 21 x 7 pontos nodais nas direções x e y, respectivamente, sendo desigualmente espaçada em y. No coletor com tubo de calor a malha adotada é de 21 x 5, desigualmente espaçada em x. O pequeno número de pontos em y é consequência das pequenas dimensões existentes nesta direção, além de pequenos gradientes de temperatura. Some-se ainda o fato da transferência de calor através do isolamento térmico ser predominantemente unidirecional ao longo do eixo y, o que permite a colocação de apenas um volume de controle no isolamento.

Embora a presente formulação, tanto para o coletor do tipo lâmina d'água como do tipo tubo de calor, possa ser aplicada a qualquer fluido, no presente trabalho utilizou-se água no primeiro enquanto que no segundo o fluido foi especificado indiretamente via as propriedades do coletor (k_g e h_{ev}). Dependendo da pressão de trabalho e do tipo de estrutura capilar, vários fluidos podem ser usados no coletor do tipo tubo de calor em consideração.

A eficiência térmica de um coletor solar é definida da seguinte forma

$$\eta = \frac{Q_u}{Q_i} \quad (4)$$

onde Q_u é o calor útil entregue pelo coletor ao tanque de armazenamento, e Q_i é o calor incidente na superfície do coletor, ambos na unidade de tempo.

Para o coletor com lâmina d'água,

$$Q_u = \dot{m} A_c c_p (T_s - T_{arm}) \quad (5)$$

onde \dot{m} é a vazão mássica de água, por unidade de área de lâmina d'água, c_p o calor específico a pressão constante, A_c a área de coleta de radiação solar do coletor, T_s e T_{arm} as temperaturas de saída e entrada da água no coletor, respectivamente. Observe-se que o subíndice "arm" refere-se à água do tanque de armazenamento.

Para o coletor com tubo de calor,

$$Q_u = \sum_I A_1 \left[\frac{T_I - T_{arm}}{\delta/k_g + 1/h_c} \right] \quad (6)$$

O subíndice "I" na equação acima refere-se aos volumes de controle adjacentes à fronteira condensador-tanque de armazenamento, conforme mostrado na figura 5, juntamente com as outras variáveis da equação.

O calor incidente na superfície do coletor é dado por

$$Q_i = A_c G_t \quad (7)$$

sendo G_t a radiação solar total incidente no plano do coletor, por unidade de área.

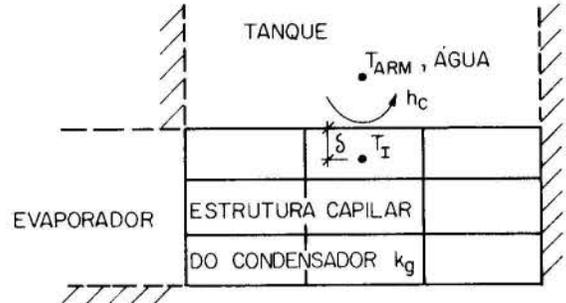


Figura 5 Volume de controle típico adjacente à fronteira do tubo de calor com o tanque de armazenamento

O coeficiente de troca de calor por convecção natural entre a parede do fundo do tanque e a água, h_c , é calculado através de uma correlação, válida para cavidades retangulares inclinadas de um ângulo θ com a horizontal, onde o calor é fornecido a partir da parede inferior e retirado pela parede superior [Catton I., 1978 ; MacGregor R. K., Emery A.P., 1969 ; Ayyaswamy P.S., Catton I., 1973]

$$\bar{Nu}_L = 0,046 Ra_L^{1/3} (\text{SEN } \theta)^{1/4} \quad (8)$$

onde Ra é o número de Rayleigh. A dimensão característica L é a distância entre as placas quente e fria. A utilização da equação (8) representa uma aproximação para a situação em estudo, e se justifica pela inexistência de informações mais adequadas na literatura.

Os parâmetros do problema, adotados na simulação são listados a seguir

$A_c = 1,5 \text{ m}^2$	$k_g = 4 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$
$\tau = 0,88$	$k_{is} = 0,038 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$
$\alpha = 0,95$	$\delta_{is} = 0,025 \text{ m}$
$T_{amb} = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$	$\delta_{ar} = 0,025 \text{ m}$
$\dot{m} = 0,025 \text{ Kg/s m}^2$	$h_b = 10 \text{ W/}^\circ\text{C m}^2$
U_t e h_c são calculados	$h_{ev} = 2400 \text{ W/}^\circ\text{C m}^2$

RESULTADOS E CONCLUSÕES

A comparação é realizada para vários níveis de temperatura da água de armazenamento e de radiação solar global.

A figura 6 mostra as curvas de eficiência térmica de ambos os coletores.

Ao longo de toda a faixa de temperatura da água investigada, o coletor com tubo de calor apresenta uma eficiência térmica menor do que a do coletor com lâmina d'água. Tal fato está associado ao baixo coeficiente de troca de calor por convecção entre a face externa do condensador e a água do tanque de armazenamento, que representa uma resistência térmica adicional. Constatação idêntica é feita por Hull

(1987), que recomenda a utilização de tubulações de distribuição com bombeamento de água no cabeçote do tubo de calor (condensador), a fim de melhorar a eficiência térmica de tais coletores.

O cálculo deste coeficiente de troca apresenta um problema adicional, além da aproximação já comentada, decorrente do fato do regime de convecção natural no tanque ser de transição (Ra da ordem de 10^9), e não haver disponível na literatura correlações mais precisas do que a apresentada na equação (8).

A fim de melhor focar esta questão a tabela 1 mostra os coeficientes de troca obtidos com a equação (8), para alguns casos simulados, e o coeficiente hipotético que seria necessário para que o coletor com tubo de calor tivesse o mesmo rendimento do coletor com lâmina d'água, para as mesmas temperaturas da água e radiação solar.

A magnitude dos coeficientes mostrados na tabela 1 deixa claro, independentemente da incerteza associada ao cálculo do coeficiente de troca de calor na parede do condensador, que a eficiência térmica do coletor com tubo de calor é consideravelmente menor do que a do coletor com lâmina d'água.

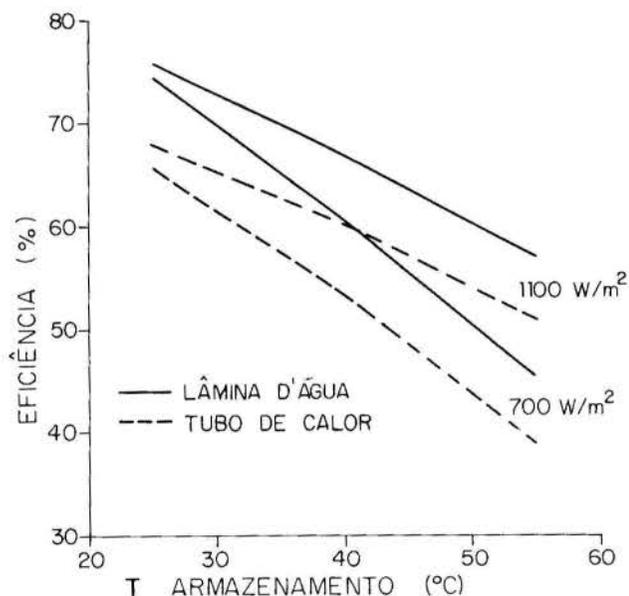


Figura 6 Curvas de eficiência térmica [%], para os coletores com lâmina d'água e tubo de calor, em função da temperatura de armazenamento da água [°C], para os níveis de radiação solar global de 700 e 1100 W/m²

Tabela 1 Coeficiente de troca de calor entre a parede do condensador e a água do tanque, com a equação (8), e o coeficiente hipotético para obter a mesma eficiência térmica do coletor com lâmina d'água, para $G_t = 900 \text{ W/m}^2$

$T_{arm} [^{\circ}\text{C}]$	25	40	55
$h_c [W/^{\circ}\text{C m}^2]$	eq. (8) hip. 176 720	eq. (8) hip. 207 1009	eq. (8) hip. 219 1840

Adicionalmente, a eficiência térmica do coletor com tubo de calor pode ser aumentada através da adição de aletas do lado da água, ou com uma outra configuração geométrica do condensador.

No estudo realizado por Ismail e Abogderah (1991), onde tanto o coletor solar convencional como o que opera com tubos de calor de estrutura capilar utilizam geometria tubular (e não plana como no presente trabalho), também foi observado que o calor

armazenado pelo coletor convencional é consideravelmente superior àquele associado ao coletor com tubos de calor.

Nos casos onde o coletor com lâmina d'água fizer parte de um circuito com trocador de calor, típico de sistemas que necessitam evitar o congelamento, a situação então poderá ficar mais equilibrada, quanto à eficiência térmica de todo o sistema.

REFERÊNCIAS

- Akyurt M., "Development of Heat Pipes for Solar Water Heaters", *Solar Energy*, vol. 32, no. 5, pp. 625-631, 1984.
- Ayyaswamy P.S., Catton I., "The Boundary-Layer Regime for Natural Convection in a Differentially Heated, Tilted Rectangular Cavity", *J. Heat Transfer*, 95, 543, 1973.
- Biernert W.B., Wolf D.A., *ASME paper 76 - WA/SOL - 12*, 11, 1976.
- Catton I., "Natural Convection in Enclosures", *Proc. 6th Int. Heat Transfer Conference*, Toronto, Canada, vol. 6, pp. 13-31, 1978.
- Duffie J.A., Beckman W.A., *Solar Engineering of Thermal Processes*, John Wiley & Sons, 1980.
- Fagotti F., "Uma Análise da Transferência de Calor Bi-Dimensional em Tubos de Calor de Condutância Constante", Dissertação de Mestrado, UFSC, 1991.
- Hull J.R., "Analysis of Heat Transfer Factors for a Heat-Pipe Absorber Array Connected to a Common Manifold", *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 108, pp. 11-16, 1986.
- Hull J.R., "Comparison of Heat Transfer in Solar Collectors with Heat-Pipe versus Flow-Through Absorbers", *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 109 pp. 253-258, 1987.
- Ismail K.A.R., Abogderah M.M., "Coletor Solar de Placa-Plana com Tubos de Calor", *Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, São Paulo, vol. 2, pp. 141-144, 1991.
- MacGregor R.K., Emery A.P., "Free Convection through Vertical Plate Layers: Moderate and High Prandtl Numbers Fluids", *J. Heat Transfer*, 91, 391, 1969.
- Patankar S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mc Graw-Hill, 1980.
- Vries H.F.W., Kamminga W., Francken, J.C., "Fluid Circulation Control in Conventional and Heat-Pipe Planar Solar Collectors", *Solar Energy*, vol. 24, pp. 209-213, 1980.

ABSTRACT

Two types of flat-plate solar collectors for liquid heating are compared with respect to their thermal performance. The first one is of water-layer conventional type, and the second is of heat-pipe type, whose condenser is plunged into a storage tank attached to the collector. The comparison is performed by numerical simulation, in steady state, for several levels of water temperature and solar radiation. For all cases investigated the water-layer collector performed better than the heat-pipe collector.

APROVEITAMENTO ENERGÉTICO DE MATERIAIS DE LIXO URBANO TRIADOS NA USINA DE LIXO DE VITÓRIA†

ARISTÓTELES A. LYRJO E ELIAS A. DALVI
Depto. de Engenharia Mecânica, C. Tecnológico, UFES
FRANCISCO G. EMMERICH
Depto. de Física e Química, C. Ciências Exatas, UFES
29069 - Vitória, ES - Brasil

RESUMO

Na presente trabalho é feita a caracterização física e química de resíduos sólidos triados na Usina de Lixo de Vitória, sendo determinadas os poderes caloríficos superior e inferior em função da umidade. Conclui-se que o uso desses resíduos, após um processo de secagem parcial, possibilita substituir parte da lenha consumida na região da Grande Vitória e, ao mesmo tempo, reciclar uma parte importante dos materiais que eram considerados rejeitos da Usina.

INTRODUÇÃO

A utilização de biomassa através da implantação de florestas energéticas com manejo adequado, constitui-se numa alternativa energética que vem sendo explorada em países do primeiro mundo. Entretanto, em países como o Brasil, o manejo sustentado de florestas nativas é raro, e as florestas artificiais planejadas, formadas basicamente de eucalipto, são utilizadas em sua quase totalidade para a produção de celulose e papel (Lima et al., 1988) e de apenas 30% do carvão vegetal siderúrgico (Netto, 1991) (o restante deste carvão é produzido a partir de florestas nativas). Desse modo, a utilização da biomassa a partir de florestas nativas, não só para a fabricação de carvão vegetal, mas também para outros fins energéticos, ocasiona em muitos casos problemas para o meio ambiente, pois não é feita com o devido cuidado para a manutenção da cobertura vegetal.

Em vários estados do Brasil e em particular no estado do Espírito Santo, conforme o balanço de energia primária cobrindo o período de 1980-1988 (Espírito Santo, 1992), a lenha utilizada na produção de energia atinge no setor industrial percentuais crescentes, que têm variado entre 10 e 30% relativamente ao consumo global de lenha; os dados indicam valores crescentes no decorrer do tempo, já tendo ultrapassado 150.000 tep (toneladas equivalente de petróleo).

Portanto, verifica-se que em alguns tipos de aplicações energéticas, como queima direta em fornalhas e caldeiras, a lenha continua desempenhando um papel importante como combustível. Entretanto, o seu uso vem se tornando cada vez mais difícil e oneroso, havendo inclusive um certo déficit deste combustível, que se acentua principalmente nas regiões metropolitanas pela necessidade de se obtê-la em regiões cada vez mais afastadas. Deve-se ainda levar em conta que muito embora a lenha seja um combustível renovável, na maioria das vezes a sua retirada acarreta problemas para o meio ambiente, como mencionado anteriormente.

Dentre outras alternativas atualmente existentes para a obtenção de biomassa com fins energéticos, destaca-se a utilização de resíduos - agrícolas ou urbanos. Com relação aos resíduos agrícolas e florestais, a sua disponibilidade no Brasil alcança valores expressivos, como é mostrado num trabalho realizado pelo Ministério da Agricultura (1984). Com relação aos resíduos urbanos, a utilização do lixo para a geração de energia é uma prática comum que vem sendo adotada em vários países (Canova, 1980), utilizando-se técnicas variadas e ocorrendo em alguns casos a geração de energia elétrica a partir do lixo em percentuais relativamente elevados comparativamente à produção global do país, como é o caso da França (Défèche, 1981).

Na Usina de Lixo de Vitória (ULV) em levantamentos recentes constatou-se que de 10 a 16% dos resíduos triados correspondem a rejeitos energéticos constituídos de casca de coco, bagaço de cana, madeira e galhos de árvore. O lixo recolhido diariamente no município de Vitória corresponde a cerca de 160 toneladas, sendo que na região da Grande Vitória o total diário chega a cerca de 600 toneladas.

Este trabalho vem dar uma contribuição nesta área, através de um estudo para o aproveitamento energético de materiais triados na ULV, que possibilitem substituir parte da lenha consumida na região da Grande Vitória e ao mesmo tempo efetuar a reciclagem de uma parte importante do lixo triado na Usina, que até então era enquadrado como rejeito da mesma.

MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Materiais. A partir de uma estatística de composição percentual dos materiais triados na ULV, verificou-se que aqueles adequados a um aproveitamento energético são a casca de coco, o bagaço de cana, a madeira e os galhos de árvore. A coleta dos materiais foi feita obedecendo-se a metodologia preconizada em norma ABNT (1987).

Metodologia das determinações e análises. Os materiais após triagem na ULV e recebidos no laboratório foram analisados quanto a densidade e umidade. A densidade aparente foi determinada diretamente através da relação entre a massa e o volume de água deslocado, quando os materiais eram

† Apoio Financeiro: CDV (Companhia de Desenvolvimento de Vitória) / PMV (Prefeitura Municipal de Vitória - ES).

mergulhados em uma proveta de escala graduada. A umidade das amostras foi determinada a partir da variação de massa resultante da permanência das mesmas por 24h numa estufa à 105°C.

Após a determinação da umidade o material foi moído e homogeneizado para a realização de testes de voláteis e de cinzas (análise imediata dos materiais). Estas determinações foram feitas segundo as metodologias apresentadas por Luengo et. al. (1980), que estão de acordo com o preconizado pela ASTM e ABNT. A determinação do teor de voláteis foi realizada através da pirólise dos materiais voláteis da amostra numa mufla à 950°C e a determinação do teor de cinzas foi determinado pelo resíduo resultante da calcinação dos materiais numa mufla à 750°C. O teor de carbono fixo foi determinado por diferença.

A análise elementar foi executada utilizando-se um analisador de carbono-hidrogênio, e a medida do poder calorífico foi feita através de uma bomba calorimétrica, sendo estes equipamentos desenvolvidos e construídos pelo Grupo de Combustíveis Alternativos da Unicamp (Ciampi, 1991). Na análise dos teores de carbono e hidrogênio seguiu-se norma da ASTM (1984) e na do poder calorífico superior (PCS) norma ASTM (1985).

Os valores do PCI foram calculados a partir dos valores respectivos do PCS, utilizando-se a equação abaixo (ASTM, 1985).

$$PCI_{bs} = PCS_{bs} - 9.H.Q_v, \quad (1)$$

onde o subíndice bs indica base seca, H é o teor de hidrogênio da amostra e Q_v é o calor de vaporização da água igual a 572 kcal/kg (2393 kJ/kg). Deve-se observar que o termo subtrativo ($9.H.Q_v$) representa a quantidade de calor necessária à evaporação da água formada a partir do hidrogênio da amostra, que na bomba calorimétrica não é vaporizada.

Para as determinações experimentais dos PCS em base úmida, procedeu-se a umidificação das amostras no laboratório, medindo-se então os PCS segundo a mesma metodologia utilizada para a base seca. O PCI em base úmida, para cada umidade, foi determinado pela equação:

$$PCI_{bu} = PCS_{bu} - 9.H.Q_v.(1-u) - u.Q_v, \quad (2)$$

onde o subíndice bu indica base úmida e u o teor de umidade da amostra. O primeiro e o segundo termo subtrativos são decorrentes, respectivamente, da evaporação da água formada a partir do hidrogênio e da umidade da amostra.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 1 são apresentados os resultados das determinações de umidade e densidade dos materiais analisados. Observa-se que os valores de umidade variaram na faixa de 8 a 65%, enquanto que os valores de densidade variaram entre 0,50 e 0,74 g/cm³. Esses valores sofrem variações sazonais. As condições e duração da estocagem destes materiais interferem nos resultados de umidade e densidade. Entretanto, os demais resultados são independentes da sazonalidade.

Como os resultados em base seca apresentam para a madeira valores aproximadamente coincidentes com os resultados para galhos de árvore, as tabelas que se seguem apresentam valores para a madeira somente.

Tabela 1. Densidade e umidade dos materiais

MATERIAL	UMIDADE (%)	DENSIDADE (g/cm ³)
casca de coco	65 ± 8	0,74 ± 0,09
bagaço de cana	43 ± 9	0,50 ± 0,08
madeira	8 ± 2	0,63 ± 0,08
galhos de árvore	20 ± 7	0,57 ± 0,08

A Tabela 2 contém os resultados da análise imediata em base seca, com valores determinados para o teor de voláteis, carbono fixo e de cinzas. Observa-se que a casca de coco apresenta teor de voláteis um pouco inferior àqueles da madeira e do bagaço de cana, enquanto que para o teor de carbono fixo esta situação é invertida. Com respeito ao teor de cinzas, verifica-se que a madeira situa-se a menos da metade dos valores apresentados para o bagaço de cana e casca de coco.

Tabela 2. Análise imediata em base seca

MATERIAL	VOLÁTEIS (%)	CARBONO FIXO (%)	CINZAS (%)
casca de coco	75 ± 3	19 ± 4	5,5 ± 0,5
bagaço de cana	82 ± 3	14 ± 3	4,0 ± 0,2
madeira	83 ± 3	15 ± 4	1,8 ± 0,5

Com respeito a análise elementar, apresentada na Tabela 3, verifica-se que as diferenças entre os materiais não são acentuadas. A madeira apresenta-se, com relação ao teor de carbono, 3% acima da casca de coco e 6% acima do bagaço de cana. Já em relação ao teor de hidrogênio o bagaço de cana e a madeira apresentam valores similares e a casca de coco apresenta valor inferior. Para o teor de oxigênio, a casca de coco e a madeira são praticamente coincidentes, enquanto que o bagaço de cana apresenta valor superior. Deve-se observar que é preciso adicionar o teor de cinzas para que a soma dos valores da Tabela 3 atinja 100% para cada material.

Tabela 3. Análise elementar em base seca

MATERIAL	CARBONO (%)	HIDROGÊNIO (%)	OXIGÊNIO (%)
casca de coco	46,4 ± 0,4	4,3 ± 0,3	44 ± 1
bagaço de cana	43,4 ± 0,4	5,9 ± 0,3	47 ± 1
madeira	49,4 ± 0,4	5,7 ± 0,3	43 ± 1

Na Tabela 4 são apresentados os valores em base seca do poder calorífico superior (PCS) e do poder calorífico inferior (PCI). A incerteza destes dados é de 5%. Verifica-se para os materiais testados que os poderes caloríficos apresentam valores similares, com diferenças não superiores à incerteza dos dados. Isto está de acordo com as conclusões de Berkowitz (1979), Van Krevelen (1981) e Emmerich (1991), tendo em vista a dependência teórica do poder calorífico com a análise elementar dos materiais, que apresentou para os materiais testados teores similares de carbono, hidrogênio e oxigênio.

Tabela 4. Poder calorífico superior (PCS) e poder calorífico inferior (PCI) em base seca

MATERIAL	PCS		PCI	
	(kcal/kg)	(kJ/kg)	(kcal/kg)	(kJ/kg)
casca de coco	4310	18030	4090	17110
bagaco de cana	4250	17780	3950	16530
madeira	4370	18280	4080	17070

Nas Figuras 1, 2 e 3 são plotados dados experimentais relativos aos PCS e PCI em função da umidade para cada material. Embora normalmente as medições do poder calorífico sejam em base seca, procedeu-se no presente trabalho determinações experimentais também em base úmida, tendo em vista que os materiais testados apresentam-se com umidades variáveis. Nessas figuras foram colocados ajustes lineares através do método dos mínimos quadrados, indicando um comportamento experimental linear decrescente para o PCS e PCI em função da umidade.

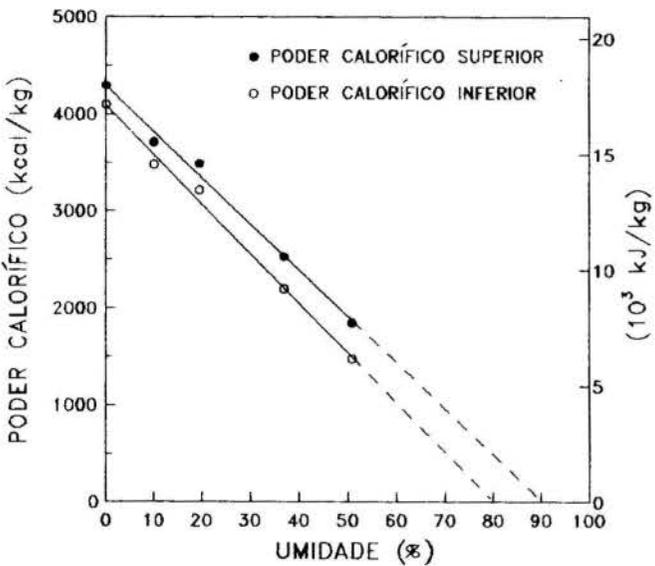


Figura 1. Poder calorífico superior e inferior da casca de coco em função da umidade.

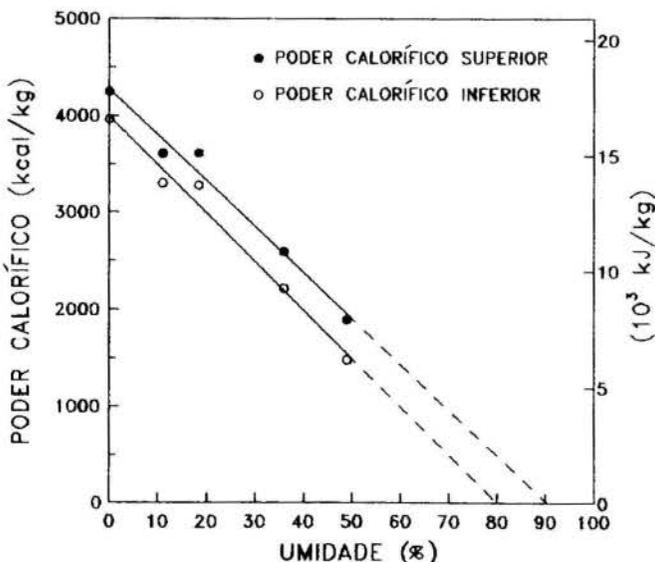


Figura 2. Poder calorífico superior e inferior do bagaco de cana em função da umidade.

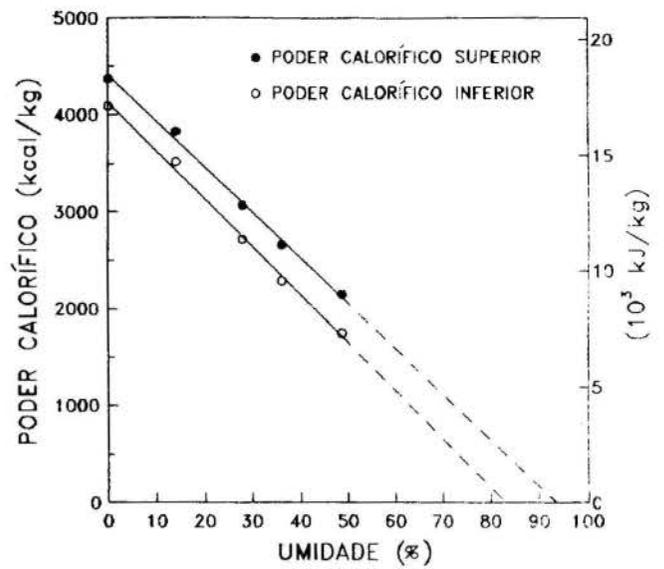


Figura 3. Poder calorífico superior e inferior da madeira em função da umidade.

Na Figura 4 são plotados em coordenadas adimensionais os dados experimentais de (PCS_{bu}/PCS_{bs}) versus (u) para os três tipos de materiais analisados no presente trabalho. Também são plotados, após a devida redução, para efeitos comparativos, dados experimentais determinados por Wenzl (1970) para três tipos diferentes de biomassa (casca de picea, de pinho e de bétula). Verifica-se que a curva obtida com os dados experimentais do presente trabalho para os três tipos de materiais é a mesma para os dados de Wenzl (1970), indicando a universalidade do comportamento experimental observado para a variação do poder calorífico com a umidade. A curva obtida é uma reta de equação:

$$PCS_{bu} = PCS_{bs} \cdot (1 - 1,095 \cdot u) \quad (3)$$

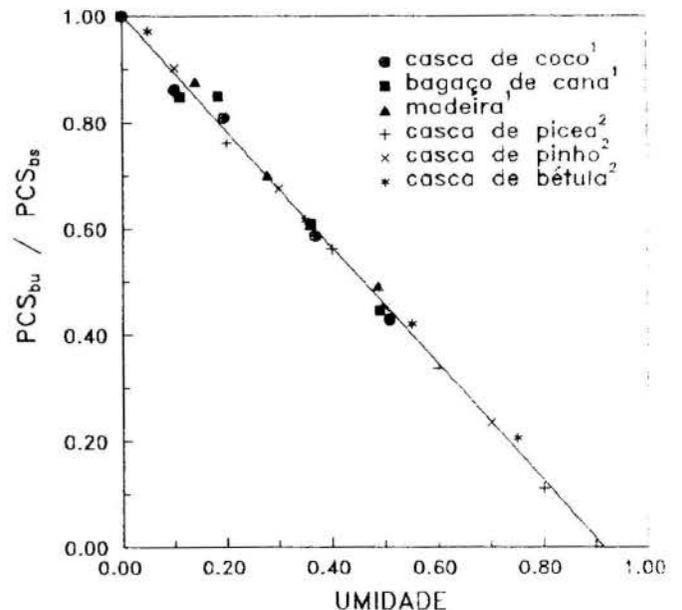


Figura 4. (PCS_{bu}/PCS_{bs}) versus umidade.

- 1 Dados experimentais do presente trabalho.
- 2 Dados experimentais de Wenzl (1970).

CONCLUSÕES

- A forte influência da umidade no poder calorífico das amostras analisadas está evidenciada nos gráficos das Figuras 1, 2 e 3. Esta constatação é importante, tendo em vista a variabilidade da umidade observada.

- Observando-se os dados contidos na tabela 4 e nas figuras 1, 2 e 3, para o poder calorífico inferior, verifica-se a viabilidade da substituição do combustível hoje utilizado em certos tipos de fornalha e caldeira (lenha) pelos resíduos testados, desde que se processe a pré-secagem, reduzindo a umidade para valores em torno de 10%.

- Considerando-se o PCI médio dos resíduos analisados, à umidade de 10%; a distribuição desses resíduos, que ao longo da realização do presente trabalho, mostrou-se aproximadamente uniforme em termos das quantidades produzidas, e ainda, os valores de equivalência indicados pelo Ministério da Agricultura (1984), conclui-se que para o município de Vitória, a substituição da lenha por tais resíduos equivalerá à substituição de 4,0 a 6,4 hectares por mês de floresta energética de cinco anos. Para a Grande Vitória, extrapolando estes resultados, chega-se à substituição de 16 a 24 hectares por mês de floresta energética de cinco anos.

- Constatou-se que a casca de coco como se apresenta após a triagem na Usina é a que possui maior umidade, alcançando valores da ordem de 65%. Procedendo-se a secagem com os gases de exaustão da caldeira, não haverá consumo de energia utilizável e por outro lado, em média, o poder calorífico triplicará de valor. Esta mesma conclusão se aplica ao bagaço de cana, enquanto que para a madeira, por se apresentar com menor teor de umidade, o aumento do poder calorífico com a pré-secagem será bem menor.

- O poder calorífico superior e inferior de todos os resíduos em base seca (zero por cento de umidade) é aproximadamente equivalente ao da lenha hoje utilizada.

- O teor de cinzas médio determinado para as amostras analisadas é da ordem de 3,5 %. Portanto, é de se concluir que a mudança de combustível não deverá alterar as emissões atmosféricas no que diz respeito ao material particulado das chaminés das fornalhas e caldeiras que venham a usar o material aqui estudado.

- Finalmente, deve ser observado que o desenvolvimento do presente trabalho, envolvendo apenas as categorias de lixo analisadas, é decorrente de dois fatores principais: primeiro, a eliminação do lixo não reciclado na ULV e segundo, a busca de queima mais limpa sem a emissão de substâncias tóxicas e minimização da emissão de material particulado, que por certo decorreriam caso se procedesse a incineração indiscriminada de todo o lixo produzido. Neste caso, o tratamento necessário para as emissões inviabilizaria economicamente tal substituição nas pequenas indústrias.

AGRADECIMENTOS

Os autores do presente trabalho expressam os seus agradecimentos ao Físico Gilmar S. Dias e à aluna de Engenharia Mecânica Érika S. Mota pelo auxílio na realização das medidas experimentais, bem como à CDV (Companhia de Desenvolvimento de Vitória) pelo suporte financeiro e ao ITUFES pelo suporte técnico-administrativo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- .ABNT, NBR 10007 - "Amostragem de Resíduos", Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1987.
- .ASTM, D 3178-84, "Standard Test Methods for Carbon and Hydrogen in the Analysis of Coal and Coke", American Society for Testing Materials, 1984.
- .ASTM, D 3286-85, "Standard Test Methods for Gross Calorific Value of Coal and Coke by the Isoperibol Bomb Calorimeter", American Society for Testing Materials, 1985.
- .Bercowitz, N., An Introduction to Coal Technology, Academic Press, New York, p. 35, 1979.
- .Canova, A., "Aproveitamento do Lixo para Geração de Energia", Energia, vol. II, pp. 29-37, 1980.
- .Ciampi, G.J.S, "Bomba Calorimétrica e Analisador de C-H", Manual de Instrução, Grupo de Combustíveis Alternativos, Inst. de Física, Unicamp, 1991.
- .Défèche, J., "Os Resíduos Urbanos: Um Combustível - Como Queimá-lo e Recuperar sua Energia", Energia, vol VI, pp. 19-26, 1984.
- .Emmerich, F.G. e Luengo, C.A., Metalurgia - ABM, vol 47, pp. 185-190, 1991.
- .Espírito Santo, "Relatório Estadual sobre Meio Ambiente e Desenvolvimento", ES-ECO 92, 1992.
- .Lima, A.F., Jara, E.R.P. e Afonso, V.A., em Celulose e Papel, pp. 129-168, Vol. 1, 2a. edição, SENAI/IPT, São Paulo, 1988.
- .Luengo, C.A. et al., "Análise Imediata e Elementar de Sólidos Orgânicos", em Relatório do Projeto Carvão, Instituto de Física, Unicamp, 1980.
- .Ministério da Agricultura, Proposta de Utilização Energética de Florestas e Resíduos Agrícolas, pp. 123-135, Brasília, 1984.
- .Netto, J.L.M., "Siderurgia a Carvão Vegetal-Redutor Energético", Metalurgia - ABM, vol 47, pp. 178-184, 1991.
- .Van Krevelen, D.W., Coal, Elsevier, Amsterdam, pp. 415-416, 1981.
- .Wenzl, H.F., The Chemical Technology of Wood, Academic Press, New York, 1970; Apud Lima, A.F. et al. (1988), pp. 156-157.

ABSTRACT

Physical and chemical characterizations are made for urban solid waste selected from the Usina de Lixo de Vitória - ES. Results from measurements of higher heating value (HHV) and lower heating value (LHV) of the waste tested are presented, showing that the heating values are strongly dependent on the waste humidity. A correlation between higher heating value and the waste humidity is determined for the experimental data obtained. As far as heating value is concerned, it is concluded that such residues can successfully replace wood in the furnaces generally used in small industries located in the Grande Vitoria region. For this application, the waste has to be dried previously to a humidity of about 10%. By doing so, three direct benefits are devised: economical, for obvious reasons (the waste residues selected are less expensive than the wood so burned); environmental preservation, by decreasing the rate of forest devastation; and finally, improvement in the recycling efficiency process that takes place in the Usina de Lixo de Vitória.

**ANÁLISE DE COLETOR CONCENTRADOR SOLAR PARABÓLICO
COM TUBOS DE CALOR COMO ABSORVEDOR**

NEWTON RIBEIRO ROCHA

Prof. Adjunto - Dept. Engenharia Mecânica/UFMG

SEBASTIÃO AMILCAR DE FIGUEIREDO SANTOS

Prof. Assistente - Dept. Engenharia Mecânica/PUC-MG

RESUMO

O trabalho apresenta uma análise térmica de coletores solares concentradores cilíndricos parabólicos utilizando tubos de calor como absorvedores da energia coletada. Dados experimentais foram colhidos em bancada de ensaios de campo. O modelo teórico utilizado foi basicamente o de HSIEH modificado para contemplar a inclusão do tubo de calor. Os resultados são apresentados na forma de gráficos e comparados a previsão do modelo com o desempenho real. Também é apresentada uma comparação destes CPC(s) com os convencionais equivalentes.

INTRODUÇÃO:

O concentrador solar parabólico composto CPC foi proposto inicialmente por Winston (1974), e é adequado para temperaturas de produção de água ou vapor até 250°C, sem necessidade de mecanismos de acompanhamento solar e apresenta custo relativamente baixo.

Na sua forma convencional, utiliza superfícies concentradoras na forma de parábolas truncadas que refletem a radiação solar no seu eixo, onde um tubo absorvedor recebe esta energia. Pelo interior do tubo circula um fluido a ser aquecido, normalmente água. A utilização do CPC, com a finalidade de aquecimento de água para uso doméstico, é relatado em alguns trabalhos, como nos de Leão (1989) e Pereira (1986), e neste último foi constatado que, devido a sua baixa eficiência global, o uso do CPC para tal finalidade era muito desvantajoso, se comparado com os coletores planos usados para a mesma finalidade.

A utilização de CPC(s) usando tubos de calor como absorvedor, é citada no trabalho de Escobedo (1987), onde a seção do condensador do tubo de calor aquecia uma cuba contendo a mistura zeólita-água em um sistema de refrigeração por absorção e M. Collares et al (1984), que utilizou os tubos de calor como absorvedor, envolvidos por tubos de vidro evacuados, em um sistema de CPC(s) para obter água quente à 80°C.

Neste trabalho, procurou-se desenvolver uma análise térmica sistemática, visando obter resultados teóricos e experimentais, que viabilizassem o uso de CPC(s) com tubos de calor sem invólucro evacuado, fornecendo água aquecida para uso doméstico, portanto procurando-se baixo custo e simplicidade.

O modelo teórico de Hsieh (1981), que já comprovadamente simula com bastante precisão os CPC(s) convencionais, foi modificado com a introdução do tubo de calor como absorvedor, e utilizado como modelo de simulação.

Para a realização dos testes de campo construiu-se uma bancada de ensaios segundo as orientações retiradas de Duffie (1976) e Kreith (1978). Os tubos de calor foram projetados e construídos, segundo roteiros já desenvolvidos por Duarte (1985) e Rocha (1988).

As figuras 1 e 2 exemplificam as diferenças principais entre os CPC(s) convencionais e os com tubos de calor.

COLETOR SOLAR

O coletor solar foi projetado, seguindo as orientações padrões de Winston (1974) e Álvares

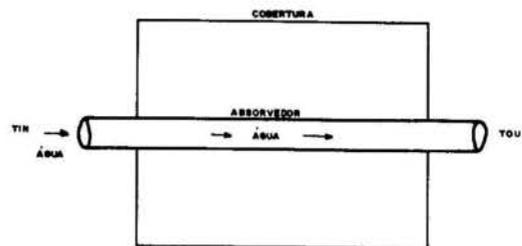


Fig. 1. Diagrama do CPC convencional.

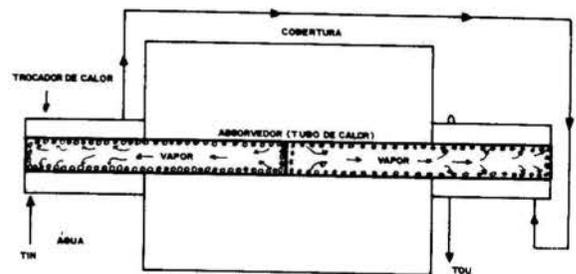


Fig. 2. Diagrama do CPC utilizando tubo de calor como absorvedor.

(1980). Suas características principais referenciadas na Fig. 3, são:

- Largura de abertura (L1):.....0,25m
- Área de captação:.....0,50m
- Comprimento da linha focal:.....2,00m
- Espessura das superf.refletores de aço inox. 0,5mm
- Espessura de proteção de vidro laminado.....3,0mm
- Profundidade do coletor(D):.....45,0mm
- Razão de concentração (RC):.....2,00

Componente	Propriedade	Valor
Cobertura:	τ_c - transmitância.....	0,86
	ρ_c - reflectância.....	0,09
	ϵ_c - emitância.....	0,85
	α_c - absortância.....	0,05
Absorvedor:	α_a - absortância.....	0,85
	ρ_a - reflectância.....	0,10
	ϵ_a - emitância.....	0,85
	k - condutividade térmica....	384 W/mK
Refletor:	ρ_r - reflectância.....	0,85
	n -	0,65(n min)

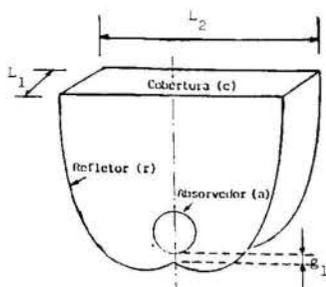


Fig. 3. Diagrama esquemático do CPC.

O sistema de aquecimento constou de duas unidades de CPC funcionando em série, conforme o esquema da figura 4.

TUBO DE CALOR

Os tubos de calor em número de quatro, 2 por coletor, foram projetados e construídos segundo roteiros apropriados e cada tubo apresentou as seguintes características:

- Material do tubo..... cobre
- Comprimento total.....1000mm
- Comprimento do evaporador..... 490mm
- Comprimento seção adiabática..... 20mm
- Comprimento do Condensador..... 490mm
- Diâmetro externo do tubo.....38,1mm
- Diâmetro interno do tubo.....34,9mm
- Diâm. int. do trocador de calor... 50mm
- Compr. do trocador de calor..... 490mm
- Leito poroso..... tela
- Número de voltas..... 6
- Material da tela..... bronze fosforoso
- Espessura da tela.....0,1409mm
- Diâmetro do arame da tela..... 0,112mm
- Tela metálica.....mesh 100
- Fluido de trabalho: água tridestilada e deionizada.

MONTAGEM DE TESTES

A bancada para ensaios de campo, é esquematizada na figura 4.

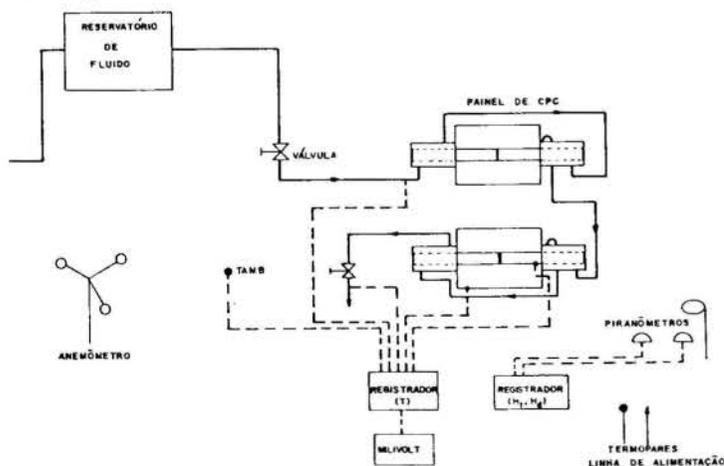


Fig. 4. Diagrama esquemático da montagem.

Esta bancada foi instalada em B.Hte, na direção leste-oeste, e os ensaios decorreram em abril e maio de 1989, no horário de 9:00 às 15:00 hs. Os resultados foram colhidos de 15 em 15 min., neste período executava-se a verificação do alinhamento do coletor com o sol. Utilizou-se para medição da radiação solar dois piranômetros do tipo estrela: um medindo a radiação total e o outro com máscara, medindo a componente difusa. Para medição de temperaturas

utilizou-se termopares tipo K (cromel-alumel). As medidas de vazão de água, foram realizadas manualmente com uso de proveta com graduação de 5ml. A velocidade do vento foi avaliada com um anemômetro de pás.

MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

No modelo físico-matemático de Hsieh, bastante conhecido no campo de energia solar, foram introduzidas modificações nas expressões da eficiência (η). Para o coletor convencional a expressão usada era:

$$\eta = F' \eta_o - \frac{F' UL (T_f - T_{amb})}{H_t (RC)} \quad (1)$$

onde, F' , T_f e T_{amb} são: o fator de eficiência do coletor, temperatura de mistura e temperatura ambiente, respectivamente. UL , H_t , R_c e η_o são: o coeficiente global nas perdas do coletor, fluxo de radiação solar total incidente na cobertura, razão de concentração e eficiência ótica do coletor, respectivamente.

Para o CPC com tubos de calor, utilizou-se a seguinte expressão:

$$\eta = F' \eta_o - \frac{(F' UL + UP)(T_f - T_{amb})}{H_t (RC)} \quad (2)$$

onde UP é o coeficiente global de perdas do trocador de calor, que envolvem os tubos de calor.

ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Nos ensaios de campo e no programa de simulação teórico, utilizou-se vazões de água variáveis 20, 30 e 40 l/h, compatíveis com as necessidades de água quente em condomínios.

Nas figuras 5, 6 e 7, são representadas graficamente os desvios entre as eficiências calculadas pelo modelo e as determinadas experimentalmente, para cada vazão de água utilizada.

EFICIÊNCIA EXPERIMENTAL x TEÓRICA

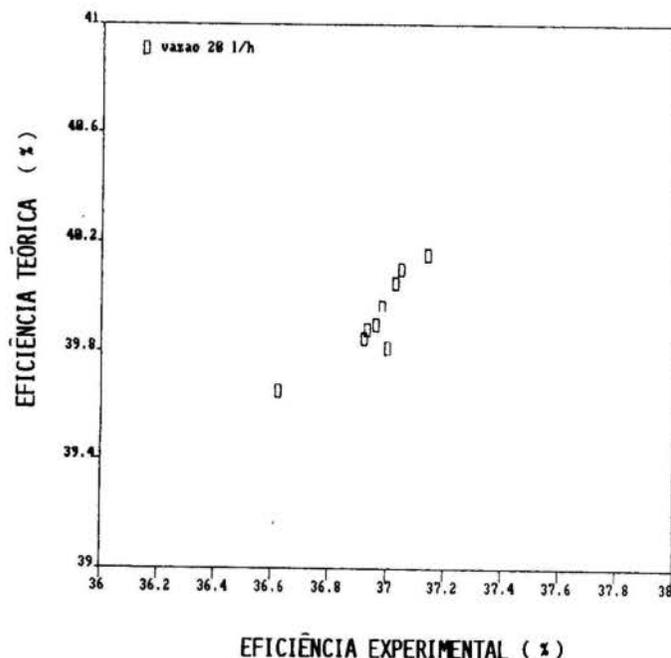


Fig. 5. Eficiência experimental x teórica para vazão de 20 l/h.

Efetuando-se os cálculos para determinar os desvios médios, encontrou-se 12% para a vazão de 40 l/h e de 8% para 20 e 30 l/h; perfeitamente aceitáveis em validação de modelos térmicos.

EFICIÊNCIA EXPERIMENTAL x TEÓRICA

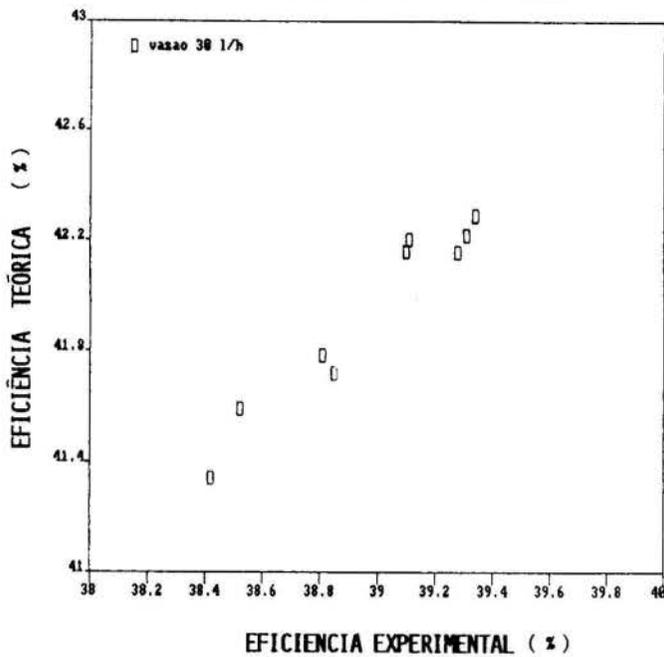


Fig. 6. Eficiência experimental x teórica para vazão de 30 l/h.

$(T_f - T_{amb})/H_t$ x EFICIÊNCIA EXPERIMENTAL

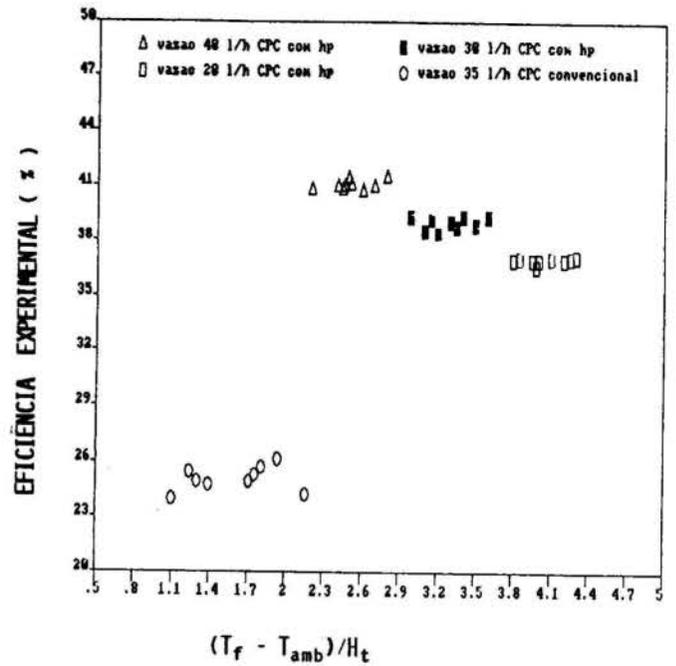


Fig. 8. $(T_f - T_{amb})/H_t$ x eficiência experimental.

EFICIÊNCIA EXPERIMENTAL x TEÓRICA

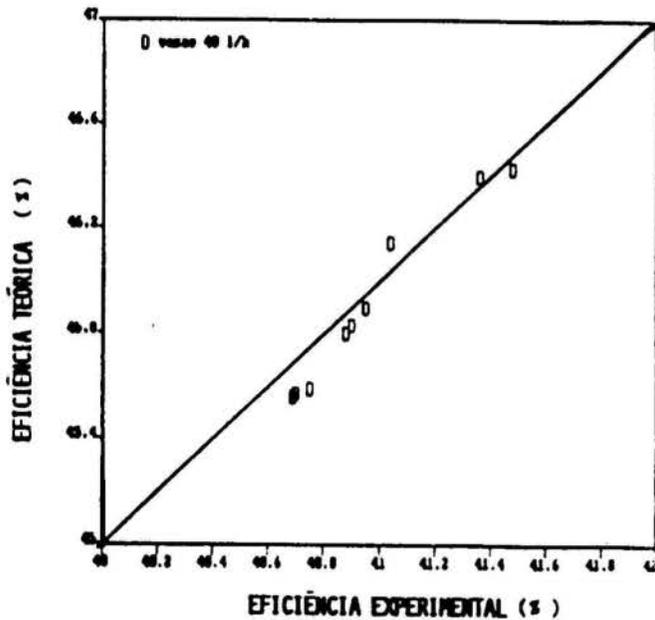


Fig. 7. Eficiência experimental x teórica para vazão de 40 l/h.

EFICIÊNCIA TEÓRICA X $(T_f - T_{amb})/H_t$

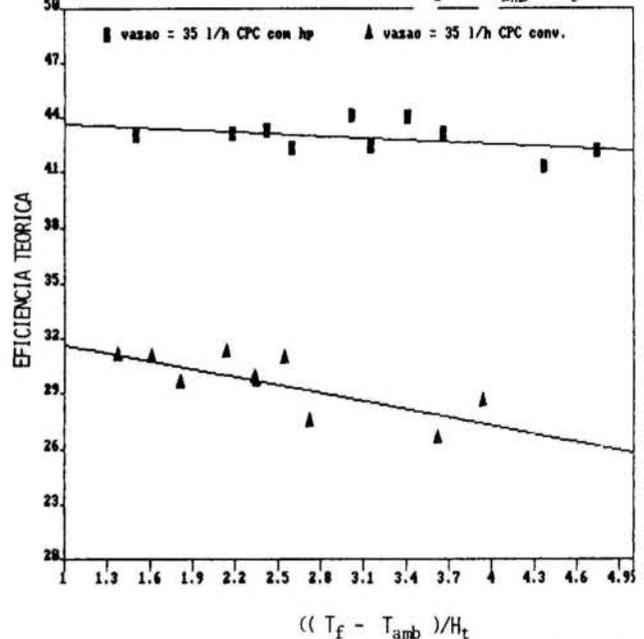


Fig. 9. Estudo comparativo da eficiência instantânea do CPC com tubos de calor x convencional.

Tabela 1. Rendimento médio do sistema Tubo de calor/Trocador.

vazão 40 l/h			vazão 30 l/h			vazão 20 l/h		
Égua	Ec* η	η_{hp}	Égua	Ec* η	η_{hp}	Égua	Ec* η	η_{hp}
194,80	208,44	93,50	181,44	197,68	93,30	176,32	185,52	93,04
199,52	215,07	92,77	189,66	204,41	92,78	177,48	192,50	92,20
197,20	213,96	92,17	193,14	205,24	94,11	183,28	194,06	94,49
194,88	215,98	90,23	189,66	207,23	91,52	178,64	195,89	91,19
199,52	212,68	93,81	191,40	203,37	94,11	184,44	193,54	95,30
199,52	212,66	93,82	194,88	203,78	95,63	185,60	193,94	94,72
197,20	208,28	94,68	194,88	207,76	93,80	189,78	198,22	95,74
195,60	206,50	89,87	187,92	198,82	94,52	174,00	189,51	91,82
199,52	212,57	93,86	187,92	201,81	93,12	180,96	192,19	94,16
		$\bar{\eta}_{hp}$			$\bar{\eta}_{hp}$			$\bar{\eta}_{hp}$
		92,75			93,65			93,85

Na figura 8 é mostrada a evolução da eficiência com o termo $(T_f - T_{amb})/H_t$, ou seja a temperatura de mistura da água (grau de aquecimento) pela radiação total que incidiu sobre o coletor, e compara os resultados com dados obtidos para um CPC convencional equivalente, Pereira, (1986).

Na fig. 9 é apresentada a variação das eficiências dos coletores convencional e com tubos de calor, com a evolução do termo $(T_f - T_{amb})/H_t$ ($m^2 \cdot ^\circ C/W$). Nota-se claramente que a eficiência do CPC convencional decai com o crescimento dos valores do termo $(T_f - T_{amb})/H_t$, enquanto no CPC com tubo de calor a eficiência permanece praticamente constante. Para se verificar o sistema tubo de calor-trocador, responsável pela recepção, transporte e retirada de energia teve um rendimento aceitável, foi construída a tabela 1. Esta tabela demonstra que o rendimento do

Para a combinação concentrador-tubo de calor definiu-se o rendimento global η_{CT} , Escobedo (1987), como o produto das eficiências térmicas η_c do concentrador e η_{hp} do tubo de calor:

$$\eta_{CT} = \eta_c \eta_{hp} \quad (3)$$

Os valores obtidos encontram-se nas faixas superiores dos dados internacionais de referência.

Os resultados obtidos dos gráficos anteriores, permitiram calcular a eficiência média do conjunto coletor - tubo de calor trocador, que foi da ordem de 39%.

Este valor supera os de Escobedo (1987), em 10% e em 13% os de Collares (1984).

Concluiu-se finalmente desta análise:

1- O modelo de HSIEH modificado pode ser aceito para prever o desempenho de CPC(s) que usam tubos de calor como absorvedor;

2- A inclusão dos tubos de calor no sistema de CPC(s), aumenta consideravelmente o rendimento. Em média, com relação aos CPC (s) convencionais semelhantes são 62% maiores.

3- O rendimento global do sistema de CPC(s) com tubos de calor é praticamente constante com a variação da radiação solar global. Este fato, amplia o tempo de coleta solar do CPC com eficiência praticamente constante.

4- A técnica usada para fabricação do tubo de calor e seu projeto, pode ser considerada excelente, uma vez que 93% de rendimento (no campo de tubo de calor) é considerada faixa de otimização.

REFERÊNCIAS

- ÁLVARES, S.G. "Aspectos óticos e térmicos necessários ao projeto de concentradores parabólicos compostos." Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa, MG, Brasil, 1980.
- DUARTE, H.V., "Contribuição ao desenvolvimento de tubos de calor". Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil, 1985.
- DUFFIE, J. A; Beckeman, W.A., "Solar engineering of thermal process" John Wiley & Sons, New York, USA., 1976.
- ESCOBEDO, J.F., "Refrigeração com o uso de energia solar", Tese de doutorado, Universidade de São Carlos, São Paulo, Brasil, 1987.
- HSIEH, C.H., "Thermal analysis of CPC collectors", *Solar Energy*, vol.27, pp.19-29, 1981.
- KREITH, F., Kreider, J.F., "Principles of solar engineering". Hemisphere Publishing Corporation, Washington, USA, 1978.
- LEÃO, P.C.A., "Projeto, Construção e Análise do Desempenho de um concentrador parabólico composto simulação e resultados experimentais". Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil, 1989.
- MENDES, F., COLLARES, M., "Tubo de calor para extração da energia captada por um coletor do tipo CPC". 2º Congresso Ibérico de Energia Solar, Lisboa, Portugal, 1984.
- PEREIRA, E.M.D. "Utilização de coletores solares e Bomba de calor para aquecimento de água em residências e conjuntos residenciais", CEMIG, Belo Horizonte, MG., Brasil, 1986.
- ROCHA, J.M.G., "Tubo de calor com leito poroso metálico sinterizado", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil, 1988.

WINSTON, R., "Principles of solar concentrators of a novel desing", *Solar Energy*, vol. 16, pp. 89-95, 1974.

ABSTRACT

This work has employed the physical-mathematical model proposed by Hsieh (5) for the thermal analysis of CPC(s). The model has been modified to take into account the substitution of the conventional absorber by heat pipes. The thermal analysis has been carried out considering steady state conditions of operation a computer program has been developed, based meteorological data, optical features and operation parameters. A system employing CPC(s) having heat pipes as absorber was built and field tested. The experimental results have been compared with those of the theoretical simulation. This comparison has showed that Hsieh's modified model, produces a suitable method for the performance prediction of the previously mentioned CPC(s). The performance of the latter has also been compared with data obtained from reference (9), where a conventional CPC is also used. The comparison indicates that an average percentual increase of 62% for the efficiency can be considered when the CPC employs heat pipes.

NUMERICAL ANALYSIS FOR
 CORIOLIS MASS FLOWMETERS

FERREIRA, V.C.S., POLI, M.I. and TEIXEIRA, R.
 Department of Mechanical Engineering
 Federal University of Rio Grande do sul
 CEP 90050 - Porto Alegre, RS

ABSTRACT

Direct mass flow measurement has been always a challenge to people dealing with flow metering. Many attempts to reach an accurate, reliable and a more practical meter, have been taken for long time. Almost all mass meters were found unsuccessful to provide the desired performance. Coriolis direct flow meter seems to fulfil this target. Some improvements are still needed. The paper presents theoretical analysis covering different geometries adopted in commercial versions. New geometry is discussed which may give better performance.

INTRODUCTION

Although the Coriolis principle applied to flow measurement was well established for more than 30 years, the first commercial Coriolis mass flow meter only appeared in 1978 when Micro Motion introduced his model "A". In 1979, Plache [1] presented a cantilevered "U-shape" pipe meter which was the basis of the first meter. He used a T-shape leaf-spring to excite the curved pipe by means of an electromagnetic oscillator. The angular deflection of the pipe due to the coriolis force was measured during each cycle of the oscillating tube by using an optical detection system. An optical sensor was fixed near the center position of the U-pipe where the velocity and the deflection angle were always the greatest. A logic circuit counts the positive difference in pulses widths of each cycle which is proportional to the mass flowrate. Tests with his prototype showed accuracy around $\pm 0,2\%$ FS with fluids ranging in specific gravity from 0.5 to 2.5 and in flowrate from 0.045 to 12 kg/min.

After 1979, several others Coriolis flowmeters appeared. Each manufacturer tried to explore different geometrical shapes in order to improve the Coriolis meter sensitivity by increasing the flexibility of the structure. Some designs improved the flexibility adopting longer tubes, others thinner ones, but both with a compromise solution with mechanical noise contamination from external vibrations for long tubes or with the structural integrity of the meter for thin ones. This produced different sorts of geometries. The "S-shape", "Twinloop", "B-tube", "Parallel-tube", "Straight-tubes" and others more are some examples of geometries used. The pickoffs were also of many different types such as: electromagnetic, optical and strain-gages sensors...

In this paper an analytical study of different geometries usually adopted for commercial coriolis flow meter is presented. The study simulates numerically the dynamical interaction "fluid x structure" of the meter relating mass flowrate (\dot{m}), deflection angle (θ), angular velocity of the forced oscillation (ω) and the torsional/longitudinal stiffness (K_s) of a given geometry.

MEASURING PRINCIPLE USING CORIOLIS EFFECT

When a curved tube rotates about an axis, say yy' in Fig. 1, and fluid moves from one end (point A) towards the other end (point B), a force appears normal to both vectors due to the coriolis effect. A single coriolis force is given by:

$$F_c = -2 m (\omega \times V) \quad (1)$$

This induced force produces a torque which twists the curved tube whereas the tube try to resist. Fig 2. shows an exaggerated deformation.

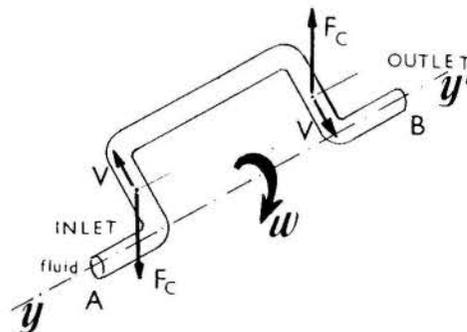


Fig. 1 - Rotating tube with flow

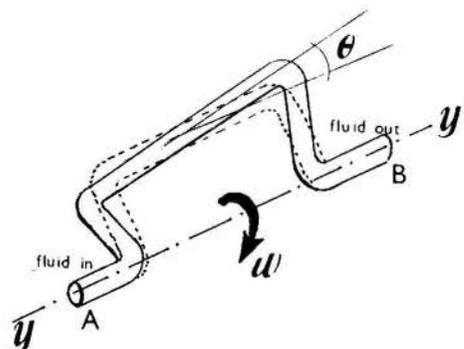


Fig. 2 - Deformed tube due to the coriolis effect

To rotate a tube is not a practical way to excite the measuring tube. So the solution adopted for almost all meter manufacturers is to oscillate the tube about the same axis and near to its natural frequency. The excitation is normally a sinusoidal oscillation which also induces a sinusoidal coriolis force and torque.

From Eq. 1, one can easily see that coriolis force, among others variables, is function of the mass of the fluid present inside the tube in a certain time. The tube deforms due to the coriolis force. The tube twist is a tiny but measurable deformation which depend mainly on the torsional and longitudinal stiffness of the curved tube. So keeping constant all the others variables it is possible to prove that coriolis force is directly proportional to mass flowrate, \dot{m} .

According to this theory the meter is unaffected [2] by changes in the fluid's temperature, pressure, viscosity, density and velocity profile. It is also insensitive to material build-up or coatings inside the meter. It is expected that the meter could measure any liquid, gas, slurry and even multi-phase or pulsating flows.

Except for the first Plache's prototype, all coriolis meter manufacturers adopt a double tube configuration so the whole flow is splitted in halves. The vibration is normally caused by a magnetic oscillator fixed in both tubes in such way that in one cycle the sensor tubes approach each other and in the next one they move apart.

ANALYSIS FOR DIFFERENT GEOMETRIES

Six different geometries of the sensor tube is been studied. The first five are an existing designs (patented designs) and the last one is a proposed one. Fig. 3 shows diagrams for these models. All these models are a double tube configuration except the proposed one.

The six geometries were first analysed statically using the code "GAELI" [3] in order to have the first natural frequency and the next third harmonics. Two different criteria were adopted in order to compare the geometry of the sensors. The overall length and the overall volume of each meter was kept constant as the basis of the design criteria. In addition, stainless steel (ASTM 316L) were selected as the sensors material. Table 1 shows results for meters having the same total length.

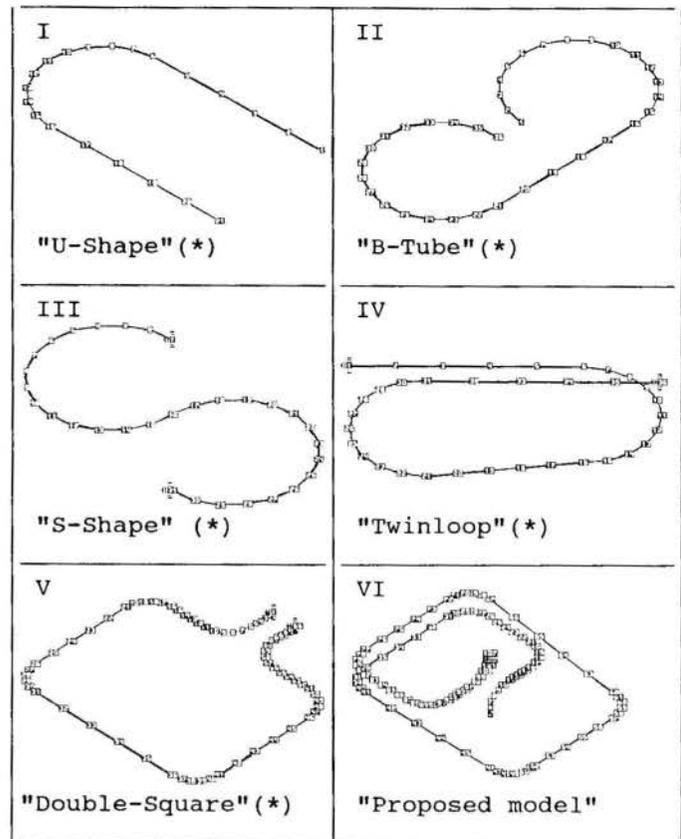
Table 1 - Natural frequencies in cps.

GEOMETRY	1 st	2 nd	3 rd	4 th
I	45.9	81.2	137.6	301.7
II	74.8	100.1	109.8	152.9
III	117.0	132.8	138.8	259.1
IV	92.5	135.4	167.8	233.3
V	78.1	97.7	133.1	301.6
VI	34.4	35.2	51.9	62.2

An elemental coriolis force may be written as:

$$\vec{dF}_c = - 2 \vec{\omega} \times \vec{V} \, dm \quad (2)$$

where dm is the elemental amount of mass inside a small volume of fluid, that is $dm = \rho A \, dl$.



(*) TM - Trade Mark

Fig.3 - Diagram of the six meter geometries.

The elemental moment due to the coriolis effect is given by:

$$\vec{dM} = \vec{r} \times \vec{dF}_c \quad (3)$$

where \vec{r} is the position vector related to the coriolis force and its axis. The total moment \vec{M} is obtained after integration of Eq. 3 along the whole length of the sensor pipe. Eqs. 2 and 3 have different forms depending on the geometry of the meter. For all these geometries the product " ρVA ", which is the mass flowrate, always appears together, so it can be replaced by \dot{m} . So, the total moment is then given, by:

$$\vec{M} = - 4 \omega \dot{m} R \cdot [1/F_s] \quad (4)$$

Where $1/F_s$ is a "shape factor" due to the meter geometry and R is the curvature radius of each meter structure. In ref. [4], one may find the whole mathematical analysis. Table 2 shows the six relationships for $1/F_s$:

Table 2 - Meter shape factors

"U-Shape"	"B-Tube"
$L + \frac{4}{\pi R}$	$C - R - 3\pi/4$
"S-Shape"	"Twinloop"
$3\pi R/2$	$2L + \pi R/2$
"Double-Square"	"Proposal"
$\frac{1}{L}$	$\frac{1}{L}$

In these equations L is the total length of the pipe and C is the distance between both ends of the measuring pipe for the "B-Tube".

The total moment should be equated with the total resisting torque τ supported by the structure. Provided that all these structures are submitted to small elastic strain (linear structures) the resisting torque is given by:

$$\tau = K_s \theta \quad (5)$$

where θ is the torsional angle and K_s is the stiffness of each longitudinal pipe.

The system of equations (Eqs. 4 and 5) may be solved if one of the three variables θ , τ or K_s is known. The value of θ is found through the dynamical analysis using the code, "GAELI-DIN" [5]. For a fair trial, all geometries were simulated supporting a coriolis force produced by the same flowrate. The torsional angle is then obtained for each node of the whole structure. Having obtained θ , the value of K_s is then found using Eqs. 4 and 5.

This analysis is still being under-studied and some results have already come up. Three meter geometries have been simulated: the "U-shape", the "B-tube" and the "proposed model" (geometry I, II and IV, respectively). The maximum torsional angle and the torsional stiffness of these structures were found and Table 3 shows these results.

Table 3 - Dynamical analysis

GEOMETRY	θ (rad) (maximum)	K_s (Kgf m/rd)
I	0.0336	103.40
II	0.0666	116.49
IV	0.151	29.5

CONCLUSIONS

Although the study is far from complete and many simplifying assumptions have been made, it is possible to draw some quantitative and qualitative conclusions from the results achieved so far. The proposed geometry is far more flexible than the others, that is, it has larger angle θ and smaller torsional stiffness than the others. This advantage may be used with two purposes: a) or to reduce the whole length of the meter pipe in order to provide a more compact meter with the stiffness similar to the others or, (b) to use sensor (linear or angular pickoff) with large displacement allowing better accuracy.

The proposed model also acknowledge suggestion from ref. [2] in order to reduce measurement contamination due to external vibrations. The center of gravity of the meter is aligned with the in-and-out connections.

The idea of using a single pipe instead of having "double configuration", which is quite normal in commercial models, is to avoid splitting the flow in two, which may produce non-homogeneous flow or different mass flowrate in each branch of the meter.

REFERENCES

- [1] PLACHE, K. O. - "Coriolis/Gyroscopic Flow Meter" - J. of Mechanical Engineering, March/79, pp 36-41.
- [2] _____ - "Vibration Isolation and Structural Integrity: Resolving the remaining design challenges in Coriolis-based mass flow measurement". A K-Flow Design Perspective Report. K-FLOW. PO Box 849 Millville, NJ 08332, USA 1987.
- [3] Groehs, A.G. and Santos, M.I.G. - "Gerador e Analisador de Estruturas Lineares", Parte 1/2, versão 03/90, Grupo de Análise Numérica Aplicada, Dept. of Civil Eng., UFRGS, PAlegre. mar/90
- [4] Poli, M.I. - "Coriolis Mass Flow Meters - an analytical study". - Internal Report, Dept. of Mechanical Eng., UFRGS, PAlegre, Dec. 91.
- [5] Teixeira, R. - "Resposta Dinâmica de Estruturas à Cargas Determinísticas no sistema GAELI", Master Thesis to be presented in jul/90, CPGEC, Dept. of Civil Eng., UFRGS, PAlegre.

CHARACTERIZATION OF HYPERSONIC FLOWS IN WIND TUNNEL

L. de Luca, G. Cardone, G.M. Carlomagno
University of Naples, DETEC
Piazzale Tecchio, 80 - 80125 Naples - Italy

SUMMARY

Current level of the state of the art of numerical codes does not allow to perform the aerodynamic and thermal design of hypersonic vehicles, as well as of space shuttles, by means of computer simulations only. The need arises for proper wind tunnel testing and detailed heat flux measurements. In this paper significant results referring to flow visualizations and heat transfer measurements performed with an Infrared (IR) Scanning Radiometer in a blowdown hypersonic wind tunnel on simple and double ellipsoidal models are discussed. Comparisons of IR data with oil film flow visualizations, thermocouples measurements and computational predictions are made.

INTRODUCTION

The growing number of space programs devoted to the design and wind tunnel (and/or flight) testing of hypersonic vehicles, as well as of space shuttles orbiting in the high atmosphere, created a renewed interest within the scientific community toward the study of aerothermodynamics in hypersonic flow regime.

Although in the last decade there has been the development of a multitude of physico-chemical models and numerical techniques to solve fluid flow and thermal fields in the hypersonic regime, the current level of the state of the art of numerical codes does not allow the aerothermodynamic design of the above mentioned vehicles to be performed by means of computer simulations only. The difficulty of correctly predicting the regions of flow transition, separation and reattachment over complex geometry bodies demonstrates the point. This is particularly true when these bodies are placed at high incidence and Mach number ranging from 8 to 25, which represent the typical conditions experienced by a space shuttle during the atmospheric re-entry. In these flow conditions the effects related to viscous interaction, turbulence and chemical reactions have to be taken into account too.

As a particular but significant illustrative example, in the recent workshop on *Hypersonic flows for re-entry problems* held in Antibes, a considerable spread in numerical results came out for the skin friction coefficient distribution over the leeward side of a double ellipsoidal body at Mach number 8 (Workshop on Hypersonic Flows, 1990); in the same workshop very few heat flux data at the same location were available.

It is then essential to combine the use of computer codes and wind tunnel experiments: on the one hand to validate numerical codes, on the other one to have a data base of typical test case problems in order to create a touchstone for the results obtained by means of different models and numerical techniques.

In this paper significant results referring to flow visualization and heat transfer measurements performed with an Infrared Scanning Radiometer (IRSR) in a blowdown hypersonic wind tunnel on simple and double ellipsoidal models are presented and discussed.

Application of IR thermography to hypersonic wind tunnel experiments is advantageous on account of its relatively good spatial resolution, thermal sensitivity and sufficiently high response time, which enable it to be used in both *thin-skin* and *thin-film* techniques (Thomann, 1968; Bynum, 1976; Simeonides, 1989; Carlomagno, 1989a; Carlomagno, 1989b). Moreover, the use of IRSR matches both qualitative and quantitative requirements. The essential features of the adopted thermographic system are: it is non-intrusive; it allows a complete two-dimensional mapping of the surface to be performed; the video signal output may be treated by digital image processing (Wendt, 1989; Carlomagno, 1990c). Comparisons of IR data with oil film flow visualizations and thermocouples measurements are also performed. Tests are carried out within the European Community space program *Hermes* to develop the first European space shuttle.

IR SYSTEM

The IR thermographic system employed is based on an AGEMA Thermovision 880 scanner which is connected via TIC 8000 A/D converter board to an IBM/AT computer. The total field of view (depending on the optics focal length and on the viewing distance) is scanned by the Hg-Cd-Te detector (working in the 8-12 μ m IR window) and a frame of 280 lines (1:4 interlaced) is produced in 0.16s. The line frequency is 2.5KHz. Nominal sensitivity, expressed in terms of *Noise Equivalent Temperature Difference*, is 0.07 C when the scanned object is at ambient temperature.

The scanner spatial resolution indicated by AGEMA is 175 *Instantaneous Fields of View (IFOV's)* per line at 50% *Slit Response Function (SRF)*. However, it has been found that TIC 8000 digitizer degrades the *Modulation Transfer Function* of AGEMA 880 scanner (de Luca, 1990). This practically means that, in the worst case, the sampling process may reduce the spatial resolution of the system down to 150 *IFOV's/line* at 50% *SRF*.

The computerized system employed allows one to acquire a time sequence of thermal images. The average time interval between two subsequent images, as acquired by the present system, is 0.24s.

A 7 lens coupled with a 12mm extension ring is used during the tests, thus obtaining a field of view

of about $80 \times 80 \text{ mm}^2$ at a viewing distance of 1 m (the spatial resolution on the computer display is about 1.8 pixels/mm).

The system software used for the acquisition and handling of the thermal image (which consists of a frame of 140×140 pixels composed by two interlaced fields) is the *Computer Aided Thermography System* (CATS). Data may be acquired in both real time and frozen modes.

An application (or problem-oriented) software has been developed which can perform: noise reduction by numerical filtering; computation of temperatures; identification of isotherms; image restoration; heat transfer correlations.

IR radiation $I(i,j)$, emitted from the scanned surface at the target point (i,j) of the pixels matrix and at a certain instant, is the basic information processed by the problem-oriented software. Once the emissivity coefficient of the surface is known, by entering the appropriate calibration curve it is possible to convert the input radiation signal into temperature; this conversion generally takes also into account both the radiation reflected from the surroundings and the one absorbed by atmosphere.

In this particular case, calibration is performed by viewing a reference black body source (placed on the tunnel center line) through the optical access window, so as to include its transmission and reflection losses. Image restoration may be performed by making use of an appropriate *degradation model* (including both imaging and sampling effects) and by implementing a *FFT* algorithm. However, due to the relatively low spatial frequencies, the restoration is not applied to the present data. Finally, the thermal image is, in general, geometrically reconstructed by considering the local actual angle of view which depends on the model attitude and contour.

The optical access window, 6 mm thick and 100 mm in diameter, is made of anti-reflective coated Zinc-Selenide which is characterized by a very high value of the transmittance coefficient. In order to avoid thermal stresses, the window is mounted on a hood so as to have it in a remote and safe position.

EXPERIMENTAL PROTOCOL

Experimental tests are carried out in the hypersonic blowdown tunnel H210 of CEAT, Poitiers, having a test section diameter of 210 mm . The operating fluid is dry air which has a stagnation temperature $T_0 = 800 \text{ K}$ and a stagnation pressure $4.5 \text{ MPa} < p_0 < 10 \text{ MPa}$. Free stream Reynolds number Re is changed mainly by varying the stagnation pressure. An appropriate nozzle is employed to obtain a nominal free stream Mach number $M = 8.15$. In effect Mach number slightly depends on the stagnation pressure (due to the interaction of the nozzle boundary layer thickness) and ranges from $M = 8$ for $p_0 = 4.5 \text{ MPa}$ to $M = 8.2$ for $p_0 = 10 \text{ MPa}$ [10]. By setting $p_0 = 8 \text{ MPa}$, $M = 8.15$ and unit $Re = 1.66 \times 10^7 / \text{m}$ are obtained as a general rule in all the tests.

After starting of the tunnel, the model (which is initially in a remote position at room temperature) is vertically injected into the stream. The rise of its surface temperature with time is measured by viewing the model with the IR camera; a time sequence of thermograms is generally recorded during the test run. It has to be pointed out that thermograms themselves are also used to interpret surface flows. Injection time is about 0.15 s and testing duration is approximately three seconds. During the testing time the free stream conditions are practically steady.

Two aerodynamic bodies, a simple and a double

ellipsoid (this last roughly simulating the fore part of the Hermes shuttle shape), are tested. The geometry of the double ellipsoid is indicated in Alziary de Roquefort (1985a); the parameters of the simple ellipsoid correspond to those of the lower part of the double one. Models made of different materials are used for both bodies during the tests. One, which is made of solid metal, is used to visualize the surface flow by means of the oil film technique. Another tested version of the simple ellipsoid is a stainless steel thin wall model (0.5 mm thick) which is used to measure heat fluxes by means of thermocouples with the *thin-skin* technique (Alziary de Roquefort, 1989b). Being in practice very difficult to construct a thin wall double ellipsoid configuration (because it is difficult to maintain a constant wall thickness on the leeward side), a second version of this body is made of solid NORCOAT 4000 to measure heat fluxes by means of IRSR with the semi-infinite wall (*thin-film*) technique. Thermographic data are also obtained on a solid NORCOAT simple ellipsoid model.

NORCOAT 4000 is a relatively low thermal conductivity material ($k_s = 0.129 \text{ W/m K}$, $c_s = 1080 \text{ J/kg K}$, $\rho_s = 740 \text{ Kg/m}^3$), which is made of silica hollow microspheres drowned in a silicon elastomer base mixture (NORCOAT). The NORCOAT surface emissivity coefficient is sufficiently high (the measured value in the wavelength range of interest is .93), therefore it is not necessary to coat it with a (thermally) black paint in order to enhance IR radiation detection. Indeed, the variation of the directional emissivity coefficient as a function of the view angle has been measured in some ad hoc tests. It has been found that for angles of view (measured from the normal to the surface) up to 60° it remains practically constant and equal to .93, while for greater view angles the emissivity coefficient drops very rapidly.

The models are generally tested at angles of attack α equal to $25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$. For $\alpha = 30^\circ$ some tests, not reported herein, are also carried out to study the influence of a small yaw angle ($\beta = 5^\circ$) or to detect induced transition.

For the heat transfer measurements, because of short measuring time, the thermal penetration depth can be generally considered small, as compared to the local radius of curvature, almost everywhere on the model surface: therefore the 1D semi-infinite wall thermal model can be applied. This model correlates the time history of the measured wall temperature T_w to the net exchanged heat flux \dot{Q} by the relationship:

$$\dot{Q}(t) = \dot{Q}_c(t) - \dot{Q}_r(t) = \sqrt{\frac{\rho_s c_s k_s}{\pi}} \left[\frac{\phi(t)}{\sqrt{t}} + \frac{1}{2} \int_0^t \frac{\phi(t) - \phi(\lambda)}{(t - \lambda)^{3/2}} d\lambda \right] \quad (1)$$

where ρ_s, c_s and k_s are the mass density, the specific heat and the thermal conductivity coefficient of the model material, respectively; t is time; ϕ is the temperature difference $T_w(t) - T_{wi}$, T_{wi} being the initial value of the wall temperature; $\dot{Q} = \dot{Q}_c - \dot{Q}_r$ represents the difference between the convective heat flux and the radiative one.

In order to implement the *thin-film* technique with the infrared thermography, the acquisition of a time sequence of thermal images is needed. To synchronize such an acquisition with the standard measurement system of CEAT tunnel, the external triggering facility of the TIC board is used. Thermal data are stored in the computer high speed storage unit and subsequently processed to reduce them into heat transfer coefficients by means of the

problem-oriented software. In particular, the integral of eq. (1) is numerically evaluated using an algorithm generally accepted for aerospace applications (Cook, 1966).

The adiabatic wall temperature T_{aw} distribution on the surface could be measured by means of the same thermographic technique. However, this is not done during the present tests. Other methods to evaluate T_{aw} have not been applied because believed inaccurate. Thereafter the dimensionless heat transfer coefficient (Stanton number) is generally defined by making use of the stagnation temperature T_o :

$$St = \frac{\dot{Q}_c}{\rho c_p V (T_o - T_w)} \quad (2)$$

where ρ , c_p and V are the mass density, the specific heat at constant pressure and the velocity of the free stream, respectively.

It has to be pointed out that during tests it is not possible in practice to precisely set stagnation pressure and temperature at pre-fixed values. As a consequence, a certain spread of Reynolds number (around the nominal value of $Re = 10^6$, corresponding to assume the main ellipsoid major axis, $L = 60mm$, as the characteristic length) is found. Since for a laminar boundary layer Stanton number is proportional to the reciprocal of the square root of Reynolds number, measured St values are slightly corrected to report them to the nominal Re value by means of the relationship:

$$St_{Re=10^6} = St_{measured} \left[\frac{Re_{measured}}{10^6} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

RESULTS

Flow visualizations. The thermogram shown in Fig. 1 refers to the temperature map recorded over the leeward side of the double ellipsoid model, placed at 25 incidence, 2.08s after model injection. The highest aerodynamic heating is reached at model nose (not completely included in the thermogram) as is shown by the white over-saturated region. However the model contour is still detectable because, due to the high view angle (between the body local normal and the camera axis) of this zone, the directional emissivity coefficient becomes very low there.

Starting from the nose zone, the sequence of curved narrow bands of different gray level denotes the corresponding steep decrease of temperature which is evident almost up to the beginning of the cockpit. The outer light gray level curved line (where temperature attains local minima), which is visible around the upper ellipsoid, corresponds to the main detachment line which is placed upstream of the junction lower ellipsoid-cockpit and which is distinct from the detachment line (inner light gray level line) caused by the cockpit itself (Da Costa, 1987).

On the cockpit the flow reattaches on its fore part, where temperature rises up to a local maximum (white over-saturated area), while on the rear part it separates again within the light gray zone which has horseshoe shaped contoured lines. At the cockpit right limb, on the symmetry axis, the flow reattaches and temperature attains the local maximum shown by the dark spot.

Fig. 2 shows the windward side temperature map for the same flow conditions but angle of attack $\alpha = 30$. In this case the model is placed in the tunnel

in such a way that its nose goes away from the tunnel axis with respect to the IR scanner. As a consequence, the edge zones toward the model tip, having a very high curvature, are scanned with a view angle which can become very high; hence, the actual NORCOAT emissivity coefficient falls down to very low values there and the model size appears to be reduced, mainly in the nose area.

The continuous streamwise decrease of temperature from the nose, which is evidenced by the succession of bands of different gray levels, has to be correlated to the laminar boundary layer development over the model. The increase of temperature at the dark area on the rear part of model can be interpreted as due to a natural boundary layer transition (Da Costa, 1987). No difference is found about the temperature maps recorded on the windward side of the double and simple ellipsoids. For this reason in the following, data will be just referred to as *ellipsoid windward side*.

In order to exploit the IRSR capability of detecting an induced transition and to visualize the streamlines over the model surface, a few *ad hoc* tests are performed by using trip wires, 0.5mm high, 0.22mm in diameter, which are placed on the ellipsoid windward side 30mm away from the nose at 5mm steps. The effect produced by the trip wires for $\alpha = 30$ is visualized by the white stripings downstream of the transversal light gray line of the thermogram reported in Fig. 3, where the transition trips are approximately located. The perturbation introduced in the flow seems to damp out in the model lateral zones where fluid particles, following curved divergent pathlines, accelerate. On the contrary, around the symmetry axis the flow becomes unstable and the occurrence of turbulence seems evident in the hot spot (light zone) located close to the trailing edge.

Both thermograms of Figs. 4 and 5 show the side view of the tested double ellipsoid for $\alpha = 30$, the former being obtained by setting a scanner measuring temperature range much higher than the one used in acquiring the latter. As a consequence, thermogram of Fig. 4 gives a detailed information about the aerodynamic heating mainly on the lower ellipsoid, due to the higher temperature attained there. The temperature field recorded on the cockpit appears in this case substantially flat except at the above mentioned reattachment zone. The dark region extending in the direction of the principal axis of the ellipsoids corresponds to the cockpit-lower ellipsoid junction, where the model seems colder mainly because of the directional emissivity effect.

On the contrary, a wide region over the lower ellipsoid is over-saturated (white zone) in the thermogram of Fig 5. In this last figure the steep temperature gradient, from white to light gray, on the lower ellipsoid precedes the main separation upstream and around the cockpit, as also observed by means of the oil film visualization (Aymer de la chevalerie, 1990). The secondary separation on the initial part of the cockpit is clearly indicated by the high temperature gradient, from white to light gray. Moreover, the slight temperature rise on the rear part of the upper ellipsoid (light gray region) refers to the flow reattachment downstream of the horseshoe shaped separation line. Such an interpretation also agrees with the oil film flow visualization of Aymer de la Chevalerie (1990).

The thermogram of Fig. 6 refers to the leeward side temperature map over the double ellipsoid model for $\alpha = 35$. A substantial difference of the location and shape of the main detachment line, as well as of the extension of the reattachment zone on the cockpit, both due to the higher angle of attack, is evident by comparing this thermogram to the one of Fig. 1.

Aerodynamic heating measurement. Heat transfer IR distribution, obtained by means of the *thin-film* technique, are validated by analogous data obtained from measurements with the thin wall stainless steel (simple ellipsoid) model (reduced by means of the *thin-skin* technique (Aymer de la Chevalerie, 1990)) and from 3D computational solutions (Argyris, 1990; Riedelbauch, 1990). Fig. 7 reports such a validation as far as the streamwise Stanton distribution in the symmetry plane (windward side for $\alpha = 30^\circ$) is concerned. Star symbols represent thermocouples *thin-skin* data, while the continuous line refers to the IR *thin-film* data. Note that in this latter case data are cut off in the nose region for $X \leq -41$ mm because they are meaningless; in fact, due to the high angle of view, the directional emissivity coefficient becomes uncertain near the model nose. As already mentioned, the X scale is corrected with respect to the draft image to account for model geometry and incidence.

With reference to Fig. 7 it has to be pointed out that IR and thermocouples data are taken in the very same flow conditions; nevertheless, in the latter case, being the stainless steel thermal conductivity relatively high, the wall temperature used in evaluating Stanton number is only slightly higher (i.e. about 30 °C) than the ambient one at which model is injected into test section. On the contrary, in the case of NORCOAT, due to its relatively low thermal conductivity, the surface temperature rises up to a few hundreds °C. Therefore, in order to compare IR and thermocouples heat transfer data, it is necessary to reduce both to the standard definition of Stanton number (herein indicated as St'), which is based on the local adiabatic wall temperature of the stream. This last is computed by means of the relationship:

$$T_{aw} = T_o \left[\frac{T_c}{T_o} (1-r) + r \right] \quad (4)$$

where r is the recovery factor and T_c is the local temperature at the boundary layer edge. To reduce data of Fig. 7 it is assumed $r = Pr^{1/2}$ (laminar flow) and, in order to evaluate T_c/T_o , local Mach number is drawn from inviscid 3D numerical solution of Radspiel (1990).

The agreement between *thin-film* and *thin-skin* data seems quite satisfactory. However, the location of St minimum (which is followed by the rise attributed to boundary layer transition) is slightly moved upstream in the case of stainless steel model. The origin of this discrepancy is unknown. It may be due to the different roughness of the two tested models or, more likely, to an influence of the wall temperature upon boundary layer transition. Usually wall cooling has a stabilizing influence. However, in Vignau (1989) it is shown that for supersonic Mach number and $T_w/T_{aw} = 0.4$ one can observe situations where wall cooling has a destabilizing influence. Therefore, it is perhaps possible to have the transition point on the *thin-skin* model at $T_w \cong 300$ K moved upstream with respect to that on the NORCOAT model at $T_w \cong 450$ K. It is clear that more investigations are needed and that one must be very cautious about this point at present. The two reported numerical distributions also show a very weak rise of St' in the region under discussion.

The iso-Stanton number contour map taken over the leeward side of the simple ellipsoid at 30 incidence is shown in Fig. 8. Note that in this figure and following, Stanton number is defined in eq. (2). Note that IR heat transfer measurements allow one to detect a St peak locate slightly upstream the X-Y axes origin, which is due to the flow reattachment. Fig. 9 reports the comparison of Stanton number measurements made by means of IR

camera and thermocouples in the same testing conditions of Fig. 8. In this circumstance also the comparison is quite satisfactory, except as far as the location of the reattachment region is concerned, which is mainly influenced by the downstream boundary conditions which depend upon the two used sting/model configuration.

In fact, it has been found that the flow in the separated region on the model leeward side is generally not well established, strongly depending on the sting system being used [15]. In particular, the use of different configurations has revealed very different wall streamlines patterns and pressure distributions, as well as a different shock wave strength (examined by means of schlieren visualization) in front of the double ellipsoid canopy.

Fig. 10 shows a typical map of iso-Stanton contours measured over the double ellipsoid leeward side, namely for $\alpha = 30^\circ$. The streamwise distributions of St number over the leeward side of this last model are finally reported in Fig. 11, for incidences of 25, 30 and 35 and $\beta = 0^\circ$. It has to be emphasized that present IR data are practically the only one experimentally available for $M = 8.15$ as far as the double ellipsoid leeward side is concerned. The location of relative minima (corresponding to separation in front of the cockpit at about $X = -35$ mm) and maxima (reattachment on the cockpit, $X = -25$ mm) appear practically independent of the angle of attack, within the accuracy of the present measurement system. St peak slightly increases with increasing incidence. The following relative minima and maxima correspond to the already mentioned separation and reattachment on the rear part of the cockpit. Their location moves upstream with increasing the angle of attack.

The numerical solutions on the leeward side (not reported herein) show a remarkable spread of data. The secondary flow reattachment on the cockpit is not detected.

CONCLUSIONS

The Infrared Scanning Radiometer is used to measure the aerodynamic heating over model surfaces in the blowdown hypersonic wind tunnel H210 of CEAT (Poitiers). IR thermography is also used together with the oil film technique to investigate the flow field behavior.

Experimental tests are performed on simple and double ellipsoid models at Mach number of 8.15 and unit Reynolds number of $1.67 \times 10^7/m$ for angles of attack of 25, 30, 35. Models used for thermographic tests are made of solid NORCOAT and the *thin-film* technique is used to reduce temperature data into the heat transfer (Stanton number) coefficient.

Quantitative St distributions are compared with experimental data obtained on stainless steel thin wall models and numerical results. Flow field behavior, drawn directly from thermograms or from iso- St contours, well agree with oil film surface flow visualizations presented in Aymer de la Chevalerie (1990). For both quantitative and qualitative results, IR data well agree with other reference data. Moreover, as far as heat transfer distributions over the leeward side of the double ellipsoidal body are concerned, the present measurements seem to be the only ones available.

ACKNOWLEDGMENTS

REFERENCES

- . Alziary de Roquefort, T.: Les souffleries hypersoniques du centre d'etudes aerodynamiques et thermiques de Poitiers. 22eme colloque d'aerodynamique appliquee, Lille, 1985.
- . Alziary de Roquefort, T.: Ecoulement tridimensionnel hypersonique sur une combinaison d'ellipsoides. Final report CEAT Rept. 4-RDMF86, Poitiers, 1989b.
- . Aymer de la Chevalerie, D.; Alziary de Roquefort, T; de Luca, L.; and Carlomagno, G.M.: Experimental Study of Flow over a Double Ellipsoid. Proc. Workshop on Hypersonic Flows for Re-entry Problems, Antibes, to be published by Springer-Verlag, 1990.
- . Argyris, J.; Doltsinis I.St.; Friz H.: Hypersonic Viscous Flow past Double Ellipse and Double Ellipsoid - Numerical Results. Workshop on Hypersonic Flows for Re-entry Problems, Antibes, Tome 4 - part I, INRIA GAMNI-SMAI, pp. 11-30, 1990.
- . Bynum, D. S.; Hube, F.K.; Key, C.M.; Diek, P.M.: Measurement and Mapping of Aerodynamic Heating in VKI Tunnel B with an Infrared Camera. AEDC Rpt. TR-76-54, pp. 1-33, 1976.
- . Carlomagno, G.M.; de Luca, L.; Alziary de Roquefort, T.: Heat Transfer Measurements with an Infrared Camera in Hypersonic Flow. In Computers and Experiments in Fluid Flow, (Eds. Carlomagno, G.M. and Brebbia, C.A.), Comp. Mech.- Springer Verlag, pp. 467-476, 1989.
- . Carlomagno, G. M.; de Luca, L.; and Alziary de Roquefort, T.: Mapping and Measurement of Aerodynamic Heating by means of IR Thermography, 2nd Int. Symp. on Multi-Phase Flow and Heat Transfer, Xi'an, 1989b.

- . Carlomagno, G.M.; de Luca, L.: Infrared Thermography in Heat Transfer. Chapter 32, Handbook of Flow Visualization, (Ed. Yang, W.J.), pp. 531-553, Hemisphere, 1989c.
- . Cook, W.J; Felderman, E.J.: Reduction of Data from Thin-Film Heat-Transfer Gages: A Concise Numerical technique. AIAA J., Vol. 4, pp. 561-562, 1966.
- . Da Costa, J.L.; Aymer, D.; Alziary de Roquefort, T.: Ecoulement tridimensionnel hypersonique sur une combinaison d'ellipsoides, CEAT Rpt. 4 RDMF 86, Poitiers, 1987.
- . de Luca, L.; Cardone, G.; Carlomagno, G.M.: Theoretical and Experimental Analysis of the Modulation Response of a Sampled IR Imaging System. In Thermosense XII, (Ed. Semanovich S.A.), vol 1313, SPIE, pp. 259-268, 1989.
- . NORCOAT 4000-4011 Aerospatale Data Sheet.
- . Radespiel, R.; Herrmann, U.; and Longo, J.M.A.: Problem 6: Flow Over a Double Ellipsoid (Test Case 6.1.7). Workshop on Hypersonic Flows for Re-entry Problems, Antibes, Tome 4 - part I, INRIA GAMNI-SMAI, pp. 363-379, 1990.
- . Riedelbauch S.: Numerical Simulation of Laminar Hypersonic Flow past a Double-Ellipsoid. Workshop on Hypersonic Flows for Re-entry Problems, Antibes, Tome 4 - part I, INRIA GAMNI-SMAI, pp. 401-428, 1990.
- . Simeonides, G.; Van Lierde, P.; Van der Stichele, S; Capriotti, D.; Wendt, J.F.: Infrared Thermography in Blowdown and Intermittent Hypersonic Facilities. AIAA paper 89-0042, 1989.
- . Thomann, H.; Frisk, R.: Measurement of Heat Transfer with an Infrared Camera. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 11, pp. 819-826, 1968.
- . Vignau, F.: Etude theorique et experimentale de la transition en ecoulement bidimensionnel compressible. PhD thesis, ENSAE, 1990.
- . Wendt, J.F.: Infrared Thermography. 2nd Joint Europe/US Short Course on Hypersonics, Colorado Springs, 1989.
- . Proc. Workshop on Hypersonic Flows for Reentry Problems, Tome 4, INRIA GAMNI-SMAI, Antibes, 1990.

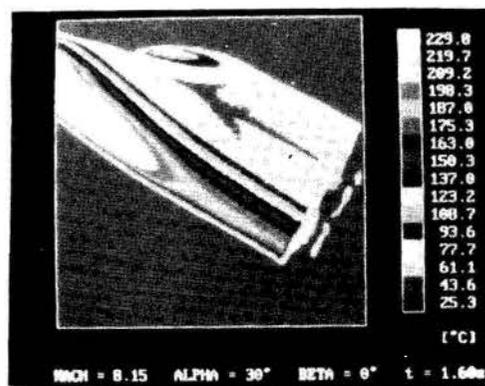
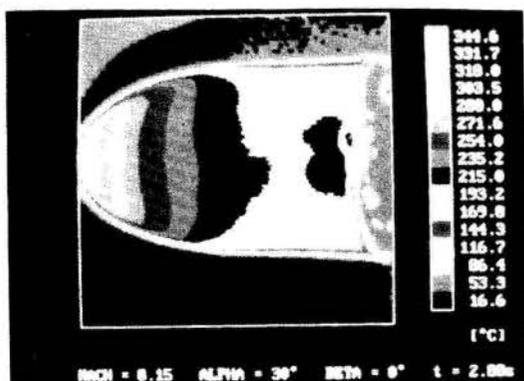
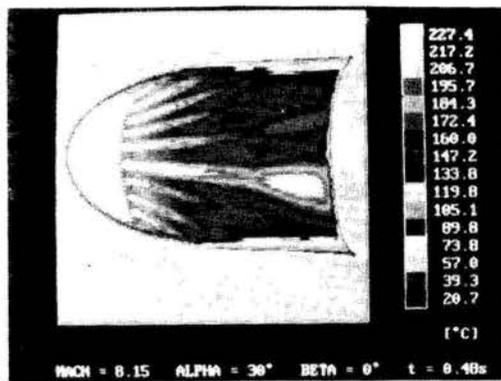
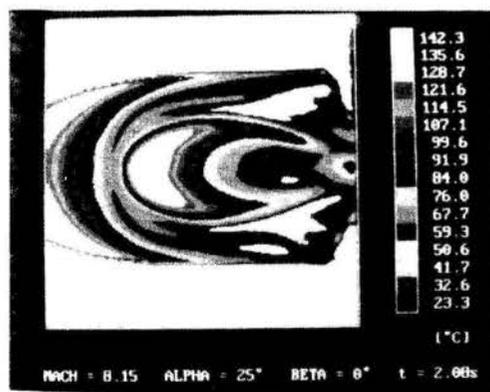


Fig. 2

Fig. 4

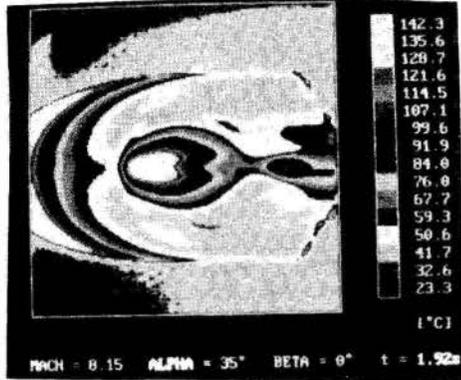
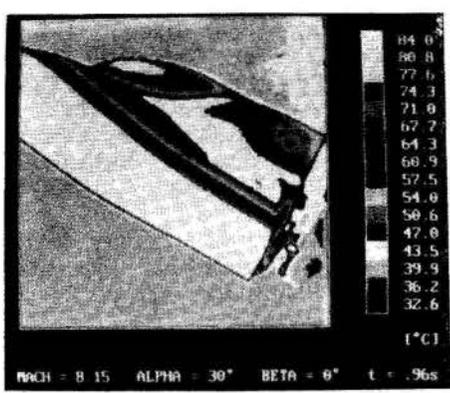


Fig. 6

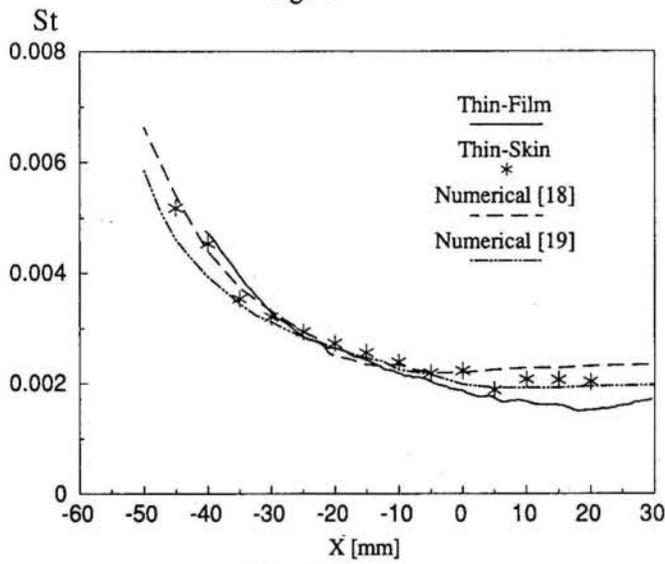


Fig. 7

Single Ellipsoid - Alpha = 30 - Leeward Side

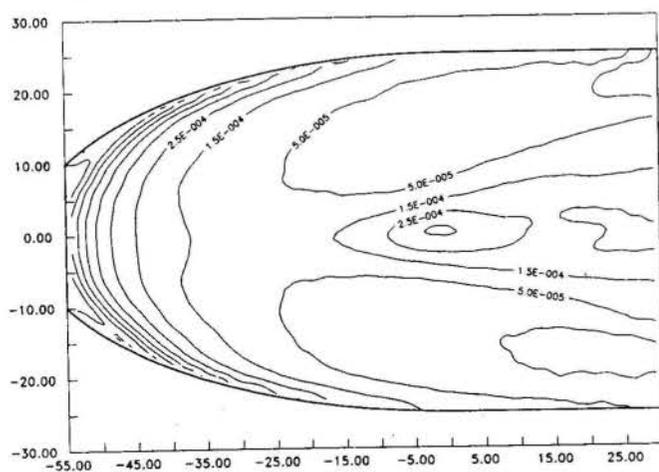


Fig. 8

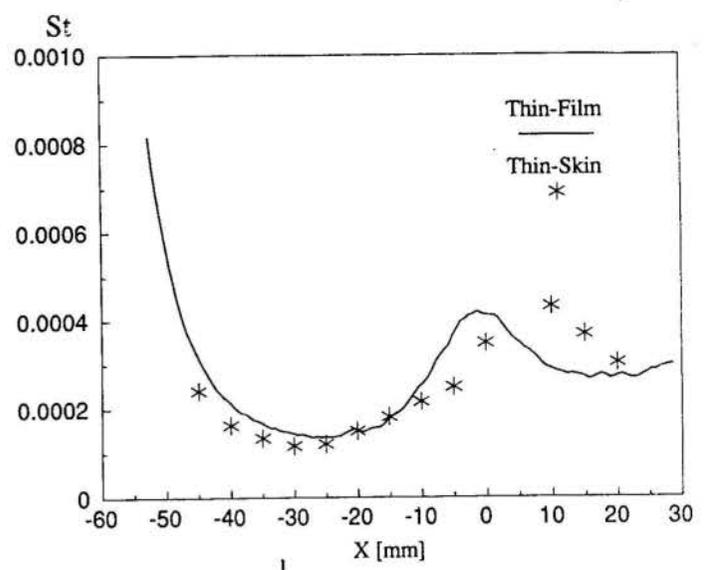


Fig. 9

Double Ellipsoid - Alpha = 30 - Leeward Side

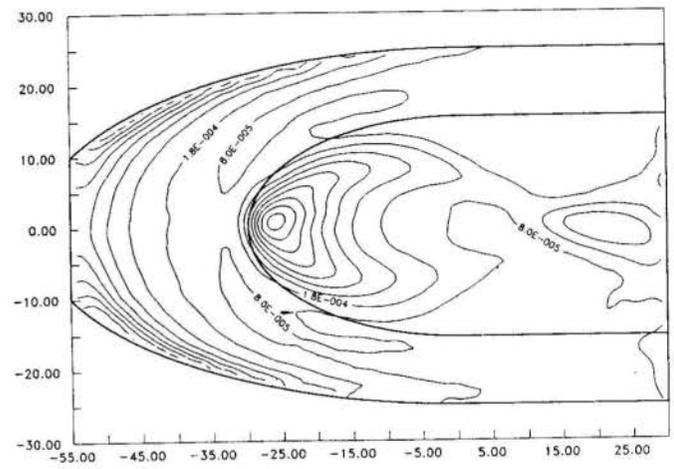


Fig. 10

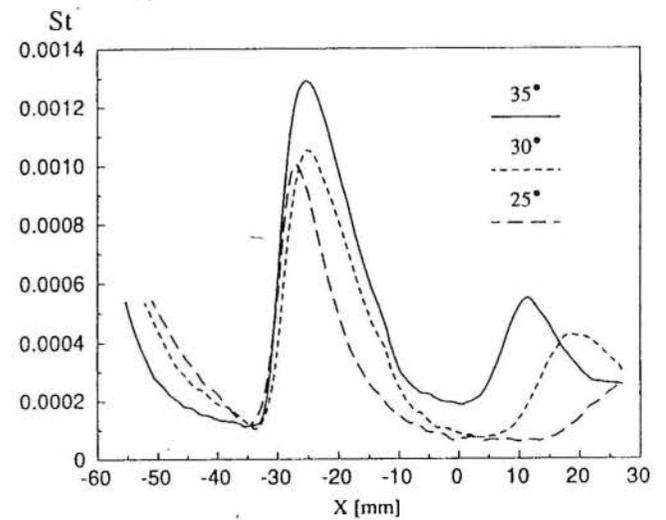


Fig. 11

EFEITOS ESPÚRIOS NA MEDIÇÃO DE PRESSÃO EM ESCOAMENTOS PERIÓDICOS

SILVIO CARLOS ANIBAL DE ALMEIDA
MOYSÉS ZINDELUCK
Departamento de Engenharia Mecânica - UFRJ
MAURÍCIO NOGUEIRA FROTA
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

RESUMO

O presente trabalho, que utiliza conceitos de Linhas de Transmissão, descreve a modelagem, por analogia elétrica, via técnica de parâmetros distribuídos, a resposta de sistemas de medida de pressão expostas a perturbações acústicas periódicas. Recomendações são apresentadas para a seleção do comprimento adequado do tubo que interliga o transdutor à tomada de pressão.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho analisa fenômenos associados à medição de pressão em dutos, na presença de perturbações acústicas periódicas. Nestas circunstâncias, o comprimento do tubo que conecta a tomada de pressão ao transdutor de pressão pode influenciar o valor da pressão indicada e as técnicas convencionais para medição de pressão não se qualificam, podendo, inclusive, conduzir a resultados completamente errôneos. Problemas semelhantes podem ser encontrados na medição de pressão em artérias, compressores, turbo-máquinas, túneis de vento, em reservatórios, tubulações etc.

Embora este assunto tenha sido objeto de diversas investigações (Benson, 1966; Moseley, 1966; Benedict, 1969), o tema, entretanto, refere-se ainda a um problema não completamente resolvido e constitui motivação de interesse atual (Cheremisinoff, 1988; Jianwei et al., 1990).

Os resultados experimentais obtidos para o escoamento de ar no interior de um duto de seção circular, são confrontados com os dados provenientes de uma modelagem via parâmetros distribuídos, que permite estudar a influência do tubo de conexão na pressão indicada pelo transdutor. Utilizando conceitos de linha de transmissão, o trabalho explica a origem e os erros sistemáticos inerentes à técnica de medição.

DESCRIÇÃO DO FENÔMENO

Medições de pressão em escoamentos periódicos, submetidos às complexidades descritas, demandam cuidados e técnicas especiais.

No contexto de um outro trabalho (Almeida, 1992), experimentos realizados com o intuito de determinar a interação entre perturbações acústicas e um escoamento turbulento, confirmam que as medições de pressão são fortemente afetadas pelo diâmetro da tomada de pressão, pelo comprimento l da tomada de pressão, pelo comprimento L do tubo que interliga a tomada de pressão ao transdutor e pela frequência e amplitude da onda de perturbação. Estes efeitos espúrios

obviamente tendem a desaparecer em escoamentos em regime permanente.

Um estudo paramétrico dos diversos fatores que interferem na determinação da pressão no escoamento periódico bem como uma modelagem do sistema foram implementados e descritos por Almeida et al. (1992). O presente trabalho propõe um modelo que permite analisar a influência do comprimento do tubo de conexão na pressão indicada pelo transdutor, quando submetido a um escoamento periódico, conduzindo ao comprimento de tubo adequado a ser utilizado.

Aparato Experimental. A figura 1 ilustra o aparato experimental e a instrumentação utilizada. Um túnel de vento em circuito aberto, cuja seção de teste consiste num duto de seção circular de 3000 mm de comprimento e 50,8 mm de diâmetro interno, precedido de uma câmara de estabilização, onde são introduzidas as perturbações acústicas, é utilizado para produzir o campo de pressão objeto de estudo.

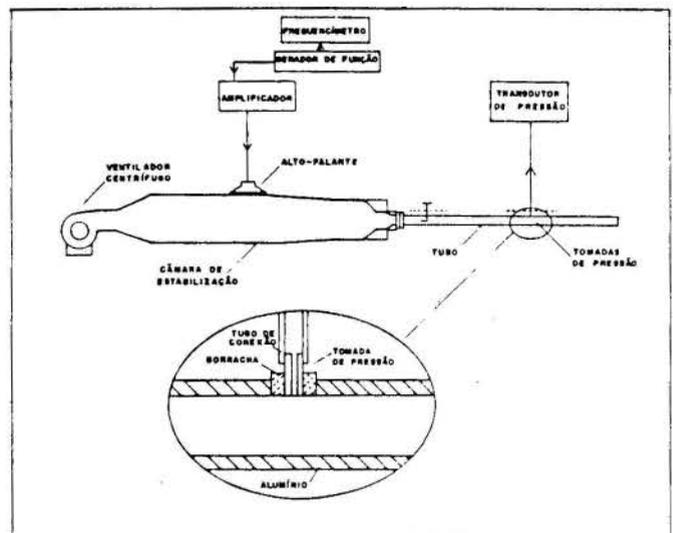


FIGURA 1. Esquema geral do aparato

As frequências das perturbações acústicas utilizadas correspondem às frequências de ressonância naturais do sistema túnel de vento-seção de teste. A intensidade da perturbação é caracterizada pelo valor eficaz (rms) do sinal senoidal utilizado como fonte de perturbação.

Um micromanômetro de precisão, descrito por Frota (1987) e um transdutor de pressão capacitivo de alta resolução foram utilizados para intercomparação das medições.

Tubos de diferentes comprimentos e diâmetros instalados na posição $x/L_d = 0,18$ (x denota posição longitudinal de medida ao longo do duto a partir do acoplamento com o túnel de vento; L_d denota o comprimento do duto), foram utilizados para produzir as variações geométricas das tomadas de pressão, conforme ilustrado na figura 1.

Efeitos Espúrios na Medição de Pressão em Escoamentos Periódicos. Perturbações acústicas senoidais, na frequência $f = 112$ Hz (correspondente ao primeiro harmônico do duto) e amplitude variável, foram introduzidas no duto. Esta frequência refere-se à situação em que os efeitos de variação de pressão são mais intensos. A pressão foi então medida para diversas combinações de geometria da tomada de pressão, comprimento do tubo de conexão e dois tipos de transdutor. As figuras 2 a 4 ilustram os resultados obtidos.

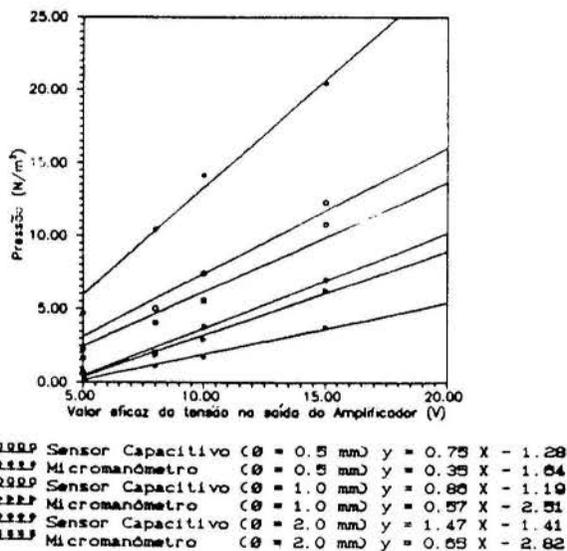


FIGURA 2. Comparação dos valores de pressão medidos através do Micromanômetro e Sensor Capacitivo para diferentes geometrias de tomada de pressão.

Em cada um destes gráficos, a pressão é medida em função da amplitude da perturbação. Os pontos experimentais foram ajustados por retas traçadas via método dos mínimos quadrados.

As figuras 2 a 3 ilustram a influência da geometria das tomadas de pressão no comportamento do sistema. Para as situações investigadas, a análise da figura 2 (que reporta resultados obtidos por dois transdutores de pressão) indica que o diâmetro da tomada de pressão afeta o valor da pressão indicada no transdutor.

Utilizando-se tomadas de pressão de diferentes comprimentos e diâmetro interno de 1 mm, foram obtidos os resultados ilustrados na figura 3, permitindo concluir-se que a

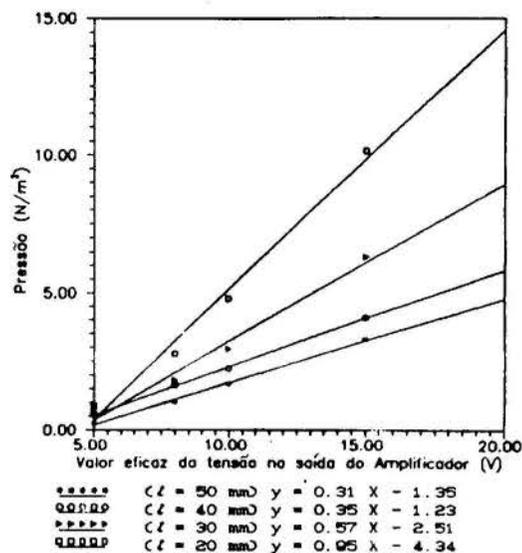


FIGURA 3. Influência do comprimento da tomada de pressão (L) no valor da pressão medida com Micromanômetro.

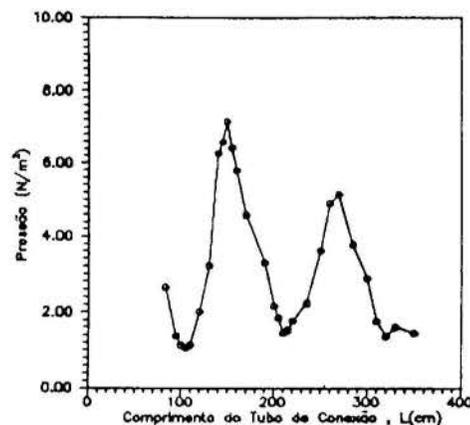


FIGURA 4. Variação da pressão em função do comprimento do tubo de conexão (L).

pressão registrada no transdutor varia inversamente com o comprimento da tomada de pressão, podendo atribuir-se esta variação à dissipação viscosa (Almeida, 1992).

A figura 4 ilustra a variação da pressão em função do comprimento L do tubo de conexão que interliga o transdutor à tomada de pressão.

Os efeitos espúrios decorrentes da geometria da tomada de pressão e da natureza do transdutor foram descritos com sucesso em outro trabalho (Almeida et al., 1992) com base numa modelagem proposta via técnica dos parâmetros concentrados. Entretanto, devido à natureza intrínseca do fenômeno, este modelo é incapaz de descrever o efeito ilustrado na figura 4 que explicita a influência do comprimento do tubo que interliga o transdutor à tomada de pressão. Para tanto, propõe-se, no âmbito do presente trabalho, um modelo baseado na técnica de parâmetros distribuídos.

MODELAGEM DO SISTEMA DE MEDIÇÃO DE PRESSÃO - INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DO TUBO DE CONEXÃO

Os dados ilustrados na figura 4 foram obtidos através de um microfone capacitivo, fabricado pela Brüel & Kjaer (capacitância $C = 19,6$ pF), instalado na extremidade de um tubo de conexão (tubo de latex de 4 mm de

diâmetro interno), utilizado para produzir o efeito desejado. Embora não apresentado neste trabalho por limitação de espaço, efeito similar foi detectado utilizando os dois transdutores de medida descritos anteriormente.

A análise da figura 4 indica que os valores de pressão apresentam pontos de máximo que se repetem periodicamente em função do comprimento do tubo de conexão. Ainda na mesma figura, verifica-se que os pontos de mínimo e de máximo estão separados por uma distância constante, correspondente $\lambda/4 \cong 60 \text{ cm}$ (λ denota comprimento de onda).

Blake (1983) analisa o fenômeno de maneira simplificada considerando o tubo de conexão como um tubo fechado numa extremidade e aberto na outra (tomada de pressão), onde é induzida uma onda senoidal. Nesta situação haverá ressonância nas condições previstas pela equação:

$$L_m = \frac{c (2m - 1)}{4f} = \frac{\lambda (2m - 1)}{4} \quad (1)$$

sendo $m = 1, 2, 3 \dots$, "c" a velocidade do som no meio e L o comprimento do tubo de conexão. Mantendo-se constante a frequência e variando-se o comprimento do tubo de conexão, ocorrerá ressonância quando o comprimento do tubo for múltiplo do comprimento de onda e, nesta situação, a pressão indicada no transdutor (P_M) pode ser mais elevada que o valor P na entrada do tubo.

A seguir apresenta-se o modelo matemático que descreve o tubo de conexão comportando-se como uma linha de transmissão.

Modelo Matemático. O presente modelo inspira-se na formulação de Latimer (1967) que aplica-se à propagação de ondas em cateteres e que permite o acoplamento de diferentes transdutores de pressão.

A figura 5 ilustra o diagrama simplificado do sistema de medição de pressão e da analogia elétrica proposta para analisar o tubo como uma linha de transmissão. Esta abordagem facilita a análise, que seria extremamente árdua por meio de técnicas convencionais.

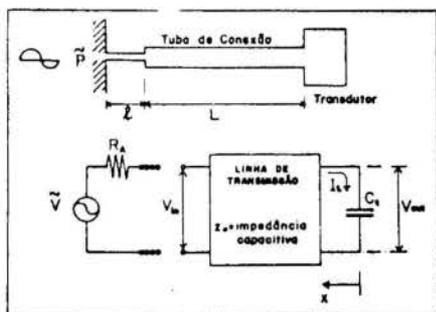


FIGURA 5. Diagrama do sistema e analogia elétrica

O transdutor de pressão é modelado pela sua impedância, $Z_t = -j/(\omega C_t)$

O tubo de conexão é modelado pela técnica da analogia elétrica através dos seguintes parâmetros distribuídos:

$R_l = 8 \pi \mu$: resistância por unidade de comprimento, devido à viscosidade do fluido;

$L_l = \rho A$: indutância por unidade de

comprimento, devido à inércia do fluido;

$C_l = 1/(K A L)$: capacitância por unidade de comprimento, devido à compressibilidade do fluido e à compliância das paredes do tubo de conexão.

$G_l = \delta \omega C_l$: condutância por unidade de comprimento;

Nestas expressões A denota a área seccional do tubo, μ a viscosidade dinâmica, K o módulo de elasticidade volumétrico, δ a constante de atenuação e $\omega = 2\pi f$.

Não ocorrendo perdas por dissipação, $R_l = G_l = 0$.

A impedância de uma linha de transmissão infinita é denominada impedância característica e, se a frequência for elevada, é expressa pela raiz quadrada do quociente entre L_l e C_l .

Embora não trivial, a manipulação das expressões acima e das leis da eletricidade aplicadas ao circuito ilustrado na figura 5 permite consolidar o modelo que analisa o tubo de conexão comportando-se como linha de transmissão (detalhes do desenvolvimento estão disponíveis em Almeida, 1992). Karakash (1950), apresenta uma relação para a determinação da voltagem numa linha de transmissão, em cujos terminais está ligada uma carga de impedância Z_t :

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{1}{\cos \beta L - Z_0 \omega C_l \sin \beta L} \quad (2)$$

nesta expressão β denota o número de onda. Se $\omega L \gg R$ o número de onda é calculado pela expressão $\beta = \omega (L_l C_l)^{1/2}$. O modelo proposto

permite caracterizar a resposta v_{out} do sistema (por analogia, a pressão indicada no transdutor) submetido a uma solicitação v_{in} conforme caracterizado na figura 5:

O sistema prevê ressonância na condição $\cotg \beta L = \omega C_l Z_0$

Verifica-se que para um elevado valor de C_t (ou C_l desprezível) o termo $\omega C_l Z_0$ torna-se predominante, sendo necessário efetuar uma correção na equação (2) para levar em consideração o ângulo de fase $\theta = \arctg (\omega C_l Z_0)$.

INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Os resultados ilustrados na figura 6 foram obtidos com o auxílio do microfone acima descrito, instalado em uma tomada de pressão de diâmetro 1 mm e comprimento 30 mm, exposto a uma propagação de onda de frequência 128 Hz ($\omega = 704 \text{ rad/s}$).

Com base no modelo e nas características físicas e geométricas do sistema, foram calculados os parâmetros da linha de transmissão apresentadas na tabela I.

Baseando-se nos resultados da tabela I obtém-se, da equação (2):

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \left[\cos(2,83L + 1,57) - 569 \sin(2,83L + 1,57) \right]^{-1} \quad (3)$$

Tabela 1. Parâmetros Característicos da Linha de Transmissão

Área da Seção (m ²)	1,28 10 ⁻⁸
Capacitância do transdutor (m/N)	188
Impedância (Ns/m)	4,35 10 ⁻²
Resistência/m (Ns/m ²)	4,62 10 ⁻⁴
Indutância/m (Ns/m ²)	1,5 10 ⁻⁸
Número de Onda (m ⁻¹)	2,83
Ângulo de Fase (rad)	1,57
Capacitância/m (N ⁻¹)	0,79

A figura 6 apresenta os valores obtidos através da modelagem proposta (linha sólida), e os resultados experimentais obtidos (círculos vazios). A análise da figura 6 assegura uma boa concordância entre os resultados, o que valida o modelo.

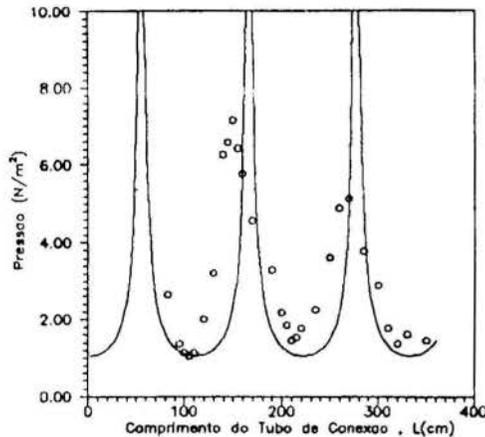


FIGURA 6. Picos de ressonância num tubo de borracha (f=128Hz). Comparação entre modelo teórico e pontos experimentais.

Utilizando o modelo proposto por Blake (1983), expresso pela equação 1, pode-se estabelecer uma comparação (Tabela II) com os resultados experimentais obtidos, evidenciando um desempenho insatisfatório do modelo, em contraposição à boa concordância obtida com o modelo proposto no presente trabalho.

CONCLUSÕES

O modelo proposto, desenvolvido à luz do conceito de linha de transmissão, provou-se adequado para analisar o efeito do comprimento do tubo que interliga o transdutor à tomada de pressão. A análise do modelo permite concluir que a resposta do sistema medidor de pressão é satisfatória se o tubo de conexão for utilizado com comprimentos inferiores a 1/4 do comprimento da onda da perturbação acústica imposta.

Tabela 2. Pontos de ressonância obtidos pela equação 1. Comparação com resultados experimentais.

m	L (m) EQUAÇÃO 1	L (m) EXPERIMENTAL
1	0,85	0,80
2	1,95	1,50
3	3,25	2,70

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, S.C.A., "Interação entre Perturbações Acústicas e Escoamento Turbulento Interno em um Duto de Seção Circular", Tese de Doutorado em curso, PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, 1992.
- ALMEIDA, S.C.A., ZINDELUK, M. E. FROTA, M.N., "Análise de Técnicas para Medição de Pressão em Escoamentos Periódicos", Aceito para publicação no II Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, 1992.
- BENEDICT, R.P., "Fundamentals of Temperature, Pressure and Flow Measurements". John Wiley and Sons, Inc., New York, 1969.
- BENSON, R.J., "Some Recent Research on Non Steady Flow Problems". in Flow Measurement Symposium, ASME, New York, 1966.
- BLAKE, W.K. "Diferencial Pressure in Fluid Mechanics Measurements", in Fluid Mechanics Measurement, Hemisphere Publishing Corp., New York, 1983.
- CHEREMISINOFF, N.P. and CHEREMISINOFF, P.N. "Flow Measurements for Engineers and Scientists". Marcel Dekker, Inc., New York, 1988.
- FROTA, M.N. "Desenvolvimento de um Micromanômetro de Precisão". Projeto Submetido à Fundação Yehan Numata, São Paulo, 1987.
- KARAKASH, J. "Transmission Lines and Filter Networks". Mac Graw-Hill, New York, 1950.
- JIANWEI, S., MINGYANG, L., KEQIANG, W. E. YANZHENG, Y. "Prosthetic Heart Valves: Waveform Comparisons and Average Value disposition for Pulsatile Flow in Vitro." Journal of Biomedical Engineering, Volume 12, Nº 5, Setembro 1990.
- LATIMER, K.E., "The Transmission of Sound Waves in Liquid-Filled Catheter Tubes Used for Intravascular Blood-Pressure Recording". Med. & Biol. Engng., vol. 6, pp. 143-168, 1968.
- MOSELEY, D.S. "Measurement Error in the Orifice Meter on Pulsating Flow". In Flow Measurement Symposium, ASME, New York, 1966.

ABSTRACT

The present work, based upon Transmission Line concepts, describes the modeling of the response of measuring pressure systems exposed to periodic perturbations. Technical recommendations are provided leading to the adequate length of the tube which connects the transducer to the wall pressure taps.

MEASUREMENTS OF FLOW STRUCTURE IN THE RADIAL LAYER
OF IMPINGING FREE-SURFACE LIQUID JETS

J. Stevens and B.W. Webb
Heat Transfer Laboratory
Department of Mechanical Engineering
Brigham Young University
Provo, UT 84602

SUMMARY

The thin radial-flow layer formed by a free-surface liquid jet impinging normally against a flat surface was studied experimentally using laser-Doppler velocimetry to make velocity and turbulence measurements across the layer depth. For radial locations of less than 2.5 nozzle diameters, the velocity profiles showed that the maximum velocity in the layer occurred very near the plate, contrary to the assumption common to analytical treatments that the velocity outside the boundary layer is everywhere equal to the pre-impingement jet velocity. Turbulence was found to increase near the plate, and an apparent transition to turbulent flow was documented.

NOMENCLATURE

- ν fluid kinematic viscosity
- d nozzle diameter
- h local radial-flow layer thickness
- Q volume flow rate
- r radial coordinate measured from the stagnation point
- Re Reynolds number, $4Q/\pi\nu d$
- u local mean velocity in the radial direction
- \bar{u} spatial average radial velocity at given r -location, $\frac{1}{h} \int_0^h u(z) dz$
- U local mean surface velocity on liquid layer
- u' local RMS fluctuation in the radial direction
- U' local RMS fluctuation in U
- V_j average jet exit velocity $4Q/\pi d^2$
- z axial coordinate measured from the impingement plate

INTRODUCTION

Impinging jets are characterized by unusually high transfer coefficients near the stagnation region. For this reason, they have found wide application in a variety of industries. They are used in the glass and metal industries for cooling, and in the paper and textile industries for drying, and for thermal control of high heat flux electronic equipment. Any analytical treatment of the heat transfer under an impinging liquid jet relies upon assumptions about the flow. For the radial flow region of an impinging jet, many of these assumptions remain unsubstantiated by experimental evidence. The objective of this research is to experimentally characterize the radial flow region of an axisymmetric free liquid jet impinging normally against a flat surface by measuring local velocity and turbulence levels in the layer.

While the flow structure for submerged jets, in general, and for air jets in particular, has been studied extensively in the literature for the cases of both impinging and a non-impinging jets, free-surface liquid jets have received comparatively little attention. Watson (1964) appears to have been the first to examine analytically the laminar and turbulent radial spread of a liquid jet over a flat impingement surface out to, and including, the hydraulic jump using boundary layer theory. The flow was considered in four regions, and a similarity solution was developed of the form $u = U(r)f(\eta)$ where $\eta = z/h(r)$, $h(r)$ is the local layer thickness, and f is the similarity function. Turbulent flow was also considered using an eddy viscosity model and proceeding analogously to the development for laminar flow. The flow of a planar liquid jet was discussed as well.

Subsequent investigations have studied liquid jets both experimentally and analytically (Nakoryakov *et al.*, 1978; Thomas *et al.*, 1990a; Thomas *et al.*, 1990b; Rahman *et al.*, 1990a, 1990b; Rahman *et al.*, 1990c; Liu and Lienhard, 1989; Carper, 1989; Azuma and Hoshino, 1983; Hung, 1982; Olsson and Turkdogan, 1966). However, none of these studies have characterized the flow structure under such jets.

Recently, Stevens and Webb (1992) reported free-surface velocity distributions, $U(r)$, from an impinging liquid jet with laser-Doppler velocimetry. It was found that the free-surface velocities of the radial layer flow would collapse to a single band independent of nozzle size and flow rate when plotted in dimensionless coordinates, U/V_j versus r/d . This band was correlated to $\pm 20\%$ by a parabola matched with a straight line in two radial regions. The band of correlated velocities contained a maximum at $r/d \approx 2.5$. The study, however, reported no velocity data inside the liquid layer.

It is clear from the preceding discussion that direct experimental measurements of the flow structure would provide valuable assumption validation and insight into the nature of the radial layer flow of an impinging free-surface liquid jet. The objective of this study was to experimentally explore this region of the jet flow field by measuring velocity and turbulence profiles across the depth of the radially spreading liquid layer.

METHOD AND EXPERIMENTAL APPARATUS

The impinging jet was formed in a closed loop system containing a pump, flow meters, a nozzle, and apparatus for collecting spent water and directing it back to the pump. The pump was a Teel model 2PO19 with maximum capacity of 53 lpm at 0.069 MPa and 7.6 lpm at 1.1 MPa. A bypass was included in order to allow the pump to operate at optimal conditions while maintaining the jet at the desired flow rate. The flowmeters were King Instrument Co. K72 series rotameters with a combined measurement range of 0.38 to 45.6 lpm (0.1 to 12 gpm) with uncertainty of 0.38 lpm for flow rates less than 3.8 lpm and uncertainty of 0.38 lpm for flow rates greater than 3.8 lpm. The average jet exit velocity was calculated from the flow meter readings and the known nozzle diameter. The flow loop is described in greater detail in Stevens (1991).

Liquid velocities were measured with a TSI laser-Doppler velocimeter using a Spectra-Physics 5 Watt Argon-Ion laser. The optics were configured for backscatter operation, as illustrated in Fig. 1. Only one component of the velocity was measured in this study, using the 488 nm (blue) line of the laser. The optical train included a field stop system with an aperture of 0.20 mm. A 120 mm focal distance lens was used with beam expansion to provide a measurement volume with a calculated size of approximately 0.16 mm x 0.03 mm. Coarse measurements indicated that, for the power settings and flow situations of this study, the actual length of

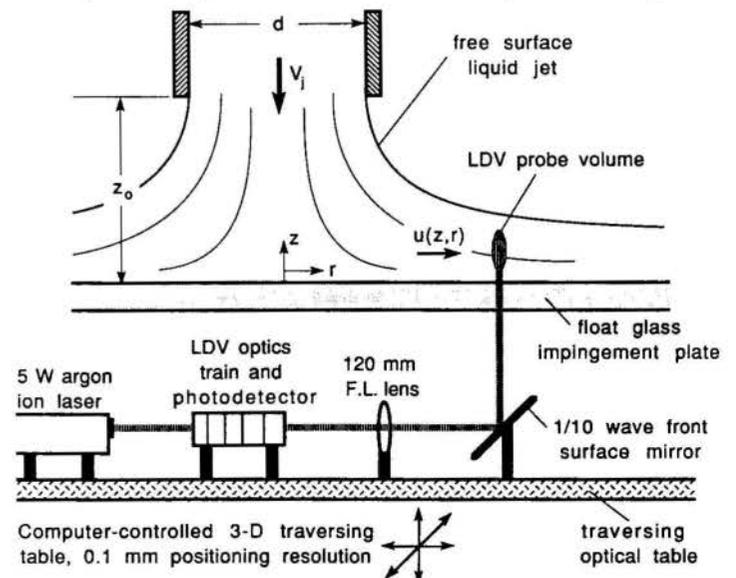


Fig. 1. Schematic diagram of experimental apparatus.

the major axis was approximately 0.3 mm for this configuration. Photodetector output was processed by a TSI model 1980B signal processor operating in continuous data collection mode. Frequency shifting at one MHz was employed to improve the data rate and minimize fringe bias. An Epson Equity III+ microcomputer was used to process and store the data. Typically, three to five thousand instantaneous velocity points were used in determining the local mean and RMS velocity. The measurement volume was moved relative to the stationary experimental setup by moving the entire LDV system on a three-axis traversing table with ± 0.1 mm resolution in each direction.

A tenth-wave, front surface mirror was used to reflect the laser beams from below through a glass impingement plate so that the measurement volume was positioned inside the liquid jet. The flow was seeded with milk at a very low concentration. The concentration was deliberately low so that measurements could be taken well above the impingement plane without interference from excessive light scattering through the fluid. The radial coordinate was established for each measurement configuration (Re and d) by initially positioning the measurement volume to one side of the jet centerline, then taking closely spaced velocity measurements as the LDV diagnostic volume was traversed radially across the centerline. The stagnation streamline ($r = 0$) was then determined by interpolating to locate the point where the measured velocity was exactly zero. Velocity profiles were measured across the liquid layer at each radial location by initially positioning the measurement volume as close to the plate as possible, then making measurements in a line normal to the impingement plane.

The nozzles consisted of pipes of sufficient length so that the turbulent pipe flow was fully developed at the nozzle exit. The nozzle-to-plate spacing was maintained at one nozzle diameter for all cases except the 23.0 mm nozzle, for which it was three-quarters of a nozzle diameter. Maximum uncertainty in the average jet velocity (measured with the flowmeters) is estimated to be 7%. Uncertainty in the local velocity measurements (measured with the LDV) is estimated to be less than 4%.

Measurements were made over a range of nozzle diameters and flow rates. Nozzle diameters used in the study ranged between 7.6 - 23.0 mm i.d., and flow rates were between 0.5 - 25 lpm. These nozzle sizes and flow rates were used in combinations to provide an approximate Reynolds number range of 2,600 - 53,100.

RESULTS AND DISCUSSION

Measurement Procedure. There were numerous problems associated with taking data in the radial layer flow at $r/d > 0.5$. The layer was very thin, so even though the measurement volume length was estimated to be only 0.3 mm, in some instances only one or two independent (non-overlapping) measurements could be made through the thickness of the liquid layer. Furthermore, it was virtually impossible to determine when the measurement volume had penetrated the free-surface as the table was traversed vertically. This was because the air-water interface reflected the measurement volume back into the liquid layer as the interface was reached. Finally, a large zero-velocity spike was observed in the velocity histogram as the air-water interface was approached. This was also due to the backward scattering of the laser beams from the interface which effectively positioned the reflected measurement volume at the stationary wall. The problem of locating the free surface was also encountered by Azuma, *et al.* (1983), and is described in great detail in their paper. In that reference, however, the layer was much thicker and the interface was apparently smoother so that a change in the data rate could be used to ascertain when the measurement volume had reached the free surface. For this study, other methods were employed. In order to remove the zero-velocity spike from the collected data, a histogram was plotted for each velocity measurement as demonstrated by Fig. 2. The extent of the zero velocity spike was determined, and those data with Doppler frequency equal to the shift frequency selected (indicating erroneous zero velocity caused by reflection of the LDV diagnostic volume off the liquid free surface and onto the stationary impingement plate) were removed digitally in the data file. The mean and RMS velocities were then recalculated from the reduced set. As shown by the example in Fig. 2, there was a clear break between the fluid velocities and the unwanted zero-velocity signal corresponding to unwanted wall measurements. This break was present in all measurements used, including those close to the impingement plate, which implies that all measured velocities were sufficiently far from the wall that near-zero flow velocities from the boundary layer were not included. In principle, it should have been possible to adjust the filter bank on the signal processor to eliminate the unwanted signal as the data was collected. However, in practice, the fixed and discrete filter settings on the signal processors made it more convenient to filter the data digitally in software as described. The problem of determining the depth of the air-water interface was handled by traversing vertically until no further signal was received. Then, the average depth of the layer was determined by integrating the measured velocities in the z -direction until integral continuity for the axisymmetric configuration was satisfied for the given r -location, r_i :

$$\frac{V_j \pi d^2}{4} = 2\pi r_i \int_0^h u(z) dz \quad (1)$$

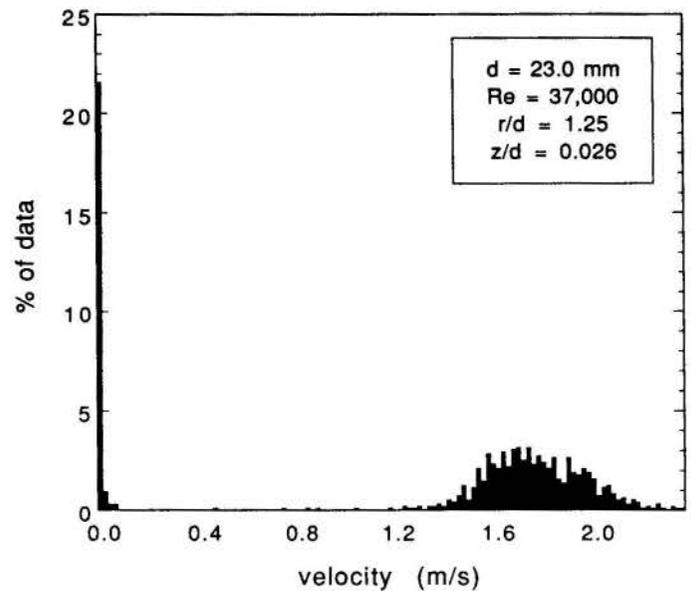


Fig. 2. Sample velocity histogram from the radial flow measurements, $Re = 37,000$, $d = 23.0$ mm, $r/d = 1.25$, $z/d = 0.026$.

Axisymmetry was verified by rotating the nozzle with respect to the measurement volume, and repeating the measurement. Measurements were attempted in the liquid layer radially beyond the hydraulic jump as well. However, the difficulties described above were compounded by the very slow fluid velocities of that region. These velocities resulted in an unacceptably low data rate and also made it impractical to cleanly filter the desired signal from the zero-velocity spike at the wall.

In spite of the difficulties described above in collecting data through the spreading liquid layer, the available measurements yield valuable results for characterizing the flow field through this region.

Mean Velocity. Figure 3 exhibits samples of the data in the radial-flow layer for nozzles of $d = 10.9$ mm and $d = 23.0$ mm. The largest nozzle provided the thickest layer, and thus gave the greatest measurement resolution, and consequently, the most complete and detailed results. These figures show all of the data taken, some of which, as discussed previously, corresponds to measurement volume locations above the free surface of the liquid layer. The average free surface location determined according to Eqn. (1) is also shown in the figures. Note that the radial spacing between the vertical scans is not plotted to scale in these figures. The data from the 23.0 mm diameter nozzle provides a much clearer picture of the flow profile through the liquid layer, but is limited to a relatively

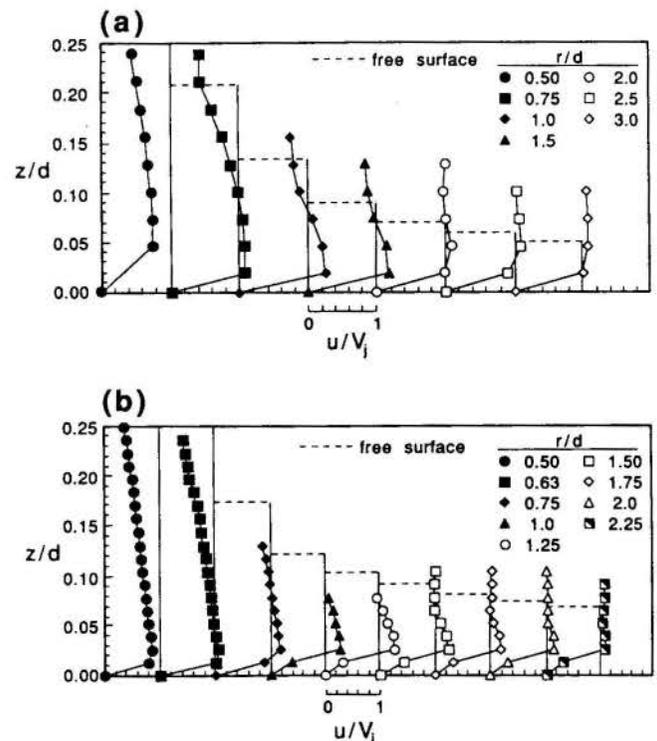


Fig. 3. Profiles of local radial velocity across the liquid layer depth for $Re = 37,000$: a) $d = 10.9$ mm, and b) $d = 23.0$ mm.

small radial range ($0.5 \leq r/d \leq 2.25$). The data from the smaller nozzle cover a larger r/d range, but in some cases have only one or two points from within the layer. The profiles do serve to clarify some of the features of the radially spreading liquid layer from Stevens and Webb (1992). For example, the maximum in the plot of the dimensionless surface velocity as a function of r/d can be readily explained by examining the profiles of Fig. 3. It is clear that for small r/d the maximum velocity in the layer is close to the plate. Thus, the surface velocity is relatively low. As the fluid travels radially, the maximum velocity moves upward while the layer thins until the two meet and the maximum velocity is at the free surface near $r/d \approx 2.5$. This agrees with the maximum in the free-surface velocity data observed by Stevens and Webb (1992). Careful examination of Fig. 3 shows that as the maximum velocity moves toward the free surface, the magnitude of this maximum decreases with radial distance for $r/d > 2$. This agrees qualitatively with the shape of the free-surface velocity profile of Stevens and Webb (1992), and confirms that the monotonic decrease in the data of that study for $r/d > 2.5$ is a result of the retarding influence of the wall. In effect, the boundary layer absorbs the whole flow near $r/d \approx 2.5$. Note that the boundary layer discussed here is growing in an inertia-driven, zero-pressure gradient radial flow, and thus may differ from the more common boundary layers resulting from pressure-driven, two-dimensional flows. The invalidation of the common assumption of $u = V_j$ everywhere outside the boundary layer [for example, Watson (1964)] reported by Stevens and Webb (1992) is emphasized again by Fig. 3. For $r/d < 2.5$, not only is the maximum velocity not at the free surface of the flow, it is actually very close to the plate in this region. Note also that the maximum radial velocity in the layer has a magnitude greater than the average jet exit velocity, in some cases being 30% higher than V_j . This is consistent with previous measurements of the free-surface velocity (Stevens and Webb, 1992), which were also observed to be greater than V_j .

These measurements also shed some light on possible velocity profile assumptions used in Stevens and Webb (1992). At small r/d the maximum velocity is near the plate, and the measured velocity profiles are very dissimilar to any of the analytic profile assumptions discussed. Thus, the expressions given for the velocity distribution across the liquid layer depth given by Stevens and Webb (1992) are clearly inappropriate descriptions for the velocity profiles across the radially spreading layer for $0.5 < r/d < 2.5$. At larger r/d , the liquid layer was generally too thin to obtain enough spatially resolved measurements to make a proper comparison between the equations and the data. However, near $r/d \approx 2.0$ for the 23.0 mm nozzle, there are sufficient data to make a rough comparison possible. Figure 4 compares two sets of measured velocities with various profiles from Stevens and Webb (1992). In Fig. 4, both the profiles and the data are plotted in dimensionless coordinates of u/U and z/h , where U is the free-surface velocity, and h is the local depth of the liquid layer. While the data are sparse, it appears that the difference between different profiles is small compared with the difference between the profiles and the data. It must be noted, however that the measured velocities correspond to the region $r/d < 2.5$, and the maximum velocity has still not reached the free surface. Due to limitations of the experimental apparatus, it was not possible to make measurements at larger r/d for the largest nozzle. Further, for smaller nozzles the liquid layer was too thin to obtain velocity data providing a complete description of the velocity profile across its depth.

Layer Depth and Surface Velocities. Figure 5 shows the local liquid layer depths, $h(r)/d$, calculated by integrating the measured radial velocity profiles according to Eqn. (1). Also shown is the depth predicted using the correlation equation from the free-surface measurements of Stevens

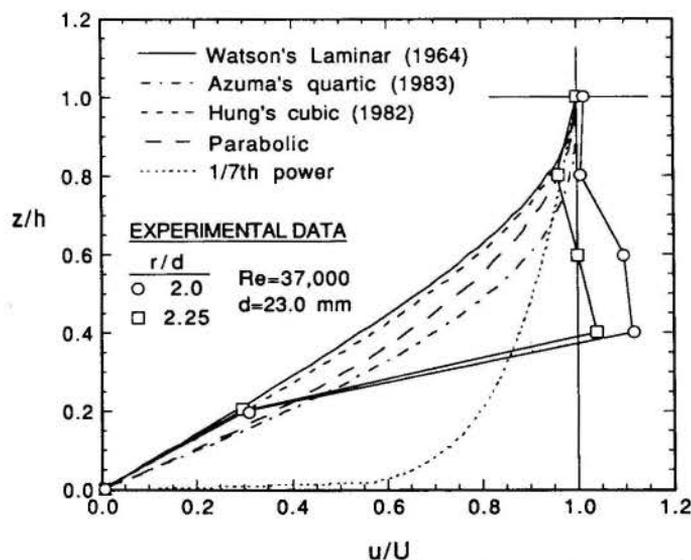


Fig. 4. Comparison of possible analytical velocity profiles across the liquid layer with experimental data.

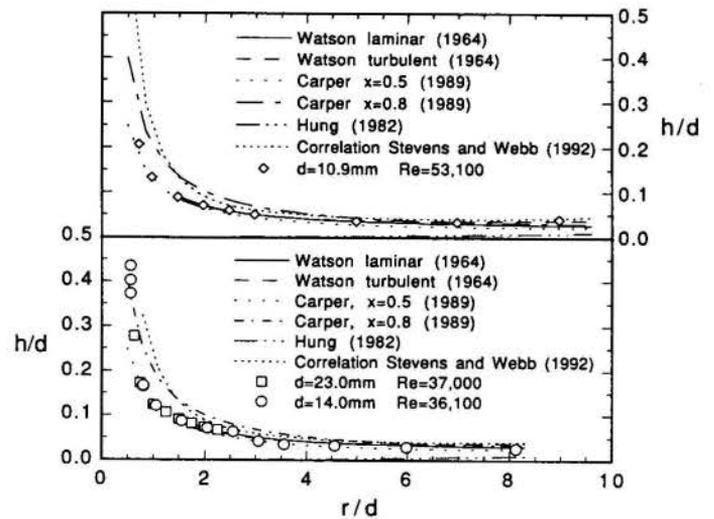


Fig. 5. Comparison of analytical predictions for the liquid layer depth with measurements.

and Webb (1992). Finally, layer depths predicted by Watson (1964), Hung (1982), and Carper (1989) are included. The solution of Carper (1989) contained a constant of integration, x , which was estimated by two different methods, resulting in possible values of 0.5 and 0.8. The lower panel of Fig. 5 shows one set of measurements from the 23.0 mm nozzle and one set from the 14.0 mm nozzle. The analytical expressions from Carper, Watson, and Hung are evaluated for $Re = 36,500$. Watson's laminar solution, and the expression from Carper with the $x = 0.5$ provide the best overall agreement with the integrated data. The expression from the free-surface correlation is very poor at small r/d , but somewhat better, though still high, at larger r/d . This could be expected from the obvious shape difference between the assumed parabolic velocity profile of Stevens and Webb (1992), and the velocity profiles at small r/d in Fig. 3. Also note that the free-surface data are represented by a correlation, which predicted the measured data only to within $\pm 20\%$. The upper panel of Fig. 5 shows a similar comparison for a different nozzle and Reynolds number. For this case, the Watson laminar and turbulent expressions predict the depths best for smaller r/d , and the Watson turbulent expression and the expression from the free-surface measurements give the best prediction at larger r/d . The free-surface correlation and the Watson turbulent expression both accurately reflect the experimentally determined increase in depth at larger r/d .

Figure 6 compares the correlation from the measured free-surface velocities of Stevens and Webb (1992) with linearly extrapolated free-surface velocities from the measurements of this study for the same configurations used in Fig. 5. The analytical expressions of Watson (1964) for the free-surface velocity are also included for comparison. The interpolated velocities clearly validate the correlation equations of the previous work, particularly considering the width of the band of data that the correlation equations represent. Note that the dimensionless interpolated velocities at the free surface from this study are greater than unity as observed for the measured free-surface velocities of Stevens and Webb (1992). These results confirm the validity of the more extensive measurements of the free-surface velocity of that study.

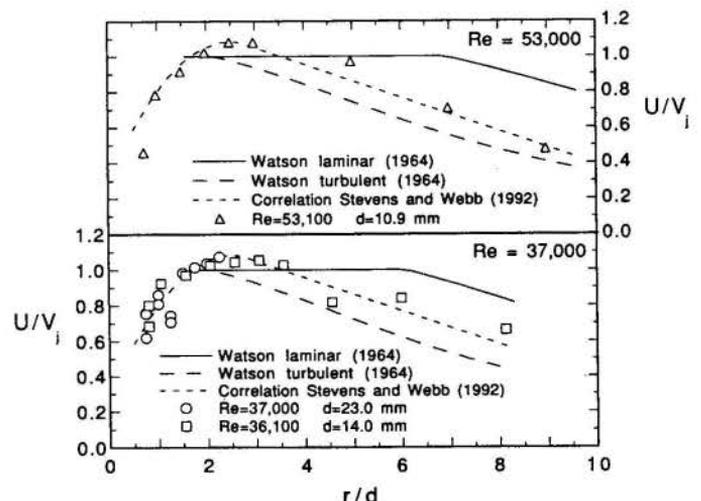


Fig. 6. Comparison of analytical predictions for the free-surface velocity with measurements.

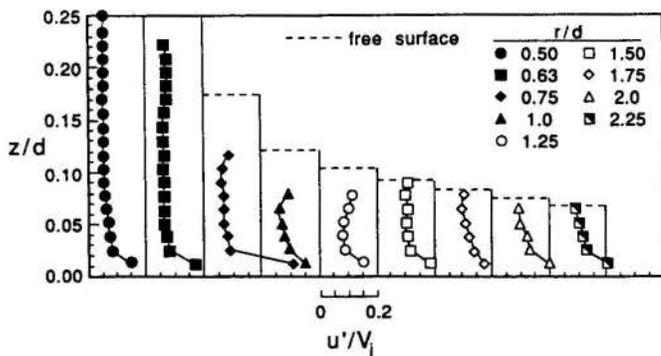


Fig. 7. Profiles of normalized RMS turbulence (u'/V_j) across the liquid layer depth for $Re = 37,000$, $d = 23.0$ mm.

Turbulence. Figure 7 demonstrates the turbulence across the liquid layer for the same data as shown in Fig. 3. The figure shows the RMS turbulence (the RMS fluctuations normalized by the average jet exit velocity) as a function of z/d and radial location for the 23.0 mm nozzle at $Re = 37,000$. Only measurements from within the liquid layer are included in Fig. 7 and the local mean layer depths are duplicated from Fig. 3. Generally, the turbulence increases both near the wall and as one proceeds radially away from the stagnation point. This is shown more clearly in Fig. 8, where measurements from Fig. 7 are plotted as a function of r/d at distinct z/d .

In order to effectively display the turbulence levels in greater detail, the radial variation in RMS turbulence (u'/V_j) for a given z/d is plotted in Fig. 9 for two nozzle sizes at different Reynolds numbers. The data for $d = 10.9$ mm indicates a rise in turbulence level near $r/d = 1$, and both nozzle diameters exhibit increases in u'/V_j for $r/d \leq 2.5$. A distinct local maximum in the RMS turbulence is observed at $r/d \approx 2.5$. These trends suggest a transition to turbulent flow. Interestingly, the location of peak RMS turbulence seen in Fig. 9 corresponds to the point where the maximum radial velocity reaches the free surface (see Fig. 3). The radial location of this apparent transition point also coincides loosely to the local maximum in heat transfer coefficient observed previously for impinging free-surface liquid jets (Stevens and Webb, 1991). While the data are too sparse to draw definite conclusions, the location of transition does not appear to be strongly Reynolds number-dependent. Further, higher local turbulence levels are associated with higher Reynolds numbers.

Figure 10 illustrates local radial component turbulence intensity (u'/u) data inside the liquid layer for $d = 10.9$ mm, $Re = 53,100$ at $z/d = 0.018$ and 0.046 , as well as free-surface turbulence intensity (U'/U) data from Stevens and Webb (1992). Values of the free-surface turbulence intensity extrapolated from the u'/u data of this study on the interior of the layer at the $z/d = 0.018$ and 0.046 locations are also included. The turbulence intensity measurements from inside the layer show a sudden sharp change at $r/d \approx 1$ with a local maximum observed in the $z/d = 0.018$ data near $r/d \approx 3$. The $z/d = 0.046$ profile is increasing, but has not reached a local maximum. The data illustrate that the free-surface turbulence intensity is a minimum at the radial location where, it has been suggested, transition to turbulence occurs and the peak mean velocity reaches the free surface. The free-surface turbulence level is seen to rise with radial position thereafter. Increased turbulence levels result near the wall at $r/d \approx 1 - 2$, and progress radially outward and upward inside the liquid layer. The extrapolated values for the free surface, though for a different nozzle and flow rate, follow

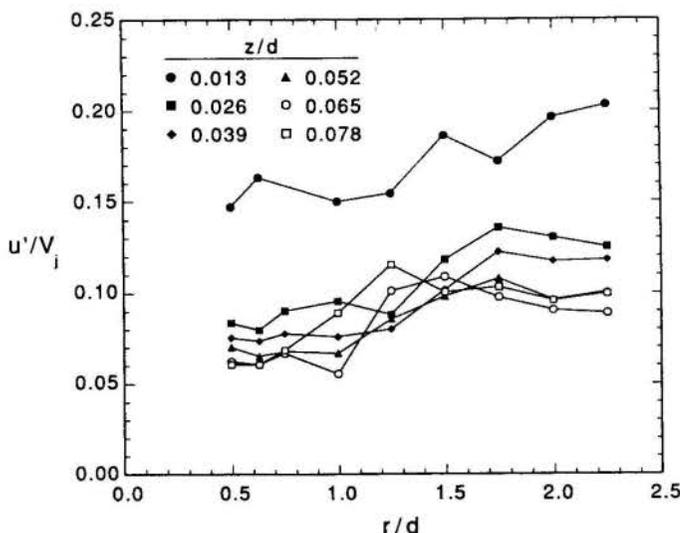


Fig. 8. Variation of the RMS turbulence (u'/V_j) versus radial location for $Re = 37,000$, $d = 23.0$ mm.

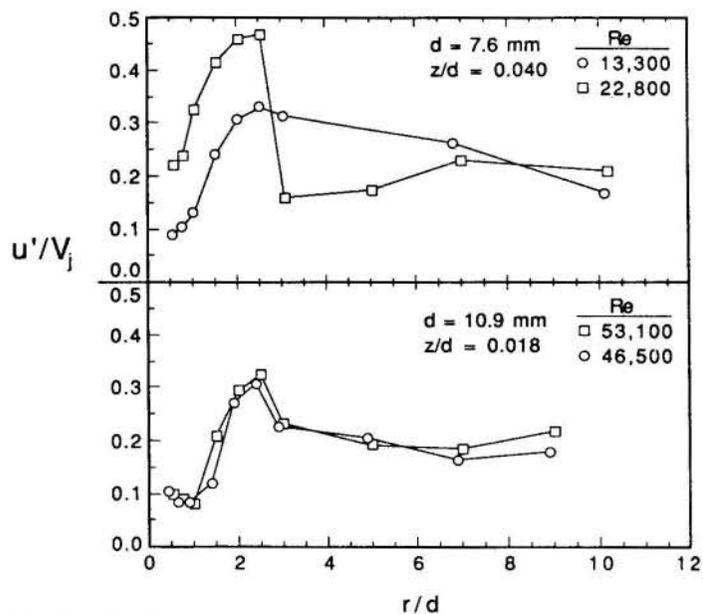


Fig. 9. Radial variation in RMS turbulence (u'/V_j) for a given z/d for two nozzle sizes at different Reynolds numbers.

the general shape of the data from Stevens and Webb (1992) confirming the validity of those measurements.

CONCLUSIONS

The measurements from the interior of the radial-flow layer showed that the maximum velocity in the layer is not at the free surface for $r/d < 2.5$. This invalidates the assumptions of many analytical models for that portion of the flow. It also provides a physical explanation for the peak in free-surface velocities reported by Stevens and Webb (1992). Various layer velocity profile assumptions were compared to available data taken at $r/d \approx 2$ and $r/d > 2$. Qualitatively, the profile assumptions were generally similar to the measured data, but there were insufficient data for thorough comparisons, particularly at $r/d > 2.5$ where agreement would be expected. Liquid layer depths were calculated by integrating the measured layer velocity profiles and compared to various analytical predictions. The free-surface layer depth correlation of Stevens and Webb (1992) and the turbulent model of Watson (1964) accurately predicted an increase in depth of the liquid layer at larger r/d . Free-surface velocities were extrapolated from the measured data and compared to results reported in Stevens and Webb (1992) and agreement was very good. Turbulence was found to be highest near the impingement surface, and to increase gradually with r/d . An apparent transition to turbulence was observed in the radial flow layer, with a local minimum in the turbulence intensity (u'/u) near $r/d \approx 1$, and a peak in the RMS turbulence (u'/V_j) occurring near $r/d \approx 2.5$.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the U.S. National Science Foundation under Grant No. CBT-8552493.

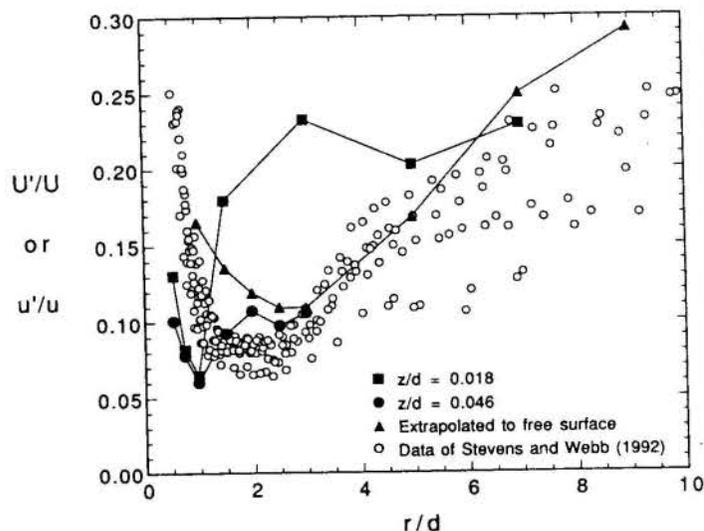


Fig. 10. Variation in turbulence intensity (u'/u) with radial position for $Re = 53,100$, $d = 10.9$ mm, and comparison with previous free-surface measurements (Stevens and Webb, 1992).

REFERENCES

- Azuma, T. and Hoshino, T., "LDV Measurement in Radial Flow of Thin Liquid Film," *Proceedings of the Osaka Symposium on Flow Measuring Techniques: The Application of LDV*, Association for the Study of Flow Measurements, Osaka, Japan, pp. 1-15, 1983.
- Carper, H.J., "Impingement Cooling by Liquid Jet," *Porous Media, Mixtures and Multiphase Heat Transfer*, ASME HTD-Vol. 117, eds. K. Vafai, et al., pp. 23-30, 1989.
- Hung, Y.T., "A Numerical Analysis of Jet Impingement Cooling of a Rotating Disk," M.S. Thesis, Texas Tech University, Lubbock, TX, 1982.
- Liu, X., and Lienhard, J.H., "Liquid Jet Impingement Heat Transfer on a Uniform Flux Surface," *Proceedings of the 1989 National Heat Transfer Conference*, HTD-Vol. 106, pp. 523-530, 1989.
- Nakoryakov, Pokusaev, V.E., and Troyan, E.N., "Impingement of an Axisymmetric Liquid Jet on a Barrier," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 1175-1184, 1978.
- Olsson, R.G. and Turkdogan, E.T., "Radial Spread of a Liquid Stream on a Horizontal Plate," *Nature*, Vol. 211, pp. 813-816, 1966.
- Rahman, M.M., Faghri, A., and Hankey, W.L., "Computation of Turbulent Flow in a Thin Liquid Layer of Fluid Involving a Hydraulic Jump," AIAA/ASME Thermophysics and Heat Transfer Conference, *Heat Transfer in Turbulent Flow*, eds. R.S. Amano, M.E. Crawford, and N.K. Anand, HTD-Vol. 138, pp. 71-80, 1990a.
- Rahman, M.M., Faghri, A., and Hankey, W.L., "The Flow of a Thin Liquid Film on a Stationary and Rotating Disk - Part II: Theoretical Prediction," AIAA/ASME Thermophysics and Heat Transfer Conference, *Heat Transfer in Space Systems*, eds. S.H. Chan, E.E. Anderson, R.J. Simoneau, C.K. Chan, D.W. Pepper, B.F. Blackwell, Vol. HTD-Vol. 135, pp. 125-133, 1990a.
- Rahman, M.M., Faghri, A., Hankey, W.L., and Swanson, T.D., "Prediction of Heat Transfer to a Thin Liquid Film in Plane and Radially Spreading Flows," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 822-825, 1990c.
- Stevens, J., "Measurements of Local Fluid Velocities in an Axisymmetric, Free Liquid Jet Impinging on a Flat Plate," Ph.D. Dissertation, Brigham Young University, Provo, UT, 1991.
- Stevens, J. and B.W. Webb, "Local Heat Transfer Coefficients under an Axisymmetric, Single-Phase Liquid Jet," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 71-78, 1991.
- Stevens, J. and Webb, B.W., "Measurements of the Free-Surface Flow Structure Under an Impinging Free Liquid Jet," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 114, pp. 79-84, 1992.
- Thomas, S., Faghri, A., and Hankey, W.L., "The Flow of a Thin Liquid Film on a Stationary and Rotating Disk - Part I: Experimental Analysis and Flow Visualization," AIAA/ASME Thermophysics and Heat Transfer Conference, *Heat Transfer in Space Systems*, eds. S.H. Chan, E.E. Anderson, R.J. Simoneau, C.K. Chan, D.W. Pepper, B.F. Blackwell, HTD-Vol. 135, pp. 125-133, 1990a.
- Thomas, S., Hankey, W., Faghri, A., and Swanson, T., "One-Dimensional Analysis of the Hydrodynamic and Thermal Characteristics of Thin Film Flows Including the Hydraulic Jump and Rotation," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 728-735, 1990b.
- Watson, E.J., "The Radial Spread of a Liquid Jet Over a Horizontal Plane," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 20, pp. 481-499, 1964.

MEDIDA DE VAZÃO EM DUTO PELO MÉTODO DE GAUSS

Jovert L. Garotti Nehemias L. Lacerda
EMBRAER S/A CTA-ASE
12.225 São José dos Campos - SP

SUMÁRIO

Investigações experimentais foram executadas objetivando a aplicação do Método de Integração Numérica de Gauss à medida de vazão em um escoamento assimétrico gerado em um duto retangular de geometria irregular. Este duto é encontrado no sistema que fornece ar refrigerante ao trocador de calor do sistema de ar condicionado da aeronave CBA-123 VECTOR, desenvolvida pela EMBRAER.

INTRODUÇÃO

No sistema de ar condicionado da aeronave CBA-123 VECTOR, os trocadores de calor são conectados às entradas de ar embutidas à fuselagem. A medida em vôo da vazão de ar atmosférico fornecido aos trocadores é de fundamental importância na avaliação do sistema de climatização.

Dos vários métodos de medida de vazão de ar em dutos, verificou-se que poucos atendiam aos requisitos impostos pelas condições de ensaios em vôo, além das imposições devido as assimetrias geométricas e aerodinâmicas.

O objetivo das investigações experimentais, foi desenvolver um arranjo ideal de anemômetros, baseando-se em um método de integração das velocidades pontuais.

Os arranjos foram testados em uma seção do duto da aeronave a jusante do trocador de calor, onde a assimetria do escoamento é a mínima, porém não nula devido a existência de duas curvas de 90 graus em planos perpendiculares a montante do trocador..

O MÉTODO DE INTEGRAÇÃO PARA MEDIR VAZÃO

Kinghorn [1985] trata dessa conceituação afirmando que existem basicamente dois tipos de métodos para o cálculo da velocidade média a partir de velocidades pontuais: o método numérico, que se utiliza da integração numérica e o método gráfico a base da planimetria.

Conforme os resultados experimentais obtidos por Winternitz [1957], a Técnica de Quadratura de Gauss adaptada para medida de vazão por Sherwood [1939] em um trabalho clássico sobre o assunto e reestudado por Benedict [1974], garante, em relação a outros métodos, quanto a eficácia maior precisão e quanto a eficiência a minimização da quantidade de pontos.

Winternitz [1957] trata da necessidade de se desenvolver métodos que reduzem o número de pontos, declarando o método de Gauss-Sherwood [1939] como aquele que requer o menor número de pontos para um dado nível de precisão dentre os disponíveis para seção circular, isto é, quatro pontos por diâmetro para uma incerteza de 0,5%.

Os métodos contidos nas normas, relativos à integração de perfis de velocidades, são todos derivados a partir da hipótese de perfil bem comportado, ou seja, simétrico e completamente desenvolvido. Também a quantidade de pontos requerida, variando de 20 a 170, torna-os proibitivos para a nossa aplicação, quando se pensa em praticidade e custo.

Quanto à escolha da seção de teste, deve ser observado que a grosso modo: quanto menor o nível da irregularidade, menor terá que ser o número de pontos de medida para uma dada precisão.

Sabe-se que o trocador de calor apresenta uma característica de alta resistência ao escoamento, podendo seu efeito ser comparado ao de um retificador do escoamento, removendo, em certo nível, a rotação e assimetria, produzindo um perfil de velocidades mais regular comparado às condições a montante. O efeito retificador ocorre, segundo Schubauer [1948], quando a velocidade do escoamento é menor que 30 m/s, condizendo com a nossa faixa de velocidades locais. Essas são as razões que levaram à escolha de uma seção de teste a jusante do trocador de calor.

Apresentação teórica: Em uma dada distribuição de velocidades, a variável velocidade (U) é função das distâncias x e y ao centro do duto, adimensionalizadas em relação aos lados da seção; então, temos que $U = U(x,y)$.

A velocidade média (U_m) do escoamento em uma seção transversal de um duto retangular deve ser determinada utilizando-se a expressão (1). Assumindo que o perfil de velocidades possa ser representado por um polinômio, a cubatura de Gauss é aplicada, segundo Carnhan [1969], através da seguinte aproximação:

$$U_m = \frac{1}{4} \int_{x=-1}^1 \int_{y=-1}^1 U(x,y) dx dy \approx \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{1i} \cdot w_{2j} \cdot U(x_i, y_j), \quad (1)$$

onde os pesos w_1 e w_2 assim como os pontos (x,y) estão tabelados em Carnhan [1969] em função do número de pontos de medida.

Tabela 1: Resultados teóricos da cubatura de Gauss para escoamento simétrico em duto retangular.

ARRANJO X,Y	TOTAL DE PONTOS	DISCREPÂNCIA (%)
2,2	4	7,5
2,3	6	1,6
2,4	8	1,1
2,5	0	1,0
2,6	2	1,0
3,2	6	6,2
3,3	9	0,5
3,4	12	nula
4,2	8	6,2
4,3	12	0,5
5,2	10	6,2
6,2	12	6,2

TABELA 2

Comparação entre as vazões mássicas da placa de orifício de 54 mm e do método de integração das velocidades pontuais.

C A S O	T E S T E	ARRANJO	RESULTADOS											
			DISCREPANCIA				DISCREPANCIA COM AJUSTE				COEFICIENTES $Q_{aj} = (Q_g - B)/A$			
			MÉDIA [%]	DESVIO PADRÃO [%]	INTERVALO DE CONFIANÇA DA MEDIDA [%]		MÉDIA [%]	DESVIO PADRÃO [%]	INTERVALO DE CONFIANÇA DA MEDIDA [%]		R ²	A	B [m ³ /s]	
01	48	GS4-9"	0.24	0.87	- 1.46	1.95	---	---	---	---	---	---	---	---
02	02	(02,02)	0.71	13.00	-24.80	26.20	0.10	2.46	- 4.27	4.92	0.998	1.32	-0.10	
03	07	(02,03)	23.80	10.60	3.10	44.50	0.44	3.54	- 6.50	7.39	0.997	1.40	-0.07	
04	13	(02,04)	15.16	13.00	-10.30	40.70	0.11	2.60	- 4.98	5.22	0.999	1.43	-0.08	
05	15	(02,05)	- 0.48	15.30	-30.54	29.60	0.14	2.64	- 5.03	5.32	0.999	1.32	-0.10	
06	16	(02,06)	3.31	15.10	-26.30	32.90	0.05	2.43	- 4.72	4.83	0.999	1.32	-0.09	
07	20	(03,02)	- 6.15	13.06	-31.74	19.44	0.10	2.46	- 4.73	4.92	0.999	1.19	-0.07	
08	30	(03,03)	- 2.44	7.30	-16.77	11.88	-0.26	1.28	- 2.79	2.26	0.999	1.13	-0.05	
09	31	(03,04)	- 6.63	14.70	-35.46	22.19	0.05	3.00	- 5.83	5.93	0.998	1.25	-0.10	
10	32	(04,02)	-21.97	12.51	-46.50	2.55	0.35	2.82	- 5.18	5.89	0.999	1.04	-0.08	
11	33	(04,03)	-16.81	11.23	-38.83	5.20	-0.07	2.21	- 4.41	4.27	0.998	1.05	-0.06	
12	34	(05,02)	-23.43	10.54	-44.09	-2.77	0.02	2.58	- 5.05	5.09	0.998	0.96	-0.06	
13	35	(06,02)	-22.81	9.61	-41.65	-3.97	0.02	2.42	- 4.72	4.76	0.998	0.94	-0.05	

Resultados para um perfil teórico: Partindo de um modelo matemático de perfil de velocidades simétrico para um duto retangular obtido de White [1974], foi possível comparar o resultado da cubatura ao da integração analítica deste modelo e avaliar em que nível a igualdade (1) é válida para diferentes arranjos de pontos.

Os cálculos foram feitos para arranjos de 4 a 12 velocidades pontuais em uma seção de razão de aspecto igual ao que foi testado em laboratório, obtendo-se os resultados tabelados em (1).

Portanto, os resultados mostraram que somente a partir do arranjo (3,4) com 12 anemômetros consegue-se, teoricamente, discrepância nula.

O EQUIPAMENTO DE TESTE

Do reservatório, o ar comprimido é conduzido à seção de teste através da instalação mostrada na figura (2). A incerteza adotada para a placa de orifício é $\pm 0,5\%$, valor assumido pela norma AGA descrita por Spink [1978] e utilizada na instalação da placa e no cômputo da vazão.

Anemômetros: Fez-se necessário a utilização de um conjunto de anemômetros de fio-quente, devidamente calibrados, próprios para a medida de vazão que pretendemos executar em vôo, onde o estado do fluido varia em uma faixa muito extensa. Al' Omar [1970] sugere um modelo de calibração próprio para utilização em vôo.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Arranjos de quatro a doze anemômetros, dispostos segundo a técnica de cubatura de Gauss, instalados em uma seção do duto da aeronave, foram testados em laboratório.

O método utilizado nesse trabalho, com a vazão decaindo lentamente do máximo ao mínimo da faixa de interesse, se propõe a evitar o problema normalmente encontrado nas fontes de ar comprimido em manter altas vazões constantes ou mesmo as baixas vazões suficientemente estabilizadas.

Esse método requer, porém, um sistema de aquisição de dados para gravar as velocidades pontuais e os parâmetros da placa de orifício para posterior análise.

Validação do equipamento de teste: Com o objetivo de qualificar o equipamento de teste, o método de Gauss-Sherwood [1939] para medida de vazão foi aplicado em um duto circular do equipamento de teste de 9" de diâmetro interno e comprimento 20 vezes seu diâmetro na tentativa de se obter um perfil simétrico e livre de rotação. A figura (1) demonstra a sua qualificação, garantindo um intervalo de confiança de -1,46% a 1,95% em relação à vazão obtida pela placa de orifício, condizendo com o que é apresentado por Winternitz [1957] e Kinghorn [1972].

RESULTADO

Correção do método: Observando a curva de vazão da integração (Q_g) em função da vazão de referência (Q_p) na figura (3), percebe-se um desvio angular e deslocamento vertical entre essa curva e aquela ideal correspondente às discrepâncias nulas. Por

- 1 - FILTRO DE AR
- 2 - VÁLVULA DE CORTE
- 3 - DIVERGENTE
- 4 - COLMÉIA
- 5 - COLMÉIA
- 6 - PLACA DE ORIFÍCIO
- 7 - TUBO FLEXÍVEL
- 8 - DIVERGENTE
- 9 - DUTOS DE AR DE IMPACTO E TROCADOR DE CALOR

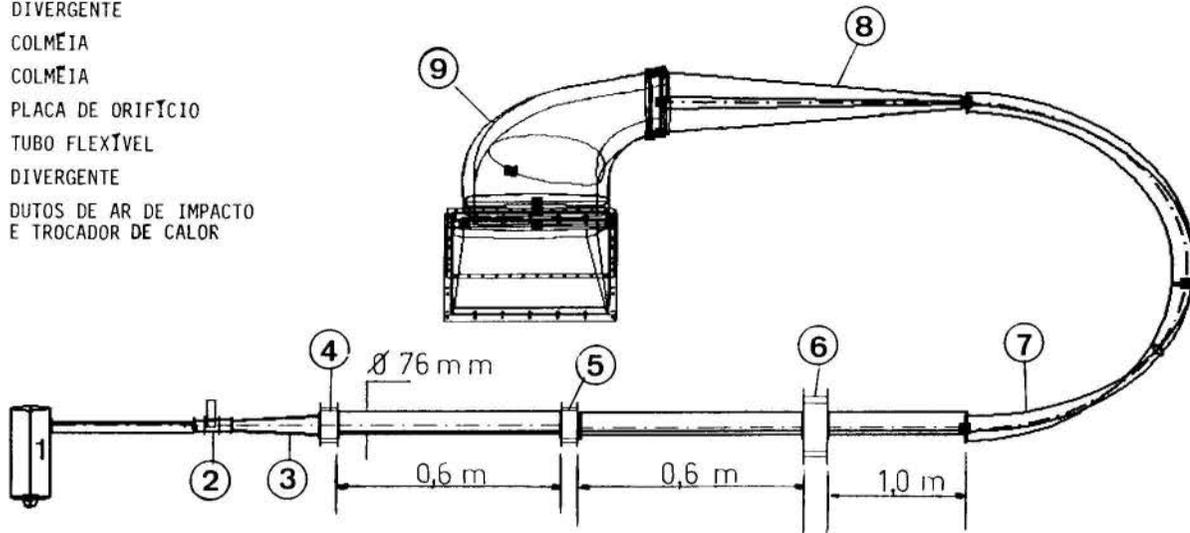


FIGURA C.2: ESQUEMA DA BANCADA DE TESTES.

isso, aplica-se o método dos mínimos quadrados com o modelo polinomial da expressão (2) ao conjunto de valores contidos na faixa de vazão de interesse, de forma a minimizar tais discrepâncias devidas à (Q_g) .

$$Q_g = a \cdot Q_{p1} + b, \quad (2)$$

Posteriormente, de posse dos valores dos coeficientes de ajuste (a) e (b), recalcula-se (Q_g) , indicada como (Q_{aj}) .

Discrepâncias: Os resultados obtidos em laboratório, em termos da vazão indicada pelos arranjos (Q_{aj}) em função da medida de referência da placa de orifício (Q_{p1}) , na faixa de 0,1 a 0,6 m³/s, sugere que a maioria dos arranjos testados garante a precisão requerida para a medida, desde que os cálculos sejam submetidos à correções adequadas.

Isso é comprovado na curva de discrepância (D) entre as duas medidas nos gráficos da figura (3) obtida de um dos doze arranjos testados e na tabela (2), onde temos a visibilidade de todos os arranjos.

Considerando os índices estatísticos da tabela (2), observamos que os arranjos que apresentam intervalo de confiança das discrepâncias entre -5% e +5% com 95% de probabilidade são (02,02), (02,06), (03,02), (03,03), (04,03) e (06,02).

Grau de assimetria: Torna-se interessante poder investigar a existência de uma correlação entre a discrepância (D) e a assimetria do perfil de velocidades. Portanto, baseado em Kinghorn [1979], que define um índice de assimetria para escoamentos em dutos circulares, definiu-se analogamente neste trabalho um índice de assimetria (S_u) para dutos retangulares a partir das n velocidades pontuais medidas e da velocidade média (U_m).

$$S_u = \frac{1}{U_m} \sum_{i=1}^n \sqrt{(U_i - U_m)^2}, \quad (3)$$

Esse índice mostra quanto o perfil de velocidades é assimétrico em relação a um escoamento simétrico com seção quadrada.

As variações irregulares no perfil são altamente indesejáveis, uma vez que as posições ideais para os anemômetros são definidas em função da forma do perfil. A partir da observação, na figura (3), da evolução do índice de assimetria e da curva de discrepância, podemos afirmar que existe a correlação entre ambas.

CONCLUSÕES

Deve ser ressaltado que a assimetria é causada por inúmeros fenômenos, podendo, então, apresentar-se de diversas formas e, portanto, influenciar a medida de vazão da sua forma peculiar.

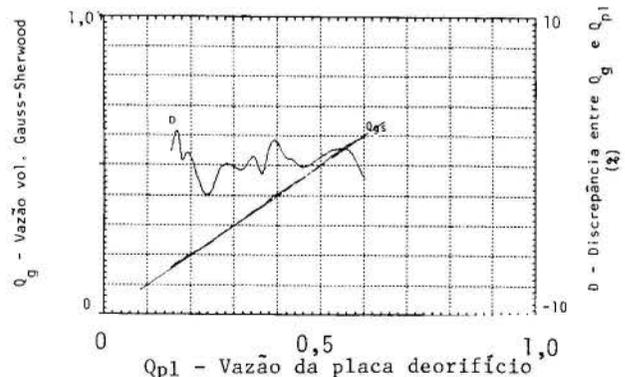


FIGURA 1 - GAUSS-SHERWOOD

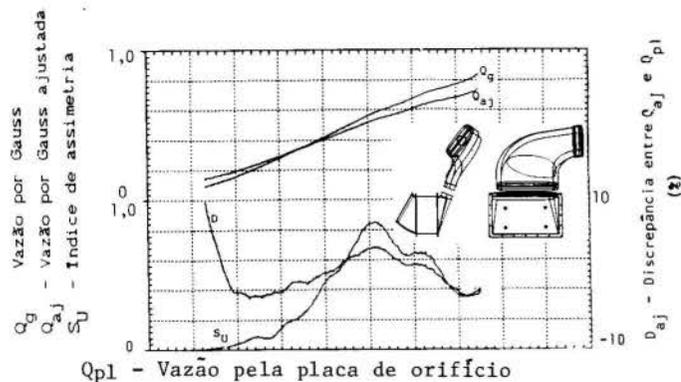
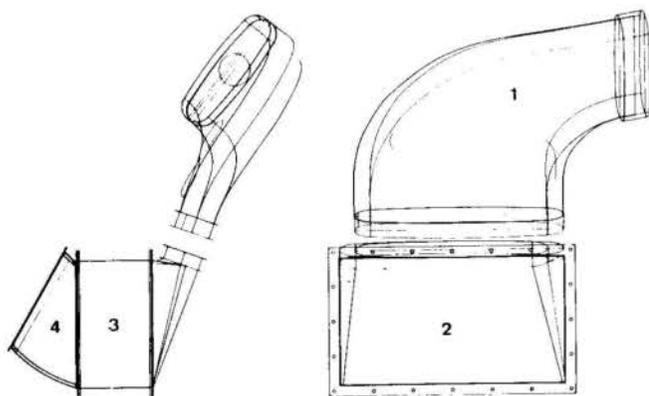


Figura 3 - ARRANJO (02,02)

O nível aceitável das irregularidades do escoamento, para aplicação do método de velocidades pontuais, será o mesmo que para qualquer outro método de medida de vazão. Se desconhecidas as irregularidades em uma instalação não padronizada, devemos, então, utilizar uma outra medida como referência em uma seção que apresente escoamento regular. Dessa forma é possível identificar o arranjo ideal para a instalação não padronizada.

AGRADECIMENTOS

No decorrer das várias fases do trabalho, necessitamos do apoio de diversas áreas da Embraer, como Manutenção de Compressores, Instrumentação de Ensaio em Vôo, Processamento de Dados de Ensaio em Vôo e Usinagem. Devido à necessidade de alta vazão de ar isento de impurezas para os experimentos, estes foram executados no Laboratório de Aerodinâmica do ITA.



1. DUTO DE AR DE IMPACTO
2. DUTO DE ENTRADA DO TROCADOR DE CALOR
3. TROCADOR DE CALOR
4. DUTO DE SAIDA DO TROCADOR DE CALOR.

FIGURA 4 - GEOMETRIA DOS DUTOS

REFERÊNCIAS

- KINGHORN F.C. and McHUGH A.: "An international comparison of integration techniques for traverse methods of flow measurement", I.S.O./TC30/SC3 (1985).
- WINTERNITZ, F.A.L. and FISCHL, C.F.: "A simplified integration technique for pipe flow measurement", Water Power, Vol.9 Sec.6, pp.225-234 (1957).
- SHERWOOD, T.K. and SKAPERDAS, G.T.: "A Simplified Pitot Tube Traverse", Mechanical Engineering, pp.22-23 (1939).
- AL'OMAR A.F. and BAKHTAR F.: "Effect of pressure on the calibration characteristics of the film anemometers", J. Mech. Eng. Sci. Vol.12, 400-403 (1970).
- BENEDICT R.P. and WYLER J.: "Determining flow rate from velocity measurements", Instrumentation & Control Systems, p.47 (Feb/1974).
- SCHUBAUER G.B., SPANGENBERG, W.G. "Effect of screens in wide-angle diffusers", NACA TN 1610 (1948).
- CARNHAN B, et al.: "Applied Numerical Methods", John Wiley & Sons, Inc., 1st ed. (1969).
- WHITE F.M.: "Viscous fluid Flow", McGraw-Hill, New York, (1974).
- SPINK L.K.: "Principles and practice of flow meter engineering", The Foxboro Company, Massachusetts, (1978).
- KINGHORN F.C.: "Flow measurement in swirling or asymmetric flow", N.E.L. Rep.663 (1979).
- KINGHORN F.C. and McHUGH A.: "Example calculations on the use of pitot tubes for the measurement of fluid flow in pipes", N.E.L. Rep.503 (1972).

ABSTRACT

Experimental investigations were conducted aiming at employing the Gaussian Integration Method to the Flow Rate Measurement in an asymmetric flow generated in a rectangular duct of irregular shape. The duct is connected to the Ram Air system, which supplies coolant air to the heat exchangers of the air conditioning system of the CBA-123 VECTOR aircraft, developed by Embraer.

PREPARAÇÃO, REALIZAÇÃO E CONTROLE DE EXPERIMENTOS UTILIZANDO A ANEMOMETRIA LASER.

A. L. AMARANTE MESQUITA
DEM - CT - UFPA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ
66050 - BELÉM - PA

SUMÁRIO

Discute-se neste trabalho alguns elementos de base para a implementação da anemometria laser baseada no efeito Doppler. O material e a forma das janelas de visualização são analisados, assim como o problema da localização do volume de medida e o posicionamento da sonda laser. Descreve-se técnicas para o controle geométrico dos planos de sondagem. Exemplos são dados para a medida do escoamento em uma seção transversal de uma caixa espiral de turbina hidráulica.

INTRODUÇÃO

A anemometria laser se constitui hoje como uma das técnicas experimentais das mais reputadas em mecânica dos fluidos, devido, entre outros, a sua característica não intrusiva. O método baseado no efeito Doppler (Laser Doppler Anemometry - LDA) é o mais difundido e é tema deste trabalho, onde discute-se diversos tópicos importantes para a preparação, realização e controle dos experimentos. O principal objetivo deste trabalho é fornecer elementos de base para a implementação efetiva desta técnica, tratando em detalhes de alguns aspectos que são normalmente omitidos ou pouco tratados na literatura. Inicialmente os princípios do método LDA são recordados. A seguir a etapa de preparação do experimento é analisada, dando-se ênfase ao acesso ótico e ao posicionamento da sonda laser. No que se relaciona à realização e controle do experimento, discute-se os possíveis problemas com o sistema laser, o monitoramento do sinal e o cálculo da incerteza experimental.

PRINCÍPIOS DA ANEMOMETRIA LASER - LDA

A intersecção de dois feixes luminosos de frequência f_0 , monocromáticos e coerentes (raios laser) forma um volume no espaço constituído por uma rede de franjas de interferência, Fig. 1a. Uma partícula em movimento em um fluido, ao atravessar este volume de medida, dispersa uma luz modulada a uma frequência f_D , diferente de f_0 e devida ao efeito Doppler. Esta frequência é detectada por um fotomultiplicador, PM, e é utilizada para calcular a velocidade da partícula, a qual deve representar aquela do fluido. A componente de velocidade, V_x , perpendicular à bissetriz do ângulo θ_n , formado pelos raios laser, é dada por [1]:

$$V_x = f_D i ; i = \lambda_0 / 2 n \text{ sen } (\theta_n / 2) \quad (1)$$

onde i é o valor da interfranja, λ_0 é o comprimento de onda da luz no vácuo e n o índice de refração do meio. O sentido do escoamento é determinado efetuando-se uma defasagem na frequência de um dos raios, f_B , que faz desfilar as franjas no sentido contrário ao da partícula. O sinal recebido pelo PM compreende uma parte de alta frequência, f_D , e uma parte de baixa frequência, chamada pedestal. A visibilidade do sinal é re-

presentativa da relação entre as amplitudes do sinal Doppler e do pedestal [2], Fig. 1b. A visibilidade é um parâmetro muito importante, pois fornece informações sobre a relação sinal/ruído e sobre o tamanho e concentração das partículas no volume de medida.

PREPARAÇÃO DOS EXPERIMENTOS

Acesso Ótico. Para permitir a introdução dos raios laser na região do escoamento, tem-se que instalar janelas de visualização nas paredes do canal em estudo. O plexiglass é o material mais comumente utilizado, devido as facilidades de usinagem e montagem, permitindo o acesso ótico em geometrias complexas. Entretanto, este material apresenta condições de homogeneidade e transmissão ótica muito inferiores àquelas do vidro ótico e o seu índice de refração varia significativamente nas regiões com concentração de tensões mecânicas. Assim, o vidro ótico possui propriedades mais adequadas para a utilização da anemometria laser, além de fornecer um valor preciso para o índice de refração. Por exemplo, o vidro ótico BK7 apresenta uma incerteza, dada pelo fabricante [3], de 3×10^{-6} para comprimentos de onda entre 400 e 700 nm. Para escoamentos com água, o vidro ótico apresenta uma outra vantagem. A aderência das impurezas na superfície do vidro ótico é muito menor que em relação ao plexiglass, diminuindo o tempo gasto para as operações de limpeza da janela de visualização.

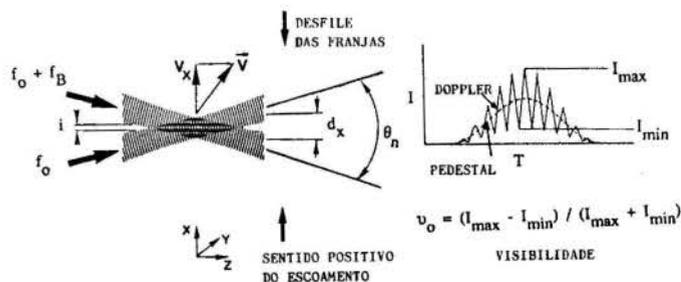


Figura 1. a) Efeito Doppler. b) Visibilidade do sinal.



Figura 4. Método para a localização do volume de medida.

nismo que possibilite a completa determinação do posicionamento da sonda em um plano, a partir de dois movimentos retilíneos e um rotacional. Neste caso é necessário o cálculo da translação e rotação de um sistema de eixos no plano. Como exemplo descreve-se o método empregado no caso de geometria de uma seção transversal de uma caixa espiral de uma turbina hidráulica (Fig. 5a). Medidas com o anemômetro laser são mostradas na Fig. 5b, estando a seção equipada com quatro janelas de visualização. A rotação do sistema (x_h, y_h) , ligado à janela, em relação ao sistema (x_s, y_s) , de origem e orientação conhecidas, e o ângulo entre os eixos óticos da janela, β , são medidos segundo o esquema da Fig 6a. Um espelho e o mecanismo de deslocamento da sonda laser são montados nos eixos óticos de duas janelas adjacentes. Partindo de uma posição de referência, a sonda é girada até se encontrar a direção perpendicular ao espelho. Esta posição é determinada pela retroreflexão sobre a sonda laser, a qual é verificada pelas condições de iluminação sobre o tubo de saída do raio laser (lente de emissão retirada). O ângulo β é então medido pelo contador do movimento rotacional do mecanismo de deslocamento. A rotação do sistema é medida da mesma forma, montando-se o espelho em um plano de referência da turbina. A translação do sistema é medida a partir da visualização dos pontos P_1 e P_2 , de coordenadas conhecidas no sistema (x_s, y_s) , e das equações do traçado de raios. Detalhes deste método são encontrados em [4].

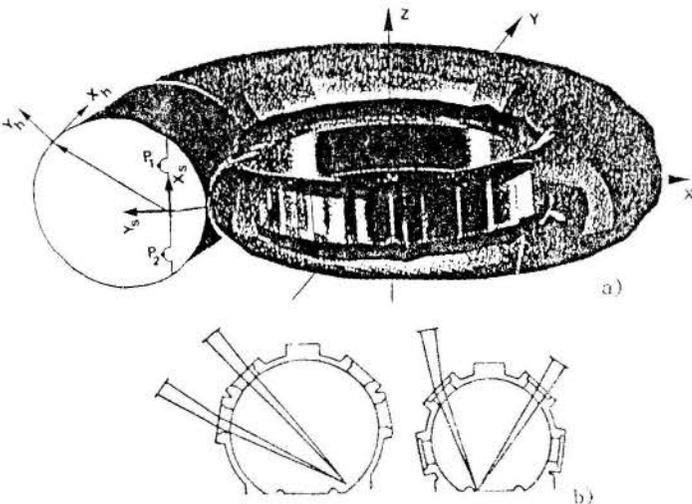


Figura 5. Sistema de eixos e exemplos de medidas laser em uma seção transversal de uma turbina hidráulica.

REALIZAÇÃO E CONTROLE DO SISTEMA

A localização e o modo de propagação do raio laser

são dois fatores que devem ser sempre verificados em um experimento. A repartição de potência entre os raios laser é importante, pois um desequilíbrio faz diminuir a qualidade do sinal. O equilíbrio pode ser obtido a partir do ajuste do espelho da cavidade do tubo laser e dos mecanismos de alinhamento ótico dos raios, verificando-se cada passo a potência dos raios através de um medidor. O modo de propagação dos raios pode ser verificado através da técnica descrita para a localização do volume de medida, já que para a aplicação da anemometria laser este modo apresenta uma distribuição gaussiana de energia.

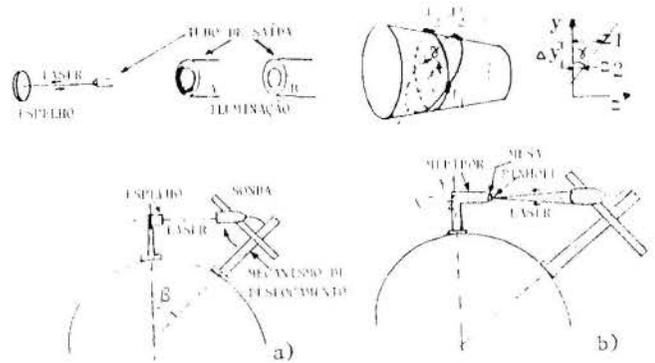


Figura 6. Controle geométrico dos planos de sondagem.

O ajuste dos parâmetros eletrônicos do sistema de aquisição (frequência central, banda passante, amplitude do PM, ganho do sinal, etc) pode ser realizado a partir das informações de um osciloscópio e do programa de aquisição de dados. Com o osciloscópio estuda-se a visibilidade do sinal, através de comparação entre as amplitudes do envelope do sinal Doppler e do pedestal, Fig 7. Um ajuste razoável fornece um valor de visibilidade maior que 50%. A partir de medidas preliminares, o programa de aquisição fornece elementos para melhor escolha dos valores de frequência central e banda passante, além de estimar o número ótimo de aquisições de um ponto experimental, a partir de cálculos estatísticos.

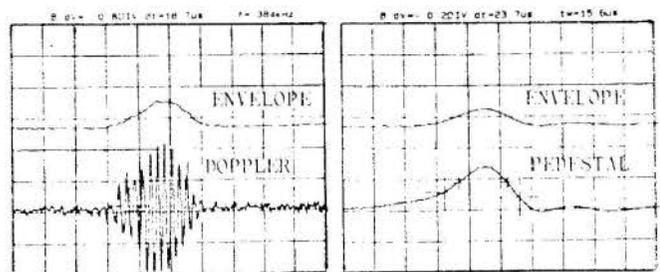


Figura 7. Observação do sinal Doppler.

Quanto as incertezas das medidas, é muito difícil realizar uma análise que leve em consideração todos os possíveis erros. Um estudo sobre as diversas fontes de erros pode ser encontrado em [4]. Entretanto, a quantificação da parcela de erro proveniente dos principais parâmetros envolvidos é indispensável. Utiliza-se para isso os métodos descritos em [4].

Quando utiliza-se mais de uma sonda laser, o modo de propagação dos raios laser deve ser verificado através da técnica descrita para a localização do volume de medida, já que para a aplicação da anemometria laser este modo apresenta uma distribuição gaussiana de energia.

As desvantagens do vidro ótico são o preço e a montagem mecânica mais delicada. Em relação ao preço, o BK7 compete, no mercado europeu, com o plexiglass para as geometrias comuns das janelas de visualização, mas usinagem de formas especiais eleva rapidamente o custo. Por exemplo, para a realização de uma face cilíndrica, o preço é multiplicado por um fator 6 em relação à face plana. Mesmo nestas condições o ganho em precisão compensa a sua utilização, principalmente quando se trata de medir escoamentos complexos em regiões de difícil acesso [4]. Quanto a montagem mecânica, a Fig. 2a mostra uma configuração simples empregada com sucesso para pressões de até 3 bar relativos. Uma regra de base a seguir é evitar o contato direto vidro/metal. Para pressões superiores o vidro não deve sofrer esforço durante a montagem, ou seja, deve estar prisioneiro das peças A e B, apresentando um jogo mínimo, já incluindo as espessuras das juntas de teflon. A vedação é realizada com um o-ring localizado na parede lateral interna da peça B. Com este tipo de montagem conseguiu-se realizar experimentos com pressão de 40 bar relativos [5].

Canais de paredes não planas acrescentam uma dificuldade suplementar para a implementação da anemometria laser. O traçado de raios em geometrias cilíndricas, para localização do ponto de cruzamento dos raios e cálculo do ângulo θ_n , não apresenta problemas sob o ponto de vista da geometria ótica [6]. Entretanto, a deformação do volume de medida (franjas), causada pelas aberrações óticas, obriga o emprego de sistemas óticos mais complexos [7-9]. Assim, o uso de janelas de visualização de faces planas é mais indicado. Porém, a discontinuidade entre a janela e a parede interna do canal perturba o escoamento, causando distorções na medida. Para avaliar a intensidade desta perturbação, uma janela mista pode ser utilizada, Fig. 2b. Esta janela é composta de um elemento de vidro ótico de faces planas e uma membrana de acrílico que segue a geometria interna do canal. A resistência mecânica desta membrana é garantida pelo equilíbrio de pressão sobre suas faces, através dos furos realizados em sua base de fixação. Nestas condições, e somente quando o eixo ótico da sonda laser é perpendicular à superfície do vidro, pode-se desprezar os efeitos de refração através da membrana [4]. Uma comparação das medidas utilizando os dois tipos de janelas citados é mostrada na Fig. 3. Trata-se do escoamento em uma seção transversal de uma caixa espiral de uma turbina hidráulica, onde V_1 é uma componente do escoamento secundário e V_u é a componente principal do campo de velocidade. Observa-se que as distorções provocadas pela janela de faces planas têm importância somente para a medida de V_1 próxima da janela. Outras informações sobre a implantação de acessos óticos, em especial sobre a proteção contra a opacidade das janelas utilizadas em escoamento de gases podem ser encontradas em [10].

Calibração e Geração de Partículas. A calibração consiste em medir o ângulo θ_n . Um método preciso, melhor que 1% para o valor da interferança, utiliza um teodolito e é descrito em [11]. Outra maneira mais fácil de medir este ângulo é projetar os raios, após cruzamento, em uma tela e utilizar relações geométricas para o seu cálculo. Para maior precisão deste método, a sonda deve estar montada em um banco ótico e existir meios para determinação do centro geométrico dos focos dos raios projetados e da localização do ponto de cruzamento dos raios. Em relação às características das partículas a serem transportadas pelo escoamento, no sentido de possibilitar a utilização da anemometria laser, o assunto não é tratado aqui e indica-se a ref. [12]. Entretanto, pode-se dizer que para escoamento com água as impurezas naturais do fluido são geralmente suficientes para a realização das medidas, ao contrário do freon, por exemplo, onde é impossível realizar medidas sem geração de partículas.

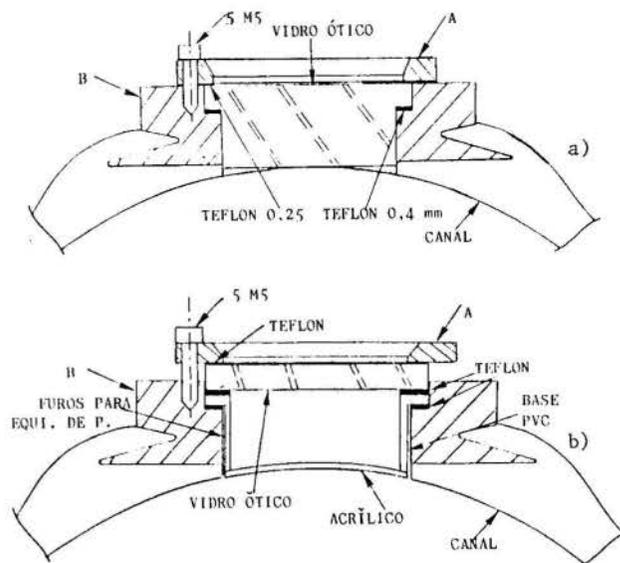


Figura 2. Janelas de Visualização. a) Faces Planas. b) Mista.



- △ JANELA PLANA
- ◇ JANELA MISTA

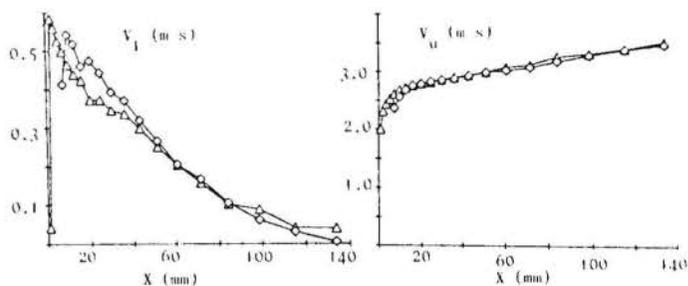


Figura 3. Comparação de Medidas para duas Janelas de Visualização.

Localização do Volume de Medida. Para a localização do volume de medida em relação a uma parede do canal, o método descrito em [13] é o mais utilizado. Neste método o centro do volume de medida é determinado pelo máximo da resposta do PM para a luz dispersada em uma referência mecânica. Em [13] a referência utilizada é um fio metálico de 5 μ m de diâmetro. Outras alternativas são o emprego de retículos óticos, com traços de 10 μ m realizados por depósito de prata em discos de plástico ou simplesmente traços efetuados de maneira mecânica, de aproximadamente 100 μ m, em superfícies metálicas pintadas de preto. A precisão obtida é a mesma que a do mecanismo de deslocamento da sonda laser, Fig 4.

Posicionamento da Sonda Laser. O correto posicionamento da sonda laser é fundamental para o sucesso do experimento. O problema consiste em encontrar a matriz de passagem do sistema ligado ao canal em estudo para o sistema ligado ao mecanismo de deslocamento da sonda laser. O cálculo desta matriz para um mecanismo de vários graus de liberdade é complicado e difícil de se colocar em prática. Uma maneira mais simples de abordar este problema é conceber um meca -

mático e caracterizado pelo ângulo γ , Fig. 6b. Este ângulo pode ser calculado com o auxílio de um dispositivo, composto basicamente de um furo micrométrico ("pin hole") de 100 μm de diâmetro e de um medidor de potência, para localizar o centro geométrico do volume de medida. O "pinhole" é montado em uma micro-mesa de translação, a qual é acoplada ao medidor. Este dispositivo e o mecanismo de deslocamento da sonda laser são montados nos eixos óticos de duas janelas adjacentes, J_1 e J_2 . A medida da distância entre os eixos do dispositivo e da sonda laser, para duas posições do próprio dispositivo (z_1 , z_2 e Δy , Fig. 6b), fornece o ângulo γ . Maiores detalhes desta técnica são encontrados em [4].

Na anemometria laser pode existir um erro sistemático adicional, relacionado com a probabilidade da passagem das partículas através do volume de medida, "bias error". Para verificar a existência deste erro pode-se utilizar o método descrito em [16].

Outra importância da análise de incertezas, além do controle das medidas, é sua aplicação para o planejamento do experimento. A Fig. 8 mostra um método para a determinação da região que pode ser sondada pelo anemômetro laser, no caso do exemplo da seção transversal de uma turbina hidráulica. Este método consiste na superposição de todas as possíveis medidas através das quatro janelas de visualização (simétricas em relação ao eixo da seção). A melhor combinação de medidas das componentes de velocidade para a construção do campo tridimensional é dada por uma análise de incertezas aplicando-se o método descrito em [17].

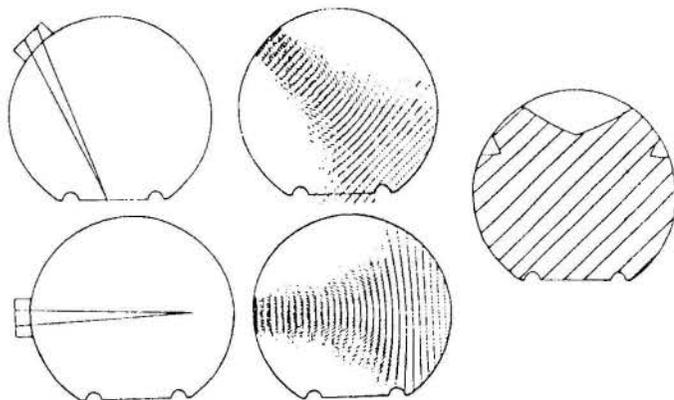


Figura 8. Determinação da região possível de ser medida.

CONCLUSÃO

A anemometria laser oferece enormes possibilidades de medida, porém sua utilização de maneira eficaz necessita o conhecimento de diferentes técnicas em diversos ramos da ciência.

Neste trabalho forneceu-se diversos elementos de base, no sentido de contribuir para a implementação efetiva dessa técnica de medida, dando-se especial atenção aos aspectos que são pouco tratados na literatura.

REFERÊNCIAS

1. Durst, F., Melling, A. and Whitelaw, J. H., Principles and Practice of Laser Doppler Anemometry, Academic Press, second edition, 1981.
2. Adrian, R. J. and Orloff, K. L., Laser Anemometer Signals: Visibility Characteristics and Application to Particle Sizing, Applied Optics, vol. 16, 3, 677-684, 1977.
3. Schott Optical Glass Catalog.

4. Amarante Mesquita, A. L., Contribution à l'Analyse Experimentale des Ecoulements 3D en Turbomachines. Vélométrie Laser dans une Bâche de Turbine-Pompe, Thèse de Doctorat, INPG, Grenoble, France, 1992.
5. Ensaios realizados no Centre de Recherche et d'Essais de Machines Hydrauliques de Grenoble, França.
6. Kehoe, A. B. and Desai, P. V., Compensation for Refractive-Index Variations in Laser Doppler Anemometry, Applied Optics, vol. 26, 13, 2582-2591, 1987.
7. Edwards, R. V. and Dybbs, A., Refractive Index Matching for Velocity Measurements in Complex Geometries, TSI Quarterly, vol. X, 4, 3-11, 1984.
8. Kim, R. C., Case, S. K. and Schock, H. J., Holographic Optical System for Aberration Correction in a Laser Doppler Velocimetry, Optical Engineering, vol. 24, 5, 786-790, 1985.
9. Durret, R. P. et al., A Correction Lens for Laser Doppler Velocimeter Measurements in a Cylindrical Tube, AIAA J., vol. 23, 9, 1387-1391, 1985.
10. Janssens, G. et Labbe, J., Quelques "Reflexions" sur les Passages Optiques Utilisés en Vélométrie Laser, 2ème Congrès Francophone de Vélométrie Laser, Meudon, France, 1990.
11. Boutier, A. and Lefevre, J., Accurate Calibration of 3D Fringe Laser Velocimeters with a Theodolite, 3rd Int. Symp. on Appl. of Laser Anemometry to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, 1986.
12. Meyers, J. F., Generation of Particles and Seeding, VKI Lectures Series - Laser Velocimetry, Belgium, 1991.
13. Durst, F. and Müller, R., Determination of the Measuring Position in Laser-Doppler Anemometry, Experiments in Fluids, vol. 6, 105-110, 1988.
14. Boutier, A., Accuracy of Laser Velocimetry, VKI Lectures Series - Laser Velocimetry, Belgium, 1991.
15. Symposium on Uncertainty Analysis, 1983 (ver Journal of Fluids Engineering, vol. 107, June, 1985).
16. Winter, A. R. et al., Effects of Time Scales on Velocity Bias in LDA Measurements Using Sample and Hold Processing, Experiments in Fluids, vol. 11, 147-152, 1991.
17. Orloff, K. L. and Snyder, P. K., Laser Doppler Anemometer Measurements Using Nonorthogonal Velocity Components: Error Estimates, Applied Optics, vol. 21, 2, 339-344, 1982.

SUMMARY

This work deals with the planning, realization and control of the Laser Doppler Anemometry experiments. The material and form of the windows are analysed, as well as the measuring position of the laser beams and the location of the laser probe problems. Techniques are described for the geometrical control of the measuring ring plans. Examples are given to the flow measurements in the cross section of a water turbine spiral casing.

AValiação DO TEMPO DE RESPOSTA EM MICROTERMOPARES
PARA MEDIÇÕES EM TURBULÊNCIA

Rosa L. D. Blanco & Sergio V. Möller

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Rua Sarmento Leite, 425, 90050-Porto Alegre-RS

RESUMO

O estudo da flutuação da temperatura em um escoamento turbulento requer a utilização de sensores rápidos que possam captar estas flutuações. Com este objetivo foram desenvolvidos sensores para temperatura a partir de fios comerciais de termopares do tipo "J". Este trabalho descreve o processo de fabricação dos sensores e a avaliação dos mesmos.

INTRODUÇÃO

O estudo do escoamento turbulento é usualmente feito separando-se a média temporal das componentes da velocidade e da pressão da parte flutuante destas componentes segundo a hipótese de Reynolds. Nos problemas onde ocorre transferência de calor, também a temperatura deverá ser dividida em sua parte média temporal e sua parte flutuante (Hinze, 1975).

Embora o aperfeiçoamento da técnica de anemometria de fio quente, operada em corrente constante, faça com que este tipo de sonda trabalhe como um termômetro muito rápido (Goldstein, 1983), permitindo a medição da flutuação da temperatura até frequências relativamente elevadas, é sempre atraente a idéia de se utilizar para este fim termopares, devido a sua robustez e confiabilidade, desde que os mesmos possam acompanhar as variações de temperatura do escoamento turbulento. Isto implica que o tempo de resposta dos termopares utilizados deve ser muito baixo, para tanto devem possuir baixa inércia térmica.

Mika (1973), em seu estudo da velocidade de fluidos em canais aquecidos através da correlação da flutuação da temperatura em dois pontos do escoamento, faz uma comparação entre vários tipos de sensores para medição das flutuações de temperatura. Os resultados das medições em ar e água mostram que, apesar de serem os termopares os sensores mais lentos, sua utilização é possível para frequências abaixo de 100 Hz para os termopares tipo "K", diâmetro de 0,5 mm, utilizados em seu trabalho.

Um exemplo interessante da medição da flutuação da temperatura por termopares é mostrado por Michiyoshi e Ohtsubo (1970). Em seu trabalho, os dois Autores medem, através da frequência de uma esteira de vórtices de von Kármán produzida no interior do escoamento, a vazão de água ou mercúrio aquecidos. As flutuações de temperatura causadas pela esteira são detectadas por termopares tipo "K" com 0,5 mm de diâmetro da bainha protetora.

Zukauskas e Slanciauskas (1987)

utilizam microtermopares de cobre-constantan em seu estudo da camada limite turbulenta, hidrodinâmica e térmica, em vários tipos de fluidos. Nesse trabalho, as constantes de tempo dos microtermopares são determinadas analiticamente como função do número de Biot. Os resultados dos oscilogramas de temperatura indicam que os termopares são muito rápidos, no entanto, não são apresentados espectros de temperatura.

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento e a avaliação de termopares para a medição das flutuações de temperatura no escoamento turbulento de ar em um canal aquecido.

DISPOSITIVOS EXPERIMENTAIS

Os termopares utilizados foram montados a partir de fios de compensação comerciais do termopar do tipo J (ferro/constantan) posteriormente trefilados a frio para reduzir o seu diâmetro. Os fios não trefilados apresentam um diâmetro médio de 95 μm para o fio de constantan e 105 μm para o fio de ferro.

Foi construído um dispositivo constituído de duas placas paralelas de aço retificadas para executar a trefilação dos fios. Da trefilação manual resultaram fios com uma redução em torno de 10% a 15% de seu diâmetro original. Os fios foram soldados a ponto para formara a junção de medição, colocados em tubos de vidro e embutidos em uma agulha hipodérmica de diâmetro de 2,2 mm. A Figura 1 mostra a forma final das sondas de temperatura construídas.

Após a fabricação das sondas de temperatura, as mesmas foram submetidas a aferição e a medição do tempo de resposta.

A aferição dos termopares foi realizada da maneira convencional, colocando-se a junção de referência a 0 °C e a junção de medição em um banho com água aquecida, cuja temperatura era variada por adição de água fria. A temperatura do banho era medida com um termômetro padrão de platina-ródio.

Para a medição dos tempos de resposta, os sensores eram colocados em um forno a temperatura em torno de 200 °C e retirados

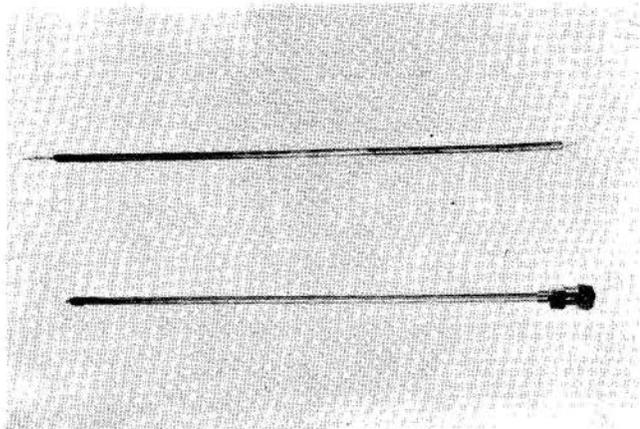


Fig. 1 Termopares utilizados

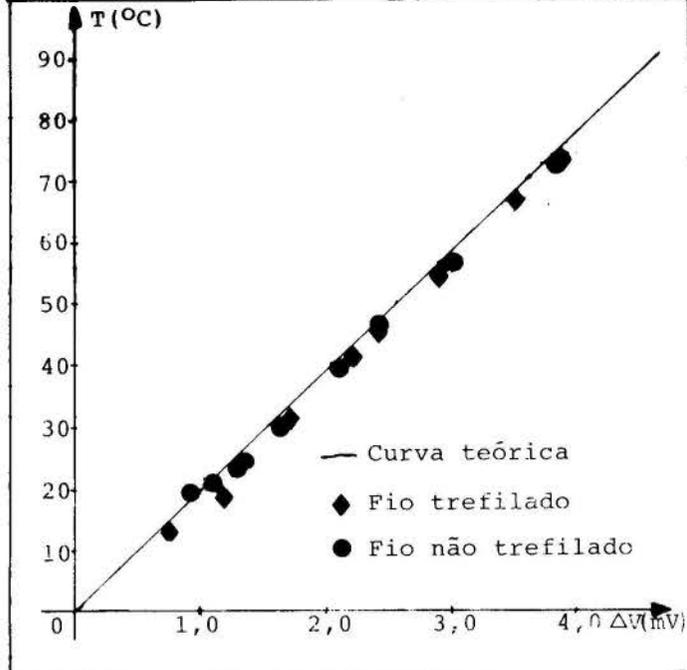


Fig. 2 Curvas de aferição dos termopares.

para esfriarem em ar parado ou ar forçado até a temperatura ambiente ($\sim 20^\circ\text{C}$ no ambiente do laboratório). O ar era forçado a uma velocidade de aproximadamente 10 m/s por meio de um ventilador. O sinal do termopar era amplificado em 1100 vezes e registrado na tela de um osciloscópio com memória.

A metalografia dos fios dos termopares foi feita pelo embutimento dos mesmos em co-polímeros de acrílico. A solução usada para a micrografia do fio de ferro foi de ácido nítrico 2% e, para o fio de constantan, uma solução de cloreto férrico, ácido clorídrico e água.

RESULTADOS

A figura 2 mostra as curvas de aferição dos termopares utilizados neste trabalho. Nela se pode comparar os resultados de aferições realizadas simultaneamente de sondas construídas com fios trefilados e não trefilados. Observa-se uma pequena diferença entre os resultados obtidos pelos dois sensores quando comparados com a curva padrão, de acordo com a IPTS-68, para a faixa de 0 a 400°C , utilizando-se uma aproximação quadrática (Powell et al., 1974). Pode-se atribuir esta variação a alteração da estrutura de um dos fios, ou de ambos, devido a trefilação.

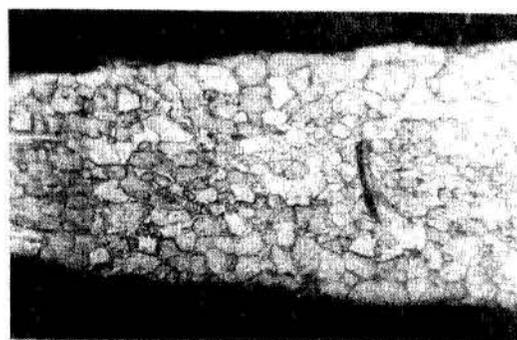
As Figuras 3 e 4 apresentam o resultado da micrografia realizada nos fios.

Comparando-se as Figuras 3-a e 3-b pode-se verificar que, no fio de ferro, após a trefilação, os grãos estão levemente alongados como era de se esperar para uma estrutura trabalhada a frio.

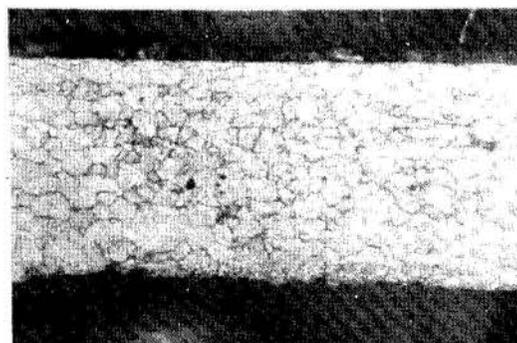
A Figura 4 mostra a estrutura do fio de constantan antes e após o trabalho a frio. Observa-se, também, um leve alongamento e grãos menores na estrutura trefilada (Fig. 4-b) quando comparada com a não trefilada (Fig. 4-a), semelhantemente ao que ocorreu com o fio de ferro.

Esta alteração na estrutura é, provavelmente, a principal responsável pela variação dos valores mostrados na Figura 2.

As Figuras 5 e 6 apresentam as curvas de resfriamento dos termopares trefilado e não trefilado em ar forçado.



(a)



(b)

Fig. 3: Fio de ferro não trefilado (a); fio de ferro trefilado (b). Aumento de 500x.

A maior velocidade de resposta do termopar trefilado foi de $112,5^\circ\text{C/s}$ ou $8,9\text{ ms}/^\circ\text{C}$, enquanto que para o sensor não trefilado foi de 100°C/s ou $10\text{ ms}/^\circ\text{C}$. As velocidades de resposta obtidas para estes sensores levam a concluir-se que seu uso é adequado para o objetivo para o qual foram construídos. Com estas características as sondas obtidas podem ser usadas para medir flutuações de temperatura de 110 Hz, o que é compatível com as flutuações de temperatura em escoamentos turbulentos de ar segundo Mika (1975).

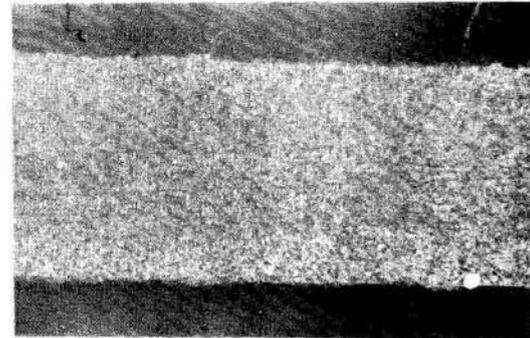


Fig. 4: Fio de constantan não trefilado (a); fio de constantan trefilado (b). Aumento de 500x.

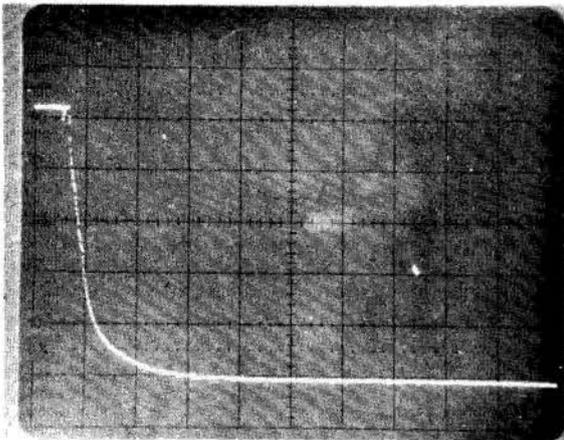


Fig. 5: Curva de resfriamento do termopar trefilado. Escala x: 2s/div e y: 30 °C/div.

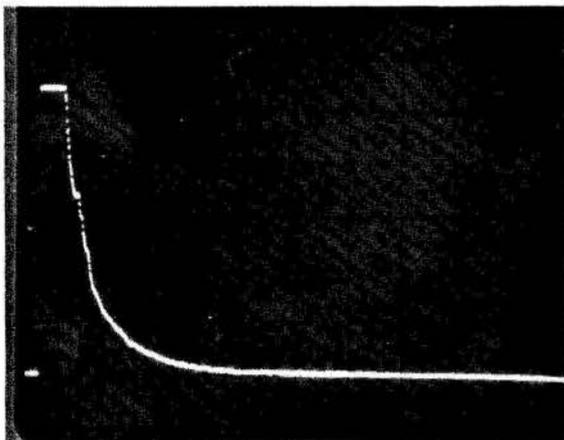


Fig. 6: Curva de resfriamento do termopar não trefilado. Escala x: 2s/div e y: 30 °C/div.

No entanto, deve-se considerar que as flutuações de temperatura ocorrerão na faixa do espectro de turbulência correspondente aos grandes vórtices (Hinze, 1975), o que significa que terão baixas frequências. No escoamento turbulento em um tubo circular, as flutuações de velocidade serão da ordem de 5 % da velocidade média temporal do escoamento em um dado ponto (Lawn, 1971). Pode-se tomar, assim, um intervalo de tempo correspondente a 5 % da variação total de temperatura nos experimentos de medição de tempo de resposta como referência para a determinação do tempo de resposta efetivo. Para o caso analisado (5 % de 112,5 °C) obtém-se um tempo de resposta de 4,5 ms, o que corresponde a uma frequência de 222 Hz. Neste caso, porém, efeitos da inércia térmica deverão ser muito pronunciados, como nos resultados de Mika (1975) onde as sondas utilizadas eram de maior diâmetro que as utilizadas neste trabalho.

CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta o estudo visando o desenvolvimento e a avaliação de termopares com resposta rápida para a medição de flutuações de temperatura no escoamento turbulento de ar em canais aquecidos.

Com este objetivo foram construídos sensores a partir de fios comerciais de termopares tipo "J" trefilados manualmente a frio. Além dos testes realizados normalmente com termopares, como aferição e medição do tempo de resposta, foi feita a metalografia dos fios utilizados, antes e após a trefilação.

Os resultados da metalografia mostram pequena variação na estrutura dos fios. Esta alteração não trouxe alteração significativa nas curvas de aferição.

A trefilação permitiu uma redução significativa no tempo de resposta dos sensores, permitindo realizar medições de flutuação da temperatura até 110 Hz, quando se considera toda a faixa analisada para o tempo de resposta, podendo atingir 222 Hz desde que se considere efeitos da inércia térmica que deverão se fazer presentes.

Para a aplicação dos termopares à medição de flutuações de temperatura em experimentos, uma cuidadosa análise de erros deverá ser efetuada para a avaliação dos resultados.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho experimental foi parcialmente financiado pelo CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, proc. nr. 404330/90-8

REFERÊNCIAS

- Baker, D. H., Ryder, E. A. and Baker, N. H., Temperature Measurements in Engineering, V.1, Omega Press, 1953.
- Goldstein, R. J., Fluid Mechanics Measurements, Hemisphere, Washington, 1983.
- Hinze, O., Turbulence, McGraw-Hill, New York, 1975.

◦ Lawn, C. J., The determination of the rate of dissipation in turbulent pipe flow, J. Fluid Mech., 48, pp. 477-501, 1971.

◦ Michiyoshi, I and Ohtsubo, A., Measurement of flow rate using temperature fluctuation caused by vortex street, J. Nuclear Science and Technology, 7, pp. 511- 517, 1970.

◦ Mika, C., Messungen der Strömungsgeschwindigkeit in beheizten Kühlkanälen aus der Korrelation fluktuierender Temperatursignale, Diss. Universität Hannover, 1975.

◦ Powell, R. L., Hall, W. J., Hyink, Jr., C. H. and Sparks, L. L., Thermocouple reference tables based on IPTS-68, NBS Monograph 125, 1974.

◦ Zukauskas, A. and Slanciauskas, A., Heat transfer in turbulent fluid flows, Hemisphere, Washington, 1987.

ABSTRACT

The study of temperature fluctuations in turbulent flows requires fast sensors which can follow these fluctuations. With this purpose, temperature probes were developed from commercial wires of "J" type thermocouples. This paper presents the assemblage and evaluation of the probes.

ALTERNATIVE ANALYTICAL APPROACH TO DIFFUSION EQUATIONS
 COUPLED VIA ONE BOUNDARY CONDITION

F. Scofano Neto
 Instituto Militar de Engenharia - SE/4
 R. M. Cotta
 PEM - COPPE/UFRJ

SUMMARY

This paper describes an alternative analytical approach to a certain class of heat and/or mass diffusion equations with a non-classical coupling in the boundary. This approach follows the ideas of the generalized integral transform technique and uses Sturm-Liouville problems instead of the more involved eigenvalue system mentioned in the literature.

INTRODUCTION

It is a well known fact that many engineering problems in heat and/or mass diffusion can be written in a single mathematical formulation. Mikhailov and Ozisik (1984) discuss seven different classes of such problems and present formal solutions to each of them using the classical integral transform technique. One of these classes, the class VI problem is characterized by a set of diffusion equations coupled through a boundary condition. Some important applications to this class of problems are related to extraction of plant oil from seeds or extraction of sugar from sugar beet turnings, to mention but a few. However, in order to obtain numerical results from the solutions reported, a non-conventional Sturm Liouville eigenvalue problem has to be accurately solved for the eigenvalues and related eigenfunctions.

Since the solution of this eigenvalue problem still remains, to a certain extent, an open question an alternative approach is presented in this paper. The basic idea is to choose a more simple, yet physically relevant, auxiliary problem. An application, related to the thermal entry development on double pipe heat exchangers, is considered in order to illustrate the ideas here advanced.

ANALYSIS

This analysis starts by the general formulation of the so called class VI problem. For simplicity the one-dimensional version will be considered. Therefore, following Mikhailov and Ozisik (1984) the problem to be solved is:

$$W_k(x) \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K_k(x) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right] + P(x,t)$$

in $x \in (x_0, x_1), k=1,2,\dots,n$ (1)

subjected to the following boundary conditions:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0 \quad (2)$$

$$\alpha_k T_k(x_1, t) + \beta_k K_k(x_1, t) \frac{\partial T_k(x_1, t)}{\partial x} = \phi(t) \quad (3)$$

The coupling among the various potentials $T_k(x,t)$ is related to the physical quantity $\phi(t)$ by:

$$\frac{d\phi(t)}{dt} + \sum_{k=1}^n \gamma_k K_k(x_1, t) \frac{\partial T_k(x_1, t)}{\partial x} = Q(t), \quad t > 0 \quad (4)$$

The initial conditions for the n potentials T_k and for ϕ are taken as:

$$T_k(x, 0) = f_k(x), \quad x \in (x_0, x_1), \quad k=1,2,\dots,n \quad (5)$$

$$\phi(0) = \phi_0 \quad (6)$$

Clearly various problems of practical interest can be specified from the above formulation by choosing proper values to the coefficients $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \phi_0$ and to the functions $W_k(x), K_k(x), P_k(x,t), f_k(x), Q(t)$. As discussed in Mikhailov and Ozisik (1984) the exact solution via the Classical Integral Transform Technique requires the precise evaluation of an eigenvalue problem which is:

$$\frac{d}{dx} \left[W_k(x) \frac{d\psi_k(\mu, x)}{dx} \right] + \mu^2 W_k(x) \psi_k(\mu, x) = 0,$$

in $x \in (x_0, x_1)$ (7)

$$\frac{d\psi_k(\mu, x_0)}{dx} = 0 \quad (8)$$

$$\alpha \psi_{k,k}(\mu, x_1) + \beta K_{k,k}(x_1) \frac{d\psi_{k,k}(\mu, x_1)}{dx} = \frac{1}{\mu^{\beta}} \sum_{k=1}^n \gamma_{k,k} K_{k,k}(x_1) \frac{d\psi_{k,k}(\mu, x_1)}{dx} \quad (9)$$

It can be observed that the above problem is a non-classical Sturm Liouville one and its solution for specific functions $K_k(x)$ or $W_k(x)$ can be extremely involved. Therefore, in order to avoid this potentially troublesome problem we take, in accordance to the ideas in the Generalized Integral Transform Technique, the following auxiliary problems.

$$\frac{d}{dx} \left[W_k(x) \frac{d\psi_{k,k}(x)}{dx} \right] + \mu_{k,k}^{\beta} W_k(x) \psi_{k,k}(x) = 0, \quad k=1, 2, \dots, n, \text{ in } x_0 < x < x_1 \quad (10)$$

$$\frac{d\psi_{k,k}(x)}{dx} = 0 \quad (11)$$

$$\alpha \psi_{k,k}(x_1) + \beta K_{k,k}(x_1) \frac{d\psi_{k,k}(x_1)}{dx} = 0 \quad (12)$$

These problems are special cases of the classical Sturm-Liouville system and the evaluation of the eigenvalues $\mu_{k,k}$ and related eigenfunctions $\psi_{k,k}(x)$ are readily obtained through well established techniques such as the Sign Count Method described in Mikhailov and Ozisik (1984).

The above eigenvalue problems allow for the definition of the following integral-transform pairs:

$$T_k(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_{k,i}^{\beta}} \psi_{k,i}(x) \bar{T}_{k,i}(t), \quad \text{transform} \quad (13)$$

$$\bar{T}_{k,i}(t) = \frac{1}{N_{k,i}^{\beta}} \int_{x_0}^{x_1} W_k(x) \psi_{k,i}(x) T_k(x, t) dx, \quad \text{inverse} \quad (14)$$

where $N_{k,i}$ is the norm given by:

$$N_{k,i} = \int_{x_0}^{x_1} W_k(x) \psi_{k,i}^2(x) dx \quad (15)$$

The next step is to rewrite the original problem in terms of the transformed potentials $\bar{T}_{k,i}(t)$. This is done by operating

on equation (1) with $\frac{1}{N_{k,i}^{\beta}} \int_{x_0}^{x_1} \psi_{k,i}(x) dx$, on

equation (10) with $\frac{1}{N_{k,i}^{\beta}} \int_{x_0}^{x_1} T_k(x, t) dx$ and by

summing the two resulting expressions. The final result is:

$$\frac{d\bar{T}_{k,i}(t)}{dt} + \mu_{k,i}^{\beta} \bar{T}_{k,i}(t) = p_{k,i}(t) + \frac{1}{N_{k,i}^{\beta/2}} \int_{x_0}^{x_1} \left[\psi_{k,i}(x) \frac{\partial}{\partial x} \left[K_k(x) \frac{\partial T_k(x, t)}{\partial x} \right] - T_k(x, t) \frac{d}{dx} \left[K_k(x) \frac{d\psi_{k,i}(x)}{dx} \right] \right] dx \quad (16)$$

$$\text{Where } p_{k,i}(t) = \frac{1}{N_{k,i}^{\beta/2}} \int_{x_0}^{x_1} \psi_{k,i}(x) P_k(x, t) dx \quad (17)$$

The right hand side is integrated by parts and using the boundary conditions in (2), (3), (11) and (12) we have:

$$\frac{d\bar{T}_{k,i}(t)}{dt} + \mu_{k,i}^{\beta} \bar{T}_{k,i}(t) = p_{k,i}(t) + \Omega_{k,i} \phi(t), \quad i=1, 2, \dots, k=1, 2, \dots, n \quad (18)$$

where $\Omega_{k,i}$ is given by

$$\Omega_{k,i} = \frac{\psi_{k,i}(x_1) - K_{k,i}(x_1) \psi_{k,i}'(x_1)}{N_{k,i}^{\beta/2} (\alpha_k + \beta_k)} \quad (19)$$

Equation (18) represents an infinite system for the transformed potentials $\bar{T}_{k,i}(t)$ coupled through the quantity $\phi(t)$. The next step is to rewrite the flux terms in equation (4) in terms of the transformed potentials in order to establish the coupling with (18). Therefore, an integration of (1) in the domain $x_0 < x < x_1$ together with (2) shows that:

$$\frac{d}{dt} \int_{x_0}^{x_1} W_k(x) T_k(x, t) dx = K_k(x_1) \frac{\partial T_k(x_1, t)}{\partial x} - P_k(t) \quad (20)$$

Applying the inverse formula in the above equation the flux term can be written as:

$$K_k(x_1) \frac{\partial T_k(x_1, t)}{\partial x} = \sum_{j=1}^{\infty} \bar{f}_{k,j} \frac{d\bar{T}_{k,j}(t)}{dt} + P_k(t) \quad (21)$$

$$\text{where } \bar{f}_{k,j} = \frac{1}{N_{k,j}^{\beta/2}} \int_{x_0}^{x_1} W_k(x) \psi_{k,j}(x) dx \quad (22)$$

$$\text{and } P_k(t) = \int_{x_0}^{x_1} P_k(x, t) dx \quad (23)$$

Substituting equation (18) in (21) and the resulting expression in equation (4) leads to:

$$\frac{d\phi(t)}{dt} + \left[\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^{\infty} A_{k,j} \right] \phi_c(t) = \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^{\infty} B_{k,j} \bar{T}_{k,j}(t) + \left[\sum_{k=1}^m \gamma_k P_k(t) - \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_k \bar{f}_{k,j} P_{k,j}(t) + Q(t) \right] \quad (24)$$

where $A_{k,j} = \gamma_k \bar{f}_{k,j} \Omega_{k,j}$ (25)

and $B_{k,j} = \gamma_k \bar{f}_{k,j} \mu_j^2$ (26)

The initial conditions for the transformed potentials can be obtained by using the inverse formula in equation (5). This procedure yields to

$$\bar{T}_{k,1}(0) = \bar{g}_{k,1} \quad (27)$$

where $\bar{g}_{k,1} = \frac{1}{N^{1/2}} \int_{X_0}^{X_1} W_k(x) \psi_{k,1}(x) f_k(x) dx$ (28)

It should be noticed that the analysis is exact so far but for computational purposes the expansions in (13) can be truncated to a sufficiently large number m once a pre-established convergence criterion is achieved. In matrix form the truncated system can be written as:

$$\dot{Y}(t) = A Y(t) + B(t) \quad (29)$$

$$Y(0) = G \quad (30)$$

where the vector $Y(t)$ contains the transformed potentials $\bar{T}_{k,1}$ and ϕ . The coefficients of matrix A and vectors B and G are easily obtained by a simple inspection on equations (18) and (24). Once this system is solved, $\phi(t)$ is determined and the inversion formula (14) is recalled and the potentials $T_{k,1}(x,t)$ are obtained.

APPLICATION

In order to explore the features of the approach suggested in this paper an application will now be considered. It is related to the thermal development in double pipe heat exchangers under the steady state, laminar concurrent flow situation. The formulation for the inner local dimensionless temperature $\theta_1(R,Z)$ and for the dimensionless shell side bulk temperature $\theta_{e,mv}(Z)$ is taken according to Stein and Sastri (1972) as:

$$2R(1-R^2) \frac{\partial \theta_1(R,Z)}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta_1(R,Z)}{\partial R} \right] \quad 0 < R < 1, Z > 0 \quad (31)$$

$$\theta_1(R,0) = 0, \quad 0 \leq R \leq 1 \quad (32)$$

$$\frac{\partial \theta_1(0,Z)}{\partial R} = 0, \quad Z > 0 \quad (33)$$

$$\theta_1(1,Z) + K_w \frac{\partial \theta_1(1,Z)}{\partial R} = \theta_{e,mv}(Z), Z > 0 \quad (34)$$

$$\frac{d\theta_{e,mv}(Z)}{dZ} - \frac{2}{H} \frac{\partial \theta_1(1,Z)}{\partial R} = 0, Z > 0 \quad (35)$$

$$\theta_{e,mv}(0) = 1 \quad (36)$$

The parameter H is the heat capacity flow rate ratio and K_w is a dimensionless combined thermal resistance of the tube wall and shell side convection. A simple comparison between the problem presented above and the general one presented in the analysis shows that this important engineering problem is a special case of the Class VI problem. Therefore the auxiliary eigenvalue problem is chosen as:

$$\frac{d}{dR} \left[R \frac{d\psi_1(R)}{dR} \right] + \mu_1^2 2R(1-R^2) \psi_1(R) = 0, \quad 0 < R < 1 \quad (37)$$

$$\frac{d\psi_1(0)}{dR} = 0 \quad (38)$$

$$\psi_1(1) + K_w \frac{d\psi_1(1)}{dR} = 0 \quad (39)$$

which is the classical Graetz eigenvalue problem.

Following the analysis, the system for the transformed inner fluid temperature $\bar{\theta}_{1,1}(Z)$ and average outer temperature $\theta_{e,mv}(Z)$ is:

$$\frac{d\bar{\theta}_{1,1}(Z)}{dZ} + \mu_{1,1,1}^2 \bar{\theta}_{1,1}(Z) = \frac{-1}{N^{1/2}} \frac{d\psi_1(1)}{dR} \theta_{e,mv}(Z) \quad i=1,2,\dots,Z > 0 \quad (40)$$

$$\frac{d\theta_{e,mv}(Z)}{dZ} + C \theta_{e,mv}(Z) = \sum_{j=1}^{\infty} D_j \bar{\theta}_{j,1,1}(Z), \quad Z > 0 \quad (41)$$

where $C = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2}{H} \frac{\bar{f}_j}{N^{1/2}} \frac{d\psi_j(1)}{dR}$ (42)

$$\text{and } D_j = \frac{2}{H} \mu_j^{\text{Pr}} f_j \bar{\theta}_{1,3} \quad (43)$$

The inlet conditions are.

$$\bar{\theta}_{1,3}(0) = 0, \quad \theta_{\text{Pr}, \text{mv}}(0) = 1 \quad (44, 45)$$

RESULTS AND DISCUSSION

In order to show numerical results and to evaluate the overall performance of the present methodology, the truncated version of the system (40) - (45) was solved for some typical values of the governing parameters. The subroutine EIGRF from the IMSL package (1987) was used to determine the eigenvalues and their associated eigenvectors of the corresponding matrix A and the subroutine LEQT2F was employed to solve the linear system which results from the application of the inlet conditions in the general solution for the transformed temperatures $\bar{\theta}_{1,3}(Z)$ and $\theta_{\text{Pr}, \text{mv}}(Z)$.

Due to space limitations, numerical results are only presented for the average overall Nusselt number along the exchanger length for certain values of the heat capacity flow rate ratio. Other results and a detailed discussion about the accuracy of the above formulation can be found in Scofano (1991). The results in figure 1 are converged for the fifth significant digit and it was found that no more than 40 terms were needed in the expansion for the inner temperature field in the range $10^{-3} < L < 1$. It was also found that a typical computer run (fixed values of K and H , $m = 40$, $10^{-3} \leq L \leq 1$) required no more than 90 seconds of CPU time on an IBM 4381 mainframe computer. The two features, accurate results with a relatively short computer time, indicate that this approach offers some advantages over purely numerical methods, such as finite differences or finite elements, where fine meshes are required for solving the problem in regions near the inlet.

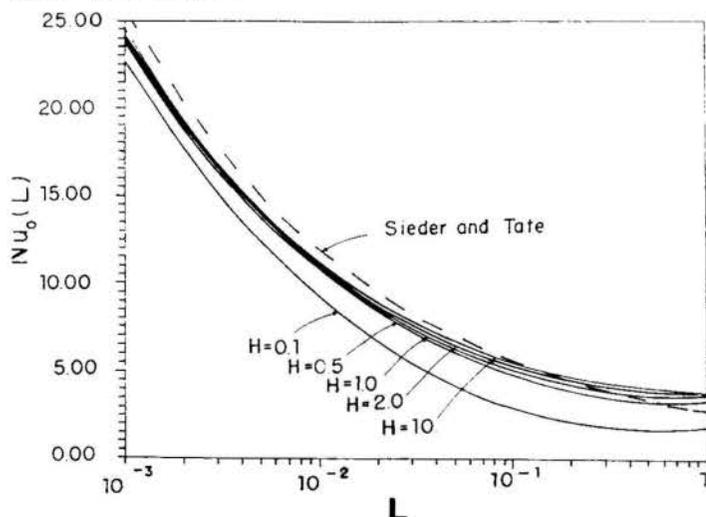


Figure 1 - Average Overall Nusselt Number along the exchanger length.

As a closing note, it is interesting to compare the calculated results for the average overall Nusselt number with the ones predicted by empirical correlations such as

the one due to Sieder and Tate. It can be noticed that there is a significant deviation between the calculated results and the empirical correlation especially for the lower values of the heat capacity flow rate ratio and for short exchanger lengths. Possibly one cause of such discrepancies is associated to the fact the Sieder and Tate correlation was obtained from experiments taken under the countercurrent configuration as pointed out by Nunge and Gill (1967).

ACKNOWLEDGMENTS

One of the authors (FSN) would like to dedicate this work to Tina-Marie Miller for her continuing support and understanding.

REFERENCES

- Mikhailov, M.D. and Ozisik, M.N., "Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion", John Wiley, New York, 1984.
- Stein, R.P. and Sastri, V.M.K., "A Heat Transfer Analysis of Heat Exchangers With Laminar Tube-Side and Turbulent Shell-Side Flow - A New Heat Exchanger Graetz Problem", *A.I.Ch.E. Symp. Series*, Vol. 68, pp. 81-89, 1972.
- IMSL Library, Edition 7, GNB Building, 7500 Ballaire Blvd., Houston, Texas, 1987.
- Scofano Neto, F. "Analytical Solutions of Double Pipe Heat Exchangers", (in Portuguese), Ph.D. Thesis, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, 1991.
- Nunge, R.J. and Gill, W.N., "An Analytical Study of Laminar Counter Flow Double Pipe Heat Exchangers", *Chem. Engng. Symp. Series*, Vol. 63, pp. 80-91, 1967.

UMA SOLUÇÃO POR SIMILARIDADE PARA A DINÂMICA DOS REGENERADORES DE CALOR

L. A. Scola e C. C. Pellegrini
DFIAP\FUNREI, São João Del Rei, MG
R. Y. Qassim

Programa de Engenharia Mecânica, COPPE/UFRJ
C.P. 68503, 21045, Rio de Janeiro, RJ

O presente trabalho objetiva ampliar o universo de soluções exatas existentes para a distribuição de temperaturas em regeneradores de calor de leito fixo. O método consiste em transformar o sistema de equações diferenciais parciais de governo em ordinárias através de uma transformação por similaridade. A solução numérica é obtida pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem para dados típicos encontrados na literatura. A principal aplicação é como caso teste na avaliação de esquemas numéricos a serem propostos para solucionar o sistema original de equações, dado que a solução aqui apresentada é exata.

INTRODUÇÃO

O constante aumento dos custos dos combustíveis nos últimos anos, tem levado as indústrias a investir em sistemas de gerenciamento da utilização de energia, com o objetivo de reduzir o consumo global. Em muitos processos, a energia perdida em uma fase pode ser reaproveitada em outra, desde que devidamente estocada.

Entre os muitos métodos existentes para reaproveitamento da energia térmica destacam-se os recuperadores e os regeneradores de calor, ambos trocadores de calor de contato indireto. Neste último, o calor sensível de um fluido, armazenado em um meio sólido, que pode ser um leito poroso ou as próprias paredes do equipamento, é posteriormente retirado pelo fluido que se quer aquecer. O processo de armazenamento e reutilização, neste caso, é inerentemente transiente.

As distribuições de temperatura como função do tempo e da posição em um regenerador de calor são tratadas no estudo da dinâmica destes equipamentos. A importância da predição destas distribuições, é que esta é indispensável na verificação da viabilidade econômica da implantação de um sistema de estocagem de energia baseado em regeneradores de calor.

Um grande número de trabalhos publicados nos últimos anos tem analisado a dinâmica dos regeneradores de calor. Uma relação destes estudos é apresentado por Schimdt [1]. O caso geral de um fluido escoando através de um regenerador de leito fixo foi matematicamente tratado pela primeira vez em 1929, por Schumann [2]. Neste trabalho, o autor utilizou as hipóteses de condutividade térmica do material sólido nula na direção do escoamento e infinita na direção normal a esta, condutividade térmica do fluido nula e propriedades constantes para o sistema como um todo. Em 1976, Hughes, Klein e Close [3] propuseram uma simplificação ao modelo apresentado por Schumann para resolver o problema de um reservatório de calor utilizado no aquecimento solar de ar, visando reduzir o

elevado tempo computacional do modelo original. No mesmo ano, Schimdt e Szego [4] resolveram o problema de um regenerador composto de barras retangulares espaçadas entre si, utilizando a técnica de diferenças finitas e considerando condução de calor bidimensional no sólido. Em 1978, estes autores abordaram novamente a mesma configuração, porém considerando que neste caso fluido quente e frio entravam em contato com as barras, simultaneamente, um em cada lado e estudando a distribuição transiente de temperaturas como função da temperatura de entrada de um dos fluidos [5].

O presente trabalho obtém soluções exatas para a distribuição transiente de temperaturas de um regenerador de calor de leito fixo, utilizando as mesmas hipóteses de Schimdt e Szego [4], mas considerando condução unidimensional no sólido. O método utilizado consiste em transformar o sistema de equações diferenciais parciais que governa o problema em diferenciais ordinárias, através de uma transformação por similaridade. Para tal, foi utilizada uma forma para a variável independente e foram exigidas formas para as dependentes seguindo o procedimento utilizado por Turra e Qassim [6]. O sistema resultante foi resolvido numericamente, com emprego do método de Runge-Kutta de quarta ordem.

Os resultados encontrados para as distribuições de temperaturas são apresentados ao fim do trabalho para algumas situações físicas. Em virtude da ausência de dados experimentais que respeitem as formas propostas das transformações, não é apresentada comparação entre estes e os resultados aqui obtidos.

De fato, cabe ressaltar que a simplificação decorrente da transformação por similaridade proposta só será válida caso as formas utilizadas para as variáveis dependentes sejam respeitadas. Em virtude disto, a aplicação principal dos resultados aqui apresentados é como padrão de avaliação para esquemas numéricos que venham a ser desenvolvidos para solucionar o sistema de equações original, uma vez que a solução obtida é exata.

MODELAGEM

O sistema de equações diferenciais parciais que governa a dinâmica de regeneradores de calor de leito fixo, com escoamento incompressível forçado, de propriedades constantes e sem geração interna de calor, é apresentado a seguir, com todas as variáveis representadas por sua nomenclatura clássica:

$$\epsilon \rho_f C_{p_f} \frac{\partial T_f}{\partial t} = -\epsilon \rho_f u C_{p_f} \frac{\partial T_f}{\partial z} + U A' (T_s - T_f) \quad (1)$$

$$(1-\epsilon) \rho_s C_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \lambda_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + U A' (T_f - T_s) \quad (2)$$

Aqui, z representa a direção axial, os sub-índices s e f referem-se respectivamente aos meios sólido e fluido e A' é a razão entre a área efetiva de transferência de calor e o volume do regenerador. A área efetiva é dada pelo produto do número total de partículas do regenerador, n , pela área de cada partícula, A_p . O número de partículas pode ser obtido da definição de porosidade, $\epsilon = 1 - V_s/V_t$, com $V_s = nV_p$, onde V_p , V_t e V_s são respectivamente o volume das partículas esféricas que formam o leito, o volume total do regenerador e o volume de sólido do leito.

Na derivação destas equações, assumimos que o problema é basicamente unidimensional, a condução de calor no meio fluido pode ser desconsiderada e o perfil de velocidade é uniforme. Desconsideramos também os efeitos viscosos e a troca térmica com o ambiente. Além disso, para permitir uma formulação contínua do problema, o tamanho das partículas sólidas que compõe o leito foi considerado pequeno em relação a dimensão do leito.

Os termos destas equações contendo U , coeficiente global de troca de calor, representam a transferência de calor na direção normal ao escoamento entre fluido e sólido. Da mesma forma, o termo com λ_s , condutividade térmica do sólido, representa a condução de calor na direção do escoamento.

Na metodologia de solução aqui utilizada, o sistema original de equações diferenciais parciais é primeiramente transformado em um sistema de equações diferenciais ordinárias através da introdução das seguintes variáveis de similaridade, obtidas do trabalho de Turra e Qassim [8]:

$$\eta = z / \sqrt{t} \quad (3)$$

$$T_s = f_1(\eta) \cdot t + T_{os} \quad (4)$$

$$T_f = f_2(\eta) \cdot t + T_{of} \quad (5)$$

$$U = K_1 / t \quad (6)$$

$$\rho_f u = K_2 / \sqrt{t} \quad (7)$$

Nas expressões acima, η é a nova variável independente. As demais expressões representam formas funcionais que deverão ser respeitadas para que a transformação seja válida. K_1 e K_2 são constantes. T_{os} e T_{of} são as temperaturas iniciais dos meios sólido e

fluido, necessariamente iguais, por requisito da transformação.

Por conveniência, antes de procedermos à transformação, as expressões (1) a (7) serão adimensionalizadas, utilizando os seguintes parâmetros de referência: o tempo de duração de uma das fases de operação do regenerador, t_{ref} , para o tempo; a temperatura máxima atingida por um dos meios, T_{ref} , para as temperaturas e o comprimento do leito do regenerador, L , para a distância. As demais variáveis, U e ρu , dados de entrada neste trabalho, devem ser fornecidas em termos das variáveis adimensionais. Do processo de adimensionalização resultam as seguintes equações:

$$\frac{\partial T_f^*}{\partial t^*} = -\frac{u t_{ref}}{L} \frac{\partial T_f^*}{\partial z^*} + \frac{U A' t_{ref}}{\rho_f C_{p_f} \epsilon} (T_s^* - T_f^*) \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_s^*}{\partial t^*} = \frac{\lambda_s t_{ref}}{\rho_s (1-\epsilon) C_s L^2} \frac{\partial^2 T_s^*}{\partial z^{*2}} + \frac{U A' t_{ref}}{\rho_s (1-\epsilon) C_s} (T_f^* - T_s^*) \quad (9)$$

$$\eta^* = z^* / \sqrt{t^*} \quad (10)$$

$$T_s^* = f_1^*(\eta^*) \cdot t^* + T_{os}^* \quad (11)$$

$$T_f^* = f_2^*(\eta^*) \cdot t^* + T_{of}^* \quad (12)$$

$$U = K_1 / (t^* \cdot t_{ref}) \quad (13)$$

$$\rho_f u = K_2 / \sqrt{t^* \cdot t_{ref}} \quad (14)$$

onde as variáveis adimensionalizadas aparecem designadas pelo índice superior "*".

Substituindo as expressões (10) a (14) no sistema de equações diferenciais parciais adimensionais (8) e (9), resulta:

$$2 f_2^*(\eta^*) - f_2^{*'}(\eta^*) = -C_1 f_2^{*'}(\eta^*) + C_2 [f_1^*(\eta^*) - f_2^*(\eta^*)] \quad (15)$$

$$2 f_1^*(\eta^*) - \eta^* f_1^{*'}(\eta^*) = C_3 f_1^{*''}(\eta^*) + C_4 [f_2^*(\eta^*) - f_1^*(\eta^*)] \quad (16)$$

Nestas equações, as constantes C_1 a C_4 são dadas por:

$$C_1 = (2K_2 \sqrt{t_{ref}}) / (\rho_f L) \quad (17)$$

$$C_2 = (2K_1 A') / (\rho_f \epsilon C_{p_f}) \quad (18)$$

$$C_3 = (2\lambda_s t_{ref}) / [\rho_s (1-\epsilon) C_s L^2] \quad (19)$$

$$C_4 = (2K_1 A') / [\rho_s (1-\epsilon) C_s] \quad (20)$$

Enfatizamos que as constantes K_1 e K_2 representam a variação do coeficiente global de transferência de calor e do perfil de velocidades respectivamente, como indicam as expressões (6) e (7).

O conjunto de equações (15) a (20), devidamente acompanhado de condições de contorno

no apropriadas, pode ser resolvido por algum método numérico. Este é o assunto da próxima seção.

SOLUÇÃO NUMÉRICA

Como salientamos no início deste trabalho, a principal aplicação do método aqui apresentado é como padrão de comparação para esquemas de solução numérica que venham a ser propostos no futuro, visando resolver casos mais gerais. Assim, para fornecer adequada fonte de comparação, alguns exemplos serão resolvidos e seus resultados comentados a seguir.

Nos exemplos resolvidos, duas situações físicas correspondentes a dois grupos de condições de contorno serão abordadas: temperaturas de ambos os meios variando linearmente com o tempo na entrada do regenerador e isolamento térmico do sólido na entrada; temperatura do fluido variando linearmente na entrada e isolamento térmico do sólido nas duas extremidades. As tabelas 1 e 2, abaixo, resumem as condições de contorno dos casos estudados:

Tabela 1

Caso	Condições de Contorno em t^* e z^*	
(I)	$\partial T_s^* / \partial z^* = 0$, $T_f^* = A_f t^* + T_{of}^*$, $T_s^* = A_s t^* + T_{os}^*$	em $z^* = 0$ em $z^* = 0$ em $z^* = 0$
(II)	$\partial T_s^* / \partial z^* = 0$, $\partial T_s^* / \partial z^* = 0$, $T_f^* = A_f t^* + T_{of}^*$	em $z^* = 0$ em $z^* = 1$ em $z^* = 0$

Tabela 2

Caso	Condições de Contorno em η^*	
(I)	$f_1^* = 0$, $f_2^* = A_f$, $f_1^* = A_s$	em $\eta^* = 0$ em $\eta^* = 0$ em $\eta^* = 0$
(II)	$f_1^* = 0$, $f_1^* = 0$, $f_2^* = A_f$	em $\eta^* = 0$ em $\eta^* = \eta^*(1, t^*)$ em $\eta^* = 0$

O sistema de equações diferenciais ordinárias obtido na seção anterior será resolvido através do método de Runge-Kutta de quarta ordem. Para tal, a equação de segunda ordem, (16), será reduzida a duas de primeira através da substituição $f_1^*(\eta^*) = h_1(\eta^*)$. Os resultados obtidos pela solução numérica serão convertidos em valores da distribuição adimensional de temperaturas em função de tempos e distâncias adimensionais, através das expressões (10) a (12).

Os resultados obtidos para os casos I e II são apresentados a seguir, juntamente com os dados de entrada que particularizam cada caso. As constantes que fornecem a variação das temperaturas do sólido e do fluido na entrada do regenerador (ver condições de contorno) receberam os seguintes valores: caso I, $A_s = 0$ e $A_f = -45$; caso II, $A_f = -45$.

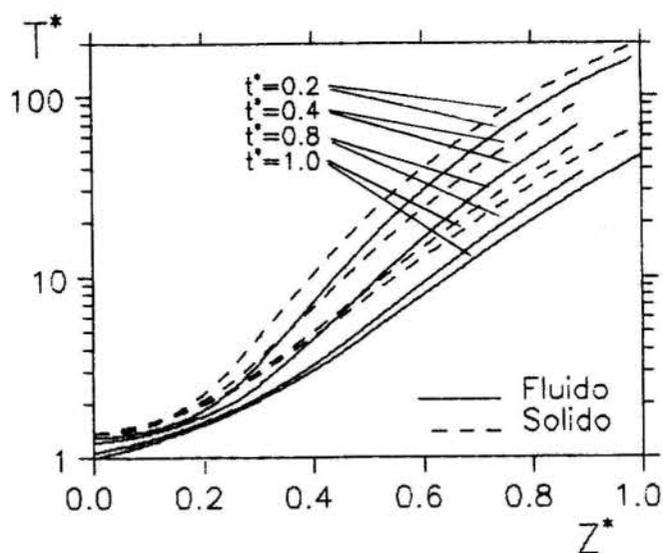


Fig. 1 - Distribuição de temperaturas, caso I

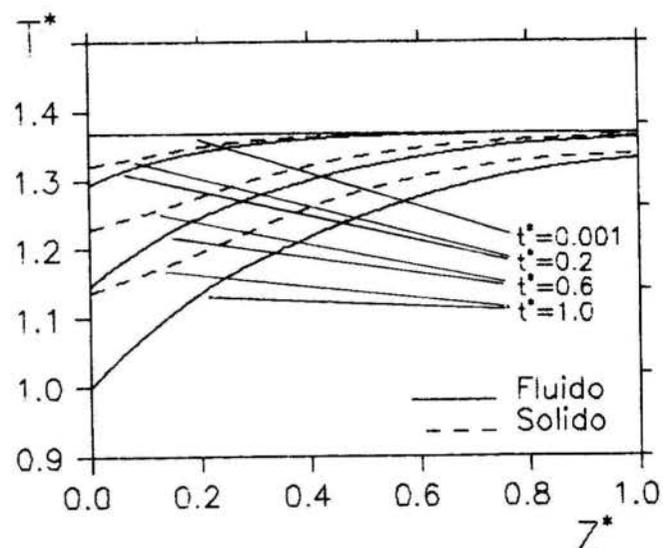


Fig. 2 - Distribuição de temperaturas, caso II

Vale ressaltar que no caso II, como artifício matemático para garantir o isolamento térmico do equipamento em $z=L$, permitimos que A_s variasse, de modo a satisfazer esta condição. Como apenas A_f deveria permanecer fixo, não houve perda de generalidade, neste caso.

Na tabela 3, abaixo, apresentamos, em unidades SI, os dados de entrada comuns aos casos I e II, utilizados na obtenção dos resultados acima. Os valores utilizados são dados considerados típicos, obtidos na literatura para o funcionamento de regeneradores deste tipo.

Tabela 3

Variável	Símbolo	Valor
Porosidade	ϵ	0.37
Compr. regenerador	L	1.0
Diâm. partículas	d	0.025
Tempo de ref.	t_{ref}	1800
Temperat. de ref.	T_{ref}	334.4
Temperat. inicial	T_{os}, T_{of}	356.9
Const. expr. U	K_1	52410
Const. expr. ρu	K_2	61.54

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Antes de mais nada, cabe ressaltar que de todos os resultados possíveis de se obter com o método aqui exposto, os apresentados no item anterior foram selecionados entre os que se afiguravam fisicamente mais interessantes. Isso se deve ao fato de que as variáveis dependentes devem obrigatoriamente seguir as formas estabelecidas nas expressões de (4) a (7), restringindo deste modo as soluções. Por este motivo também, não foi possível apresentar comparações entre os resultados obtidos e dados experimentais, visto a inexistência destes na literatura.

A análise da fig. 1 deixa evidente que, em tempos próximos de zero, as temperaturas do sólido e do fluido de fato tendem ao mesmo valor, para cada z , como exige a transformação. Observa-se ainda que, em $z=0$, a temperatura do meio sólido permanece constante e que a do meio fluido diminui com o tempo, conforme exige o valor das constantes A_s e A_f das condições de contorno. Sobre o comportamento térmico dos dois meios, vale observar que a distribuição inicial de temperaturas vai sendo alterada, com o passar do tempo devido à entrada de fluido progressivamente menos quente no regenerador e que o isolamento térmico exigido pelas condições de contorno para o sólido em $z=0$ é de fato observado.

Analisando a figura 2, observa-se um comportamento qualitativamente idêntico ao do caso anterior no que diz respeito à igualdade de temperaturas em $t=0$ e às temperaturas de entrada dos dois meios. Nota-se apenas que neste caso o valor das constantes é diferente. A respeito do comportamento térmico dos meios, observa-se que, novamente, a distribuição inicial de temperaturas vai sendo alterada com o passar do tempo, desta vez porém observando-se a condição de isolamento térmico em ambas as extremidades do equipamento.

Cabe aqui um comentário de interesse a respeito das curvas T_s e T_f , quando o tempo tende para zero. As formas da transformação em (4) e (5) exigem que T_s e T_f sejam constantes e iguais a T_{s0} e T_{f0} apenas quando t tende para 0, nada sendo válido afirmar nesse sentido quando $t > 0$. Observa-se ainda que $t=0$ é um ponto singular da análise, não havendo, portanto possibilidade de representar as curvas correspondentes. Deste modo, fica justificado o comportamento das curvas de temperatura versus posição para $t=0.2$ na figura 1. De fato, desconhecendo-se a priori a forma das funções $f_1(\eta)$ e $f_2(\eta)$, nada se pode inferir a respeito do comportamento inicial das funções $T_s(z,t)$ e $T_f(z,t)$.

CONCLUSÕES

Na análise aqui apresentada, o sistema de equações diferenciais parciais que governam a dinâmica de um regenerador de calor de leito fixo, foi reduzido, via uma transformação por similaridade a um sistema, menos geral, de solução consideravelmente mais simples, de equações diferenciais ordinárias. Os resultados obtidos a partir de tal análise, para as distribuições espaço-temporais das temperaturas dos meios sólido e fluido foram apresentados, mostrando comportamento fisicamente razoável. Comparação destes resultados com dados experimentais não foi realizada, em

virtude da inexistência de dados que respeitem as formas impostas na transformação.

A aplicação da metodologia ora apresentada na solução de problemas reais envolvendo a dinâmica de regeneradores de calor fica, portanto, bastante limitada aos casos que se enquadrem nas mencionadas formas. Entretanto, ressalta-se a importância deste método, como gerador de soluções de casos particulares, e ser utilizados como padrão de calibração de esquemas numéricos desenvolvidos com intenção de resolver casos mais gerais do sistema original de equações.

Apresentamos ainda como sugestão para trabalhos posteriores, a idéia de se generalizar a transformação, de modo a considerar as propriedades físicas do sistema não mais como constantes, e sim como funções da variável independente transformada.

REFERÊNCIAS

- [1] SCHMIDT, F. W., "Numerical Simulation of the Thermal Behavior of Convective Heat Transfer Equipment", *Heat Exchanger Design and Theory Sourcebook*, AFGAN, N. and SCHLUNDER, E. U., Ed McGraw Hill, New York (1974), pp. 491-524.
- [2] SCHUMANN, T. E. W., "Heat Transfer - Liquid Flowing Through a Porous Prism" *J. Franklin Inst.*, vol. 208., pp. 405 (1929).
- [3] HUGHES, P. J., KLEIN, S. A. and CLOSE, L. J., "Packed Bed Thermal Storage Model for Air Heating and Cooling Systems" *ASME, J. Heat Transfer*, vol. 92, pp. 336-338, (1976).
- [4] SCHMIDT, F. W. and SZEGO, J., "Transient Response of Solid Sensible Heat Thermal Storage Units - Single Fluid", *ASME, J. Heat Transfer*, vol. 92, pp. 471-477 (1976).
- [5] SCHMIDT, F. W. and SZEGO, J., "Transient Behavior of Solid Sensible Heat Thermal Storage Exchanger", *ASME, J. Heat Transfer*, vol. 100, pp. 148-154, (1978).
- [6] TURRA, A. E. e QASSIM, R. Y., Comunicação Interna, COPPE/UFRJ, (1989).

ABSTRACT

The aim of the present paper is to enlarge the number of known exact solutions for the temperature distribution of packed bed heat regenerators. The method employed consists in transforming the governing partial differential equations system in a easier to solve ordinary one through a similarity transformation. The solution of this is obtained through a fourth order Runge-Kutta numerical scheme for typical data found in literature. The major application of the results obtained is as a test case in the evaluation of numerical methods proposed to solve the original system of equations, due to the fact that the solution presented here is exact.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Antes de mais nada, cabe ressaltar que de todos os resultados possíveis de se obter com o método aqui exposto, os apresentados no ítem anterior foram selecionados entre os que se afiguravam fisicamente mais interessantes. Isso se deve ao fato de que as variáveis dependentes devem obrigatoriamente seguir as formas estabelecidas nas expressões de (4) a (7), restringindo deste modo as soluções. Por este motivo também, não foi possível apresentar comparações entre os resultados obtidos e dados experimentais, visto a inexistência destes na literatura.

A análise da fig. 1 deixa evidente que, em tempos próximos de zero, as temperaturas do sólido e do fluido de fato tendem ao mesmo valor, para cada z , como exige a transformação. Observa-se ainda que, em $z=0$, a temperatura do meio sólido permanece constante e que a do meio fluido diminui com o tempo, conforme exige o valor das constantes A_s e A_f das condições de contorno. Sobre o comportamento térmico dos dois meios, vale observar que a distribuição inicial de temperaturas vai sendo alterada, com o passar do tempo devido à entrada de fluido progressivamente menos quente no regenerador e que o isolamento térmico exigido pelas condições de contorno para o sólido em $z=0$ é de fato observado.

Analisando a figura 2, observa-se um comportamento qualitativamente idêntico ao do caso anterior no que diz respeito à igualdade de temperaturas em $t=0$ e às temperaturas de entrada dos dois meios. Nota-se apenas que neste caso o valor das constantes é diferente. A respeito do comportamento térmico dos meios, observa-se que, novamente, a distribuição inicial de temperaturas vai sendo alterada com o passar do tempo, desta vez podendo observar-se a condição de isolamento térmico em ambas as extremidades do equipamento.

Cabe aqui um comentário de interesse a respeito das curvas T_s e T_f , quando o tempo tende para zero. As formas da transformação em (4) e (5) exigem que T_s e T_f sejam constantes e iguais a T_{s0} e T_{f0} apenas quando t tende para 0, nada sendo válido afirmar nesse sentido quando $t > 0$. Observa-se ainda que $t=0$ é um ponto singular da análise, não havendo, portanto possibilidade de representar as curvas correspondentes. Deste modo, fica justificado o comportamento das curvas de temperatura versus posição para $t=0.2$ na figura 1. De fato, desconhecendo-se *a priori* a forma das funções $f_1(\eta)$ e $f_2(\eta)$, nada se pode inferir a respeito do comportamento inicial das funções $T_s(z, t)$ e $T_f(z, t)$.

CONCLUSÕES

Na análise aqui apresentada, o sistema de equações diferenciais parciais que governam a dinâmica de um regenerador de calor de leito fixo, foi reduzido, via uma transformação por similaridade a um sistema, menos geral, de solução consideravelmente mais simples, de equações diferenciais ordinárias. Os resultados obtidos a partir de tal análise, para as distribuições espaço-temporais das temperaturas dos meios sólido e fluido foram apresentados, mostrando comportamento fisicamente razoável. Comparação destes resultados com dados experimentais não foi realizada, em

virtude da inexistência de dados que respeitem as formas impostas na transformação.

A aplicação da metodologia ora apresentada na solução de problemas reais envolvendo a dinâmica de regeneradores de calor fica, portanto, bastante limitada aos casos que se enquadrem nas mencionadas formas. Entretanto, ressalta-se a importância deste método, como gerador de soluções de casos particulares, a ser utilizados como padrão de calibração de esquemas numéricos desenvolvidos com intenção de resolver casos mais gerais do sistema original de equações.

Apresentamos ainda como sugestão para trabalhos posteriores, a idéia de se generalizar a transformação, de modo a considerar as propriedades físicas do sistema não mais como constantes, e sim como funções da variável independente transformada.

REFERÊNCIAS

- [1] SCHMIDT, F. W., "Numerical Simulation of the Thermal Behavior of Convective Heat Transfer Equipment", *Heat Exchanger Design and Theory Sourcebook*, AFGAN, M. and SCHLUNDER, E. U., Ed McGraw Hill, New York (1974), pp. 491-524.
- [2] SCHUMANN, T. E. W., "Heat Transfer - Liquid Flowing Through a Porous Prism", *J. Franklin Inst.*, vol. 208., pp. 405, (1929).
- [3] HUGHES, P. J., KLEIN, S. A. and CLOSE, L. J., "Packed Bed Thermal Storage Models for Air Heating and Cooling Systems", *ASME, J. Heat Transfer*, vol. 92, pp. 336-338, (1976).
- [4] SCHMIDT, F. W. and SZEGO, J., "Transient Response of Solid Sensible Heat Thermal Storage Units - Single Fluid", *ASME, J. Heat Transfer*, vol. 92, pp. 471-477, (1976).
- [5] SCHMIDT, F. W. and SZEGO, J., "Transient Behavior of Solid Sensible Heat Thermal Storage Exchanger", *ASME, J. Heat Transfer*, vol. 100, pp. 148-154, (1978).
- [6] TURRA, A. E. e QASSIM, R. Y., Comunicação Interna, COPPE/UF RJ, (1989).

ABSTRACT

The aim of the present paper is to enlarge the number of known exact solutions for the temperature distribution of packed bed heat regenerators. The method employed consists in transforming the governing partial differential equations system in a easier to solve ordinary one through a similarity transformation. The solution of this is obtained through a fourth order Runge-Kutta numerical scheme for typical data found in the literature. The major application of the results obtained is as a test case in the evaluation of numerical methods proposed to solve the original system of equations, due to the fact that the solution presented here is exact.

ANALYTICAL SOLUTION TO THE TEMPERATURE DISTRIBUTION IN A FINITE DEPTH SOLID WITH A MOVING HEAT SOURCE

ORONZIO MANCA, SERGIO NARDINI, VINCENZO NASO
DETEC - Università degli studi Federico II P.le Tecchio - 80125 Napoli - Italy

SUMMARY

The solution to the two-dimensional quasi-stationary temperature field in a finite depth solid with a Gaussian moving heat source is developed. The spot is indefinite along the direction normal to the motion. The solution approximates that for a Gaussian rectangular or elliptical or circular spot. It is then analysed with reference to significant dimensionless parameters. The temperature maximum temperatures, at various depths, are derived as a function of Peclet number in its range of applications. Results presented can give information in heat treatment problems.

NOMENCLATURE

c_m	coefficient, equation (11)
$G(x)$	Green's function
H	thickness of the solid
k	thermal conductivity
m	index of series
Pe	Peclet number, equation (9)
p_m	coefficient in series
q	surface heat flux
r	radius of Gaussian spot
t	time
T	temperature rise
v	heat source velocity
\mathbf{v}	heat source vectorial velocity
W	function, equation (3)
x, z	Cartesian coordinates
X, Z	dimensionless Cartesian coordinates, equation (9)
X	axial coordinate of maximum temperature
Greek symbols	
α	thermal diffusivity
τ	time, in Green's function
Subscripts	
f	at $x \rightarrow -\infty$
0	at $x=0$
Superscripts	
$+$	dimensionless
$*$	coordinates system on the solid
$'$	dummy spatial variable
max	maximum

both semi-infinite and finite medium by using the transformation of the moving coordinates. Carslaw and Jaeger (1959) obtained the same solution for a semi-infinite body by the heat source method.

As far as Gaussian heat sources are concerned, the analytical solution in a semi-infinite body for a circular spot at a constant velocity was presented by Cline and Anthony (1977); they correlated the cooling rate and the depth of melting with the size, the velocity and the power level of the spot. For the same heat source Chen and Lee (1983) showed the existence of a critical velocity below which the effects of the source motion become practically negligible. Sanders (1984) derived the conditions under which the solution for a Gaussian circular moving spot as a function of its normalized velocity can be used. Modest and Abakians (1986) presented the analytical solution for a Gaussian pulsed laser beam in a semi-infinite solid, which can be easily applied to complicated geometries. Temperature profiles induced in a semi-infinite material by a moving elliptical Gaussian heat source were calculated by Nissim et al. (1980), who considered the temperature dependence of the thermal conductivity. Their model was generalized by a numerical algorithm presented by Moody and Hendel (1982).

The earlier solution to the temperature distribution in an adiabatic thin plate with a stationary or moving Gaussian heat source was given by Pittaway (1964). The three-dimensional problem due to a circular Gaussian pulse spot on a finite depth adiabatic solid was solved analytically by Lolov (1987) and Tsai and Hou (1988). Kar and Mazumder (1989) presented a model to determine the transient and three-dimensional temperature field in a finite slab due to a moving circular Gaussian beam. Thermophysical properties of the material were assumed to be temperature dependent, except for the thermal diffusivity. Evans and Riley (1986) determined analytically the thermal distribution in a steadily moving slab of finite thickness with a uniform surface heat input along a strip on the upper surface, perpendicular to the motion, the remainder of the upper surface being taken to be insulated. The lower surface was assumed to be either adiabatic or convectively cooled. However, we feel that the investigation of the heat conduction in finite depth solids with a moving Gaussian heat source is still limited.

In this paper the analytical solution to the two-dimensional quasi-stationary temperature field in a finite depth solid with a Gaussian distribution moving heat source at the body surface is developed and presented. The spot is indefinite along the direction normal to the motion. This problem approximates rather well that with a Gaussian rectangular or elliptical or circular spot. The temperature distribution and the maximum temperatures, at various depths, are presented as a function of Peclet number and solid thickness.

GEOMETRY AND MATHEMATICAL DESCRIPTION

Consider a heat source, moving at a constant relative velocity v over the surface of an indefinite solid, whose thickness is H . The geometry and the coordinates are schematically shown in fig.1. The spot is Gaussian along the direction of the motion and uniform along the

INTRODUCTION

In the recent years considerable interest has been shown in conduction heat transfer analysis of material processing by either stationary or moving heat sources, such as laser and electron beam. In particular, temperature field in welding, drilling, cutting, heat treatment of metals has been investigated in most cases theoretically and sometimes experimentally. Thanks to advances in solution techniques, numerical methods allow the study of complex problems. However, analytical approaches are still very useful since they often provide a good insight into the significance of parameters affecting the process.

Most of the early investigations concentrated on infinite or semi-infinite bodies heated by a Gaussian source. Although the infinite or semi-infinite medium approximation is not for thin bodies, the results of such models can be applied to solids whose thickness is much higher than the penetration depth of the thermal effects.

One of the first analytical solutions to the temperature distribution in an adiabatic semi-infinite body heated by a moving rectangular surface heat source was given by Jaeger (1942). Rosenthal (1946) derived exact solutions for differently shaped moving spots on

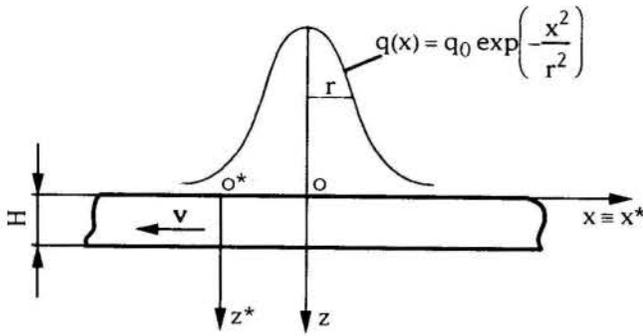


Figure 1. Geometry and coordinates of the system.

direction normal to the motion. The body is isotropic and homogeneous; there is no heat generation inside it. From the moving heat source theory (Rosenthal, 1946), in the coordinates system moving with the heat source, a mathematical statement of the quasi-steady state two-dimensional (2-D) problem is the solution to

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{v}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad ; \quad 0 \leq z \leq H, \quad |x| < \infty \quad (1a)$$

$$-k \frac{\partial T(x,0)}{\partial z} = q_0 \exp\left(-\frac{x^2}{r^2}\right) \quad ; \quad |x| < \infty \quad (1b)$$

$$\frac{\partial T(x,H)}{\partial z} = 0 \quad ; \quad |x| < \infty \quad (1c)$$

$$T(x \rightarrow -\infty, z) = T_f \quad ; \quad 0 \leq z \leq H \quad (1d)$$

$$T(x \rightarrow +\infty, z) = 0 \quad ; \quad 0 \leq z \leq H \quad (1e)$$

With condition (1e), values of T are the temperature rise above the temperature at $x \rightarrow \infty$. Properties k and α are assumed to be independent of temperature and position.

DERIVATION OF THE SOLUTION

The solution to the conductive problem (1) can be derived considering the correspondent transient problem

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{v}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2a)$$

with the initial condition

$$T(x, z, 0) = 0 \quad (2b)$$

whose boundary conditions are the (1b-1e). The following transformation is introduced

$$T(x, z, t) = W(x, z, t) \exp\left(-\frac{v}{2\alpha} x - \frac{v^2}{4\alpha} t\right) \quad (3)$$

The conductive problem in the function W can be solved by using the Green's function (Ozisik, 1980 and Beck, 1984). Combining the relations given by Beck (1985) for an infinite domain and for a finite depth domain with adiabatic upper and bottom surfaces, for a 2-D region one can write

$$G(x, z, t | x', z', \tau) = \frac{\exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4\alpha(t-\tau)}\right]}{H[4\alpha\pi(t-\tau)]^{1/2}} \times \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{m^2 \pi^2 \alpha(t-\tau)}{H^2}\right] \cos\frac{m\pi z}{H} \cos\frac{m\pi z'}{H} \right\} \quad (4)$$

From Beck (1984, eq.13) we obtain

$$W = \frac{q_0 \alpha}{Hk} \int_{\tau=0}^t \left\{ \int_{x'=-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x'^2}{r^2} + \frac{v}{2\alpha} x' + \frac{v^2}{4\alpha} \tau\right) \frac{\exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4\alpha(t-\tau)}\right]}{[4\alpha\pi(t-\tau)]^{1/2}} \times \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{m^2 \pi^2 \alpha(t-\tau)}{H^2}\right] \cos\frac{m\pi z}{H} \right] dx' \right\} d\tau \quad (5)$$

By substituting equation (5) into equation (3) we obtain

$$T(x, z, t) = \frac{q_0 \alpha}{Hk} \exp\left(-\frac{v}{2\alpha} x\right) \int_{x'=-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x'^2}{r^2} + \frac{v}{2\alpha} x'\right) \times \int_{\tau=0}^t \frac{\exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4\alpha(t-\tau)}\right]}{[4\alpha\pi(t-\tau)]^{1/2}} \exp\left[-\frac{v}{4\alpha}(t-\tau)\right] \times \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos\frac{m\pi z}{H} \exp\left[-\frac{m^2 \pi^2 \alpha(t-\tau)}{H^2}\right] \right\} d\tau dx' \quad (6)$$

The integration over the time can be carried out for the asymptotic quasi-steady state condition ($t \rightarrow \infty$). From Abramowitz and Stegun (1972, p.1026, eq.29.3.84) one has

$$\int_{\tau=0}^t \frac{\exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4\alpha(t-\tau)}\right]}{[4\alpha\pi(t-\tau)]^{1/2}} \exp\left[-\frac{P_m v^2}{4\alpha}(t-\tau)\right] d\tau = \frac{1}{v} \exp\left(-\frac{P_m |x-x'| v}{2\alpha}\right) \quad (7)$$

where

$$P_m = \begin{cases} 1 & \text{for } m=0 \\ \left[1 + \left(\frac{2m\pi\alpha}{vH} \right)^2 \right]^{1/2} & \text{for } m > 0 \end{cases}$$

Substituting expression (7) into equation (6) gives

$$T(x, z) = \frac{q_0 \alpha}{Hk} \exp\left(-\frac{v}{2\alpha} x\right) \left\{ \frac{1}{v} \int_{x'=-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x'^2}{r^2} + \frac{v}{2\alpha} x'\right) \times \exp\left(-\frac{|x-x'| v}{2\alpha}\right) dx' + \frac{2}{v} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos\frac{m\pi z}{H}}{P_m} \times \int_{x'=-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x'^2}{r^2} + \frac{v}{2\alpha} x'\right) \exp\left(-\frac{P_m |x-x'| v}{2\alpha}\right) dx' \right\} \quad (8)$$

By evaluating the integrals in the way shown in the Appendix and introducing the following dimensionless variables

$$X = \frac{x}{r} ; \quad Z = \frac{z}{r} ; \quad H^+ = \frac{H}{r} ; \quad Pe = \frac{vr}{2\alpha} ; \quad T^+ = \frac{T}{(q_0 r/k)} \quad (9)$$

we obtain for $t \rightarrow \infty$

$$T^+(X, Z, H^+, Pe) = \frac{\sqrt{\pi}}{2 H^+ Pe} \sum_{m=0}^{\infty} c_m \cos\left(\frac{m\pi Z}{H^+}\right) \left\{ \exp Pe(1 + P_m) \times \left(\frac{Pe}{4}(1 + P_m) - X\right) \operatorname{erfc}\left[\frac{Pe}{2}(1 + P_m) - X\right] \exp\left[Pe(1 - P_m)\right] + \left(\frac{Pe}{4}(1 - P_m) - X\right) \operatorname{erfc}\left[X - \frac{Pe}{2}(1 - P_m)\right] \right\} \quad (10)$$

with

$$c_m = \begin{cases} 1/2 & \text{for } m=0 \\ 1/p_m & \text{for } m > 0 \end{cases} \quad (11)$$

where now p_m is

$$p_m = \left[1 + \left(\frac{m \pi}{H^+ Pe} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

RESULTS

In the following the temperature distribution and the maximum temperatures at various depths, derived from equation (10), are presented as a function of Peclet number and solid thickness in their ranges of higher interest in the applications, $Pe=10^{-1}-10$ and $H^+=10^{-1}-10$. Reference will also be made to the temperature $T^* 2 Pe H^+ / \pi^{1/2}$, in order to obtain a unique asymptotic value in all cases. The term $\pi^{1/2} / (2 Pe H^+)$ is the final downstream temperature, which can be evaluated by a global energy balance. Temperature values were derived at an approximation not less than 10^{-5} . The complementary function of error function in equation (10) was taken from Abramovitz and Stegun (1972, p.299, eq.7.1.26) when its argument is less than 3.5 and from Spanier and Oldham (1987, p.388, eq.40: 9: 2) when the argument is not less than 3.5. The coordinates at which maximum temperature is attained were determined iteratively at an approximation not less than 10^{-5} .

The dimensionless surface and bottom temperature profiles as a function of the dimensionless spatial coordinate along the motion, at various Peclet numbers and for $H^+=0.1$, are reported in fig.2. The figure shows that, at Peclet numbers lower than the unity, the temperature is practically uniform along the depth. The slight temperature gradient in the solid, in terms of $T^* 2 Pe H^+ / \pi^{1/2}$, increases at increasing Peclet numbers. This remarks suggest that solids whose thickness is nearly one tenth of the radius of the spot can be considered thermally thin. Thus, their thermal analysis can be reduced to that of a one-dimensional field dependent on the axial coordinate x . One can also notice in fig.2 that the higher the Peclet number the lower the upstream diffusion of the heat. This is due to the fact that the higher the velocity the lower the contribution of the diffusion and the higher that of the convection to the heat removal.

The spatial distribution along X of the dimensionless temperature at different depth in the body, for various Peclet numbers and for $H^+=1$, is plotted in fig.3. At low Peclet number (fig.3a) temperature profiles are similar to those in a ten times thinner body (fig.2). However, one can notice a slight difference between the temperatures of the upper and the lower solid surfaces when the solid is thicker. Furthermore, the temperature profile at $Z=0$ has a maximum for x nearly equal to $-0.5r$. At higher Peclet numbers (fig.3b and 3c) the temperature becomes more dependent on the depth and its profiles at the upper surface are strongly dependent on the axial coordinate. As a consequence, the higher the Peclet number the higher the distance from the origin at which the unitary asymptotic value is attained.

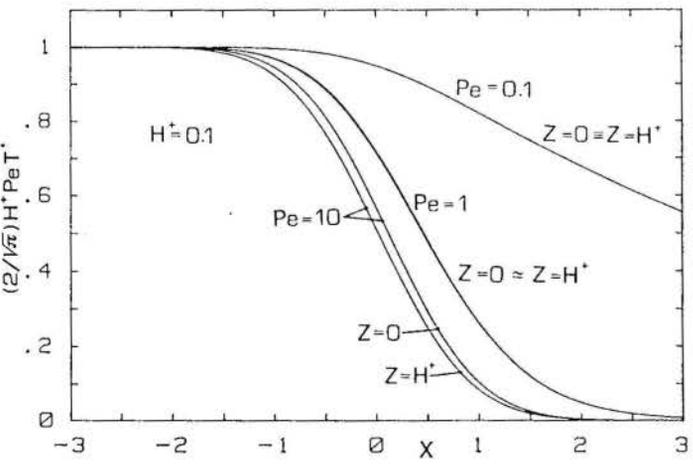


Figure 2. Surface and bottom temperature profiles vs axial coordinate for $H^+=0.1$.

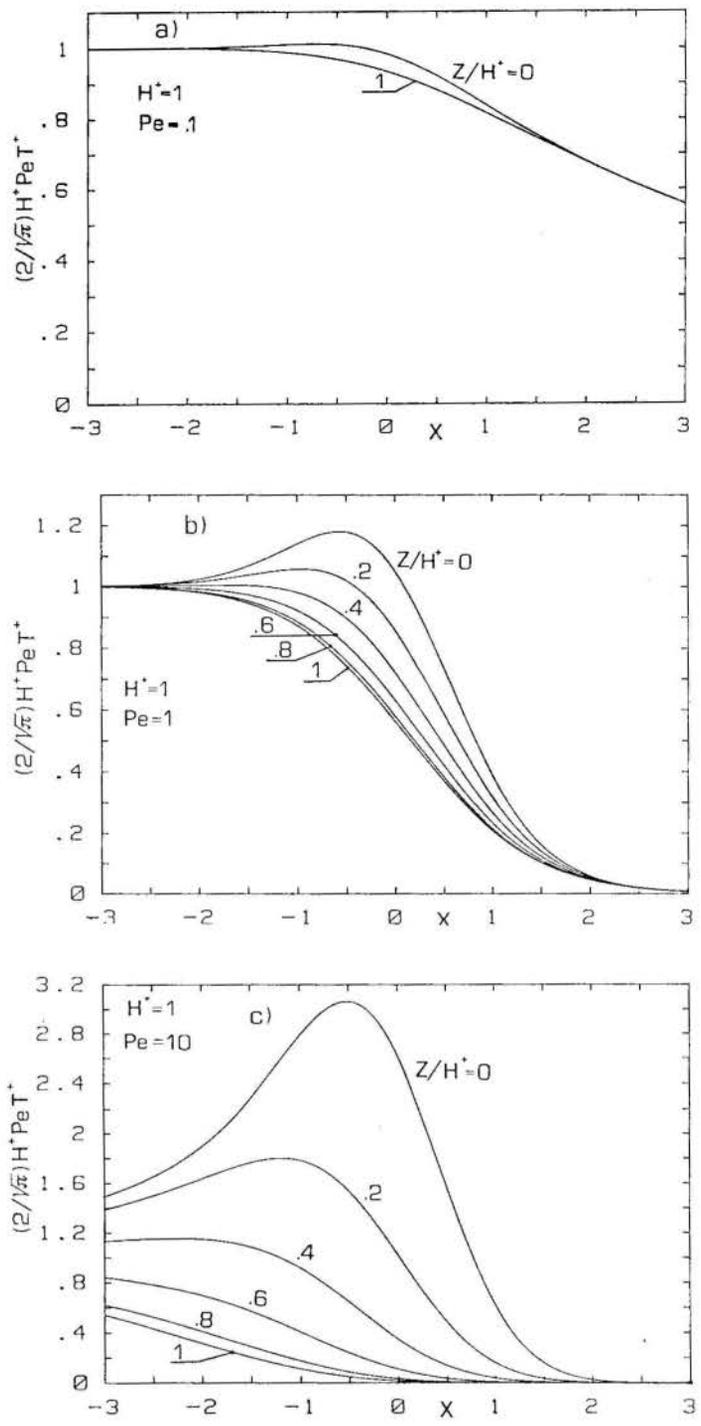


Figure 3. Temperature distribution at different depths vs axial coordinate for $H^+=1$: a) $Pe=0.1$; b) $Pe=1$; c) $Pe=10$.

The variation of the temperature along the direction of the motion at various depths, for $Pe=0.1$ and 1 , in a thermally thick solid ($H^+=10$) is presented in fig.4. The comparison between figures 3a and 4a points out, in the considered range of X , higher temperature differences along the direction normal to the motion in a ten times thicker solid, q_0 , r and v being equal. Furthermore, the same figures show that, at the lowest Peclet number, a higher thermal thickness of the body enhances the heat diffusion in it and, therefore, determines a less asymmetric temperature profile. From figures 4a and 4b one can remark that, the thickness being equal, the higher the Peclet number the higher the asymmetry of temperature profile and the thermal gradient component normal to the motion direction. Furthermore, the higher the Peclet number the higher the distance from the origin at which the maximum temperature is attained. This considerations are in a good agreement with those by Chen and Lee (1983) for a semi-infinite body. The figures show, also, decreasing thermal penetration depths at increasing Peclet numbers. This confirms that at high Peclet number values the solid can be approximated to a semi-infinite one.

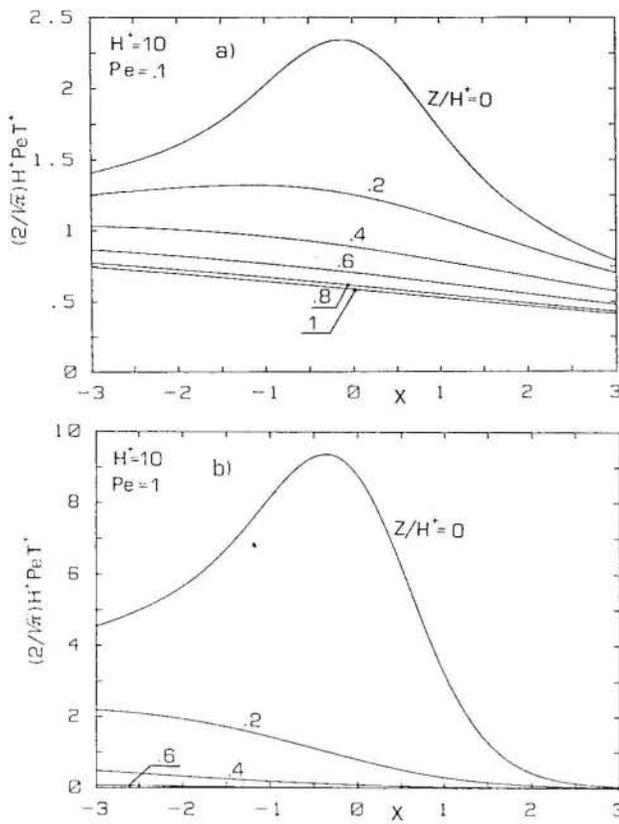


Figure 4. Temperature distribution at different depths vs axial coordinate for $H^+=10$: a) $Pe=0.1$; b) $Pe=1$.

The distribution of dimensionless surface and bottom temperature T^* as a function of X , at various Peclet numbers, in a thermally finite depth solid ($H^+=1$) is reported in fig.5. It shows nearly equal temperature differences along Z in the range $Pe=0.1-1$. At $Pe=10$ the bottom surface of the solid is still practically undisturbed up to $X=-1$, while the upper surface temperature has already attained its maximum value upstream. At all Peclet numbers the surface maximum temperatures occur at x values less than r , in agreement with the results obtained by Evans and Riley (1986) for the same thermal thickness of the solid but for a strip heat source.

The axial coordinates at which the maximum temperature is attained as a function of the depth, at various Peclet numbers for $H^+=1$ and $H^+=10$, are presented in fig.6. Values were obtained by equating to zero the derivate of equation (10) and solving by means of the cut-and-try method. At all Peclet numbers, the higher Z the higher $|\bar{X}|$; for $Z \geq 0.5H^+$ the maximum temperature is attained asymptotically. Figure 6a shows that at the surface the higher the Peclet number the less the distance of the maximum from the origin. In the inside of the solid, near the upper surface, the higher the Peclet number the higher the variation of $|\bar{X}|$ with Z . This is due to the fact that the higher the Peclet number the higher the ratio between the convective and the diffusive contribution to the heat removal. One can also notice that at $Pe=10$ in its inner layers the solid behaves like a semi-infinite one.

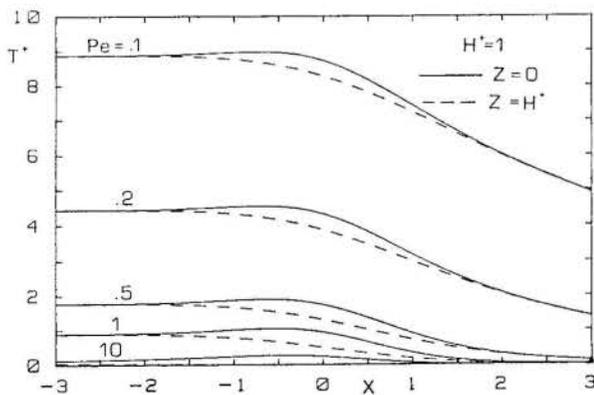


Figure 5. Surface and bottom temperatures vs axial coordinate, at various Peclet numbers, for $H^+=1$.

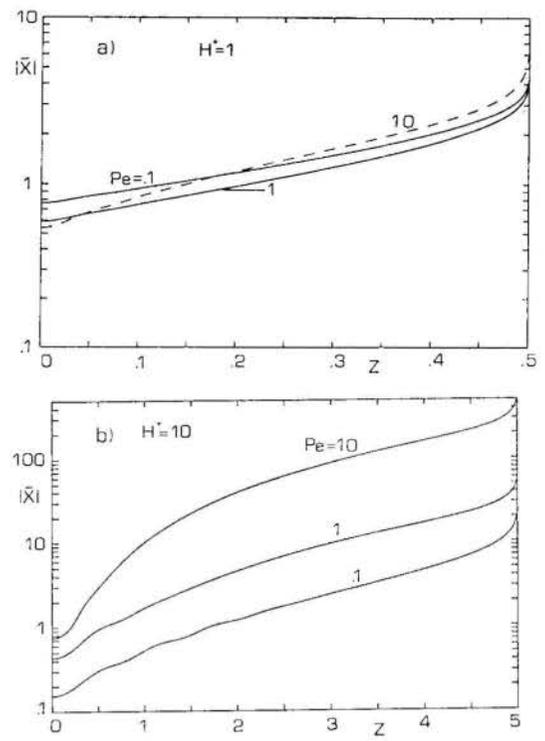


Figure 6. Maximum temperature axial coordinate vs depth, at various Peclet numbers: a) $H^+=1$; b) $H^+=10$.

Figure 6b points out that in a thermally thicker body the higher the Peclet number the higher the distance from the origin at which the maximum temperature is attained at any depth. A comparison between figures 6a and 6b shows that, when the diffusive contribution to the heat removal is higher than the convective one ($Pe=0.1$), a higher thickness of the solid ($H^+=10$ vs $H^+=1$) enhances the diffusion of the heat along the depth in addition to that diffused along x , both upstream and downstream. This determines the displacement toward the origin of the maximum temperature point at the upper surface. On the contrary, one can notice a higher distance of the aforementioned point from the origin in the thicker solid at $Pe=10$, due to the increase of diffusive contribution to the heat removal along both x and z directions.

The dimensionless maximum temperature as a function of the depth, at various Peclet numbers, for $H^+=1$ and $H^+=10$ is reported in fig.7. The figure points out that the lower the Peclet number the higher

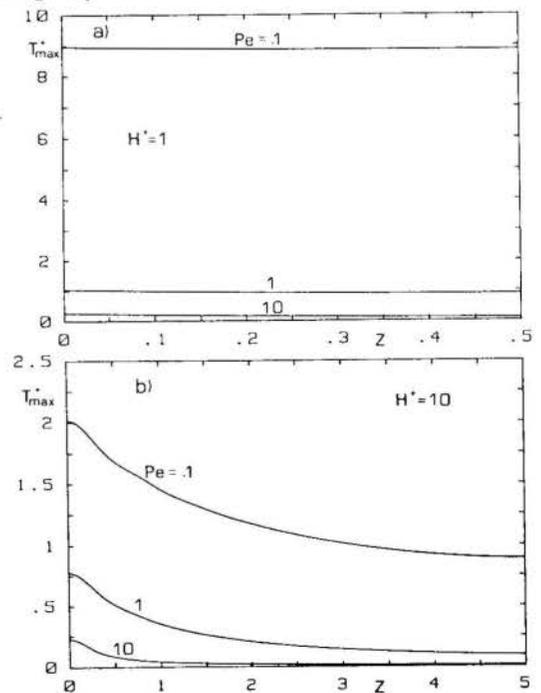


Figure 7. Maximum temperature vs depth at different Peclet numbers: a) $H^+=1$; b) $H^+=10$.

the dependence of maximum temperature on depth; furthermore, at the same Peclet number, the higher H^* the higher the variation of the maximum temperature as a function of the depth. Knowing the trend of the maximum temperature variation is very useful to those interested in heat treatments, such as hardening. As a matter of fact, at $Pe=1$ and $H^*=1$, figure 7a shows that hardening depth is highly dependent on any deviation of the maximum temperature from the hardening temperature.

CONCLUSIONS

The analytical solution to the two-dimensional quasi-stationary temperature field in a finite depth solid with a Gaussian distribution moving heat source at the body surface has been proposed and analysed.

Temperature profiles as a function of the coordinate along the direction of motion showed that, at any Peclet number, solids whose thickness is less than one tenth the spot radius can be considered thermally thin. On the contrary, the temperature distribution in the surface layers of bodies nearly ten times thicker than the spot radius can be well approximated by that in a semi-infinite solid.

The axial coordinate at which the maximum temperature is attained at any depth seems to be dependent on the distribution of the heat flux. Furthermore, it is worth noting that, at any Peclet number and thermally finite depth, the maximum temperature is attained asymptotically below the mid-height of the solid.

Results presented in this paper can give useful information to those interested in surface heat treatment, such as hardening of metallic materials.

ACKNOWLEDGEMENTS

The Consiglio Nazionale delle Ricerche funded this work with the grant n.91.2978.

REFERENCES

.Abramowitz, M. and Stegun, I.A., "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables", Applied Mathematics Series, Vol. 55. National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1964.

.Beck, J.V., "Green's Function Solution for Transient Heat Conduction Problems", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol.27 (7), pp.1235-1244, 1984.

.Beck, J.V., Private communication, 1985.

.Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C., "Conduction of Heat in Solids", 2nd Edn. Oxford University Press, Oxford, 1959.

.Chen, I. and Lee, S., "Transient Temperature Profiles in Solids Heated with Scanning Laser", Journal of Applied Physics, vol.54, pp.1062-1066, 1983.

.Cline, H.E. and Anthony, T.R., "Heat Treating and Melting Material with a Scanning Laser or Electron Beam", Journal of Applied Physics, vol.48, pp.3895-3900, 1977.

Evans, D.V. and Riley, V.S., "The Solution of Some Diffusion Problems by Fourier Transform Methods", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol.29 (9), pp.1339-1347, 1986.

Jaeger, J.C., "Moving Sources of Heat and Temperature at Sliding Contacts", Proceedings Royal Society of New South Wales, vol.76, pp.203-224, 1942.

Kar, A. and Mazumder, J., "Three-dimensional Transient Thermal Analysis for Laser Chemical Vapor Deposition on Uniformly Moving Finite Slabs," Journal of Applied Physics, vol.65, pp.2923-2933, 1989.

Lolov, N., "Temperature Field with Distributed Moving Heat Source", International Institute of Welding, Study Group 212, Doc. 212-682-87, 1987.

.Modest, M.F. and Abakians, H., "Heat Conduction in a Moving Semi-infinite Solid Subjected to Pulsed Laser Irradiation", Journal of Heat Transfer, vol.108, pp.597-601, 1986.

.Moody, J.E. and Hendel, R.H., "Temperature Profiles Induced by a Scanning CW Laser Beam", Journal of Applied Physics, vol.53 (6), pp.4364-4371, 1982.

.Nissim, Y.I., Lietoila, A., Gold, R.B. and Gibbons, J.F., "Temperature Distributions Produced in Semiconductors by a Scanning Elliptical or Circular CW Laser Beam", Journal of Applied Physics, vol.51 (1), pp.274-279, 1980.

.Ozisk, M.N., "Heat Conduction", J. Wiley, New York, 1980.

.Pittaway, L.G., "The Temperature Distributions in Thin Foil and Semi-infinite Targets Bombarded by an Electron Beam", British Journal of Applied Physics, vol.15, pp.967-982, 1964.

.Rosenthal, D., "The Theory of Moving Sources of Heat and Its Application to Metal Treatments", Transactions ASME, vol.68, pp.849-866, 1946.

.Sanders, D.J., "Temperature Distributions Produced by Scanning Gaussian Laser Beam", Applied Optics, vol. 23, pp.30-35, 1984.

.Spanier, J. and Oldham, K.B., "An Atlas of Functions", Hemisphere Publ. Corp., New York, 1987.

.Tsai, C.L. and Hou, C.A., "Theoretical Analysis of Weld Pool Behavior in the Pulsed Current GTAW Process", Journal of Heat Transfer, vol.110, pp.160-165, 1988.

APPENDIX

The integrals in equation (10) are to be evaluated by taking into account that for $X' < X$

$$I_1 = \int_{x'=-\infty}^x \exp\left(-\frac{x'^2}{r^2} + \frac{v}{2\alpha}x'\right) \exp\left(-\frac{p_m(x-x')v}{2\alpha}\right) dx'$$

and for $X' > X$

$$I_2 = \int_{x'=x}^{\infty} \exp\left(-\frac{x'^2}{r^2} + \frac{v}{2\alpha}x'\right) \exp\left(\frac{p_m(x-x')v}{2\alpha}\right) dx'$$

According to Abramowitz and Stegun (1972, p.302, eq.7.4.2), one can obtain

$$I_1 = \frac{\sqrt{\pi} r}{2} \exp\left[-\frac{v x}{2\alpha} p_m\right] \exp\left[\left(\frac{v r}{4\alpha}\right)^2 (1 + p_m)^2\right] \times \operatorname{erfc}\left[\frac{v r}{4\alpha} (1 + p_m) - \frac{x}{r}\right]$$

$$I_2 = \frac{\sqrt{\pi} r}{2} \exp\left(\frac{v x}{2\alpha} p_m\right) \exp\left[\left(\frac{v r}{4\alpha}\right)^2 (1 - p_m)^2\right] \times \operatorname{erfc}\left[\frac{x}{r} - \frac{v r}{4\alpha} (1 - p_m)\right]$$

Generalized Integral Transform Solution for Boundary-Layer Flow Over a Sphere

P. L. C. LAGE* and R. H. RANGEL
Department of Mechanical and Aerospace Engineering
University of California
Irvine, CA 92717, USA

SUMMARY

The generalized integral-transform technique is applied to the boundary-layer equations for flow over a sphere in their primitive variables. Even though a diffusion-based eigenvalue problem is used, the velocity profile, shear stress and separation point have been calculated with high accuracy. Low-order approximations are shown to be accurate near the surface and the prediction of the separation point is very good. Comparison to finite-difference results shows the better convergence behavior of the integral-transform method.

INTRODUCTION

The application of integral transformations in the solution of linear diffusive problems is well-known and has been recently reviewed by Mikhailov and Özişik (1984). More recently, a generalization of the integral-transform method has been developed and successfully applied to diffusion-convection problems (Cotta, 1992, Mikhailov and Cotta, 1990). The application of this method to partial differential equations has some similarity to the method of lines and spectral methods, because it transforms all the existing derivatives (except those in the parabolic direction) into algebraic terms. This procedure generates a system of ordinary differential equations which can be readily integrated. However, the generalized integral-transform approach analytically operates the equations using an integral transformation. This transformation is generated by an eigenvalue problem based on the original set of equations, including the diffusive terms and, sometimes, convective terms. It represents the unknown functions using exact infinite series expansions in terms of the orthogonal set of eigenfunctions. Thus, the unknown-function dependencies in all but one of the independent variables are known analytically. This enables one to use the series truncation error to monitor the accuracy of the solution during the integration procedure. Since ordinary differential-equation solvers are extremely reliable and powerful nowadays, this method avoids completely the problems of stability and internal iterative procedures present in the finite-difference solutions of non-linear partial differential equations. Although the generalized integral-transform technique still has some shortcomings, like some inability of handling non-homogeneous boundary conditions, it is undoubtedly a powerful method of solving partial differential equations.

The generalized integral-transform method has been applied to convective heat transfer in ducts (Guedes and Cotta, 1991, Aparecido and Cotta, 1990a, Aparecido and Cotta, 1990b) parabolic diffusion problems in finite domains (Cotta and Carvalho, 1991, Cotta and Serfaty, 1991), and to the Navier-Stokes equations in a square cavity (Pérez Guerreiro and Cotta, 1991). Its application to parabolic diffusion problems in external domains is the aim of the present work. The constant-property boundary-layer equations constitute a well-known problem, which is parabolic-diffusive in terms of its primitive variables (the velocity components). Moreover, it is a convection-dominated problem with a non-homogeneous boundary condition at infinity, which represents a challenge to the application of the integral-transform method. Thus, it has been chosen as the working problem to illustrate the application of the finite integral-transform method to parabolic-diffusive partial differential equations in infinite domains.

ANALYSIS

The constant-density boundary-layer equations for flow over axisymmetric bodies are given by Schlichting (1979). When curvature effects are neglected, they can be written in the following dimensionless form

$$\frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \xi} (\zeta U) + \frac{\partial V}{\partial \eta} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial \xi} + V \frac{\partial U}{\partial \eta} = g(\xi) + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \eta = 0, \quad U = 0, \quad V = 0 \\ \eta \rightarrow \infty, \quad U = U_e(\xi) \rightarrow \frac{3}{2} \sin \xi \quad \text{or} \quad \frac{\partial U}{\partial \eta} \rightarrow 0 \\ \xi = 0, \quad U = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

where

$$\zeta(\xi) = r/R = \sin \xi \quad (4)$$

$$g(\xi) = U_e \frac{dU_e}{d\xi} = \frac{9}{8} \sin 2\xi \quad (5)$$

and $\xi = x/R$ is the dimensionless tangential coordinate, $\eta = \sqrt{Re}y/R$ is the dimensionless normal coordinate, $U = u/u_\infty$ is the dimensionless tangential velocity, $V = \sqrt{Re}v/u_\infty$ is the dimensionless normal velocity, $Re = u_\infty R/\nu$, u_∞ is the free-stream velocity, R is the droplet radius, ν is the kinematic viscosity, r is the surface-axis of symmetry distance and $U_e = u_e/u_\infty$ is the dimensionless tangential velocity of the outer flow (ideal flow).

In order to generate an integral transformation through the infinite series of orthogonal solutions of a homogeneous eigenvalue problem, the boundary condition at infinity must be substituted by

$$\eta = H, \quad \frac{\partial U}{\partial \eta} = 0 \quad (6)$$

where H is a sufficiently large parameter. Thus, considering the diffusion term in Eq. (2), the following eigenvalue problem is built

$$\frac{d^2 \psi_k}{d\eta^2} + \beta_k^2 \psi_k = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \eta = 0, \quad \psi_k = 0 \\ \eta = H, \quad \frac{\partial \psi_k}{\partial \eta} = 0 \end{aligned}$$

which enables the development of the following integral transform pair

$$U(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{N_k^{1/2}} \psi_k(\eta) \bar{U}_k(\xi) \quad (8)$$

$$\bar{U}_k(\xi) = \frac{1}{N_k^{1/2}} \int_0^H \psi_k(\eta) U(\xi, \eta) d\eta \quad (9)$$

where

$$\psi_k(\eta) = \sin(\beta_k \eta), \quad \beta_k = (2k-1) \frac{\pi}{2H}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (10)$$

*On leave from the Department of Chemical Engineering - COPPE/UFRJ

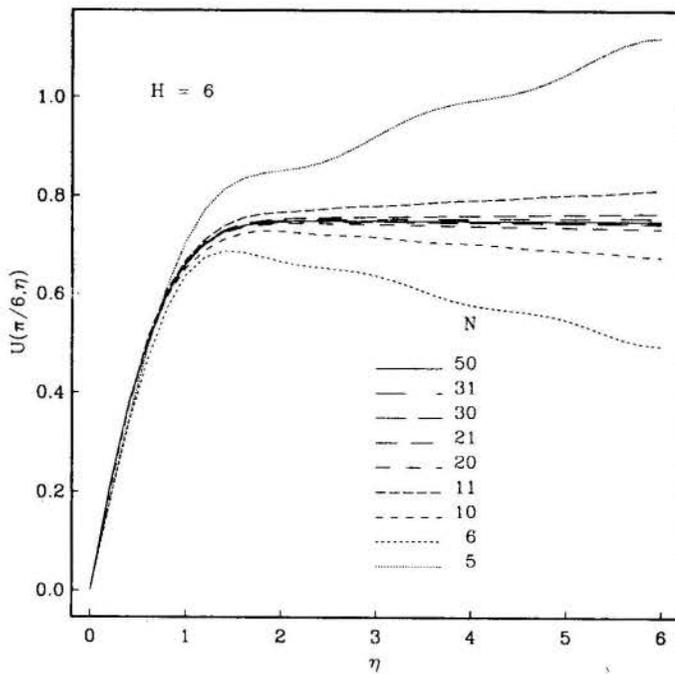


Figure 1. Dimensionless tangential velocity profile at $\xi = \pi/6$.

whose norm is $N_k = 0.5H$, for every k .

Using Eq. (8), the continuity equation, Eq. (1), can be transformed into

$$V(\xi, \eta) = -\frac{1}{\zeta} \sum_{k=1}^{\infty} f_k(\eta) \frac{\partial}{\partial \xi} (\zeta \bar{U}_k) \quad (11)$$

and f is defined in the Appendix.

The integral-transformation of the momentum equation, Eq. (2), using Eq. (8) to express the non-linear terms and Eq. (11), produces the following infinite set of non-linear ordinary differential equations

$$\sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} (A_{kji} - F_{kij}) \bar{U}_j \frac{d\bar{U}_i}{d\xi} = \cot \xi \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} F_{kji} \bar{U}_i \bar{U}_j + g(\xi) P_k - \beta^2 \bar{U}_k, \quad k = 1, 2, \dots \quad (12)$$

where A , F and P are defined in the Appendix. In order to be numerically solvable, this system must be truncated at some value, say $k = N$. The resulting finite system of non-linear differential equations is amenable for numerical integration along the ξ variable. However, it should be noticed that Eq. (12) vanishes identically for $\bar{U}_k = 0$ for every k , that is, when $U = 0$. Accordingly, the integration cannot be started at $\xi = 0$. In order to overcome this limitation, the stagnation point flow solution is evoked, which can be expressed in the form

$$U = \frac{3}{2} \xi \frac{d\phi}{d\eta} \quad (13)$$

$$\frac{2}{3} \phi''' + 2\phi\phi'' + 1 - \phi'^2 = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \eta = 0, & \quad \phi = 0, \quad \phi' = 0 \\ \eta \rightarrow \infty, & \quad \phi' = 1 \end{aligned}$$

where ϕ is the dimensionless stream-function and the primes denote differentiation in relation to η . The boundary condition at infinity is also imposed at $\eta = H$ in order to solve Eq. (14) numerically.

NUMERICAL PROCEDURE

Firstly, Eq. (14) is solved by a finite-difference scheme with non-uniform adaptive grid which is able to return grid point values for any desired accuracy. Then, trapezoidal quadrature based on these grid points and Eq. (13) are used to calculate the transformed velocity components, \bar{U}_k , from the integral-transform definition, Eq. (9), at a point close to $\xi = 0$. It has been verified that the results do not vary as long as the starting ξ value remains small ($\xi = 0.01$ was usually adopted for the starting point). Moreover, care has been taken to use enough points per period of the eigenfunctions in order to guarantee

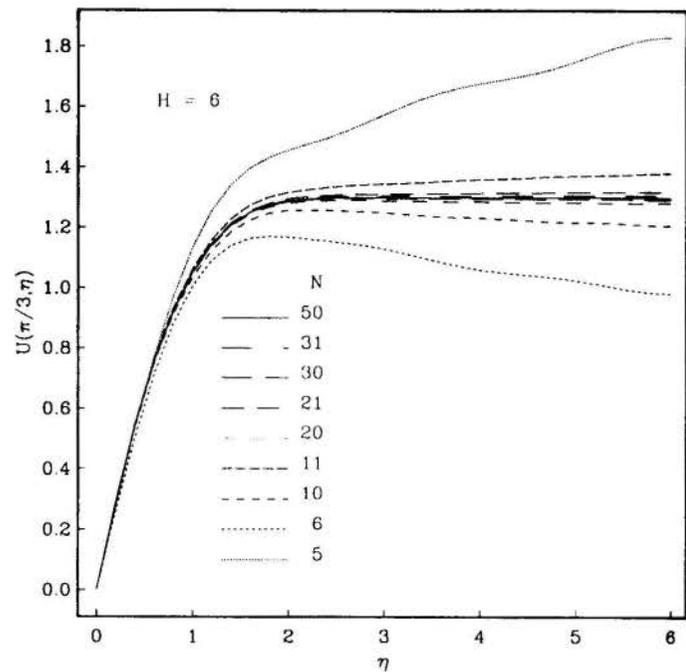


Figure 2. Dimensionless tangential velocity profile at $\xi = \pi/3$.

good precision in the quadrature integration for determining the \bar{U}_k initial values. A relative precision of 10^{-6} was typically required which generated a grid with 2000-3000 points.

The system of ordinary differential equations given by Eq. (12), truncated to N terms in the summations, was treated as a differential-algebraic system of equations and its numerical integration was carried out using DAWRS (Differential-Algebraic Waveform Relaxation Solver) (Secchi *et al.*, 1991a and 1991b). The system Jacobian was calculated analytically and the results obtained were identical to those obtained when DAWRS was let to approximate the Jacobian by finite-differences. The required relative precision during the integrations was typically equal to 10^{-6} . The integration was performed up to the separation point. At this point, for large N values, DAWRS corrector step was unable to converge. This seems to be caused by the breakdown of the assumptions which lead to the boundary-layer equations, which are no longer valid. However, it was possible to integrate as close as desired to the separation point. The values obtained of the normal derivative of the dimensionless tangential velocity component at the surface and at a point close to the separation point were typically of the order of $10^{-2} - 10^{-3}$. Since this derivative decreases very sharply near the separation point, there is no appreciable difference between the last integration point and the separation point.

The integral-transform solution was compared to a finite-difference solution of the same set of equations (Eq. 1, 2 and 3) but with a different boundary condition for the external flow ($U = U_e$ at $\eta = H$). A fully-implicit scheme with a uniform grid in η was marched in the ξ direction using uniform 0.05 increments. A precision of 4 figures was required in the inner loop for evaluation of the non-linear terms.

The value chosen for H has been varied until convergence was achieved. It should be pointed out that although a large H value brings the assumed boundary condition closer to the true one, it is desirable to have the smaller possible H value. The reason is the increase in computational effort due to an increase of the number of grid points in the finite-difference solution and of the number of eigenfunctions in the integral-transform solution. A value $H = 6$ was shown to be appropriate.

RESULTS

Figures 1, 2 and 3 show the convergence behavior of the dimensionless velocity profile $U(\eta)$ at $\xi = \pi/6$, $\pi/3$ and $\pi/2$, respectively, with increasing N . It is clear that the even N series expansions converge to the exact solution from below whereas the odd N series expansions converge to it from above. Besides, the even N series expansions have a slightly better convergence behavior than the odd N series expansions. The oscillatory character of the solution for small N is evidently caused by the series expansion in sine functions. Tables 1, 2 and 3 show the $U(\eta)$ profiles for $\xi = \pi/6$, $\pi/3$ and $\pi/2$, respectively, for the integral-transform solution using 20, 40 and 50 eigenfunctions and for the finite-difference solution using 31 and

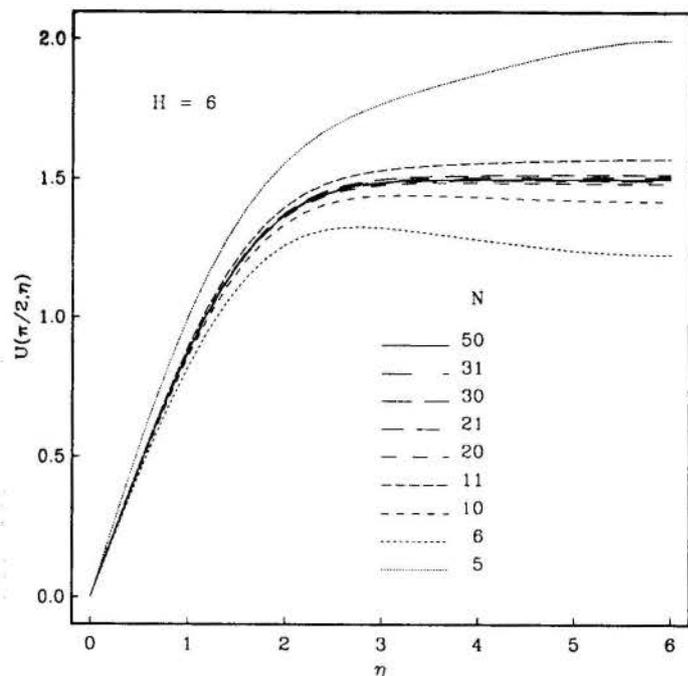


Figure 3. Dimensionless tangential velocity profile at $\xi = \pi/2$.

61 grid points in the η direction. The convergence of the U series expansion, Eq. (9), is also shown by the maximum relative value of the last term in relation to the overall series value (which gives an idea of the truncation error in the series summation). It is interesting to notice that the ideal-flow solution at $\eta = H$ is imposed to the finite-difference method but it is not the boundary condition in the integral-transform method. Thus the accuracy of the integral-transform solution can be inferred by comparison of the U value at the outer boundary and the ideal flow solution. Comparing the results for the two numerical methods, the better convergence behavior of the integral transform method is clear through the accuracy of its lower order approximations near the surface. Besides, the integral-transform solution with 40 terms, when compared to the 50 term solution, is accurate to three figures almost everywhere.

Figure 4 shows the convergence behavior of the dimensionless normal derivative of the tangential velocity at the surface with increasing N . This derivative is related to the shear stress at the surface by

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)_{\eta=0} = Re^{1/2} \frac{\tau_s}{\rho u_{\infty}^2} \quad (15)$$

The dimensionless derivative values predicted by the finite-difference solution using 31 and 61 grid points are also shown in Fig. 4 for $\xi = \pi/6, \pi/3$ and $\pi/2$. It can be seen that the integral-transform solution

Table 1. Dimensionless tangential velocity profiles for $\xi = \pi/6$ ($H = 0.6$).

η	U			U (fin.-diff.)	
	N			No. of points	
	20	40	50	31	61
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.20	0.2056	0.2067	0.2065	0.2105	0.2065
0.40	0.3742	0.3740	0.3741	0.3801	0.3733
0.60	0.5018	0.5036	0.5038	0.5094	0.5014
0.80	0.5969	0.5983	0.5984	0.6020	0.5943
1.00	0.6611	0.6627	0.6628	0.6636	0.6572
1.20	0.7006	0.7032	0.7034	0.7014	0.6966
1.40	0.7242	0.7268	0.7270	0.7227	0.7195
1.60	0.7362	0.7391	0.7394	0.7336	0.7317
1.80	0.7412	0.7450	0.7454	0.7389	0.7379
2.00	0.7436	0.7476	0.7480	0.7414	0.7409
3.00	0.7419	0.7487	0.7494	0.7451	0.7450
4.00	0.7392	0.7483	0.7491	0.7471	0.7471
5.00	0.7365	0.7479	0.7489	0.7487	0.7487
6.00	0.7336	0.7475	0.7487	0.7500	0.7500
Maximum relative contribution of U_N					
-	0.0014	0.0001	3×10^{-5}	-	-

Table 2. Dimensionless tangential velocity profiles for $\xi = \pi/3$ ($H = 0.6$).

η	U			U (fin.-diff.)	
	N			No. of points	
	20	40	50	31	61
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.20	0.2906	0.2919	0.2917	0.2935	0.2899
0.40	0.5430	0.5433	0.5435	0.5463	0.5395
0.60	0.7511	0.7535	0.7539	0.7564	0.7474
0.80	0.9201	0.9224	0.9226	0.9234	0.9136
1.00	1.0485	1.0512	1.0515	1.0496	1.0402
1.20	1.1403	1.1442	1.1446	1.1397	1.1316
1.40	1.2035	1.2076	1.2080	1.2003	1.1940
1.60	1.2432	1.2480	1.2484	1.2385	1.2340
1.80	1.2661	1.2719	1.2724	1.2611	1.2581
2.00	1.2790	1.2852	1.2857	1.2738	1.2719
3.00	1.2872	1.2971	1.2980	1.2876	1.2874
4.00	1.2840	1.2968	1.2979	1.2907	1.2907
5.00	1.2813	1.2964	1.2977	1.2944	1.2944
6.00	1.2792	1.2961	1.2975	1.2990	1.2990
Maximum relative contribution of U_N					
-	0.0010	6×10^{-5}	2×10^{-5}	-	-

for $N = 20$ is as accurate as the finite-difference solution with 61 grid points. Since this derivative is analytically calculated in the integral-transform method, while it is fully numerical in the finite-difference solution, its prediction by the integral-transform method was expected to be much more accurate.

Table 4 shows the values for the separation point obtained using the integral-transform solution with several values of N . It should be noted that, for $N = 6$, the separation point was considered to be the point where the tangential velocity derivative at the surface reached a minimum. At this small N values, the solution obtained is not good enough to predict the derivative values well. However, the separation point determined through this consideration is in good agreement with the values obtained for larger N . Moreover, the converged value of 104.8° agrees remarkably well with the most accurate value obtained by finite-differences cited by White (1991), which is 105.5° .

CONCLUSIONS

The generalized integral-transform technique has been applied to the boundary-layer equations in primitive variables and the results compared to those obtained by the finite-difference solution for the same set of equations, but the boundary condition for the external flow. Similarly to other numerical methods, the condition at infinity was applied to a finite, but far enough, distance from the surface. This way, the integral-transform method based of finite domains could be applied to a problem with an infinite domain. Al-

Table 3. Dimensionless tangential velocity profiles for $\xi = \pi/2$ ($H = 0.6$).

η	U			U (fin.-diff.)	
	N			No. of points	
	20	40	50	31	61
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.20	0.1853	0.1859	0.1860	0.1808	0.1857
0.40	0.3689	0.3702	0.3704	0.3613	0.3702
0.60	0.5474	0.5495	0.5497	0.5385	0.5499
0.80	0.7165	0.7193	0.7195	0.7074	0.7199
1.00	0.8719	0.8753	0.8756	0.8627	0.8749
1.20	1.0099	1.0139	1.0143	1.0002	1.0111
1.40	1.1282	1.1329	1.1333	1.1172	1.1263
1.60	1.2260	1.2312	1.2317	1.2128	1.2199
1.80	1.3037	1.3094	1.3100	1.2881	1.2934
2.00	1.3629	1.3693	1.3698	1.3452	1.3491
3.00	1.4778	1.4871	1.4879	1.4606	1.4617
4.00	1.4853	1.4975	1.4985	1.4767	1.4775
5.00	1.4834	1.4975	1.4987	1.4828	1.4832
6.00	1.4826	1.4974	1.4987	1.5000	1.5000
Maximum relative contribution of U_N					
-	7×10^{-6}	4×10^{-7}	1×10^{-7}	-	-

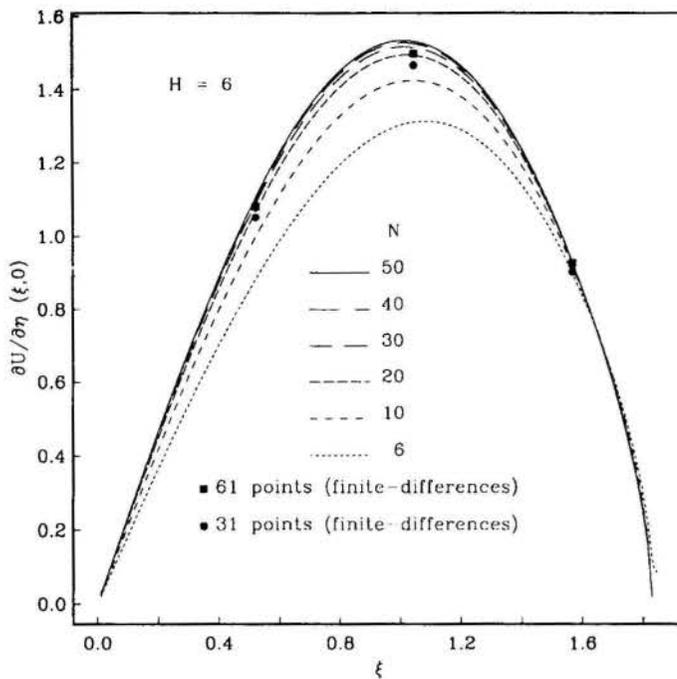


Figure 4. Dimensionless shear stress at the surface.

though applied to a parabolic system where convection is extremely important, the generalized integral-transform technique based on a diffusive eigenvalue problem, has shown to be accurate and reliable. Its low-order approximations are able to predict accurately the velocity profile near the surface and the separation point. High-order approximations predict the velocity profile and the shear stress at the surface with high accuracy. Moreover, it has shown better convergence characteristics than the finite-difference method. However, further improvement of the eigenvalue problem with inclusion of a convective term is possible and it might lead to an even better convergence behavior.

Acknowledgements: One of the authors (P.L.C. Lage) would like to acknowledge the financial support received from CNPq, Grant No. 202129/90.0. Helpful discussions with Prof. R. M. Cotta from COPPE/UFRJ are also acknowledged. DAWRS, version 1.0, was kindly provided by Mr. A. R. Secchi. The finite-difference calculations were performed by Mr. F. Pannebaker.

REFERENCES

- Aparecido, J. B. and Cotta, R. M., "Thermally developing laminar flow inside rectangular ducts," *Int. J. Heat Mass Transfer* **33**(2), pp. 341-347, 1990a.
- Aparecido, J. B. and Cotta, R. M., "Laminar flow inside hexagonal ducts," *Computational Mechanics* **6**, pp. 93-100, 1990b.
- Cotta, R. M., "Diffusion/Convection Problems and the Generalized Integral Transform Technique," Núcleo de Publicações, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1992.
- Cotta, R. M. and Carvalho, T. M. B., "Hybrid Analysis of Boundary Layer Equations for Internal Flow Problems," *7th Int. Conf. on Num. Meth. in Laminar & Turbulent Flow*, Stanford, CA, July 1991.
- Cotta, R. M. and Serfaty, R., "Integral Transform Algorithm for Parabolic Diffusion Problems with Nonlinear Boundary and Equation Source Terms," *7th Int. Conf. on Num. Meth. in Laminar & Turbulent Flow*, Stanford, CA, July 1991.

Table 4. Separation point predicted by the integral-transform solution.

N	separation point (degrees)
6	105.5
10	104.7
20	104.9
30	105.0
40	104.8
50	104.8

- Guedes, R. O. C. and Cotta, R. M., "Periodic Laminar Forced Convection within Ducts Including Wall Heat Conduction Effects," *Int. J. Engng. Sci.* **29**(5), pp. 535-547, 1991.
- Mikhailov, M. D. and Cotta, R. M., "Unified Integral Transform Method," *J. of the Braz. Soc. Mech. Sc.* **12**(4), pp. 26-35, 1990.
- Mikhailov, M. D. and Özişik, M. N., "Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion," John Wiley, New York, 1984.
- Pérez Guerreiro, J. S. and Cotta, R. M., "Integral Transform Method for Navier-Stokes Equations in Stream Function-Only Formulation," *Int. J. Numerical Methods in Fluids* (submitted) 1991.
- Secchi A. R., Morari, M. and Biscoia Jr., E. C., "DAWRS: A Differential-Algebraic System Solver by the Waveform Relaxation Method," *Sixth Distributed Memory Computing Conference (DMCC6)*, Portland, Oregon, April 1991a.
- Secchi A. R., Morari, M. and Biscoia Jr., E. C., "The Waveform Relaxation Method for Concurrent Dynamic Process Simulation," *AICHE Meeting*, Los Angeles, California, November 1991b.
- Schlichting, H., "Boundary Layer Theory," 7th edition, McGraw-Hill, New York, 1979.
- White, F. M., "Viscous Fluid Flow", 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, 1991.

APPENDIX

Several auxiliary variables have been used in the analysis section to simplify the notation. They are defined below and their analytically calculated values are also shown.

$$f_k = \frac{1}{N_k^{1/2}} \int_0^\eta \psi_k(\eta') d\eta' = \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{1}{\beta_k} (1 - \cos \beta_k \eta) \quad (A.1)$$

$$P_k = \frac{1}{N_k^{1/2}} \int_0^H \psi_k(\eta) d\eta = \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{1}{\beta_k} \quad (A.2)$$

$$A_{ijk} = \frac{1}{\sqrt{N_i N_j N_k}} \int_0^H \psi_i(\eta) \psi_j(\eta) \psi_k(\eta) d\eta = \left(\frac{2}{H}\right)^{3/2} \frac{-2\beta_i \beta_j \beta_k + \beta_i (\beta_i^2 - \beta_j^2 - \beta_k^2) \cos[(\beta_i + \beta_j + \beta_k) H]}{\beta_i^4 + \beta_j^4 + \beta_k^4 - 2(\beta_i^2 \beta_j^2 + \beta_i^2 \beta_k^2 + \beta_j^2 \beta_k^2)} \quad (A.3)$$

$$F_{ijk} = \sqrt{\frac{1}{N_i N_k}} \int_0^H \psi_i(\eta) f_j(\eta) \frac{d\psi_k}{d\eta} d\eta = \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{1}{\beta_j} C_{ik} - \frac{1}{\beta_j^2} E_{ijk} \quad (A.4)$$

where

$$C_{ik} = \sqrt{\frac{1}{N_i N_k}} \int_0^H \psi_i(\eta) \frac{d\psi_k}{d\eta} d\eta =$$

$$\begin{cases} \frac{2}{H} \frac{\beta_k}{\beta_i^2 - \beta_k^2} \{ \beta_i + \beta_k \cos[(\beta_i + \beta_k) H] \} & , i \neq k \\ \frac{1}{H} & , i = k \end{cases} \quad (A.5)$$

$$E_{ijk} = \sqrt{\frac{1}{N_i N_j N_k}} \int_0^H \psi_i(\eta) \frac{d\psi_j}{d\eta} \frac{d\psi_k}{d\eta} d\eta = \left(\frac{2}{H}\right)^{3/2} \frac{\beta_i \beta_j \beta_k \{ \beta_i^2 - \beta_j^2 - \beta_k^2 + 2\beta_j \beta_k \cos[(\beta_i + \beta_j + \beta_k) H] \}}{\beta_i^4 + \beta_j^4 + \beta_k^4 - 2(\beta_i^2 \beta_j^2 + \beta_i^2 \beta_k^2 + \beta_j^2 \beta_k^2)} \quad (A.6)$$

CÁLCULO DO ESCOAMENTO POTENCIAL EM ROTORES CENTRÍFUGOS COM PÁS FINAS E LARGURA VARIÁVEL

NELSON MANZANARES FILHO e WALDIR DE OLIVEIRA
Escola Federal de Engenharia de Itajubá
Av. BPS, 1303 - Bairro Pinheirinho - Cx. P. 50
37500 - Itajubá, MG - Brasil

RESUMO

Apresenta-se uma formulação para o escoamento potencial e incompressível em rotores centrífugos de máquinas de fluxo compostos de pás infinitamente finas. A formulação se baseia no método das singularidades e é feita diretamente no plano da grade radial, evitando-se transformações intermediárias. Uma aproximação é efetuada para se levar em conta a variação radial da largura do rotor, possibilitando uma formulação integral, linear e exclusivamente de contorno. Resultados numéricos são obtidos através do método dos painéis e comparados com resultados exatos publicados.

INTRODUÇÃO

O escoamento em máquinas de fluxo ocorre, via de regra, com números de Reynolds elevados e, em condições nominais, os efeitos viscosos podem ser considerados secundários. Assim, uma primeira análise desse escoamento como potencial permite a obtenção de dados relevantes sobre o comportamento das máquinas de fluxo, evitando-se uma abordagem direta das equações de Navier-Stokes e de modelos para a turbulência, sempre presente nessas situações.

Dentre os métodos de formulação do escoamento potencial destaca-se, pela versatilidade e generalidade, o método das singularidades. Empregado comumente na aerodinâmica da asa, esse método foi estendido para cobrir situações envolvendo grades de pás, típicas de máquinas de fluxo, conforme descrito em detalhes por Scholz (1965). No caso específico de grades radiais móveis, uma das primeiras contribuições para o problema de análise do escoamento potencial foi dada por Isay (1954). Nesse trabalho, a largura do rotor foi considerada constante e o fluido incompressível. Foram utilizadas distribuições de vórtices no contorno das pás, simulando o efeito de grade do rotor. A aplicação da condição de tangência do escoamento relativo às pás resultou numa equação integral linear de contorno, tendo por incógnita a função de densidade de vórtices. Essa, aliás, é uma característica das formulações clássicas de escoamento potencial pelo método das singularidades: equações integrais lineares de contorno para as densidades de singularidades de vários tipos (vórtices, fontes e dipolos).

Ao se tratar do escoamento potencial em rotores centrífugos de largura variável é possível, ainda, manter uma formulação diferencial de caráter bidimensional e linear. Todavia, ao se aplicar o método das singularidades, verifica-se que, em geral, não é mais possível manter uma formulação integral estritamente de contorno e linear: a variação radial da largura do rotor origina integrais de campo, dependentes não só da variação radial de largura, mas também do próprio campo de velocidades resultante, de forma não-linear. Métodos numéricos de solução da formulação integral irão exigir a discretização tanto do contorno como da própria região de escoamento, além de procedimentos iterativos. Nesse caso, de um ponto de vista aplicado, o método das singularidades torna-se, talvez, menos competitivo em relação à própria formulação diferencial, que permite uma abordagem direta através de outros esquemas de discretização consagrados, como diferenças finitas e elementos finitos.

Tentativas no sentido de superar essas dificuldades foram feitas, por exemplo, por Hoffmeister (1960), que mostrou ser possível uma formulação integral exclusivamente de contorno para um caso particular de variação de largura do rotor. Murata et al. (1978) analisaram o escoamento potencial em rotores de pás logarítmicas pelo método das singularidades. Consideraram o caso particular de variação de largura prescrito por Hoffmeister (1960) e obtiveram uma formulação integral exclusivamente de contorno e linear que, apesar de restrita, pode ser considerada exata. Uma formulação integral mais geral foi desenvolvida por Nyiri (1970) e Eremeef (1974), válida para o escoamento potencial entre duas superfícies de corrente, supostas de revolução. A geometria de intersecção do rotor com essas superfícies foi mapeada no plano de uma grade linear, através de uma transformação apropriada. Por meio de uma aproximação para as integrais de campo, tornou-se possível uma formulação integral do problema apenas no contorno das pás no plano transformado. O efeito dessa aproximação contudo, não foi devidamente analisado por Nyiri (1970) e Eremeef (1974), apesar desse último ter apresentado procedimentos para refinar as soluções obtidas.

Na década de 60, desenvolveu-se bastante uma técnica numérica de discretização que, devido à sua simplicidade e robustez, tornou-se muito recorrente em problemas de aerodinâmica: o método dos painéis (vide Hess e Smith (1966)). Giesing (1964) estendeu esse método para o caso de grades lineares e Manzanares (1982) para o caso de rotores centrífugos com pás infinitamente finas e largura constante. Mais recentemente, Fernandes e Oliveira (1991) aplicaram o método dos painéis ao caso de rotores centrífugos com pás de espessura finita e largura variável. Nesse último trabalho, verifica-se que, no caso de pás de pequena espessura com bordos arredondados e excetuando-se as regiões de escoamento muito próximas a esses bordos, o efeito da variação de largura é mais importante que o da variação de espessura. Esse fato parece indicar que a utilização de modelos de escoamento potencial que desprezam a espessura das pás pode ser recomendável, desde que se leve em conta o efeito da variação radial da largura do rotor.

Os objetivos deste trabalho são basicamente dois: 1) apresentar uma formulação integral aproximada exclusivamente de contorno e linear para o escoamento potencial em rotores centrífugos com pás infinitamente finas e largura variável. A formulação será feita diretamente no plano da grade radial, evitando-se transformações intermediárias. 2) Comparar soluções numéricas para essa formulação, obtidas pelo método

dos painéis, com soluções virtualmente exatas, mas particulares, obtidas por Murata et al. (1978). A finalidade aqui é discutir as implicações decorrentes da aproximação feita na formulação para o efeito de variação radial da largura e avaliar preliminarmente a confiabilidade com que essa aproximação pode ser admitida em situações mais gerais.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Nas figuras 1.a e 1.b está representado o esquema de um rotor centrífugo, com grade radial, no plano complexo $z = x+iy = r \exp(i\theta)$, com $i=(-1)^{1/2}$. O rotor é composto de N pás idênticas e igualmente espaçadas, sendo r_1 e r_2 os raios interno e externo, respectivamente. A largura do rotor varia segundo a função $b = b(r)$. O rotor gira com velocidade angular ω no sentido horário. O escoamento no plano da grade é considerado potencial e incompressível. As componentes radial e tangencial da velocidade absoluta são dadas por $c_r = \partial V / \partial r$ e $c_t = (1/r) \partial V / \partial \theta$, respectivamente, sendo $V(r, \theta)$ a função potencial. Desprezando a componente axial, a equação da continuidade assume a seguinte forma:

$$\nabla^2 V = - \frac{1}{b} \frac{db}{dr} c_r = B(r, \theta) \quad (1)$$

Considere na Fig. 1a o domínio (T) de periodicidade envolvendo uma pá de referência e cujo contorno é $(\tau) = ABCDEFGHA$. Os pontos de integração em (T) são denotados por z' e em (τ) por ζ' . Partindo da aplicação da 2ª identidade de Green às funções $\nabla^2 V$ em (1) e à solução fundamental do operador Laplaceano bidimensional, $\ln |z-z'|$, é possível obter o seguinte resultado

$$2\pi \bar{c}(z) = \iint_{(T)} F(z, z') dA' + \oint_{(\tau)} G(z, \zeta') ds' \quad (2)$$

$$F(z, z') = B(r', \theta') K(z, z'), \quad (3)$$

$$G(z, \zeta') = (c_n + ic_t) K(z, \zeta'), \quad (4)$$

$$K(z, z') = N z^{N-1} / (z^N - z'^N), \quad (5)$$

sendo $\bar{c}(z) = (c_r - ic_t) \exp(-i\theta)$ a velocidade complexa conjugada, c_n a componente de velocidade normal ao contorno no sentido do interior do domínio e c_t a componente tangencial ao contorno no sentido tal que o interior fica sempre à esquerda ao longo do percurso.

As parcelas BC, HA e DE, FG da integral no contorno (τ) se anulam reciprocamente. A parcela EF corresponde ao percurso no contorno (k) da pá de referência, com o interior da mesma sempre à direita. As parcelas CD e GH são consideradas no limite $r_\infty \rightarrow \infty$, podendo-se mostrar que, em conjunto, elas se anulam. A parcela AB é considerada no limite $r_0 \rightarrow 0$, podendo-se mostrar que

$$\lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_A^B G(z, \zeta') ds' = \frac{2\pi}{z} \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 (c_r - ic_t) \quad (6)$$

A dificuldade maior consiste no tratamento da integral no domínio (T) da Eq. (2), cujo integrando envolve a componente radial da velocidade absoluta $c_r(z')$ (v. Eq.(1)), desconhecida a priori, o que torna não-linear a formulação. Neste trabalho será considerada a seguinte aproximação para a velocidade $c_r(z')$ na integral em (T), compatível com a equação integral da continuidade:

$$c_r(z') \approx \frac{Q}{2\pi r' b(r')}, \quad (7)$$

sendo Q a vazão volumétrica. Considerando os limites de (T) com $r_0 \rightarrow 0$ e $r_\infty \rightarrow \infty$, mostra-se que, com essa aproximação,

$$\iint_{(T)} F(z, z') dA' \approx \frac{Q}{z b(r)} - \frac{2\pi}{z} \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 c_r \quad (8)$$

Definindo-se a pré-circulação anti-horária Γ_0 :

$$\Gamma_0 = 2\pi \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 c_t, \quad (9)$$

e levando as Eqs. (6), (8) e (9) na Eq. (2), resulta

$$\bar{c}(z) = \frac{Q/b(r) - i\Gamma_0}{2\pi z} + \frac{1}{2\pi} \oint_{(k)} G(z, \zeta') ds' \quad (10)$$

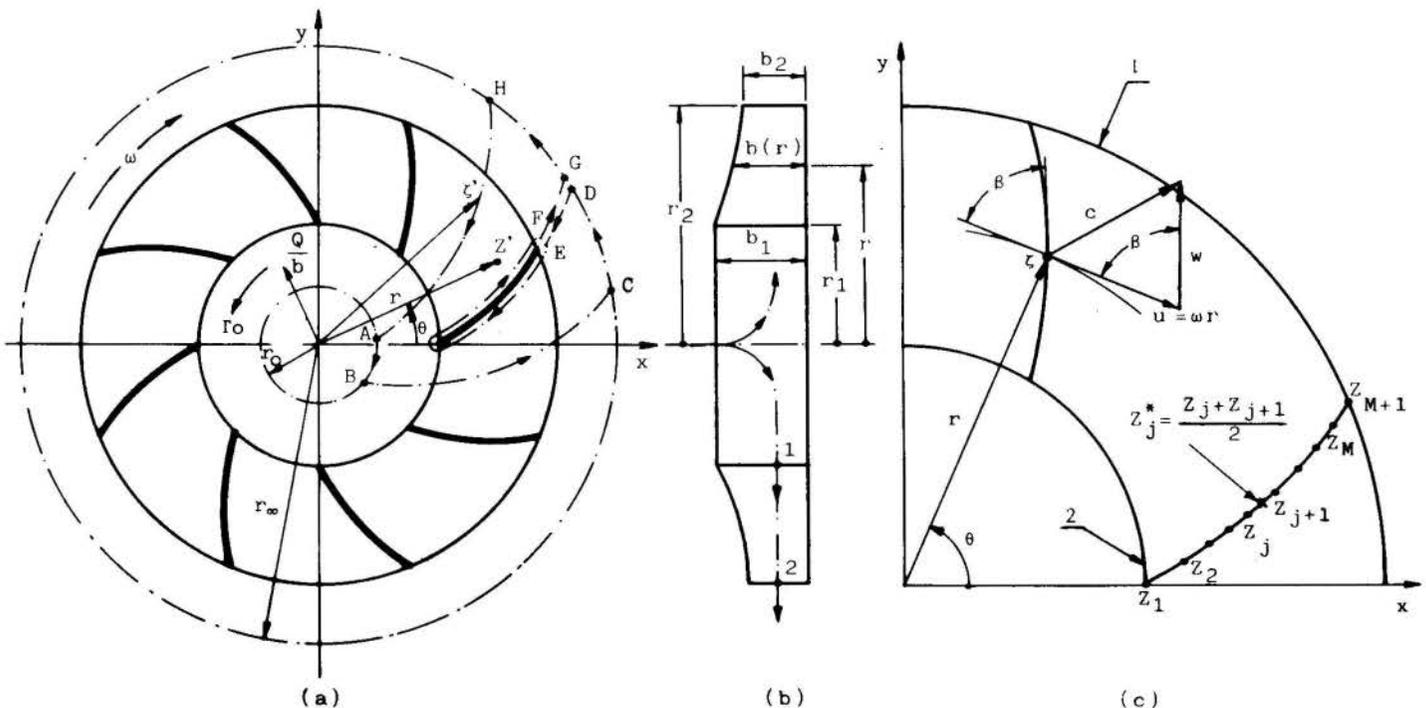


Figura 1. (a) Grade radial do rotor mostrando o campo de solução do problema.
 (b) Corte longitudinal do rotor, mostrando a variação radial de largura.
 (c) 1. condição de tangência do escoamento relativo à pá.
 2. discretização da pá de referência em M painéis.

A formulação da Eq.(10) é linear e com singularidades de perturbação apenas no contorno (k) da pá. A diferença entre ela e o caso bidimensional clássico está no termo fonte, cuja a intensidade passa a variar com a largura radial do rotor, segundo $Q/b(r)$.

No caso de pás infinitamente finas, a integral no contorno (k) da pá pode ser reduzida a uma integral de linha estendendo-se do bordo de ataque s_a ao bordo de fuga s_f . Para isso, considera-se que a descontinuidade na velocidade normal entre os lados de "sucção" (+) e de "pressão" (-) da pá é nula e a descontinuidade na velocidade tangencial equivale a uma densidade de vórtices $\gamma(s')$. Com isso, a Eq. (10) fica

$$\bar{c}(z) = \frac{Q/b(r) - i\Gamma_0}{2\pi z} + \frac{i}{2\pi} \int_{s_a}^{s_f} \gamma(s') K(z, \zeta') ds' \quad (11)$$

Sendo ζ um ponto de cálculo genérico sobre a pá, a velocidade média na linha da pá, $\bar{c}(\zeta)$, é calculada fazendo $z = \zeta$ na Eq.(11) e interpretando a integral no sentido do valor principal de Cauchy. As velocidades nos lados de sucção e de pressão da pá, determinam-se então por

$$\bar{c}^{\pm}(\zeta) = \bar{c}(\zeta) \mp i \frac{\gamma(s)}{2} e^{-i(\theta-\beta)}, \quad (12)$$

onde β é o ângulo da pá conforme a Fig. 1c.

A distribuição de vórtices $\gamma(s)$ é determinada pela condição de tangência da velocidade relativa média sobre a pá. Considerando a velocidade complexa conjugada de condução do rotor, $\bar{u} = i\omega r \exp(-i\theta)$, essa condição se exprime por (Fig. 1c):

$$Im \{ i[\bar{c}(\zeta) - \bar{u}(\zeta)] e^{i(\theta-\beta)} \} = 0, \quad (13)$$

onde Im representa a parte imaginária.

Considerando a Eq.(11), a Eq.(13) é uma equação integral linear de Fredholm de 1ª espécie para a função $\gamma(s)$. A solução dessa equação não é única, exigindo uma condição suplementar para ser especificada. Uma possibilidade é considerar a condição de Kutta em regime permanente, proibindo o escoamento de contornar o bordo de fuga das pás. Para isso, basta considerar $\gamma(s_f) = 0$.

Determinada a distribuição de vórtices $\gamma(s)$, as velocidades absolutas sobre a pá são determinadas em (11) e (12). As velocidades relativas, w , são calculadas por composição vetorial com a velocidade de condução do rotor. Sendo p a pressão estática, p_0 a pressão total e $P = 2(p-p_0)/(\rho\omega^2 r_2^2)$ a pressão adimensional, a equação de Bernoulli com efeito centrífugo fornece

$$P = (r/r_2)^2 - (w/\omega r_2)^2 \quad (14)$$

A circulação Γ e o trabalho específico do rotor, Y_{pa} , são dados por

$$\Gamma = N \int_{s_a}^{s_f} \gamma(s) ds, \quad Y_{pa} = \omega \Gamma / 2\pi. \quad (15a, b)$$

Finalmente, pode-se determinar os coeficientes adimensionais de vazão, ϕ , e de pressão, ψ , do rotor

$$\phi = \frac{Q}{2\pi b_2 \omega r_2^2}, \quad \psi = \frac{2Y_{pa}}{\omega^2 r_2^2}. \quad (16a, b)$$

SOLUÇÃO NUMÉRICA

A solução do problema é determinada numericamente através do método dos painéis (Fig. 1c). As pás são discretizadas em M segmentos (painéis) retos, portadores de distribuições lineares de vórtices, de

forma que a distribuição $\gamma(s)$ fica discretizada em $M+1$ valores $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{M+1}$, com $\gamma_1 = \gamma(s_a)$, $\gamma_{M+1} = \gamma(s_f)$. A condição de Kutta é imposta diretamente, fazendo $\gamma_{M+1} = 0$. Aplicando-se a Eq.(13) aos M pontos médios dos painéis (pontos de controle), resulta um sistema de M equações algébricas lineares para as M incógnitas restantes, resolvido por um método direto de eliminação. Todas as grandezas aerodinâmicas de interesse podem então ser calculadas. Verifica-se que a utilização de 40 painéis, em geral, fornece uma precisão suficiente. Maiores detalhes sobre a solução numérica e também sobre a formulação podem ser obtidos no trabalho de Manzanares (1982), considerando apenas a modificação da fonte de vazão para levar em conta a variação de largura.

RESULTADOS

Para avaliar a eficácia da aproximação efetuada no tratamento da variação de largura, alguns resultados foram obtidos ($M = 40$) e comparados com aqueles publicados por Murata et al. (1978). A formulação desses autores é restrita a pás logarítmicas e a um caso particular de variação de largura, mas nesse caso ela é exata. Foram considerados rotores centrífugos com pás logarítmicas com ângulos $\beta = 40^\circ$ (Fig. 1c), 4 pás, relações de raio r_1/r_2 variando entre 0,2 e 1, relações de largura b_2/b_1 entre 0,4 e 1, e pré-circulação Γ_0 nula em todos os casos.

Na figura 2, mostram-se as distribuições de pressões em função do raio na condição de vazão para entrada sem choque nas pás, onde $\gamma(s_a) = 0$. Nessa condição, o escoamento não contorna o bordo de ataque, resultando uma espécie de condição potencial de projeto. A par do efeito substancial que a variação de largura exerce sobre as pressões, verifica-se na figura 2 que os resultados do presente trabalho se aproximam razoavelmente daqueles obtidos por Murata et al. (1978), mesmo para relações de largura relativamente pequenas.

Na figura 3 está mostrada a variação do coeficiente de pressão para entrada sem choque, ψ_{sc} , em função das relações de raio e de largura. Novamente, verifica-se boa concordância entre os resultados de Murata et al. (1978) e os presentes resultados aproximados. Conclui-se, das figuras 2 e 3, que a aproximação feita neste trabalho é eficaz no tratamento da variação de largura do rotor, nas situações de entrada sem choque. Nessas situações, é provável que o presente método também possa ser aplicado com boa confiabilidade a outras geometrias de pá e variações de largura do rotor.

Na figura 4, mostra-se a variação do coeficiente de pressão para vazão nula, ψ_0 . É interessante observar que a aproximação efetuada neste

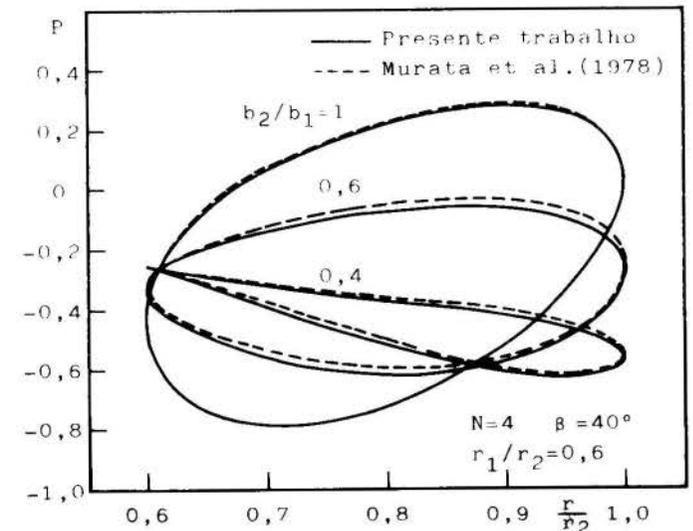


Figura 2. Distribuição de pressões sobre a superfície de uma pá.

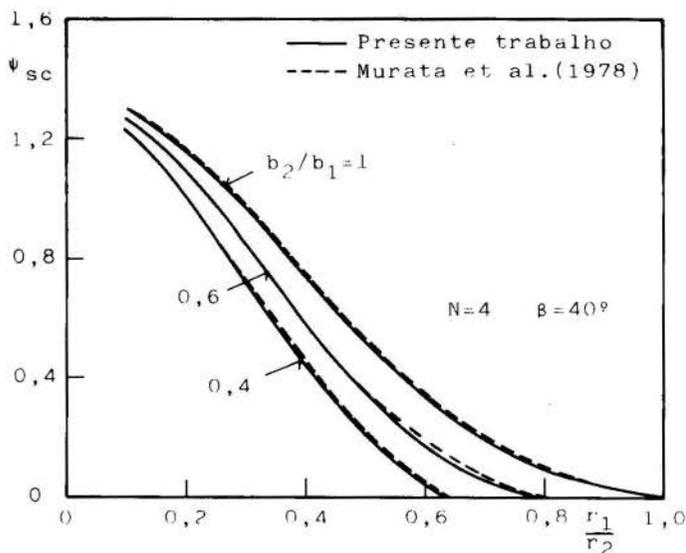


Figura 3. Efeito da relação de larguras sobre o coeficiente de pressão para entrada sem choque.

trabalho afeta apenas o termo fonte, correspondente à vazão, e portanto deixa de ter efeito na situação de vazão nula. Nesse caso, a presente formulação assume a forma bidimensional clássica, com b constante. É por isso que na Fig. 4 os resultados do presente método aparecem apenas para $b_2/b_1=1$, mantendo-se inalterados para outros valores de b_2/b_1 . Entretanto, o efeito da variação de largura na condição de vazão nula existe, conforme mostram os resultados de Murata et al. (1978). Todavia, esse efeito é menos pronunciado que no caso de vazão para entrada sem choque. Conclui-se que à medida que a vazão diminui em relação à vazão de entrada sem choque, a confiabilidade do presente método tende a diminuir, mas não excessivamente. Por outro lado, nas aplicações práticas, os métodos potenciais devem ter sua validade restrita a situações próximas às condições de entrada sem choque, o que assegura a utilidade da aproximação efetuada neste trabalho.

CONCLUSÃO

A formulação desenvolvida no presente trabalho para o escoamento potencial e incompressível em rotores centrífugos com pás infinitamente finas foi feita diretamente no plano físico da grade radial, evitando-se transformações intermediárias frequentemente utilizadas. A aproximação efetuada para tratar a variação de largura do rotor permite uma formulação

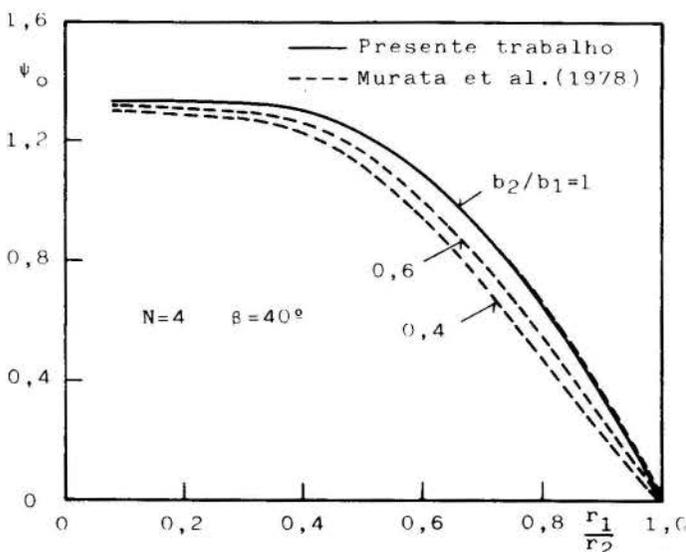


Figura 4. Efeito da relação de larguras sobre o coeficiente de pressão para vazão nula.

integral linear e exclusivamente de contorno, baseada no método das singularidades.

A aproximação afeta apenas o termo fonte, correspondente à vazão volumétrica. Seu efeito é pouco importante na situação de vazão para entrada sem choque nas pás, mas tende a aumentar com a diminuição da vazão. Em situações nominais, a presente formulação pode ser aplicada confiavelmente na obtenção de dados aerodinâmicos de projeto de rotores centrífugos com pás finas e largura variável. Contudo, como em toda técnica de análise do escoamento potencial, os resultados obtidos devem ser criteriosamente selecionados e corrigidos, tendo em vista a influência dos efeitos viscosos.

REFERÊNCIAS

- .Eremeeff, L.R., "Calcul des Ecoulements dans les Turbomachines en Fluide Parfait et Incompressible", Compte rendu de fin de contrat, número 73.7.1765.00.221.75.01, Neyrpic S.A., Grenoble, 1974.
- .Fernandes, E.C. e Oliveira, W., "Cálculo do Escoamento Potencial em Rotores Centrífugos de Máquinas de Fluxo", Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Sistemas e Equipamentos Hidráulicos e Máquinas de Fluxo, pp. 497-500, São Paulo, Brasil, 1991.
- .Giesing, J.P., "Extension of the Douglas Neumann Program to Problems of Lifting, Infinite Cascades", Douglas Aircraft Co, Report LB-31653, 1964.
- .Hess, J.L. and Smith, A.M.O., "Calculation of Potential Flow About Arbitrary Bodies," *Progress in Aeronautical Sciences*, Vol. 8, pp. 1-138, 1966.
- .Hoffmeister, M., "Berechnung der Strömung durch ein radiales Laufrad unter Berücksichtigung der veränderlichen Breite der Schaufeln," *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Dresden*, Band 9, Heft 1, pp. 27-36, 1960.
- .Isay, W.H., "Beitrag Zur Potentialströmung durch radiale Schaufelgitter," *Ingenieur - Archiv*, Vol. 32, pp. 203-210, 1954.
- .Manzanas Filho, N., "Escoamento Potencial em Grades Radiais de Máquinas de Fluxo", Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Itajubá, MG, Brasil, 1982.
- .Murata, S., Ogawa, T. and Gotoh, M., "On the Flow in a Centrifugal Impeller - 2nd Report, Effects on Change in Impeller Width," *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 21, pp. 90-97, 1978.
- .Nyiri, A., "Determination of The Theoretical Characteristics of Hydraulic Machines, Based on Potential Theory," *Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae*, Vol. 69, pp. 243-273, 1970.
- .Scholz, N. "Aerodynamik der Schaufelgitter", Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1965.

ABSTRACT

A formulation for the incompressible potential flow in turbomachinery centrifugal impellers with infinitely thin blades is presented. The formulation is based on the singularities method and it is obtained directly on the radial cascade plane without intermediary transformations. An approximation is made for the treatment of the width radial variation such that a linear integral formulation is obtained only on the boundary. Numerical results are obtained by means of the panels method. They are compared with exact published results.

A METHOD TO DETERMINE THE MAIN PARAMETERS OF AN AXIAL HYDRAULIC SWASH PLATE MACHINE

JOÃO ZANGRANDI FILHO, GABRIEL FELIX GUELLER, LUIZ ROBERTO CARROCCI
 UNESP - CÂMPUS DE GUARATINGUETÁ - SP
 Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333
 12500 - Guaratinguetá, SP - Brasil

SUMMARY

The axial hydraulic swash plate machine has without any doubt a mechanism that is unique. If we have the rated delivery, rpm and pressure, we can start the design of this machine by the Zan graph. But, to go on the calculation we need some more informations that are contained in the supported assumptions. This research was conducted for machines in the range 30 to 700 (l/min) (0.5 to 11.6×10^{-3} (m³/s)).

PRELIMINARY

The swash plate machine has the cylinder block that turns together with the splined driveshaft, that is, the same angular speed.

The swash plate is one where the slippers slip over an oil film because each slipper is a kind of hidrostatic bearing where the oil input is taken from the machine outlet through a small diameter hole along the axis of the piston. The swash plate is inclined in relation to the drivershaft a maximum practical angle of 18° (Thoma, 1970).

The slippers slip quasi-parallel (Hooke, 1989) to the swash plate during the outlet stroke and the hold-down plate maintains them parallel. During the inlet stroke. The slippers describe an elliptical trajectory on the swash plate when the stroke is not zero but, a circular one when the stroke is zero.

The swash plate axis of rotation is one that belongs to a plane that contains the piston ball head centers and is perpendicular to another plane that contains both the axis of pistons in the outmost positions and the drivershaf axis. Furthermore, the swash plate axis of rotation is perpendicular to the driveshaft axis.

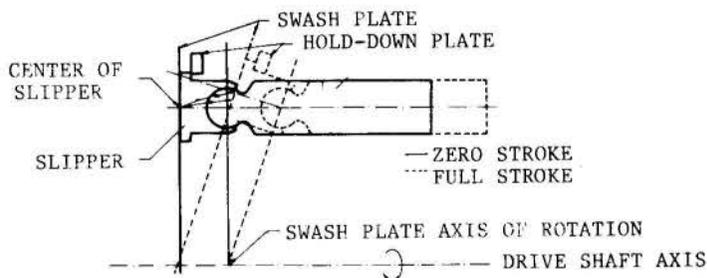


Figure 1. Geometry of swash plate machine.

Another important observation that must be made concerns to the point that belongs to the swash plate (Figure 1.) and the point that is the center of the bottom of the slipper. These two points are exactly the same for delivery equal to zero, but they aren't when the delivery is not zero, for instance, maximum, this happens because the piston ball head center moves in straight line at the same time that the bottom of the slipper travels parallel to the swash plate. This point in the swash plate, as referred to above, also moves along an arc of circle during the rotation of the swash plate, but the point belonging to the slipper doesn't.

This deviation of the two points is quite important when calculating those nine holes (Thoma, 1970) in the hold-down plate (see Fig. 12).

SUPPORTED ASSUMPTIONS

The following assumptions are firmly based on the literature dealing with this kind of machine and on the research developed about.

Zan Graph. After designing, that is it, making calculation and drawing, or vice versa, in the wide range 30 - 700 (l/min) (0.5×10^{-3} - 11.7×10^{-3} (m³/s)) displacement flow, a graph was developed (called Zan Graph), as shown in Figure 2. This graph helps to promptly determine the cylinder pitch radius d.

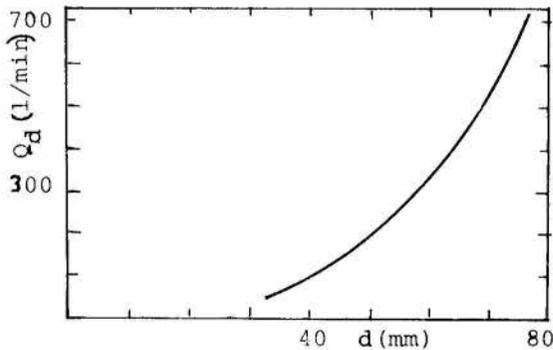


Figure 2. Zan Graph - Displacement flow against cylinder pitch radius d.

Tilting Angle (α). The value of the tilting or swash angle is given in detail by Thoma (1970) where it is shown that this angle is limited to a maximum 18°.

Number of pistons (z). The number of pistons (Thoma, 1970) is said to be an odd number because of the much smaller fluctuations of delivery. The choice is practically 5, 7, 9 or 11 pistons. Increasing their number within this range has the advantage that the delivery fluctuations decrease and the disadvantage that the piston stroke becomes large compared to the diameter, and also increases manufacturing costs. Balancing the above requirements the optimum seems to be nine cylinders with swash plate machines.

Volumetric efficiency (η_v). The volumetric efficiency varies little, say from approximately 0.90 for small machines to 0.94 for the big ones at rated

speed which is 1800 rpm in our research. These numbers were obtained after testing actual machines in a wide range of displacement. So, for design purposes we can take η_v from 0.90, for small machines, to 0.94, for medium to big ones.

Land dimensions (r_i, r_o). The ratio of inside to outside radius of the land (Figure 3). For the slippers is related to its hoop tensile stress and to its fatigue life. For continuous operating pressure in the upper range 350 - 400 bar (35 - 40 MPa), we can make (r_i/r_o) equal to 0.82 - 0.84.

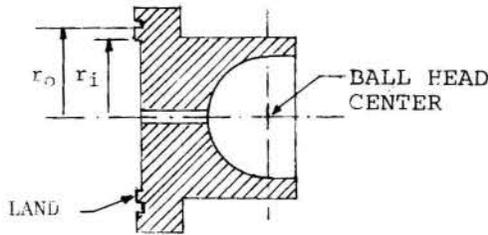


Figure 3. Slipper cutaway view showing inner and outer radius of land.

Piston and slipper areas. The piston and the slipper areas can be related (Thoma, 1970) by the following relation, where A_{cv} is the pool area, A_{lp} is the land area, A_p is the piston area and the factor β equals 0.92 - 0.96.

$$A_{cv} + \frac{1}{2} A_{lp} = \beta A_p \quad (1)$$

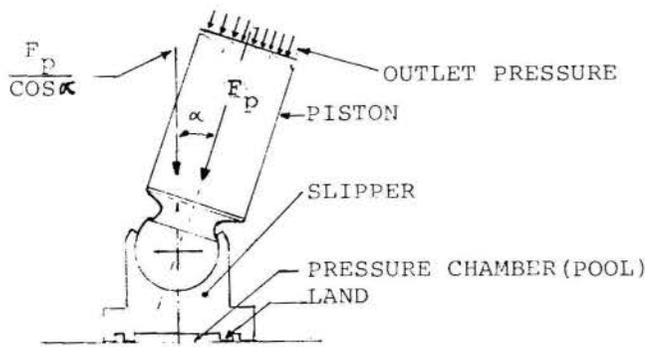


Figure 4. Slipper together with piston at the tilting angle α .

we can also write (1) as:

$$\frac{\beta d_p^2}{2 \cos \alpha} = \frac{r_o^2 - r_i^2}{\ln(r_o/r_i)} \quad (2)$$

The remainder of the load forces not carried by the pressure field is transmitted by metallic contact of the lips.

Delivery equation. The equation of delivery (3) is easily developed analyzing the Figure 5. The rated delivery Q_n and displacement or theoretical flow are related by the volumetric efficiency.

$$Q_d = \frac{Q_n}{\eta_v} = 0.785(d_p)^2 (2 d \operatorname{tg} \alpha) \cdot z \cdot \text{rpm} \quad (3)$$

Slipper bottom outer diameter (d_{ext}). The outer diameter of the bottom of the slipper is analyzed after have been obtained r_i and r_o that give the continuous ring and constitute the pressure chamber or the pool (Figure 6).

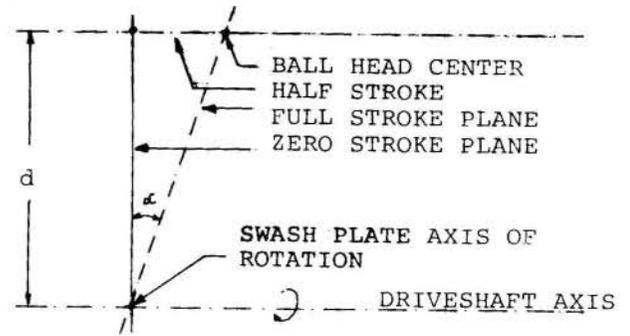


Figure 5. Schematic geometry for the calculation of delivery.

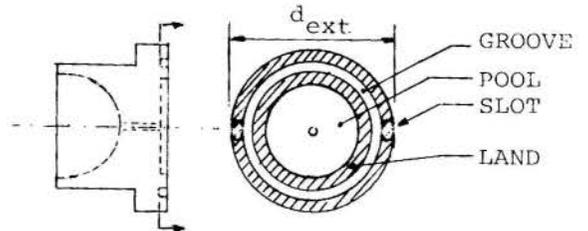


Figure 6. Slipper notation.

The outer ring provides additional contact pad. This ring is broken by radial slots in order to remove any pressure in the circular groove. This groove and the outer ring widths will give us the external diameter of the bottom of the slipper, requiring a more accurate analyses. We can write d_{ext} as:

$$d_{ext} = (1.23 - 1.28) (2 r_o) \quad (4)$$

M parameter. The distance M (Figure 7) is a parameter that we have to analyze to guarantee that the machine will be almost the same size of those commercially available. This parameter is the clearance between two adjacent slippers. If M is out of this range we may have the fouling of the slippers or a too large machine compared to another one with the same features.

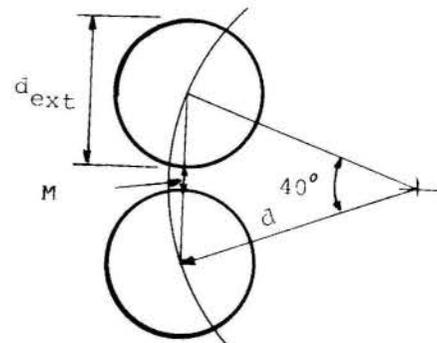


Figure 7. Adjacent slippers at zero stroke.

The M parameter can be given by:

$$M = 2(d \cos 70^\circ - \frac{d_{ext}}{2}) \quad (5)$$

The machine will have its size quite similar to the good ones if we make M in the range 3.0 - 5.0 (mm).

Ball head and slipper. The ball head will be joined to the slipper constituting a spherical bearing. The diameter of the ball head is dependent mainly on the material of the slipper and on the piston diameter. This material is a heavy duty bearing manganese bronze, after tests in Termomecanica São Paulo. Besides having good properties such as wear resistance, fatigue

strength and tensile strength, it must have the capacity to be bent to accommodate the ball head. On the other hand, the piston diameter dictates the pressure on the concave section in bronze slipper. The piston material needs a more detailed analysis.

The research related to the bronze ball head piston diameter and the mechanism governing both parts, where d_{sp} is the sphere diameter, gave us the following relation:

$$\frac{d_p}{d_{sp}} = 1.27 \quad (6)$$

Again, in the mechanism of the slipper together with the piston and ball head, we have a neck joining both parts. In this way, after a long and detailed analysis where the strength of the neck has been analyzed, the necessary geometry for the movement has been studied, and the stress concentration has not been forgotten, we obtained the relation (7) where d_n is the neck diameter.

$$\frac{d_p}{d_n} = 1.8 \quad (7)$$

With these informations and some more design practice we are able to develop the whole mechanism of slipper and piston.

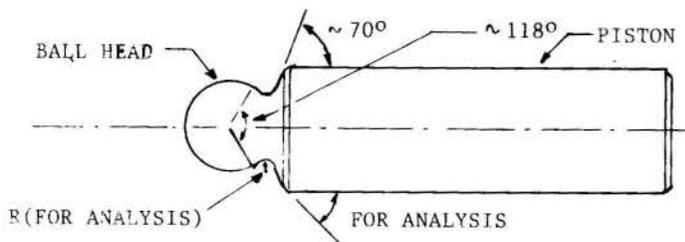


Figure 8. Lengthwise piston view and details.

Piston and slipper forces. The main forces acting on the slipper and piston Figure 9 can be written as:

$$F_r = F_p \cdot \tan \alpha \quad (8)$$

$$F_{sl} = F_p \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \quad (9)$$

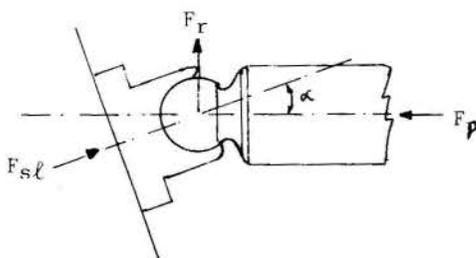


Figure 9. Main forces acting on piston and slipper.

Torque (T). The torque generated by the forces F_r acting on the ball head center (Figure 10) can be given quite approximately by:

$$T = 2 (d \sin 70^\circ + d \sin 30^\circ) \cdot F_r \quad (10)$$

Set off distance (Y). The center of the slipper travels along an elliptical way, for instance, at full stroke and along a circumference, at zero stroke. We can derive an expression using Figure 11 in order to obtain the set off distance Y. The distance from the center of the sphere to the bottom of the slipper is "a".

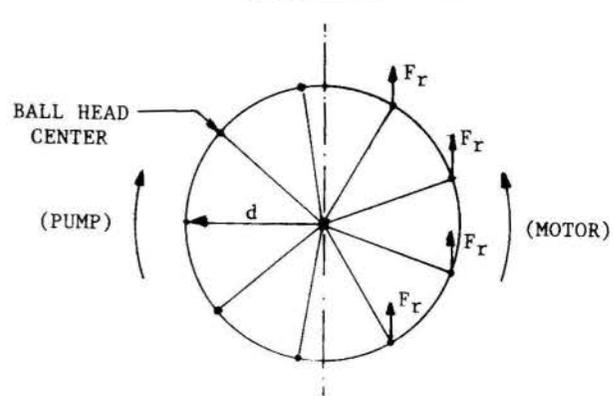


Figure 10. Schematic torque generation.

The maximum Y is half the difference between the two axes of the ellipse at full stroke.

$$Y = \left((a^2 + d^2) + \left(a^2 + \frac{d^2}{\cos^2 \theta} \right) - 2(a^2 + d^2)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(a^2 + \frac{d^2}{\cos^2 \theta} \right) \cdot \cos \left(\arctan \left(\frac{a}{d} \right) - \arctan \left(\frac{a \cos \theta}{d} \right) \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

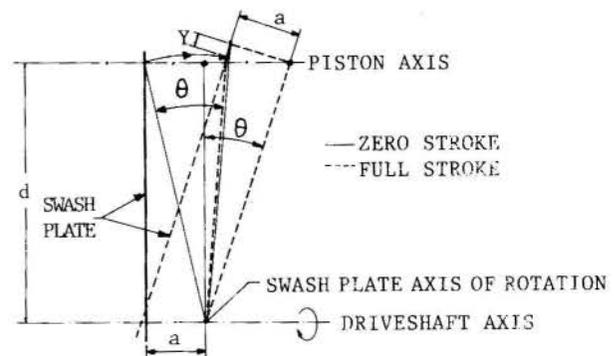
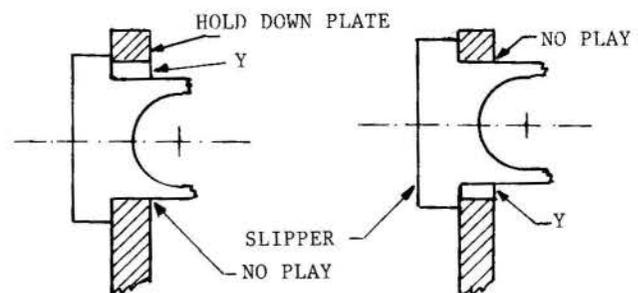


Figure 11. Schematic Geometry for the Y Parameter.

Hold-Down plate. It is necessary to know the Y parameter before trying to establish the diameter and position of the holes of the hold-down plate. We have two situations analyzed in Figures 12 and 13.



a) Piston between inmost and outmost positions. b) Piston at inmost or outmost position.

Figure 12. Relative radial positions of hold-down plate and slipper with no play.

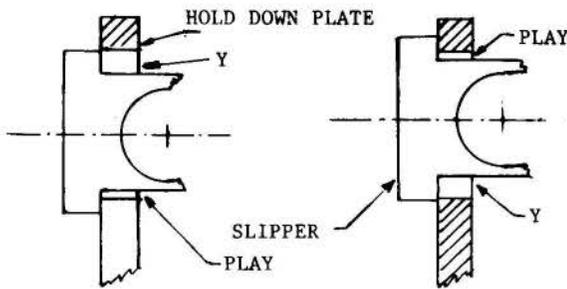
Length of the piston. The length of the piston can be fully determined if we observe Figure 14. The portion of the piston that remains inside the cylinder at the outmost position or external dead center should be at least 1.5 times the distance between the center of the ball head and the face of the cylinder (Thoma, 1970).

piston pumps," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C, 197 C, 239-247, 1983.

.Hooke, C.J. and Kakoulis, Y.P., "The lubrication of overclamped Slippers in Axial Piston Pumps - centrally Loaded Behaviour," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C, 202(C4), 287-293, 1988.

.Hooke, C.J. and Kakoulis, Y.P., "The Lubrication of Slippers in Axial Piston Pumps and Motors - The effect of tilting couples," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C, 203(C5), 343-350, 1950.

.Thoma, J.U., "Modern oilhydraulic Engineering", Trade & Technical Press. Ltd., England, 1970.



a) Piston between inmost and outmost positions. b) Piston at inmost or outmost position.

Figure 13. Relative radial positions of hold-down plate and slipper with defined play.

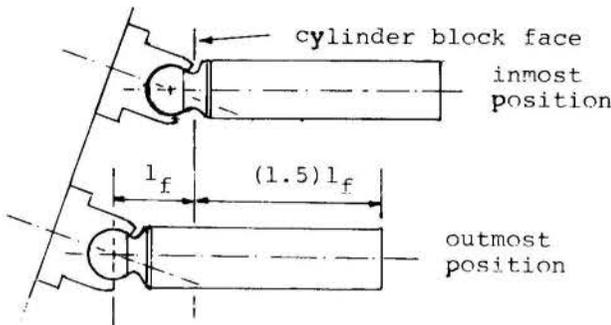


Figure 14. Piston at outmost and inmost position.

SAMPLE DESIGN

The Figure 15 is the cutaway view of a 200 (l/min) (3.34×10^{-3} (m³/s)) machine. We must emphasize that some more information and a design practice is necessary to have this drawing accomplished.

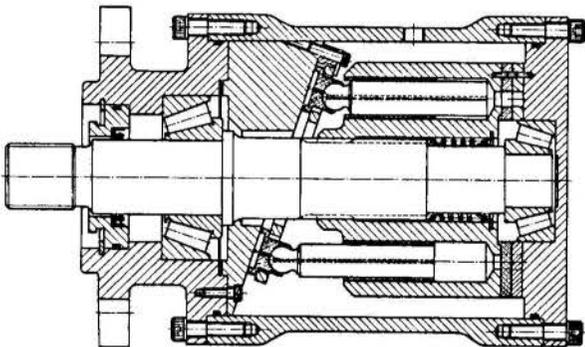


Figure 15. Reduced cutaway view of a 200 (l/min) pump.

CONCLUSIONS

The Zan graph together with the supported assumptions is a powerful tool for us to obtain the fundamental points without which we could'nt design this kind of machine.

We believe that after this research the other parts that constitute the machine are a common calculation work for the designer.

REFERENCES

.Cameron, A., "The Principle of Lubrication," Longmans Green and CO. Ltd., England, 1966.

.Hooke, C.J. and Kakoulis, Y.P., "The effect of non-flatness on the performance of slippers in axial

UMA METODOLOGIA ALTERNATIVA PARA A VARIAÇÃO DO NPSH EM
ENSAIOS DE CAVITAÇÃO DE BOMBAS CENTRÍFUGAS

HANS GEORGE ARENS
Escola de Engenharia de São Carlos - USP
Departamento de Hidráulica e Saneamento

RESUMO

Apresenta-se uma metodologia alternativa para a realização de ensaios de cavitação de bombas centrífugas, onde a redução do NPSH é obtida com o uso de uma bomba auxiliar invertida, ligada em série à unidade ensaiada. Uma segunda unidade é usada como elemento de controle. Um ensaio é simulado para uma bomba radial caracterizada pela velocidade específica $n_s = 0,43$.

INTRODUÇÃO

As normas que tratam dos ensaios de recepção de bombas centrífugas, apresentam diversas metodologias para variar o NPSH nos testes de cavitação. Normalmente, a redução do NPSH é feita através do aumento da altura de sucção da máquina ou através do estrangulamento da entrada da canalização de admissão. Nos ensaios em circuito fechado, o NPSH, geralmente, é controlado pela pressão de referência de um ponto conveniente do sistema.

Geralmente, são os fatores econômicos que determinam a metodologia mais indicada. Porém, outras técnicas, mesmo não normalizadas, são empregadas para diminuir os custos. Uma dessas metodologias é apresentada neste artigo, que apresenta uma forma alternativa para se variar o NPSH da unidade de ensaio, fazendo uso de uma associação em série de duas bombas centrífugas auxiliares.

Essa metodologia é particularmente adequada nos ensaios realizados pelo próprio fabricante da bomba, uma vez que o teste de uma unidade qualquer, necessita de duas outras para atuar como bombas auxiliares.

A METODOLOGIA ALTERNATIVA

A figura 1 mostra a associação de duas bombas centrífugas A e B, ligadas em série à unidade de ensaio. A é colocada em posição invertida e atua como uma perda de carga "ativa". A bomba B age simplesmente como elemento de controle.

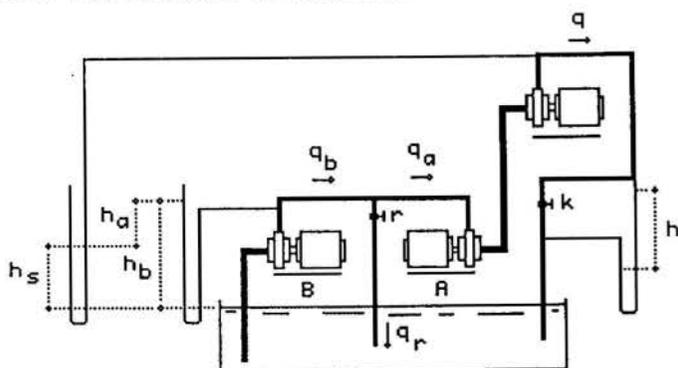


Fig. 1 - O sistema "ativo" para variar o NPSH

As 3 bombas são idênticas e funcionam respectivamente com as rotações positivas w_a , w_b e w , sendo $w_b > w_a$.

A bomba B trabalha nas condições normais no 1º quadrante, enquanto A funciona no 2º quadrante ($q < 0$), atuando como unidade dissipadora de energia.

O registro colocado no by-pass de B controla a vazão de retorno q_r , acentuando ou atenuando a ação dissipadora de A. Em uma determinada posição do registro, pode-se igualar as alturas manométricas de A e de B, obtendo-se uma altura total nula ($h = 0$).

O fechamento ou a abertura do registro provoca o aumento ou a redução da pressão de saída h_s , acarretando uma variação sensível de NPSH disponível, que pode atingir valores suficientemente baixos para causar a cavitação da unidade de ensaio.

O SISTEMA DE EQUAÇÕES

Se as perdas nas canalizações e as diferenças entre as cotas das seções de entrada e de saída das bombas forem desprezadas e se as curvas características de A e de B forem descritas por $h_a = f_1(q_a)$ e $h_b = f_2(q_b)$, tem-se

$$h_a = f_1(q_a) \quad (1)$$

$$h_b = f_2(q_b) \quad (2)$$

$$h_s = h_b - h_a \quad (3)$$

$$q = q_b - q_r \quad (4)$$

$$q_a = -q \quad (5)$$

$$h_b = k \cdot q_r^2 \quad (6)$$

O sistema formado pelas 6 equações com as 7 incógnitas $h_s, h_a, h_b, q, q_a, q_b$ e q_r , permite determinar a curva característica dimensional $h_s(q)$ ou a curva correspondente $NPSH(q)$ definida por

$$NPSH = h_s(q) + (p_{at} - p_v) / \gamma \quad (7)$$

A SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

A solução do sistema (1)...(6) é simples. As curvas $h_a = f_1(q_a)$ e $h_b = f_2(q_b)$ podem ser obtidas diretamente a partir das funções adimensionais $f_H(Q, W) = H / (Q^2 + W^2)$ tabeladas por Chaudhry nos 4 quadrantes, para bombas de velocidades específicas $n = 0,46, 1,61, 2,78$ e $4,94$. Valores intermediários são estimados pela simples interpolação linear.

A igualdade das 3 bombas acarreta

$$q_{an} = q_{bn} = q_n$$

$$h_{an} = h_{bn} = h_n$$

$$e \quad n_{an} = n_{bn} = n_n$$

que transformam o sistema dimensional (1)...(6) na forma adimensional

$$H_a = f_H(Q_a, W_a) \cdot (Q_a^2 + W_a^2) \quad (8)$$

$$H_b = f_H(Q_b, W_b) \cdot (Q_b^2 + W_b^2) \quad (9)$$

$$H_s = H_b - H_a \quad (10)$$

$$Q = Q_b - Q_r \quad (11)$$

$$Q_a = -Q \quad (12)$$

$$H_b = k \cdot Q_r^2 \quad (13)$$

com as variáveis $H_a = h_a/h_n, H_b = h_b/h_n, H_s = h_s/h_n, Q = q/q_n, Q_a = q_a/q_n, Q_b = q_b/q_n, Q_r = q_r/q_n$ e os parâmetros $W_a = n/n_n, W_b = n/n_n$ e $K = k \cdot q_n^2 / h_n$.

A obtenção de $H_s(Q)$ permite finalmente determinar a curva

$$NPSH/h_n = H_s(Q) + (p_{at} - p_v) / h_n \quad (14)$$

AS CURVAS CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA

A figura 2 mostra as curvas características adimensionais da associação de duas bombas KSB 40-160 ($D=174$ mm, $n=0,43$), que nas suas condições nominais

apresentam

$$q_n = 30 \text{ m}^3/h (8,33 \text{ l/s})$$

$$h_n = 13,5 \text{ m}$$

$$n_n = 1750 \text{ rpm} (183,26 \text{ rd/s})$$

$$\eta_n = 0,7$$

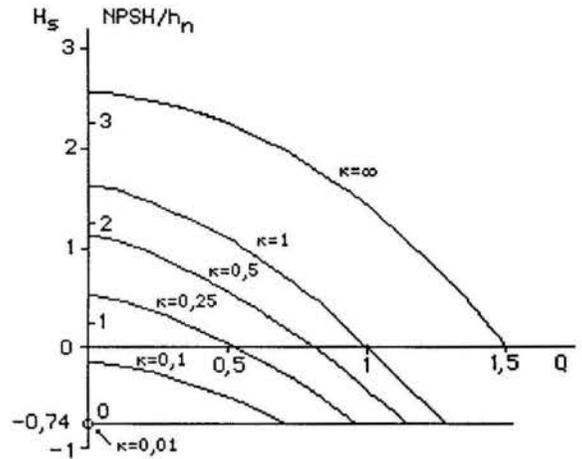


Fig. 2 - Curvas $H_s = H_s(Q)$ da associação A-B

A rotação w da unidade de dissipação A foi fixada em $w = 0,8 \cdot w_n^a$ ($n = 1400$ rpm) e a rotação n_b em $w_b = 1,6 \cdot w_n^a$ ($n_b = 2800$ rpm) e dessa forma $w = 0,8$ e $w_b = 1,6$. Para a rotação w da unidade de ensaio, foi fixada a própria rotação nominal $w = w_n$, o que acarreta $W = 1$.

O fechamento total do registro implica em $\kappa = \infty$ (ou $Q_r = 0$) e sua abertura total em $\kappa = 0$ (ou $H_b = 0$).

Admitindo $(p_{at} - p_v) / h_n = 10^5 \text{ N/m}^2$ e $\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$ tem-se

$$(p_{at} - p_v) / h_n \cdot \gamma = 0,74 \text{ e, portanto,}$$

$$NPSH/h_n = H_s(Q) + 0,74$$

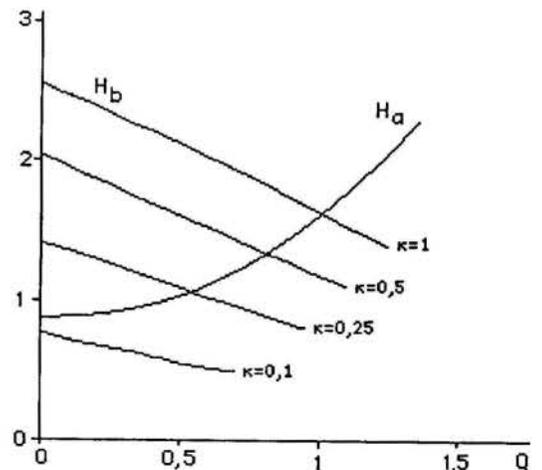


Fig. 3 - Alturas manométricas de A e de B

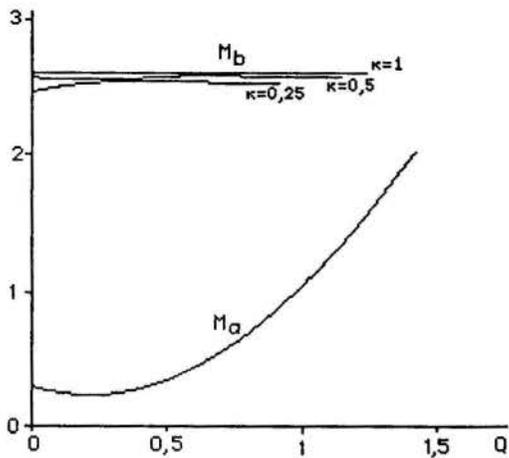


Fig. 4 - Os momentos nos eixos de A e de B

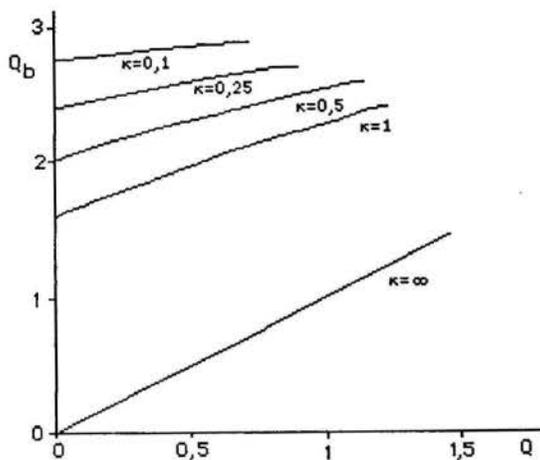


Fig. 5 - Curva representativa $Q_b(Q)$

O desempenho do sistema é descrito pelas curvas $H(Q)$ da figura 2 obtidas com a solução numérica do sistema (8)...(13) onde, a curva $\kappa = \infty$ e a reta $H_s = 0,74$ (NPSH=0) delimitam da região de trabalho.

As alturas manométricas $H_a(Q)$ e $H_b(Q)$ e os torques $M_a(Q)$ e $M_b(Q)$ nos eixos de A e de B, são descritos pelas curvas das figuras 3 e 4.

Na figura 5 pode-se observar o comportamento da curva representativa $Q_b(Q)$. Como $Q_r = Q_b - Q_a$, $Q_r(Q)$ pode ser avaliada pela diferença entre as curvas $Q_b(Q)$ e a curva $Q_a(Q)$ $\kappa = \infty$

UM EXEMPLO

O sistema total formado pelas 3 bombas é descrito pelas equações (8)...(13) em conjunto com

$$H = f_H(Q, W) \cdot (Q^2 + W^2) \quad (15)$$

e

$$H_s + H + R \cdot Q^2 = 0 \quad (16)$$

que representam respectivamente, a curva de desempenho da unidade de ensaio e a equação do circuito onde $R = r(q_n/h_n)^2$.

A solução das 8 equações

$$H_a = f_H(Q_a, W_a) \cdot (Q_a^2 + W_a^2) \quad (17)$$

$$H_b = f_H(Q_a, W_a) \cdot (Q_b^2 + W_b^2) \quad (18)$$

$$H_s = H_b - H_a \quad (19)$$

$$Q = Q_b - Q_r \quad (20)$$

$$Q_a = -Q \quad (21)$$

$$H_b = \kappa \cdot Q_r^2 \quad (22)$$

$$H = f_H(Q, W) \cdot (Q^2 + W^2) \quad (23)$$

$$H_s + H + R \cdot Q^2 = 0 \quad (24)$$

Com as 8 incógnitas $H, H_a, H_b, H_s, Q, Q_a, Q_b$ e Q_r tendo como parâmetros κ e R , requer o uso de métodos numéricos.

Os diagramas das figuras 6 e 7 mostram as curvas características principais, com a determinação do NPSH_r requerido para as vazões $Q=0,8, Q=1$ e $Q=1,2$.

A curva do NPSH requerido pela unidade de ensaio NPSH(q), devidamente adimensionalizada, foi inserida no diagrama e mostra os pontos nos quais se inicia efetivamente a cavitação.

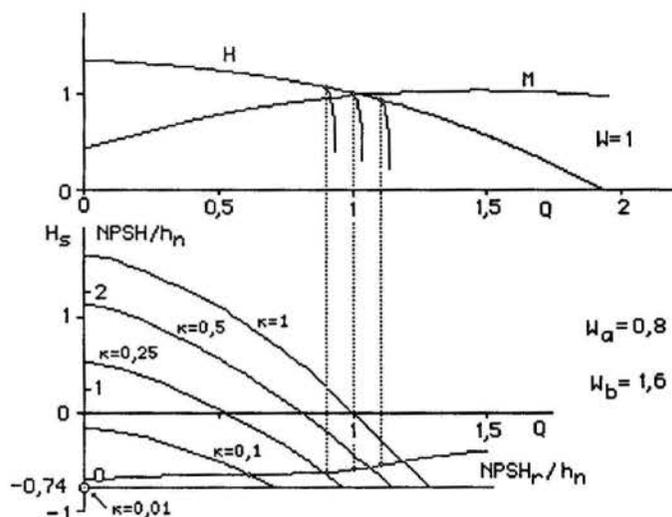


Fig. 6 - Simulação de um ensaio de cavitação

Cada um desses pontos pode ser obtido através da abertura gradual dos registros r e k , com a vazão mantida constante, até que seja detectado o desvio da altura manométrica H , em relação ao seu valor normal da curva de desempenho (cerca de 3%). As curvas (R) obtidas através de (17)...(22), (23) e (24) para as vazões $Q=0,8, Q=1$ e $Q=1,2$, mostram estas manobras (fig.7). Cada par (R, κ) possui o seu valor correspondente de H (ou NPSH/h_n). A cavitação se inicia quando $H = H_s^{smin}$.

Se apenas o registro R é manobrado, as curvas assumem a forma da figura 8.

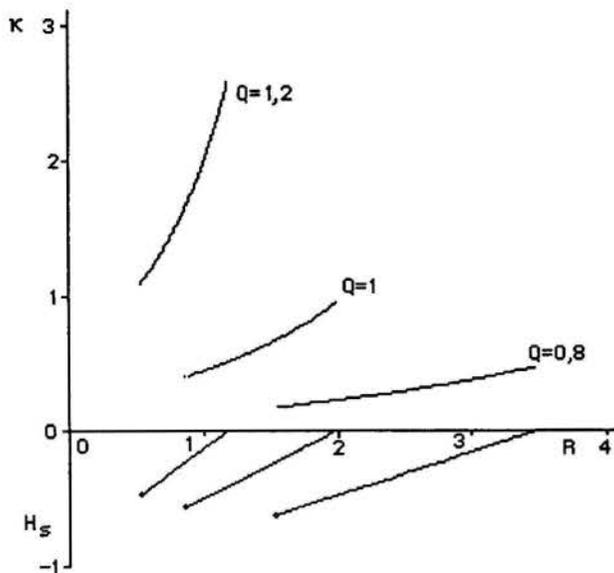


Fig. 7 - Manobras $\kappa(R)$ que geram $Q=cte$

H	$H = h/h_n$
k	coeficiente de perda
κ	$\kappa = kq_n^2/H_n$
n (rpm)	velocidade angular
n_s	$n_s = w \cdot q^{1/2} (gh)^{3/4}$ velocidade específica
m (N.m)	momento no eixo
M	$M = m/m_n$
NPSH (m)	Net Positive Suction Head
P_{at} (N/m^2)	pressão atmosférica

ABSTRACT

"An alternative Methodology for the Reduction of the NPSH in Centrifugal Pumps Tests" - An alternative methodology for the reduction of the NPSH in centrifugal pumps tests is developed. This reduction is obtained with an inverted auxiliary pump in a serial association with the test unit. Another pump is used as control unit. A simulated test for a radial pump ($n_s=0,43$) is presented.

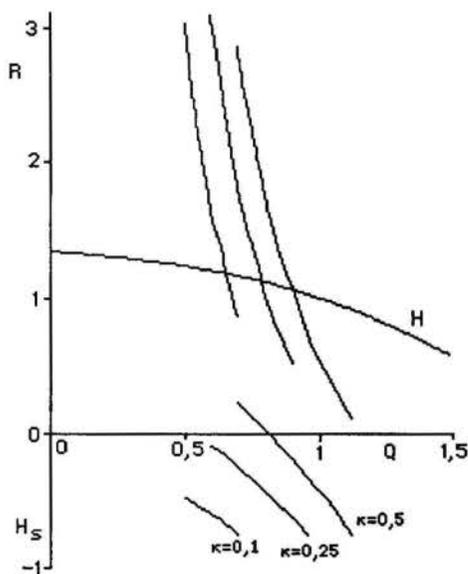


Fig. 8 - Manobras do registro R para valores constantes de κ

BIBLIOGRAFIA

- .Chaudhry, M. Hanif, "Applied Hydraulic Transients", Van Nostrand Reinhold Company, 1987.
- .International Organization for Standardization, ISO, "Pumps-Code for Acceptance Tests-Class C", ISO/DIS 2548, 1971.
- .VIEIRA, R.C.C., "Máquinas de Fluxo Tangenciais, Radiais e Axiais". EESC-USP publicação nº 122.
- .Wylie, E.B., STREETER, V.L., "Fluid Transients", Thomson-Shore, Dexter, MI, 1982.
- .KSB Bombas Hidráulicas S.A., Manual Técnico e Curvas Características", Bombas Centrífugas Horizontais Etanorm, 1211.). B/5, Out., 1987.

LISTA DE SÍMBOLOS

- D (m) diâmetro do rotor
- h (mca) altura manométrica

DESENVOLVIMENTO HIDRODINÂMICO EM UM CANAL FORMADO POR DISCOS PARALELOS EM CO-ROTAÇÃO

Marcos Pinotti e Eugênio S. Rosa
Departamento de Energia - FEM/UNICAMP
13081970 - Campinas - SP

RESUMO

O desenvolvimento hidrodinâmico em canais formados por dois discos paralelos em co-rotação é investigado numericamente. O fluido considerado é newtoniano em regime laminar e permanente. Para uma mesma geometria de canal foram analisados os campos de pressão e velocidades, além das linhas de corrente em diferentes regimes de rotação e dos perfis de velocidades impostos na entrada do canal.

INTRODUÇÃO

O escoamento laminar através de um canal formado por dois discos paralelos em rotação tem sido investigado, numérica e experimentalmente, nas últimas décadas em aplicações relacionadas principalmente com o desenvolvimento de turbomáquinas e equipamentos de transferência de calor e massa (Szeri et al, 1978; Rice, 1963; Roddy et al, 1987).

Nestes equipamentos, a quantidade de movimento gerada pelos discos em rotação é transmitida ao fluido pela ação das forças viscosas. Esta característica é especialmente importante quando se empregam estas configurações como dispositivos de assistência à circulação, pois além de impor ao escoamento níveis moderados de tensão de cisalhamento (menos traumática ao sangue), podem produzir vazões e diferenças de pressão compatíveis com o sistema circulatório humano (Dorman et al, 1966). Apesar dos dispositivos serem utilizados para este fim desde a década de 60, segundo Miller et al (1990), pouco foi realizado para o estudo do escoamento no canal deste tipo de bomba. Recentemente, Pinotti (1992) e Pinotti & Rosa (1992) estudaram, numericamente, a influência dos parâmetros geométricos (razão de raios e razão de espaçamento entre discos) e operacionais (regime de rotação e vazão) sobre a diferença de pressão gerada entre a entrada e a saída de um canal formado por dois discos paralelos.

A performance de bombas de múltiplos discos paralelos é função das características do escoamento à montante e à jusante do canal, além das condições de operação, como a rotação dos discos e vazão requerida. Para se estudar apenas os fenômenos que ocorrem no interior do canal, é necessário considerar o rotor isolado do resto do conjunto da bomba. Esta tarefa é realizada impondo-se condições de contorno fisicamente realísticas à jusante e à montante do canal, ou seja, que se aproximem das condições de operação real do dispositivo.

Em relação ao escoamento à jusante, devido aos diâmetros suficientemente grandes, é comum impor a condição de escoamento localmente parabólico na saída do canal, eliminando-se qualquer influência no campo de velocidade externo. Entretanto, o perfil de velocidades à montante do canal, dado pela geometria particular das passagens que conduzem o fluido da sucção até a entrada do canal, pode influenciar significativamente o campo de escoamento interno aos discos.

Este trabalho tem como objetivo estudar a influência que diferentes perfis de velocidade, na entrada do canal, exercem sobre o campo de velocidades e de pressão ao longo do canal. Estas influências são analisadas para uma vazão fixa, em dois regimes de rotação.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema a ser tratado é o escoamento laminar, axisimétrico, em regime permanente de um fluido newtoniano, com propriedades constantes, através de um canal formado por dois discos paralelos em rotação.

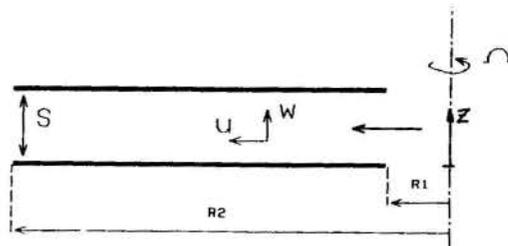


Fig.1 - Representação esquemática do canal.

Na Fig. 1, S representa o espaçamento entre os discos, R_1 o raio de entrada, R_2 o raio de saída, Ω a rotação dos discos, u a velocidade na direção radial, w a velocidade na direção axial e v , não representada na figura, a velocidade na direção tangencial.

O escoamento é descrito pelas equações da conservação da massa,

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad (1)$$

e pela conservação da quantidade de movimento linear,

$$\rho \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = \mu \nabla^2 \vec{V} - \nabla P, \quad (2)$$

onde \vec{V} é o vetor velocidade, P é a pressão, ρ é a densidade, μ é a viscosidade e ∇ é o operador "nabla" em coordenadas cilíndricas.

A diferença de pressão entre a entrada e a saída do canal, ΔP , é função da vazão, Q , da rotação dos discos, Ω , do raio de entrada R_1 , do raio de saída R_2 e da espessura do canal, S .

Para os discos foram impostas as condições de não-deslizamento ($u = 0$ e $v = r\Omega$) e de não injeção ou sucção de massa

($w = 0$). Devido à possibilidade de ocorrer bifurcação da solução numérica das equações do movimento (Langer et al, 1990) não foi utilizada a condição de simetria do canal em relação ao plano $z = S/2$. Como condição de contorno na saída do canal ($r = R_2$), utilizou-se a aproximação de escoamento localmente parabólico ($\partial u/\partial r = \partial w/\partial r = 0$). O valor do raio de saída ($R_2 = 2 \times R_1$), utilizado nas simulações, não proporcionou nenhuma situação onde pudesse ocorrer recirculação na saída do canal.

Além disso, foram impostas ao escoamento três condições de contorno distintas para a componente radial na entrada do canal:

- i) Perfil Uniforme $r = R_1$, $u(z) = Q/2\pi R_1 S$.
- ii) Perfil Parabólico $r = R_1$, $u(z) = 6(Q/2\pi R_1 S)(z^2 - z)$.
- iii) Perfil simulando uma cascata infinita de discos paralelos ($r = R_0$, $u(z) = Q/2\pi R_0 S$; $R_0 \leq r \leq R_1$, $z = 0$ ou $z = 1$, $\partial u/\partial z = \partial v/\partial z = w = 0$).

Nesta última condição, o escoamento se dá antes da entrada do canal, a partir de $R_0 \leq r \leq R_1$. O valor de R_0 igual a $2/3 R_1$, utilizado na literatura para difusores radiais (Raaij, 1978) mostrou-se adequado também para discos em rotação, pois permite a difusão da quantidade de movimento à montante da entrada dos discos, sem a interferência dos efeitos elípticos devido à presença dos discos.

MODELO COMPUTACIONAL

As equações governantes do escoamento, discretizadas pelo método dos volumes finitos, foram resolvidas numericamente pelo algoritmo SIMPLE (Patankar, 1980).

A malha computacional possui 45 x 45 pontos nodais (para cada componente de velocidade) igualmente espaçados tanto na direção radial como na direção axial. Os fatores de sub-relaxação adotados foram tipicamente 0,5 para as componentes da velocidade e 0,8 para a pressão.

Considerou-se como solução convergida quando o maior erro na conservação da massa para cada um dos volumes de controle fosse menor do que 10^{-12} . Este valor foi considerado satisfatório pois, nesta condição, a maior diferença da velocidade radial (a dominante no escoamento) entre uma iteração e a próxima não foi maior do que 10^{-9} .

Os resultados numéricos, gerados numa workstation SUN com variáveis FORTRAN com dupla precisão, foram validados comparando-se o resultado numérico com uma solução analítica ("Stokes Flow") para discos estacionários e também com valores experimentais obtidos na literatura (Szeri & Adams, 1978) para um dos discos girando, com excelente concordância em ambos os casos (Pinotti, 1992).

RESULTADOS NUMÉRICOS

Para a apresentação dos resultados numéricos foram consideradas as seguintes adimensionalizações:

$$r = \frac{r' - R_1}{R_2 - R_1}, \quad r^* = \frac{r'}{R_1}, \quad z^* = \frac{z}{S} \quad (3)$$

$$U = \frac{Q}{2\pi R_1 S}, \quad \Delta P^* = \frac{P - P_{ref}}{\rho U^2} \quad (4)$$

$$v^* = \frac{v}{r'\Omega}, \quad u^* = \frac{u}{U} r^*, \quad w^* = \frac{w}{U} \frac{R_1}{S} \quad (5)$$

Apesar de os campos de velocidade e pressão terem sido gerados para o canal inteiro, devido à simetria observada nas simulações, estes serão apresentados somente para metade do canal ($0,5 \leq z^* \leq 1,0$).

Os parâmetros relevantes que governam o escoamento foram agrupados nos seguintes números adimensionais:

- Número de Reynolds Transversal, $ReQ = Q/(2\pi R_1 S \nu)$
- Número de Reynolds Rotacional, $ReR = (S^2 \Omega)/\nu$
- Razão de aspecto, $RA = R_1/S$
- Razão entre os raios de entrada e saída, $Rr = R_2/R_1$

Em todas as simulações foram fixos os valores da razão de aspecto ($RA = 47,5$), da razão entre o raio de saída e o raio de entrada ($Rr = 2$) e o valor do número de Reynolds Transversal ($ReQ = 963$), variando-se o número de Reynolds Rotacional (ReR) entre 0 e 6,85 para três condições de velocidade radial na entrada do canal: perfil uniforme, perfil parabólico e perfil simulando uma cascata infinita de discos.

As Figs. 2 e 3 mostram os perfis de velocidade radial e axial quando é simulada uma condição de cascata à montante do canal (iii) para $ReR = 0$ e 6,85, respectivamente. Para ambos os casos os perfis de velocidade radial em $r = -2\%$ (à montante do canal) são praticamente uniformes, entretanto a influência dos discos se faz sentir quando $r = 0\%$. Para discos estacionários, Fig. 2a, o perfil da velocidade radial já está praticamente desenvolvido em $r = 4\%$, atingindo valores similares aos de $r = 98\%$, saída do canal. Para discos em rotação, $ReR = 6,85$ (Fig. 3a), o efeito é mais dramático. Na entrada do canal, $r = 0\%$, o fluido, adjacente aos discos, é acelerado radialmente para fora do canal. Isto causa uma deformação no perfil de velocidades fazendo com que, inicialmente, a maior velocidade radial ocorra próximo aos discos. Este pico de velocidade é atenuada à medida que o escoamento evolui no canal, $r = 2\%$ e $r = 4\%$, até que esta situação se reverta e o ponto de velocidade máxima passa a ocorrer no centro do canal. Para fins de comparação, o perfil em $r = 98\%$ é também mostrado na Fig. 3a.

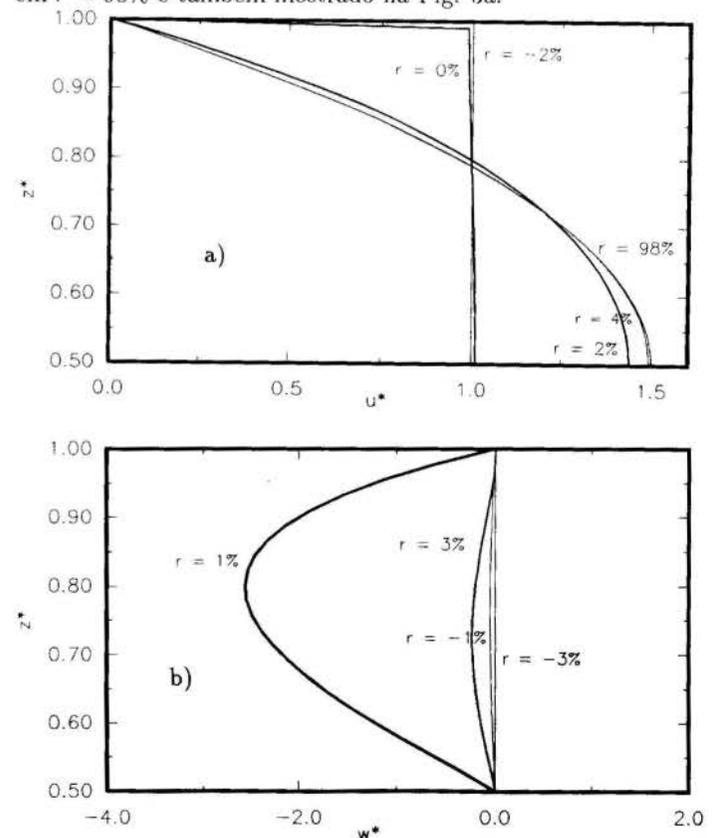
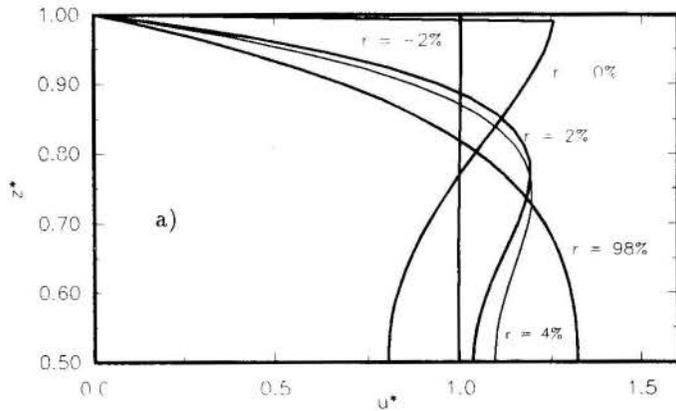


Figura 2 - Perfis de velocidade radial (a) e axial (b) ao longo do canal, $ReR = 0$, $ReQ = 963$, Cascata.

Apesar de a convecção de momento na direção radial ser dominante em relação à difusão, os perfis de velocidade axial mostram que os efeitos da presença dos discos já são percebidos em $r = -1\%$ (Figs. 2b e 3b). Para discos estacionários, a Fig. 2b mostra que a velocidade axial é negativa indicando um fluxo de massa em direção ao centro do canal. Isto decorre da condição de não deslizamento nos discos que impõe uma desaceleração no



fluido. Este fluxo de massa na direção axial decai rapidamente com o raio, sendo que para $r = 3\%$ seu valor já está muito reduzido. Para o caso de discos em rotação, a Fig. 3b mostra que em $r = -1\%$ o fluido é dirigido em direção aos discos e que, em $r = 1\%$, a velocidade axial passa a apontar para o centro do canal. A inversão no sinal da velocidade axial à montante do canal ocorre porque, ao se introduzir a rotação, o fluido adjacente aos discos passa a ter uma maior velocidade radial.

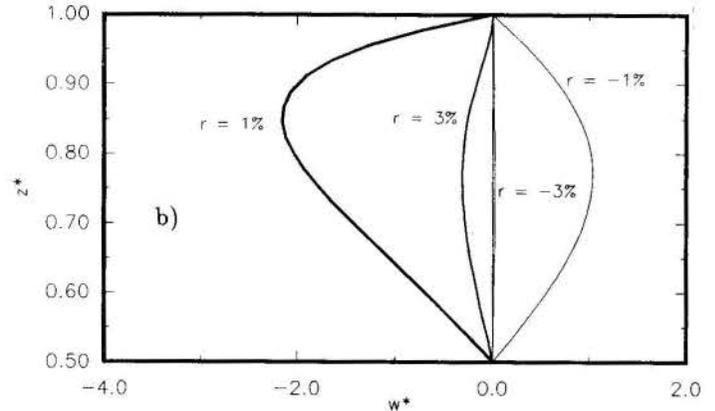


Figura 3 - Perfis de velocidade radial (a) e axial (b) ao longo do canal, $ReR = 6,85$; $ReQ = 963$, Cascata.

A Figura 4 mostra as linhas de corrente da simulação da condição de contorno *iii* quando $ReR = 0$ e $6,85$. Nela estão evidenciados os comentários das figuras 2 e 3. Percebe-se que para $ReR = 0$ as linhas se tornam paralelas logo após a entrada, $r^* = 1,04$ ($r = 4\%$) enquanto que para $ReR = 6,85$ isto ocorre

para $r^* = 1,25$ ($r = 25\%$). Além disto, pode-se notar também que as linhas de corrente estão mais próximas dos discos para $ReR = 6,85$, indicando que o fluido possui uma velocidade radial maior nesta região. Isto é causado pela força centrífuga transmitida ao fluido pelo movimento de rotação dos discos.

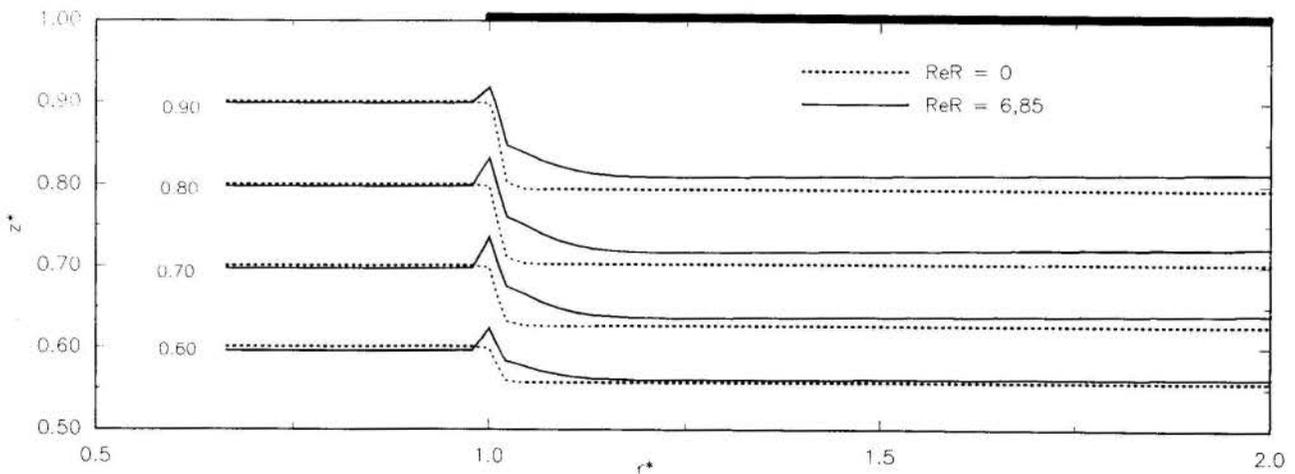


Figura 4 - Linhas de corrente. Simulação de Cascata. $RA = 47,5$; $Rr = 2$, $ReQ = 963$, $ReR = 6,85$.

Os efeitos da imposição de diferentes perfis de velocidade na entrada do canal para $ReR = 6,85$, sobre as velocidades radial e axial, são mostrados nas Figuras 5 e 6 para $r = 2\%$ e 3% , respectivamente. Na Fig. 5, próximo ao disco ($z^* = 0,80$), o perfil cascata apresenta a maior velocidade radial, o perfil parabólico a menor, e, em um valor intermediário entre estas duas condições, encontra-se o perfil uniforme. O mesmo comportamento é observado para a velocidade axial, Fig. 6, sendo considerado fisicamente compatível pois o perfil cascata permite uma difusão do momento à montante dos discos, o que não ocorre com os perfis uniforme e parabólico. Os resultados do perfil uniforme são intermediários porque apesar de o perfil de velocidade radial ser imposto em $r = 0\%$ (com $w = 0$ e $v = 0$), tal perfil é o que mais se assemelha ao cascata.

A distribuição da velocidade tangencial no centro do canal, para os diferentes perfis de velocidade na entrada, é mostrada

na Fig. 7. Pode-se observar que o efeito da rotação dos discos difunde-se ao escoamento ($v^* \rightarrow 1$) à medida que se avança no canal. O fato de o perfil cascata permitir uma difusão de velocidade tangencial à montante dos discos faz com que esta, dentro do canal, atinja mais rapidamente o seu valor final. Por outro lado, para os perfis uniforme e parabólico isto não ocorre, fazendo com que a taxa de crescimento de v^* seja menor, aproximando-se assintoticamente ao valor dado no perfil cascata.

A Fig. 8 mostra a distribuição de pressão ao longo do canal para os diferentes perfis de velocidade quando $ReR = 6,85$. Nota-se que para $r \geq 1,25$, a taxa de crescimento é aproximadamente a mesma para os três casos. A curva superior, referindo-se ao perfil cascata, apresenta valores de pressão superiores àquelas geradas pelos perfis uniforme e parabólico, coincidentes na figura 7.

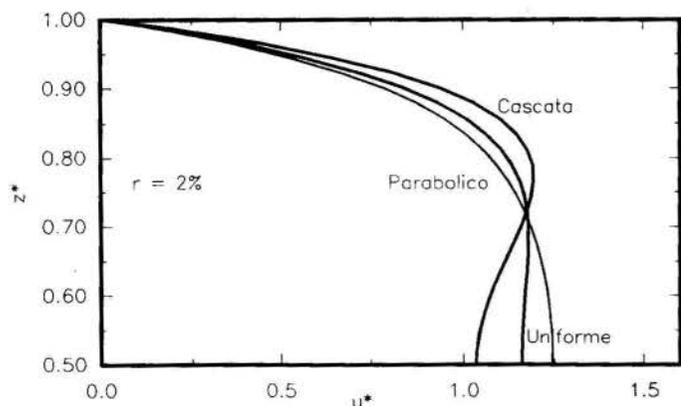


Figura 5 - Perfis de velocidade ao longo do canal, $ReR = 6,85$; $ReQ = 963$, $r = 2\%$, Cascata.

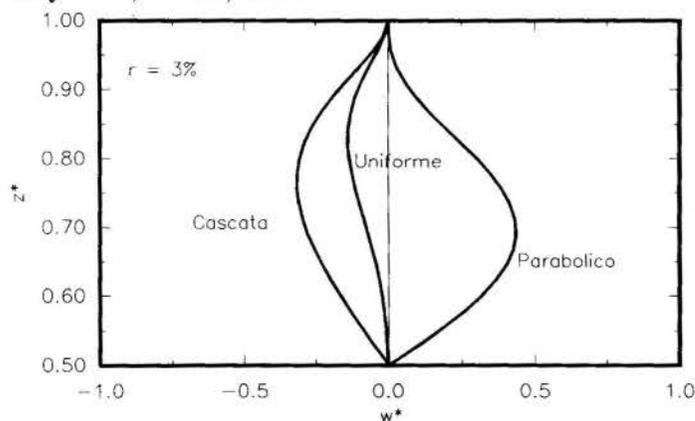


Figura 6 - Perfis de velocidade axial, $ReR = 6,85$; $ReQ = 963$, $r = 3\%$, Cascata.

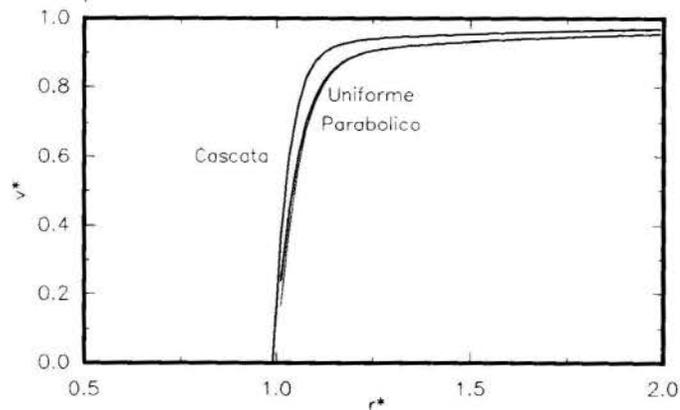


Figura 7 - Perfis de velocidade tangencial, $ReR = 6,85$; $ReQ = 963$, $Z^* = 0,5$; Cascata.

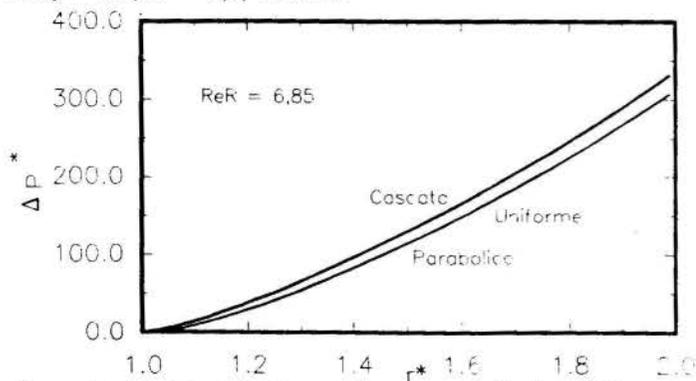


Figura 8 - Distribuição de pressão no canal, $ReR = 6,85$; $ReQ = 963$.

CONCLUSÕES

O efeito da rotação dos discos causa um aumento no comprimento de desenvolvimento hidrodinâmico do perfil de velocidades radiais. Para $ReQ = 963$ e $ReR = 0$ são necessários

apenas 4% do comprimento do canal, e, quando $ReQ = 963$ e $ReR = 6,85$, este comprimento é de 25%. Resultados numéricos preliminares (Pinotti, 1992) mostram que, de uma maneira geral, este comprimento é insensível ao perfil de velocidade radial imposto à montante.

Por outro lado, a distribuição de pressão revela ser sensível ao fato de se permitir a difusão do momento à montante dos discos e não à imposição de um determinado perfil na entrada do canal. Isto é verificado na Fig. 8 onde as distribuições de pressão geradas pelos perfis uniforme e parabólico são coincidentes, e, quando é utilizado o perfil simulando uma cascata, o perfil da distribuição de pressão é semelhante aos outros, porém, gerando, entre a entrada e a saída do canal, uma diferença de pressão maior.

REFERÊNCIAS

- Dorman, F.D.; Murphy, T.E.; Blackshear, P.L., "An Application of the Tesla Viscous Flow Turbine to Pumping Blood", in *Mechanical Devices to Assist the Failing Heart*. Nav. Res. Council, Nat. Acad. Sci, p 119, 1966.
- Langer, C.A.; Prata, A.T.; Ferreira, R.T.S., "Separação e bifurcação de escoamentos em difusores radiais", *III Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, pp 357-362, Itapema SC, dezembro, 1990.
- Miller, G.E.; Bradley, D.E.; Dorsi, J.M., "A Multiple Disk Centrifugal Pump as a Blood Flow Device", *IEEE Trans. Bio Eng.*, vol. 37, pp 157-163, 1990.
- Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow" Hemisphere, 1980.
- Pinotti, M., "Estudo do Escoamento no Canal Formado por Dois Discos em Rotação", Tese de Mestrado, Departamento de Energia - FEM. UNICAMP/BRASIL, 1992.
- Pinotti, M.; Rosa, E.S., "Computer Flow Simulation on the Performance of Parallel Corotating Disks", *Proceedings of the VI Mediterranean Conference on Medical and Biological Engineering*, pp 429-432, Capri, Itália, 1992.
- Raal, J.D., "Radial Source Flow Between Parallel Disks", *J. Fluid Mech.*, vol. 85, pp 401-416, part 3, 1978.
- Rice, W., "An Analytical and Experimental Investigation of Multiple Disk Pumps and Compressors", *ASME Trans., Series A*, vol. 85, n3, pp 191-200, 1963.
- Roddy, P.J.; Darby, R.; Morrison, G.L.; Jenkins, P.E., "Performance Characteristics of a Multiple Disk Centrifugal Pump", *Trans. ASME - J Fluids Engineering*, vol. 109, pp 51-57, mar 1987.
- Szeri, A.Z.; Adams, M.L., "Laminar Throughflow Between Closely Spaced Disks", *J. Fluid Mech.*, vol. 86, pp 1-14, 1978.

SUMMARY

A numerical study on the hydrodynamic developing length in co-rotating parallel disks is conducted for a newtonian fluid in laminar flow regime. For different rotational speeds the velocity components, pressure and streamlines are analyzed. At the entrance of the disks are simulated: a uniform profile, a parabolic profile and the effect of an infinite cascade of parallel disks.

MÉTODOS DE REDUÇÃO MODAL PARA PROBLEMAS TÉRMICOS EM
 REGIME TRANSIENTE COM CONDIÇÃO DE CONTOURNO DE
 CONVECÇÃO E RADIAÇÃO

F.C. SANTOS e A.L.G.A. COUTINHO
 Programa de Engenharia Civil
 COPPE - UFRJ
 Caixa postal 68806
 21945 - Rio de Janeiro, RJ - Brazil
 Fax: (021) 290-6626
 e-mail: coc06001@ufrj.bitnet

RESUMO

Na presente trabalho apresentam-se métodos de redução modal para a análise de problemas de transferência de calor em regime transiente com condições de contorno de convecção e radiação. Tais métodos são baseados em algoritmos da tipo Lanczos ou Ritz e os exemplos numéricos mostram que os métodos de redução de base são mais eficientes computacionalmente que os métodos de integração direta.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho será utilizado o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a solução numérica de problemas de transferência de calor em regime transiente para problemas envolvendo não-linearidades na condição de contorno, tais como, radiação térmica. Este método de discretização espacial transforma as equações diferenciais parciais que governam o problema, em um conjunto de equações diferenciais ordinárias semi-discretas que é geralmente resolvido por métodos de integração direta do tipo trapezoidal, Hughes (1987).

Diferentemente das estratégias usuais, os métodos de redução modal se baseiam na geração de uma base de transformação de coordenadas que gera um subespaço do espaço físico em que apenas as equações que contribuem efetivamente para a solução serão empregadas. Isto é obtido através da utilização dos métodos de redução modal dependentes do fluxo de calor, já estudados por Cardona (1986), Nour-Omid (1985), e Coutinho (1989). Os algoritmos de redução modal dependentes do fluxo de calor utilizados são os de Lanczos (Parlett (1980)) e o de Wilson-Ritz (Wilson (1982)). Serão estudados os algoritmos que se baseiam na iteração inversa e direta.

Para o desenvolvimento da solução pelo MEF será adotada a formulação de Galerkin, Hughes (1987). Desta forma, será obtida a expressão de Galerkin, cuja forma matricial resulta no sistema de equações diferenciais semi-discretas, com a condição de contorno de convecção e radiação,

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{C} \overset{\circ}{\theta} + (\overset{\circ}{K}^K + \overset{\circ}{K}^C + \overset{\circ}{K}^R(\theta)) \overset{\circ}{\theta} = \overset{\circ}{f}(t) + \\ \overset{\circ}{K}^C \theta_a + \overset{\circ}{K}^R \theta_f^4 \end{aligned} \quad (1)$$

onde θ é o vetor das temperaturas nodais e $\overset{\circ}{\theta}$ a derivada das temperaturas em relação ao tempo; $\overset{\circ}{C}$ é a matriz de capacidade térmica; $\overset{\circ}{K}^K$ é a matriz de condutividade térmica; $\overset{\circ}{K}^C$ é a de convecção e $\overset{\circ}{K}^R(\theta)$ é a de radiação; $\overset{\circ}{f}(t)$ é o fluxo de calor externo por unidade de área; θ_a é a temperatura do fluido

circundante e θ_f é a temperatura da fonte de radiação.

MÉTODO DE REDUÇÃO MODAL EM PROBLEMAS LINEARES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

O método de redução modal substitui o sistema original, Eq. (1), com n equações, por um outro de ordem reduzida obtido através da transformação de coordenadas,

$$\overset{\circ}{\theta} = \phi \overset{\circ}{x} \quad (2)$$

onde x é o vetor de temperaturas generalizadas, e $\phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m]$ é a matriz de transformação de coordenadas, de ordem $m \times n$, onde $m \ll n$. Desta forma, a resposta transiente $\theta(t)$ pode ser aproximada por uma combinação linear das temperaturas generalizadas $x(t)$.

Sendo a matriz de transformação de coordenadas ortonormalizada com relação a C , sua aplicação à Eq. (1) acarretará num novo sistema de equações com m equações desacopladas dado por,

$$\phi^T \overset{\circ}{C} \phi \overset{\circ}{\dot{x}} + \phi^T \overset{\circ}{K} \phi \overset{\circ}{x} = \phi^T \overset{\circ}{f}(t) \quad (3)$$

$$\phi^T \overset{\circ}{C} \phi = \overset{\circ}{I}_m \quad (4)$$

onde $\overset{\circ}{I}_m$ é a matriz identidade de ordem m .

Considerando-se a variação no tempo do fluxo de calor dada por segmentos de reta, estas equações diferenciais ordinárias de primeira ordem são integradas analiticamente no tempo para obtenção da resposta transiente.

GERAÇÃO DA BASE DE TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS DEPENDENTE DO FLUXO DE CALOR

A geração da base de transformação de coordenadas é obtida através da geração dos vetores de redução modal feita pelo algoritmo de Lanczos (LAN) proposto por Nour-Omid (1984,1985) ou de Ritz (RITZ) proposto por

Wilson (1982). Os algoritmos geram uma base ortonormal na sequência de Krylov,

$$k(\underline{f}) = \text{span}[\underline{f}, \underline{A}\underline{f}, (\underline{A})^2\underline{f}, \dots, (\underline{A})^m\underline{f}] \quad (5)$$

onde \underline{f} é o vetor de partida e a matriz \underline{A} é definida como:

$$\underline{A} = \underline{K}^{-1}\underline{C}, \text{ para iteração inversa} \quad (6)$$

$$\underline{A} = \underline{C}^{-1}\underline{K}, \text{ para iteração direta} \quad (7)$$

Os vetores podem ser gerados de forma \underline{K} -ortonormal. Como resultado, LAN ou RITZ produzem uma matriz de transformação de coordenadas $\underline{\phi}$, cujas colunas são aproximações de Rayleigh-Ritz dos autovetores, e uma matriz diagonal $\underline{\Lambda}_m$, contendo uma aproximação dos m primeiros autovalores do problema de autovalor definido por,

$$\underline{K}\underline{\phi} = \underline{C}\underline{\phi}\underline{\Lambda}_m \quad (8)$$

onde $\underline{\Lambda}_m$ é a matriz de ordem m que contém os autovetores do problema.

A técnica de geração pelo método de Lanczos se baseia na construção dos vetores da sequência de Krylov através da reortogonalização de Gram-Schmidt. Em consequência, obtém-se um conjunto de m vetores \underline{C} -ortonormais que são utilizados como base para a transformação de coordenadas. Para os vetores adicionais da sequência de Krylov foi adotada o esquema de ortogonalização com relação aos dois vetores anteriores, o que torna o algoritmo de Lanczos bem simples. Isto é obtido pela fórmula de recursão de Lanczos com três termos,

$$\beta_{i+1}\underline{x}_i = \underline{C}^{-1}\underline{K}\underline{x}_i - \alpha_i\underline{x}_i - \beta_i\underline{x}_{i-1} \quad (9)$$

$$\alpha_i = \underline{x}_i^T \underline{C} \underline{K}^{-1} \underline{C} \underline{x}_i \quad (10)$$

$$\beta_{i+1} = \left(\underline{x}_i^T \underline{C} \underline{x}_i \right)^{1/2} \quad (11)$$

onde \underline{x}_i são os vetores de Lanczos e β_{i+1} é um fator de escala.

A aproximação dos autovalores ω_1^2 associado a cada vetor de \underline{x}_i é obtida pela solução do problema de autovalor no subespaço reduzido,

$$\underline{X}^T \underline{K} \underline{X} \underline{Q} = \underline{Q} \underline{\Lambda} \quad (12)$$

onde $\underline{\Lambda}$ é uma matriz diagonal que contém uma aproximação dos autovalores e $\underline{X} = [\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_m]$. A matriz de transformação de coordenadas é obtida através de,

$$\underline{\phi} = \underline{X} \underline{Q} \quad (13)$$

A técnica de geração pelo método de Ritz é semelhante ao método de Lanczos, diferindo apenas na reortogonalização de Gram-Schmidt, onde ao invés de efetuar-se a ortogonalização com relação aos dois vetores anteriores, efetua-se com relação a todos os vetores anteriores.

ANÁLISE NÃO-LINEAR UTILIZANDO O MÉTODO DA PSEUDO-FORÇA

Os métodos de integração direta e redução modal foram transformados em algoritmos iterativos de análise não-linear através da implementação do método da pseudo-força. Esta escolha se deve às características da não-linearidade, que se encontra no contorno e é independente dos fenômenos de condutividade e convecção de calor. Deve-se salientar que o procedimento usual de solução consiste na utilização de um método do tipo Newton para solução do sistema de equações algébricas não-lineares em cada instante de tempo, Bathe (1977). Esta opção implica em uma atualização frequente da matriz de condutividade completa.

A análise com radiação envolve uma não-linearidade na matriz de condutividade completa (condução mais convecção e radiação). O método da pseudo-força se baseia na separação da matriz de condutividade em duas partes: uma correspondente a parte linear, devido a condução e convecção, e outra correspondente a parte não-linear do problema, devido a radiação térmica.

A parte correspondente a não-linearidade é transferida para o outro lado da igualdade, o lado do fluxo de calor. Portanto, evita-se que na análise seja necessária a atualização da matriz de condutividade completa a cada iteração, Venâncio Filho (1988).

A matriz \underline{K}^R da Eq. (1) é uma função da temperatura. Sendo assim, a solução da Eq. (1) pode ser obtida através de um esquema iterativo de cálculo, onde a matriz $\underline{K}^R(\theta)$ será dependente da resposta do problema resolvido para uma condição inicial de iteração fornecida. Sendo k o índice que conta as iterações e $t+\Delta t$ o instante de tempo, a Eq. (1) pode ser re-escrita como,

$$\underline{C} \frac{t+\Delta t}{t} \underline{\theta}^{(k)} + (\underline{K} + \underline{K}^C) \frac{t+\Delta t}{t} \underline{\theta}^{(k)} = \frac{t+\Delta t}{t} \underline{f} + \underline{Q}^C + \underline{Q}^R + \frac{t+\Delta t}{t} \underline{H}^{(k)} \quad (14)$$

Sendo o vetor de pseudo-força definido como,

$$\frac{t+\Delta t}{t} \underline{H}^{(k)} = - \underline{K}^R \left(\frac{t+\Delta t}{t} \underline{\theta}^{(k-1)} \right) \frac{t+\Delta t}{t} \underline{\theta}^{(k-1)} \quad (15)$$

O processo iterativo será terminado tão logo seja satisfeito um critério de convergência que será visto mais adiante.

Pela Eq. (15) pode-se notar que a pseudo-força é calculada com o resultado da temperatura da iteração anterior, portanto para a primeira iteração deve-se utilizar um esquema para fornecer esta condição inicial.

Esta condição será dada fazendo-se uma extrapolação da pseudo-força no instante de tempo anterior, Venâncio Filho (1988). Desenvolvendo uma expansão do vetor de pseudo-força em torno da condição de equilíbrio anterior, ou seja,

$$t+\Delta t \underline{H}^{(0)} = \underline{H}^{(j)} + \Delta t \left. \frac{\partial \underline{H}}{\partial \tau} \right|_{\tau=t} \quad (16)$$

onde $\underline{H}^{(j)}$ é a pseudo-força do intervalo de tempo anterior que atendeu ao critério de convergência em j iterações.

Utilizando uma aproximação de primeira ordem para a derivada com relação ao tempo pode-se escrever,

$$t+\Delta t \underline{H}^{(1)} = 2 \underline{H}^{(j)} - t+\Delta t \underline{H}^{(j')} \quad (17)$$

IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DA PSEUDO-FORÇA NO MÉTODO DE REDUÇÃO MODAL

A Eq. (3) incluindo o método da pseudo-força para o instante de tempo $t+\Delta t$, será,

$$\underline{I}_m \underline{\ddot{x}}^{t+\Delta t(k)} + \underline{\Lambda}_m \underline{\dot{x}}^{t+\Delta t(k)} = \underline{\phi}^T \underline{f}^{t+\Delta t} + \underline{\phi}^T \underline{H}^{t+\Delta t(k)} \quad (18)$$

onde $\underline{H}^{t+\Delta t(k)}$ é a pseudo-força.

O número de iterações será determinado por um critério de convergência, avaliado pela temperatura em coordenadas físicas,

$$\| \underline{\theta}^{(k)} - \underline{\theta}^{(k-1)} \| \leq \text{TOL} \| \underline{\theta}^{(k)} \| \quad (19)$$

onde TOL é uma tolerância pré-estabelecida.

O vetor de partida para a geração da base, \underline{f} , utilizado na análise não-linear, é composto pelo fluxo de calor mais o vetor de fluxo devido a temperatura da fonte de radiação, pois a pseudo-força não é conhecida inicialmente. Esta escolha é baseada no fato de que a distribuição espacial do fluxo devido a fonte de radiação ser semelhante a pseudo-força, por ela atuar nos mesmos pontos nodais.

EXEMPLO NUMÉRICO - EFEITOS TÉRMICOS CAUSADOS POR INTRUSÃO BASÁLTICA EM ROCHAS SEDIMENTARES

Este problema trata da transferência de calor bidimensional através de uma massa de rocha sedimentar com uma intrusão de rocha basáltica. No problema original tinha-se como condição de contorno na superfície a temperatura prescrita de 20°C, neste caso as condições de contorno na superfície passam a ser de convecção e radiação de calor. O domínio foi discretizado por 540 elementos de condução, 45 de convecção de calor e 45 de radiação e a malha possui ao todo 598 nós e 598 graus de liberdade, conforme pode ser visto na figura (1).

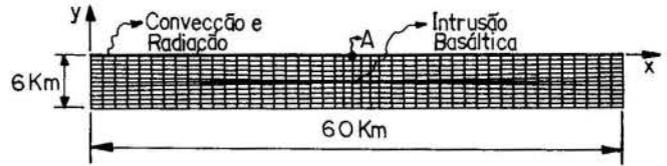


Figura 1. Malha de elementos finitos utilizada na solução.

As condições iniciais e de contorno são: temperatura inicial de 20°C na superfície superior exposta a radiação e convecção, variando linearmente no interior da massa até a temperatura de 120°C na superfície inferior; no instante $T = \Delta t$ a temperatura da intrusão basáltica passa a ser de 800°C. Será mantido um fluxo de calor constante ao longo de toda a análise na superfície inferior de $2,18 \times 10^6 \text{ J/Km}^2$. As dimensões da massa basáltica são de 0,2 Km de profundidade por 6 Km de comprimento, situada no centro da malha de elementos finitos. O esquema de integração é $\Delta t = 0,001 \text{ M anos}$ para o intervalo de tempo $T \in (0, 1]$. As propriedades físicas são: rocha sedimentar, condutividade = $6,6061 \times 10^{16} \text{ J/Km}^2\text{C}$ e capacidade térmica = $2,62 \times 10^{15} \text{ J M anos/Km}^3\text{C}$; basalto, condutividade = $1,0570 \times 10^{17} \text{ J/Km}^2\text{C}$, capacidade térmica = $4,19 \times 10^{15} \text{ J M anos/Km}^3\text{C}$. A tolerância para a análise não-linear é de 0,001.

As comparações dos resultados serão feitas com os resultados do problema no ponto de coordenada (29,5,0,0) chamado de ponto A.

Os resultados apresentados na figura (2), obtidos pelo método de Lanczos com iteração direta apresentam um bom resultado para 20 vetores porém, como será visto no item a seguir, sua precisão não é satisfatória. O método de Lanczos com iteração inversa não obteve bons resultados para quatro vetores e a geração de mais vetores não foi possível devido a perda de ortogonalidade ser crítica, implicando em problemas de ordem numérica.

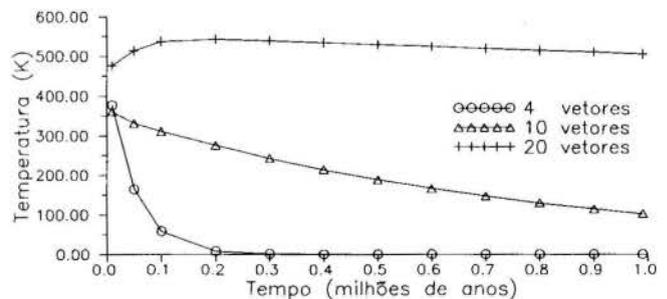


Figura 2. Método de Lanczos, iteração direta.

O método de Ritz com iteração inversa, apresentado na figura (3), atingiu o melhor resultado, enquanto que para o método de Ritz com iteração direta o mesmo não foi possível.

CONCLUSÕES

Ao término deste trabalho conclui-se que a utilização dos métodos de redução modal dependentes do fluxo de calor apresentam resultados com precisão, estabilidade numérica e bom desempenho computacional, de tal forma que pode-se dizer que estes métodos são eficientes para a solução dos problemas de transferência de calor em regime transiente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- .Bathe, K. J., "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- .Cardona, A. e Idelsohn, S., "Solution of Non-Linear Thermal Transient Problems by a Reduction Method", *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 23, pp. 1023-1042, 1986.
- .Coutinho, A. L. G. A., Landau, L., Wrobel, L. C. e Ebecken, N. F. F., "Modal Solution of Transient Heat Conduction Utilizing Lanczos Algorithm", *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 28, pp. 13-25, 1989.
- .Hughes, T. J. R., "The Finite Element Method Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis", Prentice-Hall International, Inc., 1987.
- .Nour-Omid, B. e Clough, R. W., "Dynamic Analysis of Structures Using Lanczos Co-ordinates", *J. Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 12, pp. 565-577, 1984.
- .Nour-Omid, B. e Wilson, E. L., "A New Algorithm for Heat Conduction Analysis", R. W. Lewis e K. Morgan (eds.), *Numerical Methods in thermal Problems*, Pineridge Press, Swansea, UK, pp. 18-29, 1985.
- .Parlett, B. N., "The Symmetric Eigenvalue Problem", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1980.
- .Venâncio Filho, F., Coutinho, A.L.G.A., Landau, L., Lima, E.C.P. e Ebecken, N.F.F., "Nonlinear Dynamic Analysis Using the Pseudo-force Method and the Lanczos Algorithm", *Computers & Structures*, Vol. 30, pp. 979-983, 1988.
- .Wilson, E. L., Yuan, M. e Dickens, J. M., "Dynamic Analysis by Direct Superposition of Ritz Vectors", *J. Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, pp. 813-821, 1982.

ABSTRACT

In this work some modal reduction methods for transient heat conduction with convection and radiation boundary conditions are presented. Those methods are based on Lanczos and Ritz algorithms and the numerical experiments show that the reduction methods are more effective than the usual direct methods.

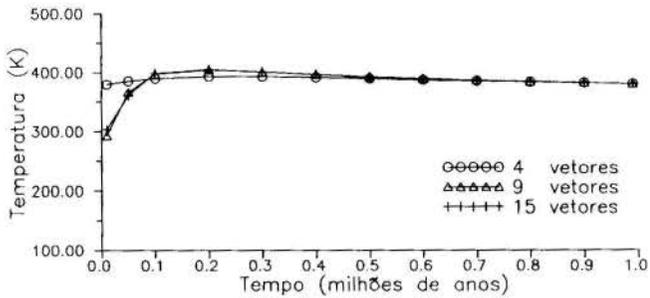


Figura 3. Método de Ritz, iteração inversa.

Pode-se observar, na figura (4) que a correlação entre os resultados da integração direta e do método de Ritz com iteração inversa e 15 vetores é boa. Entretanto, os resultados para o método de Lanczos com iteração direta e 20 vetores apresentam erro nas condições iniciais porém, uma boa representação da variação da temperatura é alcançada. Isso pode ser verificado pela translação da curva de um valor aproximadamente constante de temperatura.

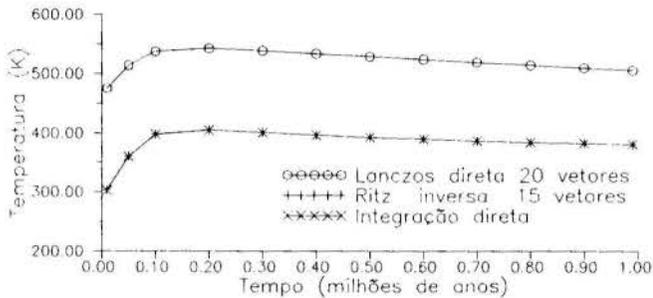


Figura 4. Comparação: Métodos Modais x Integração direta.

O tempo de processamento obtido para a integração direta ($\alpha = 1$) é de 206,7 segundos, os demais resultados serão dados em porcentagem relativos a este tempo. Analisando os resultados da tabela (1) observa-se que o tempo de processamento para o método de Ritz com iteração inversa e 15 vetores é inferior a metade do gasto para o método de integração direta. Os resultados para o método de Lanczos indicam que este problema não possui um número de graus de liberdade muito grande, pois apesar da utilização de um método de ortogonalização mais simples os resultados foram pouco inferiores aos do método de Ritz que utiliza um esquema de ortogonalização completa.

RITZ - INVERSA			LANCZOS - DIRETA		
4	9	15	4	10	20
28,2	37,0	47,3	28,4	38,6	56,9

Tabela 1. Tempos de processamento normalizados para diferentes números de vetores nas bases de RITZ e LANCZOS.

O processo iterativo da pseudo-força nos métodos estudados não apresentou nenhum problema de ordem numérica. O número médio de iterações atingido foi dois, para todos os métodos.

A VECTORIZED DYNAMIC MESH PARTITION ALGORITHM FOR UNSTEADY FLOW PROBLEMS

ALVARO L.G.A. COUTINHO, JOSE L. D. ALVES AND LUIZ LANDAU

Center for Parallel Computation/Dep. of Civil Engng.
 COPPE/Federal University of Rio de Janeiro
 Caixa Postal 68506, Rio de Janeiro, RJ 21945, Brasil

SUMMARY

In this work a vectorized dynamic mesh partition algorithm for the finite element solution of unsteady flow problems is presented. The elements are dynamically partitioned into several groups where different solution techniques can be applied. The main objective is to save computer time and memory, allowing the solution of large-scale, real life time-dependent flow problems. The results of some benchmark computations performed on the IBM 3090/VF Vector Mainframe utilizing the SUPG formulation are shown.

INTRODUCTION

In almost all flow problems of practical interest, especially in three-dimensions, solution methods based on direct solution methods give rise to massive storage demands and large computer times. On the other hand, iterative solution methods present comparatively low storage requirements and, when associated with suitable preconditioners, provide a powerful computational strategy. Most of the recent work on finite element in fluids, ranging from incompressible and compressible Navier-Stokes equations involving models of several hundred thousands of unknowns, make use of such iterative strategies.

In general, any stabilized finite element formulation for fluids (Pironneau, 1989) leads to a set of first order, semi-discrete, nonlinear ordinary differential equations of the form,

$$\mathbf{M} \mathbf{a} + \mathbf{C} \mathbf{v} = \mathbf{R}(\mathbf{a}, \mathbf{v}) \quad (1)$$

where \mathbf{M} is a generalized mass matrix, \mathbf{C} is a jacobian matrix which comes from a Newton type linearization within a time step, \mathbf{R} is the residual force vector, \mathbf{v} is the vector of nodal unknowns and \mathbf{a} is the first time derivate of \mathbf{v} . The matrices \mathbf{M} and \mathbf{C} are usually non-symmetric, due to the discretization of the convective and stabilization terms. Utilizing a predictor-multicorrector time-stepping procedure the effective system to be solved at each iteration is,

$$\mathbf{M}^* \Delta \mathbf{a} = \mathbf{R}^* \quad (2)$$

where \mathbf{M}^* is the effective matrix, $\Delta \mathbf{a}$ is the incremental vector and \mathbf{R}^* is the effective residual vector. Defining $\mathbf{M}^* = \mathbf{M} + \gamma \Delta t \mathbf{C}$, we have a fully implicit method, where γ is a parameter controlling the accuracy of the time integration and Δt is the time step. Another approach is to adopt $\mathbf{M}^* = \mathbf{M}^L$, the lumped mass matrix, making the solution of (2) trivial, which is known as an explicit method. This approach, although very attractive, is usually not cost-effective, due to the severe time step restrictions, when the Courant-Friedrich-Levy stability criterion is applied to the mesh.

Therefore, in this work we employ a grouped element-by-element iterative strategy (GEBE), where the non-symmetric driver is the Generalized Minimal Residual (GMRES) algorithm of Saad and Schultz [1986], to solve Equation (2).

In order to exploit the nice properties of the explicit method, we introduced a mesh partition

algorithm, where the partition can be dynamically updated, as the solution evolves. In this algorithm the elements are partitioned into sets, one implicit and the other explicit, according to a stability criterion based on a local Courant number and an accuracy criterion, based on local variations of the solution.

The remainder of this paper is as follows. In next section we present our element-by-element iterative strategy, suitable for vector (and eventually parallel) machines with a shared memory architecture. The dynamic mesh partition algorithm is introduced in the subsequent section. The results of some benchmark computations on the IBM 3090/VF Vector Mainframe are shown. In these computations the SUPG (Streamline Upwind Petrov-Galerkin) finite element formulation of Brooks and Hughes (1982) is employed.

THE GROUPED ELEMENT-BY-ELEMENT ITERATIVE STRATEGY

GMRES Algorithm. To compute the solution of the effective linear system (Eqn. (2)) we have to solve a system of non-symmetric linear equations. In this work it is adopted the GMRES (k) algorithm developed by Saad and Schultz (1986), to solve the system $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$. At each step it minimizes the residual norm over a Krylov subspace defined as,

$$K_k = \text{span} \left\{ \mathbf{r}_0, \mathbf{A} \mathbf{r}_0, \dots, \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{r}_0 \right\} \quad (3)$$

where $\mathbf{r}_0 = \mathbf{b} - \mathbf{A} \mathbf{x}_0$ is the initial residual and \mathbf{x}_0 is some approximation of the solution vector \mathbf{x} . In practice, the dimension k of the Krylov subspace is determined by CPU time and memory restrictions, but in the applications reported herein, it will always be less than 10. The GMRES(k) algorithm is essentially the formation of an orthogonal basis for the Krylov subspace by the modified Gram-Schmidt procedure plus the solution of the minimization problem and the solution assembly. As pointed out by Saad and Schultz (1986), the minimization problem can be efficiently solved by a QR algorithm. Our implementation follows the flowchart of GMRES(k) algorithm given by Shakib, Hughes and Johan (1989).

Preconditioning can be introduced by solving the following system of equations,

$$(\mathbf{L}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{U}^{-1})(\mathbf{U} \mathbf{x}) = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{b} \quad (4)$$

where the particular form of the left and right preconditioning matrices, L^{-1} and U^{-1} , will be defined in the sequel.

The Element-by-Element Preconditioning. Most of the success of GMRES(k) relies on the choice of a good preconditioner. In this work, we choose a multiplicative preconditioner based on a Gauss-Seidel splitting of a regularized element matrix, mainly by its simplicity, low storage demand and straightforward extension for non-symmetric problems.

The system (2) is rewritten as

$$W^{-1/2} M^* W^{-1/2} x = W^{-1/2} R \quad (5)$$

where $W = \text{diag}(M^*)$ is a scaling matrix. Since matrix M^* may not be positive definite, an alternative scaling was proposed by Tezduyar and Liou (1989), and also adopted in the present work, i.e., $W = M^L$, the lumped mass matrix, which is always positive definite. Therefore, the system (5) can be written as,

$$A x = b \quad (6)$$

The preconditioning matrices L and U can be thus defined as,

$$L^{-1} = \prod_{e=1}^{Nel} \mathcal{L}_e \quad (7)$$

$$U^{-1} = \prod_{e=Nel}^1 \mathcal{U}_e \quad (8)$$

where the matrices \mathcal{L}_e , and \mathcal{U}_e can be computed from the scaled element matrices as

$$\mathcal{L}_e + \mathcal{U}_e = A^e + I \quad (9)$$

and Nel is the total number of elements in the mesh.

In consequence of the local nature of the preconditioning computations, a time consuming tasking GMRES(k), the matrix-vector multiplications Av , will be computed at element level as,

$$Av = \sum_{e=1}^{Nel} A_e v_e \quad (10)$$

where A_e , the non-symmetric element matrices and v_e the components of v restricted to the element degrees-of-freedom.

Vector Implementation. The GMRES(k) algorithm described in the previous section have operations with a high potential for vectorization. Efficient vectorization can be achieved by stacking the elements into groups of reasonable size. However, since several elements in the stack may share a common degree-of-freedom, there is a data dependence which inhibits vectorization. The solution of this global recursion is to group the elements in internally disjoint blocks where no elements within a group share common degrees of freedom. This scheme can also be regarded as the application of a mesh coloring algorithm to the finite element mesh. Each group (color) can be processed in parallel making this grouped EBE approach a "parallel-ready" method. In order to increase vector efficiency within each group the elements are processed into small packets, whose size is a machine dependent parameter.

THE DYNAMIC MESH PARTITION ALGORITHM

Mesh partition algorithms have been proposed in the late seventies to treat "stiff" subdomains of large finite element models economically with a implicit time integration procedure (Hughes and Liu, 1979). In this approach, only the "stiff" subdomains are implicitly treated while the "non-stiff" regions are kept explicit, producing considerable savings in CPU time and memory. However, in many problems the stiff and non-stiff character of the subdomains may change with time, making a "static" partition approach inadequate i.e., selecting elements and equations to one of the partitions in an "a priori" basis (Tezduyar and Liou, 1989, 1990). Therefore, let the set of elements E of the domain Ω of our problem be partitioned into two subsets, E_I and E_E , such that,

$$E = E_I \cup E_E \quad (11a)$$

and

$$\phi = E_I \cap E_E \quad (11b)$$

where the subscripts I and E stand respectively for the implicit and explicit regions. Consequently, the effective matrix becomes,

$$M^* = \sum_{e \in E_I} M_e^* + \sum_{e \in E_E} M^L \quad (12)$$

where M_e^* and M^L are the element counterparts of M^* and M^L . The partition defined by equations (11) is done dynamically based on two criteria, which intend to ensure the stability of the explicit algorithm and accuracy in the time integration. The stability criterion is defined as:

$$\text{if } C_{\Delta t}^e = \frac{\|u\| \Delta t}{h} > 1.0 \text{ then } e \in E_I \quad (13)$$

where $C_{\Delta t}^e$ is the element Courant number and h is the effective element length in the flow direction. It is important to note that $C_{\Delta t}^e$ may vary with time, since the velocity (u) may be dependent of the current solution. The other criterion allows the tracking of the sharp fronts. For this purpose, we employ a technique that resembles the Zienkiewicz-Zhu (1989) a-posteriori error indicator to locate the regions of the domain with high solution gradients. The second grouping criterion can be stated as,

$$\text{if } \|\epsilon_e\| \geq \eta \epsilon_m \text{ then } e \in E_I \quad (14)$$

where $\eta \in [0,1]$, $\|\epsilon_e\|$ is the L^2 norm of the error in element e , and ϵ_m is the average error norm throughout the domain. The implementation of this dynamic mesh partition in the EBE setting is straightforward, and for practical purposes there is no need to update the partition at every time step. Further, the convergence of the predictor-multicorrector algorithm can be monitored for the implicit partition too. That is, as soon as the implicit partition converges, we stop to update the implicit equations and stop to solve the non-symmetric system, updating only the equations corresponding to the explicit partition up to the required accuracy. This procedure results in considerable savings in CPU time without loss of accuracy as it will be seen in the numerical examples.

NUMERICAL EXAMPLES

Pure Advection of a Plateau. This first test case proposed by Tezduyar and Liou (1989) is a two-dimensional problem with a moving sharp front. A 40 x 40 mesh comprising 3200 linear triangles and 1600 equations was chosen in a 1.0 x 1.0 computational domain. All boundary conditions are of Dirichlet type. The advection velocity has unit magnitude and is in the diagonal direction. The time step is 0.01 and the analysis comprises 50 intervals. The standard SUPG formulation of Brooks and Hughes (1982) is utilized and the results obtained with a implicit predictor-multicorrector scheme are compared with those obtained by the present dynamic mesh partition method. The multicorrection tolerance is 0.01 and the tolerance for GMRES algorithm is 0.001. It was used 5 vectors in the Krylov subspace. The threshold value (η) for the criterion given by (14) is 0.5 and the mesh partition is updated every 6 time steps. Figure 1 show the solution and the implicit elements at time step 36. Table 1 lists the CPU times, the average number of multicorrections per time step and the average number of GMRES iterations per time step, for the fully implicit solution, (IMP) the dynamic mesh partition algorithm (DMP) and the DMP algorithm with convergence monitored in the implicit partition (DPMI).

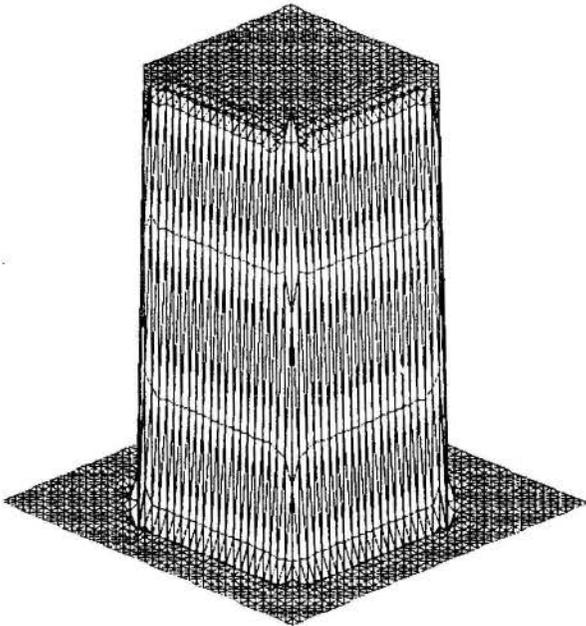


Figure 1a - Solution at time $t = 0.36$ for the Two-Dimensional Advection of a Plateau.

The dynamic mesh partition algorithms presented a reasonable speed-up against the fully implicit solution with a total memory saving around 50%. A more substantial reduction in CPU time was achieved by the DPMI version, due to the skipping of the non-symmetric solver after convergence of the implicit partition.

Method	CPU	Multicorr/ Δt	GMRES Iter/ Δt
IMP	1.00	2.00	6.00
DMP	0.82	3.42	10.26
DPMI	0.69	3.42	8.28

Table 1 - Solution Data for the Pure Advection of a Plateau Test Case.

Since convergence is also verified up to the required accuracy in both partitions, the average number of multicorrections per step is the same for both solutions. Therefore, henceforth, when we refering to a dynamic mesh partition solution, we will assume that it was obtained utilizing the DPMI version. It is worthy to note that, for this problem, the conjunction of the dynamic partition approach with the EBE-iterative solver required less than 30% of the memory requirements for a full implicit-direct skyline solver scheme.

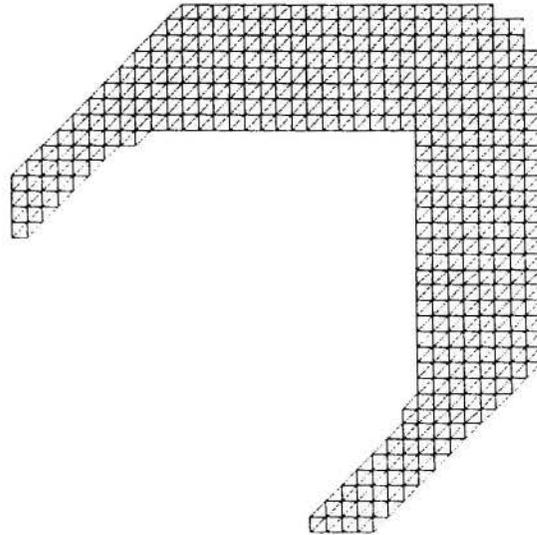


Figure 1b - Implicit Elements at $t = 0.36$ for the Two-Dimensional Advection of a Plateau.

Advection of a Cosine Hill in a Rotating Flow Field. This standard pure advection problem was selected mainly for benchmarking our implementation on the IBM 3090/VF machine. The computational domain is a square $[-1,1] \times [-1,1]$ and the velocity field is rotational with respect to the center of the domain. Initially, the cosine puff has a unit amplitude and a base radius of 0.2, and is centered at $(0., 0.5)$. The standard SUPG formulation was used and the time step for each mesh is chosen to give a Courant number of 0.5 at the peak of the cosine hill. All boundary conditions are of Dirichlet type. Linear triangles were used and the mesh follows the pattern given in Figure 2, with $40n$ subdivisions, where $n=1,2$ and 4 , along each orthogonal axis. Like in the previous test case, the multicorrection tolerance is set to 0.01 and the GMRES (K) tolerance is 0.001. The threshold value (η) for criterion (14) is 1.0.

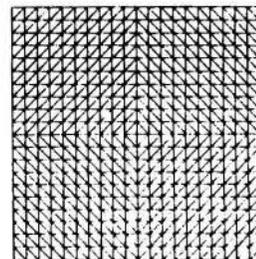


Figure 2 - Mesh pattern (20 x 20) for the Cosine Hill problem.

The results based on CPU time for a full rotation of the cosine hill and memory requirements for the fully implicit, the static and dynamic mesh partition algorithms are shown in Tables 2 and 3. The static mesh partition algorithm is obtained from its dynamic counterpart by using only the stability criterion (13). The vector content of each test run, i.e., the percentage of the total CPU time spent in the vector processor, is also indicated in Table 2, as the figures enclosed in parenthesis.

MESH	IMPLICIT	STATIC P.	DYNAMIC P.
40 x 40	19.044 (75.5)	17.131 (60.2)	18.500 (64.9)
80 x 80	150.746 (78.9)	122.425 (64.2)	136.250 (65.7)
160 x 160	1201.418 (79.1)	900.611 (69.1)	1009.583 (71.2)

Table 2 - CPU times and vector content for various methods applied to the cosine hill problem.

MESH	DIRECT	GMRES	DYNAMIC P.
40 x 40	1.0	0.237	0.115
80 x 80	1.0	0.111	0.043
160 x 160	1.0	0.057	0.015

Table 3 - Memory to hold the effective matrix for various methods applied to the cosine hill problem.

It should be noted the high and ever increasing vector content of the test runs. Also, the mesh partition algorithms were faster than the fully implicit solution. The speed-up achieved for the 160 x 160 mesh is 1.33 and 1.19 respectively for the static and dynamic mesh partition algorithms. The memory requirements shown in Table 3 are taken with respect to an active column direct solver, which needs around 8Mbytes to hold the effective matrix for the 160 x 160 mesh.

CONCLUSIONS

The initial benchmarking of the dynamic mesh partition algorithm developed in this work was very encouraging. However, the concept of mesh partitioning is not limited to a time-operator splitting as reported herein. It is quite general, and several new possibilities which were disclosed are currently under research.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was developed through the Joint Cooperation Programme in Offshore Engineering between Petrobrás S.A. and the Post-Graduate Center of Engineering of the Federal University of Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ). The authors are indebted to Dr. H.K. Chang from Petrobrás S.A., who provided us the computer resources of the IBM 3090/VF system installed at the Petrobrás Research Center (CENPES).

REFERENCES

- A.N. Brooks and T.J.R. Hughes, "StreamLine Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **32**, pp. 199-259, 1982.
- T.J.R. Hughes and W.K. Liu. "Implicit-Explicit Finite Elements in Transient Analysis: Implementation and Numerical Examples", *Journal of Applied Mechanics*, **45**, pp. 375-378, 1978.
- O. Pironneau, "Finite Elements in Fluids", John Wiley and Sons, 1989.
- Y. Saad and M.H. Schultz, "GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems", *SIAM J. Sci. Statist Comput.*, **7**, pp. 856-869, 1986.
- F. Shakib, T.J.R. Hughes and Z. Johan, "A Multi-Element Group Preconditioned GMRES Algorithm for Nonsymmetric Systems Arising in Finite Element Analysis", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **75**, pp. 415-456, 1989.
- T.E. Tezduyar and J. Liou, "Grouped Element-by-Element Iteration Schemes for Incompressible Flow Computations", *Computer Physics Communications*, **53**, pp. 441-453, 1989.
- T.E. Tezduyar and J. Liou. "Adaptive Implicit-Explicit Finite Element Algorithms for Fluid Mechanics Problems", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **78**, pp. 165-180, 1990.
- O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor, "The Finite Element Method", 4th Edition, Vol 1, McGraw-Hill, 1989.

SIMULAÇÃO DAS VIBRAÇÕES EÓLICAS EM CONDUTORES SINGELOS USANDO O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Agamenon R.E. Oliveira Denise G. Freire
CEPEL—Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
Cx. Postal 2754, 20.001-970, Rio de Janeiro, RJ

RESUMO

Um modelo dinâmico é desenvolvido para vibrações eólicas de condutores singelos de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica. Uma expressão analítica para as forças aerodinâmicas nos cabos condutores é incorporada às equações de movimento do sistema. O Método de Diferenças Finitas é aplicado para resolver o problema de valor de contorno com condições iniciais apropriadas. Resultados típicos, usando parâmetros de um vão real, são apresentados.

INTRODUÇÃO

As vibrações eólicas ocorrem com muita frequência em praticamente todas as linhas de transmissão, sejam elas constituídas por cabos condutores singelos ou feixe de condutores. Dependendo do regime de vento no local da linha, do tipo de terreno por ela percorrido e principalmente de suas características mecânicas, em especial o seu tensionamento, essas vibrações podem ser a causa fundamental do encurtamento da vida útil das mesmas. Isto se deve a um processo cumulativo de fadiga que se desenvolve sempre que as vibrações estão presentes e pode levar, entre outros efeitos danosos para a linha e seus componentes, até a ruptura do condutor. Nesta situação de condição extrema, se a torre que o sustenta não for capaz de suportar este desequilíbrio longitudinal das tensões, ela cairá. Se este desequilíbrio não for contido por uma resistência longitudinal suficiente da linha ou algum outro fator externo, a falha pode progredir ao longo da linha. Falhas em cascata são extremamente dispendiosas não só pelo custo do reparo da linha, mas também pela despesa associada com a perda dos serviços pelos usuários e a perda de receita pelas companhias.

A causa básica para o surgimento das vibrações eólicas é o desprendimento alternado de vórtices nas partes superior e inferior do condutor. São vibrações de moderada a alta frequência (3 a 150 Hz) e pequenas amplitudes (0,01 a 1 diâmetro do condutor) com velocidades do vento na faixa de 1 a 7 m/s. Ver EPRI (1979).

O presente trabalho é uma tentativa de desenvolver uma metodologia analítica que possibilite prever amplitudes de vibração de um condutor singelo, com vistas ao projeto de linhas de transmissão. Para tanto, um modelo matemático é apresentado e algumas simulações são feitas, variando-se alguns parâmetros básicos da linha, principalmente a velocidade do vento e o coeficiente global de amortecimento do vão. Alguns aspectos fundamentais das vibrações eólicas são também apresentados e as dificuldades e especificidades da aplicação do método das diferenças finitas ao problema em estudo são discutidas e comentadas.

ASPECTOS FUNDAMENTAIS DAS VIBRAÇÕES EÓLICAS

O Número de Strouhal. O número de Strouhal (S) para um cilindro estacionário é a constante de proporcionalidade entre a frequência predominante de desprendimento de vórtice (f_s), a velocidade do vento (V) e o diâmetro do cilindro (d):

$$S = f_s d / V \quad (1)$$

Este adimensional varia moderadamente com o número de Reynolds, e é consensual que o valor de 0,185 representa em média o que ocorre numa linha de transmissão.

Sincronização. Inúmeros experimentos têm mostrado que quando a frequência de desprendimento de vórtices se aproxima da frequência natural de um cilindro elástico ou de um cilindro rígido mas montado numa suspensão elástica, o movimento do cilindro tende a controlar o desprendimento de vórtices, numa aparente violação do número de Strouhal. As frequências de desprendimento de vórtices e do cilindro tendem então para uma frequência única, próxima da frequência natural do cilindro. Este fenômeno é conhecido como "lock-in" ou sincronização.

As frequências naturais de um condutor podem ser calculadas aproximadamente pelas de uma corda tensionada em vibrações transversais, usando a fórmula:

$$f_n = \left[\sqrt{\frac{T}{\mu}} / 2L \right] n, \quad n=1,2,3,\dots \quad (2)$$

onde T, μ e L são a tensão, a massa por unidade de comprimento e o comprimento do vão, respectivamente. Devido ao fato que as sucessivas frequências naturais de um vão típico estão separadas por apenas 0,1 a 0,3 Hz, as frequências da excitação aerodinâmica devem sempre coincidir ou estar muito próximas de alguma frequência natural do vão.

Energia Introduzida pelo Vento. A energia introduzida no condutor pelo vento é estimada utilizando-se experimentos em túneis de vento. Esses experimentos são realizados com cilindros rígidos ao invés de condutores. As dificuldades na realização dos ensaios e na interpretação dos resultados têm levado a algumas discrepâncias entre os pesquisadores. A diferença entre várias investigações têm se situado na faixa de 2:1.

A potência mecânica transferida do vento para o condutor pode ser expressa na seguinte forma geral:

$$P_v = d^2 f^3 G(y/d) \quad (3)$$

onde P_v é a potência em watts por unidade de comprimento do condutor, d é o diâmetro do condutor e f é a frequência de vibração. $G(y/d)$ é uma função da amplitude de vibração expressa em termos do diâmetro do condutor.

Amplitude de Vibração. Dois procedimentos diferentes têm sido utilizados para prever amplitudes de vibração de uma dada linha. O primeiro consiste no princípio do balanço de energia (EBP) que estabelece:

$$E_{\text{introduzida pelo vento}} = E_{\text{dissipada pelo amortecimento}}$$

Para vibrações estacionárias, as amplitudes crescerão até que a energia introduzida pelo vento seja balanceada pela energia dissipada pelo amortecimento. Este amortecimento pode ser na forma de amortecimento material ou histerético, atrito seco no interior do cabo ou atrito externo devido a dispositivos amortecedores colocados na linha. Nestes cálculos é sempre admitido que o condutor está em ressonância. Isto implica que o método não fornece os níveis efetivos de vibração mas somente o mais alto valor possível.

Um caminho alternativo tem sido um conjunto de tentativas para prever analiticamente as amplitudes. Uma forma direta seria resolver as equações de Navier-Stokes na presença das vibrações do cilindro. Este esquema integrado de análise, que leve em conta o campo de escoamento e o movimento do condutor, tem sido tentado mas ainda não se encontra disponível para ser utilizado. Ainda dentro do campo das previsões analíticas, modelos semi-empíricos, onde certos coeficientes do modelo devem ser ajustados a resultados experimentais, vêm sendo utilizados (Blevins, 1990).

O MODELO MATEMÁTICO

Um modelo matemático simplificado pode ser construído para representar as vibrações eólicas de um condutor singular se fizermos as seguintes hipóteses:

- H1) O condutor é considerado um cabo inextensível suspenso entre dois pontos fixos situados no mesmo nível.
- H2) O condutor é admitido como perfeitamente flexível e que somente pode transmitir esforços de tração.
- H3) Considera-se que o amortecimento global do vão possa ser representado por um amortecimento viscoso equivalente e ignora-se a sua interdependência com a rigidez flexional, o tensionamento e as amplitudes de vibração.
- H4) O vento é considerado uniforme e atuando continuamente na transversal ao longo do vão.
- H5) Cada vão é considerado vibrando independentemente um dos outros no plano vertical.

Podemos concluir então que a dinâmica do condutor singular pode ser representada pela equação da corda vibrante, a qual se escreve

$$T \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -F(x,t) + \delta \frac{\partial u}{\partial t} \quad (4)$$

onde T e μ foram definidos na Eq. (2), $F(x,t)$ representa as forças aerodinâmicas sobre o condutor e δ é o coeficiente de amortecimento viscoso equivalente por unidade de comprimento. As variáveis u e x são o deslocamento vertical do condutor e a coordenada horizontal, respectivamente.

Podemos tornar (4) adimensional, desde que sejam introduzidas as seguintes variáveis

$$U = u/d \quad ; \quad X = x/\ell \quad ; \quad \tau = (c_0/\ell) t$$

onde d e ℓ são o diâmetro e o comprimento do condutor; e temos $c_0^2 = T / \mu$, com T e μ previamente definidos. Sabendo que

$$F(X,\tau) = \frac{1}{2} \rho d V^2 C_L(X,\tau),$$

onde ρ é a densidade do ar, V a velocidade do vento e C_L o coeficiente de sustentação. O modelo (4) pode então ser reescrito na forma

$$U_{\tau\tau} - U_{XX} = \alpha C_L(X,\tau) - \beta U_\tau \quad (5)$$

onde

$$\alpha = \frac{\rho \ell^3 V^2}{2\mu c_0^2 d} \quad ; \quad \beta = \frac{\delta \ell}{\mu c_0 d}$$

Vários modelos matemáticos têm sido propostos no sentido de representar o mecanismo de desprendimento de vórtices em um cilindro rígido montado numa suspensão elástica. Para o caso de uma estrutura flexível como um condutor, não existe na literatura especializada resultados experimentais que propiciem uma modelagem das forças aerodinâmicas (Diana e Falco, 1971). Portanto, neste trabalho estamos extrapolando o mecanismo de excitação do cilindro rígido para o condutor, adotando para a função $C_L(X,\tau)$ na Eq. (5) uma expressão da forma

$$C_L(X,\tau) = \alpha_1 U(X,\tau) + \alpha_2 U^2(X,\tau) \quad (6)$$

onde α_1 e α_2 devem ser determinados.

Para uma descrição mais detalhada do fenômeno de desprendimento de vórtices em um cilindro rígido ver referências (Sarpkaya, 1979), (Parkinson, 1972), (Griffin e Skop, 1976) e (Oliveira, 1989).

Substituindo a Eq. (6) na Eq. (5) e considerando as condições de contorno (extremidades fixas), ficamos com o seguinte problema de valor inicial e de contorno

$$U_{\tau\tau} - U_{xx} + \beta U_{\tau} - \beta_1 U = \beta_2 U^2$$

$$U(0, \tau) = U(1, \tau) = 0$$

$$U(X, 0) = \epsilon \sin nX \quad (7)$$

$$0 < \epsilon \ll 1 \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$0 \leq X \leq 1 \quad ; \quad \tau > 0$$

onde

$$\beta_1 = \frac{\rho \ell^3 V^2 \alpha_1}{2\mu c^2 d} \quad ; \quad \beta_2 = \frac{\rho \ell^3 V^2 \alpha_2}{2\mu c^2 d}$$

DISCRETIZAÇÃO DO MODELO

Para resolver o problema definido em (7), utilizamos o método das diferenças finitas (Smith, 1978). Temos que U é uma função das variáveis independentes X e τ . Neste caso, subdividimos a variável X em intervalos iguais, de comprimento $\Delta X = h$ e a variável τ em intervalos $\Delta\tau = k$, como mostra a Fig. 1. As coordenadas (X, τ) de um ponto P sobre a malha assim definida no plano $X-\tau$, são dadas por $X = ih$ e $\tau = jk$, onde $1 \leq i \leq m$ e $j \geq 1$, i, j e m inteiros, sendo $m = \ell/h$. Verificou-se com a resolução de vários exemplos que um valor de m em torno de 10 fornece resultados satisfatoriamente acurados, e que um valor maior que este não traz melhorias significativas na solução do problema que justifiquem o aumento do esforço computacional.

Vamos representar o valor de U no ponto P por

$$U_p = U(ih, jk) = U_{i,j} \quad (8)$$

Usando esta notação, podemos aproximar o valor de suas derivadas em relação a X e a τ no ponto P , utilizando os seguintes esquemas de diferenças finitas:

$$\left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \right]_{i,j} \approx \frac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{h^2} \quad (9)$$

$$\left[\frac{\partial U}{\partial \tau} \right]_{i,j} \approx \frac{U_{i,j+1} - U_{i,j-1}}{2k} \quad (10)$$

$$\left[\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} \right]_{i,j} \approx \frac{U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}}{k^2} \quad (11)$$

com erros da ordem de h^2 na Eq. (9), e k^2 nas Eqs. (10) e (11).

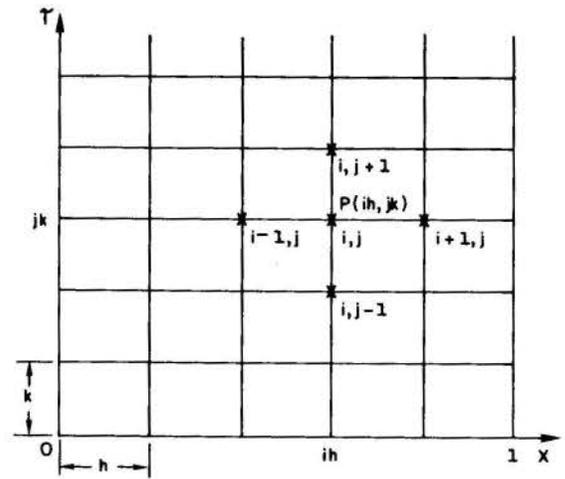


Figura 1. Malha para integração numérica do modelo.

O método explícito é facilmente implementado, tendo apenas uma restrição em sua utilização. Para garantirmos a convergência do método precisamos ter um passo de integração k tal que $k \leq h^2/2$. Como h precisa ser mantido pequeno para obter-se uma precisão aceitável, teremos consequentemente um passo k muito pequeno, o que ocasionalmente poderia vir a introduzir indesejáveis erros de arredondamento. Verificamos que para $h = 0,1$, um valor de k na ordem de 0,005 não produz este tipo de interferência.

Substituindo as equações (8), (9), (10) e (11) em (7), discretizamos o modelo nas variáveis X e τ , e podemos resolvê-lo a partir de condições iniciais dadas.

EXEMPLO ESPECÍFICO

Para exemplificar o procedimento aqui proposto, consideramos um vão com um condutor do tipo Drake. Neste caso, os parâmetros descritos acima tomam os seguintes valores:

$$\begin{aligned} d &= 0,028 \text{ m} & ; & \quad \ell = 366 \text{ m} \\ \mu &= 1,6281 \text{ kg/m} & ; & \quad T = 28176 \text{ N} \\ \rho &= 1,225 \text{ kg/m}^3 & ; & \quad S = 0,185 \end{aligned}$$

A velocidade do vento é escolhida de acordo com o modo de vibração em que se deseja integrar o modelo, combinando-se as frequências naturais dadas pela Eq. (2) com as frequências dadas pela relação de Strouhal. A velocidade do vento que excita o primeiro modo é $V = 0,027$ m/s, e a frequência do primeiro modo é 0,179 Hz.

Feita uma análise de estabilidade do problema para pequenas perturbações, verificamos que os valores $\alpha_1 = 0,36$ e $\alpha_2 = -0,39$, fornecem uma resposta estável.

As figuras abaixo referem-se ao ponto médio do vão.

A Fig. 2 mostra um diagrama de plano de fase próximo ao ciclo limite, após 2.500 iterações.

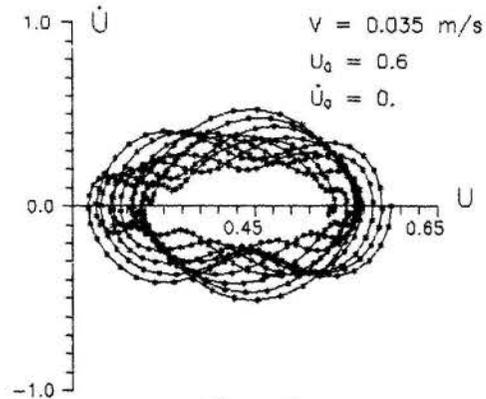


Figura 2

A Fig 3 mostra a resposta no tempo em torno da posição de equilíbrio dinâmico, próximo ao ciclo limite.

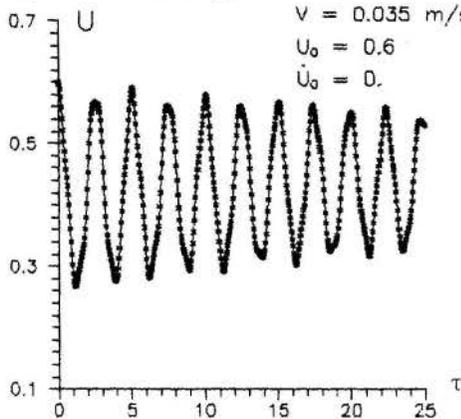


Figura 3

A Fig. 4 mostra que as amplitudes máximas estão confinadas a deslocamentos menores do que um diâmetro do condutor. Quando a condição inicial impõe um deslocamento maior que um certo valor, a resposta torna-se instável.

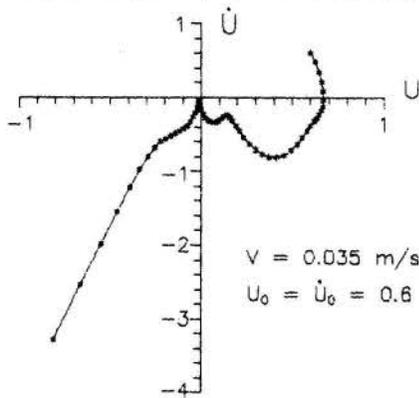


Figura 4

A Fig. 5 mostra que as amplitudes são afetadas pelo amortecimento. Nas figuras 2 a 4 foi utilizado um valor de $\delta = 0.0005$. Quando aumentamos muito este valor ($\delta = 0.05$), a trajetória é atraída para a posição de equilíbrio.

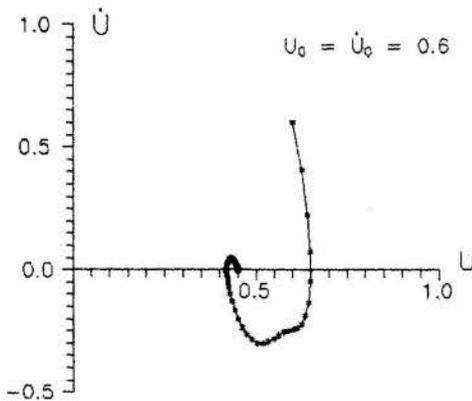


Figura 5

COMENTÁRIOS E CONCLUSÃO

Podemos fazer os seguintes comentários:

a) O modelo apresentado, apesar das simplificações feitas, principalmente ao extrapolar o mecanismo de excitação aerodinâmica num cilindro rígido para um condutor, preserva algumas características fundamentais do comportamento dinâmico de um condutor real.

- b) O resultado mais significativo mostrado pela simulação numérica do modelo, é que as amplitudes de oscilação ficam confinadas a 1 diâmetro do condutor, o que é uma evidência experimental em linhas de transmissão.
- c) O modelo proposto pode ser facilmente implementado e adequadamente modificado para levar em conta outros efeitos, como por exemplo a rigidez flexional do condutor que nesse estudo foi desprezada. Evidentemente, para o estudo das tensões dinâmicas o condutor pode ser modelado como uma viga com diferentes condições de contorno próximo dos pontos de suspensão.
- d) Para uma simulação mais realista das vibrações eólicas num condutor singelo, é necessário estudar a correlação entre tensionamento e amortecimento, para que o parâmetro de amortecimento global adotado nas simulações, tenha uma correspondência física mais próxima da realidade.
- e) Devido à inexistência de estudos analíticos na área de vibração eólica, o modelo aqui apresentado pode se constituir em uma ferramenta de grande utilidade com aplicação direta no projeto de linhas de transmissão.

REFERÊNCIAS

- Blevins, R.D., "Flow-Induced Vibration", Van Nostrand Reinhold, N. York, 1990.
- Diana, G. e Falco, M., "On the forces transmitted to a vibrating cylinder by a blowing fluid", *Meccanica*, Vol. 6, pp. 9, 1971.
- EPRI, "Transmission Line Reference Book: Wind-induced conductor motion", Electric Power Research Institute, Palo Alto, California, 1979.
- Griffin, O.M. e Skop, R.A., "The Vortex-induced Oscillations of Structures", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 44, N. 2, pp. 303, 1976.
- Oliveira, A.R.E., "A Mathematical Model for Wind-induced Oscillations of Cylindrical Structures", *Proceedings of VI International Conference on Laminar and Turbulent Flow*, Swansea, Wales, U.K., 1989.
- Parkinson, G., "Mathematical Models of Flow-induced Vibrations of Bluff Bodies", *Proceedings of IUTAM-IAHR, Symposium on Flow-Induced Structural Vibrations*, 1972.
- Sarpkaya, T., "Vortex-induced Oscillations: A Selective Review", *J. of Applied Mechanics*, Vol. 46, pp. 241, 1979.
- Smith, G.D., "Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods", Clarendon Press, Oxford, 1978.

ABSTRACT

A dynamical model is developed for aeolian vibrations of single conductors of overhead transmission lines. An analytical expression for the aerodynamic forces on the conductor is incorporated in the governing equations of the system. The finite difference method is applied to integrate the boundary-value problem with appropriate initial conditions. Typical results using parameters of a real span are reported.

SIMULATION OF RADIONUCLIDES MIGRATION IN POROUS
 MEDIA THROUGH INTEGRAL TRANSFORM METHOD

P.N. Ostwald and R.M. Cotta

Programa de Engenharia Mecânica - EE/COPPE/UFRJ
 Caixa Postal.: 68.503 - Cidade Universitária
 21.945 - Rio de Janeiro - RJ

An analytical solution is obtained for the transient one-dimensional convection-diffusion equation that governs the dispersion of radionuclides through planar porous media, by applying the generalized integral transform technique. The present simulation has direct application in the analysis of radioactive waste migration through the soil and engineering barriers, originated from leakages in waste repositories. Results for concentration distributions in a typical application (Cs^{137}) are critically compared to those from a purely numerical approach, available in a scientific subroutines library. Different runs for combinations of the governing parameters are then interpreted.

INTRODUCTION

Radioactive waste is generated not only in nuclear power stations, but also from various industrial applications and research or medical facilities. Additional amounts of waste can also be produced from contamination of the environment with inadequately disposed radioactive sources, such as in the recent and tragic accident with the Cesium-137 source in Goiania, Brasil. In order to prevent the occurrence of similar accidents and minimize the risks to the environment and population, repositories must be appropriately designed for the safe storage of low-level radioactive waste. In addition, a thorough safety analysis must be performed, through simulation of case-studies, in order to predict the behavior of radionuclides released to the surroundings of the waste disposal package, for both short and long term evaluations. In the most usual type of geologic or surface disposal, the waste containers are subjected to corrosion and reactions with the immediate ambient, specially due to climate conditions and ground water characteristics, which may end up by leaching and dissolving the waste, and dispersing the radionuclides through the soil. Therefore, the simulation of the migration of a radioactive waste chain through porous media becomes a crucial step in the accurate prediction of post-accident behavior, being part of the design and licensing procedures of nuclear waste facilities in developed countries.

A few recent contributions have been made towards the development of solution methodologies and algorithm construction for this class of problems in convection-diffusion [1-3]. Analytic-type approaches were preferred due to the difficulties associated with the mixed parabolic-hyperbolic nature, for the implementation of purely numerical techniques. Such codes are not, however, readily available, and the analytical solutions provided are restricted to linear situations and homogeneous media [1-3]. A hybrid numerical-analytical approach known as the generalized integral transform technique, recently advanced for the accuracy controlled solution of diffusion and convection-diffusion problems [4], is particularly well suited to

handle the present class of problems, including nonlinear applications, as demonstrated through a number of related contributions [4-6]. The present work is aimed at applying the integral transform approach to the solution of radionuclides transport within a one-dimensional planar porous media, providing a robust code with automatic error control for the safety analysis of radioactive waste disposal. Numerical results obtained through this approach are critically compared against those from a purely numerical scheme available in a well-known scientific subroutines library [7], utilized in previous studies [8]. Also, the convergence characteristics of the proposed eigenfunction expansions are illustrated. Finally, a parametric study is performed, demonstrating the relative influence of advection and dispersion phenomena in the radionuclides migration

ANALYSIS

The transport of radionuclides through geologic media is a result of a complex combination of various chemical, physical and biological phenomena. The four major mechanisms are represented by advection, dispersion, adsorption-desorption and ion exchange, and degradation. The mathematical formulation for this mass transfer problem in a porous planar media was derived in [1-3], including the radioactive decay of one species to its daughter in the isotope chain. In a one-dimensional finite domain of length L, with ground water flow along the z direction, and constant transport properties, the problem formulation is written as:

$$K_L \frac{\partial N_l(z,t)}{\partial t} + v \frac{\partial N_l}{\partial z} + \lambda_l K_l N_l = D_l \frac{\partial^2 N_l}{\partial z^2} + \lambda_{l-1} K_{l-1} N_{l-1}$$

in $0 < z < L, t > 0, l = 1, 2, \dots, n$ (1.a)

where $N_l(z,t)$ is the concentration of the l^{th}

species in the radioisotope chain, K_l is the species retardation coefficient, D_l is the dispersion coefficient of the individual species, λ_l the radioactive decay constant, v the ground water pore velocity, and n is the number of isotopes in the chain

Initially, the medium is free from any radionuclide, before the mass transport through the leakage starts. Then,

$$N_l(z, 0) = 0 \quad 0 \leq z \leq L \quad (1.b)$$

Appropriate boundary conditions are specified at the waste package interface ($z=0$)

$$N_l(0, t) = N_l^0 \phi_l(t) \quad t > 0 \quad (1.c)$$

which represents the rate of supply of each species in terms of a prescribed behavior in time given by function $\phi_l(t)$, and at the biosphere or backfill-rock interface located at $z=L$

$$D_l \frac{\partial N_l}{\partial z} + v \epsilon N_l = h_l \left[N_l(t) - N_l^\infty(t) \right], \quad t > 0 \quad (1.d)$$

which represents the convective mass transfer at this boundary, where ϵ is the porosity of the medium, h is the mass transfer coefficient, and $N_l^\infty(t)$ is the radionuclides concentration outside the porous matrix

In the case of particular concern to the National Commission of Nuclear Energy (CNEN/Brasil), related to migration of the Cesium-137 waste collected in the Goiania accident, the problem is simplified since the Cs^{137} decays to a stable non-radioactive element, and the study of a chain is therefore not required. Also, due to the very low typical values of the convective mass transfer coefficient, h , and of the ground water pore velocity, v , found in such applications [2], the assumption of an impermeable interface at $z=L$ becomes a conservative and reasonable approximation. For our present purposes, the dimensionless mathematical formulation of the problem to be solved is then given by:

$$\frac{\partial C(Z, \tau)}{\partial \tau} + \sigma \frac{\partial C}{\partial Z} = \Delta \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} - \gamma C, \quad 0 < Z < 1, \quad \tau > 0 \quad (2.a)$$

with initial and boundary conditions

$$C(Z, 0) = 0, \quad 0 \leq Z \leq 1 \quad (2.b)$$

$$C(0, \tau) = \phi(\tau); \quad \frac{\partial C}{\partial Z} \Big|_{Z=1} = 0, \quad \tau > 0 \quad (2.c, d)$$

where the various dimensionless groups are defined as

$$\tau = \frac{Dt}{L^2} \quad \text{dimensionless time}$$

$$Z = \frac{z}{L} \quad \text{dimensionless distance}$$

$$C(Z, \tau) = \frac{N(z, t)}{N^0}, \quad \text{dimensionless concentration}$$

and,

$$\Delta = \frac{1}{K}; \quad \sigma = \frac{vL}{DK}; \quad \gamma = \frac{\lambda L^2}{D} \quad (3)$$

Although not limited to the single species formulation, the present Burgers-type equations are particularly well suited to be solved through the generalized integral transform technique [4-6], in particular by following the ideas advanced for this class of mixed parabolic-hyperbolic equations [5-6]. The first step in the application of this approach is then the separation of a quasi-steady solution, which will make the boundary conditions homogeneous and eventually filter the nonhomogeneities, of the partial differential equation itself, for best computational performance. This separation is written as:

$$C(Z, \tau) = C_s(Z, \tau) + C_h(Z, \tau) \quad (4)$$

where C_s is the quasi-steady solution obtained from the direct solution of the problem below

$$\Delta \frac{d^2 C_s}{dZ^2} - \sigma \frac{dC_s}{dZ} - \gamma C_s = 0, \quad 0 < Z < 1 \quad (5.a)$$

with boundary conditions

$$C_s(0, \tau) = \phi(\tau); \quad \frac{dC_s}{dZ} \Big|_{Z=1} = 0 \quad (5.b, c)$$

and τ plays the role of a parameter in this ordinary differential problem, since the original boundary condition is time-dependent. The solution of problem (5) is readily obtained in explicit form.

On the other hand, the problem formulation for the component $C_h(Z, \tau)$ becomes:

$$\frac{\partial C_h(Z, \tau)}{\partial \tau} + \sigma \frac{\partial C_h}{\partial Z} = \Delta \frac{\partial^2 C_h}{\partial Z^2} - \gamma C_h + P(\tau), \quad 0 < Z < 1, \quad \tau > 0 \quad (6.a)$$

where the equation source term is given by

$$P(\tau) = - \frac{\partial C_s(Z, \tau)}{\partial \tau} \quad (6.b)$$

with initial and boundary conditions

$$C_h(Z, 0) = - C_s(Z, 0) \quad (6.c)$$

$$C_h(0, \tau) = 0; \quad \frac{\partial C_h}{\partial Z} \Big|_{Z=1} = 0, \quad \tau > 0 \quad (6.d, e)$$

Problem (6) is now solved through the generalized integral transform technique, by following the formalism in references [5-6]. The appropriate auxiliary problem is taken as

$$\frac{d^2 \psi_i}{dZ^2} + \left[\mu_i^2 - \frac{\gamma}{\Delta} \right] \psi_i(Z) = 0, \quad 0 < Z < 1 \quad (7.a)$$

with boundary conditions

$$\psi_i(0) = 0; \quad \left. \frac{d\psi_i}{dZ} \right|_{Z=1} = 0 \quad (7.b,c)$$

which is readily solved to yield the eigenfunctions, eigenvalues, and norms, in explicit form.

Problem (7) allows definition of the following integral transform pair

$$\bar{C}_i(\tau) = \int_0^1 \frac{\psi_i(Z)}{N_i^{1/2}} C_h(Z, \tau) dZ, \quad \text{transform} \quad (8.a)$$

$$C_h(Z, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{1/2}} \psi_i(Z) \bar{C}_i(\tau), \quad \text{inversion} \quad (8.b)$$

where the normalization integral is defined as

$$N_i = \int_0^1 \psi_i^2(Z) dZ \quad (8.c)$$

The partial differential equation (6.a) is now integral transformed with the operator

$$\int_0^1 \frac{\psi_i(Z)}{N_i^{1/2}} dZ, \quad \text{to yield the final}$$

transformed system given by:

$$\frac{d \bar{C}_i(\tau)}{d\tau} + \sum_{j=1}^{\infty} a_{ij} \bar{C}_j(\tau) = \bar{g}_i(\tau) \quad (9.a)$$

where,

$$a_{ij} = \delta_{ij} \left[\Delta \beta_i^2 + \gamma + \sigma \right] + a_{ij}^* \quad (9.b)$$

with,

$$a_{ij}^* = \frac{1}{N_i^{1/2} N_j^{1/2}} \int_0^1 \psi_i(Z) \frac{d\psi_j(Z)}{dZ} dZ \quad (9.c)$$

$$\bar{g}_i(\tau) = - \int_0^1 \frac{\psi_i(Z)}{N_i^{1/2}} \frac{\partial C_s(Z, \tau)}{\partial \tau} dZ \quad (9.d)$$

Also, the initial condition, eq.(6.c), is integral transformed with the same operator to yield:

$$\bar{C}_i(0) = \bar{f}_i = - \int_0^1 \frac{\psi_i(Z)}{N_i^{1/2}} \quad (9.e)$$

The infinite system of first order ordinary differential equations represented by eqs.(9) is then truncated to a sufficiently large finite order, N, for the desired prescribed tolerance in the final converged results.

System (9) can be numerically handled through well-established initial value problem solvers, such as subroutine DIVPAG, again readily available in the IMSL library [7]. Such codes allow for an automatic error control of the solution vector, and are

flexible enough to handle nonlinear problems and stiff systems. The computational implementation of the integral transform approach, due to its analytic nature, permits the construction of an adaptive procedure which automatically controls the truncation order, N, and besides provides an error estimator at each step of integration of system (9). Therefore, after solving system (9) from any general value of time, τ_1 to τ_2 ,

the inversion formula (8.b) is recalled to construct the original potential at selected positions Z, with a finite number of terms, N. The convergence of this eigenfunction expansion is then inspected through evaluation of the influence of the last (N-N*) terms in the series, i.e., through the error estimator

$$\epsilon = \frac{\left| \sum_{i=N^*+1}^N \frac{1}{N_i^{1/2}} \psi_i(Z) \bar{C}_i(\tau) \right|}{\left| \sum_{i=1}^N \frac{1}{N_i^{1/2}} \psi_i(Z) \bar{C}_i(\tau) \right|} \quad (10)$$

Then, if ϵ is smaller than the required precision from the fully converged results at each position Z of interest, the number of O.D.E.'s being solved can be dropped to $N=N^*$, and the numerical integration routine proceeds to the next time of interest. The largest value of ϵ obtained at τ_2 yields an automatic error estimator and the whole numerical scheme becomes automatically controlled for a prescribed accuracy. Since convergence of the series in eq.(10) improves as τ grows, substantial savings in computational effort are achieved with the adaptive procedure [4-5].

RESULTS AND DISCUSSION

From data provided by the National Commission of Nuclear Energy (CNEN/Divisão de Instalações Nucleares), a set of numerical results for the dimensionless concentration distributions of ^{137}Cs were obtained, for different times of interest. The relevant data provide the following dimensionless parameters $\Delta = 0.998$; $\sigma = 0.1407$; $\gamma = 71.875$ and $\phi(\tau) = 1$ for continuous leaching

Figures 1.a-b illustrate the convergence characteristics of the proposed eigenfunction expansions for different dimensionless times, $\tau = 10^4$ and 10^5 , and provide a comparison with the purely numerical scheme, based on the method of lines, available in subroutine DMOLCH of the IMSL Library [7], previously employed in the solution of this problem [8]. For shorter times, a larger number of terms are required in the expansion ($N=50$ for $\tau=10^4$), dropping down as time increases and the quasi-steady regime is approached ($N \leq 20$ for $\tau=10^5$). The agreement with the results from the numerical approach represented by subroutine DMOLCH is almost perfect. However, this purely numerical technique was observed to degenerate when convection is significantly dominant over diffusion [8], which is nevertheless accommodated by the generalized integral transform technique [6].

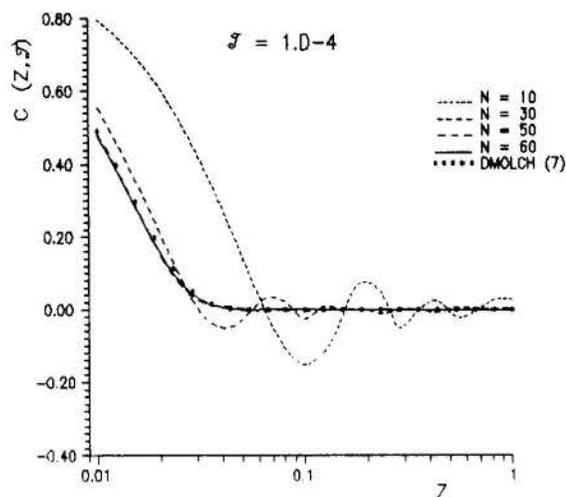


Figure 1 a. - Convergence analysis of eigenfunction expansion and comparison with numerical solution ($\tau=10^{-4}$)

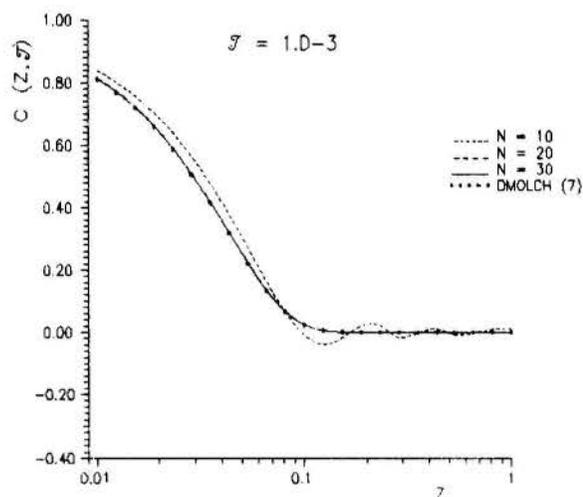


Figure 1 b. - Same for $\tau=10^{-3}$

Figure 2 shows the effect of the dimensionless parameter σ on the concentration distribution, for fixed values of the remaining variables. This parameter represents the relative magnitude of the convective effect, and can be viewed as the dimensionless form of the ground water pore velocity, v . Due to the inherent difficulties in estimating the ground water velocity, σ was varied in different orders of magnitude, $\sigma=0.1, 1.0$ and 10.0 . Apparently, for the present application and within the range of σ covered, some uncertainty in the values of v can be tolerated, without a dramatic effect on the radionuclides migration behavior. As the value of σ increases, the radionuclides penetrate further into the medium for the same elapsed time.

Figure 3 presents an example of the marked computational performance improvement furnished by the adaptive procedure discussed above. For a relative error target of 10^{-4} on the fully converged concentrations, the truncation order necessary to reach this prescribed accuracy falls down sharply along the integration path in the time variable τ , significantly reducing computational costs.

After this critical evaluation, the approach can be extended to handle more involved situations with variable properties, non-homogeneous layered media, arbitrarily sized decay chains and multidimensional geometries, by incorporating recent developments in the generalized integral transform technique.

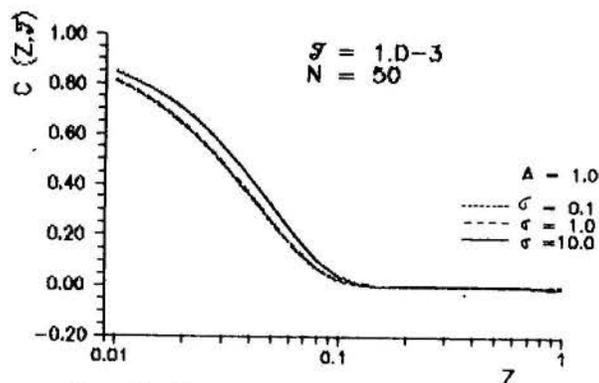


Figure 2 - Influence of the parameter σ on the radionuclides migration

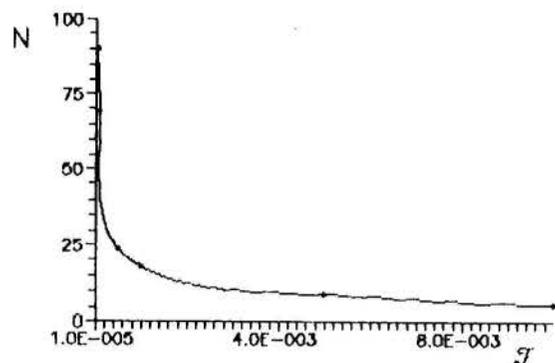


Figure 3 - Decay of truncation order, N , along integration path in the adaptive procedure

REFERENCES

1. Harada, M., et al., "Migration of Radionuclides Through Sorbing Media - Analytical Solution I", Lawrence Berkeley Laboratory, Earth Sciences Division, Report # LBL-10500, 1980.
2. Lung, H.C., et al., "Transport of Radioactive Decay Chains in Finite and Semi-Infinite Porous Media", Lawrence Berkeley Laboratory, Earth Sciences Division, Report # LBL-23987, 1987.
3. Chen, F.L., and Li, S.H., "Derivation of an Equation for Radionuclides Transport in Porous Media", Nuclear Technology, V.90, pp.215-225, 1990.
4. Cotta, R.M., "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow", CRC Press, Boca Raton, FL, USA, 1992.
5. Cotta, R.M., and Serfaty, R., "Integral Transform Algorithm for Parabolic Diffusion Problems with Nonlinear Boundary and Equation Source Terms", 7th Int. Conf. on Num. Meth. for Thermal Problems, Part 2, pp.916-926, Stanford, CA, July 1991.
6. Serfaty, R., and Cotta, R.M., "Hybrid Analysis of Transient Nonlinear Convection-Diffusion Problems", Int. J. Meth. Heat & Fluid Flow, V.2, n.1, pp.55-62, 1992.
7. MATH/LIB, IMSL Library, IMSL Inc., Houston, TX, 1987.
8. Ostwald, P.N., "Migration of Radioactive Waste in Soils" (in portuguese), Final Graduation Project, Mechanical Engineering Department, UFRJ, February 1991.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE NAVIER-STOKES
 INCOMPRESSÍVEL VIA MÉTODOS ESTABILIZADOS
 DE ELEMENTOS FINITOS

SÉRGIO FREY⁽¹⁾, LEOPOLDO FRANCA⁽²⁾ and RUBENS SAMPAIO⁽³⁾

(1) Dpto. Computação/IMUFF, Pç. do Valonguinho s/nº, 24210 Niterói, Brasil

(2) LNCC, Rua Lauro Müller 455, 22290 Rio de Janeiro, Brasil

(3) DEM/PUC-RJ, Rua Marquês de São Vicente 225, 22453 Rio de Janeiro, Brasil

RESUMO

Neste artigo simulamos numericamente as equações de Navier-Stokes incompressível através de métodos estabilizados de elementos finitos. Estes métodos herdam as boas características de estabilidade de métodos estabilizados já introduzidos para os modelos de Stokes e da advecção-difusão de calor, permitindo aproximar os campos de velocidade e pressão por elementos finitos de igual-ordem bem como simularmos de maneira acurada e estável escoamentos com alto número de Reynolds.

INTRODUÇÃO

Os escoamentos de fluidos incompressíveis desempenham papel importante em diversas áreas da Mecânica dos Fluidos, entre as quais podemos destacar a aerodinâmica de baixas velocidades e os escoamentos hidrodinâmicos. A modelagem mecânica desses escoamentos é regida pelo sistema de equações diferenciais não-lineares conhecido como equações de Navier-Stokes incompressível. As simulações de elementos finitos clássicas deste sistema, entretanto, esbarram em dois tipos de dificuldades numéricas. Primeiro, há a necessidade das formulações mistas de compatibilizar os subespaços de velocidade e pressão, a qual se traduz matematicamente pela restrição inf-sup conhecida como condição de Babuška-Brezzi. Esta condição restringe o número de interpolações de elementos finitos que podemos empregar para aproximar os campos de velocidade e pressão. Em segundo lugar, a aproximação de Galerkin de problemas fortemente advectivos - escoamentos com número de Reynolds elevado - apresenta oscilações espúrias devido ao termo advectivo da equação de momentum.

Neste artigo, dois novos métodos estabilizados de elementos finitos para as equações de Navier-Stokes incompressível são revistos. Estes novos métodos - construídos adicionando à formulação de Galerkin termos malha-dependentes, funções dos resíduos das equações de equilíbrio do escoamento - herdam as boas características de estabilidade apresentadas por métodos estabilizados já introduzidos para o problema de Stokes; a saber, não necessitam satisfazer a condição inf-sup, permitindo, assim, empregarmos elementos finitos de igual-ordem para velocidade e pressão. Além disso, graças a um novo desenho do parâmetro de estabilidade τ para interpolações de alta ordem, os métodos propostos se mostram estáveis mesmo em escoamentos fortemente advectivos, captando de maneira acurada fenômenos secundários, tais como recirculações de fluido e esteira de vórtices.

Preliminares e alguma notação. O domínio do problema $\Omega \subset \mathbf{R}^N$, $N = 2, 3$ é limitado com fronteira Γ poligonal ou poliédrica, sobre o qual realizamos uma partição \mathcal{C}_h de elementos finitos triangulares (tetraedros no \mathbf{R}^3) e/ou quadrangulares (hexaedros no \mathbf{R}^3) da maneira usual, $\bar{\Omega} = \bigcup_{K \in \mathcal{C}_h} \bar{\Omega}_K$ e $\Omega_{K_1} \cap \Omega_{K_2} = \emptyset$, $\forall K_1, K_2 \in \mathcal{C}_h$.

C e C_k denotam constantes positivas independentes das propriedades físicas do problema e dos comprimento h_K das malhas empregadas.

Na definição dos espaços de elementos finitos empregamos a seguinte notação

$$R_m(K) = \begin{cases} P_m(K) & \text{se } K \text{ é um triângulo ou tetraedro,} \\ Q_m(K) & \text{se } K \text{ é um quadrângulo ou hexaedro.} \end{cases}$$

onde P_m e Q_m são espaços polinomiais de grau m .

MÉTODOS ESTABILIZADOS DE ELEMENTOS FINITOS

Considere o problema de Navier-Stokes transiente descrito pelo conjunto de equações

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \mathbf{u})\mathbf{u} - 2\nu \nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) + \nabla p &= \mathbf{f} & \text{em } \Omega \times (0, T) \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 & \text{em } \Omega \times (0, T) \\ \mathbf{u} &= \mathbf{g} & \text{sobre } \Gamma_{\mathbf{g}} \times (0, T) \\ \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} &= \mathbf{h} & \text{sobre } \Gamma_{\mathbf{h}} \times (0, T) \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}_0 & \text{em } \Omega \text{ com } t = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

onde o par $\{\mathbf{u}, p\}$ representa os campos de velocidade e pressão, ν a viscosidade cinemática do fluido, $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$ a parte simétrica do tensor gradiente de velocidade, \mathbf{f} a força de corpo do escoamento, $\Gamma_{\mathbf{g}}$ e $\Gamma_{\mathbf{h}}$ subconjuntos complementares de Γ de modo a acomodar condições de contorno de Dirichlet (\mathbf{g}) e Neumann (\mathbf{h}) e $\boldsymbol{\sigma}$ o tensor de Cauchy dado pela relação newtoniana.

Escolhendo como subespaços de elementos finitos para velocidade e pressão,

$$\mathbf{V}_h = \{\mathbf{v} \in H_0^1(\Omega)^N \mid \mathbf{v}|_K \in R_k(K)^N, K \in \mathcal{C}_h\}, \quad (2)$$

$$\mathbf{V}_h^g = \{\mathbf{v}(\cdot, t) \in H^1(\Omega)^N, t \in [0, T] \mid \mathbf{v}|_{\mathbf{x} \in K} \in R_k(K)^N, K \in \mathcal{C}_h, \mathbf{v}(\cdot, t) = \mathbf{g} \text{ sobre } \Gamma_{\mathbf{g}}\} \quad (3)$$

$$P_h = \{p \in C^0(\Omega) \cap L_0^2(\Omega) \mid p|_K \in R_l(K), K \in \mathcal{C}_h\}, \quad (4)$$

com os inteiros k e $l \geq 1$, podemos enunciar os seguintes métodos estabilizados para o problema (1): Achar $\mathbf{u}_h \in \mathbf{V}_h^g$ e $p_h \in P_h$ tal que

$$B_{\pm}^{NS}(\mathbf{u}_h, p_h; \mathbf{v}, q) = F_{\pm}^{NS}(\mathbf{v}, q), \quad (\mathbf{v}, q) \in \mathbf{V}_h \times P_h, \quad (5)$$

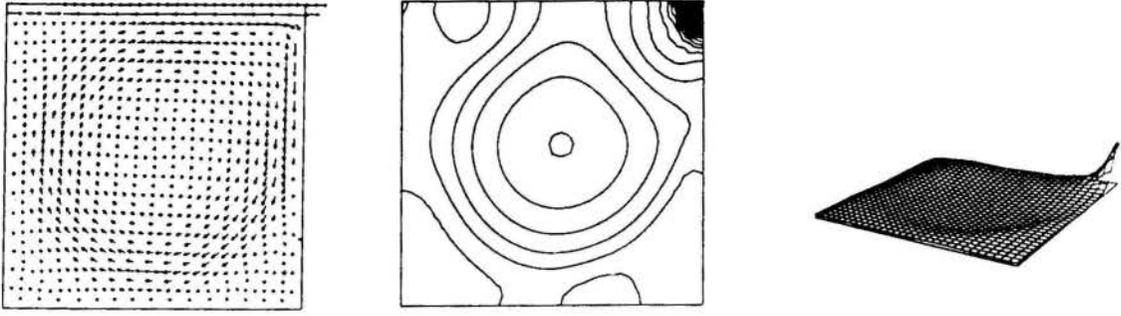


Figura 1. Formulação “menos” em regime permanente com $Re = 5000$.

com

$$\begin{aligned}
 B_{\pm}^{NS}(\mathbf{u}, p; \mathbf{v}, q) = & \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \mathbf{u})\mathbf{u}, \mathbf{v} \right) + (2\nu \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})) \\
 & - (\nabla \cdot \mathbf{v}, p) - (\nabla \cdot \mathbf{u}, q) + (\nabla \cdot \mathbf{u}, \delta \nabla \cdot \mathbf{v}) \\
 & + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \mathbf{u})\mathbf{u} + \nabla p - 2\nu \nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \right. \\
 & \left. \tau(\mathbf{x}, Re_K(\mathbf{x}))((\nabla \mathbf{v})\mathbf{u} - \nabla q \pm 2\nu \nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})) \right)_K
 \end{aligned} \tag{6}$$

e

$$\begin{aligned}
 F_{\pm}^{NS}(\mathbf{v}, q) = & (\mathbf{f}, \mathbf{v}) + (\mathbf{h}, \mathbf{v})_{\Gamma_h} \\
 & + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} (\mathbf{f}, \tau(\mathbf{x}, Re_K(\mathbf{x}))((\nabla \mathbf{v})\mathbf{u} - \nabla q \pm 2\nu \nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})))_K
 \end{aligned} \tag{7}$$

onde os parâmetros de estabilidade τ e δ são definidos por:

$$\delta = \lambda |\mathbf{u}(\mathbf{x})|_p h_K \xi(Re_K(\mathbf{x})) \tag{8}$$

$$\tau = \frac{h_K}{2|\mathbf{u}(\mathbf{x})|_p} \xi(Re_K(\mathbf{x})) \tag{9}$$

$$Re_K(\mathbf{x}) = \frac{m_k |\mathbf{u}(\mathbf{x})|_p h_K}{4\nu(\mathbf{x})} \tag{10}$$

$$\xi(Re_K(\mathbf{x})) = \begin{cases} Re_K(\mathbf{x}) & , 0 \leq Re_K(\mathbf{x}) < 1 \\ 1 & , Re_K(\mathbf{x}) \geq 1 \end{cases} \tag{11}$$

$$m_k = \min \left\{ \frac{1}{3}, 2C_k \right\} \tag{12}$$

$$C_k \sum_{K \in \mathcal{C}_h} h_K^2 \|\nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})\|_{0,K}^2 \leq \|\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})\|_0^2 \quad \mathbf{v} \in \mathbf{V}_h \tag{13}$$

sendo $\lambda > 0$ e $|\cdot|_p$ norma do \mathbf{R}^N .

Comentário (Algoritmo de Integração Temporal). Para integrarmos o sistema associado às formulações (5)-(7) utilizamos, no contexto dos problemas mistos, os algoritmos proposto em Tezduyar e Hughes (1982) e Tezduyar et al. (1990). Obtemos, desse modo, um algoritmo preditor/multi-corretor

baseado no método trapezoidal generalizado (Para os detalhes, ver Franca e Frey (1992)).

Análise de Erro. Baseado na linearização dos termos inerciais da eq.(1)₁ proposta por Oseen (Landau e Lifchitz, 1971), podemos escrever as seguintes formulações linearizadas para as equações de Navier-Stokes: Achar $\mathbf{u}_h \in \mathbf{V}_h$ e $p_h \in P_h$ tal que

$$B_{\pm}(\mathbf{u}_h, p_h; \mathbf{v}, q) = F_{\pm}(\mathbf{v}, q), \quad (\mathbf{v}, q) \in \mathbf{V}_h \times P_h, \tag{14}$$

com

$$\begin{aligned}
 B_{\pm}(\mathbf{u}, p; \mathbf{v}, q) = & ((\nabla \mathbf{u})\mathbf{U}, \mathbf{v}) + (2\nu \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})) \\
 & - (\nabla \cdot \mathbf{v}, p) - (\nabla \cdot \mathbf{u}, q) + (\nabla \cdot \mathbf{u}, \delta \nabla \cdot \mathbf{v}) \\
 & + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} ((\nabla \mathbf{u})\mathbf{U} + \nabla p - 2\nu \nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \\
 & \tau(\mathbf{x}, Re_K(\mathbf{x}))((\nabla \mathbf{v})\mathbf{U} - \nabla q \pm 2\nu \nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})))_K
 \end{aligned} \tag{15}$$

e

$$\begin{aligned}
 F_{\pm}(\mathbf{v}, q) = & (\mathbf{f}, \mathbf{v}) \\
 & + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} (\mathbf{f}, \tau(\mathbf{x}, Re_K(\mathbf{x}))((\nabla \mathbf{v})\mathbf{U} - \nabla q \pm 2\nu \nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})))_K
 \end{aligned} \tag{16}$$

com \mathbf{U} representando um campo advectivo conhecido, os parâmetros τ e δ definidos como em (8)-(13) e o campo de velocidade \mathbf{u} sujeito a condição de contorno de Dirichlet homogênea.

Comentários. (1) No limite de Stokes quando $\mathbf{U} \rightarrow \mathbf{0}$, a formulação “mais” se reduz ao método de Galerkin-mínimos-quadrados de Hughes e Franca (1987) e a formulação “menos” recai no método proposto por Douglas e Wang (1989). Para estes métodos, não há necessidade de satisfazermos a condição de Babuška-Brezzi. Logo, podemos aproximar os campos de velocidade e pressão por elementos de igual-ordem. Este resultado importante do ponto-de-vista computacional se estende às formulações estabilizadas (14)-(16).

(2) Analizando a assíntota advectiva-difusiva das formulações (14)-(16) (tomando $p = q = 0$ nestas equações) temos que a formulação “mais” recai no método proposto por Franca et al. (1992), enquanto a formulação “menos” se reduz ao método de Galerkin-mínimos-quadrados introduzido por Hughes, Franca e Hulbert (Franca et al., 1992).

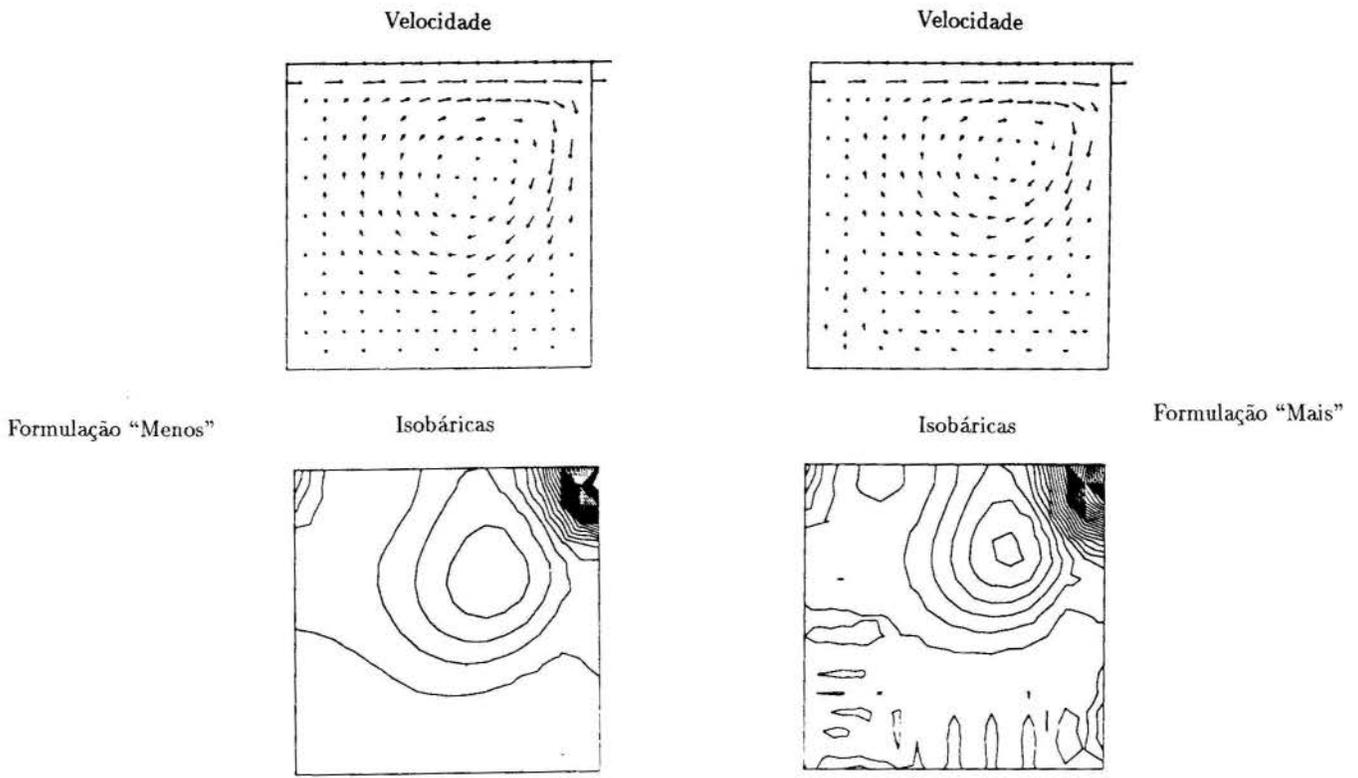


Figura 2. Comparação entre as formulações "menos" e "mais" para um valor incorreto de m_k ($Re = 400$).

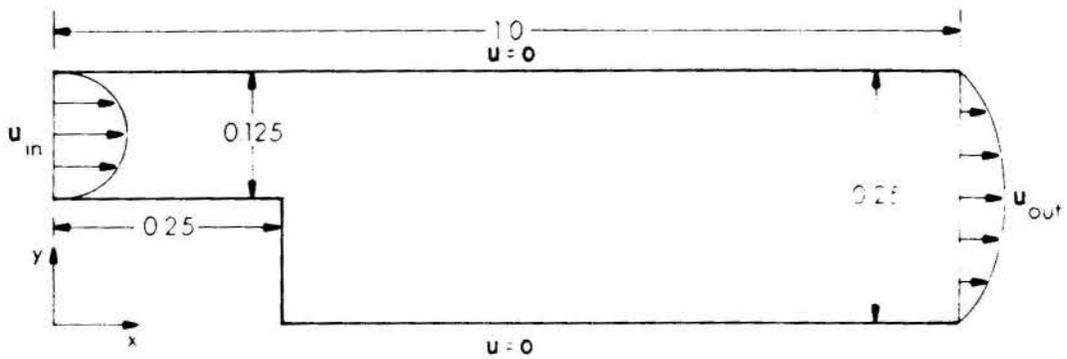


Figura 3. Escoamento em um canal em degrau: descrição do problema.

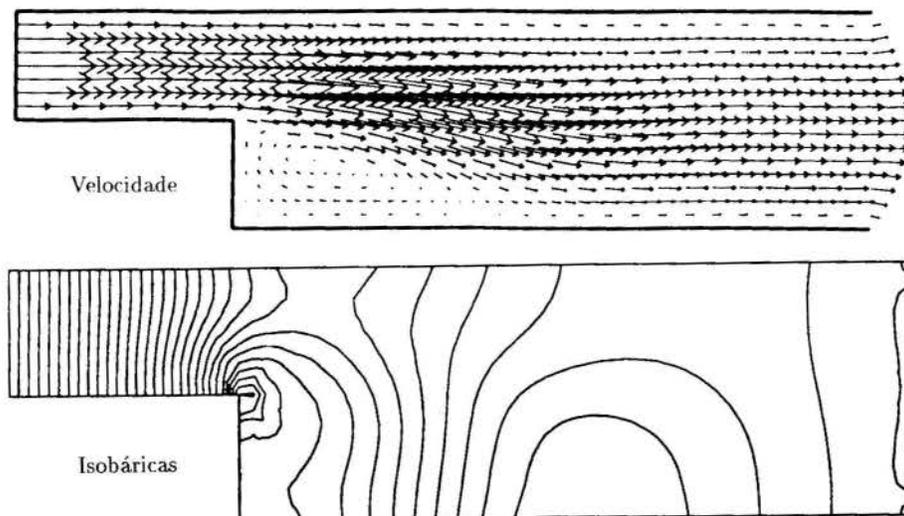


Figura 4. Formulação "menos" em regime permanente com $Re = 60$ impondo $\sigma n = 0$ à saída.

TEOREMA (Convergência) Suponha que o campo $\mathbf{U}(\mathbf{x})$ satisfaz $\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$, a viscosidade $\nu(\mathbf{x}) = cte$ e a solução de (1) $\mathbf{u} \in H^{k+1}(\Omega)^N \cap H_0^1(\Omega)^N$ e $p \in H^{l+1}(\Omega) \cap L_0^2(\Omega)$. Denotando os erros de interpolação de velocidade e pressão por $\boldsymbol{\eta}_u = \tilde{\mathbf{u}}_h - \mathbf{u}$ e $\eta_p = \tilde{p}_h - p$, é possível mostrar (Franca et al.(1992)) $\forall K \in \mathcal{C}_h$,

$$\begin{aligned} & \|\tau^{-1/2} \boldsymbol{\eta}_u\|_0^2 + 2\nu \|\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{\eta}_u)\|_0^2 + \|\tau^{1/2} (\nabla \boldsymbol{\eta}_u) \mathbf{U}\|_0^2 + \|\tau^{1/2} \nabla \eta_p\|_0^2 \\ & + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \left[\|\tau^{1/2} 2\nu \nabla \cdot \boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{\eta}_u)\|_{0,K}^2 + H(\text{Re}_K - 1) \|\delta^{-1/2} \eta_p\|_{0,K}^2 \right. \\ & \left. + H(1 - \text{Re}_K)(2\nu)^{-1} \|\eta_p\|_{0,K}^2 \right] + \|\delta^{1/2} \nabla \cdot \boldsymbol{\eta}_u\|_0^2 \\ & \leq C \left(\sum_{K \in \mathcal{C}_h} h_K^{2k} |\mathbf{u}|_{k+1,K}^2 (H(\text{Re}_K - 1) h_K \sup_{\mathbf{x} \in K} |\mathbf{U}|_p \right. \\ & \left. + H(1 - \text{Re}_K) 2\nu) \right. \\ & \left. + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} h_K^{2l} |p|_{l+1,K}^2 (H(\text{Re}_K - 1) h_K \sup_{\mathbf{x} \in K} |\mathbf{U}|_p^{-1} \right. \\ & \left. + H(1 - \text{Re}_K) h_K^2 (2\nu)^{-1} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

onde $H(\cdot)$ é a função Heaviside. Então as soluções (\mathbf{u}_h, p_h) dos métodos (14)-(16) convergem para (\mathbf{u}, p) , soluções da eq.(1) segundo a seguinte estimativa:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(2\nu \|\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}_h - \mathbf{u})\|_0^2 + \|\tau^{1/2} (\nabla(\mathbf{u}_h - \mathbf{u}) \mathbf{U} + \nabla(p_h - p))\|_0^2 \right) \\ & + \|\delta^{1/2} \nabla \cdot (\mathbf{u}_h - \mathbf{u})\|_0^2 \\ & \leq C \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \left(h_K^{2k} |\mathbf{u}|_{k+1,K}^2 (H(\text{Re}_K - 1) h_K \sup_{\mathbf{x} \in K} |\mathbf{U}|_p \right. \\ & \left. + H(1 - \text{Re}_K) 2\nu) + h_K^{2l} |p|_{l+1,K}^2 (H(\text{Re}_K - 1) h_K \sup_{\mathbf{x} \in K} |\mathbf{U}|_p^{-1} \right. \\ & \left. + H(1 - \text{Re}_K) h_K^2 (2\nu)^{-1} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

Prova: Ver Franca e Frey. (1992). ■

RESULTADOS NUMÉRICOS

O problema da cavidade. Este teste consiste no escoamento numa cavidade unitária com uma das paredes móveis. As condições de contorno em velocidade são velocidade unitária prescrita no topo da cavidade e aderência do fluido às demais paredes da cavidade (para maiores detalhes, ver a descrição do problema em Franca e Frey (1992)). O domínio computacional foi discretizado por duas malhas uniformes: uma malha com 8×8 elementos Q2S ("Serendipity") e uma malha mais refinada com 16×16 elementos.

Na Figura 1 apresentamos os resultados da formulação "menos" com a malha mais refinada. O número de Reynolds do escoamento foi tomado $\text{Re} = 5000$, criando assim uma situação fortemente advectiva-dominada ($\text{Re} \gg 1$). (Tomamos $\lambda = 1$ na expressão do parâmetro δ , eq.(8)). Os resultados obtidos são similares aos encontrados em Gresho e Chan (1990) e Tezduyar et al.(1990) (este último, em regime de escoamento mais lento).

Em seguida, na Figura 2, comparamos as formulações "mais" e "menos" para um valor incorreto de τ com $\text{Re} = 400$. Tomando $m_k = 1/3$ para elementos Q2S na eq.(12) (uma má escolha segundo Harari e Hughes (a sair)), oscilações contaminam os campos de velocidade e pressão da formulação "mais", ao passo que a formulação "menos" permanece ainda estável.

Escoamento interno a um canal em degrau. A descrição deste problema está ilustrada na Figura 3. Trata-se de um escoamento interno a um canal plano onde uma das paredes apresenta um degrau abrupto. O número de Reynolds do escoamento foi selecionado $\text{Re} = 60$ (em relação às condições de entrada). O domínio do problema foi discretizado por uma malha uniforme com 224 elementos Q2/Q2S. Tomando como velocidade característica do escoamento a velocidade máxima de entrada, temos, da definição (10), que o número de Reynolds de malha é igual a $\text{Re}_K = 0.31$. Logo, segundo a eq.(11), este teste é um escoamento difusivo-dominado.

Na Figura 4, a formulação "menos" é testada impondo condição de tração livre ($\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} = 0$) na saída do canal. (Resultados similares empregando condição de saída de Dirichlet podem ser encontrados em Franca e Frey (1992)). Em todas as computações observamos recirculações de fluido e regiões de baixa pressão à jusante do degrau.

REFERENCES

- Douglas, J. e Wang, J., "An Absolutely Stabilized Finite Element Method for the Stokes Problem", *Math. Comp.*, Vol. 52, pp. 495-508, 1989.
- Franca, L.P. e Frey, S.L., "Stabilized finite element methods: II. The incompressible Navier-Stokes equations", *Preprint LNCC*, No. 04/92, Rio de Janeiro, Brasil, 1992. A ser publicado em *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*
- Franca, L.P., Frey, S.L. e Hughes, T.J.R., "Stabilized Finite Element Methods: I. Application to the Advective-Diffusive Model", *Comput. Methods Appl. Mech. and Engrg.*, Vol. 95, pp. 253-276, 1992.
- Gresho, P.M e Chan, S.T., "On Theory of Semi-Implicit Projection for Viscous Incompressible Flow and its Implementation via a Finite Element Method that also introduces a Nearly Consistent Mass Matrix. Part 2: Implementation", *Int. J. Numer. Methods. Fluids*, Vol. 11, pp. 621-659, 1990.
- Harari, I. e Hughes, T.J.R., "What are C and h ?: Inequalities for the Analysis and Design of Finite Element Methods", a ser publicado em *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*
- Hughes, T.J.R. e Franca, L.P., "A New Finite Element Formulation for Computational Fluid Dynamics: VII. The Stokes Problem with Various Well-Posed Boundary Conditions: Symmetric Formulations that Converge for all Velocity/Pressure Spaces", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 65, pp. 85-96, 1987.
- Landau, L. e Lifchitz, E., "*Mécanique des Fluides*", Edições Mir, Moscou, 1971.
- Tezduyar, T.E. e Hughes, T.J.R., "Development of time-accurate finite element techniques for first-order hyperbolic systems with particular emphasis on the compressible Euler equations", *Preprint NASA-Ames University*, No. NCA2-OR745-104, USA, 1982.
- Tezduyar, T.E., Shih, R., Mittal, S. e Ray, S.E., "Incompressible Flow using Stabilized Bilinear and Linear Equal-order-interpolation Velocity-pressure Elements", *Preprint UMSI*, No. 90/165, University of Minnesota, Minneapolis, USA, 1990.

ABSTRACT

Numerical simulations of the incompressible Navier-Stokes flow are performed based on stabilized finite element methods. These methods combine the good features of stabilized methods already proposed for the Stokes and advective-diffusive models allowing us to employ equal-order approximations, as well as to simulate accurately high speed flows.

SIMULATION OF TRANSIENT FLOW IN A FUEL INJECTION SYSTEM

ALEX GUIMARÃES AZEVEDO

Departamento de Energia - ITA/CTA

SIDNEY STUCKENBRUCK

Consultant Engineer

SUMMARY

Wave propagation phenomena in a conventional Diesel fuel injection system are simulated on a digital computer by using the method of characteristics. The numerical solution of the PDE which describes the wave propagation in the fuel lines is handled simultaneously with that of ODE which describes fluid compressibility, the delivery valve motion, and the injector needle motion. The model includes an accurate description of the geometric and physical features of the system, frictional effects, cavitation and elastic deformation of the pipeline. The results were used to analytically investigate the after-injection problem.

INTRODUCTION

Transient flows cover a wide field of applications such as stabilization of shock waves in supersonic diffusers, pulse starting techniques of supersonic wind tunnels, unsteady flow in jet engines, internal ballistics of guns, shock tubes, water hammer in nuclear and hydro power plants, steam hammer in thermal power plants, start up and stoppage in pumping arrangements (Dutra and Stuckenbruck, 1986). All these problems deal with the propagation of disturbances, i.e. pressure waves, and the same method of analysis can be used in their studies (Rudinger, 1969; Wylie and Streeter, 1978).

With this regard, a particularly interesting system is the fuel injection process of a Diesel engine. Although working in a cycle, the nonlinear character of the system turns the analysis of the wave propagation process in the equipment a challenging problem.

Consider the schematic presentation of a Diesel injector as shown in Fig. 1. The system can be subdivided into three main parts: the pump, the pipeline and the nozzle. Due to the inertia of the liquid and the elastic properties of both liquid and structural components, as soon as the liquid experiences a pressure change in the pump, due to the plunger motion, a complex pressure wave propagation process takes place along the pipeline. Consider, for example, a pressure pulse generated at the pump. As it arrives at the nozzle, it reflects back through the pipeline. Depending on the amplitude of the pulse, it may or may not be sufficient to open the valve of the nozzle. When this wave reaches again the advancing pump plunger, a new reflection occurs towards the valve. If the valve is partially opened when the pressure pulse arrives, the valve experiences a change in the flow rate and a new reflection takes place. Due to the dissipations at local discontinuities, to the motion of the pump and valve pistons and, especially, to the nonlinear response of the nozzle, an unsteady highly complex wave pattern is observed along the system.

In the present work an attempt is made to model the liquid motion inside such equipment. The model is based on the equations of motion of the fluid which are numerically solved for specified conditions. The corresponding computer code includes the control of most of the principal characteristics of the physical system, making it especially suitable for analysis of a given equipment or design. The program has been used in the analysis of actual Diesel injectors and the results compared with laboratory experiments elsewhere

(Barbosa et al., 1988).

SYSTEM DESCRIPTION

In this section, the four components of a conventional Diesel fuel injection system are described: the injection pump, the delivery valve of the pump, the pipeline and the fuel injector. An schematic representation of this system is shown in Fig. 1.

Fuel Injection Pump. The pump meters, compresses and delivers the fuel to the delivery valve. At the beginning of the injection cycle, the fuel enters the pump chamber through the supply port and is free to leave to the spill port. As the plunger is pushed upward by the cam, the supply port and spill ports are closed and the confined fuel is compressed and pushed through the delivery valve. When the plunger helix uncovers the spill port, the pressure in the pumping chamber is relieved and fuel delivery to the delivery

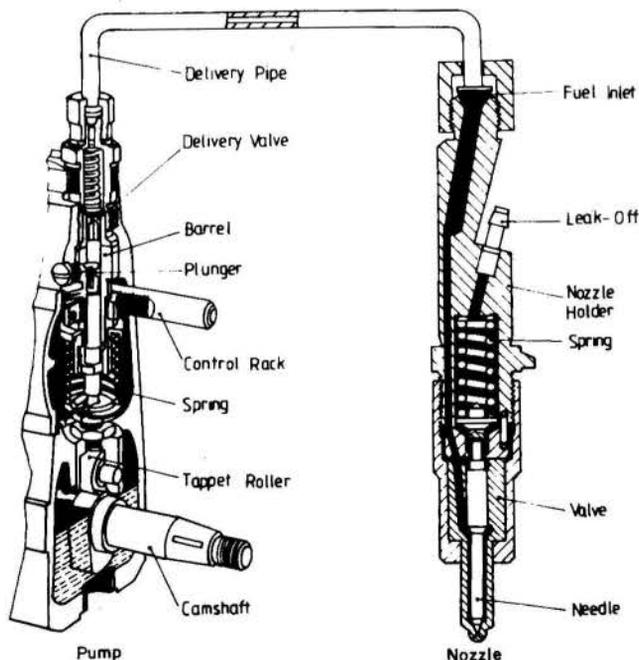


Figure 1. Schematic representation of a Diesel fuel injection system.

valve is terminated. The orientation of the helix, relative to the supply and spill ports, determines the amount of fuel delivered to the delivery valve.

Delivery Valve. The purpose of the delivery valve is to prevent the return of the fuel from the delivery side of the fuel injection system to the supply side as well as to attenuate against possible effects of after-injection wave reflections. When the pumping chamber is pressurized, the closing force exerted by the delivery valve spring is overcome and the valve opens allowing the pressurized fuel to pass to the pipeline. At the end of the pumping process, when the pump spill port is uncovered by the plunger helix, the pressure beneath the valve drops and the spring force along with pressure differential forces the delivery valve shut. As the valve travels downward the lower end of its retraction piston enters the valve bore and the fuel flow stops, thereby preventing the undesired purging of the pipeline. As the valve travels further downward, the volume on the delivery side of the fuel injection system is increased by the amount of the displacement volume and the pressure on that side of the valve is thereby reduced. The lowered pressure reduces the probability of a after-injection of fuel into the engine cylinder caused by hydraulic wave reflections superimposed on the residual pressure in the pipeline.

Pipeline. The pipeline connects the delivery valve to the pressure chamber of the fuel injector. It is a thick steel tube, with the small inner-diameter typically smaller than 2.54 mm and with length between 0.4 and 0.9 m.

Injector. The fuel injector directs the metered quantity of fuel from the pipeline into the combustion chamber of the engine. It has a spring mounted on the top of the needle which keeps the valve closed until a prescribed opening pressure is reached. A leak-off path is provided for the fuel which leaks between the valve and the body to return it to the supply reservoir. At the beginning of the injection the valves are held in a seated position by the injection spring. As the fuel is delivered from the pipeline to the nozzle pressure chamber, a pressure force opposing the spring is generated. Once the opening pressure (which can be controlled through the spring preload) is reached, the valve begins to lift and the fuel passes to the combustion chamber. The dynamics of the valve motion is dependent on the balance between the spring and pressure forces exerted on it. The need for the simultaneous solution of the governing equations is apparent: the motion of the valve is dependent on the pressure in the nozzle pressure chamber and in the chamber above the nozzle; the pressure in these chambers is, in turn, dependent on the position of the valve (as it affects the chamber volume) and the flow rates into and out of the volume (which are themselves dependent on the chamber pressure).

PHYSICAL MODEL AND THEORETICAL FORMULATION

The physical model is based in the following assumption:

- The fluid compressibility is described by:

$$K = \frac{dp}{d\rho/\rho} \quad (1)$$

The variation of the bulk modulus of elasticity of the fluid K , and of the fluid density ρ , with pressure is also considered;

- All elastic deformations of the solid parts of the system due to pressure changes are neglected, except the deformation of the pipeline;

- The flow is one-dimensional within the fuel lines;
- The Darcy-Weisbach friction factor f for steady state conditions are considered;
- If vapor is reached at any point in the system, a vapor cavity is permitted to grow and collapse in accordance with the dynamics equations and local mass continuity balance;
- The flow through the various ports is represented by a steady-flow orifice equation, i.e.:

$$Q = C_D A \sqrt{2\Delta \left(\frac{P}{\rho}\right)} \quad (2)$$

where C_D , the discharge coefficient, is considered dependent of the Reynolds number; A is the instantaneous opening area.

The equations to describe the dynamic response of the system are divided into three sub-systems: the pipeline, the pump and the injector equations. These equations are summarized below.

Pipeline Equations. Transient behavior of compressible fluid in a pipeline may be described by the equations of motion and continuity applied to an elemental length of the pipeline. Further information concerning these equations can be found in Wylie and Streeter (1978).

The equation of motion is expressed in the following form:

$$1 \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{fv|v|}{2D} + g \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

The continuity equation is:

$$v \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

In the above equations the usual nomenclature is being used. Therefore, x = distance; t = time; p = pressure; v = velocity; g = acceleration of gravity; D = pipe diameter; α = angle of inclination of the pipeline with the horizontal, positive when the elevation is above the horizontal; a = speed of wave propagation in the fluid, given by:

$$a^2 = \frac{K/\rho}{1 + \frac{K}{E} \left[\frac{D^2(1 - \mu^2)}{e(e + D)} + 2(1 + \mu) \right]} \quad (5)$$

where E = Young modulus; μ = Poisson's ratio; and e = pipeline wall thickness.

The momentum and continuity equations (Eqs. (3) and (4)) form a pair of quasi-linear hyperbolic partial differential equations in terms of two dependent variables, velocity and pressure, and two independent ones, distance along the pipeline and time. The equations are transformed into four ordinary differential equations by use of the characteristics method (Wylie and Streeter, 1978). When these equations are placed in finite-difference form by a first-order approximation of the integration, they become:

$$P_P - P_R + \rho_R a_R (V_P - V_R) + \frac{\rho_R a_R f_R V_R |V_R| (t_P - t_R)}{2D_R} + \rho_R a_R g \sin \alpha (t_P - t_R) = 0 \quad (6)$$

along the C^+ characteristic:

$$x_P - x_R = (V_R + a_R)(t_P - t_R) \quad (7)$$

$$P_P - P_S - \rho_S a_S (V_P - V_S) - \frac{\rho_R a_R f_R V_R |V_R| (t_P - t_R)}{2D_S} - \rho_S a_S g \sin \alpha (t_P - t_S) = 0 \quad (8)$$

along the C^- characteristic:

$$x_P - x_S = (V_S - a_S)(t_P - t_S) \quad (9)$$

where the subscripts represent positions in the $x-t$ plane as shown in Fig. 2.

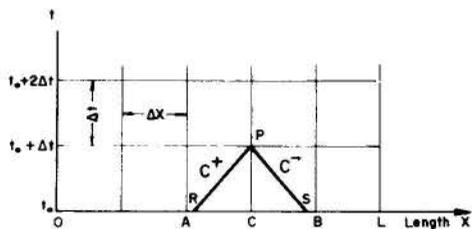


Figure 2. Characteristics in $x-t$ plane.

Injector Equations. These equations are written for the delivery chamber, the injector chamber, and the injection chamber, shown in Fig. 3, as follows:

$$\frac{dP_E}{dt} = \frac{K_E}{V_{E0}} (Q_P(NS) - Q_{EJ}) \quad (10)$$

$$\frac{dP_J}{dt} = \frac{K_J (Q_{EJ} - Q_R - Q_{JI} - A_J \dot{Y})}{(V_{J0} + A_J \dot{Y})} \quad (11)$$

$$\frac{dP_I}{dt} = \frac{K_I (Q_{JI} - Q_{INJ} - A_I \dot{Y})}{(V_{I0} + A_I \dot{Y})} \quad (12)$$

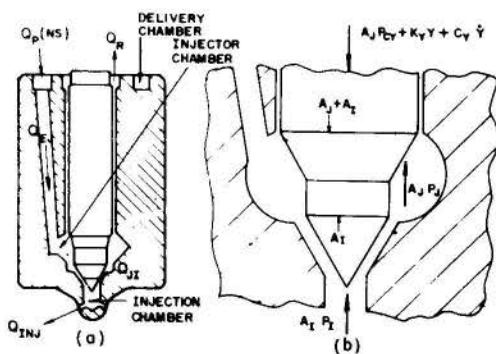


Figure 3. (a) Sectional view of injection nozzle and (b) forces on the needle.

where Q_{EJ} , Q_{JI} , Q_{INJ} and Q_R are given by:

$$Q_{EJ} = C_{DE} A_{EJ} \sqrt{2 \left(\frac{P_E}{\rho_E} - \frac{P_J}{\rho_J} \right)} \quad (13)$$

$$Q_{JI} = C_{DJ} A_{JI} \sqrt{2 \left(\frac{P_J}{\rho_J} - \frac{P_I}{\rho_I} \right)} \quad (14)$$

$$Q_{INJ} = C_{DI} A_{INJO} \sqrt{2 \left(\frac{P_I}{\rho_I} - \frac{P_{CC}}{\rho_{CC}} \right)} \quad (15)$$

$$Q_R = C_{DR} A_{JR} \sqrt{2 \left(\frac{P_J}{\rho_J} - \frac{P_{iD}}{\rho_{iD}} \right)} \quad (16)$$

In these equations the subscripts E, J and I refer to the delivery chamber, the injector chamber, and the injection chamber, respectively, and Y refers to the position of the injector needle. The flow $Q_P(NS)$ refers to the end of the delivery pipeline and is solved simultaneously with Eq. (8) applied to the pipeline. In Eq. (15), P_{CC} is the pressure in the combustion chamber, and in Eq. (16), P_{iD} is the residual pressure which remains in the pipeline between the cycles.

Additionally, the needle motion is described by:

$$m_Y \frac{d^2 Y}{dt^2} + c_Y \frac{dY}{dt} + k_Y Y = A_J (P_J - P_{CY}) + A_I P_I \quad (17)$$

Pump Equations. The equations for the pump dynamics take a similar form to the injector equations and can be found in Barbosa et al. (1988).

METHOD OF SOLUTION

The forcing function for the system is the specified cam motion which drives the pump plunger. After introducing the input data and calculating the constants included into the computing equations, the fuel injection procedure is initiated with the determination of the cam plate's angle of rotation. According to this angle, all the geometrical parameters included into the computing equations are evaluated.

The numerical solution of the partial differential equations by the method of characteristics is described by Wylie and Streeter (1978) and Ralston and Wilf (1960). In order to compute the solution to any desired time, it is necessary to introduce the appropriate boundary conditions. Thus, the conditions at the pump and injector are treated as boundaries for the pipeline. Due to the extremely rapid changes at these boundaries, neither an interactive nor a Range-Kutta approximation could be applied at time steps that were economically feasible for the method of characteristics. Then, a modified predictor-corrector method by Hamming (Carnahan et al., 1969) is used in this model. This method solves a system of ordinary differential equations for which the evaluation of derivatives requires relatively little computing time. Therefore, with this procedure it could be possible to reduce the step size within a fixed characteristics method time step in order to achieve a desired accuracy level. The predictor-corrector method uses the system response at earlier time steps; additionally, it requires information from the pipeline for the step change. The later information is

available from the characteristics described in Eq. (6) through (9).

ANALYSIS OF THE RESULTS AND CONCLUSIONS

This model was tested in a real system as described in Barbosa et al. (1988). The results of the simulation of a particular case is shown here. The system considered was a Bosch PFRK injection pump and injector, installed in a TOBATA Ar-90 engine.

The results of this simulation are briefly summarized in Fig. 4, where the pressure at some points in the system, as well as the displacements of components, are shown as function of the cam angle. Main data for this study are: pump rotation = 800 rpm; nozzle orifice diameter $D_{INJO} = 0.2$ mm; diameter of the pumping chamber supply and return orifices $D_A = D_{AR} = 3$ mm; distance travelled by the delivery valve to open the orifice between the pumping chamber and the delivery chamber $X_A = 1.8$ mm.

In this figure, a number of features in the response during the injection period can be identified:

- the pressures at the pumping chamber (c) and the delivery chamber (d) rise initially in response to the pump plunger motion (a) and, delayed in time, the pressures at the injector (f) and injection chambers (g) begin to rise as well;

- the pressure at the delivery chamber (d) rises while the delivery valve (b) opens and drops with the delivery valve closing;

- when the injector needle opens ((b) at a cam angle of $\approx 101^\circ$), there is a momentary pressure reduction at the injection and injector chambers as marked on (g) and (f); this initiates an expansion wave traveling upstream which as indicated on (c) and (d);

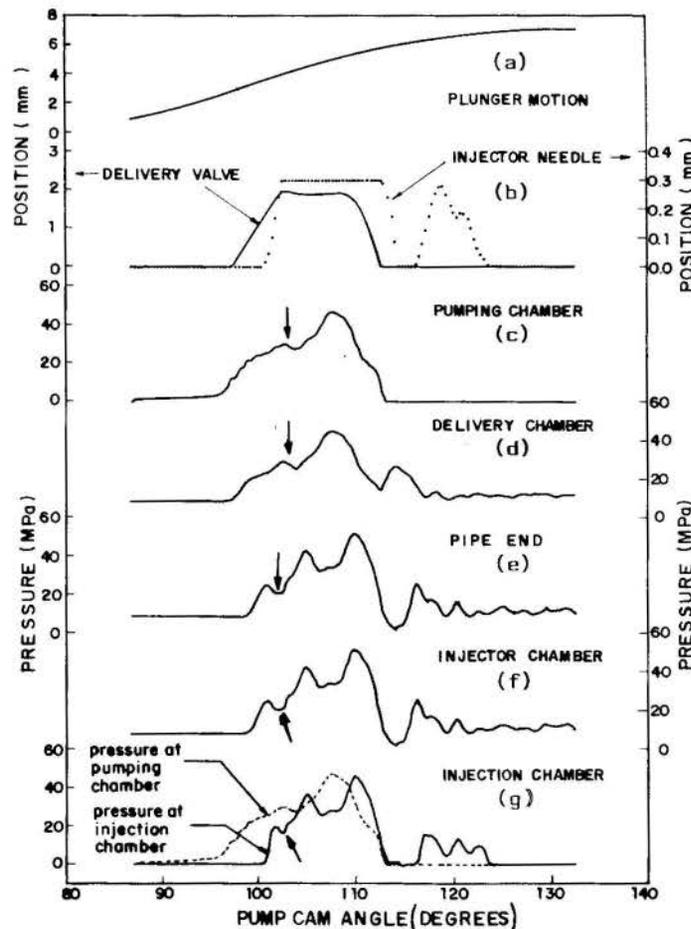


Figure 4. Computer results for pump speed of 800 rpm and supply and return orifice diameters of 3 mm.

- when the plunger helix of the pump uncovers the spill port at a cam angle of $\approx 108^\circ$, the pressure in the pumping chamber is relieved and the pressure in the injection chamber begins to fall in response;

- as the pressure in injection chamber continues to fall, the valve closes and a complex wave interaction develops in the transfer line;

- a secondary opening of the injection needle is observed after completion of the primary injection (b) as a consequence of the pressure build-up in the injection chamber shown in (g); the after-injection effect is clearly indicated;

- the higher frequencies in graphs (c) through (g) show the effects of wave reflections in the system; damping is also observed in these graphs.

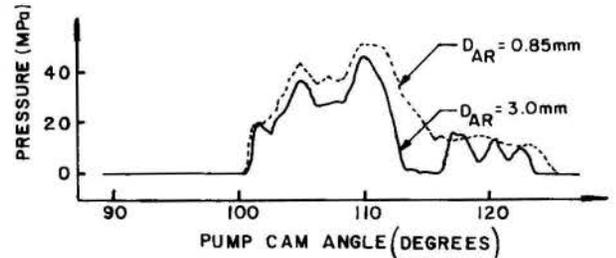


Figure 5. Comparison of pressures in the injection chamber illustrating the reduction in after-injection caused by the modification of the original D_{AR} from 3 mm to .85 mm.

Since after-injection was observed in the real system, a numerical simulation study was done to propose modifications in the injector design to correct this problem. As a result, it was suggested that the return orifice diameter in the pumping chamber should be changed to 0.85 mm. The simulation of the injection system modified in that way furnished the pressure history shown by the dotted line in Fig. 5. This result can be compared with the pressure for original orifice shown by the solid line. The modification caused an increase in the overall time for primary injection and the elimination of after-injection.

REFERENCES

- .Barbosa, M.C.V.S., Alves, M.A.C. and Azevedo, A.G., "Estudo de um Sistema de Injeção Diesel Operando com Querosene de Aviação," Proceedings of the 2nd Brazilian Thermal Science Meeting, pp. 53-56, Rio de Janeiro, Brazil, 1988.
- .Barbosa, M.C.V.S., Okai, C.A. and Azevedo, A.G., "Estudo de um Motor e Sistema de Injeção Diesel Operando com Querosene de Aviação," Work presented for the Iochp Prize of Technology, Edition 1988/89, (sponsored by) Massey Perkins, São Paulo, 1989.
- .Carnahan, B., Luther, H.A. and Wilkes, J.O., "Applied Numerical Methods," John Wiley and Sons, New York, 1969.
- .Dutra, A.S. and Stuckenbruck, S., "Transientes Hidráulicos em Partida e Parada de Bombas Centrífugas," Proceedings of the 1st Brazilian Thermal Science Meeting, pp. 195-198, Rio de Janeiro, Brazil, 1986.
- .Ralston, A. and Wilf, H.S., eds. "Mathematical Methods for Digital Computers," John Wiley and Sons, 1960, Vol. II, pp. 165-179.
- .Rudinger, G., "Nonsteady Duct Flow: Wave Diagram Analysis," Dover Publications Inc., New York, 1969.
- .Wylie, E.B. and Streeter, V.L., "Fluid Transients," McGraw-Hill Book Co., USA, 1978.

ESQUEMA EXPONENCIAL DIRECIONAL PARA EQUAÇÃO DE
 TRANSPORTE CONVECTIVO-DIFUSIVO BIDIMENSIONAL

JOSÉ RICARDO FIGUEIREDO

UNICAMP - FEM - DE
 Cid. Univ. Zeferino Vaz, 13081, Campinas, S.P.

RESUMO

Este trabalho apresenta e testa uma discretização de tipo exponencial direcional em diferenças finitas para a equação de transporte convectivo-difusivo no caso bidimensional, empregando moléculas de seis pontos. O esquema demonstrou excelente acuidade num amplo espectro de soluções da equação de transporte, com desempenho aceitável mesmo em casos onde o conceito angular de difusão numérica não se aplica.

1. INTRODUÇÃO

É conhecida a problemática da discretização nas equações de transporte de calor, concentração de espécies químicas, ou quantidade de movimento, em meio fluido a altos números de Peclet ou Reynolds. O diferenciamento central, além de frequentemente instável, pode gerar oscilações irrealistas. Apesar de sua estabilidade, são também insuficientes os esquemas a montante e exponencial de Allen & Sauthwell, por sua inacuidade em problemas com fortes gradientes normais ao escoamento quando a grade numérica não é paralela ao fluxo, fenômeno geralmente denominado "erro de difusão numérica".

Em função do efeito angular surgiram esquemas empregando interpolação a montante ou exponencial apenas na direção do escoamento: os esquemas direcionais de Raithby (1976) e de Lillington (1981) em volumes finitos e de Baliga e Patankar (1983) e Hughes e Brooks (1979) em elementos finitos.

Este trabalho apresenta um esquema exponencial rotacional em diferenças finitas utilizando moléculas de seis pontos para problemas bidimensionais. O esquema é em seguida comparado ao central e ao exponencial de Allen e Sauthwell em várias possíveis soluções da equação de transporte.

Em estudo anterior (Figueiredo, 1990) foi demonstrado que o efeito de aumento do erro com o ângulo não é universal; em algumas soluções não se nota efeito angular, em outras ocorre efeito inverso ao previsto. Portanto, a avaliação dos esquemas rotacionais não deve limitar-se aos casos típicos de difusão cruzada.

2- DERIVAÇÃO DO ESQUEMA

Consideremos o transporte térmico. Sendo ϕ a temperatura, busca-se uma representação do operador convectivo-difusivo na equação de transporte na forma convectiva:

$$L(\phi) = \rho c_p u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \rho c_p v \frac{\partial \phi}{\partial y} - \gamma \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \gamma \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\rho c_p \frac{\partial \phi}{\partial t} + S \quad (1)$$

onde u e v são as componentes de velocidade nas direções x e y , ρ a densidade do fluido, c_p o calor específico a pressão constante, γ a condutividade térmica e S eventual dissipação de calor.

Em termos das coordenadas s e n , paralela e normal à direção do escoamento (figura 1), a equação fica:

$$\gamma \cdot \left(p \frac{\partial \phi}{\partial s} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial n^2} \right) = -\rho c_p \frac{\partial \phi}{\partial t} + S \quad (2.1)$$

$$p = \rho c_p (u^2 + v^2)^{1/2} / \gamma \quad (2.2)$$

O método desenvolvido por Allen (1962) consiste em utilizar como perfis interpolantes da equação multidimensional as soluções exatas de equações unidimensionais assemelhadas. O esquema original de Allen e Sauthwell (1955) emprega equações aproximativas nas direções x e y . O presente esquema busca utilizar o efeito rotacional procedendo com equações unidimensionais nas coordenadas s e n :

$$p \frac{d\phi}{ds} - \frac{d^2 \phi}{ds^2} = k_1 \quad (3.1)$$

$$\frac{d^2 \phi}{dn^2} = k_2 \quad (3.2)$$

A equação (3.1) pode ser vista como simplificação da equação (2.1) tomando k_1 como representativo dos termos transientes, fonte e difusão cruzada, divididos por γ . Analogamente k_2 em (3.2) engloba todos os termos de (2.1) exceto o de difusão normal.

As soluções gerais das equações simplificadas (3) sugerem os cinco primeiros termos da superfície interpolante:

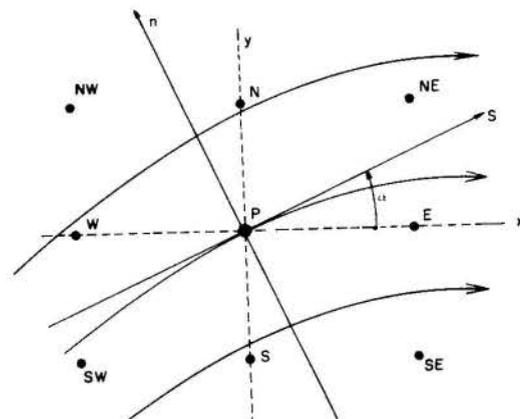


Fig.1 - Notação para esquemas rotacionais

$$\phi = C_1 + C_2 n + C_3 n^2 + C_4 s + C_5 \exp(ps) + C_6 sn \quad (4)$$

O sexto termo torna a representação completa até segunda ordem. Um esquema de cinco nós desprezando este termo resultou singular em algumas situações, por exemplo na malha quadrada, se α for 45 graus.

A função (4) é expressa em termos das coordenadas numéricas por:

$$\begin{aligned} \phi &= C_1 + C_2(-x.\text{sen}\alpha + y.\text{cos}\alpha) + \\ &C_3(x^2.\text{sen}^2\alpha - 2xy.\text{sen}\alpha.\text{cos}\alpha + y^2.\text{cos}^2\alpha) + \\ &C_4(x.\text{cos}\alpha + y.\text{sen}\alpha) + C_5 \exp(px.\text{cos}\alpha + py.\text{sen}\alpha) \\ &C_6[-x^2.\text{sen}\alpha.\text{cos}\alpha + xy(\text{cos}^2\alpha - \text{sen}^2\alpha) + y^2.\text{sen}\alpha.\text{cos}\alpha] \end{aligned} \quad (5)$$

A partir de (4) ou (5) mostra-se que:

$$L(\phi) = \gamma(pC_4 - 2C_3) \quad (6)$$

As constantes C's são obtidas por ajuste da superfície (5) aos nós P, N, S, E e W, e a um dos pontos não cardeais, SW, SE, NW ou NE. Escreve-se o sistema de equações correspondente à aplicação da equação da superfície a cada um dos seis nós pertinentes.

Assumindo por exemplo a escolha do nó SW, a solução de tal sistema fornece, em particular, os parâmetros:

$$C_3 = \frac{1}{2} \left[\frac{\phi_E - 2\phi_P + \phi_W}{\Delta x^2} + \frac{\phi_N - 2\phi_P + \phi_S}{\Delta y^2} - C_5 \left(\frac{E_E + E_W}{\Delta x^2} + \frac{E_N + E_S}{\Delta y^2} \right) \right]$$

$$C_4 = \left[\frac{(\phi_E - \phi_W) - C_5(E_E - E_W)}{2\Delta x} \right] \frac{\text{cos}\alpha}{2\Delta x} + \left[\frac{(\phi_N - \phi_S) - C_5(E_N - E_S)}{2\Delta y} \right] \frac{\text{sen}\alpha}{2\Delta y}$$

$$C_5 =$$

$$\frac{(\phi_{SW} - \phi_S - \phi_W + \phi_P) \cdot \text{sen}\alpha \text{cos}\alpha}{\Delta x \Delta y} + \frac{(\phi_E - 2\phi_P + \phi_W) \text{cos}^2\alpha}{2\Delta x^2} + \frac{(\phi_N - 2\phi_P + \phi_S) \text{sen}^2\alpha}{2\Delta y^2}$$

$$\frac{E_E E_W \text{sen}\alpha \text{cos}\alpha}{\Delta x \Delta y} + \frac{(E_E + E_W) \text{cos}^2\alpha}{2\Delta x^2} + \frac{(E_N + E_S) \text{sen}^2\alpha}{2\Delta y^2}$$

$$E_E = \exp(p\Delta x \text{cos}\alpha) - 1 \quad ; \quad E_N = \exp(p\Delta y \text{sen}\alpha) - 1$$

$$E_W = \exp(-p\Delta x \text{cos}\alpha) - 1 \quad ; \quad E_S = \exp(-p\Delta y \text{sen}\alpha) - 1$$

$$E_{SW} = \exp(-p\Delta x \text{cos}\alpha - p\Delta y \text{sen}\alpha) - 1 = E_S E_W + E_S + E_W \quad (7.1) \text{ a } (7.8)$$

Estas relações são a seguir substituídas na expressão (6) gerando o operador em diferenças finitas do fluxo convectivo difusivo líquido global caso o nó não cardeal pertinente seja SW. Proceder-se analogamente para os demais pontos não cardeais.

Os resultados para ambas as situações podem ser postos em uma forma comum empregando as funções δ_{SW} , δ_{SE} , δ_{NW} e δ_{NE} , que são definidas pelo valor 1 para o ponto não cardeal escolhido como sexto nó e 0 para os demais. O operador resulta:

$$L(\phi) = \frac{-\gamma}{\Delta x \Delta y} [\pi_E \phi_E + \pi_W \phi_W + \pi_N \phi_N + \pi_S \phi_S + \pi_{NC} \phi_{NC} + \pi_P \phi_P]$$

onde

$$\pi_E = (1 - \Delta Pe_x / 2 + F \text{cos}^2\alpha) \cdot (\Delta y / \Delta x) + (-\delta_{SE} - \delta_{NE}) \pi_{NC}$$

$$\pi_W = (1 + \Delta Pe_x / 2 + F \text{cos}^2\alpha) \cdot (\Delta y / \Delta x) + (-\delta_{SW} - \delta_{NW}) \pi_{NC}$$

$$\pi_N = (1 - \Delta Pe_y / 2 + F \text{sen}^2\alpha) \cdot (\Delta x / \Delta y) + (-\delta_{NW} - \delta_{NE}) \pi_{NC}$$

$$\pi_S = (1 + \Delta Pe_y / 2 + F \text{sen}^2\alpha) \cdot (\Delta x / \Delta y) + (-\delta_{SW} - \delta_{SE}) \pi_{NC}$$

$$\Delta Pe_x = p \cdot \text{cos}\alpha \cdot \Delta x$$

$$\Delta Pe_y = p \cdot \text{sen}\alpha \cdot \Delta y$$

$$\pi_{NC} = 2F \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha \cdot (\delta_{SW} - \delta_{SE} - \delta_{NW} + \delta_{NE})$$

$$\pi_P = -(\pi_E + \pi_W + \pi_N + \pi_S + \pi_{NC})$$

$$F =$$

$$\frac{[(E_E - E_W) \Delta Pe_x / 2 - (E_E + E_W)] \cdot \Delta y / \Delta x + [(E_N - E_S) \Delta Pe_y / 2 - (E_N + E_S)] \cdot \Delta x / \Delta y}{(E_E + E_W) \cdot \text{cos}^2\alpha \cdot \Delta y / \Delta x + (E_N + E_S) \cdot \text{sen}^2\alpha \cdot \Delta x / \Delta y + EE_{mt} \cdot 2 \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha}$$

$$EE_{mt} = E_S \cdot E_W \quad (\text{se } NC=SW); \quad E_N \cdot E_E \quad (\text{se } NC=NE);$$

$$-E_S \cdot E_E \quad (\text{se } NC=SE); \quad -E_N \cdot E_W \quad (\text{se } NC=NW).$$

(8.1) a (8.11)

Caso p seja pequeno é adequada a aproximação:

$$F = \frac{-p^2 \cdot (\Delta x^2 \text{cos}^4\alpha + \Delta y^2 \text{sen}^4\alpha) / 12}{1 - p \cdot \text{sen}^2\alpha \cdot \text{cos}^2\alpha (\Delta x |\text{cos}\alpha| + \Delta y |\text{sen}\alpha|)} \quad (8.12)$$

Maiores detalhes da derivação são apresentados por Figueiredo (1991).

Tal como os outros esquemas rotacionais, o presente não é diagonalmente dominante de forma incondicional. O peso da diagonal é maximizado adotando o nó não cardeal do quadrante localizado a montante do nó central.

Neste caso, para número de Peclet celular igual a 6, por exemplo, o esquema é ainda diagonalmente dominante. Para valores como 10, 20 e 50 a relação entre o módulo da diagonal e a soma dos módulos é no mínimo 0,92, 0,80 e 0,68 em cada caso no esquema rotacional, enquanto no esquema central esta relação cai até 0,28, 0,14 e 0,057 respectivamente.

3 - TRANSPORTE EM ESCOAMENTO PARALELO

O transporte sem termo fonte através de um escoamento paralelo formando ângulo α com os eixos da grade numérica corresponde na equação (1) ao caso linear homogêneo em regime permanente com coeficientes constantes. Em termos das coordenadas s e n a solução geral é dada pela integral no espectro dos autovalores λ da somatória das funções:

$$\begin{aligned} \phi_A &= \exp \{ [Pe - (Pe^2 + 4\lambda^2)^{1/2}] \cdot s / 2 \} \cdot \text{sen}(\lambda \cdot n) \\ \phi_B &= \exp \{ [Pe + (Pe^2 + 4\lambda^2)^{1/2}] \cdot s / 2 \} \cdot \text{sen}(\lambda \cdot n) \\ \phi_C &= \exp \{ [Pe - (Pe^2 - 4\lambda^2)^{1/2}] \cdot s / 2 \} \cdot \exp(\lambda \cdot n) \\ \phi_D &= \exp \{ [Pe + (Pe^2 - 4\lambda^2)^{1/2}] \cdot s / 2 \} \cdot \exp(\lambda \cdot n) \\ \phi_{C\&D} &= \exp(Pe \cdot s / 2) \cdot \exp(Pe \cdot n / 2) \\ \phi_{CD} &= \exp(Pe \cdot s / 2) \cdot \text{sen}[(4\lambda^2 - Pe^2)^{1/2} \cdot s / 2] \cdot \exp(\lambda \cdot n) \\ \phi_{DC} &= \exp(Pe \cdot s / 2) \cdot \text{cos}[(4\lambda^2 - Pe^2)^{1/2} \cdot s / 2] \cdot \exp(\lambda \cdot n) \end{aligned} \quad (9.1) \text{ a } (9.7)$$

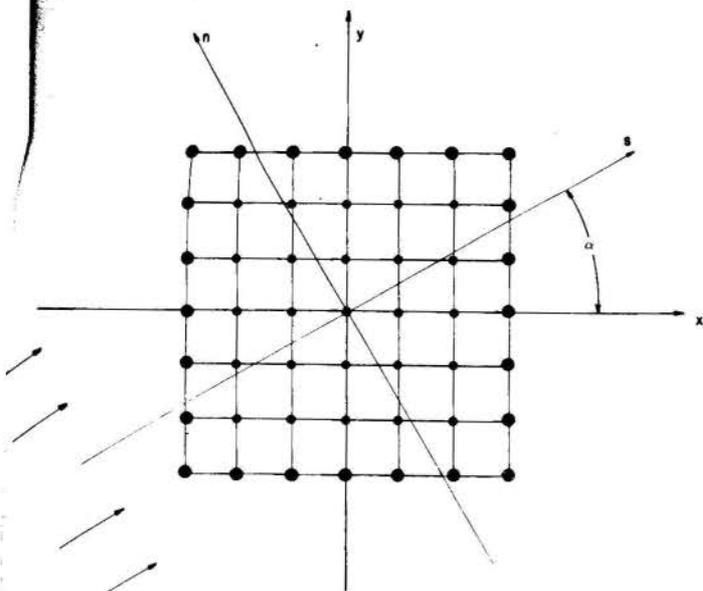


Fig.2 - Sistemas de coordenadas analítico e numérico no problema do transporte em escoamento paralelo.

As funções ϕ_A e ϕ_B , ou simplesmente, A e B, são definidas para qualquer λ real. As funções C e D existem se $\lambda/Pe < 0,5$, C&D para $\lambda/Pe = 0,5$; e CD e DC quando $\lambda/Pe > 0,5$.

Analogamente a trabalho anterior, faz-se experimentos numéricos empregando na maior parte dos casos como soluções exatas as funções elementares acima, objetivando uma avaliação abrangente do esquema. Posiciona-se o domínio quadrado conforme a figura 2. Os valores exatos são utilizados como condição de Dirichlet no problema numérico. Cada problema é resolvido pelos esquemas exponencial rotacional, central e exponencial de Allen & Southwell por processo ADI, alternando direção e sentido de varredura, e finalizado quando a variação da função num ciclo for menor que 10^{-9} .

Consideramos inicialmente casos definidos por $\lambda = 6,6642$; $Pe = 100$; $\alpha = 22,5$ graus, e malha de 10×10 espaçamentos. Para esta relação λ/Pe existem as funções A, B, C e D. Os tipos A e C são suaves na direção do escoamento, e moderadamente abruptos na direção normal, donde o fluxo difusivo é predominantemente normal. Os tipos B e D são muito abruptos junto à fronteira de saída, onde ocorre difusão em contra corrente ao escoamento.

Na figura 3, relativa à função A, o esquema exponencial de Allen e Southwell denota comportamento difusivo, o central mostra-se mais acurado, e o exponencial rotacional muito mais.

A figura (4) mostra a função B na coluna interna adjacente à fronteira a jusante. A solução exata já é praticamente nula; os esquemas exponenciais reproduzem este fato, enquanto o central mostra-se oscilatório.

O comportamento dos três esquemas nas funções C e D é qualitativamente semelhante ao das funções A e B respectivamente.

Foi mostrado (Figueiredo, 1990) que com o aumento da relação λ/Pe o erro dos esquemas em geral aumenta, tendendo o desempenho dos diversos esquemas a uma relativa homogeneização quando aquela relação aproxima ou supera a unidade. Isto ocorre claramente nas funções tipo A e B. Nas famílias de funções C e D a relação entre erro e λ/Pe é mais complexa. Um caso deste importante é o da função C&D, quando λ/Pe é $0,5$, onde o esquema de Allen e Southwell não segue o conceito angular de difusão numérica.

Na figura (5) estão resultados do problema C&D no caso $Pe = 100$, $\lambda = 50$ e $\alpha = 22,5$ graus. O esquema de Allen é visualmente coincidente com a solução

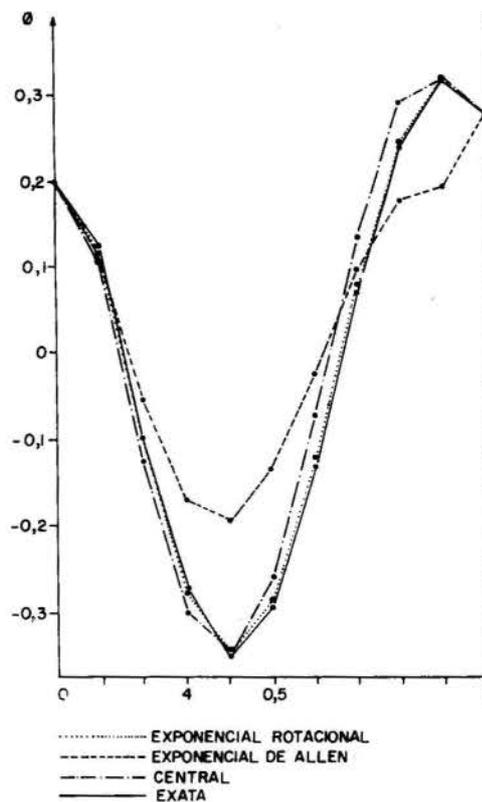


Fig.3 - Soluções em função tipo A.- $Pe = 100$; $\lambda = 6,66$; $\alpha = 22,5$ graus, grade 10×10 , coluna 9.

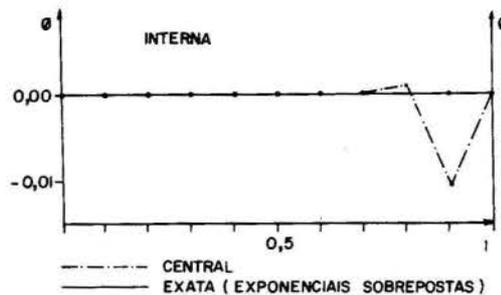


Fig.4 - Soluções em função tipo B.- $Pe = 100$; $\lambda = 6,66$; $\alpha = 22,5$ graus, grade 10×10 .

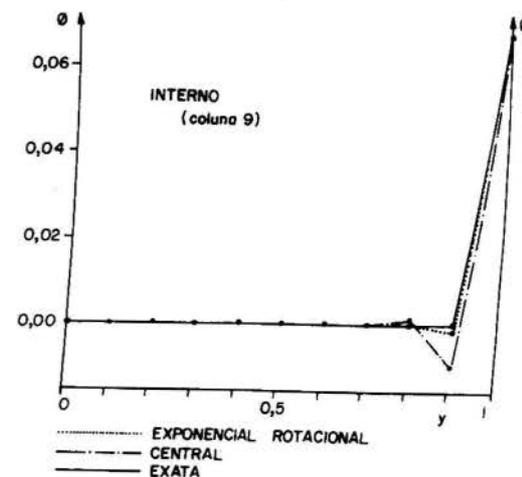


Fig.5 - Soluções em função tipo C&D- $Pe = 100$; $\lambda = 50$; $\alpha = 22,5$ graus, grade 10×10 .

exata. O esquema rotacional produz oscilação, embora muito menor que o central. É significativo que ainda aqui, onde não se aplica o conceito angular de difusão numérica, o comportamento do esquema rotacional tenha sido razoável.

Finalmente, aproximamos o problema do transporte puramente convectivo de uma função com descontinuidade tipo degrau, estudado por Wolfshtein (1969), e que motivou em grande medida o conceito de difusão numérica, através da série:

$$\phi = \sum_{m=1}^M \frac{\exp\{-[Pe - [Pe^2 + 4(2m-1)\lambda^2]^{1/2}]s/2\} \cdot \text{sen}[(2m-1)\lambda n]}{2m-1} \quad (10)$$

que tende para uma onda quadrada na direção n , desde que o argumento da exponencial seja pequeno. A ordem da série é assim limitada por uma baixa relação λ/Pe . Assim, para números de Peclet finitos a solução exata terá aspecto oscilatório.

Adotamos $Pe=1000$; $\lambda=2,22$; $M=10$; $\alpha=22,5$ graus e malha 30×30 . A figura (6) mostra o esquema rotacional reproduzindo com precisão o perfil oscilatório exato; denuncia uma forte suavização com o esquema de Allen & Southwell e apresenta o comportamento oscilatório do central fracamente correlacionado à solução exata.

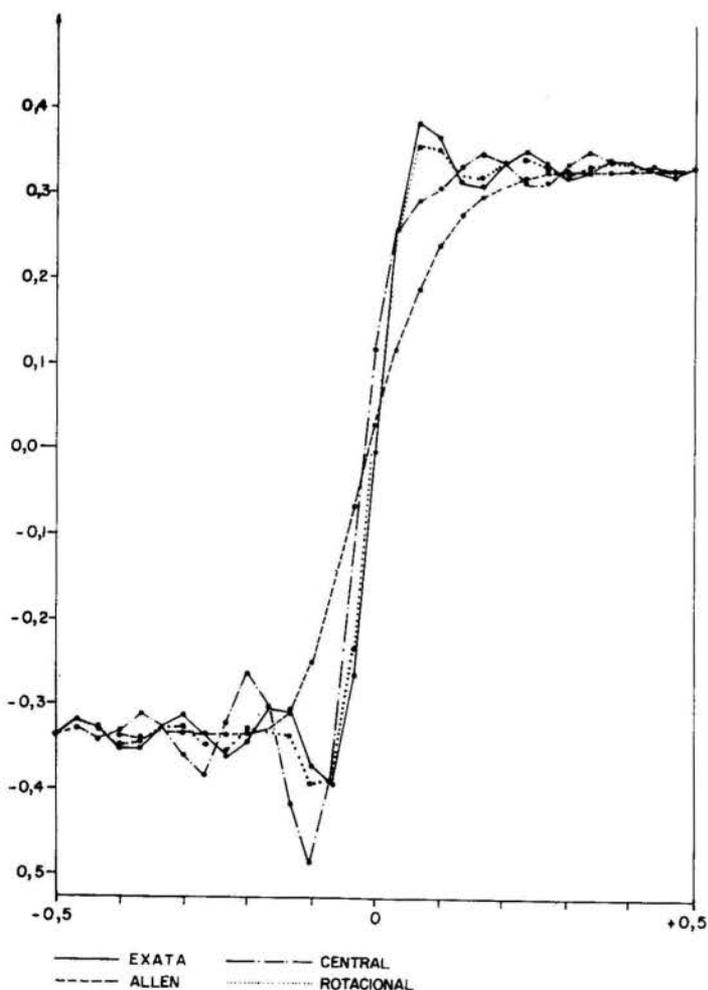


Fig.6 - Soluções em somatória de funções A.- $Pe=1000$; $\alpha=22,5$ graus, grade 30×30 , coluna 15

4. CONCLUSÃO

O esquema exponencial rotacional é bastante acurado num amplo espectro de soluções da equação de transporte, particularmente as que aproximam o transporte puramente convectivo, com desempenho um pouco pior em soluções que não seguem o conceito angular de difusão numérica.

Note-se que as funções onde o esquema exponencial é ótimo podem apresentar regiões abruptas através de todo domínio, as demais podem ser abruptas apenas em regiões de contorno a jusante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, D.N.deG. & SAUTHWELL, R.V. " Relaxation Methods Applied to Determine the Motion, in Two Dimensions, of a Viscous Flow Past a Fixed Cylinder "; Quart. J. Mech. and Applied Math., 8, pp.129-145, 1955.

ALLEN, D.N.deG. " A suggested approach to Finite-Difference Representation of Differential Equations, with an Application to Determine Temperature Distributions Near a Sliding Contact "; Quart. J. Mech. and Applied Math., 15, pp.11-33, 1962.

BALIGA, B.R. & PATANKAR, S.V. " A Control Volume Finite-Element Method for Two-Dimensional Fluid Flow and Heat Transfer "; Numer. Heat transfer, 6, pp.245-261, 1983.

FIGUEIREDO, J.R. " Desempenho de Discretizações de Cinco Nós em Equações de Transporte em Fluidos ", III ENCIT, Itapema, S.C., 1990.

FIGUEIREDO, J.R. " Esquema Exponencial Direcional para Equação de Transporte Convectivo- Difusivo em Meio Fluido ", Relatório Convênio 502-PEPROBRAS, 1991.

HUGHES, T.J.R. & BROOKS, A. " A Multi-Dimensional Scheme with no Crosswind Diffusion ", in HUGHES, T.J.R. (Ed.) " Finite Element Methods for Convection Dominated Flows ", ASME, New York, 1979.

LILLINGTON, J.N. " A Vector Upstream Differencing Scheme for Problems in Fluid Flow Involving Significant Source Terms in Steady-State Linear Systems ", Int. J. Numer. Meth. Fluid Flow, 1, pp.3-15, 1981.

RAITHBY, G.D. " Skew Upstream Differencing Schemes for Problems Involving Fluid Flow ", Computer Meth. Applied Mech. Eng. pp.153-164, 1976.

WOLFSHTEIN, M. " Numerical Smearing in One-Sided Difference Approximations to the Equations of Non-Viscous Flow ", Report EF/TN/A/3, Imperial College, Mech. Eng. Dept., London, 1968.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece o apoio financeiro concedido pela PETROBRAS ao presente trabalho através do Convênio 502.

ABSTRACT

A six-node finite-difference skew-exponential scheme is developed and successfully tested in linear cases of the two-dimensional convective and diffusive transport equation.

ANÁLISE DE MANCAIS RADIAIS TURBULENTOS DE COMPRESSORES ALTERNATIVOS

A.L. MANKE, A.T. PRATA e R.T.S. FERREIRA
Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC
Caixa Postal 476 - 88049 - Florianópolis, SC

RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia numérica para a avaliação do desempenho de mancais de escorregamento submetidos a situações de carregamento dinâmico, como as que ocorrem em compressores alternativos. Resultados para os mancais de um compressor alternativo de refrigeração são apresentados em termos da órbita do centro do eixo, da vazão de óleo lubrificante, e das perdas de potência por fricção em função do ângulo de giro do eixo do mancal. É mostrado que efeitos de turbulência e de cavitação afetam de uma maneira desfavorável, o desempenho do mancal.

INTRODUÇÃO

Nos compressores e motores de combustão interna, uma parcela considerável de energia é consumida pelo atrito viscoso desenvolvido nos mancais de escorregamento. As perdas por atrito viscoso podem ser reduzidas utilizando-se no projeto modelos matemáticos que permitam prever o comportamento destes mancais nas suas condições reais de operação.

A análise do comportamento dos mancais de escorregamento presentes nestas máquinas alternativas é uma tarefa que incorpora a resolução de dois problemas distintos: o problema relacionado ao escoamento do fluido lubrificante e o problema de dinâmica do eixo, que está submetido a um carregamento cíclico. Observa-se que este é um caso típico de interação fluido-estrutura.

O primeiro a formular matematicamente o problema da lubrificação hidrodinâmica foi Osborne Reynolds (1886), partindo da equação de Navier-Stokes e utilizando diversas hipóteses simplificativas. Entretanto, somente na década de 60, com o contínuo avanço no desenvolvimento de computadores e dos métodos numéricos de solução de equações diferenciais, é que foi possível obter-se soluções mais completas e menos restritivas da equação de Reynolds. Uma revisão das técnicas utilizadas e os avanços realizados até esta época é feita por Campbell et al. (1967). Martin (1983) apresenta uma revisão dos desenvolvimentos de técnicas no projeto de mancais ocorridos até o início da década de oitenta, através da qual pode ser observado o potencial dos métodos numéricos.

Os métodos numéricos permitiram avaliar, de maneira mais precisa, a extensão do filme de óleo, ou seja, a posição da fronteira de cavitação. O ponto correto onde se posiciona esta fronteira é variável na direção axial, como pode ser observado pelos experimentos descritos em Pinkus e Sternlicht (1961), exigindo o uso de modelos bidimensionais. Modelos unidimensionais, como a aproximação de mancal curto, tem sido largamente utilizados, embora possuam suas restrições, como mostrado por Prata e Ferreira (1990) para carregamentos estáticos, e por Manke (1991) para carregamentos dinâmicos com cargas de direção e intensidade constantes. Neste trabalho esta análise será estendida para o caso de carregamentos dinâmicos com cargas de direção e intensidade variáveis.

Na análise de mancais trabalhando em regime de

altas rotações e/ou com óleos lubrificantes de baixa viscosidade, é imprescindível que a equação de Reynolds seja estendida a escoamentos turbulentos. Diversos estudos tiveram como finalidade a determinação de coeficientes turbulentos que se baseiam em uma viscosidade aparente oriunda do aumento da difusão de partículas fluidas, associada às flutuações de velocidade. Dentre tais estudos destacam-se os trabalhos de Constantinescu (1962), que se baseou no modelo do comprimento de mistura de Prandtl, Ng e Pan (1965) que usou a teoria de difusão de vórtices e, mais recentemente a contribuição de Wada e Hashimoto (1979), que determinou estes coeficientes utilizando conceito de escoamento global. Todos obtiveram resultados coerentes com os valores experimentais.

O presente trabalho apresenta e testa um procedimento computacional que permite simular o comportamento de mancais de escorregamento, fornecendo ao projetista, condições de otimizar seu desempenho.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O problema hidrodinâmico, associado ao escoamento do fluido lubrificante em mancais radiais, é resolvido pela equação de Reynolds que, ao considerar-se o regime turbulento e o carregamento dinâmico, apresenta a seguinte forma,

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{G_{\theta} h^3}{12\mu} \frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{G_y h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

onde h é a espessura do filme de óleo dada por $h=c(1+\epsilon \cos\theta)$ e G_{θ} e G_y são os coeficientes turbulentos, aproximados para uma forma simplificada por Hashimoto e Wada (1982),

$$G_{\theta} = 1/(a_{\theta} + b_{\theta} \epsilon \cos\theta) \text{ e } G_y = 1/(a_y + b_y \epsilon \cos\theta) \quad (3)$$

onde a_{θ} , b_{θ} , a_y e b_y são funções que dependem do número de Reynolds, $Re = \rho U c / \mu$.

A geometria do problema é apresentada na figura 1, onde observa-se o vetor carga W e as componentes da força hidrodinâmica F_1 e F_2 . Nos

mancais sujeitos a carregamentos devidos basicamente às forças de inércia dos componentes móveis, como é o caso de mancais de máquinas alternativas, a massa do eixo pode ser desprezada. Desta forma, um balanço de forças no eixo leva em consideração apenas estas duas forças, fornecendo,

$$W \cos \psi + F_1 = 0 \quad \text{e} \quad W \sin \psi + F_2 = 0 \quad (4)$$

para as direções ao longo e normal à linha de centros, respectivamente.

As componentes da força hidrodinâmica são calculadas a partir da integração do campo de pressão, de acordo com as expressões abaixo,

$$F_1 = \int_0^L \int_0^{2\pi} p \cos \theta \, R d\theta dy ; \quad F_2 = \int_0^L \int_0^{2\pi} p \sin \theta \, R d\theta dy \quad (5)$$

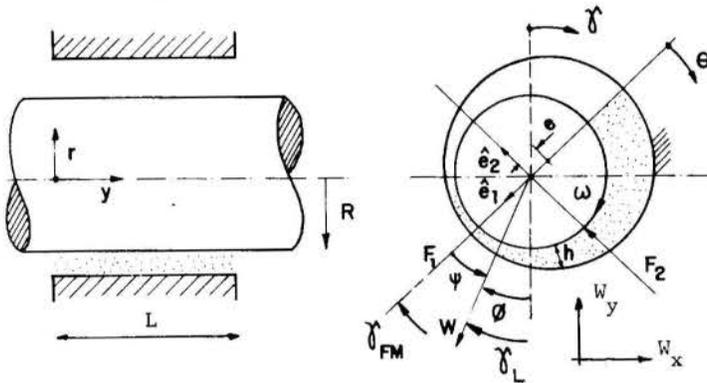


Figura 1 - Geometria do problema.

Com a finalidade de obter-se uma maior generalidade na apresentação dos resultados é conveniente adimensionalizar as equações (1) e (4), utilizando-se as seguintes variáveis,

$$P = (c^2/6\mu UR)p \, H^{3/2}, \quad H = h/c, \quad \Delta = (c^2/\mu UR^3 L)W \quad (6)$$

$$F_1^* = \frac{1}{6} \left(\frac{L}{R} \right) \frac{c^2}{\mu UR^3 L} F_1, \quad \eta = \frac{\theta}{2\pi}, \quad \xi = \frac{y}{L}$$

Desta forma, a equação (1) torna-se:

$$\frac{1}{4\pi^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[G_\eta H^3 \frac{\partial}{\partial \eta} (PH^{3/2}) \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[G_\xi H^{3/2} \frac{\partial P}{\partial \xi} \right] = 2\epsilon^* \cos(2\pi\eta) + \epsilon \sin(2\pi\eta) [2\dot{\gamma}_{FM}^* - 1] \quad (7)$$

onde:

$$\epsilon = e/c, \quad \epsilon^* = \partial \epsilon / \partial \tau, \quad \dot{\gamma}_{FM}^* = \partial (\gamma_W - \psi) / \partial \tau, \quad \tau = \omega t \quad (8)$$

As condições de contorno associadas à equação (7) são: $P = 0$ em $\xi = 0$ e $\eta = 0$ e 1 , e $\partial P / \partial \xi = 0$ em $\xi = L/2R$.

Para o sistema de equações (4) de determinação da trajetória do eixo, a utilização dos termos adimensionais (6) conduz a,

$$\frac{1}{6} \left(\frac{L}{R} \right) \Delta \cos \psi + F_1^* = 0, \quad \frac{1}{6} \left(\frac{L}{R} \right) \Delta \sin \psi + F_2^* = 0 \quad (10)$$

A resolução numérica da equação de Reynolds (7) foi obtida pelo método dos volumes finitos (Patankar, 1980) e fornece, de forma discretizada o campo de pressão no filme de óleo lubrificante a cada instante de tempo. A partir deste campo de pressão e do balanço de forças representado pelo sistema de equações (10), é possível determinar-se as velocidades radial e tangencial do eixo neste instante. Utilizando o método de Euler obteve-se a posição do eixo no instante subsequente, iniciando-se todo o processo novamente, até a convergência da trajetória.

Conhecido o campo de pressão a cada instante de tempo, é possível determinar as características de funcionamento do mancal, tais como vazão lateral de óleo, potência dissipada, espessura mínima do filme de óleo, localização da mínima espessura de óleo, entre outras. As equações associadas a tais grandezas são apresentadas em Manke (1991).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente resultados obtidos através da presente metodologia serão comparados com dados experimentais. Um dos poucos experimentos realizados com mancais submetidos a carregamentos dinâmicos é relatado por Campbell et al. (1967). O diagrama polar do carregamento é apresentado na figura 2 sendo que as características geométricas e de operação são as seguintes: $R=4,0$ pol, $L=5,0$ pol, $C=0,00325$ pol, $\mu=2,17 \times 10^{-6}$ lbf.s/pol² e $N=600$ rpm. Este mancal será referenciado como caso 1.

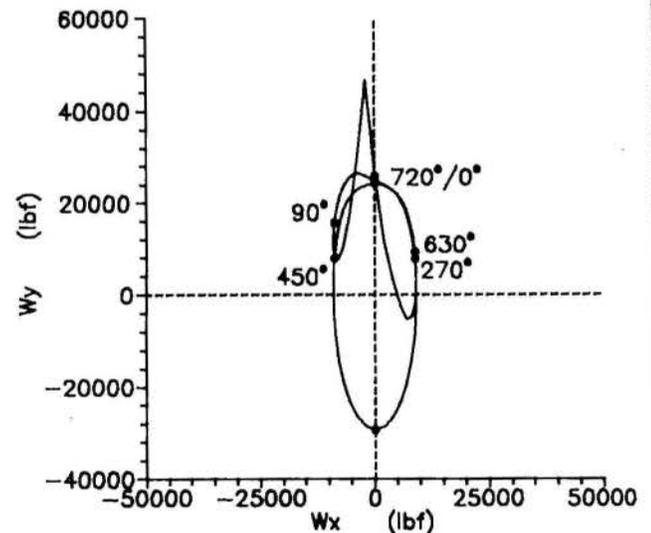
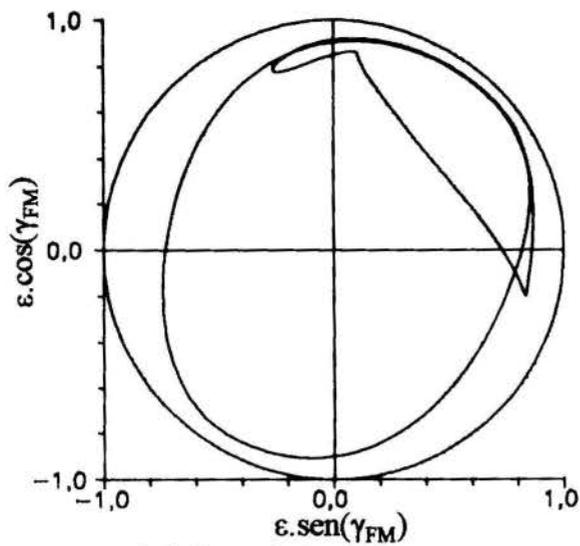


Figura 2 - Diagrama polar do carregamento submetido ao mancal do caso 1.

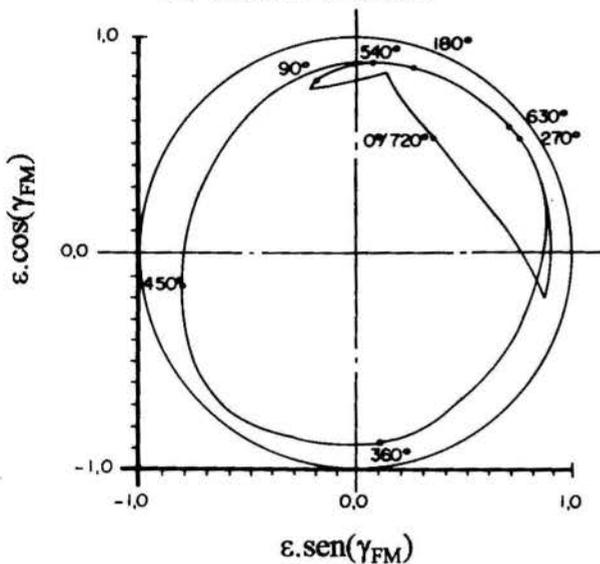
Para o caso 1, a trajetória obtida no presente trabalho é apresentada na figura 3a. Campbell et al. (1967) apresentam esta mesma trajetória obtida por várias outras metodologias, sendo que uma delas é reproduzida na figura 3b. Visualmente, observa-se uma boa concordância entre ambas.

Ao considerar-se que, com o desenvolvimento industrial, as máquinas passaram a operar com regimes de alta rotação e que se tornou freqüente o uso de lubrificantes de baixa viscosidade, muitas vezes o escoamento de óleo torna-se turbulento. Nestes casos modelos baseados em uma formulação laminar apresentam erros significativos.

Com a finalidade de analisar esta situação, são apresentadas as características geométricas e de funcionamento de um mancal operando em regime turbulento, denominado de caso 2. Para este caso as características geométricas e de operação do mancal são:



(a) Presente trabalho.



(b) Trajetória reproduzida de Campbell et al. (1967)

Figura 3 - Comparativo entre trajetória do eixo para o caso 1 obtida pela metodologia do presente trabalho (a), e conforme resultados da literatura (b).

$$R=0,0293 \text{ m}, \quad L=0,036 \text{ m}, \quad c=0,50 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\mu=0,10 \times 10^{-2} \text{ Pa.S}, \quad N=7200 \text{ rpm}, \quad \rho=987 \text{ kg/m}^3$$

O número de Reynolds deste escoamento é $Re = \rho Uc / \mu = 1090,2$, sendo que a transição do regime laminar para o turbulento ocorre, aproximadamente, para o valor de Reynolds igual a 1000 (Prata, 1992).

Este mancal está submetido ao carregamento da figura 4, sendo que as trajetórias obtidas ao utilizar-se formulações laminar ou turbulenta são apresentadas na figura 5.

Pela análise da figura 5 observa-se que o funcionamento do mancal em regime turbulento aumenta a sua capacidade de suportar carga uma vez que as excentricidades associadas à órbita do eixo são menores do que aquelas associadas aos regime laminar.

Nas figuras 6 e 7 são apresentadas, respectivamente, a vazão lateral de óleo lubrificante e a potência dissipada no mancal devido ao atrito viscoso. Estas curvas são plotadas em função do ângulo de giro da manivela, ou seja, apresentam o comportamento destas variáveis a cada instante de tempo dentro de um ciclo de operação.

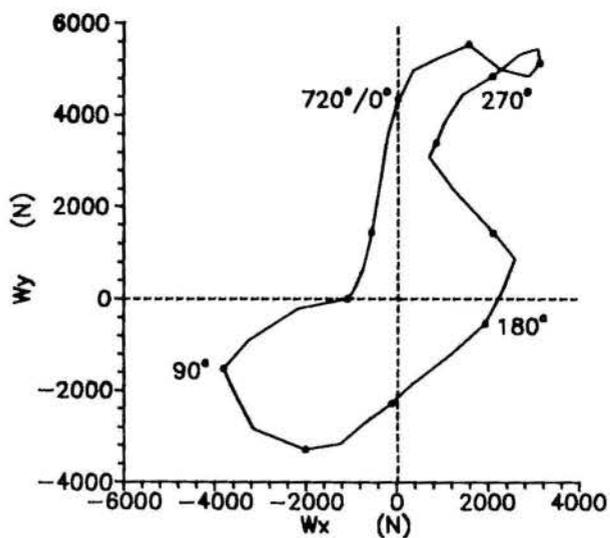


Figura 4 - Carregamento aplicado ao mancal do caso 2.

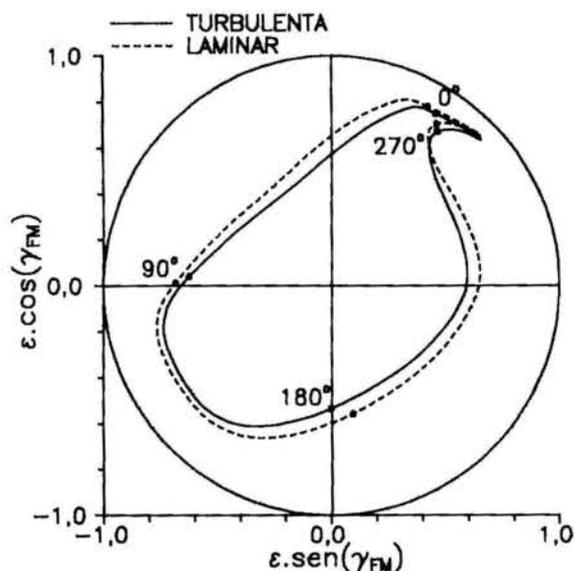


Figura 5 - Comparativo entre trajetórias obtidas através do uso de formulações laminar e turbulenta para o mancal do caso 2.

Os resultados anteriores foram obtidos com uma malha de 30x20 pontos e incremento de tempo equivalente a 1/4 graus de rotação do eixo de manivela, e mostram a potencialidade do método na simulação de mancais radiais. Outros resultados podem ainda ser obtidos, como pressão máxima instantânea, localização destas pressões máximas no mancal e no eixo, entre outras, permitindo uma completa análise do mancal e sua conseqüente otimização.

Na literatura encontram-se diversos trabalhos que fazem uso da aproximação de mancal curto, ou seja, de um modelo unidimensional na simulação de mancais radiais. Na figura 9 são apresentadas as trajetórias obtidas pela aproximação de mancal curto e pelo modelo de mancal finito (bidimensional). Embora observe-se uma concordância razoável entre os modelos para mancais finitos e curtos em relação à órbita do eixo, o dimensionamento de um mancal baseado no modelo de mancal curto pode conduzir a sérios erros de projeto. No caso em consideração a potência dissipada por atrito de acordo com o modelo de mancal curto é uma ordem de grandeza menor do que aquela obtida pelo modelo de mancal finito.

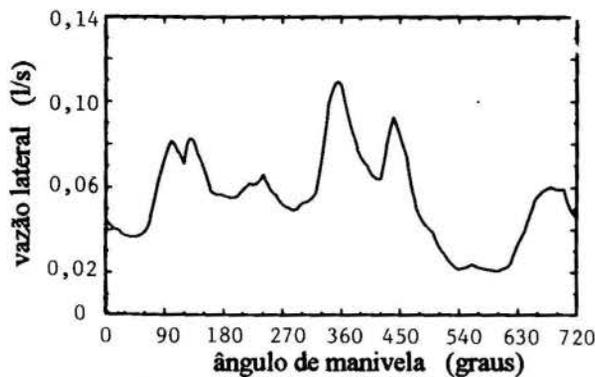


Figura 6 - Vazão lateral de óleo lubrificante em um ciclo de operação do mancal do caso 2.

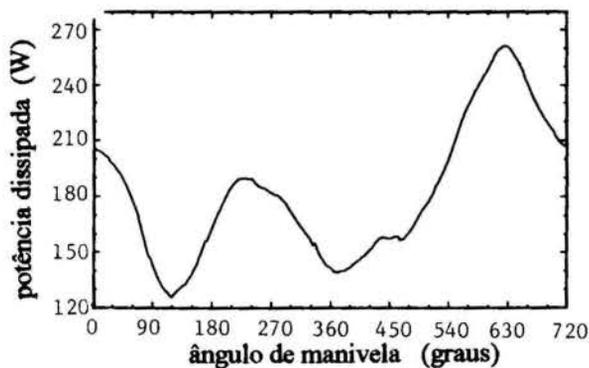


Figura 7 - Potência dissipada em um ciclo de operação do mancal do caso 2.

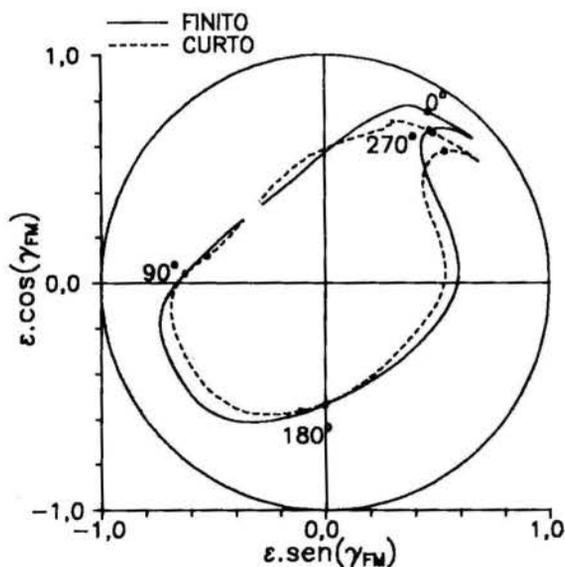


Figura 8 - Comparativo das trajetórias obtidas pelos modelos de mancal curto e finito para o caso 2.

CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta uma metodologia de simulação de mancais radiais que considera características operacionais tais como a cavitação do filme de óleo e escoamentos em regime turbulento. Resultados obtidos com o modelo proposto apresentam boa concordância com resultados experimentais bem como com outros modelos.

Através da metodologia introduzida é verificado que um mancal operando em regime turbulento possui sua capacidade de carga incrementada e que o uso de modelos unidimensionais superestimam o campo de pressão gerado pelo efeito hidrodinâmico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Campbell, J., Love, P.P., Martin, F.A. and Rafique, S.O., "Bearings for Reciprocating Machinery: a Review of the Present State of Theoretical, Experimental and Service Knowledge", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 182, Part 3A, pp. 51-74, 1967.

Constantinescu, V.N., "Analysis of Bearing Operating in the Turbulent Regime", Journal of Basic Engineering, Vol. 84, n. 1, pp. 139-151, 1962.

Hashimoto, H. and Wada, S., "An Influence of the Inertia Forces on Stability of Turbulent Journal Bearing", Bulletin of the JSME, Vol. 25, n. 202, pp. 653-662, 1982.

Manke, A.L., "Uma Metodologia de Cálculo para a Simulação de Mancais Radiais Submetidos a Carregamento Dinâmico", Dissertação de Mestrado, UFSC, 1991.

Martin, F.A., "Development in Engine Bearing Design", Tribology International, Vol. 16, n. 3, pp. 147-164, 1983.

Ng, C.W. and Pan, C.H.T., "A Linearized Turbulent Lubrication Theory", Journal of Basic Engineering, Vol. 87, n. 3, pp. 675-688, 1965.

Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980.

Pinkus, O. and Sternlicht, B., "Theory of Hydrodynamic Lubrication". McGraw-Hill Book Company Inc., USA, 1961.

Prata, A.T., "Lubrificação Hidrodinâmica de Mancais Radiais", UFSC, 1992.

Prata, A.T. and Ferreira, R.T.S., "The Accuracy of Short Bearing Theory in Presence of Cavitation", Journal of Tribology, Vol. 112, pp. 650-654, 1990.

Reynolds, O., "On the Theory of Lubrication and its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil", Philosophical Transactions of the Royal Society, Vol. 177, pp. 157-234, 1886.

Wada, S. and Hashimoto, H., "Turbulent Lubrication Theory Using the Frictional Law", Parts 1 and 2, Bulletin of the JSME, Vol. 22, n. 164, pp. 249-256, 257-263, 1979.

ABSTRACT

A numerical methodology for analysis and simulation of dynamically loaded journal bearing has been introduced and tested. Use is made of the finite volume method for integration of the lubricating equation and the Euler method for determining the journal locus at each time interval. The formulation accounts for turbulence as well as cavitation effects. Results are presented for the journal orbit, oil flow rate through the bearing, and friction power in terms of the crank angle. It is observed that turbulence and cavitation affect unfavorably the bearing performance.

ESTUDO DE CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DOS SISTEMAS DE COORDENADAS AJUSTADOS ÀS FRONTEIRAS DO ESCOAMENTO

ERNANI V. VOLPE, MARCOS M. PIMENTA
Escola Politécnica da USP - Depto. de Eng. Mecânica
Av Prof Mello Moraes, 2231 - CEP 05508 - São Paulo, SP - BRASIL

RESUMO

A simulação do escoamento limitado por fronteiras de geometria arbitrária emprega sistemas de coordenadas ajustados a estas fronteiras. É proposta uma metodologia para a avaliação da qualidade desses sistemas, com respeito à ortogonalidade local, uniformidade do espaçamento e relação entre os elementos de área dos espaços físico e transformado. Para isto empregam-se funcionais que medem tais propriedades. Aplica-se a metodologia para toda região de interesse ou parte dela. Exemplos de aplicação são apresentados e discutidos.

INTRODUÇÃO

A Dinâmica dos Fluidos tem experimentado, em tempos recentes, grandes progressos, no que se refere a simulação numérica de problemas de escoamento limitados por fronteiras de configuração geométrica arbitrária. Uma parte significativa destes avanços deveu-se à proposição de novos métodos para a geração de sistemas de coordenadas curvilíneas, ajustados às fronteiras físicas do escoamento.

Estes sistemas proporcionam uma representação numérica mais acurada da geometria do problema, o que permite soluções mais precisas das equações da Dinâmica dos Fluidos e Fenômenos de Transporte, principalmente em regiões onde os efeitos de curvatura local fazem-se presentes e os gradientes das grandezas físicas em estudo (velocidade, pressão e temperatura) são mais acentuados. Nessas condições, é evidente que a qualidade da malha computacional tem fundamental importância para a estabilidade e a precisão da simulação numérica, principalmente quando se deve atender a critérios quanto a seu espaçamento e ortogonalidade local para limitar erros de truncamento e permitir a especificação precisa das condições de contorno.

Entretanto, os vários métodos propostos na literatura apresentam características diferenciadas quanto ao sistema gerado, com respeito à ortogonalidade local, a uniformidade do espaçamento da malha ou a possibilidade de controlá-lo, e a relação entre os elementos de área (ou volume, nos problemas tridimensionais) entre o espaço físico e o espaço matemático transformado C , além disso, é a precisão com que se considera a convergência de qualquer desses métodos que determina, em última análise, a qualidade dos resultados obtidos e se estes possuem as características desejadas.

O emprego de critérios de avaliação quantitativa das propriedades dos sistemas de coordenadas gerados permite que se estabeleçam parâmetros para comparação entre os resultados obtidos pelos diferentes métodos para uma dada geometria, bem como para decidir sobre a necessidade de aumento da precisão do sistema.

Neste trabalho são apresentados critérios para a avaliação das propriedades de ortogonalidade local, uniformidade do espaçamento da malha computacional e da relação entre os elementos de área dos espaços físico e matemático transformado, para sistemas de coordenadas ajustados às fronteiras do escoamento. Estes critérios baseiam-se nos funcionais propostos por Brackbill e Saltzman (1982). Mostra-se que sua apli-

cação pode ser realizada em todo o domínio de interesse para o estudo, ou em regiões específicas do mesmo, obtendo-se avaliações globais ou direcionadas dessas propriedades. A reiteração do cálculo da malha, ou de parte dela, segundo o método para a geração de sistemas localmente ortogonais conforme Ryskin e Leal (1983), permite o aumento da precisão ou qualidade do sistema de coordenadas, medidos pelos critérios que são aqui apresentados.

ESTUDO DE CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DOS SISTEMAS DE COORDENADAS

A geração de sistemas de coordenadas ajustados às fronteiras do escoamento corresponde, no caso bidimensional, à determinação de um par de funções $\xi(x,y)$ e $\eta(x,y)$ que mapeiam o espaço físico, de coordenadas cartesianas (x,y) , no espaço transformado, representado por coordenadas curvilíneas (ξ, η) . A correspondência entre os pontos deve ser biunívoca na região de interesse, o que implica que as funções de transformação sejam inversíveis e que o Jacobiano da transformação (J) exista e não se anule nessa região. Para os sistemas de coordenadas localmente ortogonais, impõe-se que os elementos do tensor métrico (g_{11}, g_{22}) , não pertencentes à sua diagonal principal, sejam nulos.

Entre os diversos métodos propostos para a geração destes sistemas de coordenadas, há os que se baseiam em princípios variacionais, e que têm como conceito básico a otimização de combinações de funcionais que representam propriedades mensuráveis do sistema. Para tanto, faz-se uso das equações de Euler-Lagrange, que são resolvidas no espaço transformado.

Dentre os métodos pertencentes a este grupo, podem ser citados os trabalhos de Belinskii et al. (1974), que propõe, para a geração da malha, a minimização de um funcional, empregando uma classe de mapeamentos quasi-conformes; Jacquotte (1987), onde se propõe a minimização de um funcional construído a partir dos invariantes do tensor de Cauchy-Green, relativo à deformação de uma célula de referência do espaço transformado em uma célula do espaço físico em coordenadas curvilíneas; e o método de Giannakopoulos e Engel (1988), em que se produz um sistema onde as linhas de coordenada constante são paralelas às direções de dois campos vetoriais independentes.

Para propósitos deste trabalho, no entanto, são mais adequados os métodos em que os funcionais repre-

sentam diretamente as propriedades que se deseja medir. Como exemplos deste grupo, citam-se os trabalhos de Barfield (1970), Morice (1983) e Brackbill e Saltzman (1981), que são considerados mais detalhadamente a seguir, com o propósito de justificar a escolha deste último para a formulação dos critérios de qualidade.

Os trabalhos de Barfield (1970) e Morice (1983) fazem uso do fato, já mencionado, de serem nulos os elementos do tensor métrico não pertencentes à sua diagonal principal, o que torna válidas as seguintes relações:

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} = H \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad e \quad \frac{\partial y}{\partial \xi} = -H \frac{\partial x}{\partial \eta} \quad (1)$$

$$H^2 = \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \right]^{-1} = \frac{g_{11}}{g_{22}} \quad (2)$$

No método proposto por Barfield (1970), atribui-se ao fator H o valor de uma constante, ou de uma função do tipo $H(\xi, \eta)$. São propostos dois funcionais independentes, $I_1(H)$ e I_2 , que se referem à construção de uma malha localmente ortogonal e à uniformidade de seu espaçamento, respectivamente. A minimização de um funcional I, representando sua soma ponderada produz o sistema de coordenadas.

$$I_1(H) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} - H \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} + H \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 \right] d\xi d\eta \quad (3)$$

$$I_2 = \int_D \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} (x+y) \right|^2 d\xi d\eta \quad (4)$$

$$I = w_1 I_1 + w_2 I_2 \quad (5)$$

O método de Morice (1983) define a geração do sistema de coordenadas como a composição entre uma transformação conforme e o estiramento do espaço resultante, no plano (ξ, η) . Nestas condições, o fator H depende de duas funções unidimensionais de estiramento nas coordenadas ξ e η , e do módulo da transformação conforme. O funcional a ser minimizado corresponde a:

$$I_1 = \iint_D \left[\left(\sqrt{H} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{1}{\sqrt{H}} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\sqrt{H} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{1}{\sqrt{H}} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 \right] d\xi d\eta \quad (6)$$

É interessante observar que as equações apresentadas por Morice (1983), referentes às condições de Euler para a minimização de I_1 , são semelhantes às utilizadas no método de Ryskin e Leal (1983), aqui empregado na reiteração do cálculo dos sistemas de coordenadas. Com a diferença que, neste último, o fator H, definido na equação (2), corresponde ao inverso de uma função $f(\xi, \eta)$ específica, que permite o controle do espaçamento da malha gerada.

$$\left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(H \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \right] \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

O método apresentado por Brackbill e Saltzman (1982), consiste em minimizar uma combinação linear de três funcionais que representam propriedades do mapeamento referidas anteriormente, quais sejam: a medida da intensidade de variação do espaçamento do sistema de coordenadas, representada pelo funcional $I_{(s)}$ (Eq. 8); a medida do quanto este se aproxima da condição de ortogonalidade local, por meio do funcional $I_{(o)}$ (Eq. 9), e a relação entre os elementos de área dos espaços físico e matemático transformado, ponderada por uma função $W(x, y)$, e representada pelo funcional $I_{(a)}$ (Eq. 10). Dos três funcionais, apenas $I_{(s)}$ possui solução única, sendo $I_{(o)}$ e $I_{(a)}$ restrições do problema. Assim, o funcional a ser minimizado corresponde a I (Eq. 11), onde $\lambda_{(o)}$ e $\lambda_{(a)}$ são coeficientes constantes positivos pré-fixados.

$$I_{(s)} = \int_D [(\nabla \xi)^2 + (\nabla \eta)^2] dA \quad (8)$$

$$I_{(o)} = \int_D [\nabla \xi \cdot \nabla \eta]^2 J^3 dA \quad (9)$$

$$I_{(a)} = \int_D W J dA \quad (10)$$

$$I = I_{(s)} + \lambda_{(o)} I_{(o)} + \lambda_{(a)} I_{(a)} \quad (11)$$

Estes funcionais representam precisamente as propriedades que se deseja medir e, além disso, não impõe funções de estiramento da malha predefinidas, como o fazem os métodos de Barfield (1970) e Morice (1983) que, de certa forma, procuram minimizar o erro quadrático do resultado quanto às relações definidas na equação (1). Dessa forma, considera-se que sejam os mais adequados para avaliar as referidas propriedades em sistemas de coordenadas gerados por diferentes métodos.

Estudo de Casos. A aplicação dos funcionais definidos em Brackbill e Saltzman (1982) para a avaliação das propriedades dos sistemas de

coordenadas é desenvolvida considerando a região de interesse do espaço físico como um todo, ou tomando apenas uma parte dela. A primeira forma de aplicação, apresentada em Meneghini (1989) e Volpe (1991), resulta em uma avaliação global da malha, que permite verificar se é adequada a precisão com que esta foi gerada, com respeito à qualidade necessária. A segunda permite analisar aspectos particulares de uma dada geometria, como bordos de ataque e de fuga de perfis aerodinâmicos, ou regiões de grande curvatura, de maneira geral.

O cálculo dos funcionais é realizado por meio de integração numérica, segundo a regra do trapézio (Hornbeck, 1980). Da mesma forma procede-se o cálculo da área sobre a qual foi feita a avaliação da qualidade, integrando-se o módulo do jacobiano da transformação, e apresentam-se os valores dos funcionais divididos pelo valor da área considerada.

Para a reiteração do cálculo da malha empregase o método de Ryskin e Leal (1983), conforme mencionado, sem no entanto, impor uma função $f(\xi, \eta)$ para controle do espaçamento.

As linhas de coordenada constante que delimitam a região especificada são tomadas como condições de contorno a valores prescritos. Quando estas são internas ao domínio considerado, e sua forma corresponde a uma precisão inferior à desejada, seu emprego como condição de contorno implica em introduzir esta imprecisão de posicionamento na região recalculada. Por este motivo, é imperativo que esta operação seja sempre seguida da reiteração do cálculo de toda a malha.

Além das avaliações globais e direcionadas dos funcionais acima apresentados, e com o propósito de orientá-las quanto à ortogonalidade local, desenvolveu-se a avaliação local dos elementos do tensor métrico não pertencentes à diagonal principal, que devem ser nulos nos sistemas que possuem esta propriedade, conforme mencionado.

Como exemplos de aplicação do cálculo das propriedades dos sistemas de coordenadas foram utilizadas duas configurações geométricas distintas, correspondendo ao perfil aerodinâmico NACA 4412 (Knapp et al., 1970) e o perfil de um difusor.

Para o perfil aerodinâmico foram construídos sistemas de coordenadas do tipo "C", por meio dos métodos de Brackbill e Saltzman (1982) e de Ryskin e Leal (1983). Em ambos os casos a precisão utilizada foi de 0.001 e, no primeiro, os valores adotados para os coeficientes foram $\lambda_{(a)} = 1,0$ e $\lambda_{(o)} = 100,0$. Os resultados obtidos não apresentam diferenças significativas. As comparações de todo o domínio de interesse e da região do bordo de ataque são apresentadas a título de ilustração.

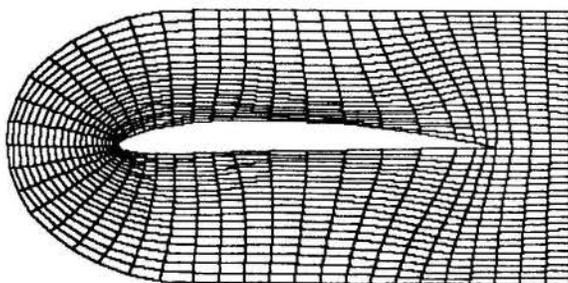


Figura 1. Sistema de coordenadas gerado pelo método de Brackbill e Saltzman, $\lambda_{(a)} = 1$ e $\lambda_{(o)} = 100$, $I_{(o)} = 2,10^{-5}$, $I_{(a)} = 1,4 \cdot 10^{-3}$, $I_{(s)} = -3300$, $A = 9,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

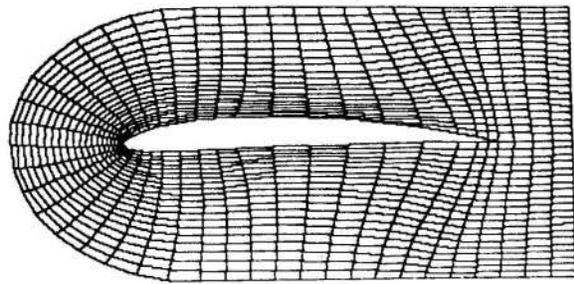


Figura 2. Sistema de coordenadas gerado pelo método de Ryskin e Leal. $I_{(o)} = 2,2 \cdot 10^{-5}$, $I_{(a)} = 1,4 \cdot 10^{-3}$, $I_{(s)} = -3200$, $A = 9,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

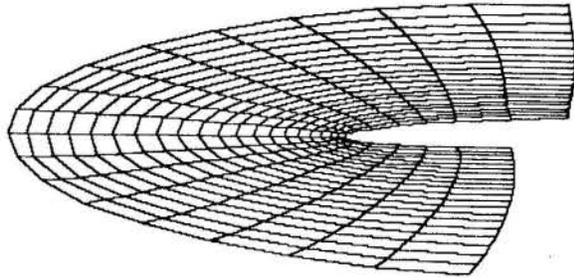


Figura 3. Região do bordo de ataque do sistema representado na Figura 1. $I_{(o)} = 5,1 \cdot 10^{-6}$, $I_{(a)} = 9,4 \cdot 10^{-4}$, $I_{(s)} = -4400$, $A = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. O sistema da Figura 2 apresenta, para esta região, os mesmos valores.

Verifica-se que, para os valores adotados dos coeficientes do método de Brackbill e Saltzman (1982), o sistema gerado possui as mesmas características daquele obtido a partir do método de Ryskin e Leal (1983).

Para o perfil do difusor, foi utilizado apenas o método de Ryskin e Leal para a geração do sistema. Inicialmente o valor máximo do módulo do erro foi limitado a 10^{-3} , resultando no sistema mostrado na Figura 4. Posteriormente, o valor limite foi diminuído para 10^{-6} , sendo a reiteração do cálculo, de início, restrita a sub-regiões em que se dividiu o perfil, para depois ser estendida a todo o domínio de interesse (Figura 5). Para estes sistemas procedeu-se a avaliação local dos termos do tensor métrico não pertencentes à diagonal principal. O intervalo de variação do módulo desses termos foi dividido em 5 faixas de igual amplitude. As Figuras 6 e 7 mostram as faixas que registram os menores valores dos referidos termos, para os sistemas apresentados nas Figuras 4 e 5, respectivamente.

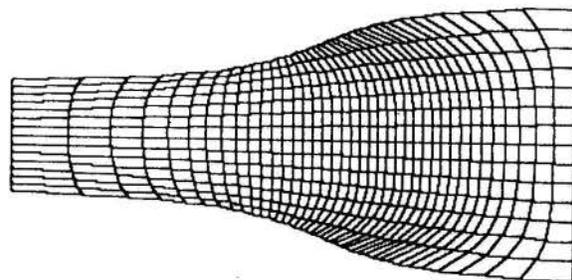


Figura 4. Perfil de difusor obtido na primeira etapa $I_{(o)} = 1,9 \cdot 10^{-4}$, $I_{(a)} = 2,5 \cdot 10^{-3}$, $I_{(s)} = -2900$, $A = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

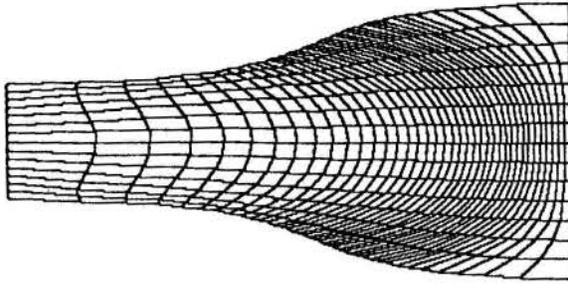


Figura 5. Perfil de difusor obtido na terceira etapa
 $I_{(0)} = 2,3 \cdot 10^{-5}$, $I_{(a)} = 2,7 \cdot 10^{-3}$, $I_{(s)} = -3600$, $A = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

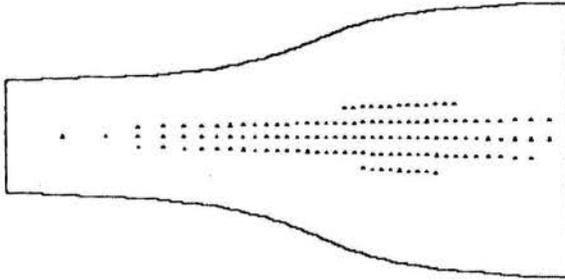


Figura 6. Perfil de difusor obtido na primeira etapa
 $g_{12}^{\text{max}} = 1,7 \cdot 10^{-3}$, $g_{12}^{\text{min}} = 8,8 \cdot 10^{-8}$, $g_{12}^{\text{min}} / g_{12}^{\text{max}} < 3,4 \cdot 10^{-4}$

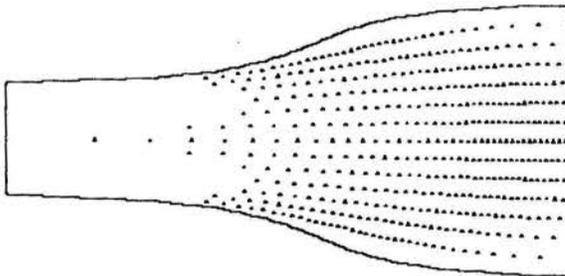


Figura 7. Perfil de difusor obtido na terceira etapa
 $g_{12}^{\text{max}} = 1,4 \cdot 10^{-3}$, $g_{12}^{\text{min}} = 6,9 \cdot 10^{-9}$, $g_{12}^{\text{min}} / g_{12}^{\text{max}} < 2,9 \cdot 10^{-4}$

Pode-se notar da análise das Figuras 4 e 5, que uma melhora progressiva na condição de ortogonalidade local ($I_{(0)}$) foi acompanhada de diminuição em sua uniformidade ($I_{(s)}$) e de uma variação comparativamente pequena na relação não ponderada de áreas ($I_{(a)}$). Nas Figuras 6 e 7, pode-se verificar o aumento da população de pontos pertencentes a faixa de valores mínimos do módulo de g_{12} . Também se verifica que a região próxima à seção de entrada não apresentou bons resultados quanto à ortogonalidade devido à distribuição dos pontos em sua fronteira.

CONCLUSÕES

A análise dos resultados obtidos na aplicação de critérios de avaliação quantitativa das propriedades dos sistemas de coordenadas, como os que foram propostos neste trabalho, permite verificar se essas propriedades atendem às necessidades estabelecidas para a simulação

numérica, e mesmo a comparação entre os resultados obtidos por diferentes métodos, para uma dada geometria. Sua aplicação em regiões específicas do sistema torna possível uma análise direcionada de aspectos particulares deste, com objetivos semelhantes.

A reiteração do cálculo da malha em regiões específicas, desde que seguida de reiteração em todo o domínio, permite obter aumentos da precisão do sistema como se pode verificar dos resultados obtidos. Esta operação pode ser aperfeiçoada com a utilização do método de Ryskin e Leal (1983) considerando os limites da região, que forem internos ao domínio, como fronteiras com pontos flutuantes.

Entretanto, a finalidade principal da utilização desses critérios, ora em fase de desenvolvimento, é relacionar sua avaliação com a qualidade dos resultados da simulação numérica do escoamento.

REFERÊNCIAS

- BARFIELD, W. D., An Optimal Mesh Generator for Lagrangean Hydrodynamics Calculations in Two Space Dimensions, *J. COMPUT. PHYS.*, 1970, 6: 417.
- BELINSKII, P. P., GODUNOV, S. K., IVANOV, Y. B. and YANENKO, I. K., The Use of a Class of Quasiconformal Mappings to Construct Difference Nets in Domains with Curvilinear Boundaries. *USSR COMPUTATIONAL MATHEMATICS and MATHEMATICAL PHYSICS*, 1975, 15(133).
- BRACKBILL, J. U. and SALTZMAN, J. S., Adaptive Zoning for Singular Problems in Two Dimensions. *J. COMPUT. PHYS.*, 1982, 46: 342-368.
- GIANNAKOPOULOS, A. E. and ENGEL, A. J. Directional Control in Grid Generation, *J. COMPUT. PHYS.*, 1988: 422-439.
- HORNBECK, R. W., *Numerical Methods*, Quantum Publishers, Inc., New York, 1980.
- JACQUOTTE, A. P., A New Mechanical Approach For Grid Generation in Computational Fluid Dynamics. *ONERA TECHNICAL PAPER*, 1987(174).
- Knapp, R. T. Daily, J. W. and Hammit, F. G., *Cavitation*, McGraw-Hill, New York, 1970.
- MENECHINI, J. R., *Geração e Utilização de Sistemas de Coordenadas Orientadas de acordo com as Fronteiras do Escoamento*, Dissertação de Mestrado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1989.
- MORICE, Ph., Numerical Generation of Boundary-Fitted Coordinates Systems with Optimal Control of Orthogonality. *ONERA TECHNICAL PAPER*, 1983(82).
- RYSKIN, G. and LEAL, L. G. Orthogonal Mapping. *J. COMPUT. PHYS.*, 1983, 23: 71-100.
- VOLPE, E. V., MENECHINI, J. R. e PIMENTA, M. M. Métodos Numéricos para a Geração de Sistemas de Coordenadas Orientadas de acordo com as Fronteiras do Escoamento: Estudo Comparativo, *Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Vol. III, pp. -, São Paulo, Brasil, 1991.

ABSTRACT

Fluid flow simulation around bodies or through passages with arbitrary geometry uses boundary-fitted curvilinear coordinate systems.

A method for evaluating the quality of those systems is presented. This method uses the functionals that are presented by Brackbill and Saltzman (1983) to evaluate the smoothness of the mapping, the orthogonality and the area variation of the mesh. The method is used for global evaluation of the mesh or for the evaluation of part of it. Some results are presented.

BIFURCAÇÕES EM UM SISTEMA DE REAÇÃO-DIFUSÃO
EFEITO DA DISCRETIZAÇÃO

LUÍS CLÁUDIO OLIVEIRA LOPES
Universidade Federal de Uberlândia
EVARISTO C. BISCAIA JR.
COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro

RESUMO

Neste trabalho realiza-se um estudo computacional para análise de bifurcações em sistemas com reação-difusão. Obtêm-se modificações dos diagramas de solução e de bifurcação, originárias da discretização espacial adotada. As análises são descritas para aproximações polinomiais, em problemas de valor no contorno tipo Dirichlet e Robin, com geometria plana, cilíndrica e esférica. Os resultados fornecem diretrizes iniciais para a identificação de soluções espúrias através da análise de bifurcações.

INTRODUÇÃO

A aplicação de resultados da teoria de sistemas dinâmicos e bifurcações teve uma grande aceleração na última década com o desenvolvimento de novas técnicas numéricas e de computadores cada vez mais rápidos. A importância desta análise reside na ampliação do conhecimento qualitativo de sistemas, através do estudo de pontos onde surgem comportamentos especiais (de desejáveis ou não) que são úteis no projeto e na operação de processos.

A sistematização da análise dos sistemas não-lineares com reação pode ser resumida através de três etapas principais: (i) Observação da existência de multiplicidade de estados estacionários e dos problemas de estabilidade associados (no início do século); (ii) Descoberta da reação Belousov - Zhabotinsky e dos padrões espaciais organizados (década de 60) e (iii) Estudo de sistemas de interesse que apresentam possibilidades de analogias com sistemas mais complexos.

Neste contexto surgiu o interesse pelo estudo de reatores químicos heterogêneos em dois níveis: consideração do catalisador isoladamente e acoplado ao reator (isto se faz necessário devido as constatações de multiplicidade e bifurcações em ambos os níveis). Como este enfoque, foi posto a análise de um partícula catalítica. Este estudo se deu através de duas abordagens principais, (i) através de simplificações do modelo composto por equações diferenciais parciais para equações ordinárias e (ii) através de aproximação da solução por técnicas de discretização espacial. Assim, a partícula catalítica foi intensivamente estudada nas duas últimas décadas (Kapila et al., 1980), (Aris, 1975).

O problema de instabilidade não-linear em aproximações numéricas de equações diferenciais parciais tem despertado muito interesse (Stuart, A. 1989), (Bohl, E. 1984), (Weiss, R. 1975). O objetivo deste trabalho é verificar os efeitos ocasionados pela utilização espacial com intervalos não uniformes (raízes do polinômio ortogonal de Jacobi) nos diagramas de solução e de bifurcação e na estabilidade de estado estacionário para um problema de reação-difusão.

Uma revisão de métodos computacionais para a análise de bifurcações pode ser encontrada em Ulrich (1988) e Lopes (1990); Razón e Schmitz (1987) apresentam uma boa revisão sobre os fenômenos de multiplicidade em sistemas com reação.

Neste trabalho estuda-se o efeito da aproximação funcional com polinômios ortogonais na construção de diagramas de solução, análise de estabilidade de soluções estacionárias e diagramas de bifurcações pa-

ra um modelo com reação-difusão. Chama-se diagrama de solução qualquer representação bidimensional da solução, onde um parâmetro de controle serve como abscissa e um funcional da solução corresponde à ordenada. O diagrama de bifurcação apresenta, em um espaço para métrico bidimensional, o par de parâmetros de controle para o comportamento descrito; neste caso, portanto, dividirá o espaço de parâmetros em regiões de comportamentos qualitativos distintos. Os resultados são analisados para duas situações no contorno e para a geometria plana, cilíndrica e esférica, e verificados através de simulação dinâmica.

No estudo de bifurcações Hopf, ou bifurcações complexas secundárias (Lopes, 1990), novos resultados são obtidos para condições de contorno tipo Robin utilizando o algoritmo sugerido por Lopes e Biscaia Jr. (1989).

O MODELO MATEMÁTICO

A considerável complexidade do problema de difusão e reação em um catalisador poroso pode ser representada com parâmetros efetivos em um modelo denominado contínuo. Para o propósito deste trabalho utiliza-se o modelo descrito em Aris (1975) para uma reação, irreversível e de ordem n, com taxa expressa por $R = k_0 \exp(-E/RT) C^n$. O modelo em forma adimensional é descrito por:

$$\alpha \frac{\partial u}{\partial \tau} = \nabla^2 u + \xi F(u, \gamma, \phi) \text{ com } 0 \leq r \leq 1 \text{ e } \tau > 0 \quad (1)$$

Com condições iniciais definidas e condições no contorno expressas por:

$$(i) \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \text{ em } r = 0 \text{ e } \tau > 0 \quad (2)$$

$$(ii) \frac{\partial u}{\partial r} = Bi(ub - u) \text{ em } r = 1 \text{ e } \tau > 0 \quad (3)$$

onde $\alpha = [1 \text{ Le}]^T$, $u = [y \ \theta]^T$, $\xi = [-1 \ \beta]^T$, $Bi = [Bi_m \ Bi_h]^T$ e a função $F(u, \gamma, \phi) = \phi^2 \exp[\gamma(\theta - 1)/\theta] y^n$. O ∇^2 é o operador laplaciano para a difusão unidimensional.

Para efeito de nomenclatura utiliza-se as designações para as condições no contorno: (i) Condição no contorno tipo Dirichlet, $Bi \rightarrow \infty$; (ii) Condição no contorno tipo Robin, Bi é um valor finito não nulo. Neste modelo as constantes são positivas e γ refere-se à concentração, θ à temperatura, γ à energia de ativação, Le ao número de Lewis (razão da difusividade mássica e térmica), β à temperatura de Prater, Bi refere-se aos coeficientes de transferência na superfície catalítica e ϕ é chamado de módulo de Thiele na literatura.

tura de engenharia, enquanto que na de combustão seu valor quadrado é conhecido como número de Damkohler. Estas equações, ou versões mais elaboradas, estão relacionadas a vários fenômenos físicos de combustão.

O MODELO DISCRETIZADO

O estudo do modelo descrito pelas equações (1)-(3) é desenvolvido em quatro níveis: estudo paramétrico do comportamento da solução estacionária para alguns casos de interesse, análise de estabilidade, diagramas de bifurcação (com ênfase no estudo de bifurcações para soluções periódicas) e a simulação dinâmica para comprovação dos resultados.

O modelo (já na forma discretizada e em termos da variável $x = r^2$) pode ser escrito como:

$$\alpha \frac{\partial u_k}{\partial \tau} = \sum_{j=1}^{Nc} Q_{kj} u_j + T_k + \varepsilon F(u_k, \gamma, \Phi); k=1, \dots, 2Nc \quad (4)$$

Com as matrizes definidas por:

$$Q \equiv [G_{ij}, G_{ij}^*]^T; G = 4 x_i Z_{ij} + 2(1+s) W_{ij}$$

$$W \equiv [D_{ij}, D_{ij}^*]^T; T \equiv [U_i, V_i]^T$$

$$Z \equiv [C_{ij}, C_{ij}^*]^T \quad (5)$$

Onde:

$$Z_{ij} = B_{ij} - \frac{B_{ij, Nc+1} A_{Nc+1, j}}{Bi/2 + A_{Nc+1, Nc+1}} \quad (6)$$

$$W_{ij} = A_{ij} - \frac{A_{ij, Nc+1} A_{Nc+1, j}}{Bi/2 + A_{Nc+1, Nc+1}} \quad (7)$$

$$U_i = \frac{yb}{1 + (2A_{Nc+1, Nc+1})/Bim} E_i \quad (8)$$

$$V_i = \frac{\theta b}{1 + (2A_{Nc+1, Nc+1})/Bih} E_i \quad (9)$$

$$E_i = 4 x_i B_{i, Nc+1} + 2(1+s) A_{i, Nc+1} \quad (10)$$

Neste caso $i=1, \dots, Nc$. As variáveis marcadas com * indicam que na sua definição $Bi=Bih$ enquanto que para as não marcadas $Bi=Bim$. As condições iniciais são expressas por:

$$y_i(x_i, 0) = y_i(\zeta_i); 0 \leq x_i \leq 1 \quad (11)$$

$$\theta_i(x_i, 0) = \theta(\zeta_i)$$

A aproximação funcional utilizada refere-se aos polinômios de Jacobi $P_w^{[1, (s-1)/2]}$ recomendados por Villadsen e Michelsen (1978), pois equivale à aplicação do método de Galerkin ao problema linearizado. Neste trabalho s é um fator geométrico: $s=0$, geometria plana; $s=1$, geometria cilíndrica e $s=2$, geometria esférica. Quando não indicado utiliza-se um polinômio com $w=8$.

EFEITO DA DISCRETIZAÇÃO

Análise Paramétrica - Diagramas de Solução. Para o estudo da dependência da solução estacionária aplica-se um procedimento de continuação ao problema (4)-(10) em estado estacionário. O número de parâmetros que possuem interesse prático e as faixas envolvidas para uma análise detalhada deste modelo refle-

tem em um alto custo computacional. Sendo assim, os resultados não pretendem representar todas as faixas de interesse; procura-se apenas uma visão global dos comportamentos encontrados que podem ter influências qualitativas na solução do modelo.

A figura (1) apresenta o efeito da variação do módulo de Thiele na temperatura adimensional média da partícula para os parâmetros $n=1, s=2, \gamma=2, \beta=0.6, Bim=30, Bih=20, yb=\theta b=1$. Nota-se a existência de duas regiões bastantes diferenciadas, a primeira para temperaturas médias inferiores a 1,5 onde as aproximações utilizadas fornecem valores idênticos; a segunda região (onde a reação acontece mais fortemente na superfície da partícula) apresenta diferenças qualitativas entre os perfis, indo desde uma região com multiplicidade de soluções até uma região com solução única.

O comportamento observado para vários graus de refinamento na discretização (o Nc refere-se aos pontos internos de colocação, ou seja, as raízes do polinômio de Jacobi) está relacionado com uma aproximação não satisfatória para o sistema contínuo. Assim é necessário que se faça um estudo com graus de polinômios variáveis para uma aproximação mais precisa. Observa-se que um refinamento na malha de discretização (ou seja, uma elevação do grau do polinômio) leva a diagramas de solução mais simples. Estas soluções que desaparecem quando $Nc \rightarrow \infty$ (sistema tende ao sistema contínuo) são conhecidas como soluções espúrias ou fantasmas. A literatura apresenta vários exemplos de deformações nos diagramas de solução, com o aparecimento de "soluções fantasmas" (Biggie e Bohl, 1985).

A figura (2) apresenta o comportamento do sistema com parâmetros: $n=1, \gamma=27, \beta=0.33, Bim=30, Bih=10, yb=\theta b=1$ para a geometria esférica ($s=2$). Nesta situação apresenta multiplicidade 7, 5 e 3 com a elevação do grau do polinômio ($Nc=3, 5$ e 8 , respectivamente) a sensibilidade da resposta em relação à discretização permite avaliar o caráter espúrio destas multiplicidades para baixos graus do polinômio. Em Lopes (1990) encontra-se um estudo detalhado dos efeitos dos parâmetros $\beta, \gamma, \theta b, yb, Bim, Bih$ e Φ na solução estacionária deste modelo. Estes resultados indicam que mesmo para valores baixos de Φ pode-se encontrar regiões de multiplicidade e que a geometria esférica parece oferecer padrões de comportamento mais complexos em seus diagramas que as geometrias plana e cilíndrica.

Uma técnica que pode ser utilizada para a identificação de soluções espúrias é o exame do diagrama de bifurcação para uma sequência de graus de polinômio, pois quando eleva-se a precisão do refinamento, estas soluções deslocam-se para o infinito ou se aglutinam em uma dobra (ponto limite). Soluções que variam para raízes de polinômios próximas são frequentemente espúrias. Uma outra técnica que também pode ser usada consiste na variação suave dos pesos do polinômio, que refletirá na posição das raízes - ou seja, nos intervalos de discretização.

Análise de Ramificações - Diagramas de Bifurcações. Esta seção divide-se em duas partes: na primeira comparam-se alguns métodos para a determinação de pontos limite (ponto de extremidade em um diagrama de solução) e na segunda parte aplica-se o método descrito em Lopes e Biscaia Jr. (1989) para a análise de bifurcações.

Análise de Pontos Limite. Neste trabalho, chama-se bifurcação de ponto limite aquela bifurcação conhecida como dobra (*fold*) ou criação estática; esta ramificação é a mais fundamental das bifurcações de equilíbrio e possui codimensão 1. O estudo de bifurcações de altas codimensões: cúspide, cauda-de-andorinha e borboleta (codimensões 2, 3 e 4, respectivamente) não será considerado. Nesta seção utiliza-se o método sujeito às condições de contorno tipo Dirichlet, para critério de comparação com outras análises já apresentadas na literatura. Os resultados assinalados com ARIS, são aqueles reportados em Aris (1975), a-

queles indicados por KMV, baseiam-se nas soluções assintóticas desenvolvidas por Kapila, *et al.*, (1980) e os indicados por SIMUL foram obtidos através da análise do sistema discretizado.

cionárias instáveis que levam ao aparecimento de soluções periódicas estáveis.

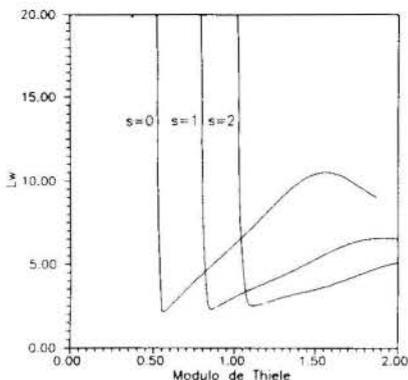
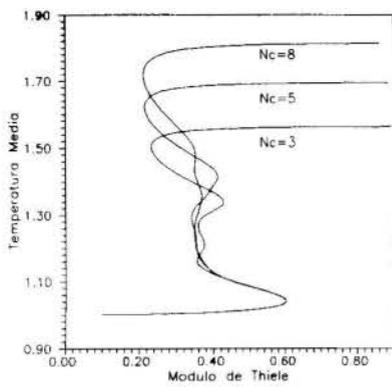
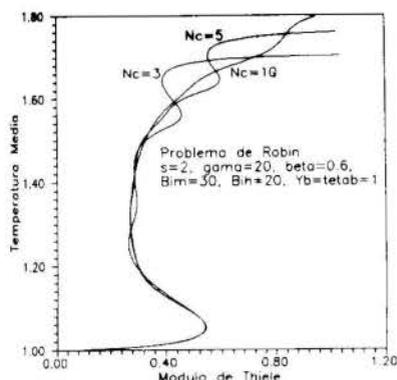


Figura: (1) e (2): Efeito da discretização para diagramas de solução: (3) Diagrama Bifurcação Hopf.

A tabela (1) apresenta uma comparação entre os métodos citados na determinação da região de módulo de Thiele para a qual existem soluções múltiplas. A análise destes resultados permite afirmar que o sistema discretizado descreve com precisão aceitável o ponto de bifurcação de ponto limite. Neste caso não foram detectadas soluções espúrias.

Análise Dinâmica - Simulação. Nesta seção verifica-se o comportamento dinâmico da partícula catalítica através da simulação dinâmica do problema de valor inicial. Esta análise será desenvolvida em um contexto de verificação dos fenômenos já estudados.

Tabela (1): Limites para Região de Multiplicidade. Partícula Esférica. Problema de Dirichlet

Tabela (2): Pontos de bifurcações Hopf para vários refinamentos.

Tabela (3): Influência de Le na estabilidade

β	γ	ARIS		KMV		SIMUL	
0,6	20	0,240	0,587	0,312	0,526	0,297	0,572
0,8	20	0,125	0,501	0,164	0,456	0,163	0,487
0,3	30	0,335	0,675	0,473	0,608	0,417	0,665
0,6	30	0,046	0,460	0,072	0,430	0,068	0,453
0,2	40	0,386	0,716	0,561	0,644	0,478	0,708
0,3	40	0,125	0,526	0,199	0,526	0,179	0,561

Nc	b	Lw	Le	$\lambda_{\max}(Nc=6)$
2	2.3630	6.5683	0,20	5,3566 ± 3,0050 i
5	2.4487	5.9753	0,40	0,2785 ± 4,3316 i
6	2.4491	5.9757	0,45	-0,2850 ± 4,0819 i
7	2.4490	5,9759	0,50	-0,7355 ± 3,8110 i
KM	2.4490	5,9759	0,60	-1,4108 ± 3,2492 i

O estudo desenvolvido por Kapila, *et al.* (1980) com soluções assintóticas para elevados valores de γ citam a existência de infinitas soluções estacionárias para o problema ($\gamma=100, \beta=0,5$) que o sistema discretizado, para um algoritmo de convergência global foi incapaz de representar nos experimentos computacionais realizados.

A figura 5 apresenta o comportamento da temperatura adimensional para os parâmetros indicados na figura (4) e um módulo de Thiele igual a 0,6. Esta simulação é um exemplo típico do comportamento da região 2. A tabela (3) apresenta o comportamento do maior valor característico quando varia-se o número de Lewis. E a figura (6) mostra a influência da geometria para o comportamento dinâmico deste sistema (consistente com a análise dos valores característicos do problema linearizado). Este modelo diferencial apresenta elevado grau de rigidez para valores muito baixo ou muito elevados do número de Lewis.

Análise de Bifurcação Hopf. Nesta seção estuda-se o modelo (1)-(3) pela técnica apresentada no Apêndice. Sejam os resultados apresentados na tabela (2) para o sistema: $n=1, \phi=1.0, \gamma=20, \beta=0.20, s=0$ (veja adimensionalização usada em Kubíček e Holodníok(1984) para problemas estáveis à integração. Nesta tabela b representa a parte complexa do valor característico, Lw é o inverso do número de Lewis e KM refere-se aos resultados encontrados por Kubíček e Holodníok (1984) para a integração por um método de "shooting" do problema de valor característico associado.

A análise deste problema pelo método descrito no Apêndice apresenta como ponto de bifurcação $Le \approx 4,22059$. O maior valor característico para este ponto de bifurcação é $\lambda_{\max}(Nc=6)$ igual a $6,47 \times 10^{-3} \pm 4,22059i \approx \pm 4,22059i$. Observa-se que, à medida que o número de Lewis aumenta, tem-se uma diminuição nas amplitudes de oscilação (este fato pode também ser analisado através da tabela (3), onde parte real do valor característico diminui, até anular-se no ponto de bifurcação Hopf).

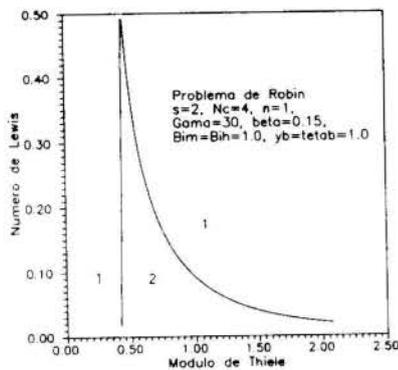
A figura (3) apresenta o diagrama de bifurcação Hopf para o sistema com parâmetros $n=1, Nc=5, \gamma=30, \beta=0.15$. Pode-se verificar a deformação do diagrama quando eleva-se o módulo de Thiele para uma determinada geometria. Esta deformação não foi observada na análise de Kubíček e Holodníok (1984). Este fato pode ser explicado pela dificuldade de se estabelecer uma boa aproximação polinomial para soluções assintóticas. A aproximação por diferenças finitas (para pontos equidistantes com incremento 0,20) apresentou um comportamento de deformação bem mais acentuado.

CONCLUSÕES

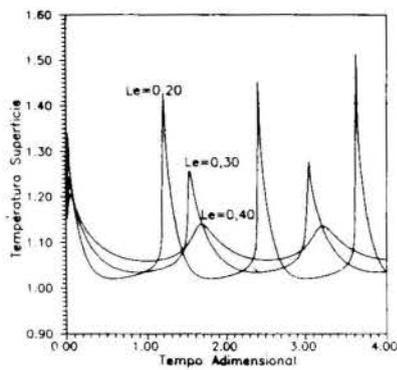
Na figura (4) tem-se soluções estacionárias se degenerando para soluções periódicas quando se cruza as curvas no sentido de elevação do número de Lewis para o problema de Robin. A região indicada com o número 1 representa região com unicidade de solução, enquanto que a região marcada com 2 possui soluções está-

A técnica de aproximação funcional com polinômios de Jacobi pode ser satisfatoriamente empregada no estudo de diagramas de solução, de estabilidade e na confecção de diagramas de bifurcações para sistemas de reação-difusão. Contudo, exige-se que a solução em análise seja bem representada, ou seja, deve-se garantir que não existam soluções espúrias para o sistema, com o refinamento de discretização adotado. Como a necessidade de refinamento é função do parâmetro de controle, não se deve adotar para um esforço computacional minimizado um refinamento constante (grau de polinômio variável).

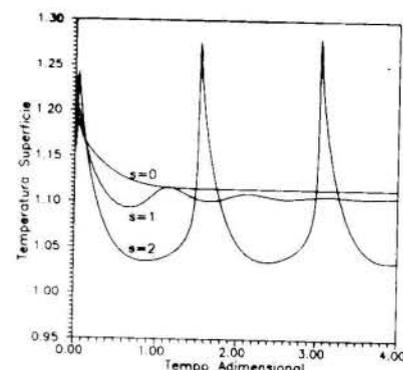
Para o sistema com $Le=1$ pode-se escrever o pro



(4)



(5)



(6)

Figura. (4): Diagrama de bifurcação Hopf; (5) e (6) Análise dinâmica. Sistemas oscilatórios

blema de Sturm-Liouville associado mesmo para condições de contorno tipo Robin (desde que $B_{im} = B_{ih}$), entretanto para $Le \neq 1$ ou $B_{im} \neq B_{ih}$ poucos resultados do problema não auto-adjunto são conhecidos com exatidão. As determinações computacionais realizadas comprovam os resultados (Villadsen e Michelsen, 1978) para o sistema: se para $Le=1$ o sistema é instável então ele o será para qualquer Le .

Um pequeno número de pontos de colocação é suficiente para o conhecimento qualitativo da estabilidade do sistema quando a taxa de reação é uma função suave.

As bifurcações estáticas geradas pela discretização podem forçar a existência de comportamento oscilatório não existente no problema contínuo. Assim, a técnica descrita em Lopes e Biscaia Jr. (1989) somente deve ser aplicada para sistemas onde se garanta a não existência de soluções espúrias. Os comportamentos periódicos mostrados são novos e não representam influências acentuadas da discretização para o procedimento adotado (são persistentes a um refinamento da discretização).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- .Aris, R., "The Mathematical Theory of Diffusion and Reaction in Permeable Catalysts", Clarendon Press, Oxford, Vol.1 e 2, 1975.
- .Bigge, J. e Bohl, E., "Deformations of Bifurcation Diagram Due to Discretization," Mathematical of Computation, Vol.45, n. 172, pp. 393-403, 1985.
- .Bohl, E., "Discrete Versus Continuous Models for Dissipative Systems," International Series of Numerical Mathematics, Vol. 70, pp. 68-78, 1984.
- .Kapila, A.K., Matkowsky, B.J. e Vega, J., "Reactive-Diffusive System with Arrhenius Kinetics: Peculiarities of The Spherical Geometry" SIAM J. Appl. Math., Vol. 38, n. 3, pp. 382-401, 1980.
- .Kubíček, M. e Holodník, M., "Evaluation of Hopf Bifurcation Points in Parabolic Equations Describing Heat and Mass Transfer in Chemical Reactors," Chem. Eng. Sci., Vol. 39, n. 3, pp. 593-599, 1984.
- .Lopes, L.C.O. e Biscaia Jr., E.C., "Determinação de Pontos de Bifurcação Hopf para Sistemas de Equações Parabólicas." XII CNMAC Resumos de Trabalhos, pp.309-312, SBMAC - Rio de Janeiro, 1989.
- .Lopes, L.C.O., "Análise de Bifurcações em Sistemas com Reação Química." Tese de M.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 1990.
- .Razón, L.F. e Schmitz, R. A., "Multiplicities and Instabilities in Chemically Reacting Systems - A Review," Chem. Eng. Sci., Vol. 42, n. 5, pp. 1005-1047, 1987.

.Stuart, A., "A note on High/Low-Wave-Number Interactions in Spatially Discrete Parabolic Equations," IMA J. App. Math., Vol. 42, pp. 27-42, 1989.

.Ulrich, K., "State of The Art in Numerical Methods for Continuation and Bifurcation Problems With Applications in continuum Mechanics: A Survey and Comparative Study," Relatório de Pesquisa e Desenvolvimento n. 31. LNCC, Rio de Janeiro, RJ, 1988.

.Villadsen, J. e Michelsen, M.L., "Solution of Differential Models by Polynomial Approximation", Prentice-Hall, New Jersey, 1978.

.Weiss, R., "Bifurcation in Difference Approximations to Two-Point Boundary Value Problems," Mathematics of Computation, Vol. 29, n. 131, pp. 746-760, 1975.

ABSTRACT

In this work a computational study for bifurcation analysis in reaction-diffusion equations is presented. The analysis are described for bifurcation in polynomial approximations to two-point boundary value for Dirichlet and Robin problems in plane, cylindrical and spherical geometry. The results show a insight basis for identification criteria of spurious solutions in these bifurcation diagrams.

APÊNDICE

Análise de Bifurcações Hopf. Nesta seção estuda-se a bifurcação complexa secundária pela técnica modificada por Lopes e Biscaia Jr. (1989) e descrita em detalhes em Lopes (1990). O ponto de bifurcação que se deseja estudar será reconhecido como o ponto onde se tem o aparecimento de soluções periódicas. A estabilidade local do problema estacionário é determinada pelos λ de um problema de valor característico.

O sistema resultante para o modelo em estudo pode ser escrito para o parâmetro μ , como em Lopes (1990).

$$M(\mu, b)v = 0 ; v_k \neq 0 \text{ e } v_l \neq 0 \quad (A.1)$$

Neste trabalho v_k e v_l foram mantidos fixos e iguais a unidade nos pontos v_1 e v_{N_c+1} e procurou-se resolver um problema de baixa dimensão (onde é facilitada a estimativa inicial) para o fornecimento de estimativas iniciais para o sistema de alta dimensão (grau elevado para a aproximação polinomial).

Então o sistema a ser estudado com $\mu = Le$ e $v = [v_1, \dots, v_{i_j}]^T$ transforma-se em um simples problema algebrico para as variáveis:

$$p^* = (v_1, \dots, v_{k-1}, v_{k+1}, v_{l-1}, v_{l+1}, \dots, v_{2N_c}, Le, b) \quad (A.2)$$

SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS EM GEOMETRIAS
COMPLEXAS UTILIZANDO A TÉCNICA DE MULTIBLOCOS

C.H. MARCHI, C.R. MALISKA e A.F.C. SILVA

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica
Caixa postal 476, CEP 88040-900, Florianópolis, SC

RESUMO

Uma das limitações do uso de malhas estruturadas é sua aplicação a problemas com geometrias bastante complexas onde o mapeamento do domínio físico não pode ser feito sobre um domínio único. Neste trabalho é proposto uma técnica de multiblocos para sistemas coordenados generalizados empregando blocos cuja interface pode apresentar malhas coincidentes ou não. A validação do método é feita resolvendo-se um escoamento supersônico axissimétrico sobre uma geometria arbitrária.

INTRODUÇÃO

Uma limitação da maioria dos métodos numéricos usados na solução de problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor é a necessidade do uso de malhas estruturadas para discretizar o domínio de cálculo.

Em aplicações na área aeroespacial, por exemplo, a discretização de domínios para resolver escoamentos sobre aviões e foguetes, utilizando malhas estruturadas de bloco único, é praticamente impossível devido a geometria complexa destes veículos, como no caso estudado por Wardlaw et al. (1987). Mesmo quando se consegue discretizar o domínio, há muita dificuldade em refinar a malha nas regiões próximas às paredes, onde ocorrem os maiores gradientes, em geral.

A solução desta limitação seria empregar malhas não estruturadas, como no trabalho de Jameson e Mavriplis (1986). Mas para isso seria necessário dispor de novos métodos de solução de sistemas lineares, já que as matrizes deixam de ser ordenadas, como as matrizes pentadiagonais e heptadiagonais.

Outra solução é empregar vários blocos de malhas estruturadas para discretizar o domínio, o que corresponde a uma não-estruturação discreta da malha. Desta forma consegue-se usar os mesmos códigos computacionais que utilizam malhas estruturadas de bloco único, necessitando-se apenas de um algoritmo de transferência de informações de um bloco para outro. Uma dificuldade que surge ao se usar esta solução é a aplicação de condições de contorno na interface de dois blocos adjacentes que se situa no interior do domínio, como na interface entre os blocos I e II da Fig. 3.

Há duas opções para resolver esta dificuldade. A primeira, menos geral, é estender o domínio de um bloco sobre outro até alcançar uma das fronteiras do domínio total do problema.

A segunda opção é quando não há sobreposição de blocos. Esta é a alternativa adotada neste trabalho, por ser mais geral, com o objetivo de propor um novo esquema de transferência de informações entre blocos, e que é aplicável a escoamentos de qualquer natureza, sejam eles parabólicos, hiperbólicos ou elípticos.

Além de permitir resolver problemas sobre geometrias complexas, a técnica de multiblocos pode reduzir significativamente a quantidade de memória necessária para o armazenamento de informações sem, no entanto, aumentar o tempo de computação. Estas características tornam a técnica de multiblocos extremamente atraente para problemas tridimensionais.

MODELO MATEMÁTICO E MÉTODO NUMÉRICO

O problema físico escolhido para validar a técnica de multiblocos a ser apresentada é o escoamento supersônico invíscido de um fluido compressível sobre um foguete. Este problema é modelado matematicamente pelas equações de Euler, dadas por

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho r U \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r V \phi) + \hat{p} \phi = 0 \quad (1)$$

onde J , t , ρ , r , U e V , e \hat{p} são o jacobiano da transformação do sistema de coordenadas cilíndrico (z, r) para o generalizado (ξ, η) , o tempo, a massa específica, o raio, as componentes contravariantes do vetor velocidade, e um termo fonte apropriado.

Quando ϕ for igual a 1 , u , v , ou T são recuperadas as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento nas direções z e r , e da energia.

Admite-se que o fluido se comporte como um gás perfeito. Desta forma, utiliza-se a equação de estado

$$p = \rho RT \quad (2)$$

para o fechamento do sistema de equações.

A metodologia numérica empregada neste trabalho foi estabelecida por Maliska et al. (1990). Ela é baseada no método dos volumes finitos (Patankar, 1980); utiliza um sistema de coordenadas que se ajusta aos contornos do domínio (Thompson et al., 1976) e um arranjo co-localizado de variáveis (Peric et al., 1988; Marchi et al., 1989); permite resolver escoamentos em qualquer regime de velocidade (van Doormaal et al., 1986; Silva & Maliska, 1988); e as Eq. (1) e (2) são resolvidas segregadamente; as equações da quantidade de movimento são usadas para obter as componentes cartesianas do vetor velocidade (u e v), a equação da energia para a temperatura (T), a equação de estado para ρ , e a equação de conservação da massa para a pressão (p). O método de acoplamento pressão-velocidade adotado é o SIMPLEC (van Doormaal e Raithby, 1984). As equações diferenciais após discretizadas resultam em sistemas lineares de equações com cinco diagonais não-nulas que são resolvidas pelo método MSI (Schneider e Zedan, 1981). São usados volumes de controle fictícios (Maliska, 1988) para aplicar as condições de contorno.

TÉCNICA DE MULTIBLOCOS PROPOSTA

Dois situações são analisadas. A primeira é chamada de volumes coincidentes (Fig. 1). Esta situação fica caracterizada quando os comprimentos (ΔL) de cada

volume de controle do bloco I, na interface, são idênticos aos comprimentos ΔL do bloco II (ΔL_1 pode ser diferente de ΔL_2). A rigor os comprimentos ΔL_I e ΔL_{II} devem ser iguais, tolerando-se uma diferença de até 20%. Desta forma, considera-se que o volume de controle P, além de ser um volume real do bloco II, coincide com o volume fictício de W, e vice-versa. A segunda situação, que é a geral, é denominada de volumes não-coincidentes, ocorrendo quando não há qualquer relação entre as dimensões dos volumes de controle na interface dos blocos, como na Fig. 2.

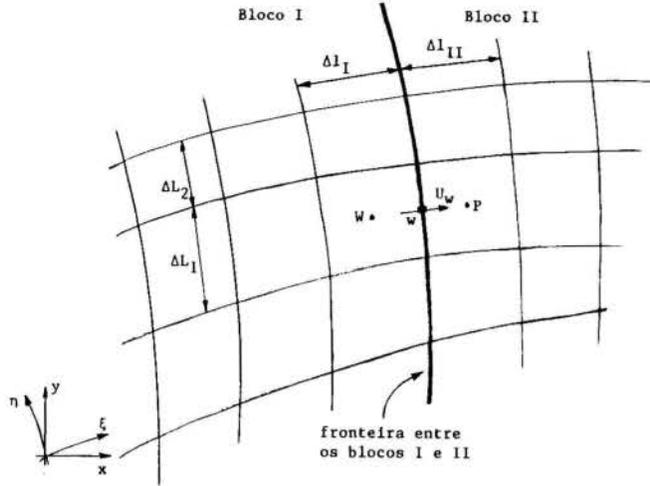


Figura 1. Interface entre blocos coincidentes.

Volumes Coincidentes. Procedimentos de transferência de informações devem ser aplicados em todas as interfaces entre blocos. Esses procedimentos de certa forma são equivalentes à aplicação de condições de contorno. Serão analisados aqui, a título de exemplo, apenas o processo envolvendo a interface entre os blocos I e II da Fig. 3. Nas outras interfaces são aplicados processos semelhantes.

As condições nessa interface têm obviamente importância quando da solução do bloco I ou do bloco II. Associe por hipótese que o bloco I está sendo resolvido. Considere a Fig. 1 que mostra volumes internos ao bloco I adjacentes à fronteira e seus volumes fictícios.

O procedimento de transferência de informações depende fundamentalmente do sentido do escoamento sobre a interface. Considere inicialmente que a velocidade contravariante U na face w (U_w) seja positiva, o que significa que o escoamento está saindo do bloco I e entrando no bloco II. Dois casos são considerados, para U positivo e negativo na interface.

Caso (i), $U_w \geq 0$. Como estão sendo resolvidas as equações de Euler, deve-se lembrar que a avaliação das propriedades nas faces dos volumes de controle é implementada através do esquema "upwind" (Patankar, 1980). Neste caso, em que $U_w \geq 0$, os valores de u , v , T e ρ na interface serão os valores de u , v , T e ρ no ponto W. Logo, a solução do bloco I independe dos valores de u , v , T e ρ no ponto P pertencente ao bloco II. No entanto, como o método numérico utilizado precisa de equações para o cálculo dos valores no volume fictício, assume-se simplesmente que u , v , T e ρ no ponto P são iguais àqueles do ponto W.

Restam ainda duas questões a serem resolvidas. A primeira é relacionada ao fato de a pressão no ponto P, p_p , participar da avaliação do gradiente de pressão para as velocidades u e v armazenadas em W. Para contornar esse problema a pressão p_p é assumida conhecida e igual ao valor obtido na última solução do bloco II. Caso o bloco II não tenha ainda sido resolvido, o valor de p_p assume o valor disponível. A solução sucessiva dos diversos blocos atualiza o valor de p_p até o seu valor correto.

Deve-se ressaltar que até agora, assumindo $U_w \geq 0$, nenhuma condição foi imposta que faça com que

a solução do bloco I difira de uma solução obtida via bloco único. A próxima questão, das duas mencionadas anteriormente, introduz de fato uma diferença que pode ser grande ou pequena em relação à solução de bloco único, e se refere à avaliação da velocidade contravariante U_w sobre a interface.

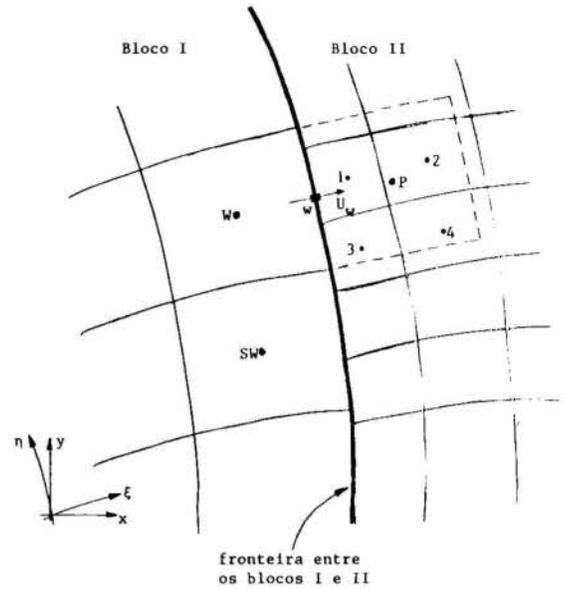


Figura 2. Interface entre blocos não-coincidentes.

Cálculo de U_w para o caso (i). Note que desde o início assumiu-se que esta velocidade fosse conhecida mas nada foi comentado sobre a sua avaliação. Deve-se lembrar que, no arranjo co-localizado de variáveis, empregado neste trabalho, as velocidades contravariantes nas interfaces dos volumes de controle são avaliadas através de processos de média que envolvem as equações de conservação da quantidade de movimento nos volumes adjacentes à interface (Marchi et al., 1990). Embora esse processo fosse ainda possível na solução multibloco, sua implementação computacional apresenta uma série de desvantagens. Assim, optou-se em assumir que na interface as velocidades u e v são iguais (para $U_w \geq 0$) a u_w e v_w e a velocidade U_w pode então ser calculada com as métricas armazenadas na interface. Essa velocidade U_w é atualizada toda vez que u_w e v_w são calculados.

Caso (ii), cálculo das propriedades para $U_w < 0$. Assuma agora que U_w é negativo. Nesse caso, tudo funciona como se a interface fosse uma fronteira de entrada em que todas as variáveis são prescritas. A única diferença é que ao invés de serem prescritas as condições invariáveis de uma corrente-livre (free-stream), prescreve-se as condições disponíveis no bloco II. Assim, as variáveis u , v , T , ρ e p , do volume fictício P do bloco I, assumem os valores obtidos na última iteração do bloco II neste mesmo volume de controle. Note que até aqui novamente nenhuma aproximação foi feita para diferir a solução multibloco da solução via bloco único.

Cálculo de U_w para o caso (ii). A avaliação da velocidade contravariante U_w , no entanto, exige também aproximações. De forma semelhante ao caso em que $U_w \geq 0$, assume-se agora que na interface w , u e v são iguais a u_p e v_p , com a velocidade U_w calculada com as métricas sobre a interface.

Embora tenha-se analisado apenas a interface entre os blocos I e II da Fig. 3 e assumido que o bloco I estava sendo resolvido, os raciocínios expostos são facilmente extrapolados para todas as outras interfaces e na solução de todos os blocos.

Volumes Não-Coincidentes. Quando os volumes de controle na interface entre os blocos não possuem as mesmas dimensões (Fig. 2), a dificuldade que surge é determinar quais os quatro volumes que circundam o

ponto P, centro do volume fictício (linhas tracejadas) de W.

Para o caso (i), $U_w \geq 0$, o procedimento de transferência de informações é o mesmo aplicado aos volumes coincidentes. A única diferença é que agora a pressão em P é obtida através de interpolação bidimensional das pressões conhecidas nos volumes 1, 2, 3 e 4, conforme a Fig. 2.

Além da pressão, no caso (ii), $U_w < 0$, os valores de u, v, T e ρ no ponto P também são obtidos via interpolação bidimensional dos respectivos valores nos volumes 1, 2, 3 e 4. A partir daí, o procedimento é idêntico ao caso dos volumes coincidentes.

Deve-se mencionar que nem sempre os quatro pontos que envolvem um volume fictício se situarão no mesmo bloco. Por exemplo, quando for necessário calcular os valores das variáveis no centro do volume fictício do volume de controle 3, da Fig. 2, devem ser usados os pontos W e SW do bloco I, e os pontos I e 3 do bloco II.

Simplificação do Procedimento para Volumes Não-Coincidentes. Considere um problema tridimensional onde a técnica de multiblocos tenha que ser empregada e que os volumes na interface dos blocos sejam não-coincidentes. O tempo de computação que seria gasto para determinar os oito volumes de controle que envolvem o ponto P e realizar interpolações tridimensionais seria bastante considerável, tomando-se por base resultados bidimensionais que serão apresentados.

Desta forma, propõe-se a seguinte simplificação: os valores de u, v, T, ρ e p, do volume fictício P da Fig. 2, são considerados iguais àqueles do volume de controle do bloco II cujo centro esteja mais próximo do ponto w. No caso da Fig. 2, esse volume é o denotado pelo número 1. Observe que esta aproximação é menos forte quanto mais refinada for a malha.

Algoritmo de Solução. O algoritmo da formulação numérica empregada é o mesmo descrito em Marchi et al. (1990), possuindo apenas uma alteração. O avanço do processo iterativo no tempo é feito realizando-se um determinado número de iterações por bloco, aqui chamado de NIB. Assim, se $NIB = 5$, cinco iterações são feitas no bloco I, passa-se ao bloco II onde cinco iterações são realizadas, depois cinco no bloco III e outras cinco no bloco IV. Então, retorna-se ao bloco I onde mais cinco iterações são feitas, e assim por diante até que um critério de convergência seja satisfeito por todos os blocos.

RESULTADOS

A validação da técnica de multiblocos proposta neste trabalho é feita resolvendo-se um escoamento supersônico a Mach 3.75 sobre a configuração do foguete mostrado na Fig. 3 (contorno S). Apesar desta geometria ser simples, ela foi escolhida para permitir que os resultados numéricos obtidos com a técnica de multiblocos fossem comparados com a solução de bloco único.

As condições de contorno são de velocidade e temperatura prescritas no contorno N; simetria no contorno W; condição de escorregamento e parede adiabática no contorno S; e condição de escoamento localmente parabólico no contorno E.

Volumes Coincidentes. O caso de volumes coincidentes na interface dos blocos foi resolvido utilizando-se a malha mostrada na Fig. 3. Quatro blocos foram usados para discretizar o domínio.

A solução de bloco único foi obtida com 40.4 segundos de tempo de CPU. A malha utilizada é a mesma da Fig. 3, ou seja, 60x24 volumes, igual à soma dos quatro blocos.

Como era esperado, o tempo de CPU necessário para atingir a solução, quando o domínio é discretizado com os quatro blocos, depende do número de iterações (NIB) que se faz em cada bloco. Para $NIB=1$, o

tempo de CPU foi de 45.0 segundos, $NIB=5$ foi de 40.4 segundos, e para $NIB=10$, 73.0 segundos. O menor tempo de CPU foi atingido para $NIB=4$, 39.4 segundos, usando-se um computador IBM 3090. Note que este tempo é menor que aquele da solução de bloco único.

Curvas do coeficiente de pressão (C_p) sobre o foguete, obtidas usando-se um e quatro blocos, são mostradas na Fig. 4. São incluídos também resultados experimentais obtidos por Moraes e Neto (1988).

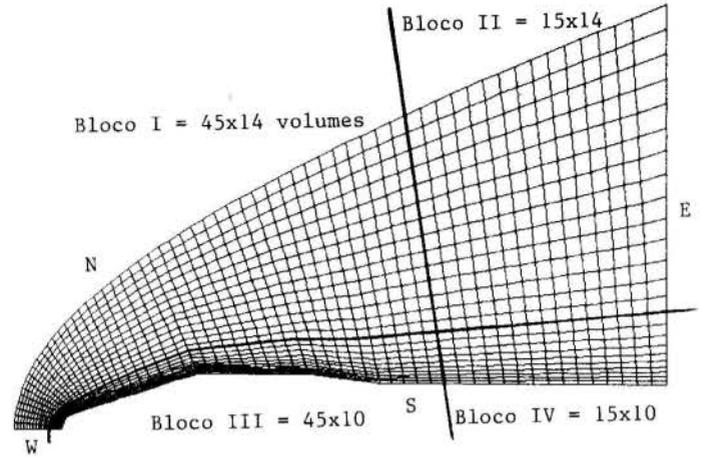


Figura 3. Discretização com volumes coincidentes.

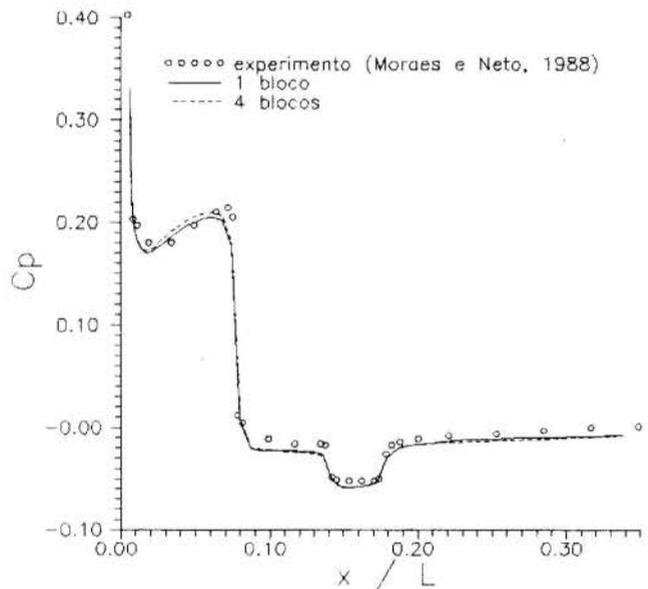


Figura 4. Solução para volumes coincidentes.

Volumes Não-Coincidentes. Para simular um caso de volumes que não coincidem na interface dos blocos, empregou-se uma malha de 50x17 volumes no bloco III da Fig. 3, resultando na malha mostrada na Fig. 5. Desta forma, os volumes na interface dos blocos I e III, e III e IV passam a ser não-coincidentes.

O menor tempo de CPU necessário para atingir a solução foi de 155.8 segundos para $NIB=5$. Utilizando-se o procedimento simplificado para volumes não-coincidentes, este tempo caiu para 72.0 segundos, com $NIB=6$.

Além da solução obtida com o procedimento simplificado ter sido atingida com apenas 45% do tempo de CPU que foi necessário para o procedimento exato, as duas soluções são coincidentes, como pode ser visto na Fig. 6, onde a solução de bloco único também é representada.

COMENTÁRIOS FINAIS

Verificou-se que o número de iterações por bloco (NIB) deve ser pequeno (2 a 6) para se obter a solução de um problema com o menor tempo de CPU. Se o valor de

NIB for muito alto, o tempo de CPU aumenta consideravelmente, podendo, inclusive, o processo iterativo divergir.

A simplificação introduzida na técnica de multi-blocos para volumes não-coincidentes se mostrou bastante adequada, tanto em termos da solução do problema quanto na redução do tempo de CPU.

Estes comentários são baseados em diversas simulações realizadas por Maliska et al. (1991) e outras não publicadas.

Atualmente, a técnica de multiblocos para volumes não-coincidentes, com a simplificação proposta, está sendo implementada na metodologia tridimensional de Marchi et al. (1990).

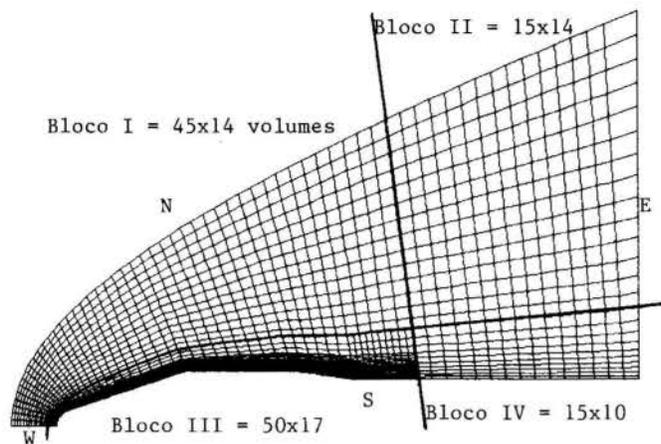


Figura 5. Discretização com volumes não-coincidentes.

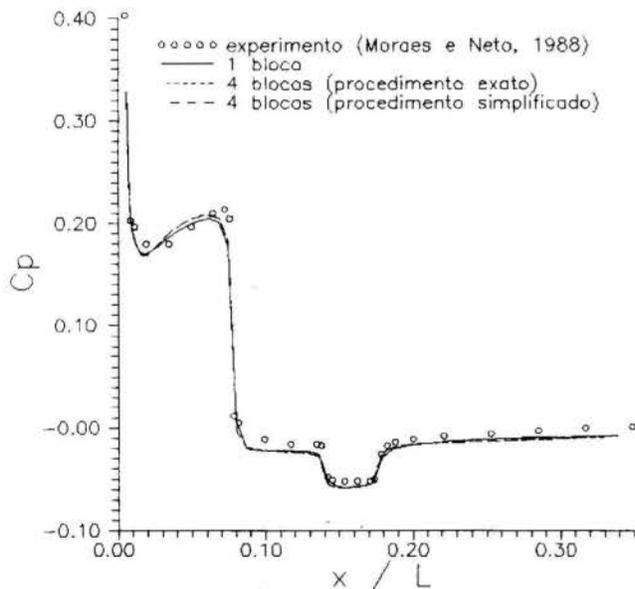


Figura 6. Solução para volumes não-coincidentes.

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), do Centro Técnico Aeroespacial (CTA), pelo financiamento parcial deste trabalho.

Aos bolsistas de iniciação científica Widomar P. Carpes Jr. e Emílio R. Hulse pela cooperação prestada.

Ao Dr. Paulo Moraes Jr., do IAE/CTA, pelo fornecimento dos resultados experimentais apresentados neste trabalho.

REFERÊNCIAS

*Jameson, A. and Mavriplis, D.J., "Finite Volume Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on a Regular Triangular Mesh", *AIAA Journal*, Vol. 24, pp. 611-618, 1986.

*Maliska, C.R., "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", Florianópolis, UFSC, 1988.

*Maliska, C.R., Silva, A.F.C. e Marchi, C.H., "Solução Numérica de Escoamentos Compressíveis Utilizando-se Variáveis Co-Localizadas em Coordenadas Generalizadas", Relatório preparado para o IAE/CTA, Florianópolis, UFSC, 1990.

*Maliska, C.R., Silva, A.F.C., Marchi, C.R., e Carpes, W.P., Jr., "Técnica de Solução Multibloco para Problemas Axissimétricos", Relatório preparado para o IAE/CTA, Florianópolis, UFSC, 1991.

*Marchi, C.H., Maliska, C.R. and Bortoli, A.L., "The Use of Co-Located Variables in the Solution of Supersonic Flows", *Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, pp. 157-160, Rio de Janeiro, Brasil, 1989.

*Marchi, C.H., Maliska, C.R. and Silva, A.F.C., "A Boundary-Fitted Numerical Methods for the Solution of Three Dimensional All Speed Flows Using Co-Located Variables", *Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, pp. 351-356, Itapema, SC, Brasil, 1990.

*Moraes, P., Jr., e Neto, A.A., "Resultados de Testes em Túnel de Vento para o Foguete VLS", Instituto de Aeronáutica e Espaço, IAE/CTA, São José dos Campos, 1988. (Não publicado).

*Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, New York, 1980.

*Perić, M., Kessler, R. and Scheuerer, G., "Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Colocated Grids", *Computers and Fluids*, Vol.16, n. 4, pp. 389-403, 1988.

*Schneider, G.E. & Zedan, M.A., "Modified Strongly Implicit Procedure for the Numerical Solution of Field Problems", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 4, pp. 1-19, 1981.

*Silva, A.F.C. & Maliska, C.R., "Uma Formulação Segregada em Volumes Finitos para Escoamentos Compressíveis e/ou Incompressíveis em Coordenadas Generalizadas", *Anais do II Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, pp. 11-14, Águas de Lindóia, SP, Brasil, 1988.

*Thompson, J.F., Thames, F.C. and Mastin, C.W., "Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate Systems for Solution of Partial Differential Equations on Fields Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies", *NASA Langley Research Center*, CR-2729, 1976.

*Van Doormaal, J.P. & Raithby, G.D., "Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp. 147-163, 1984.

*Van Doormaal, J.P., Raithby, G.D. and McDonald, B.H., "The Segregated Approach to Predicting Viscous Compressible Fluid Flows", *A.S.M.E. Paper 86-GT-196*, pp. 1-11, 1986.

*Wardlaw, A.B., Jr., Priolo, F.J. and Solomon, J.M., "Multiple-Zone Strategy for Supersonic Missiles", *J. Spacecraft*, Vol. 24, pp. 377-384, 1987.

ABSTRACT

The most severe limiting factor of using structured grids is its application for very complex domains, where the mapping of the physical domain can not be done onto a single rectangular domain. In these cases the multiblock technique is attractive because the single block technique can be applied several times until the whole domain is swept. In this work it is proposed a multiblock technique in a generalized framework employing blocks whose interfaces can have coincident or non-coincident grids. In addition the treatment given for the calculation of the velocity at the interfaces allows the solution of elliptic, parabolic and hyperbolic problems. The method is validated solving a supersonic flow over a complex geometry.

PULSATING FLOW AND HEAT TRANSFER IN A CHANNEL

H. Haneke, H. Laschefschi, A. Grosse-Gorgemann, N.K. Mitra
Institut für Thermo- und Fluidodynamik, Ruhr-Universität Bochum
Postfach 102148, D-4630 Bochum, Germany

SUMMARY

Laminar pulsating flow in a plane channel has been simulated by numerically solving Navier Stokes and energy equations. A sinusoidal temporal pulsation has been applied at the channel inlet. Results show annular effect, i.e. positive and negative overshoot in the axial velocity profile and flow separation both near the wall. The annular effect on temperature is small. The separation near the wall shows the difficulty of specifying proper exit boundary condition. With cold fluid entering in the channel appreciable heat transfer enhancement can be obtained.

INTRODUCTION

Since the laminar flow in a channel of uniform cross section tends to be fully developed with a constant Nusselt number, the heat transfer between the fluid and the channel wall decreases very fast in the flow direction.

To avoid this decrease, the boundary layer growth on the channel walls need to be disturbed in order to hinder the appearance of the fully developed flow. Temporal pulsation at the channel inlet may disturb the boundary layer growth. Such pulsation can produce an overshoot in the axial velocity profile near the wall (Richardson Effect) /1/.

Effects of pulsation on the hydrodynamically and thermally fully developed flow have been studied by Uchida /2/ and Faghri et al. /3/. Creff et al. /4,5/ studied the pulsed laminar flows in a pipe from the numerical solution of parabolized Navier-Stokes equation. The pulsation has been imposed by assuming sinusoidal axial pressure gradient at the inlet.

The basic equations have been developed in an asymptotic series where the set of equations for the lowest (or zeroth) order represents the steady flow in the pipe.

The higher order equations are linear. Creff et al. /4,5/ have calculated the first (higher) order results which show axial velocity and temperature overshoots near the wall. However, since the combined results of the zeroth and first order computations have never been presented and the small parameter for the asymptotic expansion has never been defined, the relative magnitude of the overshoots in the computed results of refs./4,5/ are totally unknown. Results of refs. /4,5/ show that the unsteady (i.e. the first order) axial velocity profile as well as its overshoot can be negative at some parts of a time period. This means that depending on the small parameter of expansion, the complete axial velocity profile (i.e. the sum of zeroth and first order solutions) may show a separation (or flow reversal) possibly near the wall. This of course will make the flow modeling by parabolized Navier-Stokes equations invalid.

Physical considerations dictate that for constant wall temperature, T_w and inlet temperature T_{in} an overshoot indicating a temperature larger than T_w or T_{in} should not appear in the complete temperature profile of an incompressible flow medium. Hence, a substantial modification of the temperature gradient on the wall resulting a substantial heat transfer enhancement over a steady flow may not be expected. However, the Richardson effect may show some influence on the temperature profile and heat transfer. It is not known whether the average heat transfer over a period of

pulsation is the same as that for a steady flow. Refs. /4,5/ are curiously silent regarding this question.

The purpose of the present work is to study the flow and temperature fields in a pulsating laminar channel flow from the numerical solution of full Navier-Stokes and energy equations. The fluid will be treated as incompressible with constant properties. As pulsation, sinusoidal fluctuations are imposed on the axial velocity at the inlet. Both amplitudes and frequencies of the fluctuations are varied in these investigations and their effects on the flowfields with different base flow Reynolds numbers are studied with respect to the Richardson effect and heat transfer.

BASIC EQUATIONS

The computational domain is a two dimensional plane channel of height $2H$, and length L , see fig. 1. The basic equations are un-steady two dimensional continuity, Navier-Stokes and energy equations for incompressible medium with constant properties.

Continuity:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

Momentum:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \nu \nabla^2 u_i \quad (2)$$

Energy:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = a \nabla^2 T \quad (3)$$

Here ρ , ν and a are the density, dynamic viscosity and thermal diffusivity of the medium respectively. The other symbols have usual meanings. The dissipation terms in the energy equations have been neglected.

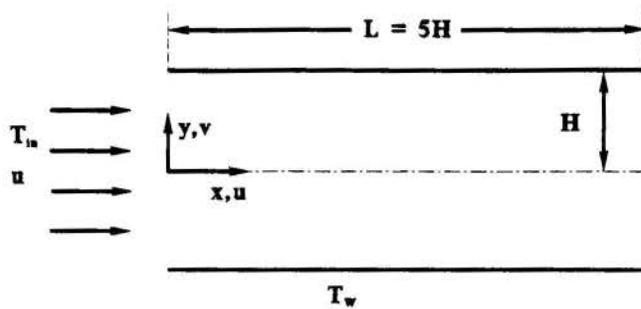


Fig. 1: Schematic of the computational domain. Computation is performed only in the upper half of the channel.

Boundary conditions:

On the channel wall:

$$u_i = 0$$

On the channel axis:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = v = 0$$

On the channel wall:

$$T = T_w$$

At the channel exit:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

At the channel inlet:

$$T = T_{in} \neq T_w$$

The axial velocity at the channel inlet is given by:

$$u = U_{\infty} (1 + A \sin \omega t) \quad (4)$$

where A = dimensionless Amplitude
 ω = frequency of the fluctuation

For $A > 1$, the axial velocity can be negative for some time in a given period. However, the time averaged flow in a complete cycle is always positive i.e. on the average there will be a mass flow through the pipe.

The problem of the boundary conditions should be noted here. If a flow reversal takes place, for example near the wall of a channel, the fluid moves through the channel in two layers. In the core it enters the channel at $x = 0$ and exits from the channel at $x = L$. Near the wall the fluid enters into the channel at $x = L$ and exits at $x = 0$. The situation will be more complicated for $A > 1$. Then a flow reversal takes place even in the core. Hence in the computations the exit and inlet boundary conditions need to be properly used.

The basic equations are nondimensionalized with characteristic

velocity U_{∞} , characteristic length $4H$ (hydraulic diameter). The temperature has been nondimensionalized in such a way that it is zero at the inlet and one at the wall. The nondimensional frequency is $\Omega = \omega 2H/U_{\infty}$. The pressure has been nondimensionalized by dividing it with ρU_{∞}^2 . The nondimensional equations contain as parameters the Reynolds number $Re = U_{\infty} 4H/\nu$ and the Prandtl number $Pr = \nu/\alpha$.

METHOD OF SOLUTION

The nondimensional equations were numerically solved by a modified marker and cell (MAC) technique [6]. In this technique the computational domain is discretized into rectangular cells. Variables are defined in these cells in staggered arrangement, i.e. the velocity components are defined on the midpoints of the cell faces on which they are normal, the pressure and temperature are defined on the cell center, see fig. 2. The solution proceeds in three steps.

In the first step, time-explicitly discretized momentum equations are solved to obtain velocity fields at time $(t + \Delta t)$ from a given velocity and pressure field at a time t . In this step second upwind differences are used for the convective terms and central differences are used for the viscous terms.

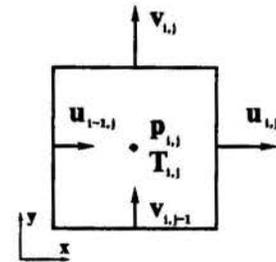


Fig. 2: Staggered grid definition of the variables

In the second step a pressure-velocity correction is performed in each cell until the continuity equation corresponds to the simultaneous solution of the Poisson equation for the pressure correction and the continuity equation. For the solution of the continuity equations a conjugate gradient technique has been used. This second step is time consuming because of the iterative nature of the solution scheme. In the third step the temperature equation is solved again explicitly from the known velocity field at the time $(t + \Delta t)$ and the temperature field at time t .

Before the pulsating flow was computed, first a steady hydrodynamically developing flow with a top-hat inlet profile (nondimensional $u = 1$) was calculated. This is the base flow. Once the base flow was obtained the flow pulsation at the inlet was imposed and the unsteady flow field for each time step Δt was then computed.

RESULTS AND DISCUSSION

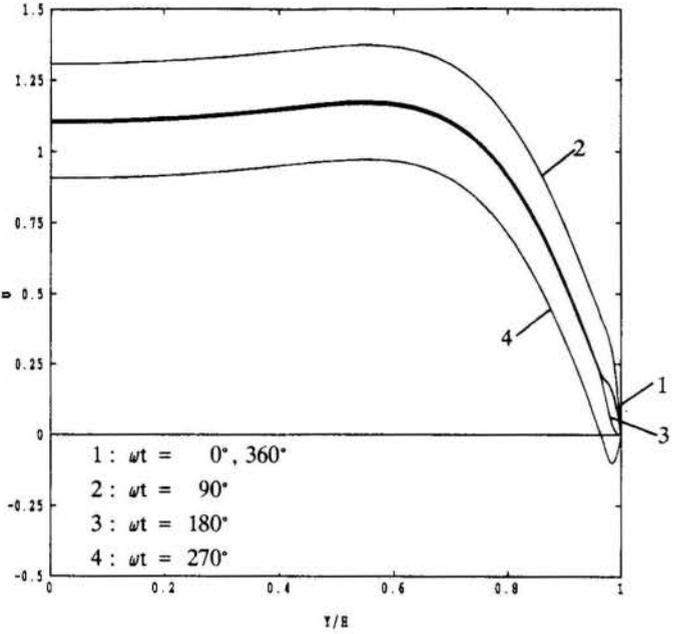
Computations have been performed in a channel of half height H and length $L = 5H$. This computational area has been divided into 100×40 cells with $\Delta x = 0.05$ and $\Delta y = 0.025$. The flow medium is air with $Pr = 0.73$. Computational results have been obtained for $Re = U_{\infty} 4H/\nu = 10, 100$ and 500 . For none of these Re was a fully developed flow with parabolic profile for velocity obtained at the exit.

For the pulsating flow, the nondimensional amplitude was varied between 0.2 to 0.8 and the nondimensional frequency $\Omega = \omega 4H/U_{\infty}$ had values of 10π and 50π .

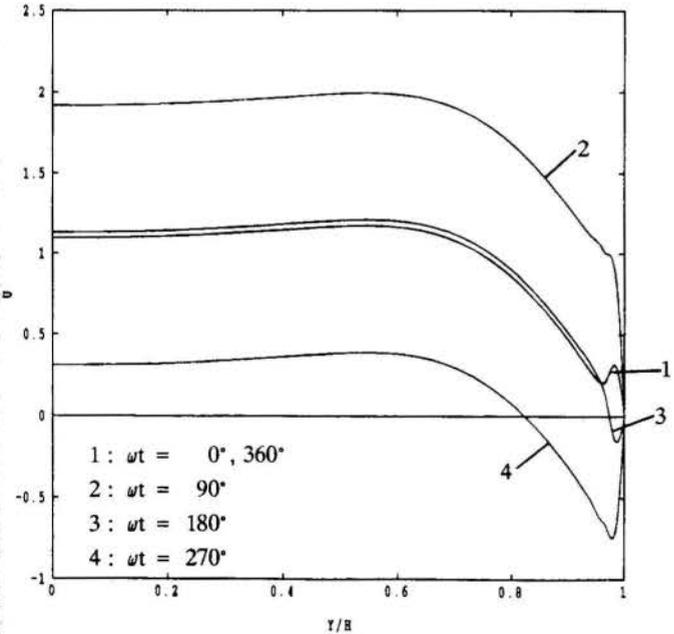
Figure 3 shows the axial velocity profiles of the pulsating flow at

$x = H$ and $\omega t = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ for a Reynolds number of 100 and $\Omega = 50$. The amplitudes A are 0.2 (fig. 3a) and 0.8 (fig. 3b).

With a smaller amplitude, flow separation near the wall starts at $\omega t > 180^\circ$. At $\omega t = 270^\circ$ the annular effect becomes prominent. The wall layer with reversed flow covers nearly 3% of the channel half height. With higher amplitude a reversed flow occurs already at $\omega t = 180^\circ$ in a wall layer of nearly 0.04 H thickness. At $\omega t = 90^\circ$ the Richardson effect is positive and manifests itself as the second peak near the wall.



(a) $A = 0.2$



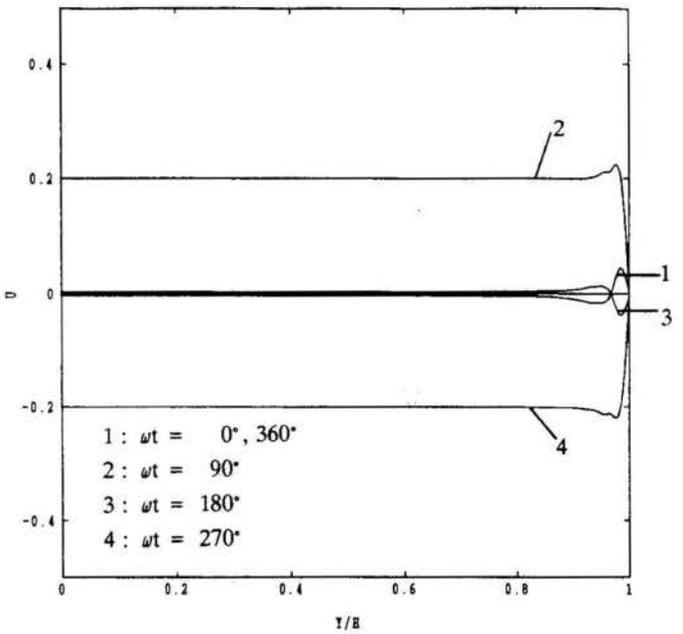
(b) $A = 0.8$

Fig. 3: Axial velocity profiles at $x = H$, $Re = 100$, $\Omega = 50$

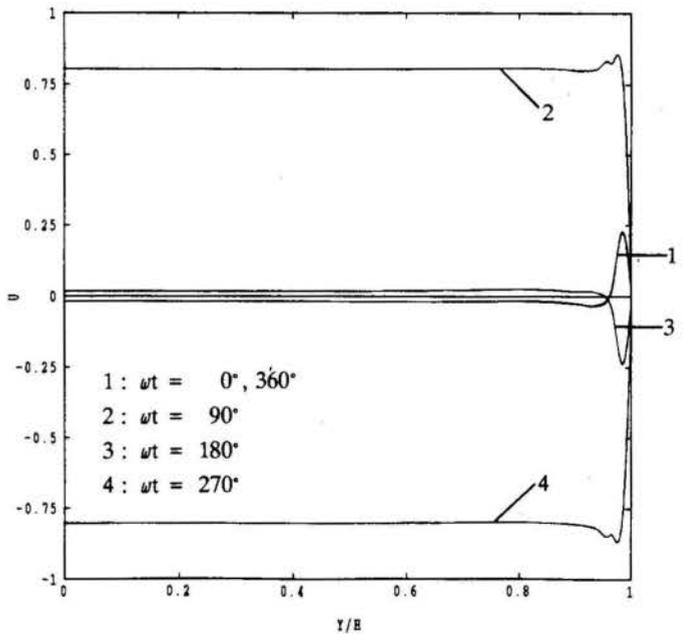
Both figures 3a and 3b show that the location of the maximum axial velocity may shift from the axis to $y \approx 0.6H$. This is the effect of nonsteady pulses. Steady flow computations show typical spatial evolution of axial velocity profile of entry flow. Subtracting the steady flow profiles from the pulsating flow results one obtains the nonsteady component of the axial velocity. Figure

res 4a and 4b show these nonsteady components at $\omega t = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ for $A = 0.2$ and 0.8 , respectively.

These figures are comparable to the first order solution of the axial velocity of Creff et al./4,5/. They appear also qualitatively similar to the corresponding results of refs. /4,5/. The evolution of annular effects show that more than one peak can appear and they can be both negative and positive.



(a) $A = 0.2$

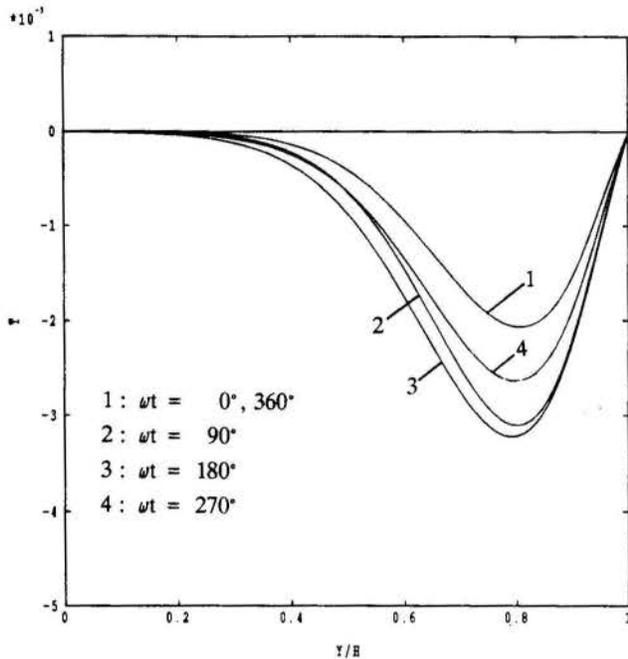


(b) $A = 0.8$

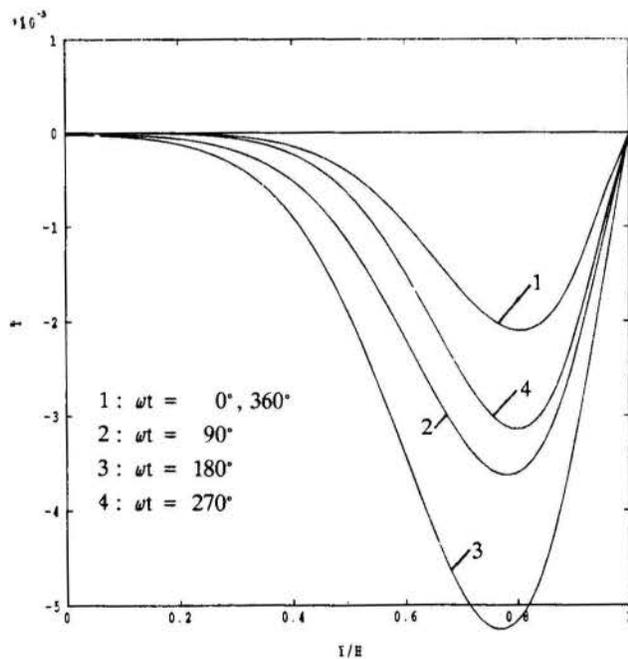
Fig. 4: Nonsteady velocity components at $x = H$, $Re = 100$, $\Omega = 50$

Figures 5a and 5b show the nonsteady part of the temperature profiles at $\omega t = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ for $A = 0.2$ and 0.8 respectively. Again these profiles are comparable and qualitatively quite similar to the first order solutions of refs. /4,5/ where they are called annular (Richardson) effects in temperature. With larger A

the peak (here negative) in the unsteady temperature becomes larger. However, the annular effect is extremely small and of the order of 10^{-3} , see the scaling in figs. 5. This fact has never been mentioned in refs. /4,5/. In the temperature profiles comprising of both steady and nonsteady parts, the annular effect can hardly be noticed. Whatever small annular effects is there, it should have some influence on the temperature gradient and heat transfer on the wall.



(a) $A = 0.2$



(b) $A = 0.8$

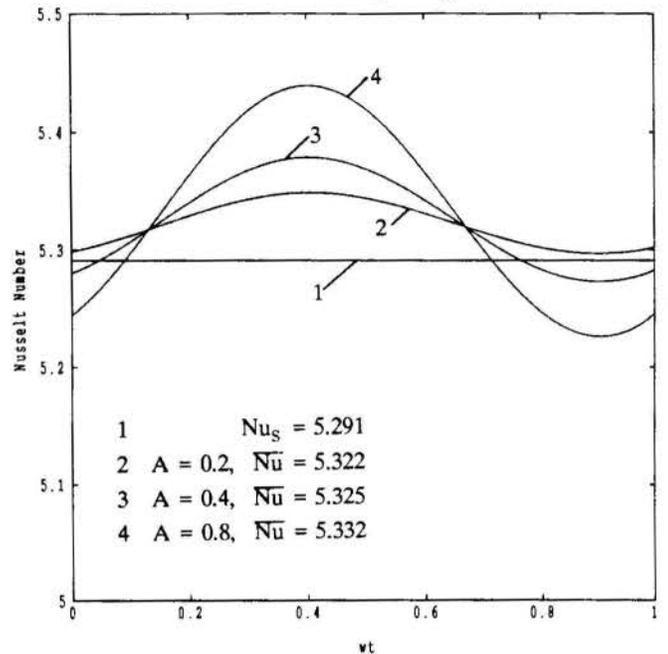
Fig. 5: Nonsteady part of the temperature profiles at $x = H$

Figure 6a shows the space-averaged Nusselt numbers against ωt for a complete cycle for $A = 0.2, 0.4$ and 0.8 . In figure 6a the temperature boundary conditions are constant temperature at $x = 0$ and $\partial^2 T / \partial x^2 = 0$ at $x = L$. No consideration for reversed flow is made.

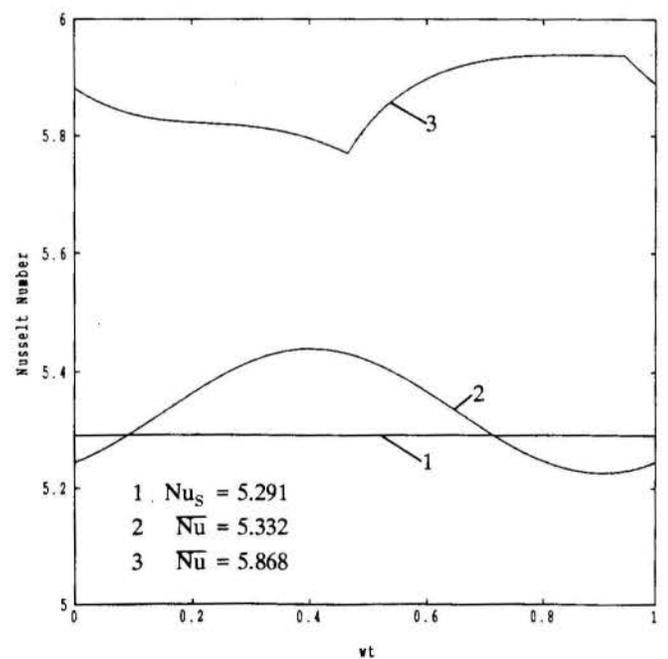
Figure 6b compares the effect of the temperature boundary conditions. In curve 3 of fig. 6b the boundary conditions have been modified as previously mentioned. At $x = 0$ and $x = L$, the incoming fluid has a constant temperature and the outgoing fluid due to the annular effect, satisfies $\partial^2 T / \partial x^2 = 0$. The curve 2 in fig. 6b is the same as curve 4 in fig. 6a.

The local Nusselt number on the wall is defined as:

$$Nu(x) = \frac{-\frac{\partial T}{\partial y}|_{wall} * 2H}{T_w - T_{in}} \quad (5)$$



(a)



(b)

Fig. 6: Space-averaged Nusselt number over a period, $Re = 100$, Nu_s : steady flow, Nu : time averaged

This Nusselt number is independent of the bulk temperature and gives the dimensionless heat transfer on the wall. The space-averaged Nu in fig. 6 is given by

$$Nu = \frac{1}{L} \int_0^L Nu(x) dx \quad (6)$$

Figures 6 furthermore show the space-averaged Nusselt number for the steady flow Nu_s . Nu for the pulsating flow is slightly larger than Nu_s for $A = 0.2$. For $A = 0.8$, (fig. 6a) Nu becomes larger than Nu_s for some time and then smaller than Nu_s . Figure 6b shows that if the fluid flows in the channel at $x = L$ with the temperature T_{in} , the heat transfer can substantially increase. The Nusselt number \overline{Nu} averaged over a period of pulsation is 5.322 for $A = 0.2$ (fig. 6a), 5.332 for $A = 0.8$ (fig. 6a,b) and 5.868 for $A = 0.8$, with cold fluid coming in at $x = L$ (fig. 6b). The corresponding increase in \overline{Nu} over the steady flow is 0.6% for $A = 0.2$, 0.8% for $A = 0.8$ in fig. 6a and 11% for fig.6b (curve 3).

CONCLUSIONS

Laminar incompressible flow in a channel with imposed pulsation has been investigated from the numerical solution of the Navier-Stokes and energy equations. The results show the annular effect and flow separation near the wall even for a small amplitude of pulsation. The reversed flow near the wall makes the specification of the boundary conditions problematic. If it is assumed that the fluid that enters the computational domain whether through the nominal inlet or exit is always cold compared to the channel wall, heat transfer can be enhanced.

REFERENCES

- /1/ E.G. Richardson and E. Taylor, The Transverse Velocity Gradient near the Mouths of Pipes in Which an Alternating or Continuous Flow of Air is Established, Proc. Roy. Soc. London, vol. 42, pt. 1, no. 231, pp. 1-15, 1929
- /2/ S. Uchida, The Pulsating Viscous Flow Superposed on a Steady Laminar Motion of Incompressible Fluid in a Circular Duct, Z. Angew. Math. Phys., vol.7, pp. 403-422, 1956
- /3/ M. Faghri, K.Kavdani and A. Faghri, Heat Transfer with Laminar Pulsating Flow in a Pipe, Lett. Heat Mass Transfer, vol. 6, pp. 259-270, 1979
- /4/ R. Creff, J. Batina, P. Andre and V.S. Karunanithi, Numerical Model for Dynamic and Thermal Developments of Pulsed Laminar Ducted Flow, Numerical Heat Transfer, vol. 6, pp. 173-188
- /5/ R. Creff, P. Andre and J. Batina, Dynamic and Convective Results for a Developing Laminar Unsteady Flow, Int. J. for Num. Methods in Fluids, vol. 5, pp. 745-760, 1985
- /6/ C.W. Hirt, B.D. Nickols, N.C. Romero, SOLA - A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows, Los Alamos Scientific Lab. Rep. LA - 5652, New Mexico, 1975

CONJUGATE CONDUCTION, CONVECTION AND RADIATION
PROBLEM IN WALLS CONTAINING CIRCULAR CELLS

H.A. Vielmo*

A.F.C. Silva and C.R. Maliska.

Depto. de Engenharia Mecânica
UFRGS - Sarmiento Leite, 425
90050-170 - Porto Alegre, RS

Depto. de Engenharia Mecânica
UFSC - Caixa Postal 476
88040-900 - Florianópolis, SC

SUMMARY

The transient heat and mass transfer phenomenon through walls containing circular cells is of great importance in simulation of thermal behavior in buildings. This paper presents the numerical solution of the heat transfer problem, that is, conduction in the brick and convection and radiation in the cell. Due to geometry complexity the problem is solved using a boundary-fitted coordinate system. The results demonstrate that, for the outer cell's dimension studied, the heat flux is not significantly affected due the presence of the cavity, and that the radiation plays an important role.

INTRODUCTION

The analysis of the heat transfer through solid walls containing cavities is a challenging problem for the fluid dynamicist. First, the solid part of the wall is itself a porous media where a conjugate heat and mass transfer problem need to be solved. Coupled to this problem one has the convection-radiation problem inside the cavity. Associated to that, the boundary conditions in a real problem are always changing in time due to the transient nature of the solar radiation, temperature and relative humidity of the environment. To add a definite complicating factor, it suffices to say that the real problem is fully three-dimensional.

In spite of the complexity of the problem it is possible to formulate some simplifying hypothesis such that important engineering informations can still be obtained.

Numerical and experimental studies dealing with natural convection inside cavities without considering conduction in the walls are abundant in the literature and excellent reviews can be found [1,2], such that no attempt will be made here of reviewing them.

Analysis of the conjugate problem, considering conduction at the cavity walls and convection inside the cavity, has also received attention but mainly for square and rectangular geometries with geometrically similar cavities [3,4,5]. The problem considering also radiation at the cavity walls did not motivate too much research work [6], and again they are restricted to geometries whose boundaries follow the cartesian coordinate system.

This paper presents a two dimensional methodology with the analysis of a coupled problem, conduction in the solid, convection-radiation in the cavity, for arbitrary cavities. The methodology herein presented is a powerful tool to simulate this coupled problem for different geometries as well as to serve as a basis for the solution of more complicated mathematical models which may include 3D effects.

PROBLEM FORMULATION

The cellular wall in consideration is depicted in figure 1a. For a large wall in the y and z directions, it is reasonable to assume no temperature changes in the z-direction as well as to assume that in the y-direction one has a repetitive boundary condi-

tion. As a result the analysis is performed in the cell shown in figure 1b. The additional simplifying

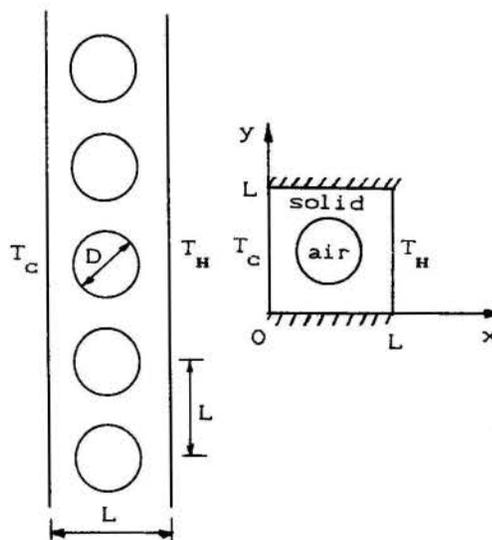


Figure 1. (a) Cellular wall (b) Cell

hypothesis are as follow :

1. The humidity content is constant in the brick such that only the heat transfer problem is considered.
2. Brick and fluid properties are constant, except the fluid density, responsible for the buoyances effects inside the circular cavity.
3. Boundary conditions are of constant temperature at the vertical walls and insulated at the horizontal ones. The latter condition will be again addressed.
4. At the solid fluid interface a continuous temperature and heat flux profiles are assumed. In addition it is assumed that the emissivity of the wall is 1.0. This is not a severe assumption since normal building bricks have emissivity in the order of 0.93. This assumption allows to use the black body model for the radiation exchange problem.

GOVERNING EQUATIONS

As mentioned, the governing equations need to be solved in the solid domain and in the circular cavity. With the listed assumptions these equations have the following forms. For the solid part,

* Em doutoramento na UFSC

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

and for the fluid inside the cavity,

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \rho g \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (5)$$

It is important to note that the usual Boussinesq approximation is not being used. Instead the density changes locally and is related to temperature and pressure through the state equation for ideal gases.

BOUNDARY CONDITIONS

For the solid wall, according to figure 1, one has

$$T(0, y) = T_c \quad (6)$$

$$T(L, y) = T_H \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x, L) = 0 \quad (9)$$

The symmetry condition, originating eqs. (8) and (9) is an approximation since the natural convection creates different temperature profiles for the top and bottom of the circular cavity. This, through conduction in the solid, will also interfere in the temperature distribution at the top and bottom of the solid part. This difference will decrease as the ratio D/L decreases. In fact, for the situation tested (D/L = 0.5) the approximation is good. It is worth to note that the repetitive boundary condition could have been used without introducing any simplification. The insulated boundaries were used for the sake of simplicity only.

For the solid/fluid interface one has

$$u|_0 = 0 \quad (10)$$

$$v|_0 = 0 \quad (11)$$

$$T_a|_0 = T_s|_0 \quad (12)$$

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial n}|_0 = -k_a \frac{\partial T}{\partial n}|_0 + q_1 \quad (13)$$

where the symbols "0", "a" and "s" indicate the cavity wall, air and solid, respectively, and the second term in the right hand side of eq. (13) is given by

$$q_1 = \sum_{j=1}^n \sigma F_{1j} (T_1^A - T_j^A) \quad (14)$$

where q_1 is the radiant heat flux exchanged by the element "i" with the "n" elements that can be "seen" by element "i". It is not a difficult matter to calculate the shape factor F_{1j} for this situation.

NUMERICAL METHODOLOGY

The problem is solved using a two-domain procedure, that is: the conduction equation, eq. (1) is solved using the heat flux from the convective problem added to the radiative heat flux given by eq. (14). The temperature from this solution serves as boundary condition for eqs. (2-5). The procedure is repeated until convergence.

Since the geometry in consideration is non-cartesian, it is employed two boundary-fitted coordinate systems, as can be seen in figure 2. The one employed for the fluid equations is simply connected, and its transformation onto a rectangular domain retains as boundary conditions, in the four sides of the transformed plane, the existing boundary conditions in the physical plane. For the solid equation the domain is doubly-connected and for mapping again onto a rectangular domain it is necessary to use the cutting procedure. This results in a computational plane with repetitive boundary conditions along the cuts, as shown in figure 3. Or, in other words, this means to say that there is no need of specifying boundary conditions in the cuts. This, of course, is in accordance with the physical problem which does not provide boundary conditions in these regions. As can be seen in figure 3, the boundary conditions are all associated with the south and north frontiers of the computational domain.

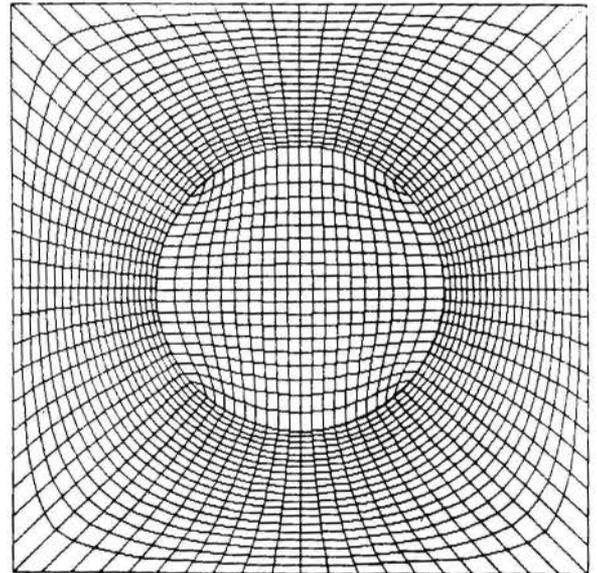


Figure 2. Computational grid for D/L = 0.5

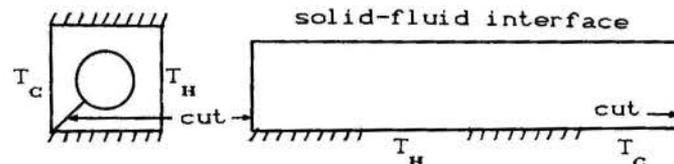


Figure 3. Mapping of the solid domain

The transformed equations are not presented here but the procedure to obtain them and details of the transformation can be found in [7]. The computational grid shown in figure 2 was generated using elliptic equations [8], with 20 x 20 volumes in the fluid domain and 80 x 20 in the solid part. It is to

observe that the grids fits well at the boundaries making it easier to transfer informations (boundary conditions) from one domain to the other.

The solution of the natural convection problem was realized using the computer code MACH2D [9] with the appropriate simplifications. This code employs a co-located variable arrangement [10]. To handle the pressure-velocity coupling the SIMPLEC [11] method is employed, and the solution of the linear system of equations from the convective problem is obtained using MSI [12], and Gauss-Seidel for the conduction problem in the solid domain.

SOLUTION PROCEDURE

- a) To save computer time during the iterative procedure the average temperature of T_H and T_C is initially assigned to all volumes in the domain.
- b) Solve the equation in the solid wall assuming, in the first iteration, no heat flux at the solid fluid interface. Compute interface temperature using interpolation.
- c) Solve for velocity and temperature for the fluid using as boundary condition the interface temperatures obtained in item b.
- d) Compute the heat flux due to the convective flow.
- e) With temperatures of item b it is calculated the flux by radiation using eq. (14).
- f) The total heat flux, item d plus item e, is now used as boundary condition for the solid domain in item b, iterating until the prescribed convergence criterion is reached.

BASIC TEST CASES

When computing a numerical solution it is always desirable to have analytical solutions to test the numerical model. Of course, the problem one is dealing with precludes the determination of the analytical solution, but it is possible to analyse limiting cases. Using the full solution procedure, iterating from one domain to the other, density was kept constant and the air conductivity was made equal to the conductivity of the brick. The problem is then one-dimensional. It can be seen in figure 4 that the isotherms computed in each domain matches very well at the interface, reproducing the one-dimensional conduction problem. The maximum error of the numerical solution for this case, with $T_H = 320$ K, $T_C = 300$ K, $k_{brick} = 0.69$ W/mK, $L = 0.1$ m and $D = L/2$ is 4.3%. For $D = L/10$ the error increases to 5.1%.

As a second basic test the coupled problem is solved using no radiation. The qualitative behaviour of the natural convection flow is in accordance with the solution of the natural convection inside a circular cavity with no conduction considered at the walls. The isotherms for this case is shown in figure 5.

NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSIONS

With the main goal of better understanding the heat transfer phenomenon involved, six different situations are simulated, as below.

- 1) Vacuum in the cavity with and without radiation.
- 2) Conduction in the air in the cavity with and without radiation.
- 3) Convection in the air in the cavity with and without radiation.

For each situation above it is varied the diameter of the cavity.

This problem is very rich in informations if all parameters are varied, forming the dimensionless

groups which governs the phenomenon. In this paper this complete analysis is not realized and this is the reason why the results will be shown keeping the dimensions in the variables involved. The full analysis is under preparation and will appear in a coming publication.

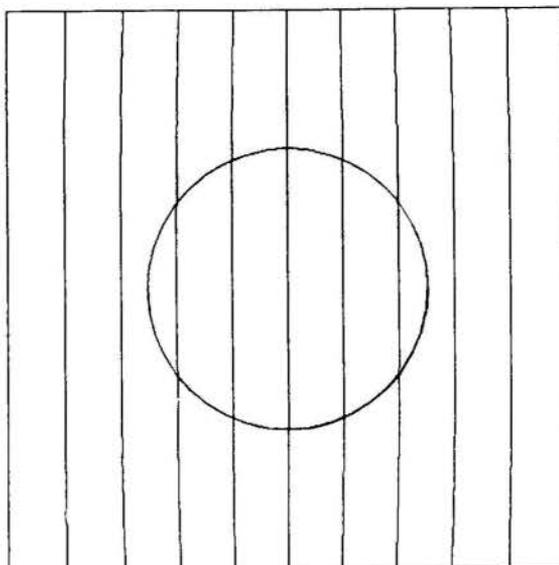


Figure 4. Isotherms of the one-dimensional conduction problem

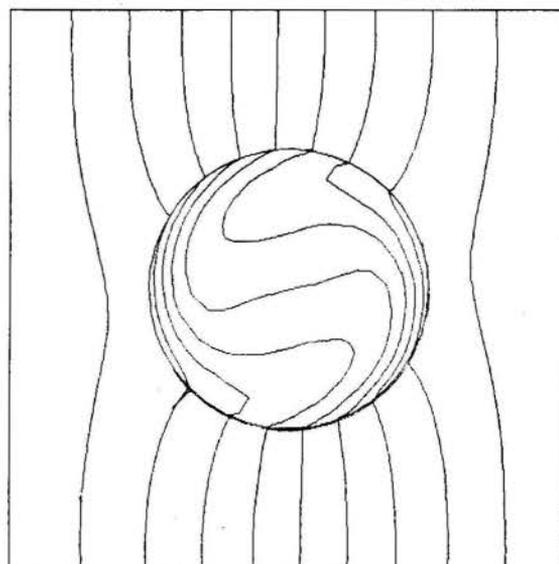


Figure 5. Isotherms of the convective problem

The results are plotted using the concept of equivalent conductivity, defined as

$$k_{eq} = \frac{\text{heat transfer considering the cavity}}{\text{heat transfer considering the wall fully solid}}$$

where the denominator of the above equation is easily obtained exactly. Figure 6 shows the equivalent conductivity for the six different situations as a function of D , using $T_H = 320$ K, $T_C = 300$ K, $k_{brick} = 0.69$ W/mK and $L = 0.1$ m.

One important finding is the fact that the existence of the cavity, considering convection and radiation does not impair too much the heat transfer. In fact, the minimum value for k_{eq} encountered was 0.87, which means that the brick with the cavity exchanges 13% less heat than the wall fully solid. The results of figure 6 also demonstrate the

importance played by radiation in the process. If radiation is not considered k_{eq} drops to 0.59 for a diameter equal to 0.08 m.

The assumption which considered thermal insulation in the horizontal faces is now addressed. Figure 7 shows the heat flux along the 360 degree of the cavity and the temperature along the insulated boundaries. The existence of the convection causes a slight unsymmetry in the heat flux at the solid-fluid interface, deviating slightly the used boundary condition from the repetitive one.

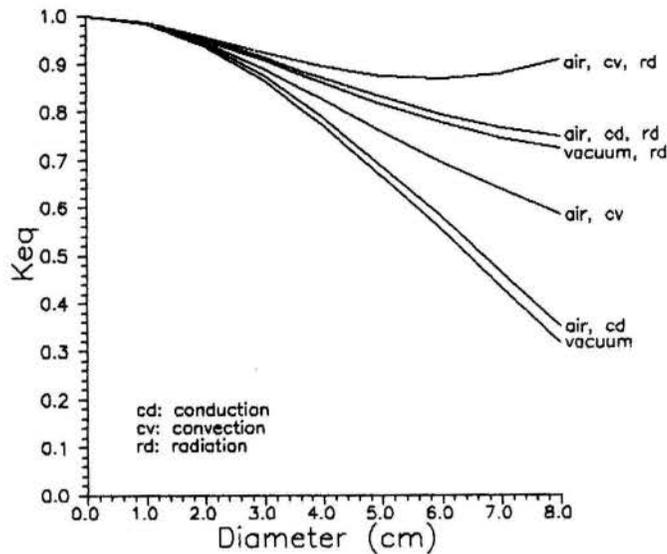


Figure 6 Equivalent conductivity versus cavity diameter

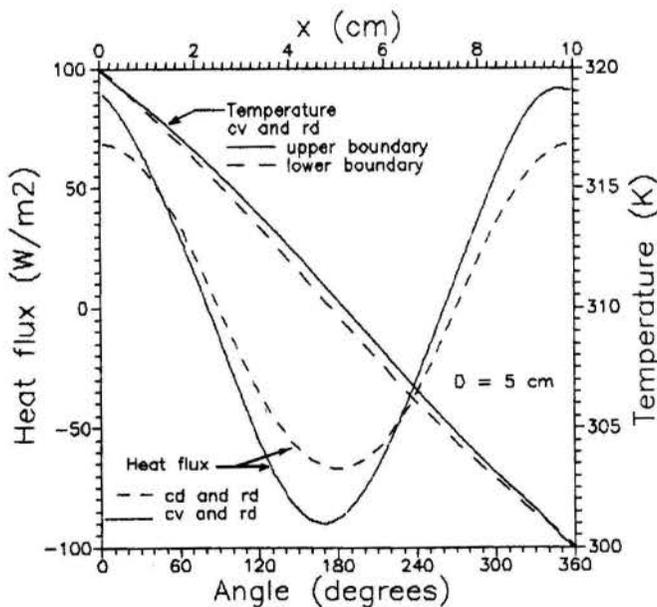


Figure 7 Heat flux along the solid-air interface and temperature along the insulated boundaries

CONCLUSIONS

The main conclusions of this paper are twofold. First, it became clear that the analysis of complex problem involving complex domains can be done efficiently using a boundary-fitted grid. Several analysis can now be done for different shapes of the solid part and cavity.

Secondly, considering the physics of the phenomena, it was seen that, for the case tested, the existence of the cavity does not reduce significantly

the heat transfer rates. The results also confirm that the radiation plays an important role in this type of problem, besides the low temperatures involved. However, as L and D decrease the relative importance of the radiation and convection in the cavity also decreases. As in insulating materials, conduction tends to be the principal heat transfer mechanism in the air cavities. As already mentioned, in a coming paper the conclusions will be generalized for the problem, considering the dimensionless groups involved.

REFERENCES

- [1] Catton, I.. "Natural Convection in Enclosures" *Heat Transfer*, vol. 6, pp. 13-30, National Council of Canada, Ottawa, 1978.
- [2] Ostrach, S.. "Natural Convection Heat Transfer in Cavities and Cells", *Heat Transfer*, vol. 7, pp. 365-379, Hemisphere, Washington, D.C., 1982.
- [3] Meyer, B.A., Mitchell, J.W., El-Wakil, M.M.. "The Effect of Thermal Wall Properties on Natural Convection in Inclined Rectangular Cells", *ASME J. Heat Transfer*, vol. 104, pp. 111-117, 1982.
- [4] Shiralkar, G.S., Tien, C.L.. "A Numerical Study of the Effect of a Vertical Temperature Difference Imposed on a Horizontal Enclosure", *Numerical Heat Transfer*, vol. 5, pp. 185-197, 1982.
- [5] Kim, D.M., Viskanta, R.. "Heat Transfer by Combined Wall Conduction and Natural Convection through a Rectangular Solid with a Cavity", *Proceedings of the ASME/JSME Joint Thermal Engineering Conference*, vol. 1, pp. 313-322, ASME, New York, 1983.
- [6] Kim, D.M.. "Heat Transfer by Combined Wall Heat Conduction, Convection, and Radiation through a Solid with a Cavity", Ph.D. thesis, Purdue Univ., West Lafayette, Ind., 1983.
- [7] Maliska, C.R.. "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional - Coordenadas Generalizadas", Depto de Engenharia Mecânica-UFSC, Brasil, 1992.
- [8] Thompson, J.F., Warsi, Z.U.A., Mastin, C.W.. "Numerical Grid Generation Foundations and Applications", Elsevier Science P.C., USA, 1985.
- [9] MACH2D. "Computer Code for the Solution of Two-Dimensional Compressible/Incompressible Fluid Flow Problems in Arbitrary Geometries", SINMEC-Depto de Engenharia Mecânica-UFSC, Brasil, 1989.
- [10] Marchi, C.H., Maliska, C.R., Bortoli, A.L.. "The Use of Co-Located Variables in the Solution of Supersonic Flows". *Proceedings of the 10th Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, vol. 1, pp. 157-160, Rio de Janeiro, Brazil, 1989.
- [11] Van Doormaal, J.P., Raithby, G.D.. "Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows", *Numerical Heat Transfer*, vol. 7, pp. 147-163, 1984.
- [12] Schneider, G.E., Zedan, M.. "A Coupled Modified Strongly Implicit Procedure for the Numerical Solution of Coupled Continuum Problems", AIAA paper no. 84-1743, *AIAA 19th Thermophysics Conference*, Snowmass, Colorado, USA, 1984.

CONSTITUTIVE RELATIONS FOR THE FLOW OF A STOKESIAN FLUID THROUGH A RIGID POROUS MEDIUM

Heraldo Costa Mattos, Maria Laura Martins Costa & Rubens Sampaio
Department of Mechanical Engineering - PUC/RJ
Rua Marquês de São Vicente, 225 - 22453 - Rio de Janeiro - Brazil
Rogério Martins Saldanha da Gama
Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC/CNPq)
Rua Lauro Müller, 455 - 22290 - Rio de Janeiro - Brazil

SUMMARY

This work is concerned with the modelling for the flow of a stokesian fluid through a rigid porous medium, using a Theory of Mixtures viewpoint. A systematic procedure to obtain constitutive relations that verify automatically the principle of objectivity and a local version of the second law of thermodynamics is proposed. The prescription of two thermodynamic potentials for each constituent is sufficient to define a complete set of constitutive relations. An example concerning the thermal analysis of a fluid flow in a porous channel bounded by two isothermal impermeable plates is presented. It illustrates the possibilities of effective practical use of the proposed theory.

1. Introduction

In the present paper the momentum and energy transfer phenomena in a non-newtonian fluid flow through saturated, rigid, homogeneous and isotropic porous media is analysed within the context of the Continuum Theory of Mixtures. The theory considers the fluid and the porous medium as continuous constituents of a chemically inert binary mixture, coexisting superposed in the whole volume of this mixture. In order to account for the thermomechanical interaction between the constituents, a momentum generation and an energy generation, both not present in a classical Continuum Mechanics approach, are present in the balance equations. In these equations a partial stress tensor (whose definition is based on the partial stress vector, analogous to the traction vector in Continuum Mechanics) and a partial heat flux are associated to each constituent of the mixture.

Constitutive equations for all those quantities, satisfying the principle of objectivity and a local version of the second law of thermodynamics, must be postulated, in order to allow a complete mathematical modelling for the flow and the heat transfer problem.

This paper presents a systematic procedure to obtain a complete set of constitutive equations which always satisfy the second law restriction, independently of the geometry, of the external action and of the boundary conditions.

2. Basic Balance Equations of the Continuum Theory of Mixtures

A separate balance equation, in which all quantities are treated as functions of the position \underline{x} and of the time t , is considered for each constituent of the mixture, in which the remaining constituents action on the given constituent is taken into account.

In the absence of chemical reactions, each constituent mass is preserved, which, according to Atkin and Craine [1], may be expressed as:

$$\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \text{div}(\rho_\alpha \underline{v}_\alpha) = 0 \quad \alpha = 1, \nu \quad (1)$$

in which ρ_α is the α -th constituent density and \underline{v}_α its velocity.

Since the mass of each constituent is preserved, the conservation of mass for the mixture as a whole comes as a natural consequence.

The balance of linear momentum for the α -th constituent is expressed by [1]:

$$\rho_\alpha \frac{D^\alpha \underline{v}_\alpha}{Dt} = \text{div} \underline{\sigma}_\alpha + \underline{m}_\alpha + \rho_\alpha \underline{b}_\alpha \quad \alpha = 1, \nu \quad (2)$$

where $\underline{\sigma}_\alpha$ is the partial stress tensor (analogous to the stress tensor in Continuum Mechanics) acting on the α -th constituent, \underline{m}_α is the interaction force on the α -th constituent, C_α , (due to the remaining constituents) and \underline{b}_α is the external body force on C_α , per unit mass.

The material derivative of an scalar or vectorial Γ function, related to a constituent C_α is given by:

$$\frac{D^\alpha \Gamma}{Dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + (\text{grad } \Gamma) \cdot \underline{v}_\alpha \quad (3)$$

in an analogy to the material derivative:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + (\text{grad } \Gamma) \cdot \underline{v} \quad (4)$$

The linear momentum conservation for the mixture as a whole may be expressed as [1]:

$$\sum_{\alpha=1}^{\nu} \underline{m}_\alpha = 0 \quad (5)$$

provided that equation (2) is verified.

Assuming symmetry for the partial stress tensor, the angular momentum conservation comes automatically.

The energy balance for each constituent α , assuming a symmetric partial stress tensor, is given by [1]:

$$\rho_\alpha \frac{D^\alpha e_\alpha}{Dt} = \rho_\alpha r_\alpha - \text{div} \underline{q}_\alpha + \psi_\alpha + \text{tr}[\underline{\sigma}_\alpha \underline{D}_\alpha] \quad \alpha = 1, \nu \quad (6)$$

in which e_α stands for the internal energy of C_α , r_α , for the energy generation per unit mass of C_α and \underline{q}_α for the partial heat flux (per unit time and unit area) associated to C_α , in order that the conduction heat flux for C_α , through a surface $\partial \mathcal{R}$, may be given by: $\underline{q}_\alpha \cdot \underline{n}$, in which \underline{n} represents the unit outward normal on $\partial \mathcal{R}$.

The energy per unit time and unit area, which is supplied to C_α to account for its thermal interaction with the remaining constituents is given by ψ_α , so that the integral $\int_{\mathcal{R}} \psi_\alpha dV$ represents the energy furnished by the remaining constituents. Finally, the tensor \underline{D}_α represents the symmetrical part of C_α velocity gradient.

The energy balance for the mixture, according to Martins Costa, Sampaio and Saldanha da Gama [2], is given by:

$$\sum_{\alpha=1}^{\nu} \psi_\alpha = 0 \quad (7)$$

provided that equation (6) is verified.

In addition to the balance equations another basic law that must be considered is the second law of thermodynamics. This one is postulated for the mixture as a whole, as follows [1]:

$$d = \sum_{\alpha=1}^{\nu} \left\{ \rho_\alpha \frac{D^\alpha s_\alpha}{Dt} + \text{div} \frac{\underline{q}_\alpha}{T_\alpha} - \rho_\alpha \frac{r_\alpha}{T_\alpha} \right\} \geq 0 \quad (8)$$

The Second Law of Thermodynamics makes a distinction between possible processes ($d \geq 0$) and impossible ones ($d < 0$). The possible processes can be reversible (the dissipation d is always equal to zero) or not. Equation (8) can be written in another local form provided that the following relation:

$$\operatorname{div} \frac{q_\alpha}{T_\alpha} = \frac{1}{T_\alpha} \operatorname{div} q_\alpha - \frac{1}{T_\alpha^2} q_\alpha \cdot \operatorname{grad} T_\alpha \quad (9)$$

is taken into account.

$$d = \sum_{\alpha=1}^{\nu} \left\{ \rho_\alpha T_\alpha \frac{D^\alpha s_\alpha}{Dt} + \operatorname{div} q_\alpha - \frac{1}{T_\alpha} q_\alpha \cdot \operatorname{grad} T_\alpha - \rho_\alpha r_\alpha \right\} \geq 0 \quad (10)$$

Combining equations (6) and (10), and using the compact notation:

$$g_\alpha = \frac{1}{T_\alpha} \operatorname{grad} T_\alpha \quad (11)$$

the following relation is obtained:

$$d = \sum_{\alpha=1}^{\nu} \left\{ g_\alpha \cdot D_\alpha - \rho_\alpha \left(\frac{D^\alpha e_\alpha}{Dt} - T_\alpha \frac{D^\alpha s_\alpha}{Dt} \right) + \psi_\alpha - q_\alpha \cdot g_\alpha \right\} \geq 0 \quad (12)$$

Combining equations (7) and (12), the inequality may be written as:

$$d = \sum_{\alpha=1}^{\nu} \left\{ g_\alpha \cdot D_\alpha - \rho_\alpha \left(\frac{D^\alpha e_\alpha}{Dt} - T_\alpha \frac{D^\alpha s_\alpha}{Dt} \right) - q_\alpha \cdot g_\alpha \right\} \geq 0 \quad (13)$$

An alternative local form for the Second Law of Thermodynamics, analogous to the Clausius-Dühen inequality in the classical Continuum Mechanics, may be obtained by introducing the definition of the free energy A_α :

$$A_\alpha = e_\alpha - T_\alpha s_\alpha \quad (14)$$

on the equation (13):

$$d = \sum_{\alpha=1}^{\nu} \left\{ g_\alpha \cdot D_\alpha - \rho_\alpha \left(\frac{D^\alpha A_\alpha}{Dt} + s_\alpha \frac{D^\alpha T_\alpha}{Dt} \right) - q_\alpha \cdot g_\alpha \right\} \geq 0 \quad (15)$$

3. Abstract Constitutive Theory for a Solid-Fluid Mixture

The balance equations (1), (2), (3), (6), (7) and the second law restriction (15) are valid for any kind of mixture. A complete modelling requires additional informations in order to characterize the behaviour of each kind of mixture. In this section, it is proposed a constitutive theory for a rigid solid and a non-Newtonian fluid mixture.

A systematic procedure to obtain a set of thermodynamically admissible constitutive equations that verify automatically the principle of objectivity, similarly to Costa Mattos [3], may be described by the steps below. In order to simplify the presentation, it will be restricted to incompressible fluid constituents.

H 1: It will be considered constituents for which the free energy A_α is a differentiable function of the temperature T_α :

$$A_\alpha = \hat{A}_\alpha(T_\alpha) \quad \alpha = 1, 2 \quad (16)$$

where the constituents 1 and 2 are, respectively, the solid and the fluid constituents.

H 2: The following state law holds:

$$s_\alpha = -\frac{dA_\alpha}{dT_\alpha} \quad \alpha = 1, 2 \quad (17)$$

A consequence of the hypotheses 1 and 2 is that the dissipation d (see equation (15)) will always be equal to zero in equilibrium, i. e. when $v_\alpha = 0$ and $\operatorname{grad} T_\alpha = 0$.

Another important assumption is:

H 3: The partial stress \underline{g}_α is such that:

$$\underline{g}_\alpha = -p_\alpha \mathbf{1} + \underline{g}_\alpha^{IR} \quad \alpha = 1, 2 \quad (18)$$

where the pressure p_α is a Lagrange multiplier related to the incompressibility constraint and $\underline{g}_\alpha^{IR}$ represents the partial stress tensor irreversible parcel.

Using the hypotheses H1, H2 and H3, the Second Law of Thermodynamics restriction, given by equation (15), can be reduced to:

$$d = \sum_{\alpha=1}^2 (d_\alpha^I + d_\alpha^T) \geq 0 \quad (19)$$

$$d_\alpha^I = \underline{g}_\alpha^{IR} \cdot D_\alpha \quad d_\alpha^T = -q_\alpha \cdot g_\alpha$$

where d_α^I and d_α^T are called, respectively, the internal dissipation and the thermal dissipation associated to the constituent α .

In order to characterize completely the behaviour of the constituent, additional information about the partial stress irreversible part $\underline{g}_\alpha^{IR}$ and about the partial heat flux vector q_α must be given.

In this theory, the additional information is obtained from two potentials $\Phi_\alpha^I(D_\alpha)$ and $\Phi_\alpha^T(g_\alpha)$, which are called internal dissipation potential and thermal dissipation potential, respectively.

H 4: There exists two objective and differentiable potentials $\Phi_\alpha^I(D_\alpha)$ and $\Phi_\alpha^T(g_\alpha)$, such that:

$$\underline{g}_\alpha^{IR} = \frac{\partial \Phi_\alpha^I}{\partial D_\alpha} \quad q_\alpha = -\frac{\partial \Phi_\alpha^T}{\partial (g_\alpha)} \quad \alpha = 1, 2 \quad (20)$$

In this case the local version of the second law, presented in equation (19) is equivalent to:

$$d = \sum_{\alpha=1}^{\nu} (d_\alpha^I + d_\alpha^T) \geq 0 \quad (21)$$

$$d_\alpha^I = \frac{\partial \Phi_\alpha^I}{\partial D_\alpha} \cdot D_\alpha \quad d_\alpha^T = \frac{\partial \Phi_\alpha^T}{\partial g_\alpha} \cdot g_\alpha$$

The definition of the potentials A_α , Φ_α^I and Φ_α^T is motivated by experimental observation in simple tests. Therefore, the constitutive equations (17), (18) and (20) may eventually allow some thermodynamically impossible processes.

In order to assure that the local version of the second law (21) will always be satisfied, independently of the geometry, of the external actions and of the boundary conditions, it is sufficient to restrict the choice of Φ_α^I and Φ_α^T in the following way:

H 5: $\Phi_\alpha^I(D_\alpha)$ and $\Phi_\alpha^T(g_\alpha)$ are nonnegative convex functions such that:

$$\Phi_\alpha^I(0) = \Phi_\alpha^T(0) = 0 \quad (22)$$

The demonstration that equation (21) is verified if hypothesis 5 holds is done by using the following classical result of the Convex Analysis:

"Let X and Y be elements of a vector space V with an internal product (X, Y) . If $\Phi: V \rightarrow [0, +\infty)$ it is a convex and differentiable function such that $\Phi(0) = 0$, then $(X, Y) \geq \Phi(X) \geq 0$ if $Y = \frac{d\Phi}{dX}$ "

Taking $X = (D_\alpha)$, $Y = (\underline{g}_\alpha^{IR})$ and $X, Y = D_\alpha \cdot \underline{g}_\alpha^{IR}$ it is easy to verify that $d_\alpha^I = \underline{g}_\alpha^{IR} \cdot D_\alpha \geq 0$ if $\underline{g}_\alpha^{IR} = \frac{\partial \Phi_\alpha^I}{\partial D_\alpha}$.

Similarly, taking $X = (g_\alpha)$, $Y = (-q_\alpha)$ and $X, Y = -q_\alpha \cdot g_\alpha$ it is easy to verify that $d_\alpha^T = -q_\alpha \cdot g_\alpha \geq 0$ if $q_\alpha = \frac{\partial \Phi_\alpha^T}{\partial g_\alpha}$.

Hence, $d = \sum_{\alpha=1}^{\nu} (d_\alpha^I + d_\alpha^T) \geq 0$, if hypothesis 5 holds. //

It is important to remark that this demonstration can be easily extended if other variables are taken as independent parameters in

Φ_α^I and Φ_α^T , as, for instance the temperature T_α and the diffusive velocity ($\underline{v}_{\alpha\beta} = \underline{v}_\alpha - \underline{v}_\beta$).

$$\Phi_\alpha^I = \hat{\Phi}_\alpha^I(\underline{D}_\alpha; T_\alpha, \underline{v}_{\alpha\beta}) \quad (23)$$

$$\Phi_\alpha^T = \hat{\Phi}_\alpha^T(\underline{g}_\alpha; T_\alpha, \underline{v}_{\alpha\beta})$$

It is also interesting to note that, in this theory, the Second Law inequality (21) does not impose restrictions on the constitutive expressions for the interaction force \underline{m}_α and the energy generation function ψ_α .

In this paper, the theory is restricted to a mixture of a rigid solid constituent and a stokesian fluid constituent.

Definition: the solid constituent will be called rigid and the fluid constituent will be called stokesian if:

$$\Phi_1^I \equiv 0; \quad \Phi_2^I = \hat{\Phi}_2^I(J_2, T_2) \quad (24)$$

where $J_2 = (\underline{D}_2 \cdot \underline{D}_2)$

In this case, it is easy to conclude from equation (20) that $\underline{\sigma}_1^{IR} \equiv 0$.

For a mixture which satisfies the hypothesis H1 to H5 and the definition (24), it is reasonable to suppose that the interaction force $\underline{m}_1 = -\underline{m}_2$ and the energy generation $\psi_1 = -\psi_2$ are functions of the diffusive velocity and of the temperatures.

$$\underline{m}_2 = -\underline{m}_1 = \hat{\underline{m}}(\underline{v}_{21}, T_F, T_S) \quad (25)$$

$$\psi_2 = -\psi_1 = \hat{\psi}(\|\underline{v}_{21}\|, T_F, T_S) \quad (26)$$

If A_α , Φ_α^I , Φ_α^T , $\hat{\underline{m}}$ and $\hat{\psi}$ are known, equations (17), (18), (20), (25) and (26) form a complete set of objective and thermodynamically admissible constitutive equations, provided the hypothesis H5 and the definition (24) are verified.

4. Analysis of the Thermomechanical Couplings

An alternative local form of the first law of thermodynamics (the energy balance equation) can be obtained by introducing the constitutive relations obtained in section 3 in the equation (6).

Initially, using the definition (14) of the free energy A_α and the state law (17), it can be concluded that:

$$\frac{D^\alpha e_\alpha}{Dt} = c_\alpha \frac{D^\alpha T_\alpha}{Dt} \quad (27)$$

where c_α is defined as:

$$c_\alpha = - \left[\frac{d^2 A_\alpha}{dT^2} T_\alpha \right] \quad (28)$$

Then, inserting (27) in the local form (6) of the first law of Thermodynamics, it comes that:

$$-div \underline{q}_\alpha - \rho_\alpha c_\alpha \frac{D^\alpha T_\alpha}{Dt} + \rho r = \underline{\sigma}_\alpha \cdot \underline{D}_\alpha + \psi_\alpha \quad (29)$$

Finally, using the constitutive relations (18) and (20), the following alternative expression is obtained:

$$-div \underline{q}_\alpha - \rho_\alpha c_\alpha \frac{D^\alpha T_\alpha}{Dt} + \rho r = \frac{\partial \Phi_\alpha^I}{\partial \underline{D}_\alpha} \cdot \underline{D}_\alpha + \psi_\alpha \quad (30)$$

The terms in the right side of equation (30) are responsible for the thermomechanical couplings: the temperature evolution on both constituents is coupled, due to the term $\psi_\alpha(\|\underline{v}_{21}\|, T_1, T_2)$ and the mechanical evolution of the mixture is coupled to the thermic evolution due to the term $\frac{\partial \Phi_\alpha^I}{\partial \underline{D}_\alpha} \cdot \underline{D}_\alpha$.

5. Rigid Solid Matrix and Ostwald-de Waele Fluid

In a binary mixture composed by a rigid solid constituent and an Ostwald-de Waele incompressible fluid, which is a particular kind of stokesian fluid, the free energy, the intrinsic and thermal dissipation potentials, the interaction force and the energy generation function, for the solid and the fluid constituents are defined as:

$$A_\alpha = \int_{T_\alpha^0}^{T_\alpha} a_\alpha \log \xi d\xi - \frac{1}{2} b_\alpha T_\alpha^2 \quad \alpha = 1, 2 \quad (31)$$

$$\Phi_1^I \equiv 0 \quad (32)$$

$$\Phi_2^I \equiv \frac{1}{n+1} \beta(T_2) (\underline{D}_2 \cdot \underline{D}_2)^{n+1} \quad (33)$$

$$\beta(T_2) = \mu_0 \exp \left[\gamma \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_2^0} \right) \right]$$

$$\Phi_\alpha^T = \frac{1}{2} T_\alpha \left[\underline{k}_\alpha(T_\alpha, \|\underline{v}_{21}\|) \cdot \underline{g}_\alpha \right] \cdot \underline{g}_\alpha \quad (34)$$

$$\underline{m}_2 = -\underline{m}_1 = d \|\underline{v}_{21}\|^{2n} \underline{v}_{21} \quad (35)$$

$$\psi_2 = -\psi_1 = R_{FS} (1 + \delta \|\underline{v}_{21}\|) (T_1 - T_2) \quad (36)$$

where a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , μ_0 , γ and T_2^0 are positive constants of the mixture and n is a constant. $\underline{k}_\alpha(T_\alpha, \|\underline{v}_{21}\|)$; $\alpha = 1, 2$ are symmetric and positive definite tensors and d , R_{FS} and δ are positive valued parameters which depend on both constituents thermal properties and on the internal structure of the mixture [2].

Under these hypotheses and using equations (17), (18) and (20), the constitutive equations for the mixture are:

$$s_\alpha = a_\alpha [\log T_\alpha - \log T_\alpha^0] + b_\alpha T_\alpha \quad \alpha = 1, 2 \quad (37)$$

$$\underline{\sigma}_1 = -p_1 \underline{1} \quad \underline{\sigma}_2 = -p_2 \underline{1} + 2\mu \underline{D}_2 \quad (38)$$

$$\underline{q}_\alpha = -\underline{k}_\alpha \text{grad} T_\alpha \quad \alpha = 1, 2 \quad (39)$$

where:

$$\mu = \frac{\partial \Phi_2^I}{\partial J_2} = \beta(T_2) (\underline{D}_2 \cdot \underline{D}_2)^n \quad (40)$$

is the dynamical viscosity.

Considering the constant γ in equation (33) equal to zero, the fluid constituent is called thermically insensitive and the equation (40) is reduced to:

$$\mu = \mu_0 (\underline{D}_2 \cdot \underline{D}_2)^n \quad (41)$$

If $n = 0$ the fluid is called newtonian and the equation (38)₂ is reduced to

$$\underline{\sigma}_2 = -p_2 \underline{1} + 2\mu_0 \underline{D}_2 \quad (42)$$

If $n = -1$ the fluid has a plastic behaviour and equation (38)₂ is reduced to:

$$\underline{\sigma}_2 = -p_2 \underline{1} + 2\mu_0 (\underline{D}_2 \cdot \underline{D}_2)^{-1} \underline{D}_2 \quad (43)$$

It is important to remark that the material constants a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , μ_0 , γ , T_2^0 and n must be obtained from experiments using a Theory of Mixtures viewpoint. Hence, although the constitutive equation for the partial stress in the fluid constituent is similar to the constitutive equation for the stress in the fluid, regarded as a continuum, the material constants are not necessarily the same.

If the mentioned constants, for each constituent of the mixture, are not available it is possible to relate some of them with the constants of the solid matrix and of the fluid, regarded as continua.

An analogy with the partial stress tensor proposed by Williams [4] for a newtonian fluid, allows to express the coefficient μ_0 , related to the fluid constituent viscosity, as:

$$\mu_0 = \lambda \varphi^2 \eta_0 \quad (44)$$

where η_0 is the viscosity parameter related to the Ostwald-de Waele fluid, whose value is found in the literature, λ is a positive-valued factor, accounting for the solid matrix structure and φ is the fluid

fraction, coincident to the porosity in saturated flows. The pressure acting on the fluid constituent, p_F , may be related to the pressure acting on the mixture as a whole, p , by the following relation:

$$p_2 = \varphi p \quad (45)$$

Under the hypotheses previously mentioned, the fluid constituent partial stress tensor, for an incompressible and thermally insensitive Ostwald-de Waele fluid, may be expressed as:

$$\underline{\sigma}_2 = -\varphi p \underline{1} + 2\lambda \varphi^2 \eta_0 (\underline{D}_2 \cdot \underline{D}_2)^n \underline{D}_2 \quad (46)$$

It is also important to remark that the thermal conductivities of the constituents in the mixture are not necessarily equal to the thermal conductivities of the constituents materials, regarded as continua.

The partial heat flux for both constituents, according to equations (39), may be given by the equations used by Martins Costa, Sampaio and Saldanha da Gama [2]:

$$\underline{q}_2 = -\Lambda k_F \varphi \text{grad} T_2 \quad \underline{q}_1 = -\Lambda k_S (1 - \varphi) \text{grad} T_1 \quad (47)$$

where k_F and k_S are the fluid and the matrix thermal conductivities, scalar factors for isotropic media, Λ is an always positive scalar parameter, which may depend on both the internal structure and the kinematics of the mixture.

According to Saldanha da Gama and Sampaio [5], the interaction force \underline{m}_2 may be written as:

$$\underline{m}_2 = -\frac{\varphi^2 \eta_0}{K} \left[\left(\frac{4n+3}{2n+1} \right)^{2n+1} \frac{1}{3} \left(\frac{\varphi}{6K} \right)^n \|\underline{v}_2 - \underline{v}_1\|^{2n} \right] (\underline{v}_2 - \underline{v}_1) \quad (48)$$

where K is the porous matrix permeability, provided that the stress tensor acting on the fluid (in a classical Continuum Mechanics description), $\underline{\sigma}$, is given by:

$$\underline{\sigma} = -p \underline{1} + 2\eta_0 (\underline{D} \cdot \underline{D})^n \underline{D} \quad (49)$$

where p is the pressure acting on the fluid and \underline{D} is the symmetric part of the velocity gradient.

Finally, considering the basic balance equations shown in section 2 and the constitutive equations (36) and (46) to (48) discussed in this section, the governing equations to describe the flow of an Ostwald-de Waele fluid in a rigid solid matrix and the heat transfer process are automatically obtained.

If initial and boundary conditions are given, the solution of the resulting problem will always satisfy the principle of objectivity and the second law of thermodynamics.

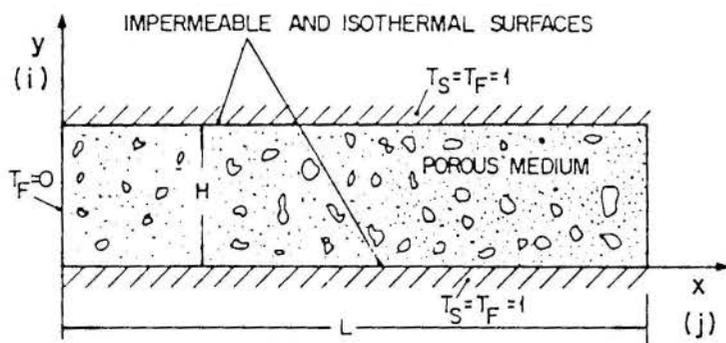


Figure 1 - Problem Scheme

As an example, the fluid flow in a porous channel bounded by two isothermal impermeable flat plates, as shown in Figure 1, is simulated. Assuming one-dimensional steady-state flow, and the following material constants: $a_1 = 0.46 \times 10^3 \text{ J/kgK}$, $a_2 = 4.2 \times 10^3 \text{ J/kgK}$, $b_1 = b_2 = 0$, $n = 0$, $\eta_0 = 10^{-3} \text{ kg/m.s}$, $R_{FS} = 100 \text{ W.m/K}$, $\delta = 0$, $\varphi = 0.5$, $\lambda = 1$, $\Lambda = 1$, $k_F = 0.6 \text{ W/m.K}$, $k_S = 60 \text{ W/m.K}$ and $K = 10^{-5} \text{ m}^{-2}$, the fluid constituent velocity profile can be obtained analytically [2].

It is important to remark that the fluid constituent inlet temperature is the only boundary condition prescribed in the flow direction

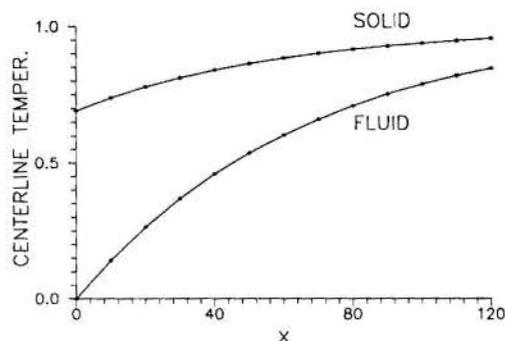


Figure 2 - Centerline temperature vs x

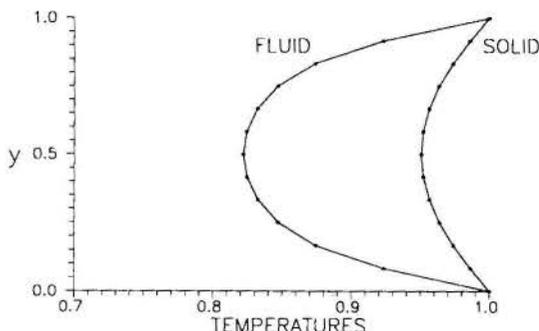


Figure 3 - Temperature vs y - Section $x=110$

(x). This requires an iterative procedure to simulate the problem, described by Martins Costa, Sampaio and Saldanha da Gama [6].

Figure 2 shows both constituents centerline temperatures versus the x -variable and Figure 3 plots both constituents temperatures for a section near the channel exit.

In Figure 2 a significant temperature difference can be observed at the channel entrance (where the fluid constituent temperature is prescribed). This difference decreases as the channel exit is reached. In Figure 3 the behaviour of a section is shown. The difference is more acute at the central point ($y = 0.5$) and decreases as both the superior and inferior impermeable surfaces are reached (where both constituents temperatures have the same prescribed value).

6. Final Remarks

The Systematic procedure to obtain constitutive relations that verify automatically the principle of objectivity and the second law of thermodynamics proposed in this paper is a promising tool in the modelling of rigid solid-fluid mixtures. Interesting works can be made by analysing the dependence of the constitutive equations on both constituents temperatures and the resulting thermomechanical couplings.

References

1. Atkin, R.J. and Craine, R.E., "Continuum Theories of Mixtures. Basic Theory and Historical Development", *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, **29**, 209-214 (1976).
2. Martins Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., "Modelling and Simulation of Energy Transfer in a Saturated Flow through a Porous Medium", *Appl. Math. Modelling*, **12** (Oct 1992).
3. Costa Mattos, H., "Constitutive Relations for Fluids: An Internal Variable Theory", *Proc. XI COBEM*, 169-172 (1991).
4. Williams, W.O., "Constitutive Equations for a Flow of an Incompressible Viscous Fluid through a Porous Medium", *Quart. Appl. Math.*, **36**, 255-267 (1978).
5. Saldanha da Gama, R.M. and Sampaio, R., "Constitutive Relations for the Flow of Non-Newtonian Fluids through Saturated Porous Media", *J. Braz. Soc. Mec. Sc.*, **7**, n3, 267-280, in Portuguese, (1985).
6. Martins Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., "An Algorithm for Simulating The Energy Transfer Process in a Moving Solid-Fluid Mixture", *J. Braz. Soc. Mec. Sc.*, **13**, n4, 337-359 (1991).

CONVECÇÃO NATURAL DUPLAMENTE DIFUSIVA EM TORNO
 DE UM CILINDRO ENTERRADO NUM MEIO POROSO SATURADO

CARLOS ALBERTO CHAVES
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Universidade de Taubaté - Taubaté - S.P. 12030

OSVAIR VIDAL TREVISAN
 Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP
 Cx. Postal 6122 - 13081 - Campinas - S.P.

RESUMO

Neste trabalho são apresentadas soluções numéricas para a convecção natural, por difusão dupla em torno de um cilindro aquecido enterrado em um meio poroso saturado, sujeito a condições de temperatura e concentração constantes no cilindro e na superfície do solo. As características de transferência de calor e massa são estudadas em função de número de Rayleigh (0,1000), do número de Lewis (0,100) e da razão de empuxo (-3,3).

INTRODUÇÃO

A ocorrência de um diferencial de temperatura entre um cilindro enterrado e o meio que o circunda é comum em diversos processos naturais ou industriais. Exemplos dessa ocorrência são as tubulações de distribuição de vapor, as linhas de oleodutos onde o fluido é mantido aquecido para reduzir os custos de transporte e os cabos de energia elétrica em que se deseja uma dissipação controlada do calor gerado.

A difusão pura e a convecção natural são os mecanismos envolvidos na transferência de calor nestes casos.

Na literatura encontramos alguns trabalhos sobre a resolução do problema análogo de transferência de calor na ausência de disseminação de componentes químicos.

Os primeiros trabalhos que trataram do assunto consideraram a transferência de calor num meio puramente condutivo (Di Felice, 1983) e algumas soluções analíticas estão disponíveis na literatura para cilindros e calor em tais condições (Eckert, 1972).

Mais recentemente (Bau, 1984), avançando na linha do problema convectivo, apresentou soluções analíticas para a convecção natural em casos de números de Rayleigh baixos. No problema estudado, a convecção é induzida por um cilindro aquecido em meio poroso saturado e permeável, onde ambos, cilindro e solo, são mantidos a uma temperatura constante. O autor utilizou uma técnica de expansão por perturbação regular para o cálculo dos campos de escoamento e de temperatura obtendo soluções analíticas válidas para números de Rayleigh menores de que O(1).

Ficou então a necessidade de ampliar o campo de conhecimento sobre o problema de convecção duplamente difusiva. Trevisan (1986), em seu trabalho sobre convecção natural por difusão dupla em cavidades, se constitui num dos primeiros a abordar este campo.

O presente trabalho é um estudo sobre a convecção natural promovida pela difusão dupla em meios porosos saturados que propõe a resolução numérica para variações de Rayleigh (0,1000), de Lewis(0,100) e da razão de empuxo (-3, +3), utilizando-se do método do volume de controle idealizado por Patankar (1980) para um sistema de coordenadas bicilíndricas.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Consideramos o problema de um cilindro enterrado em um meio poroso saturado. O cilindro tem raio r_1 e está enterrado a uma profundidade

d da superfície superior do meio poroso.

A parede externa do cilindro é mantida a uma temperatura T_w e a uma concentração C_w , constantes, enquanto a superfície superior do meio poroso é mantida a uma temperatura T_s e a uma concentração C_s , conforme a Figura 1. As hipóteses de regime permanente e parede impermeável também foram consideradas. Assumimos também a aproximação de Boussinesq para variação de densidade devido a mudanças tanto de temperatura quanto de concentração, além de considerarmos válida a lei de Darcy para descrever o escoamento do fluido no meio poroso.

Nestas condições as equações governantes do fenômeno em regime permanente podem ser reduzidas a:

Conservação de massa

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

Variação da quantidade de movimento

$$(\mu / K) \cdot \vec{V} = [\nabla p - \rho \vec{g}] \quad (2)$$

Conservação da energia

$$(\vec{V} \cdot \nabla) T = \alpha \nabla \cdot (\nabla T) \quad (3)$$

Conservação do constituinte químico

$$(\vec{V} \cdot \nabla) C = D \nabla \cdot (\nabla C) \quad (4)$$

O parâmetro α é definido como a difusividade térmica efetiva, o termo D representa a difusividade do constituinte no meio poroso saturado pelo fluido.

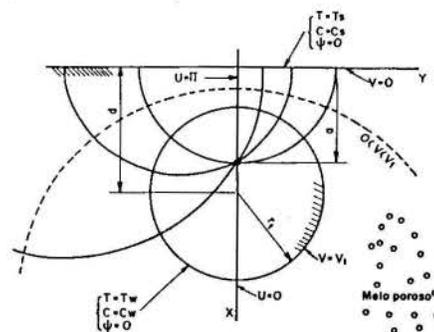


Figura 1. Geometria do Problema

A geometria complexa do problema sugere a utilização de um sistema de coordenadas bipolares (u,v) para o encaminhamento de nossas soluções numéricas conforme Chaves (1990).

VARIÁVEIS ADIMENSIONAIS

As seguintes variáveis adimensionais são definidas

$$\begin{aligned} a^* &= \frac{a}{r_1} = \sinh v_1 \\ T^* &= \frac{T - T_s}{T_w - T_s} \\ C^* &= \frac{C - C_s}{C_w - C_s} \\ \psi^* &= \frac{\psi}{\alpha} \end{aligned} \quad (5)$$

As Equações (1)-(4) utilizando a formulação função de corrente em termos das variáveis adimensionais (5) no sistema de coordenadas bipolares (u,v) ficam:

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial v^2} = a^* Ra \left[H \frac{\partial T^*}{\partial u} + G \frac{\partial T^*}{\partial v} + N \left(H \frac{\partial C^*}{\partial u} + G \frac{\partial C^*}{\partial v} \right) \right] \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial v^2} = \frac{\partial \psi^*}{\partial v} \frac{\partial T^*}{\partial u} - \frac{\partial \psi^*}{\partial u} \frac{\partial T^*}{\partial v} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 C^*}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 C^*}{\partial v^2} = Le \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial v} \frac{\partial C^*}{\partial u} - \frac{\partial \psi^*}{\partial u} \frac{\partial C^*}{\partial v} \right) \quad (8)$$

onde

$$Ra = \frac{Kg \beta \Delta T r_1}{v \alpha} \quad (9)$$

$$\Delta T = T_w - T_s \quad (10)$$

$$N = \frac{\beta C \Delta C}{\beta \Delta T} \quad (11)$$

$$Le = \frac{\alpha}{D} \quad (12)$$

$$H = \frac{1 - \cos u \cosh v}{(\cosh v - \cos u)^2} \quad (13)$$

$$G = \frac{\sinh v \operatorname{sen} u}{(\cosh v - \cos u)^2} \quad (14)$$

com

$$\begin{aligned} -\pi \leq u \leq \pi \\ -\infty < v < +\infty \end{aligned} \quad (15)$$

O parâmetro N nos fornece a proporção entre as forças devido ao gradiente de concentração e as devidas ao empuxo térmico, cuja combinação dirige o movimento do escoamento. O valor de N pode ser positivo ou negativo, conforme as forças de empuxo sejam concordantes, ou adversas.

CONDIÇÕES DE CONTORNO

Em termos adimensionais no novo sistema de coordenadas (u,v) estabelecemos as seguintes condições de contorno conforme o domínio mostrado na Figura 1:

$$\begin{aligned} u=0 \quad v_1 < v \leq 0 &\rightarrow \psi^* = 0, \quad \frac{\partial T^*}{\partial v} = \frac{\partial C^*}{\partial v} = 0 \\ u=\pi \quad v_1 < v < 0 &\rightarrow \psi^* = 0, \quad \frac{\partial T^*}{\partial v} = \frac{\partial C^*}{\partial v} = 0 \\ v=v_1 \quad 0 \leq u \leq \pi &\rightarrow \psi^* = 0, \quad T^* = C^* = 1 \\ v=0 \quad 0 \leq u \leq \pi &\rightarrow \psi^* = 0, \quad T^* = C^* = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

NUSSELT E SHERWOOD NO SISTEMA DE COORDENADAS (u,v)

Definindo-se o número de Nusselt médio por

$$Nu = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \left. \frac{\partial T^*}{\partial v} \right|_{v=v_1} du}{Q_{conducao}} \quad (17)$$

Para o cilindro temos

$$Nu_c = \frac{v_1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left. \frac{\partial T^*}{\partial v} \right|_{v=v_1} du \quad (18)$$

Para o número de Sherwood valem as mesmas relações trocando-se T^* por C^* . Assim para Sherwood médio no cilindro temos:

$$Sh_c = \frac{v_1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left. \frac{\partial C^*}{\partial v} \right|_{v=v_1} du \quad (19)$$

SOLUÇÃO NUMÉRICA

As equações diferenciais foram resolvidas numericamente por meio de um programa computacional elaborado especificamente para um sistema de coordenadas bipolares. A discretização das equações foi efetuada por meio de integração em volumes de controle finitos conforme a Figura 2, e os fluxos convectivos nas fronteiras de cada volume de controle foram representados por meio do esquema da lei de potência, proposto por Patankar (1980).

Os sistemas de equação algébricas obtidos foram resolvidos utilizando-se o procedimento iterativo linha-a-linha, com alternância no sentido e direção de varredura.

Em todos os casos estudados foram adotados, como ponto de partida para o processo iterativo, distribuições nulas de temperatura, concentração e função de corrente.

O processo iterativo foi interrompido somente depois que os valores de ψ^* , T^* , C^* tivessem satisfeito os seguintes critérios:

$$\Delta \xi = \frac{\sum_{i,j} |\xi_n - \xi_{n-1}|}{\sum_{i,j} |\xi_n|} < \delta \quad (20)$$

onde ξ representa ψ^* , T^* , C^* e n corresponde à iteração mais recente. O valor de δ adotado neste trabalho foi 10^{-5} .

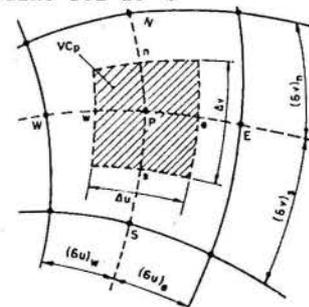


Figura 2. Volume de Controle de Integração

As condições de contorno (16) se referem ao domínio semi-infinito do escoamento envolvendo o cilindro aquecido. Para efeito de solução numérica, foi considerado o quadrado como ilustrado na Figura 3. Optamos por este domínio finito quadrado de dimensões 3 x 3 com base nos resultados apresentados na Tabela 1, como adequado para a obtenção dos resultados numéricos aqui apresentados. A escolha de tal domínio foi feita num caso crítico de Le e Ra baixos, onde o espalhamento dos efeitos da condução é bem pronunciado para regiões bastante afastadas do cilindro.

Uma investigação do número de pontos da grade em função de Ra, Le e N também foi realizada.

As Tabelas 2 e 3 nos mostram que o número de pontos mínimo adequado para que os resultados produzidos sejam independentes do refinamento é 35 x 35, quer para valores altos ou baixos de Ra. A maioria dos resultados apresentados neste trabalho foi obtida utilizando-se uma rede de 35 x 35 nós. Para as situações em que tínhamos Ra x Le > 20000 ou que N x Ra x Le > 4000, uma rede de 40x40 nós foi utilizada para garantia da validade dos resultado apresentados.

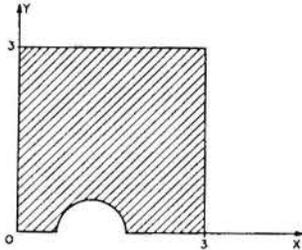


Figura 3. Domínio Finito de Integração

Tabela 1

Influência do Domínio na Solução
(Ra=1 Le=1 N=0)

Qx x Qy	\bar{Nu}
2x2	1.120
3x3	1.150
4x4	1.151

Tabela 2

Variação de \bar{Nu} em função da malha
(N = 2 Ra = 1000.0 Le = 1.0)

malha	\bar{Nu}
20 x 20	32.911
25 x 25	32.932
30 x 30	32.933
35 x 35	32.933
40 x 40	32.933

Tabela 3

Variação de \bar{Nu} em função da malha
(N = 2 Ra = 1.0 Le = 1.0)

malha	\bar{Nu}
20 x 20	1.213
25 x 25	1.432
30 x 30	1.569
35 x 35	1.578
40 x 40	1.578

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em vista da multiplicidade de grupos adimensionais representados nas equações governantes e seus efeitos associados, a análise e apresentação dos resultados se manteve nos seguintes campos de variação:

$$Le \in [0, 100]$$

$$Ra \in [0, 1000]$$

$$d^* = 8$$

$$N \in [-3, 3]$$

Na Figura 4 mostramos o efeito da razão de empuxo N sobre o sentido do movimento do fluido. Um valor de N negativo tende a fazer com que o escoamento se mova em sentido contrário àquele observado quando N > 0.

Esse efeito pode ocorrer ou não, conforme os parâmetros Ra e Le passam influenciar de forma sensível o escoamento.

Na Figura 4.a para Le baixo, o escoamento tem o sentido da parede para o cilindro, oposto ao caso N > 0.

Na Figura 4.b o escoamento principal é do cilindro para a parede e as forças de empuxo contraditórias por regiões provocam uma região de recirculação no escoamento. A influência de N desaparece por completo na Figura 4.c, onde Ra e Le são altos e o escoamento tem o mesmo sentido observado para Ra e Le altos com N > 0.

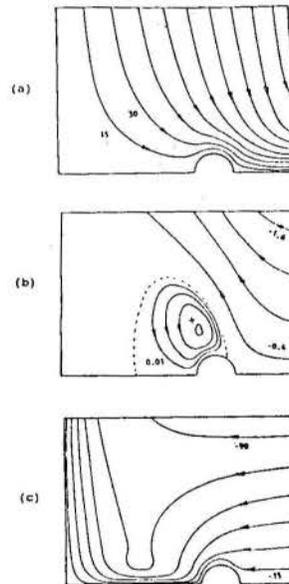


Figura 4. Influência de Le sobre o campo de escoamento

(N=-2 Ra=100)
a - Le=1 $\Delta\psi = 15$
b - Le=50 $\Delta\psi^+ = 0.01$ $\Delta\psi^- = -0.4$
c - Le=100 $\Delta\psi = -15$

A Figura 5 mostra a supressão da convecção como mecanismo de transporte nas vizinhanças de N = -1, ou seja, nos escoamentos em que os efeitos de empuxo causados pelos gradientes de temperatura e concentração são da mesma ordem de grandeza e de sentido opostos. Este aspecto é ilustrado pelos campos de temperaturas e velocidades mostrados na Figura 5 para Le=1 e Ra=10.

O fluido circula no sentido do cilindro para a parede quando N=-0,8. Esta configuração é revertida para N=-1,2.

No caso N=-1,2, vemos que a troca de calor é maior entre o cilindro e o meio poroso conforme a Figura 5.c.

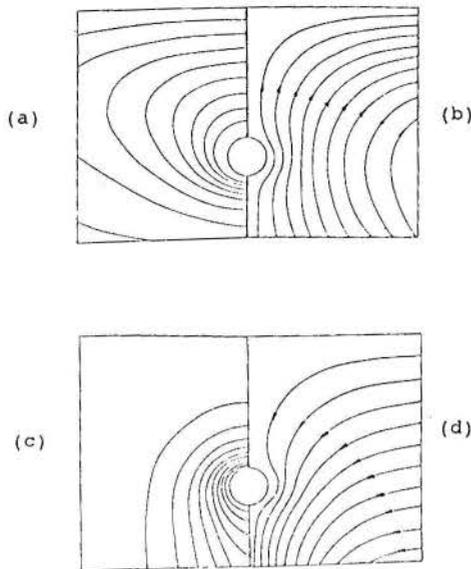


Figura 5, Fenômeno da recirculação em torno de $N=1$ ($Ra=10$ $Le=1$)
 a campo de temperatura $N=0.8$ $\Delta T = 0.1$
 b campo de velocidades $N=0.8$ $\Delta \psi = -0.5$
 c campo de temperatura $N=1.2$ $\Delta T = 0.1$
 d campo de velocidades $N=1.2$ $\Delta \psi = 0.3$

A Figura 6 nos mostra a influência de N sobre as curvas de Sh e Nu em função de Le e de Ra .

A passagem por um ponto de mínimo nas curvas apresentadas nos indica a situação de movimento mínimo do fluido.

A simetria das curvas de Nu e Sh em relação a um ponto de mínimo pode ser também notado.

A Figura 6 nos fornece algumas informações interessantes com relação ao mínimo de Nu e Sh .

Tal mínimo depende sensivelmente de Le e em menor intensidade de Ra .

Na Figura 6.a vemos que o mínimo é praticamente -2 para $Ra=1, 100$ e 1000 quando o número de Lewis é mantido igual a 10 . A Figura 6.b mostra o mesmo comportamento para o número de Sherwood.

Podemos ver pelas Figuras 6.c e 6.d a variação sensível do ponto de mínimo das curvas de Nu e Sh para números de Lewis assumindo valores de $0.1, 10$ e 100 respectivamente. À medida que Lewis aumenta o ponto de reversão do escoamento se dá para valores aritmeticamente menores da razão de empuxo. Vemos que a menos do caso específico de $Le=1$, o ponto de reversão do escoamento não significa a extinção do movimento de fluido. As taxas de transferência diminuem com a desaceleração do escoamento mas não chegam a reproduzir em seu mínimo o valor correspondente a uma situação de difusão pura.

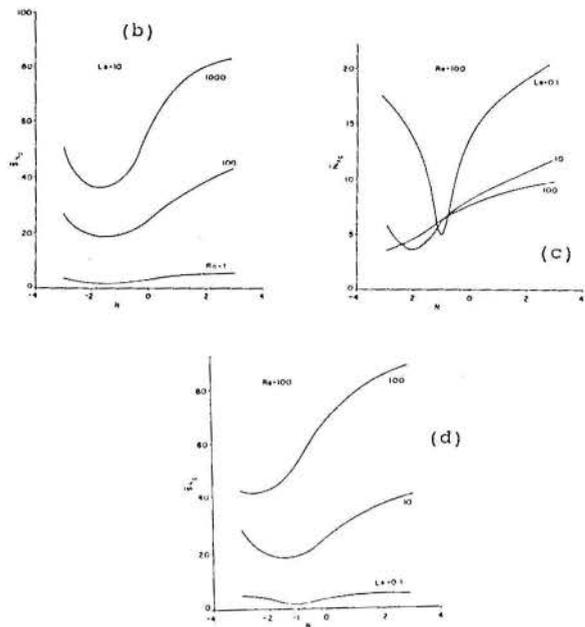
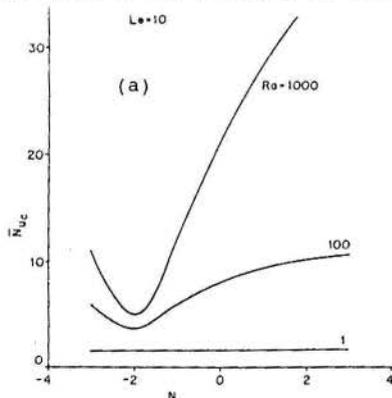


Figura 6. Influência de N sobre Nu e Sh

CONCLUSÕES:

Em conclusão, neste trabalho foi feito um estudo intenso da influência da razão de empuxo sobre o escoamento pelo desconhecimento de tais considerações na literatura.

A passagem por um ponto de mínimo nas curvas apresentadas nos indica a situação de movimento mínimo do fluido. A grande constatação que observamos foi a de tal mínimo depender sensivelmente de Le e em menos intensidade de Ra .

O parâmetro Ra influencia menos a reversão do movimento do que Le .

AGRADECIMENTOS

O autor expressa o seu agradecimento aos funcionários do Laboratório de CAD, pelo auxílio na execução deste trabalho.

REFERÊNCIAS

Bau, H.H., Convective Heat Losses from a Pipe Buried in a Semi-Infinite Porous Medium, ASME/AICHE NATIONAL HEAT TRANSFER CONF., Niagara Falls, (1984)

Chaves, C.A, e Trevisan, O.V., Solução da Convecção duplamente difusiva sobre um cilindro enterrado, anais do III ENCIT, Vol. I, pag. 607-612, Itapema - S.C. (1990).

Di Felice, R.F. and Bau, H.H., Conductive Heat Transfer between eccentric cylinders with boundary conditions of the third kind, Trans. Am. Soc. Mech. Engrs., series C, J. Heat Transfer 105, 678-680 (1983).

Patankar, S., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, NY, (1980).

Trevisan, O. V., Convecção Natural por Difusão Dupla em Cavidades, Tese de Doutorado, FEC-UNICAMP, Campinas, (1986).

ABSTRACT

In this paper numerical solutions are presented for the natural convection heat transfer by double diffusion from a heated cylinder buried in a saturated porous medium where both the cylinder and the medium surfaces are maintained at constant uniform temperature and convection.

SIMULATION OF PAPER DRYING SYSTEMS WITH INCORPORATION OF AN EXPERIMENTAL DRUM/PAPER THERMAL CONTACT CONDUCTANCE RELATIONSHIP

M.C. Asensio and J. Seyed-Yagoobi
 Department of Mechanical Engineering
 Texas A&M University
 College Station, Texas, USA 77843-3123

SUMMARY

A theoretical model for simulation of conventional steam-heated cylinder dryers has been developed by considering the heat and mass transfer in a porous sheet during drying. An empirical correlation for the thermal contact conductance between the cast iron dryer surface and paper web is incorporated into the drying simulation model to reflect reductions in heat input to the sheet during drying. Finite difference techniques are used to obtain the numerical solutions. Average sheet moisture content and temperature along the length of the dryer section as well as average evaporation rates per cylinder are predicted by the model. Consideration of the internal dynamics of the drying process allows profiles of sheet moisture content, temperature, liquid flux, and vapor flux through the sheet thickness to be predicted by the simulation model throughout the dryer section.

NOMENCLATURE

BW basis weight; (weight of air dry sheet/sheet area), [kg/m²]
 c specific heat, [J/kgK]
 C molar concentration, [kgmol/m³]
 D vapor diffusivity, [m²/s]
 h heat transfer coefficient, [W/m²K]
 h_i interface thermal contact conductance, [W/m²K]
 H enthalpy, [J/kg]
 J mass flux, [kg/m²s]
 k thermal conductivity, [W/mK]
 k_m mass transfer coefficient, [kg/m²s]
 K permeability, [m²]
 M mass of water in sheet, [kg/m³]
 MC moisture content, dry basis; (weight of water/weight of dry fibers)
 MW molecular weight, [kg/kgmol]
 P pressure, [kPa]
 q^{''} heat flux, [W/m²]
 s saturation; (volume of liquid/volume of voids)
 T temperature, [K]
 \bar{T} average sheet temperature, [K]
 y mole fraction
 z paper thickness direction, [m]
 Z paper thickness, [m]
 Δz step size in z direction, [m]
 ε porosity; (volume of voids/total volume)
 ν kinematic viscosity, [m²/s]
 ρ density, [kg/m³]
 τ time, [s]
 ω moisture content, wet basis; (weight of water/(weight of water + weight of dry fibers))

sh sheet
 su surface
 v vapor
 v,i vapor from interior
 v,o vapor to exterior
 va vapor in air
 w water

BACKGROUND

A widely used dryer in the pulp and paper industry consists of a series (50-100 units) of cylindrical cast-iron dryer drums. Paper is threaded around the dryers, which are internally heated by condensing steam, resulting in conduction as the major mode of heat transfer to the sheet. Part of a typical multi-cylinder dryer section is shown in Fig. 1. The dryer felt is a highly porous material whose main purpose is to hold the paper sheet in close contact with the dryer shell to increase

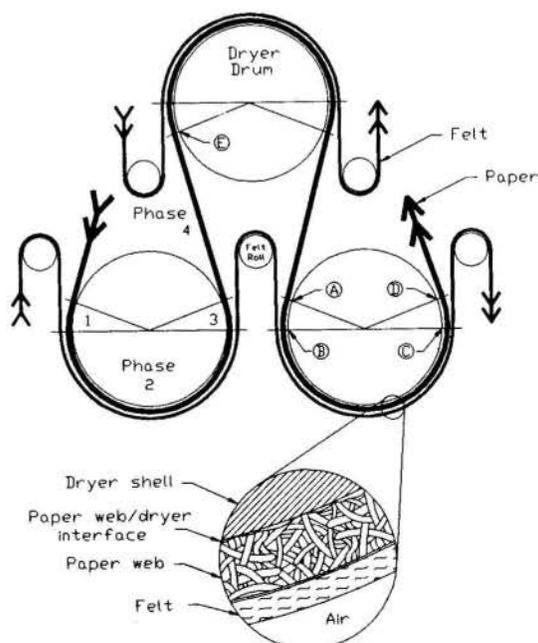


Fig. 1 Conventional felt covered cylinder dryer section

Subscripts

a air
 ap apparent
 atm atmosphere
 ca capillary
 eff effective
 f fiber
 fin exit of dryer section
 init initial

the heat transfer between the dryer drum and paper web and to help prevent shrinkage and deformation of the web. In an integrated paper mill, the dryer section removes only 0.36% of the original water yet accounts for nearly one-third of the total energy consumption (Chiogioji, 1979). Since the drying process is the major energy consuming process in paper making, a small improvement in paper drying efficiency would result in a significant amount of energy savings.

Many attempts have been made to analyze the paper drying process both theoretically and experimentally. Most theoretical models contain critical assumptions which simplify the heat and mass transport phenomena within the sheet during drying (Kirk, 1984). Many of these models assume variables such as temperature, moisture content, or thermal conductivity remain uniform through the sheet thickness or that water migration within the sheet is negligible.

THEORETICAL DRYING MODEL

Seyed-Yagoobi et al. (1992a) have presented a model, based on Han's work (1970), which is more flexible than most models previously reported since the internal dynamics of the drying process are considered. The drying model is based on the following mass and energy balances through the sheet thickness:

$$\frac{\partial M}{\partial \tau} = -\frac{\partial J_w}{\partial z} - \frac{\partial J_v}{\partial z} \quad (1)$$

$$(c_w \rho_w s \epsilon + c_f \rho_f (1-\epsilon)) \frac{\partial T}{\partial \tau} = -\frac{\partial q''}{\partial z} - \frac{\partial (J_w H_w + J_v H_v)}{\partial z} \quad (2)$$

where

$$q'' = -k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z} \quad \text{Fourier's Law} \quad (3)$$

$$J_w = \left(\frac{K}{v_w} \right) \frac{\partial P_{ca}}{\partial z} \quad \text{Darcy's Law} \quad (4)$$

$$J_v = - \left[\frac{D_{ap} MW_v}{(1-y_v)} \right] \frac{\partial C_v}{\partial z} \quad \text{Fick's Law} \quad (5)$$

Since no capillary pressure data are available for the diffusion of water within paper sheets, an experimental correlation for the capillary pressure in wood as a function of saturation developed by Spolek and Plumb (1981) is used in the model. An expression for capillary pressure in paper needs to be developed since the porous structure of wood is not the same as the structure of paper. The apparent vapor diffusivity coefficient is calculated from an experimental correlation for diffusion of water vapor in a nylon fiber mat (Han and Matters, 1966). The average sheet heat capacity and the effective thermal conductivity of the sheet are calculated assuming a parallel heat flow model where the fluid and solid phases are parallel, cross-sectional areas are proportional to void and solid fractions, and phase lengths are equal to the web thickness.

Assuming the sheet thickness to be composed of three components: a layer of fibers, a layer of air, and a layer of water, the sheet thickness at any point in the drying process can be estimated as (Asensio, 1992):

$$Z = Z_{\text{fin}} \left(1 + \frac{MC \rho_{\text{sh fin}}}{\rho_w} \right) \quad (6)$$

This three component model of sheet thickness, coupled with the definition of dry basis moisture content, allows the sheet

porosity at any point in the dryer section to be expressed as a function of the final porosity (Asensio, 1992):

$$\epsilon = 1 - \frac{1 - \epsilon_{\text{fin}}}{1 + \left(\frac{MC BW}{\rho_w Z_{\text{fin}}} \right)} \quad (7)$$

where the final sheet porosity can be directly calculated from known parameters:

$$\epsilon_{\text{fin}} = 1 - \frac{\rho_{\text{sh fin}} (1 - MC_{\text{fin}}) - \rho_a}{\rho_f - \rho_a} \quad (8)$$

Boundary Conditions. The model uses the four phases of cylinder drying developed by Nissan and Kaye (1955) and shown in Fig. 1. The surface nodes in the model were assumed to be located slightly inside the paper sheet (one-half step size in the z-direction), and not exactly on the surfaces. This approximation simplifies the numerical solution technique and is acceptable for very small step sizes in the z-direction. For Phases 1, 2, and 3, the boundary conditions at the surface in contact with the heated cylinder ($z=0$) are:

$$\frac{\partial M}{\partial \tau} = \frac{1}{\Delta z} (-J_w - J_v) \quad (9)$$

$$(c_w \rho_w s \epsilon + c_f \rho_f (1-\epsilon)) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{\Delta z} \left(h_i (T_{\text{su}} - T) + k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z} - J_w H_w - J_v H_v \right) \quad (10)$$

where h_i is the interface thermal contact conductance at the dryer drum/paper web interface.

The effects of contact pressure, basis weight, and moisture content on the interface thermal contact conductance of a paper sheet/metal interface and on the effective thermal conductivity of paper samples have been experimentally investigated using both handsheets (Seyed-Yagoobi et al., 1992b) and mill samples (Stevens et al., 1992). The contact conductance increases with increasing pressure (felt tension), decreasing sheet basis weight, and increasing moisture content levels. For linerboard samples from an actual mill, the interface thermal contact conductance can be expressed as (Stevens et al., 1992):

$$h_i = 2360.79 - 516.29/BW + 72 \omega^{3/2} \ln(P) + 2717.32 \omega \quad (11)$$

where $0.68 \leq P \leq 100$ kPa, $0.198 \leq BW \leq 0.238$ kg/m², $4.8\% \leq \omega \leq 60\%$, $83 \leq T \leq 105^\circ\text{C}$.

For Phases 1 and 3, the boundary conditions at the surface in contact with the moving air ($z=Z$) are:

$$\frac{\partial M}{\partial \tau} = \frac{1}{\Delta z} (J_w + J_{v,i} - J_{v,o}) \quad (12)$$

$$(c_w \rho_w s \epsilon + c_f \rho_f (1-\epsilon)) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{\Delta z} \left(-k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z} + J_{v,i} H_v + J_w H_w - J_{v,o} H_v - h(T - T_a) \right) \quad (13)$$

The mass transfer due to evaporation at the paper-air interface, $J_{v,o}$, is found from:

$$J_{v,o} = k_m \left(\frac{P_v - P_{va}}{P_{\text{atm}}} \right) \left(\frac{MC|_{z=Z}}{MC_{\text{init}}} \right) \quad (14)$$

where the mass transfer coefficient, k_m , is determined from the Chilton-Colburn form of the Reynold's analogy. The last term in equation (14) is an arbitrary factor included to represent reductions in moisture available for evaporation at the free

surface during drying since evaporation relationships available in the literature are based on the presence of a fully wetted surface. Use of an adjusted evaporation rate to reflect reductions in evaporation from the paper web during drying is similar to previous studies which forcibly decreased the sheet evaporation rate at a pre-determined critical moisture content in order to simulate the falling rate period of drying (Han, 1970).

Although Phase 2 is similar to Phases 1 and 3, the surface in contact with the moving air ($z=Z$) must be treated differently in Phase 2 because of the presence of felt. The $z=Z$ moisture boundary condition remains essentially the same as Phases 1 and 3, but with a slight reduction in the evaporation due to felt presence. The evaporation calculated without the effect of the felt is multiplied by 80% to account for the reduced rate (Pulkowski, 1990), yielding the following moisture boundary condition:

$$\frac{\partial M}{\partial \tau} = \frac{1}{\Delta z} (J_w + J_{v,i} - 0.8 J_{v,o}) \quad (15)$$

At $z=Z$, the energy equation given for Phases 1 and 3 is not valid for Phase 2 since the presence of the felt blocks the removal of heat by convection. Therefore, the energy equation does not include the convection term and does include the 80% reduction in evaporation. Thus, the energy boundary condition for Phase 2 is:

$$(c_w \rho_w s \epsilon + c_f \rho_f (1-\epsilon)) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{\Delta z} \left(-k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z} + J_{v,i} H_v + J_w H_w - 0.8 J_{v,o} H_v \right) \quad (16)$$

In Phase 4, the mass and energy boundary conditions for the paper side continually exposed to the moving air ($z=Z$) are the same as those given for Phases 1 and 3, equations (12) and (13). At the $z=0$ boundary, the paper sheet is no longer in contact with a heated cylinder but is instead exposed to the outside air. The boundary conditions become:

$$\frac{\partial M}{\partial \tau} = \frac{1}{\Delta z} (-J_w - J_{v,i} - J_{v,o}) \quad (17)$$

$$(c_w \rho_w s \epsilon + c_f \rho_f (1-\epsilon)) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{\Delta z} \left(k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z} - J_{v,i} H_v - J_w H_w - J_{v,o} H_v - h(T-T_a) \right) \quad (18)$$

The details of the model analysis and numerical finite difference techniques are given in Bell (1990) and Asensio (1992).

NUMERICAL RESULTS

Predicted changes in average sheet moisture content and temperature along the dryer section are shown in Figs. 2 and 3, respectively, for the test conditions of Table 1. The simulation predicts that 60 cylinders are required for drying before the average sheet dry basis moisture content is less than 6%. The three distinct stages of drying, i.e. an initial warm-up period followed by a *relatively* constant rate period and a falling rate period, are denoted in Fig. 2 by I, II, and III, respectively. As the sheet enters the dryer section, the sheet moisture content increases initially due to condensation of moisture from the ambient, indicating a warm-up period. After the warm-up period, the moisture content starts to drop continuously. However, the reduction in moisture content is not quite constant simply because the heat input into the sheet

Table 1. Operating conditions for the simulation model

Paper	Basis Weight	0.238 kg/m ² (48.7 lb/1000 ft ²)
	Initial moisture content	1.5 kg H ₂ O/kg fiber, 150%
	Initial sheet temperature	43.3°C (110°F)
	Final moisture content	0.06 kg H ₂ O/kg fiber, 6%
	Final thickness	0.5x10 ⁻³ m (1.64x10 ⁻³ ft)
	Apparent Density	476 kg/m ³ (29.7 lb/ft ³)
	Cellulose Density	1500.0 kg/m ³ (93.6 lb/ft ³)
	Specific Heat	1340.0 J/kg°C (0.32 Btu/lb°F)
Air	Temperature	93.3°C (200°F)
	Relative Humidity	50%
Machine	Sheet Speed	6.096 m/s (1200 ft/min)
	Cylinder Diameter	1.52 m (5.0 ft)
	Cylinder Surface Temperature	132.2°C (270°F)
	Length	
	- Phase 1	0.412 m (1.35 ft)
	- Phase 2	2.763 m (9.07 ft)
	- Phase 3	0.412 m (1.35 ft)
	- Phase 4	1.186 m (3.89 ft)
	Felt tension	1.75 kN/m (10 pli)

decreases as the sheet gets drier due to decreasing contact conductance at the paper/drum interface. Furthermore, the predicted evaporation, equation (14), is continually decreased as the moisture content near the paper-air interface decreases. Toward the end of the drying process, the change in the moisture content decreases significantly, indicating the falling-rate period. Prediction of the so called falling-rate period of drying has been significantly improved over the model by Seyed-Yagoobi et al. (1992a) due to incorporation of the empirical correlation for the interface contact conductance at the paper/drum interface as well as inclusion of an adjusted evaporation rate.

According to Fig. 3, the average sheet temperature initially rises rather abruptly and then increases gradually. The average sheet temperature was determined from the total internal energy of the sheet divided by the average sheet heat

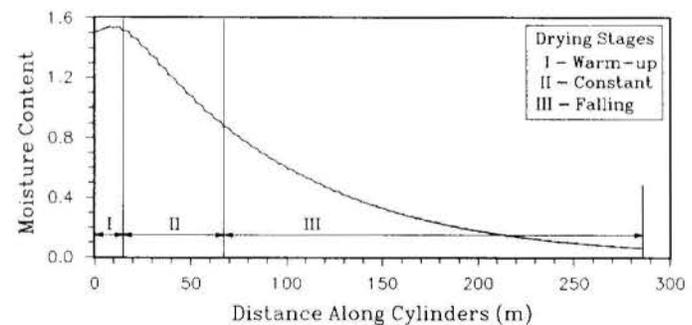


Fig. 2 Average sheet dry basis moisture content during drying

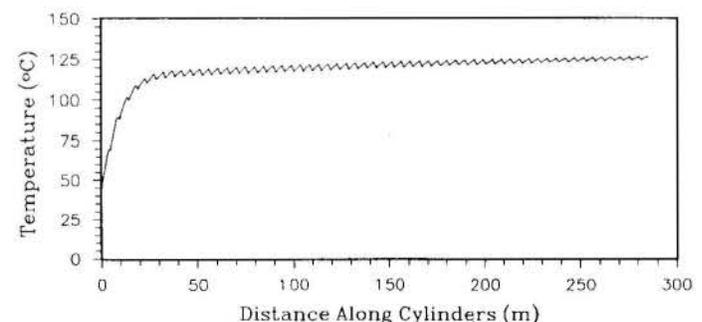


Fig. 3 Average sheet temperature during drying

capacity. The local temperature oscillations seen in Fig. 3 are due to the cooling taking place in Phase 4 (See Fig. 1). The magnitude of these oscillations decreases as the sheet dries because of the decrease in the evaporation rate with moisture content; this oscillatory decrease continues until the sheet is completely dried.

To study the drying rate along the cylinders, the average evaporation rate per cylinder (all four phases included in Fig. 1), determined for the surface control volumes at the paper-air interface, is shown in Fig. 4. The predicted evaporation rate increases initially. However, as expected, a constant rate period of drying is difficult to discern from the predicted evaporation rate. After reaching a maximum, the average evaporation rate per cylinder decreases gradually while the sheet is being dried. This is due to limited moisture transfer to the outer control volumes. In addition, with constant dryer surface temperatures, the heat input into the sheet will be reduced due to a decreasing contact conductance value caused by decreasing sheet moisture content. Therefore, the evaporation rate will not remain constant, indicating that the constant rate period shown in Fig. 2 has been exaggerated. Changing the operating conditions used in the simulation to incorporate increasing dryer surface temperatures along the dryer section would result in a more constant rate of drying; in general, though, a constant rate period of drying is not seen on most paper machines.

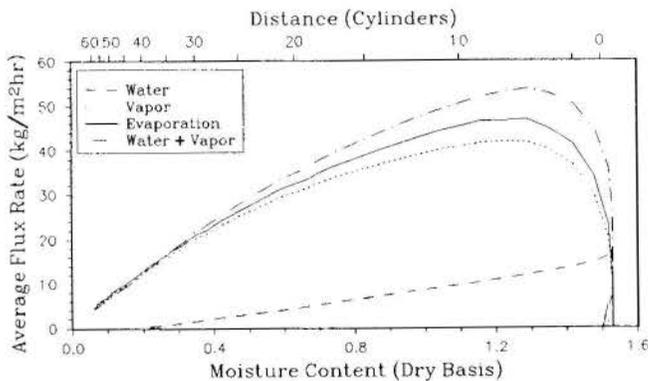


Fig. 4 Average fluxes into boundary control volumes and average evaporation rate during drying

Also shown in Fig. 4 are the net fluxes of water and vapor per cylinder entering the boundary control volumes. Initially, the net water flux is slightly greater than the net vapor flux due to the high moisture content of the sheet. As the sheet dries, the net water flux decreases since there is less water present in the sheet and much of the water has vaporized. The increase in the net vapor flux tends to follow the increase in average sheet temperature and quickly exceeds the flux rate for liquid water. The sum of the water and vapor fluxes entering the surface control volumes is greater than the evaporation rate from these boundary nodes, indicating that some moisture accumulates in these outer nodes which are located slightly inside the sheet. As the sheet dries, this moisture is removed until the net water and vapor total flux rate is less than the average evaporation rate at lower moisture contents. However, the magnitudes of both water and vapor fluxes are inexact due to the empirical correlations used for capillary pressure and apparent vapor diffusivity, respectively. Use of an adjusted evaporation rate, equation (14), also artificially limits the evaporation from the boundary control volumes.

The simulation model also provides profiles of moisture content, temperature, water flux, and vapor flux through the

paper thickness at selected points along the dryer section (Seyed-Yagoobi et al., 1992a, and Asensio, 1992). The profiles provide an indication of the heat and mass transfer process within the sheet during the different phases of drying, yielding a more descriptive model than was previously available. Simulation of other paper types which require different drying lengths yield profiles of different magnitudes since machine operating conditions yield different water and vapor fluxes and evaporation rates. In conclusion, the theoretical model presented above can be used to design dryer sections, study changes in operating conditions or layout of a multi-cylinder dryer section, or simulate the application of enhanced energy devices to a conventional drying section.

ACKNOWLEDGEMENTS

This research was funded in part by an Award for Creativity in Engineering from the Division for Engineering Infrastructure Development, National Science Foundation, U.S.A.. Additional support was provided by the Texas Drying Research Consortium funded by the Energy Research Applications Program of the Texas Higher Education Coordinating Board.

REFERENCES

- Asensio, M.C., "Simulation of Paper Drying Systems with Incorporation of an Experimental Drum/Paper Thermal Contact Conductance Relationship," M.S. Thesis, Texas A&M University, College Station, TX, 1992.
- Bell, D.O., "Theoretical and Numerical Analysis of Heat and Mass Transfer in a Paper Sheet During Drying," M.S. Thesis, Texas A&M University, College Station, TX, 1990.
- Chiogioji, M.H., *Industrial Energy Conservation*, Marcel Dekker, New York, 1979.
- Han, S.T., "Drying of Paper," *TAPPI*, Vol. 53, pp. 1034-1046, 1970.
- Han, S.T., and Matters, J.F., "Vapor Transport in Fiber Mats During Drying," *TAPPI Journal*, Vol. 49, pp. 1-4, 1966.
- Kirk, L.A., "A Literature Review of Computer Simulation and Paper Drying," *Advances in Drying*, Vol. 3, A. Mujumdar, ed., Hemisphere Publishing Corp., Washington, DC, pp. 1-37, 1984.
- Nissan, A.H. and Kaye, W.G., "An Analytical Approach to the Problem of Drying of Thin Fibrous Sheets on Multicylinder Machines," *TAPPI Journal*, Vol. 38, pp. 385-398, 1955.
- Pulkowski, J.H., Private Communication, Beloit Corporation, Rockton, IL, 1990.
- Seyed-Yagoobi, J., Bell, D.O., and Asensio, M.C., "Heat and Mass Transfer in a Paper Sheet During Drying," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 114, pp. 538-541, 1992a.
- Seyed-Yagoobi, J., Ng, K.H., and Fletcher, L.S., "Thermal Contact Conductance of a Bone-Dry Paper Handsheet/Metal Interface," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 114, pp. 326-330, 1992b.
- Spolek, G.A. and Plump, O.A., "Capillary Pressure in Softwoods," *Wood Science and Technology*, Vol. 15, pp. 189-199, 1981.
- Stevens, A.D., Asensio, M.C., and Seyed-Yagoobi, J., "Measurements of Thermal Contact Conductance for a Paper/Metal Interface and Effective Conductivity of Machine Samples," Accepted for presentation at the 8th International Drying Symposium, Montreal, Canada, 1992.

SOLUÇÃO ANALÍTICA DO ESCOAMENTO EM CONVECÇÃO FORÇADA SOBRE CAVIDADE POROSA ABERTA

JORGE ISAIAS LLAGOSTERA BELTRÁN
OSVAIR VIDAL TREVISAN
Depto. Energia, FEM/UNICAMP
Cx.P. 6122 - CEP 13081 - Campinas - SP

RESUMO

O presente trabalho refere-se ao estudo do escoamento em regime permanente que ocorre na condição de convecção forçada pura ao longo de uma camada horizontal porosa que apresenta em sua face inferior uma cavidade retangular. O escoamento é estudado utilizando o método das transformações conformes, em particular as de Schwarz-Christoffel, e as soluções são obtidas implicitamente em função das funções e integrais elípticas de Jacobi.

INTRODUÇÃO

O fenômeno estudado corresponde a um escoamento em meio poroso saturado ao longo de uma camada horizontal, que apresenta em sua superfície inferior uma cavidade retangular. O problema analisado tem interesse no estudo da convecção forçada responsável pela transferência de calor entre a parede de fundo da cavidade (quente) e a superfície superior da camada horizontal (fria), como descrito de modo mais detalhado em trabalho anterior (LLAGOSTERA & TREVISAN, 1989).

Considerando o problema de convecção forçada na geometria representada pelo esquema da Figura 1 assume-se que o escoamento não depende do campo de temperaturas. O transporte do fluido é completamente descrito pela equação de Laplace da variável função corrente (em consequência da hipótese de aplicabilidade do modelo de Darcy), e pelas respectivas condições de contorno apresentadas também na Figura 1.

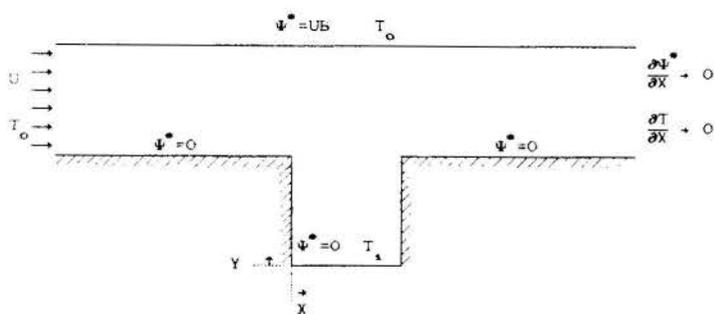


Figura 1. Esquema da configuração do escoamento.

Neste trabalho busca-se desenvolver uma solução matemática exata para o problema do escoamento forçado. A metodologia adotada envolve o emprego da teoria clássica de transformações conformes (HILDEBRAND, 1976). A solução analítica apresentada permite a avaliação da correção do cálculo do campo de velocidades realizado por meio de método numérico. Os resultados mais relevantes obtidos através do método exato são apresentados em forma de gráfico para diferentes razões geométricas da cavidade.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Assumindo as hipóteses anteriormente apresentadas e considerando a simetria do problema, o domínio pode ser representado sob a forma esquematizada na Figura 2. Nesta figura as coordenadas \mathfrak{X} e \mathfrak{Y} são definidas de modo a simplificar as expressões obtidas ao longo do desenvolvimento proposto.

De acordo com a Figura 2, as coordenadas \mathfrak{X} e \mathfrak{Y} definem um plano complexo \mathfrak{Z} , tal que $\mathfrak{Z} = \mathfrak{X} + i\mathfrak{Y}$, onde a equação de Laplace que define o escoamento é representada por

$$\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \mathfrak{X}^2} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \mathfrak{Y}^2} = 0 \quad (1)$$

As condições de contorno a serem satisfeitas pela solução estão também representadas na Figura 2.

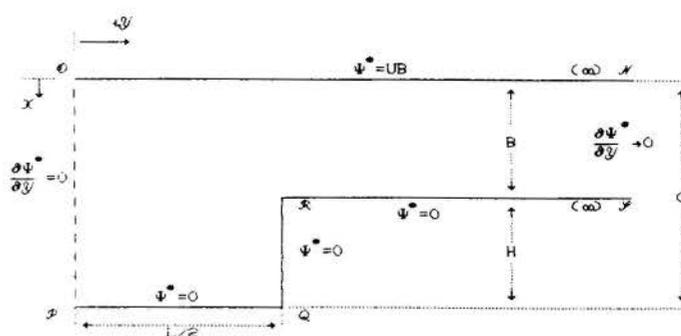


Figura 2. Representação parcial do domínio.

APLICAÇÃO DE TRANSFORMAÇÕES CONFORMES

As características do problema são adequadas à utilização do método das transformações conformes, que foi bastante empregado na solução de problemas de formulação semelhante, como o escoamento bidimensional de fluidos ideais, como pode ser visto no clássico tratado de LAMB (1945).

Transformação de Schwarz-Christoffel

Por meio da transformação de Schwarz-Christoffel, é possível efetuar a correspondência entre pontos localizados sobre um contorno poligonal no plano \mathcal{Z} e pontos localizados sobre o eixo real do plano \mathcal{W} ($\mathcal{V} = 0$). O domínio esquematizado na Figura 2 pode ser compreendido como a região do plano \mathcal{Z} interior a uma linha poligonal com quatro vértices (O, P, Q e R), e extremidades (N e S) infinitamente distantes, que pode ser transformado em um semi-plano infinito em \mathcal{W} .

A transformação referida pode ser representada pela relação $\mathcal{Z} = \mathcal{F}(\mathcal{W})$, tal que

$$\frac{d\mathcal{Z}}{d\mathcal{W}} = C_0 \left[\mathcal{W} - u_1 \right]^{k_1} \left[\mathcal{W} - u_2 \right]^{k_2} \dots \left[\mathcal{W} - u_N \right]^{k_N} \quad (2)$$

onde u_1, u_2, \dots, u_N representam a posição de N pontos tomados ordenadamente sobre o eixo real no plano \mathcal{W} , com $u_1 < u_2 < \dots < u_N$, e onde k_1, k_2, \dots, k_N são constantes reais e C_0 uma constante real ou complexa. O valor das constantes k_p pode ser obtido a partir dos ângulos internos α_p indicados na Figura 3.

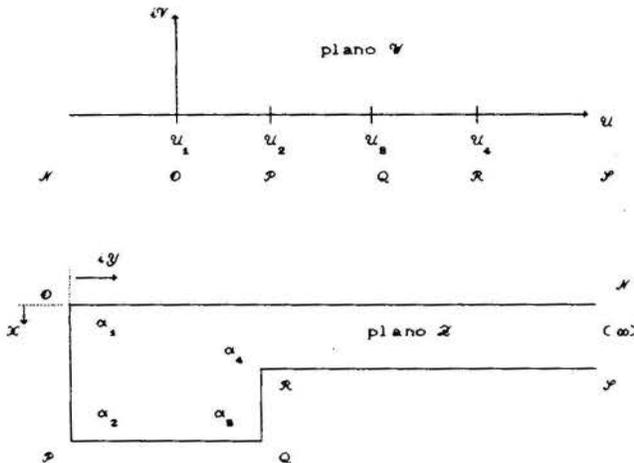


Figura 3. Transformação de Schwarz-Christoffel.

No caso foram definidos de forma arbitrária (HILDEBRAND, 1976) e conveniente os valores $u_1 = 0$ e $u_4 = 1$. Na Tabela 1 são apresentados também os valores de k_p obtidos para o caso. Por conveniência adota-se daqui em diante a notação $\delta = u_2$ e $\lambda = u_3$.

Tabela 1. Parâmetros da transformação de Schwarz-Christoffel

Pontos	1	2	3	4
Vértices	O	P	Q	R
\mathcal{Z}	0	C	$C + iL/2$	$B + iL/2$
\mathcal{W}	0	$u_2 = \delta$	$u_3 = \lambda$	1
α_p	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$3\pi/2$
k_p	-0,5	-0,5	-0,5	0,5

A partir desses valores pode-se concluir que,

$$\mathcal{Z} = C_0 \int \frac{\sqrt{\mathcal{W} - 1}}{\sqrt{\mathcal{W}} \sqrt{\mathcal{W} - \delta} \sqrt{\mathcal{W} - \lambda}} d\mathcal{W} \quad (3)$$

A integral da equação (3) envolve em seu cálculo a utilização das funções elípticas de Jacobi e das integrais elípticas, cujas características e propriedades são apresentadas por MILNE-THOMSON (1965). Referências importantes quanto ao processo de resolução são os trabalhos de LUNDKVIST (1929) e de CARTER (1926).

O valor da constante C_0 é determinado a partir da geometria do domínio no plano \mathcal{Z} e da análise da variação de \mathcal{W} entre $-\infty$ e $+\infty$ sobre o eixo real \mathcal{U} .

Utilização das funções e das integrais elípticas

Com o propósito de reduzir a integral da equação (3) ao formato usual das integrais elípticas de terceira espécie, é conveniente efetuar mudanças adequadas de variáveis.

$$\mathcal{W} = \frac{r^2}{1 - r^2}, \text{ e } r = s \sqrt{\frac{\delta}{1 - \delta}} \quad (4)$$

e definindo

$$k^2 = \left[\frac{\delta}{1 - \delta} \right] \left[\frac{1 - \lambda}{\lambda} \right], \text{ e } \gamma^2 = \frac{\delta}{1 - \delta} \quad (5)$$

tem-se, após simplificações, a equação

$$\mathcal{Z} = i 2B \int \frac{\sqrt{k^2 - \gamma^2} \sqrt{1 - \gamma^2}}{\pi \gamma} \frac{ds}{(1 - \gamma^2 s^2) \sqrt{1 - s^2} \sqrt{1 - k^2 s^2}} \quad (6)$$

A integral da equação (6) constitui uma integral elíptica de terceira espécie. Por outro lado, a forma de Jacobi para esse tipo de integral elíptica, já fatorada, é dada pela expressão

$$\Pi(\tau, \sigma) = \frac{cn \sigma \, dn \sigma}{sn \sigma} \int_0^\tau \frac{k^2 sn^2 \sigma \, sn^2 \tau}{1 - k^2 sn^2 \sigma \, sn^2 \tau} d\tau \quad (7)$$

onde sn , cn e dn representam as funções elípticas de Jacobi: sinus amplitudinis, cosinus amplitudinis e delta amplitudinis, respectivamente.

Pode-se efetuar as seguintes mudanças de variáveis na equação (7)

$$s = sn(\tau, k) \text{ e } \gamma = k sn(\sigma, k) \quad (8)$$

onde aparece explicitado o parâmetro k da função sinus. Assim, a determinação dos valores de δ e de λ pode ser obtida por meio da obtenção de k^2 e de γ^2 , ou, ainda, de k^2 e de σ .

Efetuando-se essas mudanças de variáveis, e valendo-se das propriedades das funções elípticas de Jacobi (BOWMAN, 1961), tem-se como resultado

$$\int_0^s \frac{ds}{(1 - \gamma^2 s^2) \sqrt{1 - s^2} \sqrt{1 - k^2 s^2}} = \tau + \frac{sn \sigma}{cn \sigma \, dn \sigma} \Pi(\tau, \sigma) \quad (9)$$

Substituindo (13) na expressão (10), chega-se a

$$\mathcal{Z} = i \frac{2B}{\pi} \left[\tau \frac{cn \sigma \, dn \sigma}{sn \sigma} + \Pi(\tau, \sigma) \right] + C_1 \quad (10)$$

onde C_1 representa uma constante de integração.

Utilizando as informações disponíveis nos pontos σ e \mathcal{P} , e as propriedades das integrais e funções elípticas, obtém-se

$$C = i \frac{2B}{\pi} K \left[\frac{cn \sigma}{sn \sigma} \frac{dn \sigma}{\sigma} + Z(\sigma) \right] \quad (11)$$

onde $Z(\sigma)$ é a função Zeta de Jacobi.

Em decorrência das limitações de espaço não é possível detalhar todos os passos e indicar as propriedades utilizadas. Informações mais detalhadas podem ser encontradas em LLAGOSTERA (1990).

Para o ponto Q tem-se a partir da equação (10) e das propriedades das funções elípticas:

$$C + i \frac{L}{2} = i \frac{2B}{\pi} \left\{ [K+iK'] \left[\frac{cn \sigma}{sn \sigma} \frac{dn \sigma}{\sigma} + Z(\sigma) \right] + i \frac{\pi \sigma}{2K} \right\} \quad (12)$$

Utilizando as expressões (11) e (12) obtém-se

$$\sigma = i \frac{1}{B} \left[C K' - \frac{L}{2} K \right] \quad (13)$$

Acrescente-se que uma vez conhecido o valor de k podem ser determinados K e K' , integrais elípticas completas de primeira espécie. No caso, para a obtenção de σ e k , é necessário mais uma equação, que pode ser obtida a partir da equação (12) e das propriedades das funções elípticas. Considerando que, no presente caso, σ é um imaginário tal que $\sigma = i\alpha$, onde α é real, pode-se obter:

$$C = \frac{2BK}{\pi} \left[\frac{dn(a, k')}{sn(a, k')} cn(a, k') + Z(\alpha, k') + \frac{\pi \alpha}{2KK'} \right] \quad (14)$$

A função Zeta pode ser calculada por meio das funções elípticas e das funções teta de Jacobi, as quais são expressas por meio de séries de rápida convergência. Utilizando as relações apresentadas por MILNE-THOMSON (1965), pode-se demonstrar que:

$$\frac{C}{B} = \frac{K'}{K} \left[\frac{\vartheta_1' \left(\frac{\pi \alpha}{2K'} \right)}{\vartheta_1 \left(\frac{\pi \alpha}{2K'} \right)} + \frac{\alpha}{K} \right] \quad (15)$$

onde ϑ_1 representa a função teta um de Jacobi e ϑ_1' sua derivada em relação ao argumento. Por outro lado, a equação (13) pode ser reescrita sob a forma

$$\alpha = \frac{C}{B} K' - \frac{L}{2B} K \quad (16)$$

As equações (15) e (16) são empregadas para determinar os parâmetros do problema, através da determinação do valor do módulo k que satisfaça simultaneamente as duas equações.

Procedimentos de cálculo

Para os cálculos envolvidos na determinação do valor dos parâmetros da transformação descrita, foram utilizados os procedimentos apresentados a seguir, obtidos a partir das propriedades das funções teta de Jacobi (MILNE-THOMSON, 1965), e de recursos de integração numérica (HILDEBRAND, 1974).

a. Cálculo de K e de K' a partir de k

Por definição, K e K' são integrais elípticas completas de primeira espécie, onde k e o módulo é k' e o módulo complementar, e neste trabalho foram calculadas pelo método de quadratura de Chebyshev-Gauss, cujo erro pode ser avaliado de modo relativamente simples. Nos cálculos efetuados a consideração de cinco termos da série foi suficiente para prover coincidência de dez casas decimais na comparação efetuada com as tabelas de MILNE-THOMSON (1965), para diversos valores de k .

b. Cálculo da fração envolvendo a função teta

Pode-se mostrar (MILNE-THOMSON, 1965) que a fração entre ϑ_1 e sua derivada pode ser expressa por

$$\frac{\vartheta_1' \left(\frac{\pi \alpha}{2K'} \right)}{\vartheta_1 \left(\frac{\pi \alpha}{2K'} \right)} = \cot \left\{ \frac{\pi \alpha}{2K'} \right\} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^{2n}}{1-q^{2n}} \sin \left\{ 2n \frac{\pi \alpha}{2K'} \right\} \quad (17)$$

onde

$$q = e^{-\{\pi K/K'\}}$$

c. Cálculo do parâmetro γ

Como definido anteriormente, e por meio das propriedades das funções elípticas, tem-se que

$$\gamma = k sn(i\alpha, k) = i k \frac{sn(a, k')}{\sqrt{1 - sn^2(a, k')}} \quad (18)$$

O valor de $sn(a, k')$ foi calculado a partir das funções teta definidas conforme a notação de Neville (MILNE-THOMSON, 1965).

Transformação final

Uma vez realizada a transformação do plano \mathcal{Z} para o plano \mathcal{W} , é conveniente no caso, efetuar uma segunda transformação de Schwarz-Christoffel. Desta vez a transformação leva do plano \mathcal{W} para o plano ζ definido por $\zeta = \theta + i \psi^*$ representado na Figura 4.

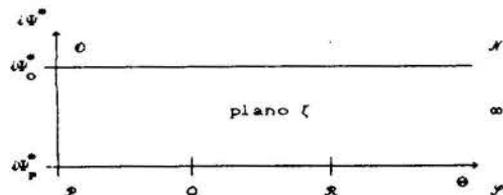


Figura 4. Transformação final.

Por meio dessa transformação o domínio definido por um semi-plano infinito no plano \mathcal{W} passa a corresponder a um retângulo, com um dos lados infinitamente distante no plano ζ . No plano ζ , o eixo imaginário é representado pela variável ψ^* , que é a função procurada como solução da equação de Laplace (1) e satisfazendo as correspondentes condições de contorno, com $\psi_0^* = UB$ e $\psi_p^* = 0$.

Adotando um procedimento análogo ao apresentado anteriormente, pode-se efetuar a transformação de Schwarz-Christoffel descrita por meio de

$$\zeta = C_2 \int \frac{dW}{\sqrt{W} \sqrt{W - \delta}} \quad (19)$$

A integral da equação (19) pode ser resolvida utilizando funções trigonométricas. Considerando os valores de W para os pontos correspondentes a \mathcal{P} e \mathcal{O} , determinam-se os valores das constantes de integração, e substituindo em (19), obtém-se em termos de s e γ ,

$$\zeta = i \frac{2UB}{\pi} \arctan \left\{ \frac{1}{s} \sqrt{\frac{1-s^2}{1-\gamma^2}} \right\} \quad (20)$$

Por meio das equações (6) e (20) é possível determinar o valor da função Ψ^* em pontos do domínio original, ou seja, especificados no plano \mathcal{Z} .

Determinação de valores de Ψ^* no domínio original

Para apresentação de resultados foi escolhida a região do domínio original definida pela linha de simetria e representada na Figura 2 pelo segmento que une os pontos O e P .

De acordo com a Tabela 2, esse segmento corresponde aos valores da variável s compreendidos no intervalo $s \in (0,1)$. Assim, para um dado valor c pertencente a esse intervalo, pode-se obter o correspondente $\Psi^* \in (0,UB)$ e finalmente o respectivo valor de \mathcal{X}_c

$$\mathcal{X}_c = \frac{2Bk \sqrt{k^2 - \gamma^2} \sqrt{1 - \gamma^2}}{\pi \gamma} \int_0^c \frac{ds}{(1 - \gamma^2 s^2) \sqrt{1 - s^2} \sqrt{1 - k^2 s^2}} \quad (21)$$

No cálculo de \mathcal{X}_c , k e γ são obtidos de acordo com os procedimentos descritos anteriormente. A integração foi efetuada pelo método de Chebyshev-Gauss. Pode-se então calcular os valores de \mathcal{X} correspondentes a diversos valores arbitrados de Ψ^* e assim obter a distribuição da função corrente ao longo do segmento que une os pontos \mathcal{O} e \mathcal{P} .

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A metodologia descrita foi utilizada para a obtenção da distribuição da função corrente Ψ^* ao longo da linha de simetria do domínio original, para os casos apresentados na Tabela 3 e no gráfico da Figura 5. Todos os casos referem-se ao escoamento forçado representado na Figura 1, com $B/L = 1$.

Tabela 3. Parâmetros de transformação

Casos	Parâmetros Calculados	
	k^2	γ^2
0,25	0,5902958	-3,1324263
0,50	0,8973792	-3,7922592
0,75	0,9777540	-3,9553955
1,00	0,9953343	-3,9906638
1,50	0,9997994	-4,0719906

Analisando os valores de k^2 pode-se concluir que o módulo k tende rapidamente para o valor 1 à medida que H/L aumenta, sendo que para $H/L = 1,50$ aquele valor é já muito próximo da unidade.

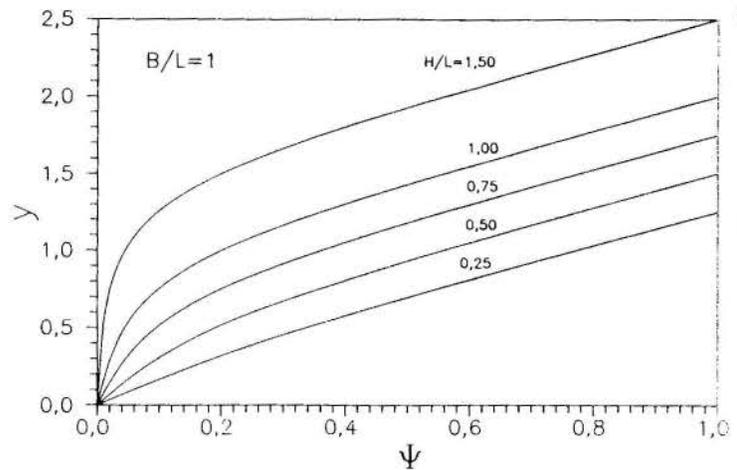


Figura 5. Distribuição da função corrente

Verifica-se, também, que para valores superiores de H/L , correspondentes a cavidades mais profundas, o escoamento sofre alterações muito pequenas na região da camada horizontal ($C/L \leq y \leq H/L$), conforme pode ser observado na Figura 5.

Para todos os casos foram calculados 120 pontos ao longo da linha de simetria. Com os resultados obtidos foram traçadas as curvas apresentadas na Figura 5. Para a construção do gráfico a função corrente foi adimensionalizada, dividindo-se Ψ^* por UB . A ordenada y corresponde à distância adimensionalizada de cada ponto em relação ao fundo da cavidade (Y/L).

REFERÊNCIAS

- BOWMAN, F. Introduction to elliptic functions. New York: Dover, 1961.
- CARTER, F.W. The magnetic field of the dynamo-electric machine. Journal of the Institution of the Electrical Engineers, vol. 64, p.1115-1138, 1926.
- HILDEBRAND, F.B. Advanced calculus for applications. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1976.
- LAMB, H. Hydrodynamics. 6th.ed. New York: Dover, 1945.
- LLAGOSTERA B.,J.I. Convecção mista sobre cavidade porosa aberta. Campinas: UNICAMP, 1990. (Tese de Doutorado).
- LLAGOSTERA B.,J.I. & TREVISAN, O.V. Convecção forçada sobre uma cavidade porosa aberta. Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, vol.I, p.305-308, Rio de Janeiro, 1989.
- LUNDKVIST, H. The measurement of temperature by thermo-couples. A.S.E.A. Journal, vol.6, n.6, p.90-93, 1929.
- MILNE-THOMSON, L.M. Jacobian elliptic functions and theta functions; Elliptic integrals. In: ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I.A., eds. Handbook of mathematical functions. New York: Dover, 1965.

ABSTRACT

This work concerns the steady, pure forced fluid flow occurring in an horizontal porous layer displaying a lateral rectangular cavity. The flow is analysed using Schwarz-Christoffel transformations and solutions are implicitly obtained in terms of Jacobian elliptic functions and integrals.

ESCALAS NA CONVECÇÃO NATURAL EM MEIOS POROSOS COM
DISPERSÃO HIDRODINÂMICA

RUBENS SILVA TELLES e OSVAIR VIDAL TREVISAN
UNICAMP - DE/FEM
Caixa Postal 6122
13081-970 - Campinas - São Paulo

RESUMO

Este artigo aborda os efeitos da dispersão hidrodinâmica na convecção natural em meios porosos. Considera-se a convecção natural promovida pela variação de densidade devido a gradientes de temperatura e concentração. A parametrização do fenômeno é obtida através da análise de escala. Comparações são feitas entre os parâmetros de troca de calor e massa obtidos pelas soluções similares e pela análise de escala.

INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é estudar o efeito da dispersão hidrodinâmica na convecção natural por transferência de calor e massa junto a superfícies envoltas em meios porosos saturados. A dispersão em meios porosos é de interesse em vários ramos da ciência e engenharia, particularmente na química, petróleo, agricultura e bioengenharia. A teoria da dispersão hidrodinâmica teve seus conceitos introduzidos por Taylor [1] e avançou mais tarde com os trabalhos de Saffman [2]. Segundo Greenkorn [3], a dispersão é a associação dos efeitos causados ao constituinte químico devido ao caminho tortuoso a ser percorrido pelas partículas fluidas através da estrutura dos poros e ao perfil de velocidade resultante dentro dos mesmos. Os modelos propostos sugerem que a dispersão é formada por componentes transversais e longitudinais em relação às direções do escoamento. Johnston e Perkins [4] propuseram expressões para os termos de dispersão transversal e longitudinal e concluíram que o termo longitudinal é mais significativo que o termo transversal. Na maior parte dos trabalhos publicados, os pesquisadores detêm-se com o efeito da dispersão na transferência de calor e a observação comum a eles é que o termo que quantifica a dispersão é proporcional à velocidade. Nestes trabalhos foram relacionados com a dispersão os efeitos Não-Darcianos, dentre eles os efeitos de inércia do escoamento. A questão na formulação do escoamento com dispersão está na determinação das expressões para o termo de dispersão. Georgiadis e Catton [5] sugerem que o termo dispersivo é proporcional ao número de Peclet e depende da geometria intersticial do meio poroso. Os autores acompanham outras publicações ao sugerirem o termo de dispersão como uma nova difusividade, esta como uma propriedade do meio. Cheng e Zheng [6] estudam a camada limite térmica em convecção mista para escoamento em meio poroso, analisando o comportamento da transferência de calor com a variação do número de Prandtl. Nesta referência [6] são obtidas soluções de similaridade, resolvidas numericamente pelo algoritmo de Runge-Kutta. Todos os trabalhos mostram que há um aumento da taxa de

transferência de calor devido a presença do fenômeno dispersivo. Bejan e Khairy [7] estudaram a convecção natural em meios porosos provocada por efeitos de empuxo combinados, quando a variação de densidade é promovida pelas diferenças de temperatura e concentração. Os autores não consideraram os efeitos da dispersão hidrodinâmica. Utilizaram a técnica de análise de escala para determinação das magnitudes de variação da velocidade e parâmetros adimensionais. Neste trabalho utilizamos o recurso da análise de escala para classificar os diferentes regimes de convecção natural com dispersão. Verificou-se a existência de quatro regimes parametricamente distintos quando são considerados os efeitos da dispersão hidrodinâmica sobre a temperatura e sobre o constituinte químico. Foram também apresentadas soluções de similaridade para todos os diferentes casos e seus resultados são comentados.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Considera-se a aproximação de camada limite próximo a uma parede vertical plana com superfície impermeável embebida em um meio poroso saturado com um fluido. A superfície é mantida a uma temperatura constante T_0 diferente da temperatura do meio poroso suficientemente longe da parede e a concentração de um constituinte químico na solução que satura o meio poroso varia até C_0 no lado exposto da superfície vertical até C_0 suficientemente longe da parede. O sistema de coordenadas é adotado de forma que o eixo x é perpendicular a parede e o eixo y é paralelo a mesma. Quanto as velocidades, u é a velocidade perpendicular à parede e v é paralela à mesma.

Em todos os trabalhos citados, a difusividade térmica ou mássica é apresentada como a soma de um termo de estagnação e de um termo devido a dispersão hidrodinâmica, proporcional à velocidade. Knervold e Tyvand [8] propuseram que o tensor da difusividade térmica ou mássica tem o seguinte formato:

$$D = (1 + \epsilon_2 |\vec{v}^*|^2) \mathbb{D} + (\epsilon_1 - \epsilon_2) \vec{v}^* \vec{v}^{*T}$$

onde: \mathbb{D} - tensor difusivo adimensional
 \mathbb{I} - tensor unitário

\vec{v}^* - vetor velocidade (u^*, v^*)
adimensional

$\vec{v}^* \vec{v}^*$ - produto diádico de \vec{v}^* por \vec{v}^*

$|\vec{v}^*|^2$ - produto escalar de \vec{v}^* por \vec{v}^*

ϵ_1 - coeficiente de dispersão longitudinal

ϵ_2 - coeficiente de dispersão transversal

Pela Lei de Darcy, tem-se para o escoamento do fluido

$$u = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad e \quad v = -\frac{K}{\mu} \left[\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g \right] \quad (1)$$

Admitindo a aproximação de Boussinesq para o escoamento na camada limite, as equações governantes tornam-se [9]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{gK}{\nu} \left[\beta \frac{\partial T}{\partial x} + \beta_c \frac{\partial C}{\partial x} \right] \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(\alpha + \xi v) \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (4)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(D + \gamma v) \frac{\partial C}{\partial x} \right] \quad (5)$$

As condições de contorno são:

$$u = 0, \quad T = T_0, \quad C = C_0, \quad \text{em } x = 0$$

$$v \rightarrow 0, \quad T \rightarrow T_\infty, \quad C \rightarrow C_\infty, \quad \text{em } x \rightarrow \infty$$

ANÁLISE DE ESCALA

As escalas do escoamento, perfis de temperatura e concentração próximos à superfície vertical podem ser determinadas com base na análise de escala. Considera-se para isto a camada limite térmica de comprimento H e de espessura δ_T e a camada limite de concentração de comprimento H e de espessura δ_C . Como pode-se observar nas equações (4) e (5), quatro casos são possíveis para o estudo do escoamento com dispersão:

Caso 1) $\alpha \gg \xi v$ e $D \gg \gamma v$

Caso 2) $\alpha \gg \xi v$ e $D \ll \gamma v$

Caso 3) $\alpha \ll \xi v$ e $D \gg \gamma v$

Caso 4) $\alpha \ll \xi v$ e $D \ll \gamma v$

Bejan e Khairy [7], desenvolveram a análise de escala para o primeiro caso, sem dispersão. Estenderemos a aplicação para os outros três casos acima explicitados. A título de ilustração detalhamos o raciocínio apenas para o Caso 2. Integrando a equação (3) e considerando as condições de contorno associadas, temos:

$$v = \frac{gK}{\nu} \left[\beta (T - T_\infty) + \beta_c (C - C_\infty) \right] \quad (6)$$

Esta equação mostra que a camada limite vertical do escoamento pode ser dirigida tanto pelo gradiente térmico ($|\beta \Delta T| \gg |\beta_c \Delta C|$) como pelo gradiente de concentração ($|\beta \Delta T| \ll |\beta_c \Delta C|$) ou por uma combinação dos dois efeitos. Define-se $N = \beta_c \Delta C / \beta \Delta T$ como razão de dispersão. Analisemos estas duas possibilida-

des para o escoamento:

Dirigido pela transferência de calor.

Como $|\beta \Delta T| \gg |\beta_c \Delta C|$, a escala de velocidade será:

$$v \sim \frac{gK}{\nu} \beta \Delta T \quad (7)$$

Como $\alpha \gg \xi v$, a escala da espessura da camada limite térmica será:

$$\delta_T \sim H Ra^{-1/2} \quad (8)$$

onde $Ra = KgH\beta\Delta T/\alpha\nu$

e a escala do número de Nusselt

$$Nu \sim \frac{H}{\delta_T} \rightarrow Nu \sim Ra^{1/2} \quad (9)$$

Como $D \ll \gamma v$ na segunda condição, a equação do constituinte químico (5) passa a ter a forma:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(\gamma v) \frac{\partial C}{\partial x} \right] \quad (10)$$

A escala da espessura da camada limite da concentração depende do tamanho relativo de δ_C e δ_T . Integrando a equação do constituinte químico (10) da parede até um ponto além das camadas limites, obtemos:

$$\frac{d}{dy} \int_0^X v(C - C_\infty) dx = -\gamma v_0 \left[\frac{\partial C}{\partial x} \right]_{x=0} \quad (11)$$

onde $X = \max(\delta_C, \delta_T)$

A equação (11) pode ser expressa em termos escalares por:

$$\frac{v \Delta C}{H} \min(\delta_C, \delta_T) \sim \gamma v \frac{\Delta C}{\delta_C} \quad (12)$$

Assim, o desenvolvimento mostra duas novas possibilidades: a) $\delta_C \ll \delta_T$ e b) $\delta_C \gg \delta_T$

a) $\delta_C \ll \delta_T$. Combinando as equações (12) e (7), obtemos

$$\delta_C \sim (\gamma H)^{1/2} \quad e \quad Sh \sim \left(\frac{\gamma}{H} \right)^{-1/2} \quad (13)$$

onde $Sh \sim H/\delta_C$

Como $\delta_C \ll \delta_T$, teremos a validade da escala do número de Sherwood assegurada na faixa:

$$\frac{\gamma}{H} Ra \ll 1 \quad (14)$$

b) $\delta_C \gg \delta_T$. No extremo oposto, combinando as expressões (7) e (12) resulta:

$$\delta_C \sim \gamma Ra^{1/2} \quad e \quad Sh \sim \left(\frac{\gamma}{H} \right)^{-1} Ra^{-1/2} \quad (15)$$

e o campo de validade se torna o campo complementar ao obtido anteriormente:

$$\frac{\gamma}{H} Ra = Ra_\gamma \gg 1 \quad (16)$$

Dirigido pela transferência de massa.

Como $|\beta\Delta T| \ll |\beta_c\Delta C|$, temos a escala da velocidade vertical:

$$v \sim \frac{gK}{\nu} \beta_c \Delta T \quad (17)$$

A equação do constituinte químico (10) nos mostra um balanço

$$\frac{v\Delta C}{H} \sim \frac{\gamma v\Delta C}{\delta_c^2} \quad (18)$$

portanto as escalas da espessura da camada limite e do número de Sherwood são:

$$\delta_c \sim (\gamma H)^{1/2} \quad \text{e} \quad Sh \sim \left(\frac{\gamma}{H}\right)^{-1/2} \quad (19)$$

Para a obtenção da escala de δ_T , procede-se da mesma maneira utilizada na obtenção de δ_c no caso de escoamento dirigido pela transferência de calor. Assim

a) $\delta_c \ll \delta_T$. Neste caso temos

$$\delta_T \sim H^{3/2} (Ra|N|)^{-1} \gamma^{-3/2} \quad (20)$$

que é válida enquanto

$$Ra_\gamma \ll 1 \quad (21)$$

Para esta faixa de parâmetro, a escala do número de Nusselt será:

$$Nu \sim \left(\frac{\gamma}{H}\right)^{1/2} Ra|N| \quad (22)$$

b) $\delta_c \gg \delta_T$. Analogamente ao item anterior, temos:

$$\delta_T \sim H (Ra|N|)^{-1/2} \quad (23)$$

com validade para

$$Ra_\gamma \gg 1 \quad (24)$$

e o número de Nusselt com escala:

$$Nu \sim (Ra|N|)^{1/2} \quad (25)$$

VERIFICAÇÃO DAS ORDENS DE GRANDEZA ESTABELECIDAS

Para a solução das equações governantes do escoamento são introduzidos perfis similares adimensionais para a velocidade vertical $v, f'(\eta)$; temperatura $\theta'(\eta)$; concentração, $c(\eta)$. Para simplificar a condição de contorno considera-se que

$$v = v_0 \cdot f'(\eta) \quad (26)$$

onde $v_0 = v_0(y)$, a velocidade vertical na parede da superfície vertical.

Para o Caso 2 temos:

$$v_0 = -\frac{\alpha}{\gamma} Ra_\gamma \quad (27)$$

onde

$$Ra_\gamma = \frac{g\beta K y (T_o - T_\infty)}{\alpha \nu} \quad (28)$$

A variável de similaridade adequada é

$$\eta = \frac{x}{y Ra_\gamma^{-1/2}} \quad (29)$$

e ainda

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{\Delta T} \quad \text{e} \quad c(\eta) = \frac{C - C_\infty}{\Delta C} \quad (30)$$

reduzindo as equações governantes a:

$$f'' = -\theta' - Nc' \quad (31)$$

$$\theta'' = \frac{1}{2} f\theta' \quad (32)$$

$$c'' = \frac{c'}{f'} \left[f'' + Ra_\gamma \frac{f}{2} \right] \quad (33)$$

O Caso 1 já está relatado em Bejan e Khairy [7]. Adotando o mesmo procedimento para o Caso 3,

$$f'' = -\theta' - Nc' \quad (34)$$

$$\theta'' = -\frac{\theta'}{f'} \left[f'' + \frac{f}{2} \right] \quad (35)$$

$$c'' = \frac{1}{2} Ra_\xi f c' \quad (36)$$

e para o Caso 4:

$$f'' = -\theta' - Nc' \quad (37)$$

$$\theta'' = -\frac{\theta'}{f'} \left[f'' + \frac{f}{2} \right] \quad (38)$$

$$c'' = -\frac{\theta'}{f'} \left[f'' + Ds \frac{f}{2} \right] \quad (39)$$

onde $Ra_\xi = \frac{\xi}{H} Ra Le$ e $Ds = \frac{\xi}{\gamma}$ (razão de dispersão).

Os sistemas de equações anteriores são resolvidos através de um método de Runge-Kutta melhorado, de forma a superar os problemas advindos das não-linearidades acopladas [9]. Os valores de N foram considerados na faixa $-4 < N < 4$. As faixas de valores para os outros parâmetros são: Le (0-100), Ra_γ (0-100), Ra_ξ (0-150) e Ds (0-100).

Com as soluções de similaridade obtidas, podem-se comparar os perfis com as escalas obtidas. A Figura 1 mostra perfis de temperatura indicando que com a pequena espessura de camada limite térmica tem-se grande transferência de calor e que para $Ra_\xi \gg 1$, quanto maior Ra_ξ menor a transferência de calor, comprovando a escala:

$$Nu \sim \left(\frac{\xi}{H}\right)^{-1} \quad (40)$$

A Figura 2 mostra os perfis de concentração para o escoamento totalmente influenciado pelas componentes dispersivas das difusividades. Há o aumento de transferência de massa com o aumento de Ds , o que comprova a escala do número de Sherwood:

$$Sh \sim \left(\frac{\gamma}{H}\right)^{-1/2} \quad (41)$$

O número de Ra_ξ representa o efeito da dispersão hidrodinâmica apenas na difusividade térmica e as soluções similares apresentam concordância em relação aos trabalhos citados em termos de transferência de calor

CONCLUSÕES

As soluções de similaridade mostraram que há aumento de transferência de calor e massa quando a dispersão hidrodinâmica aumenta. A análise de escala mostrou-se um bom método analítico e forneceu boas indicações para as grandezas dos parâmetros envolvidos.

REFERÊNCIAS

- [1] Taylor, G.I., "Dispersion of Soluble Matter in Solvent Fluid Flow Slowly through Atabe, *Proc Royal Soc. A219*, pp. 186-203, 1953.
- [2] Saffman, P.G., "Dispersion due to Molecular Diffusion and Macroscopic Mixing in Flow through a Network of Capillaries, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 7, pp. 194-208, 1960.
- [3] Greenkorn, R.A., "Flow Phenomena in Porous Media", Marcel Dekker Inc., 1983.
- [4] Johnston, O.C. and Perkins, T.K., "A Review of Diffusion and Dispersion in Porous Media", *Pet. Trans. AIME 228*, SPEJ 70, 1963.
- [5] Georgiadis, J.G. and Catton, I., "An Effective Equation Governing Convective transport in Porous Media", *Journal of Heat Transfer Trans. of ASME*, Vol. 110, pp. 635-640, 1988.
- [6] Cheng, P. and Zheng, T.M., "Mixed Convection in Thermal Plume above a Horizontal Line Source of Heat in a Porous Medium of Infinite Extent", *Proc. 8th Int. Heat Transfer Conference*, Vol.5, pp. 2671-2675, 1986.
- [7] Bejan, A. and Khairy, K.R., "Combined Heat and Mass Transfer by Natural Convection in a Porous Medium", *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 20, pp. 315-349, 1985.
- [8] Knervold, O. and Tyvand, P., "Dispersion Effects on Thermal Convection in Porous Media", *Journal of Fluids Mechanics*, Vol. 99, pp. 673-686, 1980.
- [9] Telles, R.S., "Efeito da Dispersão Hidrodinâmica na Convecção Natural por Difusão Dupla em Meios Porosos", *Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)*, 1990.

ABSTRACT

This work deals with the effects of hydrodynamic dispersion on natural convection in porous media. It is considered the convection promoted by combination of temperature and concentration gradients. The parametrization of the phenomenon is obtained through scale analysis. Comparisons are made among the parameters of heat and mass change obtained through similarity solutions and scale analysis.

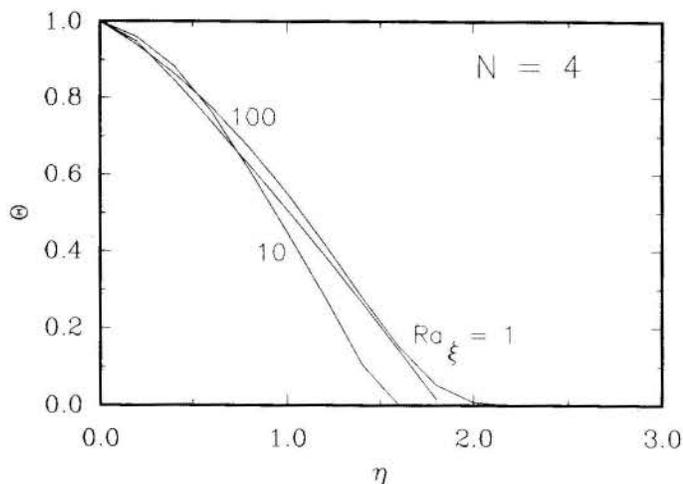


Figura 1 - Influência de Ra_ξ quando $N = 4$.

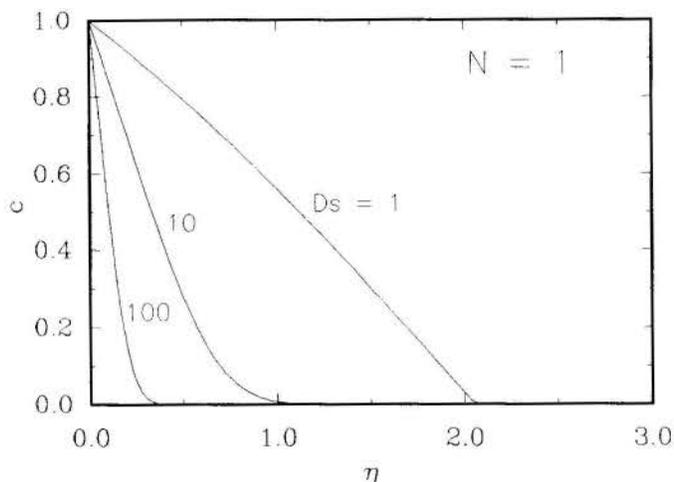


Figura 2 - Influência de Ds quando $N = 1$.

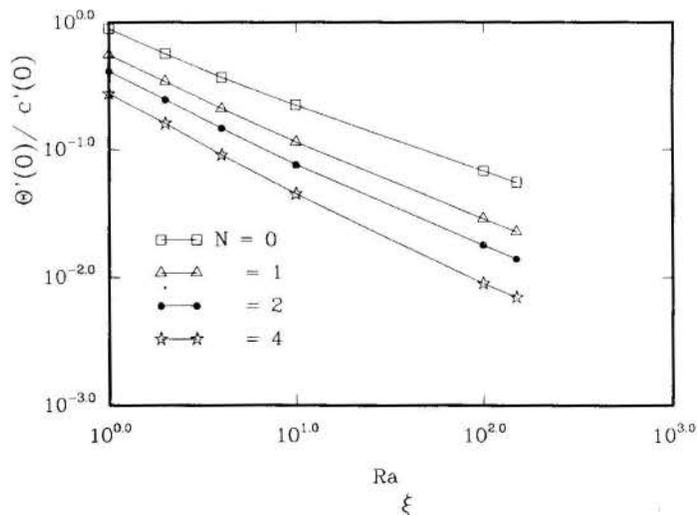


Figura 3 - Efeito de Ra_ξ na relação Nu/Sh

A Figura 3 mostra a variação de $\Theta'(0)/c'(0)$ com Ra_ξ . Isto nada mais é que a relação Nu/Sh com os parâmetros citados [9]. Pela análise de escala temos para $N = 0$:

$$Nu/Sh \sim Ra_\xi^{-1/2} \quad (42)$$

e a proporcionalidade é dada pela inclinação das retas.

ANÁLISE DE ESCOAMENTO E TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM MEIOS POROSOS SATURADOS

D. S. FREITAS E A. T. PRATA

Departamento de Eng. Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
Cx. Postal 476 - CEP 88049 - Florianópolis, SC

RESUMO

Equações governantes para variáveis médias em problemas de transporte em meios porosos saturados são deduzidas a partir da Mecânica do Contínuo. Para a modelagem dos termos desconhecidos resultantes do processo de média, recorre-se a outras abordagens e ao auxílio de experimentos. Quando comparada com resultados experimentais para meios porosos de esferas, a formulação apresenta boa concordância, comprovando a validade da teoria de médias volumétricas na simulação deste tipo de problema.

INTRODUÇÃO

A dinâmica do escoamento de fluidos em um meio poroso se apoiou por um longo tempo no resultado conhecido como lei de Darcy. Com as diversas aplicações de meio poroso (tais como reatores catalíticos na indústria química), alguns termos foram adicionados à lei de Darcy heurísticamente, de forma a permitir a solução dos chamados "problemas não-Darcianos".

A base fundamental para uma dedução formal de uma equação para a conservação da quantidade de movimento em meios porosos vem dos trabalhos de Slattery (1978) e Whitaker (1969). A primeira vez em que é apresentado um conjunto de equações em uma forma que permite sua utilização em problemas de engenharia associados a meios porosos saturados, bem como uma interpretação física para alguns de seus termos é, aparentemente, o trabalho de Vafai e Tien (1981). Recentemente, Sozen e Vafai (1990) assumem não-equilíbrio entre as fases sólida e fluida em um meio poroso para estudar o escoamento e a transferência de calor entre placas paralelas.

No presente artigo, com base no processo de médias de Slattery (1978) e Whitaker (1969), são obtidas equações governantes para os processos de transporte em meios porosos saturados. As fases fluido e sólido são consideradas separadamente e as equações de transporte, deduzidas isoladamente para cada fase, são interligadas por meio de termos-fonte. O auxílio de experimentos, bem como a utilização de outras abordagens (como a de Bear, 1972), também estão presentes ao longo das deduções, na modelagem dos termos resultantes do processo de média que não ficam claros do ponto de vista físico.

A teoria apresentada permite a solução de um problema de transporte convectivo em meios porosos saturados, considerando a condução de calor na fase sólida. Não são utilizados os conceitos de "condutividade equivalente" ou "difusividade equivalente", mas sim conceitos como "tortuosidade" e "dispersão", os quais surgem naturalmente do processo de médias.

As equações são, então, particularizadas para meio poroso constituído de esferas, sendo em seguida adimensionalizadas e discretizadas. O modelo obtido ao final é testado com a simulação de experimentos em leito de esferas compactadas para as geometrias de placas paralelas e duto cilíndrico.

TEORIA DE MÉDIAS VOLUMÉTRICAS

O escoamento no interior dos poros é muito complicado e é impraticável acompanhar individualmente cada partícula de fluido, como na Mecânica do Contínuo. Slattery (1978) propõe então que a análise do escoamento seja feita para volumes relativamente grandes dentro do meio. Perde-se, com isto, algumas informações, que terão que ser recuperadas com o auxílio de outros modelos e de resultados experimentais. Tal representação será adotada nos parágrafos seguintes.

Média Volumétrica Local. Uma vez que a análise do escoamento estará sendo feita em volumes-amostra, é necessário que se definam grandezas médias associadas aos mesmos. Matematicamente, há duas definições possíveis para as médias volumétricas, sendo ambas utilizadas no processo de obtenção das equações governantes para as variáveis médias.

A chamada média volumétrica global de uma grandeza Ψ qualquer numa fase f qualquer é definida como

$$\langle \Psi_f \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_f} \Psi_f dV \quad (1)$$

sendo V_f o volume ocupado pela fase f dentro do volume-amostra V . Pode-se definir também a média volumétrica intrínseca de Ψ_f ,

$$\langle \Psi_f \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \Psi_f dV \quad (2)$$

Note-se que no caso de f representar a fase fluida, a relação entre as duas médias representa a relação entre volume de vazios e volume total do volume-amostra, o que é conhecido como a porosidade do meio, $\varepsilon = V_f / V$.

EQUAÇÕES GOVERNANTES

É necessário transformar as equações locais em equações governantes para as variáveis médias. Assim, sendo $f(\Psi)=0$ uma equação válida localmente, o processo de médias consiste em integrar $f(\Psi)$ dentro do volume-amostra e modelar os termos desconhecidos que

resultarem até conseguir um sistema fechado de equações governantes em termos apenas das variáveis médias. Tal procedimento pode ser representado por

$$f(\Psi) \xrightarrow[\text{processo de médias}]{\text{processo de médias}} \langle f(\Psi) \rangle \quad (3)$$

A ferramenta matemática básica para o processo de médias foi desenvolvida por Slattery (1978); é o chamado Teorema da Média de um Gradiente, que estabelece, para a fase fluida, que

$$\langle \nabla \Psi_f \rangle = \nabla \langle \Psi_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \Psi_f \hat{n} dA \quad (4)$$

onde A_{fs} é a fronteira entre as fases fluida e sólida dentro do volume-amostra e \hat{n} é uma normal unitária dirigida da fase fluida para a sólida.

A integração das equações locais no volume-amostra nem sempre leva a termos com interpretação física clara. Para contornar este problema, em alguns pontos da dedução as grandezas locais na fase fluida foram decompostas de acordo com

$$\Psi_f = \langle \Psi_f \rangle^f + \tilde{\Psi}_f \text{ no fluido e } \Psi_f = 0 \text{ no sólido} \quad (5)$$

ou seja, em cada ponto, o valor local difere da média apenas por uma flutuação. Uma decomposição análoga pode ser feita para as grandezas locais na fase sólida.

A primeira consequência desta decomposição é a versão de Gray (1975) para o Teorema da Média de um Gradiente,

$$\langle \nabla \Psi_f \rangle = \epsilon \nabla \langle \Psi_f \rangle^f + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \tilde{\Psi}_f \hat{n} dA \quad (6)$$

em que agora o primeiro termo do lado direito contém a média volumétrica intrínseca e não a global. Espera-se que a média intrínseca de uma variável qualquer Ψ , por ser efetuada apenas no domínio de interesse, chegue mais próximo à ordem de grandeza real de Ψ e seja, portanto, mais consistente fisicamente.

Obtenção das equações. Parte-se das equações locais a nível de poro estabelecidas pela Mecânica dos Fluidos, e, após a integração no volume-amostra, chega-se a

(i) conservação da massa

$$\nabla \cdot \langle \vec{v}_f \rangle = 0 \quad (7)$$

onde \vec{v}_f é o vetor velocidade de uma partícula de fluido no interior dos poros;

(ii) conservação da quantidade de movimento

$$\frac{\rho_f}{\epsilon} \nabla \cdot \left[\epsilon \langle \vec{v}_f \rangle^f \langle \vec{v}_f \rangle^f \right] = -\nabla \langle P_f \rangle^f + \frac{\mu_f}{\epsilon} \nabla^2 \langle \vec{v}_f \rangle + \vec{\Phi}$$

onde $\vec{\Phi}$ =

$$\frac{1}{\epsilon} \left[\frac{1}{V} \int_{A_{sf}} \tilde{P}_f \hat{n} dA - \rho_f \nabla \cdot \langle \tilde{\vec{v}}_f \tilde{\vec{v}}_f \rangle + \frac{\mu_f}{V} \int_{A_{sf}} \nabla \tilde{\vec{v}}_f \cdot \hat{n} dA \right]$$

em que ρ_f é a massa específica do fluido e P_f é uma pressão local na fase fluida;

(iii) conservação da energia no fluido

$$\rho_f c_{p_f} \nabla \cdot \left[\langle \vec{v}_f \rangle \langle T_f \rangle^f \right] - \nabla \cdot \left[k_f \epsilon \left(\nabla \langle T_f \rangle^f + \vec{J}_T \right) \right] + \rho_f c_{p_f} \nabla \cdot \langle \tilde{T}_f \tilde{\vec{v}}_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{sf}} \vec{q}_f \cdot \hat{n} dA = 0 \quad (9)$$

em que k_f é a condutividade térmica molecular do fluido e T_f é a temperatura de uma partícula no interior dos poros;

(iv) conservação da energia no sólido

$$\nabla \cdot \left[k_s (1-\epsilon) \left(\nabla \langle T_s \rangle^s + \vec{J}_s \right) \right] + \frac{1}{V} \int_{A_{sf}} \vec{q}_s \cdot \hat{n} dA = 0 \quad (10)$$

onde k_s é a condutividade térmica molecular da matriz sólida.

As equações (7) a (10) são consequência imediata da aplicação dos teoremas de Slattery e Gray e da decomposição das variáveis locais (eq. 5). A maior parte de seus termos possui um significado físico claro, de modo que eles podem ser diretamente relacionados com grandezas de interesse prático.

Fechamento das equações. Para a modelagem daqueles termos que não permitem uma interpretação física direta, foi necessário recorrer a outras abordagens e ao auxílio de modelos simplificados. O procedimento adotado é descrito a seguir para os principais pontos tratados.

1) Segundo Tien (1981), na equação da conservação da quantidade de movimento o termo de aceleração perde rapidamente sua importância e pode ser desprezado. O termo desconhecido $\vec{\Phi}$ pode ser modelado com o auxílio do experimento de Ergun (1952), pela análise de um escoamento longe de fronteiras sólidas;

2) o termo que envolve média de produto de flutuação na equação (9) é chamado termo de dispersão e é usualmente modelado como um mecanismo de difusão (Whitaker, 1977 e Gray, 1975);

3) no termo difusivo da equação (9) aparece uma grandeza vetorial somada ao gradiente. Matematicamente, ela significa que o fluxo difusivo não segue na direção do gradiente. Admite-se, então, que a topologia tortuosa do meio poroso seja responsável por este desvio, e o mesmo é modelado com base no conceito de tortuosidade (\vec{J}) de Bear (1972), a partir de um modelo para um capilar isolado (Freitas, 1991);

4) a troca de calor entre as fases aparece como uma integral de superfície. Modelando a troca para uma esfera isolada, pode-se obter, com o auxílio de dados experimentais, expressões para avaliá-la em termos das grandezas de interesse,

$$q^* = \frac{6}{d} h (1-\epsilon) \left(\langle T_f \rangle^f - \langle T_s \rangle^s \right) \quad (11)$$

Nestas expressões, h é o coeficiente de troca de calor medido experimentalmente (Wakao e Kagueli, 1982) e d é o diâmetro de uma esfera.

Após a aplicação destes modelos, o sistema de equações pode ser escrito, em uma forma fechada, como

$$(i) \nabla \cdot \langle \vec{v}_f \rangle = 0 \quad (12)$$

$$(11) -\nabla \langle P_f \rangle^f + \frac{\mu_f}{\varepsilon} \nabla^2 \langle \vec{v}_f \rangle - \frac{\mu_f}{K} \langle \vec{v}_f \rangle + \rho_f A |\langle \vec{v}_f \rangle| \langle \vec{v}_f \rangle = 0 \quad (13)$$

$$(iii) \rho_f c_{Pf} \langle \vec{v}_f \rangle \cdot \nabla \langle T_f \rangle^f = \nabla \cdot \left(k_e^f \nabla \langle T_f \rangle^f \right) - q^* \quad (14)$$

onde

$$k_e^f = \frac{\varepsilon k_f}{\tau_T^2} + \gamma_T \rho_f c_{Pf} \ell |\langle \vec{v}_f \rangle| \quad (15)$$

$$(iv) \nabla \cdot \left(k_e^s \nabla \langle T_s \rangle^s \right) + q^* = 0 \quad (16)$$

onde

$$k_e^s = \frac{(1-\varepsilon) k_s}{\tau_T^2} \quad (17)$$

As equações (15) e (17) representam o equivalente, no campo das médias volumétricas, aos coeficientes efetivos de transferência de calor em meios porosos. Note-se que, além dos coeficientes difusivos moleculares específicos a cada caso, há apenas parâmetros que, supostamente, devem depender apenas da estrutura do meio poroso. Basicamente, é preciso apenas encontrar expressões adequadas para a tortuosidade do meio (τ), para o coeficiente de dispersão (γ) e para o comprimento de mistura (ℓ).

Na formulação apresentada foram desprezadas as difusões axiais. Esta simplificação é bastante conveniente do ponto de vista computacional, mas não é necessária para o desenvolvimento teórico. Uma estimativa para os limites de sua validade pode ser encontrada em Freitas (1991).

PARTICULARIDADES DE LEITOS FIXOS DE ESFERAS

Para completar o tratamento teórico, a estrutura do meio poroso deve ser caracterizada, ou seja, algumas propriedades deverão ser definidas ou medidas experimentalmente. Neste trabalho, as grandezas relevantes são a permeabilidade (K), o coeficiente de Forschheimer (A), a porosidade (ε), a tortuosidade (τ) e a dispersão (γ).

Foi observado experimentalmente que no caso de esferas compactadas pode-se esperar que o escoamento tenha uma região de entrada hidrodinâmica curta (Tien, 1981), perfil plano na região central (ver fig. 1), e que a velocidade média aumente próximo às paredes, como mostra a figura 1; tal efeito é produzido pelo aumento de porosidade nesta região e é comumente denominado de efeito canal.

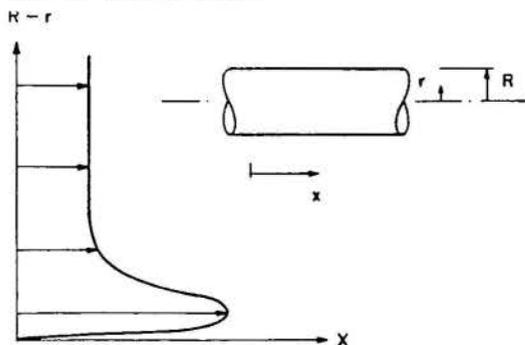


Fig. 1. Perfil de velocidades médias típico em leito de esferas compactadas

De acordo com um levantamento feito por Hunt e Tien (1988), as medidas experimentais para a

porosidade podem ser aproximadas por

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_\infty + (1-\varepsilon_\infty) \exp(-\lambda y/d) \quad (18)$$

em que y é uma coordenada medida a partir da parede do reator; ε_∞ vale 0,37 para esferas em arranjo aleatório e um valor de 6 para λ é o que melhor parece correlacionar os dados experimentais.

Conforme discutido em Freitas (1991), a tortuosidade terá uma expressão semelhante,

$$\tau(y) = \tau_\infty + (1-\tau_\infty) \exp(-\lambda y/d) \quad (19)$$

em que τ_∞ vale 1,41, em concordância com os limites discutidos por Bear (1972).

De acordo com Fand et alii (1987), as expressões para K e A são

$$K = d^2 \varepsilon^3 / \mathcal{A}_F (1-\varepsilon^2), \quad A = B_F (1-\varepsilon) / \varepsilon^3 d \quad (20)$$

em que \mathcal{A}_F e B_F variam conforme o regime em que se encontra o escoamento (Darcy, Forschheimer ou turbulento)

O coeficiente de dispersão, aparentemente, depende do modelo adotado para o comprimento de mistura (ℓ). Para uma variação linear do comprimento de mistura na região próxima às paredes, sabe-se que o coeficiente de dispersão (γ) é da ordem de 0,1, conforme Wakao e Kaguei (1982). A definição de γ fecha o problema e permite que sejam obtidas soluções numéricas.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na obtenção do conjunto de equações governantes (eqs. (12) a (17)), há muitas sutilezas. Muitos modelos auxiliares tiveram que ser incorporados à abordagem de médias volumétricas a fim de torná-la completa. Para verificar se o modelo obtido ao final consegue realmente prever fenômenos de transporte em meios porosos saturados, nesta seção ele é utilizado na simulação de dois experimentos, sendo um para a geometria de placas paralelas e outro para duto cilíndrico.

As equações foram particularizadas para os casos de sistemas de coordenadas cartesianas e cilíndricas, sendo em seguida adimensionalizadas e discretizadas. O campo de velocidades não depende das demais variáveis dependentes e a sua solução para cada seção transversal do duto é obtida pelo algoritmo de Thomas, ou TDMA (Patankar, 1980). As equações (14) e (16) estão acopladas e são resolvidas pelo método das caixas de Keller (Cebeci e Bradshaw, 1984). Sua aplicação é adequada a este caso porque, entre outras características, permite a obtenção de erros de segunda ordem com espaçamentos arbitrários e também permite uma fácil programação de um grande número de equações acopladas.

O problema de placas paralelas foi resolvido com 50 pontos na direção transversal, concentrados junto à parede, com um avanço longitudinal na variável adimensional de 0,0001, constante. No caso da geometria cilíndrica foram utilizados 100 pontos ao longo do raio do duto, concentrados próximo à parede. O primeiro avanço na direção longitudinal foi de 0,002 mm; cada novo avanço correspondeu ao anterior multiplicado por 1,035.

Renken e Poulidakos (1988) apresentam medidas de Nusselt e temperatura para um escoamento de água através de um meio poroso constituído de esferas de vidro, entre duas placas paralelas mantidas a temperatura constante. As figuras 2a e 2b mostram uma comparação entre o modelo teórico e os resultados experimentais para o número de Nusselt na região de entrada para uma vazão baixa ($B=1,91 \times 10^7$) e para uma vazão mais alta ($B=8,16 \times 10^7$). A concordância entre o experimento e o modelo é muito boa. Para a obtenção dos resultados teóricos mostrados nas figuras 2a e 2b foi necessário empregar um modelo parabólico para o

comprimento de mistura (ver eq. (16)). Este modelo, proposto por Tien (1988), contrasta com o modelo linear usualmente utilizado.

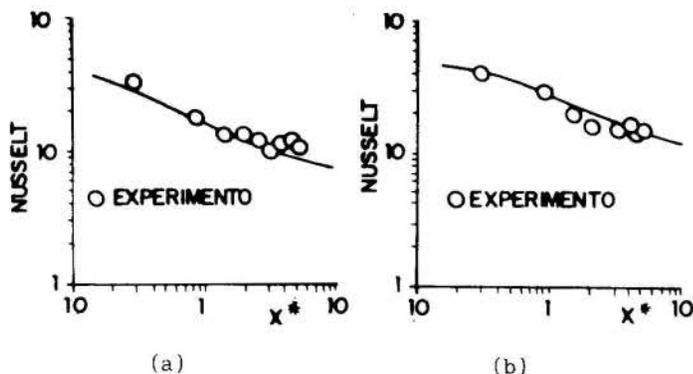


Fig. 2. Número de Nusselt na região de entrada para o escoamento entre placas paralelas; a) $B = 1,91 \times 10^7$ e b) $B = 8,16 \times 10^7$

Particularizando a formulação para coordenadas cilíndricas e aplicando as condições de contorno do experimento descrito em Freire e Massarani (1990), obtêm-se resultados como os das figuras 3a e 3b. Pode-se notar que o modelo permite prever o campo de temperaturas, tanto para seções próximas à entrada do duto (figura 3a) como para posições mais avançadas no interior do duto (figura 3b). Uma análise mais completa do experimento foi apresentada por Freitas e Prata (1991), com o intuito de participar da discussão apresentada no artigo de Freire e Massarani, com relação às condições de contorno usualmente empregadas no projeto de reatores de leito fixo. Verificou-se que é possível reproduzir numericamente bem os resultados experimentais sem a necessidade de uma determinação experimental de coeficientes artificiais de transferência de calor.

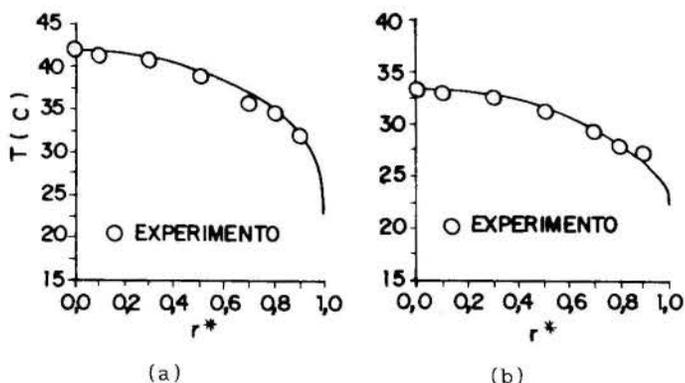


Fig. 3. Perfil radial de temperatura para o escoamento em dutos cilíndricos; a) posição a 30 mm da entrada do duto b) posição a 200 mm da entrada do duto

CONCLUSÃO

Em meios porosos saturados, é muito difícil acompanhar individualmente as partículas de fluido, mas o comportamento médio de grupos de partículas pode ser previsto e permite uma boa compreensão dos fenômenos físicos envolvidos. Neste trabalho, com base no processo de médias de Slattery (1978) e Whitaker (1969), são obtidas equações governantes para os processos de transporte relativos a grupos de partículas em meios porosos saturados. Diversas abordagens são associadas, de modo a obter um modelo fechado, mas completo o suficiente para ser aplicado a casos reais. Na comparação com resultados experimentais, o modelo revela-se muito bom tanto para a geometria de dutos cilíndricos como para o escoamento entre placas paralelas.

REFERÊNCIAS

- Bear, J., "Dynamics of Fluids in Porous Media", Editora American Elsevier, New York, 1972.
- Cebeci, T. e Bradshaw, P., "Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer", Springer-Verlag, New York, 1984.
- Darcy, H., "Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon", Dalmont, Paris, 1856.
- Ergun, S., "Fluid Flow Through Packed Columns", Chem. Eng. Progress, Vol. 48, nr. 2, pp. 89-94, 1952.
- Fand, R. M., Kim, B.Y.K., Lam, A.C.C. e Phan, R.T., "Resistance to the Flow of Fluids Through Simple and Complex Porous Media Whose Matrices are Composed of Randomly Packed Spheres", Journal of Fluids Engineering, Vol. 109, pp. 268-274, 1987.
- Freire, J.T. e Massarani, G., "Modelo Pseudo-Homogêneo para a Análise da Transferência de Calor em Reator de Leito Fixo", III Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Vol. II, pp. 701-704, Itapema, S.C., 1990.
- Freitas, D.S., "Transporte Convectivo de Calor e Massa em Meios Porosos", Dissertação de Mestrado, UFSC, 1990.
- Freitas, D.S. e Prata, A.T., "Formulação em Mecânica do Contínuo para o Transporte Convectivo de Calor e Massa em Meios Porosos Saturados", XIX Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos, Campinas, S.P., 1991.
- Gray, W., "A Derivation of the Equations for Multi-Phase Transport", Chem. Eng. Sci., Vol. 30, pp. 229-233, 1975.
- Hunt, M.L. e Tien, C.L., "Non-Darcian Convection in Cylindrical Packed Beds", Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 378-384, 1988.
- Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Co., New York, 1980.
- Renken, K.J. e Poulikakos, D., "Experiment and Analysis of Forced Convective Heat Transport in a Packed Bed of Spheres", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 31, nr. 7, pp. 1399-1408, 1988.
- Slattery, J.C., "Momentum, Energy and Mass Transfer in Continua", Krieger, New York, 1978.
- Sozen, M. e Vafai, K., "Analysis of Energy and Momentum Transport for Fluid Flow Through a Porous Bed", Journal of Heat Transfer, Vol. 112, pp. 690-699, 1990.
- Tien, C.L., "Transverse Dispersion in Packed Beds", ASME Proceedings of the 1988 National Heat Transfer Conference, Houston, TX, Jul. 24-27, 1988, publ. by ASME, New York, 1988, pp. 629-634.
- Vafai, K. e Tien, C.L., "Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 24, pp. 195-203, 1981.
- Wakao, N. e Kaguei, S., "Heat and Mass Transfer in Packed Beds", Gordon and Breach Publishers Inc., New York, 1982.
- Whitaker, S., "Advances in Theory of Fluid Motion in Porous Media", Ind. Engng. Chem., Vol. 61, pp. 14-28, 1969.
- Whitaker, S., "Simultaneous Heat, Mass and Momentum Transfer in Porous Media: A theory of Drying", Advances in Heat Transfer, Vol. 13, pp. 119-203, Academic Press, New York, 1977.

ABSTRACT

Governing equations for average variables related to transport phenomena in saturated porous media are derived on the basis of the Continuum Mechanics. The modelling of the unknown terms that come out of the averaging process is performed with the aid of other approaches and experimental data. The resulting formulation is in good agreement with experimental data for channels filled with packed spheres.

TRANSFERENCIA DE CALOR E MASSA EM TORNO DE CABOS ELÉTRICOS ENTERRADOS

D. S. FREITAS E A. T. PRATA

Departamento de Eng. Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
Cx. Postal 476 - CEP 88049 - Florianópolis, SC

RESUMO

São apresentados resultados para a simulação numérica das equações que governam os mecanismos de transferência de calor e massa na sala úmida que circunda cabos elétricos enterrados. As equações incorporam a dependência das propriedades termofísicas e de transporte com o conteúdo de umidade e a temperatura. Comparações com modelos mais simples, onde as propriedades são assumidas constantes, indicam que para condições específicas tais modelos podem fornecer resultados satisfatórios. Sob condições de umidade do solo mais baixa, verificou-se uma zona seca em torno do cabo.

INTRODUÇÃO

A transmissão de energia elétrica desde as usinas geradoras até os centros consumidores tem que ser feita de acordo com as peculiaridades das regiões que atravessam. Em zonas rurais os condutores são suportados por torres metálicas: é a chamada instalação aérea. No perímetro urbano isto não é mais possível, por problemas de espaço e de segurança, e a instalação deve ser enterrada.

Condutores elétricos geram calor por efeito Joule. Em instalações aéreas a troca de calor com o vento é bastante eficiente e o calor gerado é facilmente dissipado. Quando estão enterrados, o responsável pela manutenção da sua temperatura a níveis seguros passa a ser o material de que é feito o aterro, o qual é composto, sempre que possível, do próprio solo do local onde deve ser feita a instalação. Se este solo não consegue retirar calor suficiente, a temperatura na superfície do cabo sobe e o isolamento elétrico pode ser danificado. Por outro lado, a substituição do solo local por algum outro material mais eficiente termicamente deve ser cuidadosamente estudada, pois o custo de instalação de cabos enterrados é bastante elevado.

O problema da transferência de calor em solos é bastante complexo. A fig. 1 mostra esquematicamente um cabo de potência enterrado em um solo úmido. Quando se inicia a transmissão de potência, a região em torno do cabo aquece e a umidade ali presente começa a evaporar, aumentando, portanto, a pressão de vapor nos poros. Cria-se, então, um gradiente de pressão de vapor em relação ao solo distante, mais frio. Devido a este gradiente surge um fluxo de vapor, que tem como consequência secar o solo que circunda o cabo. Por outro lado, tal processo de secagem deixa a região que contém material seco (S) com um potencial de sucção muito elevado, o que leva água a migrar por capilaridade para esta região, a partir da região úmida (U). É comum em engenharia de solos tomar por S uma região que tenha conteúdo de umidade menor do que um q mínimo, muito próximo de zero. Além disto, a fronteira entre S e U é normalmente denominada uma "frente de secagem". Com o aquecimento do solo, o processo tende a atingir equilíbrio e a frente de secagem a ficar estacionária. A posição da frente depende, evidentemente, dentre outras coisas, da relação entre os fluxos de vapor e de líquido, que está associada às propriedades do solo. Tal relação pode determinar também a ocorrência de uma situação em que a região adjacente à superfície do cabo seca muito rapidamente, após o início do aquecimento. Como a

resistividade térmica do solo seco é muito maior do que a do solo úmido, neste caso a temperatura da superfície do cabo chegará muito rapidamente a um nível perigoso, antes mesmo que o processo atinja regime permanente.

A situação em discussão caracteriza um problema de transporte de calor e massa acoplados, em regime transiente, em meios porosos insaturados. As equações governantes, baseadas na teoria de Philip e de Vries (1958), são fortemente acopladas e todos os coeficientes variam com temperatura e umidade.

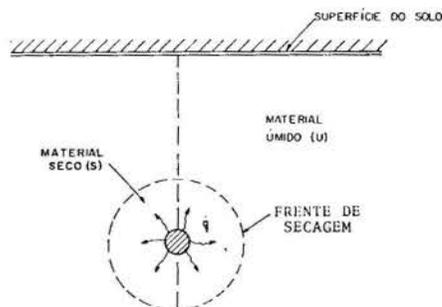


Fig. 1. Situação esquemática de um cabo em funcionamento

O presente artigo apresenta resultados para a solução numérica destas equações. Os resultados são comparados com um método empírico atualmente empregado por alguns fabricantes de cabos elétricos. De acordo com este método, supõe-se a existência de uma isoterma crítica que divide o solo que circunda o cabo em uma região completamente seca e uma região úmida, com umidade constante.

EQUAÇÕES GOVERNANTES

As equações governantes para o transporte de massa devem representar a conservação de umidade, tanto no estado líquido como vapor, e a conservação da massa de ar no interior dos poros a nível macroscópico. Segundo Hartley (1987, pág.202), princípios macroscópicos deste tipo são válidos em meios porosos desde que o volume diferencial considerado seja pequeno com relação às dimensões globais do meio, mas grande relativamente ao tamanho do poro. Um volume que obedeça a estas especificações será aqui chamado "volume-amostra".

Por unidade em uma amostra V entende-se o volume

ocupado pela fase líquida (V_l) adicionado ao volume ocupado pelo vapor se ele fosse condensado. A equação da conservação da umidade para um solo úmido é dada por,

$$\frac{\partial(\rho_l \theta)}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{j}_w \quad (1)$$

onde

$$\theta = \theta_l + \theta_v, \quad \vec{j}_w = \vec{j}_v + \vec{j}_l, \\ \theta_l = \frac{V_l}{V}, \quad \theta_v = \frac{\rho_v}{\rho_l} (\epsilon - \theta_l), \quad \epsilon = \frac{V_l + V_g}{V}$$

De maneira semelhante à conservação da umidade, a conservação da massa aplicada ao ar estabelece que,

$$\frac{\partial[\rho_a (\epsilon - \theta_l)]}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{j}_a \quad (2)$$

Nas equações (1) e (2), θ é o conteúdo volumétrico de umidade, ρ é a massa específica e \vec{j} o fluxo difusivo.

A expressão para a conservação da energia em um meio poroso insaturado fornece (Hartley, 1987, p.204),

$$\left[C + h_{1v} (\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + (\epsilon - \theta_l) \frac{P}{T} \frac{\partial T}{\partial t} + \right. \\ \left. + \left[h_{1v} (\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta} + P - h_{1v} \rho_v \right] \frac{\partial \theta_l}{\partial t} = -\nabla \cdot (k_{ef} \nabla T) + \right. \\ \left. - \nabla \cdot (\vec{j}_v h_{1v}) - (c_{pl} \vec{j}_w + c_{pa} \vec{j}_a) \cdot \nabla T \quad (3)$$

onde h_{1v} é o calor latente de vaporização, k_{ef} é a condutividade efetiva do meio, C é a capacidade calorífica e c_p o calor específico; P é a pressão e T é a temperatura.

A contribuição do vapor para o conteúdo de umidade total é muito baixa, ou seja, $\theta \ll \theta_l$. Desta forma, nas equações que seguem serão utilizadas indiscriminadamente as variáveis θ e θ_l .

As equações (1), (2) e (3) estão completas, exceto pela determinação dos fluxos mássicos j_l , j_v e j_a . A seguir são apresentadas expressões para os fluxos de líquido, vapor e ar, seguindo a abordagem de Philip e de Vries (1958).

Em meios porosos saturados, a lei de Darcy determina que o fluxo de líquido é proporcional ao gradiente de pressão. No caso de meios porosos insaturados, o fluido migra da região que tem menos capacidade de absorver água para a que tem maior capacidade por capilaridade. O potencial adequado é, portanto, o chamado potencial matricial e está relacionado com o movimento do líquido por capilaridade dentro dos poros. O potencial matricial (ψ) em função do conteúdo de umidade (θ) é normalmente dado em metros de coluna do líquido que está presente nos poros, de modo que a lei de Darcy, modificada para meios porosos insaturados pode ser escrita como

$$\vec{j}_l = \vec{v}_l = -\rho_l g \frac{K_{sat} k_{rl}}{\mu_l} (\nabla \psi - \vec{k}) \quad (4)$$

onde k é um vetor unitário na direção e sentido do vetor gravidade, e k_{rl} , permeabilidade relativa, vale um na saturação e decresce até zero à medida que o conteúdo de umidade diminui até o ponto em que não há mais continuidade da fase líquida; ψ é dado em metros

de coluna de líquido.

Como o potencial matricial é dependente da temperatura e do conteúdo de umidade do meio, ou seja, $\psi = \psi(\theta, T)$, no trabalho de Philip e de Vries (1958) o fluxo de líquido é escrito como

$$\vec{j}_l = -\rho_l \left(D_{\theta l} \nabla \theta + D_{Tl} \nabla T - K_g \vec{k} \right) \quad (5)$$

onde

$$D_{\theta l} = \frac{\rho_l g K_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad D_{Tl} = \frac{\rho_l g K_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \frac{\partial \psi}{\partial T} \\ K_g = \frac{\rho_l g K_{sat} k_{rl}}{\mu_l}$$

Para o fluxo de vapor, uso é feito da lei de Fick, com o coeficiente de difusão adequadamente modificado para uso em meio poroso. Assim, lembrando que a densidade do vapor depende da temperatura e do conteúdo de umidade, os fluxos de vapor e ar, na notação de Philip e de Vries, podem ser escritos como, respectivamente,

$$\vec{j}_v = -(D_{\theta v} \nabla \theta + D_{Tv} \nabla T), \quad \vec{j}_a = -(D_{\theta a} \nabla \theta + D_{Ta} \nabla T) \quad (6)$$

em que as difusividades de vapor e ar são definidas por

$$D_{\theta v} = \frac{D_{va} R_g}{\rho_l R_a} \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta} = -D_{\theta a} \quad (7)$$

$$D_{Tv} = \frac{D_{va} R_g}{\rho_l R_a} \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial T} + \frac{\rho_v}{T} \right) = -D_{Ta} \quad (8)$$

Além disto, são definidas por conveniência,

$$D_{\theta w} = D_{\theta l} + D_{\theta v}, \quad D_{Tw} = D_{Tl} + D_{Tv} \quad (9)$$

Nestas definições, $[D] = m^2/s$ e $[R] = J/kg/K$.

Após substituição dos fluxos mássicos, obtêm-se as equações de transporte em sua forma adequada para aplicação. Após análises de ordem de grandeza dos termos, tais equações se reduzem a (Hartley, 1987, pág. 212)

Conservação de água

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot \left(D_{\theta w} \nabla \theta + D_{Tw} \nabla T - K_g \vec{k} \right) \quad (10)$$

Conservação de energia

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left[\left(k_{ef} + \rho_l h_{1v} D_{Tv} \right) \nabla T + \left(\rho_l h_{1v} D_{\theta v} \right) \nabla \theta \right] \quad (11)$$

É importante notar que, de acordo com Hartley (1987), diversos termos foram desprezados com base em valores típicos das variáveis para solo de aluvião arenoso.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

De posse das equações governantes, pode-se passar à solução do problema de cabos propriamente dito.

A figura 2 mostra o problema que será resolvido. Por simplicidade numérica, é assumido que o cabo tem seção transversal quadrada com perímetro equivalente ao de um cabo circular. Comparações com a solução analítica associada a um problema puramente condutivo de um cabo circular enterrado em um meio semi-infinito mostraram ser esta uma boa aproximação.

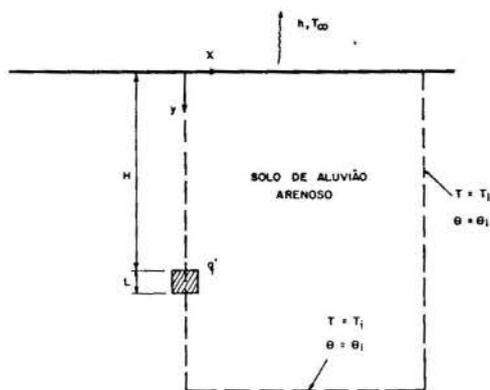


Fig. 2. Problema a ser resolvido

As condições de contorno associadas ao problema são,

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow 0} T(x, y) &= T_1 & \lim_{y \rightarrow \infty} T(x, y) &= T_1 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \theta(x, y) &= \theta_1 & \lim_{y \rightarrow \infty} \theta(x, y) &= \theta_1 \end{aligned} \quad (12)$$

2) Fronteira impermeável (calçada)

$$\vec{j}_w = -\rho_1 \left(D_{\theta w} \nabla \theta + D_{Tw} \nabla T - K_g \vec{k} \right) = 0 \quad (13)$$

3) No interior do cabo prescreve-se uma geração de calor q'

4) Condição de simetria

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{em } x=0 \quad (14)$$

5) Convecção na superfície do solo, $y=0$

$$\begin{aligned} q_y &= h (T_\infty - T) \\ &= - \left(k_{ef} + \rho_1 h_{lv} D_{Tv} \right) \frac{\partial T}{\partial y} - \rho_1 h_{lv} D_{\theta v} \frac{\partial \theta}{\partial y} \end{aligned} \quad (15)$$

SOLUÇÃO NUMÉRICA

Expressões para as propriedades do solo em função do conteúdo de umidade e da temperatura foram extraídas de Couvillion (1981), para solo de aluvião arenoso.

As equações diferenciais do problema foram resolvidas pelo método de volumes finitos. O domínio foi ampliado até que a posição da fronteira infinita não mais influísse na temperatura de equilíbrio do cabo.

O compromisso entre precisão e custo computacional foi alcançado com uma malha de 777 pontos, concentrada na região próxima ao cabo. Para o cálculo do transiente, cada intervalo de tempo correspondeu ao anterior multiplicado por 1,01, a partir de um Δt inicial de 100s. Quando o Δt atingia 12 horas, ele era mantido constante até que fosse atingido regime permanente.

Assumiu-se uma potência dissipada no cabo de 100 W/m. O valor de T_1 foi mantido em 20°C e foram atribuídos a θ_1 os valores de 0,155 (região em que a condutividade térmica efetiva do solo varia muito com a umidade) e 0,3 (região em que a condutividade efetiva é muito pouco sensível à umidade).

RESULTADOS

O objetivo desta investigação é determinar se o cabo elétrico está em uma condição segura de funcionamento. O primeiro ponto a analisar deve ser, portanto, a evolução da temperatura na superfície do isolamento do cabo desde o momento em que ele é ligado. A figura 3 mostra este transiente para 4

situações distintas:

- 1) condução de calor pura para o solo completamente seco;
- 2) condução de calor pura para o solo úmido, com umidade constante;
- 3) condução de calor pura, mas considerando a umidade de acordo com um modelo empírico, ou seja, para cada volume da malha:
 - se a temperatura é maior do que 50°C em um determinado ponto da malha computacional, o solo é considerado seco;
 - se a temperatura é menor do que 50°C, considera-se que o solo está úmido, com o valor da umidade inicial.
- 4) condução de calor e migração de umidade acoplados (formulação completa, conforme introduzido anteriormente).

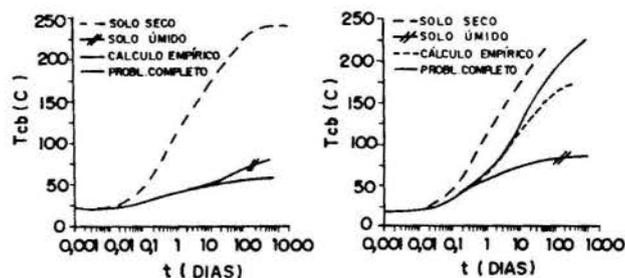
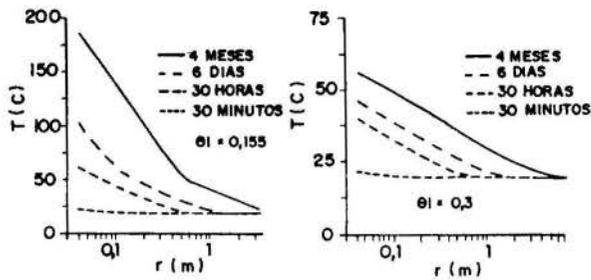


Fig. 3. Transiente na superfície do cabo
a) $\theta_1 = 0,155$ e b) $\theta_1 = 0,3$

Conforme mostrado na fig. 3, para o caso de umidade inicial mais baixa ($\theta_1 = 0,155$) e tempos menores, o cálculo empírico se aproxima da solução das equações completas. Nesta situação, o caso 4 efetivamente apresenta uma região seca em torno do cabo, o que, por hipótese, deve ocorrer no modelo empírico.

Para a umidade mais alta ($\theta_1 = 0,3$), o solo seca muito pouco em torno do cabo e a suposição de que a umidade é zero para temperaturas maiores do que 50°C fica distante da realidade. Assim sendo, a figura 3 mostra que a solução do problema completo se aproxima mais do cálculo que considera a umidade constante.

O bom resultado do modelo empírico para umidades baixas e tempos curtos sugere que se verifique a presença de regiões com condutividade térmica equivalente constante no modelo completo. Caso tal hipótese se verifique, um gráfico da temperatura ao longo do raio, quando plotado em uma escala semi-logarítmica, deve fornecer retas. De acordo com a figura 4a, verifica-se que, para umidade inicial menor, o resultado fica de fato representado por duas retas que, em regime permanente, se encontram na temperatura de 50°C. A inclinação destas retas fornece os valores de 0,3 W/mK para a condutividade térmica da região interna e 1,03 W/mK para a região externa. O valor da condutividade térmica da região interna corresponde exatamente ao de solo seco. A região mais úmida, no entanto, apresenta uma condutividade 72% maior do que aquela obtida num experimento de condução pura com um valor fixo de umidade (sem migração de umidade). Para situações de umidade mais alta, a figura 4b mostra que não há uma divisão em duas regiões, apesar de o campo ter um comportamento logarítmico. A condutividade equivalente neste caso fica em 1,93 W/mK, 16% maior do que a obtida sem levar em conta a migração de umidade. Conclui-se assim que o modelo empírico é aplicável, por dividir o solo em duas regiões com base na isoterma crítica, mas subestima o valor da condutividade térmica equivalente quando há umidade presente.



(a) (b)
Fig. 4. Temperatura radial do solo
a) $\theta_i = 0,155$ e b) $\theta_i = 0,3$

Os resultados anteriores indicam que para o modelo empírico a temperatura do cabo deve estacionar num nível mais alto do que para o modelo completo, uma vez que na região úmida, o modelo empírico utiliza valores de condutividade térmica menores do que aqueles associados ao modelo completo. Isto é o que acontece na fig. 3b, mas não é o que é observado na fig. 3a. O resultado da fig. 3a não é o que era esperado e presentemente os autores ainda não têm uma explicação para este fato. Note-se que sem o auxílio da fig. 4a é intuitivo considerar que a fig. 3a faz sentido, pois no modelo completo o conteúdo de umidade na região úmida varia, e é igual ao inicial somente no "infinito". Com uma umidade média do solo mais baixa do que a do modelo empírico, seria de esperar que no modelo completo a condutividade térmica equivalente ficasse menor, o que levaria o cabo a uma temperatura maior em regime permanente, confirmando a fig. 3a.

Os resultados obtidos com as equações completas devem ser examinados com cuidado, pois o processo numérico é instável e a sua convergência é bastante lenta. As equações estão acopladas via termo-fonte e todos os coeficientes apresentam uma forte dependência de ambas as variáveis dependentes. Adicionalmente, a potência dissipada atribuída ao cabo (100 W/m) é excessiva e pode ter levado a situações em que as equações não fornecem resultados fisicamente consistentes, pois, em alguns casos, foi inclusive ultrapassado o ponto de ebulição da água. A utilização de tal potência permitiu que o modelo fosse testado em condições extremas.

Presentemente não se sabe ainda se "condutividades equivalentes" extraídas de gráficos como as figs. 4a e 4b fazem sentido numa situação real. Por enquanto, tem-se apenas indícios da existência de uma "isoterma crítica" dividindo o solo em duas regiões. No entanto, é necessário estudar melhor o valor da condutividade térmica equivalente na região úmida e o comportamento das equações para baixos conteúdos de umidade. Tais pesquisas estão em andamento pelos autores.

CONCLUSÃO

É apresentado um estudo das equações básicas que governam os mecanismos de transferência de calor e massa em solos úmidos que circundam cabos de potência. A fim de estabelecer base para comparação, três outros modelos foram analisados. Nestes modelos simplificados, é resolvida apenas a equação da energia, com as propriedades termofísicas sendo avaliadas em valores fixos de conteúdo de umidade do solo, correspondendo a solo seco, solo úmido e a uma composição destas duas situações.

O modelo de duas regiões, aqui denominado modelo empírico, apresentou resultados semelhantes àqueles associados ao modelo completo, que é fisicamente o mais realístico, quando a umidade inicial do solo é baixa e para tempos curtos. Adicionalmente, o modelo completo fornece indícios da existência de uma

isoterma crítica, hipótese básica do modelo empírico.

Para situações onde a umidade inicial do solo é mais alta, o modelo de solo úmido apresentou bons resultados. Neste modelo é resolvida apenas a equação da condução de calor, com propriedades termofísicas constantes e iguais àquelas associadas à umidade inicial do solo.

Em geral, a temperatura na superfície do cabo mostrou-se extremamente dependente da umidade inicial do solo. Para umidades mais baixas o solo secou ao redor do cabo, resultando em um maior aquecimento do mesmo.

REFERÊNCIAS

- Couvillion, R.J., "Heat and Mass Transfer in a Semi-infinite Moist Soil with a Drying Front Present", Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, 1981.
- Hartley, J.G., "Advances in Drying", Hemisphere Publishing Co., 1987.
- Philip, J.R. e De Vries, D.A., "Moisture Movement in Porous Media under Temperature Gradients", Trans. Am. Geophysical Union, Vol. 39, pp. 166-173, 1958.

ABSTRACT

A numerical investigation of heat and mass transfer in the soil that surrounds a power cable has been performed. A complete formulation of the problem is introduced taking into account the dependence of the soil thermophysical properties on temperature and moisture content. To provide basis for comparison, and following current engineering practice, three other models have been explored. Those simplified models employ the energy equation with thermophysical properties evaluated at fixed values of soil moisture content, corresponding to dry, moist and a two-region soil. For low initial moisture contents, the complete model predicted a drying front which increased with time until a steady state regime is reached. Comparison between the complete and the simplified models showed that for low moisture contents and short times the two-region soil presented reasonable to good results whereas for high moisture contents very good agreement prevailed between the complete and the simplified moist soil model.

OTIMIZAÇÃO EXERGETICA DE TROCADORES DE CALOR E MASSA: APLICAÇÃO AS MAQUINAS TERMICAS COM CICLO DE ABSORÇÃO

SILVIO DE OLIVEIRA JUNIOR*, PIERRE LE GOFF**

*Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S.A./
 Escola Politécnica da USP, São Paulo, Brasil

**Laboratoire des Sciences du Génie Chimique, ENSIC, CNRS, França

RESUMO

Apresenta-se a análise exergetica dos processos de transferência de calor e massa existentes nas máquinas térmicas com ciclo de absorção, visando estabelecer as bases termodinâmicas para otimização do desempenho destes sistemas.

É desenvolvido o diagrama exergia-entalpia que possibilita a realização dos balanços de exergia e a identificação das perdas exergeticas durante os processos de absorção/desorção, apresentando-se o diagrama para as soluções de H₂O-LiBr.

São identificadas as configurações ótimas de um transformador térmico e um refrigerador, que revalorizam efluentes térmicos industriais.

NOMENCLATURA

Símbolos

- e_x : exergia específica (J.kg⁻¹)
- h : entalpia específica (J.kg⁻¹)
- m : vazão mássica (kg.s⁻¹)
- p : pressão (Pa)
- Q, q : calor (J), fluxo específico de calor (W.kg⁻¹)
- T : temperatura (K)
- x : concentração mássica (kg.kg⁻¹ mistura)
- W : potência (W)
- (Δe_x) : variação de exergia
- θ : fator de Carnot
- η_{ex} : rendimento exergetico
- ϵ : eficácia exergetica

Índices

- a, ae, as: absorvedor, absorvedor entrada, absorvedor saída
- bo: bombas de circulação
- cd: condensador
- de: desorvedor
- det: destruída
- e, ee, es: evaporador, evaporador entrada, evaporador saída
- glob: global
- mis: misturador
- o: referência exergetica
- sep: separador

INTRODUÇÃO

No contexto energético atual do Brasil o emprego de máquinas térmicas com ciclo de absorção para revalorização de efluentes térmicos industriais para fins de aquecimento e refrigeração, afigura-se bastante promissor seja a nível econômico (integração energética de processos e reduzido uso de eletricidade) seja a nível ecológico (evitar poluição térmica e não utilizar clorofluorcarbonos como fluido de trabalho).

Como o desempenho destes sistemas é condicionado pelo comportamento de seus trocadores de calor e massa, responsáveis pela revalorização e degradação dos fluxos de calor consumidos por eles, a análise exergetica destes processos permite sua

avaliação e otimização de acordo com o segundo Princípio da Termodinâmica.

Apresentaremos aqui a análise exergetica dos processos de transferência de calor e massa, existentes nos misturadores/separadores das máquinas a absorção, baseada no uso de um diagrama exergia-entalpia da mistura binária utilizada como fluido de trabalho do ciclo, assim como mostraremos como se identifica a configuração ótima de uma máquina térmica com ciclo de absorção, definidas suas condições de operação.

ANÁLISE EXERGETICA DOS PROCESSOS DE SEPARAÇÃO E MISTURA

Consideremos um misturador, componente de um ciclo a absorção onde o fluxo de calor consumido no evaporador é revalorizado até o nível de temperatura do absorvedor, que opera com dois filmes descendentes, sendo um a solução absorvente (por exemplo uma solução aquosa de LiBr) e o outro o solvente (por exemplo água pura), como mostrado na Figura 1.

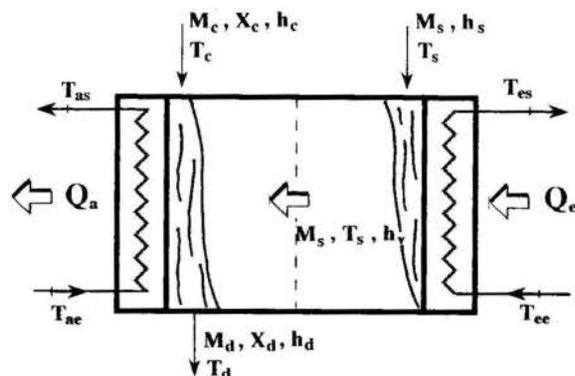


FIGURA 1: Representação de um misturador com filmes descendentes.

O balanço de exergia para o misturador fornece:

$$m_c e_x + m_s e_x + Q_e \theta_e = m_d e_x + Q_a \theta_a + (\Delta e_x)_{det}^{glob} \quad (1)$$

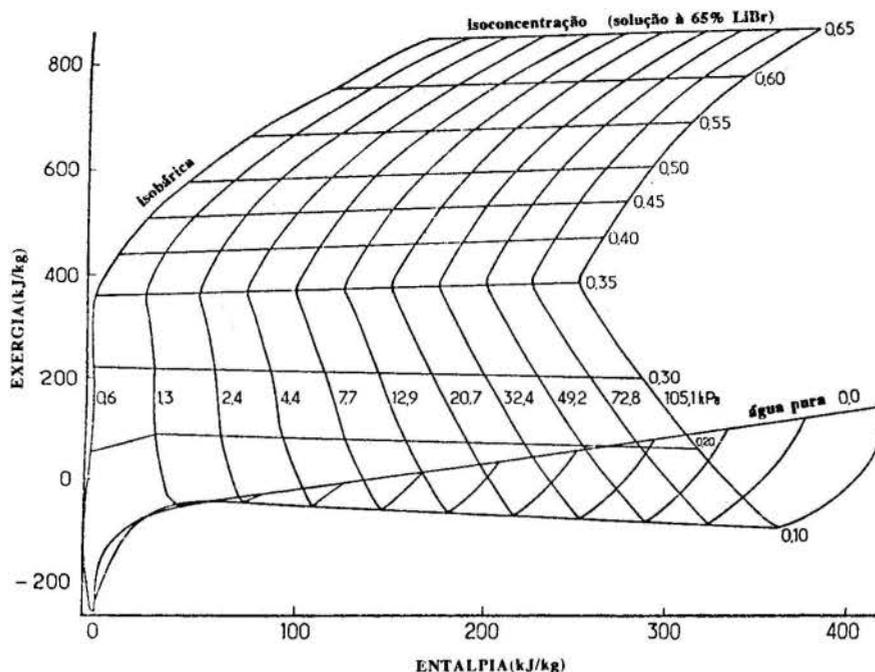


FIGURA 3: Diagrama Exergia - Entalpia para o par H₂O-LiBr.

TABELA 1: Expressões de η_{ex} , ϵ_{mis} e ϵ_{sep} para Máquinas a absorção.

devem-se à mudança do número de estágios de evaporação-absorção existentes nos misturadores das máquinas analisadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O emprego da análise exérgica dos processos de transferência de calor e massa existentes nos trocadores de máquinas a absorção permite a quantificação das perdas exérgicas e a caracterização de suas condições ótimas de operação.

O diagrama exergia-entalpia apresentado neste trabalho proporciona todas as informações necessárias para realizar os balanços de entalpia e exergia de um processo de absorção/desorção de uma mistura binária, além de permitir a visualização destes processos.

A identificação da configuração ótima de operação de um transformador térmico e de um refrigerador com ciclo de absorção é feita facilmente através da maximização de sua performance exérgica (η_{ex}), como mostrado aqui.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- McNeely L.A. "Thermodynamic properties of aqueous solutions of lithium bromide", ASHRAE Transactions, vol. 85, part I, pp 413-434 (1979).
- Koehler W. J. et all "Entropy calculations for lithium bromide aqueous solutions and approximation equation", ASHRAE Transactions, vol. 93, 2, pp 2379-2388 (1987).
- Van Wylen G.L., Sonntag R.E. "Fundamentos da Termodinâmica Clássica" Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo (1976).

PARÂMETRO	EXPRESSÃO PARA REFRIGERADOR	EXPRESSÃO PARA TRANSFORMADOR TÉRMICO
η_{ex}	$\frac{Q_e \theta_c}{Q_{de} \theta_{de} + W_{bo}}$	$\frac{Q_a \theta_a}{Q_{de} \theta_{de} + Q_e \theta_c + W_{bo}}$
ϵ_{mis}	$\frac{Q_a \theta_a - Q_c \theta_c}{(\Delta ex)_{mis}}$	
ϵ_{sep}	$\frac{(\Delta ex)_{sep}}{Q_{de} \theta_{de} - Q_{cd} \theta_{cd}}$	

A fim de identificar a configuração das duas máquinas que maximizam o η_{ex} , variamos o valor de x_d a partir 0,40, com $x_c - x_d = 0,05$ para cada condição de projeto pesquisada. Nesta análise a diferença mínima de temperatura nos trocadores de calor é de 5°C e a potência consumida pelas bombas de circulação de água e solução é 2% do fluxo de calor fornecido pelo absorvedor.

A Figura 5 mostra a evolução do ϵ_{mis} , ϵ_{sep} e η_{ex} dos dois sistemas.

Os valores máximos de η_{ex} , são obtidos para $x_d = 0,53$ (um estágio de evaporação-absorção) no caso do transformador térmico, e para $x_d = 0,47$ (um estágio de evaporação-absorção) no caso do refrigerador. Os patamares existentes nas duas curvas de η_{ex}

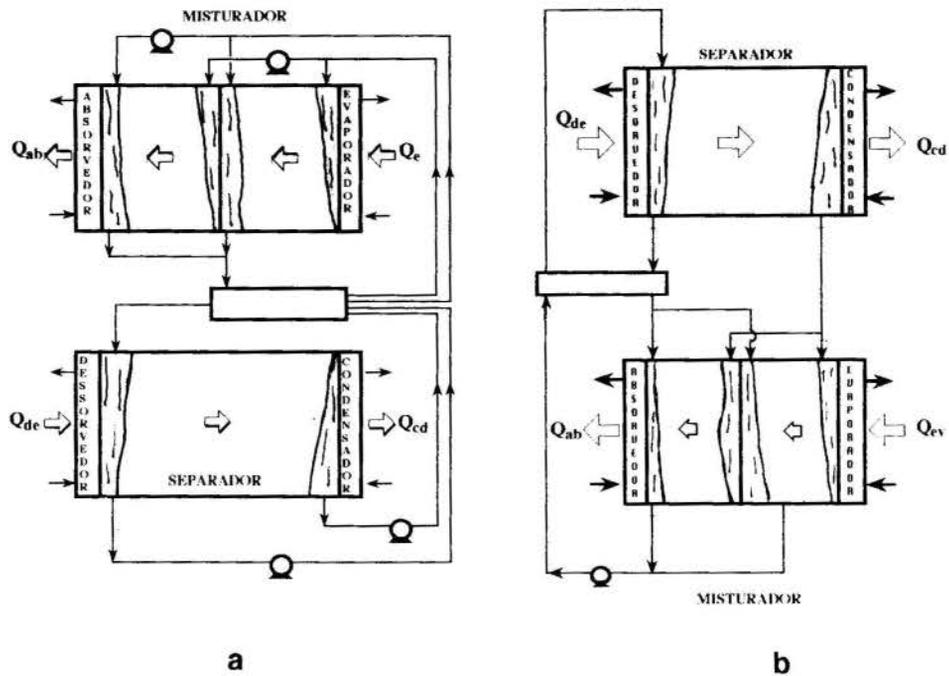


FIGURA 4: Transformador Térmico com dois Estágios no Misturador (a) e Refrigerador com dois Estágios no Misturador (b).

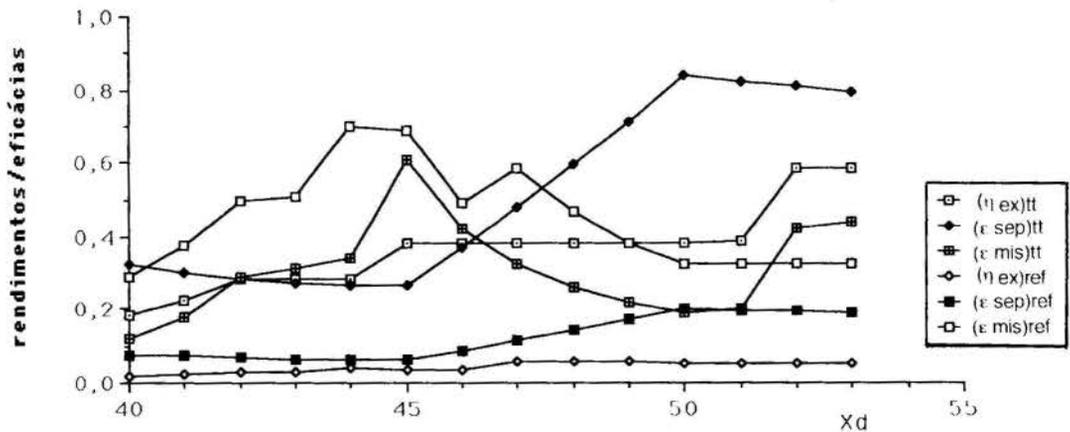


FIGURA 5: Evolução das Performances Exergéticas para o Transformador Térmico ($T_r = 80^\circ\text{C}$, $T_p = 100^\circ\text{C}$) e para o Refrigerador ($T_r = 80^\circ\text{C}$, $T_p = 7^\circ\text{C}$).

de Oliveira Jr. S. "Révalorisation des effluents thermiques industriels - analyse exergetique, entropique et economique" - These de Doctorat, INPL, Nancy (1991).

ABSTRACT

We present the exergetic analysis of heat and mass transfer processes that take place in absorption machines, in order to optimize their performance.

We develop an exergy-enthalpy diagram to do exergy balances and to identify exergetic losses during absorption\desorption processes. We present a diagram for $\text{H}_2\text{O-LiBr}$ solutions.

Finally we identify the optimal configurations of an absorption heat transformer and a refrigeration system, that "upgrade" industrial waste heat, by maximizing their exergetic performances

Problemas de Implantação de Máquinas Térmicas a Pistão Líquido em Países de Perfil Agrícola

LUIZ CLÁUDIO VIEIRA FERNANDES
WILLIAM MAGALHÃES BARCELLOS
Laboratório de Máquinas Térmicas - UFRJ
COPPE/ UFRJ, Depto. Engenharia Mecânica
C.P. 88.503 - Rio de Janeiro, R.J. - Brasil
FAX: (021) 290-6626

Resumo

O artigo discute alguns tipos de máquinas térmicas a pistão líquido com potencial para aplicação no meio agrícola. São sugeridas duas classificações dependendo se o calor é fornecido externa ou internamente. No primeiro caso, a máquina "Fluidyne" é descrita e um modelo simples isotérmico é apresentado. No segundo caso, a bomba de Humphrey e a máquina sem compressão de Picken são discutidas. Os elevados valores de eficiência térmica da bomba de Humphrey e a extrema simplicidade da máquina de Picken são apontados como características que sobrepuja as suas atuais dificuldades de operação.

INTRODUÇÃO

Países em desenvolvimento da América do Sul, África e Sudeste da Ásia apresentam uma economia muito dependente da agricultura local. No entanto, muitas dessas regiões apresentam baixa produtividade agrícola, geralmente associada à pouca utilização de máquinas no campo. No entanto, a adoção de tecnologias agrícolas de países do primeiro mundo são muitas vezes inadequadas por serem excessivamente sofisticadas. Isto sem considerar que tais tecnologias são adequadas para realidades onde a mão-de-obra é escassa e onerosa, características opostas às encontradas nos países em desenvolvimento. Portanto muitas das soluções a serem propostas devem se enquadrar dentro das chamadas "tecnologias apropriadas" que procuram atender as especificidades dessas regiões. Tais tecnologias portanto, são desenvolvidas para atender necessidades de pequenos produtores rurais, que requerem energia dispersa e em pequena escala. As dificuldades de se implantar um programa abrangente de eletrificação rural é mais uma justificativa para o desenvolvimento de novas máquinas térmicas adequadas à obtenção de energia mecânica/ elétrica no campo.

VIABILIDADE DAS MÁQUINAS A PISTÃO LÍQUIDO

Máquinas Térmicas a Pistão Líquido são uma das possíveis alternativas para produção de energia mecânica no meio rural dos países em desenvolvimento. O princípio básico dessas máquinas consiste na adoção de um pistão líquido responsável pela conversão da energia de pressão de um gás, em movimento mecânico.

A simplicidade mecânica do elemento principal móvel, ou seja, do pistão líquido comparado às máquinas a pistão sólido pode ser sintetizada nos seguintes aspectos: 1- Ausência de lubrificantes externos, 2- Vedação perfeita entre o fluido de trabalho e o pistão líquido, 3- Não necessidade de ajustes mecânicos de usinagem entre cilindro

e pistão, 4- Não necessidade de materiais ou ligas especiais que resistam a calor, atrito e altas temperaturas.

Apesar das enormes vantagens do princípio da máquina a pistão líquido sobre a máquina a pistão sólido, existem ainda dificuldades de sua implantação no meio rural pelos seguintes aspectos técnicos: 1- Baixa frequência de operação, 2- Dificuldade de se controlar o ciclo associado, 3- Dificuldade de se extrair energia mecânica que não seja sob a forma de bombeamento do próprio líquido que constitui o pistão. 4- Dificuldade de se obter eficiências globais compatíveis aos sistemas sofisticados convencionais, justificada pela clássica dualidade simplicidade versus eficiência.

MÁQUINAS TÉRMICAS A PISTÃO LÍQUIDO COM AQUECIMENTO EXTERNO

Várias propostas de máquinas térmicas a pistão líquido com aquecimento externo foram propostas. Uma das atrações óbvias que essas máquinas apresentam é a possibilidade de utilizarem diversas formas de energia, desde a queima de combustíveis sólidos até o aproveitamento de calor de rejeito à baixa temperatura ou mesmo energia solar. Nesta categoria destaca-se ainda a máquina térmica denominada Fluidyne, desenvolvida por West (1971). Essa máquina pode ainda ser classificada como tipo seco ("dry type") ou tipo úmido ("wet type"). O tipo seco opera eminentemente com ar e pode operar com temperaturas extremas mais elevadas, o que proporcionaria uma maior eficiência teórica do ciclo. Em contra-partida, o tipo úmido, que utiliza uma mistura ar + vapor d'água, apresenta melhor transferência de calor com o meio externo e interno, uma vez que o vapor apresenta melhores propriedades térmicas de transporte. Esta característica reflete numa maior eficiência nos processos de troca de calor com as fontes externas. Portanto, somente com estudos experimentais mais extensos desses dois sistemas é que se poderá chegar a uma conclusão da melhor configuração a ser adotada.

Essas máquinas ainda apresentam eficiências extremamente baixas (abaixo de

1%), o que ainda inviabiliza seu uso atual no campo. Uma das razões, senão a principal, para valores tão baixos de eficiência está no fato de que o processo de transferência de calor entre a fonte quente e o fluido de trabalho ser extremamente ineficiente. O aquecimento externo do duto para posterior transferência de calor ao fluido de trabalho, faz com que ocorram grandes perdas percentuais de energia para a atmosfera e para o líquido. Uma possível solução seria o uso de uma fonte de calor localizada internamente no duto de aquecimento da máquina, e a colocação de flutuadores para diminuir o contato da água com o tubo aquecido. Fernandes (1984) desenvolveu dois protótipos com flutuadores, conseguindo um aumento da altura de bombeamento de 1,2m para cerca de 3m.

Desenvolvimento do protótipo.

O funcionamento da máquina térmica de West pode ser explicado através da fig. 1., onde o tubo deslocador e o de trabalho atuam de forma a executar, ao menos teoricamente, o ciclo de Stirling. Na realidade, o ciclo real se afasta bastante do teórico, simplesmente porque os movimentos dos tubos deslocador e de trabalho não são independentes.

Um modelo simples, unidimensional e isotérmico de um sistema para fins de bombeamento de água foi proposto e resolvido numericamente pelo método de Runge - Kutta (Fernandes).

As equações básicas do modelo usam as variáveis $Z_1 = H$, $Z_2 = H$, $Z_3 = H$ e $Z_4 = H$ nas equações de movimento:

$$Z_2 = \left| \frac{P_4 - P_1}{\rho} - Z_1 g - Z_2^2 \right| \frac{1}{Z_1 + L_d} \quad (1)$$

$$Z_4 = \left| \frac{P_4 - P_1}{\rho} - Z_3 g - Z_4^2 \right| \frac{1}{Z_3} \quad (2)$$

As equações de acionamento das válvulas:

Sucção: $P_x = P_a - A / K_a (Z_2 + Z_4) - H \rho g \quad (3)$

Recalque: $P_x = P_a - A / K_r (Z_2 + Z_4) - H \rho g \quad (4)$

Válvulas Fechadas:

$$P_x = \rho (Z_1 g + Z_3 g) \left| \frac{Z_1 + L_d}{Z_3} \right| / \left| 1 + \frac{Z_1 + L_d}{Z_3} \right| + P \quad (5)$$

onde H exprime a altura das colunas de líquido, L é o comprimento horizontal do tubo "U", P é pressão, A é área transversal do duto e ρ é a densidade do fluido de trabalho. Os índices 1 e 2 referem-se às colunas fria e quente respectivamente; s e r referem-se às colunas de sucção e escape respectivamente, e x refere-se ao ponto de encontro destas com o tubo "U".

Alguns resultados da simulação são apresentados na fig. 2. O diagrama pressão x volume indica uma capacidade de bombeamento em cerca de 130% da obtida experimentalmente. A temperatura máxima do fluido de trabalho foi considerado em cerca de 400 K.

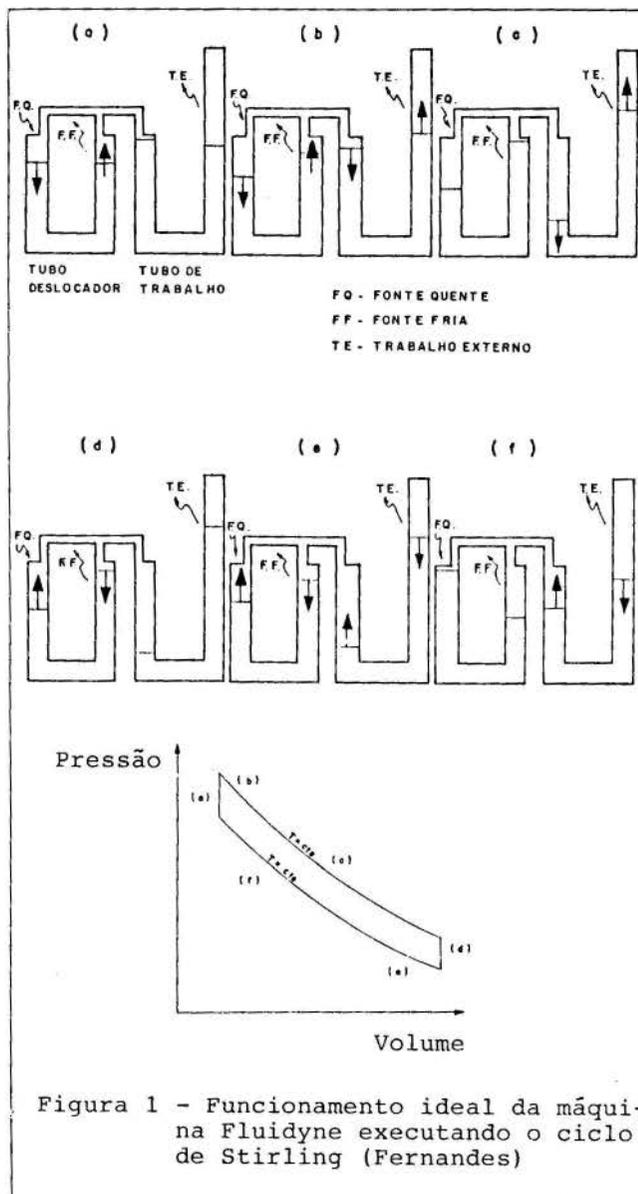


Figura 1 - Funcionamento ideal da máquina Fluidyne executando o ciclo de Stirling (Fernandes)

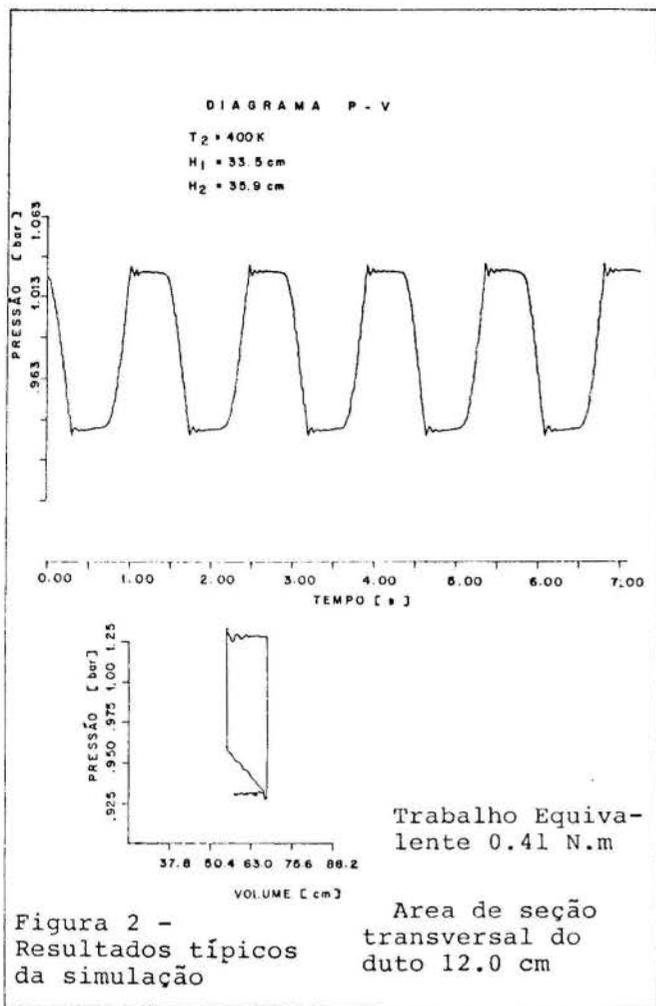
Para obtenção de resultados teóricos mais realistas, é necessário considerar variações de temperatura do fluido de trabalho nas câmaras quente e fria (fig. 1) ao longo do tempo.

MÁQUINAS TÉRMICAS A PISTÃO LÍQUIDO COM AQUECIMENTO INTERNO (COMBUSTÃO)

Nesta categoria destaca-se a bomba de Humphrey, construída em 1909, a qual utilizava gás combustível para ser queimado em um cilindro contendo em seu interior uma coluna de água (Humphrey, 1909). O ciclo térmico realizado aproximava-se do ciclo de Atkinson, o que justificava os valores de eficiência térmica global acima de 20% (ver fig. 3). A expressão de eficiência térmica do ciclo Atkinson é (Joyce, 1984):

$$\eta_{Atkinson}^t = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} k \left| \frac{\alpha^{1/k} - 1}{\alpha - 1} \right| \quad (6)$$

Onde r é a razão de compressão, k é o expoente isentrópico, α é a razão entre a temperatura de combustão e de compressão finais.



A equação (6) apresenta o termo em colchetes, único que difere da expressão clássica de eficiência para ciclo Otto. Este termo é sempre menor do que a unidade. Consequentemente, é fácil demonstrar que as vantagens do ciclo de Atkinson sobre o ciclo Otto aparecem sobretudo em baixas razões de compressão. Isto significa que, para se obterem eficiências compatíveis com as eficiências dos motores ciclo Otto tradicionais, pode-se utilizar máquinas a combustão interna a pistão líquido do tipo Humphrey, operando sob pressões máximas bem inferiores aos primeiros.

Joyce (1984) desenvolveu durante a década de 80 uma máquina semelhante à bomba de Humphrey em escala reduzida (diâmetro do tubo de 150 mm), obtendo uma eficiência global em torno de 10%. A máquina apresenta um sistema mecânico de bloqueio alternativo entre as válvulas de admissão e de escape (semelhante às primeiras bombas de Humphrey), o que complica um pouco o funcionamento do conjunto.

Outra máquina classificada ainda nesta categoria é a idealizada por Picken (1978). Neste caso, a simplicidade é ainda maior que a máquina de Humphrey. A fig. 4 apresenta um esquema do funcionamento da mesma. Esta máquina opera segundo um ciclo aproximado ao de Lenoir, e portanto sem pré-compressão da mistura ar-combustível. Consequentemente, as eficiências globais não ultrapassam 5% para a melhor das hipóteses práticas.

Desenvolvimento de Protótipo na UFRJ

Um protótipo está sendo desenvolvido na UFRJ pelos autores desde (1991) e é constituído por um cilindro transparente em resina com um

flange localizado na parte superior, onde se aloja a válvula para admissão de ar. O sistema de ignição de alta tensão provoca centelhamento constante quando acionado pela válvula de admissão. O combustível é injetado intermitentemente na câmara, de forma a eliminar perdas que seriam inevitáveis durante o retorno do líquido ao cilindro.

Instabilidade de Raleigh-Taylor.

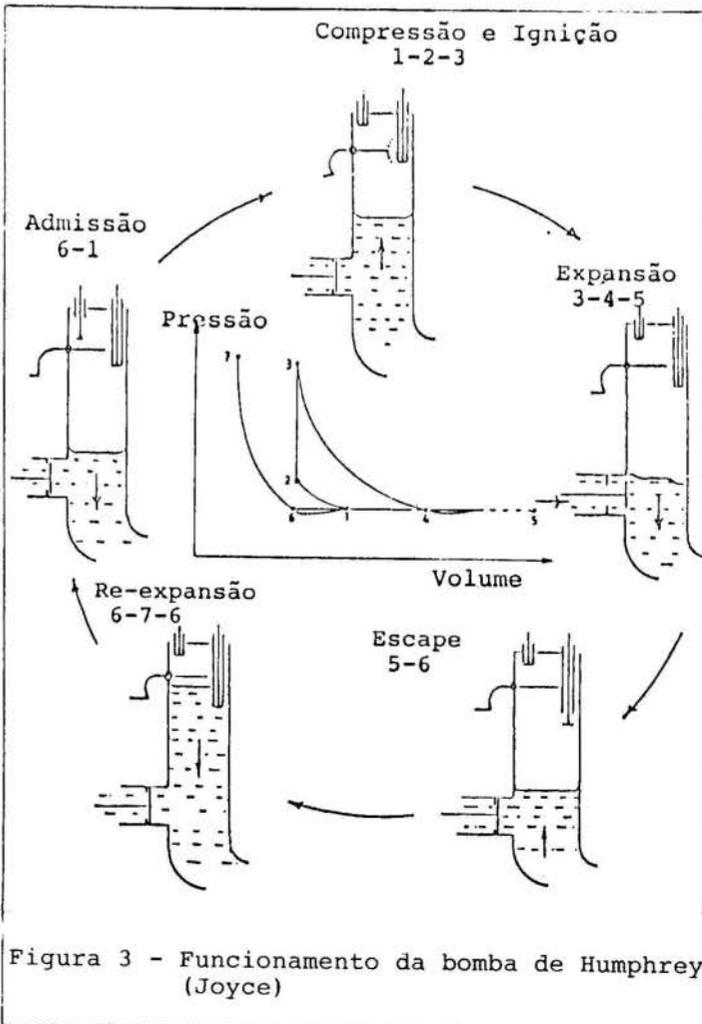
Trata-se de uma instabilidade associada com a súbita aceleração de uma coluna de líquido, que normalmente ocorre nestes tipos de máquina. Essa instabilidade se verifica na região da interface entre o líquido e o gás, criando uma penetração do gás no líquido. A ocorrência deste fenômeno intensifica as perdas de calor, provocando uma diminuição da eficiência do ciclo.

O fenômeno de instabilidade pode ser descrito matematicamente como:

$$z(x, t) = A(0) \left| \cosh\left((a-g) \frac{(\rho_l - \rho_g)}{(\rho_l + \rho_g)} m t\right) \right|^{\alpha.5} \quad (7)$$

onde A é amplitude, a aceleração da interface, g é a densidade, ρ é densidade onde os índices l e g são para o líquido e gás respectivamente. m é o número de onda $m = 2\pi/\lambda$, onde λ é o comprimento de onda da instabilidade (horizontal). z é a amplitude vertical da instabilidade.

Da expressão acima pode-se observar que quanto menor a aceleração da coluna líquida, menos intenso é o fenômeno de instabilidade. Isto ocorre mais intensamente para máquinas



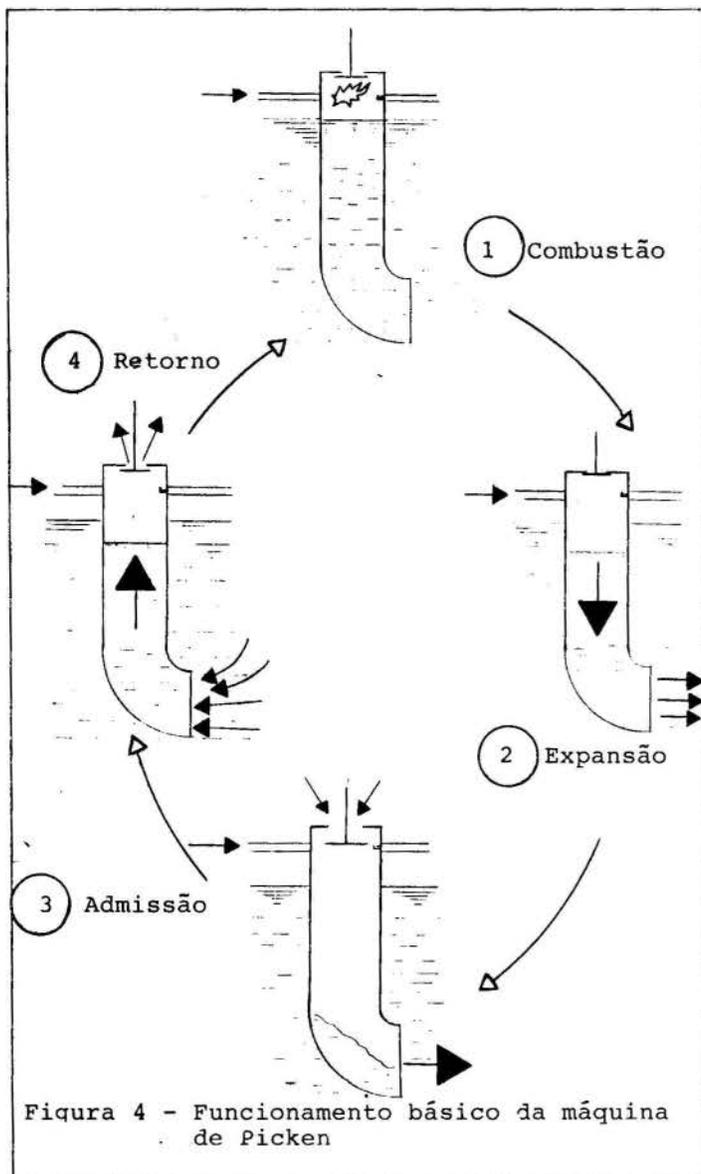


Figura 4 - Funcionamento básico da máquina de Picken

de pequeno porte. A instalação de flutuadores ou mesmo o uso de pressões finais menores (que no entanto diminui a eficiência) são sugestões que podem reduzir a instabilidade (Joyce).

AGRADECIMENTOS Ao técnico *Alberto Masciavé* e ao estudante *Eduardo Treigher Teixeira* pela valiosa participação no projeto da UFRJ.

CONCLUSÕES

As máquinas térmicas a pistão líquido podem ser uma alternativa relativamente simples para prover energia mecânica/elétrica ao homem do campo. No entanto, o estágio atual de desenvolvimento destas máquinas não permite a sua implantação imediata sem que haja modificações construtivas. Para aplicações que exijam pouco consumo energético em bombeamento de água, tanto o sistema com aquecimento externo (derivados da "Fluidyne"), como de combustão interna (derivado da máquina de Picken), poderiam ser utilizados. Para o primeiro caso, a baixa eficiência global destes sistemas, torna necessário a realização de maiores estudos principalmente na região mais aquecida. As perdas de calor entre a fonte quente e o fluido de trabalho são o principal foco de aumento de entropia do sistema. No segundo caso, há a necessidade de se desenvolver um

sistema de ignição simples e confiável.

Para o caso de aplicações que necessitam de maiores potências não só para bombeamento, como também para produção de energia mecânica/elétrica, a máquina a combustão interna com compressão seria recomendada. Para este caso, o desenvolvimento de um mecanismo simples de controle para acionamento das válvulas de admissão e de escape precisa ser resolvido. Outro problema a ser minimizado é o fenômeno de instabilidade Raleigh-Taylor, que contribui substancialmente para uma diminuição da eficiência da máquina.

REFERÊNCIAS

The Mechanical Engineer, "The Humphrey Internal-Combustion Water Pump", pp. 515-518, Inglaterra, 1909.

West, G., "The Fluidyne Heat Engine", AERE-R6775, UKAEA Research Establishment, Oxfordire, Inglaterra, 1971

Fernandes, L.C.V., "Estudo Experimental de Um termo-Oscilador para Bombeamento de Líquidos", Tese de Mestrado COPPE/ UFRJ, Depto Eng. Mec., 1984.

Joyce, N.G., "The Humphrey Pump - An Internal Combustion Pump", Proc. 1^o Internacional Conference on Small Engines and Their Fuels for Developing Countries, Inglaterra, 1984.

Picken, D.J., "Boat Propulsion Unit", Patente n^o 1,511,863, 24 de maio, 1978.

Taylor, G., "The Instability of Liquid Surfaces when Accelerated in a Direction Perpendicular to their Planes", Proc. Royal Society of London, 201A, pp. 192-196, 1950.

ABSTRACT

A discussion about the application of thermal liquid piston engines in agriculture in developing countries is put forth. The paper classifies these machines into two categories: a) external heat supply b) internal heat supply. In the first category, the working fluid receives heat from an external heat source as occur with the "Fluidyne" machine. A simple formulation of a Fluidyne water pump is also presented and proposals to improve the model are formulated. Two major problems with this kind of machine are its low efficiency and low power per unit size. A better heat exchanger design on the hot part of the engine is suggested to overcome the unefficiency problem. In the second category, which englobes mainly internal combustion machines, the "Humphrey Pump" and the "non-compression Picken machine" are the principal focus of discussion. An interesting attraction of the pump is that it operates accordingly to the high efficient Atkinson cycle. Two major problems to be solved with this category include the achievement of more construction simplicity and greater operational reliability under variable conditions. Raleigh-Taylor instabilities, which can dramatically decrease efficiency of these machines, are some of the problems to be solved.

MÁQUINA TÉRMICA ASSISTIDA POR GRAVIDADE

MARCO A. W. CAVALCANTI DTM/CT/UFPB

ROGÉRIO P. KLÜPPEL DTM/CT/UFPB

Laboratório de Energia Solar
Cidade Universitária
58059 - João Pessoa - PB

RESUMO

Foi concebido um sistema de bombeamento de água que funciona segundo um ciclo de combustão externa em uma máquina assistida pela gravidade. Os fatores limitantes da frequência de operação do sistema são as taxas de fornecimento e retirada de calor. Para diminuir o tempo do ciclo foi tentado o uso de termossifões bifásicos do tipo Cu-H₂O, tendo em seguida sido usado o próprio fluido de trabalho do sistema como fluido de transporte nos calodutos. Essa última modificação aumentou em mais de 100% a frequência de operação do sistema, conforme o demonstram as tabelas aqui apresentadas.

INTRODUÇÃO

Trabalhos realizados no Laboratório de Energia Solar da UFPB visando construir um sistema de irrigação usando fonte energética renovável (Grilo, 1986) e (Vasconcelos, 1988), resultaram na concepção de um sistema de bombeamento de água de funcionamento termo-gravitacional.

O sistema é constituído por duas câmaras ligadas por um braço rígido podendo oscilar em torno de um eixo que passa pelo seu centro geométrico, conforme mostrado na Figura 1. As duas câmaras e o tubo de interligação estão cheias com um fluido de trabalho em fases líquida e vapor, ocupando cada fase a metade do volume total. O sistema funciona num ciclo de forma idêntica ao de uma máquina de combustão externa, com fornecimento de calor à câmara que se encontra em posição inferior e retirada de calor da câmara que está no alto. O fornecimento de calor provoca um aumento de pressão na câmara de baixo que acarreta uma transferência de líquido para a de cima. A transferência de líquido entre câmaras provoca uma mudança do centro de massa do sistema e a inversão de cota das câmaras. Esse transporte de massa é bastante favorecido pela mudança de fase do fluido de trabalho. O ciclo termodinâmico percorrido pelo fluido é mostrado na Figura 2 enquanto o ciclo mecânico completo para o sistema é mostrado na Figura 3. O sistema foi concebido para ter as seguintes características:

- a - poder operar em locais remotos;
- b - dispensar a intervenção do usuário para o início e término da sua operação;
- c - requerer baixo investimento inicial;
- d - dispensar manutenção frequente;
- e - poder ser construído com materiais disponíveis na região;
- f - poder operar com fontes renováveis de energia como solar, biomassa, etc.

CONCEPÇÕES INICIAIS

O ciclo termodinâmico mostrado na Figura 2 é composto de seis processos dois dos quais envolvem mudança de fase do fluido de trabalho. É durante esses processos que se dá a maior parte da transferência de calor entre o sistema e as fontes quente e fria. Uma expressão para o rendimento termodinâmico do ciclo foi proposta por Klüppel (1990). Ao serem iniciados os trabalhos de concepção de um protótipo para testar a viabilidade do sistema, foram investigados diversos fluidos de trabalho

possíveis (Grillo, 1986) e chegou-se à conclusão que o mais adaptado às temperaturas de fácil obtenção com o emprego da energia solar era o R-113. Devido às dificuldades de obtenção do R-113 no mercado local optou-se pelo uso do R-11 que tem características termodinâmicas semelhantes.

Inicialmente foi construído um sistema no qual o calor era diretamente fornecido ou retirado por convecção à parte externa da câmara (Grilo, 1986). O protótipo serviu para provar a possibilidade de uso do ciclo como um ciclo motor e também o emprego do sistema como bombeio de água. Foi verificado, entretanto, que a frequência de operação era demasiado baixa para permitir uma utilização comercial. Foram encetados, então, esforços para melhorar o sistema, o que resultou na construção de um protótipo usando um tubo de calor tipo Cu-H₂O para o fornecimento de energia e tendo as câmaras aletadas externamente para melhorar a rejeição de calor (Vasconcelos, 1988). Com as modificações efetuadas, foi conseguida uma frequência de $97,47 \cdot 10^{-4}$ Hz, correspondendo a um incremento de 26% em relação ao sistema anterior, para a condição de operação sem carga. Com a operação do segundo protótipo foi verificado que a frequência de operação dos sistemas depende predominantemente da taxa de rejeição de calor, que é obrigatoriamente feita para a atmosfera, envolvendo portanto um baixo coeficiente de convecção natural. Buscou-se, então, reduzir as perdas térmicas no sistema de forma a elevar a temperatura efetiva do fluido de trabalho (Cavalcanti, 1992), aumentando assim a temperatura de rejeição e consequentemente a frequência de operação.

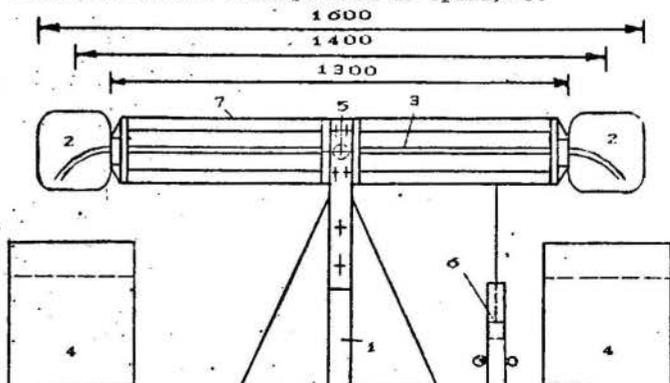


Figura 1. O Sistema Termo-Mecânico de Bombeamento.
1. Base; 2. Câmara de Aço; 3. Tubo de Ligação; 4. Reservatório de Água Aquecida; 5. Eixo de Rotação; 6. Bomba d'Água; 7 Braço de Acionamento.

O SISTEMA TESTADO

Termossifão Cu-H₂O Foi construído um terceiro protótipo provido de um caloduto tipo Cu-H₂O em cada câmara, a qual teve sua parede externa isolada termicamente. Esses calodutos foram projetados para funcionar de forma reversível, fornecendo calor durante o aquecimento e retirando-o no resfriamento da câmara. O termossifão foi aletado externamente, com aletas circulares de cobre com perfil retangular. A Tabela 1 apresenta as características detalhadas do dispositivo.

Tabela 1. Características do Termossifão

Comprimento total	1000	mm
Comprimento da seção aletada	850	mm
Comprimento da seção adiabática	50	mm
Comprimento da seção não-aletada	100	mm
Diâmetro externo do casco	15,0	mm
Diâmetro interno do casco	13,6	mm
Espessura dos flanges de fechamento	5,0	mm
Diâmetro das aletas	30,0	mm
Espessura das aletas	0,5	mm
Espaçamento das aletas	12	mm
Fluido de trabalho	Água bi-destilada	
Massa de fluido de trabalho	16	g

Após testes preliminares, verificou-se que embora um aumento da frequência de operação tivesse sido observado, este ainda não era significativo. Decidiu-se diminuir as resistências térmicas utilizando o próprio fluido de trabalho das câmaras como meio de transporte no termossifão.

Concepção Adotada. A modificação efetuada, abrindo o tubo para o interior da câmara, fez com que o fluido de trabalho do termossifão passasse a ser o mesmo da máquina térmica, e que a mudança de fase do R-11, necessária ao funcionamento do sistema, ocorresse internamente à seção aletada, quando esta era exposta à fonte quente ou ao meio ambiente. Todo o conjunto, constituído de câmaras de fluido, tubos aletados e tubo de ligação, passou a funcionar como um único termossifão bifásico fechado com dois reservatórios intermediários de fluido. O evaporador desse novo tubo de calor único, mostrado esquematicamente na Figura 4, alterna de posição com o condensador devido a mudança do centro de gravidade provocada pela transferência de massa entre os reservatórios. Esses e o tubo de ligação, por estarem isolados termicamente, correspondem agora a uma grande seção adiabática.

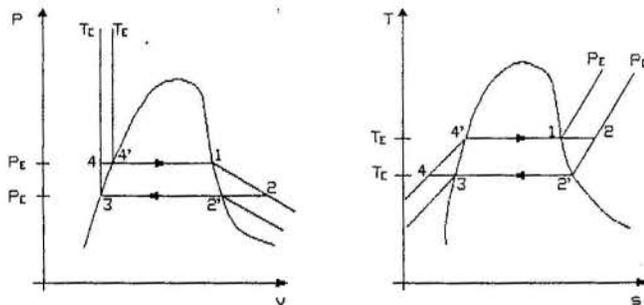


Figura 2. Ciclo Termodinâmico nos diagramas P-v e T-s.

Durante a operação do sistema, o espaço interno da seção aletada é preenchido com líquido quando a câmara baixa, e o fornecimento de energia ocorre através do casco do caloduto. O vapor produzido desloca-se para o interior da câmara, acumulando-se na parte superior, produzindo o aumento de pressão que provoca o bombeamento de líquido para a outra câmara. Por outro lado, quando a câmara sobe a seção

aletada fica internamente preenchida com vapor, enquanto que o líquido acumula-se no interior da câmara. Como o casco está exposto ao meio ambiente (fonte fria) ocorre nas suas paredes internas a condensação de vapor, com o deslocamento do condensado para a câmara devido à inclinação do tubo. O processo de condensação, com a consequente redução do volume de vapor, permite a entrada do líquido bombeado da câmara inferior, enquanto a câmara de cima estiver exposta à fonte fria.

Além da redução das resistências térmicas, o risco de inoperância do sistema devido à infiltração de gases não-condensáveis foi praticamente eliminado, pois o caloduto passou a operar com pressões superiores à atmosférica, uma vez que nessa pressão a temperatura de saturação do R-11 é de 298,78 K (ASHRAE, 1981).

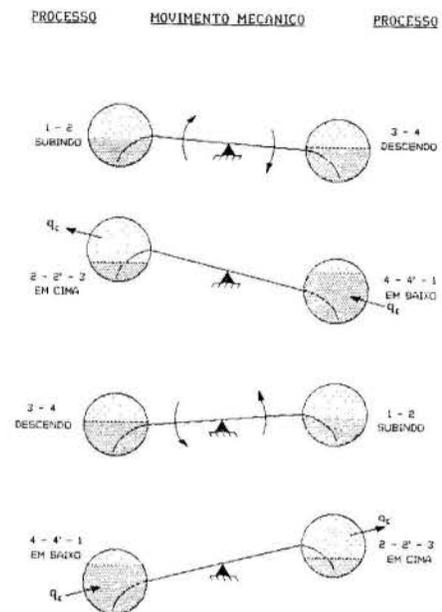


Figura 3. Representação simplificada relacionando o movimento mecânico em cada câmara.

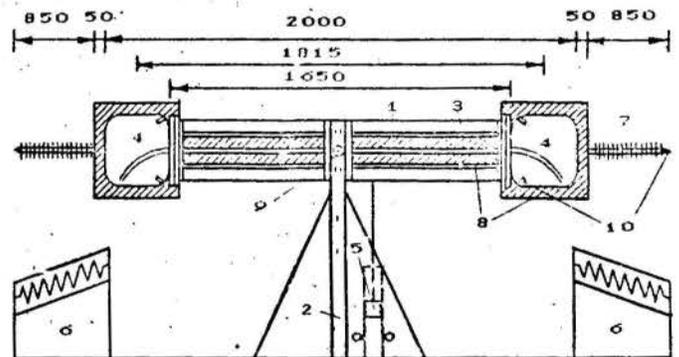


Figura 4. Esquema do Sistema Estudado e Banco de Testes. 1. Tubo de ligação; 2. Base; 3. Braço de acionamento; 4. Câmara de aço; 5. Bomba; 6. Sistema de aquecimento; 7. Tubo aletado; 8. Isolante térmico; 9. Eixo de rotação; 10. Peça para medição de temperatura.

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A concepção mais atual do sistema ou terceiro protótipo que é esquematizado na Figura 4 foi testado num banco de ensaios construído para esse fim. Nesse banco o fornecimento de energia ao sistema se dá pelo emprego de resistências elétricas que irradiam para os calodutos quando estes se encontram na posição inferior. A rejeição se dá para o ar ambiente por convecção natural. Durante os testes foram medidas

as temperaturas no interior das câmaras nas duas fases do fluido de trabalho, no interior dos calodutos e do ar ambiente. O posicionamento das câmaras foi registrado com ajuda de um dispositivo opto-eletrônico (Paz, 1991) construído para esse fim. A aquisição de dados é feita por meio de um micro-computador compatível com o IBM PC usando uma placa de aquisição desenvolvida na UFPB.

Resultados Obtidos. O registro das posições das câmaras e das temperaturas do fluido de trabalho durante a operação do protótipo, possibilitou a determinação do período do ciclo, bem como a elaboração de gráficos nos quais são representadas as variações em relação ao tempo, das temperaturas do líquido e do vapor em cada câmara e no interior do tubo aletado, como mostrado na Figura 5. Dos gráficos são obtidos parâmetros de interesse na análise do funcionamento do sistema. A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos com o teste AQ8-1001.

Tabela 2. Teste AQ8-1001

Rejeição de calor por convecção natural;
Resistências de aquecimento de 60 Ω ;
Potência dissipada por cada resistência: 766 W;

	Câmara1	Câmara2	
Temperatura máxima (T _{max})	360,6	359,6	K
Temperatura mínima	355,6	354,6	K
T _{cs} = T _{c12} no resfriamento	357,6	357,1	K
Tempo médio embaixo	20,8	20,8	s
Tempo médio subindo	4,2	3,6	s
Tempo médio em cima	20,8	20,8	s
Tempo médio descendo	3,6	4,2	s
Período total médio	49,4	49,4	s
Frequência média (Hz x 10 ⁴)	202,4	202,4	
Tempo gasto no resfriamento	68,3	68,2	%
Início da subida após T _{cs} = T _{c12}	5,7	2,7	s
T _{max} após T _{cs} = T _{c12} em	9	5,8	s

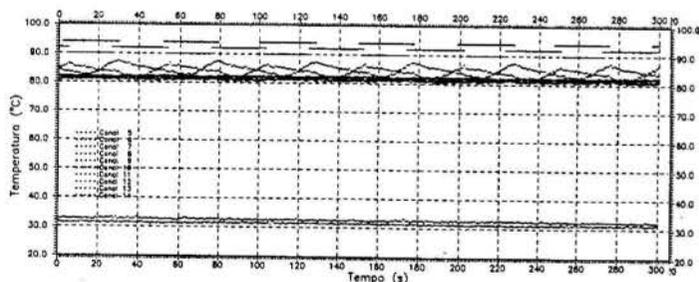


Figura 5. Teste AQ8-1001: Variação no tempo das temperaturas e das posições das câmaras.

CONCLUSÕES

Os resultados apresentados no parágrafo anterior mostram que a inclusão da modificação proposta dobra a frequência de operação do sistema. Esse aumento na frequência ainda é, entretanto, insuficiente para deixar o dispositivo em condições de serviço. A inércia térmica do caloduto parece agora ser a responsável pela ainda baixa frequência de oscilação da máquina, conforme pode ser visto na Tabela 2, onde o tempo de resfriamento do caloduto é 68% do período de oscilação. Sendo os processos mecanicamente acoplados, o resfriamento ocorre simultaneamente com o aquecimento do outro

termossifão, de forma que o menor fluxo térmico é sempre quem determina a duração do processo. Para aumentar a frequência de oscilação é necessário, pois, investir na eliminação do tempo perdido no resfriamento.

O próximo passo a ser tentado será, portanto, a utilização de dois termossifões em cada câmara, um para a rejeição e outro para o fornecimento de calor ao sistema. Esses dois calodutos devem ser dispostos de maneira que funcionem como diodos térmicos, ou seja, um fique bloqueado ao fluxo de calor enquanto estiver sendo executada a função inversa pelo outro da mesma câmara. Essa modificação permitirá eliminar o tempo perdido com a mudança de temperatura do termossifão, possibilitando, na pior das hipóteses dobrar mais uma vez a frequência operacional. Estarão aí esgotadas, pelo menos no momento, as possibilidades de melhora nas técnicas de troca de energia entre o sistema e as fontes quente e fria.

Depois da introdução da modificação proposta acima restará ainda, para finalizar o trabalho, desenvolver um sistema de fornecimento de energia e uma bomba aspirante/premente para acoplamento à máquina termo-gravitacional. O sistema de fornecimento de energia pode ser um queimador de biogás ou um concentrador de energia solar tipo CPC de baixa concentração. A bomba de deslocamento positivo deverá ser robusta, de fácil manutenção e de baixa perda por atrito. Após a inclusão desses desenvolvimentos, será possível apresentar ao setor produtivo um protótipo acabado, podendo ser fabricado e comercializado para o fim de irrigação em locais de escassez dos recursos energéticos convencionais.

REFERÊNCIAS

- ASHRAE Handbook "1981 Fundamentals Vol." Atlanta 1981.
- Cavalcanti, M. A. W. "Tubo de Calor para Uso em Máquina Térmica" dissertação de mestrado apresentada ao CPGEM da UFPB, João Pessoa, PB 1992.
- Grillo, M. B. "Sistema Termo-Mecânico para Bombeamento" dissertação de mestrado apresentada ao CPGEM da UFPB, João Pessoa, PB 1986.
- Kluppel, R. P. "Ciclo Termodinâmico de Máquina de Combustão Externa Assistida pela Gravidade" Encontro de Engenharia Mecânica 90 João Pessoa, PB, 1990.
- Paz, M. M. A. Relat. de atividades de bolsa IC per. 912, Proc. 500761/91-6, LES/UFPB, J. Pessoa, 1992.
- Vasconcelos, R. C. "Aplicação de Tubos de Calor em um Sistema de Bombeamento" dissertação de mestrado apresentada ao CPGEM da UFPB, João Pessoa, PB 1986.

ABSTRACT

It was conceived a water pumping system that works on an external combustion cycle in a gravity assisted machine. The factors that limit the operation frequency of the device are the rates of heat flow to and from the system. To shorten the cycle time it was tried the use of thermosiphon heat pipes of the type Cu-H₂O. As a further step, R-11, the working fluid inside the machine was used as transport fluid for the heat pipes. The system modified in that way presented an increase of more than 100% in the operation frequency, as is shown in the text.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi produzido com apoio do CNPQ através do auxílio integrado Proc. 500761/90-6 EM.

INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA DE ADMISSÃO NO DESEMPENHO DE UM MOTOR A GÁS TURBOALIMENTADO

João Nildo S. Vianna, Eduardo B. Salazar V. Pessoa, Ricardo P. Gouveia
Universidade de Brasília - Dep. Eng. Mecânica Campus Universitário -
Brasília, D.F.

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma análise detalhada da influência da temperatura de admissão sobre os diversos parâmetros operacionais de motores a gás turboalimentados. Trata-se de um estudo experimental que é conduzido utilizando-se um motor de 2.0 litros, ciclo Otto, adaptado para esse fim. Os resultados experimentais mostram que a temperatura de admissão influencia fortemente não somente o rendimento volumétrico e a potência como era esperado, mas diversos outros parâmetros como consumo específico de combustível e outros.

INTRODUÇÃO

A utilização de gás com alto teor de metano como combustível de motores de ciclo Otto acarreta uma considerável redução na relação potência/volume quando comparados com os motores a gasolina ou álcool. Entretanto, quando se analisa a operação do motor em termos de rendimento térmico, normalmente os motores a gás são mais eficientes que os motores a combustível líquido. E mais, devido as propriedades anti-detonantes, os motores a gás aceitam altas taxas de compressão sem riscos de detonação. Essas constatações recomendam a turboalimentação como um procedimento adequado para compensar a principal deficiência do gás que é a redução na potência efetiva do motor, preservando os ganhos no rendimento.

Nos últimos quatro anos a turboalimentação tem despertado o interesse de vários pesquisadores na área, tendo em vista que o uso do turbocompressor possibilita a operação do motor com misturas mais pobres reduzindo drasticamente o nível de emissões de poluentes (Bergmann et al., 1986). Weaver (1989) a partir de dados experimentais realiza um estudo qualitativo do comportamento das diversas variáveis afetadas pela introdução do turbocompressor nos motores a gás. Klimstra (1989) ao estudar detalhadamente os problemas de homogeneização da mistura ar-combustível indica a turboalimentação como o meio mais eficaz para a obtenção de uma mistura homogênea em motores a gás. De Luchi (1988) mostra que os motores a gás convenientemente otimizados podem ser 20% mais eficientes que os motores a gasolina. Vianna et al. (1991) estudam detalhadamente os efeitos da turboalimentação de motores a gás do ciclo Otto. Em todos esses estudos é mencionado que a temperatura de admissão da mistura tem influência sobre os vários processos termodinâmicos que são realizados pelo motor. O ar ao passar pelo turbocompressor pode atingir temperaturas em torno de 100°C. Essas altas temperaturas de admissão naturalmente reduzem a eficiência da turboalimentação além de criar condições para a ocorrência de detonação (Karim, 1983).

O objetivo deste trabalho é realizar um estudo quantitativo dos efeitos da temperatura de admissão sobre os seguin-

tes parâmetros do motor: rendimento volumétrico, relação ar-combustível, potência efetiva, consumo específico de combustível, e as variáveis dependentes desses parâmetros. Para realizar essa análise foram concebidos três sistemas de alimentação e foi planejada uma metodologia de testes que permite separar os efeitos que normalmente se sobrepõem.

APARATOS EXPERIMENTAIS E PROCEDIMENTOS DE TESTES

Para desenvolvimento desse estudo foram projetados e construídos três sistemas de alimentação especiais para serem instalados em um motor de 2.0 litros, taxa de compressão de 11.0:1, ciclo Otto, originalmente a álcool. Para turboalimentação do motor foi desenvolvido um coletor de descarga com geometria adequada para amortecer os pulsos de pressão que se formam no momento da abertura da válvula de escapamento, assegurando assim uma pressão relativamente constante a montante da turbina. O turbocompressor utilizado é do tipo pressão constante, fabricação Lacom-Schwitzer modelo SG-249-74/181.4. O "match" do turbo com o motor foi regulado para a faixa de operação entre 45000 e 75000 rpm e relações de pressão entre 1.1 e 1.53, de acordo com os critérios discutidos por Vianna et al. (1991). Para a análise dos processos de alimentação os três sistemas desenvolvidos foram:

Sistema TRG. Neste sistema uma Válvula Redutora de Pressão (VRP) convencional é adequadamente adaptada para operar a partir da segunda câmara, onde a pressão é reduzida para 2 bar. Nessa condição o gás pode ser introduzido na corrente de ar vinda do compressor para formar a mistura carburante para a alimentação do motor. Uma bifurcação na entrada do coletor de admissão permite uma distribuição equilibrada de combustível entre os quatro cilindros. Consta do sistema dois dosadores de combustível, sendo que um deles é controlado por um parafuso micrométrico que permite uma regulação precisa do fluxo de gás. O controle do ar de admissão é feito por meio de uma válvula de alívio que, comandada pela pressão de saída do compressor, desvia os gases quentes da turbina. O sistema assim concebido permite

o controle total do motor em qualquer regime de funcionamento. Esse sistema será usado como referência para efeito de comparação. A figura 1 mostra esquematicamente os detalhes da instalação.

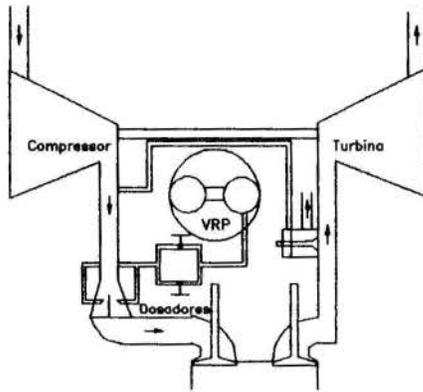


Figura 1. Sistema TRG de alimentação do motor a gás

Sistema TPLR. A Válvula Redutora de Pressão (VRP) é montada no interior de um "plenum", no qual são também instalados dois venturis dotados de duas borboletas de acionamento simultâneo e controle externo ao "plenum". A alimentação de combustível é feita na garganta dos venturis. O ar que sai do compressor alimenta o "plenum". Como a VRP opera em "ambiente" pressurizado, todos os seus controles originais comandados por diferença de pressão são preservados. O turbocompressor e seus controles são os mesmos do sistema anterior. A figura 2 mostra esquematicamente o sistema TPLR, que opera sem o trocador de calor indicado na figura.

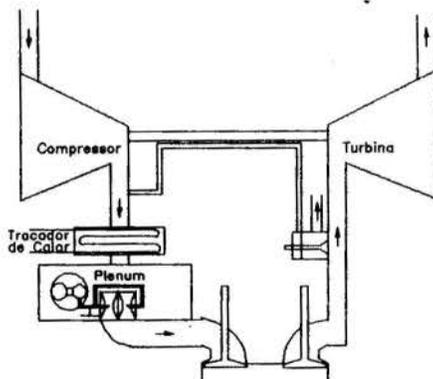


Figura 2. Sistemas TPLR e TPILR de alimentação de gás

Sistema TPILR. É semelhante ao sistema TPLR, ao qual é acrescentado um trocador de calor entre o compressor e o "plenum". Esse trocador foi especialmente projetado e construído para operar eficientemente em todas as condições de carga e rotação do motor. O trocador é do tipo "shell-and-tube", com água circulando pelo interior e o ar pelo exterior dos tubos aletados. No decorrer desse trabalho o sistema TPILR será identificado pelos números 2, 3 e 4 que se referem às condições de operação do trocador. A figura 2 mostra esquematicamente o sistema TPILR.

O combustível utilizado foi o gás metano produzido a partir da digestão anaeróbica de esgoto, tratado e armazenado em cilindros a 220 bar.

Instrumentação. O sistema para medições utilizado é composto de um dinamômetro hidráulico marca Schenk modelo 210-D com capacidade de absorção de até 600 N.m através de uma célula de carga com capacidade para 200 Kgf e uma precisão de 0.4%. A rotação do motor é medida através de um sensor magnético com precisão de 0.051%. A medida de consumo de gás é feita através de uma balança com célula de carga Alfa com capacidade para 5 Kg, sensibilidade de 2mV/V e um erro combinado de 0.03% da capacidade nominal da célula de carga. A medida do fluxo de ar para o motor é feita por meio de uma placa de orifício instalada em uma caixa equalizadora de pressão e a depressão na placa é medida por meio de um manômetro de coluna d'água. As medidas das temperaturas na entrada e saída do compressor e da turbina e no coletor de admissão são realizadas por meio de termopares do tipo K com erro individual de 0.75%. As medidas de pressão no turbocompressor são feitas por meio de um transdutor extensiométrico marca Sodemex com capacidade de 5 bar absolutos com erro global de 0.4%. Todos esses sensores estão ligados a um sistema de aquisição de dados marca STD modelo 85 MP dotado de duas placas conversoras A/D de 12 bits e uma placa D/A. Assim, o erro global no cálculo da potência é de 0.5%. O erro combinado no cálculo do fluxo de massa de ar é de 0.03%. O erro combinado das medidas de temperatura é de 1.25%. Esses valores foram calculados pelo método de Kline e McClintock (1953). O erro acumulado do sistema de medida de consumo, incluindo a precisão dos conversores A/D e da curva de calibração é de 0.6%. Todo esse sistema é controlado por um computador PC-XT de 704 Kbytes através de uma interface GPIB e é gerenciado pelo Software SIAD (Neves et al., 1991).

Procedimentos de Ensaio. A execução dos ensaios do motor com os três sistemas seguiu a metodologia básica estabelecida pela NBR-5484, complementada para cumprir os objetivos da pesquisa.

O motor equipado com o sistema TRG foi testado a plena carga, com a alimentação de combustível e ponto de ignição controlados para a obtenção de potência máxima em cada rotação. A temperatura na entrada do coletor de admissão foi escolhida como parâmetro básico desse estudo. Essa temperatura é a que menos sofre influência da temperatura do motor e das paredes do coletor, que variam com o regime de operação. Os testes realizados nessas condições são identificados por TRG-1.

Com o sistema TPLR instalado no motor, a VRP foi regulada para a condição de máxima potência a 3000 rpm. Além das medições descritas para o sistema TRG foram medidas a pressão e temperatura no "plenum". Os testes de plena carga foram realizados de maneira a reproduzir as mesmas rotações do teste TRG-1. Além da rotação outra variável de controle foi a temperatura da água de refrigeração do motor. Essa condição é identificada por TPLR-1.

Instalado o sistema TPILR, foram realizados os ensaios de plena carga com as mesmas regulagens de alimentação de combustível, avanço de ignição, temperatura da água de refrigeração do motor e rotação do teste anterior. Três situações de operação do trocador de calor intermediário foram testadas. Primeiramente foram realizados ensaios sem circulação de água no trocador de calor, que são identificados como TPILR-2. O objetivo desses ensaios é quantificar a influência das perdas de carga resultantes da introdução do trocador de calor. Em seguida foram realizados testes com

água entrando no trocador de calor à temperatura ambiente. Nessas condições os testes são identificados por TPILR-3. Por último, o trocador de calor operou com água resfriada de maneira que a temperatura de admissão sofresse uma redução significativa. Essa condição de operação é identificada por TPILR-4.

RESULTADOS E ANÁLISE

Os resultados experimentais colocam em evidência a forma como a temperatura de admissão influencia no desempenho global do motor. A redução do volume específico do ar, decorrente do resfriamento intermediário, aumenta o fluxo de massa. Esse aumento afeta outras variáveis além daquelas que dependem fortemente do rendimento volumétrico do motor como consumo específico de combustível e o empobrecimento da mistura.

Para a análise qualitativa e quantitativa que se segue são tomados como referência os resultados do sistema TRG. Esse procedimento se justifica uma vez que essa configuração permite a otimização de todos os parâmetros operacionais do motor em cada rotação através das válvulas dosadoras de gás.

No primeiro quadro da tabela 1 são apresentadas as temperaturas da mistura ar-combustível em função das rotações, medidas na entrada do coletor de admissão.

Tabela 1. Resultados dos ensaios dos sistemas de alimentação

Rotacao	2500		3000		3500		4000	
Sistema								
Temperatura de Admissao [C]								
	T	[%]	T	[%]	T	[%]	T	[%]
TRG-1	48.4	100.0	60.2	100.0	68.9	100.0	72.3	100.0
TPLR-1	42.7	88.2	55.2	91.7	63.5	92.2	78.3	108.3
TPILR-2	40.9	84.5	50.8	84.4	60.0	87.1	68.9	95.3
TPILR-3	27.6	57.0	31.7	52.7	38.6	56.0	42.8	59.2
TPILR-4	19.5	40.3	22.0	36.5	26.7	38.8	31.2	43.2
Consumo Horario de Ar [kg/h]								
	CHA	[%]	CHA	[%]	CHA	[%]	CHA	[%]
TRG-1	142.6	100.0	202.6	100.0	258.4	100.0	304.2	100.0
TPLR-1	147.8	103.6	200.7	99.1	255.9	99.0	323.8	106.4
TPILR-2	132.4	92.8	190.7	94.1	255.8	99.0	313.2	103.0
TPILR-3	149.1	104.6	213.7	105.5	280.5	108.6	356.3	117.1
TPILR-4	152.3	106.8	221.5	109.3	291.5	112.8	356.9	117.3
Consumo Especifico de Combustivel [kg/kW.h]								
	CEC	[%]	CEC	[%]	CEC	[%]	CEC	[%]
TRG-1	0.288	100.0	0.298	100.0	0.293	100.0	0.273	100.0
TPLR-1	0.250	86.8	0.247	82.9	0.250	85.3	0.255	93.4
TPILR-2	0.263	91.3	0.258	86.6	0.255	87.0	0.253	93.4
TPILR-3	0.259	89.9	0.255	85.6	0.253	86.3	0.251	91.9
TPILR-4	0.261	90.6	0.247	82.9	0.250	85.3	0.247	90.5
Relacao Ar-Combustivel [-]								
	RAC	[%]	RAC	[%]	RAC	[%]	RAC	[%]
TRG-1	14.17	100.0	13.29	100.0	14.19	100.0	15.12	100.0
TPLR-1	17.21	121.5	17.33	130.4	17.89	126.1	17.81	117.8
TPILR-2	14.38	101.5	15.12	113.8	16.47	116.1	16.51	109.2
TPILR-3	15.86	111.9	16.02	120.5	16.95	119.5	17.67	116.9
TPILR-4	15.42	108.8	16.11	121.2	16.75	118.0	16.52	109.3

Os ganhos no rendimento volumétrico do motor em decorrência do resfriamento intermediário eram evidentemente esperados. As figuras 3 e 4 mostram o valor desse ganho. Essas figuras colocam em evidência também o efeito combinado do resfriamento e da perda de carga sobre o rendimento volumétrico. No teste TPLR-1, apesar do motor operar com temperaturas de admissão superiores às do teste TPILR-2, o rendimento volumétrico é maior devido as menores perdas de carga do fluxo de ar. A medida que a corrente de ar que atravessa o sistema TPILR é resfriada, o seu rendimento volumétrico aumenta. Esse ganho em rendimento volumétrico varia em até 16% quando uma variação de 37.6°C na temperatura de admissão é observada, como mostrado na figura 3.

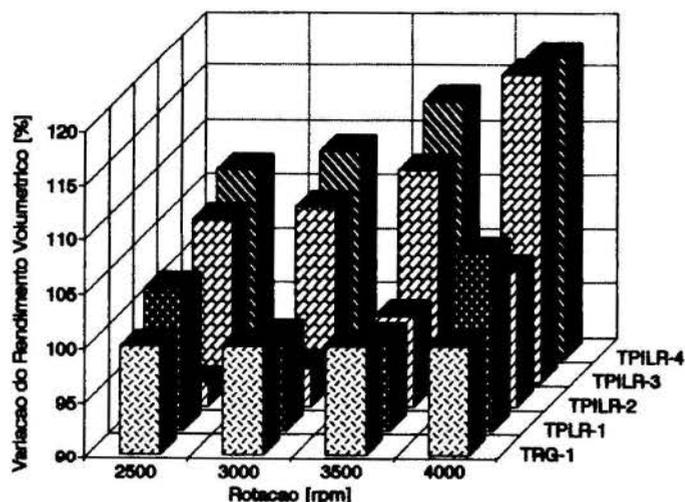


Figura 3. Variação do rendimento volumétrico em relação ao sistema TRG.

Com a redução da temperatura de admissão, observa-se um acentuado aumento do fluxo de massa de ar compensando assim, os efeitos da perda de carga decorrente da introdução do trocador de calor no sistema de alimentação. O segundo bloco de resultados experimentais da tabela 1, TPILR-2, registra a redução do fluxo de ar devido a perda de carga no sistema com o trocador de calor desativado. Um aumento no fluxo de ar é verificado na medida em que o trocador de calor é ativado, reduzindo a temperatura do ar de admissão do motor. Em todos os casos, como a VRP é controlada pela diferença de pressão e é insensível à variação de temperatura, o aumento do fluxo de massa de ar resulta em um acentuado empobrecimento da mistura, conforme a temperatura do ar é reduzida.

O consumo específico de combustível também é sensível aos efeitos combinados da perda de carga, da temperatura da mistura e da relação ar-combustível. O motor operando com misturas pobres tem tendência a apresentar um ganho no rendimento térmico devido ao aumento na relação entre os calores específicos da mistura. A mistura pobre conduz também a uma baixa temperatura de combustão que resulta em uma menor transferência de calor para as paredes do cilindro, e de acordo com Weaver (1989) reduz a dissociação molecular durante o processo de combustão. O resultado desses efeitos combinados é o aumento do rendimento térmico, e conseqüentemente uma redução no consumo específico de combustível. O terceiro quadro da tabela 1 mostra os ganhos no consumo específico de combustível, resultantes da redução da temperatura de admissão nos testes realizados com as três

configurações do sistema TPILR. O efeito da perda de carga é evidenciado quando se compara o teste TPLR-1 com o TPILR-2 (com o trocador de calor desativado).

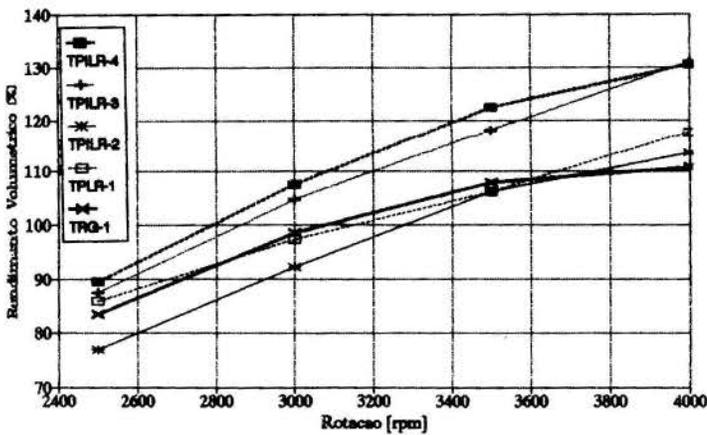


Figura 4 . Rendimento volumétrico do motor a gás.

Os efeitos da temperatura de admissão sobre a potência são apresentados nas figuras 5 e 6. Na figura 5 os resultados são apresentados comparativamente, tomando como base o teste TRG-1. Registra-se inicialmente uma redução da potência do motor no teste TPLR-1 quando comparado com o teste TRG-1. Isso decorre do forte empobrecimento da mistura, entre 18%

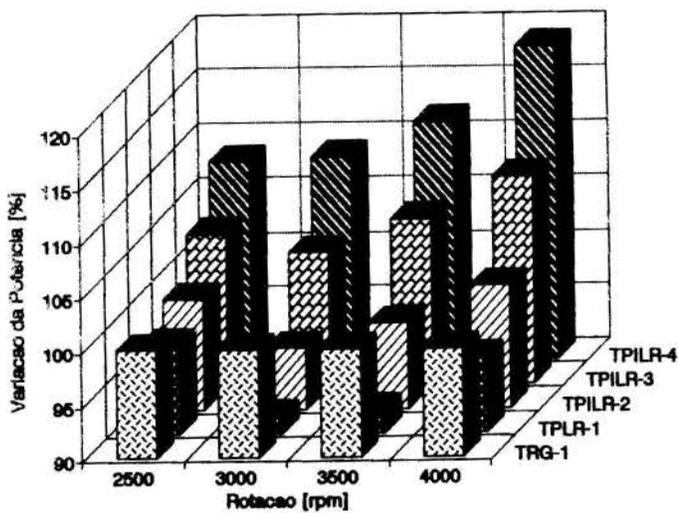


Figura 5 . Variação da potência em relação ao sistema TRG

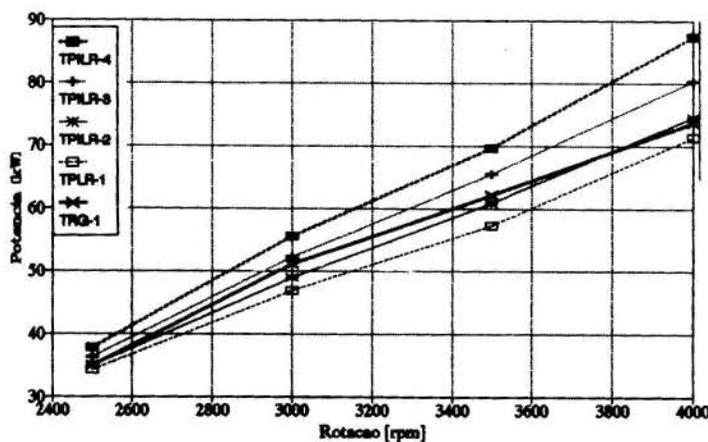


Figura 6 . Potência efetiva do motor a gás.

e 26%, como registrado na tabela 1. A medida que a mistura é enriquecida e a temperatura de admissão é reduzida, a potência aumenta sistematicamente até apresentar ganhos de 18% a 4000 rpm, quando o motor opera com temperatura de admissão de 31.2°C, embora nessa condição a mistura seja 10% mais pobre que a do sistema de referência.

CONCLUSÕES

Os resultados desse trabalho comprovam que a temperatura de admissão tem uma indiscutível influência no desempenho global do motor turboalimentado. Melhoras consideráveis no rendimento térmico e na relação potência/volume do motor são obtidas com a redução da temperatura de admissão. Isso indica que o controle dessa temperatura é um dos caminhos para a otimização de motores a gás turboalimentados.

Além disso, com o resfriamento eficiente do ar de admissão, o motor a gás metano poderá operar na região de mínima emissão de poluentes sem comprometer sua eficiência global.

BIBLIOGRAFIA

- . Bergmann, H., et al., "Facts Concerning the Utilization of Gaseous Fuels in Heavy Duty Vehicles," Gaseous Fuels for Transportation I- Conference Papers, 1986.
- . DeLuchi, M. A., et al., "Methanol vs. Natural Gas Vehicles: a Comparison of Resource, Supply, Performance, Emissions, Fuel Storage, Safety, Costs and Transitions," SAE Transactions, 881656, 1988.
- . Karim, G. A. and Wierzba, I., "Comparative Studies of Methane and Propane as Fuels for Spark Ignition and Compression Ignition Engines," SAE Transactions, 831196, 1983.
- . Klimstra, J., "Carburetors for Gaseous Fuels - On Air-to-Fuel Ratio, Homogeneity and Flow Restriction," SAE Transactions, 892141, 1989.
- . Kline, S. J. and McClintock, F. A., "Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments," Mechanical Engineering, 1953.
- . Neves, F. J. R., e Gomes, C. H., "Sistema de Aquisição de Dados em Motores de Combustão Interna," VI SIMEA, 1991.
- . Vianna, J. N. S., Pessoa, E. B. S. V., Senna, J. C. e Gouveia, R. P., "Turboalimentação de Motores a Gás - Análise dos Efeitos," VI SIMEA, 1991.
- . Weaver, C. S., "Natural Gas Vehicles - Review of the State of the Art," SAE Transactions, 892133, 1989.

ABSTRACT

An experimental analysis of the influence of admission temperature on the operational parameters of gas turbocharged Otto engines is made. Results show that admission temperature has strong influence on volumetric efficiency, power output, specific consumption, among others.

ANÁLISE DE DESEMPENHO DE MOTORES DE MÚLTIPLA IGNIÇÃO - CICLO OTTO

DALVI, ELIAS ANTONIO (UFES)
ORLANDO, ALCIR DE FARO (PUC/Rio)

RESUMO:

Os motores de combustão interna com ignição por centelha, operando no ciclo OTTO, têm sido gradativamente modificados e melhorados, de modo que valores mais elevados de eficiência possam ser obtidos. Câmaras de combustão de alta velocidade, ignição eletrônica, e injeção eletrônica entre outras, tem sido alguns dos componentes usados para otimizar a eficiência térmica dos motores.

Nesta investigação um sistema de ignição múltipla foi analisado. Com uma dada geometria da câmara de combustão, o ângulo de avanço de ignição, o número de velas, juntamente com a ótima relação ar-combustível, foram experimentalmente investigadas.

INTRODUÇÃO:

No final dos anos 70, com as perspectivas da crise do petróleo, uma preocupação muito grande tomou conta da indústria automobilística no sentido de se fazerem veículos mais econômicos, mais leves, confortáveis, mas que ao mesmo tempo fossem mais rápidos e mais eficientes.

Com essa grande quantidade de veículos que a cada ano é lançada no mercado, muitos poluentes são lançados na atmosfera, redobrando a preocupação com o desenvolvimento de novas tecnologias, para fazer com que eles atendam a um mínimo de emissões possível, sem detrimento do seu desempenho.

Os motores de ignição por centelha que originalmente equipavam esses veículos, eram dotados de um sistema bobina-platinado para originar a centelha responsável pela ignição do combustível. Com o advento de novas tecnologias, esse sistema foi substituído pela ignição eletrônica, que permite um arco voltaico de maior intensidade e conseqüentemente uma melhor queima da mistura ar-combustível. Recentemente foi lançado um novo motor, já com injeção eletrônica, possibilitando assim a substituição do antigo carburador, por um sistema que permite, não só um controle mais rígido da mistura ar-combustível melhorando a sua economia, mais também a diminuição das emissões de poluentes.

Sistemas de dupla ignição já são conhecidos com amplo uso na aviação. Uma razão para essa aplicação é o fator segurança no caso de falha de uma das velas. A outra é garantir a inflamação da mistura ar-combustível satisfatoriamente.

Estudos [1,2,3,4] utilizando ignição dupla para melhorar o desempenho do motor e diminuir as emissões foram realizados. Outros [5,6,7,8,9,10,11,12,13] pesquisaram velocidade de frente de chama, turbulência, bem como emissões de NO_x . Não foram encontradas referências sobre o desempenho de sistemas com múltipla ignição.

METODOLOGIA EXPERIMENTAL

A realização das experiências seguiu os procedimentos sugeridos pela SAE (SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERS) [14] para teste de motores de combustão interna.

(a) Ignição - Os resultados que aqui se apresentam tiveram como ponto de partida a colocação de 08 velas de ignição num motor monocilindro, estrategicamente posicionadas em conformidade com a geometria da câmara de combustão, cu-

jas centelhas são disparadas simultaneamente, independentemente do número de velas utilizado, uma vez que o sistema permitia uma combinação entre as mesmas.

O motor utilizado foi um monocilindro, 4 tempos, refrigerado a ar com taxa de compressão de 7.8:1 (cuja incerteza foi estimada em $\pm 1,5\%$ conforme [2, 15], e cilindrada de 318 cm^3 .

O ângulo de avanço era então lido com auxílio de um disco graduado e uma lâmpada estroboscópica e o mesmo era avançado ou atrasado manualmente por meio de um parafuso sem fim.

(b) Alimentação - O sistema de alimentação de combustível foi feito com auxílio de uma bureta graduada de 50 cm^3 com $\pm 0,5 cm^3$, interligada ao carburador por meio de válvulas. Era então lido o volume consumido e o seu respectivo tempo de escoamento com cronômetro analógico, com incerteza de $\pm 0,15 s$.

Com a temperatura do combustível e usando-se uma balança com incerteza de $\pm 0,0001 g$, calibrou-se um densímetro de onde foi obtida a densidade do combustível, com incerteza estimada em $\pm 2\%$. Dos dados acima calculou-se a vazão mássica com uma incerteza de $\pm 1,7 \%$.

As temperaturas do ar de admissão e do combustível foram medidas por meio de termômetros previamente calibrados com incerteza de $\pm 1^\circ C$.

O combustível utilizado foi gasolina comum adquirida dos postos de distribuição em períodos diferentes e verificou-se uma pequena variação na composição do mesmo a saber:

Combustível 1 - 82% Gasolina e 18% Etanol Anidro
Combustível 2 - 78% Gasolina e 22% Etanol Anidro
Combustível 3 - 86% Gasolina e 14% Etanol Anidro

Para cada bloco de dados obtidos com objetivos definidos, tomou-se o cuidado de utilizar somente um determinado tipo de combustível para não mascarar os resultados.

(c) Bancada dinamométrica - Foi utilizado um dinamômetro hidráulico GO-Power (modificado) com capacidade para 20 kW e 10.000 rpm, cuja célula de carga foi substituída por uma balança (previamente calibrada) com capacidade para 2 kg e incerteza de $\pm 1g$, interligada ao dinamômetro por meio de um braço de alavanca de 1m, possibilitando assim a leitura direta do torque do motor em N.m, com uma incerteza de $\pm 1,4\%$. A potência (com incerteza de $\pm 1,4\%$) era então calculada

a partir do torque e da rotação em rpm lida diretamente de um tacômetro acoplado ao eixo do dinamômetro com menor divisão igual a 50 rpm previamente calibrado.

(d) Vazão de Ar - A medida de vazão de ar, (com incerteza de $\pm 3,4\%$) foi feita utilizando-se um bocal de 19 mm de diâmetro acoplado na entrada de uma câmara de compensação de 0,0605m, cujas diferenças de pressão eram tomadas com auxílio de um manômetro inclinado com leitura em polegadas de água, com incerteza a $\pm 0,02$ in H_2O previamente calibrados conforme ASME [15] e GO-POWER [16].

A razão A/C (Ar/Combustível) foi calculada a partir das vazões mássicas do ar e do combustível dentro de uma incerteza de $\pm 3,8\%$.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para a interpretação dos gráficos, a seguinte simbologia para as velas foi utilizada.

V6 \rightarrow lê-se vela 6 (vela convencional) que foi mantida na posição original.

V6 + 12 \rightarrow lê-se vela 6 mais velas 1 e 2, âmbas disparando as centelhas simultaneamente.

O mesmo procedimento é usado para V6 + 1234 e V6 + 123478. A vela 5 não foi utilizada para obtenção desses resultados por se tratar de uma vela opcional.

Observando-se as figuras (1) e (2), ângulo de avanço igual a 0° e 5° , verifica-se que para um mesmo consumo específico, o aumento do número de velas mostra uma tendência de diminuição da razão ar-combustível e que, para uma mesma razão ar-combustível, o aumento do número de velas acarreta na diminuição do consumo específico. Isto pode ser justificado teoricamente, pelo fato de que o aumento do número de velas aumenta a velocidade efetiva de queima, aproximando-a da combustão praticamente instantânea nas vizinhanças do ponto morto superior (pequenos ângulos de avanço). Nestas condições, segundo Obert[4] e Giacosa[18] o consumo específico de combustível seria mínimo, pois a eficiência do ciclo se aproxima do valor ideal para o ciclo padrão OTTO.

Para um avanço maior ou igual a 10° Fig (3) e (4) e um mesmo consumo específico, um aumento do número de velas resulta num aumento da razão A/C, e para a mesma razão A/C, o aumento do número de velas resulta num aumento do consumo específico. Isto também pode ser justificado teoricamente, pelo fato de que o aumento do número de velas aumenta a velocidade efetiva de queima, aproximando-a da combustão praticamente instantânea em posições afastadas do ponto morto superior (grandes ângulos de avanço) que segundo Obert[4] e Giacosa[18], implica diretamente no aumento do trabalho de compressão e conseqüentemente na redução do trabalho líquido.

Entre 5° e 10° de avanço, as curvas são coincidentes dentro da incerteza de medidas.

Observa-se ainda, que para toda faixa de razão A/C testada, o consumo específico sempre diminuiu com o aumento da razão A/C, para todas as combinações de velas utilizadas.

Misturas ricas de ar-combustível, (menores valores de A/C) apresentam a característica de não queimarem completamente o combustível além de resultarem, quando queimada uma maior quantidade de produtos decorrentes de uma combustão incompleta, daí resultando uma menor conversão de energia química em térmica. Assim, a experiência [4,18,14], mostra que o consumo específico de combustível, é mais elevado do que em condições ótimas de operação.

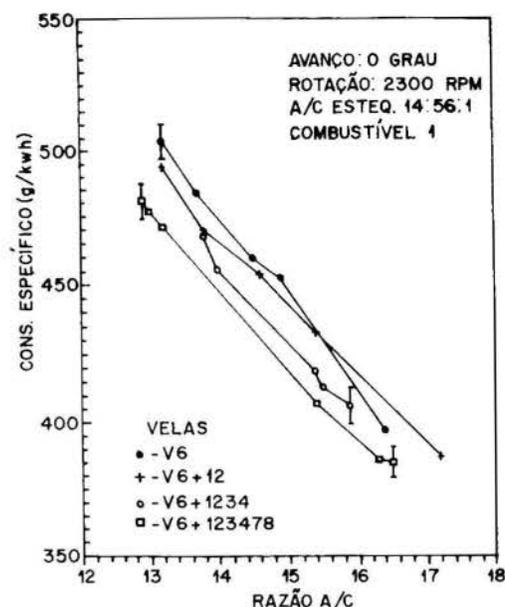


Fig. 1 - Curvas de consumo específico versus razão ar-combustível na rotação de 2300 rpm, avanço de 0° - Combustível 1

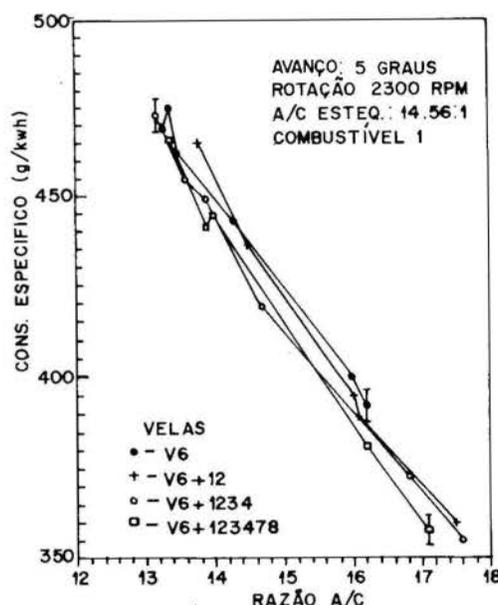


Fig. 2 - Curvas de consumo específico versus razão ar-combustível na rotação de 2300 rpm, avanço de 5° - Combustível 1

Aumentando-se a relação ar-combustível, para a mesma massa desse último, podem-se observar duas tendências:

- conversão adicional de energia química em térmica, pela queima adicional de combustível não queimado anteriormente e dos produtos de combustão incompleta, o que tende a elevar a temperatura dos gases de combustão;
- redução da temperatura dos gases de combustão devido ao aumento da massa de ar para a mesma massa de combustível queimada.

Existe portanto um valor ótimo da relação ar-combustível, para a qual as duas tendências são contrabalançadas e a eficiência térmica é máxima. Abaixo deste valor, predomina a tendência (a) e a eficiência térmica é menor devido à mais baixa temperatura, resultado da menor conversão de energia química em térmica. Acima deste valor, predomina a tendência (b) e a eficiência térmica é menor devido à mais baixa temperatura resultante da grande massa de ar a ser aquecida pela queima de uma dada massa de combustível.

Nos testes realizados a 2300 rpm, não foi possível observar esta característica, pois a relação ar-combustível, não foi aumentada suficientemente. Entretanto, espera-se que nas Fig. (2) a (5), o consumo específico de combustível aumente para razões de ar-combustível acima das testadas neste trabalho.

De acordo com BENSON e WHITEHOUSE [13], a velocidade de propagação da chama, na combustão, aumenta com o aumento da temperatura (efeito de primeira ordem) e com a diminuição da pressão (efeito de segunda ordem). Também a temperatura dos gases aumenta com o aumento da relação ar-combustível até um valor máximo correspondente, aproximadamente, à máxima eficiência térmica (mínimo consumo específico de combustível).

Como nas experiências realizadas com o combustível 1 (2300 rpm), o consumo específico de combustível sempre diminui com o aumento da relação ar-combustível, chega-se a conclusão que a temperatura dos gases provavelmente aumentou com o aumento da relação ar-combustível nas experiências mencionadas, o que resultou em maiores velocidades de propagação de chama.

Nestas condições, o efeito global do aumento do número de velas e da relação ar-combustível (A/C) foi o mesmo, isto é, tornar a combustão mais rápida. Assim, pode-se concluir que para manter o mesmo consumo específico de combustível em

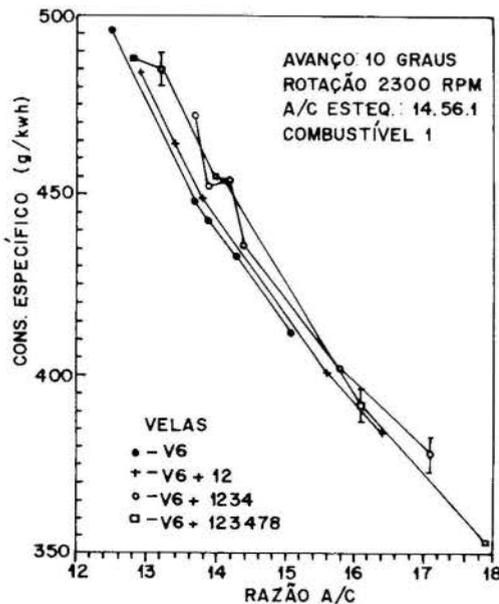


Fig. 3 - Curvas de consumo específico versus razão ar-combustível na rotação de 2300 rpm, avanço de 10° - Combustível 1

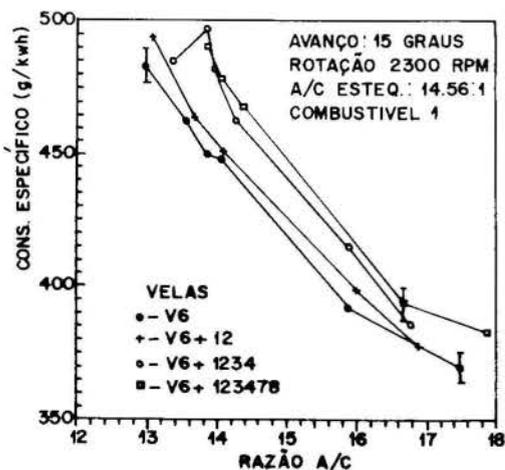


Fig. 4 - Curvas de consumo específico versus razão ar-combustível na rotação de 2300 rpm, avanço de 15° - Combustível 1

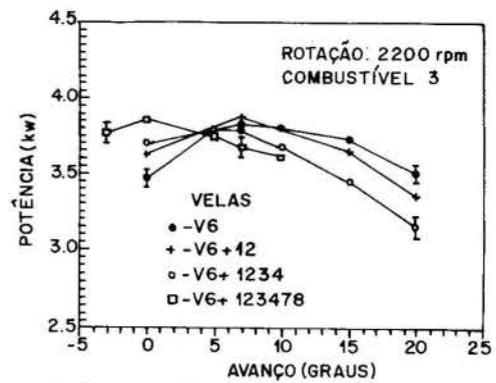


Fig. 5 - Curvas de potência versus ângulo de avanço na rotação de 2200 rpm - Combustível 3 - (A/C = 14,0 ± 1,0)

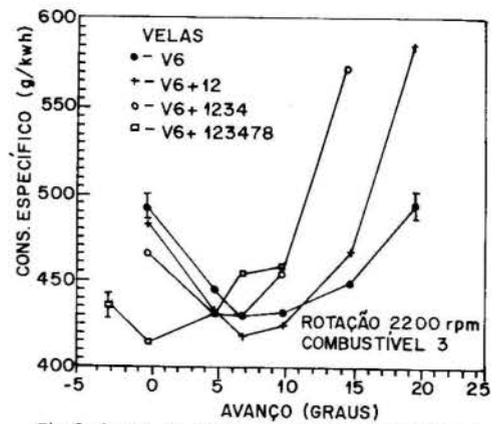


Fig. 6 - Curvas de consumo específico versus ângulo de avanço na rotação de 2200 rpm - Combustível 2 (A/C = 14,0 ± 1,0)

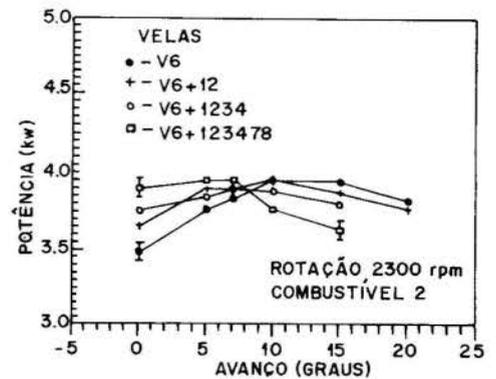


Fig. 7 - Curvas de potência versus ângulo de avanço na rotação de 2300 rpm - Combustível 2 Com A/C variando em até 25%

pequenos ângulos de avanço, devem-se contrabalançar duas tendências: (a) - redução do consumo específico provocada pelo aumento do número de velas [4,18] para uma dada relação ar-combustível (Fig (1) e (2)); (b) - aumento do consumo específico provocado pelo enriquecimento da mistura (menores valores de A/C), o que resulta em menores velocidades de queima [13]. Assim pode-se justificar que, para pequenos ângulos de avanço, o aumento do número de velas resulta na diminuição da relação ar-combustível, para que o consumo específico de combustível permaneça constante.

Um raciocínio análogo pode justificar o fato de que, para grandes ângulos de avanço, o aumento do número de velas resulta no aumento da relação ar-combustível para que o consumo específico de combustível permaneça constante. Assim a utilização de um sistema de multi-ignição para um motor de combustão interna, apresenta como perspectiva a possibilidade de otimização de seu desempenho e de suas emissões (PERKINS [12]), desde que se especifique grandes ângulos de avanço.

Na Fig. 5, onde foram traçadas curvas de potência versus ângulo de avanço (para uma razão ar-combustível A/C : 14,0 ± 1) e para uma mesma rotação, verificou-se que, à medida que se aumenta o número de velas, a curva tende a se deslocar para a esquerda (o ponto de máximo ocorre para menores avanços). A mesma tendência pode ser observada na figura 6 onde foram traçadas curvas de consumo específico versus ângulo de avanço, ou seja: toda a curva tende a se deslocar para a esquerda (o ponto de mínimo ocorre para menores avanços). Para uma razão A/C variando em até 25% (Fig. 7), a mesma tendência foi também observada.

CONCLUSÕES

Os dados experimentais obtidos nesta pesquisa, confirmam o fato de que, o aumento do número de velas, resulta na diminuição do consumo específico de combustível para ângulos de avanço $\leq 5^\circ$ para a mesma relação ar-combustível, e no seu aumento para ângulos de avanço $\geq 10^\circ$. Na faixa intermediária (entre 5° e 10°), nada se pode afirmar, pois as diferenças encontradas estão dentro da faixa de incerteza de medida.

Os dados experimentais obtidos nesta pesquisa, também confirmam o fato de que, o aumento do número de velas resulta na diminuição da relação ar-combustível para ângulos de avanço $\leq 5^\circ$ e mesmo consumo específico, e no seu aumento para ângulos de avanço $\geq 10^\circ$. Assim, a utilização de um sistema de multi-ignição para um motor de combustão interna, apresenta como perspectiva, a possibilidade de otimização de seu desempenho e de suas emissões, desde que se especifique ângulos de avanço adequados.

Foi observada uma influência do combustível sobre o desempenho do motor. Entretanto, como as diferenças encontradas foram pequenas, experiências mais controladas deverão determinar tal dependência. Nesta pesquisa, considerou-se não haver tal influência dentro da faixa determinada de incerteza, ligeiramente superior à de medida.

Observou-se também, que o aumento do número de velas tende a reduzir o ângulo ótimo de avanço, determinado a partir do consumo específico mínimo de combustível para cada rotação utilizada, aproximando a combustão do ciclo real à do ciclo ideal (padrão OTTO).

Finalmente, em todos os testes realizados, o consumo específico de combustível diminui com o aumento da relação ar-combustível para qualquer número de velas, mesma rotação e ângulo de avanço.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] HARRINGTON, J. A.; SHISHU, R. C. e ASIK, J. R., A study of ignition systems; effects on power, emissions, lean misfire limit, and EGR tolerance of a single, Cylinder Engine, Multiple spark versus conventional single spark ignition, SAE Paper 740188, 1979.
- [2] OBLANDER, K.; ABOTFF, J. and FRICKER, L., From engine testbench to vehicle - An approach to lean burn by dual ignition, I mech. e HQ on 12-14 june 1979.
- [3] MAKAGIMA, Y.; SUGIHARA, K. and TAGAGI, Y., Lean mixture or EGR - which is better for fuel economy and NOx reduction?, I mech. e HQ on 12-14 june 1979.
- [4] OBERT, E., Motores de combustão interna, Editora Globo, 1970.
- [5] LUCAS, G.; BRUNT, M. F. and ANTON, R., The effect of squish on charge turbulence and flame propagation in an SI engine, I mech. e HQ on 12-14 june 1979.

- [6] GROFF, E. G. and MATEKUNAS, F. A., The nature turbulent flame propagation in a homogeneous spark-ignited engine, SAE Paper 800133, 1979.
- [7] KOMIYANA, K. and HEYWOOD, J. B., Predicting NOx emissions and effects of exhaust gas recirculation in spark-ignition engine, SAE Paper 730475, 1979.
- [8] UYEHARA, Otto A., Effect of burning zone A/F, fuel H/C on soot formation and thermal efficiency, SAE Paper 800093, 1979.
- [9] HARROW, G. A. and CLARKE, P. H., Mixture strength control of engine power: fuel economy and specific emissions from gasoline engines running on fully vaporized fuel/air mixtures, I. Mech. e HQ on 12-14 june 1979.
- [10] CHAIBONGSAI, S.; KODOTA, T. and HENEIN, N. A., The burning velocity in a CFR engine with different turbulent flow fields generated by intake valves, SAE Paper 800860, 1979.
- [11] NASHCHOKIN, V., Engineering thermodynamics and heat transfer, First Published 1979, Revised from the 1975 Russian Edition.
- [12] PERKINS, H. C., Air Pollution, Copyright 1974 by McGraw-Hill.
- [13] BENSON, R. S. e WHITEHOUSE, N. D., Internal Combustion Engines, vol. 2, 1979, Pergamon Press Ltd.
- [14] DANOUE, J. A., Test procedure for measurement of small engine, Test procedure subcommittee SAE Engine Committee, 1972.
- [15] KLINE and McCLINTOCK, Describing uncertainties in single-sample experiments, Mech. Eng., p. 3, january 1953.
- [16] FLUID METERS, The American Society of Mechanical Engineer, Sixth Edition, 1971.
- [17] GO-POWER SYSTEMS, Principles of Engine Analysis, Palo Alto, California, 1969.
- [18] GIACOSA, D., Motores endotérmicos, 3a. edición, Editorial Científico Médica, 1970.

ABSTRACT

Spark ignition internal combustion engines, OTTO cycle, have been gradually modified and improved so that higher values for thermal efficiency can be obtained.

High speed combustion chambers, electronic ignition, electronic injection among others, have been some of the components used to optimize the engine thermal efficiency.

In the present research a multiple ignition system has been analysed. Combustion chamber geometry, ignition advance angle, number of electric sparks and their layout in the chamber, together with the optimum air-fuel ratio are experimentally investigated.

NUMERICAL STUDY OF THE INLET AXIAL ANGLE IN A TWO-STROKE ENGINE DURING A SCAVENGING PROCESS

M. C. Gouveia and A. O. Nieckele

Dept. Mech. Eng. - PUC/RIO

22.453 - Rio de Janeiro - R.J.

SUMMARY

Steady state numerical simulation of the flow field and heat transfer performance of a scavenging process in a two-stroke engine by the finite volume method. The problem is mathematically modeled by the Navier-Stokes equation, incorporating the $\kappa - \epsilon$ turbulence two equation model. The effect of the inlet jet in the flow field inside the cylinder is investigated. Substantial increase in the Nusselt number is obtained when the inlet jet is directioned both to the piston head and exit port. However, the global discharge coefficient is little affected by the inlet axial angle.

INTRODUCTION

Scavenging is a critical area in the development of two-stroke diesel engines. In a very short period of time the air stream, coming from intake ports near the bottom dead center, must displace all the remaining products of combustion from the cylinder. Premature opening of the exhaust valves helps diminish the mass of combustion gases left in the cylinder, even though the bulk of the process is actually left to the air charge. In reality the scavenging process is, as illustrated by Meintjes (1987), an air/combustion product mixing process where the objective is to reduce the exhaust residual concentration.

The process requires a minimum of losses. It is greatly affected by flow conditions, once swirl and recirculation flows can either improve or impart scavenging, depending on their intensity and location inside the cylinder.

Concerning in-cylinder flow conditions, a number of studies can be found in the literature. One could mention recent reviews, by Arcoumanis and Whitelaw (1987), Kamimoto and Kobayashi (1988), as well as conferences and symposium entirely devoted to the subject (Uzkan, 1989).

Recent research involves the development of multidimensional computer codes to model the flow conditions inside reciprocating machinery. One early example is the CONCHAS-SPRAY (Cloutman et al., 1982) computer codes, from Los Alamos National Laboratory, USA. Having the application to internal combustion engines specifically in mind, the code was developed to generate numerical solutions to multicomponent reactive fluid flow problems in two space dimensions.

Diwakar (1985) utilized the CONCHAS-SPRAY code to analyze the turbulent flow field inside some typical internal combustion engine chambers under motoring conditions. The study showed that the scavenging efficiency could be improved with minor alterations of the intake port swirl angle. The same model was utilized by Kuo and Duggal (1984) to assess the effect of engine design parameters, such as piston bowl shape, on air motion inside the cylinder. Two-dimensional models, in spite of the many assumptions that have to be made regarding the geometry of the engine, in order to make it axisymmetrical, have been used extensively by several authors as Zhang (1985) and Chiu and Wu (1990). Other examples of multidimensional models are provided by Carapanayotis and Salcudean (1988), and Uzkan (1988).

Undoubtedly, a major progress in the prediction of in-cylinder gas flow was achieved with the use of three dimensional models. Reports on such models are provided in the literature by Gosman et al. (1984) and Diwakar (1987). Both codes made use of the $\kappa - \epsilon$ turbulence model and the latter specifically aimed at the study of the gas exchange process in a uniflow-scavenged two-stroke engine. One important conclusion from Diwakar (1987) was that two-dimensional

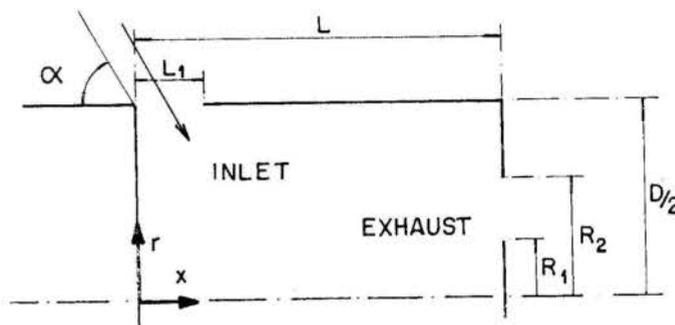


Figure 1. Cylinder geometry

models, although providing less realistic results than three-dimensional codes, could still be useful in predicting trends regarding the influence of intake port angle on scavenging.

Measurements involving steady-state flow in model engines have also been carried out by Das (1974), Sung and Patterson (1982) and Borée et al. (1989). These works provide a useful data base for validation of the models.

Gouveia et al. (1989, 1992) analysed numerically the scavenging process in a two-stroke engine and compared with experimental results showing a good agreement. It was revealed that the exhaust port configuration is an important parameter to control the flow field and heat transfer characteristics for the scavenging process. In another paper, Gouveia et al. (1990) by using the same model, concluded that the best valve positioning is near the cylinder liner, the maximum valve opening must be small and that the best aspect ratio for the exhaust port studied was one. Besides, it could be concluded by the papers that Reynolds number is the principal parameter to control the heat transfer characteristics of the process.

Curiously no study of axial inlet angle (with respect to the symmetry line of cylinder) was presented in the above papers. Therefore, the purpose of this paper is to examine numerically the effect of the inlet axial angle in the flow and heat transfer in a steady-state scavenging process in a two stroke engine in which the piston head and the cylinder walls are maintained at constant temperature in the absence of swirling flow.

ANALYSIS

A cross section of the two-stroke engine under consideration is shown in Fig. 1. During the scavenging process, simultaneous inflow and outflow streams occurs through the open ports. No swirling fresh air is admitted with an axial component (given by the α angle), and scavenges the products of combustion through the exhaust valve. During the process

the piston is near the bottom dead center and, although the crank angle varies by about 40 degrees, the volume of the cylinder can be considered as being approximately constant. With this approximation and assuming that only air flows through the cylinder, it is possible to study the flow and heat transfer characteristics of the process in a steady-state regime.

Air enters the cylinder circumferentially (Fig. 1) inducing a turbulent flow where u and v are the velocity components in the x and r coordinates, and leaves the domain through the exhaust port. The exhaust valve is simulated by a ring with radius R_1 and R_2 (Fig. 1).

Due to symmetry considerations of the cylinder and port assembly, the flow can be considered axi-symmetrical. With respect to the thermal boundary conditions the piston head and the cylinder liner are assumed to be at constant temperature, since the variations of the gas temperature during the scavenge process are usually small when compared with the gas to wall temperature difference. It is further assumed that the flow is incompressible.

GOVERNING EQUATIONS

The numerical calculation of the flow field and heat transfer are based on the time average Navier-Stokes and energy equations. The $\kappa - \epsilon$ model of turbulence was selected to represent the turbulence behavior of the fluid. Appropriate dimensionless variables for this problem can be defined as

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{D}, & R &= \frac{r}{D}, & U &= \frac{u}{V_m}, & V &= \frac{v}{V_m}, \\ K &= \frac{k}{V_m^2}, & E &= \frac{\epsilon D}{V_m^3}, & P &= \frac{p^*}{\rho V_m^2}, & \phi &= \frac{T - T_{in}}{T_w - T_{in}}, \end{aligned} \quad (1)$$

where D is the cylinder diameter and V_m is the mean velocity through the cross section of the cylinder given by $V_m = \dot{m}/(\rho\pi D^2/4)$ where \dot{m} is the mass flow rate of air into the cylinder. κ is the turbulent kinetic energy and ϵ its dissipation rate. T_{in} and T_w are the inflow air temperature and surface temperature (piston head and cylinder walls), respectively, p^* is the modified pressure defined as $p^* = p + \frac{2}{3}\rho\kappa$, where p is the thermodynamic pressure, and ρ is the density.

For the present situation the conservation equations of mass, momentum, turbulent kinetic energy, dissipation of turbulent kinetic energy and energy are

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (2)$$

$$\text{div}(\vec{V}\vec{V}) = -\text{grad} P + \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\mu Re} [\text{grad} \vec{V} + (\text{grad} \vec{V})^T] \right] \quad (3)$$

$$\text{div}(\vec{V}K) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\kappa \mu Re} \text{grad} K \right] + \frac{\mu_t}{\mu Re} G - E \quad (4)$$

$$\text{div}(\vec{V}E) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon \mu Re} \text{grad} E \right] + \frac{E}{K} \left[c_1 \frac{\mu_t}{\mu Re} G - c_2 E \right] \quad (5)$$

$$\text{div}(\vec{V}\phi) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_t \mu Re} \text{grad} \phi \right] \quad (6)$$

where G is the production of kinetic turbulence, Re is the Reynolds number and μ_t/μ is the dimensionless turbulent viscosity, which are defined by

$$G = [\text{grad} \vec{V} + (\text{grad} \vec{V})^T] \cdot \text{grad} \vec{V} \quad (7)$$

$$Re = \rho V_m D / \mu, \quad \mu_t / \mu = (c_\mu K^2 / E) Re \quad (8)$$

The constants in the turbulence model are taken directly from Launder and Spalding (1974). These are: $c_\mu = 0.09$, $c_1 = 1.44$, $c_2 = 1.92$, $\sigma_\kappa = 1.00$, $\sigma_\epsilon = 1.30$ and $\sigma_t = 0.9$.

BOUNDARY CONDITIONS

It can be assumed that air enters the domain with a known mass flow rate and constant temperature. The value of κ was taken as 2 percent of the mean kinetic energy and the corresponding ϵ -value was specified by assuming the mixing length to be 4.5 percent of the inlet port size. The inlet conditions ($R = 0.5$, $X \leq X_1$) were:

$$\begin{aligned} U &= \frac{\cot \alpha}{4X_1}, & V &= \frac{1}{4X_1}, \\ K &= \frac{0.01}{(4X_1 \sin \alpha)^2}, & E &= \frac{c_\mu^{3/4} K^{3/4}}{0.045X_1}, & \phi &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Along the symmetry line ($R = 0$) we have $V = 0$ and zero radial gradient of all other variables. At the exhaust opening, the usual condition of neglecting the diffusion flux of all variables was adopted.

The Wall Regions. The $\kappa - \epsilon$ model is used everywhere except in the narrow regions near the walls, where the "wall function" method is used, as suggested by Launder and Spalding (1974). In this method the region between the node P , closest to the wall, and the wall is linked by the logarithmic velocity profile. The "wall function" can also be applied for the energy equation, as described by Patankar and Spalding (1970).

COMPUTATIONAL DETAILS

The conservation equations were solved numerically by the method described in Patankar (1980). The coupling between the axial and radial momentum equations and continuity was handled by the SIMPLER algorithm.

Exploratory calculations on finer grid were employed to provide guidance for the selection of the appropriate grid for the several cases studied. A 22×12 uniform grid in the axial and radial direction was selected for the calculation domain.

RESULTS AND DISCUSSION

The numerical results for the flow field of the scavenging process on a two-stroke engine under state condition, using the present $\kappa - \epsilon$ turbulence model, has been compared with available numerical and experimental results in previous papers of Gouveia et al. (1989, 1992). The comparison performed with the experimental results of Sung and Patterson (1982) for exactly the same experimental configuration, showed very good agreement. The comparison with the numerical results of Zhang (1985) revealed superior results.

For the present study the configuration depicted in Fig. 1 has been chosen with $R_1/D = 0$. The basic parameters of the configuration are:

$$\begin{aligned} Re &= 5 \times 10^4 & R_1/D &= 0.0 & L/D &= 1.0 \\ \sigma &= 0.69 & R_2/D &= 0.3 & X_1 &= 0.1 \end{aligned} \quad (10)$$

To analyse the effect of the inlet axial angle α in the flow field, solution was obtained for $45^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$. When the α angle is equal 90° the inlet jet is radial. For α angles greater than 90° , the inlet jet is directed towards the piston head and for α angles smaller than 90° , the inlet jet is directed to the exit.

Local Results

Streamlines. The flow field pattern inside the cylinder can be examined by analysing the streamline distribution. The dimensionless stream function ψ was calculated from

$$\psi = \int_0^R U R dR \quad (11)$$

Figures 2, 3 and 4 show the streamline pattern inside the cylinder for $\alpha = 90^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ e $\alpha = 120^\circ$, respectively.

When the inlet α is equal to 90° (Fig. 2), the inlet jet, normal to the cylinder liner, is deviated to the axial direction near the symmetry line, due to the encounter of the jet near the centerline inducing a weak secondary flow along the cylinder wall. Recirculating zones are undesirable for the scavenging process, since the combustion products can be trapped in these regions.

The streamlines for $\alpha = 45^\circ$ can be seen in Fig. 3. The flow pattern is quite different than for $\alpha = 90^\circ$. In this case, the inlet jet induces a new and strong recirculation zone near the cylinder piston. The velocities in this region are of the same order as in the rest of the domain. Further, since the radial component of the inlet jet is weaker, the encounter of the jet near the symmetry line is not so strong, resulting in smaller recirculation zone near the cylinder liner.

It should be mentioned here that the overall trapped fluid volume is strongly dependent on the location of the recirculation zones, since the volume is proportional to the radius squared, and near the symmetry line the radius is very small. Thus, although for $\alpha = 45^\circ$ there are 2 recirculation zones, the overall trapped fluid volume for this configuration is smaller than for $\alpha = 90^\circ$.

Figure 4 shows the flow pattern inside the cylinder for $\alpha = 120^\circ$, when the inlet jet is turned to the cylinder piston. The flow pattern for this case is similar to the flow pattern for $\alpha = 90^\circ$ (Fig. 2). However, the bulk of the flow is near the center, inducing an undesirable increase in the recirculation zone.

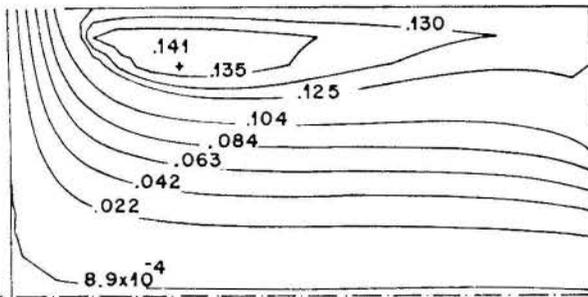


Figure 2. Streamlines for $\alpha = 90^\circ$

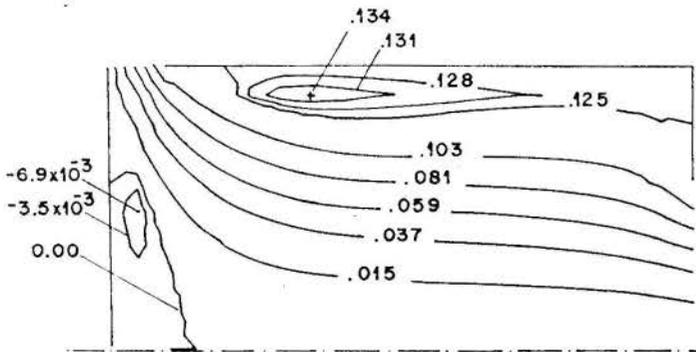


Figure 3. Streamlines for $\alpha = 45^\circ$

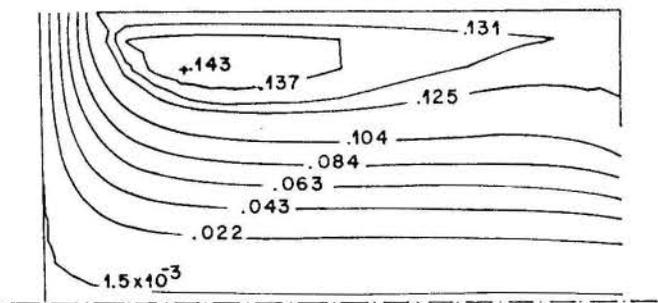


Figure 4. Streamlines $\alpha = 120^\circ$

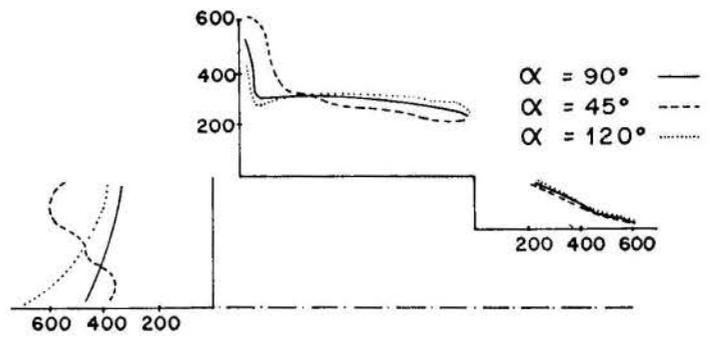


Figure 5. Local Nusselt Number Distribution

Local Heat Transfer Coefficient. The local and average Nusselt number are defined as

$$Nu = \frac{qD}{k(T_w - T_b)}, \quad \bar{Nu} = \frac{\bar{q}D}{k(T_w - T_b)} \quad (12)$$

where q and \bar{q} are the local and average heat flux at the solid walls, and T_b is the bulk temperature of the air at the exhaust port

$$T_b = \int T u r dr / \int u r dr \quad (13)$$

where the integral is evaluated at the exhaust port area.

Figure 5 shows the variation of Nu with the position around the cylinder chamber for all configurations used for the streamline presentation. It can be observed that the heat transfer coefficient on the cylinder head (right wall at exit) is practically not affected by the inlet jet direction. A similar behaviour of Nu for all α angles can also be seen along the cylinder liner. The peak near the entrance region occurs exactly out of the recirculation region where the jet washes the wall. For $\alpha = 120^\circ$, the jet is directed to the opposite side, reducing the local Nusselt in the entrance region. The little increase of Nusselt along the cylinder liner for $\alpha = 120^\circ$ is caused by the higher intensity of the recirculation zone. For $\alpha = 45^\circ$, there is an increase in Nu due to the decrease of the size of the recirculation zone near entrance (see Fig. 3), while there is a reduction in the Nusselt number along the cylinder liner, due to the smaller intensity of the recirculation.

Along the piston head (left wall) it can be noted a similar behaviour of the local heat transfer coefficient for $\alpha = 90^\circ$ and $\alpha = 120^\circ$ since the flow field is also similar. However, for $\alpha = 120^\circ$, since the inlet jet washes the piston head there is a substantial increase of the heat transfer coefficient there. On the other hand, a quite different behavior can be observed for $\alpha = 45^\circ$ once the flow structure is also different. The new recirculation zone at the piston head (see Fig. 3) reduces the Nusselt number near the center, but the high velocities at the entrance outside the recirculation zone, induce an expressive increase in Nu .

Finally, it can be concluded that both for $\alpha = 45^\circ$ and for $\alpha = 120^\circ$ there is an increase in the overall Nusselt number, with respect to $\alpha = 90^\circ$, caused basically by the piston head (left wall).

Overall Results

The effect of the inlet α angle on the overall characteristics of the flow and heat transfer inside the cylinder are examined next.

Discharge Coefficient. To assess the effectiveness of the scavenging process, the discharge coefficient can be an useful parameter. It can be defined as the ratio between the actual mass flow rate \dot{m} through the cylinder and an isentropic mass flow rate of a perfect gas \dot{m}_i between the two sections of the cylinder, $C_d = \dot{m}/\dot{m}_i$; as in Gouveia et al. (1990), where

$$\dot{m}_i = A_2 \left\{ \frac{2p_1\gamma\left(\frac{p_1}{T_1}\right)}{R_{air}(\gamma-1)} \left[\frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/\gamma} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma+1)/\gamma}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/\gamma} \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2} \right] \right\}^{1/2} \quad (14)$$

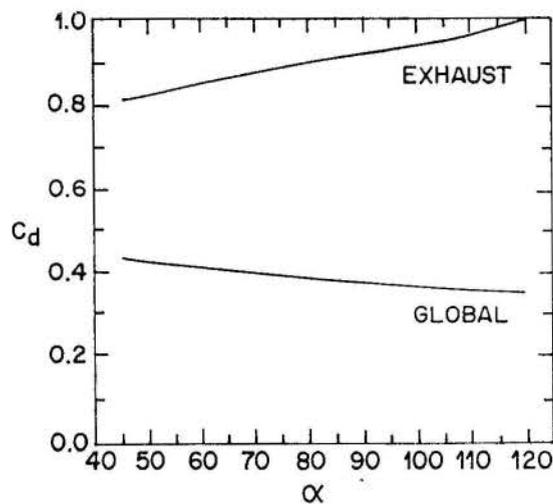


Figure 6. Discharge coefficient

A global C_d can be defined to measure the overall friction loss inside the chamber between the inlet port and the exhaust valve. On the other hand, an exhaust C_d , is a measure of the losses due to the expulsion of the gases.

Figure 6 shows the effect of the inlet α angle in the discharge coefficient. There is a slight diminution of the global C_d as α increases due to the losses associated with irreversibilities generated from the strong encounter of jet near the symmetry line. Further, the trapped volume increases for higher α 's, reducing the efficiency of the process (smaller C_d).

The exhaust C_d shows an opposite trend with respect to α , since it is a measure of the losses at the exhaust port. Note that for smaller α , there is a stronger curvature of the streamlines close to the exit resulting in greater losses.

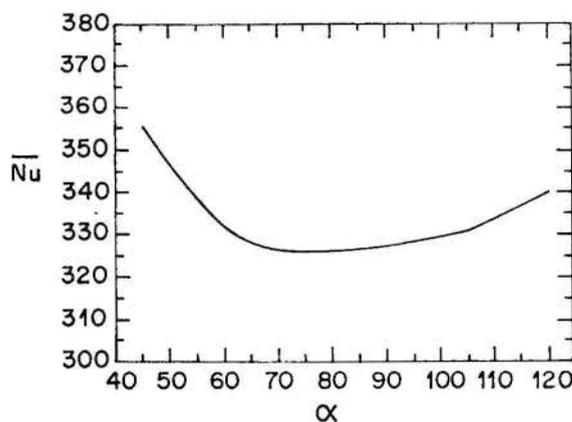


Figure 7. Overall Nusselt Number

Overall Heat Transfer Coefficient. Figure 7 shows the effect of the inlet α angle in Nu . As previously exposed, the inlet α angle affects the heat transfer coefficient basically near the entrance region. It can be seen that for α values smaller than 70° there is a strong rise in Nu caused mostly by the increase in the local Nu number on piston head and entrance region near the cylinder liner, as presented on Fig. 5. For α greater than 100° there is also a rise in Nu though not as strong. In accordance with Fig. 5 this rise is caused by the jet, which is directed to the piston head, increasing the local Nusselt distribution in this region.

CONCLUSION

The present numerical study of the scavenging process on a two-stroke engine under steady-state condition showed that the axial inlet angle controls the recirculation zones where the combustion products will eventually be trapped. It can be concluded that smaller values for α , around 45° , causes a good diminution of the trapped volume, resulting in a slightly higher heat transfer coefficient and discharge coefficient, the axial α angle can be an useful tool to recall when one desire to improve the heat transfer coefficient in critical areas of the cylinder, in particular, in the piston head.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the financial support given by SCT (Secretaria de Ciéncia e Tecnologia do Governo Federal) to develop the present work.

REFERENCES

- Arcoumamis, C., and Whitelaw, J. H., "Fluid Mechanics of Internal Combustion Engines: A Review," *Proc. IMechE*, Part C, vol 201, no. C1, pp. 57-72, (1987).
- Boré, J., Charnay, G., and Nuglish, H. J., "Experimental Modelisation of the Piston Engine's Internal Aerodynamics", *Entropie*, vol 25, no. 148, (1989).
- Chiu, C. P. and Wu, T. S., "Study of Air Motion in Reciprocating Engine Using and Algebraic Grid Generation Technique," *Numerical Heat Transfer*, Part A, vol. 17, pp. 309-327 (1990).
- Cloutman, L. D., Dukowicz, J. K., Ramshaw, J. D. and Amsden, A. A., "CONCHAS-SPRAY: A Computer Code for Reactive Flows with Fuel Sprays," LA-9294-MS, Los Alamos National Laboratories, (1982).
- Das, D. K., "An Investigation of the Vortex Flow Inside a Model Diesel Engine Cylinder," *PhD Thesis, UMIST, Mechanical Engineering Department, Manchester, U.K.*, (1974).
- Diwakar, R., "Multidimensional Modeling of the Gas Exchange Processes in a Uniflow-Scavenged Two-Stroke Diesel Engine," *Int. Symp. on Flows in Internal Combustion Engines - III*, ed. T. Uzkan et al., ASME-FED vol 28, pp. 125-134, (1985).
- Diwakar, R., "Three-Dimensional Modeling of the In-Cylinder Gas Exchange Process in a Uniflow-Scavenged Two-Stroke Engine" *SAE Technical Paper Series 870596*, (1987).
- Kamimoto, T., and Kobayashi, H., 1988, "In Cylinder Fluid Dynamics of Diesel Engines" *JSME Int. J.*, Series II, Vol. 31 II, pp. 199-208, (1988).
- Gosman, A. D., Tsui, Y. Y., and Walkins, A. P., "Calculation of Three Dimensional Air Motion Model Engines," *SAE Technical Papers Series 840229*, (1984).
- Gouveia, M. C., Parise, J. A. R. and Nieckele, A. O., "Numerical Simulation of the Fluid Flow and Heat Transfer Processes During Scavenging in a Two-Stroke Engine Under Steady Conditions", *Proc. Nat. Heat Transfer Conference, Philadelphia*, 89-HT-2, (1989).
- Gouveia, M. C., Nieckele, A. O., Parise, J. A. R., "Numerical Study of a Two-Stroke Engine During a Scavenging Process", *Proc. III ENCIT, Itapema, SC*, pp. 811-815, (1990).
- Gouveia, M. C., Parise, J. A. R. and Nieckele, A. O., "Numerical Simulation of the Fluid Flow and Heat Transfer Processes During Scavenging in a Two-Stroke Engine Under Steady Conditions", *Journal of Heat Transfer*, vol. 114, pp. 383-393, (1992).
- Launder, B. E. and Spalding, D. B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol 3, pp. 269-289, (1974).
- Meintjes, K., *Engine Combustion Modeling: Prospects and Challenges*, Cray Channels, Winter, (1987).
- Patankar, S. V. and Spalding, D. B., *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*, Intertext Books, (1970).
- Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, (1980).
- Sung, N. W. and Patterson, D. J., "Air Motion in a Two Stroke Engine Cylinder - The Effects of Exhaust Geometry," *SAE Trans 820751*, pp. 2534-2544, (1982).
- Uzkan, T., "Effects of Engine Speed on the Scavenging Characteristics of a Two-Cycle Engine" *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 110, pp. 523-530, (1988).
- Uzkan, T., "Basic Processes in Internal Combustion Engines" *ASME ICE*, vol 6, (1989).
- Zhang, Q., "Flow Modelling of Scavenging Process in a Two Stroke Cycle Engine Cylinder," *M.Sc. Thesis, UMIST, Mechanical Engineering Department, Manchester, U.K.*, (1985).

DISPERSÃO DE CONTAMINANTES NA ATMOSFERA: MODELAGEM ATRAVÉS DA SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DE TRANSPORTE

J. M. Santos A. O. Nieckele L. F. A. Azevedo
Dep. Eng. Mecânica Dep. Eng. Mecânica Dep. Eng. Mecânica
UFES PUC/RJ PUC/RJ
29100 Vitória, ES 22453 RJ, RJ 22453 RJ, RJ

SUMÁRIO

O presente trabalho investigou a dispersão de contaminantes na forma de gases e material particulado provenientes de uma fonte contínua e estacionária sujeita a ventos transversais. Os campos de concentração e velocidade foram determinados através da solução numérica (método dos volumes finitos) das equações de transporte nas suas formas tridimensionais para regime permanente e turbulento. Os campos de concentração obtidos, apresentaram boa concordância com o modelo de Pluma Gaussiana. Os efeitos no escoamento da razão de temperaturas e velocidades entre o jato da chaminé e corrente livre foram investigados.

INTRODUÇÃO

A poluição atmosférica proveniente de gases e de material particulado liberada pelas indústrias representa sérios danos às populações vizinhas aos centros industriais. As autoridades responsáveis pela fiscalização dos índices de concentração de poluentes na atmosfera necessitam de mecanismos para identificar as fontes emissoras, a fim de exigir das indústrias a instalação de equipamentos de controle adequados. As técnicas de medição envolvem elevados custos e grande demora na obtenção de resultados. Por esta razão, é necessária a utilização de modelos matemáticos capazes de prever a dispersão dos poluentes provenientes das fontes emissoras.

Os modelos matemáticos para a previsão da dispersão de contaminantes podem ser divididos, de uma maneira geral, em modelos baseados na análise estatística de dados experimentais de períodos anteriores e em modelos baseados na solução das equações fundamentais que descrevem o transporte dos contaminantes na atmosfera. Estes últimos utilizam dois tipos de descrição: Lagrangeano e Euleriano. Dentre os modelos lagrangeanos mais utilizados destaca-se o modelo de Pluma Gaussiana (Seinfeld, 1986) que prevê a distribuição espacial dos contaminantes a partir de um tratamento estatístico do transporte turbulento de massa. Alguns autores desenvolveram modelos baseados na solução da equação de conservação de massa da espécie química na forma euleriana, porém, utilizando campos de velocidade e difusão turbulenta provenientes de dados experimentais (Andrén, 1987, Jia-Yeong et al., 1987 e Wen-Yih, 1986).

O presente trabalho pretende construir um modelo capaz de prever a distribuição de concentração de gases e material particulado provenientes de uma fonte contínua e estacionária (chaminé) situada sobre uma superfície plana infinita sujeita a ventos transversais. Para isso as equações de conservação nas suas formas tridimensionais para regime turbulento e permanente, incluindo efeitos combinados de convecção natural e forçada serão resolvidas numericamente pelo método de volumes finitos.

MODELAGEM MATEMÁTICA

A Figura 1 apresenta de forma esquemática a chaminé de altura H e diâmetro D sujeita a ventos transversais com velocidade u_{3_0} e temperatura T_0 uniforme e com concentração nula. A chaminé emite gases ou material particulado verticalmente com velocidade u_{2_j} , com temperatura T_j e fração mássica w_j .

A aceleração de coriolis não é considerada, pois este problema está inserido no estudo da microescala meteorológica. A variação da densidade com a temperatura segue a equação dos gases perfeitos. O material particulado pode escoar junto com o fluido, mas pode também apresentar uma velocidade de deposição v_d , devido à força gravitacional (Friedlander, 1977).

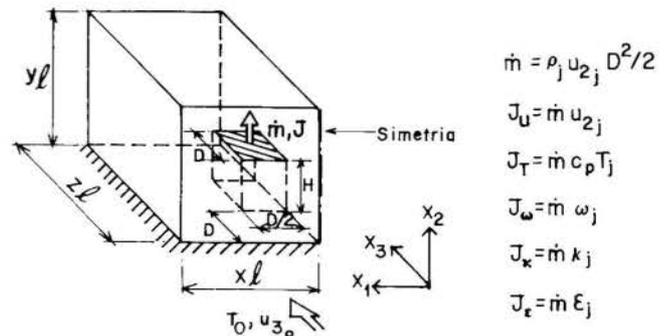


Figura 1. Esquema do domínio de cálculo

Para a situação de interesse, Fig. 1, nota-se a existência de uma direção principal de escoamento, direção x_3 . Supondo-se então, que não existem obstáculos à jusante da fonte emissora, é possível introduzir a hipótese de escoamento tridimensional parabólico (Pattankar, 1972, Santos, 1992 e Almeida 1989), isto é, todos os termos difusivos são desprezíveis na direção x_3 .

No presente trabalho, como pode ser visto na Fig. 1, a chaminé foi configurada por uma fonte de massa, "momentum" e energia localizada a uma altura H , numa região com a forma de retângulo de lados $D/2$ e D nas direções x_1 e x_3 , respectivamente. É importante perceber a ausência física da chaminé, pois a solução somente é possível através desta hipótese, visto que um "esquema parabólico" foi utilizado na solução numérica das equações de conservação, o qual não é capaz de prever recirculações que necessariamente ocorreriam devido à chaminé ser um obstáculo em relação ao escoamento da corrente livre.

Equações Governantes. O escoamento de gases na região próxima à superfície da Terra é governado pelas equações de conservação de massa, quantidade de movimento linear, energia e de massa das espécies químicas presentes na atmosfera. O modelo de turbulência $\kappa - \epsilon$ foi selecionado para representar o caráter turbulento do escoamento. Uma adimensionalização conveniente é

$$\begin{aligned} X_i &= \frac{x_i}{D}, & U_i &= \frac{u_i}{u_{3_0}}, & T^* &= \frac{(T - T_0)}{(T_j - T_0)}, & w^* &= \frac{w}{w_j} \\ \kappa^* &= \frac{\kappa}{u_{3_0}^2}, & \epsilon^* &= \frac{\epsilon D}{u_{3_0}^3}, & P_m &= \frac{P_m}{\rho_0 u_{3_0}^2}, & V_d &= \frac{v_d}{u_{3_0}} \\ \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_0}, & \beta^* &= \frac{\beta}{\beta_0}, & \mu^* &= \frac{\mu_t}{\mu Re}, & Re &= \frac{\rho u_{3_0} D}{\mu} \\ Fr &= \frac{u_{3_0}}{\sqrt{gD}}, & RT &= \frac{T_j}{T_0}, & RV &= \frac{v_{2_j}}{u_{3_0}}, & RH &= \frac{H}{D} \end{aligned} \quad (1)$$

onde x_i e u_i são os três eixos coordenados e componentes das velocidades nas direções 1, 2 e 3. T é a temperatura, w é a fração mássica da mistura, κ e ε são a energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação, ρ é a densidade, β é o coeficiente de expansão térmica. p_m é a pressão modificada ($p_m = p + 2/3(\mu_t \text{div } \vec{u} + \rho\kappa)$), a qual pode ser decomposta em $\bar{p}(x_3) + p'(x_1, x_2)$ de acordo com a hipótese de escoamento parabólico. μ e μ_t são viscosidade absoluta e turbulenta e g é a aceleração da gravidade. Re e Fr são, respectivamente, o número de Reynolds e Froude.

As equações de conservação adimensionais são

$$\partial(\rho^* U_i) / \partial X_i = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho^* U_i U_j)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left[\mu^* \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right] + \frac{\partial}{\partial X_i} \left[\mu^* \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right] - \frac{\partial P_m}{\partial X_j} - \frac{\rho^*}{Fr^2} \delta_{2j} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho^* U_i T^*)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left[\mu^* \frac{\partial T^*}{\partial X_i} \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial[\rho^*(U_i + VD)w^*]}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left[\mu^* \frac{\partial w^*}{\partial X_i} \right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho^* U_i \kappa^*)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left[\mu^* \frac{\partial \kappa^*}{\partial X_i} \right] + P^* - \rho^* \varepsilon^* + \frac{1 - RT}{Fr^2} G^* \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho^* U_i \varepsilon^*)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left[\mu^* \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial X_i} \right] + \frac{\varepsilon^*}{\kappa^*} [C_1 P^* - C_2 \rho^* \varepsilon^* + C_3 G^*] \quad (7)$$

onde

$$\mu^* = C_\mu \rho^* \kappa^{*2} / \varepsilon^* \quad (8)$$

$$P^* = \mu^* \left[\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right] \frac{\partial U_i}{\partial X_j}, \quad G^* = -\frac{\mu^*}{\sigma_t} \beta^* \frac{\partial T^*}{\partial X_2} \quad (9)$$

μ^* é a viscosidade turbulenta adimensional do modelo $\kappa - \varepsilon$, P^* é a taxa de produção de energia cinética turbulenta devido a interação do tensor de Reynolds e os gradientes das velocidades médias e G^* é a produção ou destruição de energia cinética turbulenta por forças de empuxo.

De acordo com recomendação de Launder e Spalding (1974), utilizou-se as seguintes constantes: $\sigma_t = 0,50$; $\sigma_w = 0,50$; $\sigma_\kappa = 1,00$; $\sigma_\varepsilon = 1,30$; $C_\mu = 0,09$; $C_1 = 1,44$; $C_2 = 1,92$ e $C_3 = 1,44$.

Condições de Contorno. De acordo com a aproximação parabólica na direção X_3 , necessita-se somente de uma condição inicial nesta direção. Como mencionado, no plano inicial ($X_3 = 0$) considerou-se escoamento não perturbado, logo $U_1 = U_2 = 0$, $U_3 = 1$, $T^* = 0$ e $w^* = 0$. Como proposto por Demuren e Rodi (1987), a energia cinética turbulenta é suposta valer 1% da energia cinética baseada na velocidade da corrente livre ($\kappa^* = 0,01$) e o comprimento de mistura no plano inicial é $l_m = \alpha Yl$, onde $\alpha = 0,0135$ e Yl o tamanho vertical do domínio, sendo $\varepsilon^* = C_\mu^{3/4} \kappa^{*3/2} / (0,4 l_m / D)$.

Considera-se a existência de simetria no eixo da chaminé ($X_1 = 0$), assim pode-se afirmar que não existe fluxo de calor, de quantidade de movimento linear e de massa através do plano $X_1 = 0$. Assume-se ainda que o domínio é suficientemente grande de modo que na fronteira lateral direita ($X_1 = Xl/D$) a condição de não perturbação possa ser imposta.

Na fronteira superior, $X_2 = Yl/D$, foi utilizada como condição de contorno a solução do problema clássico de escoamento turbulento sobre placa plana para a região fora da camada limite (Schlichting, 1968). Na superfície sólida, $X_2 = 0$, todos os componentes da velocidade são nulos. A fim de reduzir o número de parâmetros envolvidos neste problema, a condição de contorno para a temperatura foi prescrita considerando-se fluxo de calor nulo na superfície da Terra, permitindo somente o estudo da dispersão de contaminantes sob condições de estabilidade atmosférica neutra. Com relação a fração mássica, considerou-se que a superfície sólida não absorve gases ou partículas, logo o fluxo de massa é nulo.

O modelo de turbulência somente é válido para o núcleo turbulento onde $\mu \ll \mu_t$. Nas regiões próximas à superfície sólida onde $\mu \gg \mu_t$, de acordo com a recomendação de Patankar e Spalding (1970), utilizou-se a "Lei da Parede" a qual consiste em adotar o

perfil universal para as velocidades paralelas à superfície sólida. Assume-se também, que nesta região a taxa de dissipação e de produção de energia cinética turbulenta são iguais. Para situações de fluxos de calor e de massa nulos na parede pode-se admitir o mesmo comportamento na região próxima à parede.

Na saída da chaminé ($X_{3o} = x_{3o}/D \leq X_3 \leq X_{3o} + 1$, $X_2 = RH$, $0 \leq X_1 \leq 1/2$) foram prescritos os fluxos de massa da mistura e da espécie química, energia, quantidade de movimento linear, energia cinética turbulenta e dissipação da energia cinética turbulenta. A energia cinética turbulenta foi considerada como 2% da energia cinética de saída do jato da chaminé e para a dissipação desta energia considerou-se o comprimento de mistura $l_m/D = \alpha Yl/D$, onde $\alpha = 0,205$ conforme sugerido por Demuren e Rodi (1987)

RESULTADOS E DISCUSSÕES

O problema estudado no presente trabalho é governado por nove parâmetros: RV , RT , VD , Fr , Re , RH , X_{3o} , Xl/D e Yl/D . Naturalmente que uma análise paramétrica completa no espaço disponível é inviável, portanto, selecionou-se para o presente trabalho manter os parâmetros geométricos constantes com os seguintes valores: $RH = 12$, $X_{3o} = 1$, $Xl/D = 5$ e $Yl/D = 25$. Note que o tamanho do domínio nas direções X_1 e X_2 foram especificados grandes o suficientes para não afetar o escoamento próximo à chaminé. O parâmetro geométrico mais relevante para o problema é a razão de aspecto da chaminé, o qual será objeto de estudo em outro artigo. Os números de Reynolds e Froude também foram mantidos constantes utilizando-se valores típicos ($Re = 4 \times 10^5$ e $Fr = 0,62$), pois influenciam muito pouco o escoamento como foi constatado por Santos (1992). A velocidade de deposição de material particulado é um parâmetro bastante interessante para ser estudado, mas novamente, devido a limitações de espaço será apresentado em outro trabalho. Neste trabalho, fixou-se $VD = 0$, o que corresponde a escoamento de gases e de material particulado com densidade igual a do ar, isto é, as partículas escoam junto com o fluido. Este trabalho portanto é dedicado ao estudo do efeito no escoamento de dois dos parâmetros mais relevantes: razão de velocidades RV e razão de temperaturas RT . Três valores típicos foram selecionados para cada parâmetro. $RT = 1,72$; $1,30$ e $1,0$ e $RV = 0,2$; $0,5$ e $0,8$. $RT > 1$ significa gás quente sendo emitido pela chaminé e $RT = 1,00$ corresponde a situação isotérmica. Os valores selecionados para RV são menores que a unidade para que a aproximação de escoamento parabólico seja válida.

Os resultados a serem apresentados formam obtidos com uma malha não uniforme de $10 \times 50 \times 43$ nas direções $x_1 \times x_2 \times x_3$, respectivamente, selecionada a partir de testes de malha (Santos, 1992).

Comparação com o Modelo de Pluma Gaussiana. Apesar do modelo de Pluma Gaussiana (Queiroz e Santolin, 1988, Seinfeld, 1986) ser bastante simplificado, esta comparação ainda é útil pois este modelo é largamente utilizado na previsão da dispersão de contaminantes na atmosfera. A Figura 2 apresenta os perfis de concentração $C = C_j C^*$ em $\mu\text{g}/\text{m}^3$ para uma concentração típica dos jatos na saída da chaminé, $C_j = 4 \times 10^5 \mu\text{g}/\text{m}^3$, onde $C^* = RT \rho^* w^*$. Os resultados do presente trabalho são comparados com o modelo Gaussiano em diversas posições axiais para diversas razões de temperaturas. Pode-se verificar que para todas as posições axiais os perfis de concentração em ambos os modelos apresentam a mesma tendência em relação a razão de temperaturas, ou seja, a medida que o parâmetro RT é aumentado as curvas se deslocam na direção vertical positiva. Este comportamento era esperado uma vez que, um aumento na razão de temperaturas implica em um aumento da influência das forças de empuxo que tendem a elevar a linha de centro da pluma. Pode-se notar que a concordância qualitativa entre as previsões dos dois modelos melhora sensivelmente a medida que a coordenada axial aumenta. Isto se deve ao fato de que as aproximações incorporadas no modelo de Pluma Gaussiana não são válidas para pequenas distâncias axiais em relação à chaminé. Também com relação ao modelo do presente trabalho, a aproximação de escoamento parabólico é menos realista para pequenos valores da coordenada axial.

Para o caso em que a razão de temperaturas é igual a unidade,

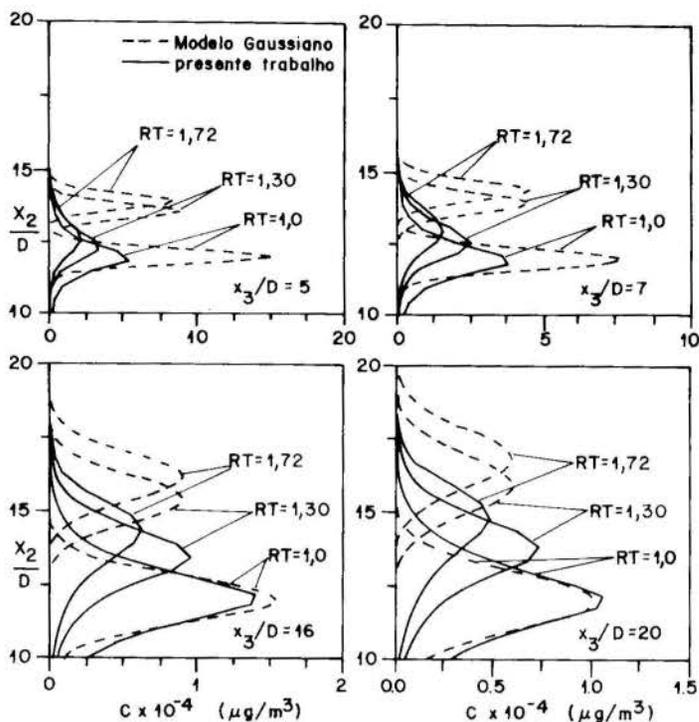


Figura 2. Perfis de concentração C . Plano de simetria. $RV = 0,2$

isto é, na ausência de forças de empuxo, os perfis de concentração para os maiores valores das posições axiais mostradas, apresentam uma excelente concordância qualitativa. Entretanto, para as outras razões de temperaturas estudadas, pode-se notar uma diferença na posição vertical das curvas, sendo que o modelo de Pluma Gaussiana prevê maior influência da força de empuxo que o presente modelo. Este comportamento pode ser explicado através das diferenças fundamentais entre os dois modelos. No caso do modelo de Pluma Gaussiana, a influência da força de empuxo é introduzida a partir de parâmetros empíricos, enquanto que no presente trabalho, a mesma é considerada de forma mais rigorosa nas equações de conservação.

Caso Base. Um caso típico de operação de chaminé possui $RV = 0,2$; $RT = 1,30$. Considerando esta situação como caso base, a distribuição de velocidade, concentração e temperatura é analisada. A Figura 3 apresenta linhas de concentração adimensional C^* constante e o campo de velocidade no plano de simetria ($X_1=0$). Nestas condições o campo de velocidades apresenta um componente vertical predominantemente positivo devido à influência da emissão vertical da chaminé de gases com temperatura mais elevada que a do ambiente, estendendo-se a uma região da ordem de quatro diâmetros acima da região de emissão. Esta influência diminui com o aumento da coordenada axial X_3 . Nota-se que as linhas de concentração constante estão deslocadas verticalmente em relação ao plano horizontal passando pela altura da chaminé. Esta assimetria é provocada pelo campo de velocidades apresentado devido à convecção dos gases e à ausência de velocidade de deposição. Pode-se observar, também, que fortes gradientes de concentração na

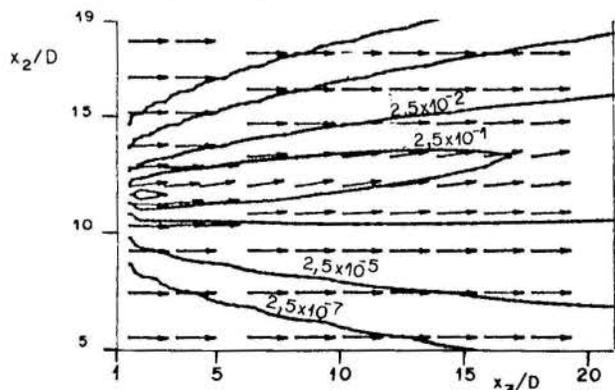


Figura 3. Campo de velocidade e Isoconcentrações. Plano de simetria. $RT = 0,77$ e $RV = 0,2$

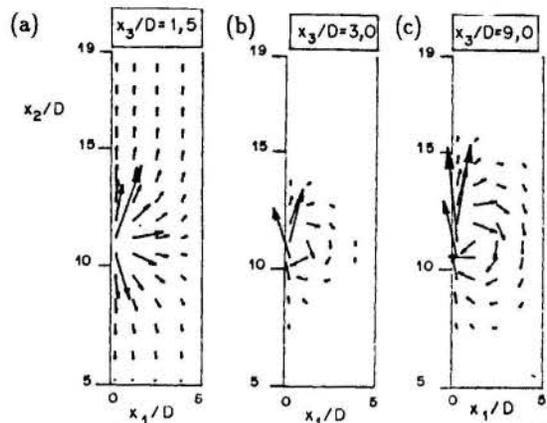


Figura 4. Campo de velocidade. Plano transversal X_1X_2 . $RT = 0,77$ e $RV = 0,2$

direção vertical são mantidos indicando que nas regiões próximas à chaminé os efeitos convectivos são predominantes. A existência de valores não nulos de concentração, imediatamente abaixo da região de emissão, é provocada pelo escoamento com componentes de velocidade na direção vertical negativa. Nota-se, também, um rápido decaimento da concentração ao longo da direção axial.

Uma visão mais detalhada do escoamento pode ser obtida através dos campos de velocidade no plano transversal, apresentados na Figura 4. Uma análise sequencial das Figuras 4(a), 4(b) e 4(c) mostra claramente a formação de um vórtice longitudinal característico da interação entre o escoamento principal e do jato. Pode-se observar na Fig. 4(a) que o fluxo de massa se espalha radialmente de forma assimétrica na saída da chaminé, resultando em componentes verticais negativas da velocidade logo abaixo da saída da mesma. Isto é devido à ausência física da chaminé conforme hipótese do presente modelo. Para as outras posições axiais observa-se claramente que os vórtices são simétricos e que ainda estão em formação devendo diminuir sua intensidade para posições axiais mais afastadas.

As linhas de concentração constante no plano transversal X_1X_2 para o caso base, são apresentadas na Figura 5. Pode-se notar que as linhas afastam-se umas das outras com aumento da coordenada axial X_3 , indicando o efeito da dispersão dos contaminantes e apresentam a forma aproximada de circunferências concêntricas, cujos centros elevam-se verticalmente à medida que a distância em relação à chaminé aumenta, devido aos efeitos do escoamento. Esta forma circunferencial é creditada à baixa intensidade do escoamento secundário em relação ao componente U_3 . Comportamento idêntico foi observado em relação às isothermas, nos trabalhos realizados por Demuren e Rodi (1987) e Santos (1992).

Efeito da Razão de Temperaturas. O campo de velocidade e as linhas de concentração constante no plano de simetria para o caso isotérmico são apresentados na Fig. 6. Uma análise desta figura em conjunto com a Fig. 3 (caso base) mostra claramente os efeitos da força de empuxo sobre o campo de velocidades e, conseqüentemente, sobre as linhas de concentração constante. Analisando a Fig. 7 para $RT = 1,0$, observa-se que as linhas de concentração constante, são aproximadamente simétricas em relação à chaminé, visto que a

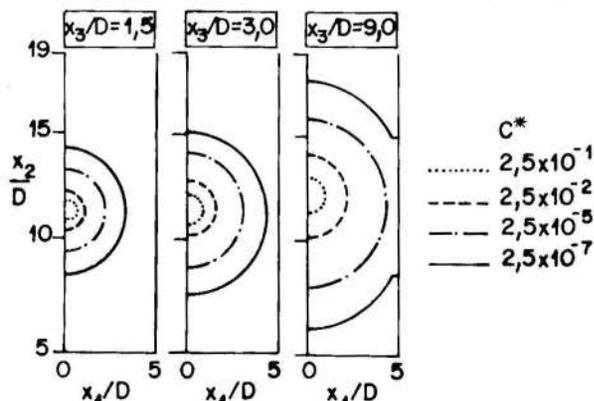


Figura 5. Isoconcentrações C^* . Plano transversal X_1X_2 . $RT = 0,77$ e $RV = 0,2$

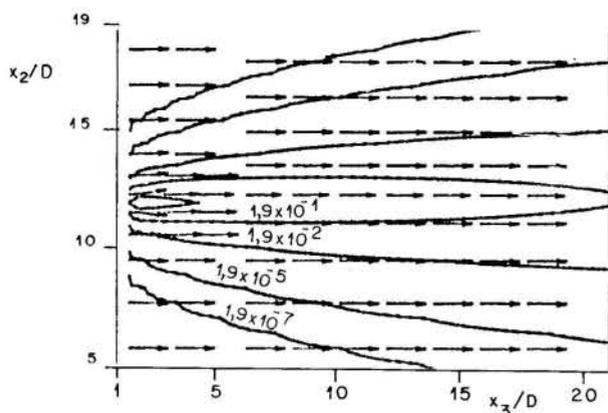


Figura 6. Campo de velocidade e isoconcentrações. Plano de simetria. $RT = 1,00$; $RV = 0,2$

força de empuxo é nula e a quantidade de movimento linear do jato é pequena, $RV = 0,2$. As linhas de concentração de mesmo valor se aproximam da chaminé com o aumento da razão de temperaturas produzindo gradientes axiais de temperatura mais intensos. Este fato ocorre devido ao aumento do componente vertical da velocidade e conseqüente diminuição do componente axial, reduzindo portanto, o efeito convectivo axial. A medida que a razão de temperaturas aumenta, a componente vertical do campo de velocidades aumenta deslocando as linhas de concentração constante para cima. Isto também pode ser visto na Figura 7(b) que apresenta a linha de centro da pluma (lugar geométrico de concentração máxima) para os diversos RT analisados.

Efeito da Razão de Velocidades. A Figura 8 mostra o campo de velocidade e linhas de concentração constante no plano de simetria do escoamento para $RV = 0,8$. Comparando esta figura com a Fig. 3 para $RV = 0,2$ nota-se que medida que o parâmetro RV é aumentado os vetores velocidade se apresentam mais inclinados em relação à posição horizontal, isto se deve ao aumento da quantidade de movimento linear na direção vertical que também influencia a posição das linhas de concentração constante que tendem a subir na região acima da chaminé. Entretanto, na região abaixo da chaminé estas linhas estão posicionadas, em relação a direção vertical, tanto mais baixas quanto maior o valor de RV . Novamente isto se deve as recirculações no plano transversal, as quais tornam-se maiores quando RV aumenta. Pode-se observar, também, que os gradientes relativos a concentração são maiores a medida que RV diminui. A Figura 7(a) ilustra o deslocamento vertical da linha de centro da pluma com o aumento da razão de velocidades.

CONCLUSÕES

A comparação dos campos de concentração obtidos através do modelo Gaussiano e do presente trabalho é considerada satisfatória apesar do caráter totalmente distinto das duas formulações, especialmente para posições axiais mais afastadas da chaminé onde as hipóteses adotadas em ambos os modelos tornam-se mais realistas. É importante ressaltar que o modelo de Pluma Gaussiana é fortemente dependente de parâmetros empíricos, enquanto o modelo apresentado no presente trabalho necessita apenas das constantes empíricas do modelo de turbulência, o que lhe confere maior generalidade. Os resultados demonstraram que a distribuição de concentração é bastante influenciada pela razão entre a temperatura do vento e do jato, devido ao aumento do termo de empuxo e conseqüente alteração do campo de velocidades. Foi observado que

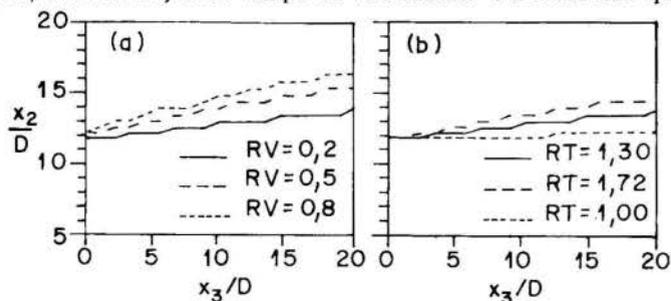


Figura 7. Linhas de centro da pluma. (a) Razão de velocidades. (b) Razão de temperaturas.

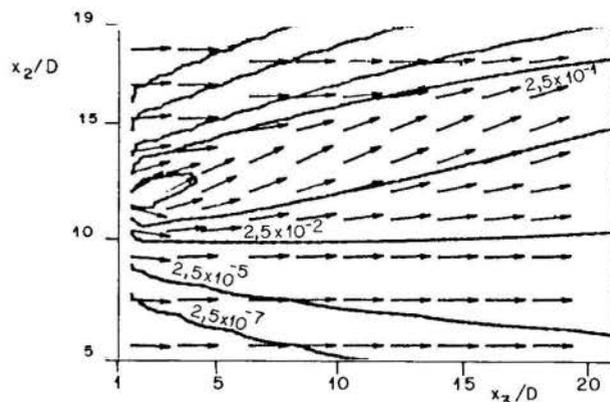


Figura 8. Campo de velocidade e isoconcentrações. Plano de simetria. $RT = 0,77$; $RV = 0,8$

os gradientes axiais de concentração aumentam com o aumento da razão de temperaturas entre o jato e o vento. Um efeito semelhante no campo de concentração é provocado pela razão entre as velocidades do jato e do vento devido à variação da quantidade de movimento linear na direção vertical.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro da SCT (Secretaria de Ciência e Tecnologia da Presidência da República).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, V. F., "Programa Numérico para Solução das Equações de Transporte Tridimensionais Parabólicas," *Dissertação de Mestrado, PUC-RIO, Dept. Eng. Mecânica*, Rio de Janeiro, RJ, BR, 1989.
- Andrén, A., "A Combined First-Order Closure Gaussian Model," *Atmospheric Environment* vol. 21, pp. 1045-1058, 1987.
- Demuren, A. O. and Rodi, W., "Three-dimensional Numerical Calculation of Flows and Plume Spreading Past Cooling Towers," *Journal of Heat Transfer*, vol. 109, pp. 113-119, 1987.
- Friedlander, S. K., "Smoke, Dust and Haze, Fundamental of Aerosol Behavior," *John Wiley & Sons*, CA, 1977.
- Jia-Yeong, Rao, R. S. and Rao, K. S., "Numerical Simulation of Air Pollution in Urban Areas: Model Development," *Atmospheric Environment*, vol. 21, pp. 201-212, 1987.
- Lauder, B. G. e Spalding, D. B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows," *Computer Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- Patankar, S. V., "A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows," *Journal of Heat Transfer and Mass Transfer*, vol. 15, pp. 1787-1806, 1972.
- Patankar, S. V. and Spalding, D. B., "Heat and Mass Transfer in Boundary Layers," *Intertext Books*, 2nd. Edition, London, U. K. 1970.
- Queiroz, R. S. e Santolin, L. C. D., "IMPAC - Software para Cálculo da Dispersão de SO_2 e de Material Particulado em Suspensão," *Relatório de Iniciação Científica - CNPq/UFES*, Vitória, ES, BR 1988.
- Santos, J. M., "Simulação Numérica Tridimensional da Dispersão de Poluentes na Atmosfera," *Dissertação de Mestrado PUC-RIO, Dept. Eng. Mecânica*, Rio de Janeiro, RJ, BR, 1992.
- Schlichting, H., "Boundary Layer Theory," *McGraw Hill*, Germany, 1968.
- Seinfeld, J. H., "Atmospheric Chemistry and Physics of Air Pollution," *Wiley*, CA, USA, 1986.
- Wen-Yih Sun, "Air Pollution in a Convective Boundary Layer," *Atmospheric Environment*, vol. 20, pp. 1877-1886, 1986.

ABSTRACT

The present work numerically investigated the dispersion of pollutants in the form of gases and particulate matter emitted from a single stack subjected to horizontal winds. The concentration, velocity and temperature fields were determined by the solution of the equations governing the conservation of mass, linear momentum, energy and chemical species for steady-state, three-dimensional flow conditions. The prediction for the concentration field presented good agreement with the Gaussian Plume Model. The effect in the flow field of temperature and velocity ratio between the chimney jet and free stream was analysed.

SELEÇÃO DE ALTERNATIVAS DE CONSERVAÇÃO DE ÁGUA
 ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE TOMADA DE DECISÃO
 MULTICRITÉRIO

Vanice Ferreira Dos Santos (1)
 Jamil Haddad (1,2)

(1) Depto. de Energia - AIPSE - UNICAMP

(2) DET - IEE - EFEI - ITAJUBÁ

RESUMO

Este trabalho apresenta, aplica e compara os resultados das metodologias de Tomada De Decisão Múltiplos Objetivos FUZZY e ELECTRE, para a seleção de medidas capazes de reduzir o consumo de água. Deste modo, procura-se fornecer subsídios para os órgãos de abastecimento interessados em programas de conservação de energia.

INTRODUÇÃO

A atual carência de infraestrutura de saneamento básico reflete diretamente sobre a saúde da população brasileira. Além disto, a expansão dos grandes centros urbanos tem feito com que a captação de água para abastecimento público seja feita em fontes cada vez mais distantes em decorrência do crescimento da demanda de água e da má qualidade dos mananciais próximos.

Desta forma, a redução do consumo como prática de medidas de conservação de água possibilitará a redução do consumo de energia e da vazão esgotada, beneficiando um número maior de usuários com a mesma infraestrutura de saneamento.

A seleção de medidas de conservação pode ser vista como problema de tomada de decisão multicritério. Normalmente, estes problemas envolvem sistemas complexos para o analista, especialmente quando o critério de tomada de decisão possui alguns sinais de incerteza e ambigüidade.

Podemos mencionar como algumas formas de incerteza as previsões econômicas e sociais de longo prazo, a natureza subjetiva de algumas informações caracterizadas por aspectos subjetivos ou nebulosos e a heterogeneidade de dados utilizados em alguns modelos. Tendo em vista estas circunstâncias, a teoria dos Conjuntos Fuzzy torna-se uma ferramenta metodologicamente capaz de tratar sistematicamente a incerteza presente em tais sistemas.

DESCRIÇÃO SUMÁRIA DOS MÉTODOS

Métodos ELECTRE I e II. O método ELECTRE (Elimination et Choix Tradussant de la Realite) é uma ferramenta particularmente adequada para problemas de tomada de decisão de múltiplos objetivos que envolve um número discreto de alternativas.

O ELECTRE I tem a finalidade de ordenar um conjunto de alternativas onde o problema é formulado através dos seguintes elementos:

- conjunto de alternativas ou soluções possíveis $A = \langle A_1, A_2, A_i, A_j, \dots, A_n \rangle$; e
- conjunto de pontos de vista através do qual as alternativas são avaliadas $P = \langle P_1, P_2,$

$P_3, \dots, P_m \rangle$.

De uma forma geral, o desenvolvimento desse método consiste dos seguintes passos:

- Passo 1: definição de um conjunto de critérios de apreciação para cada ponto de vista e respectivo intervalo de escala máximo;
- Passo 2: definição de um conjunto de pesos que expressa a importância entre os pontos de vista (fator de ponderação) $W = \langle W_1, W_2, W_3, \dots, W_k \rangle$;
- Passo 3: construção da matriz de impactos com as possíveis alternativas avaliadas através dos pontos de vista pertinentes sendo $a_{k,j}$ a avaliação da alternativa A_j em relação ao ponto de vista P_k com $k=1,2,\dots,k$.
- Passo 4: cálculo do índice de concordância $C(i,j)$ que indica o quanto a alternativa A_i é superior a A_j . A comparação em pares das n alternativas resulta na matriz de concordância $C(n \times n)$.

$$C(i,j) = \frac{\sum_{k \in a^*} W_k}{\sum_{k=1}^k W_k} \quad (1)$$

onde: $k = 1, 2, 3, \dots, k$; e

$a^* = k$ quando $a_{k,i} \geq a_{k,j}$.

Este índice depende dos pesos W_k ($k = 1, 2, \dots, k$) dos pontos de vista sendo por definição $0 \leq C(i,j) \leq 1$. Quando $C(i,j)=1$, a alternativa A_i é superior ou igual a alternativa A_j sob todos os pontos de vista. Se $C(i,j) = 0$, A_i é sempre inferior à alternat. A_j .

- Passo 5: ponderação do índice de discordância $D(i,j)$ que expressa de quanto a alternativa A_i é inferior a alternativa A_j em relação a escala de critérios estabelecida.

Da comparação das n alternativas é obtida a matriz de discordância $D(n \times n)$.

$$D(i,j) = \frac{\max. (a_{k,i} - a_{k,j}) \quad a_{k,i} \leq a_{k,j}}{R^*} \quad (2)$$

onde:

$k = 1, 2, 3, \dots, k;$

$a_{k,i}$ = avalia o da alternativa A com respeito ao ponto de vista k ; e

R^* = maior diferença da escala de pontos de vista.

• Passo 6: estabelecimento de condições mínimas de concordância (valor limite p) e máximas de discordância (valor limite q) que indicam, respectivamente, a superioridade desejada e a discordância aceita.

• Passo 7: montagem das matrizes de superioridade (nxn) para valores limites rígidos e relaxados, através da atribuição do valor 1 (um) ao elemento correspondente das matrizes, quando a comparação atende aos valores limites fixados. Caso contrário, é atribuído o valor 0 (zero).

• Passo 8: ordenação parcial das alternativas por meio de gráficos de forte preferência (GF) e fraca preferência (Gf).

O ELECTRE II é utilizado para a hierarquização das alternativas sendo que, para a sua execução é necessário que se faça duas classificações separadas (Singer, 1983).

• Passo 9: classificação avante através da identificação dos nós nos gráficos GF e Gf que não recebem direcionamento das setas. Esses grupos são definidos, respectivamente, como conjuntos GF e Gf.

• Passo 10: classificação reversa através da inversão da direção das setas dos gráficos GF e Gf seguindo os procedimentos da classificação avante.

• Passo 11: classificação média de cada nó, por exemplo: se a alternativa A_i foi classificada em primeiro lugar na classificação avante e em segundo lugar na reversa, a sua classificação média é 1,5. Finalmente fazemos, como último procedimento a hierarquização completa das alternativas de acordo com as classificações médias.

Método Fuzzy - Um Conjunto Fuzzy A de um Universo de Discurso U pode ser caracterizado por uma função de pertinência $\mu_A(x)$ também conhecida por *Função Característica*, que atribui a cada elemento $x \in U$ um grau de associação entre 0 e 1 do elemento ao conjunto A. Portanto um conjunto fuzzy A é um conjunto de pares ordenados do tipo:

$$\{ (x, \mu_A(x)) \}, \forall x \in U \quad (3)$$

Como exemplo considere o conjunto universo formado pelos números inteiros de 0 até 100: $U = \{0, 1, 2, \dots, 99, 100\}$. Seja agora o conjunto fuzzy A constituído por pessoas denominadas jovens. Pode-se, então, atribuir graus aos elementos de U como, por exemplo: $\mu_A(15) = 0.95$; $\mu_A(30) = 0.70$ e $\mu_A(50) = 0.2$.

Esta associação implica que as pessoas de 15 anos pertencem bastante ao conjunto das pessoas jovens, ou seja, com pertinência de 0.95; enquanto uma pessoa de 50 anos pertence pouco a este conjunto (grau de pertinência igual a 0.2) (Zadeh, 1973).

Podemos formular o problema de escolha multicritério Fuzzy (J.Siskos, 1984) da forma: se $A = \{a, b, c, \dots\}$ é um conjunto de ações avaliadas de acordo com n critérios, representados por g_1, g_2, \dots, g_n ; o problema

consiste em escolher a melhor ação do conjunto A. Os critérios são definidos aqui como aplicações reais do tipo $g_i: G_i \subset R$ de tal forma que para uma dada ação $a \in A$, o número real $g_i(a)$ representa a performance da ação a para o critério de ordem i. Convencionamos que quanto maior for o valor de $g_i(a)$, mais esta ação satisfaz a preferência do tomador de decisão.

O fenômeno da incerteza está presente nas comparações quando as diferenças $|g_i(a) - g_i(b)|$ são muito pequenas e podem assim ser consideradas não significativas. Para tornar esta ideia operacional, introduzimos a noção do *limite máximo não significativo* S_i , além do qual a comparação entre a e b para o critério i pode ser feita com segurança. Quando $g_i(b)$ varia dentro do intervalo $[g_i(a), g_i(a) + S_i]$ (vide Figura 1), e dado a inerente nebulosidade das avaliações, a continua ser pelo menos tão bom quanto b mas sua credibilidade é cada vez menor. O limite S_i permite, desta forma, expressar nossas dúvidas ou incertezas a respeito destas nebulosidades presentes.

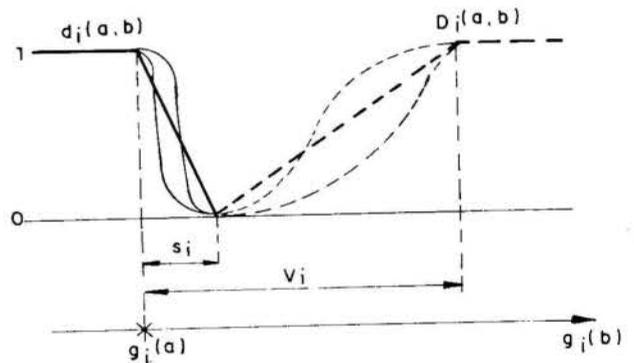


Figura 1. Relações parciais fuzzy $d_i(a,b)$ e de discordância fuzzy $D_i(a,b)$ para um valor fixo $g_i(a)$ e outro variável $g_i(b)$.

A função de pertinência para um par de ações (a, b) pode ser calculada por:

$$d_i(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{se } g_i(b) - g_i(a) \leq 0 \\ 0 & \text{se } g_i(b) - g_i(a) \geq S_i \\ \text{entre 0 e 1} & \text{para os demais} \end{cases} \quad (4)$$

Quando $g_i(b) - g_i(a) \in [0, S_i]$, o decréscimo de $d_i(a, b)$ pode ser determinado por uma interpolação linear conforme a expressão:

$$d_i(a, b) = 1 - \frac{g_i(b) - g_i(a)}{S_i} \quad (5)$$

Quando para um critério i a diferença $g_i(b) - g_i(a)$ torna-se significativa, pode-se produzir efeitos de incompatibilidade na análise. Para considerar estes efeitos temos um valor limite V_i além do qual (isto é, $g_i(b) - g_i(a) > V_i$) a não pode ultrapassar b e utilizamos uma relação de discordância Fuzzy $D_i : A \times A \rightarrow [0, 1]$, onde $D_i(a, b)$ fornece o grau de discordância do critério i para o par (a, b) de acordo com a seguinte definição:

$$D_i(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{se } g_i(b) - g_i(a) \geq V_i \\ 0 & \text{se } g_i(b) - g_i(a) \leq S_i \\ \text{entre 0 e 1} & \text{para os demais} \end{cases} \quad (6)$$

Para $g_i(b) - g_i(a) \in [S_i, V_i]$ podemos utilizar interpolação linear para determinar os valores de $D_i(a, b)$. Normalmente podemos avaliar os critérios através de pesos P_i . Agregando estes pesos, à relação parcial Fuzzy $d_i(a, b)$ temos uma relação $C: A \times A \rightarrow [0, 1]$ denominada de relação de concordância Fuzzy:

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n P_i d_i(a, b) \quad (7)$$

O próximo passo é obter uma ligação entre a relação de concordância Fuzzy $C(a, b)$ e as n relações de discordância $D_i(a, b)$ conforme expressão seguinte:

$$d(a, b) = \begin{cases} C(a, b) & \text{se } C(a, b) \geq D_{i^*}(a, b), \forall i \\ \frac{C(a, b)}{1 - C(a, b)} \prod \left[1 - D_{i^*}(a, b) \right] & \end{cases} \quad (8)$$

com $i^* \in \{i \text{ tal que } D_i(a, b) > C(a, b)\}$

Se $D_{i^*}(a, b) = 1$ para pelo menos um índice i^* temos que $d(a, b) = 0$.

O processo analítico termina com a escolha da ação que apresentar o maior grau de não dominação através da seguinte seqüência:

$$d^D(a, b) = \begin{cases} d(a, b) - d(b, a), & \text{se } d(a, b) \\ & \text{for } \geq d(b, a) \\ 0, & \text{para os demais.} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} d^{ND}(a, b) &= 1 - d^D(a, b) \\ \mu^{ND}(a) &= \min_{b \in A} d^{ND}(b, a) \\ \mu^{ND}(a^*) &= \max_{a \in A} \mu^{ND}(a) \end{aligned} \quad (9)$$

APLICAÇÕES E RESULTADOS

Métodos ELECTRE I e II. As alternativas de conservação de água para o setor residencial sugerido na análise multicriterial foi obtido através de estudo realizado anteriormente (Santos, 1991) sendo composto pelos elementos: tarifa (T), racionamento (R), campanha (C), reuso de água (RE) e utilização de equipamentos de baixo consumo (E).

O conjunto de pontos de vista é formado por uma amostra de 35 consumidores residenciais de água (CRA), 5 profissionais da área de saneamento e recursos hídricos (PAS) e um tomador de decisão (TD).

A avaliação das alternativas de conservação de água foi feita através de um questionário que permitia a seleção de três alternativas por ordem de preferência que seriam implantadas pelos avaliadores do conjunto das cinco sugeridas.

O critério de apreciação foi único para todos os pontos de vista sendo adotada como escala de notas:

- Primeira alternativa selecionada = 4;
- Segunda alternativa selecionada = 3;
- Terceira alternativa selecionada = 2; e
- Alternativa não selecionada = 1.

Os algoritmos aplicados sobre as médias das notas de avaliação das alternativas consideram pesos iguais para os pontos de vista.

Tabela 1. Matriz de impactos

Pontos de vista	Alternativas					Fator de Ponderação
	T	R	C	RE	E	
CRA	2.0	1.0	3.5	1.4	3.1	0.33
PAS	1.7	1.5	3.7	1.2	3.0	0.34
TD	3.0	1.0	4.0	1.0	2.0	0.33

Aplicando-se os passos descritos anteriormente temos, por exemplo, as seguintes tabelas.

Tabela 2. Matriz de concordância

	T	R	C	RE	E
T	—	1,00	0,00	1,00	0,33
R	0,00	—	0,00	0,67	0,00
C	1,00	1,00	—	1,00	1,00
RE	0,00	0,66	0,00	—	0,00
E	0,67	1,00	0,00	1,00	—

Tabela 3. Matriz de discordância

	T	R	C	RE	E
T	—	0,00	0,67	0,00	0,43
R	0,67	—	1,00	0,13	0,71
C	0,00	0,00	—	0,00	0,00
RE	0,67	0,11	1,00	—	0,60
E	0,33	0,00	0,67	0,00	—

Tabela 4. Classificação final

Clas.avante	Clas.reversa	Clas. final
C	C	1
E	E	2
T	T	3
R	R	4
RE	RE	5

Método Fuzzy. Aplicando a metodologia anteriormente exposta, temos sob o ponto de vista do consumidor, considerando ainda $S=1$ e $V=2.5$, os seguintes resultados:

Tabela 5. Relação parcial Fuzzy $d_1(a,b)$

	T	R	C	RE	E
T	1	1	0	1	0
R	0	1	0	0.6	0
C	1	1	1	1	1
RE	0.4	1	0	1	0
E	1	1	0.6	1	1

Tabela 6. Relação Fuzzy $d(a,b)$

	T	R	C	RE	E
T	1	1	0	1	0.33
R	0.12	1	0	0.87	0
C	1	1	1	1	1
RE	0.14	0.9	0	1	0
E	0.67	1	0.14	1	1

Utilizando-se as expressões (9) temos para as alternativas as seguintes pertinências:

$$\mu^{ND}(a^*) = 0.8/T; 0.5/R; 1.0/C; 0.48/RE; 0.7/E.$$

Assim, a opção que apresentar o maior valor é a escolhida, ou seja, Campanha.

CONCLUSÕES

A análise multicriterial pelos métodos ELECTRE e FUZZY mostrou a alternativa campanha como a mais viável sob qualquer ponto de vista.

Os resultados apresentados neste trabalho visam testar as metodologias comparando a coerência dos mesmos, não se podendo afirmar que a hierarquização obtida seja a indicada para um programa de conservação uma vez que fatores locais, tecnológicos e culturais da área de estudo podem influenciar na hierarquização final das alternativas.

REFERÊNCIAS

- .Benayoun, R., Roy, B. and Sussman, B., "ELECTRE: Une Méthode Pour Guider le Choix en Presence de Points de Vue Multiples", SEMA (Metra Internacional), Direction Scientifique, Note de Travail n° 49, Paris, June 1966.
- .J.Siskos, J.Lochard and J.Lombard, "A Multicriteria Decision-Making Methodology Under Fuzziness: Application To The Evaluation Of Radiological Protection In Nuclear Power Plants", TMS / Studies in Management Sciences 20(1984)261-283.
- .Roy, B. and Bertier, B., "La Méthode ELECTRE II: Une Méthode de Classement en Présence de Critères Multiples", Note de Travail 142, Direction Scientifique Groupe Metra, Avril 1971.
- .Santos, V.F., "Estudo de Alternativas para Conservação de água no Setor Residencial da Cidade de Limeira - SP", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, 1991.
- .Singer, E.M., "Development and Application of a New Methodology for Water Quality Indices a Multiobjective Approach", Ph.D. Thesis, Faculty of Graduate School of Vanderbilt University Nashville, Tennessee, 1983.
- .Zadeh, L.A. - "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Process:", IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol.3, No.1, pp. 28-43, 1973.

ABSTRACT

This work analyses a strategy for establishing priorities for consumption programme of a domestic water demand through multicriteria analysis applying algorithms ELECTRE and FUZZY. Results presented are helpful to water supplier institutions interested in water conservation programmes.

AValiação DO COMPORTAMENTO HIDRAULICO DE DOIS REATORES BIOLÓGICOS
DE LEITO FLUIDIFICADO EM SÉRIE, EMPREGADOS NO PRÉ-TRATAMENTO DE
ÁGUAS PARA ABASTECIMENTO

JORGE HAMADA

Universidade Estadual Paulista - Bauru

JOSÉ ROBERTO CAMPOS

Escola de Engenharia de São Carlos - USP

RESUMO

O presente trabalho mostra os resultados obtidos na avaliação do comportamento hidráulico de dois reatores de leito fluidificado, em série, sendo um aeróbio e outro anóxico, utilizados no pré-tratamento de águas para abastecimento. Entre os parâmetros levantados destacam-se o tempo de detenção experimental médio, as frações de segmentos em "plug-flow" e em mistura completa, assim como o número destes segmentos em série, para os dois leitos biológicos.

INTRODUÇÃO

A experiência européia mostra que processos biológicos têm sido implementados em sistemas convencionais para tratamento de águas de abastecimento, os quais empregam processos físico-químicos. Muitos tipos de águas podem ser tratadas com mais eficiência e menor custo, quando se instalam sistemas biológicos (BOUNER *et al.*, 1988).

Reatores biológicos de leito fluidificado apresentam bom desempenho na remoção de compostos inorgânicos como amônia, nitrito e nitrato e orgânicos biodegradáveis, em função das características granulométricas e hidráulicas, permitindo um acúmulo maior de biomassa ativa para um tempo de detenção hidráulico relativamente baixo (RITTMANN, 1990).

Contudo a presença da biomassa, associada à existência de caminhos preferenciais, em reatores de leito fluidificado, podem influenciar na variação do tempo de detenção das espécies químicas envolvidas, em função dos efeitos de adsorção da película biológica, resultando em valores bastante distintos daqueles adotados muitas vezes em projetos, geralmente dado pela relação volume/vazão.

O presente estudo mostra o comportamento hidráulico de dois reatores de leito fluidificado, em série, sendo um aeróbio e outro anóxico, utilizado no pré-tratamento de águas para abastecimento. Entre os parâmetros levantados destacam-se o tempo de detenção experimental médio, as frações de segmentos em "plug-flow" e em mistura completa, assim como o número destes segmentos em série, para os dois leitos biológicos em duas fases distintas de operação (preliminar e final). Para avaliação desses parâmetros, foram introduzidas substâncias húmicas concentradas na base dos leitos fluidificados, na forma de funções pulso. O traçador escolhido mostrou-se adequado, por constituir-se como componente natural no afluente do sistema considerado, e ser de fácil determinação por espectrofotometria.

MATERIAIS E MÉTODOS

Os ensaios com os reatores foram realizados em duas fases distintas. A primeira fase, denominada preliminar, caracterizou-se pelo leito limpo e a fase final pela presença de película biológica plenamente desenvolvida.

A concepção básica dos reatores incluiu: câmara de admissão do afluente, placa difusora, grade

suporte, camada suporte (30,0 cm) de esferas de vidro, pedrisco e areia grossa, seguido pelo leito de areia (altura de 2,0 m) com grãos de tamanho efetivo de 0,31 mm. O corpo tubular em acrílico de cada reator (D=8,7 cm) era composto por segmentos flangeados, seguido por decantador de topo para retenção de areia.

As substâncias húmicas foram introduzidas como função pulso de uma solução concentrada de 25 g/l nas bases dos reatores, por intermédio de uma seringa e agulha inserida em orifício vedado com diafragma de borracha. O volume introduzido na base foi de 8,0 mg/l, e a partir deste instante iniciou-se a coleta de amostras no topo do leito, em intervalos de tempo que variáveis, com um mínimo de meio minuto no início da coleta até 8 minutos após os 20 minutos de amostragem, em alguns ensaios. O tempo máximo de amostragem limitou-se em 40 minutos. As amostras coletadas em pequenos frascos, foram centrifugadas e encaminhadas para leitura em espectrofotômetro, com passagem de luz de 40 mm e comprimento de onda de 485 nm. O branco da amostra foi coletado no topo do leito antes da introdução da solução concentrada.

Durante a fase preliminar foram realizados 4 ensaios para o leito do reator aeróbio, cujas velocidades ascensionais empregadas foram 239,0 (SA); 228,0 (AA e AB); e 247,0 m/dia (AC). O leito anóxico foi submetido a três ensaios nesta fase, sendo dois com velocidade ascensional de 228,0 m/dia (A e B) a um com velocidade de 248,0 m/dia (C).

Para o leito contendo película biológica, foram realizados ensaios de tempo de detenção somente no final da operação, quando foi admitido o desenvolvimento pleno de microrganismos nos reatores. Uma vez que o comportamento aparente do fluxo afluente manteve praticamente inalterado durante as diversas fases de operação, foram realizados dois ensaios para cada reator a velocidades de 230 e 240 m/dia para o aeróbio e 228 m/dia para o anóxico.

A altura do leito aeróbio não expandido, para a fase preliminar, durante os ensaios, era $1,88 \pm 0,02$ m e para o leito anóxico, era $1,97 \pm 0,02$ m. A porosidade média do leito não expandido, foi estimada em 47,8% para o leito aeróbio e 48,9% para o leito anóxico. Durante os ensaios, os reatores trabalharam com expansões que variaram entre 13,8 e 17,3%.

As curvas de distribuição do tempo de detenção para a fase final foram utilizadas de forma comparativa com a fase preliminar, avaliando-se assim, os efeitos da película biológica no tempo de detenção das substâncias húmicas.

PARAMETROS PARA AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO HIDRAULICO

O tempo de detenção médio, teórico, no reator, é definido por:

$$t_m = V \cdot \varepsilon / Q \tag{1}$$

V: volume do reator (L³);
 ε: porosidade do meio;
 Q: vazão (L³T⁻¹)

O tempo de detenção de espécies químicas presentes no líquido que escoar, pode ser definido como o tempo de detenção, ou de residência, experimental, dado pelo tempo transcorrido até o equivalente à posição do centro de gravidade da superfície definida sob curva traçada pela variação no tempo, da concentração no efluente, resultante da introdução de uma solução concentrada de traçador, na forma de uma função pulso, na base do reator (SINKOFF *et al*, 1959).

A posição em relação ao tempo, do centro de gravidade da curva descrita, pode ser dada, por definição matemática, pela expressão que se segue.

$$t_e = \frac{\int C \cdot t \cdot dt}{\int C \cdot dt} \tag{2}$$

em que t_e representa o tempo de detenção experimental.

A determinação do tempo de detenção experimental, considerando-se as substâncias húmicas deste experimento, pode ser feita para cada curva, pela forma discretizada da Equação 3.

$$t_e = \frac{\sum_{i=0}^T t_i \cdot C_i \cdot \Delta t_i}{\sum_{i=0}^T C_i \cdot \Delta t_i} \tag{3}$$

t_i: tempo decorrido desde a introdução da solução concentrada na base do leito (min);
 C_i: concentração relativa de substâncias húmicas no efluente, medida no tempo t_i (mg/l);
 Δt_i: intervalo de tempo entre as amostragens;
 T: tempo decorrido até a última amostragem

Analogamente a massa recuperada (M_r) de substâncias húmicas, pode ser determinada pela expressão:

$$M_r = Q \cdot \sum_{i=0}^T C_i \cdot \Delta t_i \tag{4}$$

STEVENS *et al* (1986) definiram os tempos de detenção t_{cm} e t_{pf} para avaliação do comportamento hidráulico de reatores, relativamente à presença de núcleos de circulação em regime de mistura completa e segmentos em regime "plug-flow", respectivamente. O tempo de detenção em segmentos "plug-flow" é dado pelo tempo de necessário para se detectar a presença de traçador no efluente, e o tempo em segmentos de mistura completa é dado por t_{cm} = t_e - t_{pf}. Assim a fração volumétrica do reator que se apresenta em regime de "plug-flow" é dado por:

$$f_{pf} = 1 - t_{cm}/t_e \tag{5}$$

Ainda, segundo HILL (1977), citado por STEVENS *et al* (1986), o número de segmentos em série (N_h), de igual volume com características de mistura rápida no reator, para uma dada curva de distribuição do tempo de detenção, pode ser estimado pela relação:

$$N_h = \frac{t_e^2}{\sigma_t^2} \tag{6}$$

em que σ_t² é a variância da distribuição, dada por

$$\sigma_t^2 = \frac{\int t^2 \cdot C \cdot dt}{\int C \cdot dt} - t_e^2 \tag{7}$$

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Fase Preliminar. A Tabela 1 apresenta condições operacionais e resultados obtidos na determinação do tempo de detenção hidráulico teórico médio e para o tempo de detenção experimental e demais parâmetros comparativos do comportamento hidráulico dos reatores.

Tabela 1 - Condições operacionais, e parâmetros comparativos do comportamento hidráulico dos reatores aeróbio e anóxico para a fase preliminar.

Reator	Aeróbio				Anóxico		
	SA	AA	AB	AC	A	B	C
Ar(ml/s)	-	3,6	6,3	5,0	-	-	-
V(m/dia)	239,0	228,0	228,0	247,0	228,0	228,0	228,0
Porosid. Inic. (%)	47,8	47,8	47,8	47,8	48,9	48,9	48,9
Expansão	17,3	14,8	15,2	17,2	13,8	14,9	14,0
T _m , min	7,4	7,3	7,5	7,1	7,8	7,9	7,9
T _e , min	10,1	10,8	6,9	7,0	8,3	8,2	8,3
Sub. Hum. Rec. (%)	190,9	194,1	190,7	187,3	194,3	191,7	189,9
Sub. Hum. Rec. (%)	95,4	96,0	95,3	93,6	97,1	95,8	94,9
σ ² (min ²)	24,78	59,95	90,51	91,70	43,56	34,14	31,42
t _{pf} (min)	3,37	2,50	2,00	2,00	2,50	3,25	3,75
t _{cm} (min)	6,76	8,26	4,90	5,00	5,82	4,95	4,56
f _{pf} (%)	0,33	0,24	0,29	0,29	0,30	0,40	0,45
N _h	4,15	1,93	0,53	0,53	1,59	1,97	2,20

As curvas de distribuição do tempo de detenção para a fase preliminar (ensaios SA, AA, AB e AC), apresentadas na Figura 1, mostram a influência significativa da presença da fase gasosa no leito, acelerando a ascensão de substâncias húmicas através deste e portanto, diminuindo o seu tempo de detenção no leito do reator aeróbio.

Os picos de concentração ocorreram em intervalos de tempo de 4,5 min, 3,25 min e 4,25 min para os ensaios AA, AA e AB, correspondentes à introdução de ar. Em contrapartida, o reator operando sem a introdução do ar apresentou o pico de concentração em 6,4 min.

Comparando as curvas referentes à operação com introdução de ar no reator observa-se algumas diferenças, principalmente para os tempos de detenção experimental determinados para os ensaios AA em relação aos ensaios AB e AC. Essas diferenças, estiveram associadas às condições divergentes de distribuição do fluxo na base do leito de areia, identificadas visualmente, pela existência de caminhos preferenciais devido ao rearranjo da camada de pedriscos para os diferentes ensaios.

Outros parâmetros comparativos referem-se ao tempo de detenção hidráulico teórico médio determinados para os quatro ensaios considerados. A Tabela 1 mostra que o tempo de detenção hidráulico teórico

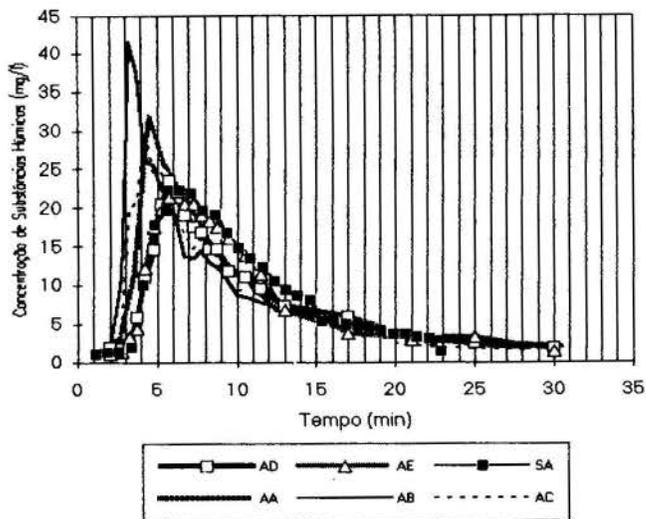


FIGURA 1 - Curvas de distribuição do tempo de detenção para o leito do reator aeróbio, considerando-se diferentes ensaios na fase preliminar (leito limpo) e na fase 4.

médio para as velocidade ascensional entre 228 e 247 m/dia situa-se entre 7,1 e 7,4 minutos.

Para condições mais uniformes de fluxo na base do leito de areia, o tempo de detenção hidráulico teórico médio esteve abaixo do tempo de detenção experimental, mostrando a influência de efeitos dispersivos e eventualmente de adsorção na superfície dos grãos de areia. A existência de caminhos preferenciais para os ensaios AB e AC, resultaram em tempos de detenção experimentais menores que os previstos pelo tempo de detenção hidráulico médio teórico.

As condições operacionais do reator anóxico foram sempre mais uniformes, devido ao número restrito de unidades de controles sobre o fluxo do mesmo. Este fato permitiu a manutenção de condições uniformes de fluxo na camada suporte e no leito de areia, durante todos os ensaios. Os ensaios acerca do tempo de detenção com o reator anóxico, resultaram nas curvas da Figura 2.

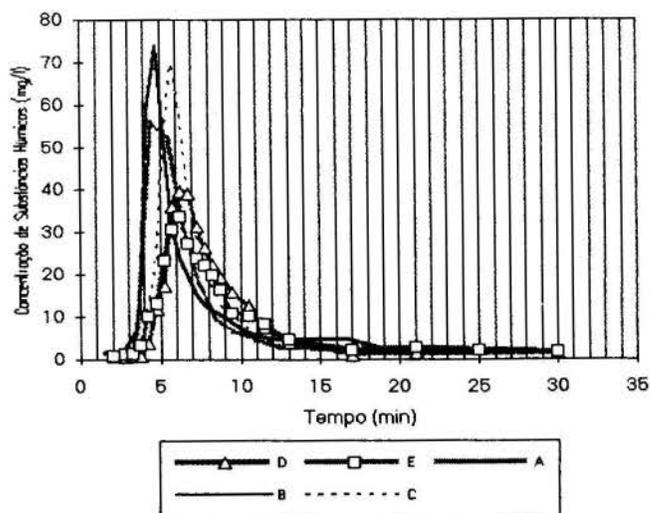


FIGURA 2 - Curvas de distribuição do tempo de detenção para o leito do reator anóxico, considerando-se diferentes ensaios na fase preliminar (leito limpo) e na fase 4.

Os picos de concentração de substâncias húmicas no efluente do reator anóxico ocorreram no intervalo de tempo de 4,5 e 5,75 minutos, superiores ao do reator aeróbio, contudo estes manifestaram-se com maior intensidade, como pode ser observado na Figura 2.

Considerando-se esses parâmetros para avaliação do comportamento hidráulico dos reatores, durante a fase preliminar de operação, observa-se para o reator aeróbio operando sem ar, uma similaridade com o reator anóxico, uma vez que a fração considerada de segmentos em "plug-flow" mostrou-se mais elevada, em relação ao modo de operação com introdução de ar. Este fato mostra a influência da presença da fase gasosa no reator, induzindo à formação de núcleos de mistura completa. Por outro lado, o número de núcleos de mistura completa mostra-se pouco acentuado em função da influência dos caminhos preferenciais. Cabe lembrar que quanto maior o número de segmentos em mistura completa, o comportamento de um reator aproxima-se mais do regime em "plug-flow", comprovando-se, portanto, que os baixos valores de N_h no reator aeróbio, indicam uma forte tendência ao regime de mistura completa, principalmente em função da existência de caminhos preferenciais.

Fase Final. A Tabela 2 mostra comparativamente os parâmetros obtidos nas curvas de distribuição do tempo de detenção para a fase final considerando-se os reatores aeróbio e anóxico. O tempo de detenção hidráulico teórico médio para a fase final não pode ser determinado pois a porosidade do leito contendo biomassa é um parâmetro de difícil avaliação, uma vez que a presença da película biológica e principalmente dos flocos nos vazios interferiram sobremaneira na elaboração de uma metodologia adequada.

Considerando-se os parâmetros da Tabela 2, descritos por STEVENS *et al* (1986), verifica-se ligeira redução da fração "plug-flow" do reator aeróbio para a fase final, em relação a fase preliminar. Contudo o parâmetro mais característico para alteração do comportamento hidráulico do leito aeróbio na fase final é o número de tanques (N_h), encontrado, principalmente no reator aeróbio. A elevação do número de tanques com características de mistura completa, mostra que a presença de biomassa foi responsável pela atenuação dos efeitos provocados pela distribuição não uniforme de fluxo na camada suporte.

Tabela 2 - Condições operacionais e parâmetros comparativos do comportamento hidráulico dos reatores aeróbio e anóxico para fase final.

Reatores	Aeróbio		Anóxico	
	AD	AE	D	E
V, m/dia	240,0	230,0	228,0	228,0
Sub. Húmicas Recuperada, mg	176,1	176,0	170,1	164,1
Sub. Húmicas Recuperada, %	88,0	88,0	85,0	82,0
T_e , min	11,7	11,4	10,0	10,7
σ^2 , min ²	55,9	52,7	41,6	51,6
t_{pf} , min	3,2	2,8	3,8	3,3
t_{cm} , min	8,4	8,7	6,3	7,4
f_{pf}	0,278	0,241	0,374	0,305
N_h	2,4	2,5	2,4	2,2

Os efeitos observados no reator aeróbio foram menos intensos para o reator anóxico, devido ao fluxo mais uniforme de distribuição na camada suporte, durante toda a operação. Contudo os efeitos da presença de biomassa são perceptíveis na avaliação do

Nh. A presença ou não de biomassa nos reatores, aparentemente não provocaram efeitos sensíveis sobre a fração em "plug-flow" (fpf).

Os efeitos provocados pela presença de biomassa nos reatores, podem ser avaliados pela massa de substâncias húmicas recuperadas no efluente. Para o leito limpo, foram observadas recuperações entre 93,6 e 97,4% da massa introduzida na base do reator. Esse valor foi reduzido para valores entre 82,0 e 88,0% nos reatores contendo biomassa. Essa avaliação foi realizada dentro dos períodos de tempo de amostragem, indicativos portanto da capacidade de adsorção e consumo da massa introduzida nos reatores. Para verificação mais precisa dos efeitos de adsorção e degradação biológica seriam necessários outros ensaios mais específicos em laboratório, não fazendo parte do escopo do presente trabalho. Contudo, foi possível estimar os efeitos de degradação do traçador, considerando-se a eficiência máxima dos leitos (da ordem de 2,0 mg/l) na degradação de substâncias húmicas em regime contínuo, sem recirculação. Para uma velocidade ascensional de 240 m/dia, esse valor corresponde a uma carga removida de 2,85 g/dia, ou 23,15 mg durante o tempo de detenção experimental máximo observado de 11,7 minutos, para o leito aeróbio. Esse fato mostra que a massa mínima de substâncias húmicas que foi recuperada no tempo de detenção experimental considerado, seria de 176,84 mg, próximo daquele observado para o leito aeróbio durante a fase final, ensaio AD, uma vez que a qualidade da fase líquida apresentava-se bastante diferenciada para as duas fases.

CONCLUSÕES

Além dos parâmetros operacionais de controle, o comportamento do fluxo através no topo da camada suporte do leito de areia, mostrou-se influente na curva de distribuição do tempo de detenção, associadas principalmente às condições divergentes de distribuição do fluxo na base do leito de areia, identificadas visualmente, pela existência de caminhos preferenciais.

As curvas de distribuição do tempo de detenção para a fase preliminar, mostraram a influência significativa da presença da fase gasosa no leito do reator aeróbio, acelerando a ascensão de substâncias húmicas através do leito e portanto, diminuindo o seu tempo de detenção.

Para condições mais uniformes de fluxo na base do leito de areia, o tempo de detenção hidráulico teórico médio esteve abaixo do tempo de detenção experimental, mostrando a influência de efeitos dispersivos e eventualmente de adsorção na superfície dos grãos de areia, durante a fase preliminar.

Comprovou-se que os baixos valores relativos ao número de núcleos de mistura completa observados no reator aeróbio, indicam uma forte tendência ao regime de mistura completa, que estiveram relacionados, principalmente com existência de caminhos preferenciais.

Durante a fase final de operação, verificou-se ligeira redução da fração "plug-flow" do reator aeróbio, porém o parâmetro mais característico para alteração do comportamento hidráulico do leito aeróbio foi o número de núcleos em mistura completa (Nh), mostrando que a presença de biomassa foi responsável pela atenuação dos efeitos provocados pela distribuição não uniforme de fluxo na camada suporte.

Os efeitos observados no reator aeróbio foram menos intensos para o reator anóxico, devido ao fluxo mais uniforme de distribuição na camada suporte, durante toda a operação. porém os efeitos da presença de biomassa foram perceptíveis na avaliação do Nh,

e a presença de biomassa nos reatores, aparentemente não provocaram efeitos sensíveis sobre a fração em "plug-flow" (fpf).

Um dos efeitos provocados pela presença de biomassa nos reatores, em relação a adsorção, foi avaliado pela massa de substâncias húmicas recuperadas no efluente, sendo verificadas, para o leito limpo, recuperações entre 93,6 e 97,4% da massa introduzida na base do reator e esse valor foi reduzido para a faixa entre 82,0 a 88,0% nos reatores contendo biomassa.

A presença de biomassa resultou na atenuação significativa do pico de concentração e na taxa menor de recuperação de substâncias húmicas em pontos próximos desse máximo, dada pelas relações $\Delta C/\Delta t$.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOUNER, E.J, CROWE, P.B. Biological Process in Drinking Water Treatment. *Journal of AWWA*. pp 82-93 Setembro, 1988.

RITTMANN, B.E Analyzing Biofilm Process Used in Biological Filtration. *Journal of AWWA*. pp 62-66, abril, 1990.

SINKOFF, M.D., PORGES, R.P., McDERMOTT, J.H, "Mean Residence Time of a Liquid in a Trickling Filter", *Journal of the Sanitary Eng. Division*. Vol 85 (SA6), pp. 51-78, EUA, 1959.

STEVENS, D.K, BERTHOUEX, P.M, CHAPMAN, T.W, "The Effect of Tracer Diffusion in Biofilm on Residence Time Distributions", *Water Research*, Vol. 20 (3), pp 369-375, 1986.

ABSTRACT

This work shows the results obtained in valuation of two, in series, biological fluidized sand bed reactors (aerobic and anoxic) hydraulic behavior, applied in drinking water pre-treatment. Residence time distributions, experimental residence time, number of plug flow and completed mix segments, were the principals parameters valuated.

ALTERNATIVAS PARA DISPOSIÇÃO DE LIXO DOMÉSTICO COMO FORMA DE PROLONGAMENTO DA VIDA ÚTIL DE ATERROS SANITÁRIOS

MÁRIO K. OJIMA

SPA - Sistemas de Proteção Ambiental Ltda.

JORGE HAMADA

Universidade Estadual Paulista - Campus de Bauru

RESUMO

Os sistemas de disposição de lixo doméstico, utilizam-se do conceito de disposição por ocupação contínua do volume representado pelo lixo disposto limitando bastante a vida útil desses sistemas, representando em muitos casos, um fator crítico para ocupação de novas áreas para disposição. O presente trabalho apresenta um estudo dos fatores influentes na vida útil dos aterros sanitários, considerando-se desde a composição do lixo até a associação de alternativas tecnológicas com estimativas dos custos envolvidos, apresentando como exemplo, os parâmetros relativos ao município de Caxias do Sul-RS.

INTRODUÇÃO

Aterros sanitários, constituem-se ainda como forma mais viável de disposição de lixo doméstico, para a grande maioria dos municípios brasileiros. Os riscos potenciais de contaminação de mananciais superficiais ou subterrâneos podem ser praticamente eliminados quando se aplicam técnicas adequadas de impermeabilização, drenagem, tratamento de efluentes e monitoramento, durante a implantação desses sistemas. Da mesma forma, técnicas atuais de remediação permitem a minimização dos efeitos nocivos de áreas previamente degradadas pela disposição de resíduos urbanos, geralmente associadas aos denominados lixões, representativos da grande maioria dos municípios (HAMADA, 1992).

Os sistemas de disposição de lixo doméstico, seja na forma de lixões ou de aterros controlados ou acelerados, utilizam-se do conceito de disposição por ocupação contínua do espaço com base no volume representado pelo lixo disposto. Este fator limita bastante a vida útil desses sistemas, representando em muitos casos, um fator crítico para ocupação de novas áreas para disposição.

Contudo uma análise mais abrangente das alternativas tecnológicas de tratamento e disposição de resíduos sólidos urbanos, em que se destacam o aterro sanitário, a compostagem e a incineração, acrescida de outros fatores básicos que influenciam a vida útil de um aterro, mostra que a partir do conhecimento efetivo do problema, inicia-se um processo contínuo de elevação do tempo de ocupação de uma mesma área de disposição.

O presente trabalho apresenta um estudo dos fatores influentes na vida útil dos aterros sanitários, considerando-se desde a composição do lixo até a associação de alternativas tecnológicas com estimativas dos custos envolvidos, apresentando como exemplo, os parâmetros relativos ao município de Caxias do Sul-RS.

ALTERNATIVAS TECNOLÓGICAS

O aterro sanitário, nas diversas formas, consiste basicamente no aterramento do resíduos com compactação e cobertura diária, incluindo a drenagem e tratamento de líquidos percolados e a drenagem e tratamento de gases. Utilizam-se equipamentos tradicionalmente existentes em obras de terraplanagem, e os custos operacionais estão diretamente

relacionados com o custo horário destes equipamentos. A ocupação volumétrica do aterro sanitário é muito intensiva, implicando na necessidade de grandes áreas. Quanto ao aspecto relacionado à energia, este sistema pode proporcionar a recuperação de parte desta, contida no resíduo, na forma de aproveitamento do biogás resultante da digestão anaeróbia da fração orgânica biodegradável. O custo operacional desta alternativa, situa-se, em média, entre 5,0 e 10,0 dólares por tonelada.

Uma breve avaliação do estado da arte da tecnologia em tratamento e disposição de resíduos sólidos urbanos, indica ainda, três alternativas comercialmente disponíveis, descritas a seguir (OJIMA, 1991).

Compostagem. A reciclagem e compostagem consiste na triagem do lixo de materiais recicláveis e a conversão da matéria orgânica em composto. O rejeito desta operação deve ser encaminhado a um aterro. A operação desta alternativa está baseada na disponibilidade de equipamentos eletromecânicos para permitir a triagem e a homogeneização do material. A fração orgânica, após a triagem, é digerida aerobiamente, para ser convertida em material biologicamente estabilizado. Os custos operacionais são divergentes e estão vinculados aos preços de comercialização do material reciclado e do composto produzido. Do ponto de vista ambiental e sanitário, apresenta soluções discutíveis, embora a reciclagem dos materiais ditos recicláveis, podem apresentar pontos altamente positivos. A vulnerabilidade deste processo está diretamente relacionado com a qualidade e destinação do composto produzido. Do ponto de vista de vida útil da área de ocupação na forma de aterro de rejeitos, apresenta vantagens consideráveis, uma vez que a quantidade de material a ser aterrado pode ser reduzido em até 50%.

Os investimentos necessários são dependentes do grau de sofisticação dos equipamentos eletromecânicos necessários, e depende, ao contrário do que se imagina, da existência de um aterro para destinação dos rejeitos do processo. A mão de obra é altamente intensiva, assim como a demanda de energia elétrica.

Incineração. Consiste no tratamento térmico do resíduo a altas temperaturas, convertendo-o em material inerte, que deve ser aterrado. Esta alternativa é altamente intensiva em investimento e custos operacionais, necessitando de um pequeno aterro de inertes. Dependendo do porte, os custos podem superar a 150,0 dólares por tonelada de resí-

duos tratado.

Sob o aspecto sanitário, o tratamento de resíduos apresenta soluções satisfatórias, porém os aspectos relacionados aos efluentes gasosos devem ser considerados.

A ocupação de área é muito pequena em relação aos demais processos, tanto do ponto de vista de instalação, como de disposição do rejeito, pois apresenta uma elevada taxa de conversão volumétrica.

O sistema consome energia complementar, na forma de combustível auxiliar para combustão inicial do resíduos, porém permite o aproveitamento de parte desta, na forma de calor residual, desde que se instalem equipamentos adicionais.

FATORES QUE INFLUENCIAM NA VIDA ÚTIL DOS ATERROS

A vida útil dos aterros sanitários está diretamente relacionada ao volume efetivo de disposição. Desta forma, uma vez definida a área de disposição, a vida útil do sistema poderá ser alterada com a adoção de uma das alternativas propostas, como se segue.

Redução no Volume de Lixo Gerado. A adoção desta alternativa envolve aspectos de ordem disciplinar e cultural, sendo que a sua aplicação efetiva depende do nível de conscientização da população, razão pela qual, não se pode esperar mudanças substanciais na quantidade de lixo produzida a curto e médio prazo, de forma a influenciar na vida útil do aterro sanitário.

Incremento na Densidade do Lixo Aterrado. Do ponto de vista operacional, é possível, através de técnicas de compactação, reduzir o volume de lixo de forma a otimizar a taxa de ocupação volumétrica do aterro.

Considerando-se os equipamentos e técnicas atualmente disponíveis, a taxa de compactação média observada nos aterros é da ordem de 0,60 a 0,70 kg/m³, porém a introdução de equipamentos adicionais e mais especializados, podem elevar esses valores para patamares próximos a 1,0 t/m³.

Reciclagem com Aterramento do Rejeito. Considerando-se que existe atualmente uma crescente conscientização com relação as questões ambientais decorrentes dos impactos oriundos do gerenciamento inadequado dos resíduos urbanos, e considerando-se ainda que toda e qualquer forma de reciclagem, desde que corretamente executada, apresenta vantagens, quanto a forma, e particularmente na vida útil do sistema de disposição final, incluiu-se nesta breve avaliação, as influências positivas decorrentes da atividade denominada de reciclagem do lixo.

Considerando-se os dados qualitativos e quantitativos do lixo urbano de Caxias do Sul - RS, descritos na Tabela 1, segue-se as discussões acerca do potencial de reciclagem e a influência de cada tipo de material em termos de ocupação volumétrica no aterro do município, e conseqüentemente, na vida útil do mesmo.

O município de Caxias do Sul apresenta uma área de disposição de resíduos bastante restrita, com previsão do encerramento da vida útil estimada previamente em 250 dias, com a implantação de aterros celulares. A partir dessa premissa avaliou-se, conforme mostra a Figura 1, a extensão da vida útil do aterro considerando-se diferentes percentuais de reciclagem dos componentes na forma de matéria orgânica, papel/papelão e plástico, individualmente e o conjunto plástico e papel/papelão.

Observa-se que do ponto de vista comercial e de destinação final, torna-se interessante somente a

Componente	Massa		Densidade t/m ³	Volume	
	t/dia	%		m ³	%
Matéria Orgânica	70,65	53,40	1,00	70,65	36,71
Papel e Papelão	27,78	21,00	0,45	61,74	32,08
Plástico	11,77	8,90	0,40	29,44	15,29
Trap. Couro. Borracha	8,73	6,60	0,50	17,46	9,07
Metais Ferrosos	6,62	5,00	2,00	3,31	1,72
Metais Não Ferrosos	0,63	0,40	1,50	0,35	0,18
Vidro	3,44	2,60	1,70	2,02	1,05
Madeira	1,46	1,10	0,30	4,85	2,52
Diversos	1,32	1,00	0,50	2,65	1,37
Total	132,30	100,00	0,69	192,47	100,00

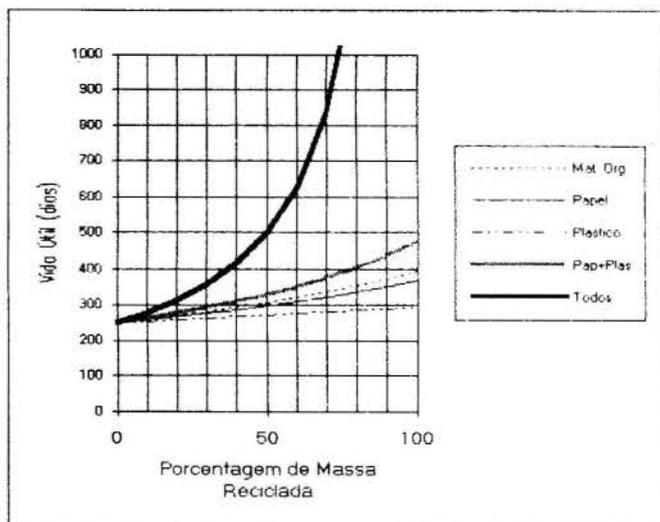


Figura 1 Interferência da reciclagem de materiais na vida útil do aterro sanitário de Caxias do Sul - RS (OJIMA, 1991)

reciclagem de matéria orgânica (produção de composto), papel/papelão e plástico. Dentre estas, a matéria orgânica é o que necessita de um processamento a nível industrial para sua reutilização, sendo que os demais necessitam apenas de um acondicionamento adequado. Em função da participação volumétrica de cada componente no lixo é possível concluir pela conveniência imediata de reciclagem na origem (coleta seletiva) ou no destino, de papel e plástico. A Figura 1 mostra também que para se obter um acréscimo significativo da vida útil do aterro, é necessário que hajam percentuais de reciclagem acima de 70% em massa, independente o tipo de material.

Incineração com Aterramento da Cinza. A incineração do lixo contempla uma redução drástica no volume de rejeito a ser aterrado, sendo a melhor alternativa em termos de vida útil do aterro, embora seja a mais onerosa do ponto de vista de investimento e de operação.

Triagem com Reciclagem e Incineração do Rejeito. Esta alternativa associa o emprego de uma usina de reciclagem com a incineração do rejeito e a disposição das cinzas no aterro. A vantagem decorrente desta associação pode ser observada pelo incremento drástico da vida útil do aterro, pelo aproveitamento de usinas de reciclagem/compostagem, atualmente desativadas, e pelo emprego de um incinerador de menor porte.

Abertura das Células com Triagem e Reateramento do Rejeito. Esta alternativa contempla a reabertura das

Para o exemplo de Caxias do Sul - RS, sugeriu-se a implantação imediata da coleta seletiva e diferenciada, com processos complementares de triagem e reciclagem no destino, priorizando a remoção de plásticos e papel, além de técnicas de aterramento mais refinadas, visando a elevação da densidade do lixo disposto, assim como expandindo-se o volume de ocupação através de uma adaptação do aterramento celular. A adaptação do aterramento celular consistiu na junção física de duas células e isolamento efetuado pela elevação simultânea do acesso secundário situado entre as mesmas. Essa técnica, aliada ao processo de reciclagem, permitirá o prolongamento da vida útil em até 2,0 anos, que é o tempo necessário para que o município defina novas áreas para emprego de soluções realmente viáveis.

CONCLUSÕES

Os aspectos visualizados na atualidade, relativamente aos processos de tratamento e disposição de resíduos sólidos urbanos, indicam deferentes correntes de pensamento, notadamente visíveis pela disputa comercial existente na venda dos referidos produtos, quer sejam equipamentos (usinas de reciclagem e incineração), quer sejam projetos (aterros sanitários).

Contudo, verifica-se que a partir do conhecimento das alternativas tecnológicas disponíveis para tratamento e disposição de resíduos sólidos urbanos, a viabilidade dos empreendimentos pode resultar muitas vezes na combinação de processos.

A disposição de resíduos na atualidade, contempla ao mesmo tempo o tratamento destes, com aterramento final, que representa efetivamente a área ocupada dos rejeitos inertes dos processos. Contudo esse procedimento não é comumente adotado, resultando na ocupação rápida da área disponível, nem sempre adequadamente preparada, resultando na degradação do meio ambiente em um processo progressivo.

A simples remoção de determinados componentes, comercialmente viáveis, dentro de uma área de segregação, pode possibilitar o incremento significativo da vida útil dos aterros. Como mostra a Tabela 1, para uma condição crítica em que se encontra o aterro de Caxias do Sul - RS, a remoção de papel e plástico apresenta um potencial de se duplicar a capacidade de disposição, a custos irrisórios. O prolongamento da vida útil dos aterros em fase crítica de ocupação, pode não solucionar definitivamente a questão da destinação de resíduos, porém permite obter o tempo necessário para se estudar outras áreas e viabilizar o empreendimento através do estudo abrangente das tecnologias disponíveis, descartando-se os pacotes de soluções oferecidos dentro de uma determinada corrente de pensamento, ou melhor, de linha de produção.

Durante os estudos de extensão da vida útil de aterros sanitários, não deve ser nunca esquecido o tempo de implantação dos empreendimentos escolhidos, pois embora técnica e economicamente viáveis, podem aportar como solução tardia e totalmente ineficiente, principalmente pela geração de rejeito, mesmo que inerte.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MANDELLI, S.M.C, LIMA, L.M.Q, OJIMA, M.K., Tratamento de Resíduos Sólidos - Compêndio de Publicações. Ed. da Universidade de Caxias do Sul, Brasil, 291 p, 1991.

SPA - Sist. Prot. Ambiental. Remediação do Aterro de São Giacomo, Caxias do Sul. Convênio Universidade-Prefeitura-Empresa. Brasil, maio 1991.

LIMA, L.M.Q, Tratamento de Lixo. 2ª edição, Ed. Hemus, Brasil, 240 p, 1991.

HAMADA, J., AKUTSU, J., Tratamento da Fase Líquida de Aterros Sanitários. In: Anais do II Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, João Pessoa, Brasil, junho, 1992.

ABSTRACT

Landfill system of solid waste treatment and disposal, is based on continuous volume occupation, limiting too much its life, representing a critical factor for new areas. This work presents the valuation of input factors in useful life of landfills, with respect of waste composition, until technological alternatives association, with cost estimation of Caxias do Sul - RS exemple.

Abertura das Células com Triagem e Reciclagem e Incineração do Rejeito. Esta alternativa representa uma forma complementar da anterior, contudo, submetendo o rejeito à incineração, como forma de redução do volume a ser disposto. Os investimentos na unidade de incineração são sensivelmente reduzidos em função do menor porte deste sistema.

AVALIAÇÃO DAS ALTERNATIVAS

O resultado da avaliação das alternativas de tratamento e disposição descritas e os percentuais contidos nas Tabelas 1 e 2, é ilustrado na Tabela 3, considerando-se um fluxo diário de lixo de 100,0 toneladas e um volume disponível no aterro para disposição de 80.000 m³.

Nessas condições o simples aterramento permitirá a continuidade de disposição por um período de 1,7 anos, sem investimentos adicionais.

A implantação da coleta seletiva e da unidade de segregação para reciclagem de papel, plástico e matéria orgânica, permite a continuidade de disposição no aterro por um período aproximado de 1,6 anos com um investimento inicial estimado em U\$ 1.200.000. Além deste fator, deve ser verificado o início do prazo de implantação, que não deve ser protelado em função da limitação atual da vida útil do aterro.

A implantação de uma unidade de incineração para tratamento de todo o lixo requer investimentos da ordem de U\$ 10.500.000, sendo limitado também pelo prazo de implantação de 1,5 anos. Quando o sistema de incineração estiver entrando em operação, não haverá espaço disponível para aterramento de rejeitos. Seu emprego somente seria viável através do início imediato da operação, sendo que neste caso a vida útil poderia ser estendida em até 14,0 anos.

Da mesma forma, a combinação do processo de reciclagem e incineração do rejeito, que poderia propiciar uma vida útil teórica adicional de 35,6 anos, torna-se inviável não somente pelo custo elevado, mas pelo tempo necessário para implantação.

A abertura de células, triagem e reciclagem do material removido e o reateramento do rejeito, propicia uma vida útil adicional de 2,47 anos representando um investimento estimado em U\$ 600.000, e permanecendo atado ao tempo necessário para implantação, que foi estimado em 0,5 anos. Outros fatores de ordem operacional podem interferir neste processo, pois este é dependente da condição de estabilização do material orgânico disposto nas células do aterro, que se for ineficiente, inviabilizará o empreendimento.

células, atualmente existentes. O material removido passaria por uma triagem para separação do material reciclável e do rejeito. O rejeito desta triagem seria aterrado novamente. Alguns levantamentos preliminares, obtidos nos ensaios realizados junto ao aterro de Americana - SP, mostram a presença significativa de material orgânico estabilizado, que pode empregado como condicionador de solos. Outros materiais e respectiva quantificação, podem ser observados na Tabela 2.

Tabela 2 Composição média do material removido do aterro de Americana-SP (SPA).

Componente	Massa %
Mat. Orgânica Bioestabilizada	38,30
Papel	0,30
Plástico	9,40
Têxteis	3,20
Metais	6,20
Vidro	2,30
Madeira	2,70
Terra	37,60

A análise da composição do material removido sugere que é possível praticar a triagem e a reciclagem do lixo, mesmo após o seu aterramento, desde que realizado de forma adequada, verificando-se as seguintes características principais:

- ausência de odores, caracterizando a bioestabilização do material orgânico;
- recuperação do material de cobertura (terra), utilizada no primeiro aterramento;
- possibilidade de utilização imediata da matéria orgânica bioestabilizada com condicionador de solos; e
- triagem simplificada devida a facilidade de identificação dos diferentes componentes.

Observa-se ainda que devido as características do material removido, reciclando-se os orgânicos, os metais e o vidro, e aterrando-se novamente os demais componentes (rejeito), há um ganho significativo em termos volumétricos. Considerando-se que o rejeito da triagem e reciclagem representa cerca de 30% do volume inicialmente removido, há efetivamente uma disponibilidade de cerca de 70% do volume total da célula reaberta. Os equipamentos adicionais, além daqueles empregados no aterro de Americana - SP, resumiram-se em uma esteira e peneira rotativa.

Tabela 3 Comparação entre alternativas de tratamento e disposição de lixo doméstico, como forma de extensão da vida útil de aterros.

M Massa Total (t/dia)	Características do Lixo		Aterramento		Incineração		Segregação/Reciclagem				Abertura de Células				
	Composição		Aterro Sanitário		Aterro Rejeitos		Aterro Rejeitos		Incin. do Rejeito		Aterro Rejeitos		Incin. do Rejeito		
	Componente	Massa t	% massa	Massa t	% massa	Conversão %	Rejeito t	Conversão %	Rejeito t	Conversão %	Rejeito t	Conversão %	Rejeito t		
100,00	Mat. Orgânica	53,40	53,40	53,40	53,40	0,85	8,01	0,50	26,70	0,85	4,01	1,00	0,00	0,85	0,00
	Papel	21,00	21,00	21,00	21,00	0,90	2,10	0,70	6,30	0,90	0,83	0,35	13,65	0,90	1,37
	Plástico	8,90	8,90	8,90	8,90	0,90	0,89	0,70	2,67	0,90	0,27	0,00	8,90	0,90	0,89
	Têxteis	6,60	6,60	6,60	6,60	0,90	0,66	0,00	6,60	0,90	0,66	0,00	6,60	0,90	0,66
	Metais Ferrosos	5,00	5,00	5,00	5,00	0,00	5,00	0,80	1,00	0,00	1,00	0,00	5,00	0,00	5,00
	Metais não Ferrosos	0,40	0,40	0,40	0,40	0,00	0,40	0,80	0,08	0,00	0,08	0,00	0,40	0,00	0,40
	Vidro	2,60	2,60	2,60	2,60	0,00	2,60	0,60	0,52	0,00	0,52	0,00	2,60	0,00	2,60
	Madeira	1,10	1,10	1,10	1,10	0,99	0,01	0,00	1,10	0,99	0,01	0,00	1,10	0,99	0,01
	Diversos	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00
	Total	Vida	100,00	100,00	100,00	100,00		20,67		45,97		8,17		39,25	
Densidade	γmês		0,30		0,70		1,20		0,30		1,20		0,40		1,20
Volume	m ³		80,000		80,000		80,000		80,000		80,000		80,000		80,000
Varição de Massa	%		0,00		0,00		20,67		45,97		8,17		39,25		11,93
Varição de Volume	%				42,85		5,17		45,97		2,04		23,44		2,98
Taxa de Ocupação	m ³ /dia		333,33		142,86		17,23		153,23		6,81		98,13		9,94
Vida Útil	anos		0,73		1,70		14,07		1,58		35,59		2,47		24,39
Investimento	U\$ x 1000		0		0		10,500		1,200		4,350		588		4,893
Prazo min. Implantação	Anos				0,00		1,20		0,50		1,00		0,50		1,00

INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL SOBRE A DISTRIBUIÇÃO DE SELÊNIO
ENTRE OS PRODUTOS DE COMBUSTÃO DE BIOMASSA (1)

Julio F. HAPP * e Bryan M. JENKINS **

* PhD, Faculdade de Engenharia Agrícola/UNICAMP, C.P.6011, CEP.13084-100, Campinas-SP

** PhD, Prof., Agr. Eng. Dept., U.C. Davis, California, 95616 - USA.

RESUMO

A distribuição do selênio entre os produtos sólidos e gasosos da combustão de biomassa contendo alto teor de selênio, bem como os efeitos da variação dos parâmetros operacionais na distribuição dos produtos da conversão de biomassa foram investigados. A biomassa foi submetida à várias combustões com relações de ar/combustível diferentes. Cerca de 80% do selênio contido no combustível é emitido na fase particulada e na gasosa da exaustão. A medida que a temperatura aumenta, uma fração maior de selênio emitido está presente na fase gasosa.

INTRODUÇÃO

A necessidade de encontrar-se uma técnica alternativa para a disposição das águas contaminadas, desde o descobrimento de deformidades e mortalidade em pássaros aquáticos no reservatório Kesterson (Vale San Joaquin, Califórnia) e o consequente fechamento dos escoadouros de água (Deverel e Millard, 1988) levou pesquisadores a experimentar com a viabilidade de sistemas de tratamento acoplados (biológico e físico) para o gerenciamento de águas de drenagem salinas (Cervinka, 1987). Em um destes testes, a água de drenagem foi tratada em três estágios, árvores de *eucalyptus* e *casuarina* foram usadas no primeiro estágio plantas *halophiticas* (em particular *atriplex*) no segundo estágio para o tratamento das águas de drenagem do primeiro estágio. Finalmente, tanques de evaporação para tratamento das águas de drenagem do segundo estágio. Uma vantagem perceptível da produção de biomassa é que esta servirá como uma comodidade comercial (combustível ou polpa de papel). Este combustível oriundo de biomassa representa também uma fonte de poluição. Para árvores cultivadas em solos seleníferos como os do lado ocidental do Vale do San Joaquin, o destino do selênio é de grande preocupação, uma vez que foi constatada uma concentração três vezes maior de selênio nestas árvores em relação a árvores controle (Happ et al., 1990).

O objetivo deste trabalho foi investigar a distribuição do selênio entre os produtos sólidos e gasosos da combustão de *eucalyptos* contendo alto teor de selênio produzido a partir de irrigação salina no Vale do San Joaquin. A madeira de *eucalyptos* foi queimada em um reator de leito fluidizado de escala de laboratório, com amostras das fases sólidas e gasosas sendo coletadas para cada teste. Todas as amostras foram analisadas quanto à concentração de selênio. O efeito da temperatura de reação na distribuição do selênio entre as fases particulada e gasosa da coluna de exaustão do reator foi investigado.

Selênio e Combustão. Foi determinado como estando na fase de vapor 5% do total do selênio da chaminé de uma usina de energia a carvão (Germani e Zoller, 1988). Em contrapartida, Andren, et al. (1975) achou 93% do selênio da chaminé, ou 32% do selênio do combustível, sendo emitido como vapor pela chaminé, a diferença sendo atribuída as diferentes eficiências de coleta dos precipitadores eletrostáticos. Para usinas de energia a carvão, tem-se achado que certos elementos traçadores (por exemplo arsênico, cádmio, chumbo e selênio) são enriquecidos nas partículas menores. Bacci, et al. (1985) encontrou enriquecimen-

to de selênio nas menores partículas de uma usina de carvão de 1320MW. Norton, et al. (1986) analisou amostras de partículas suspensas em frações de diâmetros médios diferentes encontrando concentrações de selênio aproximadamente três vezes maiores em partículas de menos de 1µm de diâmetro em relação as partículas de mais de 10µm de diâmetro. Uma possível explicação para este comportamento é de que estes elementos ou os seus compostos são volatilizados durante a combustão. Eles, então, adsorbem ou aderem às partículas durante o resfriamento dos gases de combustão na chaminé. O aumento da área de superfície em relação à massa com a diminuição do tamanho das partículas explicaria o enriquecimento observado (Ericzon, et al., 1989, Greenberg, et al., 1978. Taylor, et al., 1982 e Wadge, et al., 1986).

MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Amostragem e Caracterização do Combustível. A madeira de *Eucalypto* foi coletada e caracterizada através da realização de determinação de poder calorífico, análise imediata, elemental e de selênio. Árvores de *Eucalypto* (*E. camaldulensis* Lake *Albacutya*) foram selecionados de uma plantação perto de Mendota, Califórnia (Cervinka, 1987; Happ, et al., 1990). As árvores foram levadas imediatamente após a coleta para o laboratório em Davis, Califórnia onde foram deixadas para secar em recinto coberto, sendo então divididas em folhas, madeira secundária (menos de 50mm de diâmetro), madeira primária e raiz, e foram pesadas. As partes maiores foram picadas, moídas através de telas de 20 e, posteriormente, 60 furos/pol.² antes de terem suas propriedades analisadas.

As concentrações de selênio para todas as amostras foram determinadas usando-se uma digestão de ácido nítrico/perclórico, seguida de técnica manual de fluorímetro, similar à usada por Wu, et al., (1988) e Jacobson e Burau (1986).

Análise imediata foi realizada de acordo com as normas ASTM D3172-3175 usando uma mufia elétrica. Poder calorífico superior ao volume constante foi determinado para todas as amostras de combustível usando-se o método ASTM D2015-77. Umidade foi determinada pela técnica tradicional de forno.

Combustor de Leito Fluidizado. Um reator de leito fluidizado de aço inoxidável em escala de laboratório foi projetado e construído, especificamente, para evitar qualquer contaminação possível dos produtos da combustão (Happ, 1991). O reator consistia de um tubo de aço inoxidável de 46mm de diâmetro e 1200mm de

comprimento localizado entre a seção de alimentação de combustível e ar e a seção de desengajamento de 300mm de diâmetro (Figura 1). A saída do reator localizava-se no topo da seção de desengajamento. Um ciclone (diâmetro de corte de 10 μ m) foi colocado após a saída do reator para separar partículas maiores saindo do reator, e os sólidos separados pelo ciclone eram coletados para análise sem serem recirculados. Partículas (fuligem) e amostras do gás foram coletados na chamine de exaustão na saída do ciclone.

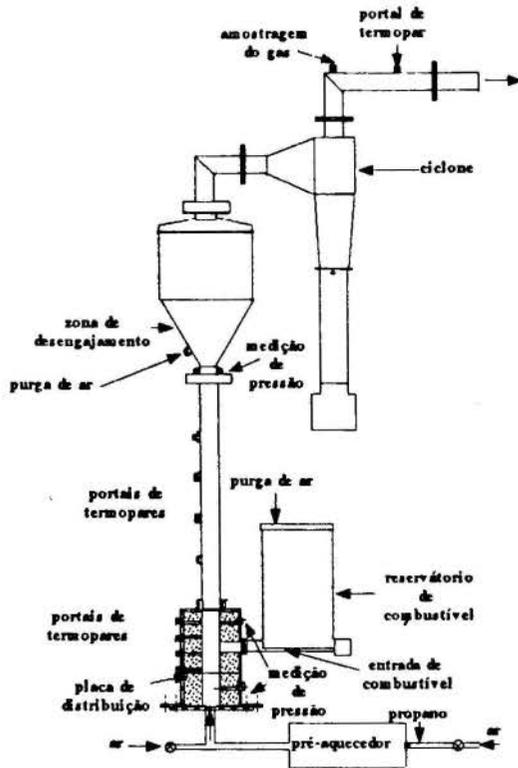


Figura 1. Reator de Leito Fluidizado de 46 mm de diâmetro

Um queimador a propano foi usado para pré-aquecer o leito até a temperatura de ignição do combustível no início de cada experimento. O reator foi envolto em insulação de alumina-silicate desde o pré-aquecedor até a saída do ciclone. O material do leito era constituído de aproximadamente 100 gramas de areia Ione 420 alumina-silicate fornecida pela North American Refractories Co. (Pleasanton, Califórnia).

A concentração total de selênio foi determinada para o combustível e para cada um dos cinco produtos da reação, sólidos do leito do reator (areia), sólidos do ciclone, gás da exaustão, matéria particulada da exaustão (fuligem) e fração sólida residual obtida, limpando-se o reator após cada teste. Análise de selênio de fundo (*background*) da areia do leito fluidizado foi realizada antes de sua utilização nos experimentos, encontrando-se concentração de fundo de 2.678ng/g, valor utilizado para corrigir-se a concentração final para o leito e o os resíduos sólidos.

O material total de particulado suspenso (TSP) foi coletado na saída do ciclone usando-se um tubo de amostra isocinético de 4mm de diâmetro e inicialmente, filtros de celulose ester de 47mm Nuclepore 0.8 μ m mas, posteriormente, filtros Gelman tipo A-E de fibra de vidro. Após a filtração o gás foi borbulhado em três garrafas em série contendo 100ml de ácido nítrico a 10% (Gutenmann, et al. 1983). Após o borbulhamento, um condensador foi usado para proteção da bomba de vácuo. O líquido condensado foi analisado. A concentração de selênio dos filtros estava abaixo do limite de detecção. A solução de 10% de ácido nítrico continha uma média de 0.18 ng/g de selênio, valor usado para correção dos valores finais.

A distribuição da temperatura no reator foi monitorada usando-se termopares tipo K (chromel-alumel) conectados a um sistema de aquisição de dados

com intervalo de amostragem de 3 segundos. A temperatura de entrada do ar era monitorada logo abaixo da placa de distribuição, constituída de uma placa de ácido inoxidável de 60 furos/pol². A parte inferior e mais densa do leito foi monitorada a 49, 94 e 140mm acima da placa de distribuição (Figura 1). A porção livre ou menos densa do leito foi monitorada em 4 posições equidistantes ao longo dos 1200mm de comprimento da mesma. Um outro termopar foi colocado na base da zona de desengajamento. Temperatura de exaustão foi monitorada à 406mm após a saída do ciclone. Diferenças de pressões foram medidas na placa de

distribuição, na zona de combustão e no filtro de TSP para monitoramento do carregamento do filtro.

O reator de leito fluidizado possuía duas fontes de ar, uma através do pré-aquecedor e outra de ar frio. Vazão de ar foi medida através de rotâmetros. Normalmente o ar aquecido foi usado apenas na fase de pré-aquecimento. Assim que a combustão da biomassa iniciou-se o pré-aquecedor foi cortado e o ar frio aberto. Duas fontes adicionais de ar foram colocadas no reservatório de combustível e na base da zona de desengajamento de volta ao leito fluidizado. Uma pequena quantidade de ar (cerca de 1.5L/min) foi suprida para o reservatório de combustível para manter uma pressão positiva e evitar vazamento de gás do leito para o reservatório. A zona de desengajamento foi suprida com 4L/min para desalojar partículas das paredes da zona de desengajamento de volta ao leito fluidizado.

Procedimento do Teste de Combustão. Ao início de cada teste, o reator foi pré-aquecido até atingir aproximadamente 700°C usando-se o queimador de propano, sem areia ou combustível no leito. Ao atingir 700°C, areia foi introduzida e sua temperatura elevada para 700 °C. Neste momento foi iniciada a alimentação de combustível. Assim que a queima do combustível foi detectada, através de elevação da temperatura do reator, o queimador de propano foi desligado e ar frio alimentado. Cerca de 10 minutos foram necessários para estabilizar-se a temperatura do reator no valor desejado. Este ponto desejado foi alcançado através do ajuste da alimentação de ar e combustível até alcançar-se operação estável do reator. A velocidade superficial, na seção de 46mm de diâmetro do reator, era normalmente entre 1 e 3m/s nas temperaturas de operação ou, 0.5 a 1m/s nas temperaturas do ar de alimentação (temperatura ambiente).

A maioria dos experimentos foi conduzida à 800°C, medido na parte inferior do leito próximo do ponto de injeção de combustível. Determinações completas de selênio foram realizadas para 5 replicações a 800°C. Em outras temperaturas, altas taxas de alimentação de ar ou de combustível causaram instabilidade na operação do reator. Apesar disto, o efeito de temperaturas maiores e menores foram observadas, com dois experimentos a 700°C e um a 850°C, em condições razoavelmente estáveis. Dois testes anteriores à 900°C foram usados para a caracterização do comportamento térmico do reator e da emissão de material particulado em taxas de ar/combustível diferentes e velocidades superficiais diferentes. Apesar de medições de selênio terem sido realizadas com estes testes, como o combustível foi peneirado, o teor de selênio do combustível era reduzido em relação ao combustível utilizado nos experimentos restantes. Estas análises não puderam ser utilizadas consistentemente para examinar-se a influência da temperatura do reator e foram excluídas para comparações com os resultados à temperaturas diferentes. Todos os outros testes utilizaram combustível não peneirado constituído primariamente de madeira e casca de madeira da seção primária.

O consumo de combustível foi determinado gravimetricamente durante o teste. Vazões de ar foram determinadas através dos rotâmetros. Taxas de ar/combustível

vel e consumo de combustível foram determinadas separadamente para a fase estável de cada experimento. A amostragem do gás foi iniciada apenas após ter-se atingido a fase estável do teste.

Ao final de cada experimento, o suprimento de combustível foi interrompido, mas, o suprimento de ar mantido para que se conseguisse a queima mais completa possível de todo o combustível ainda remanescente no reator. Após o resfriamento do reator, este foi desmontado para recuperar-se os sólidos do leito. Sólidos residuais foram coletados limpando-se as superfícies internas do reator.

RESULTADOS

A Tabela 1 mostra as médias das condições experimentais a temperaturas de 700, 800 e 850°C. As reações a 800°C foram conduzidas quase em condições estequiométricas (razão de equivalência de 0.98 baseada em uma razão estequiométrica ar/combustível de 5.52). Para operar-se à 700°C foi necessário reduzir-se a alimentação de combustível para 0.2g/s e aumentar-se a alimentação de ar para 2g/s (excesso de ar de 72%) para poder resfriar o reator, aumentando-se a carga de particulados nos gases de exaustão. Para obter-se temperaturas acima de 800°C foi necessário aumentar-se substancialmente as taxas de alimentação de ar e combustível. Para o reator usado neste trabalho a velocidade superficial mínima (0.65m/s) foi obtida a temperatura de 800°C.

TABELA 1. Condições médias para testes de combustão a 700, 800 e 850°C.

	Temperatura do Reator (°C)		
	700	800	850
Taxa de consumo de combustível (g/s)	0.209	0.229	0.367
Taxa de consumo de ar (g/s)	1.985	1.284	1.660
Relação Ar/Combustível	9.48	5.61	4.52
Relação de Equivalência	0.98	0.98	1.22
Velocidade Superficial (m/s a 270K)	1.01	0.65	0.84
Umidade do combustível (% base úmida)	7.62	10.21	9.76
Concentração de cinzas no combustível (% base seca)	1.56	1.75	1.61
Temperatura média do reator (°C)	696	794	846
Temperatura na saída do ciclone (°C)	183	185	222

A temperatura média na saída do ciclone foi similar para os testes à 700 e 800°C, sendo um pouco mais elevada para o teste à 850°C. A temperatura do ciclone não foi inteiramente uniforme ao longo de cada teste, variando exponencialmente à medida que a temperatura do ciclone equilibrava após o preaquecimento do leito. A umidade do combustível foi praticamente constante para todos os teste variando entre 8 e 10% em base úmida, enquanto que o teor de cinzas foi praticamente constante à aproximadamente 1.6% em base seca.

A Tabela 2 mostra a média da concentração de selênio medida no combustível e nos produtos de combustão para 700, 800 e 850°C. A concentração de selênio não foi absolutamente constante e coincidentemente, aumentou com o aumento da temperatura do reator. O mesmo ocorreu nos sólidos do leito e do ciclone. Já nos sólidos residuais, manteve-se aproximadamente constante. Grandes diferenças foram observadas nas concentrações de selênio dos particulados e dos gases de exaustão, pois a 700°C, foi 3175ng/g, enquanto que à 800°C aumentou para 20657ng/g, mantendo aproximadamente o mesmo valor à 850°C. Já, no gás de exaustão, dobrou entre 700°C e 800°C, e aumentou seis vezes à 850°C, apesar de que este teste não pôde ser repetido. A variabilidade da concentração de selênio com o tempo de amostragem foi testada a 800°C após ter-se estabilizado a operação do reator sem observar-se nenhuma alteração significativa nas amostras dos filtros coletados durante 1 hora ou 3 horas.

Tabela 2. Concentrações médias (ng/g e % do selênio do combustível) e taxas de vazão de selênio no combustível e nos produtos da combustão

	Conc. Se ng/g		% Se do combustível			vazão de Se (ng/s)			
	700	800	Temperatura do Reator (°C)			700	800	850	
			700	800	850				
Combustível	122.6	166.6	220.2			24.62	37.39	80.95	
Sólidos do leito	43.4	178.6	514.8	4.5	6.4	13.6	1.10	2.41	5.55
Sólidos do ciclone	153.7	245.3	313.9	1.9	2.5	4.2	0.47	0.95	3.45
Sólidos residuais	190.7	182.1	157.1	2.0	1.6	0.4	0.57	0.66	0.78
Material particulado da exaustão	3,175	20,657	20,781	72.5	71.2	47.5	17.85	26.60	38.47
Gás da exaustão	2.2	4.5	13.8	19.1	18.3	34.3	4.71	6.83	27.75

A Tabela 2 apresenta também o balanço de massas do selênio computados para as três temperaturas. Para aumentar-se a precisão das regressões, balanços de massas foram realizados para o selênio e a massa total. Devido ao pequeno desvio com os valores medidos das vazões, os valores calculados foram utilizados. O teste a 850°C caracterizou-se por uma vazão muito maior de selênio do combustível.

Nesta tabela são mostradas também as concentrações de selênio das frações de massa de todos os resíduos da combustão. As frações de particulados e gases contém 92% do selênio do combustível à 700°C, 89% à 800°C e 82% à 850°C. Foi notada uma maior concentração de selênio nos sólidos do leito nas temperaturas mais elevadas. Os sólidos do ciclone contém também uma grande fração do selênio dos combustíveis às temperaturas mais altas.

DISCUSSÃO

A maior parte do selênio do combustível foi emitida nos gases da exaustão e na matéria particulada. Este resultado é consistente com os resultados relatados anteriormente para a combustão de carvão. Existe uma tendência de que com temperaturas de reação mais elevadas a fração de selênio na fase gasosa será mais elevada, o que é consistente, também, com dados para carvão (Cramer, 1986). A 700 e 800°C, o selênio do gás de exaustão correspondia à 20% do selênio emitido pela chaminé, enquanto que a 850°C a 40%.

A alta quantidade de matéria suspensa e a baixa concentração de selênio no particulado emitido pela chaminé nos testes a 700°C pode ser explicada, provavelmente, pela velocidade superficial mais alta e o menor grau de reação que ocorre a esta temperatura. A maior velocidade superficial contribuiria para um maior arrasto das partículas mais finas e um tempo menor de residência das mesmas no reator. A menor concentração de selênio é atribuída, provavelmente, à maior concentração de material particulado, com maior superfície disponível para condensação ou adsorção de selênio da fase de gases. Estes resultados podem ser considerados como característicos do reator usado uma vez que as temperaturas mais baixas eram atingidas esfriando-se o reator com ar frio. Usando-se superfícies de transferência de calor, como é típico em reatores comerciais, a menor temperatura seria atingida sem necessidade de velocidades superficiais e arrasto de partículas tão grandes.

A tendência de frações maiores de selênio na fase gasosa na saída do reator, a temperaturas mais altas, foi demonstrada pelos testes mencionados anteriormente a 900°C, mas ainda se faz necessário repetir estes testes. A medida que a temperatura do reator foi aumentada acima de 800°C, a temperatura no ponto de amostragem dos gases também se elevou. Com tempo de residência reduzido, devido a velocidades superficiais mais elevadas, em temperaturas acima de 800°C,

e temperaturas do gás mais elevadas, seria de se esperar menor condensação e menor adsorção do selênio da fase gasosa nas partículas. Esta observação é suportada em parte pela fração maior de selênio na fase gasosa relativamente a fase particulada (Tabela 2) a medida que a temperatura de reação foi aumentada. A maior quantidade de selênio na fase gasosa a 850°C pode, também, ser explicada pela vazão maior de selênio no combustível, devido a necessidade de uma vazão maior de combustível para manter temperaturas de reação mais elevadas. A maior vazão de combustível a temperaturas mais elevadas também pode ser responsável pela maior concentração de selênio nos sólidos do leito do reator devido a uma maior retenção de cinzas do combustível no leito durante o mesmo intervalo de tempo.

Para uma plantação comercial de combustível com concentrações de selênio similares a madeira de eucalipto analisada neste trabalho (média de 136 ng/g em todas as madeiras primárias (Happ, et al, 1990), assumindo que as folhas e os galhos pequenos são deixados no campo), colheita de biomassa de 20 Mg/ha-ano (uma estimativa muito otimista em condições extremamente salinas) removeria 3g Se/ha-ano do solo e da água de irrigação. Uma usina de 50MW operando com uma eficiência térmica de 20% usaria aproximadamente 300.000Mg/ano de combustível de aproximadamente 15.000ha. A usina receberia um total de 45 kg/ano de selênio. Assumindo que a distribuição do selênio seria similar aquela obtida neste trabalho e uma eficiência de 99% no equipamento de remoção de partícula do, a usina emitiria aproximadamente 0,5kg/ano de selênio no particulado e 9kg/ano na fase gasosa da chaminé. Aproximadamente 31kg/ano de selênio seria recoberto na fuligem. Como o combustível que será usado em uma usina comercial provavelmente possuirá impurezas, tais como solo e pedras, e as cinzas retiradas do leito conterão alguma areia do leito, é razoável supor-se que a concentração de selênio das cinzas do leito será inferior aos valores determinados aqui, a não ser que o combustível possua um teor de selênio maior do que os 136ng/g usados neste trabalho. Este seria o caso se as folhas e os pequenos galhos fossem incluídos no combustível ou se as impurezas tiverem um alto teor de selênio. Selênio não é, evidentemente, o único causador de preocupações, mas as concentrações são altas o suficiente para causarem preocupação quanto ao destino a ser dado aos resíduos sólidos da combustão. A deposição de selênio nas redondezas das usinas poderia ser uma preocupação a longo prazo.

CONCLUSOES

A maior parte do selênio introduzido no reator de leito fluidizado com o eucalipto como combustível, foi emitido no material particulado e na fase gasosa da descarga do reator. Na temperatura de reação de 800°C, a temperatura ótima operacional do reator, 71% do selênio do combustível estava contido na matéria particulada, 18% na fase gasosa da descarga do reator, e o restante distribuído entre os sólidos do leito e do ciclone. A fase gasosa do selênio variava entre 20 a 40% do selênio emitido na chaminé do reator na faixa de temperatura de 700 a 850°C, apesar de que não foi determinada diferença significativa entre 700 e 800°C e o teste de 850°C não ter sido repetido. Resultados de testes preliminares a 900°C suportam a teoria de que há um aumento no selênio da fase gasosa a temperaturas mais altas. Os resultados da distribuição de selênio na combustão de eucaliptos são equivalentes aos resultados encontrados na literatura para carvão tanto para testes de emissão em usinas comerciais como para estudos sob condições de laboratório.

Outros estudos necessários são um estudo da distribuição do selênio no material particulado em função do tamanho das partículas, os efeitos da estequiometria na forma do selênio emitido, e o destino de

outros elementos nestes combustíveis. Pesquisa com combustão de biomassa em reatores comerciais deve também ser levada a termo para determinar a praticabilidade de utilizar-se combustíveis contaminados pela irrigação de água de drenagem.

REFERENCIAS

- Adriano, D.C. 1986. Selenium. In Trace Elements in Terrestrial Environment., pp. 390-420. Springer-Verlag. New York.
- Andren, A. W., D. H. Klein, and Y. Talmi. 1975. Selenium in Coal-Fired Steam Plant Emissions. Environmental Science & Technology, Vol. 9, no. 9, Sept 1975, 856-858.
- Bacci, P., G. M. Braga Marazzan, P. Redaelli, A. Ventura. 1985. Particulate emission and element behaviors in a large coal power plant. Nuovo Cimento Soc Ital Fis, C, 8C(6), 907-23. Italy.
- Cervinka, V., I. Rice, C. Finch, J. Beyer, F. Menezes, and R. Ramirez. 1987. The Agroforestry Demonstration Program in the San Joaquin Valley - Progress Report. California Department of Food and Agriculture. Sacramento. CA.
- Cramer, H. 1986. Basic studies of the emission of trace substances in the combustion of coal. VGB Kraftwerkstechnik, 66(8), 750-3. Essen, Fed. Rep. Germany.
- Deverel, S. J. and S. P. Millard. 1988. Distribution and mobility of selenium and other trace elements in shallow groundwater of the western San Joaquin Valley, California. Environmental Sci. and Tech. 22(6): 697-702.
- Ericzon, C., J. Pettersson, M. Anderson, and A. Olin. 1989. Determination and Speciation in End Products from a Garbage Incinerator. Environmental Science and Technology, 23(12):1524-28.
- Germani, M.S. and W. H. Zoller. 1988. Vapor-phase concentrations of arsenic, selenium, bromine, iodine, and mercury in the stack of a coal-fired power plant. Environmental Sci. and Tech., 23(12):1524-1528.
- Greenberg, R. R., W. H. Zoller, and G. E. Gordon. 1978. Composition and Size Distributions of Particles Released in Refuse Incineration. Environ. Sci. Technol. 12, 566-573.
- Gutenmann, W. H., D. J. Lisk, D. Hoffman, and J. D. Adams. 1983. Selenium in particulates and gaseous fractions of smoke from cigarettes prepared from tobacco grown on fly-ash amended soil. J. Toxicol. Environ. Health. v. 12 (2/3) p. 385-393.
- Happ, J. F. 1991. An experimental investigation into the distribution of selenium among the combustion products of biomass fuels. Unpublished dissertation. University of California. Davis.
- Happ, J. F., B. M. Jenkins, M. Kayhanian, and V. Cervinka. 1990. Selenium in Fuels Derived from Agroforestry Plantations Irrigated with Saline Drainage Water. American Society of Agricultural Engineers, Paper No 90-6023. ASAE, St. Joseph, MI.
- Jacobson, A. R. and R. G. Burau. 1986. Total selenium analysis by manual fluorimetry. Unpublished procedure, University of California, Davis.
- Norton, G. A., E. L. DelKalb, and K. L. Malaby. 1986. Elemental composition of suspended particulate matter from the combustion of coal and coal/refuse mixtures. Environ. Sci. and Tech. 20(6):604-609.

Taylor, D. R., M. A. Tompkins, S. E. Kirton, T. Mauney, D. F. S. Natush, and P. K. Hopke. 1982. Analysis of Fly Ash Produced from Combustion of Refuse-Derived Fuel and Coal Mixtures. *Environ. Sci. Technol.* 16, 148-154.

Volodarskii, I. K., Y.V. Itkin, M. Y. Shpirt, and E. L. Zhuravlevo. 1988. Distribution of molybdenum, cadmium, zirconium, arsenic, selenium, and antimony in coal combustion products.. *Khimiia Tverdogo Topliva*, (1), 122-5. Moscow. USSR.

Wadge, A., M. Hutton, and P. J. Peterson. 1986. The Concentrations and Particle Size relationships of Selected Trace Elements in Fly Ashes from U.K. Coal-fired Power Plants and a Refuse Incinerator. *Sci. Total Environ.* 54, 13-27.

Wu, L., Z. Z. Huang, and R. G. Burau. 1988. Selenium accumulation and selenium-salt tolerance in five grass species. *Crop Sci.* 28(3), 517-22.

Zoller, W. H. and D. C. Reamer. 1976. Selenium in the atmosphere. in *Proceedings of the Symposium on Selenium-Tellurium in the Environment.* pp 54-66. University of Notre Dame, sponsored by Industrial Health Foundation, Inc., Pittsburgh.

ABSTRACT

The distribution of selenium among the combustion products of high selenium content biomass fuels, as well as, the effects of varying operating parameters on the biomass conversion products was investigated. Biomass was reacted at several air/fuel ratios. Around 80% of fuel selenium was emitted at the exhaust particulate and gaseous stages. As the combustion increases, a higher proportion of selenium is emitted in the gaseous stage.

ANÁLISE TERMO-ECONÔMICA DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO

ARNALDO C.S.WALTER * , SERGIO V.BAJAY * E LUIZ A.O.NOGUEIRA **

*Depart. de Energia/FEM/UNICAMP
Cidade Univ. "ZEFERINO VÁZ"
13.081 - CAMPINAS-SP.

**Depart. de Projeto/IEM/EFEI
Campus Univ. Prof.J.R.Seabra
37.500 - ITAJUBÁ - MG.

RESUMO

O maior potencial de cogeração no Brasil está no setor sucro-alcooleiro, a partir do uso do bagaço de cana como combustível. Neste trabalho, aplica-se a técnica de simulação e análise econômica a diferentes configurações de plantas, para determinação da geração de potência e dos custos associados a cada alternativa. A aplicação do mesmo procedimento à condição de operação das várias configurações em regime transiente, em atendimento instantâneo às demandas de vapor de processo e potência, permite a determinação do perfil de produção de excedentes ao longo de um dia.

INTRODUÇÃO

Aproximadamente 80 países em todo o mundo produzem açúcar, e eventualmente álcool, a partir da cana-de-açúcar. Em todos esses países a tecnologia de cogeração com uso de turbinas a vapor é utilizada, embora de forma quase sempre ineficiente.

De uma forma geral os sistemas de utilidades das unidades industriais de produção de açúcar e álcool foram construídos há muitos anos, sem grandes preocupações quanto à eficiência energética e econômica. O bagaço, sub-produto do processo de extração do caldo de cana, é tradicionalmente utilizado como combustível em geradores de vapor de média pressão, com uso de turbinas de contra-pressão como máquinas motrizes, e emprego do vapor de escape como fluido de aquecimento no processo produtivo.

A recente transformação institucional do setor elétrico em vários países, com o estímulo à geração descentralizada e particularmente à cogeração, tem aberto também perspectiva de reestruturação da própria indústria sucro-alcooleira na medida em que a produção de excedentes de eletricidade pode permitir a modernização tecnológica e empresarial, e a redução dos custos tanto do açúcar quanto do álcool. Sugere-se que a produção em larga escala de eletricidade, via cogeração, pode fazer com que a venda de energia elétrica excedente venha a gerar receitas até mesmo superiores às do açúcar e álcool.

No Brasil a transformação dos sistemas de cogeração das usinas de açúcar e álcool tem ocorrido com o aumento da geração elétrica até o nível de auto-suficiência no abastecimento. Restrições de ordem econômica, político-empresarial, e principalmente institucional, impedem, no momento, a viabilização de um potencial mais expressivo. Tal quadro, no entanto, pode ser alterado em alguns anos, dependendo das políticas que serão adotadas.

As configurações usualmente propostas para ampliação da capacidade de produção elétrica não exploram todo potencial de geração de eletricidade com uso do bagaço. Entretanto, outros arranjos para os sistemas de cogeração com turbinas a vapor, e até mesmo outras tecnologias, podem ser utilizadas, de sorte que a geração elétrica possa ser maximizada.

Neste trabalho três desses sistemas são avaliados, sob o aspecto técnico e econômico, utilizando como referência de comparação o sistema que representa o atual quadro de geração elétrica visando a auto-suficiência no abastecimento.

ESCOPO DA ANÁLISE, SISTEMAS E TECNOLOGIAS

A análise técnico e econômica dos sistemas de cogeração no setor sucro-alcooleiro foi realizada a partir da consideração de uma instalação de médio porte, com moagem média efetiva de 213,4 toneladas de cana por hora (tc/h), e produção exclusiva de álcool.

Foram utilizados registros de vazão de vapor obtidos em um estudo do IPT (1990), configurando uma base de dados que permitiu a realização de simulações da operação dos sistemas tanto em regime permanente, com uso dos valores médios de vazão e eficiências nominais dos principais equipamentos, quanto em regime transiente, com uso de curvas de eficiências dos geradores de vapor e turbinas.

A referência de comparação é o sistema de cogeração com turbinas a vapor de contrapressão, com alimentação a 22 bar e 280°C, e escape a 2,5 bar. Em alguns instantes vapor de escape é lançado à atmosfera face desequilíbrios positivos entre as demandas nas linhas de média e baixa pressão; em outros momentos vapor é expandido por válvulas redutoras em decorrência de desequilíbrios negativos entre as mesmas linhas de pressão. Esses fluxos foram avaliados, na média, em 1 e 2,1%, respectivamente, da demanda de vapor de processo e da geração de vapor.

A expansão do vapor pelas turbinas permite a geração de potência mecânica e elétrica. A potência mecânica está associada ao acionamento de um conjunto de dispositivos responsáveis pelo preparo da cana e extração do caldo, e sua demanda precisa ser necessariamente satisfeita a cada instante. A potência elétrica gerada é consumida na própria instalação industrial, e eventuais excedentes em relação ao consumo próprio podem ser comercializados com a concessionária elétrica local. No caso de déficit, completa-se o abastecimento com energia da rede da concessionária.

Das três configurações alternativas analisadas também possuem sistemas com turbinas a vapor. Na primeira propõe-se que vapor seja gerado a 62 bar, 450°C, e expandido até 2,5 bar em um conjunto de turbinas de contrapressão de múltiplo estágio. O acionamento das moendas, facas e desfibradores é feito por motores elétricos, em substituição às turbinas anteriormente consideradas. Em relação à instalação referência, mantem-se o padrão dos fluxos de vapor gerado, nas válvulas e no escape à atmosfera. Esta configuração será referenciada no texto como "ELETRIFICAÇÃO".

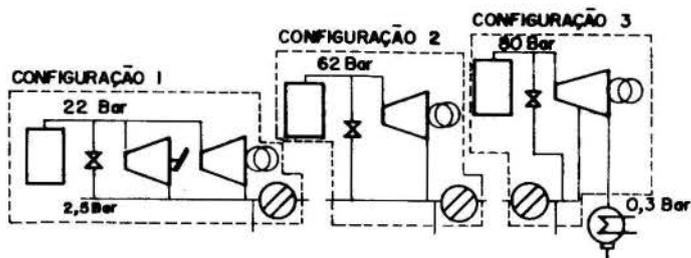


Figura 1. Sistemas com turbinas a vapor estudados

Na segunda alternativa a geração de vapor é feita a 80 bar, 470 °C, e o vapor é expandido em turbinas de extração-condensação. A extração é feita a 2,5 bar, de forma a suprir a demanda instantânea de vapor de processo, e o escape a 0,3 bar, com condensação do vapor. Nessa alternativa não foram considerados os desequilíbrios eventuais entre as linhas de alta e baixa pressão. O sistema foi dimensionado de forma que a geração de vapor na operação ao longo da safra seja 50% superior à demanda média de vapor de processo, e o fluxo nominal pelo corpo de baixa pressão da turbina corresponda a 70% da alimentação máxima do corpo de alta pressão. Esta configuração será doravante citada como "CONDENSAÇÃO".

Os três sistemas com turbinas a vapor acima citados são apresentados esquematicamente na figura 1.

O terceiro sistema analisado emprega uma turbina a gás aeroderivativa como máquina motriz principal, utilizando como combustível o gás gerado em um gaseificador de peletes de bagaço de cana. Uma caldeira de recuperação, que aproveita fluxos de calor residual do gaseificador e o fluxo de gases de escape da turbina, com a queima suplementar de gás combustível, gera vapor a 22 bar, 393 C, para o gaseificador e vapor a 2 bar, 280 C, para alimentação de um sistema de potência convencional tal qual o analisado na situação referência.

O uso de turbinas aeroderivativas com gás de gaseificação de biomassa - ciclos Biomass-Integrated Gaseifier/Steam Injected Gas Turbines (BIG-STIG) - tem sido proposto nos últimos anos (Larson and Williams, 1987 e 1990, e Odgen et al., 1990), como alternativa de expansão da capacidade de geração elétrica em países em desenvolvimento, com redução das emissões de dióxido de carbono à atmosfera.

O sistema BIG-STIG analisado foi definido para a planta em questão a partir das informações disponíveis em trabalhos da COPERSUCAR (1991) e Larson e Williams (1990). As relações dos balanços de massa e energia obtidas no estudo de ambas referências foram utilizadas para definição de um sistema em que a principal máquina motriz é a turbina GE PG LM5000 PC, de 33060 kW elétricos de potência nominal. Com essas relações, e com as características técnicas da máquina (Gas Turbine World, 1991), um modelo de simulação computacional foi construído para definição do ponto de operação, em atendimento das demandas de vapor necessário. Foi considerada a operação do sistema no modo STIG (injeção de vapor) apenas no período de entre-safra, e em ciclo combinado ao longo da safra; a figura 2 mostra um esquema de operação do sistema sem a injeção de vapor na turbina a gás.

ANÁLISE TERMODINÂMICA E OPERACIONAL DOS SISTEMAS

Na discussão da cogeração no segmento sucro-alcooleiro uma questão importante é a solução de compromisso entre a produção de excedentes de eletricidade e de bagaço, já que existe um mercado, com possibilidades de expansão, para ambos produtos. Na figura 3 apresentam-se os padrões de produção de excedentes desses dois produtos, para cada uma das configurações analisadas. No caso da energia elétrica, a quantificação dos excedentes foi feita com avaliação

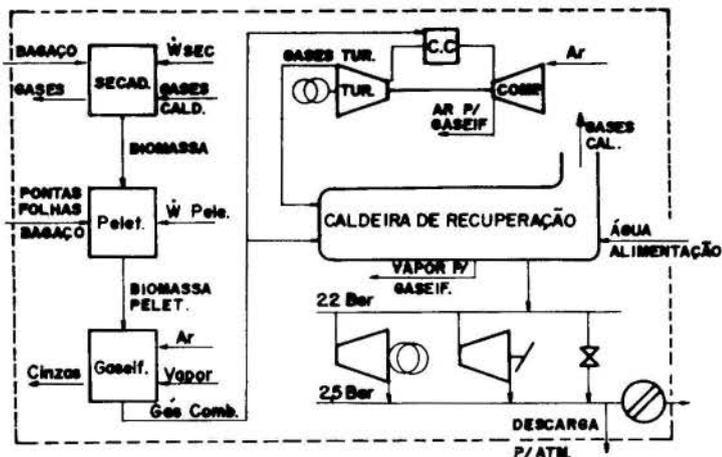


Figura 2. Sistema BIG-STIG analisado.

da demanda elétrica própria em 2454 kW, e de uma necessidade de potência mecânica de 3180 kW, em termos médios, o que equivale aos índices de consumo de 11,5 kWh/tc e 14,9 kWh/tc, respectivamente, para potência elétrica e mecânica. Para o bagaço considerou-se uma disponibilidade média de 250 kg/tc com 50% de umidade.

No caso da configuração REFERÊNCIA os excedentes de eletricidade são muito modestos, sendo entretanto possível o atendimento completo da demanda elétrica própria desde que o consumo de vapor de processo não seja inferior a 500 kgv/tc. A produção de maiores excedentes de energia elétrica requer necessariamente um consumo de combustível tal que possa implicar em déficit em relação à disponibilidade.

Por outro lado, na configuração ELETRIFICAÇÃO a produção de excedentes elétricos é factível, inclusive com a geração de pequenos excedentes de bagaço, e sem a necessidade de alteração do padrão de consumo de vapor. Apenas para consumos superiores a 537 kgv/tc a instalação tem necessidade de suprimento externo de bagaço.

Situação totalmente adversa quanto a esse aspecto pode ser observada nas configurações CONDENSAÇÃO e BIG-STIG. A definição dos sistemas para essas duas configurações foi feita com a preocupação de aproveitar as informações de custo e dos parâmetros de desempenho disponíveis, o que levou ao sobre-dimensionamento, tanto da turbina a vapor de extração-condensação quanto da turbina a gás aeroderivativa, em relação ao porte da usina considerada. Embora os resultados não correspondam à uma situação ideal, é interessante destacar que mesmo no caso de sistemas de menor capacidade de geração elétrica é necessária a realização de investimentos na redução do consumo de vapor.

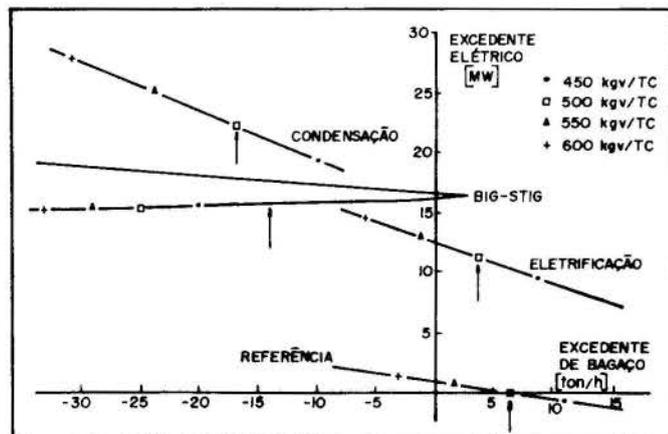


Figura 3. Excedentes de eletricidade e bagaço

No caso da configuração CONDENSAÇÃO, supõe-se que o déficit de bagaço seja corrigido com compra da quantidade necessária junto às outras usinas, e que esse bagaço tenha as mesmas características do disponível na própria usina. No caso do sistema BIG-STIG, a falta de bagaço é corrigida com a aquisição desse insumo, constituindo suprimento equivalente ao bagaço seco da própria instalação quanto à umidade (15%) e o poder calorífico.

As setas na figura 3 indicam os pontos em que os sistemas foram simulados computacionalmente dentro da condição transiente. Os sistemas de cogeração que utilizam exclusivamente as turbinas a vapor como máquinas motrizes foram definidos de forma a garantir o atendimento a cada instante de uma demanda de vapor de processo média equivalente a 500 kg por tonelada de cana moída (kgv/tc).

Já no caso do sistema BIG-STIG, dadas as características do próprio sistema, considerou-se a necessidade de redução da demanda média de vapor de processo para 367 kgv/tc, o que implica em investimentos na racionalização do uso de energia térmica. Quanto a esse aspecto, é interessante observar que segundo Larson e Williams (1990), tais sistemas são mais adequados em usinas de açúcar e álcool quando a demanda de vapor de processo é inferior a 300 kgv/tc.

O comportamento da linha de excedentes para o sistema BIG-STIG simulado é atípica em relação aos demais. Quanto maior a demanda de vapor de processo, maior a necessidade de queima suplementar na caldeira de recuperação. Nessas condições aumenta-se a necessidade de biomassa e reduz-se a disponibilidade de potência excedente, dado que a maior produção de gás requer maiores extrações do fluxo de ar na turbina a gás, e também maior potência na secagem e pelletização da biomassa.

Existe um ponto de inflexão na curva de excedentes, que corresponde ao instante em que deixa de haver necessidade de queima suplementar na caldeira de recuperação. Esse é o ponto de menor consumo de biomassa, e está associado a uma índice de consumo específico de vapor no processo muito baixo - 154,4 kgv/tc -, muito difícil de ser viabilizado tecnicamente.

Se a partir do ponto de inflexão as extrações de ar continuassem a ser reduzidas, haveria necessidade de queima de uma quantidade maior de gás na turbina, com maior disponibilidade de eletricidade face à maior produção na unidade aeroderivativa, mas maior consumo de biomassa. O tramo superior na curva da figura 3 representa uma situação hipotética, não possível de ser viabilizada em toda sua extensão, uma vez que a maior produção de gás requer extrações crescentes de ar do compressor.

Cabe ainda observar que a redução da demanda de vapor de processo reduz a geração de potência no ciclo a vapor. Se a demanda de vapor de processo é levada abaixo de 280 kgv/tc, parte dos equipamentos de acionamento mecânico precisam ser convertidos para acionamento elétrico já que a disponibilidade de vapor não é suficiente para o acionamento dos mesmos.

A análise de desempenho dos sistemas foi feita a partir da avaliação de eficiências termodinâmicas das instalações, bem como de parâmetros de operação. Como figuras de análise e comparação dos sistemas foram tomados os parâmetros: eficiência energética (η_I), eficiência exérgica (η_{II}), e as relações trabalho/calor (β) e potência/combustível (σ).

A comparação desses parâmetros, para as quatro configurações analisadas, é apresentada na figura 4. Esses valores correspondem à média dos resultados da simulação de cada configuração na condição transiente, considerados 48 diferentes registros de operação. As referências para avaliação da energia e exergia de insumos e produtos são as mesmas utilizadas em trabalho anterior (Walter et al., 1992).

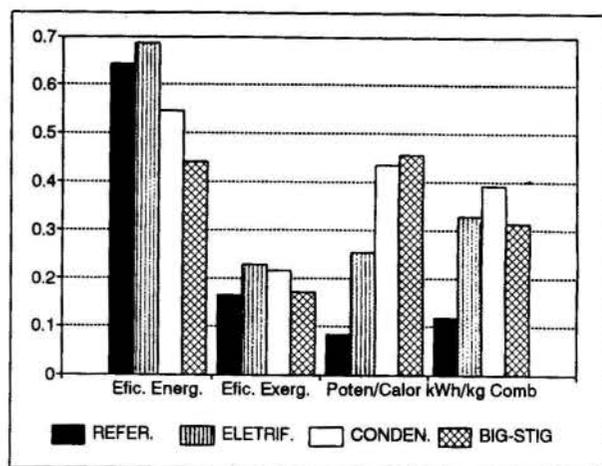


Figura 4. Eficiências termodinâmicas e parâmetros de operação dos sistemas de cogeração analisados

Os sistemas CONDENSAÇÃO e BIG-STIG foram os que apresentaram os mais baixos valores de eficiência energética. No caso da primeira configuração a explicação está nas perdas do processo de condensação do vapor, enquanto que para a configuração BIG-STIG três causas podem ser enumeradas: os desequilíbrios proporcionalmente maiores entre as linhas de média e baixa pressão de vapor, a redução na contribuição da parcela de calor de processo, e a avaliação do aporte de biomassa complementar como se essa fosse matéria com apenas 15% de umidade (maior poder calorífico). É importante destacar a inadequação da eficiência energética na análise de sistemas de cogeração, em função da excessiva importância que é atribuída ao fluxo de calor.

Já a eficiência exérgica é um parâmetro mais adequado à avaliação da racionalidade termodinâmica dos sistemas de cogeração. Para os casos estudados, como era de se esperar, o melhor desempenho foi alcançado na configuração ELETRIFICAÇÃO; no caso da configuração CONDENSAÇÃO os ganhos relativos à maior geração de potência foram compensados pelas irreversibilidades associadas à rejeição de calor.

Para a relação potência/calor, o melhor resultado foi obtido na configuração STIG face à redução da demanda de vapor de processo. Já para o índice potência/combustível queimado foi na configuração CONDENSAÇÃO que se obteve o melhor resultado, não exatamente por seu melhor desempenho termodinâmico, mas principalmente pela maior quantidade de eletricidade gerada.

Dada a diversidade dos resultados, segundo o parâmetro considerado, deve ser observado que a análise do desempenho termodinâmico e operacional de sistemas de cogeração não é uma tarefa trivial. Os resultados obtidos sinalizam para a melhor adequação da eficiência exérgica na avaliação da racionalidade termodinâmica da instalação, e da relação potência/combustível queimado na caracterização do desempenho operacional. No entanto, é preciso que essa análise seja ainda mais aprofundada.

ANÁLISE ECONÔMICA DAS ALTERNATIVAS

Adotou-se como procedimento na realização da análise econômica a avaliação da receita líquida, consideradas as receitas provenientes da venda do álcool produzido, da eletricidade excedente, e de eventuais quantidades de bagaço excedentário. Da soma das receitas anuais foram deduzidos os custos anuais de cada sistema de cogeração. A comparação entre as

configurações foi feita através de um índice de receita líquida (IL), com a referência fixada para a configuração REFERÊNCIA, com demanda de vapor de processo igual a 500 kgv/tc e o preço do bagaço igual a 7,5 US\$/ton.

Na comparação econômica entre as alternativas considerou-se uma faixa de variação para o preço do bagaço de 0 a 15 US\$/ton, representando duas situações opostas de difícil viabilização. Seguramente os valores factíveis nos próximos anos estarão dentro dessa faixa, dependendo de como evolua seu mercado.

Duas situações foram analisadas quanto à tarifa da energia elétrica excedente de cogeração, a primeira com uma remuneração equivalente ao custo marginal de expansão do sistema - 66 US\$/MWh -, e outra com um valor de tarifa mais próximo do que os analistas consideram factível para o médio prazo - 45 US\$/MWh -.

Os custos de cada sistema de cogeração foram avaliados a partir de informações obtidas junto a fabricantes nacionais. Essas informações foram complementadas e avaliadas em sua ordem de grandeza com os dados de custos de um estudo recente da COPERSUCAR (1991). Embora esse procedimento tenha sido tão cuidadoso quanto possível, existe a possibilidade de que em algum caso os custos possam estar sub-avaliados, principalmente na situação CONDENSAÇÃO.

As configurações REFERÊNCIA e ELETRIFICAÇÃO foram avaliadas em operação somente no período de safra, ao longo de 3600 horas. Já as configurações CONDENSAÇÃO e STIG operam as mesmas 3600 horas na safra e mais 2400 horas no período de entre-safra. Durante a safra o regime é de paridade térmica, e fora da safra a geração é a máxima possível em relação ao porte do sistema. Cabe observar que para o sistema STIG, face aos problemas de dimensionamento já citados, definiu-se um regime operacional para o período fora de safra em função dos equipamentos de processamento da biomassa, o que acarretou na não utilização de toda capacidade de geração da turbina aeroderivativa.

Os resultados dessa análise são apresentados na figura 5. Na situação mais favorável à produção de eletricidade excedente - tarifa de compra a 66 US\$/MWh -, a configuração ELETRIFICAÇÃO é ligeiramente mais favorável em relação à situação atual para qualquer valor do bagaço, enquanto a configuração STIG mostra-se superior apenas quando de baixos preços do insumo combustível. Talvez em função de uma eventual subestimativa nos custos da instalação, a configuração CONDENSAÇÃO mostrou-se economicamente mais favorável em relação ao atual quadro para qualquer valor de mercado do bagaço.

Quando da análise dos resultados para um valor de tarifa mais factível - 45 US\$/MWh - apenas a configuração CONDENSAÇÃO mostra-se economicamente mais adequada que a geração exclusiva para auto-abastecimento, e mesmo assim apenas para custos de combustível inferiores a 12 US\$/ton.

Apesar da suspeita de má avaliação nos custos de capital da configuração CONDENSAÇÃO vale destacar que uma vantagem relativa em relação às outras alternativas já podia ser esperada, principalmente quando há melhor remuneração para a eletricidade excedente, face ao melhor resultado do parâmetro potência/combustível.

Por sua vez, os resultados não tão favoráveis da configuração ELETRIFICAÇÃO precisam ser relativizados, uma vez que a análise feita induz a conclusão de que os custos e benefícios da eletrificação no acionamento de moendas e dispositivos de preparo devem ser totalmente associados à geração excedentária de eletricidade.

Cabe igualmente um comentário quanto ao sistema STIG, cujo resultado econômico foi sensivelmente prejudicado face à seleção inadequada da turbina aeroderivativa, com potência nominal excessiva para o porte da usina e da própria planta de gaseificação.

Como figuras de comparação destaca-se que as tarifas de compra de energia elétrica excedente que

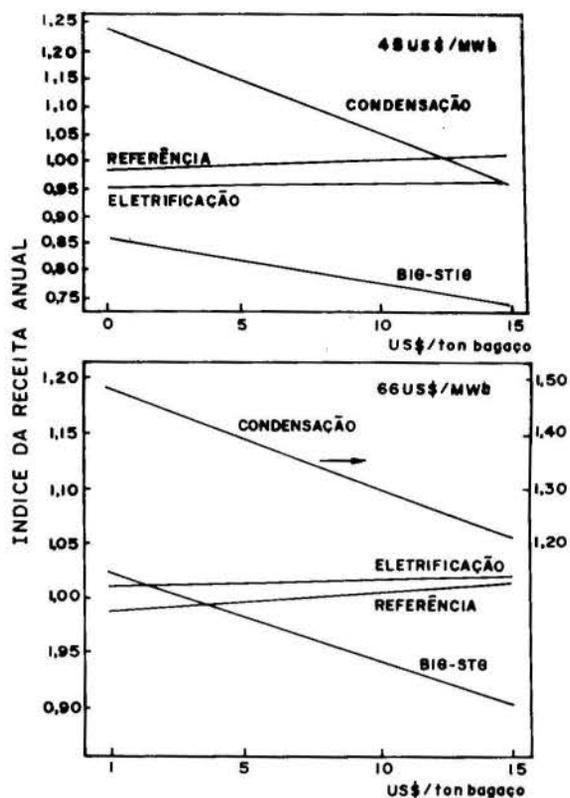


Figura 5. Comparação econômica das configurações.

definem a equidade econômica entre a configuração REFERÊNCIA e as demais, para valores de bagaço a 7,5 US\$/ton, são 35,43, 60,81 e 71,07 US\$/MWh, para os sistemas CONDENSAÇÃO, ELETRIFICAÇÃO e STIG, respectivamente.

REFERÊNCIAS

.COPERSUCAR, "Geração Elétrica em Usinas e Destilarias", Convênio ELETROBRÁS-COPERSUCAR, Relatório Técnico, Piracicaba, Novembro 1991.

.Gas Turbine World, The 1991 Handbook, Vol.13, 1991.

.Larson, E.D. and Williams, R.H., "Steam-Injected Gas Turbines", ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol.109, pp.55-63, 1987.

.Larson, E.D. and Williams, R.H., "Biomass-Gasifier Steam-Injected Gas Turbine Cogeneration", ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol.112, pp.157-163, 1990.

.Odgen, J.M., Williams, R.H., and Fulmer, M.E., "Cogeneration Applications of Biomass Gasifier/Gas Turbine Technologies in the Cane Sugar and Alcohol Industries", texto apresentado em Conference on Global Warming and Sustainable Development, São Paulo, 1990.

.Walter, A.C.S., Bajay, S.V., Nogueira, L.A.H., Thermodynamic and Economic Simulations of Steam Turbine Cogeneration Systems Fueled by Sugar Cane Bagasse, Proceedings of ASME-ECOS'92, Zaragoza, Espanha, 1992, pp. 345-353.

SUMMARY

The largest potential for industrial cogeneration in Brazil is found in the sugar and alcohol sector, using sugar-cane as fuel. In this paper, thermodynamic simulation and economic analysis are applied to different plant configurations, in order to determine the power generated and the cost associated to each alternative. The application of the same procedure now in transient conditions, meeting the instantaneous process steam and power demands, allows the calculation of the surplus production profile in a given day.

CONCEPÇÃO E TESTE DE REFRIGERADORES DE ALTA EFICIÊNCIA
 NO BRASIL - O PROJETO CESP/CONSUL

Paulo Vodianitskaia e Alexandre Schmid
 Consul S.A. - CP 267/269 - Joinville - SC
 Luiz Severino Filho
 CESP - CEP 01415 - São Paulo - SP

RESUMO

O presente trabalho descreve a concepção de refrigeradores de alta eficiência energética, através de uma análise pela 2ª Lei da Termodinâmica e de estudos para a minimização da carga térmica, em refrigeradores de uma e duas portas. O impacto do novo projeto é discutido, e apresentados resultados experimentais de cerca de cem produtos distribuídos em residências no Estado de São Paulo, após monitoramento e substituição dos refrigeradores convencionais. Valores de consumo de energia tomados ao longo de um ano de funcionamento são comparados com os anteriores, resultando uma medida do impacto dos refrigeradores de alta eficiência no consumo energético. Os valores de consumo são então comparados com os obtidos em laboratório, sob condições padrão, que conclui-se serem em certa medida eficazes para predição do consumo de energia real."

INTRODUÇÃO

O Programa de Conservação de Energia CESP foi instituído em 1988, com o intuito de proporcionar a otimização do sistema de geração e distribuição de energia elétrica, e reduzir a pressão por investimentos para a expansão do sistema (CESP, 1989). A Consul S.A. foi de encontro a essa iniciativa propondo o desenvolvimento de refrigeradores de alta eficiência para testes de comprovação de desempenho em condições reais de uso. Um pioneiro programa conjunto foi então firmado, cabendo à Consul a análise, desenvolvimento e fabricação de uma centena de refrigeradores de alta eficiência; coube à CESP por sua vez a distribuição e monitoramento desses refrigeradores em residências no Estado de São Paulo.

A monitoração do consumo de energia dos produtos - inclusive os substituídos - foi efetuada de janeiro de 1990 a dezembro de 1991.

O procedimento teórico para a análise e otimização desses refrigeradores é descrito a seguir. Os valores de consumo de energia obtidos ao longo de um ano de operação são então comparados com os resultados dos ensaios de consumo de energia segundo a norma NBR 8888/85.

MÉTODO

O método escolhido para a análise funcional do refrigerador baseia-se na Segunda Lei da Termodinâmica, que pode ser expressa por (Bejan, 1982):

$$s_{gen} = s_b - s_a - \int_a^b \frac{\delta q}{T} > 0 \quad (1)$$

onde s_a e s_b são valores de entropia associados aos estados termodinâmicos a e b;

$\int_a^b \frac{\delta q}{T}$ é a transferência de entropia

associada ao calor transferido δq , e

s_{gen} representa a entropia gerada por um processo termodinâmico.

No presente estudo as irreversibilidades associadas às diferenças de temperatura entre o fluido refrigerante e os componentes do circuito são consideradas insignificantes. Assim os dados de temperatura dos trocadores de calor do circuito funcionando em regime permanente, facilmente obtidos em laboratório, definem o ciclo de refrigeração.

A entropia gerada por cada processo do ciclo é então calculada através da eq. 1. O cálculo do coeficiente de desempenho (COP) é efetuado utilizando-se as equações propostas por Alefeld (1987):

$$COP = g_c \cdot \left[\eta - \frac{c \cdot T_e}{2 \cdot r} \right] \quad (2)$$

onde g_c é a eficiência de compressão, calculada com a quantidade total de entropia gerada no ciclo de refrigeração;

c é o calor específico do fluido evaporando a uma temperatura T_e apresentando um calor latente de evaporação r ; e

η é a eficiência de Carnot, dada pelo

quociente $T_e / (T_c - T_e)$, sendo T_c a temperatura de condensação.

ANÁLISE

A análise é demonstrada a seguir considerando-se o refrigerador de uma porta. Os dados de temperatura são mostrados na tabela 1.

Tabela 1 - dados de temperatura, em K.

condensação	330,85
evaporação	254,05
ambiente	316,45
interior do gabinete	278,15

O coeficiente de desempenho do ciclo e a eficiência de Carnot, conforme descritos anteriormente, resultam:

$$\text{COP} = 1,04 \quad e$$

$$\eta_r = 3,3$$

ou seja, a eficiência do ciclo é de cerca de um terço da eficiência de Carnot.

Os valores de entropia gerada nos principais processos termodinâmicos do ciclo de refrigeração são mostrados na tabela 2.

Tabela 2 - entropia gerada, em kJ/kg K.

compressão/expansão	0,062
condensação	0,021
evaporação	0,029
total	0,112

Decidiu-se pelo uso de compressores de maior eficiência. Além disso os novos produtos receberam melhor isolamento térmico.

RESULTADOS

A medição do consumo de energia dos refrigeradores foi efetuada utilizando-se medidores residenciais convencionais, monofásicos e de corrente nominal 15 A. Tais medidores foram calibrados e aferidos e apresentaram um erro de 0,4%.

Os refrigeradores substituídos apresentaram, em sua grande maioria, um estado de conservação bom ou razoável, ou seja, sem problemas funcionais aparentes que viessem a comprometer o desempenho dos mesmos.

Os valores médios de consumo de energia ao longo de um ano de operação dos refrigeradores Consul/CESP de 1 e 2 portas são mostrados nos histogramas das figuras 1 e 2, respectivamente.

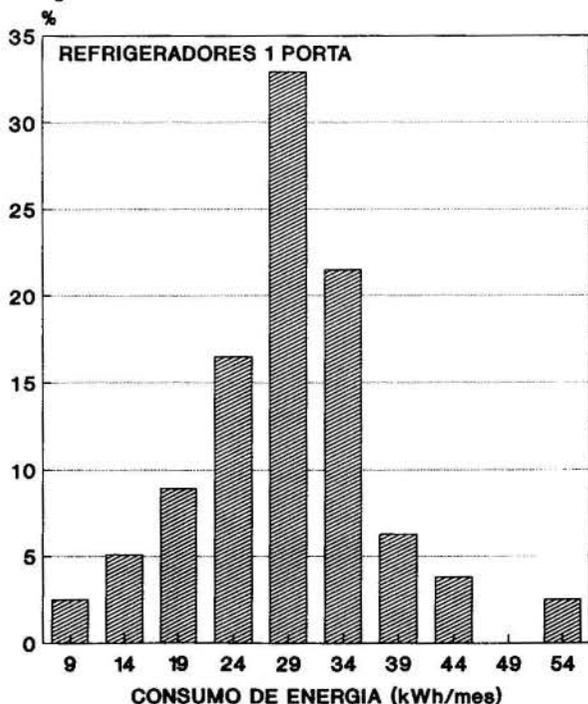


Figura 1. histogramas do consumo de energia dos refrigeradores de 1 porta.

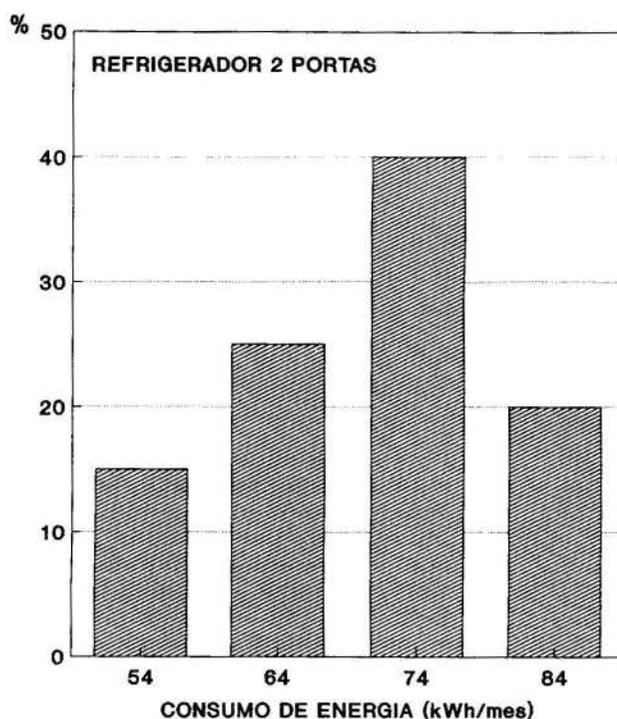


Figura 2. histogramas do consumo de energia dos refrigeradores de 2 portas.

A média e o desvio padrão dos dados de consumo de energia dos refrigeradores de 1 e 2 portas é apresentada nas tabelas 3 e 4, respectivamente.

Tabela 3 - consumo de energia dos refrigeradores de 1 porta, em kWh/mês.

refrigerador	antigo	Consul/CESP
média	43,6	31,4
desvio padrão	13,8	8,5

Tabela 4 - consumo de energia dos refrigeradores de 2 portas, em kWh/mês.

refrigerador	antigo	Consul/CESP
média	98,0	73,8
desvio padrão	30,0	9,3

Observa-se uma redução significativa no consumo de energia, sendo esta, em termos percentuais, para a média, da ordem de 28,0% para o refrigerador 1 porta e de 24,7% para o refrigerador 2 portas.

A comparação entre a média do consumo de energia dos refrigeradores Consul/CESP de 1 e 2 portas e o resultado do ensaio de consumo de energia segundo a norma NBR 8888/85 (a 32°C ambiente, sem aberturas de porta ou carga) é apresentada na tabela 5.

A temperatura média, ponderada do ar nas regiões do estado de São Paulo aonde foram distribuídos os refrigeradores resultou em 21,4 °C, valor determinado com base nos dados fornecidos pelo Centro de Previsão Meteorológica da CESP.

Tabela 5 - consumo de energia, em kWh/mês.

refrigerador	NBR 8888	teste Consul/CESP
1 porta	30,8	31,4
2 portas	75,5	73,8

Observa-se boa concordância entre os valores de consumo de energia, sendo a diferença percentual da ordem de 1,9% para o refrigerador 1 porta e de 2,3% para o refrigerador 2 portas.

CONCLUSOES

O Programa Consul/CESP está atingindo plenamente seus objetivos, uma vez que seus resultados vem de encontro com o proposto pelo Programa de Conservação de Energia CESP.

O ensaio de consumo de energia segundo a norma NBR 8888/85 resultou representativo do consumo real do produto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

.Alefeld, G., "Efficiency of Compressor Heat Pumps and Refrigerators Derived from the Second Law of Thermodynamics", International Journal of Refrigeration, Vol. 10, No. 6, pp. 331-341, 1987.

.Bejan, A., "Entropy Generation through Heat and Fluid Flow", J. Wiley & Sons, New York, 1982.

.CESP, "Relatório Anual da Diretoria de Distribuição", São Paulo, 1989.

ABSTRACT

This paper describes the design of energy efficient, one and two-door household refrigerators through a Second Law Analysis and reductions on the thermal loads. The impact of the new design is discussed, and results of one hundred refrigerators tested in houses located in São Paulo State are presented. Energy consumption values taken during one year are compared with the precedent refrigerators, resulting in a measure of the impact of the energy efficient refrigerators on energy consumption. These values are then compared with those obtained with lab tests.

LONG TERM ENVIRONMENTAL AND SOCIO-ECONOMIC IMPACT OF AN ENVISAGED
HYDROGEN ENERGY PROGRAM IN BRAZIL

L.C. De Lima
Dept. Mech. Eng.
University of Uberlândia
38400, Uberlândia MG Brazil

T.N. Veziroglu
Clean Energy Research Institute
University of Miami
Coral Gables, FL 33124, U.S.A.

ABSTRACT

In this study a program of electrolytic hydrogen generation for Brazil using solar cells is proposed. The generated hydrogen will serve as an energy carrier, and will eventually replace the fossil fuels. Three different scenarios have been considered. The proposed site for hydrogen production is the northeast region of Brazil. The impact of hydrogen utilization on the environment and the socio-economical development of Brazil is also studied. Considering the growing problems resulting from the fossil fuel utilization around the world, the visualized program presented herein predicts several interesting and beneficial results.

INTRODUCTION

Presently about 80% of the world energy demand is met by fossil fuels. The ongoing transformation in the developing and the communist or the ex-communist countries will be reverberated by the growth in the consumption of fossil fuels. Per capita rate of utilization of energy of a country indicates the standard of living of its population. However, if on one hand, the level of consumption of energy is the indicative of the level of living standard for a country, on the other hand, it is also an indicative of the level of pollution emitted by that country, and directly or indirectly shared by the other countries.

Brazil certainly has been a unique country in the world that reduced its high dependence on imported fossil fuel by the implementation of an efficient program of sugarcane alcohol production and utilization, the investment in the production of electricity by hydropower plants, the expansion in the domestic production of petroleum, the increase in the utilization of fuelwood, and the construction of nuclear power plants. In this study a program of electrolytic hydrogen generation for Brazil using solar energy is proposed. The generated hydrogen will serve as an energy carrier, and in due course will replace fossil fuels. The proposed site for the installation of the hydrogen production plants is the northeast region of Brazil, a region much depressed and with plenty incidence of solar radiation. The impact of hydrogen utilization on the environment and the socio-economical development of the region and Brazil, reflected by the changes in the gross national product, quality of life indicator and the pollution ratio will be considered.

THE MODEL FORMULATION

The hydrogen energy model discussed in this study is explained in detail in several other works [1-3], and here it will be briefly described.

Population of Brazil, like many other developing countries, is increasing fast at 3% per year. Knowing the initial value of the population and the growth rate, the population can be estimated from the relationship

$$Q_n = Q_{n-1} \cdot \exp(0.6931 \cdot \Delta t \cdot W_n / \theta_{q0}) \quad (1)$$

where Q_n is the population at year t_n , Q_{n-1} is the population at the year t_{n-1} , Δt is the time interval,

W_n is the population growth modifier for the time interval, and θ_{q0} is the initial population growth doubling time. The modifier W_n is a function of dimensionless variables such as the gross national product per capita ratio, the pollution ratio, and the population or crowding ratio. In the case of Brazil the expression for W_n [1] is given by

$$W_n = 1.3 - 0.081 \cdot G_{rn} \cdot P_{rn}^{0.1} \cdot Q_{rn}^{0.5} - 0.219 / (G_{rn} \cdot P_{rn}^{0.1} \cdot Q_{rn}^{0.5}) \quad (2)$$

where Q_{rn} is the crowding ratio (Q_n/Q_0), G_{rn} ($=G_n Q_0 / G_0 Q_n$) is the gross product per capita ratio, and P_{rn} ($=P_n/P_0$) is the pollution ratio - all normalized with respect to the variables at the initial year ($t=0$).

The relationship between energy consumption, E_n , in the year t_n and E_{n-1} , in the year t_{n-1} , can be expressed as follows:

$$E_n = E_{n-1} \cdot \exp(0.6931 \cdot W_n \cdot (1/\theta_q V_q + 1/\theta_e V_e)) \quad (3)$$

where V_q and V_e are the dimensionless modifiers of the population and energy growth doubling time components, θ_q and θ_e , respectively. According to Lutfi and Veziroglu [2], the modifier V_q is a weak function of the population ratio in the form

$$V_q = Q_r^{0.1} \quad (4)$$

and the modifier V_e for the energy growth doubling time is

$$V_e = (C_r \cdot R_r / E_r)^{0.1} \quad (5)$$

where C_r is the ratio of composite fossil and hydrogen energy prices, R_r ($=R_n/R_0$) is the ratio of fluid fossil resources, and E_r is the energy demand per capita normalized with respect to its initial value.

Equation (3) assumes the availability of unlimited fuel resources. In practice, it is not so. As time increases it becomes more and more difficult to produce fossil fuels since the supplies become more diffuse and more difficult to reach. Hence, at a given time the maximum amount of the fossil fuels which could be extracted can be expressed as a fraction of the remainder, i.e.,

$$E_{rn} = \delta \cdot F_n \quad (6)$$

where E_{rn} is the maximum fossil fuel production rate in energy content per year, F_n the remaining fossil fuel resources (in units of energy) and δ the

fraction of fossil fuel resources which could be extracted per year. Consequently the total fuel (fossil + hydrogen) production in a given year cannot be more than "E_{fn} + H_n" where H is the hydrogen production rate in energy units. As a result the actual fuel production can be expressed as follows

$$E_n = E_{n-1} \cdot \exp(0.6931 \cdot W_n \cdot (1/\theta_q V_q + 1/\theta_e V_e))$$

$$\text{if } E_n < H_n + E_{fn} \quad (7)$$

$$\text{and } E_n = H_n + E_{fn} \quad (8)$$

$$\text{if } E_n \geq H_n + E_{fn} \quad (9)$$

The gross national product represents the measurement of the total output of goods and services of a nation, denoting its economic activity and income. The relationship between the gross national product, G_n, at the year t_n, and G_{n-1} at the year t_{n-1} can also be expressed by the following exponential form:

$$G_n = G_{n-1} \cdot \exp(0.6931 \cdot W_n \cdot (1/\theta_q V_q + 1/\theta_e V_e + 1/\theta_g V_g)) \quad (10)$$

where θ_g is the doubling time component attributable to the technological progress, and V_g (=1/G_n^{0.1}) its modifier that is a function of the gross product per capita ratio.

In this hypothetical model, hydrogen will be introduced into the energy system of Brazil in an exponential rate with a doubling time of θ_h. However, the hydrogen production will be limited by the fuel demand, the fuel consumption, and the fossil fuel production. The production of hydrogen will be expressed by the following equation

$$H_n = H_{n-1} \cdot \exp(0.6931/\theta_h) \quad (11)$$

where θ_h is a variable doubling time representing the introduction of hydrogen into the energy balance of Brazil and given by

$$\theta_h = C_1 + C_2 \cdot (n-1) \quad (12)$$

C₁ and C₂ being constants, of which values stipulate the hydrogen introduction scenarios, and n is the year.

The produced hydrogen will gradually replace the fossil fuel consumption. However, it must be stressed that the hydrogen production will be limited by the energy demand and by the production capacity for hydrogen.

The pollution produced by fossil fuels and hydrogen utilization can be written as follows:

$$P_n = U \cdot (F_{fn} + \epsilon H_n) \quad (13)$$

where P_n is the amount of pollution at the year t_n, U is the pollution per unit of the fossil energy consumption, F_{fn} is the fossil fuel consumption for the year t_n, ε is the ratio of the pollution produced by hydrogen per energy unit of hydrogen to that produced by fossil fuels per unit energy, and H_n is the hydrogen consumption for the year t_n.

According to Lufti and Veziroglu [2] the quality of life would increase with the increase in the gross national product and will decrease with the increase in population and pollution. Using these factors in dimensionless form, the quality of life indicator, L_{rn}, can be expressed as

$$L_{rn} = G_{rn}/Q_{rn} \cdot P_{rn} \quad (14)$$

It should be noted here that the variables are nondimensionalized with respect to their values at the initial year (i.e., n = 0).

DATA AND COMPUTATION

In this simulation the initial year was taken as 1990, time interval as one year, and the computations were carried through the year 2090. The following initial conditions, doubling times and coefficients were computed or taken from the literature:

The world population and the population doubling time,

$$Q_{wo} = 5.2 \times 10^9 \quad (15) \quad \theta_{qwo} = 42 \text{ years}; \quad (16)$$

The world energy consumption and the world energy consumption doubling time component due to efforts to improve the standard of living,

$$E_{wo} = 28.1 \times 10^9 \text{ TJ/year} \quad (17) \quad \theta_{ewo} = 33 \text{ years} \quad (18)$$

The world fossil fuel resources and the world fraction of the remaining fossil fuel resources which are extracted per year,

$$R_{wo} = 34.3 \times 10^9 \text{ TJ}, \quad (19) \quad \delta_w = 0.035/\text{year} \quad (20)$$

The world hydrogen production rate and the ratio of utilization efficiency of hydrogen to that of fossil fuels,

$$H_{wo} = 3.2 \times 10^6 \text{ TJ/year}, \quad (21) \quad \eta = 1.35; \quad (22)$$

The gross world product and the gross world product doubling time component due to technological advances,

$$G_{wo} = \text{U.S. \$ } 20 \times 10^{12} \quad (23) \quad \theta_{gwo} = 69 \text{ years}; \quad (24)$$

The pollution coefficients U and the pollution ratio ε,

$$U_w = 4.74 \text{ Kg/GJ of fossil fuels}, \quad (25) \quad \epsilon = 0.04; \quad (26)$$

The population of Brazil and the population doubling time,

$$Q_o = 150 \times 10^6 \quad (27) \quad \theta_{qo} = 25 \text{ years}; \quad (28)$$

The Brazilian fuel consumption and the fuel consumption doubling time component due to efforts to improve the standard of living,

$$E_o = 5.9 \times 10^9 \text{ GJ}; \quad (29) \quad \theta_{eo} = 10 \text{ years}; \quad (30)$$

The Brazilian fossil fuel resources and the fraction of the remaining fossil resources, which are extracted per year,

$$R_o = 7 \times 10^{10} \text{ GJ}, \quad (31) \quad \delta = 0.035/\text{year}; \quad (32)$$

The initial Brazilian hydrogen production,

$$H_o = 80 \times 10^6 \text{ GJ at the year 2000} \quad (33)$$

Rates of hydrogen production doubling time,

$$\text{1st Scenario:} \\ \theta_h = 2.0 + 0.2(n-1), \text{ starting the year 2000} \quad (34)$$

$$\text{2nd Scenario:} \\ \theta_h = 2.0 + 0.25(n-1), \text{ starting the year 2000} \quad (35)$$

$$\text{3rd Scenario:} \\ \theta_h = \infty; \quad (36)$$

Gross national product due to normal growth and the gross national product doubling time component due to technology and productivity advances,

$$G_o = \text{U.S. \$ } 3.4 \times 10^{11}, \quad (37) \quad \theta_{go} = 69 \text{ years}; \quad (38)$$

RESULTS AND DISCUSSION

In the computations, three scenarios are envisaged. The first is the one where the solar-hydrogen energy system is introduced in Brazil through the so-called "fast introduction of hydrogen" scenario. For this case the hydrogen introduction doubling time increases linearly from 2 years in 2000 to 19.8 years in 2090 (See Fig. 1). In order to reduce the demand for capital investment, the doubling time is increased as the annual hydrogen production grows.

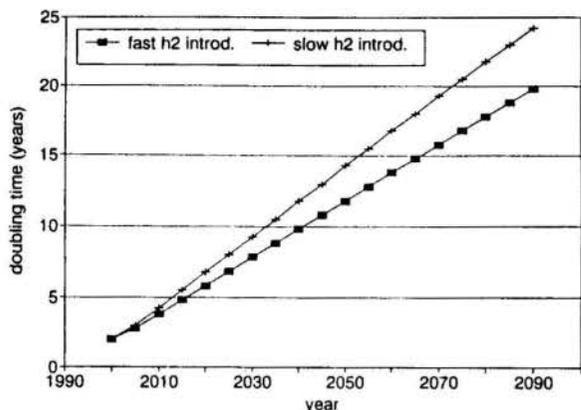


Figure 1. Doubling Times for Hydrogen Introduction.

The second scenario is the one where the doubling time increases faster than that of the first scenario. It varies from the initial value of 2 years for the year 2000 to the value 24.25 years for the year 2090. The second scenario is designated as the "slow hydrogen introduction" scenario (See Fig. 1). For the third case, the doubling time is considered as infinite, and the scenario is the one where no hydrogen is introduced into the Brazilian energy system.

Figure 2 shows the projections for the Brazilian population. As can be seen, until the year 2050 it is not possible to observe any effect of the introduction of hydrogen into the energy system of Brazil on its population. From that year on, we see that both scenarios of fast and slow introduction of hydrogen contribute to a greater rate of population growth and that by the year 2090 the Brazilian population will reach a stabilized value of 535 million. It is interesting to note that with no introduction of hydrogen, the population of Brazil will reach the maximum value of about 500 million. As

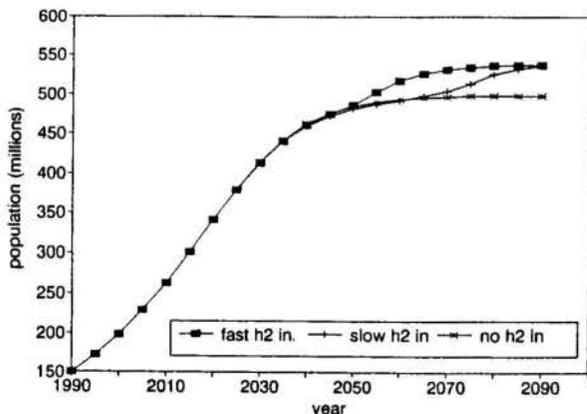


Figure 2. Population Projections for Brazil.

seen from Equation (1), the parameter affecting the population growth most significantly is the population growth modifier W_n which takes into account the contributions of the gross product per capita, the pollution ratio and the crowding ratio.

As a consequence, especially substantial reduction in pollution ratio results in conditions conducive for the increase in population.

Figure 3 shows the Brazilian energy consumption projections. In the case where no hydrogen is introduced, the energy demand will reach a steady state value of approximately 110,000 PJ at about the year 2050. The slow and fast cases of hydrogen introduction reach the steady state value of the energy consumption at about 150,000 PJ by the year 2090. The steady state value is reached earlier by about 20 years for the case of fast hydrogen introduction as compared with the slow hydrogen introduction case.

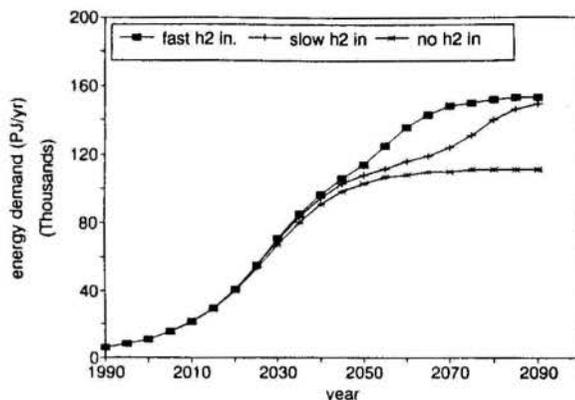


Figure 3. Energy Consumption Projections for Brazil.

Figure 4 shows the gross national product per capita projections. It can be seen that if the Brazilian society has not converted to hydrogen energy, the GNP per capita will increase until it reaches a steady state value of about US\$ 21,000 by the year 2065. Practically there is no difference among the three scenarios, until the year 2050. However, after that date the "fast" case reaches a peak of US\$ 28,000 by the year 2070 and the "slow" case reaches the same value by the year 2090.

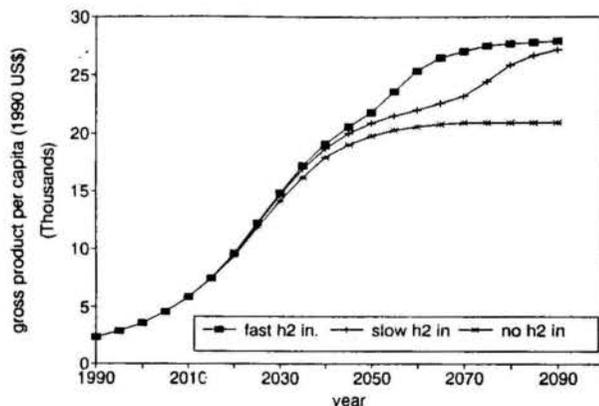


Figure 4. Gross National Product per Capita Projections for Brazil.

Figure 5 depicts the inter-relationship among the total energy consumption, hydrogen production, and the fossil fuel consumption, for the fast hydrogen introduction case. In this case, the fossil fuel consumption of Brazil will reach a peak at about the year 2035, and from that date on, it will continue to decrease and become zero by the year 2055. It is interesting to note that in the year 1990, the energy demand of Brazil was about 8,000 PJ and fossil fuels contributed to about 33% of that total. On the other hand, by the year 2090, the total energy demand of Brazil will be about 150,000 PJ and that the contribution of hydrogen will be about half of that demand. The difference between the total

energy demand and the fossil fuels initially and hydrogen eventually is to be met by hydroelectricity and biomass energy.

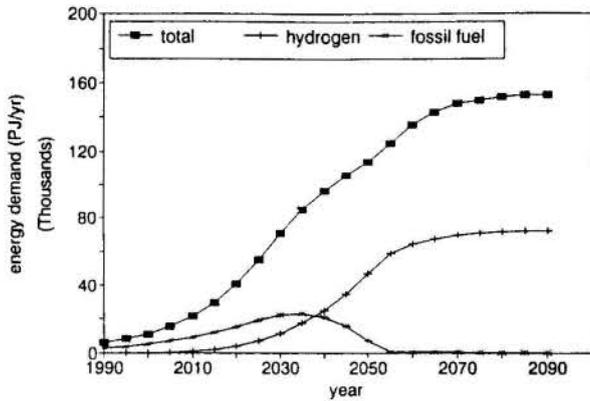


Figure 5. Total Energy Demand, Hydrogen Production and Fossil Fuel Demand (Fast Hydrogen Introduction Case) Projections.

In the case of slow hydrogen introduction, as depicted in Figure 6, the fossil fuel consumption of Brazil will reach a peak at about the year 2040, and from that date on, it will continue to decrease and become zero by the year 2075, i.e., 20 years after the same situation for the fast hydrogen introduction scenario.

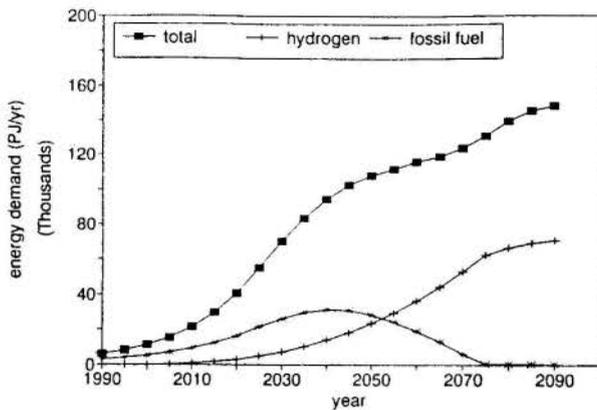


Figure 6. Total Energy Demand, Hydrogen Production and Fossil Fuel Demand (Slow Hydrogen Introduction Case) Projections.

Figure 7 presents the dimensionless pollution ratio as a function of time. It can be seen that if no hydrogen is introduced and if enough fossil fuels are available throughout the next one hundred years; pollution would increase and at around the year 2060 will reach 19 times the value of the pollution at the year 1990. Introduction of hydrogen at a fast rate would reduce the pollution ratio to about 0.6 at the year 2055. A slight increase in pollution ratio to about 0.8 later on is due to increase in nitrogen oxide emission caused by the increase in hydrogen consumption. Slow introduction of hydrogen would postpone this behaviour by 20 years.

Figure 8 shows the quality of life indicator as a function of time. It can be seen that if fossil fuels are continuously used, the quality of life indicator would deteriorate to about 0.5 from the year 2040 on. The introduction of hydrogen at the fast rate would increase the quality of life up to a value of 16 times that of the year 1990, around the year 2055. The slow hydrogen introduction case would delay this benefit by about 20 years.

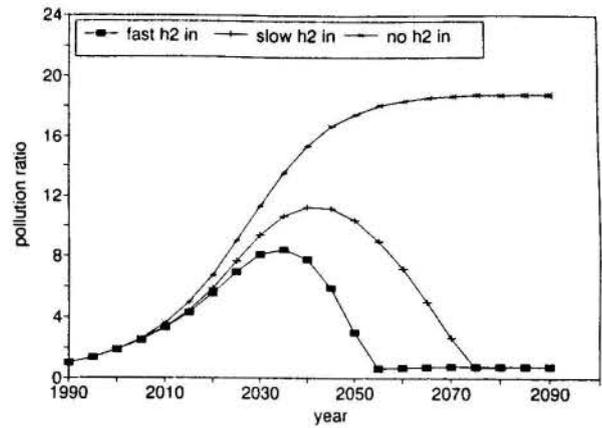


Figure 7. Pollution Ratio Projections.

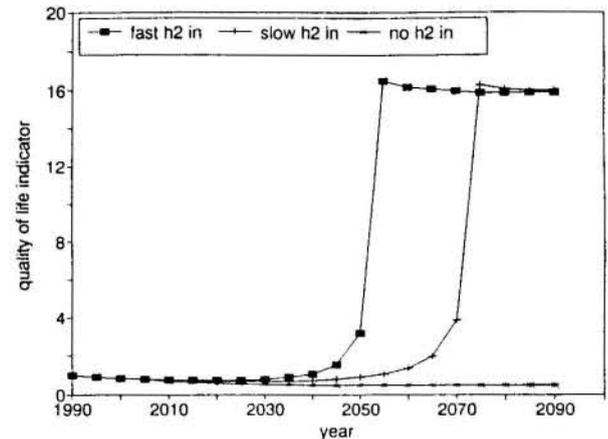


Figure 8. Quality of Life Indicator Projections.

CONCLUSION

In this study, the possible environmental and socio-economic impact of a long term envisaged hydrogen energy program based in the northeast region of Brazil is observed. The introduction of hydrogen into the energy system of Brazil would eliminate the importation and consumption of fossil fuels, increase gross product per capita, reduce pollution, improve quality of life, and establish a clean and permanent energy system.

REFERENCES

- DeLima, L.C. and Veziroglu, T.N., "A Solar-Hydrogen Energy System for the Northeast of Brazil", Report to the Clean Energy Research Institute, University of Miami, Coral Gables, Fl, 109 pages, 1991.
- Lufti, N. and Veziroglu, T.N., "Solar-Hydrogen Energy System for Pakistan", Hydrogen Energy Progress VIII, Vol. I, pp. 79-124, Pergamon Press, Oxford, 1990.
- Veziroglu, T.N. and Basar, O.T., "Dynamics of an Universal Hydrogen Fuel System", THEME Conference Proceedings, Plenum Press, New York, 1975.

OTIMIZAÇÃO DAS PLANTAS DE COGERAÇÃO
CONSIDERANDO OS ASPECTOS DE RISCO FINANCEIRO

Afonso Henriques Moreira Santos
Luiz Augusto Horta Nogueira - Edson da Costa Bortoni
Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Av. BPS, 1300 - 37500 - Itajubá/MG/Brazil

SUMMARY

This paper proposes a methodology to include the tools of the Portfolio Theory in the design of the cogeneration facilities. So, the effects of the risk on the return can be take in account. A computer program was developed to simulate the impacts of the thermal and mechanical (or electrical) loads on energy surplus and the potential risk.

1.0 - INTRODUÇÃO

A expansão dos sistemas de produção combinada de potência e calor e sua interligação com as concessionárias públicas são recursos importantes para a racionalização energética de um país. No caso dos países em desenvolvimento verifica-se uma sustentada tendência na implantação desta tecnologia, buscando-se adaptar-se às normas e restrições legais.

O Brasil emprega a cogeração há décadas, sobretudo, em sua indústria de processamento da cana-de-açúcar. Neste setor industrial, cuja disponibilidade de um combustível barato, o bagaço, e a alta demanda de vapor facilitam a cogeração, tem-se atualmente uma capacidade instalada de aproximadamente 900 MW, atendendo cerca de 70% do consumo energético nestas plantas. A tecnologia adotada em grande parte das instalações é tradicional e pode ser aperfeiçoada incorporando desenvolvimentos já dominados inclusive por fabricantes brasileiros de equipamentos de potência. Se considerar-se a prática da cogeração no Brasil em um cenário tecnológico mais evoluído, pode-se prever uma capacidade instalada total de 20000 MW e uma geração anual de 65125 GWh correspondente a 38% do consumo brasileiro.

Na perspectiva de expansão dos sistemas de cogeração são requeridos estudos que auxiliem sua concepção e operação em bases racionais e considerem transações energéticas com as concessionárias públicas. Voltados para os sistemas com turbinas a vapor de contrapressão e considerando as condições típicas da indústria brasileira, alguns trabalhos tem buscado abordar tal problemática, estudando a geração de excedentes e os requisitos de potência. No presente trabalho apresenta-se um modelo de simulação de sistema de cogeração associado a um programa de análise probabilística da economicidade do projeto, permitindo selecionar a melhor configuração conforme a Teoria do Portafolio, que compatibiliza os níveis de rentabilidade e os riscos em uma decisão.

2.0 - MODELAGEM E SIMULAÇÃO ENERGÉTICA

O sistema de cogeração considerado neste trabalho está esquematizado na Figura 1. Tra-

ta-se da configuração comumente adotada em agroindústrias brasileiras.

Tanto as exigências de potência como de calor útil a ser atendidas pelo sistema de cogeração são bastante variáveis com o tempo, de modo que é pouco satisfatório uma modelagem em regime permanente. Para enfrentar tais aleatoriedades um método seria trabalhar com os valores instantâneos de demanda. No entanto, tal procedimento impõe um profundo conhe-

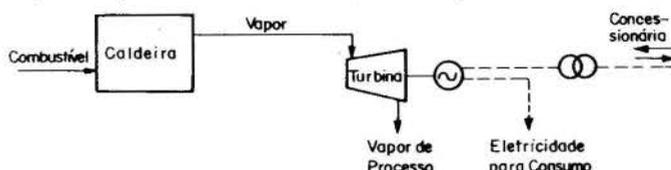


Figura 1 - Sistema de Cogeração Estudado.

cimento das condições operacionais e dos requisitos de energia da planta associados ao sistema de cogeração. Uma alternativa é buscar uma abordagem probabilística. Conforme demonstrado em trabalho anterior (SANTOS et alii, 1989) a convolução da curva de duração da potência requerida pela planta com a curva de duração da potência disponível no sistema de cogeração operando em paridades térmicas, fornece a curva de duração dos excedentes e eventuais déficits de potência em relação à concessionária. Este método implementado computacionalmente, através do programa COGERA, esquematizado na Figura 2, permite estimar para uma dada configuração de demandas e condição de projeto, os blocos de energia transacionados, em ambos os sentidos, com a concessionária.

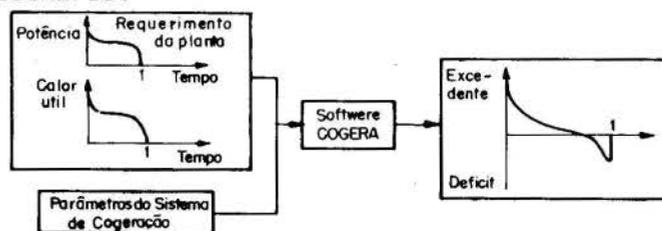


Figura 2 - Esquema do Programa COGERA.

É importante observar que esta abordagem está restrita a sistemas de cogeração com turbinas de contrapressão, operando em paridade térmica. Sua principal vantagem é incorporar

a variação das demandas e permite avaliações expeditas da sensibilidade da autonomia energética face à alterações no projeto do sistema de cogeração.

3.0 APLICAÇÃO DA TEORIA DO PORTAFÓLIO A COGERAÇÃO

O planejamento do setor energético nos últimos 20 anos mostra-se incapaz de desenvolver estratégias hábeis para absorver as incertezas inerentes às variáveis envolvidas, incertezas estas que levam a um risco financeiro.

O desenvolvimento de modelos computacionais com métodos de programação matemática criou a imagem de se ter ferramentas poderosas, ainda mais quando se incorporam métodos estocásticos. Entretanto, o objetivo era sempre o mesmo: maximizar a esperança do benefício líquido (least-cost planning).

Dentro deste escopo, apresenta-se aqui uma adaptação da Teoria de gestão de portfólio à otimização das plantas de cogeração. Entretanto, é necessário, primeiramente, ter comentários sobre as incertezas inerentes à cogeração.

3.1 - Incertezas inerentes à cogeração

Quando se está no nível de projeto de uma instalação de cogeração, é necessário estimar-se uma série de variáveis e parâmetros, tais como, o investimento inicial, custo de operação, demandas de energia térmica e eletromecânica, tarifas de compra e venda de energia, dentre outras menos importantes.

Todas essas avaliações correspondem a um valor médio mais provável (admitindo-se uma distribuição normal) e um desvio padrão associado. Na linguagem financeira o desvio-padrão é normalmente chamado de "risco", o que será aqui adotado.

Em geral, pode-se diminuir o risco de uma estimativa refinando-se os estudos, sendo entretanto, impossível reduzi-lo a zero. As variáveis citadas, com exceção do investimento inicial, apresentam um risco crescente com o tempo. Assim, conforme ilustrado na Figura 3, o custo de operação no décimo ano terá o mesmo valor médio, mas apresentará um desvio-padrão bem superior, se comparado ao primeiro ano.

Duas são as formas básicas para se definir as distribuições associadas às variáveis. A primeira se fundamenta em dados históricos levantados para a própria planta ou para plantas semelhantes. Nestes casos, pode-se calcular a média e o desvio-padrão, considerando, ainda, uma distribuição normal. A outra maneira se baseia na construção de cenários, o

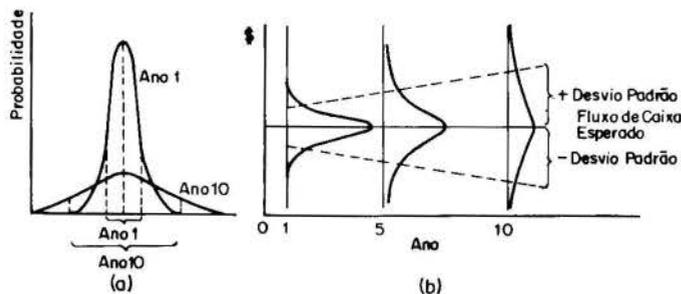


Figura 3 - Risco em função do tempo.

que é muito útil para a avaliação das demandas e das tarifas. Pode-se, ainda, utilizar-se uma média das duas formas básicas. Este é

o caso do custo de operação, o qual pode ser definido como uma distribuição normal, baseando-se em dados de plantas existentes, mas que deve apresentar um aumento de risco (desvio-padrão), a medida que se distancia no tempo.

Calculados todos os custos e benefícios anuais, deve-se calcular os benefícios anuais líquidos. No caso em que se adota somente distribuições normais, a soma de benefícios ou a diferença entre benefícios e custos resultará em uma distribuição normal cuja média é a soma ou subtração dos valores médios, respectivamente, e a variância será a soma das variâncias da distribuições.

Quando existirem variáveis caracterizadas por cenários, ou seja, para as quais não se admitiu distribuições, deve-se combinar os diferentes valores dos cenários com todos os valores discretizados das distribuições normais, numa operação conhecida como convolução. A Figura 4 ilustra uma distribuição normal discretizada em 7 pontos convoluída com uma distribuição discreta, resultante de 3 cenários com as mesmas probabilidades.

A cada combinação, a probabilidade resultante P_R será a multiplicação das probabilidades associadas aos dois elementos e o valor resultante (x_R) será a soma ou subtração dos elementos. No caso ilustrado, tem-se, portanto, 21 elementos resultantes (x_R) associados a 21 probabilidades (P_R), que somadas será igual a um. A média (μ_R) e a variância (σ_R^2) da distribuição resultante são dadas por (1) e (2), onde n é o número de elementos da distribuição.

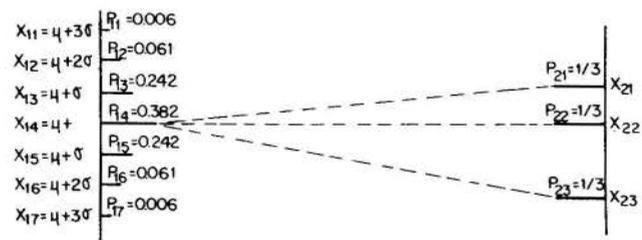


Figura 4 - Convolução de uma distribuição normal discreta e de uma distribuição com 3 cenários equiprováveis.

$$\mu_R = \sum_{j=1}^n (P_{Rj} \cdot x_{Rj}) \quad (1)$$

$$\sigma_R^2 = \sum_{j=1}^n (P_{Rj} \cdot x_{Rj}^2) - \mu_R^2 \quad (2)$$

Após aplicada esta técnica para todos os anos, deve-se descontar todos os benefícios líquidos anuais (BLA), trazendo-os para o instante zero, em que está o investimento inicial. A soma dessas parcelas resulta na distribuição normal do benefício total (BT), cuja média e variância são dadas por (3) e (4), onde n é a vida útil da instalação e i é a taxa de rentabilidade antecipada pelo mercado:

$$\mu_{BT} = \sum_{j=1}^n \mu_{BLA_j} / (1 + i)^j \quad (3)$$

$$\sigma_{BT}^2 = \sum_{j=1}^n (\sigma_{BLA_j} / (1 + i)^j)^2 \quad (4)$$

Pode-se, finalmente, calcular a rentabilidade média do investimento ($E(R)$) e o des-

vio-padrão associado (σ) (risco total). Para isto, assume-se que a rentabilidade (R) é a taxa interna de retorno. Novamente é necessário discretizar as distribuições associadas ao benefício total (BT) e investimento inicial (I), obedecendo a equação (5), onde n é vida útil da instalação. Para cada combinação, calcula-se a taxa interna de retorno, associando-a à probabilidade resultante da multiplicação das probabilidades relativas aos valores de benefício e custo. Após realizada a convolução, pode-se utilizar as equações (1) e (2) para definir a distribuição de probabilidade da rentabilidade ($E(R)$) e risco total (σ)).

$$I = BT \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \cdot \frac{(1+R)^n - 1}{(1+R)^n \cdot R} \quad (5)$$

Observa-se que o processo descrito não é automático, dependendo, em muito, da experiência do projetista. Vale também ressaltar que o método de Monte Carlo, empregado também para a definição da distribuição da rentabilidade na área financeira, não se comporta bem para o caso presente, pois exige um enorme esforço computacional.

3.2 - O Critério "Média-Variância" aplicado à Cogeração

As metodologias tradicionais (least-cost planning), conforme já comentado, não consideram a aversão ao risco inerente ao indivíduo racional. Isto é, o indivíduo exige um "prêmio" como uma forma de compensação pelo risco que corre, mesmo sendo a esperança matemática da rentabilidade do investimento a mesma de uma opção sem risco (veja SANTOS & MOREIRA, 1991 e WESTON & BRIGHAM, 1975). Assim, busca-se compor um portfólio com ações e bônus com diferentes rentabilidades média e riscos, visando um resultado que combine boa rentabilidade e baixo risco.

MARKOWITZ (1959) desenvolveu um método de solução geral do problema da estrutura dos portfólios, conhecido como critério "média-variância", que se mostrou, desde então, muito eficiente. Seja a Figura 5-a, onde os pontos marcados correspondem aos diferentes investimentos, posicionados em função das esperanças matemáticas da rentabilidade ($E(R)$) e do desvio-padrão associado (σ) (risco total).

No caso de investimentos mobiliários, pode-se fazer a combinação entre duas quaisquer opções (pontos do plano). Observando a Figura 5-b, variando a proporção x que é investido em A, sobrando $(1-x)$ para B, pode-se obter qualquer ponto da curva \overline{AB} . Caso não haja correlação (covariância nula) entre

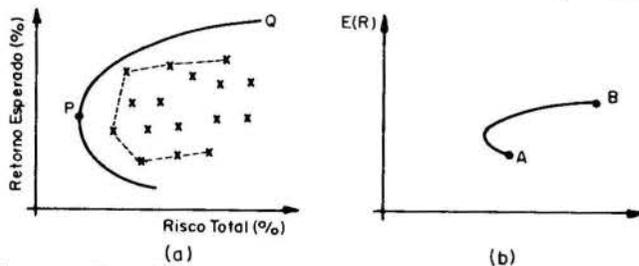


Figura 5 - Espaços "retorno esperado x risco"

os investimentos, ter-se-á uma reta entre A e B. O portfólio resultante da combinação entre A e B terá uma rentabilidade ($E(R)$) e uma variância (σ_p^2) dadas por (6) e (7), onde

σ_{AB} é a covariância entre A e B.

$$E(R_p) = x_A \cdot E(R_A) + x_B \cdot E(R_B) \quad (6)$$

$$\sigma_p^2 = x_A^2 \cdot \sigma_A^2 + x_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 x_A \cdot x_B \cdot \sigma_{AB} \quad (7)$$

$$x_A + x_B = 1 \quad (8)$$

$$\sigma_{AB} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left\{ \left[R_{A_t} - E(R_B) \right] \left[R_{B_t} - E(R_A) \right] \right\} \quad (9)$$

No caso de uma planta de cogeração, não se tem, a princípio, possibilidades de combinação e, tão pouco, há correlação entre as opções estudadas. Isto se justifica, pois não se pode construir, por exemplo, 70% de uma planta de 3,5 MW e 42 bar e 40% de uma outra de 2 MW e 20 bar. Entretanto, para o caso de se querer dividir em duas plantas de cogeração, pode-se pensar na distribuição do investimento entre elas. Este não é o caso aqui enfocado. Com relação à covariância, vale o mesmo raciocínio, pois, quando existem duas plantas podem existir vínculos operativos entre elas, como, por exemplo, a restrição do bagaço total produzido em uma usina de açúcar.

Voltando-se à Figura 5-a, pode-se ver a curva contínua que envolve os pontos, denominada "fronteira de eficiência". Utilizando-se programação quadrática, conforme propõe MARKOWITZ (1959), pode-se chegar a ela, após um considerável esforço. A fronteira de eficiência é onde, para o mesmo nível de rentabilidade, encontra-se o portfólio com menor risco, ou paralelamente para o mesmo nível de risco se maximiza a rentabilidade. Observando esta última afirmação, pode-se dizer que a fronteira de eficiência é, de fato, somente o trecho, indicado na figura 5-a.

Para o caso da cogeração, como enfocado aqui, a fronteira de eficiência seria dada na Figura 5-a, ou, mais precisamente, ela seria composta somente pelos pontos que correspondam a investimentos reais (vértices da linha tracejada).

Resta, todavia, escolher entre os pontos da fronteira de eficiência, aquele que corresponde ao melhor investimento. Para isto, tem-se que considerar um outro ponto no plano "rentabilidade-risco", que é o caso de um ativo sem risco ($\sigma = 0$) e com rentabilidade R_0 . Este pode ser o caso dos bônus do governo de curto prazo. Ora, pode-se fazer a combinação entre os pontos da fronteira de eficiência e a opção sem risco, conforme mostra a Figura 6-a. Vê-se, daí, que a reta que passa por R_0 e M passa

a ser a nova fronteira de eficiência, pois para um mesmo nível de risco (σ) é onde se encontra a máxima rentabilidade. Utilizando-

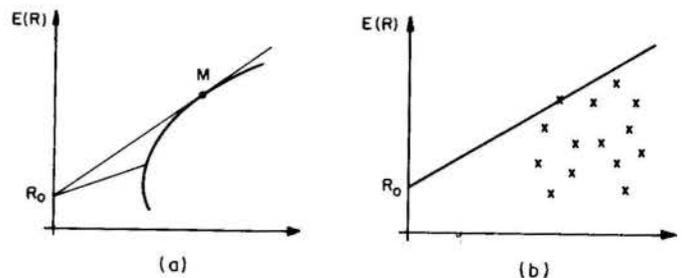


Figura 6 - Combinação dos portfólios com um ativo sem risco.

-se o mesmo raciocínio, pode-se dizer que a opção ótima para a realização de uma planta de cogeração é a alternativa C, indicada na Figura 6-b, onde os pontos marcados são as várias alternativas técnicas para a planta.

Observe-se que o investidor pode optar entre investir na opção C ou aplicar todo o seu dinheiro em bônus do governo. Isto dependerá de sua utilidade: caso queira correr risco, C será a escolhida, do contrário, será Ro.

Finalmente, as evidências econométricas mostram que o mercado de fato se comporta de forma linear, como mostrado. CONTADOR (1981), analisando as rentabilidades das empresas brasileiras de diferentes setores, chegou na seguinte equação para a reta RoM:

$$E(R) = 3,1 + 0,91 \cdot \sigma \quad (10)$$

Dai, pode-se dizer que, para o caso de cogeração no Brasil, pode-se adotar Ro igual a 3,1% ao ano.

4.0 - APLICAÇÃO DO MODELO

Seja o caso do dimensionamento de uma instalação de cogeração em uma usina de açúcar. As demandas de energia térmica e eletromecânica foram estimadas com base na produção prevista e em instalações semelhantes em operação. O cenário base é apresentado na Figura 7, onde 7 (a) mostra a curva de duração para a demanda de vapor e 7 (b) a curva de duração para a demanda de energia elétrica. Essas curvas foram construídas com quatro patamares para bem caracterizar a ponta, a base e dois períodos intermediários.

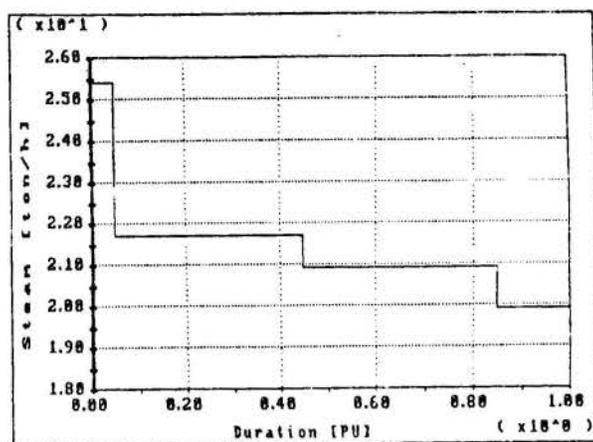
Face às incertezas inerentes às estimativas de demanda, construiu-se outros cenários equiprováveis. Considerou-se variações de $\pm 10\%$ na demanda de ponta, mantidos os demais patamares, seja para a demanda térmica, seja para a elétrica. Os outros cenários estabelecem variações de $\pm 10\%$ nos patamares, mantendo-se constante o patamar da ponta.

Como todos os cenários traçados para a demanda térmica podem ser combinados com todos os cenários para a demanda elétrica, chega-se em 25 casos a serem estudados.

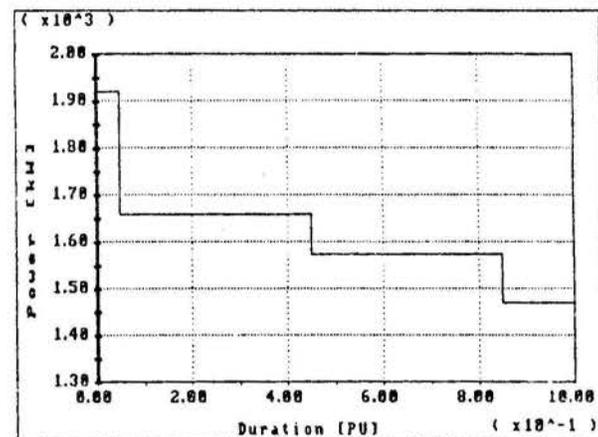
O objetivo é determinar a pressão, temperatura e a capacidade de caldeira, bem como a potência do turbo gerador. As pressões adotadas no estudo, face às restrições do mercado, foram 21 bar/280°C, 30 bar/350°C, 42 bar/450°C e 60 bar/550°C. Para a escolha da capacidade da caldeira (produção de vapor) foram admitidas apenas duas condições: na primeira, a caldeira terá uma capacidade igual à demanda máxima de vapor; na segunda, a caldeira terá uma capacidade igual à demanda mínima (100% de duração) de vapor. Neste caso, uma caldeira de baixa pressão suprirá a demanda excedente.

Com relação ao turbo gerador, a sua potência será compatível com a pressão, temperatura e produção de vapor de caldeira, bem como os custos e desvios padrões associados, conforme mostrado no Quadro 1. Não foram pesquisadas outras capacidades de produção de vapor, tendo em vista as pequenas inclinações das curvas de duração de vapor utilizadas.

Dos custos do Quadro 1, para fins de otimização da planta de cogeração, é necessário reduzir o custo relativo unicamente à produção de vapor a baixa pressão, pois tal custo não pode ser imputado à cogeração.



(a)



(b)

Figura 7 - Curvas de demanda de vapor e de energia elétrica.

Foram considerados os benefícios da instalação apenas aquelas relativas à energia, desprezando-se os benefícios de redução de demanda de ponta.

Assim, o benefício será a soma de energia total consumida pela indústria vezes a tarifa de compra, mais a energia vendida à concessionária vezes a tarifa de venda, subtraindo-se, ainda, a energia comprada da concessionária e vendida são calculadas utilizando-se o software "COGERA".

Faz-se os cálculos para as 25 combinações de cenários descritas, calculando-se para cada uma o benefício associado. De posse desse conjunto, pode-se calcular o benefício médio, bem como o desvio-padrão associado.

Quadro 1 - Opções estudadas com os respectivos custos e desvios-padrões.

PRESSÃO (bar)	TEMP. (C°)	POT. (kW)	CUSTO (US\$)	DESVIO-PADRÃO (US\$)
21	280	2500	4150000	643250
		1400	3005072	465786
30	350	3000	4653000	721215
		1700	3381884	524192
42	400	3500	5075000	786625
		2000	3692754	572377
60	450	4500	6250500	968828
		2600	4606522	714011

Para o exemplo, utilizou-se uma tarifa de compra de 65 \$/MWh e uma tarifa de venda de 45 \$/MWh. Poderia, entretanto, serem considerados diferentes cenários para as tarifas. Assim, se fossem adotados 3 cenários para a tarifa, o conjunto dos benefícios teria 75 combinações.

Finalmente, adotando-se uma vida útil de 20 anos e uma taxa de interesse de 10% ao ano calculou-se as rentabilidades médias e os desvios-padrões associados, conforme mostra o Quadro 2.

Quadro 2 - Rentabilidades médias e desvios-padrões associados.

PRESSÃO (bar)	TEMP. (C°)	POT. (kW)	R (%)	σ_R
21	280	2500	12.00	3.70
		1400	27.34	4.96
30	350	3000	15.60	4.30
		1700	28.47	5.14
42	400	3500	17.50	4.40
		2000	29.04	5.25
60	450	4500	17.75	4.20
		2600	27.72	5.02

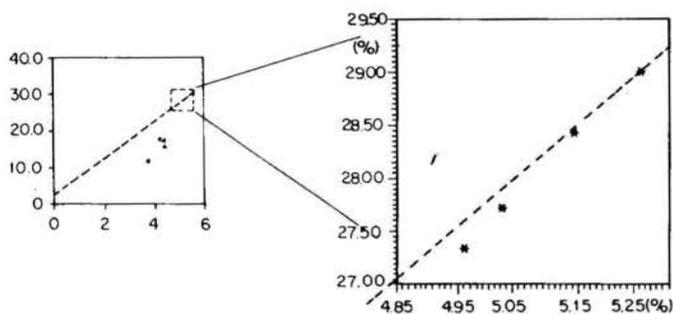


Figura 8 - Gráfico "Rentabilidade média e padrão"

Construindo-se o gráfico "rentabilidade média x risco (desvio-padrão)", como mostrado na Figura 8, pode-se determinar o ponto ótimo, que é aquele que apresenta a melhor combinação rentabilidade-risco. Neste caso, adotando-se a rentabilidade do ativo sem risco como sendo 3,1%, o ponto ótimo corresponde à pressão de 60 bar com uma potência de 3,5 MW.

BIBLIOGRAFIA:

- [1] Contador, R.C., 1991, Avaliação Social de Projetos Ed. Atlas, São Paulo, Brazil.
- [2] Markowitz, H.M., 1959, Portfolio Selection Efficient Diversification of Investments - John Wiley, New York, USA.
- [3] Nogueira, L.A.H., 1990, "Potencial for industrial Cogeneration in Brasil" - Proceedings Cogeneration 90 - Madrid - 1990.
- [4] Payne, J.H., 1991, Cogeneration in the sugar cane industry - Elsevier, Holland, 1991.
- [5] Quadrante Softwares Especializados 1991, COGERA v1.0 - Manual do usuário - Itajubá, MG, Brazil.
- [6] Santos, A.H.M., Nogueira, L.A.H., and Ballestieri, J.A.P., 1989 - "The use of Gram-Charlier Series to evaluate the energetic surplus in cogeneration systems" - Proceedings, III ASME COGEN-TURBO, Nice - France.
- [7] Santos, A.H.M. and Moreira, A.C.M., 1991, "Une approche statistique pour les études de petite centrales hydroélectriques", Proceedings, Hidroenergia'91, Nice, France.
- [8] Walter, A.C.S.; Bajay, S.V.; Nogueira, L.A.H.; 1990, "Planejamento da Cogeração em Usinas de Açúcar e Alcool" - Anais do I Congresso Brasileiro de Planejamento Energético, Campinas.
- [9] Weston, J.F. and Brigham, E.F., 1975, Managerial Finance - The Dryden Press, Hinsdale, USA

**AValiação DO POTENCIAL DE COGERAÇÃO NAS DESTILARIAS ANEXAS
DO ESTADO DE SÃO PAULO FORA DO COMPLEXO COPERSUCAR-Parte I**

Luis Augusto Barbosa **CORTEZ*** & Luiz Fernando da **COSTA DIAS****
* Prof. Assist. Dr. ** Pós-graduando
Faculdade de Engenharia Agrícola/UNICAMP, C.P.6011, CEP.13084-100, Campinas-SP

RESUMO

A cogeração no setor sucro-alcooleiro representa uma alternativa à produção de energia elétrica adicional para atender um possível crescimento da demanda no país. O objetivo do presente trabalho é, numa primeira parte, apresentar os dados levantados a fim avaliar, numa segunda etapa, o potencial de geração de excedentes de energia elétrica destilarias anexas do Estado de São Paulo, fora do complexo COPERSUCAR. Deste grupo, dados das 19 maiores unidades (quase 90% da produção) são apresentados, assim como algumas questões relativas às impressões de seus gerentes industriais sobre aspectos controversos sobre cogeração.

INTRODUÇÃO

As unidades de produção de açúcar e álcool apresentam hoje, notadamente no Estado de São Paulo, um grande potencial para fins de cogeração e venda de energia elétrica às concessionárias. Localizadas, principalmente, nas regiões de Piracicaba, Ribeirão Preto e centro-oeste do Estado, estas unidades se encontram relativamente bem distribuídas geograficamente o que favorece ainda mais esta iniciativa. Além deste fator, tem-se também o fato de que a safra de cana ocorre no período maio-novembro, o que coincide com o época de seca e, consequentemente, maior necessidade de geração complementar de energia elétrica do sistema.

Procurou-se também estudar as unidades de produção fora do complexo COPERSUCAR, pois as cooperadas já tem esse potencial devidamente avaliado pelo competente trabalho desenvolvido pelos técnicos daquela cooperativa. Analisou-se somente nesta etapa, os dados das destilarias anexas, pois, além de nestes casos o retorno de questionários ter sido maior, houve maior facilidade de acesso às mesmas visto que a maior parte das destilarias anexas encontram-se nas regiões de Piracicaba e Ribeirão Preto, ou seja, próximo do campus da UNICAMP. Pretende-se, no futuro, apresentar também os dados das destilarias autônomas fora do complexo COPERSUCAR. Os questionários foram preenchidos *in loco* nas unidades aqui citadas, durante o período da entressafra 91/92.

O CONTEUDO DO QUESTIONARIO

O questionário utilizado nesta pesquisa é composto de:

- a) **dados gerais das destilarias com identificação da usina:** tipo de unidade (autônoma/anexa); primeiro ano de operação; capacidade de moagem; horas efetivas de moagem; período de operação na safra; % de cana própria e de fornecedor; % de cana moída para açúcar e para álcool; teor de sacarose e de fibra na cana moída; produção de açúcar, álcool (anidro e hidratado), óleo fusel, bagaço, mel, levedura seca, além do rendimento industrial;
- b) **dados sobre autonomia de energia elétrica:** potência elétrica instalada; energia elétrica própria e adquirida; preço médio da energia elétrica comprada e vendida; **dados sobre o combustível:** umidade do bagaço, excedente de bagaço e quantidade de lenha adquirida;
- c) **dados do conjunto de geração vapor/eletricidade**

(caldeiras e geradores): número de caldeiras; vazão da água de alimentação, dureza da água; pressão de operação e temperatura na saída das caldeiras e da eficiência das mesmas, composição dos gases de escape da caldeira; número de turbinas, pressão de operação e tempo de operação das mesmas;

d) perfil de opiniões quanto a alterações de processo e equipamentos visando a operação com cogeração (aqui entendida como venda de eletricidade e não somente o que já é praticado pelas usinas); e finalmente opiniões dos gerentes industriais sobre questões referentes à adoção da prática de cogeração, como política do setor, tarifas, etc.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE PRELIMINAR DOS DADOS LEVANTADOS

As unidades listadas correspondem a cerca de 90% da cana moída na safra 89/90 em destilarias anexas fora do complexo COPERSUCAR. Na Tabela 1 são apresentados os dados de capacidade de moagem, cana moída e horas efetivas de moagem na safra 90/91. Pode-se notar um acréscimo na quantidade de cana moída em quase todos os casos, provavelmente, mais devido às melhores condições climáticas do que a um incremento na capacidade de moagem da unidade de produção. A quantidade de horas efetivas de moagem na safra 90/91 varia também significativamente de uma unidade para outra, podendo em alguns casos representar até 30% a mais.

Na Tabela 2 vê-se que das 19 unidades estudadas apenas 3 praticavam cogeração: Usinas Bonfim, Vale do Rosário e Santa Adélia. Apesar de venderem energia elétrica, estas unidades também compravam energia da rede pública, provavelmente em épocas de entressafra. A aquisição de energia, contudo, para estes casos é sempre muito pequena quando comparada a outras que chegam a depender em até 30% da rede pública. O excedente de bagaço nas unidades estudadas atinge até 20% nos melhores casos. Um fator preocupante é encontrar um grande número de unidades (9 em 19) onde não há excesso de bagaço, o que demonstra que estas unidades operam no limiar da sua eficiência energética global. Os dados da Tabela 2 também indicam que a unidade do bagaço utilizado nas caldeiras é demasiadamente elevado (cerca de 50% b.u.) o que demonstra o pouco interesse por tecnologias de secagem, as quais, podem aumentar sobremaneira a eficiência dos processos de geração de vapor. Nesse particular não foi visitada nenhuma unidade com sistema de secagem de bagaço.

TABELA 1 - Capacidade e horas efetivas para usinas estudadas

usina	cana moída (t) safra 89/90	% total	capacidade de moagem (t/dia)	cana moída (t) safra 90/91	horas efetivas de moagem safra 90/91
01. da Barra	5.250.849	16.05	36.000 a 38.000	5.768.000	n.d.
02. Sta. Eliza	3.090.020	9.44	20.500	3.801.061	4.200
03. Bonfim	2.889.535	7.80	18.000	3.050.150	3.369
04. Costa Pinto	2.811.461	7.59	22.000	2.724.937	3.163
05. Vale do Rosário	2.533.650	6.84	15.000	2.618.630	4.317
06. Nova América	2.049.178	5.53	15.000	2.078.000	3.526
07. Sta. Bárbara	1.591.015	4.29	10.800	1.598.290	3.685
08. Sta. Adélia	1.507.537	4.07	10.100	1.493.250	3.567
09. Junqueira	1.352.826	3.65	12.000	1.549.961	2.484
10. S. Geraldo	1.183.951	3.19	9.000	1.385.000	4.100
11. S. Domingos	1.092.156	2.94	6.720	1.000.000	n.d.
12. Ester	1.087.120	2.93	9.000	1.093.209	3.957
13. Sta. Lydia	1.007.717	2.72	5.500	993.567	4.730
14. M.B.	993.830	2.68	6.800	n.d.	n.d.
15. Maracai	969.878	2.61	6.000	807.597	3.083
16. Guarani	915.346	2.47	5.500	1.017.751	4.105
17. Sta. Rita	908.007	2.45	7.800	1.122.865	3.663
18. Sta. Adelaide	850.132	2.29	6.200	931.000	3.823
19. Sta. Helena	617.776	1.66	7.000	1.051.000	3.598

TABELA 2 - Dados de potência, energia e bagaço referentes a usinas estudadas na safra 90/91

usina	potência elétrica		energia elétrica total		excedente de bagaço (%)	unidade do bagaço	lenha adquirida (m ³ /ano)
	instalada (KW)	consumida (KWh)	adquirida (KWh)	(%)			
01	15.400	63.600.000	n.d.		0.1	51.0	690
02	13.000	56.388.500	1.551.570	(2.8)	3.7	51.0	0
03	14.400	37.967.990	120.000		4.0	48.9	0
04	8.000	39.967.718	11.093.520	(27.8)	6.0	52.0	0
05	16.000	49.373.069	963.964	(2.0)	6.0	51.0	0
06	7.500	23.547.603	1.437.403		5.0	51.8	0
07	7.200	30.084.000	9.583.000	(31.9)	0	50.0	3.000t
08	12.800	n.d.	n.d.		10.0	51.0	0
09	7.200	n.d.	n.d.		n.d.	50.0	0
10	4.000	n.d.	n.d.		0	50.0	50
11	3.760	12.348.814	2.208.809		0	50.0	100
12	7.400	n.d.	n.d.		16.0	50.0	0
13	3.000	15.091.000	932.000		19.8	50.0	0
14	5.500	n.d.	n.d.		10 a 20	50.0	0
15	8.000	15.280.461	1.642.154	(10.7)	0.8	49.6	954
16	9.823	n.d.	n.d.		0	49	2.500t
17	5.200	13.118.534	595.174	(4.5)	0	51.2	4.898
18	3.600	12.000.000	1.000.000	(8.3)	0	50.0	1.000
19	3.200	8.531.950	569.040	(6.7)	0	49.7	3.500

§ cogera

Ainda em relação à autonomia energética das unidades, poucas foram as que adquiriram lenha e quando o fizeram, isto não se deu de forma a comprometer a posição ocupada pelo bagaço de quase-único combustível da unidade.

Na Tabela 3 tem-se dados referentes às caldeiras das unidades visitadas. O grande número de caldeiras antigas, a baixa pressão de operação e a debilidade dos métodos de avaliação (medição de %CO₂ e eficiências de 1ª Lei da Termodinâmica) preocupam, pois, estes não são métodos efetivos e eficientes de otimizar a operação das máquinas que representam o "coração" econômico das unidades visitadas.

Finalmente, na Tabela 4 são apresentados os dados referentes às caldeiras. Nota-se, subjetivamente, uma maior atenção na manutenção, operação, automação e controle destas unidades quando comparadas às caldeiras. Não foi identificada nenhuma explicação plausível para esse fato.

QUESTÕES SUBJETIVAS REFERENTES A COGERAÇÃO

Uma série de questões relativas à adoção da prática de cogeração foram colocadas aos responsáveis nas unidades de produção visitadas. Primeiramente, foi perguntado o que estes entendiam por cogeração. Através das respostas apresentadas pode-se notar que há clareza no que é entendido por cogeração ficando a quase totalidade das respostas com a definição mais "liberal" de cogeração, que consiste na venda de excedente de energia elétrica à concessionária. Quando questionados se trocariam a caldeira e/ou a turbina para atingir o nível de produção de eletricidade necessário para vender o excedente (ou na forma de bagaço ou energia elétrica), das respostas obtidas tivemos sim (9) e não (7). No entanto, há que se frisar, que as respostas afirmativas condicionam a uma mudança na atual estrutura tarifária.

Quanto ao nível de pressão a ser considerada quando de uma possível troca de caldeiras, a maioria

TABELA 3 - Dados das caldeiras em usinas estudadas na safra 90/91

Usina	no cal-	pressão de	temperatura	consumo	eficiência média	tempo médio de	composição dos gases de combustão			
	deiras	operação	°C	médio	das caldeiras %	operação das	CO ²	CO	O ²	
		(kgf/cm ²)		bagaço		caldeiras				
01	10	18(2) 22(8)	207(2) 300 a 320(8)	36.6	82(3) 75(2) 55(2) 86(3)	16.5	15	0	6	
02	08	21(8)	280(8)	15.4	81(3) 81.25(4) 81.9(1)	15.5	17	n.d.	n.d.	
03	10	21(3)*	280(3)	16.0	73.0(3)*	25.0	16	n.d.	5	
04	09	15(3)* 21(5)*	195(3)* 270 a 280(5)*	n.d.	50(1) 80(3) 70(3) 90(1)	29.3	12.5-15	n.d.	5	
05	05	21(5)	n.d.	30.8	81.0(5)	9.2	17	n.d.	5	
06	07	15(2) 20.5(5)	260(2) 300(5)	21.7	60(2) 81(4) 82(1)	12.0	14	n.d.	5	
07	07	21.5(7)	215(2) 290(5)	17.1	75 a 77(3) 81 a 82(4)	25.0	14-15	n.d.	5	
08	05	15(1) 21(4)	272 a 275(3)	27.2	75(1) 83(1) 78(2) 85(1)	14.4	13.5-1.62	n.d.	4.7-5.4	
09	06	19(4) 21(2)	260(5) 290(1)	20.0	80(5) 82(1)	16.7	12	n.d.	n.d.	
10	04	23.5(4)	275(2) 290(1) 300(1)	22.7	n.d.	13.5	n.d.	n.d.	n.d.	
11	05	21(3)*	300(1) 280(4)	30.3	n.d.	19.4	14.0-15.5	n.d.	n.d.	
12	04	21(2) 32(1) 15(1)	280(3) 350(1)	n.d.	67(1) 86(2) 75(1)	15.5	12.0-14.0	n.d.	n.d.	
13	03	20(2) 42(1)	280(2) 400(1)	22.1	82(1) 85(1) 86(1)	9.6	14.0-15.0	n.d.	n.d.	
14	02	21(1) 22(1)	260(2)	n.d.	n.d.	10.0	n.d.	n.d.	n.d.	
15	04	21(4)	300(4)	24.3	82(1) 78(2) 77(1)	15.8	11-16	n.d.	n.d.	
16	03	21(3)	300(3)	25.0	90.0(3)	13.7	14	n.d.	n.d.	
17	05	20(3) 23(2)	290(2) 220(2) 280(1)	28.0	90(2) 95(2) 98(1)	13.7	n.d.	n.d.	n.d.	
18	04	21(4)	270(3) 300(1)	16.4	81(1) 78(2) 63(1)	19.0	10-15	n.d.	n.d.	
19	04	21(3) 14(1)	270 + 10(4)	18.0	n.d.	15.5	n.d.	n.d.	n.d.	

* dados referentes somente às caldeiras mencionadas pela usina.

cita o patamar de 32 a 42kgf/cm². Alguns casos isolados arriscam faixa de pressões maiores e quando o fazem não explicam porque.

Quanto à questões de política tarifária, a grande maioria das respostas estão direcionadas no sentido de identificar este como o maior impecilho à adoção da prática de cogeração pelo setor. Comprar energia elétrica, a preços significativamente maiores do que se vende à concessionária, representa uma barreira à adoção da prática de cogeração. Os níveis tarifários pretendidos pelo setor situam-se entre \$50 e 55/MWh a partir do qual, acreditam ser viável a cogeração. É importante salientar que quase todos os informantes concordam com a necessidade do setor vender energia elétrica a terceiros.

Quanto ao sistema de financiamento, os informantes demonstraram em sua maioria (16) desconhecer o "financiamento por terceiros" praticado em cogeração na Europa. Em relação ao excedente de bagaço nas uni-

dades de produção, excluindo-se sua utilização para a geração de energia elétrica, tem-se como recomendação o seu uso como matéria prima na indústria de papel e celulose (9), ração (bagaço hidrolizado) (8), combustível em outras indústrias (7), matéria prima para a indústria de aglomerados (4), combustível na indústria de suco concentrado (2), combustível na indústria de óleo (2), matéria prima na produção de furfural (1), adubo (1), álcool (1), carvão vegetal (pirólise) (1), combustível na própria destilaria na entressafra (1), na produção de proteína (1) e na produção de biogás (biodigestão) (1).

Quando questionados sobre se tivessem recursos financeiros em qual parte do processo produtivo (parte agrícola ou industrial) investiriam, as respostas foram: na parte agrícola (10) e industrial (8). Quando, em seguida, questionados sobre a ordem de prioridade na parte agrícola, a resposta foi mecanização: colheita, transporte e distribuição de

vinhoto; e na parte industrial: caldeira, moagem, recuperação de açúcar, instrumentação e controle dos processos.

Sobre o tempo normalmente esperado para rentabilizar investimentos, os gerentes, em sua maioria opinaram entre 4 a 5 anos (8) e com taxas de juros usadas nos estudos de viabilidade econômica da ordem de 8 a 20% + taxa de inflação, anualmente. Finalmente, sobre a assistência técnica, os responsáveis disseram utilizar serviços de empresas de consultoria (9), recorrerem ao próprio corpo técnico da indústria (3), aos fabricantes (3), universidades (1) e à COPERSUCAR (1).

CONCLUSOES

As conclusões mais importantes desta primeira parte deste trabalho são:

- 1) uma política mais coerente de preços, de tarifas é essencial para a adoção da prática de cogeração no setor sucro-alcooleiro. A inexistência de um modelo, mais adequado cria distorções que vão desde o mau uso do bagaço, um uso abusivo da lenha em outros setores da indústria e a busca prematura por alternativas ortodoxas de suprimento energético;
- 2) o sistema de geração de potência nas unidades estudadas se encontra aquém das potencialidades, indicando um desinteresse das autoridades quanto a questão energética;
- 3) dependendo da formação dos informantes (normalmente gerentes industriais), seja engenheiros mecânicos, químicos, ou mesmo agrônomos, as respostas tendem a direcionar mais na identificação de problemas com áreas mais correlatas a sua formação. Assim, são os engenheiros mecânicos, em geral, os que se colocam mais abertos a adoção da prática de cogeração e aos aspectos de manutenção e avaliação dos equipamentos de geração de potência mecânica e elétrica;
- 4) há uma prioridade de investimento na parte agrícola do processo de produção de açúcar/álcool. Apesar de não ser óbvio, o gerente industrial identifica na produção da matéria-prima os maiores retornos de investimento para o setor.

Na segunda parte deste trabalho espera-se quantificar excedentes de energia elétrica considerando-se cenários mais prováveis em termos de modificação das pressões de operação do sistema em questão. Através desses resultados poder-se-á estabelecer os eventuais níveis de dependência das concessionárias em relação as destilarias anexas do Estado de São Paulo fora do complexo Copersucar.

TABELA 4 - Dados de turbinas em usinas estudadas na safra 90/91

usinas	no de turbinas de geração de eletr.	consumo médio de vapor (T/h)	tempo médio de operação das turbinas
01	4	52.3	17.5
02	4	26.0	16.0
03	5	27.8	16.8
04	2	47.0	14.0
05	4	58.9	8.0
06	5	34.0	10.4
07	3	28.9	10.0
08	5	33.6	10.6
09	3	43.0	11.0
10	2	28.1	7.0
11	3	15 Kg/HP	15.3
12	3	34.0	12.7
13	4	45.0	14.8
14	4	n.d.	16.8
15	3	20.0	13.7
16	2	36.0	1.5
17	3	27.0	14.0
18	3	20.0	18.0
19	3	n.d.	n.d.

ABSTRACT

The cogeneration in the sugar cane sector represents an alternative to additional electricity production in Brazil. The objective of this paper is, in its first part, to present data from a recent survey conducted in 19 major distilleries in São Paulo State outside of the Copersucar complex. The obtained data concerns the steam generation and in both high and low pressure utilization. In the second part, the cogeneration potential of the same plants will be evaluated. Also, the industrial manager impressions about controversial aspects of the cogeneration are presented and discussed in this paper.

UMA DISCUSSÃO SOBRE O BALANÇO EXERGÉTICO COMO FERRAMENTA PARA UM PLANEJAMENTO ENERGÉTICO NACIONAL

Luís Augusto Barbosa Cortez e Álvaro Tucunduva Gregori

Faculdade de Engenharia Agrícola/UNICAMP, C.P. 6011, CEP 13084-100, Campinas-SP.

RESUMO

O Balanço Energético Nacional (BEN) vem sendo usado, como base para a formulação de políticas na área energética, no sentido de identificar possibilidades de racionalização do uso de recursos naturais. No entanto, o BEN enfoca a questão do ponto de vista do uso quantitativo de energéticos (metodologia da 1ª Lei da Termodinâmica) sem enfatizar as características qualitativas (2ª Lei) do energético e as eficiências intrínsecas do seu uso. Foi realizada uma revisão dos balanços energéticos e exergéticos dos EUA e Japão, como exemplo para o desenvolvimento de um balanço exergético nacional.

INTRODUÇÃO

A fim de determinar e hierarquizar grandezas ou potenciais termodinâmicos necessita-se, para isso, de um denominador comum a estas grandezas, que reflita seus valores relativos. Surge, então, o conceito de "energia utilizável" ou "exergia" que traduz o valor termodinâmico da matéria. Exergia, como propriedade é o resultado da composição da aplicação das duas leis da Termodinâmica e expressa seu valor termodinâmico enquanto quantidade (1ª lei) e qualidade (2ª lei). Assim como a energia, a exergia pode também ser uma função de processo e ter como resultado final a expressão da ineficiência deste processo manifestado na grandeza da irreversibilidade do mesmo.

Num processo, utilizando-se dos conceitos de energia (1ª lei) exprime-se sua eficiência como:

$$\eta_{1ª} = \frac{\sum \text{Energias úteis}}{\sum \text{Energias utilizadas}} \quad (1)$$

Podendo-se até obter relações com valor numérico superior à unidade, usando-se o mesmo conceito para o COP. No caso da avaliação exergética (1ª e 2ª leis) exprime-se a eficiência de um processo como:

$$\eta_{\text{exergético}} = \frac{\sum \text{Exergias úteis}}{\sum \text{Exergias utilizadas}} \quad (2)$$

Obtendo-se sempre valores entre 0 e 1 (AURACHER, 1979), sendo que:

$$\sum \text{Exergias utilizadas} = \sum \text{Exergias úteis} + \sum \text{Irreversibilidades} \quad (3)$$

Dado que todos os processos reais tem um certo grau de irreversibilidade e que, no conjunto das atividades humanas, essas irreversibilidades podem ser somadas para expressar o grau de eficiência do uso dos recursos energéticos, temos que o papel do técnico é, então, o de minimizar tanto quanto for economicamente possível tais irreversibilidades. Em decorrência disto, o planejador pode servir-se destes resultados para mais adequadamente utilizar os recursos atuais de que dispomos.

HISTÓRICO DO USO DAS LEIS NA AVALIAÇÃO DE SISTEMAS TERMODINÂMICOS

O conceito de "Exergia" foi primeiro proposto por Rant, em 1956, que a definiu como o máximo trabalho que pode ser obtido de um determinado sistema em um dado estado em qualquer processo que leve o sis-

tema ao equilíbrio (térmico, químico e elétrico) com o meio. Convenientemente, ao contrário da entropia, a exergia diminui em qualquer processo irreversível.

Diferentemente da energia, a exergia pode ser destruída, o que deve levar os engenheiros a se preocuparem com sua conservação. A formulação exergética para análises de eficiência dos processos de conversão energética introduz o conceito de irreversibilidade termodinâmica nos cálculos e a relação entre o sistema considerado e o seu "em-torno" (vizinhança).

BRZUSTOWSKI (1980) aponta o fato de que, para a 1ª lei da Termodinâmica, o conceito de "conservação de energia" é redundante, dado que, segundo seu enunciado, a energia se conserva para todos os processos. O autor chega até a propor a alteração do termo "crise energética" para "crise exergética".

BRZUSTOWSKI utiliza para a "contabilidade" energética o conceito de "effectiveness" ("contabilidade" de 1ª e 2ª leis), como uma medida (intuitiva) "daquilo que obtemos comparado com aquilo que pagamos". Ele evita deliberadamente o conceito de "eficiência térmica", pois este diz respeito a uma "contabilidade" de 1ª lei, que induz a enganos. Ele cita trabalhos de Reistad e outros que, investigando a relação entre a "effectiveness" e a "eficiência térmica", concluíram que, em processos onde os "inputs" e os "outputs" de energia são de alta "qualidade", os dois valores diferem pouco. Nesta categoria encontram-se motores elétricos, transmissões mecânicas, etc. Quando estas "qualidades" apresentam diferenças consideráveis, a "effectiveness" apresenta valores bastante inferiores à "eficiência térmica". Aqui se incluem, por exemplo, os processos de geração de vapor, os trocadores de calor, etc.

REISTAD (1979) é um autor que utiliza o termo "disponibilidade", ao invés de "exergia". Analisando o fluxo energético global dos EUA, REISTAD comparou um diagrama de fluxo, construído segundo a metodologia proposta por Cook, com outros diagramas de fluxo, construídos, segundo uma avaliação da "disponibilidade", um pelo próprio autor e outro pela Cia. Thermo Electron.

No primeiro caso, aparecem no diagrama os fluxos de "energia", e no segundo, fluxos de "energia disponível" (exergia). Segundo o autor, o fato de nos diagramas típicos estarem representadas apenas as eficiências de 1ª lei (Diagrama de Grassmann) conduz a enganos grosseiros quanto ao ponto de vista da real qualidade ou eficiência dos processos utilizados para a conversão energética, ou, o que é o mesmo, da tecnologia empregada para tal (Figura 1).

Assim, o diagrama (b) que leva em conta as eficiências de 2ª lei mostra conversões bastante menos

eficientes que as obtidas por uma análise de 1ª lei somente (a). Este tipo de análise, portanto, deixa de apontar perdas substanciais em setores onde elas, de fato, se produzem. No exemplo norte-americano, os maiores responsáveis pelas ineficiências e "perdas", por uma análise deste tipo, são somente os setores de geração e transmissão de energia elétrica e o de transportes. Em uma análise de 2ª lei, aparecem também graves restrições quanto aos setores industrial e doméstico/comercial. Segundo a primeira análise, para cada "x" de energia que alcança o uso final, há um "desperdício" de valor equivalente também "x". No segundo caso, para cada "x" utilizado, são "desperdiçados" mais que 3 "x".

Uma análise de 2ª lei, que aponta atrasos tecnológicos não visíveis no outro caso, abre espaço, segundo o autor para inúmeros aperfeiçoamentos nas tecnologias de conversão e utilização de energia. REISTAD conclui que uma análise de "energia disponível" é mais verídica e mais útil na superação dos desajustes e ineficiências destas tecnologias.

Outro autor que se utiliza do conceito de "exergia" para a contabilidade energética é WALL (1990). Em seu trabalho sobre a utilização de energia na sociedade japonesa, aponta o fato de que, através da avaliação do uso dos recursos em termos de exergia, podem-se obter importantes informações acerca das áreas onde aperfeiçoamentos significativos podem ser conseguidos, através do desenvolvimento e da aplicação de tecnologias mais eficientes, no sentido do uso mais eficientes dos recursos físicos. Podem-se ainda indicar as prioridades que devem ser adotadas nas medidas de conservação.

Segundo WALL, a exergia é o "combustível" por excelência dos sistemas dissipativos, isto é, sistemas que se sustentam pela conversão de energia e materiais, como, por exemplo, um ecossistema ou uma sociedade. Este conceito, entretanto, tem sido utilizado predominantemente na área da engenharia de energia, onde se trabalha com energias de diferentes qualidades. Seu campo de aplicações pode ser, portanto, ampliado para a totalidade das conversões de energia e materiais na sociedade, pois isto propiciaria uma descrição uniforme do uso dos recursos físicos e dos impactos ambientais relativos a seu uso. Além disso, ampliaria o conhecimento de quão eficiente e equilibrada é uma sociedade em relação à utilização dos recursos naturais.

AURACHER (1984) propõe um maior uso do conceito de exergia nas análises da economia da energia. Enfatiza que a exergia é uma ferramenta efetiva na análise e otimização de processos energéticos e que um processo é termodinamicamente ideal se a exergia permanecer constante; ele se afasta deste ideal quanto mais exergia for consumida. Portanto, o objetivo de uma otimização termodinâmica de um processo deve ser sempre a economia de exergia, e não de energia. Disto decorre que as perdas exergéticas (irreversibilidades) são uma medida para a "effectiveness" de quaisquer processos e que a otimização dos mesmos pode ser melhor guiada pela determinação das fontes e da magnitude daquelas; isto pode ser feito através de "Balanços Exergéticos".

EXERGIA COMO FERRAMENTA NO PLANEJAMENTO ENERGÉTICO

A fim de se considerar as bases para um balanço exergético, substitutivo ao energético, como ferramenta para uma definição de política para o setor são necessárias algumas diferenciações importantes:

- a) a fonte de energia e a eficiência do seu uso (análise das conversões) são muito importantes na análise técnica-econômica do seu uso;
- b) apesar da energia, em um dado processo, ser equivalente do ponto de vista quantitativo, o mesmo pode não acontecer do ponto de vista qualitativo. Assim 1kJ de gasolina não corresponde termodinami-

camente a exatos 1kJ de bagaço. Isto acontece pois há diferenças, não só nos resultados da exergia (obtidos através do poder calorífico inferior e da composição química, utilizando-se as equações desenvolvidas por Szargut e Styrylska (GAGGIOLI, 1980), mas também da eficiência exergética associada à tecnologia de conversão (para a gasolina, os motores de combustão interna e para o bagaço, as caldeiras);

c) existem diferenças qualitativas entre as fontes de energia. Em decorrência disso, existe uma ordem de uso (acoplamento ou uso cascata) mais recomendada para cada situação. Entende-se por acoplamento e cascata, o uso sequencial das fontes energéticas da mais nobre à menos nobre. No caso específico da cascata, esse conceito é mais utilizado em aplicações técnicas, como em usinas de geração e uso de vapor.

O papel do analista é estudar cada situação, levantar os dados de oferta e de demanda dos vários energéticos disponíveis, estabelecer a ordem de uso, valendo-se de uma hierarquia termodinâmica, e as prioridades de investimento de capital e esforço coletivo.

O Balanço Energético Nacional (BEN), editado anualmente pelo Ministério das Minas e Energia (MME), reflete a inconsistência no tratamento da questão energética, seja por agrupar dados obtidos com metodologias diferentes (e.g., hidroeletricidade e lenha que, por serem grandezas termodinamicamente não equivalentes, não podem ser contabilizadas da mesma forma), seja por utilizar critérios estritamente quantitativos para totalizar a utilização dos energéticos no país.

Há que introduzir um método, baseado nas leis da Termodinâmica, que expresse a equivalência entre as fontes de energia e seus respectivos usos, estabelecendo entre os produtos energéticos uma hierarquia que possibilite ao planejador definir ações mais coerentes com a realidade física. Entende-se por hierarquia entre produtos energéticos a classificação das fontes de energia, segundo seu valor termodinâmico. Por exemplo, nas fontes de energia primária do BEN esta ordem seria mais provavelmente (do mais ao menos nobre): gás natural, petróleo, carvão mineral, energia hidráulica, produtos de cana de açúcar e lenha. Entre as fontes de energia secundária a ordem seria: eletricidade, GLP, nafta, querosene, gasolina, álcool etílico, óleo diesel, óleo combustível, carvão vegetal e bagaço.

Analizando o Balanço Energético Nacional, verificamos ser este uma experiência válida para o conhecimento dos macro fluxos que envolvem os energéticos no país. Tem-se assim uma noção de qual setor usa energia, de que tipo, etc. O que já não podemos dizer é que, com base neste documento, se possa estabelecer a formulação de uma política energética nacional, que implique a definição da estrutura de preços dos energéticos ou de políticas fiscais para incentivos, etc.

Tomando como exemplo a realidade da oferta de energéticos para a indústria paulista (Tabela 1), percebe-se que os energéticos não têm preços relativos que reflitam a hierarquia mencionada anteriormente. É verdade que há outros fatores, tais como a disponibilidade desses energéticos no país, os preços no mercado internacional, uma oferta/demanda mais que proporcional devido a uma vantagem/desvantagem comparativa, que fazem com que existam "distorções" nesse mercado.

É possível constatar que os processos que fazem uso de nossas reservas exergéticas não procuram minimizar as irreversibilidades associadas aos mesmos, seja por fatores históricos e econômicos, seja pelo desconhecimento de um método simples e eficaz de contabilização energética, que considere os valores termodinâmicos (exergéticos) e respectivos impactos dos energéticos envolvidos e seus respectivos processos de conversão.

TABELA 1: Valor energético e preços relativos dos principais produtos energéticos disponíveis à indústria paulista

Produto Energético	Valor Energético	Preço Relativo (comparados em Cr\$/Gcal)
Óleo Combustível		
BPF	42724 kJ/kg	1.00
Óleo Diesel	38418 kJ/l	2.35
Derivados de Petróleo		
GLP	49094 kJ/kg	4.18
Gasolina	34644 kJ/l	4.76
Gás Natural		
COMGAS	39292 kJ/m ³	1.54
Álcool Etílico		
Hidratado	22488 kJ/l	5.55
Bagaço de Cana (50% unidade)		
	9614 kJ/kg	0.21
Biomassas		
Lenha (Grande S.Paulo)	5380 kJ/m ³ st	0.71
Carvão Vegetal	28424 kJ/kg	1.29

Fonte - Agência de Aplicação de Energia, SP (1992)

Estas distorções vão desde o uso inadequado de insumos numa propriedade agrícola até a problemas tecnicamente mais definidos, como um exemplo de refrigeração:

- ao considerar duas tecnologias para a produção de frio (compressão mecânica e absorção) pode-se destacar as vantagens e desvantagens termo-econômicas de cada uma delas. Apesar de não se aplicar especificamente ao caso brasileiro, pois grande parte da eletricidade aqui gerada é de origem hídrica, a refrigeração, fundamental nos dias de hoje, é praticamente sinônimo de tecnologia de compressão mecânica. Em um ciclo de refrigeração por compressão mecânica, necessitamos queimar combustíveis (fósseis ou provenientes da biomassa) em caldeiras (ciclo Rankine), para produzirmos eletricidade que acionará um motor elétrico-compressor. Em um sistema de refrigeração por absorção, é necessária somente a queima dos combustíveis. Esta segunda opção não só representa um "caminho termodinâmico" mais curto, mas também menos exigente em materiais e manutenção, além de promover o caráter de autosuficiência, de fundamental importância em alguns casos. Enquanto que com o par termo-elétrica/refrigeração por compressão mecânica tem-se a sequência "combustível - trabalho mecânico - trabalho elétrico - frio", com a presença de processos altamente irreversíveis, como combustão, expansão, transmissão e compressão, pode-se ter, com o uso da refrigeração por absorção, a sequência "combustível - frio" (Figura 2). Esta segunda opção evitaria o que bem se pode chamar de um "zigue-zague" termodinâmico.

Sintetizando, através de um balanço de reservas exergéticas e sua respectiva localização, além de um inventário das demandas hoje existentes no país, seria possível estabelecer metas e políticas que implementassem processos produtivos mais eficientes e mais vantajosos para o país.

Um exemplo de distorção é a estruturação macro-econômica em torno dos combustíveis fósseis, não disponíveis de forma abundante no país. Apesar de grande parte da matriz energética brasileira ter sempre sido fortemente dependente de biomassa vegetal, foi implantado um modelo de desenvolvimento que viabilizou soluções prontas (pacotes tecnológicos), que têm se mostrado inapropriados para a nossa realidade, do ponto de vista ambiental e sócio-

econômico.

Considerando igualmente o potencial para biomassa vegetal, recomendar-se-ia buscar formas de aproveitamento mais direcionadas à produção de trabalho em máquinas a vapor, secagem a lenha, etc. No entanto, fêz-se e está se fazendo o contrário, com a devastação de áreas florestais próximas às regiões mais povoadas, com a substituição da lenha pelo óleo, esgotamento do potencial hidroelétrico na região centro-sul, uso inadequado da energia elétrica (e.g. chuveiros, aquecedores elétricos) e com a con-vicção de que, com a cana e o álcool, está-se atingindo um compromisso entre a vocação nacional pela biomassa e a tecnologia importada da combustão interna.

CONCLUSÕES

Entre as conclusões mais importantes pode-se ressaltar:

a) o Balanço Energético Nacional não reflete os aspectos qualitativos das fontes de energia utilizadas;

b) a inexistência de uma ponderação quanto-qualitativa gera distorções profundas na alocação desses recursos energéticos provocando ineficiências econômicas.

A fim de se implantar uma metodologia que tenha coerência termodinâmica (método exergético) deve-se:

a) tratar os produtos energéticos, exergeticamente, a fim de que se possa trabalhar em uma mesma base termodinâmica;

b) avaliar as eficiências dos processos exergeticamente para que se possa diferenciar qualitativamente formas de aproveitamento desiguais.

Isso permitiria organizar o uso de fontes energéticas de forma mais racional, promovendo sua utilização em forma de "cascata" ou "downhill", onde formas mais nobres de energia seriam aproveitadas mais eficientemente.

Nesse sentido, com a construção de um "Balanço Exergético Nacional", poder-se-iam identificar melhor mais consistentemente, as fontes do mau-uso, do abuso e do desperdício, e, principalmente, apontar as necessidades de aperfeiçoamento tecnológico no uso dos recursos energéticos.

BIBLIOGRAFIA CITADA

- AURACHER, H. (1979). The Application of Exergy to Refrigeration Process Optimization. *Anais... XV INTERNATIONAL CONGRESS OF REFRIGERATION*, Veneza, 23-29 set., 1979. B1-18 p.
- AURACHER, H. (1984). *Fundamental Aspects of Exergy Applications to the Analysis and Optimization of Energy Process*. Heat Recovery Systems, 4(5):323-327.
- BRZUSTOWSKI, T.A. (1980). Second Law Analysis of Energy Processes-3. The Potential for Energy (Exergy) Cascading in Industry. *Trans. Canadian Soc. Mech. Eng.*, 6(3):121-128.
- CASTIER, M. & RAJAGOPAN, K. (1988). Thermodynamic Analysis of a Alcohol Distillery". *Energy*, 13(5):455-459.
- GAGGIOLI, R.A. (1980). *Thermodynamics: Second Law Analysis*. American Chemical Society Symposium Series, 122, EUA
- GALLO, W.L.R. & MILANEZ, L.F. (1990). Eficiência Exergética: Conceitos e Aplicações. *Anais... III ENCIT- Itapema, SC*. p.1045-1050.
- REISTAD, C.M. (1979). Available-Energy Utilization in the United States" - 6 Thermodynamics: Second Law Analysis. p. 93-109.
- WALL, G. (1990). Exergy Conversion in the Japanese Society. *Energy*, 15(5):435-444.

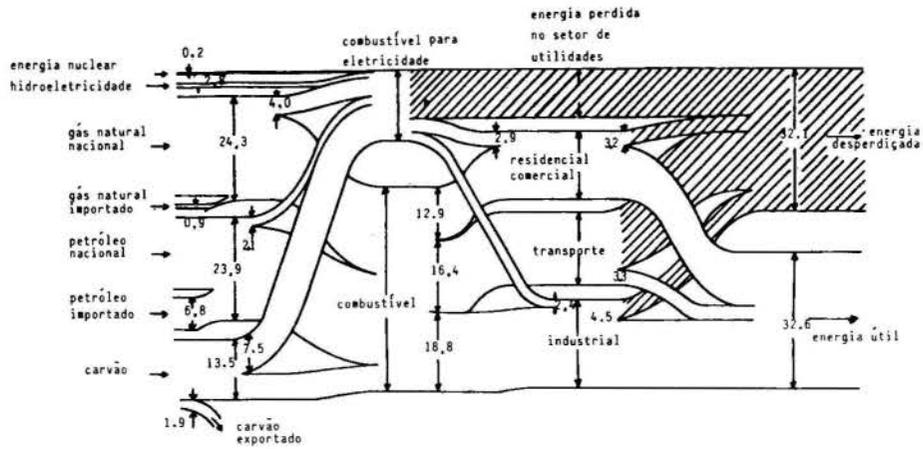


FIGURA 1: (a) Fluxo de Energia nos EUA

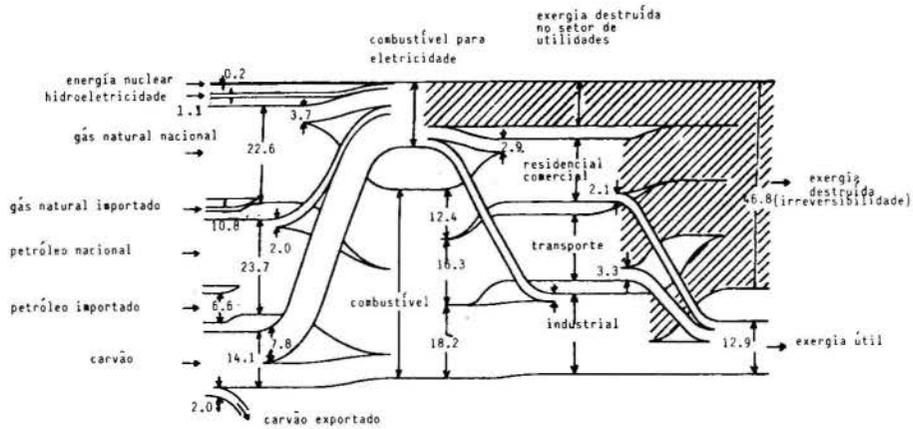
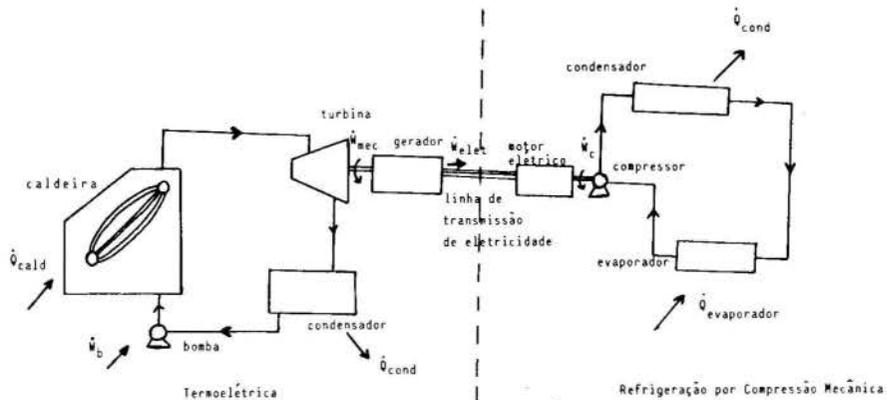


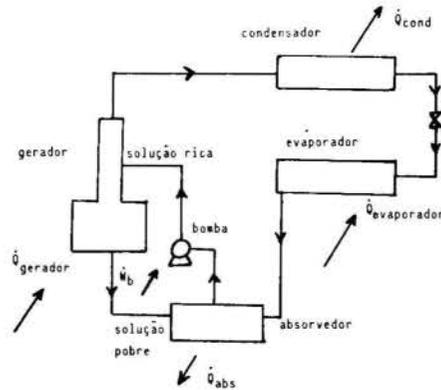
FIGURA 1: (b) Fluxo de Exergia nos EUA

Todos os valores estão em 10^{15} BTU ou $1,055 \times 10^{18}$ J



(a) Solução: Termoelétrica - Refrigeração por Compressão Mecânica

$$\eta_{global} = \frac{\text{Energia Útil}}{\text{Energia Utilizada}} = \frac{\dot{Q}_{evaporador}}{\dot{Q}_{caldeira}}$$



(b) Solução: Refrigeração por Absorção

$$\eta_{global} = \frac{\dot{Q}_{evaporador}}{\dot{Q}_{gerador}}$$

FIGURA 2: Esquemas representativos de 2 alternativas para geração de frio:
a) Termoelétrica - Refrigeração por Compressão Mecânica;
b) Refrigeração por Absorção

MODELO MATEMÁTICO DA SOLIDIFICAÇÃO DO ALUMÍNIO EM UM MOLDE METÁLICO REFRIGERADO A ÁGUA

LUÍS ALBERTO TAVARES MASCARENHAS
ROBERTO PARREIRAS TAVARES

Departamento de Engenharia Metalúrgica da U.F.M.G.
Rua Espírito Santo, 35/2^o andar - 30160 - MG - Brasil

SUMÁRIO

Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento de um modelo matemático para a solidificação do alumínio em um molde metálico refrigerado a água. A realização de experiências de solidificação, onde se registrou a variação de temperatura do alumínio, permitiu a validação do modelo e a determinação de valores para o coeficiente de transferência de calor molde-água e para a resistência de interface alumínio-molde.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a indústria metalúrgica de produtos planos tem procurado desenvolver processos que permitam a solidificação do metal em espessuras próximas daquelas desejadas após as etapas de conformação mecânica (laminação, por exemplo). Esta tecnologia traz como benefício uma redução significativa nos custos de investimento na área de conformação e uma diminuição no custo final do produto.

No Departamento de Engenharia Metalúrgica da U.F.M.G. foi projetada e construída, em escala de laboratório, uma máquina de lingotamento contínuo de tiras finas de alumínio, com espessuras de até 3 mm. Neste novo processo, o alumínio líquido é solidificado sobre um molde de cobre metálico, na forma de um cinto móvel, que é refrigerado em sua parte inferior através de "sprays" de água.

No dimensionamento do equipamento a ser construído bem como na delimitação de faixas de velocidade para o cinto móvel, era necessário que se conhecesse as características de solidificação do alumínio sobre o molde de cobre refrigerado, e que parâmetros, tais como coeficiente de transferência de calor entre água e molde de cobre e resistência de interface alumínio-cobre, fossem determinados. Nestes casos, dados de literatura não devem ser utilizados, pois os valores necessários são bastante específicos e dependem diretamente da concepção da máquina de lingotamento.

Neste trabalho é, então, desenvolvido um modelo matemático unidimensional para a solidificação de alumínio em moldes refrigerados a água. Os resultados previstos pelo modelo são comparados com valores experimentais de medidas de temperatura do alumínio durante a solidificação. O ajuste de valores do modelo e experimentais permitiu a estimativa do coeficiente de transferência de calor e resistência de interface.

OBJETIVO

Os objetivos do trabalho são :

- desenvolver um modelo matemático para a solidificação unidimensional do alumínio em moldes refrigerados a água ;
- através de ajuste do modelo a valores obtidos experimentalmente, determinar o coeficiente de transferência de calor água-molde e a resistência de interface molde-alumínio.

DESENVOLVIMENTO

O trabalho foi desenvolvido em tres etapas :

- modelamento matemático da solidificação e solução numérica do modelo ;
- realização de experiências de solidificação de alumínio ;
- ajuste de resultados teóricos aos experimentais e avaliação dos parâmetros de transferência de calor .

Modelamento Matemático. Considerou-se a transferência de calor unidimensional em regime transiente, expressa através da seguinte equação :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1)$$

sendo T a temperatura, t o tempo, α a difusividade térmica e y a direção ao longo da qual está ocorrendo a transferência de calor. Esta equação foi aplicada ao alumínio e ao cinto de cobre metálico.

No caso do alumínio, foi considerada a possibilidade de existência de tres fases: líquida, pastosa e sólida. As propriedades físicas da fase pastosa foram avaliadas como sendo a média aritmética entre as das fases sólida e líquida, a não ser o calor específico que foi avaliado pela seguinte relação :

$$C_P = \frac{L}{T_L - T_S} \quad (2)$$

sendo L o calor latente de fusão e $T_L - T_S$ o intervalo de temperaturas líquidos e sólidos. Como o alumínio apresentava elevado grau de pureza, considerou-se este intervalo como sendo de 1 K.

A figura 1 apresenta uma vista esquemática do sistema considerado.

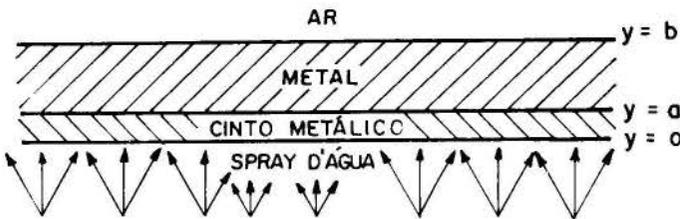


Figura 1. Sistema de solidificação do alumínio em um molde refrigerado.

As condições de contorno utilizadas foram :

- interface água-cinto metálico ($y = 0$) :

$$-k_c \frac{\partial T}{\partial y} = h_{\text{ÁGUA}} \cdot (T_{0A} - T_{0C}) \quad (3)$$

sendo k_c a condutividade térmica do cinto, $h_{\text{ÁGUA}}$ o coeficiente de transferência de calor água-cinto, T_{0A} a temperatura da água e T_{0C} a temperatura do cinto em $y = 0$.

- interface cinto-alumínio ($y = a$) :

$$-k_c \frac{\partial T}{\partial y} = -k_M \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\lambda} (T_{aC} - T_{aM}) \quad (4)$$

sendo k_M a condutividade térmica do alumínio, λ a resistência de interface, T_{aC} a temperatura do cinto em $y = a$ e T_{aM} a temperatura do alumínio em $y = a$. Para $\lambda = 0$, considerou-se $T_{aC} = T_{aM}$.

- interface alumínio-ar ($y = b$) :

$$-k_M \frac{\partial T}{\partial y} = h_{\text{AR}} \cdot (T_{bM} - T_{bA}) + \sigma \epsilon (T_{bM}^4 - T_{bA}^4) \quad (5)$$

onde h_{AR} é o coeficiente de transferência de calor alumínio-ar, T_{bM} a temperatura do alumínio em $y = b$, T_{bA} a temperatura do ar, σ a constante de Stefan-Boltzmann e ϵ a emissividade do alumínio (considerado como um corpo cinza).

As condições iniciais foram :

- $T = T_{ic}$ $0 < y < a$ (cinto metálico) (6)

- $T = T_{iM}$ $a < y < b$ (alumínio) (7)

Experiências. As experiências foram desenvolvidas utilizando o aparato visto na figura 2, montado sobre a máquina de lingotamento e empregando as condições a serem usadas durante a sua operação.

Nestas experiências, o alumínio, a uma temperatura pré-determinada, foi vazado sobre o molde de cobre e a sua curva de resfriamento foi registrada através de um termopar. Este termopar ficou posicionado junto à interface alumínio-cinto de cobre. Em todas as experiências a vazão de água foi mantida constante e sua temperatura foi 298 K.

Finalmente, buscou-se através da solução das equações do modelo matemático simular curvas de resfriamento semelhantes às obtidas experimentalmente. Quando esse ajuste era conseguido, determinava-se os valores de $h_{\text{ÁGUA}}$ e λ relativos ao equipamento.

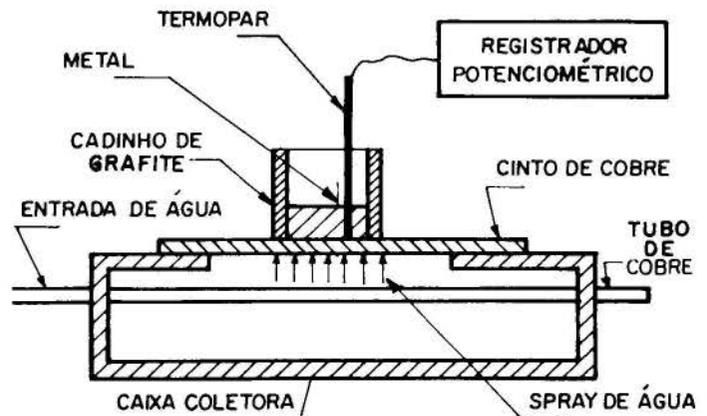


Figura 2. Aparato experimental utilizado.

O modelo matemático foi resolvido numericamente através da técnica de diferenças finitas, usando a rotina FASTP (Mucciardi e Brown, 1988). Um sumário dos dados utilizados na solução é apresentado na tabela 1.

TABELA 1. Sumário dos dados utilizados na solução do modelo. (Geiger e Poirier, 1980, Kreith, 1977, Perry e Chilton, 1973, Szekely e Miyazawa, 1981)

PROPRIEDADES FÍSICAS	MATERIAL			
	COBRE	ALUMÍNIO		
	(CINTO METÁLICO)	SÓLIDO	PASTOSO	LÍQUIDO
DENSIDADE (Kg/m ³)	8960,0	2690,0	2521,0	2352,0
CALOR ESPECÍFICO (J/kg.K)	382,84	1130,0	393000,0	1087,0
CONDUTIVIDADE TÉRMICA (W/m.K)	352,15	254,16	168,20	82,2
CALOR LATENTE DE FUSÃO (J/kg)	-	393000,0	-	-
TEMPERATURA DE FUSÃO (K)	-	933	-	-
DADOS	CINTO DE COBRE	ALUMÍNIO		
ESPESSURA (m)	0,001	0,01		
TEMPERATURA INICIAL (K)	298	1050-1150		
EMISSIVIDADE	-	0,20		

O valor de h_{AR} foi determinado a partir da seguinte correlação (Geiger e Poirier, 1980) :

$$h_{AR} = 2,79 (T_{bM} - T_{bA}) \quad (8)$$

Na solução numérica, o cinto de cobre foi dividido em 5 nós, o alumínio em 20 pontos e o intervalo de tempo considerado (para efeito de convergência) foi de 0,0001 segundo. Testes com maior número de nós foram feitos, sem alterar significativamente os resultados.

Durante as primeiras experiências constatou-se que quando se vazava o alumínio sobre o molde de cobre e só então iniciava-se o fluxo de água de refrigeração, ocorria uma aderência entre o alumínio e o cobre, o que eliminava a resistência de interface, λ . Desse modo, as experiências onde isso ocorreu foram usadas para determinação de $h_{ÁGUA}$. Quando se iniciava o o fluxo de água e posteriormente vazava-se o alumínio, esta aderência não ocorria. Estas experiências foram, então, usadas para estimativa da resistência de interface. É importante mencionar que na utilização da máquina de lingotamento contínuo, estar-se-á operando nas condições onde aparece a resistência de interface, daí a importância desse valor.

As figuras 3 e 4 mostram resultados previstos pelo modelo e os valores experimentais obtidos. Nesses casos, já se utilizou o valor de $h_{ÁGUA}$ que melhor se ajustou aos dados experimentais, considerando resistência de interface nula ($\lambda = 0$) ($h_{ÁGUA} = 12500 \text{ W/m}^2\text{K}$).

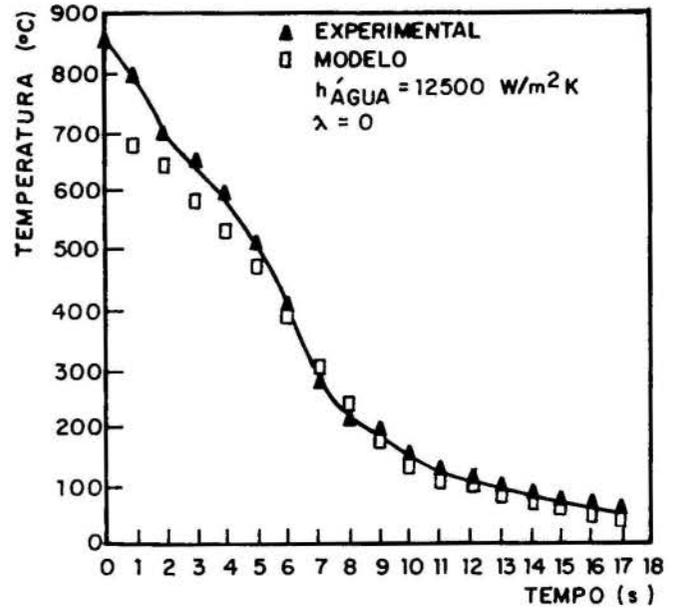


Figura 3. Resultados experimentais e previstos pelo modelo para solidificação do alumínio. Temperatura inicial do alumínio = 1134 K (861 °C).

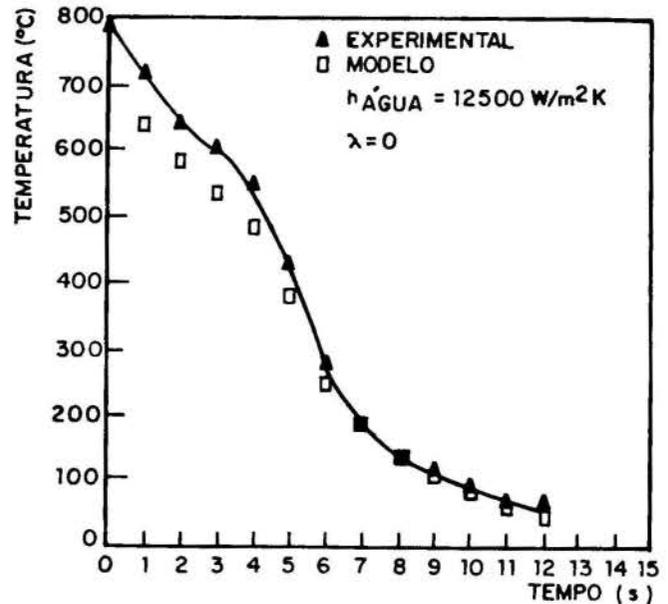


Figura 4. Resultados experimentais e previstos pelo modelo para solidificação do alumínio. Temperatura inicial do alumínio = 1066 K (793 °C).

A figura 5 mostra resultados de uma experiência onde não ocorreu aderência. A primeira simulação, no entanto, ainda foi feita considerando o coeficiente de transferência de calor determinado acima e λ igual a 0. Verifica-se uma discrepância bastante significativa entre os valores do modelo e os dados experimentais. Esta diferença é reduzida significativamente através da introdução de uma resistência de interface $\lambda = 1,2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$, que foi a que melhor se ajustou aos resultados. O efeito dessa resistência de interface é visto também na figura 5.

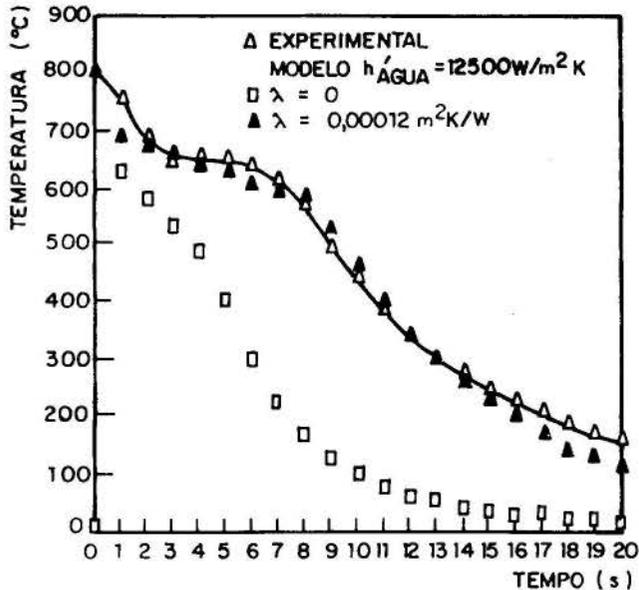


Figura 5. Resultados experimentais e previstos pelo modelo para solidificação do alumínio. Temperatura inicial do alumínio = 1078 K (805 °C).

Deve-se mencionar ainda que, mesmo nos casos onde houve bom ajuste, constatou-se diferenças entre valores previstos pelo modelo e valores experimentais. Isto certamente se deve à imprecisão nos dados relativos ao alumínio líquido, em especial o fato de se considerar propriedades físicas constantes com a temperatura. As propriedades para a fase pastosa foram estimadas, pois não existem dados na literatura e isto deve comprometer também a precisão dos resultados. O efeito dessas imprecisões são mais significativas no início da solidificação pois existe um grande volume dessas fases. Na final, o volume de sólido é maior e a qualidade do ajuste modelo-experiência é bem melhor. Outro fator que pode colaborar com a diferença entre modelo e experiência é o tempo de resposta do termopar. No início, com a maior taxa de variação de temperatura, o termopar pode apresentar um atraso em relação à temperatura real. Este atraso é menor quando há resistência de interface, pois o resfriamento é mais lento.

Os valores obtidos para o coeficiente de transferência de calor molde de cobre-água e para a resistência de interface alumínio-cobre estão sendo usados para simulação da solidificação do alumínio na máquina de lingotamento contínuo, visando determinar as faixas de velocidades que podem ser usadas e, conseqüentemente, as produtividades que podem ser obtidas.

CONCLUSÃO

O modelamento matemático da solidificação do alumínio em um molde refrigerado a água associado à realização de experiências onde se registrou a curva de resfriamento do alumínio permitiu a estimativa de dois parâmetros importantes: o coeficiente de transferência de calor cobre-água ($h_{\text{ÁGUA}} = 12500 \text{ W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$) e a resistência de interface alumínio-cobre ($\lambda = 1,2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$). Estes dados estão sendo usados na simulação do lingotamento contínuo de tiras finas de alumínio.

AGRADECIMENTO

Os autores agradecem à FAPEMIG - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais - pelo suporte financeiro dado ao projeto.

REFERÊNCIAS

- .Geiger, G.H., Poirier, D.R., "Transport Phenomena in Metallurgy", Addison-Wesley Publishing Company, Cambridge, 1980.
- .Kreith, F., "Princípios da Transmissão de Calor", Editora Edgard Blücker Ltda., São Paulo, 1977.
- .Mucciardi, F., Brown, M., "Heat and Mass Transfer Simulations on a Personal Computer", Proceedings of the International Symposium on Computer Software in Chemical and Extractive Metallurgy, pp. 56-73, Montreal, Canada, 1988.
- .Perry, R.H., Chilton, C.H., "Chemical Engineers' Handbook", McGraw Hill Book Company, New York, 1973.
- .Szekely, J., Miyazawa, K. "A Mathematical Model of the Splat Cooling Process Using the Twin Roll Technique", Metallurgical Transactions, Vol. 12A, pp. 1047-1057, 1981.

ABSTRACT

In this work, the development of a mathematical model for solidification of aluminum on a metallic mould cooled by water sprays has been presented. Experimental runs, in which the aluminum cooling curves have been recorded, allowed the evaluation of the model and determinations of heat transfer coefficient between the model and water sprays and thermal resistance between aluminum and mould surface. These values are being used to simulate the aluminum solidification in a thin strip continuous casting machine.

ANALISE DA COMBUSTAO DE CO EM JATOS DE OXIGENIO PURO

EMERCIO BATISTA CAMPOS, MARCOS JOSE MUNDIM
 Centro de Pesquisas da USIMINAS; Ipatinga-MG
 RENATO MINELLI FIGUEIRA, MAURI FORTES
 Escola de Engenharia da UFMG; Belo Horizonte-MG

RESUMO

O comportamento do jato de oxigênio em atmosfera isotérmica de CO, a 1500°C, foi analisado a partir do modelo desenvolvido para jatos supersônicos. O valor da constante de entranhamento foi avaliado a partir do balanço da reação de descarbonização. Verificou-se que, nas condições existentes no interior do convertedor LD, esse valor é substancialmente inferior ao do jato livre. Os resultados globais de taxa de pós-combustão e velocidade de descarbonização foram comparados a resultados experimentais obtidos nos fornos LD de 80t da Aciaria nº 1 da USIMINAS.

INTRODUÇÃO

No processo LD de produção de aço, o oxigênio puro necessário às reações de refino é fornecido ao metal através de um jato supersônico originado de uma lança, como esquematizado na figura 1. Os processos de interação do jato de oxigênio com o banho metálico, como a profundidade da depressão formada, têm sido analisados tradicionalmente considerando-se válido o comportamento de jato livre no interior do forno. Entretanto, mais recentemente, tem sido dada atenção aos mecanismos de pós-combustão que ocorrem no interior do convertedor, que afetam de maneira significativa o comportamento do jato de oxigênio (Hirai et al., 1987; Kato et al., 1988).

A principal reação de refino no processo LD é a de descarbonização, que provoca a formação de grande volume de CO. Esse gás deixa o forno em contracorrente com o jato de oxigênio; o processo de entranhamento arrasta o CO da atmosfera para o interior do jato, com a conseqüente reação de combustão. Assim, ao incidir sobre o metal líquido o jato de gás é constituído por uma mistura CO-CO₂-O₂, em equilíbrio termodinâmico. Parte desse gás é disperso na atmosfera, acarretando, na saída do forno, uma composição de fumaças caracterizada por uma taxa de pós-combustão - relação volumétrica CO / (CO + CO₂).

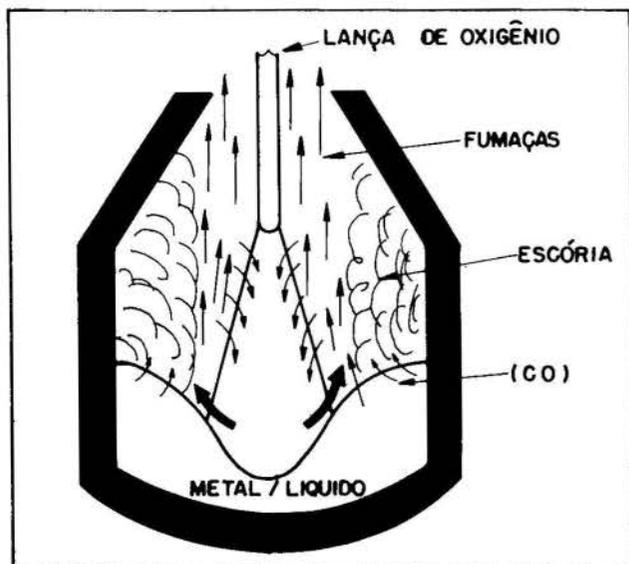


Figura 1 - Representação esquemática do jato de oxigênio no interior do convertedor LD.

Como o refino LD é um processo autotérmico, com o calor necessário sendo fornecido pela entalpia do gusa líquido e pelas reações exotérmicas de oxidação de carbono, silício e fósforo, a taxa de pós-combustão afeta o seu balanço térmico. A necessidade de aumento da carga fria de sucata, visando à produção de maior volume de aço com o mesmo volume de gusa líquido, leva à necessidade de aumento da taxa de pós-combustão. Assim, a perfeita compreensão dos mecanismos envolvidos e do comportamento do jato de oxigênio no interior do convertedor é de fundamental importância.

MODELO MATEMÁTICO DO JATO DE OXIGENIO

O modelo matemático desenvolvido para análise da pós-combustão no jato de oxigênio se baseia no modelo de comportamento de jato livre (Mundim et al., 1992), ao qual se incorporaram novas hipóteses:

- o gás ambiente no interior do forno tem composição química, temperatura e densidades uniformes;
- a reação de combustão é instantânea, e o equilíbrio termodinâmico é atingido;
- a dispersão de parte do jato na atmosfera se dá no nível do banho metálico, sendo definida por uma velocidade de dispersão - toda a periferia do jato com velocidade menor que ela se dispersa;
- a velocidade de saída das fumaças é constante.

A taxa de entranhamento é considerada proporcional às duas componentes da velocidade média relativa do jato, como proposto por Hault e por Fay (cf. Escudier, 1972, 1975), definindo-se dois coeficientes efetivos:

$$\dot{m}_e = 2\pi R \Delta s (\rho\rho_a)^{\frac{1}{2}} [\alpha|\bar{u} - v_t| + \beta|v_n|] \quad (1)$$

A equação de entranhamento será, então:

$$\frac{d\dot{m}}{ds} = (\rho\rho_a)^{\frac{1}{2}} 2\pi R [\alpha|\bar{u} + v_a \sin\theta| + \beta|v_a \cos\theta|] \quad (2)$$

Além da equação de conservação de massas, devemos também considerar as equações de conservação de espécies, para CO, CO₂ e O₂:

$$\frac{d}{ds} [\dot{m}X_{O_2}] = -R_{O_2} \pi R^2 \quad (3)$$

$$\frac{d}{ds} [\dot{m}X_{CO}] = -R_{CO} \pi R^2 + \frac{\dot{m}_e}{ds} X_{CO_a} \quad (4)$$

$$\frac{d}{ds} [1,75 X_{O_2} - X_{CO} + X_{CO_a}] = 0 \quad (5)$$

As equações de conservação de momentum são escritas em função da velocidade média:

$$\frac{d}{ds} [\bar{m} \cos\theta] = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d}{ds} [\bar{m} \sin\theta] = \frac{d\bar{m}}{ds} V_a + g\pi R^2 (\rho - \rho_a) \quad (7)$$

A equação de energia incorpora agora a variação de entalpia da reação de combustão:

$$\frac{d}{ds} [\bar{m}(C_p T + H_c X_{O_2} - h_a)] = -2\pi R \sigma \epsilon (T^4 - T_\infty^4) \quad (8)$$

O sistema de equações diferenciais (2) a (8) é modificado (Campos, 1992) - definindo-se variáveis auxiliares e considerando-se a equação de equilíbrio termodinâmico

$$\ln \frac{P_{CO_2}}{P_{CO} P_{O_2}^{1/2}} = \frac{33.750}{T} - 10.25 \quad (9)$$

O sistema modificado de 7 equações diferenciais é resolvido por um método de Runge-Kutta de oitava ordem. A cada intervalo ao longo da trajetória do jato, o sistema auxiliar de equações não lineares é resolvido iterativamente, permitindo a determinação dos diferentes parâmetros do escoamento.

Cálculo da Taxa de Pós-Combustão e Velocidade de Descarburização

Para cálculo da taxa de pós-combustão considera-se que o gás que deixa o banho metálico é constituído apenas por CO, de acordo com a termodinâmica do processo de descarburização. A composição das fumaças será definida, então pela reação com o gás disperso do jato, cuja massa é definida pela velocidade de dispersão V_d . Se R_d é o valor do raio do jato para o qual a velocidade é igual à velocidade de dispersão, virá:

$$\dot{m}_d = \int_{R_d}^R 2\pi r \rho dr \quad (10)$$

Considera-se que a massa dispersa tenha a composição média do jato no ponto de impacto com o metal líquido, e que todo o oxigênio reaja com o CO proveniente da reação de descarburização do metal líquido. Por outro lado, todo o CO_2 restante no jato reagirá com o carbono do banho metálico gerando CO.

Com base nessas considerações podem-se calcular a taxa de pós-combustão no forno e a velocidade de descarburização. Ambas essas variáveis são passíveis de determinação experimental.

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Resultados experimentais de taxa de pós-combustão foram obtidos nos convertedores LD de 80 t da Aciaria nº 1 da USIMINAS, a partir de acompanhamento especial de corridas industriais. A composição das fumaças foi medida continuamente por um analisador infravermelho de CO e CO_2 , instalado no sistema de tratamento e captação de gases e aferido antes de cada corrida.

As condições experimentais foram limitadas por exigências operacionais, sendo possível apenas uma pequena variação na altura da lança; não foi possível determinar a influência de outras variáveis sobre a taxa de pós-combustão.

A figura 2 mostra a evolução da taxa de pós-combustão em uma corrida típica. Deve-se notar que no início do sopro ocorrem as reações de formação da escória, com a oxidação de ferro, manganês, silício e fósforo. No final do sopro ocorre a reação de oxida-

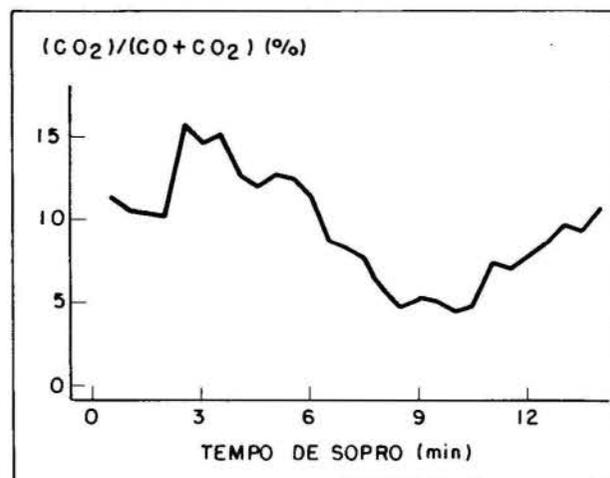


Figura 2 - Evolução da taxa de pós-combustão em uma corrida típica

ção de ferro e manganês, devido à baixa concentração de carbono. Apenas os resultados da etapa intermediária, caracterizada pela existência de apenas a reação de descarburização, são representados pelo modelo desenvolvido.

ANÁLISE DO MODELO

Uma análise paramétrica do modelo permitiu evidenciar a influência predominante do coeficiente efetivo de entranhamento α . A influência de coeficiente β , para o ângulo de inclinação dos bocais da lança utilizada na USIMINAS, revelou-se mínima, sendo adotado o valor de 0,012, (Campos, 1992). O valor do coeficiente α foi avaliado a partir dos dados experimentais: a taxa de pós-combustão e a velocidade de descarburização foram calculadas adotando-se diferentes valores de α , e os resultados analisados à luz dos resultados experimentais.

A velocidade das fumaças no interior do forno foi calculada em função de seu volume e da área disponível no interior do convertedor, considerando-se a existência da escória. Avaliou-se que esse valor é da ordem de 20 m/s. A velocidade de dispersão foi tomada como metade da velocidade das fumaças, ou seja, 10 m/s.

Três pontos básicos foram considerados no ajuste do modelo:

- a composição final das fumaças não pode diferir da composição inicial do ambiente em mais de 1%;
- a velocidade de descarburização calculada deve

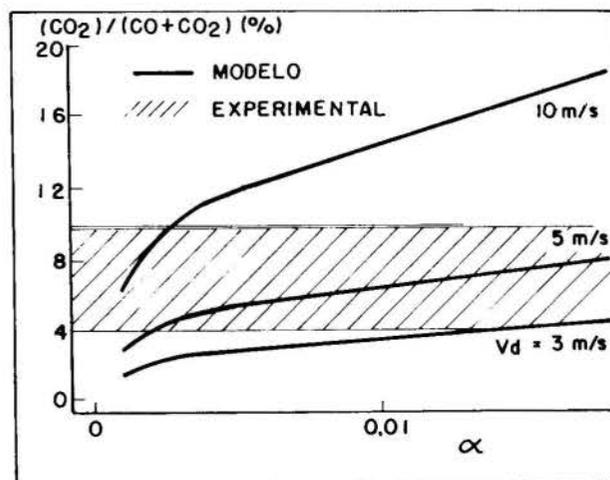


Figura 3 - Influência do valor do coeficiente de entranhamento sobre a taxa de pós-combustão - resultados calculados pelo modelo

ser igual ou ligeiramente inferior à velocidade máxima de descarburização, definida pela vazão de oxigênio da lança;

- a taxa de pós-combustão deve situar-se nos limites dos valores determinados experimentalmente.

Como mostrado nas figuras 3 e 4, o valor adequado para α se situa em torno de 0,001. A relação entre esse valor e aquele determinado para o jato livre está em acordo com a relação reportada por Escudier (1972, 1975) entre os coeficientes efetivos de entranhamento em jatos com e sem reação de combustão.

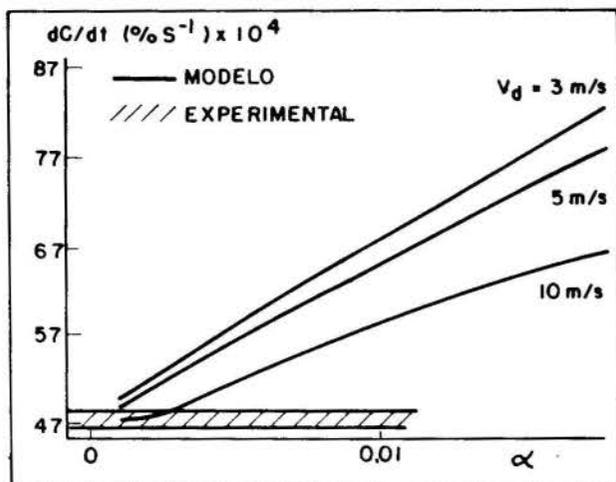


Figura 4 - Influência do valor do coeficiente de entranhamento sobre a velocidade de descarburização - resultados calculados pelo modelo

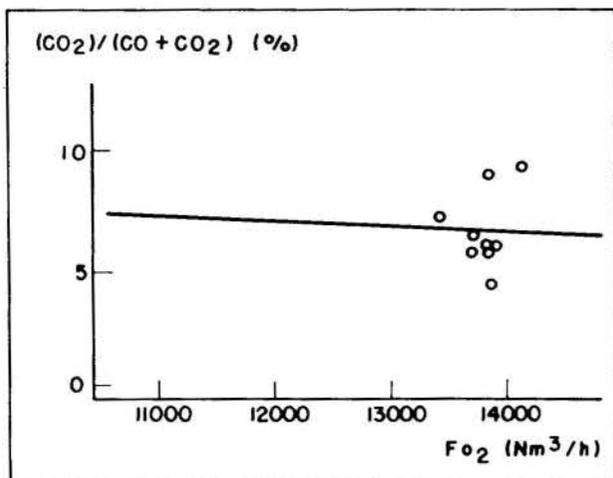


Figura 5 - Influência da vazão de oxigênio sobre a taxa de pós-combustão - resultados experimentais e calculados pelo modelo

A utilização do modelo permite avaliar as condições do jato de oxigênio ao atingir o banho metálico, de grande interesse para os metalurgistas. A massa de gás ambiente entranhada é pequena; e a velocidade supersônica é mantida até o impacto, ao contrário da conclusão obtida a partir de análise do comportamento do jato livre. Por outro lado, a temperatura do gás atinge valores superiores a 1200°C.

A influência de diferentes condições operacionais pode também ser analisada com auxílio do modelo. A variação da vazão de oxigênio não afeta significativamente a taxa de pós-combustão, que é mais sensível em relação à variação da altura da lança. Essas conclusões são comparadas a resultados experimentais nas figuras 5 e 6. Considerando-se a dispersão inerente ao levantamento experimental (Campos, 1992), pode-se concluir que o modelo reproduz fielmente a influência desses parâmetros operacionais.

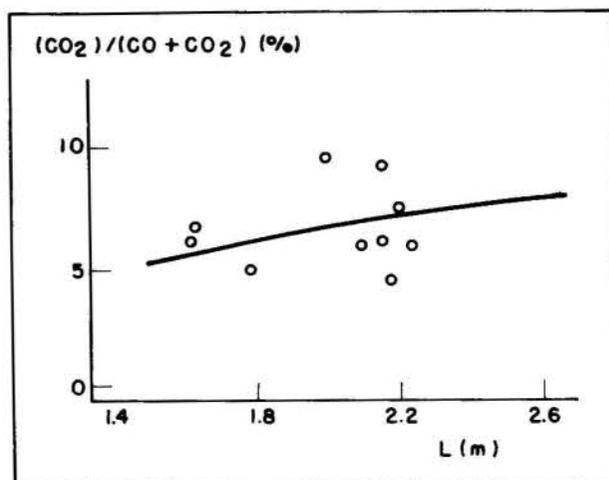


Figura 6 - Influência da altura de lança sobre a taxa de pós-combustão - resultados experimentais e calculados pelo modelo

CONCLUSÃO

O modelo desenvolvido permite a análise do comportamento do jato de oxigênio no interior de convertedores LD. O fator determinante do comportamento do jato é o coeficiente efetivo de entranhamento, cujo valor foi determinado a partir de resultados experimentais obtidos em convertedores de 80 t da Aciaria nº 1 da USIMINAS.

O valor de 0,001 para o coeficiente efetivo de entranhamento permitiu o ajuste do modelo aos dados de composição química das fumaças, velocidade máxima de descarburização e taxa de pós-combustão. A influência de variáveis operacionais como vazão de oxigênio e altura de lança é adequadamente representada pelo modelo.

O jato de oxigênio atinge o banho metálico com velocidade ainda supersônica, ao contrário da suposição baseada no comportamento do jato livre. A temperatura do jato, ao atingir o banho, é da ordem de 1200°C, fato que deve ser levado em consideração pelos metalurgistas, ao analisar as reações de refino do processo.

BIBLIOGRAFIA

- Campos, E.B. "Modelo Matemático da Pós-Combustão em Convertedores LD". Tese de Mestrado, em Metalurgia. Escola de Engenharia da UFMG, 1992.
- Escudier, M.P. "Aerodynamics of a Burning Turbulent Gas Jet in a Crossflow". Combustion Science and Tech., 4; 293-301; 1972.
- Escudier, M.P. "Analysis and Observations of Inclined Turbulent Flame Plumes". Combustion Science and Tech., 10; 163-171; 1975.
- Hirai, M., Tsujino, R., Mukai, T., Harada, T. e Omori, M. "Mechanism of Post Combustion in the Converter". Trans. ISIJ, 27; 805-813; 1987.
- Kato, Y., Grosjean, J.-C., Reboul, J.-P. e Riboud, P. "Influence of Lance Design and Operating Variables on Post Combustion in the Converter with Secondary Flow Nozzles". Trans. ISIJ, 28; 288-296.
- Mundim, M.J., Campos, E.B. e Fortes, M. "Análise do Escoamento de Jatos Supersônicos em Ambientes Isotérmicos - ENCIT 92; 1992.

SIMBOLOGIA

u, U_o, \bar{u}, V	- velocidades
\dot{m}	- velocidade de massa
\dot{m}_e	- taxa de entranhamento
ρ, ρ_a	- densidades
R	- raio do jato
s	- coordenada ao longo da trajetória do jato
θ	- ângulo da trajetória com a vertical (z)
C_p	- calor específico
T	- temperatura
$X_{O_2}, X_{CO}, X_{CO_2}$	- frações molares dos componentes do jato
H_c	- variação de entalpia da reação de combustão do CO
R_{O_2}, R_{CO}	- velocidade de consumo pela reação de combustão
r, x, z	- coordenadas

ANALYSIS OF CO COMBUSTION IN PURE OXYGEN JETS

In BOF steelmaking a pure oxygen jet is blown into the metal bath from a refining lance. As the atmosphere inside the vessel is mainly carbon monoxide, the entrainment process results in a post-combustion of this gas inside the jet. The analysis of this phenomenon is of great interest to the steel-maker.

A mathematical model was developed to describe the behavior of the oxygen jet inside the basic oxygen furnace, and calculate the post-combustion ratio. The model uses the same assumptions of the supersonic jet model, plus the CO-CO₂-O₂ thermodynamic equilibrium. The post-combustion ratio is evaluated with the assumption that all the jet mass with velocity lower than a critical value is dispersed into the vessel atmosphere at bath level, and leaves the converter as off-gas.

The system of differential equations deduced from the mass, momentum and energy balances and the equilibrium constant, was solved using an 8th order Runge-Kutta method. The system of auxiliary non-linear equations was solved iteratively.

The behavior of the jet is strongly dependent upon the value of the effective entrainment coefficient. This coefficient was evaluated using industrial heats data collected at USIMINAS No.1 BOF Shop 80t furnaces. The value of 0.001 was found in the supersonic core. This value is six times lower than the one found for the supersonic jet without combustion; the same relationship is reported by Escudier.

The calculated post-combustion ratios were in agreement with the experimental data. The influence of different operational conditions such as the blowing rate and lance height are adequately described by the model.

The oxygen jet hits the metal bath with supersonic velocity and with a temperature over 1200°C, contrary to the conclusions drawn by the assumption of a non-reacting jet.

ANÁLISE DO ESCOAMENTO DE JATOS SUPERSONICOS
EM AMBIENTES ISOTERMICOS

MARCOS JOSE MUNDIM, EMERCIO BATISTA CAMPOS
Centro de Pesquisas da USIMINAS; Ipatinga, MG
MAURI FORTES, RENATO MINELLI FIGUEIRA
Escola de Engenharia da UFMG; Belo Horizonte, MG

RESUMO

O comportamento de jatos supersônicos livres foi modelado, considerando-se o perfil adimensional de velocidades na sua seção transversal. Admitiu-se que o entranhamento da atmosfera ambiente é determinado por um coeficiente efetivo de entranhamento. O sistema de equações diferenciais foi resolvido pelo método de Runge-Kutta, e resultados experimentais da literatura foram utilizados para avaliação do coeficiente de entranhamento. Observou-se boa concordância entre os valores experimentais da velocidade no eixo do jato ao longo de sua trajetória e aqueles calculados pelo modelo.

INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento de jatos após a saída do bocal é importante para a compreensão de diferentes fenômenos, como a fluidodinâmica de chamas, dispersão de fumaças a partir de chaminés, agitação e misturamento em reatores e processos de refino por jatos de gases.

Na saída do bocal, um fluido em escoamento turbulento possui um perfil de velocidades aproximadamente plano. Ao interagir com o ambiente, as camadas externas do jato são desaceleradas e, ao mesmo tempo, o fluido circundante é arrastado para o seu interior. Esse processo de entranhamento acarreta o aumento de massa e do diâmetro e a redução da velocidade do jato.

O comportamento do jato pode ser analisado a partir das equações de Navier-Stokes para escoamento compressível; entretanto a sua solução é extremamente complexa. Modelos mais simples, baseados no conceito de coeficiente efetivo de entranhamento, têm sido frequentemente adotados (Escudier, 1972, 1975; Ricou e Spalding, 1961 e Steward, 1970). Normalmente considera-se que o escoamento seja pistonado, e que a taxa de entranhamento seja proporcional à velocidade de do jato, como proposto por Hoult e por Fay (cf. Escudier, 1972, 1975). Por outro lado, o comportamento dos jatos livres tem sido objeto de estudos de bancada por diferentes pesquisadores, como Lee et al. (1977), Koria e Lange (1984) e Chipheng et al. (1980).

No campo da siderurgia, o estudo do comportamento dos jatos supersônicos é de interesse para a compressão do processo de refino a oxigênio em convertedores LD. Normalmente se analisa apenas o comportamento do jato livre, em ambiente isotérmico; apenas mais recentemente tem sido dedicada maior atenção à ocorrência de reação química no interior do jato, envolvendo o fluido entranhado (Hirai et al., 1987 e Kato et al., 1988). Entretanto, a análise do escoamento do jato livre é a base de qualquer estudo mais completo.

O MODELO MATEMÁTICO DO JATO LIVRE

O modelo matemático desenvolvido para representar o comportamento do jato supersônico se baseia no conceito de uma taxa de entranhamento proporcional à velocidade do jato, como proposto por Hoult e por Fay (cf. Escudier, 1972, 1975). Entretanto, ao contrário desses autores, que consideram o escoamento como pistonado, o modelo adota o perfil gaussiano de velocidades na seção transversal do jato, como de-

terminado por diferentes pesquisadores (Koria e Lange, 1984):

$$u = U_0 \exp\left(-\ln 2 \frac{r^2}{r_0^2}\right) \quad (1)$$

com taxa de entranhamento proporcional à velocidade média u :

$$\dot{m}_e = 2\pi r \Delta s \bar{\alpha} u \quad (2)$$

As propriedades e velocidade iniciais do gás são determinadas pelo escoamento isentrópico em bocal convergente-divergente, assumindo-se que a pressão de estagnação corresponda ao projeto ideal do bocal; não existindo, assim, diferença de pressão entre o jato e o ambiente. Admite-se que o perfil de velocidade na seção transversal do jato evolua conforme o modelo representado na figura 1. Na região de jato potencial, a velocidade no eixo permanece constante, e igual à velocidade inicial. Opcionalmente pode-se considerar uma variação linear da velocidade no eixo, para representar a influência das ondas de choque presentes quando se opera o bocal fora das condições de projeto.

Três outras hipóteses são adotadas no modelo:

- os fluidos do jato e do ambiente são gases ideais com a mesma composição química;
- a temperatura e a densidade do gás não variam ao longo da seção transversal do jato;
- o fluido ambiente possui temperatura e densidade uniformes e constantes.

O balanço de massas nos diz que a taxa de variação da massa do jato ao longo de seu eixo é igual à taxa de entranhamento:

$$\frac{d\dot{m}}{ds} = \frac{\dot{m}_e}{\Delta s} = 2\pi r \rho_a \bar{\alpha} u \quad (3)$$

A equação de entranhamento pode ser modificada, como proposto por Ricou e Spalding (1961), para o caso de escoamentos com relação $\rho/\rho_a < 1$, introduzindo-se o fator $(\rho/\rho_a)^{1/2}$. Assim, virá:

$$\frac{d\dot{m}}{ds} = (\rho/\rho_a)^{1/2} 2\pi r \bar{\alpha} u \quad (4)$$

As equações de conservação de momentum permitem escrever:

$$\frac{d}{ds} (\dot{m} u \cos\theta) = 0 \quad (5)$$

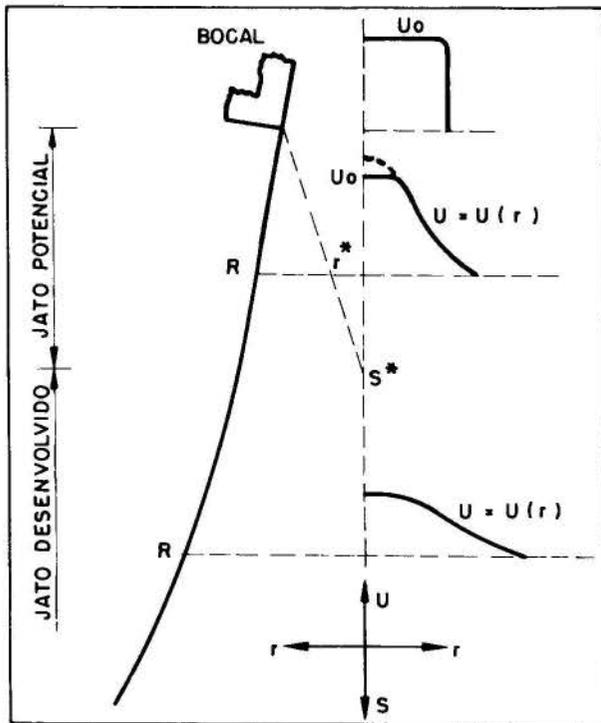


Figura 1 - Representação esquemática do perfil de velocidades do jato supersônico livre

$$\frac{d}{ds} (\dot{m} \bar{u} \sin\theta) = g\pi r^2 (\rho - \rho_a) \quad (6)$$

Da definição da entalpia do jato e do balanço de energia vem a equação:

$$\frac{d}{ds} (\dot{m} (\bar{C}_p T - h_a)) = -2\pi r \sigma \epsilon (T^4 - T_\infty^4) \quad (7)$$

Finalmente, duas outras equações diferenciais são obtidas da trajetória do eixo do jato:

$$\frac{dx}{ds} = \cos\theta \quad (8)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin\theta \quad (9)$$

O sistema de equações diferenciais (4) a (9) é resolvido por um método de Runge-Kutta de oitava ordem, a partir das condições iniciais na saída do bocal, definidas pelo escoamento no canal convergente-divergente. A cada incremento na trajetória do jato (s) são calculados os novos valores de \dot{m} , x, z, u, θ e T, resolvendo-se um sistema auxiliar de equações não lineares. O valor de ρ é calculado a partir da equação de estado dos gases ideais.

Determinação do Raio e do Perfil de Velocidades do Jato - O raio do jato e a velocidade no seu eixo são determinados, para cada ponto da trajetória, igualando-se o valor da velocidade de massa \dot{m} à integral da vazão mássica ao longo do raio, como definida pelo perfil de velocidades. Considera-se ainda que a relação R/r , seja igual a 3, conforme determinação experimental de Koria e Lange (1984). A integral, na região de escoamento potencial, deve ser dividida em duas, pois no interior do cone (figura 1) a velocidade é constante. Na região de jato livre o valor de R é dado pela equação:

$$R = \left[\frac{9 \ln 2}{2 \rho \pi} \frac{\dot{m}}{u} \frac{1 + \exp(-9 \ln 2)}{1 - \exp(-9 \ln 2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

A velocidade no eixo do jato será dada por:

$$U_0 = \frac{2 \bar{u}}{1 + \exp(-9 \ln 2)}$$

Na região inicial do jato, a velocidade no seu eixo é igual à velocidade na saída do bocal (ou dada por uma equação linear que representa o efeito das ondas de choque). Sendo u^* a velocidade no eixo do jato e R^* o valor do raio até onde ela se mantém, o valor de R é determinado pela solução da equação:

$$\dot{m} = \rho \pi (R^*)^2 u^* + \frac{\rho \pi R^2 u^*}{9 \ln 2} [1 - \exp(-9 \ln 2 (1 - \frac{R^*}{R})^2)]$$

ANÁLISE DO MODELO

A análise paramétrica do modelo permitiu evidenciar que o valor do coeficiente efetivo de entranhamento (α) é o fator determinante do comportamento do jato. Na literatura disponível não foram encontradas referências de valores de α para jatos supersônicos. Apenas Escudier (1972, 1975) cita valores de 0,13 e 0,11, obtidos para plumas de baixa velocidade. No caso de jatos de alta velocidade, entretanto, o coeficiente de entranhamento deve apresentar valores inferiores (Geiger e Poirier, 1973 e Chatterjee, 1972).

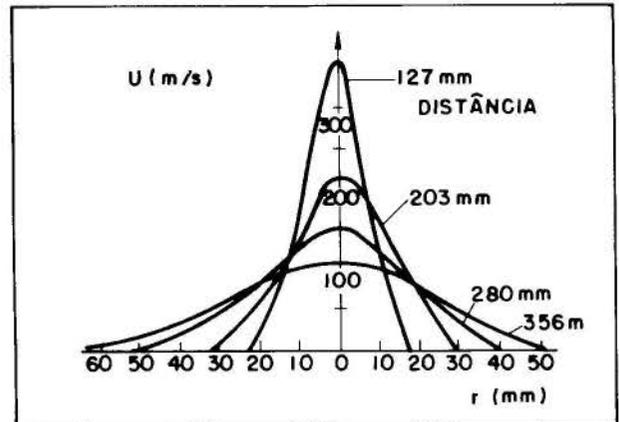


Figura 2 - Perfis de velocidade de jato supersônico, medidos por Lee et al. (1972)

Uma primeira avaliação do valor a ser adotado para o coeficiente de entranhamento foi realizada a partir da análise de resultados experimentais reportados por Lee et al. (1977), que estudou o comportamento de jatos supersônicos em bancada. A figura 2 mostra os perfis de velocidade medidos por Lee, para uma lança operando nas condições ideais de projeto. A partir desses resultados foi possível determinar a variação da massa do jato ao longo de sua trajetória, e compará-la aos valores calculados pelo modelo. Na avaliação da variação da massa do jato foram utilizados dois valores para a densidade do gás, correspondentes às temperaturas ambiente e de saída do bocal.

A figura 3 mostra os valores obtidos e as curvas calculadas pelo modelo, com diferentes valores de α . Verifica-se que o valor de α deve ser da ordem de 0,01 para se obterem resultados compatíveis com os dados experimentais.

Como a determinação da variação da massa ao longo da trajetória está mais sujeita a erros que a da velocidade no eixo do jato, esses resultados experimentais foram utilizados para se obter um valor mais correto para o coeficiente de entranhamento. Devido à grande variação de velocidade ao longo do jato, foi necessária a adoção de valores distintos para o coeficiente de entranhamento nas regiões super e subsônicas. Com os valores de $\alpha = 0,006$ (região supersônica) e $\alpha = 0,030$ (região subsônica) obteve-se excelente concordância entre os valores medidos e calculados da velocidade ao longo do eixo do jato, como mostra a figura 4.

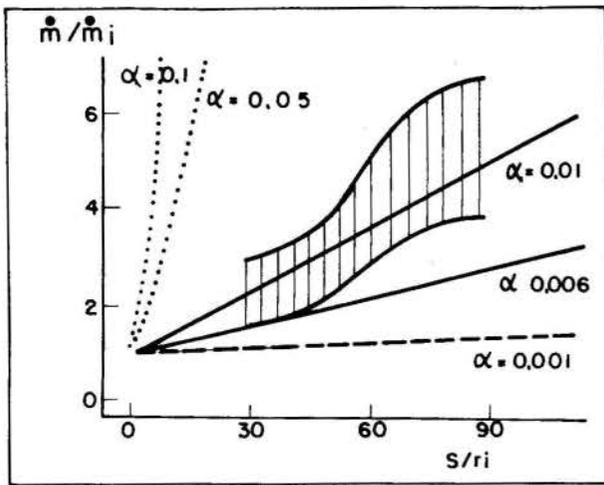


Figura 3 - Taxas de entranhamento calculadas pelo modelo, com diferentes valores de α , comparadas a valores experimentais de Lee et al. (1977)

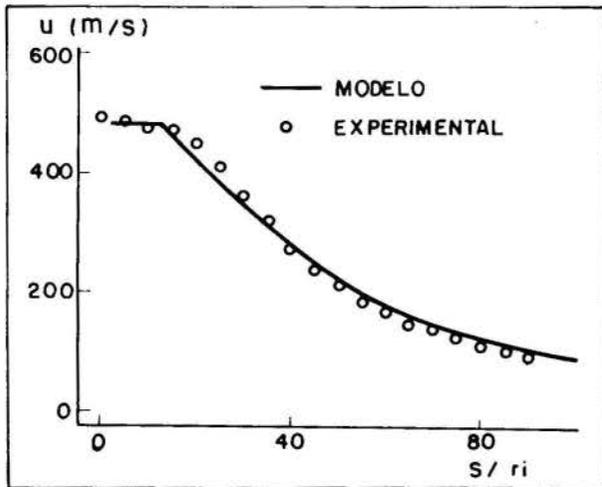


Figura 4 - Velocidade no eixo de jato supersônico - resultados calculados pelo modelo e experimentais de Lee et al. (1977)

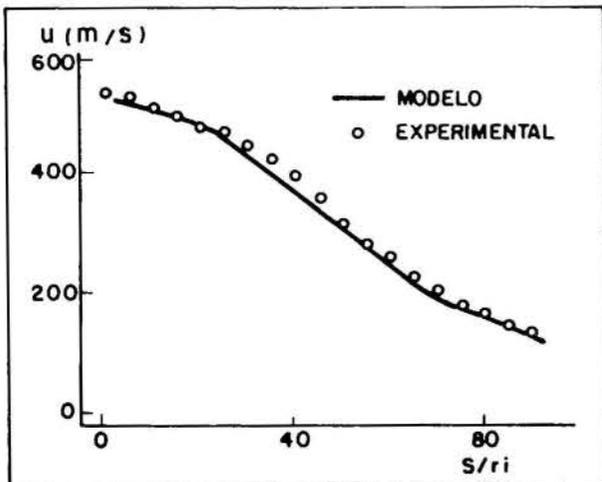


Figura 5 - Velocidade no eixo de jato supersônico - resultados calculados pelo modelo e experimentais de Lee et al. (1977)

Os resultados experimentais obtidos por Lee et al. (1977) com operação fora das condições de projeto do bocal foram comparados aos valores calculados considerando-se uma redução linear da velocidade no eixo do jato, na região potencial. Adotando-se essa redução de velocidade foi possível obter-se concordância total entre os valores calculados e medidos, como mostrado na figura 5.

CONCLUSÃO

O modelo matemático desenvolvido permite a análise do comportamento de jatos supersônicos em ambientes isotérmicos. A solução de um sistema de seis equações diferenciais, pelo método de Runge-Kutta, e de equações não-lineares auxiliares permite a determinação dos valores da densidade e temperatura do gás, da trajetória e diâmetro do jato e do perfil de velocidades na seção transversal do escoamento.

O fator determinante do comportamento do jato é o entranhamento da atmosfera ambiente para o interior do jato. Esse mecanismo é considerado no modelo através de um coeficiente efetivo de entranhamento.

O valor do coeficiente efetivo de entranhamento foi avaliado com base em resultados experimentais obtidos da literatura. A adoção dos valores 0,006 para a região supersônica e 0,030 para a região subsônica permitiu obter-se ótima concordância entre os valores medidos e calculados da velocidade ao longo do eixo do jato. Deve-se notar que os valores determinados para o coeficiente de entranhamento são substancialmente inferiores ao reportados na literatura para plumas de baixa velocidade.

BIBLIOGRAFIA

- . Chatterjee, A. "On Some Aspects of Supersonic Jets of Interest in LD Steelmaking". Iron and Steel; 627-634; dez. 1972.
- . Chipheng, T., Hong, T., Yun, L. e Weiseng, W. "The Multiple Jet Flow Characteristics of Dual-Flow Oxygen Lance for Post Combustion". Proc. Sixth Int. Iron and Steel Congress, 1; 402-406; ISIJ, Tokyo, 1990.
- . Escudier, M.P. "Aerodynamics of a Burning Turbulent Gas Jet in a Crossflow". Combustion Science and Tech., 4; 293-301; 1972.
- . Escudier, M.P. "Analysis and Observations of Inclined Turbulent Flame Plumes". Combustion Science and Tech., 10; 163-171; 1975.
- . Geiger, G.H. e Poirier, D.R. "Transport Phenomena in Metallurgy". Addison-Wesley Pub. Co.; Reading, Ma, USA; 1973.
- . Hirai, M., Tsujino, R., Mukai, T., Harada, T. e Omori, M. "Mechanism of Post Combustion in the Converter". Trans. ISIJ, 27; 805-813; 1987.
- . Kato, Y, Grosjean, J.-C., Reboul, J.-P. e Riboud, P. "Influence of Lance Design and Operating Variables on Post Combustion in the Converter with Secondary Flow Nozzles". Trans. ISIJ, 28; 288-296; 1988.
- . Koria, S.C., Lange, K.W. "An Experimental Study on the Behaviour of an Underexpanded Supersonic Gas Jet". Arch. Eisenhüttenwes, 55(9) : 427-432; 1984.
- . Lee, C.K., Neilson, J.H. e Gilchrist, A. "Correlation of the Decay Characteristics of Jets from Multi-Nozzle Oxygen Lances with the Performance of the Charge in Steel Converters". Iron and Steel Int.; 175-184; jun. 1977.

Ricou, F.P. e Spalding, D.B. "Measurement of Entrainment by Axisymmetrical Turbulent Jets". J. Fluid Mech., 9 (21); 21-32; 1961.

Steward, F.B. "Prediction of the Height of Turbulent Diffusion Buoyant Flames". Combustion Science and Tech., 2; 203-212; 1970.

SIMBOLOGIA

u, U_0, \bar{u}	- velocidades
\dot{m}	- velocidade de massa
\dot{m}_e	- taxa de entrainment
ρ, ρ_a	- densidades
R	- raio de jato
s	- coordenada ao longo da trajetória do jato
θ	- ângulo da trajetória com a vertical (z)
C_p	- calor específico
T	- temperatura
r, x, z	- coordenadas

ANALYSIS OF THE FLOW CHARACTERISTICS OF SUPERSONIC JETS IN ISOTHERMAL ATMOSPHERES

A jet of a fluid discharging at high velocity in an atmosphere in which it is miscible is diluted as a result of the turbulent entrainment process. The understanding and mensuration of this process is important to the analysis of different phenomena such as: the fluidodynamics of flames, dispersion of pollutants, agitation and mixing in reactor vessels, etc. Of particular interest to the steelmaker is the behavior of the oxygen jet issuing from the refining lance.

A mathematical model was developed to describe the supersonic jet. The model assumes a transversal velocity profile defined by the equation

$$u = U_0 \exp[-\ln 2 \left(\frac{r}{r_{\frac{1}{2}}}\right)^2]$$

and an entrainment rate proportional to the mean velocity

$$\dot{m}_e = 2\pi r \Delta s \alpha \bar{u}$$

From the mass, momentum and energy balances, systems of differential equations and auxiliary non-linear equations were deduced. The differential equations were solved using an 8th order Runge-Kutta method. The iterative solution of the auxiliary system of non-linear equations permits the determination of the flow parameters along the jet trajectory.

The parametric analysis indicated the predominant influence of the effective entrainment coefficient α upon the jet behavior. Experimental results from the literature were used to evaluate it; and values of 0.006 for the supersonic core, and 0.030 in the subsonic region, were found. These results are much lower than the values reported by Escudier in relation to low velocity plumes.

The calculated values of the velocity in the jet axis, along its trajectory, were in good agreement with the experimental results reported in the literature.

ANALYSIS OF HEAT TRANSFER IN A THREE-ZONE CONTINUOUS REHEATING FURNACE

Paulo Murillo de Souza Araújo & Francisco Eduardo Mourão Saboya
 Department of Mechanical Engineering - Pontifical Catholic University - RJ
 Adelmo Crespo Machado
 Companhia Siderúrgica Nacional

SUMMARY

A numerical solution has been obtained for the problem of reheating slabs or blooms in a continuous furnace, considering the case of slabs initially at room temperature or, alternatively, the case of hot charging. The furnace has three distinct zones, namely pre-heating, heating and homogenization zones, in which the slab is subjected to different incident radiation levels. The furnace thermal performance is analysed under several operational conditions. Some parameters, as the temperature non-homogeneity across the slab and the thermal efficiency of the furnace are checked when the production rate and the incident radiation levels are allowed to vary.

INTRODUCTION

Most of the steelworks have a hot rolling section, where steel slabs undergo a drastic reduction in width and steel blooms are adjusted through appropriated laminations, in order to produce rails, beams, bars, and so on. It is common practice before the subsequent operations to store the semifinished products in storage yards for a period which depends upon specific requests from the rolling section. Thus, it is necessary to reheat the slabs in the continuous reheating furnaces, where they are charged in a sequential manner. For example, a typical reheating furnace of CSN, the Companhia Siderúrgica Nacional of Brazil, has three zones (preheating, heating and homogenization zones) through which the slabs move until a temperature of about 1200 °C is reached. The fuel consumption of these furnaces is of order of 40 kg of fuel oil or 40 m³ of natural gas for each metric ton of steel, thus consisting in a meaningful portion of the total energy expenditure of the steelworks.

The above-described heat transfer processes constitute in fact an object of deep concern, not only when evaluating the total costs of final products, but also when looking for an adequate quality control of these products. Considering the high costs and the difficulties which arise in experimental investigations of these high-temperature processes, their numerical simulation seems to represent a practicable way to evaluate the heat transfer characteristics to such furnaces.

This paper is concerned with a numerical analysis carried out to determine the influence of the furnace production rate and of the incoming radiation levels on several heat transfer parameters. They are the degree of temperature non-homogeneity in the slab cross section when it emerges from the furnace, the temperature level of the slab at the exit and the thermal efficiency of the furnace. The physical model used assumes a three-zone continuous reheating furnace and the radiation level in each zone is closed related to the fuel consumption.

ANALYSIS

Several hypotheses must be made to correctly describe the problem. They are set up in conjunction with figure 1, where the geometry and the coordinate frame are shown. The reference frame is attached to the furnace walls and not to the slab. The main hypotheses are as follows: (i) the slab velocity V is constant, so that a steady state can be considered to

prevail with respect to the chosen coordinates; (ii) the temperature distribution in the slab is two-dimensional, $T(x, y)$; (iii) the steel physical properties are supposed not to vary with temperature, thus restricting the problem non-linearities to the radiation boundary conditions; (iv) in each zone of the furnace there is a direct, normal and axially uniform incident radiation on the slab, as expressed by H_p, H_a and H_h in figure 1; (v) the internal energy generation in the slab is not considered, in spite of the oxidation phenomenon which occurs at the surface; (vi) there are both geometrical and thermal symmetry with respect to the plane $y = e/2$, being e the slab thickness; (vii) the axial heat conduction, i.e., along the x direction, is not negligible; (viii) the gases inside the furnace are considered as radiative non-participating media and have a constant and prescribed temperature T_g ; (ix) the boundary condition at the slab surface ($y = 0$) is expressed as a heat balance, including the conduction heat flux, heat convection with the atmosphere (either the air at T_∞ outside the furnace or the gases at T_g inside it), radiation emitted by the slab, $\epsilon\sigma T^4$, and incident radiation inside the furnace; (x) the convective heat transfer coefficients h_i, h_e and h_b , respectively that inside the furnace and those outside it, at the slab surface $y = 0$ and at the border $x = L_d$, need to be estimated "a priori", to be used in the boundary conditions.

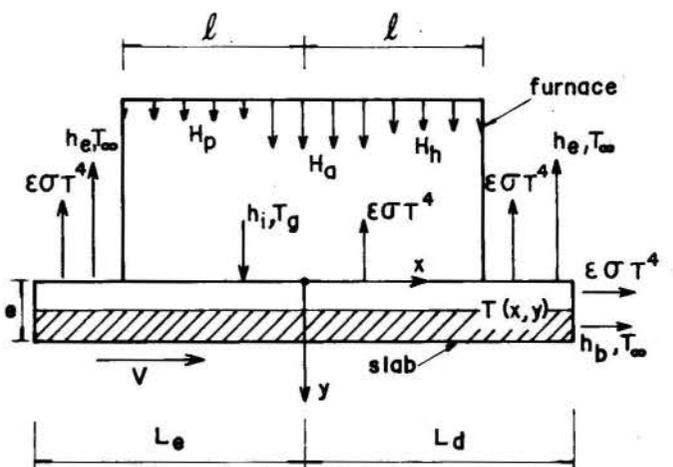


Figure 1. Schematic view of a three-zone continuous furnace.

The above-mentioned hypotheses lead to a formulation for the problem in the form of the heat conduction equation

$$\rho c V \frac{\partial T}{\partial x}(x, y) = k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}(x, y) \right], \quad (1)$$

subjected to the boundary conditions

$$-k \frac{\partial T}{\partial x}(-L_e, y) = 0 \quad \text{or} \quad T(-L_e, y) = T_q; \quad (2a, b)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x}(L_d, y) = \epsilon \sigma T^4(L_d, y) + h_b [T(L_d, y) - T_\infty]; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x, e/2) = 0; \quad (4)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) = \alpha H - \epsilon \sigma T^4(x, 0) + h_i [T_g - T(x, 0)], \quad (5)$$

if $-\ell \leq x \leq \ell$, for a furnace length 2ℓ , or

$$-k \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) = -\epsilon \sigma T^4(x, 0) + h_e [T_\infty - T(x, 0)], \quad (6)$$

when $\ell < x \leq L_d$ or $-L_e \leq x < -\ell$. In equation (1) ρ, c and k are, respectively, the density, heat capacity and thermal conductivity of the slab and V is its uniform velocity with respect to the furnace walls. In equations (3), (5) and (6) ϵ and α are, respectively, the slab emissivity and absorptivity. The incident radiation flux H in equation (5) must assume the values H_p, H_a and H_h in the pre-heating, heating and homogenization zones, respectively. The boundary conditions (2a,b) take into account the two cases of interest. If the slab is initially at room temperature, there must be a length $x = -L_e$, so that heat conduction will be negligible beyond it. For the case of hot charging, a temperature T_q must be prescribed at that section.

It can be seen that the radiation emitted by the slab is considered as entirely lost. This is, of course, not true. In fact, if this assumption has not been made, another heat balance would be necessary, this time for the furnace walls, whose geometry and properties would become relevant to the solution of the problem. On the other hand, this idealization, if made simultaneously with hypothesis (iv), implies in two antagonistic overestimations, which somehow compensate each other.

Also a somewhat simpler problem can be formulated, considering that beyond $x = L_d$, a value to be determined, axial conduction is also negligible. In this case, the boundary condition (3) is replaced by another, similar to boundary condition (2a). This problem was solved by Machado (1989), who has pointed out the increasing difficulty which arises in the numerical solution, when dealing with higher velocities V . In fact, the length L_d grows fastly with V , thus widening the solution domain. So, boundary condition (3) must be preferably used. The determination of L_e through boundary condition (2a) is easier, because L_e decreases slowly with increasing velocities.

In the present work the convective heat transfer coefficients have been evaluated through empirical correlations supplied by Gebhart (1971). Particularly, the coefficient h_i is resultant of combined free and forced convection of the furnace gases and must be determined through a specific correlation suggested

by Trinks (1961) in the form

$$h_i = 5.68 + 3.14 \rho_g V_g, \quad (7)$$

where ρ_g is the gas density in kg/m^3 , V_g is the gas velocity in m/s and h_i is given in $W/(m^2 \text{ } ^\circ C)$.

Due to the great number of involved parameters it is imperative to reduce it, employing non-dimensional groups. Therefore, the formulation of the problem was rewritten in terms of the non-dimensional temperature θ and coordinates X, Y , given by

$$\theta(X, Y) = \frac{T_g - T(x, y)}{T_g - T_\infty}; \quad X = \frac{x}{\ell}; \quad Y = \frac{2y}{e}. \quad (8), (9), (10)$$

In doing so, the number of non-dimensional parameters to be specified has been seen to vary from eight to thirteen, depending on the complexity of the problem. For example, if the incident radiation flux is considered as uniform throughout the furnace ($H_p = H_a = H_h = H$), a case analysed by Machado et al. (1989) and if boundary condition (2a) is adopted, there are eight parameters as follows: the Peclet number $Pe = \rho c V e / k$, the absolute temperature ratio T_g / T_∞ , three Biot numbers $h_i e / k, h_e e / k$ and $h_b e / k$, the geometric ratio e / ℓ , the non-dimensional absorbed radiation Φ and the non-dimensional emitted radiation Ψ . These two last are defined by

$$\Phi = \frac{\alpha H}{\frac{k}{e}(T_g - T_\infty)}; \quad \Psi = \frac{\epsilon \sigma T_\infty^4}{\frac{k}{e}(T_g - T_\infty)}. \quad (11), (12)$$

If the hot charging case is desired to simulate, the temperature $\theta_q = (T_g - T_q) / (T_g - T_\infty)$ is also relevant to the solution. If $H_p \neq H_a \neq H_h$, two more Φ parameters appear. Finally, it is possible to imagine three gas temperature levels, one for each furnace zone, T_{gp}, T_{ga} and T_{gh} . Now if T_g is replaced by T_{ga} in the preceding groups, the ratios $(T_{gp} - T_\infty) / (T_{ga} - T_\infty)$ and $(T_{gh} - T_\infty) / (T_{ga} - T_\infty)$ complete thirteen non-dimensional groups.

Though a complete analysis would require a wide variation of all involved parameters, it was found that only a few of them are really important. In all studied problems the relevant parameters are the Peclet number, associated to the furnace production rate, the ratio e / ℓ and the Φ parameters, which can be translated into terms of fuel consumption. The Biot numbers have shown a very narrow range of industrial interest and are usually small. Due to these high convective resistances, all temperature ratios have shown little influence on the solution, mainly for high values of Φ . The Ψ parameter represents the surface emissivity of the steel slab. If this surface is not very irregular, it is possible to assume $0.6 \leq \epsilon \leq 0.8$, depending upon its oxidation degree. The temperature profiles obtained in the corresponding range of Ψ did not vary significantly. On the other hand, variations in θ_q have lead to interesting conclusions. Henceforward in this paper the following fixed values are implicitly referred: $T_g / T_\infty = 5.28, \Psi = 1.17 \times 10^{-3}, h_i e / k = 0.044, h_b e / k = 0.05$ and $h_e e / k = 0.019$ or 0.032 (before or after the furnace, respectively).

In spite of the considerable amount of work related to the numerical solution of the problem, no details of it will be given here, in the sake of conciseness. The well-known finite difference method, with the control volume approach (Patankar, 1980) was used in the solution. Readers are requested to refer to the works of Machado (1989) and of Machado et al. (1989) for further information. Instead of this, attention will now be focused on the results and their industrial relevancy.

RESULTS AND DISCUSSION

Although the Peclet number Pe is used in the results as an input datum, its values can be easily interpreted as the furnace production rate, if the dimensions and physical properties of the steel slab are established once for all. For a slab cross section $z \times e$ and thermal properties ρ, k and c , the furnace production rate is given by $\rho V e z$ or by $k Pe z/c$. Taking realistic data from the Companhia Siderúrgica Nacional (1986), it is found that the production rate in t/h is given by $6.73 \times 10^4 V$, for V in m/s , or $2.23 Pe$. A similar association between the Φ parameters and the fuel consumption is not so simple and will not be given here.

Some of the more significant results for the case where $H_p = H_a = H_h = H$ have been recently published (see Machado et al., 1989). Only one of these is now reproduced, due to incorrectness of that reference. So, it is possible to observe in figure 2 the influence of the production rate on the penetration depth of thermal effects for $e/l = 0.0147$ and $\Phi = 0.681$. Through the examination of the isotherms corresponding to $\theta = 0.216$ or $T - T_\infty = 1000 K$, it is evident the conclusion that if this temperature is desired at the slab central plane and at the furnace exit, there is only one Pe which makes it possible ($Pe = 157.1$), that is, a production rate of $350 t/h$. The temperature ratio $\delta = (\theta_c - \theta_s)/(1 - \theta_s)$, where $\theta_c = \theta(1,1)$ and $\theta_s = \theta(1,0)$, is sometimes called the degree of temperature non-homogeneity at the exit and measures the heat transfer penetration depth in the slab.

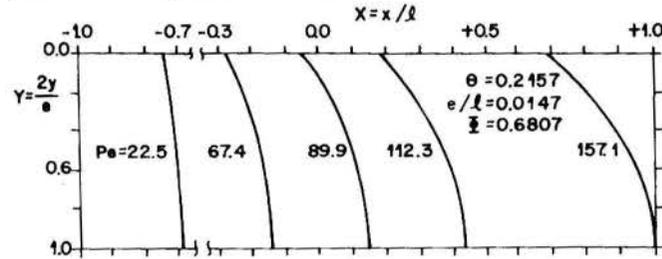


Figure 2. Isotherms $T - T_\infty = 1000 K$ or $\theta = 0.216$ for several Peclet numbers in the case of uniform incident radiation.

To simulate the three-zone continuous furnace, the incoming radiation levels H_p, H_a and H_h have been first prescribed following the general tendency to use $H_a > H_h > H_p$. This is, according to Carrow (1980), a common practice in Europe and in Japan. The numerical values of the radiation influxes are cited in figure 3. The zone lengths, also reproduced in figure 3, correspond to those of a real furnace (CSN, 1986). In figure 3 and also in table 1 are presented the results of this simulation. Figure 3 is a plot of the slab surface, mean and central absolute temperatures along the furnace length for $Pe = 110$, while in table 1 the influence of the production rate can be observed, held constant all the other input parameters. In table 1 T_s, T_c and \bar{T} are the slab surface, central and cross section mean temperatures, respectively. Also presented are the temperature non-homogeneity degree at the exit, δ , and the efficiency ϵ of the heat transfer process to the slab. For the present purposes, this efficiency is defined as the ratio of the net energy received by the slab to the total available energy, including both incoming radiation and convective heat flux from the furnace gases. In the computation of the net energy received by the slab, only the losses inside the furnace were considered. Radiation and convection losses outside the furnace do not contribute to the efficiency calculations, which are representative of the furnace itself.

Considering that it is usually desired to have $\delta \leq 2\%$ and a mean exit temperature in the range $1473 K \leq \bar{T} \leq 1523 K$,

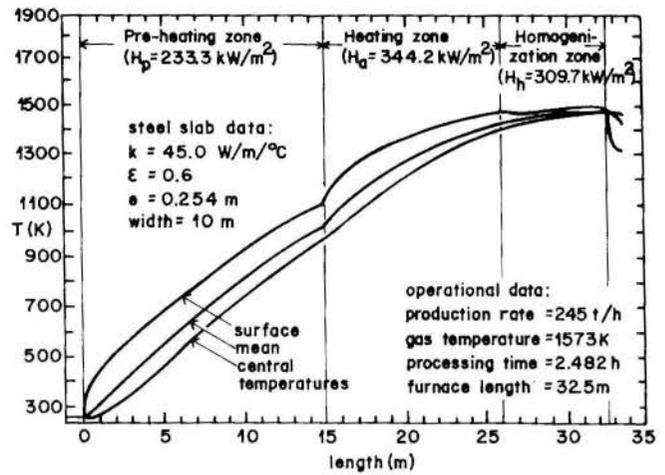


Figure 3. Distribution of surface, mean and central temperatures of a steel slab in a three-zone continuous furnace with $Pe = 110$.

Table 1. Furnace performance under several Peclet numbers. All other input data as in figure 3. Temperatures given in K.

Pe	production rate (t/h)	end of pre-heating		end of heating		end of homogenization			δ (%)	ϵ (%)
		T_s	T_c	T_s	T_c	T_s	T_c	\bar{T}		
70	155.8	1318	1234	1542	1531	1530	1531	1531	-0.126	35.5
90	200.3	1222	1101	1513	1478	1519	1512	1515	0.575	44.9
110	244.8	1132	984	1471	1406	1498	1475	1484	1.875	53.3
130	289.3	1053	887	1421	1325	1469	1426	1441	3.678	60.7

table 1 shows that $Pe = 110$ is very close to its optimum value for those given radiation levels. In fact, the presently simulated real furnace has a usual production capacity of $250 t/h$ (CSN, 1986). Higher Pe would imply in lower \bar{T} and in excessive values of δ , while lower Peclet numbers mean a bad use of the furnace, in view of its efficiency. For a detailed analysis of the influence of Pe and Φ on the furnace efficiency ϵ , see the work of Machado (1989).

The common practice of using $H_a > H_h > H_p$ has been also checked. Two alternative heating plans have been simulated, keeping $Pe = 110$, the total radiant energy expenditure ($H_t = 9300 kW$ per meter of slab width, as in figure 3 and table 1) and the other data as before. In the first plan, the incident radiation in each zone was changed to have $H_p > H_a > H_h$ and in the second the case $H_p < H_a < H_h$ was simulated. The results are shown in the second and third lines of table 2, with the results of figure 3 put in the first line, for comparison. The first plan has caused the diminution of the exit mean temperature and of the furnace efficiency with a somewhat better non-homogeneity degree δ . The results of the second plan, if

Table 2. Influence of different zone radiation levels on the furnace performance, for constant total radiation level and production rate ($H_t = 9300 kW/m, Pe = 110$). Temperatures given in K.

Plan	$H_p (kW/m^2)$	$H_a (kW/m^2)$	$H_h (kW/m^2)$
basic	233.3	344.2	309.7
first	344.2	238.1	233.3
second	233.3	323.8	344.2

Plan	end of pre-heating		end of heating		end of homogenization			δ (%)	ϵ (%)
	T_s	T_c	T_s	T_c	T_s	T_c	\bar{T}		
basic	1132	984	1471	1406	1498	1475	1484	1.875	53.3
first	1343	1215	1397	1375	1411	1402	1405	0.840	50.1
second	1129	984	1455	1385	1522	1486	1499	2.981	54.0

compared with those of figure 3, show a worse δ , a slightly better ϵ and the growth of the exit temperature. The conclusion is that both plans do not constitute an improvement in the operational conditions.

The hot charging practice, treated by the boundary condition (2b), is widely used in the Japanese siderurgy and at progressively higher temperature levels. In Brazil it is a still incipient technic. It aims at productivity profits and/or reduction of the furnace fuel consumption. The hot charging temperature T_q depends upon the period and conditions in the storage yard. This kind of problem has also been investigated and, in order to make comparisons with the newly commented results, furnace exit conditions have been established, which must be close to those of figure 3, that is $\bar{T} = 1484 \pm 3 \text{ K}$ and $\delta \leq 2\%$. Two procedures have then been adopted: (i) holding the same production rate of 244.8 t/h, the radiation fluxes $H_a = 344.2 \text{ kW/m}^2$ and $H_h = 309.7 \text{ kW/m}^2$ and the same other input data, only the pre-heating zone incident radiation H_p has been reduced, to compensate the higher entrance temperature, thus obtaining the prescribed exit conditions; (ii) holding the same H_p, H_a and H_h fluxes and the other input data as cited in figure 3, only the production rate has been augmented to get those exit conditions.

The main results of procedure (i) are transcribed in table 3, for several hot charging temperatures T_q and their corresponding H_p fluxes. It is shown that the furnace efficiency decreases with increasing T_q . This effect was expected because, in spite of a lower available radiation, the internal losses increase with T_q . The same tendency was pointed out by Etienne et al. (1988), though these authors have used a different simulation model.

Table 3. Effects of hot charging on the furnace performance with $Pe = 110$, $H_a = 344.2 \text{ kW/m}^2$ and $H_h = 309.7 \text{ kW/m}^2$. Temperatures given in K.

T_q	H_p ($\frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$)	end of pre-heating		end of heating		end of homogenization			δ (%)	ϵ (%)
		T_s	T_c	T_s	T_c	T_s	T_c	\bar{T}		
Eq. (2a)	233.3	1132	984	1471	1406	1498	1475	1484	1.875	53.3
473	183.4	1119	1004	1473	1409	1499	1477	1485	1.823	47.8
673	137.3	1101	1014	1473	1410	1499	1477	1485	1.823	41.7
773	114.3	1089	1016	1472	1409	1499	1477	1485	1.840	38.2

With respect to procedure (ii), table 4 resumes its main results. According to this table, the efficiency ϵ falls again when using higher T_q . But now this disadvantage is compensated by the growth of the production rate. These results are again qualitatively in accordance with those of Etienne et al. (1988).

Table 4. Effects of hot charging on the furnace performance with $H_p = 233.3 \text{ kW/m}^2$, $H_a = 344.2 \text{ kW/m}^2$ and $H_h = 309.7 \text{ kW/m}^2$. Temperatures given in K.

T_q	Pe	end of pre-heating		end of heating		end of homogenization			δ (%)	ϵ (%)
		T_s	T_c	T_s	T_c	T_s	T_c	\bar{T}		
Eq.(2a)	110	1132	984	1471	1406	1498	1475	1484	1.875	53.3
473	121	1194	1067	1476	1415	1498	1476	1484	1.871	48.5
673	132	1248	1140	1483	1425	1500	1478	1486	1.792	42.6
873	152	1287	1197	1483	1425	1497	1474	1482	1.967	36.9

Considering that the total radiant energy expenditure was maintained in 335 GJ/h during these last simulations, figure 4 shows, for the case of hot charging, a furnace operation curve which was built with simulation data. Etienne et al. (1988) have also proposed a hot charging operation curve for a total energy expenditure of 400 GJ/h. In spite of the unequal data and models, there is a quite reasonable accordance between both curves.

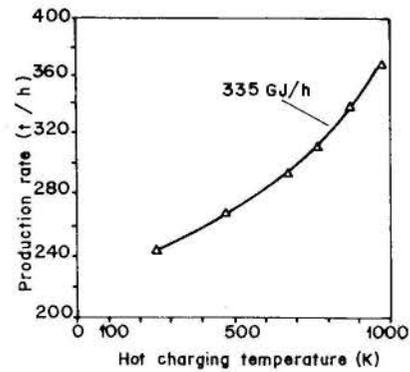


Figure 4. A hot charging operation curve for the reheating furnace.

FINAL CONCLUSIONS

1. For fixed radiation levels and slab thickness there is a narrow optimum production rate range to get the desired exit conditions.
2. The best distribution of the three zone radiation levels seems to be that with $H_a > H_h > H_p$, for a given total radiant energy expenditure.
3. In the case of a possible adaptation of a traditional reheating furnace to the hot charging of slabs, this must be preferably followed by a higher furnace production rate.

ACKNOWLEDGEMENTS

The present work was supported by the Secretary of Science and Technology of the Presidency of the Republic of Brazil. The third author wishes to express his gratitude to the Companhia Siderúrgica Nacional, which has made this work possible.

REFERENCES

- Carrow, C., "Energy Management in Reheating Furnaces", *Iron and Steel Engineer*, pp. 52-59, Feb. 1980.
- C.S.N. - Companhia Siderúrgica Nacional, "Análise do Desempenho Térmico do Forno de Reaquecimento de Placas do Laminador de Tiras a Quente nº2" (in portuguese), Internal Report, Mar. 1986.
- Etienne, A., van der Hove, C. and Baumal, J.P., "Effects of Hot Charging on the Energy Consumption in the Slab Reheating Furnace", *Metallurgical Plant and Technology*, Vol. 4, pp. 39-43, 1988.
- Gebhart, B., "Heat Transfer", McGraw-Hill Company, New York, 1971.
- Machado, A.C., "Numerical Analysis of Heat Transfer in a Steel Slab Submitted to Heating in a Continuous Furnace", (in portuguese), M.S. Thesis, Pontifical Catholic University, Rio de Janeiro, 1989.
- Machado, A.C., Araújo, P.M.S. and Saboya, F.E.M., "Numerical Analysis of Heat Transfer to Steel Slabs during Reheating Processes in Continuous Furnaces", *Proceedings of the 10th. Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, Vol. I, pp. 233-236, Rio de Janeiro, 1989.
- Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill Company, New York, 1980.
- Trinks, W. and Mawhinney, M.H., "Industrial Furnaces", Vol. I, 5th. edition, John Wiley & Sons, New York, 1961.

Modelagem Matemática para Troca de Calor num Leito Poroso Reativo Gás-Sólido

Hélio Marques Kohler, Roberto José de Carvalho e José Carlos D'Abreu
Departamento de Ciências dos Materiais e Metalurgia
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Rua Marquês de São Vicente, 225 - 22453 Rio de Janeiro RJ, Brasil

RESUMO

Um modelo matemático foi desenvolvido para representar a troca de calor num leito poroso reativo gás-sólido (pelotas) em contra-corrente. O modelo é baseado nos princípios de fenômenos de transporte e cinética de reações heterogêneas e é capaz de descrever quantitativamente as trocas térmicas e as conversões químicas ocorrentes no sistema. Os resultados do modelo estão na forma de perfis axiais das temperaturas do gás, da superfície externa e de vários pontos localizados no interior das pelotas, além do perfil axial de conversão dos sólidos em função das variáveis do sistema. O modelo será usado tanto para investigar a influência de variáveis do processo no desempenho de reatores de cuba industriais como para determinar as principais características de operação destes reatores.

INTRODUÇÃO

A transferência de calor entre um gás e um leito granular reativo de partículas é um fenômeno complexo onde as trocas térmicas se dão tanto entre o gás e o leito e, portanto, externamente às partículas como no interior das partículas. As trocas térmicas internas às partículas são governadas pela composição, granulometria, porosidade e condutividade destas, parâmetros que, geralmente, variam amplamente durante o processo. Além disso, ocorre uma má distribuição no escoamento do gás causada por turbulência e mistura devido a presença dos sólidos. Assim, perfis não uniformes de temperatura e concentração são obtidos tanto na direção axial como na direção radial do leito levando a variações nas conversões químicas nas duas direções (Elliott, 1963 e Quidley, 1986).

Da mesma forma, a quantidade de dados disponíveis a respeito de velocidades de reações químicas é pequena, fazendo com que experimentos de laboratório sejam frequentemente um complemento essencial à elaboração do modelo (Szekely et al., 1988).

No desenvolvimento de processos complexos existem vantagens óbvias de se relacionar o comportamento do reator com as variáveis operacionais em termos quantitativos através da modelagem matemática (Venkateswaran e Brimacombe, 1977). Neste sentido, modelos matemáticos de reatores industriais contínuos de leito móvel nos quais sólidos reagem com um gás que escoam em contra-corrente tem sido utilizados para prever o comportamento dos reatores, resultando num aumento do conhecimento básico e permitindo a análise e controle dos processos.

Neste trabalho, a modelagem matemática da troca de calor num leito poroso reativo gás-sólido no qual os sólidos (pelotas) se movem em contra-corrente em relação ao gás é apresentada. Esta fenomenologia é de grande importância para os processos metalúrgicos que empregam fornos de cuba. O objetivo do modelo matemático é prever a velocidade global de conversão das pelotas num forno em escala semi-piloto de modo a auxiliar na interpretação dos resultados de testes que vem sendo executados neste forno e na seleção de novas condições operacionais. Isto, por sua vez, poderá levar a se atingir mais rapidamente a operação ótima do forno e ao estabelecimento de critérios confiáveis para o aumento de escala. Estas foram as principais motivações do trabalho, que foi conduzido em cooperação com uma indústria metalúrgica nacional. Neste contexto, resultados do modelo mostrando o efeito de algumas variáveis operacionais são apresentados e discutidos.

MODELO MATEMÁTICO

Para o modelamento, foi definida uma estratégia discretizante devido, principalmente, a complexidade dos fenômenos envolvidos. Assim, as equações diferenciais que descrevem estes fenômenos devem necessariamente ser resolvidas numericamente. Além disso, o método discreto possui indiscutível flexibilidade uma vez que permite a introdução posterior de fenômenos ainda não considerados no modelo como, por exemplo, os mecanismos completos das reações químicas nas pelotas auto-redutoras ou, alternativamente, a eliminação de processos pouco influentes no comportamento cinético destas pelotas como, por exemplo, a decomposição

do calcário, sem que isto traga modificações dos algoritmos fundamentais.

Basicamente, o processo discretizante envolve a análise e quantificação do comportamento de uma pelota num leito de geometria cilíndrica como descrição da fenomenologia de trocas de calor e reações químicas. Para tal, o leito foi dividido em elementos (fatias) horizontais com altura aproximadamente igual ao diâmetro de uma pelota. Cada elemento do leito é suposto em estado estacionário. O tempo de residência de uma pelota isolada no elemento é determinado pela velocidade de alimentação dos sólidos no leito. A pelota é relacionada ao tempo de residência por meio da difusividade térmica local do sólido. Foi concebido um esquema de trocas térmicas no qual à medida em que a casca mais externa recebe calor por convecção do gás, as cascas internas trocam calor entre si por condução. Adicionalmente, ocorrem reações químicas na pelota levando a conversões progressivas do sólido. Os fluxos de calor envolvidos nestas reações foram calculados e incorporados ao balanço de energia do sólido. O balanço de energia da fase gasosa compreendeu a convecção do gás na direção axial do leito e levou em conta a expansão do fluido devido aos gradientes axiais de pressão e temperatura. A equação de Ergun (Ergun, 1952) foi usada para descrever o escoamento do gás através do leito sob um gradiente axial de pressão. Os requisitos térmicos do gás foram determinados incluindo-se as perdas de calor para o ambiente externo ao leito. Desse modo, a temperatura do gás era sempre corrigida. O fluxo total de gás escoando através do elemento foi dividido geometricamente entre todas as pelotas nele residentes. A quantidade de gás que banha uma única pelota e as variações axiais das propriedades físico-químicas do gás e dos sólidos foram calculadas.

As seguintes suposições foram feitas:

- i. Não foram consideradas as trocas térmicas radiais entre gás e sólidos, somente as axiais por convecção (problema unidimensional). A radiação foi desprezada na zona superior do leito devido às baixas temperaturas reinantes. Na zona inferior do leito, no caso das pelotas, a trajetória livre para radiação é muito curta em relação às dimensões do leito (diâmetro aproximadamente igual a 0,5 m) (Elliott, 1963);
- ii. Gás e sólidos escoam em fluxo tubular axial;
- iii. Teores baixos de matéria volátil são típicos dos carvões utilizados na confecção de pelotas auto-redutoras, o que permite negligenciar o calor envolvido na desvolatilização do carvão e na combustão dos voláteis;
- iv. O teor de umidade das pelotas auto-redutoras é normalmente muito pequeno. Desta forma, o calor envolvido na secagem das pelotas foi ignorado;
- v. O modelo admite pelotas secas, carvão com baixo teor de voláteis, ar seco e alta eficiência na queima do CO para CO₂ nas zonas inferiores do leito, logo, não foram consideradas a pré-redução das pelotas pelo H₂ e pelo CO do gás;
- vi. Contato pontual entre as pelotas e entre as pelotas e a parede do leito;
- vii. A temperatura da parede é igual a temperatura da superfície dos sólidos em cada altura do leito;

- viii. O comportamento do gás é ideal. Esta hipótese se justifica pelas altas temperaturas e pressão atmosférica ocorrentes no gás;
- ix. Foi considerado um estado pseudo-estacionário no leito, admitindo-se em cada elemento do leito estado estacionário;
- x. Não existem reações químicas no gás;
- xi. Não foi considerado o transporte de entalpia do gás para as pelotas;
- xii. As pelotas são esferas perfeitas ($\psi = 1$);
- xiii. As pelotas foram divididas em cascas isotérmicas e isocomposicionais de mesma dimensão radial. A espessura destas cascas é proporcional a raiz quadrada da difusividade térmica local;
- xiv. Durante o tempo de residência da pelota em cada elemento do leito, os fenômenos de convecção, condução e reação química foram considerados sequencialmente e nesta ordem;
- xv. O gás foi dividido geometricamente entre as pelotas de um elemento do leito;
- xvi. A viscosidade do gás variou linearmente com sua temperatura;
- xvii. A pressão interna da pelota foi considerada constante;
- xviii. A pelota é composta inicialmente de minério de ferro, carvão e calcário.

O equacionamento do modelo foi dividido em duas partes: fora e dentro da pelota.

Externamente à pelota, o equacionamento envolve os cálculos das propriedades e distribuição do gás e das trocas térmicas por convecção entre o gás e os sólidos.

O equacionamento interno à pelota envolve a determinação da distribuição das camadas (baseada na difusividade térmica), das propriedades dos sólidos, das trocas térmicas tanto internamente por condução como externamente com o gás por convecção e as reações químicas (calores das reações químicas).

Os cálculos realizados iterativamente consistiram, assim, das seguintes etapas:

- i. Estabelecimento das condições de contorno (temperatura e composição do gás e sólidos no topo do leito, velocidade do gás, velocidade de alimentação e diâmetro dos sólidos);
- ii. Cálculo de todas as propriedades do gás na temperatura do elemento $z - 1$ e entrada da pelota no elemento z do leito;
- iii. Distribuição de todo fluxo do gás entre todas as pelotas do elemento z do leito;
- iv. Cálculo dos parâmetros térmicos do sistema (coeficientes de transferência de calor, condutividades térmicas e entalpias de reação);
- v. Troca de calor por convecção da casca exterior da pelota com o gás;
- vi. Cálculo das propriedades dos sólidos;
- vii. Transferência de calor por condução entre as cascas nas quais a pelota foi dividida;
- viii. Cálculo das velocidades das reações, conversões químicas e calores das reações ocorrentes na pelota;
- ix. Cálculo dos requisitos térmicos do gás e correção da sua temperatura levando em conta perdas para o exterior;
- x. Retorno a etapa ii. para os cálculos no próximo elemento.

De modo a assegurar a convergência da solução numérica, a temperatura do gás foi considerada dentro de uma faixa (mínima no topo do leito e máxima no outro extremo) e os sólidos alimentados à temperatura ambiente. O eixo axial (z) foi orientado no sentido descendente.

As principais equações envolvidas nestas etapas são apresentadas a seguir.

Propriedades do Gás. Foram utilizadas as seguintes equações para correção das propriedades do gás ao longo da direção axial do leito:

- Velocidade (u_g):

$$u_g^i = u_g^o \frac{T_g^i P_g^o}{T_g^o P_g^i} \quad (1)$$

onde: T_g = temperatura do gás.

P_g = pressão do gás.

- Densidade molar do gás (ρ_g):

$$\rho_g^i = \frac{P_g^i}{R_g T_g^i} \quad (2)$$

onde: R_g = constante dos gases.

- Viscosidade (μ_g):

$$\mu_g^i = 7,013 \times 10^{-5} + 3,551 \times 10^{-7} T_g^i \quad (3)$$

Esta expressão foi obtida à partir dos valores de viscosidade para a mistura CO - CO₂ - N₂ calculados através da equação de Chapman-Enskog (Bird et al., 1960).

- Capacidade calorífica (C_{P_g}):

$$C_{P_g}^i = a_g + b_g T_g^i \quad (4)$$

a_g e b_g foram obtidos à partir da composição do gás.

- Massa molecular (M_g):

$$M_g^i = 28 + 16 X_{CO_2}^i \quad (5)$$

onde: X_{CO_2} = fração molar de CO₂ no gás.

- Pressão (P_g^i):

A pressão foi calculada à partir da equação de Ergun para fluidos compressíveis (Szekely e Themelis, 1971).

$$P_g^i = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (6)$$

onde:

$$a = \frac{2G^2}{\varepsilon^2 P_g^{i-1}} - M_g^{i-1} \rho_g^{i-1} \quad (7)$$

$$b = \frac{2G^2}{\varepsilon^2} - \frac{\Delta_z G}{2\varepsilon^3 R_p^2} [150(1 - \varepsilon)^2 \mu_g^{-1} + 1,75(1 - \varepsilon) R_p] \quad (8)$$

$$c = (P_g^{i-1})^2 M_g^{i-1} \rho_g^{i-1} \quad (9)$$

sendo

$$G = \rho_g^{i-1} M_g^{i-1} u_g^{i-1} \quad (10)$$

Δ_z = espessura do elemento do leito.

R_p = raio da pelota.

ε = porosidade do leito de pelotas.

Nas equações acima, o superescrito "i" se refere ao i-ésimo elemento do leito contado à partir do seu topo e o superescrito "o" representa o topo do leito.

Distribuição do Gás. Em cada elemento do leito a massa do fluxo de gás foi dividida equitativamente entre as pelotas residentes no elemento de acordo com a equação:

$$m_{g1p} = \lambda V_P \frac{\rho_g^i u_g^i}{u_{g,s}(1 - \varepsilon)} \quad (11)$$

onde:

λ = fator de correção devido a efeitos viscosos, eficiência de troca de calor, turbulências e efeitos de parede.

m_{g1p} = massa de gás para uma pelota.

V_P = volume da pelota = $4/3 \pi R_p^3$.

Trocas Térmicas. Foram consideradas no modelo duas perdas de calor pelo gás, nominalmente a troca convectiva com as pelotas e as perdas para o exterior através da parede do leito:

$$Q_{conv} = \rho_P^{i-1} C_{P_P}^{i-1} V_P (T_P^i - T_P^{i-1}) \quad (12)$$

onde: ρ_P e C_{P_P} são a densidade molar e calor específico das pelotas calculados à partir de suas composições.

$$T_g^i = T_g^{i-1} - (1 + PT) \left(\frac{Q_{conv}}{m_{g1p}^{i-1} C_{P_g}^{i-1}} \right) \quad (13)$$

$$T_P^i = T_g^{i-1} - (T_g^{i-1} - T_P^{i-1}) \exp(-M \Delta t) \quad (14)$$

onde:

$$PT = \frac{\pi \Delta_z \Delta t (T_g^i - T_{amb})}{n_p R} \quad (\text{perdas térmicas}) \quad (15)$$

$$n_P = \frac{3}{16} \frac{d\phi^2}{R_P^3} (1 - \epsilon) \Delta_s \quad (\text{n}^\circ \text{ de pelotas contido no elemento do leito}) \quad (16)$$

$$\mathcal{R} = \frac{1}{h_i d\phi} + \frac{\epsilon\phi}{k_{\text{refr}}} + \frac{1}{h_0(d\phi + 2e\phi)} \quad (17)$$

$$M = \frac{S_P \bar{h}}{\rho_P C_{P,P} V_P} \quad (18)$$

$$\bar{h} = \frac{1}{\mathcal{R}_{\text{cond}} + \mathcal{R}_{\text{conv}}} \quad (19)$$

$$\mathcal{R}_{\text{cond}} = \frac{\Delta r}{2k_P} \quad (20)$$

$$\Delta r = (\alpha_P \Delta t)^{1/2} \quad (\text{espessura das cascas nas quais a pelota foi dividida}) \quad (21)$$

$$\alpha_P = \frac{k_P}{\rho_P C_P (\bar{T}_P)} \quad (\text{difusividade térmica da pelota}) \quad (22)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta_s}{u_{s_0}} \quad (23)$$

$$\mathcal{R}_{\text{conv}} = \frac{1}{h} \quad (24)$$

sendo:

$d\phi$ = diâmetro interno do leito.

$\epsilon\phi$ = espessura da camada de refratário externa ao leito.

k_{refr} = condutividade térmica da camada de refratário.

h_i = coeficiente de transferência de calor por convecção forçada na parede interna do leito.

h_0 = coeficiente de transferência de calor por convecção natural na parede externa do leito.

S_P = área superficial da pelota = $4\pi R_P^2$.

\bar{T}_P = temperatura média entre T_g° e $T_{g_{ad}}^\circ$, fornecidas pelas condições de contorno, onde $T_{g_{ad}}^\circ$ é a temperatura de admissão do gás no leito em contra-corrente.

k_P = condutividade térmica da pelota.

h = coeficiente de transferência de calor entre o gás e as pelotas.

Balanco de calor no interior da pelota. Consiste de duas parcelas: a transferência de calor por condução entre as cascas da pelota e as entalpias devido as reações.

- Condução:

$$T_{j,P}^f = \frac{\Delta T + NT_j^\circ + T_{j+1}^\circ}{N + 1} \quad (25)$$

$$T_{j+1,P}^f = T_{j,P}^f - \Delta T \quad (26)$$

onde:

$$N = \frac{V_j}{V_{j+1}} \quad (27)$$

$$\Delta T = (T_{j,P}^i - T_{j+1,P}^i) \exp(-Z\Delta t) \quad (28)$$

sendo

$$Z = \frac{k_{j+1,P}(N + 1) S_{j+1,P}}{\Delta r v} \quad (29)$$

$$v = \rho_{j,P} C_{P,j,P} V_{j,P} \quad (30)$$

O subscrito "j" indica a j-ésima casca da pelota e os superescritos "o" e "f" se referem aos estados inicial e final desta casca.

- Entalpias reacionais.

Foram consideradas as seguintes reações:

i. Reação de redução do FeO à Fe. As reações de redução do Fe_2O_3 para Fe_3O_4 e do Fe_3O_4 para FeO foram consideradas rápidas em relação a reação de redução do FeO para Fe.

$$r_{\text{red}} = k_o \exp(-E/R_g T_{j+1,P}) \left(\frac{K_{eq} C_T}{1 + K_{eq}} \right) \quad (31)$$

onde:

$$C_T = \frac{P_{\text{int}}}{R_g T_{j+1,P}} \quad (32)$$

$$K_{eq} = \exp[-\Delta G_{\text{red}}(T_{j+1,P})/R_g T_{j+1,P}] \quad (\text{constante de equilíbrio da reação de redução}) \quad (33)$$

k_o = fator pré-exponencial.

E = energia de ativação.

P_{int} = pressão interna de CO na pelota (suposta constante).

ΔG_{red} = variação da energia livre de Gibbs da reação de redução.

r_{red} = velocidade de redução do FeO à Fe.

Assim,

$$\Delta X_C = \frac{r_{\text{red}} \Delta t}{\rho_P X_{j+1,C}} \quad (34)$$

$$\Delta X_{Fe} = RQ \Delta X_C \quad (35)$$

onde:

$$RQ = 2 - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{-\Delta G_{\text{red}}(T_{j+1,P})}{R_g T_{j+1,P}}\right)} \quad (36)$$

sendo:

ΔX_C = variação da conversão do carbono da pelota.

ΔX_{Fe} = variação da conversão do ferro.

$X_{j+1,C}$ = fração molar de carbono.

O calor da reação de redução (Q_{red}) é:

$$Q_{\text{red}} = V_{j+1,P} \rho_P \Delta X_{Fe} X_{Fe} \Delta H_{\text{red}}(T_{j+1,P}) \quad (37)$$

onde:

X_{Fe} = fração molar do Fe.

ΔH_{red} = variação da entalpia da reação de redução.

ii. Reação de decomposição do carbonato contido na pelota. Esta reação é considerada instantânea em temperaturas acima de 925°C.

$$r_{\text{CaCO}_3} = 0 \quad \text{para} \quad T \neq 925^\circ\text{C}$$

$$r_{\text{CaCO}_3} \rightarrow \infty \quad \text{para} \quad T \approx 925^\circ\text{C}$$

O calor da reação de decomposição do carbonato (Q_{dec}) é:

$$Q_{\text{dec}} = V_{j+1,P} \rho_P X_{\text{CaCO}_3} \Delta H_{\text{dec}}(T_{j+1,P}) \quad (38)$$

onde:

X_{CaCO_3} = fração molar de CaCO_3 na pelota.

ΔH_{dec} = variação da entalpia da reação de decomposição do carbonato.

Finalmente,

$$T_{j+1,P}^f = (T_{j+1,P}^i)^f - \left(\frac{\sum Q_{\text{reação}}}{V_{j+1,P} \rho_P C_{P,P}} \right) \quad (39)$$

onde:

$$\sum Q_{\text{reação}} = Q_{\text{red}} + Q_{\text{dec}} \quad (40)$$

$(T_{j+1,P}^i)^f$ = temperatura da casca após a condução de calor.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A título ilustrativo, são apresentadas nas Figuras 1 e 2 os resultados de duas simulações realizadas com o modelo num microcomputador. As condições simuladas representam situações típicas de operação de um reator de cuba metalúrgico em escala semi-piloto.

Em ambas as situações o gás foi admitido no leito em contra-corrente a aproximadamente 1480°C e a sua velocidade de saída no topo do leito foi de 2 m/s. O comprimento do leito foi de 2,3 m. As pelotas possuíam 18 mm de diâmetro, 22% de porosidade, uma fração molar de carbono igual a 0,8 e foram alimentadas no leito a temperatura ambiente. Observa-se nas Figuras 1 e 2 o perfil axial da temperatura do gás junto aos cinco perfis axiais de temperatura superficial e internos às pelotas, sendo o mais próximo da curva do gás o da superfície e os outros subsequentemente a 3/4, 1/2 e 1/4 do raio e, finalmente, no centro da pelota. Destacado e em negrito é representado o perfil de conversão média das pelotas.

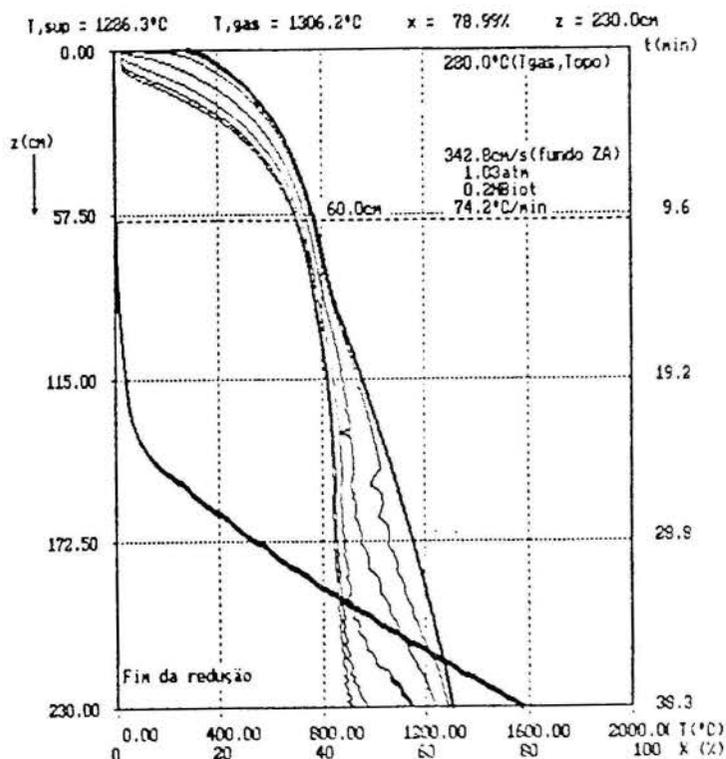


Figura 1. Resultados da simulação 1 com o modelo.

Na primeira simulação (Figura 1), a temperatura do gás no topo do leito foi de 280°C e a velocidade de alimentação das pelotas foi de 1 mm/s . Pode-se notar nesta figura que as pelotas passam por um aquecimento inicial nos primeiros 8 minutos de residência no leito formando a seguir uma zona de reserva térmica. À partir de cerca de 20 minutos as reações de redução e gaseificação começam a ocorrer, culminando numa redução média de 80% após 40 minutos de residência no leito. As curvas de temperatura da pelota predizem no final um grande gradiente térmico no interior dos sólidos o que poderia causar o seu esfecelamento. Este gradiente térmico é basicamente devido aos valores adotados para a condutividade térmica dos óxidos que constituem as pelotas.

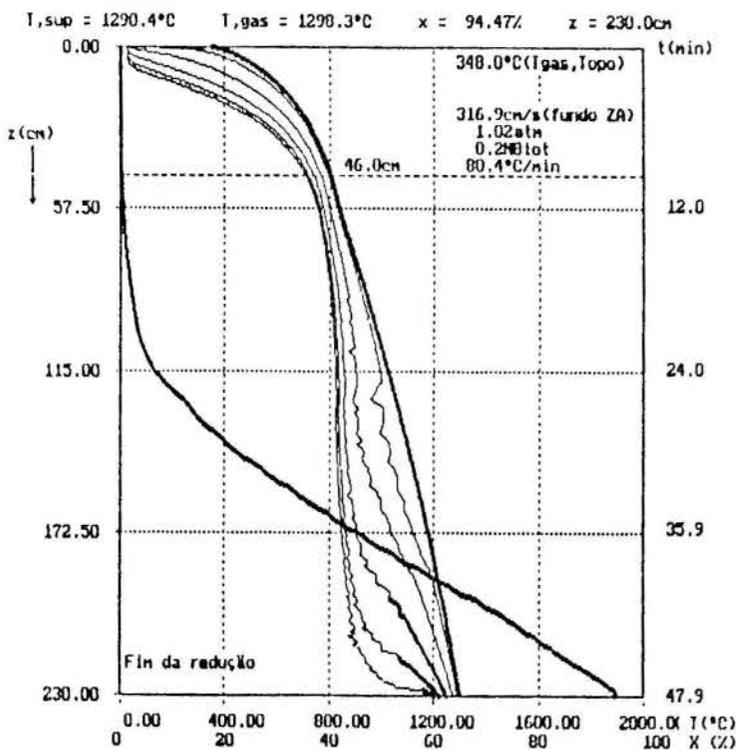


Figura 2. Resultados da simulação 2 com o modelo.

Na segunda simulação (Figura 2), a temperatura do gás no topo do leito foi elevada para 350°C e a velocidade de alimentação dos sólidos foi reduzida para $0,8\text{ mm/s}$ o que produziu um aumento de 10 minutos no tempo de residência total, ou seja, um aumento de 25%. Com estas alterações, o tempo de aquecimento inicial foi reduzido para cerca de 6,5 minutos praticamente eliminando a zona de reserva térmica e diminuindo o tempo de início das reações para 12 minutos. Como consequência, a redução final elevou-se a 95% e a metalização quase total das pelotas ocasionou gradientes internos de temperatura nos sólidos significativamente menores.

CONCLUSÕES

As seguintes conclusões podem ser destacadas:

- i. O modelo descreve o comportamento térmico do gás e dos sólidos e as conversões ocorrentes ao longo da altura do leito, permitindo a análise detalhada do desempenho de reatores gás-sólido de cuba em contra-corrente;
- ii. As simulações apresentadas mostram que o sistema é sensível principalmente as condições de contorno operacionais do processo exemplificadas pela temperatura do gás no topo e pela velocidade de alimentação dos sólidos;
- iii. O modelo carece ainda da determinação experimental de parâmetros do sistema como as condutividades térmicas dos sólidos e as velocidades das reações. Além disso, uma determinação mais adequada das condições de contorno poderá ser obtida por meio de um balanço termodinâmico do processo. A validação do modelo necessita ser efetuada pela comparação de suas predições com medições experimentais conduzidas num reator industrial ou numa planta piloto;
- iv. Finalmente, sendo o algoritmo numérico utilizado flexível, quaisquer modificações ou inserções futuras são facilmente implantáveis conferindo ao modelo um amplo escopo de aplicação e aperfeiçoamento.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Tupy Tecnologia de Auto-Redução - Tecnored Ltda. pela cooperação na condução do trabalho.

REFERÊNCIAS

- Bird, R.B., Stewart, W.E. e Lightfoot, E.N., "Transport Phenomena", Wiley, New York, 1960.
- Elliott, J.F., "Some Problems in Macroscopic Transport", Transactions of the Metallurgical Society of AIME, Vol. 227, pp. 802-820, 1963.
- Ergun, S., "Fluid Flow Through Packed Columns", Chemical Engineering Progress, Vol.48, No.2, pp.89-94, 1952.
- Quites, E.M.C., "Modelo Matemático Unidimensional para Obtenção das Distribuições Longitudinais das Variáveis do Processo na Zona Granular do Alto Forno", Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1986.
- Szekely, J. e Themelis, N.J., "Rate Phenomena in Process Metallurgy", Wiley-Interscience, New York, 1971.
- Szekely, J., Evans, J.W. e Brimacombe, J.K., "The Mathematical and Physical Modeling of Primary Metals Processing Operations", Wiley-Interscience, New York, 1988.
- Venkateswaran, V. e Brimacombe, J.K., "Mathematical Model of the SL/RN Direct Reduction Process", Metallurgical Transactions B. Vol.8B, pp.387-398, 1977.

ABSTRACT

A mathematical model was developed to represent the heat exchange in a reactive bed of solids (pellets) submitted to a counter-current gas flow. The model is based on principles of transport phenomena and heterogeneous kinetics and is able to quantitatively describe the thermal exchanges and chemical conversions occurring in the system. The results of the model as function of the operating variables are the gas axial temperature profiles, the corresponding profiles for the external surface and various sites located within the pellets and also the axial profiles of solids conversion. The model will be used to investigate the influence of the process variables on the performance of industrial shaft reactors and to determine the main operating characteristics of these reactors.

INFLUENCIA DA VARIAÇÃO DA POROSIDADE NA REAÇÃO
SÓLIDO-GÁS CLORETO DE CÁLCIO-AMÔNIA

Pedro Mello

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Rua Sarmento Leite, 425 - 90050 Porto Alegre/Brasil

SUMÁRIO

Neste trabalho é apresentado um processo de simulação numérica para solucionar a equação que governa o transporte de energia em um meio sólido e poroso. A equação é alimentada com dados obtidos experimentalmente da taxa de gás envolvida no processo. Nos resultados é mostrado efeito da variação da porosidade do material, que tem influência significativa sobre o tempo de absorção e dessorção da taxa de gás.

INTRODUÇÃO

Uma molécula de cloreto de cálcio pode absorver com remoção de calor 1, 2, 4 e 8 moléculas de amônia. Esta absorção causa um aumento de volume do sólido formado de aproximadamente 10 vezes. Como trata-se de uma reação reversível ao entregar-se calor ocorre a dessorção da amônia e consequentemente uma redução de volume. Assim utiliza-se esse complexo para o armazenamento termoquímico de calor, como de forma similar é utilizado o hidrogênio em hidretos metálicos.

A principal dificuldade do uso deste complexo é devida à compactação que surge após alguns ciclos de absorção-dessorção do gás. Esta compactação provoca uma mudança na porosidade do sólido afetando assim de forma significativa o transporte de calor e massa no meio poroso. Buffington (1933) constatou que a porosidade do $\text{CaCl}_2 \cdot 8\text{NH}_3$ situa-se ao redor de 50% e do $\text{CaCl}_2 \cdot 4\text{NH}_3$ em torno de 65%. Mello (1990) observou que o processo de transporte de massa é mais afetado em função do número de ciclos na absorção do que na dessorção.

Gnielisky (1980), Guillenot (1987) e Höffer (1989) apresentam trabalhos de simulação numérica para determinar os fenômenos de transporte para diferentes tipos de sólidos porosos. Dada a similaridade das equações de transporte a esses modelos, poderiam aplicar-se ao $\text{CaCl}_2 \cdot \text{NH}_3$, entretanto a forma irregular e a porosidade do complexo são parâmetros de imprecisão nos modelos.

Neste trabalho é apresentado um modelo para resolver numericamente a equação do transporte de calor no cloreto de cálcio ao absorver amônia. O modelo é apresentado para uma geometria bidimensional (r , z e t) e o termo de sumidouro está associado à taxa de reação que foi obtida experimentalmente.

FORMULAÇÃO DO MODELO

A equação do transporte de calor em um sólido poroso com reação química, desprezando as trocas de calor por convecção e com propriedades físico-químicas do material constantes, pode ser escrita como:

$$(1 - \epsilon) \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + (1 - \epsilon) \phi \Delta H \quad (1)$$

onde ϵ é a porosidade do material, ρ a densidade, ϕ a taxa de absorção, ΔH o calor de reação, c_p o calor específico e k a condutividade térmica.

A equação (1) deve ser escrita em coordenadas cilíndricas, ou seja, a partir de um balanço de energia efetuado em um elemento de volume $\Delta r \Delta z$ (figura 1), retirado do leito de um reator, onde ocorre a absorção da amônia (gás) pelo cloreto de cálcio (sólido) formando o complexo $\text{CaCl}_2 \cdot 8\text{NH}_3$. O calor de reação é retirado pela base e parte central do elemento e o gás é absorvido pela parede externa do cilindro.

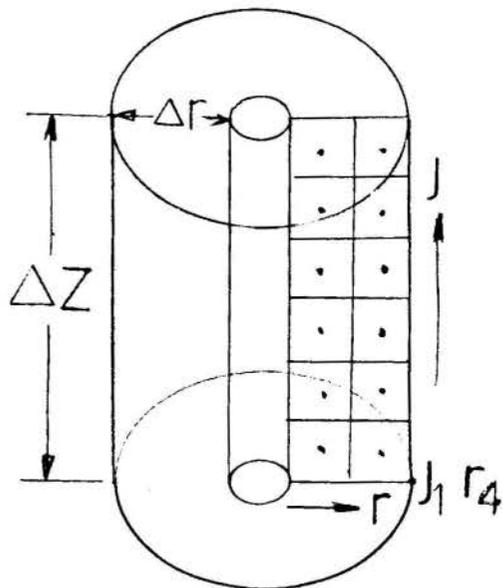


Figura 1. Esquema de um elemento de volume ΔV com malha i, j .

Com a aplicação do teorema da divergência de Gauss obtém-se uma equação de ordem inferior, que é solucionada numericamente a partir de uma discretização em termos de diferenças finitas para uma malha bimensional i, j , como mostra Mello (1991).

A equação discretizada pode ser solucionada utilizando-se os métodos explícito, implícito e Crank-Nicolson, bem como pelo método ADI (Alternating Direction Method). O ADI transforma uma matriz T que contém os elementos $T_{i,j}$ em um vetor T . O sistema de equações da temperatura T pode ser escrito na seguinte forma matricial (Marsal 1976).

$$(D + R + Z)T = b \quad (2)$$

sendo o termo entre parenteses os coeficientes da matriz pentadiagonal para os processos implícito e Crank-Nicolson, que pode ser transformada em uma matriz tridiagonal a partir de D, R e Z (Peaceman 1955). Assim R é o coeficiente de $T_{i+1,j}$, Z o coeficiente de $T_{i,j+1}$ e D o coeficiente de $T_{i,j}$.

O vetor b contém o termo constante da equação do balanço de energia. O sistema de equações (2) é dividido em dois sistemas de equações com coeficiente matricial tridiagonal e resolvido iterativamente. As duas equações são:

$$(R + D)T_{k+1/2}^{m+1} = b - ZT_k^{m+1} \quad (3)$$

$$e \quad Z(+D)T_{k+1}^{m+1} = b - ZT_{k+1/2}^{m+1} \quad (4)$$

sendo k é um índice de iteração, onde no começo da interação ($k = 0$) é introduzido $T_0^{m+1} = T_0^m$.

APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Para resolver a equação torna-se necessário que as condições de contorno sejam discretizadas em termos de diferenças finitas e do conhecimento de propriedades físicas do complexo. Existem na literatura dados de boa precisão de calor de reação e densidade. Os dados existentes de calor específico e condutividade térmica são pouco consistentes. A porosidade do material foi atribuída em 35, 50 e 65%. A figura 2 mostra dados experimentais de massa de amônia absorvida em função da temperatura da parede de troca de calor para pressão de 16.0 bar. Os dados são para uma massa de 1,7 kg de sal, que nestas condições de pressão e temperatura pode absorver a quantidade máxima de 1.08 kg de amônia. As curvas contínuas da figura foram ajustadas a partir dos dados experimentais pelo método dos mínimos quadrados e servem para alimentar a equação a ser calculada.

Para o cálculo da distribuição de temperatura através deste sólido foi utilizada uma matriz de 8×6 (i, j) elementos nas direções radial e axial respectivamente com intervalos de tempo de um segundo para cada iteração. O elemento cilíndrico tem as dimensões de 10 e 50 mm de raios interno e externo respectivamente e 20 mm de altura. A condição de contorno é de primeira espécie, ou seja temperatura da parede constante.

A figura 3 apresenta a distribuição de temperatura radial à pressão de 13.9 bar, que corresponde à temperatura de equilíbrio de 90 °C, para j_0 , 120 iterações, sem

absorção de gás e com porosidade de 50%. A solução utilizando o método explícito é de processamento mais rápido, entretanto pode apresentar problemas de divergência para grandes intervalos de tempo.

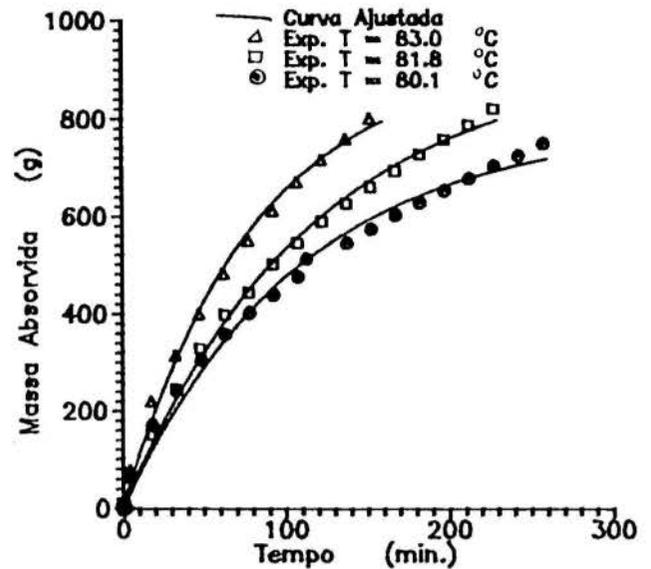


Figura 2. Dados experimentais e curva ajustada para massa de amônia absorvida pelo sal, à pressão de 16 bar.

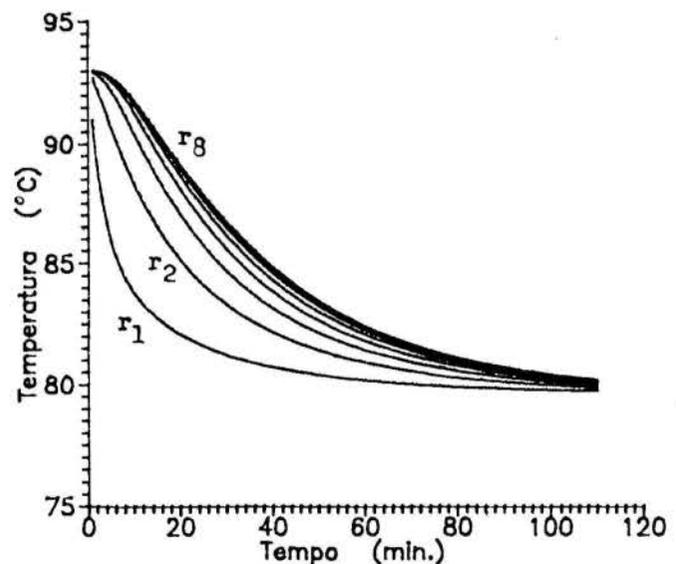


Figura 3. Distribuição de temperatura radial (j_0) através do complexo sem absorção com porosidade de 50%, $T = 79.6$ °C e pressão de 13.9 bar.

As figuras 4, 5 e 6 mostram a distribuição de temperatura radial para j_0 , à pressão de 13.9 bar, porosidade de 35, 50 e 65% respectivamente e 450 iterações com intervalo de tempo de um segundo. A temperatu-

ra da parede de troca de calor é mantida constante em 79.6 °C. Pode-se observar com clareza a influência da porosidade sobre o tempo de absorção. Para a variação de 35 a 65% é necessário praticamente o dobro do tempo para a absorção completa do nodo mais externo. Comparando os dados experimentais e simulados pode-se concluir que existe uma equivalência entre os tempos de absorção para porosidade de 50%.

As figuras 7, 8 e 9 mostram a distribuição de temperatura axial para r_* a pressão de 16.0 bar e temperatura da parede interna do elemento cilíndrico de 81.8 °C, para porosidade de 35, 50 e 65% respectivamente e para 400 iterações e intervalos de tempo de um segundo. A temperatura de equilíbrio para essa pressão é de 94 °C e tanto neste caso como no anterior a temperatura inicial do sólido está 3 °C acima da temperatura de equilíbrio.

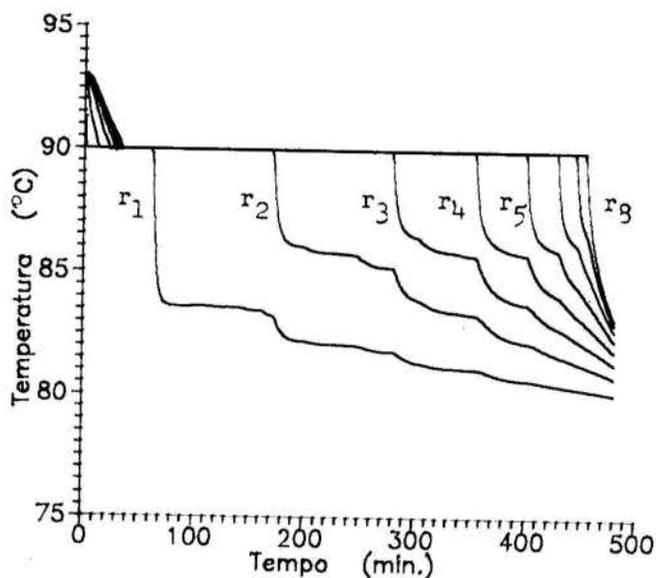


Figura 4. Distribuição de temperatura radial para a pressão de 13.9 bar (j_1), porosidade de 35% e $T = 79.6$ °C.

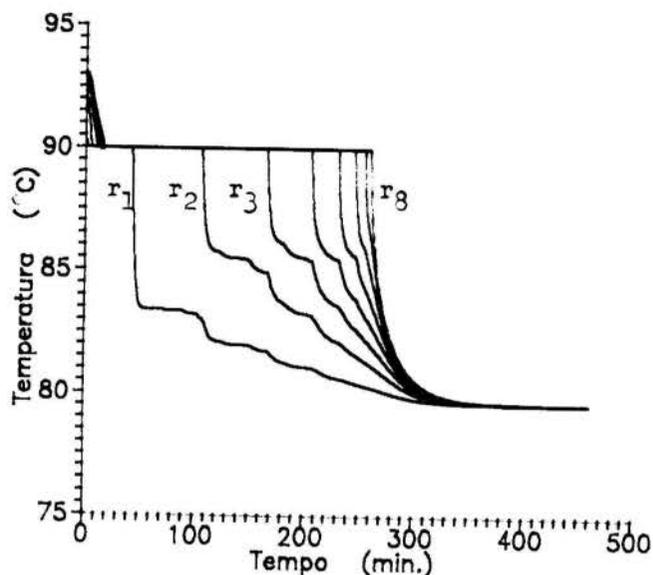


Figura 6. Distribuição de temperatura radial para j_1 , $T = 79.6$ °C, pressão 13.9 bar e porosidade de 65%

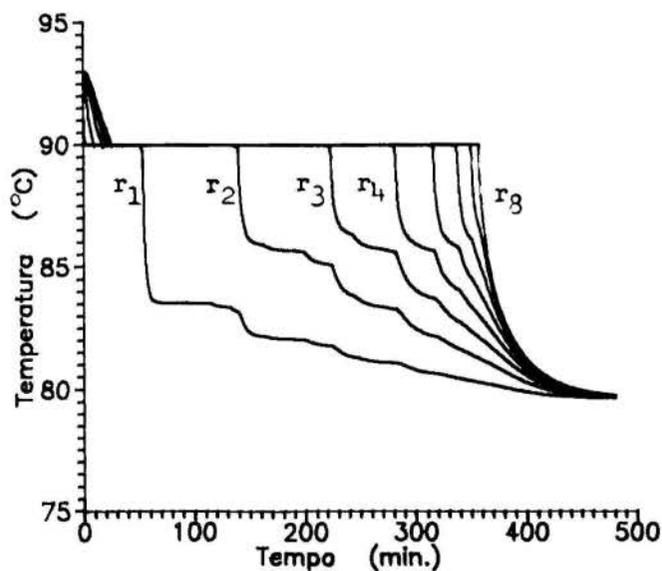


Figura 5. Distribuição de temperatura radial para j_1 a $T = 79.6$ °C, pressão 13.9 bar e porosidade de 50%.

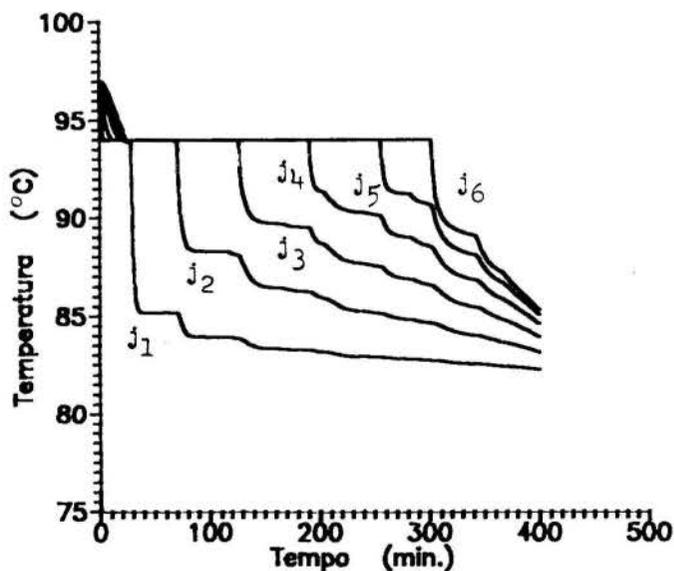


Figura 7. Distribuição de temperatura axial para r_* a pressão de 16.0 bar, $T = 81.8$ °C e porosidade de 35%.

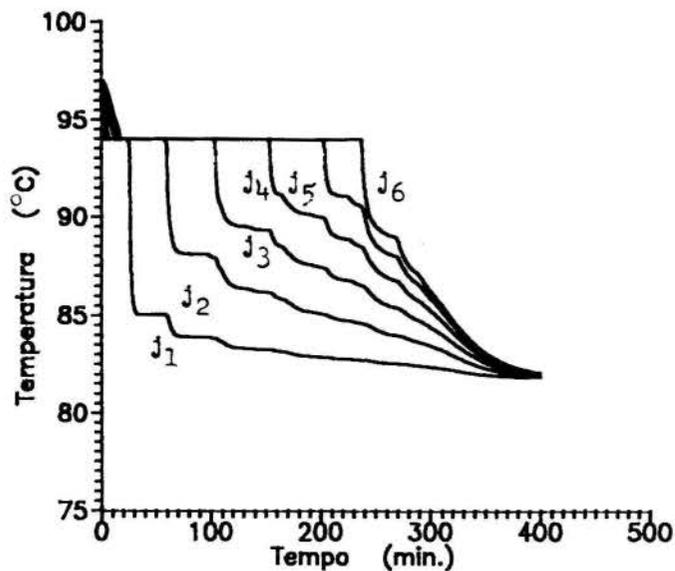


Figura 8. Distribuição de temperatura axial para r^* à pressão de 16.0 bar, $T = 81.8 \text{ }^\circ\text{C}$ e porosidade de 50%.

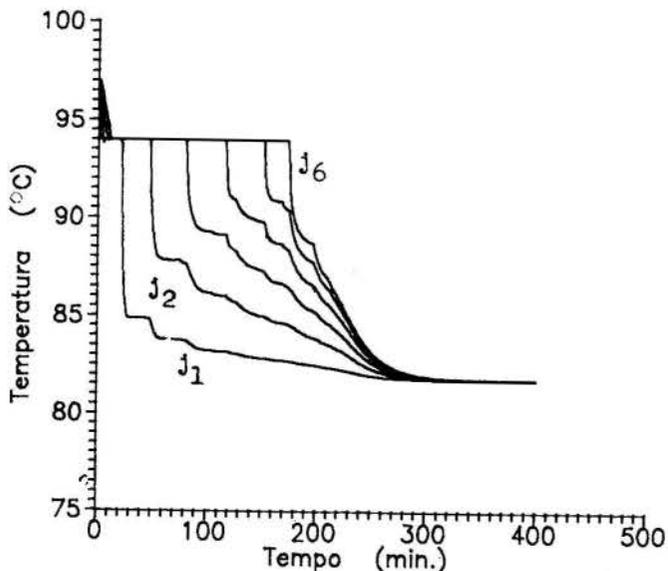


Figura 9. Distribuição de temperatura axial para r^* à pressão de 16.0 bar, $T = 81.8 \text{ }^\circ\text{C}$ e porosidade de 65%.

CONCLUSOES

O modelo matemático proposto para solucionar a equação do transporte de energia através de uma camada de cloreto de cálcio com absorção de amônia foi suficientemente comprovado. Os resultados apresentados mostram que a distribuição de temperatura nos diferentes nodos da malha estão de acordo com os valores teoricamente previsíveis, adotando-se uma porosidade de 50% no modelo. Por outro lado observa-se que os tempos de reação são muito influenciados com a variação da porosidade do sólido. Como o termo convectivo da equação de transporte foi desprezado pode-se concluir que a ordem de

grandeza deste para esses níveis de temperatura é pequena e logo apresenta pouca influência frente ao transporte total de energia.

BIBLIOGRAFIA

- .Buffington, R.M., "Absorption Refrigeration with Solid Absorbents", Refrigerating Engineering, 26, pp. 137-142, 1933.
- .Gnielinsky, V. "Wärme- und Stoffübertragung in Festbetten", Chemie Ing. Technik, 52, vol. 3, S. 238-236, 1980.
- .Guilleminot, J.J., et al., "Heat and Mass Transfer in a non-isothermal fixed Bed Solid Adsorbent Reactor: a Uniform Pressure non-Uniform Temperature Case", Int. J. Heat and Mass Transfer, Nr. 8, pp. 1595-1606, 1987.
- .Höffer, I., "Zur Anwendung der Wirberstrommethode für die Transient und Quasistationäre Strömungsrechnung in Hochtemperaturen mit Kugelförmigen Elementen", Dissertation, Institut für Kernenergetik und Energiesysteme, Universität Stuttgart, Bundesrepublik-deutschland, 1989.
- .Marsal, D., "Die Numerische Lösung Particler Differentialgleichungen in Wissenschaft und Technik", B1, Wissenschaftsverlag, Mannheim/Wien/Zürich, 1976.
- .Mello, P., "Construção e Testes do Protótipo de um Refrigerador por Absorção através de uma Substância Sólida", Atas do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas, vol. II, pp. 889-994, Itapema, S.C., 1990.
- .Mello, P. & Haetinger, W., "Simulação Numérica do Processo de Absorção Sólido-Gás Cloreto de Cálcio Amônia", Atas do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 257-260, São Paulo, 1991.
- .Peaceman, D.W. and Rachford, H.H., "The Numerical Solution of Parabolic and Elliptic Differential Equations", J. Soc. Indust. Applic. Math., Vol. 3, pp. 28-41, 1955.

SUMMARY

In this work a mathematical model to solve the heat conduction equation for the porous solid $\text{CaCl}_2 \cdot \text{NH}_3$ with gas reaction is presented. The mass flow were experimentally obtained. The results show that the poroseness play significant role on the absorption time.

SIMULAÇÃO DE UM SISTEMA DE RELIQUEFAÇÃO DE ETILENO: PARTE I

E.C.Berlinck*, J.A.R.Parise* e R.Pitanga Marques**
 *Dept Engenharia Mecânica, **Dept Engenharia Química - PUC/RJ
 Rua Marquês de São Vicente, 225 - Gávea
 22453 - Rio de Janeiro,RJ - Brasil

RESUMO

Uma instalação de reliquefação de etileno, parte integrante, de um complexo petroquímico da COPENE, foi simulada. O método modular-sequencial foi utilizado. Reservou-se à parte I, a descrição, a modelagem e simulação do sistema do etileno propriamente dito. Os resultados teóricos obtidos se mostraram em boa concordância com os valores experimentais extraídos da própria unidade.

INTRODUÇÃO

Na indústria petroquímica, farmacêutica e de fertilizantes a simulação numérica de processos tem despertado grande interesse nos últimos anos devido ao aumento na complexidade de instalações químicas. Frequentemente, a possibilidade de se interromper uma unidade produtiva para a realização de testes abrangendo diversos regimes de funcionamento é no mínimo remota quando não inviável economicamente.

Diversas publicações têm sido consagradas ao assunto. Hussain[1] e Himmenblau e Bischoff[2] elaboraram métodos gerais de simulação e os utilizaram em aplicações específicas. Shanon et alli[3], por exemplo, simularam uma unidade de ácido sulfúrico. O processo PETROSIX de extração de óleo de xisto pirobetuminoso[4] e o processo de separação do ar [5] para a obtenção de oxigênio e nitrogênio constituem outros exemplos onde a simulação numérica tem sido empregada com sucesso.

O objetivo deste trabalho é a simulação (numérica) de uma unidade de reliquefação de etileno da Companhia Petroquímica do Nordeste (COPENE), localizada no terminal químico de Aratu (TEQUIMAR) na Bahia. A unidade foi projetada para manter armazenado etileno líquido em um tanque à pressão atmosférica, à temperatura de aproximadamente 170 K (-140°C). A fig. 1.1 ilustra de forma esquemática a unidade de reliquefação do etileno.

Por uma questão de facilidade de estudo, a unidade foi dividida em dois sistemas: o sistema de etileno propriamente dito e o sistema de refrigeração por amônia. A distinção foi mantida na apresentação deste trabalho. Reservou-se à parte I e à parte II, a descrição, a modelagem e a simulação do sistema de etileno e do sistema de refrigeração por amônia, respectivamente.

Sistema do Etileno

O sistema do etileno mostrado esquematicamente na figura 1.1 opera num ciclo composto por dois estágios a três diferentes níveis de pressão. No primeiro nível de pressão o vapor de etileno, proveniente do tanque de estocagem, é pré-aquecido, aspirado e comprimido por dois compressores dispostos em paralelo. No segundo nível de pressão, o etileno comprimido se mistura ao etileno ao advindo do Condensador de etileno/Evaporador de amônia (CD_e/EV_a), que, ao passar pela válvula $VE_{2,e}$, sofre expansão isentálpica. A mistura bifásica escoa, então, para o vaso de pressão intermediário, cuja pressão é mantida constante. O vaso de pressão intermediário fornece etileno

no líquido ao sub-resfriador. Este trocador de calor, por sua vez, sub-resfria o etileno que se encontra no terceiro nível de pressão. O etileno, por sua vez, já sub-resfriado, retorna ao tanque de estocagem após expansão isentálpica através da válvula $VE_{1,e}$. O vapor remanescente no vaso de pressão intermediário é, então, aspirado e comprimido, antes de alimentar o CD_e/EV_a , no terceiro nível. O circuito se completa quando parte do etileno proveniente do CD_e/EV_a se dirige ao pré-aquecedor e, a outra parte à válvula de expansão $VE_{2,e}$.

Tanto a compressão quanto a aspiração do etileno não são realizadas por compressores alternativos de duplo efeito e duplo estágio. Os trocadores de calor da unidade são do tipo tubo-carcaça.

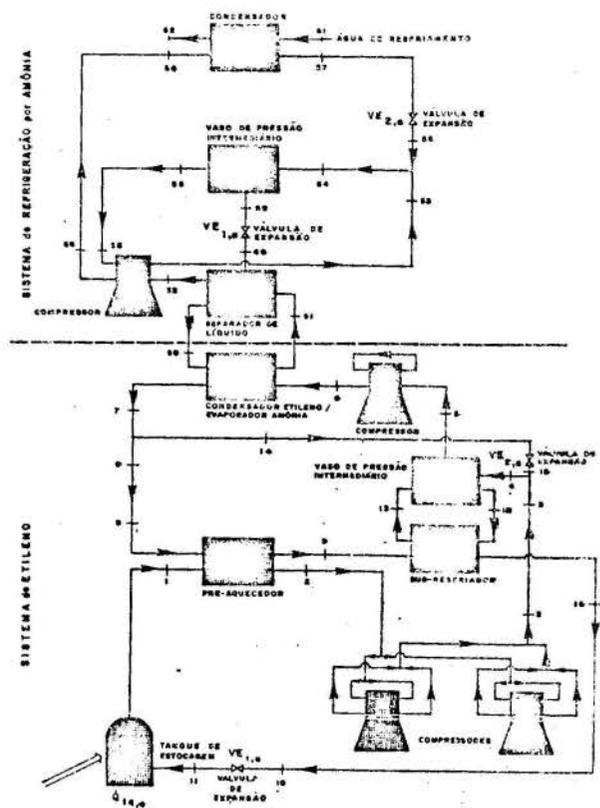


Figura 1.1 - Unidade de Reliquefação do Etileno.

MODELAGEM

A modelagem dos trocadores de calor baseou-se, essencialmente, na solução das equações de balanço de energia dos fluidos envolvidos, e de transferência de calor, utilizando o conceito de números de unidades de transferência-efetividade (ϵ -NTU) [6].

No desenvolvimento do modelo para os trocadores de calor, as seguintes hipóteses gerais de trabalho foram levadas em consideração:

(i) o escoamento como sendo homogêneo e unidirecional
(ii) regime permanente de operação para os trocadores de calor

(iii) nas equações de balanço de energia apenas a troca de calor entre os fluidos envolvidos foi considerada, desprezando-se as perdas de calor para o meio externo

(iv) a queda de pressão ao longo do escoamento de ambos os fluidos foi, também, desprezada.

Estas hipóteses, sem dúvida, contribuíram e muito para a simplificação do modelo, tornando-o atraente sob o ponto de vista da solução numérica. No entanto, nos casos em que ocorriam mudanças de fase durante o escoamento tiveram que ser acrescentadas de outras que melhor representassem a realidade termodinâmica.

Pré-aquecedor

O balanço de energia para o etileno ao passar pelo pré-aquecedor é dado por

$$\dot{Q}_{pa} = \dot{m}_{1,e} (h_2 - h_1) \quad (1)$$

onde $\dot{m}_{1,e}$ representa a vazão mássica de etileno que circula no 1º estágio do ciclo, h_1 e h_2 as entalpias específicas do vapor de etileno na entrada e na saída do trocador. A taxa de calor transferido pode ser expressa de forma equivalente por:

$$\dot{Q}_{pa} = \dot{m}_{1,e} (h_8 - h_9) \quad (2)$$

onde h_8 e h_9 representam as entalpias específicas do etileno líquido na entrada e saída do trocador.

A equação de troca de calor, utilizando o conceito de efetividade, é dado por

$$Q_{pa} = \epsilon_{pa} C_{min} (T_8 - T_1) \quad (3)$$

O pré-aquecedor é um trocador tubo-carcaça BEM com um passe nos tubos e um na carcaça. No entanto, a expressão a ser utilizada para a efetividade é a de um trocador de tubo duplo de escoamento contra-corrente. Esta aproximação se deve ao fato do trocador não apresentar chicanas, sendo o escoamento essencialmente a contra-corrente dada por Kays e London [6].

O coeficiente de transferência de calor para o escoamento do fluido do lado da carcaça e dos tubos é dada pela relação de Dittus-Boelter [7].

Sub-resfriador

O modelo emprega as mesmas hipóteses feitas por Tassou e Green [8]. Baseia-se essencialmente: na divisão do trocador em duas regiões distintas de transferência de calor.

a) Região Bifásica ou de Evaporação

O balanço de energia aplicado ao etileno (pressão intermediária), ao longo da região bifásica, pode ser expresso por

$$\dot{Q}_{bf} = \dot{m}_{e,ev} h_{lv} \quad (4)$$

onde $\dot{m}_{e,ev}$ representa a vazão mássica de etileno evaporado e h_{lv} , a entalpia de vaporização.

O balanço de energia para o etileno líquido (alta pressão) pode ser expresso por:

$$\dot{Q}_{bf} = \dot{m}_{1,e} c_{p,1,e} (T_9 - T_{sa,e}) \quad (5)$$

onde $c_{p,1,e}$ representa o calor específico de líquido do etileno avaliado à temperatura média na região, e T_9 e $T_{sa,e}$ as temperaturas do etileno líquido na entrada do trocador e no início da região de superaquecimento.

A equação de troca de calor, utilizando o con-

ceito de efetividade, para região bifásica pode ser expressa por:

$$Q_{bf} = \epsilon_{bf} C_{min} (T_9 - T_{ev,e}) \quad (6)$$

onde C_{min} representa a menor taxa de capacidade térmica (no caso a do etileno líquido) e $T_{ev,e}$ a temperatura de evaporação do etileno.

Por outro lado, a expressão da efetividade para um fluido na região bifásica, independentemente da configuração do trocador de calor, é dada por Kays e London [6]

$$\epsilon_{bf} = 1 - \exp(-NTU_{bf}) \quad (7)$$

O número de unidades de transferência correspondente à região bifásica é:

$$NTU_{bf} = \frac{U_{bf} (F_{bf} A_{sr})}{C_{min}} \quad (8)$$

onde U_{bf} representa o coeficiente global de transferência de calor e F_{bf} a fração de área de troca da região bifásica expressa pela razão

$$F_{bf} = A_{bf} / A_{sr} \quad (9)$$

b) Região de Vapor Superaquecido

O balanço de energia para o fluxo de etileno, à pressão intermediária, é expresso por

$$\dot{Q}_{sa} = \dot{m}_{1,e} c_{p,1,e} (T_{sa,e} - T_{10}) \quad (10)$$

onde T_{10} representa a temperatura de etileno líquido na saída do sub-resfriador.

Por outro lado, o balanço também pode ser expresso por

$$\dot{Q}_{sa} = \dot{m}_{1,e} c_{p,v,e} (T_{13} - T_{ev,e}) \quad (11)$$

onde T_{13} representa a temperatura do etileno na saída do trocador de calor.

A equação de troca de calor, utilizando o conceito de efetividade, pode ser reescrita na forma

$$\dot{Q}_{sa} = \epsilon_{sa} C_{min} (T_{sa,e} - T_{ev,e}) \quad (12)$$

onde a expressão da efetividade é dada pela eq.(7).

O número de unidades de transferência é dada pela eq.(8) aplicada a região de vapor superaquecido.

Sendo a fração de área da região de vapor superaquecido dada por:

$$F_{sa} = 1 - F_{bf} \quad (13)$$

já que o trocador de calor foi dividido somente em duas regiões (bifásica e superaquecido).

O calor total trocado no sub-resfriador será

$$\dot{Q}_{sr} = \dot{Q}_{sa} + \dot{Q}_{bf} \quad (14)$$

c) Coeficiente de Transferência de Calor

O coeficiente de transferência de calor para o escoamento no interior dos tubos é determinado utilizando-se a relação de Dittus-Boelter [7].

A expressão do coeficiente de transferência de calor para a evaporação no lado da carcaça pode ser encontrada na referência [9].

O coeficiente de transferência de calor para a região de vapor superaquecido é obtido através do método de Bell-Delaware de acordo com Mueller, autor do capítulo 4 da referência [10].

Condensador/Evaporador

O modelo utilizado é também semelhante ao desenvolvido por Tassou e Green [8]. O trocador é dividido em três regiões distintas de transferência de calor, a saber:

a) Região de Condensação ou Bifásica

A equação de transferência de calor pode ser escrita na forma

$$\dot{Q}_{bf} = U_{bf} F_{bf} A_{cd/ev} (T_{cd,e} - T_{ev,a}) \quad (15)$$

onde $T_{cd,e}$ e $T_{ev,a}$ representam as temperaturas de

condensação do etileno e evaporação da amônia, U_{bf} o coeficiente global de transferência de calor, F_{bf} a fração de área da região bifásica e $A_{cd/ev}$ a área do trocador de calor.

O balanço de energia no etileno, em condensação, pode ser expresso por

$$Q_{bf} = m_{2,e} h_{lv}'' \quad (16)$$

onde

$$h_{lv}'' = h_{lv} + c_{p,v,e} (T_{m,v,sa} - T_{cd,e}) \quad (17)$$

$m_{2,e}$ representa a vazão mássica de etileno que circula no 2º estágio do ciclo, $c_{p,v,e}$ o valor específico de vapor, h_{lv} a entalpia de vaporização na condensação, $T_{cd,e}$ a temperatura de condensação, e $T_{m,v,sa}$ a temperatura de mistura no final da região de vapor superaquecido, expressa por:

$$T_{m,v,sa} = T_{cd,e} + \frac{\alpha_{ev}}{\alpha_{sa}} (T_{cd,e} - T_{ev,a}) \quad (18)$$

b) Região de Vapor Superaquecido

O balanço de energia no etileno "se desuperaquecido" é expresso por

$$Q_{sa} = m_{2,e} c_{p,v,e} (T_6 - T_{m,v,sa}) \quad (19)$$

onde T_6 representa a temperatura do etileno na entrada do trocador de calor.

A equação de troca de calor, utilizando o conceito de efetividade, pode ser escrita

$$\dot{Q}_{sa} = \epsilon_{sa} C_{min} (T_6 - T_{ev,e}) \quad (20)$$

O número de unidades de transferência é dada pela eq.(8) aplicada a região de vapor superaquecido.

c) Região de Líquido Sub-resfriado

O calor trocado na região de líquido sub-resfriado é

$$\dot{Q}_{sr} = \dot{m}_{2,e} (h_{1,sat} - h_7) \quad (21)$$

onde $h_{1,sat}$ e h_7 representam as entalpias de líquido saturado e de saída do etileno do trocador de calor.

A fração da área de troca correspondente à região de líquido sub-resfriado pode ser expressa

$$F_{sr} = 1 - F_{sa} - F_{bf} \quad (22)$$

A equação de troca de calor para a região de líquido sub-resfriado pode ser escrita na forma:

$$\dot{Q}_{sr} = \epsilon_{sr} C_{min} (T_{cd,e} - T_{ev,a}) \quad (23)$$

onde C_{min} representa a menor taxa de capacidade térmica entre os fluidos. Para o etileno líquido, e o número de unidades de transferência é dado pela eq. (8).

Por outro lado, a expressão para a efetividade para um fluido em mudança de fase é dada pela eq. (7).

O calor total trocado no condensador/evaporador é

$$\dot{Q}_{cd/ev} = \dot{Q}_{sa} + \dot{Q}_{bf} + \dot{Q}_s \quad (24)$$

O modelo supõe que toda a vazão mássica de amônia que entra no trocador de calor seja evaporada. Esta pode ser obtida através do seguinte balanço de energia,

$$\dot{Q}_{cd/ev} = \dot{m}_{ev,a} h_{lv,a} \quad (25)$$

onde, $m_{ev,a}$ representa a vazão mássica de amônia evaporada e $h_{lv,a}$ a entalpia de vaporização da amônia.

d) Coeficiente de Transferência de Calor

O coeficiente de transferência de calor do etileno varia de região para região no condensador/evaporador. Para as regiões onde há presença de uma única fase, α é obtido através da relação de Dittus-Boelter [7] para o resfriamento. O coeficiente de transferência de calor para a condensação no interior dos tubos horizontais é dado pela correlação de Chato [11].

COMPRESSORES

Os compressores utilizados são de duplo efeito (compressão no lado superior e inferior do pistão).

O modelo do compressor consiste, basicamente, na determinação da vazão de vapor aspirada e da temperatura de descarga, a partir do estado termodinâmico do vapor na sucção e da pressão de descarga.

Na modelagem do compressor, a fim de contabilizar, os:

(i) vazamentos através das válvulas dos anéis e do engaxetamento;

(ii) efeitos de estrangulamento (ao longo do trajeto do gás entre a tubulação e a câmara de compressão);

(iii) retorno do gás,

o coeficiente volumétrico, C_v , é utilizado. Com isso, a eficiência volumétrica para a parte superior do pistão pode ser escrita na forma:

$$\eta_{v,sup} = C_{v,sup} \left\{ 1 - r_{sup} \left[\left(\frac{P_d}{P_s} \right)^{1/n} - 1 \right] \right\} \quad (26)$$

onde P_s e P_d representam as pressões de sucção e de carga, e $C_{v,sup}$ o coeficiente volumétrico da parte superior do pistão.

A vazão mássica de gás aspirado pela parte superior do compressor pode ser calculada através de seguinte expressão,

$$\dot{m}_{sup} = \frac{nc \ 60 \ N \ V_{c,sup} \ \eta_{v,sup}}{v_s} \quad (27)$$

onde nc representa o número de cilindros, N a rotação do motor (rpm), e v_s o volume específico do gás na sucção.

A vazão total de gás aspirada pelo compressor é dada por,

$$\dot{m} = \dot{m}_{inf} + \dot{m}_{sup}$$

onde \dot{m} pode representar a vazão aspirada pelo compressor do 1º estágio ($\dot{m}_{1,e}$), ou a vazão aspirada pelo compressor do 2º estágio ($\dot{m}_{2,e}$).

A partir do processo politrópico de compressão de vapor, a expressão para o volume específico na descarga pode ser escrita na forma:

$$v_d = (p_s/p_d)^{1/n} v_s \quad (28)$$

onde p_s e p_d representam as pressões de sucção e de carga e v_s o volume específico na sucção.

Vaso de Pressão Intermediário/Junção dos pontos 3,4 e 15, Divisor de Vazão, Válvula de Expansão e Tanque de Estocagem

Os modelos consistem na solução da equação de balanço de massa e de energia, assumindo que não haja perda de calor para o meio externo, exceto para o tanque de estocagem.

As propriedades termodinâmicas para etileno foram encontradas na referência [12].

METODOLOGIA, ALGORITMO E SIMULAÇÃO DO SISTEMA

A simulação do conjunto de equipamentos que compõem a unidade de reliquefação (sistemas do etileno e de refrigeração por amônia) foi obtida através do procedimento modular-sequencial [2] e [3] e o programa simulador foi desenvolvido por um dos autores.

Os pontos de partida de simulação, neste trabalho foram encontrados através da metodologia proposta por Barkley e Motard [13]. Esta metodologia tem como objetivo obter um número mínimo de pontos de partida para a simulação. O método se divide em duas etapas: a primeira, transforma o fluxograma no fluxograma negativo ("signal flowgraph"), e a segunda decompõe o fluxograma negativo, obtendo os P.P.S.. A ordem de execução dos módulos, que caracteriza o algoritmo, é baseada na ordem em que os P.P.S. foram encontrados (5,10,13).

RESULTADOS

A validade do modelo consiste em verificar se o modelo de simulação desenvolvido reproduz as condições de operação da unidade de reliquefação. Para isso, foi feita a comparação entre os valores previstos pelo modelo e os resultados obtidos da unidade.

Os dados experimentais foram coletados das planilhas fornecidas pelos funcionários do setor de operação da unidade [14].

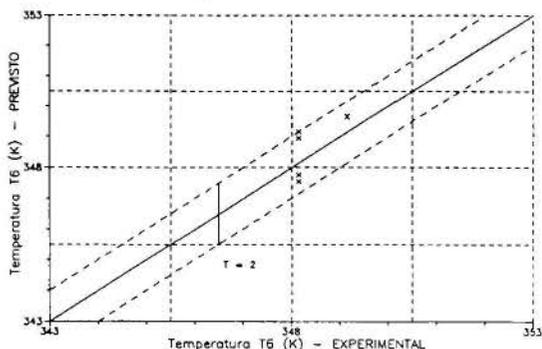


Figura 1.2 - Comparação entre os valores previstos e os experimentais para a temperatura do vapor de etileno na descarga do compressor do 2º estágio. Os resultados previstos se situam numa faixa de 2 K.

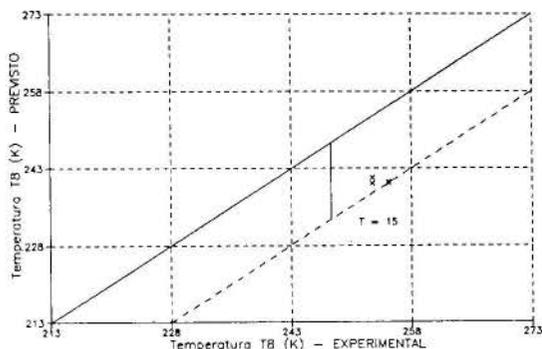


Figura 1.3 - Comparação entre os valores previstos e os experimentais para a temperatura do etileno líquido na entrada do pré-aquecedor. O desvio entre os valores teóricos e os experimentais se situam numa faixa de 15 K.

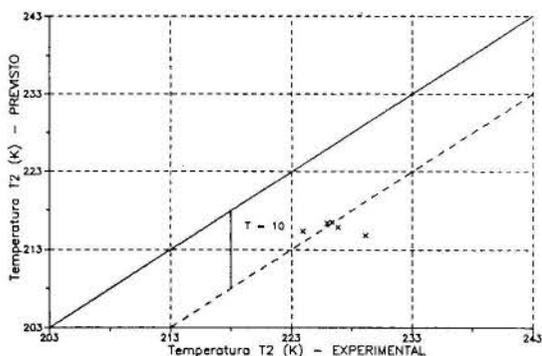


Figura 1.4 - Comparação entre os valores previstos e os experimentais para a temperatura do vapor de etileno na saída do pré-aquecedor.

CONCLUSÃO

De um modo geral, pode-se afirmar que a simulação da unidade de reliquefação de etileno representou satisfatoriamente os resultados experimentais. No entanto, a boa concordância entre os valores previstos e os dados coletados das planilhas já era esperada. Em primeiro lugar porque alguns pontos do fluxograma

foram, sob o ponto de vista termodinâmico, totalmente ou parcialmente prescritos. Em segundo, porque o coeficiente volumétrico exerceu, por assim dizer, o papel de um "coeficiente de ajuste", ou seja, os coeficientes volumétricos foram modificados a partir de estimativa teórica, de modo que o algoritmo gerasse valores próximos aos resultados experimentais.

REFERÊNCIAS

- [1] HUSAIN, A., "Chemical Process Simulation", Wiley Eastern Limited, 1986.
- [2] HIMMELBLAU, D.M. & BISCHOFF, K.B., "Process Analysis and Simulation", John Wiley & Sons, 1968.
- [3] SHANNON, P.T., JOHNSON, A.I., CROWE, C.M., HOFFMAN, T.W., HAMICLEC, A.E. & WOODS, D.R., "Computer Simulation of a Sulfuric Acid Plant", Chemical Engineering Process, Vol. 62, Nº 6, pp. 49-59, 1966.
- [4] ZDEBSKY, S.R., "Simulação Numérica do Processo Petrosix de Extração de Óleo e Gás do Xisto Pirobetuminoso", Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, Fevereiro de 1989.
- [5] BOEHME, R., "Simulação de uma Unidade de Separação de Ar", Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, Maio de 1991.
- [6] KAYS, W.M. & LONDON, A.L., "Compact Heat Exchangers", McGraw-Hill, 2ª ed., 1964.
- [7] DITTUS, F.W. & BOELTER, L.M.K., "Heat Transfer in Auto mobile Radiators of the Tubular Type", Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 12, pp. 3-22, 1985.
- [8] TASSOU, S.A. & GREEN, R.K., "A Mathematical Model of the Heat Transfer Process in a Shell and Tube Condenser for use in Refrigeration Applications", Appl. Math. Modelling, Vol. 5, pp. 29-33, 1981.
- [9] HIRSCHBERG, H.G., "Kaeltmittel", Verlag C.F. Mueller Karlsruhe, 1966.
- [10] ROHSENOW, W.M., HARTNETT, J.P. & GANIC, E.N. (editores), "Handbook of Heat Transfer Applications", MUELLER, C. & SHAH, R.K., Capítulo 4, "Heat Exchangers", McGraw Hill, 2ª ed., 1985.
- [11] CHATO, J.C.J., "Laminar Condensation Inside Horizontal and Inclined Tubes", Ashare Journal, Vol. 4, Nº 2, pp. 52-60, 1962.
- [12] REYNOLDS, W.C., "Thermodynamic Properties in SI, Graphics, Tables and Computational Equations for 40 Substances", Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 1979.
- [13] BARKLEY, R.W. & MOTARD, R.L., "Decomposition of Nets", Chemical Engineering Journal, 3, pp. 265-275, 1972.
- [14] COPENE, Companhia Petroquímica do Nordeste, Folhas de operação da unidade de reliquefação de etileno, 1991 (comunicação pessoal).

SIMULAÇÃO DE UM SISTEMA DE RELIQUEFAÇÃO DE ETILENO: PARTE II

E.C.Berlinck*, J.A.R.Parise* e R.Pitanga Marques**
*Dept Engenharia Mecânica, **Dept Engenharia Química - PUC/RJ
Rua Marquês de São Vicente, 225 - Gávea
22453 - Rio de Janeiro, RJ - Brasil

RESUMO

Reservou-se à parte II, a descrição, a modelagem e a simulação do sistema de refrigeração por amônia que integra a unidade de reliquefação do etileno. Assim como na simulação do sistema de etileno os resultados teóricos foram comparados com os dados experimentais extraídos da própria unidade.

INTRODUÇÃO

A unidade de reliquefação de etileno funciona de forma integrada cujo o outro "constituente" é o sistema de refrigeração por amônia que, por sua vez, opera segundo um ciclo de compressão de vapor.

A simulação de ciclos de compressão de vapor, também, foi investigada por vários autores. Stoecker [1] analisa ciclos de compressão partindo do método de determinação dos pontos de equilíbrio, que é tradicionalmente utilizado na análise de sistemas. Através desse método, os compartimentos característicos de dois equipamentos interligados são expressos em função das mesmas variáveis e depois representados na forma de gráficos e posteriormente analisados.

Já Demanski e Didion [2] desenvolveram um modelo aplicado a unidades de condicionamento de ar que resultou no programa de simulação HPSIM. Este tipo de simulação representa um avanço sobre o método apresentado por Stoecker [1], na medida em que as equações representam o ponto de operação do sistema. Em comparação ao método anterior, este se mostra muito mais versátil, pois abrange grande faixa de operação e de opções para os equipamentos a serem estudados.

Marques [3], por sua vez, adequou o programa HPSIM à simulação de unidades de ar condicionado do tipo parede-predominante no mercado nacional. O modelo desenvolvido por Fisher e Nice [4] fornece outro exemplo de simulação de sistemas de refrigeração de pequeno porte. Além dos modelos acima mencionados existem outros programas na mesma linha de raciocínio onde, por exemplo, a transferência de calor entre o condensador e o meio exterior [5] é levada em consideração.

A compressão do vapor é realizada em dois estágios devido a grande diferença de temperatura existente entre as fontes quente e fria. A fonte quente (água de resfriamento) se encontra à temperatura ambiente, enquanto que a fonte fria (etileno em condensação) à temperatura de 248 K (-25°C).

O SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO POR AMÔNIA

O sistema de refrigeração por amônia, também representado esquematicamente na figura 1.1 (da parte I), opera segundo um ciclo de compressão em dois estágios, de forma semelhante ao sistema de etileno. Porém, ao contrário deste, o sistema de refrigeração por amônia não possui tanque de estocagem e utiliza um único compressor.

No primeiro nível de pressão, a amônia evapora da, proveniente do $CD_e/VE_{2,a}$, penetra no separador de líquido. O separador de líquido também é alimentado por uma mistura de líquido e vapor ("flash") de amônia, proveniente da válvula de expansão $VE_{1,a}$. A mistura de vapores no separador de líquido é comprimida, e, em seguida, se mistura ao "flash" produzido pela válvula de expansão $VE_{2,a}$, antes de escoar para o vaso de pressão intermediário, no segundo nível de pressão. A amônia líquida retorna ao separador, ao passo que o valor de amônia deixa o vaso de pressão intermediário aspirado pelo compressor. O segundo estágio de compressão do ciclo é realizado pelo outro estágio do compressor. Após a compressão, já no terceiro nível de pressão, o vapor de amônia se condensa e sofre expansão isentálpica através da válvula $VE_{2,a}$, para o segundo nível de pressão, completando assim o ciclo.

MODELAGEM

Como no sistema do etileno, a modelagem do trocador de calor baseou-se na solução das equações de balanço dos fluidos envolvidos, e de transferência de calor, utilizando o conceito de números de unidades de transferência-efetividade (ϵ -NTU) [6]. As mesmas hipóteses gerais foram adotadas na modelagem do trocador de calor do sistema de amônia, ou seja, (i) o escoamento como sendo homogêneo e unidirecional (ii) regime permanente de operação para os trocadores de calor (iii) nas equações de balanço de energia, apenas a troca de calor entre os fluidos envolvidos foi considerada, desprezando-se as perdas de calor para o meio exterior (iv) a queda de pressão ao longo do escoamento de ambos os fluidos foi, também, desprezada.

Devido a especificidade da função de cada trocador de calor, hipóteses adicionais foram incorporadas à modelagem.

Condensador

O condensador utilizado no sistema de refrigeração é um trocador de calor do tipo tubo-carcaça. Segundo a classificação TEMA [7], o condensador é BXM.

Modelo Térmico

O modelo empregado é o mesmo desenvolvido para o sub-resfriador e o condensador/evaporador por Tassou e Green [8]. O modelo se baseia na subdivisão do

trocador em três regiões distintas de transferência de calor e na solução das equações de balanço de energia entre os fluidos e de troca de calor. O método da efetividade-número de unidades de transferência (ϵ -NTU) é aplicado a cada região, como foi apresentado anteriormente.

As hipóteses adicionais consideradas para a modelagem do equipamento foram as seguintes:

(1) O condensador foi dividido em três regiões de transferência de calor, ou seja,

- 1) Região de vapor superaquecido
- 2) Região de condensação ou bifásica
- 3) Região de líquido sub-resfriado.

a) Região Bifásica ou de Condensação

A equação de balanço de energia aplicada à água de resfriamento, na região de bifásica, é expressa na forma:

$$\dot{Q}_{bf} = \dot{m}_{h_2o} c_{p,l,h_2o} (T_{h_2o,sa} - T_{h_2o,bf})$$

onde: $T_{h_2o,bf}$ e $T_{h_2o,sa}$ representam as temperaturas da água de resfriamento, na entrada das regiões bifásica e de vapor superaquecido, \dot{m}_{h_2o} a vazão mássica e c_{p,h_2o} o calor específico da água de resfriamento.

Por outro lado, de acordo com Tassou e Green [8], o balanço de energia na amônia na condensação pode ser escrito como

$$\dot{Q}_{bf} = \dot{m}_{2,a} h''_{lv}$$

onde:

$$h''_{lv} = h_{lv} + c_{p,v,a} (T_{m,v,sa} - T_{cd,a}) \cdot \dot{m}_{2,a}$$

representa a vazão mássica de amônia no segundo ciclo de compressão, $c_{p,v,a}$ o calor específico de vapor da amônia, h_{lv} a entalpia de vaporização na condensação, $T_{cd,a}$ a temperatura de condensação, e $T_{m,v,sa}$ a temperatura de mistura no final da região de vapor superaquecido.

A equação de troca de calor, utilizando o conceito de efetividade, pode ser expressa por

$$\dot{Q}_{bf} = \epsilon_{bf} \dot{m}_{h_2o} c_{p,l,h_2o} (T_{m,v,sa} - T_{h_2o,bf})$$

A temperatura de mistura no final da região de vapor superaquecido, pode ser obtida de forma análoga à apresentada no caso do etileno.

$$T_{m,v,sa} = T_{cd,a} + \frac{\alpha_{h_2o}}{\alpha_{sa}} (T_{cd,a} - T_{h_2o,bf})$$

onde α_{h_2o} e α_{sa} representam os coeficientes de filme da água de refrigeração no interior dos tubos e do vapor superaquecido, na carcaça.

Por outro lado, a expressão de efetividade para um fluido em mudança de fase é dada, como foi visto na parte I [9], pela relação

$$\epsilon_{bf} = 1 - \exp(-NTU_{bf})$$

O número de unidades de transferência correspondente à região bifásica pode ser expresso da seguinte maneira

$$NTU_{bf} = \frac{U_{bf} (F_{bf} A_{cd})}{C_{min}}$$

onde U_{bf} representa o coeficiente global de transferência de calor na região bifásica, A_{cd} a área de troca de calor no condensador, e F_{bf} a fração de área de troca de calor na região bifásica, expressa pela razão entre as áreas de troca da região bifásica e do condensador, dado por

$$F_{bf} = A_{bf} / A_{cd}$$

c) C_{min} a menor taxa de capacidade térmica entre os fluidos, no caso, a água de resfriamento.

b) Região de vapor superaquecido

A equação de balanço de energia aplicada à água de resfriamento, na região do vapor superaquecido, pode ser escrita na forma

$$\dot{Q}_{sa} = \dot{m}_{h_2o} c_{p,l,h_2o} (T_{62} - T_{h_2o,sa})$$

onde T_{62} representa a temperatura da água de resfriamento na saída do condensador.

Por outro lado, quando a equação de balanço de energia é aplicada à amônia obtém-se

$$\dot{Q}_{sa} = \dot{m}_{2,a} c_{p,v,a} (T_{56} - T_{m,v,sa})$$

onde T_{56} representa a temperatura de entrada da amônia no condensador. A equação de troca de calor, utilizando o conceito de efetividade, pode ser escrita na forma

$$\dot{Q}_{sa} = \epsilon_{sa} C_{min} (T_{56} - T_{h_2o,sa})$$

A expressão para a efetividade utilizada no modelo de Tassou e Green [8] difere da empregada no presente modelo, pois estes trocadores possuem classificação TEMA distinta. O trocador apresentado por Tassou e Green [8] é BEM, enquanto que o do presente modelo é BXM. A expressão para a efetividade a ser utilizada, é a de um trocador de escoamento cruzado e globalmente contra-corrente, onde um dos fluidos é misturado. De acordo com Roshsenow et al [10] a relação para a efetividade é

$$\epsilon = \left| 1 - \frac{2}{(1+B')+(1+B'')/v} \right| \frac{1}{C}$$

onde C representa a razão entre as taxas de capacidade de térmica

$$B' = -\exp(-NTU/2)$$

$$v = \exp(-C(1-B'))$$

O número de unidades de transferência na região de vapor superaquecido é dado por

$$NTU_{sa} = \frac{U_{sa} (F_{sa} A_{cd})}{C_{min}}$$

c) Região de Líquido Sub-resfriado

A equação de balanço de energia aplicada à água de resfriamento fornece:

$$\dot{Q}_{sr} = \dot{m}_{h_2o} c_{p,l,h_2o} (T_{h_2o,bf} - T_{61})$$

onde T_{61} é a temperatura da água de resfriamento na entrada do condensador.

Por outro lado, o balanço de energia quando aplicado à amônia pode ser expresso na seguinte forma

$$\dot{Q}_{sr} = \dot{m}_{2,a} c_{p,l,a} (T_{cd,a} - T_{57})$$

onde T_{57} representa a temperatura de saída da amônia e $c_{p,l,a}$ o calor específico líquido da amônia. A fração de área de troca de calor correspondente à região de líquido sub-resfriado é escrita por

$$F_{sr} = 1 - F_{sa} - F_{bf}$$

A equação de troca de calor, utilizando o conceito de efetividade, pode ser expressa da seguinte forma

$$\dot{Q}_{sr} = \epsilon_{sr} C_{min} (T_{cd,a} - T_{61})$$

onde T_{61} é a temperatura de entrada da água de resfriamento.

$$NTU_r = \frac{U_{sr} F_{sr} A_{cd}}{C_{min}}$$

O calor total trocado no condensador é

$$\dot{Q}_{cd} = \dot{Q}_{sa} + \dot{Q}_{df} + \dot{Q}_{sr}$$

d) Coeficiente de Transferência de Calor

O coeficiente de transferência de calor para a amônia varia de acordo com a região no condensador. Para as regiões onde há presença de uma única fase, α é obtido pelo método de Bell-Delaware [9].

O coeficiente de transferência para o caso da condensação de um fluido sobre um feixe de tubos com N números de tubos alinhados verticalmente é dado por Taborek [11].

Compressor

O compressor utilizado no sistema de refrigeração por amônia é semelhante aqueles que compõem o sistema do etileno, isto é, do tipo alternativo de duplo efeito (tipo K).

O compressor K-140-2A emprega as mesmas equações dos modelos dos compressores do sistema de etileno. No entanto, o que se deseja agora, é encontrar a pressão e a temperatura de descarga a partir da vazão e da condição termodinâmica do vapor na sucção. Portanto, neste caso, as pressões de descarga passam a ser as incógnitas, enquanto que as vazões mássicas, os dados de entrada.

Vaso de Pressão Intermediário e Junção dos Pontos 53, 54 e 58

Descrição

O vaso de pressão intermediário e a junção dos pontos 53, 54 e 58, são os equipamentos do sistema de refrigeração que operam segundo uma determinada pressão intermediária. O conjunto vaso/junção recebe vapor superaquecido proveniente do compressor e uma mistura de líquido e vapor advinda do condensador após a expansão na válvula VE_{2,a}. O líquido do vaso escoa e se expande para o separador através de uma válvula, enquanto que o vapor é aspirado pelo segundo estágio do compressor, para o condensador.

Modelo Térmico

O modelo consiste na solução das equações de balanço de massa e energia, admitindo-se que não haja troca de calor entre o vaso e o meio exterior.

$$\dot{m}_{1,a} + \dot{m}_{2,a} = \dot{m}_{2,a} + \dot{m}_{1,a}$$

$$\dot{m}_{1,a} h_{53} + \dot{m}_{2,a} h_{58} = \dot{m}_{2,a} h_{55} + \dot{m}_{1,a} h_{59}$$

onde, $\dot{m}_{1,a}$ e $\dot{m}_{2,a}$ representam as vazões mássicas da amônia no primeiro e segundo estágios de compressão do ciclo e h_{53} , h_{55} , h_{58} e h_{59} as entalpias específicas, nos pontos correspondentes do diagrama da figura 1.1 (da parte I).

Separador de Líquido

Descrição

O separador de líquido é o equipamento do sistema que opera à pressão de evaporação. O separador recebe uma mistura de líquido e vapor proveniente da válvula de expansão, fornecendo líquido ao condensador/evaporador, descrito anteriormente. O vapor é aspirado pelo primeiro estágio do compressor, para o vaso de pressão intermediário.

Modelo Térmico

O modelo consiste na solução da equação de balanço de massa e de energia, levando-se em consideração que não há trocas de calor entre o vaso e o meio exterior.

$$\dot{m}_{1,a} + \dot{m}_{ev,a} = \dot{m}_{ev,a} + \dot{m}_{1,a}$$

$$\dot{m}_{1,a} h_{60} + \dot{m}_{ev,a} h_{50} = \dot{m}_{ev,a} h_{51} + \dot{m}_{1,a} h_{52}$$

onde, $\dot{m}_{ev,a}$ representa a vazão mássica de amônia evaporada no condensador/evaporador e h_{50} , h_{51} , h_{52} e h_{60} são as entalpias específicas nos pontos correspondentes do diagrama, apresentado na figura 1.1 (da parte I).

Válvula de Expansão

Como no sistema de etileno, as válvulas de expansão usadas no sistema de refrigeração por amônia são do tipo que mantém constante o nível de líquido em um recipiente. O modelo é análogo ao apresentado para as válvulas do sistema de etileno.

METODOLOGIA, ALGORITMO E SIMULAÇÃO DO SISTEMA

O algoritmo da simulação dos sistemas de etileno e de refrigeração por amônia é desenvolvido em

duas etapas: a primeira etapa determina a ordem de execução dos módulos, e a segunda etapa, define os ciclos de iterações das variáveis associadas aos P.P.S..

CODIFICAÇÃO DOS ALGORITMOS

A linguagem Pascal, por questões de ordem prática, foi usada para codificar o algoritmo de simulação dos sistemas de etileno e de refrigeração por amônia.

A simulação da unidade de reliquefação, dividida nos sistemas do etileno e de refrigeração por amônia, foi realizada da seguinte forma: o algoritmo do sistema do etileno é inicialmente executado, definindo a carga térmica de refrigeração e, em seguida, é executado o do sistema de refrigeração por amônia.

Os dados de entrada do programa referentes ao processo do sistema de etileno são:

(i) as pressões do tanque de estocagem, intermediária e de condensação;

(ii) e, as temperaturas de saída do vapor do tanque de estocagem e do vaso de pressão intermediário.

Os dados de entrada do programa referentes ao processo do sistema de refrigeração por amônia são:

(i) a pressão de evaporação;

(ii) a carga térmica de refrigeração;

(iii) as temperaturas de saída do vapor do separador de líquido e do vaso de pressão intermediário;

(iv) e, a vazão mássica e a temperatura da água de resfriamento na entrada do condensador.

O programa fornece a vazão mássica, a pressão, a temperatura, a entalpia e o título da mistura (amônia ou etileno) para diversos pontos do fluxograma da unidade. Destas, apenas as pressões e as temperaturas serão comparadas posteriormente com os dados experimentais extraídos da própria instalação. Todos os dados referentes as constantes físico-químicas do etileno e da amônia foram encontradas nas referências [12], [13] e [14].

RESULTADOS

Nas figuras 1.1 e 1.2 são apresentados os valores das pressões intermediária e de condensação do sistema de refrigeração.

Os valores previstos da pressão intermediária apresentam um desvio máximo de 21%. Já os valores da pressão de condensação estão em uma faixa de 14%, sendo que 60% dos pontos estão situados razoavelmente próximos dos valores experimentais. A concordância entre as pressões estimadas e os valores experimentais está relacionada ao ajuste efetuado no coeficiente volumétrico (C_v).

E, finalmente, a figura 1.3 ilustra a comparação da temperatura da amônia na saída do condensador do sistema de refrigeração.

Pode-se observar, que os valores experimentais estão próximos dos valores previstos, com um desvio de aproximadamente 10 K.

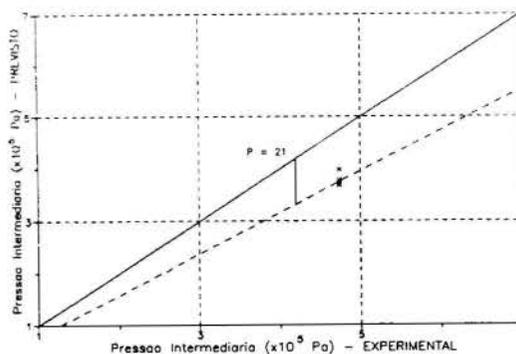


Figura 1.1 - Comparação entre os valores previstos e os experimentais para a pressão no vaso de pressão intermediário.

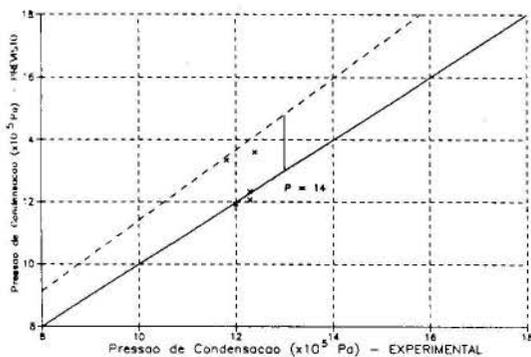


Figura 1.2 - Comparação entre os valores previstos e os experimentais para a pressão de condensação.

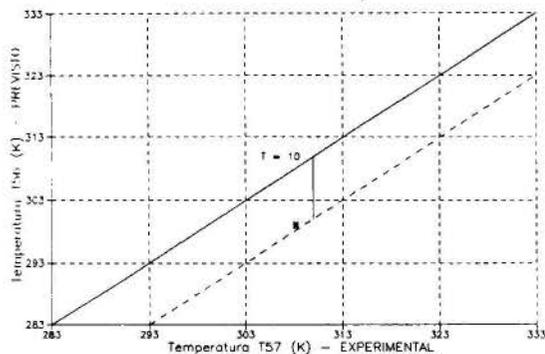


Figura 1.3 - Comparação entre os valores previstos e os experimentais da temperatura da amônia após o condensador.

CONCLUSÃO

Os resultados obtidos para o sistema de refrigeração por amônia foram como no caso do etileno considerados satisfatórios, no entanto, algumas sugestões para o aprimoramento do modelo de simulação incluem:

O cálculo da perda de carga nos modelos dos trocadores de calor. O método de Martinelli - que se aplica a escoamentos bifásicos - poderia, por exemplo, ser utilizado nos trocadores onde há mudança de fase. A queda de pressão associada a este tipo de escoamento certamente contribuiu para que os ciclos reais dos sistemas do etileno e de refrigeração por amônia se afastassem dos respectivos ciclos ideais.

- A introdução de modelos visando contabilizar a transferência de calor entre as tubulações e o meio ambiente. A tubulação poderia ser vista como um trocador de calor, no qual o coeficiente global (de transferência de calor) seria composto pelas resistências térmicas por convecção (lado interno e externo do tubo) e por condução através do isolamento.

- A substituição da modelagem do tanque de estocagem por outra mais sofisticada (considerando-o como um trocador de calor), onde parâmetros geométricos e de operação seriam levados em conta. Isto permitiria, o estudo do comportamento da unidade em função da variação de insolação recebida pelo tanque de estocagem ao longo do dia.

- O desenvolvimento de um estudo exergético com o intuito de identificar dentre as possíveis alternativas de funcionamento da unidade, a que melhor aproveite os recursos energéticos disponíveis.

REFERÊNCIAS

- [1] STOECKER, W.F. & JONES, J.W., "Refrigeração e ar condicionado", McGraw-Hill, 1ª Edição em Português, 1985.
- [2] DOMANSKI, P. & DIDION, D., "Computer Modeling of the Vapor Compression Cycle with Constant Flow Area

Expansion Device", NBS Building Science Series 155, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Md, 1983.

[3] MARQUES, M.E., "Simulação Numérica de Condicionadores de Ar de Janela", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica, Abril de 1991.

[4] FISHER, S.K. & RICE, C.K., "The Oak Ridge Heat Pump Models: 1. A Steady-state Computer Design Model for Air-to-Air Heat Pumps, ORNL/CON-80/R1, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, TN, USA, 1983.

[5] HERBAS, T.B. & PARISE, J.A.R., "Steady-state Simulation of Vapour-compression Heat Pumps with Condenser Heat Losses", X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, RJ, Dezembro, pp., 1989.

[6] KAYS, W.M. & LONDON, A.L., "Compact Heat Exchangers", McGraw-Hill, 2nd ed., 1964.

[7] TUBULAR EXCHANGER MANUFACTURES ASSOCIATION STANDARDS, 6th ed., New York, 1978.

[8] TASSOU, S.A. & GREEN, R.K., "A Mathematical Model of the Heat Transfer Process in a Shell and Tube Condenser for use in Refrigeration Applications", Appl. Math. Modelling, Vol. 5, pp. 29-33, 1981.

[9] BERLINEK, E.C., PARISE, J.A.R. e PITANGA MARQUES, R., "Simulação de um Sistema de Reliquefação de Etileno: PARTE I", IV ENCIT, dezembro de 1992, Brasil.

[10] ROHSENOW, W.M., HARTNETT, J.P. & GANIC, E.N. (editores), "Handbook of Heat Transfer Applications", MUELLER, C. & SHAH, R.K., Capítulo 4, Heat Exchangers, McGraw-Hill, 2nd ed., 1985.

[11] "Heat Exchangers Design Handbook (HEDH)", TABOREK, J., Capítulo 3, seção 3.3, Shell-and-tube Heat Exchangers: Single-phase flow, Hemisphere Publishing Corporation, 1983.

[12] REYNOLDS, W.C., "Thermodynamic Properties in SI, graphs, tables and computational equations for 40 substances", Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 1979.

[13] YAWS, C.L., BORRESON, R.W. e SCHORR, G.R., "Correlation Constants for Chemical Compounds 22", Chemical Engineering, Aug. 16, pp. 79-87, 1976.

[14] YAWS, C.L., MILLER, J.W., SHAH, P.N. & SCHORR, G.R., "Correlation Constants for Chemical Compounds 24", Chemical Engineering, Nov. 22, pp. 153-162, 1976.

A TÉCNICA DO PONTO DE ESTRANGULAMENTO NA INTEGRAÇÃO ENERGÉTICA DE UMA PLANTA QUÍMICA

Cláudio O. Teixeira - YUKON Engenharia e Informática
Eduardo M. Queiroz - Dep. de Eng. Química - EQ/UFRJ
Ronaldo C. Fernandes - Dep. de Eng. Química - EQ/UFRJ

SUMÁRIO

Este trabalho utiliza a Técnica do Ponto de Estrangulamento e o Método da Tabela Problema para a avaliação do desempenho de uma planta industrial, observadas as restrições do seu fluxograma de processo, visando definir metas de máxima recuperação de energia no circuito de utilidades e estabelecer procedimentos para aumentar a capacidade instalada, com a eliminação de gargalos através de modificações nos parâmetros de projeto de seus equipamentos.

INTRODUÇÃO

As exigências de novos patamares de produtividade e competitividade em um cenário de globalização de mercados têm exercido pressões acentuadas nos programas de controle de consumo de energia (PCE) das plantas químicas e petroquímicas, implicando na necessidade absoluta de minimização dos custos operacionais associados às centrais de utilidades (vapor e água de resfriamento).

Neste contexto, a análise de integração energética de equipamentos térmicos, tendo em mente os limites resultantes das características de cada processo, constitui elemento básico para o funcionamento de unidades industriais em condições ótimas, espelhadas por índices técnicos que relacionam os níveis de demanda de energia com a capacidade de produção da planta.

A preocupação com excessivas perdas de energia no processo, comprometendo a operação eficiente de complexos químicos e petroquímicos, vem absorvendo prolongados esforços de alguns pesquisadores, principalmente concentrados na avaliação de redes de trocadores de calor e sistemas combinados de calor e potência (Linnhoff et al., 1982) (Linnhoff, 1983).

Dentro dessa abordagem, alguns importantes trabalhos publicados (Linnhoff e Hindmarsh, 1983) (Linnhoff e Vredeveld, 1984) (Linnhoff e Smith, 1988) discutiram a aplicação da Técnica do Ponto de Estrangulamento da recuperação de calor ("Pinch Technology") no projeto integrado de equipamentos térmicos. Outros autores (Boland e Hindmarsh, 1984) (Duran e Grossmann, 1986), ampliando o escopo deste método, demonstraram a sua funcionalidade na previsão dos custos mínimos associados ao consumo de utilidades e na otimização energética de plantas industriais.

Na sequência, os resultados da pesquisa convergiram para a disseminação deste conceito em auditorias técnicas de engenharia em indústrias químicas, petroquímicas, papel e celulose, alimentícias e farmacêuticas (Tjoe e

Linnhoff, 1986). Os progressos obtidos evidenciaram que a tecnologia emergente, muito mais que um procedimento exclusivamente dedicado à solução do problema energético, pode contribuir para corrigir distorções relacionadas à qualidade de efluentes industriais, à melhoria do rendimento global do processo, à ampliação da capacidade instalada e a outras questões operacionais (Linnhoff et al., 1988).

A metodologia adotada neste trabalho focaliza o problema da integração energética de uma planta química, com a inclusão de um conjunto de restrições geradas pelo estudo conceitual do processo e de seus fluxogramas, visando incrementar o grau de aproveitamento das matérias-primas utilizadas (rendimento do processo) e atingir metas de máxima recuperação de energia.

A ferramenta empregada para a avaliação do conjunto de equipamentos térmicos existentes no universo de operações unitárias representativas do processo é a Técnica do Ponto de Estrangulamento, que possibilita a identificação de gargalos na unidade industrial e favorece a proposição de modificações nos parâmetros de projeto dos equipamentos mencionados.

Os aspectos principais do trabalho desenvolvido são destacados em um exemplo real de uma planta de produção de açúcar com um fluxograma de processo consolidado, englobando trocadores de calor de placas, ejetores e condensadores.

FUNDAMENTOS

A Técnica do Ponto de Estrangulamento tem como base uma análise dos fluxos térmicos do processo, quando então as correntes quentes são combinadas em termos de seus conteúdos entálpicos para construir um perfil composto de resfriamento e as correntes frias geram, analogamente, um perfil composto de aquecimento (Linnhoff et al., 1988).

Tais curvas compostas são dispostas em diagramas de entalpia x temperatura e possibilitam identificar a diferença de temperatura mínima permitida (ponto de estrangulamento), bem como os requisitos mínimos de utilidades nos extremos frio e quente do processo, e o nível máximo de recuperação de calor na região de superposição das referidas curvas.

O ponto de estrangulamento divide o sistema global em dois subsistemas termodinâmicos distintos, cada um dos quais em equilíbrio com a sua fonte de utilidades, indicando que, se não houver transferência de calor através deste ponto, estará garantido um consumo mínimo de energia no processo.

Partindo destes conceitos teóricos, os textos de referência (Linnhoff et al., 1982) mostram o Método da Tabela Problema como o procedimento mais simples, imediato e lógico de utilização da Técnica do Ponto de Estrangulamento no projeto e/ou na avaliação de processos industriais. Isto posto, diversos casos práticos foram estudados na última década, a maior parte deles com atenção especial para os sistemas de troca térmica, tendo como suporte este método e obedecendo as seguintes etapas:

- . análise do fluxograma de processo;
- . estruturação da tabela problema com a especificação das temperaturas de entrada e de saída (metas), vazões mássicas e entalpias das correntes de processo;
- . elaboração do diagrama de integração térmica, contendo os trocadores de calor presentes no processo;
- . identificação das necessidades de utilidades quente e fria;
- . construção dos gráficos das curvas compostas para as correntes quentes e frias (diagrama temperatura-entalpia);
- . determinação da diferença de temperatura mínima (ponto de estrangulamento) e confirmação das cargas térmicas relativas às utilidades;
- . diagnóstico do problema e seleção de alternativas de solução, observadas as restrições típicas do processo;
- . proposta de modificações, quando da avaliação de uma unidade em funcionamento, ou projeto integrado do processo.

APLICAÇÕES NA ENGENHARIA DE PROCESSO

Modernamente, a síntese de processo, entendida como a criação de suas estruturas, alcançou um avançado estágio de desenvolvimento como consequência direta de um melhor entendimento das transferências de energia no sistema global de processamento.

As novas estratégias de integração energética de processo baseadas em princípios e conceitos de termodinâmica aplicada - tal como a Técnica do Ponto de Estrangulamento - possibilitam melhores concepção e dimensionamento de esquemas de recuperação de calor, de sistemas de geração combinada de calor e potência, e de processos energeticamente eficientes. Esses avanços teóricos têm feito com que se olhe para processos tanto do ponto de vista de escoamento de material quanto do de energia (Liu et al., 1987).

Embora a referida técnica analítica seja fundamentada no escoamento de calor, e tenha sido utilizada frequentemente na integração de processos visando o uso eficiente de energia, não se constitui apenas em um método de obtenção de economia de energia. Seu embasamento termodinâmico, seus conceitos peculiares e seu procedimento de aplicação permitem-lhe ampliar o escopo original da otimização energética de plantas industriais para a racionalização/otimização da engenharia de processos.

Os seguintes tópicos mostram exemplos de utilização da Técnica do Ponto de Estrangulamento no contexto da engenharia de processamento de materiais (Linnhoff et al., 1988):

- . modificações de processo e ampliações de plantas industriais;
- . desengargalamento de processo, e detecção e eliminação de fontes de problemas de operação da planta;
- . aumento da capacidade de processamento da planta;
- . incremento da eficiência da conversão reagente/produto, e obtenção de ganhos na qualidade do produto final;
- . redução do impacto ambiental, através da melhor qualidade dos efluentes;
- . redução de custos de operação e de custos de capital.

ESTUDO DE CASO

O presente trabalho discute a aplicação conjugada da Técnica do Ponto de Estrangulamento e do Método da Tabela Problema na avaliação de uma planta de produção de açúcar, representada pelo fluxograma visto na figura 1, contendo equipamentos térmicos de contato direto e indireto. A unidade é composta por três sistemas de evaporação com trocadores de calor de placas (TC), vasos separadores por vaporização (VF), ejetores de termocompressão (EJ), condensadores barométricos (CB) e um cristalizador evaporativo (CR). As utilidades quente (vapor saturado) e fria (água) estão sempre disponíveis nas temperaturas de 175 °C e 30 °C.

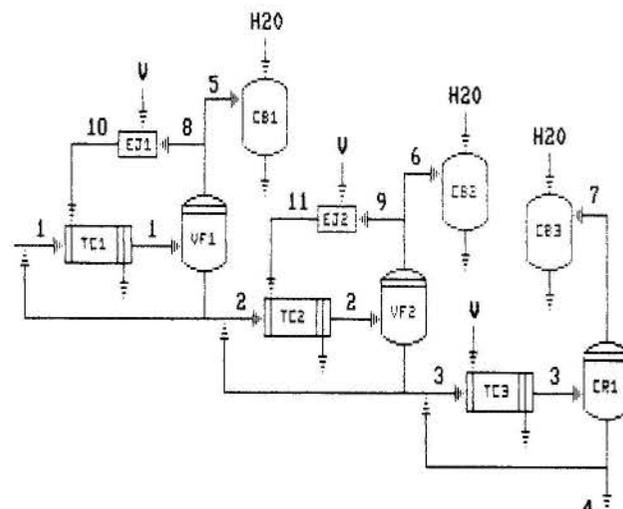


Figura 1 . Fluxograma de Processo da Planta de Açúcar

Os dados das correntes de processo quentes (Q) e frias (F) estão sintetizados na tabela problema (tabela 1). É importante ressaltar que as correntes Q10 e Q11 estão especificadas com as mesmas vazões mássicas de F8 e F9, sendo resultantes do aquecimento nos sistemas de termocompressão (EJ1 e EJ2). Na realidade, as vazões mássicas de Q10 e Q11 são maiores em função da adição de vapor vivo nos termocompressores, fato que é computado adiante como consumo de utilidade quente em um trocador de contato direto hipotético (H'').

Tabela 1. Tabela Problema

Corrente	Tent (°C)	Tmeta (°C)	Wm (kg/h)	ΔH (kW)
F1	65	78	96603	1138
F2	60	72	73081	646
F3	64	74	108000	788
F8	62	107	564	7
F9	58	107	740	10
Q5	62	46	1358	946
Q6	58	48	1777	1231
Q7	48	40	251	176
Q10	107	92	564	369
Q11	107	92	740	484

O diagrama de integração térmica (figura 2), obtido a partir das informações do fluxograma, das metas da tabela problema e dos balanços de energia, mostra os trocadores de calor envolvendo as correntes de processo (TC1 e TC2), os aquecedores de contato indireto (H) e direto (H'), e os resfriadores de contato direto (C'), bem como as unidades hipotéticas (H''), fornecendo um quadro geral da rede de troca térmica.

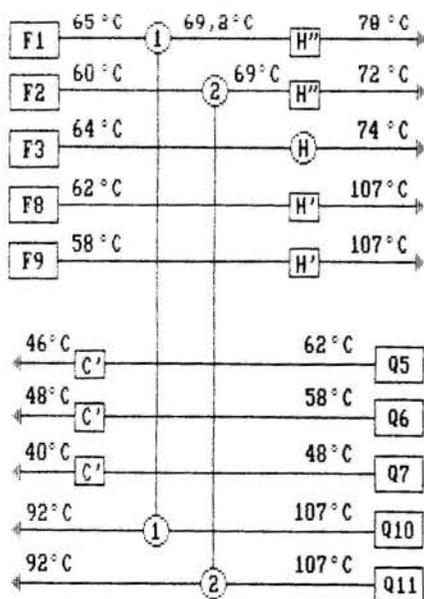


Figura 2. Diagrama de Integração Térmica

A figura 3, resultante da totalização dos conteúdos entálpicos das correntes nas faixas de temperatura ditadas pelo processo, traz os perfis compostos de aquecimento e de resfriamento para o caso estudado, evidenciando a diferença de temperatura mínima ($\Delta T_{min} = 32^\circ\text{C}$), a carga térmica da utilidade quente ($Q_q = 1735 \text{ kW}$) e a carga térmica da utilidade fria ($Q_f = 2350 \text{ kW}$).

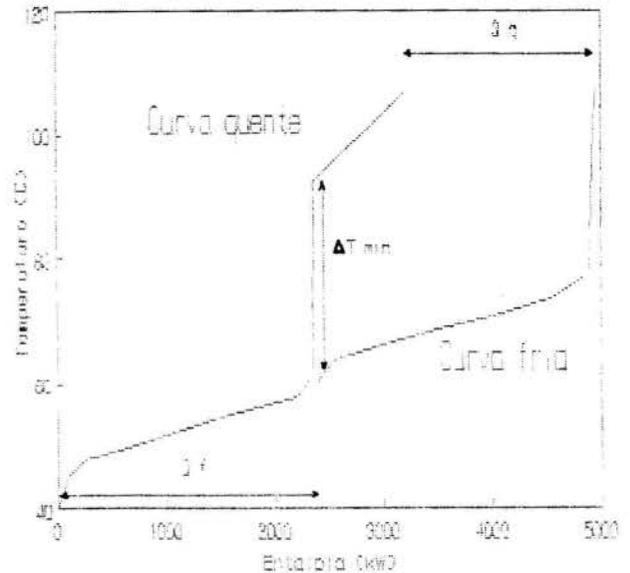


Figura 3. Curvas Compostas

A posição relativa e as demais características destas curvas permitem realizar um diagnóstico da situação:

- o pequeno grau de superposição entre as curvas denota um baixo nível de integração energética entre as correntes de processo;
- as correntes de vapor na saída dos vasos de separação e do cristalizador não podem ser utilizadas para aquecer as correntes frias de processo, uma vez que apresentam temperaturas praticamente iguais ou inferiores àquelas registradas pelas correntes F1, F2 e F3. Este fato explica o acentuado deslocamento da curva fria para a direita, já que a fonte de utilidade quente (vapor vivo) é a principal responsável pelo aquecimento das correntes de processo e a fonte de utilidade fria (água) responde quase que exclusivamente pelo resfriamento das correntes de processo.

Modificações na Unidade Industrial

Considerando os limites do processo, cabe, neste ponto, propor um conjunto de modificações para a melhoria do desempenho da unidade industrial, decorrentes da análise feita pela Técnica do Ponto de Estrangulamento:

- o redimensionamento do sistema de vácuo no circuito de evaporação possibilita a translação da curva fria para a esquerda, promovendo o incremento do nível de integração energética (uso do vapor gerado no processo) e, em consequência, reduzindo o consumo de utilidades (menor custo operacional);

- o reaproveitamento integral do vapor gerado no processo viabiliza estudos posteriores para a eliminação dos condensadores barométricos (CB1 e CB2) e dos termocompressores (EJ1 e EJ2);
- alternativamente, a redução da carga térmica da utilidade fria pode ser conseguida com o uso do vapor gerado no processo em outros pontos da planta (por exemplo, no aquecimento dos tanques de dissolução da matéria-prima), sem implicar em qualquer sacrifício para as torres de resfriamento existentes na central de utilidades;
- as já comentadas alterações no sistema de vácuo podem ser direcionadas para elevar as taxas de evaporação nos vasos de separação e diminuir os ciclos operacionais do cristalizador, aumentando a capacidade da planta e eliminando gargalos na obtenção do produto final.

Linnhoff, B. e Vredeveld, D.R., "Pinch Technology Has' Come of Age", Chemical Engineering Progress, Vol. 80 (7), pp. 33-40, 1984.

Linnhoff, B. e Smith, R., "The Pinch Principle", Mechanical Engineering, Fevereiro, pp. 70-73, 1988.

Linnhoff, B., Polley, G.T. e Sahdev, V., "General Process Improvements Through Pinch Technology", Chemical Engineering Progress, Vol. 84 (6), pp. 51-58, 1988.

Liu, Y.A., McGee, Jr., H.A. e Epperly, W.R., "Recent Developments in Chemical Process and Plant Design", John Wiley & Sons, New York, 1987.

Tjoe, T.N. e Linnhoff, B., "Using Pinch Technology for Process Retrofit", Chemical Engineering, Abril, pp. 47-60, 1986.

CONCLUSOES

Os princípios gerais da Técnica do Ponto de Estrangulamento não estão limitados à análise de redes de trocadores de calor: neste trabalho, por exemplo, foram aplicados a equipamentos térmicos de contato direto.

Além disto, o procedimento exposto no estudo de caso é uma poderosa ferramenta para a avaliação de processos químicos e petroquímicos.

Em síntese, a força da metodologia reside na simplicidade com que são detectados os gargalos e as disfunções na operação de plantas industriais, garantindo, entre outros benefícios tangíveis, soluções práticas para a execução de modificações nos equipamentos e também favorecendo a ampliação da capacidade de produção com reduzidos níveis de investimento fixo.

REFERÊNCIAS

Boland, D. e Hindmarsh, E., "Heat Exchanger Network Improvements", Chemical Engineering Process, Vol. 80 (7), pp. 47-54, 1984.

Duran, M.A. e Grossman, I.E., "Simultaneous Optimization and Heat Integration of Chemical Processes", AIChE Journal, Vol. 32 (1), pp. 123-138, 1986.

Linnhoff, B., Townsend, D.W., Boland, D., Hewitt, G.F., Thomas, B.E.A., Guy, A.R., e Marsland, R.H., "A User Guide on Process Integration for the Efficient Use of Energy", IChemE, Rugby, 1982.

Linnhoff, B., "New Concepts in Thermodynamics for Better Chemical Process Design", Chem Eng Res Des, Vol. 61, pp. 207-223, 1983.

Linnhoff, B. e Hindmarsh, E., "The Pinch Design Method for Heat Exchanger Networks", Chemical Engineering Science, Vol. 38 (5), pp. 745-763, 1983.

ABSTRACT

Pinch Technology is a totally general process engineering tool to solve problems as diverse as increasing product yield and improving the process flexibility. The objective of this paper is to present a systematic evaluation of a sugar processing plant using the Pinch Technology and the straightforward Problem Table algorithm, with a procedure for simultaneously handling some aspects of optimal heat integration while performing the analysis of the process flow-sheet.

SIMULAÇÃO DE UMA COLUNA DE ABSORÇÃO DE GASES ÁCIDOS

ATILANO ANTÔNIO VEGINI
BASF Brasileira S.A.

MILTON MORI
DPQ/FEQ/UNICAMP
Cx. Postal 6066
13.081 - Campinas - S.P.

SUMÁRIO

Este trabalho resume-se em apresentar a simulação de uma coluna de absorção de gases ácidos, através do uso de um simulador de processo. O método utilizado para o cálculo da absorção é análogo ao utilizado em colunas de estágios. Ao invés de usar o coeficiente global de transferência de massa para descrever o transporte que ocorre na coluna, é utilizada a eficiência de Murphree modificada.

INTRODUÇÃO

O Monóxido de Carbono é utilizado como matéria-prima na síntese do DMF (dimetilformamida), sendo produzido a partir do Coque de Petróleo e Oxigênio. A reação se desenvolve a alta temperatura (acima de 1000°C), gerando como sub-produtos o CO₂, H₂, H₂O, H₂S, COS, CS₂, etc.. A purificação do CO é baseada na absorção física das impurezas com metanol resfriado a alta pressão, processo mais conhecido como Rectisol. A simulação da coluna de absorção de gases ácidos (CO₂, H₂S, COS, CS₂), é necessária para a realização do estudo paramétrico do processo de purificação do Monóxido de Carbono (CO).

A Planta de CO pertence a BASF Química da Bahia, e encontra-se localizada no pólo petroquímico de Camaçari.

O simulador de processo utilizado na simulação da coluna é o HYSIM, pertencente a Hyprotech Ltd. Para o cálculo da coluna de absorção o método utilizado é o desenvolvido por Russel (1983), o qual não é totalmente novo, mas é uma nova combinação das técnicas existentes, pertencendo a classe "inside-outside" de métodos originados por Boston (Russel, 1983). O balanço de massa e energia é resolvido utilizando um modelo simples para o cálculo da entalpia e equilíbrio líquido-vapor. A eficiência de Murphree modificada é utilizada pelo simulador, para cada estágio. Outro detalhe importante é que o cálculo da coluna é feito através de estágios, sendo desta forma necessário para a coluna de recheio o valor da HETP (altura de empacotamento equivalente a um prato teórico).

O cálculo da eficiência, HETP, correção do balanço energético, e os resultados obtidos através do uso deste tipo de técnica para o cálculo da coluna de absorção de gases ácidos, são descritos nos próximos itens.

COLUNA DE ABSORÇÃO

Esta operação é a mais importante do processo de purificação de CO, devendo a simulação ser a mais realista possível. Quando começamos a obter os primei-

ros resultados da simulação desta coluna, observamos que a temperatura de saída do metanol da coluna estava totalmente diferente dos dados encontrados na planta. Estudamos o caso e concluímos que o modelo de cálculo do simulador para este tipo de coluna de absorção, não considera rigorosamente os efeitos térmicos associados aos calores de absorção, transferência de calor entre as correntes de líquido e gás, evaporação e condensação do solvente. Para o balanço de massa da coluna, o cálculo da eficiência corrige as distorções decorrentes da hipótese de equilíbrio para os estágios. Desta forma, uma correção no balanço energético da coluna foi efetuado.

Cálculo da Eficiência:

A solubilidade e velocidade do gás e do líquido, viscosidade, mecanismo de absorção, bem como o tipo de recheio ou prato são alguns dos fatores que afetam a eficiência das colunas. O cálculo da eficiência através dos métodos de transferência de massa, ou o uso de alguma correlação empírica pode ser usado na predição da eficiência.

Uma outra alternativa para predizer a eficiência, é usar o próprio simulador, isto é, com os dados de balanço de massa e energia da coluna, a eficiência no simulador é modificada até que o balanço de massa para a coluna simulada se iguale aos dados reais. Este é o método que utilizamos para predizer a eficiência da coluna de absorção. O valor encontrado para a eficiência da coluna é 56,18% (Vegini, 1992).

Cálculo da HETP:

Esta informação é necessária para as colunas que possuem recheio, já que no simulador o cálculo é feito através de estágios. Para o cálculo da HETP (altura de empacotamento equivalente a um prato teórico), usamos os valores que se encontram no Perry's Chemical Engineer's Handbook (Perry, et al., 1984), os quais são mostrados na Tabela 1.

Estes valores são aplicados à sistemas de absorção e desabsorção, onde ocorre somente absorção ou desabsorção física dos gases.

Tabela 1. Cálculo da HETP

Tamanho do Recheio mm (in)	H E T P m
25 (1)	0,4 - 0,5
38 (1,5)	0,5 - 0,7
50 (2)	0,7 - 0,9
75 (3)	0,9 - 1,0

Correção do balanço energético da coluna:

O cálculo de uma coluna de absorção de gases é complicado, devido aos efeitos térmicos associados aos calores de absorção, transferência de calor entre as correntes de líquido e gás, evaporação e condensação do solvente.

Várias alternativas para corrigir o balanço energético da coluna de absorção de gases ácidos foram estudadas, mas devido as complicações de cada caso, optamos pela correção do balanço energético através da adição de energia à coluna. Como possuímos dados a respeito da coluna de absorção em várias condições de operação, simulamos estes casos e adicionamos uma corrente de energia à coluna para corrigir a temperatura do metanol. Desta forma, possuímos várias simulações corrigidas de forma manual, a qual nos fornece a taxa de energia necessária para cada caso. A Tabela 2 apresenta a taxa de energia para as várias condições de operação, bem como os valores das variáveis que consideramos como sendo as que possuem maior influência na temperatura do metanol.

Tabela 2. Taxa de energia necessária para correção da temperatura do metanol na saída da coluna

Nome da Simulação	Energia KJ/h	VL Kg/h	VG Kg/h	T _L °C	T _G °C
A030781	24350	1804,10	159,982	-9,0	19,33
A160781	25525	1767,01	124,720	-7,5	20,00
A1820781	26230	1881,04	139,931	-9,0	21,50
A080781	26750	1814,80	124,596	-9,0	17,00
A090781	26800	1805,56	109,501	-9,5	19,00
A020781	27330	1763,78	139,969	-9,8	19,10
A060781	29265	1805,65	139,700	-9,6	18,00
A050781	29050	1837,03	149,680	-9,5	17,25
A1920781	33550	1930,73	135,168	-8,0	24,00
A060191	54000	3436,60	364,131	-8,3	22,70
A070191	58200	3438,47	362,599	-8,7	23,30
A080191	60900	3437,45	350,802	-8,5	22,00
A100191	62300	3469,81	190,973	-9,3	23,30
A050191	63000	3369,99	361,042	-9,3	23,70
A150191	67250	3452,49	180,430	-8,7	23,70
A120191	70230	3458,79	190,920	-10,0	23,30
A160191	70530	3438,39	181,550	-8,7	23,30

Cada simulação (ex.: A030781), correspondente à condições de operação de determinado período, dia, mês e ano.

O próximo passo foi achar uma correlação que nos forneça a correção da taxa de energia automaticamente. Esta correlação deve conter as variáveis citadas na Tabela 2, as quais são consideradas como sendo as variáveis que possuem maior influência na temperatura do metanol na saída da coluna.

Com ajuda de um software estatístico (o SAS), o

qual produz a estimativa dos parâmetros de um modelo não linear, conseguimos obter uma correlação. O software exige que a expressão da correlação, ou melhor, o modelo não linear e os valores iniciais para os parâmetros sejam fornecidos.

Como o modelo não linear tem que ser fornecido, tentamos vários modelos, mas o que apresentou melhores resultados é o descrito a seguir:

$$FE = K1xVG + K2xVL + K3xVGxVLx(TL-TG), \quad (1)$$

onde: K1, K2 e K3 - parâmetros a serem estimados;

VG	- vazão de gás	(Kg/h);
VL	- vazão de líquido	(Kg/h);
TL	- temperatura do líquido	(°C);
TG	- temperatura do gás	(°C);
FE	- fluxo energético	(KJ/h).

Através deste modelo e com ajuda do software, os parâmetros K1, K2 e K3 foram estimados. A seguir apresentamos os valores estimados e os seus respectivos desvios:

Parâmetro	Valor	Desvio Padrão	% Desvio
K1	125,6220695	20,498256852	16,52
K2	21,4860410	1,011696445	4,71
K3	-0,0007912	0,000149860	18,94

Na Tabela 3 são apresentados os resultados. Podemos observar que os desvios são na maioria dos casos inferiores a 10%, o que nos mostra que a correlação é adequada para as condições de operação da Planta de CO.

Tabela 3. Taxa de Energia Calculada pela Correlação

Nome da Simulação	FE	FE _{ajustado}	% Desvio
A030781	24350	25135,3	3,22
A160781	25525	27093,7	6,15
A1820781	26230	29189,7	11,28
A080781	26750	27992,5	4,64
A090781	26800	29497,1	10,06
A020781	27330	25958,7	5,02
A060781	29265	26755,6	8,57
A050781	29050	26487,3	8,82
A1920781	33550	31111,3	7,27
A060191	54000	58790,2	8,87
A070191	58200	59896,9	2,92
A080191	60900	58889,5	3,30
A100191	62300	67654,3	8,59
A050191	63000	58822,1	6,63
A150191	67250	67484,0	0,35
A120191	70230	67730,9	3,56
A160191	70530	66876,1	5,18

A correlação foi programada com ajuda da calculadora (linguagem de programação própria do simulador), sendo automaticamente corrigida quando alguma de suas variáveis muda de valor.

TESTE DE VALIDADE DO SIMULADOR

Devido a falta de informações sobre o balanço de massa da coluna de absorção da Planta de CO, utilizamos dados experimentais de uma Planta Piloto para verificar se o simulador produz resultados satisfatórios.

Os dados utilizados são de uma Planta Piloto de Gaseificação e Purificação de Carvão localizada na Universidade Estadual da Carolina do Norte - NCSU (Kelly, 1981). Possuímos os dados de balanço de massa e energia para a coluna de absorção, a qual usa o mesmo processo da Planta de CO para purificação do gás (Processo Rectisol). Os componentes do gás a ser purificado, bem como as condições de operação da coluna (pressão alta e temperatura baixa), são semelhantes ao da Planta de CO.

O cálculo da HETP e o valor da eficiência são iguais aos descritos anteriormente. O procedimento para o cálculo da correção do balanço energético desta coluna de absorção, é o mesmo descrito anteriormente. O modelo não linear encontrado anteriormente será utilizado, mas os valores dos parâmetros K1, K2 e K3 deverão ser estimados novamente através dos dados experimentais da Planta Piloto.

Nas Tabelas 4 a 7, encontram-se os resultados da composição da corrente gasosa e temperatura do metanol que saem da coluna. Os resultados das Tabelas representam os dados experimentais da Planta Piloto, do programa MCOMP e das simulações com e sem correção do balanço energético da coluna. O programa MCOMP utiliza o coeficiente global da transferência de massa para descrever o transporte que ocorre na coluna, e foi desenvolvido especialmente para prever o comportamento de uma coluna de absorção para este tipo de sistema (Kelly, 1981).

Tabela 4. Comparação dos Resultados para a Coluna de Absorção AMI-30

	PLANTA PILOTO	PROGRAMA MCOMP	SIMULADOR	
			SEM CORREÇÃO	COM CORREÇÃO
COMPOSIÇÃO DA CORRENTE DO GÁS PURIFICADO (% MOLAR)				
CO ₂	1,4600	1,3780	0,7500	0,9200
H ₂ S	0,0480	0,0020	0,0100	0,0100
COS	0,0030	traços	0,0000	0,0000
MEOH	traços	0,0130	0,0100	0,0100
H ₂	43,1900	44,4590	45,0900	45,0000
CO	28,4800	27,6980	28,3500	28,2000
N ₂	24,8900	24,3450	23,9200	23,8900
CH ₄	1,9500	2,0850	1,8700	1,8800
TEMP. DA CORRENTE DE METANOL DO FUNDO DA COLUNA				
°C	-15,09	-14,74	-26,56	-15,01

Tabela 5. Comparação dos Resultados para a Coluna de Absorção AMI-35

	PLANTA PILOTO	PROGRAMA MCOMP	SIMULADOR	
			SEM CORREÇÃO	COM CORREÇÃO
COMPOSIÇÃO DA CORRENTE DO GÁS PURIFICADO (% MOLAR)				
CO ₂	0,9500	0,3600	0,6000	0,7100
H ₂ S	0,0370	traços	0,0100	0,0100
COS	0,0030	traços	0,0000	0,0000
MEOH	traços	0,0090	0,0100	0,0100
H ₂	45,5000	47,2240	47,4600	47,3900
CO	27,8500	27,9980	28,5400	28,5000
N ₂	23,2300	21,7540	21,0900	21,0800
CH ₄	2,4400	2,6580	2,2900	2,3100
TEMP. DA CORRENTE DE METANOL DO FUNDO DA COLUNA				
°C	-17,38	-16,05	-28,68	-17,28

Tabela 6. Comparação dos Resultados para a Coluna de Absorção AMI-36

	PLANTA PILOTO	PROGRAMA MCOMP	SIMULADOR	
			SEM CORREÇÃO	COM CORREÇÃO
COMPOSIÇÃO DA CORRENTE DO GÁS PURIFICADO (% MOLAR)				
CO ₂	0,4200	0,4330	0,7300	0,8600
H ₂ S	0,0680	traços	0,0100	0,0100
COS	0,0040	traços	0,0000	0,0000
MEOH	traços	0,0160	0,0100	0,0100
H ₂	44,3100	43,3450	43,3800	43,3100
CO	20,5800	21,4140	21,9100	21,8700
N ₂	33,0400	33,2610	32,5400	32,5100
CH ₄	1,6800	1,5400	1,4100	1,4200
TEMP. DA CORRENTE DE METANOL DO FUNDO DA COLUNA				
°C	-18,73	-18,24	-27,82	-18,85

Tabela 7. Comparação dos Resultados para a Coluna de Absorção AMI-37

	PLANTA PILOTO	PROGRAMA MCOMP	SIMULAÇÃO	
			SEM CORREÇÃO	COM CORREÇÃO
COMPOSIÇÃO DA CORRENTE DO GÁS PURIFICADO (% MOLAR)				
CO ₂	0,6400	0,7940	0,5100	0,6300
H ₂ S	0,0410	0,0020	0,0100	0,0100
COS	0,0030	traços	0,0000	0,0000
MEOH	traços	0,0140	0,0100	0,0100
H ₂	54,9600	52,5680	53,5500	53,4700
CO	23,9200	25,1310	25,5600	25,5100
N ₂	19,3000	20,0310	19,1100	19,1100
CH ₄	1,6000	1,4600	1,2500	1,2600
TEMP. DA CORRENTE DE METANOL DO FUNDO DA COLUNA				
°C	-13,78	-13,21	-28,59	-13,81

Podemos observar que nos resultados das simulações onde o balanço energético foi corrigido (com correção), o simulador mostra um bom desempenho na predição da composição da corrente gasosa e temperatura do metanol. Podemos concluir portanto, que a simulação da coluna de absorção através do simulador, para este tipo de sistema, é satisfatória.

Quando verificamos os resultados das simulações das colunas que não tiveram correção do balanço energético (sem correção), notamos que a temperatura do metanol obtida pelo simulador é totalmente diferente da temperatura real, o que nos demonstra a necessidade de correção do balanço energético para a coluna.

CONCLUSÃO

O uso da eficiência de Murphree modificada para descrever o transporte de massa que ocorre na coluna de absorção, mostra ser adequado para o cálculo deste tipo de coluna.

REFERÊNCIAS

. Kelly, R.M., "Use of Methanol as a Solvent in an Acid Gas Removal System Coupled with a Coal Gasifier I. Operation II. Simulation.", Ph.D. Thesis, North Carolina State University, Raleigh, North Carolina (1981).

. Perry, R.H., Green, D.W. and Maloney, J.O., "Perry's Chemical Engineer's Handbook", 6ª edition, McGRAW-HILL (1984).

. Russel, Richard A., "A flexible and reliable method solves single-tower and crudedistillation - column problems", Chem.Eng., 53-59 (1983).

. Vegini, Atilano A., "Estudo Paramétrico da Purificação de Monóxido de Carbono - Processo Rectisol", Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas, São Paulo, 1992.

SUMMARY

This work presents the simulation of an acid gases absorption column, through the use of a process simulator. The technique used in the absorption column is similar to the performance of a tray tower. Instead of using overall mass transfer coefficients to describe the transport occurring in the packed column, we have used a modified Murphree efficiency.

RADIAÇÃO TÉRMICA INCIDENTE E TEMPERATURA DE PAREDE EM LANÇA SUPORTE DE TOCHA EM PLATAFORMAS MARÍTIMAS

PAULO ROBERTO PAGOT

PETROBRÁS/CENPES

Cid. Univ. Qd.7 - I. Fundão

21910-Pio de Janeiro, RJ-Brasil

LEOPOLDO EURICO GONÇALVES BASTOS

Programa de Engenharia Mecânica

COPPE/UFRJ - Cx. postal: 68503

21945-Rio de Janeiro, RJ-Brasil

RESUMO

O objetivo deste trabalho é a determinação da distribuição tridimensional e em regime permanente das temperaturas para um tubo submetido nas paredes a condições não lineares de contorno (convecção e radiação térmica). É analisada a situação real de uma lança suporte de tocha multiponto usada em plataformas marítimas. A lança consiste basicamente de um tubo inclinado e de parede grossa por onde internamente escoam os gases a serem queimados. A extremidade inferior da lança é pivotada na plataforma enquanto a outra é posicionada ao longe e suporta uma tocha de baixa radiação. O campo de radiação emanada da tocha e incidente na lança é também obtido teoricamente. As trocas por radiação térmica nas paredes do tubo são determinadas pelos fatores de configuração e desenvolvidas integrais de contorno. A técnica dos volumes finitos é utilizada para a determinação tridimensional da temperatura da lança.

INTRODUÇÃO

Nas plataformas marítimas de produção de petróleo o descarte de gás é realizado através de queima, em ambiente aberto, por meio de uma tocha. A localização e as dimensões estruturais do sistema de suporte dos queimadores (lança) são determinadas a partir dos níveis de radiação emanados e da dispersão dos gases e produtos da combustão.

O tubo suporte da tocha é inclinado e conduz o gás a ser queimado. Este tubo está submetido externamente a altos níveis de radiação que variam longitudinal e transversalmente havendo também transferência de calor por convecção natural ou forçada com o ar ambiente. No interior do tubo, o gás troca energia com a parede por meio de convecção forçada. Considera-se que para as trocas de radiação térmica, o gás não é participante, existindo porém transferência de energia entre as porções internas da parede do tubo.

O conhecimento das temperaturas de parede da lança irá possibilitar um melhor projeto estrutural e poderá evitar o uso de anteparos (heat shields), reduzindo consideravelmente os custos do sistema.

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Este trabalho é o primeiro realizado no sentido de se poder acoplar dois problemas reais: (i) determinação do campo de radiação emanado pela tocha (de complexa geometria) e dos níveis de radiação incidentes na lança; (ii) obtenção da distribuição de temperatura na lança resolvendo o problema combinado de condução-convecção e radiação, Pagot (1991).

Para análise dos níveis de radiação térmica emanados da tocha e incidentes no tubo são considerados: (a) definição das características da tocha e avaliação dos níveis de emissão a partir do método: usual (API) [1982] e de outro, proposto neste trabalho, que considera a forma geométrica das chamas; (b) determinação dos fatores geométricos de configuração entre os elementos de chama dos queimadores e as porções da parede externa do tubo.

Com relação ao problema combinado de transmissão de calor no tubo são adotados os procedimentos: (a) são calculados os níveis de radiação impostos à parede externa do tubo, que entrarão, a seguir, como uma condição de contorno na definição do problema de condução térmica; (b) os fatores geométricos de configuração internos ao tubo serão também calculados previamente; (c) o campo de temperatura poderá, então, ser avaliado, considerando-se todas as condições de contorno. Quanto à convecção externa e interna, são considerados coeficientes de troca dados através de correlações empíricas existentes.

DESCRIÇÃO DO SISTEMA

Lança - é uma estrutura metálica tubular, de grandes dimensões (50 a 100 m), construída em aço, composta de um ou mais tubos principais e vários tubos secundários, formando uma treliça espacial, como mostra a figura 1, que mantém o queimador de gás afastado das áreas de trabalho,

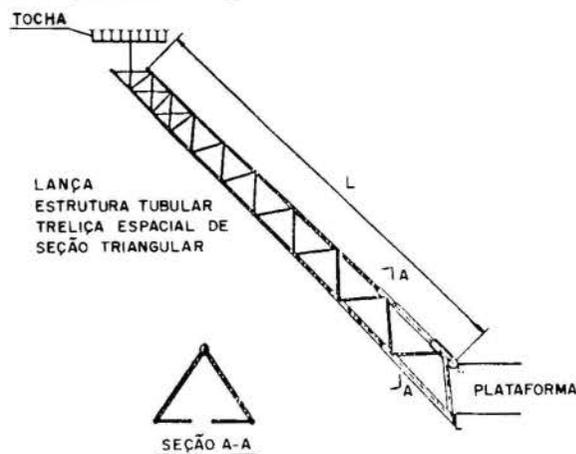


Figura 1 - Lança e Tocha

para que a radiação térmica emitida pela tocha promova níveis admissíveis de radiação sobre as mesmas. Além disso tem funções estruturais. O comprimento "L" e o ângulo vertical de inclinação da lança "ang" são definidos em função dos níveis máximos de radiação que poderão ocorrer em determinadas áreas da plataforma, sob certas condições de queima. Os níveis de radiação em áreas de trabalho permanente, não poderão ser superiores a $1\ 580\ W/m^2$.

Tocha - tem a função de queimar o gás sem perigo de apagamento e sem retorno da frente de chama. Também deve proporcionar uma baixa emissão de ruído, a não produção de fumaça e a não intermitência da queima.

Os sistemas de queima atuais são concebidos de modo a liberar a maior parcela de energia sob forma convectiva, constituindo-se as tochas de baixa emissão de radiação, TBR, Pagot e Lopes (1984).

Gases - o combustível a ser queimado é o gás natural de petróleo, normalmente limpo e isento de gotículas de óleo, com peso molecular menor do que 29, composto de hidrocarbonetos, desde metano (C₁) até heptano (C₇ ou até C₁₀), e com um poder calorífico na ordem de 41 868 kJ/kg.

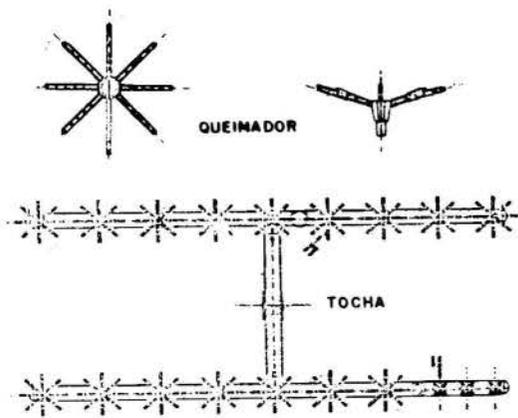


Figura 2 - Tocha e Queimadores

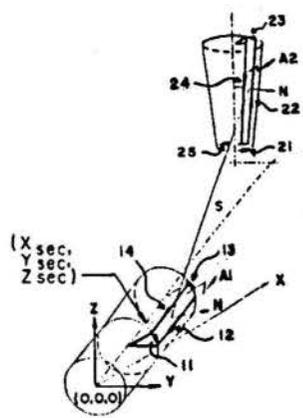


Figura 3 - Radiação Externa

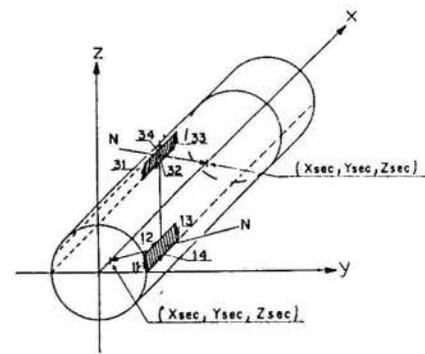


Figura 4 - Radiação Interna

DETERMINAÇÃO DOS NÍVEIS DE RADIAÇÃO INCIDENTES

Método Usual - é um método satisfatório para o estabelecimento dos níveis de radiação a distâncias relativamente grandes da chama. É adequado para refinarias e outras instalações industriais em terra, onde se trabalha com distâncias maiores do que 200 ou 300 m. Nas plataformas marítimas, porém, opera-se com distâncias menores do que 100 m. Assim, a consideração de que o fator geométrico de configuração é sempre igual à unidade e toda a radiação liberada pela queima do gás é emitida de um único ponto, o Centro de Radiação (CR) não atende mais às necessidades em questão. Neste trabalho, a meia altura das chamas, no centro da linha de queimadores mais próxima da plataforma, foi a posição escolhida para o CR.

$$q_0(R) = \frac{F_s \cdot pci \cdot Q_g}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \quad (1)$$

O fluxo de radiação, $q_0(R)$, a uma distância R do CR, é determinado a partir da vazão total de gás, Q_g , e do seu poder calorífico, pci . A parcela ou fração de energia irradiada pela tocha, F_s , foi considerada na faixa de 5 a 7 % do calor total de combustão.

Método Proposto - Nesse procedimento, o conjunto de chamas de cada um dos queimadores, mostrados na figura 2, é o menor corpo emissor considerado, ou seja, a TBR é formada por um número inteiro de chamas de queimadores. Desse modo, existem tantos corpos emissores quantos queimadores, n_q , cujas formas geométricas foram tomadas como troncos de cone invertidos, isto é, com a base maior para cima.

Para se calcular a radiação total incidente sobre a lança, q_0 , é necessário agora a determinação dos fatores geométricos de configuração (FGC), $F_{2-1}(q, j_c)$, onde q é o índice do queimador (chama) e j_c da parte sobre a chama. Entre as $nd-1$ partes em que é dividida a superfície lateral de cada tronco de cone, com área $A_{21}(q, j_c)$, e cada elemento de área sobre o tubo da lança, de forma análoga com $A_{11}(j, k)$, são calculados os FGC. O mesmo procedimento é observado entre a base inferior do tronco de cone e o tubo.

A quantidade total de energia irradiada pela chama em cada queimador ($F_s \cdot pci \cdot Q_g(g)$) é dividida pela superfície total do tronco de cone, área lateral somada às áreas das bases superior e inferior, obtendo-se, assim, o fluxo de calor irradiado pela unidade de área superficial da chama, $q_s(q)$. Dessa forma, é possível determinar-se o calor total irradiado em cada elemento de área superficial da chama.

A determinação do fluxo de radiação, $q_c(q, j_c)$, que deixa o elemento de área superficial da chama, $A_{21}(q, j_c)$, e atinge determinado elemento de área sobre o tubo, é feita através da relação:

$$q_c(q, j_c) = \frac{A_{21}(q, j_c)}{A_{11}(j, k)} \cdot F_{2-1}(q, j_c) \cdot q_s(q) \quad (2)$$

Para se determinar o fluxo total de radiação térmica emitida pela TBR que atinge o elemento de área em estudo, $q_0(j, k)$, somam-se todos os fluxos de radiação de cada um dos elementos de área sobre as chamas que atingem o elemento em estudo. Assim,

$$q_0(j, k) = \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{j_c=1}^{nd} q_c(q, j_c) \quad (3)$$

Os FGC, são considerados entre áreas finitas. É utilizada a metodologia descrita por Siegel-Howell (1972), transformando-se as duplas integrais de área em duplas integrais de contorno, da forma:

$$F_{2-1}(q, j_c) = \frac{1}{2\pi \cdot A_{21}(q, j_c)} \oint_{c_1} \oint_{c_2} \left[\ln S_{ax_1} dx_2 + \ln S_{ay_1} dy_2 + \ln S_{az_1} dz_2 \right] \quad (4)$$

Para solução numérica das equações, adotou-se a Regra de Simpson, adaptada para integrais duplas, Grozdanov (1986).

Como pode ser visto na figura 3, os contornos sobre o tubo foram indexados com 11, 12, 13 e 14. Os contornos dos elementos de área sobre as chamas foram indexados como 21, 22, 23, 24 e 25. Para cada um dos contornos de ambas as áreas (1, sobre o tubo, e 2, sobre a chama), foram definidas variáveis locais e estabelecidas equações para as suas coordenadas x , y e z e, ainda, seus diferenciais.

Exemplifica-se a seguir para a coordenada x , do contorno 11, onde a variável local é ξ , indo de 0 a w_1 .

$$w_1 = r_e \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \cos \Delta\theta)} \quad (5)$$

$$x_{11} = x_{sec} - \frac{\ell_1}{2} \cos(\text{ang}) - \left(r_e \cdot \text{sen}(j \cdot \Delta\theta) - \xi \cdot \text{sen}((j-0,5)\Delta\theta) \right) \text{sen}(\text{ang})$$

$$dx_{11} = \text{sen}(\text{ang}) \cdot \text{sen}((j-0,5)\Delta\theta) \cdot d\xi$$

Onde w_1 e ℓ_1 são a largura e o comprimento, respectivamente, do elemento de área sobre o tubo. θ é a coordenada e j o índice angular na seção do tubo. ang é o ângulo vertical entre o tubo da lança e o plano horizontal e r_e , o raio externo da seção do tubo.

Apresenta-se abaixo, de forma sucinta, a determinação dos FGC entre os elementos de área da superfície lateral da chama e do tubo. Como x , y e z são constantes em alguns dos contornos, algumas parcelas J , se anulam. Aquelas não nulas terão formas semelhante a de J_1 , apresentadas abaixo:

$$F_{2-1}(q, j_c) = \frac{1}{2\pi \cdot A_{21}(q, j_c)} \left(J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_{30} + J_{31} + J_{32} \right) \quad (6)$$

$$J_1 = \int_{\xi=0}^{w_1} \int_{\varphi=0}^{c_1} \ln \sqrt{(x_{21} - x_{11})^2 - (y_{21} - y_{11})^2 - (z_{21} - z_{11})^2} dx_{21} dx_{11} \quad (7)$$

Por " ξ ", variando de 0 a w_1 , devem-se entender os valores limites de " x_{11} ", quando " $\xi = 0$ " e " $\xi = w_1$ ". Da mesma forma para " x_{21} ", quando " $\varphi = 0$ " e " $\varphi = c_1$ ", onde c_1 é a dimensão do contorno z_1 sobre a chama.

TROCA POR RADIAÇÃO NA SUPERFÍCIE INTERNA DO TUBO

As trocas radiativas internas ao tubo, $q_{I(k,j)}$, são avaliadas entre cada elemento de área, (i,j,k) , e todos os demais, (i,J,K) , incluindo-se as extremidades do tubo.

São calculados os fatores geométricos de configuração entre o elemento de área em estudo e todos os demais elementos de área internos ao tubo, pela mesma metodologia já descrita. Na avaliação das trocas radiativas internas, são consideradas as temperaturas individuais de cada um dos elementos de área.

$$q_{I(k,j)} = \epsilon I \cdot \sigma \sum_{K=0}^{P+1} \sum_{J=1}^M F_{1-2}(K,J) \left[T_{(i,j,k)}^4 - T_{(i,J,K)}^4 \right] \quad (8)$$

Onde i, j e k são os índices radial, angular e longitudinal, respectivamente, do elemento de área em estudo. De modo semelhante, i, J e K são os índices do elemento de área em comparação. Ainda, ϵI é a emissividade interna do tubo e σ a constante de Stephan-Boltzmann. Com o objetivo de simplificar as equações para cálculo dos FGC internos, o sistema de coordenadas foi deslocado, conforme figura 4, para que o eixo " x " coincida com a linha de centro do tubo. A origem das coordenadas permanece no início e na linha de centro do tubo.

DETERMINAÇÃO DO PERFIL DE TEMPERATURA NO TUBO

O modelo teórico considera a equação de difusão térmica em regime permanente, para um meio homogêneo isotrópico e de propriedades constantes. As condições de contorno existentes são não lineares, e é empregado o sistema de coordenadas cilíndricas. Sendo $T = T(r,\theta,x)$ e

$$r_1 < r < r_e ; 0 < x < L ; 0 < \theta < 2\pi ;$$

$$T_{xx} + T_{rr} + (1/r) \cdot T_r + (1/r^2) \cdot T_{\theta\theta} = 0$$

$$r = r_e ; 0 < x < L ; 0 < \theta < 2\pi ;$$

$$k_o \cdot T_r = \alpha \cdot q_o(j,k) - h_e [T - T_a] - \epsilon_e \cdot \sigma \cdot [T^4 - T_a^4]$$

$$r = r_1 ; 0 < x < L , 0 < \theta < 2\pi$$

$$k_o \cdot T_r = h_i \cdot [T - T_g] + q_{I(k,j)} \quad (9)$$

$$x = 0 ; r_1 < r < r_e ; 0 < \theta < 2\pi ; T_x = 0$$

$$x = L ; r_1 < r < r_e ; 0 < \theta < 2\pi ; T_x = 0$$

$$\theta = 0 = 2\pi ; 0 < x < L ; r_1 < r < r_e ;$$

$$T(r,0,x) = T(r,2\pi,x)$$

onde, r_1 , h_i e ϵI referem-se ao interior do tubo e indicam o raio, o coeficiente de convecção forçada e a emissividade respectivamente. L é o comprimento total do tubo, T_g a temperatura do gás no interior do tubo, T_a a temperatura do ar ambiente externo, k_o a condutividade do material do tubo, ϵ_e a emissividade externa e α a absorvidade externa, Mc Adams (1954).

METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

Utilizou-se o método dos volumes finitos, onde adotam-se as seguintes divisões: N radiais, M angulares e P longitudinais do tubo. Ao longo de x estabeleceu-se um adensamento de divisões na extremidade final do tubo, próxima a tocha. Ao longo de r e θ , porém, as divisões são homogêneas. O modelo apresentado no item anterior foi resolvido para a temperatura no ponto, utilizando-se diferenças finitas centrais, resultando em nove equações

para cada uma das regiões diferenciadas no tubo. A solução do modelo foi obtida de forma iterativa, isto é, preenche-se em cada iteração toda a matriz de temperaturas. Caso a diferença entre as temperaturas de uma iteração e da anterior em todos os pontos desta matriz, permaneça abaixo de um certo valor escolhido, finaliza-se o processo.

Para execução das avaliações a que se propõe este trabalho, foram elaborados três programas de computador, na linguagem turbopascal, para uso em microcomputador tipo PC-AT, com coprocessador matemático. Tais programas foram denominados, de acordo com as funções que executam, RADEX, RADINT e TUBO.

O simulador RADEX avalia a distribuição dos fluxos de radiação térmica incidentes em cada um dos elementos de área externos ao tubo. As matrizes de fatores geométricos de configuração internos do tubo, para cada elemento de área, são avaliadas pelo RADINT. O simulador TUBO, por sua vez, determina a matriz de distribuição triaxial de temperaturas no tubo, considerando-se convecção interna e externa e a radiação interna e externa.

APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Esleu-se um conjunto de dados, baseado numa situação real, denominado de CASO BASE que nas análises seguintes são mantidos inalterados com exceção daqueles explicitamente declarados como modificados.

Para o CASO BASE o tubo tem $L = 70$ m, $\text{ang} = 45^\circ$, raios de $r_e = 0,305$ m e $r_1 = 0,280$ m. A vazão de gás $Q_g = 2\,598\,000$ Nm³/dia, e um $\text{pci} = 11.827,169$ W.h/Nm³, sendo a temperatura de entrada no tubo $T_{g(i)} = 233$ K. A temperatura ambiente externa é de $T_a = 300$ K e a velocidade do ar $V_a = 20$ Km/h. A lança tem $k_o = 17,306$ W/m.K, $\epsilon_e = \alpha = 0,88$ e $\epsilon I = 0,97$. A tocha possui 25 queimadores e as chamas uma fração de calor irradiado $F_s = 0,2173$. A malha de volumes finitos foi estabelecida com $N = 4$, $M = 6$ e $P = 70$.

Na figura 5 são apresentados os níveis de radiação calculados pelo método usual, para o mesmo conjunto de dados do CASO BASE, e comparados com algumas variações do método proposto. Pode-se perceber que os níveis de radiação determinados pelo método proposto, mesmo com valores de F_s muito superiores, são significativamente menores do que os obtidos pelo método usual.

A figura 6, por sua vez, mostra a grande variação dos níveis de radiação ao longo do perímetro do tubo para três seções escolhidas, próximas à tocha. Ressalta-se, na figura, o fato de que a metade inferior do tubo da lança também recebe radiação.

A figura 7 apresenta os perfis de temperatura, na geratriz superior externa do tubo, determinados por diferentes valores de emissividade e absorvidade externa. Fica evidenciada a enorme importância da emissividade externa sobre a distribuição de temperatura nesse tubo. Também os perfis de temperatura não se alteram significativamente entre os casos 2, $\epsilon_e = 0,35$, e 2, ϵ_e igual a 0,88 nos 63 m iniciais e a 0,35 nos 7 m finais.

A figura 8 apresenta os perfis de temperatura, na geratriz superior externa do tubo determinados com diferentes condutividades do material. Observa-se que maiores condutividades térmicas contribuem para elevação das temperaturas no início do tubo e diminuição na extremidade final.

Para estabelecer com precisão os extremos de temperatura no início e no final do tubo, na figura 9 são apresentados dois casos possíveis de serem encontrados em situações reais, um denominado de MÍNIMA (caso 5) e outro de MÁXIMA (caso 6). Na mesma figura percebe-se que a menor temperatura encontrada no caso 5, 278 K, na geratriz inferior interna da primeira seção longitudinal, embora baixa, está acima de 0°C , o que não deve acarretar maiores problemas para o uso do aço carbono estrutural comum. Por outro lado, no caso 6, pode-se notar que o máximo valor de temperatura, 863 K, na geratriz superior externa do final da lança, está acima do limite estabelecido para o aço, 623 K (350°C). Assim, deve-se proteger com anteparos térmicos uma extensão de 5,0 m na extremidade final da lança.

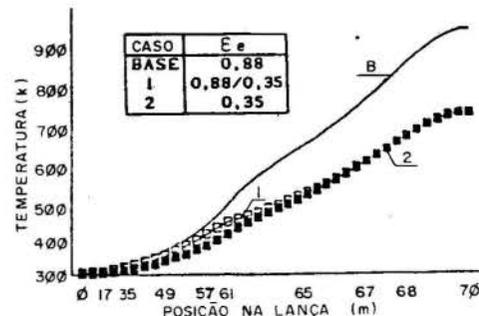
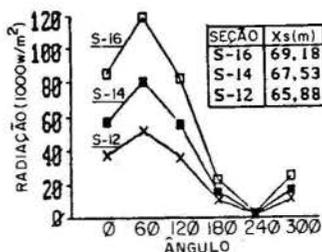
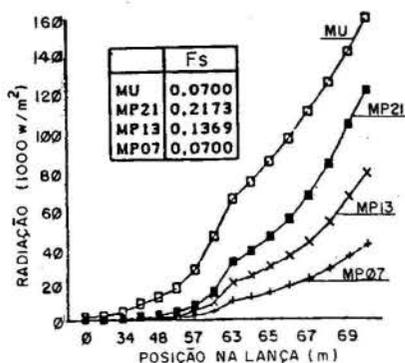


Figura 5 - Radiação por dois Métodos

Figura 6 - Radiação no Perímetro

Figura 7 - Emissividade Externa

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O objetivo deste trabalho, de modelar a distribuição de temperatura e radiação num sistema de tocha, foi inteiramente alcançado. Dispõe-se agora de simuladores para avaliar os novos casos que se apresentarem.

Para o exemplo estudado, e por tratar-se de uma situação bastante típica, pode-se afirmar ser possível utilizar a estrutura como condutora de gás. Em todos os casos analisados, os níveis de temperatura na extremidade inicial da lança permaneceram acima de 277 K, mesmo com o gás no seu interior a 233 K (-40 °C). A adoção dessa solução cancela o uso de várias dezenas de toneladas de tubulações e dispensa o emprego de aços estruturais especiais.

Os níveis de temperatura, encontrados na extremidade final do tubo da lança, confirmaram ser bastante elevados, cerca de 863 K (590 °C) no caso 6, como pode ser visto na figura 9. As normas usuais de cálculo estrutural somente estabelecem alguma redução na tensão admissível dos aços para valores de temperatura acima de 623 K (350 °C). Verificou-se, pelos exemplos estudados, que, com o uso eficiente do acabamento superficial e do material do tubo, além de outros aspectos, as temperaturas máximas podem ser reduzidas. Assim, ou não serão encontradas temperaturas acima do limite normalizado, dispensando o uso de anteparos térmicos, ou a região do tubo com temperaturas acima do limite restringir-se-á a alguns poucos metros, 4,95 m no caso 6. De qualquer forma, é uma evolução importante, pois, atualmente, protege-se cerca de um terço do comprimento da lança, o que exige 21 m de anteparos no exemplo estudado.

Como extensão deste trabalho alguns pontos poderão ser implementados para melhor validação e uso da teoria desenvolvida: (i) obtenção de dados experimentais sobre as chamas; (ii) análise de problemas transientes em que há queima emergencial de gases; (iii) consideração da radiação solar incidente na tocha; (iv) consideração de uma lança com momento de inercia variável.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- .API RP 521, "Guide for Pressure-Relieving and Depressuring Systems", American Petroleum Institute, USA, 1982.
- .Bejan, A., "Convection Heat Transfer", John Wiley & Sons, New York, p.257-266, 1984.
- .Grozdanov, M., "Détermination Théorique des Distributions Spatio-temporelles de l'Enceinte d'une Serre et de son Sous-Sol", Tese de Doutorado, Universidade de Perpignan, França, 1986.
- .McAdams, W.H., "Heat Transmission", McGraw-Hill Book Company, pp.82-89, pp.175-178, p.252-261, New York, 1954.
- .Pagot, P.R., "Distribuição de Temperatura e Radiação Promovida por uma Tocha Multiponto em Plataformas Marítimas", Tese de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1991.
- .Pagot, P.R. e Lopes, D., "Nacionalização de Queimadores de Baixa Radiação Térmica", Relatório Interno da Petróleo Brasileiro S.A. - Centro de Pesquisa, Projeto 02.01.25, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1984.
- .Siegel, R. e Howell, J.R., "Thermal Radiation Heat Transfer", McGraw-Hill Kogakusha Ltd., Tokyo, 1972.

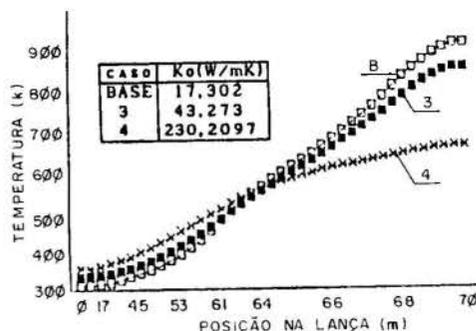


Figura 8 - Condutividade do Material

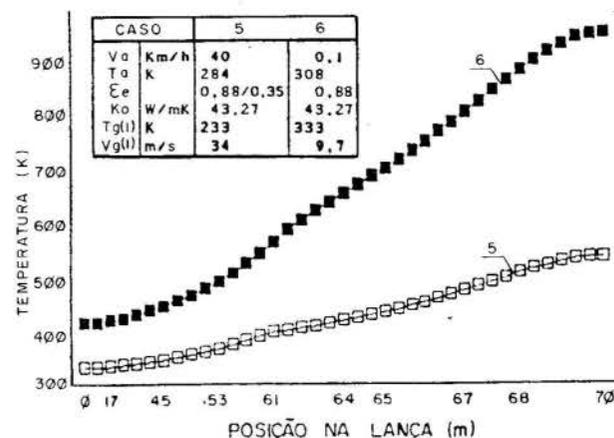


Figura 9 - Temperaturas Máxima e Mínima

SUMMARY

The aim of this work is to determine theoretically the wall temperature profile for a tube where occurs simultaneously on both walls radial and axial thermal conduction combined with radiation and convection. We present results for a real situation where the flare boom of the offshore oil rig is used to burn waste gases. The boom consists of an inclined thick wall tube carrying internally the gas to be burned. There is a low radiation flare at the tube extremity far from the platform. The knowledge of the boom wall temperature will help the structural design and also prevents the use of heat shields. This theoretical model of determining the wall temperature profiles considers the homogeneous steady-state heat conduction differential equation associated with non-linear boundary conditions. The thermal radiation exchanges are determined from configuration factors and the contour integrals method of Sparrow is used. A differential volume approach for the solution is considered along the full length of the tube. Softwares for IBM-PC written in Pascal were developed. A real situation case is analysed and some results are presented for a tube with diameter of 610 mm and 70 m of length, inclined 45° and burning 2.6x10⁶ m³/day of gas.

RELAÇÕES ENTRE AS RADIAÇÕES SOLAR GLOBAL, FRAÇÃO REFLETIDA E TRANSMITIDA EM UM MEIO AQUOSO NATURAL

ANTONIO AUGUSTO A. DANTAS E JOÃO FRANCISCO ESCOBEDO

Departamento de Física e Biofísica - IB - UNESP
18600 - Botucatu - S.P. - Brasil

RESUMO

São relacionados no trabalho a radiação global e as frações refletida e transmitida num lago. Radiômetros de alta sensibilidade foram construídos, calibrados e instalados em um lago, um como piranômetro, outro acima da superfície, invertido para medir a fração refletida e o terceiro a um metro de profundidade para a transmitida. Durante seis meses entre os solstícios de inverno e verão registrou-se curvas de radiação com intervalo médio de 18 dias. As energias refletida e transmitida tomadas em função da global apresentaram percentuais médios de 6,5% e 2,9% respectivamente.

INTRODUÇÃO

Quando um feixe de radiação solar atinge um reservatório de água, uma parcela é refletida e a restante é transmitida na água. A reflexão depende da rugosidade da superfície, do ângulo de incidência do feixe e da presença de materiais suspensos. A radiação que penetra é atenuada exponencialmente segundo a lei de Beer-Bouguer.

$$I = I_0 e^{-kz} \quad (1)$$

onde: I = densidade de fluxo de radiação na profundidade z em W/m^2 , I_0 = densidade de fluxo de radiação imediatamente abaixo da interface ar/água em W/m^2 , z = profundidade em m, k = coeficiente de atenuação linear da radiação em m^{-1} e e = base do logaritmo natural.

A lei é válida para água pura. Meios naturais como lagos ou tanques de piscicultura apresentam variações causadas pela presença de organismos. Cálculos teóricos de níveis de radiação solar em diversas profundidades sob água como os desenvolvidos por JAMMAL e MUADDI (1990) não podem ser usados pela mesma razão. Diferentes formas de avaliação da radiação solar em águas naturais são discutidos por GOLTHERMAN et al. (1978) que apresentam métodos para estas medidas.

O conhecimento da energia radiante é de fundamental importância na área de aquicultura, onde este parâmetro físico é considerado na otimização de práticas de manejo como a construção de tanques, controle de profundidade, adubação para produção de plâncton e reprodução de peixes, entre outras.

Objetivou-se aqui o desenvolvimento de um conjunto de radiômetros solares com características operacionais que possibilitem uma uniformidade na comparação entre a radiação solar global e as parcelas refletida e transmitida no meio aquoso.

RADIÔMETROS E DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL

Descrição dos Radiômetros. Como a radiação transmitida é de baixa intensidade, procurou-se desenvolver termopilhas com alta sensibilidade para a detecção em uma faixa de resposta que minimizasse possíveis erros.

O esquema do aparelho básico é mostrado na figura 1. Usinado em alumínio e tendo 80 mm de diâmetro por 25 mm de altura apresenta uma termopilha de filme fino como sensor de radiação solar, alojada dentro do corpo, uma tampa inferior e outra superior onde fixa-se a cúpula de vidro. Os três aparelhos construídos tiveram configurações semelhantes: o piranômetro (Rg) recebeu uma base para permitir o nivelamento, no radiômetro invertido (Rr) acoplou-se um chapéu para sombrear a base inferior, pois o aquecimento acarretaria erros na resposta e o radiômetro utilizado sob água (Ra), foi montado em um suporte que permite sua imersão.

Teve-se especial cuidado na vedação uma vez que todos foram projetados à prova de água, sem conectores elétricos que poderiam produzir vazamentos. As tampas superior e inferior são protegidos por o-rings. Um fio blindado para a condução do sinal foi fixado em orifício lateral e vedado com cola à base de silicone. O reservatório para sílica gel é constituído por uma cavidade interna no corpo, com acesso através da tampa inferior.

As cúpulas usadas tem diâmetro de 45 mm e são de vidro, obtidas dos bulbos de lâmpadas incandescentes comuns. A análise espectrofotométrica da cúpula forneceu uma transmitância de 85% a 92% no intervalo de 0,3 μm a 2,5 μm .

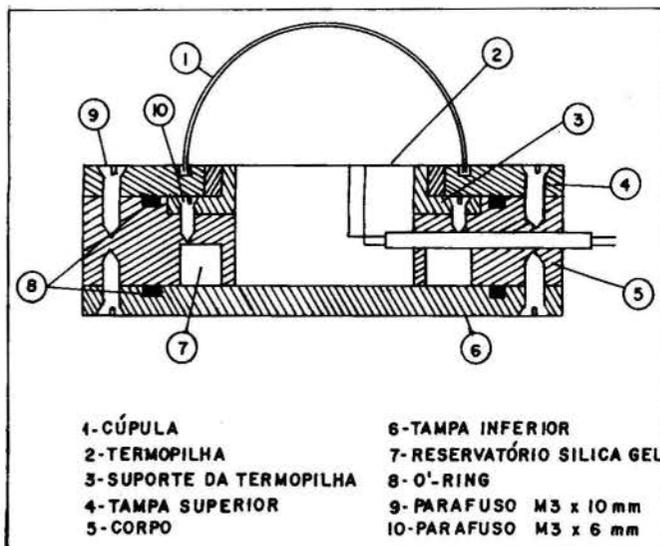


Figura 1. Esquema do Radiômetro.

Os aparelhos foram submetidos a testes experimentais de calibração onde determinaram-se: a constante de tempo (t), a sensibilidade de resposta (S) e o coeficiente de temperatura (CT), conforme a metodologia utilizada por DANTAS e ESCOBEDO (1992).

Os valores para as características operacionais são apresentados na tabela 1.

Tabela 1. Características operacionais de calibração para os três radiômetros.

Características e unidades	Radiômetros		
	Rg	Rr	Ra
t (s)	4,2	4,2	4,2
S ($\mu\text{Vm}^2/\text{W}$)	86,9	80,0	90,7
CT (%/°C)	0,1	0,1	0,1

Obtenção das termopilhas. A figura 2 mostra em detalhes o esquema das termopilhas, compostas por um substrato, um circuito termoeletrico, um absorvedor térmico e um refletor.

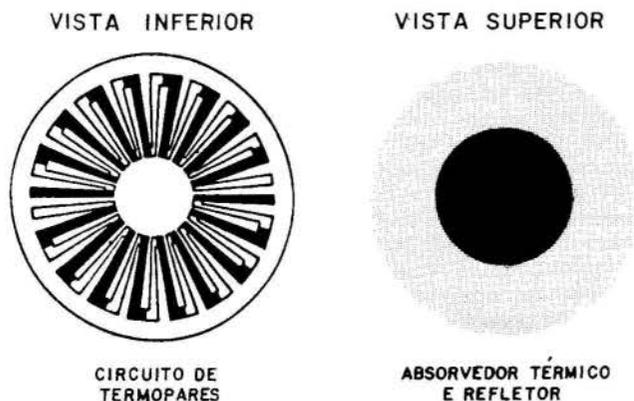


Figura 2. Esquema da Termopilha.

Na figura 3 é apresentado o suporte da termopilha que atua como extrator de calor, sendo constituído por um anel externo que se encaixa em outro dotado de uma base plana.

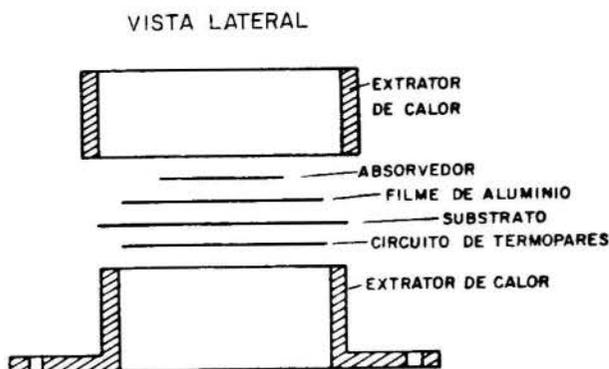


Figura 3. Suporte da termopilha.

A configuração preto (full-black) foi selecionada por fornecer a maior sensibilidade de resposta. O circuito dos termopares fica posicionado na face inferior do substrato, tendo na face superior o absorvedor térmico composto pelo filme refletor de alumínio na periferia e o círculo pintado com tinta preto fosco na região central. O filme contendo estes elementos, centrado no extrator de calor e pressionado pelo anel externo, mantém-se tensionado e totalmente plano.

As termopilhas foram elaboradas por técnica fotolitográfica e evaporação de metais por deposição

a vácuo conforme metodologia desenvolvida por ESCOBEDO (1987). Produzidas em uma evaporadora Balzers BAK 600, apresentam as seguintes características: 30 mm de diâmetro, 30 termopares de antimônio e bismuto, depositados com 0,3 μm de espessura, substrato constituído por filme de poliimida com 25 μm de espessura, absorvedor térmico com 16 mm de diâmetro e resistência elétrica da ordem de 10 kohms.

Calibrações específicas para água. Os parâmetros constante de tempo, sensibilidade de resposta e coeficiente de temperatura caracterizam radiômetros solares no ar. A utilização do aparelho em água, requer também a determinação do fator de correção para o efeito de imersão e do efeito cosseno sob água. Nestes ensaios empregou-se a metodologia desenvolvida por SMITH (1969).

O fator de correção deve ser utilizado quando se deseja comparar leituras de radiação solar feitas sob água com leituras obtidas no ar. O efeito de imersão ocorre com a mudança de meio, ar para água, devido a modificações nos comprimentos da trajetória do feixe de radiação incidente refletido nas interfaces internas e externas da cúpula.

Para determinar-se o efeito de imersão utilizou-se o aparato mostrado na figura 4, composto por caixa de água cilíndrica de 1000 l, um suporte regulável que conduzia o radiômetro ao fundo da caixa a profundidades crescentes de 0,05 m a partir de 0,1 m, um radiômetro voltado à superfície da água monitorando a radiação refletida e outro instalado normalmente como piranômetro captando a radiação solar global. Cada radiômetro era ligado a um multímetro de 3 1/2 dígitos onde simultaneamente se fez as leituras. O ensaio foi realizado em dia de céu aberto entre as 12:30 e 13:00 horas.

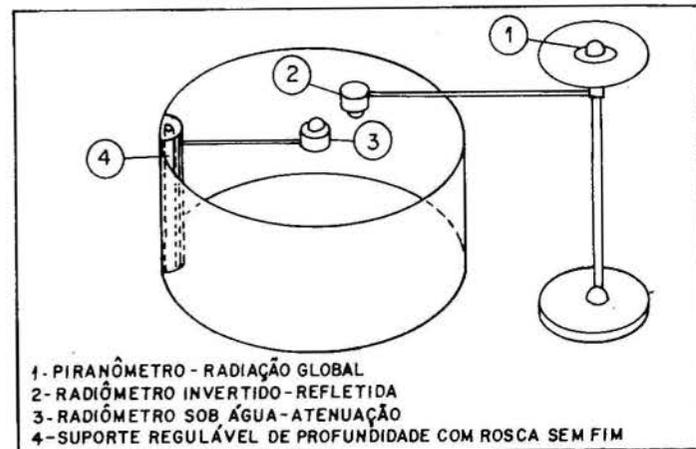


Figura 4. Aparato utilizado para determinação do efeito de imersão.

Os valores das densidades de fluxo de radiação solar, ou simplesmente das intensidades (I_z) fornecidas pelo radiômetro dentro da caixa d'água em cada profundidade (z), a intensidade (I_r) obtida no aparelho voltado para superfície da água e a intensidade (I_g) do piranômetro foram relacionados pela equação de Beer-Bougher linearizada.

$$\ln \frac{I_z}{I_0} = -kz \quad (2)$$

onde: $I_0 = I_g - I_r =$ intensidade na interface ar/água, $I_z =$ intensidade na profundidade z, $I_g =$ intensidade global, $I_r =$ intensidade refletida,

k = coeficiente de atenuação linear da radiação e z = profundidade.

Os resultados foram plotados em gráfico e ajustou-se uma reta através de regressão linear simples mostrada na Figura 5. A reta foi extrapolada para a profundidade zero e o valor correspondente, o intercepto (a), substituído na seguinte relação utilizada para calcular o fator de correção para o efeito de imersão.

$$F_{\text{Cei ar/água}} = 1/a \quad (3)$$

onde: $F_{\text{Cei ar/água}}$ = fator de correção para o efeito de imersão, a = intercepto ou coeficiente linear da reta ajustada pela regressão. O valor encontrado para o fator de correção é igual a 1,3.

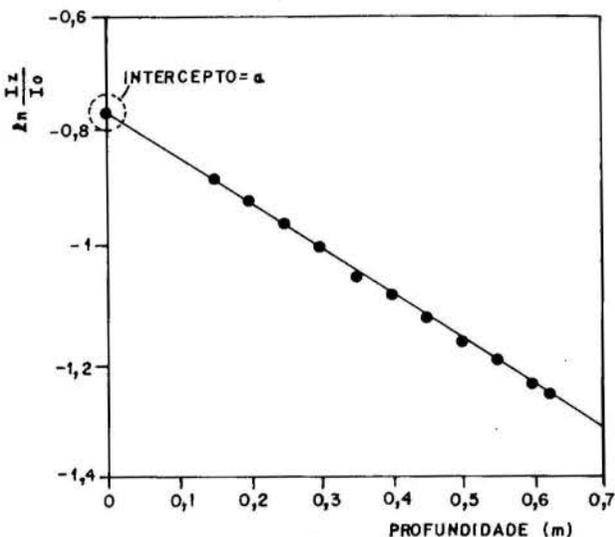


Figura 5. Curva de atenuação da radiação para determinação do fator de imersão.

Na avaliação da resposta cosseno sob água instalou-se o radiômetro em um suporte que permite a inclinação de 0° a 90° com intervalos de 10° , a $0,15$ m de profundidade dentro de uma caixa tendo as paredes internas pintadas de preto fosco, cheia de água pura e sob luz natural. Os valores teóricos para uma resposta cosseno perfeita foram comparados com os pontos observados. Os desvios percentuais calculados são apresentados na tabela 2.

Tabela 2. Desvios da resposta cosseno observada sob água em relação à resposta cosseno teórica.

	Ângulos								
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
Desvios (%)	0	-0,9	-2,6	-3,6	-3,6	-5,3	-4,3	-0,9	+17,6

Instalação dos aparelhos. Os radiômetros foram instalados em um lago ($22^\circ 54' 03''$ latitude S e $48^\circ 25' 44''$ longitude W) em Botucatu, S.P., conforme mostra a figura 6.

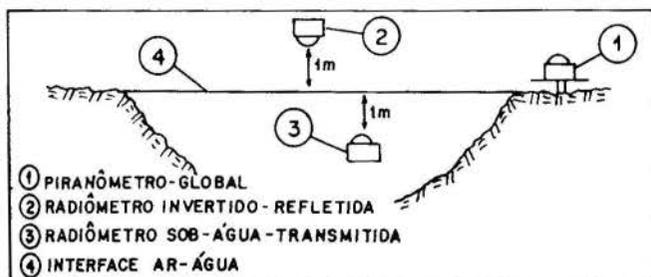


Figura 6. Disposição dos radiômetros no lago.

O piranômetro foi posicionado externamente, o radiômetro invertido para a fração refletida a 1 metro de altura e o radiômetro para a componente transmitida sob água a 1m de profundidade.

Registrou-se as curvas de radiação solar de 05/07 a 21/12 com intervalo médio de 18 dias no período compreendido entre os solstícios de inverno e verão.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na figura 7 são apresentados os gráficos do dia 12/10 que apresentava céu aberto e ausência de nuvens. As curvas 7a, 7b e 7c representam, respectivamente, a insolação global, a refletida e a transmitida. No eixo das ordenadas estão representadas as densidades de fluxo de radiação em W/m^2 e na abcissa, o transcorrer do dia em horas. As energias correspondentes em kJ/m^2 foram calculadas através do método de integração gráfica de Bezout. Os resultados são apresentados na tabela 3.

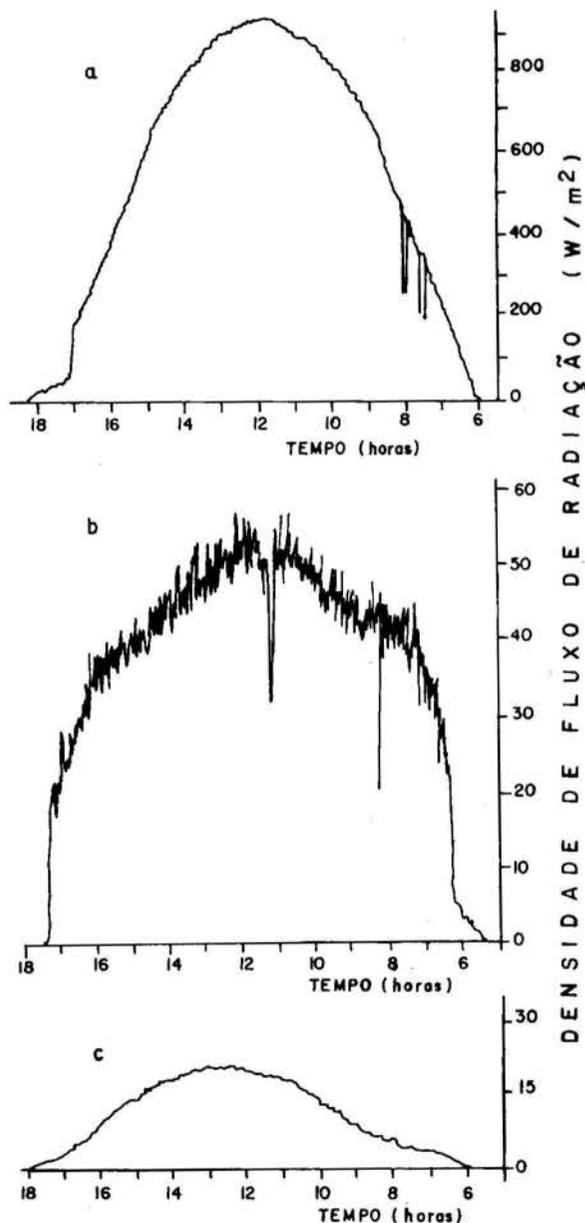


Figura 7. Curvas de radiação obtidas no dia 12/10.

A existência de organismos no interior do lago produziu alterações na densidade da água, impedindo

Tabela 3. Energias calculadas para as componentes da radiação solar registradas.

Dia	Energia Global (kJ/m ²)	Energia Refletida (kJ/m ²)	Energia Transmitida (kJ/m ²)	Declinação Solar —
05/07*	15257	1281	339	22° 51'
24/07*	16458	1208	415	20° 01'
15/08*	17721	1215	434	14° 17'
05/09*	20060	1228	655	07° 05'
22/09	22585	1467	637	00° 36'
12/10*	25380	1701	384	-07° 08'
30/10	16168	1010	424	-13° 33'
21/11*	26084	1474	833	-19° 45'
04/12	26291	1323	1238	-22° 08'
21/12	22440	1370	907	-29° 26'

*Dias de céu aberto e ausência total de nuvens.

uma avaliação temporal exata do aumento aos níveis da radiação solar esperado com a diminuição gradativa da declinação solar no período. A presença de nuvens no céu, alterou a sequência lógica do crescimento das energias global e sob água pois esperava-se que ambas aumentassem no sentido do solstício de inverno para o de verão e que simultaneamente os níveis das energias refletidas se reduzissem em função do ângulo de incidência que diminui neste intervalo.

Para a componente transmitida sob água acrescentou-se 30% relativos a correção determinada para o efeito de imersão do radiômetro.

A tabela 4 mostra os percentuais das energias refletidas e transmitidas em relação a global, e as respectivas médias.

Tabela 4. Percentuais calculados para as componentes da radiação solar.

Dia	Energia Global (%)	Energia Refletida (%)	Energia Transmitida (%)
05/07	100	8,4	2,2
24/07	100	7,3	2,5
15/08	100	6,8	2,4
05/09	100	6,1	3,3
22/09	100	6,5	2,8
12/10	100	6,7	1,5
30/10	100	6,2	2,6
21/11	100	5,6	3,2
04/12	100	5,0	4,7
21/12	100	6,1	4,0
Média	100	6,5	2,9

As incertezas das medidas estão relacionadas com as precisões dos instrumentos utilizados no trabalho. Os radiômetros solares apresentam desvios na sensibilidade de resposta da ordem de 2%, os registradores de 0,1%, enquanto que o processo de integração gráfica apresenta 0,5%. Considerando-se o processo aditivo pode-se afirmar que a máxima incerteza das medidas é da ordem de 3%. Para medidas percentuais onde aparecem erros propagados, estes valores são da ordem de 4,5%.

Os valores para energia refletida variaram entre 5,0 a 8,4% tendo a média percentual de 6,5%. Estes representam o poder refletor ou o albedo da superfície do lago. Comparando-se com valores correspondentes fornecidos por SELLERS (1974) e ROSENBERG et al. (1983) verifica-se que os resultados obtidos estão coerentes.

Para a componente transmitida, os percentuais

variaram de 1,5 a 4,7% da energia global, com média de 2,9%. Esta porcentagem de acordo com BOYD (1984) é suficiente para prover a energia necessária às reações primárias vitais do ecossistema aquático.

Finalmente, pode-se acrescentar que o funcionamento dos radiômetros foi satisfatório durante toda a fase experimental, sendo depois possível a comparação entre os registros das diferentes componentes da radiação solar independentemente dos níveis de intensidade.

AGRADECIMENTOS

À FAPESP e FUNDUNESP, processos números 91/3883/0 e 388/91 respectivamente pelo financiamento do projeto e aos funcionários J.C. Omodei e A.A. Martins pela colaboração datilográfica e gráfica.

REFERÊNCIAS

- .BOYD, C.E., "Water Quality in Warmwater Fish Ponds", Auburn University Agricultural Experiment Station, Auburn, 1984.
- .DANTAS, A.A.A. e ESCOBEDO, J.F., "Construção e Calibração de Radiômetros para Meios Aquosos", Anais do XXI Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola, v.1. pp.216-225, Santa Maria, RS, Brasil, 1992.
- .ESCOBEDO, J.F. "Refrigeração com Uso de Energia Solar", Tese de Doutorado, Instituto de Física e Química de São Carlos, USP, São Carlos, SP, Brasil, 1987.
- .GOLTERMAN, H.L., CLYMO, R.S. and OHNSTAD, M.A.A., "Methods for Physical and Chemical Analysis of Fresh Waters", Blackwell Scientific Publications, Oxford, 1978.
- .JAMAL, M.A. and MUADDI, J.A. "Solar Energy at Various Depths Bellow Water Surface", International Journal of Solar Energy Research, v.14, pp.859-867, 1990.
- .ROSENBERG, N.J., BLAD, B.L. and VERNA, S.B. "Microclimate, The Biological Environment", John Wiley & Sons, New York, 1983.
- .SELLERS, W.D. "Physical Climatology", The University of Chicago Press, Chicago, 1974.
- .SMITH, R.C. "Un Underwater Spectral Irradiance Collector", Journal of Marine Research, v.27, pp.341-351, 1969.

ABSTRACT

The global solar radiation, the reflected fraction by the water surface and the transmitted underwater fraction are reported in this work. High sensibility radiometers were built, calibrated and placed in a lake, one as a pyranometer, the second inverted in order to measure the reflected fraction and the third placed one meter depth underwater. During six months between winter and summer solstices the radiation curves were recorded with 18 days of mean interval. The reflected and the transmitted energies were related to the global radiation presenting mean percentual ratios of 6.5% and 2.9% respectively.

Radiant Exchange Calculations in an
Isothermal Spherical Cavity Having
Diffuse-Specular Walls

Farshad Kowsary and J.R. Mahan¹
Department of Mechanical Engineering
University of Tehran
Tehran, Iran

SUMMARY

The radiant exchange method is used to calculate the apparent emissivity of spherical cavities having diffuse-specular walls for various opening angles and surface conditions. Results show that in spherical cavities the apparent emissivity is not very sensitive to the degree of specularity of the cavity wall. Also, there are situations in which, unlike the case of cylindrical and conical cavities, the diffuse spherical cavity is a more efficient emitter than the specular cavity.

INTRODUCTION

The main component of the sensing device in instruments such as pyrometers or radiometers is a blackbody cavity. In order to properly calibrate these instruments, it is necessary to be able to accurately predict the emissive and absorptive behavior of their cavities. The most accepted method for predicting radiative behavior of cavities is the one based on radiant exchange calculations, although approximate methods of Gouffe (1946) and De Vos (1954) are occasionally referred to in applied optics literature.

During early to mid-1960's Sparrow and his co-workers performed a comprehensive analysis on radiative behavior of various simple cavity configurations; such as spherical (Sparrow and Jonsson, 1962a), cylindrical (Sparrow et al., 1962, and Sparrow and Lin, 1965), conical (Sparrow and Jonsson, 1963a, and Sparrow and Lin, 1965), rectangular groove (Sparrow and Jonsson, 1963b), and V-groove (Sparrow and Jonsson, 1962b). With the exception of spherical cavities, they were able to perform radiant exchange calculations for both diffuse and specular cavities. Results for cavities they studied showed that specular cavities are more efficient emitters or absorbers of thermal radiation than diffuse cavities.

Limited attempts have been made to study specular or diffuse-specular spherical cavities. Campanaro and Ricolfi (1966) calculated the apparent emissivity of diffuse-specular cavities by using the approximate method of De Vos. Their results show that the apparent emissivity decreases with increasing degree of specularity.

Absorptive behavior of hemispherical cavities having diffuse-specular walls were analyzed by Safwatt (1970) using the radiant exchange method. He considered two cases of diffuse and collimated incoming radiation. However, the exchange factor he derived is based on an incorrect assumption; therefore, his results must be held suspect.

The aim of this work is to undertake the radiant exchange calculations in an isothermal spherical cavity having partially or completely specular walls. While this problem is of basic theoretical importance—~~For example, in their book Sparrow and Cess (1979) point out that its solution is a welcome contribution to the literature—our~~ interest in it was stimulated by the need to describe radiative behavior of diffuse-specular spherical cavities for possible use as field of view limiting baffles in earth-observing radiometric instrumentation application.

THEORY

For the spherical cavity shown in Fig. 1, the irradiance H to element dA_1 located on the cavity wall is given by

$$H(\theta_1) = \int_{A'} B dE_{dA_1-dA'} \quad (1)$$

where the radiosity B is given by

$$B(\theta_1) = \epsilon\sigma T^4 + \rho^d H(\theta_1) \quad (2)$$

In Eqs. (1) and (2) A' is the cavity surface area and ρ^d is the diffuse component of reflectivity. Due to symmetry the irradiance is only a function of the zenith angle θ_1 . The differential $dE_{dA_1-dA'}$ is the exchange factor which replaces the view factor in diffuse-specular enclosures. The exchange factor was first introduced by Lin and Sparrow (1964) for curved, specularly reflecting surfaces. It is defined as the sum of fractions of diffuse radiation leaving dA_1

¹Full Professor and member of ASME
Department of mechanical Engineering
Virginia Polytechnic Institute & S.U.
Blacksburg, VA 24061 USA

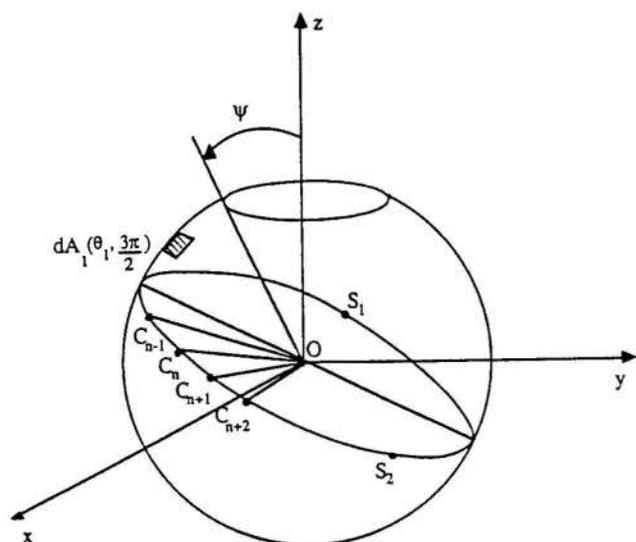


Figure 1. The geometry for a specular spherical cavity.

which arrive at dA' both directly and by all possible specular reflections. In evaluating the exchange factor it is necessary, for every number of reflections n , to locate the element dA_n on the cavity surface from which the first reflection of rays traveling from dA_1 to dA' occurs. The fraction of diffuse radiation leaving dA_1 which arrives at dA' after n specular reflections is thus $(\rho^n) dF_{dA_1-dA_n}$,

where $dF_{dA_1-dA_n}$ is the view or the angle factor

between dA_1 and dA_n , and ρ^n is the specular component of reflectivity.

Equation (1) is a Fredholm integral equation which must be solved iteratively for the unknown function H . Once the irradiance H is calculated to the desired accuracy, the heat flux to cavity surface is calculated from

$$q(\theta_1) = \epsilon(\sigma T^4 - H), \quad (3)$$

where in Eq. (3) it is assumed that the cavity surface is grey. The apparent emissivity of the cavity ϵ_a is, by definition, given by

$$\epsilon_a = \frac{\int q dA'}{A_o \sigma T^4}, \quad (4)$$

where A_o is the area of the cavity opening.

The development presented above is the standard radiant exchange formulation in enclosures. What follows next is the outline of a method for determining exchange of radiation by specular reflections in a spherical cavity.

Radiative Exchange by Specular Reflections in a Sphere. By referring to Fig. 1, and noting the fact that the normal to surface of a sphere is always directed towards its center O , it is easy to demonstrate that all specular reflections of an

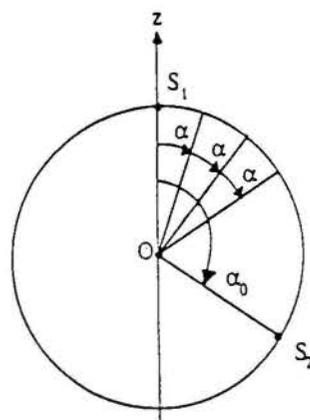


Figure 2. The great circle for rays travelling between two points by specular reflections.

arbitrary ray emanating from walls of a spherical enclosure occur entirely in the single plane that passes through O . Thus, rays which leave a point S_1 on the sphere and arrive at S_2 (Fig. 1) by specular reflections will stay in the plane formed by S_1 , S_2 , and the center O . The intersection of such a plane with surface of the sphere is a *great circle*. Figure 2 shows the great circle for rays travelling from S_1 to S_2 by specular reflections from the wall of the sphere. To specify locations in this great circle we use polar angles defined with respect to S_1 . By referring to Fig. 2 it can be seen that if the point of first reflection for a ray leaving S_1 is at α ,

the point of second reflection would be at 2α , and in general the point of n^{th} reflection would be at $n\alpha$. This means that if rays are to get from S_1 to S_2 (which is separated from S_1 by α_0) by n specular reflections the points of first reflection can be determined from

$$\alpha_{nk} = \frac{\alpha_0 + 2k\pi}{n+1}, \quad (5)$$

where $k=0,1,2,\dots$

Although first look at Eq. (5) may suggest that there are infinite number of points of first reflection, further examination shows that for $k > n$ the points obtained from this equation are repeats. Therefore, it can be inferred that there exist $n+1$ distinct points of first reflection (or $n+1$ distinct routes) if rays leaving S_1 are to reach S_2 by n specular reflections. (See Fig. 3.)

In order to facilitate the integration on the right hand side of Eq. (1), the $x'y'z'$ -coordinate system, shown in Fig. 4, is introduced. This coordinate system is oriented so that z' -axis always passes through the elements like dA_1 for which the irradiance function is being calculated. To obtain this coordinate system, the y,z -plane of the fixed coordinate system (x,y,z in Fig. 1) is rotated about the x -axis by amount θ_1 , the zenith angle of element dA_1 . Using the spherical coordinates

(θ', ϕ') of the new coordinate system, planes (or the great circles) in which exchange of radiation by specular reflections between dA_1 and other elements of cavity surface occurs are identified simply by azimuthal angles ϕ' . Moreover, relation between

$\alpha_0 = 60, n = 3$

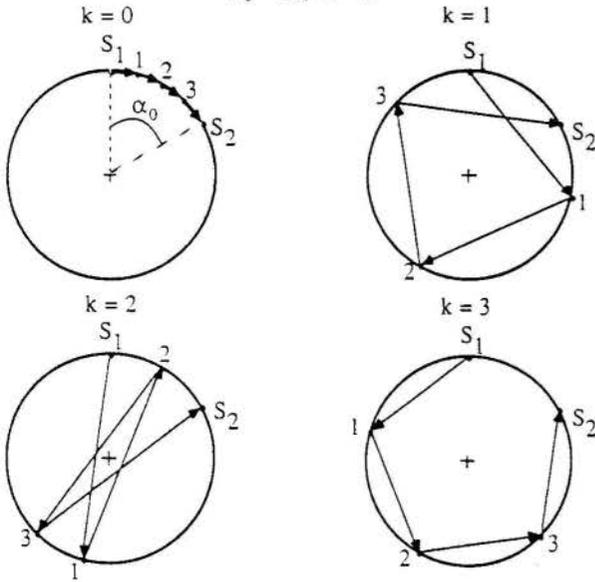


Figure 3. The four possible routes for a ray to go from S_1 to S_2 by three reflections.

the polar angle α of a great circle at ϕ' and (θ', ϕ') of the x', y', z' -coordinate system is given simply by

$$\theta'(\alpha) = \pi - |\pi - \alpha| \quad (6)$$

$$\phi'(\alpha) = \begin{cases} \phi' & , \alpha \leq \pi \\ \pi + \phi' & , \alpha > \pi \end{cases}$$

The relation between the spherical coordinates (θ, ϕ) of the x, y, z -coordinate system and (θ', ϕ') of the x', y', z' -coordinate system is obtained by using the coordinate transformation matrix for the rotation described. That is,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 \\ 0 & \sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\theta' \cos\phi' \\ \sin\theta' \sin\phi' \\ \cos\theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta \cos\phi \\ \sin\theta \sin\phi \\ \cos\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

The equation for the boundary of the cavity opening in terms of (θ', ϕ') can be obtained by substituting the opening angle ψ (shown in Fig. 1) for θ in Eq. (7), multiplying out the third row, and performing some simple algebraic manipulations:

$$\cos\theta' + (\tan\theta_1 \sin\phi') \sin\theta' = \frac{\cos\psi}{\cos\theta_1} \quad (8)$$

To solve Eq. (1), initial guessed values of irradiance function H are assigned to discrete values of θ the zenith angle of x, y, z -coordinate system.

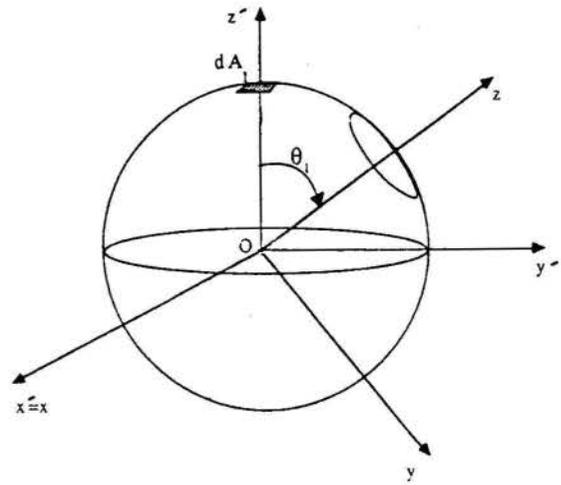


Figure 4. Defining a new coordinate system which is suitable for analysis.

Using these initial values, the integration on the right hand side of the equation is performed to obtain new values of H , and the procedure is repeated until no significant changes in results is detected. As mentioned previously, the integration on the right hand side of Eq. (1) is performed by using spherical coordinate variables (θ', ϕ') of the x', y', z' -coordinate system. Since the integration is over the entire cavity surface area A' , limits of integration for ϕ' are 0 and 2π ; or using the symmetry shown in Fig. 4, one could use the lower and upper limits of $\pi/2$ and $3\pi/2$ for ϕ' and then multiply the result by two.

As was previously mentioned, a given ϕ' defines a great circle which in general may intersect the cavity opening. As a result, the great circle will have a hole as shown in Fig. 5. Take note of the fact that the region defined by the great circle at ϕ' is actually a spherical sector having a differential thickness $d\phi'$. For the great circle shown in Fig. 5, the integration of θ' must be performed over two disconnected regions R' and R'' defined respectively by $[\theta' = 0, \theta'(\beta')]$ and $[\theta'(\beta''), \theta' = \pi]$, where β' and β'' , polar angles corresponding to the intersection points of the great circle with cavity opening, can be obtained by using Eq. (8) and then Eq. (6).

Consider the integration over region R'' . Using the definition for exchange factor, this integral may be written as a sum of infinite number of integrals, each one of which representing exchange of radiation between dA_1 and R'' by a number of specular reflections n , plus an integral for direct exchange (i. e. no reflections). By using the simple view factor formula between two elements on the surface of a sphere (Sparrow and Jonsson, 1962a), the integral for direct exchange is simply given by

$$I_0(\phi') = \frac{1}{4\pi} \int_{\theta'(\beta'')}^{\pi} B(\theta', \phi') \sin\theta' d\theta' \quad (9)$$

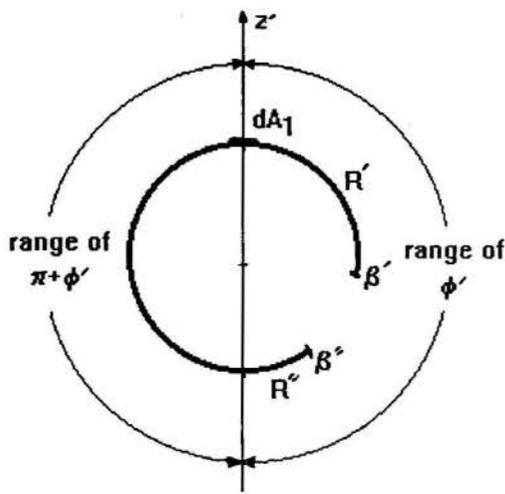


Figure 5. A great circle which has intersected the opening.

where in determination of B in terms of (θ', ϕ') the transformation equation, Eq. (7), is used. This must be done because values of irradiance H and hence radiosity B are known in terms of θ .

Using an argument similar to that which ensued Eq. (4), it can be shown that radiation exchange by n specular reflections between dA_1 and R'' may occur through n+1 possible routes corresponding to $k=0, 1, 2, \dots, n$. Based on the definition of exchange factor, the regions on the great circle from which the first reflection occurs must be determined for all number of reflections n and all routes k. The limits of such regions can be determined by substituting limits of R'' into Eq. (4). If there were no holes in the great circle, the integral representing exchange by n number of reflections through the k^{th} route would have been given by

$$I_{nk}(\phi) = \frac{(\rho'')^n}{4\pi} \int_{\theta'(\beta''_{nk})}^{\pi_{nk}} B(\theta', \phi') \sin\theta' d\theta', \quad (10)$$

where β''_{nk} and π_{nk} are obtained by substituting

β'' and π , respectively, into Eq. (5). When there exist a hole in the great circle, the region of first reflection must in general be modified. This is because some parts or even all of the rays travelling from dA_1 to R'' through a certain specular path (i.e., a certain n and k) may encounter the hole upon incidence on the cavity wall and, therefore, escape from the cavity. This modification is made by comparing the region which defines the hole with the regions of first, second, and up to the n^{th} reflections. Although the procedure for modifying the region of first reflection is simple to formulate, the labor involved becomes increasingly enormous as the number of reflections considered goes up. For this reason a computer subroutine was written to perform the required set theory operations needed for modification of the region of first reflection when there is a hole in the great circle.

Based on the outline given above, a computer program was developed to perform the iterations and the numerical integrations necessary for solving Eq. (1). The variables in Eq. 1 were made dimensionless by dividing both sides of the equation by σT^4 .

The Romberg Method in conjunction with trapezoidal rule was used for the numerical integrations. The tolerance for terminating the successive integrations in Romberg method was set at 10^{-6} . The nodal points for evaluation of H were separated by 3 deg. The convergence criteria for terminating the iterations of the integral equation was based on the square root of sum of squares of the differences between results of new and previous calculations at each node. If this value was less than 0.001, iterations were stopped. Reducing this convergence criterion by a factor of ten changed the results only at the fourth significant figure and beyond. The number of reflections N considered in calculations was determined from criterion

$$(\rho'')^N \leq 0.001, \quad (11)$$

This yielded $N=3, 6, 10, 20$, and 66 for $\rho'' = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$, and 0.9, respectively. Comparison of final results with results obtained using the Monte Carlo method showed a close agreement between the two methods (see Kowsary, 1989).

DISCUSSION OF RESULTS

Due to space limitations only the apparent emissivity results will be presented and discussed. The apparent emissivity as a function of the cavity opening angle, surface emissivity, and specularity ratio ρ''/ρ , where $\rho = \rho'' + \rho^d$, is shown in Fig. 6. The apparent emissivity approaches the wall emissivity as the cavity becomes wide open (i. e., becomes a flat plate). When the cavity opening angle approaches zero, the apparent emissivity in all cases approaches unity. This behavior is similar to the results for cavities previously studied.

There are, however, interesting differences between the apparent emissivity results of diffuse-specular spherical cavities and those of cavities previously studied by Sparrow and his co-workers (Sparrow and Cess, 1979). Variation of the apparent emissivity in spherical cavities is a weaker function of the specularity ratio than in the case of conical and cylindrical cavities. In spherical cavities, for a given surface emissivity, the apparent emissivity is not always an increasing function of the specularity ratio. This difference has also been noted by Campanaro and Ricolfi (1966) based on their approximate results. According to the results shown in Fig. 6, specular spherical cavities have a higher apparent emissivity when the surface emissivity is high. However, as the emissivity of surface decreases, curves corresponding to the purely specular cavities begin to shift downward relative to the curves for the purely diffuse cavities. Eventually, as the emissivity of cavity surface becomes sufficiently small, the apparent emissivity of the diffuse cavity becomes greater than that of the specular cavity. This type of behavior in spherical cavities may perhaps be explained by the fact that some portions of the cavity surface face downwards into the cavity (unlike the case of conical and cylindrical cavities).

As the wall emissivity ϵ is changed, the apparent emissivity curves for diffuse-specular case $\rho''/\rho=0.5$ also begin to shift downward relative to those for diffuse cavities. This behavior is in a similar manner as purely specular cavities but at a slower pace. For low emissivities, however, the

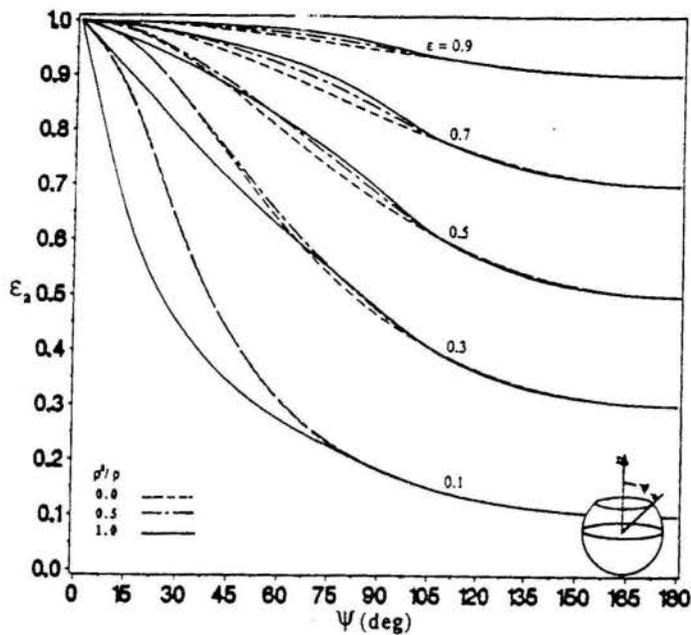


Figure 6. Apparent emissivity of spherical cavities for various conditions.

diffuse cavity and the diffuse-specular cavity have essentially the same apparent emissivities for all opening angles. This suggests that for low emissivities the diffuse effect dominates the specular effect.

Another curious observation can be made regarding the apparent emissivity results for spherical cavities: the apparent emissivity for a diffuse-specular cavity is not always bounded by the apparent emissivities of the corresponding purely diffuse and purely specular cavities. This is an example of where purely diffuse reflection and purely specular reflection do not represent limiting cases in radiation exchange. The dependence of results on specular ratio becomes practically insignificant when the cavity opening angle becomes greater than approximately 105 deg for high and midrange values of emissivity. However, for small emissivities this is true for even smaller cavity opening angles.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors wish to thank the Radiation Sciences Branches of the Atmospheric Sciences Division of NASA's Langley Research Center for its partial support of this work under contracts NAS1-18471, Tasks 2 and 13, and NAS1-18106, Task 12. A particular debt of gratitude is owed Mr. Robert B. Lee III, of the Radiation Science Branch.

REFERENCES

- .Campanaro, P. and Ricolfi, T. J., "Effective Emissivity of a Spherical Cavity," *Applied Optics*, Vol. 5, pp. 929-932, 1966.
- .De Vos, J. C., 1954, "Evaluation of the Quality of a Blackbody," *Physica*, Vol. 20, pp. 669-689, 1954.
- .Gouffe, A., "Corrections d'Overture des Corps-Noirs Artificiels Compte Tenu des Diffusions Multiples Internes," *Revue d'Optique (theorique et instrumentale)*, Vol. 24, pp. 1-10, 1946.
- .Kowsary, F., "Radiation Characteristics of Spherical Cavities Having Partially or Completely Specular Walls," Ph.D. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, USA, 1989.
- .Lin, S. H. and Sparrow E. M., "Radiant Interchange Among Curved Specularly Reflecting Surfaces—Application to Cylindrical and Conical Cavities," *Journal of Heat Transfer*, Vol. C87, pp. 299-307, 1965.
- .Safwatt, H. H., "Absorption of Thermal Radiation in a Hemispherical Cavity," *Journal of Heat Transfer*, Vol. C92, pp. 198-201, 1970.
- .Sparrow, E. M. and Cess, R. D., "Radiation Heat Transfer," Augmented Edition, Hemisphere Publications, New York, 1979.
- .Sparrow, E. M., Albers, U. and Eckert, E.R.G., 1962, "Thermal Radiation Characteristics of Cylindrical Enclosures," *Journal of Heat Transfer*, Vol. C84, pp. 73-81, 1962.
- .Sparrow, E. M., and Jonsson, V. K., "Absorption and Emission Characteristics of Diffuse Spherical Enclosures," NASA Technical Note D-1289, 1962a.
- .Sparrow, E. M. and Jonsson, V. K., "Absorption of Thermal Radiation in V-Groove Cavities," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 5, pp. 1111-1115, 1962b.
- .Sparrow, E. M., and Jonsson, V. K., "Radiant Emission Characteristics of Diffuse Conical Cavities," *Journal of Optical Society of America*, Vol. 53, pp. 816-821, 1963a.
- .Sparrow, E. M., and Jonsson, V. K., "Thermal Radiation Absorption in Rectangular-Groove Cavities," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. E3, pp. 237-244, 1963b.
- .Sparrow, E. M. and Lin, S. L., "Radiation Heat Transfer at a Surface Having Both Specular and Diffuse Reflective Components," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 8, pp. 769-778, 1965.

Radiation Scattering by Periodic Micro-Grooved Metallic Surfaces

NAJI RAAD and SUNIL KUMAR
 Department of Mechanical Engineering, Polytechnic University
 333 Jay Street, Brooklyn, NY 11201

SUMMARY

A theoretical model for the scattering properties of metallic micro-grooves has been constructed in the present study. The approach is via a rigorous solution of the electro-magnetic wave theory for perfectly conducting materials and a perturbation solution for the highly conducting materials such as metals. The reflectivities have been determined for normal and oblique incidence and the effects of the micro-groove size and periodicity and wavelength of the incident radiation on the scattering characteristics are examined. The analytical results are shown to asymptote to the smooth surface solutions in the limit of large width or small height.

INTRODUCTION

In a recent paper (Raad and Kumar, 1992) the exact solutions for evaluating the scattering properties of perfectly conducting micro-grooved surfaces have been developed. The objective of the present study is to develop a mathematical model for evaluating the radiation scattering properties of highly conducting micro-grooved metallic surfaces via a perturbation theory approach.

The emissivity of micro-grooved surfaces has recently been reported in the literature and compared with emissivity of a smooth surface of similar material (Hesketh and Gebhart, 1988). It is found that the emissivity of the micro-grooved surface is much larger and exhibits oscillatory behavior with increasing wavelength. Classical analysis has not been able to predict the oscillations as well as the large magnitude of the increase in emissivity. Previous analysis of periodic grooved surfaces based on electromagnetic theory has been confined to the case of normally incident beams for perfectly conducting surfaces (Deriugin, 1960a,b; Kong, 1990). Other related analysis of interest are the scattering studies performed by the physical optics (Kirchoff) approximations which geometrically trace the reflection of rays, see Beckmann and Spizzichino (1963) and Ogilvy (1987) for reviews. Scattering from fractal surfaces has been performed by similar Kirchoff approximations (Jaggard and Sun, 1990) and Kirchoff approximation within Helmholtz diffraction theory (Majumdar and Tien, 1990). However, such geometric techniques are not valid for microscale grooves where complex wave interference, tunneling, and evanescent and guided waves play an important role. Other complicated approximate theories have been proposed for rough surfaces, such as integral (Saillard and Maystre, 1990) and perturbation (for slightly rough surfaces, Jordan and Kang, 1979), but these are not necessary for the present case where the surface is periodic and ordered.

An electromagnetic wave theory model for the scattering properties of micro-grooves has been constructed in the present study which considers the walls of the micro-grooves to be smooth. The difference between the analysis of micro-grooves and macro-grooves is that the classical intensity and heat flux formulations are adequate for the latter but break down for the former. The radiation heat transfer in micro-grooves has to be considered from an electromagnetic wave theory viewpoint and "non-classical" effects of wave interference and guided waves in the cavity have to be included. The present study is based on such rigorous solutions of the electromagnetic theory where the periodicity of the surfaces is accounted for by Floquet expansions. Exact solutions for perfectly conducting materials (Raad and Kumar, 1992) are considered along with a perturbation method for materials with relatively high conductivity. The reflection coefficients and reflectivities are determined for normal and oblique incidence. The effects of the size and periodicity of the micro-grooves on the radiation characteristics are examined. The analytical results are shown to asymptote to the smooth surface solutions in the limit of large width or small height.

THEORY

Consider a plane electromagnetic wave incident upon a periodic, microgrooved, perfectly conducting surface. The grooves are rectangular of width w , depth d , period p , and infinite in the y direction, as depicted in Figure 1. The wave is in the $x-z$ plane and is incident on the grating at a polar angle θ_i , where θ_i is defined as the angle between the negative z -axis and the direction of propagation of the incident wave, see Figure 1. The scattered polar angles θ_r or θ_n are measured in the $x-z$ plane and are defined as the angles between the positive z -axis and the projection of the scattered radiation in the $x-z$ plane. By this scheme, the specularly scattered angle θ_0 is equal to the incident angle θ_i and $-\pi/2 \leq \theta_r \leq \pi/2$. The plane waves are decomposed into transverse magnetic TM and transverse electric TE components. The solution for TM and TE are presented separately. Most of the mathematical details have been omitted and can be found elsewhere (Raad and Kumar, 1992).

TM Polarization

The incident magnetic field for TM polarization is given by

$$H^i = \hat{y}H_y^i = \hat{y}H_{00} \exp i(\alpha_0 x - \gamma_0 z) \quad (1)$$

where $\alpha_0 = k \sin \theta_i$, $\gamma_0 = k \cos \theta_i$, $k = \omega(\epsilon\mu)^{1/2} = 2\pi/\lambda$, and $i = \sqrt{-1}$. Here H_{00} is the incident wave amplitude, ϵ the permittivity, w the permeability, ω the angular frequency, and λ the wavelength in free space. The angle of incidence is θ_i . The reflected field above the grooves for $z > 0$, can be written as an infinite sum of waves either propagating or decaying exponentially in the z direction, and is equal to

$$H^r = \hat{y}H_y^r = \hat{y} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Phi_n \exp i(\alpha_n x + \gamma_n z) \quad (2)$$

where Φ_n is the complex amplitude corresponding to the n th reflected mode and

$$\alpha_n = k \sin \theta_n = \alpha_0 + \frac{2\pi n}{p} \quad , \quad \gamma_n = k \cos \theta_n = \sqrt{k^2 - \alpha_n^2} \quad (3a)$$

where $\text{Re}(\gamma_n) \geq 0$ and $\text{Im}(\gamma_n) \geq 0$. The scattered angles θ_n are determined from the above well known optical grating law (equation (3a)) which can be rewritten as

$$\sin \theta_n = \sin \theta_i + \frac{n\lambda}{p} \quad , \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3b)$$

where, as noted before, θ_0 corresponds to the component that is specularly reflected.

Within the grooves for $z < 0$, the electromagnetic field H_g can be represented as an infinite series of waveguide modes satisfying the two dimensional Helmholtz wave equation with zero tangential electric field at the wall of the grooves if the walls are perfectly conducting (Kong, 1990). For highly conducting walls, such as those of metals, the solution corresponding to perfectly conducting material is modified via a perturbation analysis and can be written as

The electric field in the y direction for TE component is represented as

$$E^i = \hat{y} E_y^i = \hat{y} E_{00} \exp(i(\alpha_0 x - \gamma_0 z)) \quad (10)$$

with E_{00} the complex amplitude of the incident wave. All variables and parameters for TE are the same as for TM polarization unless otherwise specified. Using the same procedure and representing the scattered field above the grooves for $z > 0$ in terms of Floquet modes (Kong, 1990)

$$E^r = \hat{y} E_y^r = \hat{y} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Psi_n \exp(i(\alpha_n x + \gamma_n z)) \quad (11)$$

where Ψ_n are the complex amplitudes of the scattered (reflected) field, similar equations are formed, see Raad and Kumar (1992) for detailed steps. The mathematical results and the procedure have been omitted here for brevity.

NUMERICAL SOLUTION

Equations (7) for TM, and similar sets of equations for TE mode, represent a set of matrix equations to be solved for the unknown complex amplitudes Φ_l and Ψ_l . A Gauss-Jordan algorithm with pivoting technic was used to determine these amplitudes. In the far field, propagating waves are of only importance. The exponential terms in equation (2) should be of imaginary nature, from which it follows that α_n and γ_n be real numbers. Therefore, the following criteria should be satisfied: $k^2 - \alpha_n^2 \geq 0$, or $-(1+\sin\theta)p/\lambda \leq n \leq (1-\sin\theta)p/\lambda$. From this condition the lower and upper limits of n for the summation terms in equation (7) are determined. Inside the grooves propagating guided waves are considered and the waveguide modes m in equation (4) are as follows. For TM polarization $k^2 - (m\pi/w)^2 \leq 0$ or $0 \leq m \leq 2\pi/w$. And for TE polarization $k^2 - (m\pi/w)^2 \leq 0$ or $1 \leq m \leq 2\pi/w$. Higher modes included to capture the effects of evanescent waves. The basic harmonic $m = 0$ in TE polarization is not accounted for because it gives a trivial solution. The conservation law of energy was used to check the accuracy of the computer program, where the incident power should be less than or equal to the total scattered powers. This law leads to the following criteria:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Phi_n \Phi_n^* \gamma_n \leq \gamma_0 \quad (\text{TM}) \quad , \quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Psi_n \Psi_n^* \gamma_n \leq \gamma_0 \quad (\text{TE}) \quad (17)$$

where the incident complex amplitudes H_{00} and E_{00} of the fields were taken to be equal to unity. The equality sign is valid for perfectly conducting surfaces ($\beta \rightarrow 0, \sigma \rightarrow \infty$). The numerical results are found to match exactly the criteria given by the conservation of energy law.

The bidirectional spectral reflectivity is defined as the reflected intensity divided by the intercepted incident energy (Siegel and Howell, 1981)

$$\rho_{\lambda}''(\lambda, \theta_i, \theta_r = \theta_n) = \frac{I_{\lambda r}(\lambda, \theta_i, \theta_r)}{I_{\lambda i}(\lambda, \theta_i) \cos \theta_i} \quad (18a)$$

$$= \frac{\Phi_n \Phi_n^*}{H_{00} H_{00}^* \cos \theta_i} = \frac{R_n}{\cos \theta_i} \quad (\text{TM}) \quad (18b)$$

$$= \frac{\Psi_n \Psi_n^*}{E_{00} E_{00}^* \cos \theta_i} = \frac{R_n}{\cos \theta_i} \quad (\text{TE}) \quad (18c)$$

The reflected angles θ_r in the above equations are determined from the optical grating formula, equation (3). For unpolarized radiation, the reflectivity is the average of the above two values. The bidirectional total specular reflectivity is defined as

$$\rho''(\theta_i, \theta_r = \theta_i) = \int_0^{\infty} \rho_{\lambda}''(\lambda, \theta_i, \theta_r = \theta_i) I_{\lambda i} d\lambda \int_0^{\infty} I_{\lambda i}(\lambda, \theta_i) \cos \theta_i d\lambda \quad (19)$$

For the computations the incident intensity is considered to be black-body intensity $I_{\lambda b}(\lambda, T)$ corresponding to a temperature T (Siegel and Howell, 1981). The directional hemispherical spectral reflectivity is similarly defined as

$$\rho_{\lambda}'(\lambda, \theta_i) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho_{\lambda}''(\lambda, \theta_i, \theta_r) \cos \theta_r d\theta_r \quad (20)$$

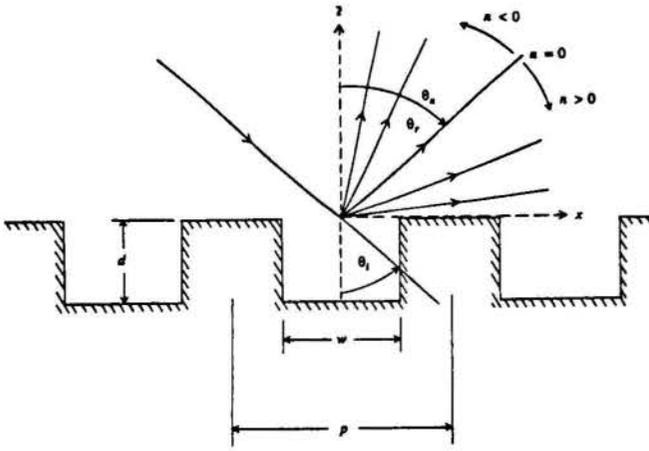


Figure 1. Schematic of the system under consideration.

$$H_g = \hat{y} \sum_{m=0}^{m=\infty} H_m \cos \frac{m\pi}{w} (x+w/2) \times \frac{\exp[-iK_m + \beta_m)(z+d)] + \exp[(iK_m - \beta_m)(z+d)]}{\exp[-iK_m + \beta_m)d] + \exp[(iK_m - \beta_m)d]} \quad (4)$$

where H_m is the complex amplitude of the m th waveguide mode of the magnetic field inside the groove and

$$K_m = \sqrt{k^2 - (\frac{m\pi}{w})^2} \quad (5)$$

The absorption factor that is used as perturbation parameter β is given by (Kong, 1990)

$$\beta_m = \frac{1}{w} \left[\frac{\omega \epsilon}{2\sigma} \right]^{1/2} \frac{2K_m / (1 + \delta_{0m})}{[K_m^2 - (m\pi/w)^2]^{1/2}} \quad (6)$$

where σ is the electric conductivity of the metal.

The task is to determine Φ_n and H_m in equations (2) and (4). By matching boundary conditions at the plane $z = 0$, Φ_n and H_m are found to be (see Raad and Kumar (1992) for details)

$$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} (\delta_{ln} - Q_{ln}) \Phi_l = \delta_{0n} H_{00} + Q_{0n} \quad (7a)$$

$$\sum_{l=0}^{+\infty} \left[(1 + \delta_{0m}) \frac{w}{2} \delta_{ml} - i \eta_l G_{lm} \right] H_l = P_{0m} (1 + H_{00}) \quad (7b)$$

where Q_{ln} , η_m , and G_{lm} are defined as

$$Q_{ln} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{(1 + \delta_{0m})w} i \eta_m \frac{1}{\gamma_n p} P_{nm} P_{nm}^* \quad (8a)$$

$$\eta_m = \frac{-K_m \tan K_m d (-1 + \tanh^2 \beta_m d) - \beta_m \tan \beta_m d (1 + \tan^2 K_m d)}{1 + \tanh^2 \beta_m d \tan^2} \quad (8b)$$

$$+ \frac{-\beta_m i \tan K_m d (-1 + \tanh^2 \beta_m d) + i K_m \tanh \beta_m d (1 + \tan^2 K_m d)}{1 + \tanh^2 \beta_m d \tan^2 K_m d}$$

$$G_{lm} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\gamma_n p} P_{nm}^* P_{nl} \quad (8c)$$

The incident power in the positive z plane is determined from the Poynting vector

$$S_0 = E \times H^* = \frac{1}{\omega \epsilon} [\hat{x} \alpha_0 H_{00} H_{00}^* - \hat{z} \gamma_0 H_{00} H_{00}^*] \quad (9a)$$

The power reflected in the spectral order n is defined as

$$S_n = E_n^r \times H_n^{r*} = \frac{1}{\omega \epsilon} [\hat{x} \alpha_n \Phi_n \Phi_n^* + \hat{z} \gamma_n \Phi_n \Phi_n^*] \quad (9b)$$

and the relative reflected power is written as

$$R_n = \frac{|S_n|}{|S_0|} = \frac{\Phi_n \Phi_n^*}{H_{00} H_{00}^*} \quad (9c)$$

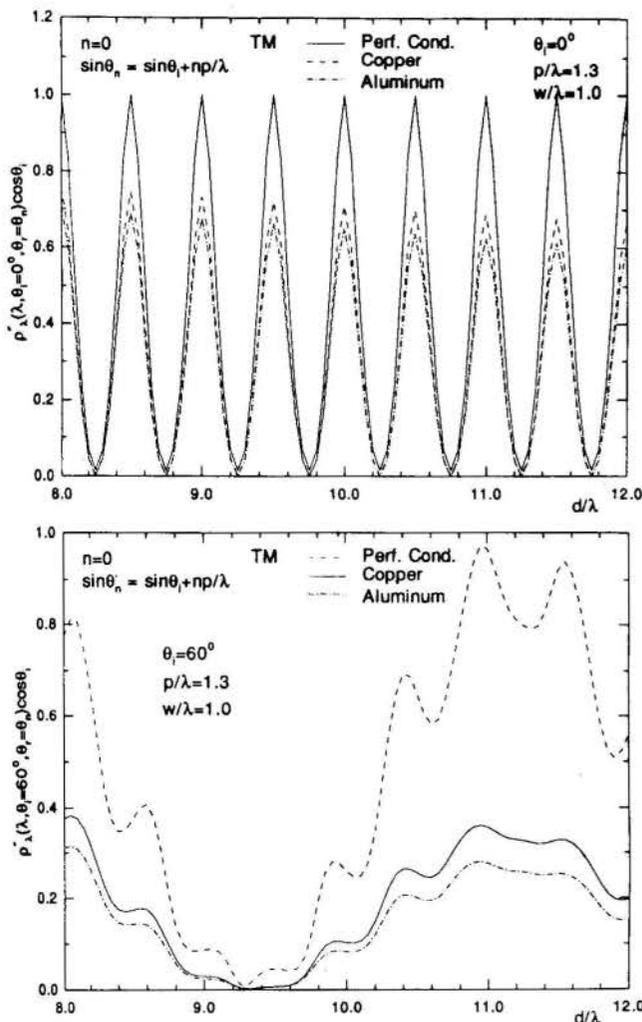


Figure 2. Variation of the specular bidirectional spectral reflectivity $\rho_{\lambda}''(\lambda, \theta_i, \theta_r = \theta_i)$ with depth (d/λ) for profile #1: a) $\theta_i = 0^\circ$, TM polarization; b) $\theta_i = 60^\circ$, TM polarization.

DISCUSSION

The results of the numerical solutions are plotted for different profiles of the grooves that are identified by the following geometric parameters:

- #1: $p/\lambda = 1.3$, $w/\lambda = 1.0$,
- #2: $p/w = 2.0$, $d/w = 6.0$,
- #3: $p = 3.0 \mu\text{m}$, $w = 1.5 \mu\text{m}$, $d = 7.0 \mu\text{m}$.

In Figure 2 the specular bidirectional spectral reflectivity $\rho_{\lambda}''(\lambda, \theta_i, \theta_r = \theta_i)$ for profile #1 in the groove depth d/λ is plotted for two different incident angles. In these figures the phenomenon of waves interference is well illustrated. The maximas and minimas curves correspond to constructive and destructive interference respectively. At normal incidence, the maxima for the specular reflectivity $n = 0$ can be readily found to be a multiple integer of a quarter wave length, while the minima occurs at a depth of a multiple integer of half wave length. As the depth d reaches zero, flat plate bidirectional reflectivity is obtained where only the specular component $n = 0$ has a non-zero value and all other modes approach zero value. Additionally, the bidirectional reflectivity of a smooth surface of perfectly conducting material is equal to the inverse of the cosine of the incident angle, and this value is obtained by the limiting case of $d = 0$, thereby instilling confidence in the results. As the depth increases the value of the peaks decreases for metals due to higher absorptance of energy within the longer grooves. The curves for the TE polarization are not shown for brevity. Similarly, the results for other non-specular modes are not presented.

Figure 3 indicates the variation of the directional hemispherical spectral reflectivity $\rho_{\lambda}'(\lambda, \theta_i)$ for profile #1 as a function of d/λ for different incident angles. As d approaches zero the directional hemispherical reflectivity is obtained which is equal to $1/\cos\theta_i$. For perfectly conducting materials the directional hemispherical reflectivity remains at this value due to conservation of energy, equation (17).

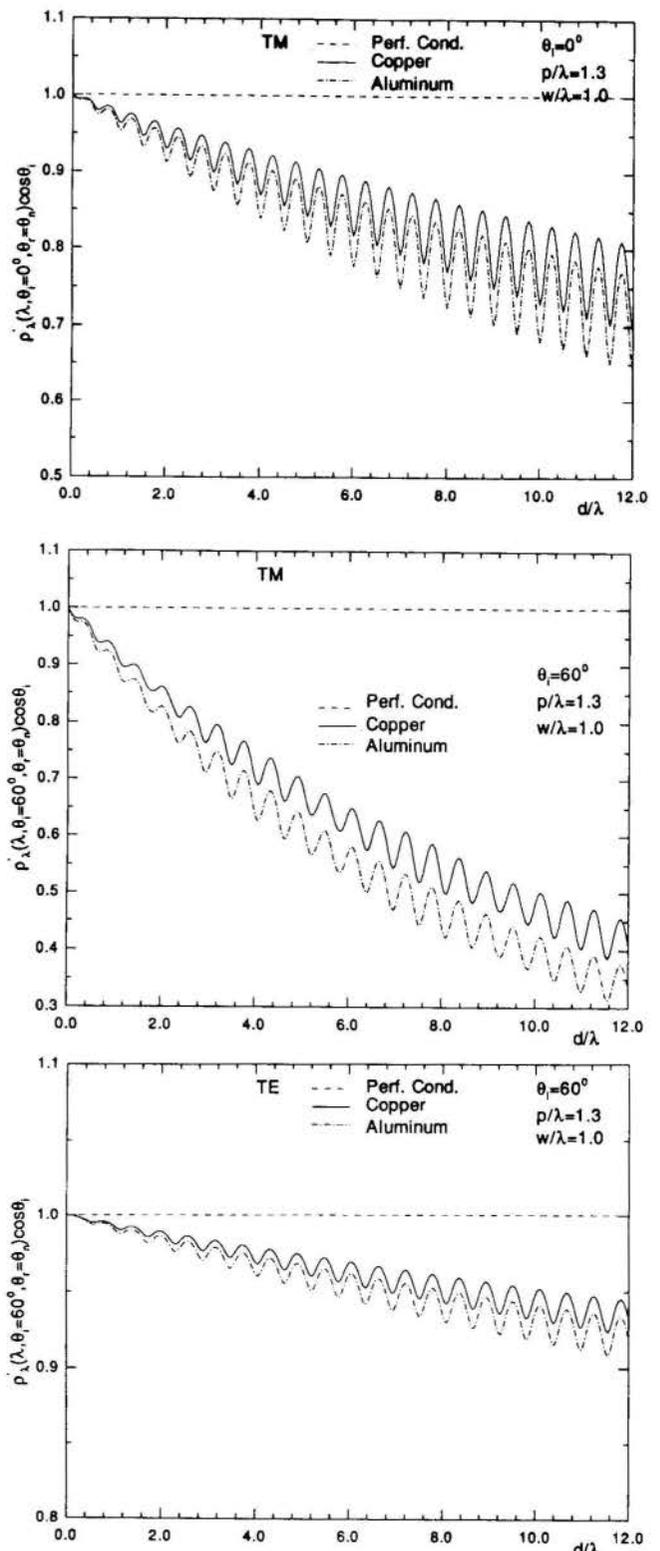


Figure 3. Variation of the directional hemispherical spectral reflectivity $\rho_{\lambda}'(\lambda, \theta_i)$ with depth (d/λ) for profile #1: a) $\theta_i = 0^\circ$, TM polarization; b) $\theta_i = 60^\circ$, TM polarization; c) $\theta_i = 60^\circ$, TE polarization.

The numerical results reflect this physical energy balance. Due to increased absorptance with increasing depth, the reflectivity decreases. However, the oscillatory nature is preserved because of the constructive/destructive addition of the reflected waves. The reflectivities of the TE mode are higher than TM because the electric wave in TE oscillates along the y axis and therefore is less affected by the geometric variations of the groove in the $x-z$ directions. The reflectivities have smaller values as the incident angle gets smaller. Similarly, Figure 4 examines the variation of $\rho_{\lambda}'(\lambda, \theta_i)$ for profile #2 as a function of λ/w . It can be seen that at wavelengths larger than w the microgroove behaves as a flat plate, especially for the TE mode.

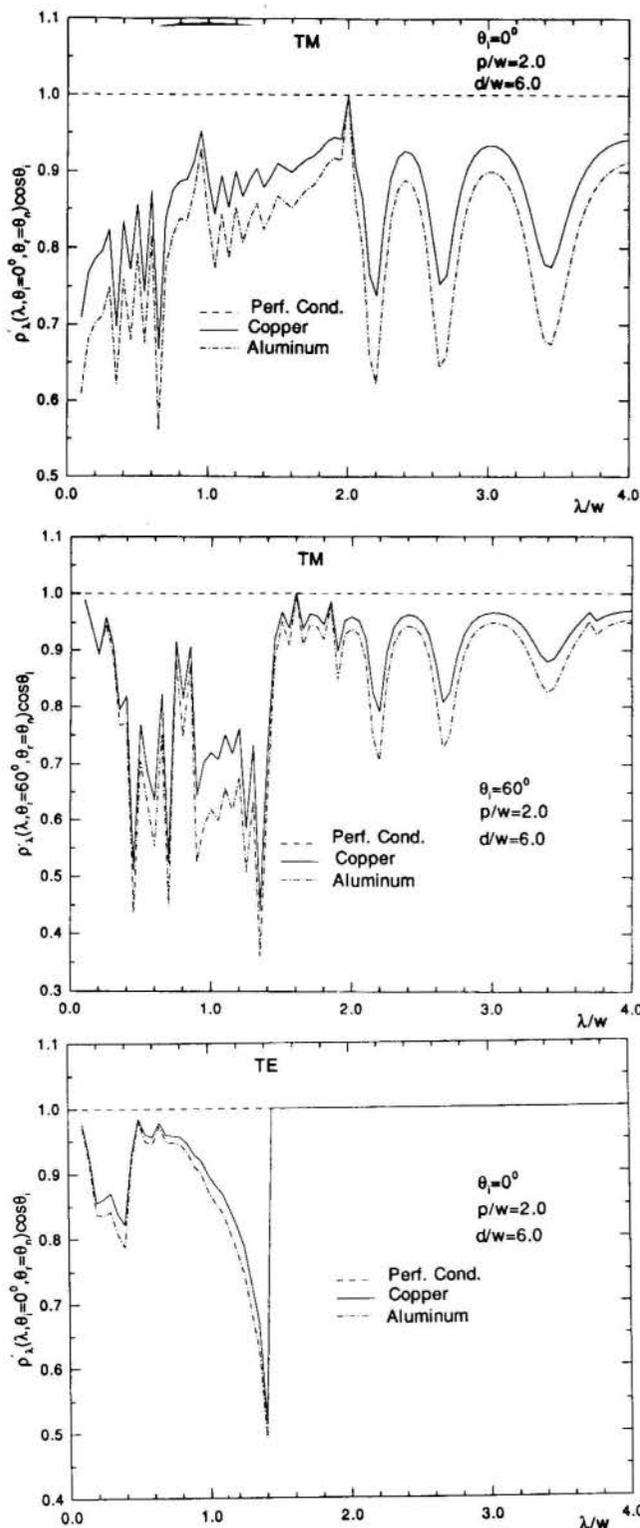


Figure 4. Variation of the directional hemispherical spectral reflectivity $\rho_{\lambda}'(\lambda, \theta_i)$ with width (λ/w) for profile #2: a) $\theta_i = 0^\circ$, TM polarization; b) $\theta_i = 60^\circ$, TM polarization; c) $\theta_i = 0^\circ$, TE polarization.

The effect of the incident radiation on the specular bidirectional total reflectivity $\rho''(\theta_i, \theta_r = \theta_i)$ is explored in Figure 5. Here the incident intensity is assumed to be blackbody radiation from a source at temperature T for profile #3.

CONCLUSIONS

A detailed mathematical model based on the exact solution of the electromagnetic wave theory has been constructed for evaluating scattering characteristics of microgrooves of conducting metallic materials. Oblique incidence has been considered as well as different geometrical configurations of the grooves. No previous analysis has been reported in the literature for such cases and this is the first instance where a solution capable of examining micro-configured periodic grooves is presented.

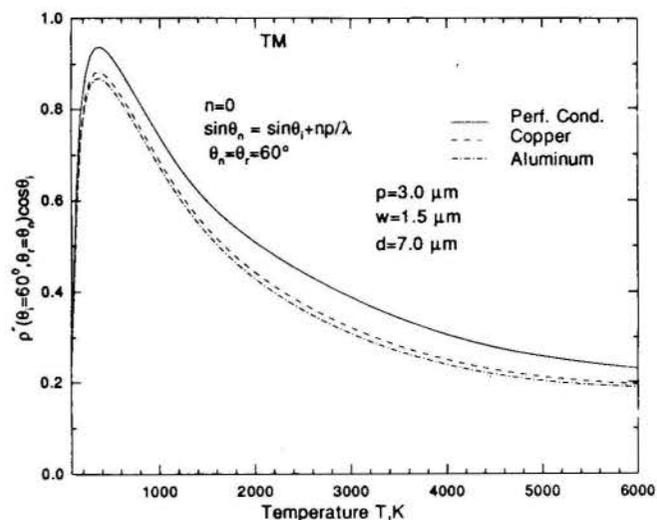


Figure 5. Variation of the specular bidirectional total reflectivity $\rho''(\theta_i, \theta_r = \theta_i)$ with temperature T of the incident blackbody radiation for profile #3: $\theta_i = 60^\circ$, TM polarization.

REFERENCES

- Beckmann, P. and Spizzichino, A., 1963, *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*, Macmillan, New York.
- Chuang, S.L., and Kong, J.A., 1983, "Wave Scattering and Guidance by Dielectric Waveguides with Periodic Surfaces," *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 5, No. 5, pp. 669-679.
- Deriugin, L.N., 1960a, "Reflection of a Plane Transverse Polarized Wave from a Rectangular Comb," *Radiotekhnika*, Vol. 15, no 2, pp. 15-26.
- Deriugin, L.N., 1960b, "Reflection of a Longitudinally Polarized Wave from a Rectangular Comb," *Radiotekhnika*, Vol. 15, no 5, pp. 9-16.
- Hesketh, P.J., and Gebhart, B., 1988, "Measurements of the Spectral and Directional Emission From Microgrooved Silicon Surfaces," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 680-686.
- Jordan, A.K., and Lang, R.H., 1979, "Electromagnetic Scattering Patterns from Sinusoidal Surfaces," *Radio Science*, Vol. 14, No. 6, pp. 1077-1088.
- Kong, A.K., 1990, *Electromagnetic Wave Theory*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York.
- Laggard, D.L., and Sun, X., 1990, "Scattering from Fractally Corrugated Surfaces," *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 7, No. 6, pp. 1131-1139.
- Majumdar, A., and Tien, C.L., 1990, "Reflection of Radiation by Rough Fractal Surfaces," *AIAA/ASME Thermophysics and Heat Transfer Conference (Seattle)*.
- Ogilvy, J.A., 1987, "Wave Scattering from Rough Surfaces," *Reports on Progress in Physics*, Vol. 50, pp. 1553-1608.
- Raad, N., and Kumar, S., 1992, "Radiation scattering by periodic microgrooved surfaces of conducting materials," *ASME Winter Annual Meeting (Anaheim)*.
- Scallard, M., and Maystre, D., 1990, "Scattering from Metallic and Dielectric Rough Surfaces," *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 7, No. 6, pp. 982-990.
- Siegel, R., and Howell, J.R., 1981, *Thermal Radiation Heat Transfer*, 2nd Edition, Hemisphere Publishing.
- Van Den Berg, P.M., 1971, "Diffraction Theory of a Reflection Grating," *Applied Science Research*, Vol. 24, pp. 261-292.
- Whitman, G., and Schwering, F., 1977, "Scattering by Metal Surfaces with Sinusoidal Height Profiles," *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, Vol. AP-25, pp. 869-876.

ANÁLISE CRÍTICA DA MODELAÇÃO DE TUBOS CAPILARES ADIABÁTICOS

R.T.S. FERREIRA, C. MELO
Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC
Caixa Postal, 476
88049 - Florianópolis - SC

RESUMO

Uma grande variedade de modelos de tubos capilares é disponível na literatura especializada. Os resultados destes modelos numéricos são regularmente comparados com informações e dados experimentais e normalmente consegue-se uma boa concordância. Utilizando-se um programa de computador específico chamado CAPILAR é mostra do que a prática comum de seleccionar valores e equações tradicionais da literatura permite um grau de liberdade considerável para estes estudos de validação.

INTRODUÇÃO

Um dispositivo de expansão de uso comum em quase todos os sistemas de refrigeração de pequeno porte é o tubo capilar. Ele consiste de um tubo longo de cobre com diâmetro interno que varia de 0,5 a 2,0 mm e um comprimento entre 1 e 6m.

Um tubo capilar não apresenta partes móveis, nada para desgastar, e é um dispositivo simples e barato. Ele permite também que as pressões no sistema sejam equalizadas durante as paradas, requerendo, desta forma, motores de baixo torque de partida para o acionamento dos compressores.

Por outro lado, o tubo capilar não tem a habilidade de ajustar-se a condições de mudança de carga térmica e também requer que a carga de fluido refrigerante do sistema seja mantida dentro de limites bastante estreitos. Por esta razão, seu uso tem sido restrito a sistemas nos quais a carga de refrigerante permanece razoavelmente constante, como é o caso de refrigeradores domésticos e condicionadores de ar de janela.

Apesar de sua forte influência no desempenho de sistemas de refrigeração, a maioria dos tubos capilares são, ainda hoje, selecionados através de um processo de tentativa e erro. Um tubo mais longo que o desejado é inicialmente instalado no sistema. Se ele não trabalhar adequadamente, o tubo é cortado e um outro teste é realizado. Após várias tentativas, neste processo de cortar e testar, pode-se ter a sorte de acidentalmente descobrir um tubo capilar que funcione satisfatoriamente.

Numa tentativa de resolver este problema, uma grande variedade de modelos computacionais, que permitam a seleção de tubos capilares, tem sido desenvolvidos e validados, utilizando-se conjuntos específicos de dados experimentais. Desta forma, coeficientes e correlações empíricas são abundantes na literatura e fornecem um grau de liberdade considerável no processo de validação.

Os objetivos deste trabalho podem ser concentrados em dois aspectos: primeiramente, as bases do modelo de computador chamado CAPILAR serão introduzidas e, em segundo lugar, a sensibilidade deste programa em relação ao diâmetro do capilar e retardamento no processo de vaporização, serão examinados, numa tentativa de serem identificadas áreas que requeiram trabalhos experimentais adicionais.

DISTRIBUIÇÕES DE PRESSÃO E TEMPERATURA EM TUBOS CAPILARES ADIABÁTICOS

Os tubos capilares, apesar de fisicamente simples, são dispositivos de expansão que envolvem processos muito complexos. Isto pode ser confirmado através do trabalho de Schultz (1985), onde os trabalhos relevantes sobre tubos capilares, realizados até esta data, são apresentados.

Com líquido sub-resfriado entrando o tubo capilar, os perfis de pressão e de temperatura são similares aos mostrados na Figura 1, onde a escala da temperatura de saturação corresponde à escala da pressão ao longo do eixo vertical.

Na entrada do tubo, há uma queda de pressão localizada, devida principalmente à mudança abrupta na área da secção transversal. Do ponto 2 ao ponto 3, a pressão decresce linearmente enquanto a temperatura permanece constante. O ponto 3 é o ponto de início de vaporização (flash), onde o escoamento atinge condição de saturação. A partir deste ponto, até o final do tubo capilar, a queda de pressão por unidade de comprimento aumenta à medida que se aproxima do final do tubo, e a temperatura apresenta uma queda correspondente. Do ponto 4 até o ponto 5, Bolstad e Jordan (1948) observaram a existência de condições sônicas na saída. Esta situação, também chamada de condição crítica, corresponde ao ponto onde a entropia do fluido refrigerante atinge seu valor máximo e o escoamento através do tubo capilar não pode mais ser acelerado.



Fig. 1 - Distribuição de pressão e temperatura ao longo de um tubo capilar.

As seguintes hipóteses simplificativas foram utilizadas na formulação deste modelo: i) o tubo capilar é reto, horizontal e tem diâmetro interno constante, ii) o escoamento através do tubo capilar é unidimensional, homogêneo e adiabático, iii) o escoamento de fluido refrigerante está isento de óleo, iv) os fenômenos de escoamento metaestável são desprezados.

Região de Líquido Sub-resfriado do Escoamento.

O comprimento do tubo capilar correspondente à região do escoamento que apresenta uma única fase, L_{sf} , pode ser determinado por

$$L_{sf} = \{[(p_1 - p_3)\rho/N] - 1 - K\} D/f_{sf} \quad (1)$$

onde $N = G^2/2$ e $G = \dot{m}/A$. Os símbolos p_1 , p_3 , ρ , K , D , f_{sf} , \dot{m} e A correspondem à pressão na entrada, pressão de saturação, densidade, coeficiente de perda de carga na entrada, diâmetro interno, fator de fricção da região monofásica, fluxo de massa e área da secção transversal do tubo, respectivamente.

Consoante com o procedimento indicado por Collier (1981) e considerando que $A_2/A_1 \rightarrow 0$ e que o fluido refrigerante na entrada do tubo capilar está na condição de sub-resfriamento, adota-se o valor de 0,5 para o coeficiente de perda localizada K .

O fator de fricção na região monofásica, f_{sf} , é calculado pela equação de Blasius, para tubos lisos:

$$f_{sf} = 0,31 Re^{-0,25} \quad (2)$$

Região Bifásica do Escoamento. Aplicando a equação da conservação da quantidade de movimento linear a um elemento de fluido na região bifásica do escoamento, e integrando entre os pontos 3 e 4, obtém-se

$$L_{tf} = [2 \ln(\rho_4/\rho_3) - 2 \int_3^4 \rho G^{-2} dp] D/\bar{f}_{tf} \quad (3)$$

A integral na equação (3) é calculada numericamente utilizando o processo de Romberg. Para isto há necessidade de se conhecerem a densidade e as condições do escoamento no ponto 4 (sônico ou não) e, conseqüentemente o título local do fluido refrigerante. Esta última variável é determinada por meio da equação (4) que foi obtida através da aplicação da equação da energia a um elemento de fluido em condição de equilíbrio termodinâmico entre as fases. Assim,

$$x = \left\{ -h_{fg} - G^2 v_{fg} v_{fg} + [(h_{fg} + G^2 v_{fg} v_{fg})^2 - 2(G^2 v_{fg}^2)] \cdot (h_f + G^2 v_f^2/2 - H_0) \right\}^{0,5} / G^2 v_{fg}^2 \quad (4)$$

onde h , v e H_0 são a entalpia, volume específico e entalpia de estagnação, respectivamente. Os subscritos f e g representam as fases líquida e vapor, respectivamente.

O fator de fricção médio, no escoamento bifásico, é calculado utilizando-se o procedimento apresentado por Erth (1970), como uma função somente das condições de entrada:

$$\bar{f}_{tf} = 3,1 Re^{-0,5} \exp \{[(1-x_1^{0,25})/2,4]\} \quad (5)$$

onde

$$Re = G/[D(x_1 \mu_{v,1} + (1-x_1)\mu_{l,1})] \quad (6)$$

e μ é a viscosidade absoluta do fluido refrigerante e o subscrito l identifica as condições de entrada no tubo capilar.

As equações anteriores (1) a (6) são resolvidas apenas uma única vez quando o objetivo for determinar os comprimentos L_{sf} e L_{tf} , a partir de um fluxo de massa por unidade de área transversal G dado. Por outro lado, quando o objetivo for calcular o fluxo de massa através de um tubo capilar específico, o processo de solução deve ser iterativo. A razão para este processo iterativo está na dependência do conhecimento do fluxo de massa para o cálculo dos fatores de fricção e da pressão dinâmica na entrada do tubo capilar e este fluxo de massa não é conhecido a priori. A melhor forma de realizar este processo iterativo, que minimiza o tempo de CPU necessário, consiste em primeiramente estimar o fluxo de massa e então calcular os comprimentos físicos L_{sf} e L_{tf} . O comprimento total do tubo capilar ($L_{sf} + L_{tf}$) é então comparado com o valor fornecido. Quando o comprimento total calculado for igual ao comprimento físico, o processo iterativo é interrompido. Caso contrário, o fluxo de massa, inicialmente arbitrado, é ajustado e o processo iterativo recomeça.

COMPARAÇÕES COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados, obtidos com o programa CAPILAR, serão agora comparados com os dados experimentais disponíveis na literatura. A maior dificuldade desta tarefa é a falta de informação relacionada com a maioria dos estudos experimentais. Scott (1976) efetuou uma grande contribuição neste sentido, através da organização e análise da maioria das informações experimentais, publicadas até esta data.

As Figuras 2, 3, 4 e 5 mostram a comparação dos resultados calculados usando o programa CAPILAR e os resultados medidos por Bolstad e Jordan (1948), Whitesel (1957), Mikol (1963) e Ungar et al. (1960), respectivamente. A distribuição dos erros destas comparações indica que 82,8% dos fluxos de massa calculados, estão dentro da faixa de 10%, quando comparados com os resultados experimentais.

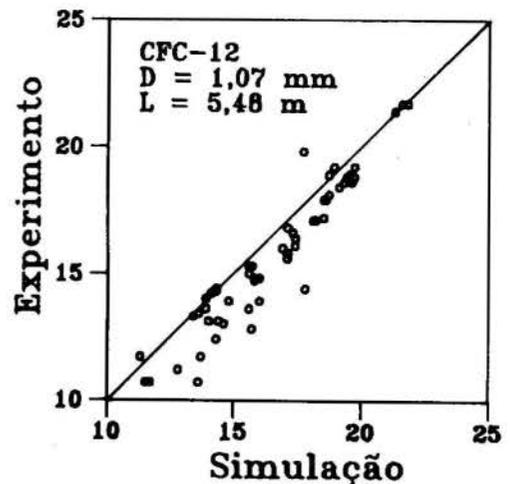


Fig. 2 - Comparação do fluxo de massa medido (lbm/h) por Bolstad e Jordan (1948) com valores numéricos calculados pelo programa CAPILAR.

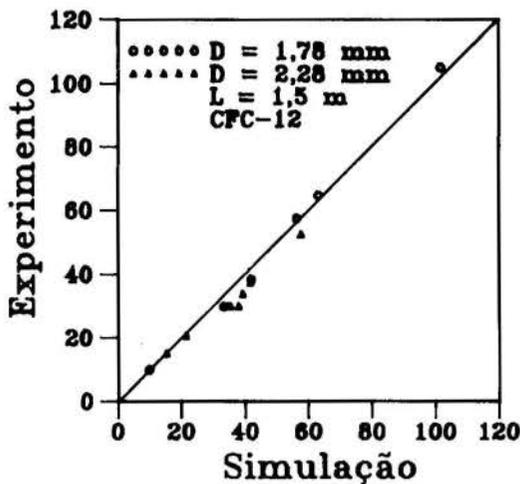


Fig. 3 - Comparação do fluxo de massa medido (lbm/h) por Whitesel (1957) com valores numéricos calculados pelo programa CAPILAR.

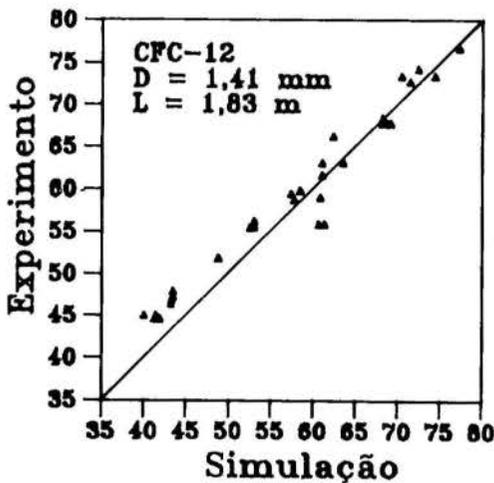


Fig. 4 - Comparação do fluxo de massa medido (lbm/h) por Mikol (1963) com valores numéricos calculados pelo programa CAPILAR.

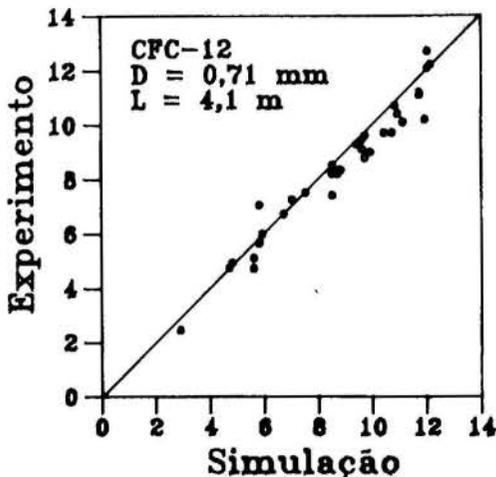


Fig. 5 - Comparação do fluxo de massa medido (lbm/h) por Ungar et al. (1960) com valores numéricos calculados pelo programa CAPILAR.

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

As comparações apresentadas na secção anterior são relacionadas com a versão original do programa CAPILAR. Se fosse seguido o procedimento comum

adotado por vários autores de outros modelos, este trabalho poderia ser aqui encerrado, concluindo-se que o modelo atual é suficientemente preciso. Ao invés disto, será apresentada uma análise de sensibilidade, incluindo os dados e correlações empíricas, de forma a analisar-se seu impacto no desempenho do programa.

Diâmetro Interno do Tubo Capilar. O modelo pressupõe que a secção transversal do tubo capilar seja circular, e que apresente um diâmetro interno constante ao longo de todo seu comprimento. Esta é uma situação raramente encontrada na prática. A Norma ANSI/ASTM B-36/76 estabelece um valor de $25\mu\text{m}$ como uma variação aceitável para o diâmetro interno do tubo capilar, devida ao processo de fabricação. Se esta variação for considerada em seus valores extremos para um tubo capilar operando com uma temperatura de condensação de $54,4^\circ\text{C}$, uma temperatura de evaporação de $-23,3^\circ\text{C}$ e um grau de sub-resfriamento de $5,5^\circ\text{C}$, o fluxo de massa calculado pelo programa apresenta a variação ilustrada na Figura 6. Esta variação é ainda maior para tubos mais curtos e diâmetros maiores. Desta forma, para garantir uma precisão desejada, durante os estudos de validação, é essencial identificar um diâmetro interno equivalente.

Escoamento Metaestável. O fenômeno de escoamento metaestável, onde o fluido refrigerante na fase líquida está numa temperatura superior à temperatura de saturação correspondente à pressão local, em tubos capilares, foi pela primeira vez observado por Cooper et al. (1957) e mais tarde por Mikol (1963).

Durante vários anos este fenômeno foi considerado uma anomalia, segundo Erth (1970). Esta situação modificou-se com os trabalhos de Koizumi e Yokoyama (1980), e Kuijpers e Janssen (1983). Chen et al. (1990) e Li et al. (1990) publicaram os trabalhos mais completos e mais recentes sobre a análise de escoamento metaestável, similar ao apresentado por Kuijpers e Janssen (1983), no entanto, também estabeleceram uma correlação para a determinação da diferença de pressão entre o ponto de saturação termodinâmico ao longo do tubo capilar e o ponto de início da vaporização. Esta diferença de pressão ($p_s - p_v$) definida como a supressão de vaporização, pode então ser calculada por:

$$\frac{(p_s - p_v)\sqrt{kT_s}}{\sigma^{3/2}} = 0,679 \left(\frac{v_g}{v_g - v_f} \right) \text{Re}^{0,914} \left(\frac{\Delta T_{\text{sub}}}{T_{\text{crit}}} \right)^{-0,208} \left(\frac{D}{D'} \right)^{-3,18} \quad (7)$$

$$\text{onde } D' = \sqrt{\frac{kT_s}{\sigma}} \times 10^4 \quad (8)$$

Os símbolos k , T_s , T_{crit} , ΔT_{sub} e σ representam a constante de Boltzman, a temperatura absoluta de saturação, a temperatura crítica, o grau de sub-resfriamento e a tensão superficial, respectivamente.

O programa foi submetido, nas mesmas condições da Figura 6, no entanto foram levados em consideração os efeitos de escoamento metaestável. Verificou-se que, conforme esperado, o fluxo de massa através do tubo capilar é aumentado quando os efeitos do escoamento metaestável são considerados, conforme é ilustrado na Figura 7.

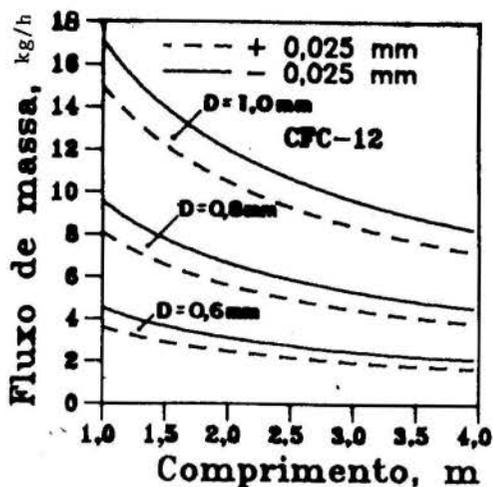


Fig. 6 - Influência do diâmetro interno do capilar sobre o fluxo de massa calculado.

Deve-se ressaltar que Chen et al. (1990) utilizaram apenas dois tubos capilares diferentes, de 0,66mm e 1,17mm de diâmetro e ambos com 1,5m de comprimento, para o estabelecimento da equação (7), sendo as constantes desta equação determinadas prevendo-se um erro relativo de 26%.

Levar em conta os efeitos do escoamento metaestável através de modelos computacionais para a avaliação real do fluxo de massa é muito importante, no entanto há necessidade de se conduzirem estudos experimentais que permitam ainda melhorar o entendimento do escoamento de fluidos refrigerantes através de tubos capilares, antes que uma análise quantitativa dos efeitos metaestáveis seja amplamente aceitável.

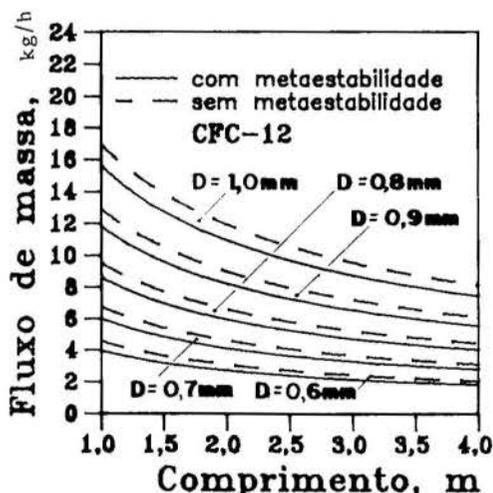


Fig. 7 - Influência do escoamento metaestável sobre o fluxo de massa calculado.

CONCLUSÕES

Um modelo matemático do escoamento de fluido refrigerante através de tubos capilares é apresentado.

As comparações entre as previsões do modelo e os dados experimentais disponíveis na literatura, são razoavelmente boas. Esta comparação é, no entanto, dependente das equações escolhidas para construir o modelo.

Os dados experimentais devem sempre informar o diâmetro interno equivalente do tubo capilar e também a rugosidade média, de maneira a permitir um processo adequado de validação.

O escoamento metaestável através de tubos capilares também requer uma investigação experimental mais profunda. A precisão das correlações propostas (Chen et al. 1990) para outros

diâmetros de tubos, comprimentos, condições de operação, rugosidade interna do tubo e tipo de fluido refrigerante deve ser identificada.

A incerteza experimental relacionada com os conjuntos de dados experimentais colocam todos os modelos numéricos existentes num mesmo nível de capacidade de previsão. Todo o esforço deve ser concentrado em gerar informação experimental confiável com o controle adequado de todas as variáveis envolvidas e também conseguir-se um entendimento completo dos fenômenos de não-equilíbrio termodinâmico envolvidos no escoamento viscoso de fluidos refrigerantes através de tubos capilares. Após então haverá espaço suficiente para o desenvolvimento de novos modelos numéricos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bolstad, M.M., Jordan, R.C., "Theory and Use of the Capillary Tube Expansion Device", *Refrigerating Engineering*, pp. 519-523 and 552, December, 1948.
- Chen, Z.H., Li, R.Y., Lin, S., Chen, Z.Y., "A Correlation for Metastable Flow of Refrigerant 12 Through Capillary Tubes", *ASHRAE Transactions*, vol. 96, part I, pp. 550-554, 1990.
- Collier, J.G., "Convective Boiling and Condensation", McGrawHill, New York, 2nd Ed., 1981.
- Cooper, L., Chu, C.K., Brisken, W.R., "Simple Selection Method for Capillaries Derived from Physical Flow Conditions", *Refrigerating Engineering*, pp. 37-41, 88, 92, 94, 98, 100, 102, 104 and 107, July, 1957.
- Erth, R.A., "Two-Phase Flow in Refrigeration Capillary Tubes: Analysis and Prediction", PhD Thesis, Purdue University, USA, 1970.
- Koizumi, H., Yokoyama, K., "Characteristics of Refrigerant Flow in a Capillary Tube", *ASHRAE Transactions*, vol. 86, part 2, pp. 19-27, 1980.
- Kuijpers, L.J.M., Janssen, M.J.P., "Influence of Thermal Non-Equilibrium on Capillary Tube Mass Flow", *Proc. XVIth International Congress of Refrigeration*, pp. 689-698, Paris, 1983.
- Li, R.Y., Lin, S., Chen, Z.Y., Chen, Z.H., "Metastable Flow of R-12 Through Capillary Tubes", *Int. J. Refrigeration*, Vol. 13, pp. 181-186, 1990.
- Mikol, E.P., "Adiabatic Single and Two-Phase Flow in Small Bore Tubes", *ASHRAE Journal*, pp. 75-86, November, 1963.
- Schultz, U.W., "State of the Art: The Capillary Tube for, and in, Vapor Compression Systems", *ASHRAE Transactions*, part 1A, vol. 91, pp. 92-105, 1985.
- Scott, T.C., "Flashing Refrigerant Flow in Small Bore Tubes", PhD Thesis, University of Michigan, USA, 1976.
- Ungar, E.W., Stein, R.A., Boyd, R.S., Beck, W.D., "Analysis of the Potentialities of Using Analog Computers in the Development of Residential Refrigeration (Phase I)", Report to Whirlpool Corp., Battelle Memorial Inst., Ohio, 1960.
- Whitesel, H.A., "Capillary Two-Phase Flow", *Refrigerating Engineering*, pp. 42-44 and 98-99.

ABSTRACT

A great variety of validated adiabatic capillary tube models are available in the open literature. By using a specific computer model, called CAPILAR, it is shown that the common practice of selecting traditional values or expressions from the literature yields a considerable degree of freedom to such validation studies. It is strongly recommended that the upcoming studies focusing mainly in the stratospheric safe new refrigerants be conducted based on reliable sets of experimental data.

ANÁLISE DE TROCADORES DE CALOR PELO MÉTODO

"TUBO-POR-TUBO"

MARCO EDUARDO MARQUES

Consul S.A.

CP 267/269 - CEP 89200 - Joinville - SC

RESUMO

Este trabalho apresenta o método "tubo-por-tubo" para a modelação de trocadores de calor do tipo tubo aleta, utilizados em condicionadores de ar domésticos. O método consiste no tratamento individual e independente de cada tubo. A transferência de calor em cada tubo é calculada com o auxílio da teoria de trocadores de calor em escoamento cruzado. Conhecendo-se a localização de cada tubo no circuito e executando-se os cálculos numa sequência apropriada, o desempenho global da serpentina pode ser obtido. A aplicação do método para diferentes trocadores de calor é apresentada e discutida.

INTRODUÇÃO

Um sistema de condicionamento de ar por compressão mecânica de vapores é composto por, pelo menos, dois trocadores de calor: uma serpentina interna e uma serpentina externa. Em condicionadores de ar domésticos os trocadores são do tipo tubo-aleta. Estes trocadores são constituídos por tubos de cobre, arrançados em quincôncio, com aletas de alumínio. O refrigerante muda de fase enquanto escoar pelo interior da tubulação, enquanto o ar passa pelo lado externo.

No desenvolvimento de condicionadores de ar, o dimensionamento dos trocadores de calor é de importância fundamental, uma vez que seus desempenhos influenciam diretamente o desempenho do sistema.

O grande número de variáveis envolvidas, tais como: diâmetro e espaçamento dos tubos, número e espessura das aletas, tipo de aletas, dimensões da serpentina, etc. dificulta a escolha do trocador mais adequado para uma determinada situação.

Programas de simulação podem ser utilizados como ferramentas auxiliares na análise de trocadores de calor, reduzindo o número de ensaios experimentais necessários no desenvolvimento do sistema.

O MÉTODO TUBO-POR-TUBO

Este método consiste em se obter individualmente o desempenho de cada tubo da serpentina. Conhecendo a localização do tubo no circuito e executando os cálculos numa sequência apropriada, o desempenho total da serpentina pode ser obtido.

Conhecido o estado do refrigerante na entrada da serpentina, o cálculo do desempenho de cada tubo é executado na mesma sequência percorrida pelo refrigerante. Considera-se, assim, que o estado do refrigerante na saída de um tubo é o mesmo na entrada do tubo subsequente. A bifurcação ou união de dois ou mais tubos também são consideradas.

A temperatura e a umidade do ar que escoar através da serpentina influenciam a mudança de estado do refrigerante ao longo do circuito. Inicialmente, porém, as proprie-

dades do ar são conhecidas apenas na entrada da serpentina. Para os tubos que não se encontram na primeira fileira estas propriedades são estimadas. Uma vez que a mudança de estado do refrigerante também influencia a mudança nas propriedades do ar, um processo iterativo é utilizado para o cálculo da performance do trocador.

Domanski e Didion (1983) e Marques (1991) aplicaram este método na simulação de unidades de condicionamento de ar. O modelo assume uma distribuição uniforme do ar, de modo que a vazão de ar através de cada tubo é a mesma. As propriedades do ar numa fileira são obtidas através da média das propriedades resultantes da passagem do ar pelos tubos da fileira anterior. O evaporador é simulado "de trás para frente", isto é, no sentido oposto ao do fluxo de refrigerante. Segundo Domanski (1989), isto facilita a convergência da simulação do sistema, apesar da hipótese feita de que o estado do refrigerante é o mesmo na saída de cada circuito.

Chwalowski et al (1989) realizaram uma série de testes com um evaporador tubo-aleta e compararam com diferentes modelos matemáticos, entre eles o método tubo por tubo. Todos os modelos utilizados consideravam uma distribuição uniforme do ar na entrada da serpentina. Seus resultados mostraram que tal hipótese, prejudicava o desempenho dos modelos. A influência da não uniformidade na distribuição do fluxo de ar na performance de um evaporador foi estudada por Fagan (1980).

Baseado nestes estudos, Domanski (1989), (1991) aperfeiçoou o modelo tubo por tubo, utilizado na simulação de unidades de condicionamento de ar (Domanski e Didion, 1983), para levar em conta perfis de velocidade na entrada do trocador. O modelo foi desenvolvido para simulação de evaporadores, somente.

No referido modelo, a sequência de cálculo segue o sentido do fluxo de refrigerante, a distribuição do refrigerante na tubulação baseia-se na perda de carga em cada circuito, as propriedades do ar na entrada de cada tubo são obtidas pela média das propriedades resultantes do escoamento através dos dois tubos mais próximos da fileira anterior, altera-se o método de cálculo da

eficiência das aletas e do coeficiente de transferência de calor para escoamento bifásico com evaporação no interior de tubos.

MODELAÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Sendo que no método tubo por tubo o desempenho de cada tubo é considerado individualmente, o problema reduz-se a um escoamento cruzado puro, como mostrado na figura 1.

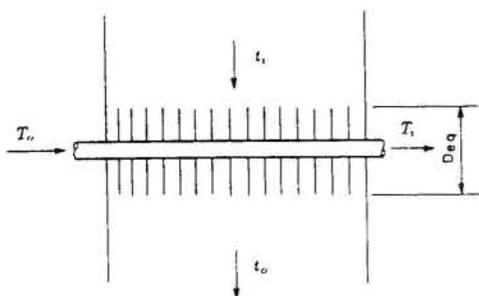


Fig. 1 - Escoamento cruzado puro em um tubo aletado.

Considera-se que, independente do tipo de aleta, a área utilizada pelo tubo é equivalente em performance a uma aleta circular de igual área. Assim sendo, o diâmetro equivalente desta aleta circular é dado por (Carrier e Anderson, 1944):

$$D_{eq} = 2 \cdot \left[\frac{d \cdot d_l}{\pi} \right]^{0.5} \quad (1)$$

Transferência de Calor. Para um escoamento cruzado puro, a taxa de transferência de calor é dada por:

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T_m \quad (2)$$

onde a diferença média logarítmica de temperatura depende se o refrigerante varia ou não sua temperatura.

A partir da equação (2), das equações para a diferença média logarítmica de temperatura, e da equação da conservação de energia, as equações da transferência de calor para cada tubo podem ser obtidas. Os tubos que contêm mais de um tipo de escoamento (refrigerante bifásico e superaquecido, por exemplo) podem ser identificados, assim como a fração do tubo ocupada por cada um.

Domanski e Didion (1983) propõem equações para cada tipo de escoamento, lembrando que, no referido modelo, o evaporador é simulado de trás para frente. A dedução das equações é mostrada por Marques (1991).

Domanski (1989), em seu modelo para evaporadores, empregou equações para os escoamentos anular (com título menor do que 0,85), disperso (com título entre 0,85 e 1,0) e sem mudança de fase (vapor superaquecido apenas), que diferem um pouco daquelas apresentadas por Domanski e Didion (1983). As equações são apresentadas a seguir:

i) **Escoamento Anular.** Neste tipo de escoamento, predominante enquanto o título não for muito alto, o líquido escoou junto a parede do tubo, enquanto o vapor escoou na região central. A taxa de transferência de calor é dada por:

$$Q = \frac{m \cdot c}{a \cdot p_a} \cdot [t_i - T_i] \cdot \left[1 - \exp \left[\frac{-U \cdot A}{\frac{m \cdot c}{a \cdot p_a}} \right] \right] \quad (3)$$

Se, entretanto, a entalpia do refrigerante na saída do tubo resultar num título maior do que 0,85, a taxa de transferência de calor, para a região de escoamento anular, será dada por:

$$Q = \frac{m \cdot [i_{85} - i_i]}{r} \quad (4)$$

e a porção do tubo com título menor do que 0,85 pode ser obtida pela equação:

$$z_{an} = \frac{\frac{m \cdot [i_{85} - i_i]}{r}}{\frac{m \cdot c}{a \cdot p_a} \cdot [t_i - T_i] \cdot \left[1 - \exp \left[\frac{-U \cdot A}{\frac{m \cdot c}{a \cdot p_a}} \right] \right]} \quad (5)$$

ii) **Escoamento Disperso.** Num evaporador, à medida que o refrigerante escoou, seu título aumenta até atingir aproximadamente 0,85, quando o vapor tem energia cinética suficiente para destruir a camada de líquido periférica deixando secas partes da parede do tubo. A taxa de transferência de calor é obtida por:

$$Q = \frac{m \cdot c}{a \cdot p_a} \cdot [1 - z_{an}] \cdot [t_i - T_i] \cdot \left[1 - \exp \left[\frac{-U \cdot A}{\frac{m \cdot c}{a \cdot p_a}} \right] \right] \quad (6)$$

Se a entalpia do refrigerante resultar maior do que a entalpia do vapor saturado, a taxa de transferência de calor nesta região passa a ser:

$$Q = \frac{m \cdot [i_v - i_i]}{r} \quad (7)$$

e a fração do tubo que contém escoamento disperso é dada por:

$$z_{disp} = \frac{\frac{m \cdot [i_v - i_i]}{r}}{\frac{m \cdot c}{a \cdot p_a} \cdot [1 - z_{an}] \cdot [t_i - T_i] \cdot \left[1 - \exp \left[\frac{-U \cdot A}{\frac{m \cdot c}{a \cdot p_a}} \right] \right]} \quad (8)$$

iii) **Escoamento sem Mudança de Fase.** O refrigerante já evaporou totalmente, restando apenas vapor superaquecido. A taxa de transferência de calor é obtida por:

$$Q = \frac{m \cdot c}{r \cdot p_r} \cdot [t_i - T_i] \cdot \left[1 - \exp \left[-[1 - z_{an} - z_{disp}] \cdot \frac{-U \cdot A}{\frac{m \cdot c}{a \cdot p_a}} \right] \right] \quad (9)$$

Coefficientes de Transferência de Calor. Para um tubo seco, o coeficiente global de transferência de calor é dado por:

$$U = \left[\frac{A}{A_{p,int} \cdot h_{int}} + \frac{A \cdot \delta}{A_{p,m} \cdot k} + \frac{A}{A_{p,ext} \cdot h_{cont}} + \frac{1}{h_{ext} \cdot \left[1 - \frac{f}{A} (1 - \phi) \right]} \right]^{-1} \quad (10)$$

Quando a temperatura da superfície do tubo ou das aletas estiver abaixo da temperatura de orvalho do ar, haverá a formação de condensado, que escoará pelas aletas, desumidificando o ar. O coeficiente global de transferência de calor pode, então, ser obtido por:

$$U = \left[\frac{A}{A_{p,int} \cdot h_{int}} + \frac{A \cdot \delta}{A_{p,m} \cdot k} + \frac{1}{L} + \frac{A}{A_{p,ext} \cdot h_{cont}} + \frac{1}{h_{ext} \cdot \left[1 + \frac{h_{lv,w} \cdot [\omega - \omega_{w,b}]}{c_{pa} \cdot [t - t_{w,b}]} \right]} \right]^{-1} \cdot \left[\frac{A}{A} \cdot \left[1 - \frac{f}{A} (1 - \phi) \right] \right] \quad (11)$$

Nestas equações, o coeficiente de transferência de calor externo é obtido a partir de uma correlação genérica para cada tipo de aleta, em função da geometria da serpentina, da vazão e das propriedades do ar; o coeficiente de transferência de calor interno é obtido através de correlações genéricas em função do tipo de escoamento, da geometria, da vazão e das propriedades do refrigerante; e o coeficiente de transferência de calor através do condensado é função da espessura do condensado, calculada a partir de uma formação uniforme ao longo da aleta.

ANÁLISE DE TROCADORES DE CALOR

O modelo apresentado por Domanski (1989) foi na análise dos evaporadores mostrados na figura 2. Os evaporadores 1 e 2 diferem apenas no sentido do fluxo de refrigerante, enquanto o evaporador 3 apresenta um circuito de tubos diferente.

A potencialidade do modelo de considerar diferentes perfis de velocidade na entrada do evaporador foi testada para as serpentinas em questão, resultando em variações de capacidade na ordem de 5% em relação à obtida com distribuição uniforme de ar. Atribui-se esta pequena variação à simplicidade do circuito, sem ramificações. A influência da não uniformidade na distribuição do ar foi abordada por Domanski (1991), que encontrou variações significativas, na ordem de 25%, para um evaporador maior, com um circuito complexo e ramificado.

Na presente análise considerar-se-á um perfil de velocidade uniforme para o ar na entrada do evaporador, sendo sua vazão e seu estado fixos.

Para o cálculo da capacidade do evaporador, estabelecem-se suas condições de operação: temperatura de evaporação, título do refrigerante na entrada e grau de superaquecimento na saída.

A vazão de refrigerante ajusta-se de modo a garantir estas condições, em função da troca de calor com o ar. Obtendo a vazão de ar e conhecendo os estados do refrigerante na entrada e na saída, calcula-se a capacidade total do evaporador.

Observa-se, na figura 3, que para todos os evaporadores analisados, como era de se esperar, a capacidade diminui com o aumento da temperatura e do grau de superaquecimento.

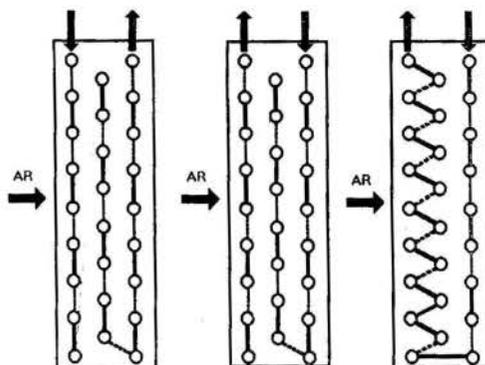
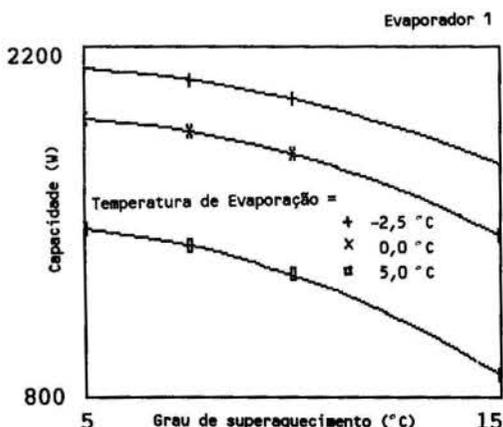


Fig. 2 - Serpentinas 1, 2 e 3.

Os evaporadores 2 e 3 apresentam, sob todas as condições verificadas, um desempenho praticamente idêntico. O evaporador 1, submetido a um baixo grau de superaquecimento, apresenta um desempenho semelhante aos demais. Entretanto, à medida que o grau de superaquecimento aumenta, a diminuição de sua capacidade acentua-se, chegando a ser 30% menor do que a capacidade da serpentina 2, sob as mesmas condições. Nota-se, ainda, que esta diferença diminui com a temperatura de evaporação.

A diferença de desempenho entre os evaporadores 1 e 2 é explicável pela diferença de temperatura entre o ar e o refrigerante nos tubos afetados pelo superaquecimento. No evaporador 1 os tubos de maior temperatura encontram-se na última fileira, onde o ar chega já resfriado pelas fileiras anteriores, enquanto, no evaporador 2, os tubos de maior temperatura encontram-se na primeira fileira, que recebe o ar ainda "quente".



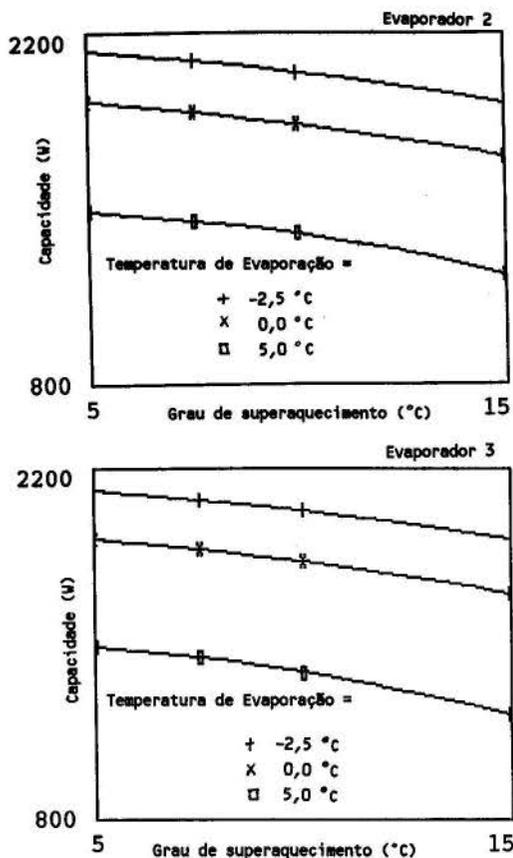


Fig. 3 - Capacidade simulada dos evaporadores.

CONCLUSÕES

O método tubo por tubo pode ser uma ferramenta importante no desenvolvimento de trocadores de calor. Sua sensibilidade à distribuição do ar na entrada do trocador e/ou à diferentes circuitos na tubulação de refrigerante tornam o modelo extremamente versátil, diferenciando-o dos demais. Tais características têm maior influência na análise de condensadores, onde a região de superaquecimento é grande. Os aperfeiçoamentos introduzidos para o modelo de evaporadores (Domanski, 1989 e 1991) devem ser estendidos para condensadores.

Embora permita o estudo de diferentes circuitos para o trocador de calor, o modelo não leva em conta a perda de carga nas curvas que ligam os tubos entre si e que é função do circuito adotado. Sua influência deve ser investigada.

É intenção do autor realizar, no futuro, uma comparação experimental do referido modelo, utilizando dados próprios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

. Carrier, W.H., Anderson, S.W., "The Resistance to Heat Flow Through Finned Tubing", ASHVE Transactions, Vol. 50, 1944.

. Chwalowski, M., Didion, D.A., Domanski, P.A., "Verification of Evaporator Computer Models and Analysis of Performance of an Evaporator Coil", ASHRAE Transactions, Vol. 95, parte 1, 1989.

. Domanski, P.A., Didion, D.A., "Computer Modelling of the Vapor Compression Cycle with Constant Flow Area Expansion Device",

Building Science Series, National Bureau of Standards, Washington, 1983.

. Domanski, D.A., "EVSIM - An Evaporator Simulation Model Accounting For Refrigerant and One Dimensional Air Distribution", National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, 1989.

. Domanski, D.A., "Simulation of an Evaporator with Nonuniform Air Distribution", ASHRAE Transactions, Vol. 97, parte 1, 1991.

. Fagan, T.J., "The Effects of Air Flow Maldistribution on Air-to-Refrigerant Heat Exchanger Performance", ASHRAE Transactions, Vol. 86, parte 2, 1980.

. Marques, M.E., "Simulação Numérica de Condicionadores de Ar de Janela", Tese de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, 1991.

ABSTRACT

This work presents the tube-by-tube method for modelling fin and tube heat exchangers used in room air conditioners. Performance of each tube is analyzed separately. Heat transfer in each tube is calculated using the cross-flow heat exchangers theory. Knowing the position of each tube in the circuit and calculating its performance in a proper order, the total performance of the coil can be obtained. Analysis of different heat exchangers are presented and discussed.

NOMENCLATURA

A - área;
 c_p - calor específico;
 d_p - distância entre fileiras;
 d_t - distância entre tubos da mesma fileira;
 D - diâmetro;
 h - coeficiente de transferência de calor;
 i - entalpia;
 k - condutividade térmica;
 t - temperatura do ar;
 T - temperatura do refrigerante;
 U - coeficiente global de transf. de calor;
 Z - fração do tubo ocupada pelo escoamento;
 ϕ - eficiência da aleta;
 ω - umidade absoluta.

Subscritos

a - ar;
 b - base da aleta;
 i - entrada;
 m - média;
 o - saída;
 p - tubo;
 r - refrigerante;
 t - total;
 v - vapor;
 w - água;
 an - anular;
 bf - bifásico;
 cont - contato;
 disp - disperso;
 int - interno;
 ext - externo;
 sup - superaquecido.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM VÁLVULAS DE COMPRESSORES:
COMPARAÇÃO ENTRE PALHETAS ISOTÉRMICAS E ADIABÁTICAS

Rinaldo Puff e Márcio L. Todescat
EMBRACO S/A - Pesquisa e Desenvolvimento
Cx.P. D-27, Joinville, SC - 89.200

Álvaro T. Prata e Rogério T. S. Ferreira
Universidade Federal de Santa Catarina
Cx.P. 476, Florianópolis, SC - 88.049

RESUMO

É objetivo deste trabalho investigar numericamente a influência do afastamento entre o assento e a palheta, bem como da vazão de gás refrigerante sobre a transferência de calor para o fluido durante sua passagem pelas válvulas. O estudo é feito para duas situações diferentes: na primeira a palheta tem a mesma temperatura da placa de válvulas (situação isotérmica); na segunda, a troca de calor entre o fluido e a palheta é desconsiderada (situação adiabática).

INTRODUÇÃO

De acordo com levantamentos realizados pelo setor elétrico, o perfil de consumo de energia elétrica no Brasil mostra que 16% do total consumido refere-se ao uso doméstico. Na distribuição residencial a refrigeração utiliza aproximadamente 32%.

A exemplos de trabalhos desenvolvidos em países como Japão, Canadá e Estados Unidos, existe no Brasil o Programa de Conservação de Energia em Eletrodomésticos. Este programa é executado em conjunto com os fabricantes de eletrodomésticos e procura definir prioridades. O refrigerador e seus congêneres são os primeiros a serem analisados.

Em função destas exigências os fabricantes de refrigeradores, tanto no Brasil como no exterior, passaram a exigir compressores cada vez mais eficientes pois os mesmos são responsáveis pela maior parte da energia consumida num refrigerador. Tal exigência requer um crescente entendimento dos fenômenos físicos associados ao funcionamento do compressor. Neste contexto o desempenho de válvulas de compressores é de fundamental importância.

O fluido refrigerante entra no compressor através do passador de sucção, passa pelas câmaras de amortecimento de pulsação e pela válvula de sucção antes de entrar no cilindro. Após a compressão o refrigerante é liberado pela válvula de descarga para as câmaras de amortecimento de pulsação e sai do compressor pelo passador de descarga.

As válvulas de admissão e descarga que controlam o fluxo de refrigerante no cilindro são palhetas flexíveis confeccionadas com aço mola especial e trabalham por meio de diferença de pressão.

O pequeno afastamento existente entre o assento e a palheta, associado à mudança da direção do escoamento origina grandes gradientes de velocidade e, desta forma, grandes coeficientes de transferência de calor entre as paredes sólidas e o refrigerante.

O aumento da temperatura do refrigerante à medida que este é introduzido no cilindro causa diminuição da densidade do mesmo e, conseqüentemente, o fluxo de massa bombeado pelo compressor fica reduzido. Como o fluxo de massa é diretamente proporcional ao efeito frigorífico, tem-se uma diminuição da capacidade do compressor. Na válvula de descarga, o fluido refrigerante transfere calor para as paredes o que também é indesejável pois esta energia é entregue ao refrigerante pela válvula de sucção.

No presente trabalho investiga-se numericamente a influência do afastamento entre o assento e a palheta, bem como da vazão de refrigerante sobre a

transferência de calor para o fluido durante sua passagem pelas válvulas. Tal estudo será feito para a situação onde a palheta está na mesma temperatura da placa de válvulas (palheta isotérmica) e para a situação onde a troca de calor entre o fluido e a palheta pode ser desconsiderada (palheta adiabática). Os resultados são apresentados em termos do Número de Nusselt e da temperatura de mistura do fluido.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A geometria de uma válvula de compressor é análoga à de um difusor radial. Este é caracterizado por um orifício de passagem de comprimento e , com diâmetro d , e um disco frontal de diâmetro D , posicionado concentricamente ao orifício de passagem e afastado de uma distância h do assento.

Por ser uma geometria simétrica, podemos considerar apenas um setor de ângulo unitário na direção circunferencial. O difusor radial e o domínio de cálculo são mostrados nas Figuras 1 e 2. A solução do problema depende do cálculo das velocidades e da pressão do escoamento em todo o domínio. Para isto são feitas algumas hipóteses simplificativas: fluido newtoniano, escoamento laminar e incompressível, regime permanente, propriedades constantes e dissipação viscosa desprezível.

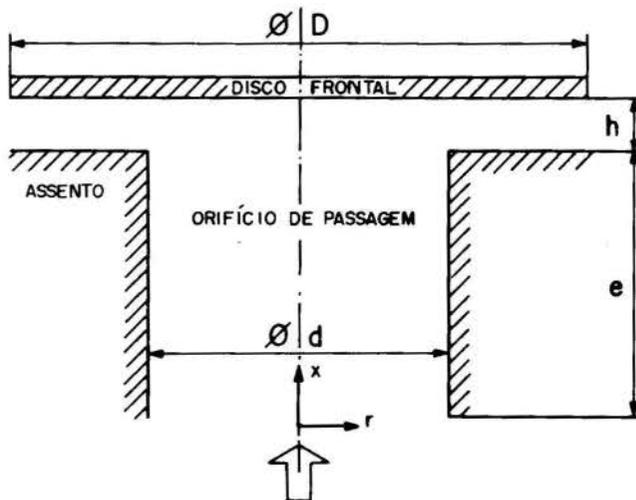


Figura 1 - Geometria do difusor radial.

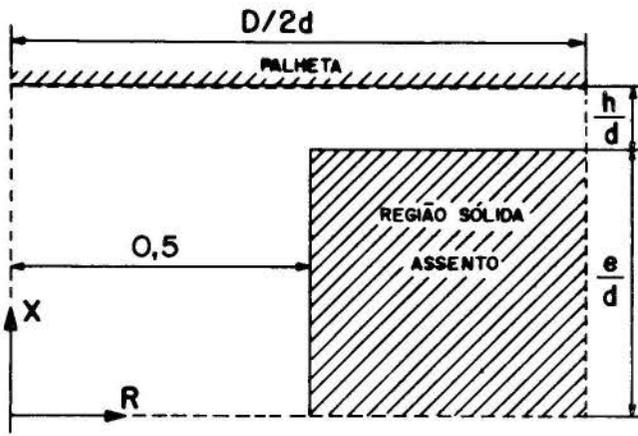


Figura 2 - Domínio de cálculo.

As equações que regem o fenômeno são as de Navier-Stokes na direção axial e radial, a equação da continuidade, e a equação da energia. Na adimensionalização destas equações serão adotadas as seguintes variáveis:

$$\begin{aligned} X &= x/d ; R = r/d ; U = \rho u d / \mu ; V = \rho v d / \mu \\ P &= \rho p / (\mu / d)^2 ; \theta = (T - T_e) / (T_p - T_e) \\ Re &= \rho u d / \mu ; Pr = \mu c_p / k \end{aligned} \quad (1)$$

As variáveis que aparecem nas definições anteriores estão indicadas na Figura 1 e na nomenclatura.

Em termos adimensionais as equações do problema se tornam,

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial R} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U}{\partial R} \right) \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial R} = - \frac{\partial P}{\partial R} + \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) - \frac{V}{R^2} \right] \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial (RV)}{\partial R} = 0 \quad (5)$$

As condições de contorno para o escoamento são as seguintes: (i) nas paredes do orifício de passagem, do assento e da palheta $U=V=0$; (ii) no eixo de simetria $V=\partial U/\partial R=0$; (iii) na entrada do orifício de passagem $V=0$ e $U=Re(0,25-R^2)$; (iv) na saída do difusor $U=\partial(VR)/\partial R=0$. Para a temperatura as condições de contorno são as seguintes: (i) nas paredes do orifício e do assento $\theta=1$; (ii) na palheta $\theta=1$, para situação isotérmica e $\partial\theta/\partial X=0$ para situação adiabática; (iii) no eixo de simetria $\partial\theta/\partial R=0$; (iv) na entrada do orifício de passagem $\theta=0$.

A solução das equações (2)-(5), associadas às suas condições de contorno, é conseguida dividindo-se o domínio de cálculo em pequenos volumes de controle que não se sobrepõem. Em seguida integram-se as equações diferenciais em cada volume de controle, obtendo equações algébricas que, quando resolvidas, fornecem os componentes de velocidade, temperatura e pressão. Esta metodologia de solução é encontrada em detalhes em Patankar (1980).

Alguns cuidados especiais devem ser tomados na determinação da malha, levando-se em conta a

existência de altos gradientes de velocidade no escoamento e de difusão falsa no método numérico segundo Deschamps (1987) e Todescat (1988).

Tendo obtido o campo de temperatura, definem-se os seguintes números de Nusselt médios:

no orifício,

$$Nu_o = \frac{h_o d}{k} = - \frac{1}{(e/d)} \int_0^{e/d} \frac{\partial \theta}{\partial R} \Big|_{R=0,5} dX \quad (6)$$

no difusor,

$$Nu_d = \frac{h_d d}{k} = - \frac{8}{[(D/d)^2 - 1]} \int_{0,5}^{(D/2)/d} \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=e/d} R dR \quad (7)$$

total,

$$\begin{aligned} Nu_t &= \frac{h_t d}{k} = \frac{Nu_o \cdot A_o + Nu_d \cdot A_d}{A_o + A_d} \\ &= \frac{(4e/d) \cdot Nu_o + [(D/d)^2 - 1] \cdot Nu_d}{(4e/d) + [(D/d)^2 - 1]} \end{aligned} \quad (8)$$

Nas equações (6), (7), (8), h_o , h_d e h_t são, respectivamente, os coeficientes médios de transferência de calor entre o fluido e as paredes sólidas no orifício, difusor e ambos. Tais coeficientes são definidos em função do calor trocado, da área de troca e da diferença de temperatura ($T_p - T_e$). Desta forma os números de Nusselt, conforme definidos, representam taxas adimensionais de transferência de calor.

RESULTADOS

Inicialmente analisaremos a variação dos Números de Nusselt com diferentes afastamentos do disco frontal, para diferentes números de Reynolds.

A Figura 3 mostra a influência do afastamento entre o assento e a palheta sobre o número de Nusselt médio no orifício de passagem, para números de Reynolds variando de 150 a 3000. Quando este assume valores baixos a influência do afastamento é pequena, ocorrendo um pequeno aumento do número de Nusselt médio com a diminuição do afastamento. Para números de Reynolds maiores, há um aumento maior no número de Nusselt médio com a diminuição do afastamento. Isto ocorre devido aos gradientes de velocidade e consequentemente da temperatura, associados a tais situações. O valor do número de Nusselt médio no orifício foi igual para a palheta isotérmica e para a adiabática. Conforme esperado, as condições de contorno na palheta não afetam os resultados no orifício de passagem.

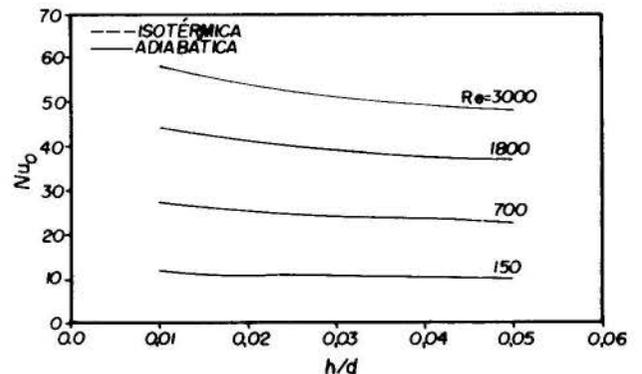


Figura 3 - Influência do afastamento entre o assento e a palheta sobre o número de Nusselt no orifício de passagem

A Figura 4 mostra a influência do afastamento entre o assento e a palheta sobre o número de Nusselt médio no difusor, para a mesma faixa de Reynolds estudada na Figura 3. Para baixos Reynolds o número de Nusselt médio praticamente independe do afastamento. Já para altos Reynolds, tem-se um aumento considerável no número de Nusselt médio tanto para a palheta isotérmica como para a palheta adiabática, à medida que se reduz o afastamento. Para número de Reynolds igual a 700, Nu_d para a palheta isotérmica permanece insensível a mudanças no afastamento, diferentemente de Nu_d que decresce à medida que h/d aumenta. À medida que aumenta o número de Reynolds, cresce a diferença entre Nu_d para as situações isotérmica e adiabática. Tal fato mostra as não-linearidades associadas ao problema. A palheta isotérmica apresenta maiores valores de Nu_d , e conseqüentemente maior aquecimento do refrigerante à medida que este escoar pela válvula, devido à maior área para troca de calor. Para valores de número de Reynolds igual a 3000, a situação de palheta isotérmica chega a trocar 100% mais calor com o refrigerante do que a situação de palheta adiabática. Conforme discutido, este aquecimento do fluido na válvula de sucção é extremamente prejudicial, uma vez que reflete diretamente no rendimento volumétrico do compressor.

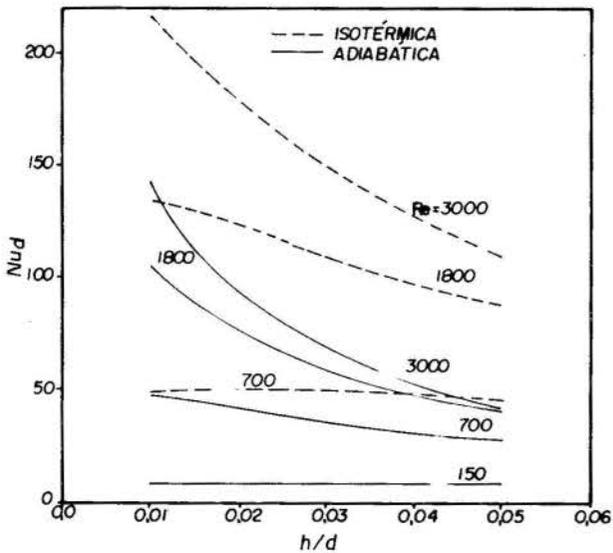


Figura 4 - Influência do afastamento entre o assento e a palheta sobre o número de Nusselt no difusor.

A Figura 5 mostra a influência do afastamento entre o assento e a palheta sobre o número de Nusselt total. Observa-se que o comportamento das curvas da Figura 5 é semelhante ao das curvas da Figura 4, com os valores de Nusselt um pouco menores. Isto evidencia que a transferência de calor ocorre predominantemente no difusor. Quanto maior o número de Reynolds e menor o afastamento entre a palheta e o assento, maior a importância da região do difusor na transferência de calor entre as paredes sólidas.

A seguir serão analisadas as temperaturas de mistura do refrigerante. Na determinação destas temperaturas levou-se em conta a condução de calor ao longo do escoamento (Todescat et al., 1988).

A Figura 6 mostra a influência do afastamento entre o assento e a palheta sobre a temperatura de mistura na saída do orifício de passagem. Deve-se notar que, em virtude da adimensionalização adotada, valores de temperatura próximos de zero indicam que a temperatura do refrigerante está próxima da temperatura na entrada do orifício de passagem, T_p . Neste caso o fluido foi pouco aquecido. De acordo com a Figura 6, este é o caso para altos números de Reynolds. Para baixos números de Reynolds o tempo de

permanência de uma partícula de fluido no interior do orifício de passagem é maior e portanto sua temperatura na saída deste é mais elevada. Temperaturas adimensionais mais próximas de um indicam que o fluido está a uma temperatura próxima da temperatura da parede, T_p . Um aumento no afastamento h/d , causa uma redução no valor da temperatura de mistura. Neste caso tal redução está associada a menores coeficientes de transferência de calor. A temperatura de mistura na saída do orifício é maior para a palheta isotérmica, principalmente para Reynolds baixos e afastamentos pequenos. Isto ocorre porque, para Reynolds baixos, a condução de calor do difusor para o orifício através do fluido passa a ter importância maior. Note-se que neste caso o aquecimento do fluido pela palheta na região de estagnação na entrada do difusor é mais sentida para valores de Re mais baixos, e afastamentos menores.

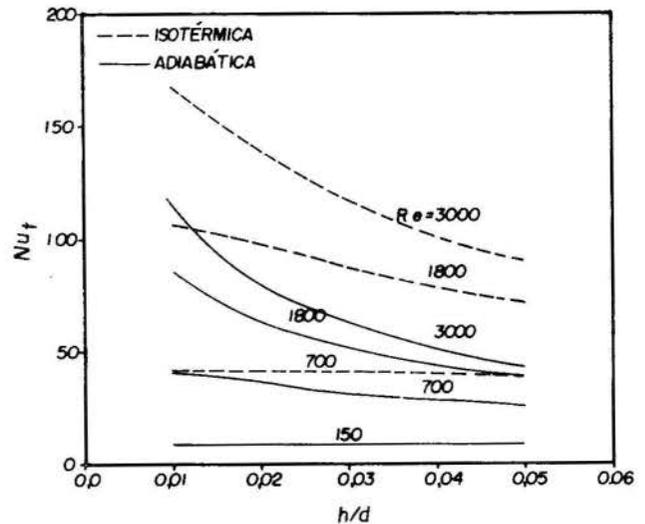


Figura 5 - Influência do afastamento entre o assento e a palheta sobre o número de Nusselt total (orifício de passagem e difusor).

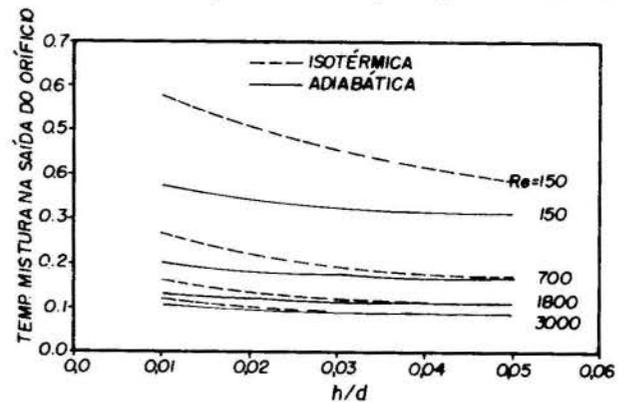


Figura 6 - Influência do afastamento entre o assento e a palheta sobre a temperatura de mistura do refrigerante na saída do orifício de passagem.

A Figura 7 mostra a influência do afastamento sobre a temperatura de mistura na saída do difusor. Para Reynolds baixos, a temperatura de mistura na saída do difusor é quase igual à temperatura da parede para todos os afastamentos analisados, indicando que ocorre uma "saturação térmica" do fluido. Com o aumento do número de Reynolds e do afastamento ocorre uma diminuição da temperatura de mistura na saída do difusor. Para a palheta isotérmica e afastamentos pequenos, a temperatura de mistura na saída do difusor é quase igual à da parede para todos os números de Reynolds analisados.

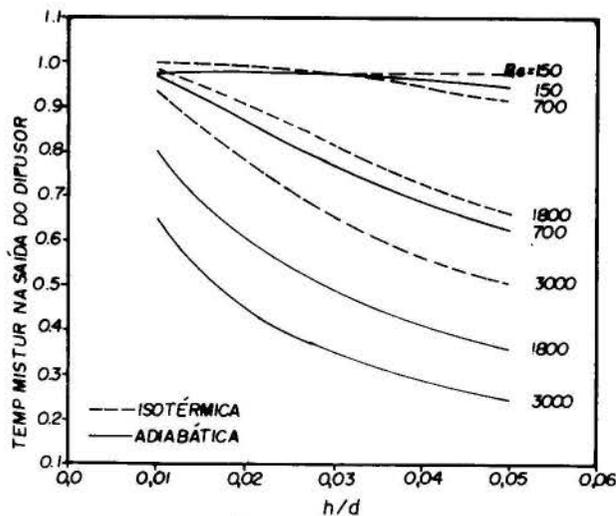


Figura 7 - Influência do afastamento entre o assento e a palheta sobre a temperatura de mistura do refrigerante na saída do difusor.

CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS

O presente estudo investigou a influência do afastamento entre a palheta e o assento, e da vazão de fluido na transferência de calor entre o refrigerante e as paredes sólidas. No caso de válvulas de sucção isto representa um aquecimento do fluido e no caso de válvulas de descarga, um aquecimento da placa de válvulas pelo fluido. Em ambos os casos os efeitos são prejudiciais, pois refletem um aumento da temperatura do refrigerante que é admitido no cilindro do compressor. Temperaturas maiores implicam em menores massas específicas e consequentemente em um menor enchimento do cilindro pelo refrigerante, reduzindo assim o rendimento volumétrico do compressor.

A motivação do presente trabalho está ligada a compressores herméticos para refrigeração de pequeno porte (potência em torno de 1/4 HP). Nestes casos valores típicos de temperaturas são,

- Temperatura do refrigerante na entrada do orifício de passagem, T_e ,

Válvula de sucção...	60°C
Válvula de descarga...	180°C

- Temperatura das paredes sólidas, T_p ... 100°C

De acordo com as figuras apresentadas anteriormente, a temperatura do refrigerante na saída das válvulas pode ser fortemente influenciada pela vazão do fluido, pelo afastamento entre a palheta e o assento e pelas condições de contorno na palheta. Note-se que, para os casos extremos investigados, o refrigerante ao escoar pela válvula de sucção pode ter sua temperatura elevada de 60°C (valor na entrada) para 100°C (valor na saída correspondendo a $\theta=1$). Isto seria totalmente indesejável. A fim de controlar este aquecimento do fluido pode-se atuar nos três fatores citados anteriormente: vazão, afastamento e condição de contorno na palheta. A grande dificuldade está no fato de que tais fatores estão associados a outros parâmetros de operação do compressor. A condição de contorno na palheta, por exemplo, depende da sua espessura, forma, do aço utilizado em sua fabricação e do seu engastamento na placa de válvulas. Tais parâmetros são determinados em função de estudos relacionados com a dinâmica da válvula, bem como de parâmetros relacionados com sua fabricação e montagem. O presente artigo trata apenas de efeitos térmicos e fornece dados para o

projeto de tais componentes. Neste sentido, as informações aqui contidas não devem ser utilizadas isoladamente, mas sim em conjunto com outros parâmetros de projeto.

CONCLUSÕES

O presente artigo trata de um estudo numérico do desempenho térmico de válvulas de compressores. A influência do afastamento entre a palheta e o assento, bem como da vazão do fluido, sobre a transferência de calor entre as paredes sólidas e o refrigerante é investigada. Duas situações são consideradas: palheta isotérmica com temperatura igual a das paredes do orifício de passagem e do assento, e palheta adiabática. Tais situações representam situações limites para os casos reais.

Em geral o calor trocado entre as paredes sólidas e o fluido é maior na situação isotérmica em virtude da maior área de aquecimento. A diferença no calor trocado entre a situação de palheta adiabática e isotérmica aumenta com a vazão de refrigerante e com o afastamento entre a palheta e o assento. Para baixas vazões a temperatura do refrigerante na saída do difusor é virtualmente igual à temperatura das paredes. Isto é particularmente verdadeiro para pequenos afastamentos e para a condição de palheta isotérmica.

REFERÊNCIAS

- .Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington, 1980.
- .Deschamps, C.J., Escoamento Laminar através de Válvulas de Compressores. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1987.
- .Todescat, M.L., Transferência de Calor Laminar em Válvulas de Compressores. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1988.
- .Todescat, M.L., Prata, A.T., Ferreira, R.T.S., Transferência de Calor Laminar em Válvulas de Compressores, Anais do II ENCIT, 1988.

ABSTRACT

The paper deals with heat transfer between fluid (refrigerant) and valves in reciprocating hermetic compressors. Numerical solution of the flow governing equations are performed for different gaps between the valve reed and valve seat, and different mass flow rates. The analysis is performed considering isothermal as well as adiabatic valve reeds. For small mass flow rates the refrigerant exiting temperature is virtually equal to the valve temperature, which is highly undesirable in compressors design. This effect is more pronounced at small gaps and for the isothermal case.

SÍMBOLOS

- ρ = massa específica do fluido;
- μ = viscosidade dinâmica do fluido;
- Re = número de Reynolds para o escoamento;
- Pr = número de Prandtl para o escoamento;
- cp = calor específico a pressão constante;
- k = condutividade térmica do fluido;
- Nu_o = número de Nusselt no orifício;
- Nu_d = número de Nusselt no difusor;
- Nu_t = número de Nusselt total;
- A_o = área de troca de calor no orifício;
- A_d = área de troca de calor no difusor;
- T = temperatura do fluido;
- T_e = temperatura do fluido na entrada do orifício;
- T_p = temperatura da parede;
- U = componente axial adimensional da velocidade;
- V = componente radial adimensional da velocidade;
- P = pressão adimensional;
- θ = temperatura adimensional.

ÁREAS EFETIVAS DE FORÇA E DE ESCOAMENTO PARA DIFERENTES
GEOMETRIAS DE VÁLVULAS DE COMPRESSORES COM ESCOAMENTO LAMINAR

Rinaldo Puff

EMBRACO S/A - Pesquisa e Desenvolvimento
Cx.P. D-27, Joinville, SC - 89.200

Álvaro T. Prata e Rogério T. S. Ferreira
Universidade Federal de Santa Catarina
Cx.P. 476, Florianópolis, SC - 88.049

RESUMO

O objetivo deste trabalho é o de determinar numericamente as áreas efetivas de escoamento e de força para diferentes geometrias de válvulas de compressores submetidas a escoamento laminar, isotérmico e incompressível. A validação dos resultados numéricos é feita comparando-os com resultados experimentais, obtendo-se boa concordância. São apresentados também resultados da distribuição de pressão sobre a palheta.

INTRODUÇÃO

Pode-se dizer que o compressor hermético é o coração de um sistema de refrigeração, pois é ele que faz circular o gás refrigerante que retira calor do ambiente frio, para jogá-lo no ambiente mais quente. A compressão do gás se dá através da ação de um pistão, acionado por um sistema biela-manivela, dentro de um cilindro. O controle do fluxo do gás é feito por válvulas automáticas.

A geometria de válvulas automáticas de compressores herméticos pode ser comparada à geometria de um difusor radial, como mostrado na Figura 1. Este é composto de um orifício de passagem (1), um assento (2) e um disco frontal (3) posposto ao orifício, ao qual chamaremos de palheta.

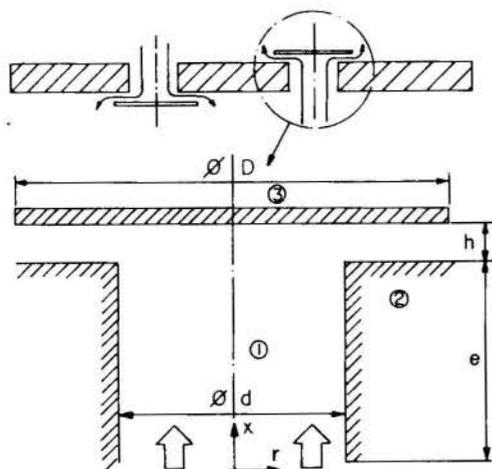


Figura 1. Geometria do problema.

Dois parâmetros são fundamentais para se determinar a eficiência deste tipo de válvulas. O primeiro a ser considerado é a área efetiva de escoamento (AEE). Esta indica a perda de carga a qual é submetido o fluido ao atravessar a válvula. Quanto maior a área efetiva, maior o fluxo de massa associado a uma determinada diferença de pressão. O segundo parâmetro importante é a área efetiva de força (AEF). Esta indica a força exercida pelo escoamento sobre a palheta, para deslocá-la. Quanto maior esta força, maior será o deslocamento, e, conseqüentemente, mais fácil será o enchimento e esvaziamento do cilindro.

A geometria da válvula influencia significativamente nas áreas efetivas. A presença de chanfros, arredondamentos e rebaixos, assim como o

diâmetro e o afastamento da palheta são parâmetros importantes. Trabalhos anteriores como o realizado por Ferreira e Driessen (1986) apresentam uma discussão a respeito de diferentes tipos de escoamento encontrados neste tipo de válvula.

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma comparação entre resultados obtidos numericamente e experimentalmente, para algumas geometrias de válvulas automáticas para compressores. São mostradas comparações da distribuição de pressão sobre a palheta e respectivas áreas efetivas de escoamento e de força.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A região de importância do problema é mostrada no detalhe da Figura 1. O escoamento é axialmente simétrico, e portanto pode-se considerar apenas um setor angular da válvula. Como mostrado na figura, o refrigerante é suprido através do orifício de diâmetro d e comprimento e.

Inicialmente o sentido do fluxo é axial. Quando se aproxima da palheta, ele é defletido e assume um sentido radial. Como mostrado na Figura 1, o diâmetro da palheta é D e o seu afastamento em relação ao assento é h.

O escoamento é considerado como sendo laminar, permanente, incompressível e isotérmico; e o refrigerante é um fluido newtoniano. Para determinar as áreas efetivas de força e de escoamento, é necessário determinar os campos de velocidade e de pressão no interior da válvula. O fenômeno é governado pela equação da continuidade e pelas equações de Navier-Stokes na direção axial e radial, cujas versões adimensionais são dadas por,

$$\frac{\partial}{\partial X}(RU) + \frac{\partial}{\partial R}(RV) = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} - \frac{V}{R^2} \quad (3)$$

onde U e V são, respectivamente, as componentes axial e radial adimensionais da velocidade, e P é a pressão adimensional. As variáveis adimensionais são definidas como segue:

$$X = x/d; R = r/d \quad (4)$$

$$U = \rho u d / \mu; V = \rho v d / \mu; P = \rho p / (\mu/d)^2$$

onde ρ e μ são a densidade e a viscosidade absoluta do fluido, respectivamente.

As equações (1)-(3) estão sujeitas às seguintes condições de contorno: (i) paredes sólidas, $U=V=0$; (ii) ao longo do eixo de simetria ($R=0$), $V=\partial U/\partial R=0$; (iii) na entrada do orifício de passagem, $U=2Re(1-4R^2)$ (escoamento de Poiseuille), onde $Re=\rho u d/\mu$ é o número de Reynolds do escoamento definido em termos da velocidade média através do orifício de diâmetro d ; (iv) na saída do difusor, $U=\partial(VR)/\partial R=0$.

O domínio de cálculo abrange, além da região de escoamento, também a região sólida da válvula. Para definir esta região utilizamos o artifício de considerar um fluido com viscosidade infinita. Com isto podemos definir diferentes tipos de geometria.

Serão apresentados resultados para quatro tipos diferentes de geometria, mostrados na Figura 2: (2a) assento simples; (2b) assento simples com chanfro; (2c) assento simples com raio de arredondamento; (2d) assento com rebaixo.

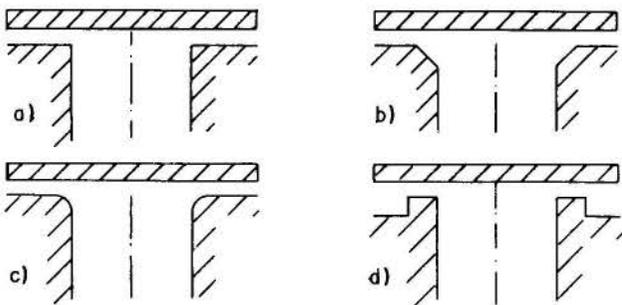


Figura 2. Geometrias analisadas.

METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

As equações diferenciais apresentadas anteriormente, e as respectivas condições de contorno, são resolvidas utilizando-se o método dos volumes finitos (Patankar, 1980). Nesta metodologia, o domínio de cálculo é dividido em volumes de controle que não se sobrepõem. As equações diferenciais são integradas em cada volume de controle, gerando um conjunto de equações algébricas. Os campos de velocidade e de pressão são obtidos pela solução simultânea destas equações algébricas. O acoplamento entre pressão e velocidade é feito através do algoritmo SIMPLER (Patankar, 1981).

Atenção especial deve ser dada à malha que irá ser utilizada. A mudança de direção do escoamento, devida à deflexão pela palheta, causa o aparecimento de altos gradientes de velocidade e de pressão. Portanto, na região de saída do orifício de passagem, deve haver um refinamento maior da malha para capturar com precisão tais gradientes. Outro aspecto a ser observado é o aparecimento de difusão falsa (Raithby, 1976), que introduz erros numéricos na solução do problema. A difusão falsa é minimizada com o refino da malha. A exigência de uma maior população de volumes de controle na discretização do domínio de cálculo deve ser contraposta com a necessidade de se ter baixos tempos computacionais. Tal compromisso foi estabelecido aqui com uma malha contendo 4692 volumes de controle.

BANCADA E PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A Figura 3a mostra uma vista esquemática da bancada experimental. Ar comprimido é armazenado em dois tanques com aproximadamente 1 m³ e pressão máxima de 11 bar, e é fornecido à seção de teste por um tubo de 6,5 m por 75 mm (comprimento e diâmetro). Uma válvula reguladora de vazão e uma placa de orifício calibrada estão montadas no tubo. As relações utilizadas no experimento são $D/d=1,45$ e

$e/d=0,26$, onde $d=40$ mm.

A Figura 3b mostra o assento da válvula, o orifício de passagem, a palheta e o seu sistema de posicionamento.

A distribuição de pressão sobre a palheta é utilizada na validação da solução numérica. Por conseguinte, o disco frontal tem características bastante especiais, como mostrado na Figura 3c. Ao longo do diâmetro da palheta existe uma barra deslizante que possui um orifício superficial, e uma perfuração interna que liga este orifício com a lateral da barra. Esta é conectada com um transdutor indutivo de pressão diferencial. Na outra extremidade da barra deslizante, um transdutor indutivo de deslocamento fornece a posição instantânea do orifício. Os dois sinais são introduzidos numa ponte amplificadora e plotados num plotter x-y.

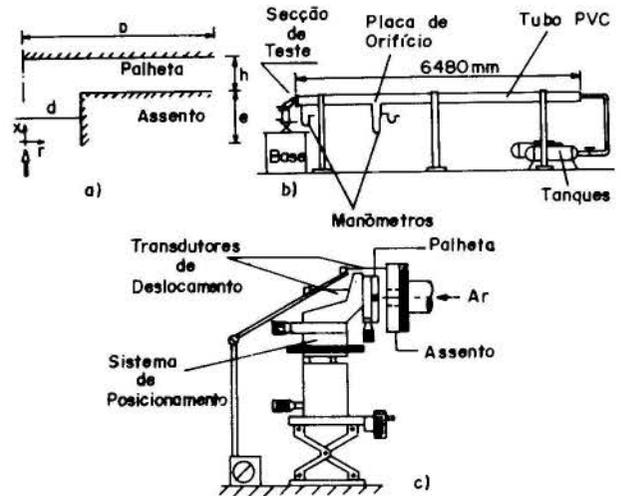


Figura 3. Bancada experimental.

Os dois discos, o do orifício e o da palheta, devem ser concêntricos, paralelos e posicionados a uma certa distância um do outro. Para tanto foi utilizado um sistema de posicionamento, e o afastamento é medido por uma mesa micrométrica.

As principais variáveis lidas em cada experimentação são: a distribuição de pressão sobre a palheta, o fluxo de massa na válvula, a pressão à montante da válvula e a distância entre a palheta e o assento. O fluxo de massa foi obtido através da diferença de pressão em uma placa de orifício calibrada, cujo diâmetro mínimo do orifício era de 15 mm. Esta diferença de pressão foi medida com o auxílio de um transdutor indutivo de pressão diferencial com fundo de escala de 0,01 bar.

A análise de incerteza associada aos resultados experimentais foi determinada utilizando o procedimento de Moffat (1982). A incerteza de medição máxima para a pressão na região de estagnação da válvula é menor do que 3%. Para o afastamento, menor que 1,5% e para o número de Reynolds menor que 1,1%.

RESULTADOS

Primeiramente, analisa-se a geometria com assento simples. Neste caso, tem-se na Figura 4 uma comparação entre resultados numéricos e experimentais da pressão adimensional exercida pelo escoamento sobre a palheta, para $h/d=0,015$ e $Re=1783$. De uma maneira geral observa-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e os experimentais. Na região de aceleração, $r/d>0,5$, observa-se que o modelo numérico prevê muito bem o aparecimento de pressões adimensionais negativas. Estas pressões tão baixas ocorrem devidas à grande aceleração a qual é submetido o gás quando sai do orifício e é defletido pela palheta.

A figura 5 mostra as comparações entre resultados numéricos e experimentais de áreas efetivas de escoamento e de força, em função do

número de Reynolds, para $h/d=0,015$. A comparação de áreas efetivas de escoamento e de força é muito boa, sendo que os resultados experimentais de áreas efetivas de força apresentam uma dispersão maior, mantendo no entanto a mesma tendência do resultado numérico.

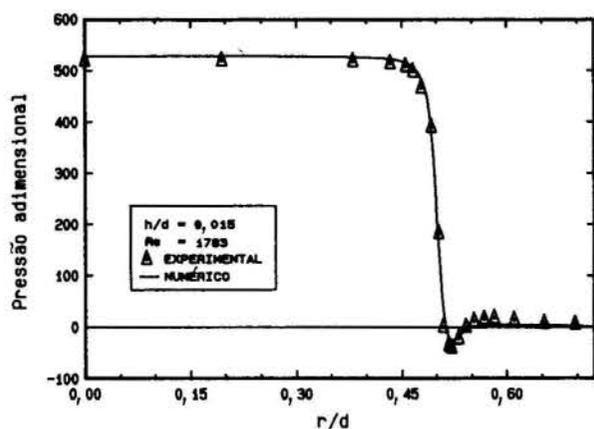


Figura 4. Distribuição de pressão na palheta para a geometria com assento simples.

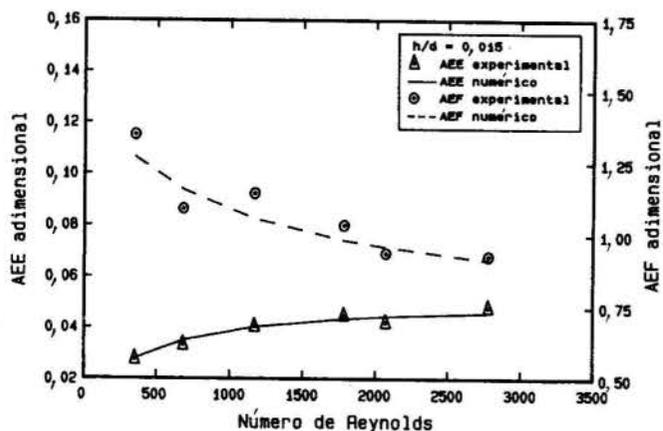


Figura 5. Áreas efetivas de escoamento e de força para a geometria de assento simples.

A segunda geometria a ser analisada é a de assento simples com um chanfro na saída do orifício de passagem. A Figura 6 apresenta a comparação da curva de pressão sobre a palheta para $h/d=0,015$ e $Re=1467$. Esta curva demonstra uma pequena discrepância entre os resultados numéricos e experimentais na região de estagnação do escoamento, e boa concordância na região de aceleração. Observa-se também que neste caso não se têm pressões adimensionais negativas. Isto é explicado pela presença do chanfro que diminui a aceleração do fluido na saída do orifício, elevando as pressões.

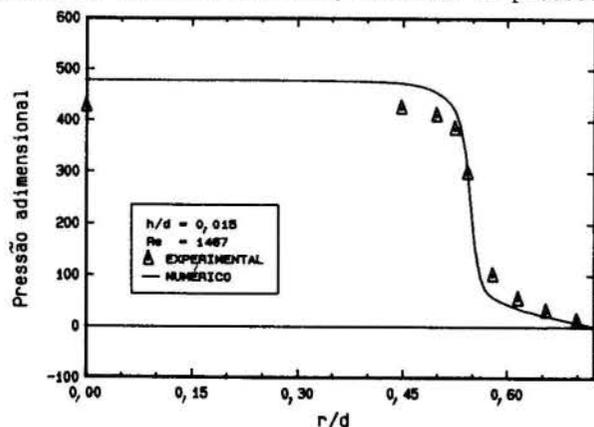


Figura 6. Distribuição de pressão na palheta para a geometria de assento simples com chanfro.

A figura 7 mostra a comparação de áreas efetivas de escoamento e de força para esta geometria. Observa-se que a concordância entre resultados experimentais e numéricos de áreas efetivas de escoamento é muito boa. Em termos de áreas efetivas de força, observa-se que a tendência das curvas experimental e numérica é a mesma, porém os resultados experimentais estão um pouco acima dos numéricos.

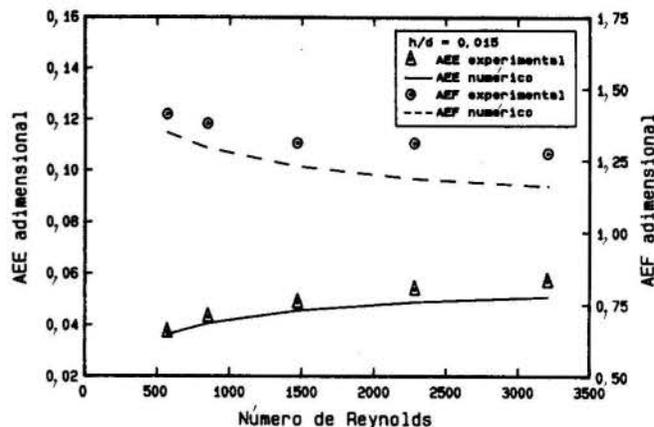


Figura 7. Áreas efetivas de escoamento e de força para a geometria de assento simples com chanfro.

A terceira geometria a ser analisada é a de assento simples com um raio de arredondamento na saída do orifício de passagem. A Figura 8 mostra o perfil de pressão sobre a palheta para $h/d=0,015$ e $Re=1655$. Novamente verifica-se uma pequena discordância entre os resultados experimentais e numéricos na região de estagnação, e boa concordância na região de aceleração. Como na geometria anterior, não se observa a presença de pressões adimensionais negativas, pela mesma razão apontada anteriormente, só que desta vez colocou-se um arredondamento no lugar do chanfro.

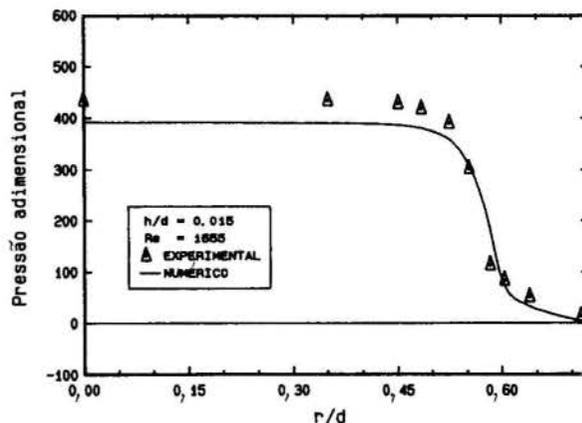


Figura 8. Distribuição de pressão na palheta para a geometria de assento simples com raio de arredondamento.

A comparação entre resultados numéricos e experimentais de áreas efetivas de escoamento e de força é mostrada na Figura 9. Observa-se que é muito boa a concordância em termos de áreas efetivas de escoamento. Já em termos de áreas efetivas de força, os resultados experimentais apresentam uma dispersão maior, e estão um pouco acima dos numéricos.

A última geometria a ser analisada é a de assento com rebaixo. Neste caso não se tem chanfro ou arredondamento na saída do orifício. Na Figura 10 observa-se a distribuição de pressão sobre a palheta para $h/d=0,015$ e $Re=1708$. Existe uma boa concordância entre resultados numéricos e experimentais, tanto na região de estagnação, quanto na de aceleração.

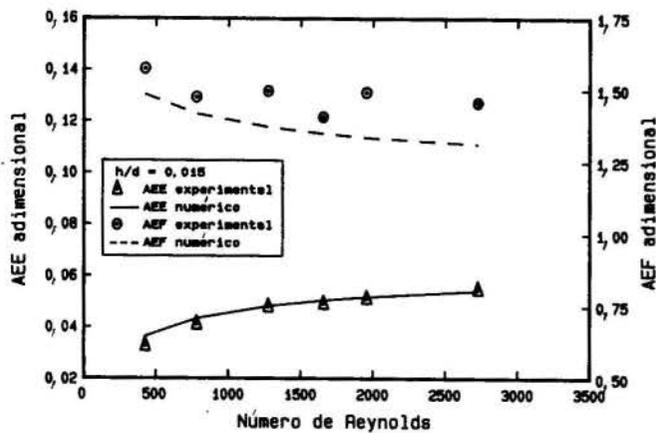


Figura 9. Áreas efetivas de escoamento e de força para a geometria de assento simples com raio de arredondamento.

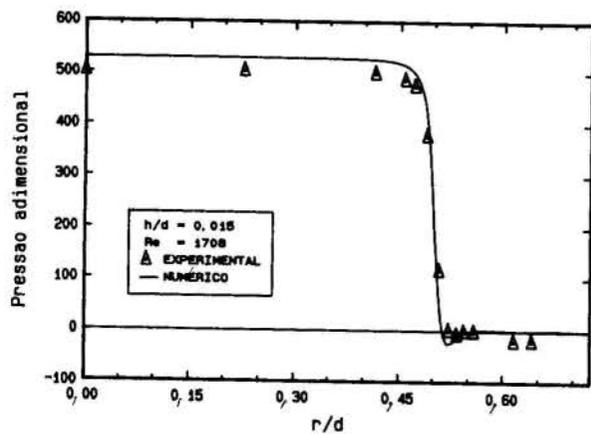


Figura 10. Distribuição de pressão na palheta para a geometria de assento com rebaixo.

A Figura 11 mostra a comparação entre resultados numéricos e experimentais de áreas efetivas de escoamento e de força. Obteve-se boa concordância tanto para as áreas de escoamento como de força.

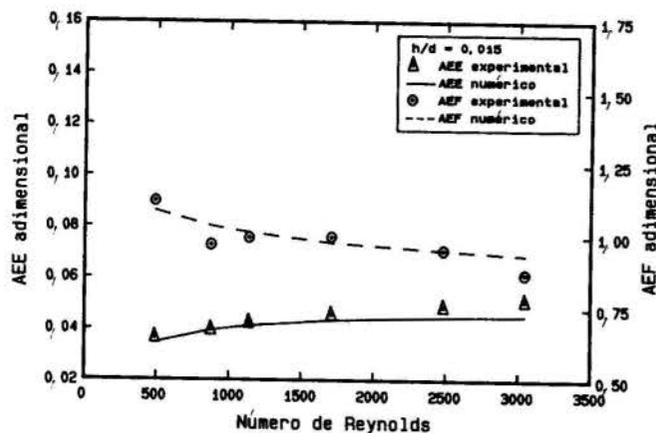


Figura 11. Áreas efetivas de escoamento e de força para a geometria de assento com rebaixo.

CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta resultados numéricos de escoamento laminar, isotérmico e incompressível no interior de válvulas de compressores. Faz-se uma análise da influência do tipo de geometria da válvula nas áreas efetivas de escoamento e de força. Utilizaram-se resultados medidos experimentalmente para validar o programa numérico. A comparação entre estes resultados mostrou-se bastante boa, conforme a Tabela 1, validando o modelo utilizado. Segundo Deschamps et al. (1988) a incerteza numérica é de aproximadamente 2 %.

Figura	Caso	AEE	AEF
5	a	0.00156	0.0606
7	b	0.00409	0.0971
9	c	0.00169	0.1123
11	d	0.00328	0.0407

Tabela 1. Desvio padrão de Áreas efetivas dos pontos numéricos e experimentais.

Conclui-se com a presente análise que a presença de um chanfro ou arredondamento na saída do orifício de passagem proporciona um aumento significativo nas áreas efetivas de força, devido às pressões maiores na região de aceleração do gás. Das geometrias investigadas, a que se mostrou mais eficiente foi a de assento simples com raio de arredondamento. Por outro lado observa-se que as alterações nas áreas efetivas de escoamento não são muito significativas.

A presença de um rebaixo no assento de válvulas, não proporciona diferenças significativas nas áreas efetivas. As recirculações que se formam em tal rebaixo só são sentidas para baixos números de Reynolds. De uma maneira geral, as áreas efetivas de força e de escoamento para esta geometria possuem valores próximos àqueles obtidos para a geometria com assento simples.

A demonstrada boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais determina a potencialidade do presente programa numérico para o cálculo das áreas efetivas para diferentes geometrias de válvulas. Tem-se com isto uma excelente ferramenta de auxílio no projeto das mesmas, substituindo os demorados testes experimentais feitos até então.

REFERÊNCIAS

- Ferreira, R.T.S., Driessen, J.L., Analysis of the Influence of Valve Geometric Parameters on the Effective Flow and Force Areas, Proc. 8th Purdue Compressors Technology Conference, West Lafayette, Indiana, pp.632-646, Aug.1986.
- Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington, 1980.
- Patankar, S.V., A Calculation Procedure for Two-Dimensional Elliptic Situations, Numerical Heat Transfer, 4, 409-425, 1981.
- Raithby, G.D., A Critical Evaluation of Upstream Differencing Scheme Applied to Problems Involving Fluid Flow, Computer Methods in Appl. Mech. Engng, 9, 75-103, 1976.
- Moffat, R.J., Contributions to the Theory of Simple-Sample Uncertainty Analysis, J. Fluids Engng. - Trans. ASME, 104, 250-260, 1982.
- Deschamps, C.J., Ferreira, R.T.S., Prata, A.T., The Effective Flow and Force Areas in Compressor Valves, Proc. 9th Purdue Compressors Technology Conference, West Lafayette, Indiana, pp.104-111, Jul.1988.

ABSTRACT

The present work deals with a numerical investigation, experimentally validated, of the laminar flow in compressor valves. The results are presented in terms of effective flow and force areas for four different geometries: straight seat, beveled seat, rounded seat and recessed seat. The better performance was achieved by the rounded seat. Both the rounded and beveled seats increase the effective flow and force areas. The behaviour of the recessed seat was very close to that of the straight seat, except for low Reynolds numbers, where the former yielded lower effective flow and force areas.

BALANÇO TÉRMICO EM COMPRESSORES HERMÉTICOS ALTERNATIVOS DE REFRIGERAÇÃO

Márcio Luiz Todescat, Fabian Fagotti

Embraco S/A - Pesquisa e Desenvolvimento, Rua Rui Barbosa, 1020, Cx.P. D-27, Joinville-SC
Rogério Tadeu da Silva Ferreira, Álvaro Toubes Prata
Depto. de Eng. Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Cx.P. 476, Florianópolis-SC

RESUMO

Uma análise dos diversos fenômenos de transferência de calor em um compressor hermético alternativo de refrigeração é levada a efeito. Um modelo global baseado na primeira lei da termodinâmica é estabelecido, do qual é derivado um programa de simulação. Coeficientes globais de transferência de calor entre os volumes de controle são determinados a partir de dados experimentais. Exceção é feita à interface gás-cilindro, na qual utilizam-se correlações conhecidas. As equações que determinam as condições de funcionamento do compressor e as equações de balanço térmico são resolvidas concomitantemente. O modelo é validado a partir da boa concordância observada entre resultados obtidos via simulação e dados experimentais.

INTRODUÇÃO

O interesse pela simulação numérica de compressores alternativos advém da defasagem que se observa entre o conhecimento teórico e empírico desenvolvido no assunto. Muito pouco do que se aplica na área provém de previsões teóricas. Desta forma, visando um melhor entendimento dos fenômenos físicos atinentes a ciclos de compressão, muito esforço tem sido dispendido na tentativa de se desenvolver programas para simulação de compressores.

Uma gama considerável dos modelos tomados como base para tais programas considera os processos que ocorrem no interior do cilindro passíveis de serem descritos por uma transformação politrópica, como já notado por Qvale et al.(1972). Tais modelos normalmente prevêem a pressão do gás no cilindro de modo suficientemente preciso; no entanto falham na previsão da temperatura, o que implica alterações significativas na determinação das características de funcionamento do compressor. O uso de uma transformação politrópica visa incorporar efeitos de gás real e de transferência de calor no cálculo das propriedades termodinâmicas. Entretanto, sabe-se que o uso de tal aproximação somente seria válida para sistemas fechados, o que não é absolutamente o caso para o ciclo de compressão.

Karll (1972), seguindo uma metodologia há muito utilizada no estudo de motores de combustão interna, utilizou um balanço térmico e equação de gás real na determinação do modelo. Somente o cilindro e as válvulas foram modelados, tendo sido considerado um sistema fechado trocando calor e trabalho com o ambiente. Prakash e Singh (1974) também apresentaram um modelo de simulação baseado na primeira lei da termodinâmica. Os principais componentes do compressor foram considerados neste modelo, sendo requeridos alguns dados experimentais como dados de entrada. Os autores também ressaltaram a importância dos diversos fenômenos de transferência de calor que ocorrem no interior do compressor na previsão das suas características de funcionamento. Outro ponto por eles notado foi a virtual inexistência de relações confiáveis para a determinação dos coeficientes de transferência de calor em válvulas, passagens e componentes de compressores. Tal fato ainda hoje é verificado.

Adair et al.(1972) foram os primeiros a determinar uma relação para cálculo de coeficientes de transferência de calor entre o gás e o cilindro de compressores de refrigeração. Neste trabalho, os diversos coeficientes de transferência de calor na interface gás-cilindro usualmente utilizados são analisados. Em sua grande maioria, tais coeficientes foram determinadas para motores de combustão interna, como a de Annand (1963). Outra aproximação utilizada é considerar-se o cilindro adiabático, tal qual feito por Ng et al.(1980), que também utilizaram equações de gás real. O fluxo de massa através

das válvulas foi modelado adiabaticamente e uni-dimensionalmente, como na quase totalidade dos trabalhos que versam sobre o assunto. No trabalho de Brok et al.(1980), diversas considerações a respeito da importância dos diferentes fenômenos de transferência de calor são feitas. Utilizou-se a relação proposta por Adair et al.(1972), modificada por um fator para reproduzir uma menor homogeneização do gás no interior do cilindro, o que resulta em um menor valor para tal coeficiente.

Em alguns trabalhos, optou-se pela solução das equações de conservação locais no cálculo do balanço térmico. Recktenwald (1984) resolveu o escoamento do gás no interior do cilindro valendo-se de um esquema de volumes finitos. A partir dos resultados obtidos por meio de outro modelo numérico, no qual utilizou a relação de Adair, Recktenwald questionou a validade das constantes utilizadas na equação por este proposta. Observou-se que o fluxo de calor obtido quando da utilização da relação de Adair resulta muito pequeno face a dados teóricos e experimentais. Tal questionamento já havia sido levantado por Brok et al.(1980). Neste sentido, Parise e Cartwright (1985) estabeleceram um modelo de simulação, valendo-se da relação de Adair no balanço térmico do cilindro, com bons resultados. Uma forma modificada desta relação foi também usada por Liu e Zhou (1984), tendo sido obtida boa concordância entre os fluxos de calor calculado e experimental. Na mesma linha dos trabalhos de Ng et al.(1980) e Prakash e Singh (1974), Hafner e Gašpersič (1990) desenvolveram um modelo que ainda consideraram o escoamento pulsante. Trabalho semelhante ao de Recktenwald foi desenvolvido por Keribar e Morel (1988), no qual inclusive efeitos de condução de calor no pistão e cilindro foram levados em consideração. As equações de conservação foram resolvidas via método de elementos finitos.

À exceção do artigo de Brok et al.(1980), os modelos das referências citadas limitaram-se a considerar somente os fenômenos diretamente relacionados com o cilindro. Desta forma, as propriedades do gás nas câmaras de sucção e descarga devem ser conhecidas a priori, o que se constitui limitação quando o objetivo do programa é servir de ferramenta no entendimento global dos fenômenos que influenciam o funcionamento do compressor. Mesmo a utilização de coeficientes de transferência de calor avaliados empiricamente, como feito por Brok et al.(1980), pode resultar na obtenção de resultados errôneos, em vista da virtual inexistência de relações corroboradas, quer teórica, quer experimentalmente.

Em alguns pontos, as conclusões das pesquisas no assunto mostram-se bastante contraditórias. Por exemplo, Röttger e Kruse (1976), que também desenvolveram um modelo baseado na primeira lei da termodinâmica, concluíram que a consideração do escoamento ser pulsante não é importante na avaliação das condições de funcionamento do compressor. Já Hafner e Gašpersič (1990) chegaram

a uma conclusão exatamente oposta. Brok et al.(1980) concluíram ser pequena a influência da transferência de calor entre o gás e o cilindro sobre o desempenho, ao contrário do que foi exposto por Prakash e Singh (1974) e Liu e Zhou (1984). Desta forma, um modelo definitivo de simulação de compressores ainda está por ser determinado.

O objetivo do presente trabalho é apresentar um modelo global de simulação de compressores, baseado na primeira lei da termodinâmica. O balanço de energia no cilindro do compressor é avaliado a cada passo do ciclo de compressão; nas demais partes do compressor os balanços são avaliados em regime permanente. Os coeficientes de transferência de calor são calculados em função dos balanços térmicos estabelecidos, valendo-se de dados experimentais, à exceção da interface gás-cilindro.

BALANÇOS DE ENERGIA

A figura (1) mostra esquematicamente os processos de troca térmica levados em conta. O compressor foi dividido em cinco seções, a saber, filtro e e câmara de sucção, cilindro, câmara de descarga, filtro e linha de descarga e ambiente interno. Nesta figura, bem como nas equações subseqüentes, "ṁ" refere-se a fluxos de massa, "h" a entalpias (a menos de h_c^*), "T" a temperaturas, "Q" a fluxos de calor e "W" a trabalhos. Os índices dizem respeito às seções esquematizadas; para o caso de fluxos de massa a presença do índice "b" denota refluxo nas válvulas. As grandezas sem índices são referentes ao cilindro.

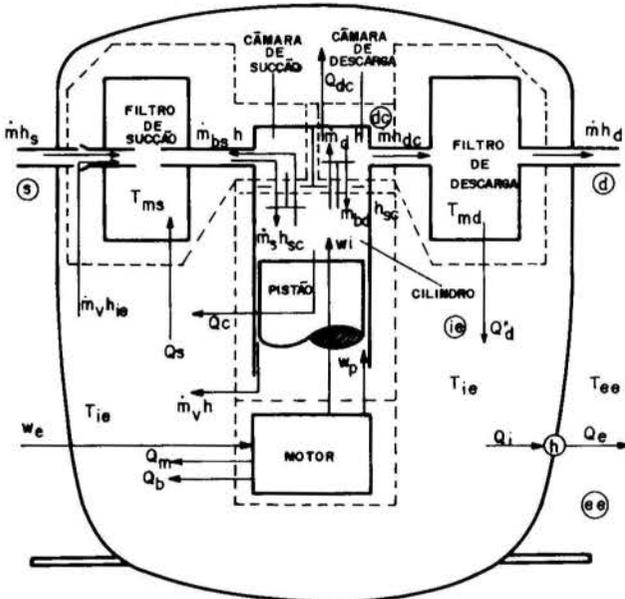


Fig.(1)-Volumes de controle e fluxos de energia

Balanço de energia no cilindro. De acordo com a primeira lei da termodinâmica, tem-se

$$Q_w + W_i = \int_{vc} \rho e dV + \int_{sc} \rho e \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (1)$$

Valendo-se de relações termodinâmicas e do balanço de massa no cilindro, de acordo com Ferreira et al.(1992), a relação anterior resulta em

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{m c_v} \left\{ Q_w + \dot{m}_s (h_{sc} - h) - \dot{m}_{bd} (h - h_{dc}) - \frac{T}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \times \left[\rho \frac{dV}{dt} - (\dot{m}_s - \dot{m}_d + \dot{m}_v + \dot{m}_{bd} - \dot{m}_{bs}) \right] \right\} \quad (2)$$

As propriedades termodinâmicas são calculadas considerando-se gás real; a equação de estado utilizada é a de Martin-Hou (vide, por exemplo, Downing e Knight, 1971). A taxa de transferência de calor

do gás para o cilindro é dada por

$$Q_w = h_c^* A_c (T_w - T) \quad (3)$$

onde o coeficiente de transferência de calor h_c^* é avaliado a partir de relações previamente determinadas, por exemplo, por Adair et al.(1972) e Annand (1963).

Balanços de Energia nos volumes de controle. De acordo com o apresentado na figura (1), os balanços de energia individualizados são definidos pelo que segue.

• sucção

$$Q_s = \dot{m}_s h_{sc} - \dot{m} h_s - \dot{m} h_{ie} - \dot{m}_{bs} h \quad (4)$$

$$Q_s = \bar{U} \bar{A}_s (T_{ie} - T_{ms}) \quad (5)$$

$$T_{ms} = (T_s + T_{sc})/2 \quad (6)$$

• cilindro

$$Q_c = \dot{m}_s h_{sc} - \dot{m}_{bs} h + \dot{m}_{bd} h_{dc} - \dot{m}_d h - \dot{m}_v h + W_i + W_p \quad (7)$$

$$Q_c = \bar{U} \bar{A}_c (T_w - T_{ie}) \quad (8)$$

• câmara de descarga

$$Q_{dc} = \dot{m}_d h - \dot{m} h_{dc} - \dot{m}_{bd} h_{dc} \quad (9)$$

$$Q_{dc} = \bar{U} \bar{A}_{dc} (T_{dc} - T_{ie}) \quad (10)$$

• descarga

$$Q_d = \dot{m} h_{dc} - \dot{m} h_d \quad (11)$$

$$Q_d = \bar{U} \bar{A}_d (T_{md} - T_{ie}) \quad (12)$$

$$T_{md} = (T_{dc} + T_d)/2 \quad (13)$$

• global

$$Q_e = \dot{m} (h_s - h_d) + W_e \quad (14)$$

$$Q_e = \bar{U} \bar{A}_e (T_h - T_{ce}) = Q_i = \bar{U} \bar{A}_i (T_{ie} - T_h) \quad (15)$$

A menos da interface gás-cilindro, os modelos de transferência de calor em cada parte do compressor utilizam coeficientes globais de transferência de calor médios, avaliados experimentalmente. Assim, os respectivos fluxos de calor são considerados constantes ao longo do ciclo de compressão. Note-se que o balanço de energia no volume de controle que engloba o cilindro refere-se às trocas térmicas entre o bloco do compressor e o ambiente interno enquanto que o balanço de energia no interior do cilindro diz respeito à transferência de calor entre o gás e a parede do cilindro, topo do pistão e topo do cilindro. Mais considerações a respeito dos balanços aqui apresentados podem ser obtidas em Todescat et al.(1992) e Ferreira et al.(1992).

As equações (4), (7), (9), (11), (14) e (15) são resolvidas via método de Newton-Raphson, de modo a se determinar as temperaturas T_{sc} , T_w , T_{dc} , T_d , T_h e T_{ie} . O programa desenvolvido para a solução deste sistema de equações é baseado no programa de simulação generalizada de sistemas, apresentado por Stoecker (1989). Concomitantemente, faz-se necessário um programa que simule as condições de funcionamento do compressor. Tal programa foi desenvolvido à luz dos trabalhos de Ferreira (1987) e Ussik (1984), sendo a sua finalidade determinar os fluxos de massa, condições no interior do cilindro, a dinâmica das válvulas e as diversas potências referentes ao ciclo de compressão.

No modelo de simulação de funcionamento adotado, somente os fenômenos diretamente relacionados ao que ocorre no cilindro são considerados. A influência dos demais componentes do compressor é levada em conta a partir da necessidade do conhecimento prévio das temperaturas e pressões a montante e a jusante do cilindro. Tais grandezas podem ser determinadas via equações de balanço térmico aqui determinadas ou via experimento.

De modo a simular o funcionamento do compressor, requer-se a solução de um conjunto de cinco equações diferenciais acopladas, a saber:

- conservação de energia (equação 2)
- conservação da massa
- vazamento pela folga pistão-cilindro
- escoamento através das válvulas
- equações da dinâmica das válvulas

A dependência das propriedades físicas do refrigerante com a temperatura são levadas em consideração, bem como a variação das perdas mecânicas nos mancais, função da viscosidade do óleo à temperatura de operação. Não foi levado em conta o fato do fluxo ser pulsante.

Estas cinco equações diferenciais são resolvidas via algoritmo Runge-Kutta, obtendo-se as condições de funcionamento para cada instante do ciclo de compressão. Quanto aos programas, cabe ressaltar a interação entre eles, ou seja, as grandezas determinadas por um são usadas como dados de entrada do outro, iterativamente. A convergência do processo é atingida quando da convergência simultânea das soluções do sistema de equações de balanço térmico e do sistema de equações que definem o funcionamento do compressor. Com esta sistemática, somente os fluxos de massa, movimentos de válvulas e condições do gás no interior do cilindro são calculadas em regime transiente. Desta forma, dadas as características construtivas do compressor e conhecidos os coeficientes de transferência de calor, para a determinação das condições de funcionamento basta fixar-se as temperaturas desejadas para a evaporação, a condensação, o ambiente externo e o gás à entrada do compressor.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO CILINDRO

Duas relações para determinação do coeficiente de transferência de calor entre o gás e o cilindro são consideradas. A proposta por Adair et al.(1972) é definida por

$$Nu = 0,053Re^{0,8}Pr^{0,6} \quad (16)$$

sendo o número de Reynolds definido em função de uma velocidade rotacional, calculada a partir da velocidade angular do eixo.

A relação de Annand (1967) é dada por

$$Nu = C(RePr)^{0,7} \quad (17)$$

onde a constante "C" pode assumir valores entre 0,4 e 0,7. O número de Reynolds é calculado a partir da velocidade média do pistão.

De acordo com Recktenwald (1984), os coeficientes de transferência de calor calculados com as relações disponíveis são usualmente subestimados. Em vista disto, uma terceira aproximação é considerada, multiplicando-se o coeficiente de Annand por um fator de três. A utilização deste valor específico dá-se exclusivamente em função de se obter uma melhor concordância com os dados experimentais.

RESULTADOS

Todos os resultados aqui apresentados referem-se a um compressor hermético alternativo para refrigeração de pequeno porte. A operação dá-se às temperaturas de evaporação de $-23,3^{\circ}C$, de condensação de $54,4^{\circ}C$ e de superaquecimento, subresfriamento, na entrada do compressor e do ambiente externo de $32,2^{\circ}C$ (condição "check-point" determinada pela ASHRAE).

A tabela (1) apresenta as médias dos resultados experimentais referentes ao modelo de compressor analisado, bem como os intervalos de confiança na determinação destas médias enquadrando 95% dos valores e as respectivas incertezas de medição. Foram testados três compressores, com duas repetições cada. É importante ressaltar que a amplitude de tais intervalos de confiança deve-se quase que exclusivamente à variação das medições entre compressores, já que a repetibilidade do teste é bastante boa. A análise

Tab.(1)- Resultados experimentais

Temperaturas($^{\circ}C$)	médias	I.C.	I.M.
T_{sc}	56,2	$\pm 1,7$	$\pm 1,0$
T_w	101,0	$\pm 2,5$	$\pm 1,0$
T_{dc}	140,8	$\pm 2,6$	$\pm 1,0$
T_d	88,1	$\pm 2,7$	$\pm 1,0$
T_h	65,0	$\pm 1,4$	$\pm 1,0$
T_{ie}	80,9	$\pm 2,2$	$\pm 1,0$
consumo(W)	192,5	$\pm 0,8$	$\pm 5,8$
fluxo de massa(kg/s)	$1,865 \times 10^{-3}$	$\pm 0,023 \times 10^{-3}$	$\pm 0,057 \times 10^{-3}$

de variâncias dos resultados experimentais mostrou que a hipótese de esta afirmação ser válida não pode ser rejeitada a um nível de confiança de 95%.

A tabela (2) apresenta os resultados obtidos da simulação, utilizando-se os três coeficientes de transferência de calor no cilindro descritos no item anterior.

Tab.(2) - Influência do coeficiente de transferência de calor entre o gás e o cilindro nos resultados da previsão de funcionamento

Temperaturas($^{\circ}C$)	Adair	Annand	Annand(x3)
T_{sc}	55,3	55,2	56,0
T_w	85,5	93,3	98,4
T_{dc}	138,8	138,1	138,7
T_d	88,0	87,2	86,3
T_h	64,4	64,0	64,2
T_{ie}	80,1	79,5	79,7
consumo(W)	191,1	187,8	185,6
fluxo de massa(kg/s)	$1,949 \times 10^{-3}$	$1,930 \times 10^{-3}$	$1,856 \times 10^{-3}$

Note-se que os melhores resultados provêm do uso do coeficiente de Annand multiplicado por três. Tal fato vem a corroborar a observação feita por Recktenwald (1984) a respeito da subestimação dos valores do coeficiente de transferência de calor entre o gás e o cilindro. Verifica-se que, a menos da temperatura do cilindro, todos os valores avaliados tem boa concordância com os respectivos dados experimentais, qualquer que seja o modelo de transferência de calor no cilindro. Desta forma, a determinação de qual o melhor coeficiente de transferência de calor entre gás e cilindro está por ser feita. No entanto, em vista dos resultados acima apresentados, toda a análise subsequente é feita valendo-se do coeficiente de Annand multiplicado por um fator de três.

A figura (2) mostra os valores trocados em função da temperatura mantida na carcaça do compressor. Tal temperatura pode ser alterada modificando-se o coeficiente de transferência de calor desta para o ambiente exterior; fisicamente isto é obtido alterando-se as características geométricas do corpo e/ou a vazão e temperatura do ar usado para resfriá-lo. Os valores dos fluxos de calor foram adimensionalizados em relação à capacidade de refrigeração obtida da simulação.

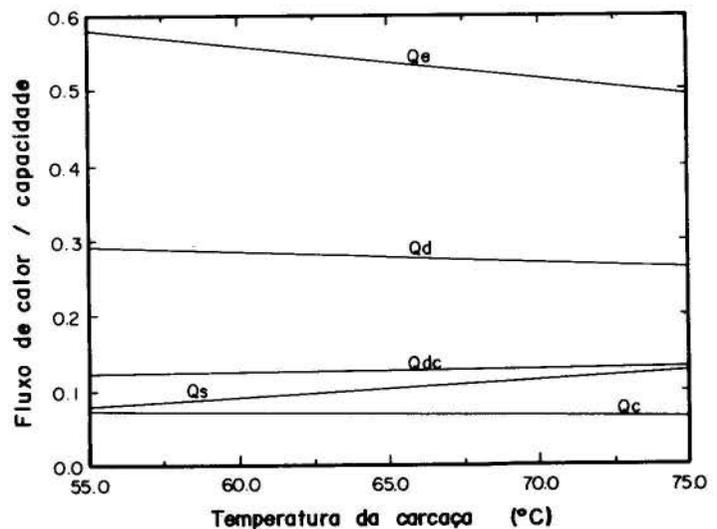


Fig.(2)-Fluxos de calor em função da temperatura da carcaça

A figura (3) apresenta a relação entre os valores experimentais e teóricos para o consumo e o fluxo de massa em função da temperatura do corpo. Tal figura mostra que a incerteza da previsão das características de funcionamento via programa é baixa. Nota-se também que a aplicabilidade deste não se restringe à condição descrita no início da seção de resultados.

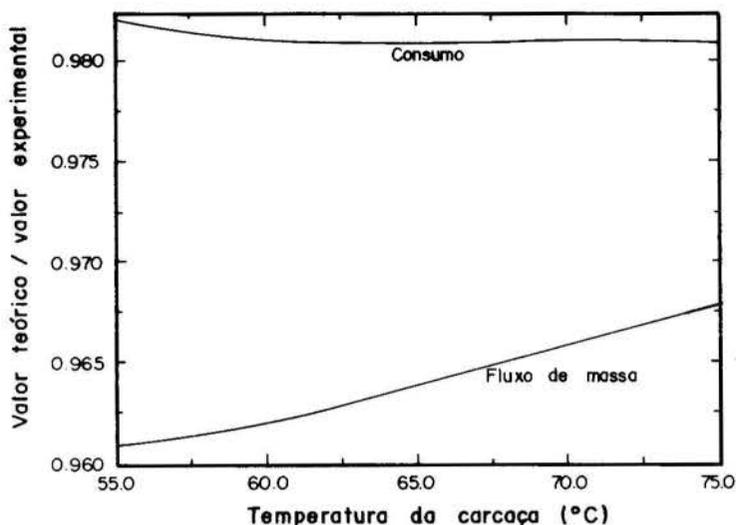


Fig. (3)-Erros na previsão do consumo e fluxo de massa em função da temperatura da carcaça

CONCLUSÕES

Um modelo para análise térmica de compressores herméticos alternativos é apresentado. A formulação adotada tem por base a primeira lei da termodinâmica. Processos que tem lugar no cilindro são tratados em regime transiente. Balanços térmicos em regime permanente para os demais constituintes do compressor são estabelecidos. O fluido de trabalho é tratado como gás real, considerando-se a equação de estado de Martin-Hou. O modelo é validado verificando-se uma concordância muito boa com os dados experimentais levantados.

Em função do exposto por Recktenwald (1984) e dos resultados obtidos com os coeficientes de transferência de calor entre o gás e o cilindro considerados, maiores investigações a respeito da determinação deste coeficiente mostram ser necessárias.

A sistemática utilizada apresenta algumas vantagens sobre outras, encontradas em trabalhos previamente desenvolvidos. Dentre elas destaca-se a possibilidade de avaliar-se o desempenho do compressor globalmente, obtendo-se valores de temperaturas e fluxos de calor para cada componente. Para tanto, os poucos valores empíricos necessários podem ser obtidos de extrapolação de dados disponíveis, sem implicar erros consideráveis. Outro ponto a ser ressaltado é a maleabilidade da metodologia quanto a incorporação de alterações físicas no modelo, o que torna o programa desenvolvido particularmente interessante como ferramenta de projeto.

REFERÊNCIAS

- Adair, R. P., Qvale, E. B. e Pearson, J. T., "Instantaneous Heat Transfer to the Cylinder Wall in Reciprocating Compressors", *Proc. of the Purdue Comp. Tech. Conf.*, pp. 521-526, 1972
- Annand, W. J. D., "Heat Transfer in the Cylinders of Reciprocating Internal Combustion Engines", *Proc. of Inst. Mech. Engrs.*, Vol. 177, No. 36, 1963
- Brok, S. W., Touber, S. e van der Meer, J. S., "Modelling of Cylinder Heat Transfer - Large Effort, Little Effect?", *Proc. of the Purdue Comp. Tech. Conf.*, pp. 43-50, 1980
- Downing, R. C. e Knight, B. W., "Freon Technical Bulletin RT-52", *E. I. Du Pont de Nemours & Co.*, 1971
- Ferreira, R. T. S., "Simulação do Funcionamento de um Compressor Hermético Alternativo Considerando a Primeira Lei da Termodinâmica", *Relatório de Pesquisa UFSC/EMBRACO*, 1987

- Ferreira, R. T. S., Prata, A. T., Todescat, M. L., Fagotti, F. e Reddin, L. M., "Balanço Térmico em Compressores Alternativos, Relatório 2", *Relatório de Pesquisa UFSC/EMBRACO*, 1992
- Hafner, J. e Gašpersič, B., "Dynamic Modelling of Reciprocating Compressor", *Proc. of the Int. Comp. Conf. at Purdue*, pp. 216-221, 1990
- Karll, B., "Computer Simulation of the Cylinder Process in a Compressor Based on the First Law of Thermodynamics", *Proc. of the Purdue Comp. Tech. Conf.*, pp. 274-285, 1972
- Keribar, R., e Morel, T., "Heat Transfer and Component Temperature Prediction in Reciprocating Compressors", *Proc. of the Purdue Comp. Tech. Conf.*, pp. 454-463, 1988
- Liu, R. e Zhou, Z., "Heat Transfer Between Gas and Cylinder Wall of Reciprocating Compressor", *Proc. of the Purdue Comp. Tech. Conf.*, pp. 110-115, 1984
- Ng, E. H., Tramschek, A. B. e MacLaren, J. F. T., "Computer Simulation of a Reciprocating Compressor Using a Real Gas Equation of State", *Proc. of the Purdue Comp. Tech. Conf.*, pp. 33-42, 1980
- Parise, J. A. R. e Cartwright, W. G., "Simulation of Reciprocating Compressors: Numerical Method and Comparison with Experiment", *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, Vol. 8, pp. 129-152, 1985
- Prakash, R. e Singh, R., "Mathematical Modelling and Simulation of Refrigerating Compressor", *Proc. of the Purdue Comp. Tech. Conf.*, pp. 274-285, 1974
- Qvale, E. B., Soedel, W., Stevenson, M. J., Elson, J. P. e Coates, D. A., "Problem Areas in Mathematical Modelling and Simulation of Refrigerating Compressor", *ASHRAE Trans.*, part I, pp. 75-84, 1972
- Recktenwald, G. W., "Numerical Modelling of the Flow and Heat Transfer in the Cylinder of Reciprocating Compressors", *M. Sc. Thesis*, University of Minnesota, 1984
- Röttger, W. e Kruse, H., "Analysis of the Working Cycle of Single Stage Refrigeration Compressors Using Digital Computers", *Proc. of the Purdue Comp. Tech. Conf.*, pp. 18-25, 1976
- Stoecker, W. F., "Design of Thermal Systems, third edition", *MacGraw Hill Book Company*, New York, 1989
- Todescat, M. L., Fagotti, F., Prata, A. T. e Ferreira, R. T. S., "Thermal Energy Analysis in Reciprocating Hermetic Compressors", *Proc. of the Int. Comp. Tech. Conf. at Purdue*, pp. 1419-1428, 1992
- Ussik, M. S., "Simulação Numérica do Desempenho de Compressores Herméticos Alternativos", *Dissertação de Mestrado*, UFSC, 1984

ABSTRACT

An analysis on the heat transfer phenomena in a reciprocating hermetic compressor is performed. An overall model based on the first law of thermodynamics is introduced, which is the basis of a simulation program. Effective overall heat transfer coefficients are determined from experimental data for each control volume but the working fluid-cylinder wall interface, which is calculated using existing correlations. The differential equations that determine the compressor operating conditions and the energy balances are solved simultaneously. The model validation is accomplished through faithful agreement between numerical results and experimental data.

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA PERDA DE CARGA E DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA EVAPORAÇÃO DOS REFRIGERANTES R-134a e R-12

A. L. Souza, J. C. Chato, J. M. S. Jabardo, J. P. Wattlelet, J. S. Panek
Universidade de Illinois em Urbana-Champaign - Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial

RESUMO

Um circuito experimental foi desenvolvido a fim de estudar as características do R-12 e R-134a quando da evaporação de misturas refrigerante-óleo. Os testes foram conduzidos nos limites de aplicação para ar condicionado veicular. A perda de pressão em relação ao refrigerante puro aumenta com o aumento da concentração de óleo, enquanto que o coeficiente de transferência de calor aumenta até uma certa porcentagem de óleo, e depois decresce.

INTRODUÇÃO

Uma instalação frigorífica eficiente envolve um compromisso entre a intensificação da transferência de calor e a perda de carga nos trocadores de calor, e em especial nos evaporadores. Uma vez que a substituição mais promissora para o R-12 é o R-134a, a comparação da perda de carga e do coeficiente de transferência de calor entre os dois refrigerantes se faz necessária. Schallager (1988,1990) apresenta uma revisão bibliográfica enfatizando as características de transferência de calor e perda de carga para refrigerantes puros e na presença de óleo, bem como Wattlelet (1991,1992), que avalia e compara as características de transferência de calor para os refrigerantes R-134a e R-12.

A maioria dos sistemas frigoríficos operam com o ciclo de compressão a vapor, e portanto uma mistura refrigerante-óleo é encontrada escoando nestes sistemas, com uma pequena quantidade de óleo lubrificante. Este óleo é necessário para lubrificação dos compressores. A presença do óleo no refrigerante pode afetar significativamente a perda de carga e o coeficiente de transferência de calor nos trocadores de calor nos circuitos frigoríficos Chaddock(1976).

Um circuito experimental foi desenvolvido no Centro de Refrigeração e Ar Condicionado (ACRC) da Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, a fim de estudar as características de transferência de calor e perda de carga quando da evaporação de misturas refrigerante-óleo, com enfoque principal para os novos refrigerantes seguros à integridade da camada de ozônio como mostra Wattlelet (1991) e Panek (1992).

APARATO EXPERIMENTAL

O aparato experimental desenvolvido para estudo das características de transferência de calor e perda de carga quando da evaporação de misturas

refrigerante-óleo está apresentado na Figura 1.

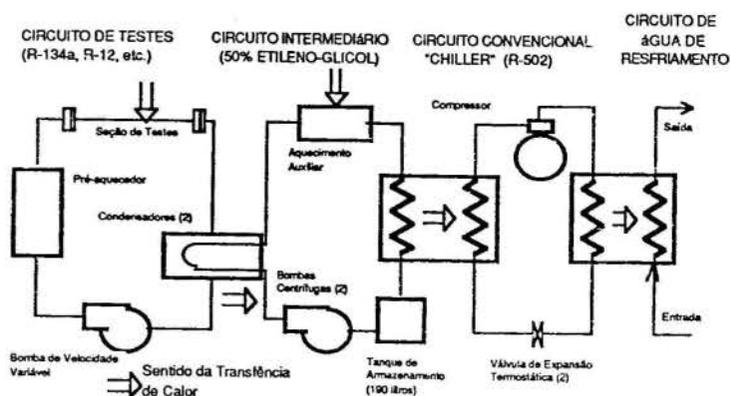


Figura 1. APARATO EXPERIMENTAL

A seção de testes está localizada no circuito de testes de evaporação, onde pode ser facilmente desconectada, caso necessário, para rápida troca ou reparo. O circuito convencional de refrigeração "chiller" contém R-502 e está acoplado termicamente ao circuito principal de evaporação através de um circuito intermediário contendo etileno-glicol.

Instrumentação. Todos os dispositivos para medida de temperatura foram calibrados num banho termostático contra termômetros de mercúrio de precisão. Após serem processadas pelo sistema de aquisição de dados, considera-se como $\pm 0,2$ °C as incertezas nas medidas de temperaturas feitas pelos termopares.

As incertezas nas medidas de pressão após serem processadas pelo sistema de aquisição de dados é considerada como $\pm 0,3$ % do fundo de escala dos transdutores de pressão. Todos os transdutores de pressão foram calibrados contra um padrão primário que utiliza pesos cilíndricos como padrões de pressão.

Para a avaliação do circuito experimental, foram rodados testes monofásicos, e os resultados experimentais do coeficiente de transferência de calor e perda de carga comparados com aqueles obtidos através de correlações já devidamente consagradas, como Dittus-Boelter, Petukhov e Blausius mostradas em Rosenow (1985). Os resultados concordaram tanto qualitativa quanto quantitativamente, com um erro relativo menor que 10% tanto para o coeficiente de transferência de calor como para a perda de carga na seção de testes.

Enquanto que a perda de carga é lida diretamente do transdutor diferencial de pressão na seção de testes, o coeficiente de transferência de calor "h" foi determinado pela lei de resfriamento de Newton, usando o valor médio das temperaturas da superfície "Ts" e a média das temperaturas da mistura refrigerante-óleo na entrada e saída da seção de testes, bem como também o fluxo de calor na seção de teste "Qts", através das seguintes equações:

$$h = \frac{\Phi_{ts}}{(T_s - T_m)} \quad (1)$$

$$\Phi_{ts} = q/A_s \quad (2)$$

onde "As" é a área superficial interna e "q" a potência térmica dissipada na seção de testes, e

$$T_s = 0,25 \cdot T_c + 0,25 \cdot T_b + 0,5 \cdot T_l \quad (3)$$

onde "Tc", "Tb" e "Tl" são respectivamente, a média aritmética das temperaturas na parte de cima, na parte de baixo e nas partes laterais medidas na seção de testes.

A fim de determinar o título na entrada da seção de testes, um balanço de energia no pré-aquecedor foi usado. A quantidade de calor adicionada pelo ambiente à seção de testes, da ordem de 10 W, foi desprezada para efeito de cálculo do coeficiente de transferência de calor.

Os testes bifásicos foram conduzidos nos limites de aplicação para ar condicionado em veículos automotores nas seguintes condições: Temperatura de saturação de 5 °C; Fluxo de Massa de 100-300-500 Kg/m².s; Fluxo de Calor de 5-10-20-30 kW/m²; Título na Entrada de 20-40-60%; óleo lubrificante nas concentrações em massa de 1-3-5 %. É importante observar que a pressão correspondente a temperatura de saturação de 5 °C para o R-134a é de 350 kPa e para o R-12 é de 363 kPa.

Para os testes bifásicos foram investigados os refrigerantes R-134a e R-12. Três diferentes óleos foram adicionados ao refrigerante R-134a: PAG Q332, PAG Q354 e Ester 0540. Vários regimes de escoamento foram observados através dos visores de vidro, bem como fenômenos como espumamento ("foaming") quando óleo foi adicionado ao refrigerante no circuito experimental.

Um fenômeno conhecido como "dryout" foi também observado para alguns testes com relativamente altos títulos, quando o filme de líquido anular na parede da seção de testes inicia evaporação completa. Isto foi detectado tanto visualmente, quanto através de uma rápida queda no coeficiente de transferência de calor devido ao acréscimo na temperatura da parede do tubo. Desde que foram observadas gotas de líquido carregadas no núcleo de vapor para este caso, é bom salientar que o título termodinâmico pode ser menor que a unidade. Na maioria dos testes realizados, os regimes de escoamento observados foram predominantemente anular. Para 300 e 500 kg/m².s os regimes de escoamento observados foram ondulado-anular, anular e tipo névoa ("mist"), enquanto que para 100 kg/m².s os regimes de escoamento observados foram estratificado-ondulado, ondulado-anular e tipo névoa ("mist").

Transferência de calor para o refrigerante puro. Foram investigados o efeito do título médio, do fluxo de massa e do fluxo de calor no coeficiente de transferência de calor. Para 300 e 500 kg/m².s, o coeficiente de transferência de calor cresce em geral com o aumento do título médio, uma vez que uma intensa evaporação na interface líquido-vapor diminui a espessura do filme de líquido, e portanto, uma menor resistência térmica para transferência de calor por ebulição convectiva dominante neste regime, como pode ser observado nas Figuras 2 e 3. Pode-se observar também que para o regime de escoamento estratificado, tipicamente para 100 kg/m².s, não há nenhum efeito considerável do título médio com relação ao coeficiente de transferência de calor. Neste regime de escoamento, o coeficiente de transferência de calor na parte de cima da seção de testes é menor que na parte de baixo, devido ao fato do líquido molhar ("wetting") a base do tubo.

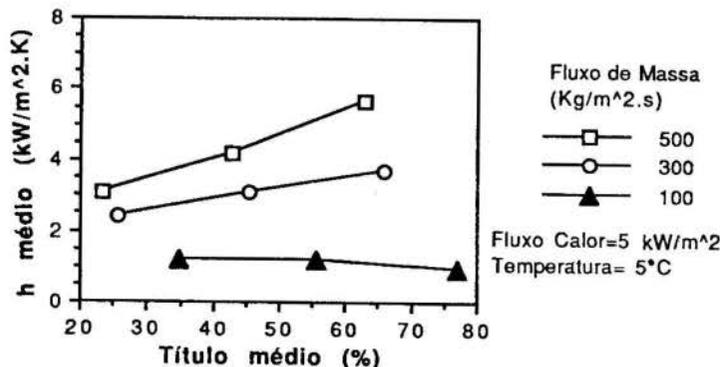


Figura 2. h vs. X para R-12 puro, com fluxo de calor constante

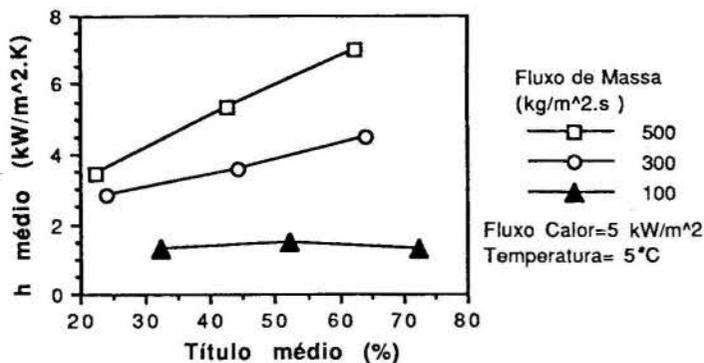


Figura 3. h vs. X para R-134a puro, com fluxo de calor constante

Nas Figuras 2 e 3 também observa-se que o coeficiente de transferência de calor cresce com o aumento do fluxo de massa, devido a velocidade maior do líquido e transição de regimes de escoamento. Quando do aumento do fluxo de massa a partir de 100 kg/m².s, o regime de escoamento muda de estratificado para anular, fazendo com que o líquido molhe completamente a parede e o núcleo de vapor escorrega no centro do tubo. Devido a isto, o coeficiente de transferência de calor para o regime de escoamento anular é tipicamente bem maior quando comparado ao estratificado.

O coeficiente de transferência de calor não é afetado significativamente pela variação do fluxo de calor para testes conduzidos no regime de escoamento anular, sendo a transferência de calor por ebulição convectiva predominante nestes testes, como mostra a Figura 4. Comparando as Figuras 2 e 3 conclui-se que o refrigerante R-134a apresenta um coeficiente de transferência de calor maior do que o R-12 nas mesmas condições, em média de 20-30 % maior, explicado em parte pelo fato de que o primeiro tem uma maior condutividade térmica da fase líquida.

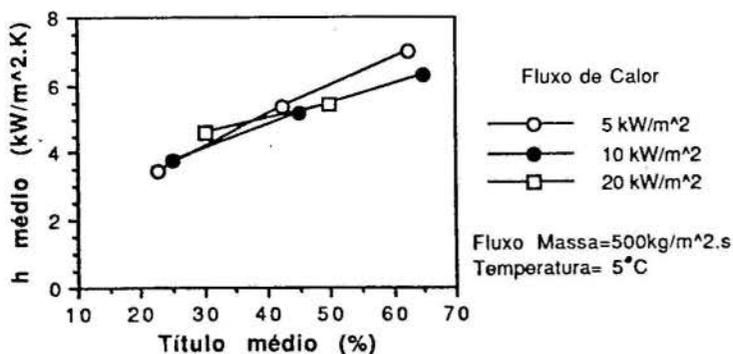


Figura 4. h vs. X para R-134a puro, com fluxo de massa constante

Influência do óleo O fato de se adicionar óleo ao refrigerante altera obviamente as propriedades da mistura como viscosidade, condutividade térmica e tensão superficial, que podem afetar consideravelmente a perda de pressão e o coeficiente de transferência de calor durante o processo de evaporação.

A evaporação do refrigerante da mistura refrigerante-óleo quando do aumento do título, pode eventualmente fazer com que a fase líquida uniforme separe em duas fases líquidas distintas, uma fase rica em refrigerante e outra fase rica em óleo, dependendo dos limites de miscibilidade. Este efeito pode aumentar o coeficiente de transferência de calor, principalmente na região de altos títulos quando a parede do tubo ficaria completamente seca ("dryout") na ausência do óleo, uma vez que o refrigerante presente na fase rica em óleo continua a evaporar e calor é conduzido através do filme de óleo líquido, ocorrendo assim o resfriamento da parede.

Um fenômeno devido a presença de óleo conhecido como espumamento ("foaming") afeta também a transferência de calor. Este espumamento ocorre no regime de escoamento anular quando a velocidade alta do núcleo de vapor ao agitar suficientemente a superfície de líquido promove a formação de bolhas, as quais não se colapsam imediatamente devido a maior tensão superficial quando comparada ao refrigerante puro.

Estes efeitos podem ser observados na Figura 5, onde é apresentada a razão entre o coeficiente de transferência de calor para mistura refrigerante-óleo e aquele para o refrigerante puro em função da concentração de óleo, para condições de testes idênticas. Em geral, com o aumento da concentração de óleo, esta razão inicialmente aumenta até uma certa porcentagem de óleo, e depois decresce. Observe que para o fluxo de massa igual a 100 kg/m².s, esta razão persiste maior que a unidade mesmo para concentração de óleo maior que 5 %, uma vez que neste caso a mistura refrigerante-óleo molha intensamente a parte de cima da parede do tubo no escoamento estratificado.

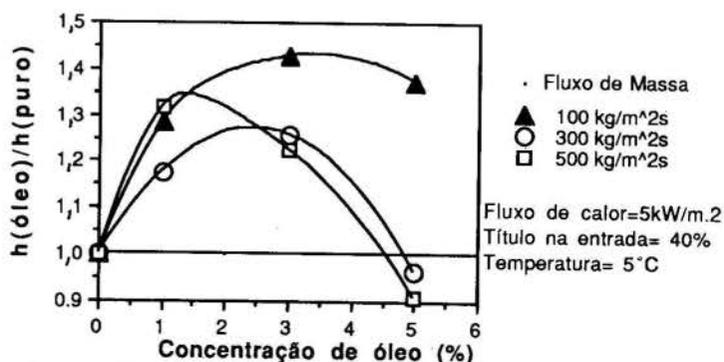


Figura 5. Razão do acréscimo do h entre o R-134a puro e Mistura com óleo-PAG 0332

Na Figura 6 é apresentada a razão entre a perda de carga para mistura refrigerante-óleo e aquela para o refrigerante puro em função da concentração de óleo, para condições de testes idênticas. Esta razão em geral cresce com

o aumento da concentração de óleo, independentemente do regime de transferência de calor, uma vez que a viscosidade da mistura sempre aumenta. Isto se deve ao fato de que o aumento da viscosidade, aumenta a tensão de cisalhamento entre a fase líquida e a parede do tubo, bem como aquela entre a superfície da fase líquida e do núcleo de vapor.

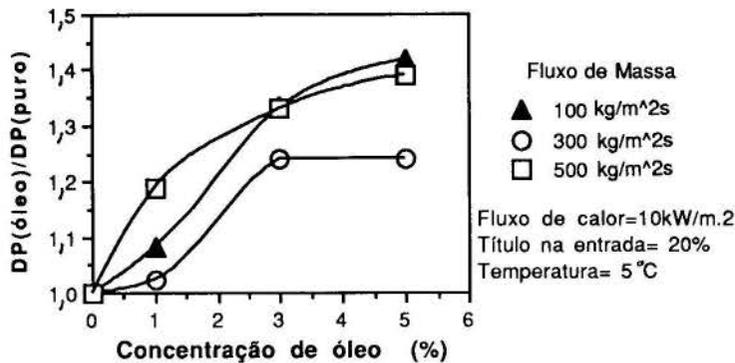


Figura 6. Razão do acréscimo da DP entre o R-134a puro e Mistura com óleo-PAG 0332

CONCLUSÕES

Os resultados obtidos das experiências realizadas foram avaliados e se mostraram coerentes não só qualitativa quanto quantitativamente, quando comparados com modelos físicos estabelecidos e com alguns resultados experimentais similares publicados na literatura disponível em Wattlelet (1992). Modificações na seção de teste estão sendo realizadas a fim de se coletar dados para a região de baixas temperaturas (-20 °C), associada à refrigeração doméstica.

A perda de carga para o R-134a foi em média de 10-20% maior que o R-12 quando comparados nas mesmas condições, enquanto que para o coeficiente de transferência de calor foi em média de 20-30% maior. A perda de pressão para mistura refrigerante-óleo em relação ao refrigerante puro aumenta com o aumento da concentração de óleo, enquanto que o coeficiente de transferência de calor aumenta até uma certa porcentagem de óleo e depois decresce.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem pelo apoio e suporte financeiro do ACRC (Air Conditioning and Refrigeration Center) associado à Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, em todas as fases do projeto, construção, montagem e operação do Aparato Experimental aqui descrito.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chaddock, J. B., Influence of oil on refrigerant evaporator performance, *ASHRAE Transactions*, Vol. 82, 1976, pp. 474-486.
Jung, D. S. & Radermacher, R., Transport Properties and Surface Tension of

Pure and Mixed Refrigerants, *ASHRAE Transactions*, Vol. 97, Part I, 1991, pp. 90-99.

McLinden, M. O., Measurement and Formulation of the Thermodynamic Properties of Refrigerants 134a and 123, *ASHRAE Transactions*, Vol. 95, Part II, 1989, pp. 185-196.

Panek, J. S., *Evaporation Heat Transfer and Pressure Drop in Ozone-Safe Refrigerants and Refrigerant-Oil Mixtures*, Tese de Mestrado apresentada à Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, Janeiro de 1992.

Rosenow, W. M.; J. P. Hartnett & Ganic, E. N., *Handbook of Heat Transfer Fundamentals*, 2 ed., McGraw-Hill, New York, 1985.

Schalager, L. M., Pate, M. B. & Bergles, A. E., A survey of refrigerant heat transfer and pressure drop emphasizing oil effects and in-tube augmentation, *ASHRAE Transactions*, Vol. 93 part 1, pp. 149-166, 1988.

Schalager, L. M., Pate, M. B. & Bergles, A. E., Performance predictions of refrigerant-oil mixtures in smooth and internally finned tubes - part I: literature Review, *ASHRAE Transactions*, 1990, V. 96, Pt. 1.

Wattlelet, J. P., *Design, Building, and Baseline Testing of an Apparatus Used to Measure Evaporation Characteristics of Ozone-Safe Refrigerants*, Tese de Mestrado apresentada à Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, Janeiro de 1991.

Wattlelet, J. P., Chato, J. C., Jabardo, J. M. S., Panek, J. S. & Renie, J. P., An experimental comparison of evaporation characteristics of HFC-134a and CFC-12, *XVIII International Congress of Refrigeration*, Montreal, 1991.

Wattlelet, J. P., Jabardo, J. M. S., Chato, J. C., Panek, J. S. & Souza, A. L., *Experimental evaluation of convective boiling of refrigerants HFC-134a and CFC-12*, *National Heat Transfer Conference*, San Diego, Agosto de 1992.

Wilson, D. P. & Basu, R. S., Thermodynamic Properties of New Stratospherically Safe Working Fluid-Refrigerant 134a, *ASHRAE Transactions*, Vol. 94, Part II, 1988, pp. 2095-2118.

ABSTRACT

An experimental circuit was developed to study the characteristics of R-12 and R-134a in evaporation of oil-refrigerant mixtures. The tests were conducted in the application limits of vehicular air conditioning. The loss of pressure in relation to the pure refrigerant increases with the increase of the oil concentration, while the heat transfer coefficient increases up to a percentage of oil and after this decreases.

PERDA DE PRESSÃO POR ATRITO EM TUBOS LISOS DURANTE ESCOAMENTO BIFÁSICO DE REFRIGERANTES

M. M. Pimenta (1), A. L. Souza (1,2), J. C. Chato (2), J. P. Wattelet (2)

(1) Escola Politécnica da USP, (2) Universidade de Illinois em Urbana-Champaign

RESUMO

Um estudo teórico-experimental de perda de pressão local por atrito em tubos lisos durante escoamento bifásico foi realizado utilizando os refrigerantes R-134a e R-12, com regimes de escoamento observados que variaram desde estratificado-ondulado para baixos fluxos de massa e títulos até anular-anular nebuloso ("misty annular") para altos fluxos de massa e títulos. A correlação desenvolvida de perda de pressão local por atrito mostrou-se adequada.

INTRODUÇÃO

A avaliação de perda de pressão para os novos refrigerantes, com o objetivo de serem seguros para a integridade da camada de ozônio, bem como reduzirem tanto quanto possível o consumo energético, é vital para o projeto adequado de evaporadores usados na indústria de refrigeração e ar condicionado.

Uma vez que a substituição mais promissora para o R-12 e o R-134a, a comparação da perda de pressão e do coeficiente de transferência de calor entre os dois refrigerantes se faz necessária. As referências (Schalager et alii, 1948) apresentam uma revisão bibliográfica enfatizando as características de perda de pressão e de transferência de calor para refrigerantes puros e na presença de óleo.

Um circuito experimental foi desenvolvido no Centro de Refrigeração e Ar Condicionado (ACRC) da Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, a fim de estudar as características de perda de pressão e transferência de calor quando da evaporação de misturas refrigerante-óleo, com enfoque principal para os novos refrigerantes seguros à integridade da camada de ozônio Wattelet (1991) e Panek (1992)

Apesar do progresso e da existência de vários estudos teóricos e experimentais publicados sobre perda de pressão (Tong, 1967 e Chisholm, 1983), uma necessidade considerável existe para o estudo de correlações que predizem de forma prática e precisa a perda de pressão por atrito quando do escoamento bifásico de refrigerantes.

APARATO EXPERIMENTAL

O aparato experimental desenvolvido para estudo das características de transferência de calor e perda de carga quando da evaporação de misturas refrigerante-óleo está apresentado na Fig. 1. Esta figura apresenta um fluxograma descritivo do circuito de testes de evaporação no qual circula a mistura refrigerante-óleo, de um circuito intermediário contendo etileno-glicol que condensa e subresfria esta mistura e de um circuito convencional de refrigeração "chiller", no qual um circuito contendo água fria e usado para resfriamento de seu condensador.

Circuito de Testes de Evaporação. Os principais componentes do circuito de testes de evaporação estão apresentados na Fig. 2.

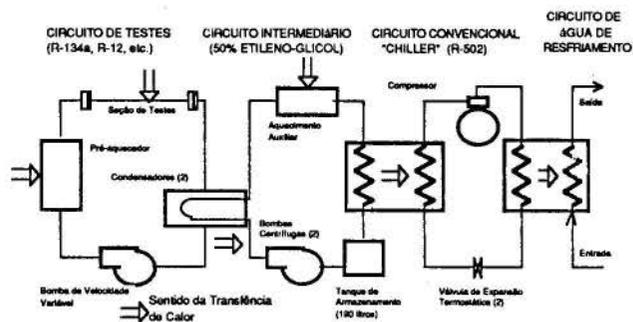


Figura 1. APARATO EXPERIMENTAL

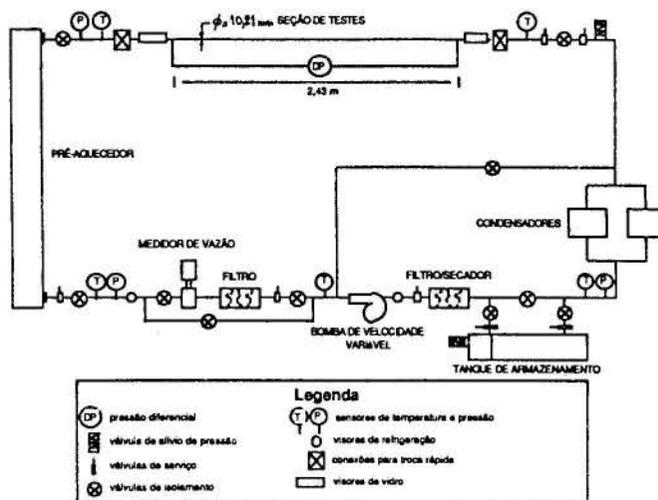


Figura 2. CIRCUITO DE TESTES DE EVAPORAÇÃO

O circuito pode ser carregado com refrigerante puro ou mistura refrigerante-óleo, a fim de se estudar as características de perda de pressão, bem como obter uma base apropriada da influência do óleo durante o processo de evaporação.

Instrumentação. Foram usados termopares tipo T para medida das temperaturas dos refrigerantes em cinco

diferentes posições no circuito, entre elas, na entrada e saída da seção de testes. Todos os dispositivos para medida de temperatura foram calibrados num banho termostático contra termômetros de mercúrio de precisão. Após serem processadas pelo sistema de aquisição de dados, considera-se como $\pm 0,2$ oC as incertezas nas medidas de temperaturas feitas pelos termopares.

Foram medidas pressões absolutas do refrigerante em três diferentes posições no circuito: entrada da seção de testes, saída do condensador e entrada do pré-aquecedor. Um transdutor diferencial de pressão foi usado para medir a perda de pressão ao longo da seção de testes. A faixa de atuação do transdutor diferencial de pressão é de 0-35 KPa. As incertezas nas medidas de pressão após serem processadas pelo sistema de aquisição de dados e considerada como $\pm 0,3$ % do fundo de escala dos transdutores de pressão.

Operação e Controle. Os parâmetros controlados na seção de testes durante a operação do circuito são: temperatura de saturação, título na entrada e fluxo de massa. Quando é atingido o estado estacionário estes parâmetros devem estar dentro da seguinte faixa dos valores objetivos: $\pm 0,2$ oC da temperatura de saturação; $\pm 1,0$ % do título na entrada e ± 5 % do fluxo de massa, sendo a condição estacionária assumida somente quando a temperatura de saturação variar menos que 0,1 oC no tempo.

As propriedades termodinâmicas e de transporte do refrigerante usadas durante coleta e análise dos dados foram obtidas das referências Wilson(1988) e Jung(1991).

METODOLOGIA DE ANÁLISE.

A perda de pressão em escoamento bifásico pode ser dividida em três componentes: atrito, aceleração e gravidade. Para a perda de pressão por atrito é necessário que se conheça o coeficiente de atrito bifásico ou o multiplicador de atrito bifásico. Já para a perda de pressão por aceleração ou gravidade, é necessário o conhecimento da fração de vazio, ou seja, razão entre a área de escoamento do gás para a área de escoamento total ASHRAE(1989). Para o circuito aqui descrito, como a seção de testes está na posição horizontal e termicamente isolada (adiabática), obviamente as componentes da perda de pressão por gravidade e por aceleração não são consideradas na análise dos resultados, sendo também assumido que o escoamento está completamente desenvolvido na seção de testes.

No modelo de Lockhart-Martinelli (1947) e Martinelli-Nelson(1948), o parâmetro " \bar{X} " é usado e definido por:

$$\bar{X} = \{(\partial p/\partial z)_l/(\partial p/\partial z)_v\}^{0.5} \quad (1)$$

onde $(\partial p/\partial z)_l$ é a perda de pressão por atrito supondo que somente a fase líquida escoe no tubo e $(\partial p/\partial z)_v$ é a equivalente para a fase vapor.

Define-se o parâmetro por Lockhart-Martinelli (1947):

$$X_{tt} = \{(1-x)/x\}^{0.875} \cdot \{\rho_v/\rho_l\}^{0.5} \cdot \{\mu_l/\mu_v\}^{0.125} \quad (2)$$

Dois multiplicadores bifásicos para a fase líquida são expressos matematicamente por Martinelli Nelson (1948):

$$\phi_L = \{(\partial p/\partial z)_a/(\partial p/\partial z)_l\}^{0.5} \quad (3)$$

$$\phi_{LO} = \{(\partial p/\partial z)_a/(\partial p/\partial z)_{LO}\}^{0.5} \quad (4)$$

CORRELAÇÃO DESENVOLVIDA

Uma correlação para estimar a perda de pressão por atrito quando do escoamento bifásico turbulento para os refrigerantes R-134a e R-12 puros foi desenvolvida, utilizando o modelo de deslizamento, onde as fases são consideradas escoar separadamente. Os dados experimentais foram correlacionados através dos parâmetros adimensionais de Lockhart-Martinelli(1948) " X_{tt} " e do número de Froude " Fr_l " para a fase líquida. O número de Froude naturalmente aparece quando forças de inércia e gravidade são significativas no escoamento (Wallis(1969) e Chisholm(1983)), principalmente para baixos títulos sendo o escoamento estratificado ou ondulado. A influência do fluxo de massa no multiplicador bifásico por atrito foi observado e bem descrito por Baroczy (1987), Isbin et alli (1987) e Chisholm (1973,1967). No caso da correlação desenvolvida neste trabalho, o efeito do fluxo de massa está representado através do número de Froude, como mostra as Eqs. 6,7 e 8.

Uma análise por regressão foi feita utilizando 52 testes para o refrigerante R-134a e 45 testes para o refrigerante R-12, a fim de se obter uma dependência funcional entre " ϕ_{LO} " e os parâmetros adimensionais " X_{tt} " e " Fr_l ", cujo valor obtido para o coeficiente de correlação foi de 0,98. O desvio absoluto médio definido por:

Desvio Absoluto

$$\text{Médio} = (100/n) \cdot \sum \text{ABS}\{(\Delta P_{\text{calc}} - \Delta P_{\text{exp}})/(\Delta P_{\text{exp}})\} \quad (5)$$

e calculado utilizando os resultados experimentais para ambos os refrigerantes, foi de 4,6 %. A forma final da correlação pode ser expressa através da seguinte equação:

$$\phi_{LO}^2 = [1.0 + c_1 \cdot (X_{tt} - c_2)] \cdot (1-x)^{1.75} \quad (6)$$

onde,

$$c_1 = 3,031 + 3,255 \cdot Fr_l - 0,759 \cdot Fr_l^2 \quad (7)$$

$$c_2 = 1,773 - 0,138 \cdot Fr_l \quad (8)$$

A Fig. 3 apresenta uma comparação gráfica entre os valores de " ϕ_{LO} " obtidos através da equação 10 e aqueles obtidos experimentalmente. Pode-se observar que os valores calculados através

da correlação obtida, para ambos refrigerantes R-134a e R-12, e os dados experimentais colocam-se dentro de uma faixa de + 10 %.

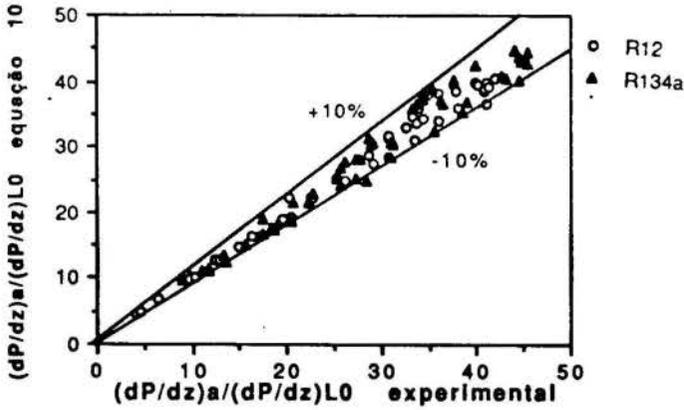


Figura 3 - Comparação para o multiplicador bifásico entre equação 10 e experimental

$$\phi_{L0}^2 = 12,82 * (X_{tt}^{-1,47}) * (1-x)^{1,8} \quad (10)$$

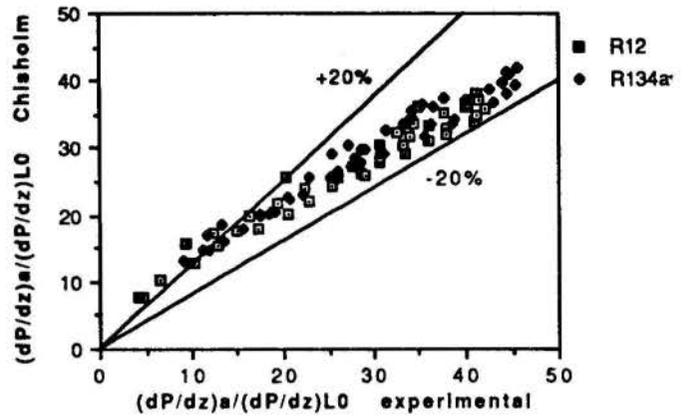


Figura 4 - Comparação para o multiplicador bifásico entre Chisholm e experimental

COMPARAÇÃO COM OUTRAS CORRELAÇÕES

Vários trabalhos foram desenvolvidos por Lockhart (1947) e Isbin et alli (1987) utilizando correlações gráficas para o cálculo dos multiplicadores bifásicos e da perda de pressão por atrito em escoamento bifásico, e portanto menos práticos e bastante trabalhosos quando comparados com aqueles que utilizam equações algébricas como função de parâmetros adimensionais. Apesar disto, estes trabalhos foram extremamente úteis para um bom entendimento dos fenômenos físicos durante escoamento bifásico, bem como dos parâmetros adimensionais associados a este.

Chisholm (1967, 1973 e 1983) publicou importantes trabalhos nesta área e contribuiu consideravelmente na obtenção de correlações para estimativa da perda de pressão por atrito em escoamento bifásico, aplicadas para diversos fluidos. A forma matemática desta correlação (Chisholm, 1973) é:

$$\phi_{L0}^2 = 1 + (\Gamma^2 - 1) * \{B * [x * (1-x)]^{0,875} + x^{1,75}\} \quad (9)$$

O desvio absoluto médio obtido entre esta correlação e os resultados experimentais foi de 12,9 %. A Fig. 4 apresenta uma comparação gráfica entre os valores de " ϕ_{L0}^2 " obtidos através desta correlação (Eq. 9) e os dados obtidos experimentalmente. Pode-se observar que os valores calculados através da correlação de Chisholm para ambos R-134a e R-12 e os dados experimentais colocam-se dentro de uma faixa de ± 20 %, havendo uma tendência desta correlação para superestimar os resultados experimentais para baixos títulos e subestimá-los para altos títulos.

Da mesma forma, Jung et alli (1989) obtiveram uma equação algébrica para o multiplicador bifásico para a fase líquida " ϕ_{L0}^2 ", utilizando os refrigerantes R-22, R-114, R-12 e R-152a, descrita matematicamente na Eq. 10.

Uma comparação gráfica entre os valores de " ϕ_{L0}^2 " obtidos através desta correlação (Eq. 10) e os dados obtidos experimentalmente esta apresentada na Fig. 5. Os valores calculados através da correlação de Jung e Radermacher superestimam os dados experimentais em média da ordem de 25 %. Isto pode ser explicado devido ao fato de que esta correlação foi obtida assumindo que a perda de pressão total durante evaporação horizontal destes refrigerantes, e então a seção de testes não adiabática, e devida somente ao atrito e portanto o termo de aceleração foi desprezado, fazendo assim com que os valores correlacionados superestimassem a perda de pressão somente por atrito.

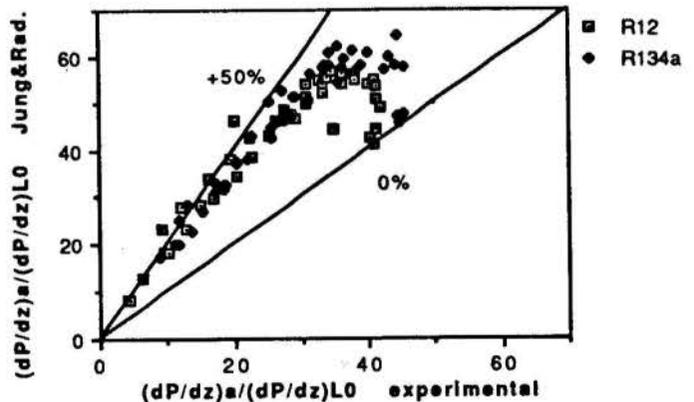


Figura 5 - Comparação para o multiplicador bifásico entre Jung&Rad. e experimental

CONCLUSÕES

Na maioria dos experimentos realizados, os regimes de escoamento observados foram predominantemente anular. Para baixos títulos e baixos fluxos de massa os regimes de escoamento observados foram tipicamente estratificado-ondulado,

enquanto que para altos títulos e altos fluxos de massa os regimes de escoamento observados foram tipicamente anular-tipo névoa, enquanto que na região intermediária de títulos e fluxos de massa os regimes observados foram tipicamente anular.

O multiplicador bifásico para a fase líquida "OLO", definido em termos da razão da perda de pressão por atrito observada e aquela supondo que todo o fluido escoe na fase líquida, mostrou-se uma função da razão de densidades e viscosidades entre as fases líquido-gás e do título da mistura ou "Xtt" (parâmetro de Lochhart-Martinelli), bem como do número de Froude "Frl" (função do fluxo de massa).

A correlação desenvolvida para a perda de pressão local por atrito em tubos lisos durante escoamento bifásico de refrigerantes, representada pelas Eqs. 10, 11 e 12, mostrou-se adequadamente bem correlacionada através dos parâmetros adimensionais "Xtt" e "Frl" com um desvio absoluto médio de 4,6 %.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem pelo apoio e suporte financeiro do ACRC (Air Conditioning and Refrigeration Center) associado a Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, fundamentais para a realização do trabalho aqui descrito.

NOMENCLATURA

B coeficiente proposto por Chisholm(1973)
 D diâmetro interno do tubo (m)
 F coeficiente de atrito
 g aceleração da gravidade (m/s²)
 G fluxo de massa (Kg/m²*s)
 L comprimento total do evaporador (m)
 n número de experimentos realizados
 P pressão (Pa)
 DP perda de pressão ao longo do evaporador (Pa)
 x título (%)
 Dx variação de título ao longo do evaporador (%)

Letras Gregas e Grupos Adimensionais

ρ densidade (Kg/m³)
 μ viscosidade dinâmica (Pa*s)
 μ índice de propriedades,
 $(\rho_l/\rho_v)^{0.5}(\mu_v/\mu_l)^{0.125}$
 Frl número de Froude, $G^2/(r_l^2 * g * D)$
 Rel número de Reynolds, $G * D / \mu_l$
 \bar{X} parâmetro de Lochhart-Martinelli,
 $((\partial p / \partial z)_l / (\partial p / \partial z)_v)^{0.5}$

Subscritos

a atrito
 calc calculado através de correlação
 exp determinado experimentalmente
 l líquido
 L somente fase líquida escoando no tubo
 LO todo o fluido escoando na fase líquida
 v vapor
 tt turbulento-turbulento

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Schalager, L. M.; Pate, M. B. & Bergles, A. E., "Performance predictions of refrigerant-oil mixtures in smooth and internally finned tubes -

part I: Literature Review", ASHRAE Transactions, 1970, V. 96, Pt. 1.

Schalager, L. M.; Pate, M. B. & Bergles, A. E., "A survey of refrigerant heat transfer and pressure drop emphasizing oil effects and in-tube augmentation", ASHRAE Transactions, Vol. 93 part 1, pp 149-166, 1988.

Wattelet, J. P., "Design, Building, and Baseline Testing of an Apparatus Used to Measure Evaporation Characteristics of Ozone-Safe Refrigerants", Tese de Mestrado, Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, Jan/1991

Panek, J. S., "Evaporation Heat Transfer and Pressure Drop in Ozone-Safe Refrigerants and Refrigerant-Oil Mixtures", Tese de Mestrado, Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, Jan/1992.

Tong, L. S., "Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1967

Wallis, G. B. - "One-dimensional Two-Phase Flow" McGraw-Hill, Inc. - New York, 1969

Chisholm, D. - "Two-Phase Flow in Pipelines and Heat Exchangers" - Longman Inc - New York, 1983.

Wilson, D. P. & Basu, R. S. - "Thermodynamic Properties of New Stratospherically Safe Working Fluid-Refrigerant 134a" - ASHRAE Transactions, Vol. 94, Part II, 1988, pp 2095-2118

Jung, D. S. & Radermacher, R. - "Transport Properties and Surface Tension of Pure and Mixed Refrigerants" - ASHRAE Transactions, Vol. 97, Part I, 1991, pp. 90-99.

1989 ASHRAE HANDBOOK FUNDAMENTALS - American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers - Atlanta, USA

Lockhart, R. W. and Martinelli, R. C. - "Proposed correlation of data for isothermal two-phase, two-component flow in pipes" - Chemical Engineering Progress, Vol. 45 N. 1, pp.39-48, 1947.

Martinelli, R. C. and Nelson, B. - "Prediction of pressure drop during forced-circulation boiling water" - Transactions of the ASME, pp. 695-702, 1948.

Baroczy, C. J. - "A systematic correlation for two-phase pressure drop" - Chemical Engineering Progress Symposium Series, Heat Transfer-Los Angeles, pp. 232-249, 1987

Isbin, H. S. et al - "Steam-water pressure drops" - Chemical Engineering Progress Symposium Series - Nuclear Engineering, N. 23 Vol. 25, pp.75-84, 1987

Chisholm, D. - "Pressure Gradients due to friction during the flow of evaporating two-phase mixtures in smooth tubes and channels", Journal Heat and Mass Transfer 1973, V 16, pp. 347-358.

Chisholm, D. - "The influence of mass velocity on friction pressure gradients during steam-water flow" - Proc. Instn. Mech. Engrs. 1967-1968, Vlo. 182 Pt 3H.

Jung, D. S. and Radermacher, R. - "Prediction of pressure drop during horizontal annular flow boiling of pure and mixed refrigerants" - International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 32 N 12, pp. 2435-2446, 1989.

ABSTRACT

An theoretical and experimental study of local loss pressure by friction in smooth tubes during a two-phase flow was realized using R-134a and R-12, with observed flow patterns which vary since stratified-wavy for low mass flux and quality to "misty annular" for high mass flux and quality. The developed correlation for local pressure loss by friction was adequated.

STEAM JET

SIMULAÇÃO DE UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO POR JATO DE VAPOR DE ÁGUA

MARCO AURELIO VILLAR CESAR
EMANUEL ROCHA WOISKI

Departamento de Engenharia Mecânica
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. FEIS - UNESP
Av. Brasil, 56 - 15378 - Ilha Solteira - SP

RESUMO

Uma simulação termodinâmica do sistema de refrigeração por jato de vapor de água tem por objetivo determinar o consumo de vapor e de água de refrigeração em relação aos vários parâmetros tais como os saltos de pressão, as irreversibilidades e a temperatura da água. Para isto, as propriedades termodinâmicas do vapor e da água foram obtidas através de um programa em linguagem C, juntamente com a solução do sistema de equações. Os resultados obtidos permitem futura análise de otimização.

INTRODUÇÃO

O sistema de refrigeração por jato de vapor de água substitui o compressor nos ciclos de refrigeração utilizando o vapor do processo como fonte de trabalho. O refrigerante então é água (vapor), e o jato retira o refrigerante do tanque de evaporação rápida (evaporador), comprime-o, e envia-o para o condensador.

O princípio de operação de um sistema de refrigeração a jato de vapor de água é relativamente simples. Se a água a uma temperatura maior que, digamos, 15°C é descarregada num tanque no qual se mantém a pressão manométrica de 1,704 kPa, a água imediatamente se resfria até 15°C e, ao fazê-lo, libera calor latente que vaporiza uma porção da água descarregada no tanque. O resfriamento de água por este sistema depende da manutenção da pressão baixa que corresponde à temperatura de saturação em que se quer a água.

A figura 1 mostra uma montagem típica para o ciclo de refrigeração a jato de vapor de água. Seus componentes são os seguintes Perry (1973):

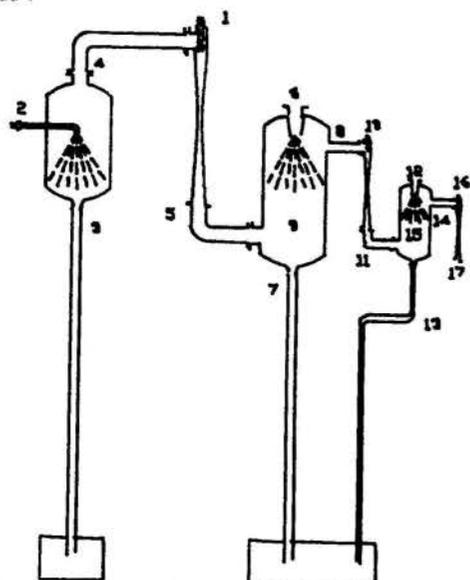


Figura 1: Sistema de Refrigeração por jato de vapor de água

Ejetor de vapor Consiste essencialmente num dispositivo cinético que utiliza o momento de um jato de alta velocidade para arrastar e acelerar um fluido em movimento mais lento para o qual se dirige. No bocal do ejedor é descarregado vapor de água a alta pressão. O vapor se expande enquanto flui através do bocal onde a velocidade cresce rapidamente.

Em virtude desta alta velocidade, o vapor que vem do tanque é continuamente aspirado pelo vapor em movimento. A mistura do vapor do jato com o vapor do tanque entra então na seção do difusor, onde a velocidade diminui gradualmente por causa do aumento da área da seção reta. A energia do vapor de água a alta velocidade comprime o vapor da água de refrigeração durante sua passagem através do difusor.

Condensador: Como em qualquer sistema de refrigeração do tipo compressão, a finalidade do condensador é liquefazer o refrigerante vaporizado. Neste sistema, liquefaz-se a mistura de vapor de água a alta pressão e o vapor do refrigerante.

No condensador a jato, a água do condensador e o vapor de água que está sendo condensado são misturados diretamente. O condensador a jato pode ser barométrico ou do tipo de nível baixo. No condensador barométrico é necessária sua elevação acima do nível de água no reservatório quente e um tubo de escoamento, de modo que a água do condensador e o condensado possam escoar por gravidade. No tipo de nível baixo, elimina-se o tubo e torna-se necessário remover a água do condensador e o condensado, por bombeamento entre o condensador e o depósito quente. As principais vantagens do condensador a jato são a pouca manutenção, em virtude da não existência de tubos, e o fato de a água do condensador poder ter vários graus de pureza.

Tanque de vaporização ("Flash Tank"): É o evaporador do sistema de jato de vapor de água, é onde se dá a evaporação de água e se obtém o resfriamento. A água morna proveniente do processo de resfriamento é finamente espalhada na câmara de vaporização por meio dos bocais e o efluente resfriado é bombeado do fundo do tanque de vaporização.

OBJETIVO

Este trabalho teve por objetivo a simulação em regime permanente do sistema de refrigeração por jato de vapor de água, visando determinar assim as suas condições de operação e a análise de seu comportamento variando-se os parâmetros conhecidos.

HIPÓTESES

- 1) Considerou-se o sistema em regime permanente;
- 2) Desprezou-se as perdas de carga nas tubulações;
- 3) Desprezou-se as perdas térmicas por convecção natural no evaporador;
- 4) Considerou-se o evaporador e os condensadores em equilíbrio termodinâmico.

METODOLOGIA

No modelamento do sistema em regime permanente utilizou-se as equações da Conservação da Massa e Energia (1ª Lei da Termodinâmica), para cada componente e a 2ª Lei da Termodinâmica para os ejetores, para os quais foi definido um rendimento entrópico η_e e também um rendimento entrópico global η_{eg} , cuja relação com os rendimentos de massa será discutida posteriormente. Para os condensadores, foi definida uma eficiência de condensação η_c que representa a taxa de incondensáveis a ser retirada pelos ejetores auxiliares para manter os condensadores a uma pressão de saturação abaixo da pressão atmosférica.

Obteve-se assim as seguintes equações onde os números representam os pontos conforme notação da figura 1.

EVAPORADOR :

$$\begin{aligned} M_2 &= M_3 + M_4 & (1) \\ H_2 &= H_3 + H_4 & (2) \\ T_4 &= T_3 & (3) \\ P_3 &= P_4 = f_1(T_3) & (4) \\ H_2 &= f_2(M_2, T_2, P_2) & (5) \\ H_3 &= f_3(M_3, T_3) & (6) \\ H_4 &= f_4(M_4, T_4) & (7) \\ M_4 &= CT / Hlv(T_3) & (8) \end{aligned}$$

EJETORES :

a) Primeiro :

$$\begin{aligned} M_1 + M_4 &= M_5 & (9) \\ H_1 + H_4 &= H_5 & (10) \\ H_1 &= f_5(M_1, T_1, P_1) & (11) \\ H_5 &= f_6(M_5, T_5, P_5) & (12) \\ P_5 &= P_0 & (13) \\ S_1 + S_4 &= \eta_{e1} S_5 & (14) \\ S_1 &= f_7(M_1, T_1, P_1) & (15) \\ S_4 &= f_8(M_4, T_4, P_4) & (16) \\ S_5 &= f_9(M_5, T_5, P_5) & (17) \end{aligned}$$

b) Segundo :

$$\begin{aligned} M_8 + M_{10} &= M_{11} & (18) \\ H_8 + H_{10} &= H_{11} & (19) \\ H_8 &= f_{10}(M_8, T_8, P_8) & (20) \\ H_{10} &= f_{11}(M_{10}, T_{10}, P_{10}) & (21) \\ H_{11} &= f_{12}(M_{11}, T_{11}, P_{11}) & (22) \\ P_{11} &= P_{15} & (23) \\ S_8 + S_{10} &= \eta_{e2} S_{11} & (24) \\ S_8 &= f_{13}(M_8, T_8, P_8) & (25) \\ S_{10} &= f_{14}(M_{10}, T_{10}, P_{10}) & (26) \\ S_{11} &= f_{15}(M_{11}, T_{11}, P_{11}) & (27) \end{aligned}$$

c) Terceiro

$$\begin{aligned} M_{14} + M_{16} &= M_{17} & (28) \\ H_{14} + H_{16} &= H_{17} & (29) \\ H_{14} &= f_{16}(M_{14}, T_{14}, P_{14}) & (30) \\ H_{16} &= f_{17}(M_{16}, T_{16}, P_{16}) & (31) \\ H_{17} &= f_{18}(M_{17}, T_{17}, P_{17}) & (32) \\ P_{17} &= P_{atm} & (33) \\ S_{14} + S_{16} &= \eta_{e3} S_{17} & (34) \\ S_{14} &= f_{19}(M_{14}, T_{14}, P_{14}) & (35) \\ S_{16} &= f_{20}(M_{16}, T_{16}, P_{16}) & (36) \\ S_{17} &= f_{21}(M_{17}, T_{17}, P_{17}) & (37) \end{aligned}$$

CONDENSADORES :

a) Primeiro (PONTO 9):

$$\begin{aligned} M_5 + M_6 &= M_7 + M_8 & (38) \\ \eta_{c1} M_5 &= M_5 - M_8 & (39) \\ T_7 = T_8 = T_9 & & (40) \\ P_7 = P_8 = P_9 & & (41) \\ H_5 + H_6 &= H_7 + H_8 & (42) \\ H_6 &= f_{22}(M_6, T_6, P_6) & (43) \\ H_7 &= f_{23}(M_7, T_7, P_7) & (44) \end{aligned}$$

b) Segundo (PONTO 15):

$$\begin{aligned} M_{11} + M_{12} &= M_{13} + M_{14} & (45) \\ \eta_{c2} M_{11} &= M_{11} - M_{14} & (46) \\ T_{13} = T_{14} = T_{15} & & (47) \\ P_{13} = P_{14} = P_{15} & & (48) \\ H_{11} + H_{12} &= H_{13} + H_{14} & (49) \\ H_{12} &= f_{24}(M_{12}, T_{12}, P_{12}) & (50) \\ H_{13} &= f_{25}(M_{13}, T_{13}, P_{13}) & (51) \end{aligned}$$

onde :

M : fluxo de massa;
T : temperatura;
P : pressão;
H : entalpia;
Hlv : calor latente da água;
S : entropia;
 η_{ei} : rendimento entrópico do ejetor i;
 η_{ci} : rendimento do condensador i;
CT : carga térmica.

SOLUÇÃO DO SISTEMA

A solução do sistema foi obtida com a substituição direta de parâmetros conhecidos nas equações. Os parâmetros são os que seguem:

$P_1, T_1, T_2, T_3, T_6, T_9, T_{15}, \eta_{e1}, \eta_{e2}, \eta_{e3}, \eta_{c1}, \eta_{c2}$ e CT.

As propriedades termodinâmicas para o vapor superaquecido foram obtidas utilizando-se a Equação de Redlich e Kwong para descrever $v(P, T)$ Equação (52) e as variações de entalpia e entropia conforme Equações (53) e (54) respectivamente.

$$P = \frac{R T}{v - b} - \frac{a}{v(v + b) T^{1/2}}$$

$$a = \frac{0,4275 R^2 T_c^{5/2}}{P_c} \quad (52)$$

$$b = \frac{0,0866 R T_c}{P_c}$$

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 C_p dT + \int_1^2 v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right) dP \quad (53)$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 C_p \frac{dT}{T} - \int_1^2 \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p dP \quad (54)$$

Para a saturação foram utilizadas rotinas computacionais desenvolvidas por Shum (1978).

Os valores das propriedades foram comparados com os valores das tabelas termodinâmicas de Keenan (1969) onde obteve-se erros razoáveis (menores que 5%).

Através de um programa computacional escrito em linguagem C, obteve-se a solução das equações acima descritas.

RESULTADOS OBTIDOS

Através da simulação realizada pelo programa, apresenta-se várias figuras através das quais pode-se analisar o comportamento do sistema sob diversas condições de operação.

A figura 2 representa o consumo de vapor por tonelada de refrigeração em relação a pressão do vapor variando-se o rendimento entrópico global, para os seguintes valores de:

$$\begin{aligned} T_1 &= 300 \text{ }^\circ\text{C} & T_0 &= 45 \text{ }^\circ\text{C} \\ T_2 &= 30 \text{ }^\circ\text{C} & T_{15} &= 85 \text{ }^\circ\text{C} \\ T_3 &= 15 \text{ }^\circ\text{C} & \eta_{e1} &= \eta_{e2} = 95 \% \\ T_6 &= 32 \text{ }^\circ\text{C} & CT &= 3513,88 \text{ W (1 TR)} \end{aligned}$$

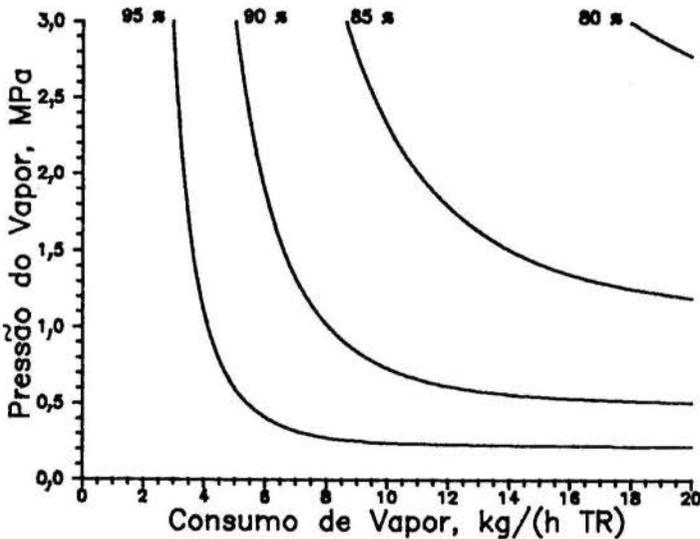


Figura 2 : Consumo de vapor para várias pressões e rendimentos entrópicos

O rendimento entrópico global foi definido da seguinte maneira:

$$\eta_{eg} = \frac{S_1 + S_{10} + S_{16} + S_4 + S_8 + S_{14}}{S_5 + S_{11} + S_{17}} \quad (55)$$

ou ainda pode ser escrito em função dos rendimentos entrópicos de cada ejetor:

$$\eta_{eg} = \frac{\eta_{e1} S_5 + \eta_{e2} S_6 + \eta_{e3} S_7}{S_5 + S_6 + S_7} \quad (56)$$

para o caso em que $\eta_{e1} = \eta_{e2} = \eta_{e3}$, temos:

$$\eta_{eg} = \eta_{e1} = \eta_{e2} = \eta_{e3} \quad (57)$$

Pode-se notar que o consumo de vapor diminui conforme se aumenta a pressão do vapor, mas esta diminuição passa a ser desprezível a partir de uma certa pressão, como exemplo para rendimento entrópico global de 95 % esta pressão é de 2 MPa aproximadamente. Nota-se também que o sistema é muito sensível ao rendimento entrópico uma vez que o consumo de vapor cresce acentuadamente conforme o rendimento diminui.

A figura 3 correlaciona o rendimento entrópico global com o rendimento de massa e com o rendimento dos condensadores. O rendimento de massa global dos ejetores foi definido conforme Equação (58).

$$\eta_m = \frac{M_{15} + M_{10s} + M_{16s}}{M_1 + M_{10} + M_{16}} \quad (58)$$

onde:

M_{15}, M_{10s}, M_{16s} : correspondem aos consumos isoentrópicos ($\eta_{eg} = 100\%$) nos respectivos pontos.

M_1, M_{10}, M_{16} : correspondem aos consumos entrópicos nos respectivos pontos.

A figura 3 foi obtida a partir dos seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} P_1 &= 2,2 \text{ MPa} & T_0 &= 32 \text{ }^\circ\text{C} \\ T_1 &= 300 \text{ }^\circ\text{C} & T_6 &= 45 \text{ }^\circ\text{C} \\ T_2 &= 30 \text{ }^\circ\text{C} & T_{15} &= 85 \text{ }^\circ\text{C} \\ T_3 &= 15 \text{ }^\circ\text{C} & CT &= 3513,88 \text{ W = 1 TR} \end{aligned}$$

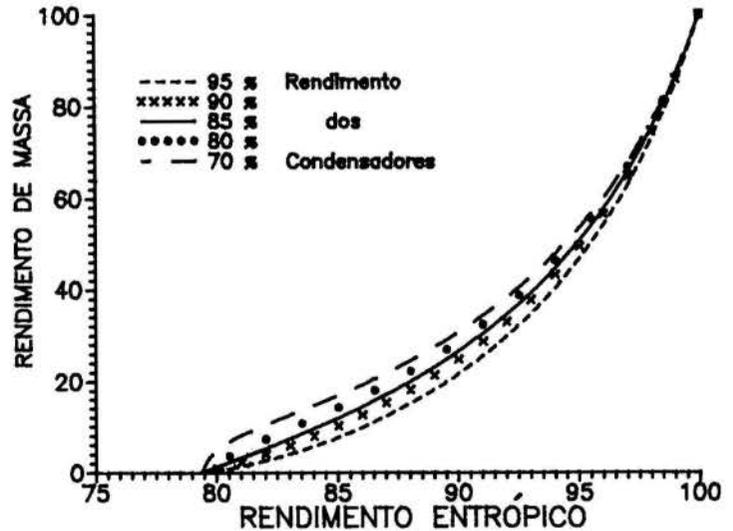


Figura 3: Correlação entre os rendimentos

O rendimento entrópico global nesta figura foi obtido utilizando-se a Equação (57) assumindo-se que o rendimento de cada ejetor é igual ao rendimento global.

Nota-se que para uma pequena variação no rendimento entrópico global temos uma variação acentuada no rendimento de massa e no rendimento dos condensadores principalmente para baixos rendimentos de massa.

A figura 4 foi obtida variando-se o rendimento η_{e1} e conservando-se os rendimentos $\eta_{e2} = \eta_{e3} = 85\%$, para os mesmos parâmetros da figura 3. Neste caso podemos observar que o rendimento dos condensadores tem uma grande influência no rendimento de massa.

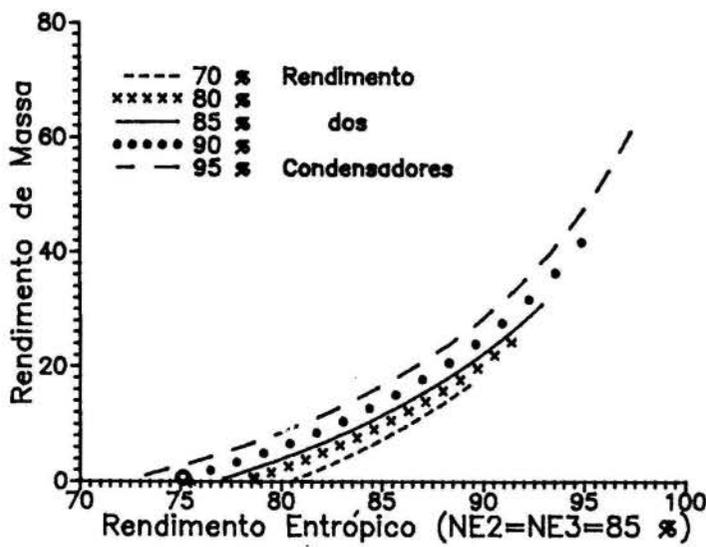


Figura 4: Correlação entre os rendimentos mantendo-se $\eta_{e2}=\eta_{e3}=85\%$

Na figura 5 observamos a influência das temperaturas de condensação no consumo total de vapor ($M_1+M_{10}+M_{16}$) para diferentes temperaturas de água fria (T_6), neste gráfico os seguintes parâmetros foram mantidos constantes:

$P_1 = 2.2 \text{ MPa}$ $\eta_{e3} = 85\%$
 $T_1 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ $\eta_{c1} = 95\%$
 $T_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ $\eta_{c2} = 95\%$
 $T_6 = 32 \text{ }^\circ\text{C}$ $M_2 = 100 \text{ m}^3/\text{h}$

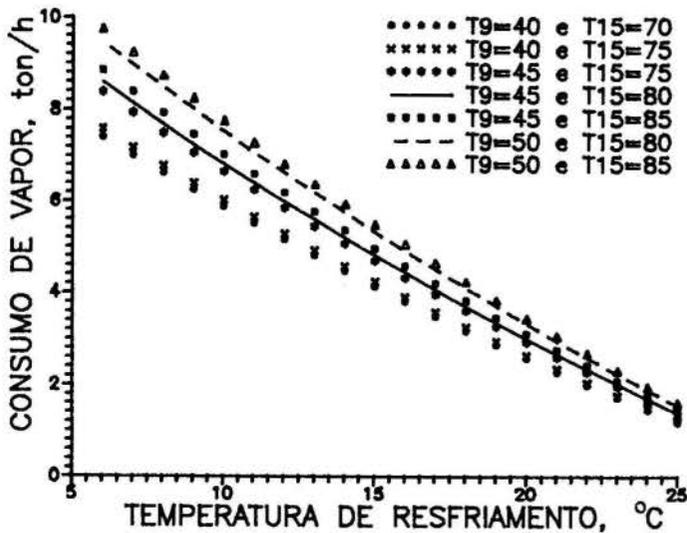


Figura 5: Consumo de vapor para várias temperaturas de resfriamento e condensação

Podemos notar que para diferentes saltos de pressões entre o evaporador e os condensadores teremos diferentes níveis de consumo de vapor. Após várias simulações concluiu-se que uma razão recomendável para os saltos de pressão seja menor ou igual a 4.

Este salto de pressão pode ser definido como a razão entre a pressão de saturação no primeiro condensador pela pressão de saturação no evaporador, de forma análoga entre o primeiro e segundo condensadores e também entre o segundo condensador e a pressão atmosférica.

$$\frac{P_0}{P_3} ; \frac{P_{15}}{P_0} ; \frac{P_{atm}}{P_{15}} \leq 4 \quad (59)$$

A figura 6 demonstra a influência da temperatura da água de condensação (T_6) para várias temperaturas de água fria (T_3) no consumo de água de condensação (M_6+M_{12}).

Para obtermos a figura 6 assume-se valores dos parâmetros iguais aos da figura 5 para que se possa também comparar o consumo de vapor com o consumo de água de condensação.

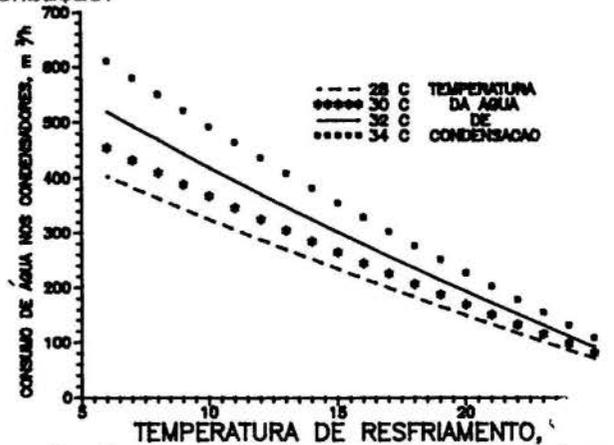


Figura 6: Consumo de água nos condensadores para várias temperaturas de resfriamento e temperaturas de água de condensação

CONCLUSÕES

Sem partes móveis, o custo de um sistema de refrigeração por jato de vapor de água reside no fornecimento de vapor à pressão adequada e na água de condensação.

Observa-se da simulação que o consumo de vapor é extremamente sensível às irreversibilidades produzidas nos ejetores bem como a sua pressão de fornecimento e à temperatura de resfriamento no tanque evaporador (Evaporador). Além disso, alterando-se os saltos de pressão entre os diversos ejetores, conforme Equação (59), pode-se também alterar significativamente o consumo de vapor, abrindo-se assim espaço para otimização.

ABSTRACT

A thermodynamic simulation of a steam jet refrigeration system was performed in order to determine the steam consumption as a function of several parameters such as the pressure jumps, the irreversibilities and the water temperatures. For that, the evaluation of the thermodynamic properties of water and steam has been included into the C computer code. The results obtained offer some room for further optimization analysis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KEENAN, J. H. et al. Steam Tables: Thermodynamic properties of water including vapor, liquid and solid phase. New York: John Wiley & Sons, 162p, 1969.

PERRY, Robert H., CHILTON, C. H. Manual de engenharia química. 5ª ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, p 12-38,12-39, 1973.

SHUM, F. B. The development of a four equation drift-flux computer code (DRIFT-4). Troy, New York, 1978 (Thesis for the degree of master of science, Rensselaer Polytechnic Institute)

ANÁLISE DO DESEMPENHO DE COMPRESSORES ABERTOS DE GRANDE PORTE

Rogério Tadeu da Silva Ferreira
Luciano Fleischfresser
Depto. de Engenharia Mecânica - UFSC
Caixa Postal 476 - 88049 Florianópolis - SC

RESUMO

É apresentado neste trabalho um modelo matemático validado, aplicado a compressores abertos alternativos. Este modelo, implementado num programa de simulação dinâmica, permite a avaliação do desempenho de um compressor de refrigeração de grande porte, e se constitui numa ferramenta muito útil quando se pretende o aperfeiçoamento de projetos já existentes, através de variações em parâmetros construtivos. A performance do compressor é analisada através da avaliação das perdas de massa e energia, que fornece o índice de desempenho em determinada condição de teste.

INTRODUÇÃO

Programas de simulação numérica têm sido amplamente utilizados a partir do advento dos computadores digitais, e os resultados demonstram ter grande utilidade no entendimento dos processos envolvidos na situação real. A reprodução fiel daquilo que ocorre na natureza tem uma relação direta com o detalhamento utilizado para a formulação do modelo matemático.

Na área da engenharia, tais programas são desenvolvidos basicamente com dois enfoques: o de sistema e o de equipamento. Sob o ponto de vista de sistema, é analisado o desempenho do conjunto constituído por vários componentes, objetivando identificar as interações que ocorrem. Já sob o aspecto de equipamento, procura-se entender o funcionamento isolado de um determinado componente, identificando maneiras de aumentar seu desempenho através do programa de simulação.

Compressores de refrigeração têm sido alvo deste tipo de estudo há um bom tempo. Conhecimento da maioria das áreas da engenharia moderna são requisitos necessários para um bom projeto de compressores. Principalmente, uma boa base em mecânica dos fluidos, transferência de calor e mecânica dos sólidos é essencial para o correto entendimento dos processos envolvidos. Ussyk e Ferreira (1985) desenvolveram um programa capaz de simular o funcionamento de compressores herméticos alternativos de alta rotação, e obtiveram resultados bastante fiéis com relação aos ensaios calorimétricos realizados no compressor em questão. A influência da pulsação dos gases nos sistemas de sucção e descarga, deste mesmo compressor, foi estudada por Mansur e Ferreira (1987), melhorando a reprodução dos resultados experimentais. Ainda, Mansur e Ferreira (1989) quantificaram o desempenho do compressor hermético através da simulação, e procuraram identificar modificações de projeto que promovessem uma redução nas perdas de massa e energia envolvidas.

Mais recentemente, Fleischfresser e Ferreira (1992) desenvolveram um programa de simulação capaz de representar o funcionamento de compressores abertos de grande porte. Tal tipo de compressor apresenta o motor de acionamento como uma peça a parte do compressor, conectado a ele por algum tipo de transmissão mecânica. Neste trabalho são exploradas algumas modificações de projeto capazes de alterar o comportamento do compressor, buscando alternativas para melhorar o rendimento deste equipamento. O compressor em análise é constituído de

4 cilindros, em V, com diâmetro de 55mm, curso de 57mm, apresentando uma capacidade de 44.900 W na condição (7,2°C, 54,4°C) para o HCFC-22.

EQUAÇÕES DO MODELO MATEMÁTICO

O volume instantâneo do cilindro $V(t)$ é dado pela soma de um volume fixo, conhecido por volume morto (V_c), com um volume variável, definido pela posição instantânea do pistão. Considerando um mecanismo do tipo biela-manivela, com raio da manivela R_1 e comprimento da biela R_2 , para o acionamento do pistão de diâmetro D , tem-se a seguinte expressão:

$$V(t) = V_c + \frac{\pi D^2 R_1}{4} \cdot \left\{ 1 + \cos \theta(t) + \frac{R_2}{R_1} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - (R_1/R_2)^2 \cdot \sin^2 \theta(t)} \right] \right\} \quad (1)$$

Assumindo que a velocidade de rotação é constante:

$$\theta(t) = \omega \cdot t \quad (2)$$

A mudança de estado do fluido refrigerante no cilindro é resultado de quatro processos termodinâmicos distintos, a saber: escoamento através da válvula de sucção (\dot{m}_{vs}), compressão e expansão no cilindro e escoamento através da válvula de descarga (\dot{m}_{vd}). A equação da Conservação da Massa, aplicada ao volume do cilindro fornece:

$$\frac{dm(t)}{dt} = \dot{m}_{vs} - \dot{m}_{vd} \quad (3)$$

onde $m(t)$ é a massa instantânea dentro do cilindro.

Para representar o processo termodinâmico no cilindro, é assumida uma transformação politrópica que fornece os valores instantâneos de pressão e temperatura, a partir da relação pressão-densidade:

$$p(t) = p_o \cdot \left[\frac{m(t)}{\rho_o \cdot V(t)} \right]^n \quad (4)$$

$$T(t) = T_o \cdot \left[\frac{p(t)}{p_o} \right]^{\frac{n-1}{n}} \quad (5)$$

onde p_o , T_o e ρ_o são condições de referência e n é o expoente da transformação politrópica.

O escoamento para dentro e para fora do volume do cilindro é devido a processos termodinâmicos que consistem em expansões através das válvulas de sucção e descarga. Na análise devem ser consideradas as possibilidades tanto de fluxo direto como reverso. Finalmente, deve-se levar em conta também as possibilidades de escoamento crítico ou subcrítico, sujeitas a hipóteses simplificativas usuais.

Na sua forma geral, a equação que define o escoamento através das válvulas, \dot{m}_v , é dada por:

$$\dot{m}_v = p_u \cdot A_v \cdot \sqrt{\frac{2k}{(k-1) R \cdot T_u}} \cdot \sqrt{\gamma^{z/k} - \gamma \left(\frac{k+1}{k} \right)} \quad (6)$$

onde p_u e T_u são a pressão e a temperatura do gás à montante da válvula, R e k são a constante do gás e o coeficiente isentrópico (c_p/c_v), γ é a razão entre as pressões à jusante e à montante (p_d/p_u) e, finalmente, A_v é a área efetiva de escoamento, parâmetro obtido empiricamente em função do deslocamento da válvula.

Na obtenção da equação do movimento das válvulas de palheta é feita a hipótese básica de que seu movimento é uma superposição dos modos de vibração livres ϕ , com frequências naturais ω e coeficientes de amortecimento ξ . Para cada modo de vibração considerado, existe uma equação diferencial que define o fator de participação modal q . Esta equação tem a seguinte forma:

$$\ddot{q}_m(t) + 2 \xi_m \omega_m \dot{q}_m(t) + \omega_m^2 q_m(t) = \frac{\int_s \phi_m(x,y) \cdot p(x,y,t) \cdot dS}{\rho \cdot h \cdot \int_s \phi_m^2(x,y) \cdot dS} \quad (7)$$

onde ρ e h são a massa específica e a espessura da palheta, $p(x,y,t)$ é a pressão instantânea local sobre o orifício e dS o elemento de área diferencial da válvula.

As deflexões instantâneas $W(x,y,t)$, para cada ponto sobre a palheta, são dadas por:

$$W(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty} q_m(t) \cdot \phi_m(x,y) \quad (8)$$

Na análise dinâmica das válvulas, deve ainda ser considerada a possibilidade de encostar no batente limitador de curso, o que propicia novas equações diferenciais similares à equação (7).

CRITÉRIOS DE DESEMPENHO

A função do compressor em um sistema de refrigeração é movimentar a máxima quantidade possível de fluido refrigerante, entre um dado intervalo de pressão (condição de trabalho), utilizando a mínima quantidade de energia.

Com esta idéia em mente, podem ser listados os dois critérios fundamentais que levam à determinação da eficiência de desempenho (Pandeya e Soedel, 1978):

- (i) A capacidade do compressor, isto é, o fluxo de massa de fluido refrigerante produzido pelo compressor em condições pré-estabelecidas. Um aumento neste fluxo de massa aumenta a eficiência de desempenho.
- (ii) A utilização efetiva da energia fornecida ao compressor, ou seja, o consumo de energia por unidade de massa deslocada. Uma redução no consumo específico de energia também aumenta a eficiência de desempenho.

O acoplamento destes dois critérios define uma expressão para a eficiência de desempenho:

$$\eta_p = \eta_{MA} \cdot \eta_E \quad (9)$$

onde η_{MA} é a eficiência de massa, que engloba todas as perdas de massa de um compressor.

O outro termo, η_E , é a eficiência de energia, e identifica todas as perdas de energia de um compressor.

A eficiência de desempenho representa a fração do desempenho ideal que pode ser atingida por um compressor submetido a condições reais de operação.

RESULTADOS

Validação. Com a finalidade de verificar alguns resultados importantes obtidos da simulação, Ferreira (1992) realizou ensaios calorimétricos em um protótipo do compressor em análise, onde foram obtidos valores para a capacidade de refrigeração e para a potência demandada em diversas condições de trabalho. Foram feitas também medições experimentais para a obtenção da variação de pressão no cilindro e as curvas de deflexão das palhetas das válvulas do compressor. Tais experimentos objetivam, em princípio, comprovar se o modelo matemático é adequado, identificando possíveis aproximações feitas na formulação que necessitem de um melhor detalhamento.

A Tabela 1 apresenta a comparação da capacidade de refrigeração em quatro condições distintas. A concordância é excelente em razões de compressão menores. Em razões de compressão maiores, os processos de transferência de calor, que ocorrem no cilindro, são mais críticos, em função da redução no fluxo de massa em circulação. O efeito de pulsação dos gases, principalmente na descarga do compressor, também é mais influente, ocasionando diferenças nos valores de pressão, de forma que a hipótese de pressões constantes nas câmaras de sucção e descarga, como está sendo considerada na simulação, fica mais fraca.

Tabela 1. Comparação da capacidade de refrigeração.

RAZÃO DE COMPRESSÃO	NUMÉRICO (Watts)	CALORIMÉTRICO (Watts)	Δ (%)
3,46	44960	44335	1,41
3,48	37644	37400	0,65
4,78	24440	23965	1,98
8,13	15640	14190	10,22

Na Tabela 2 é mostrada a comparação da potência demandada. Percebe-se que existe uma boa concordância na faixa de razões de compressão consideradas.

Com relação à comparação da variação da pressão no interior do cilindro, são mostrados, na figura 1, os resultados numéricos e experimentais para uma condição de trabalho especificada. Nota-se uma boa concordância com pequenas discrepâncias, principalmente nas fases de compressão e expansão puras. As aproximações de uniformidade dos valores de

Tabela 2. Comparação da potência demandada.

RAZÃO DE COMPRESSÃO	NUMÉRICO (Watts)	CALORIMÉTRICO (Watts)	Δ (%)
3,46	17592	18400	4,59
3,48	14048	14600	3,93
4,78	11376	11800	3,73
8,13	11244	11000	2,17

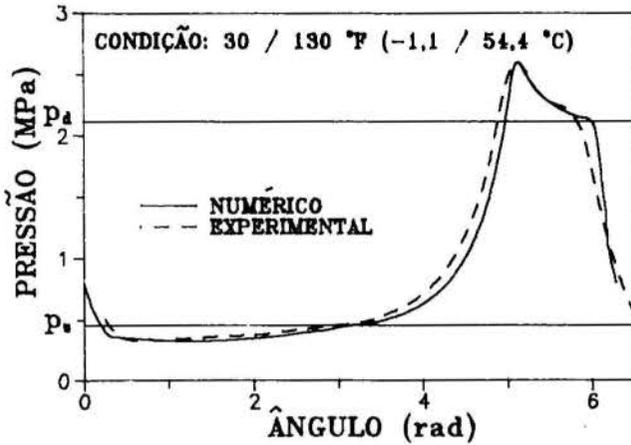


Figura 1. Variação da pressão no interior do cilindro.

pressão no cilindro, para um dado instante, e a utilização de um processo politrópico para o cálculo da pressão, são os principais motivos para as pequenas diferenças encontradas.

Outro parâmetro de fundamental importância no cálculo do desempenho do compressor é a movimentação das palhetas das válvulas de sucção e descarga. As Figuras 2 e 3 apresentam as curvas de movimentação para as válvulas de sucção e descarga, respectivamente. É mostrada a comparação entre a curva numérica e experimental, de modo que se possam identificar as deficiências do modelo matemático.

Com relação à movimentação da válvula de sucção, a duração da abertura da válvula, obtida pela simulação, está bastante próxima da curva experimental. A forma da curva numérica não concorda bem com a experimental. Novamente, os efeitos de pulsação dos gases e a consideração de um

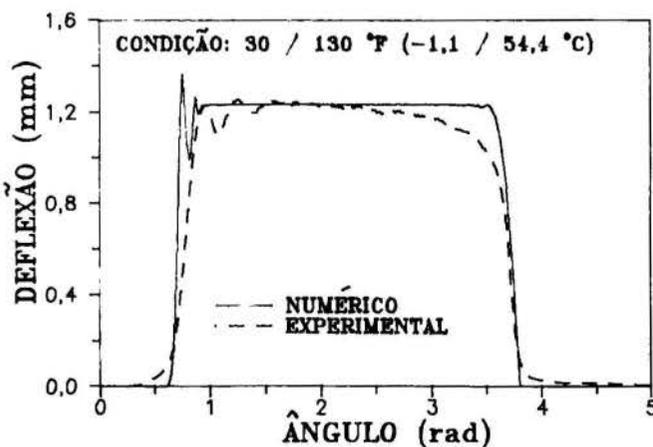


Figura 2. Comparação da movimentação da válvula de sucção.

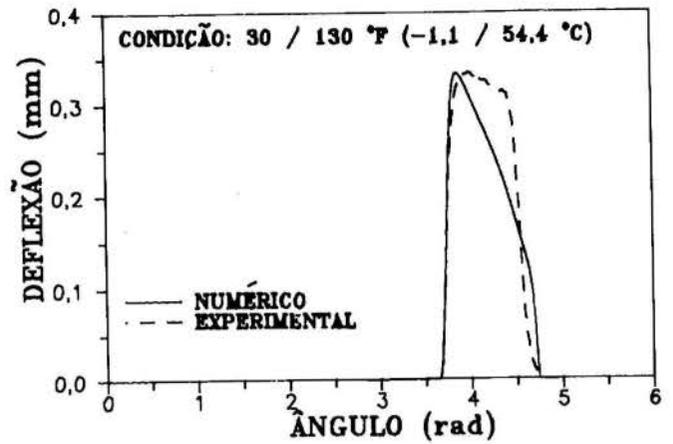


Figura 3. Comparação da movimentação da válvula de descarga.

engastamento perfeito da palheta devem ser apontados como os principais causadores para as diferenças encontradas.

Para a válvula de descarga, mais uma vez a previsão da duração da abertura da válvula está bastante próxima do valor medido. No entanto, a forma das curvas não compara bem. Aos efeitos mencionados anteriormente para a válvula de sucção, deve-se ainda ressaltar que o óleo lubrificante pode estar atuando durante a abertura da válvula, retendo-a por mais tempo em contato com a lâmina limitadora de curso.

As incertezas de medição calculadas para as várias grandezas são: pressão 2%, deslocamento das válvulas de sucção e descarga 5%, capacidade de refrigeração 6% e potência demandada 3%.

O expoente politrópico n é mantido constante para as fases de compressão e de expansão, podendo ser valores diferentes, obtidos diretamente das medições do diagrama indicado para a condição de operação do compressor. É um parâmetro de ajuste do programa para com pensar as trocas térmicas verificadas nos cilindros.

Alterações no Compressor. Uma técnica utilizada quando se deseja variar a capacidade de refrigeração de um sistema frigorífico é a substituição do virabrequim e das bielas originais do compressor por outros com novas dimensões. Para que isto não afete o volume morto, um virabrequim que tenha um determinado raio da manivela, que proporcione um menor deslocamento do pistão, deve ser compensado por uma biela mais comprida, na mesma proporção. Desta forma, o único efeito será a variação da posição do ponto morto inferior do pistão e a conseqüente alteração no fluxo de massa produzido. Na figura 5 estão apresentados três diagramas indicados para as situações ali indicadas. O aumento do curso do pistão permite admitir uma quantidade maior de fluido refrigerante, o que vai refletir no aumento da duração da abertura das válvulas e conseqüente acréscimo da capacidade de refrigeração e potência demandada.

A variação das eficiências do compressor aparece na figura 5. O comportamento das curvas mostra que existe uma faixa de relações ideais para o raio da manivela/comprimento da biela para a condição de trabalho escolhida, que se situa entre 45mm e 65mm de curso.

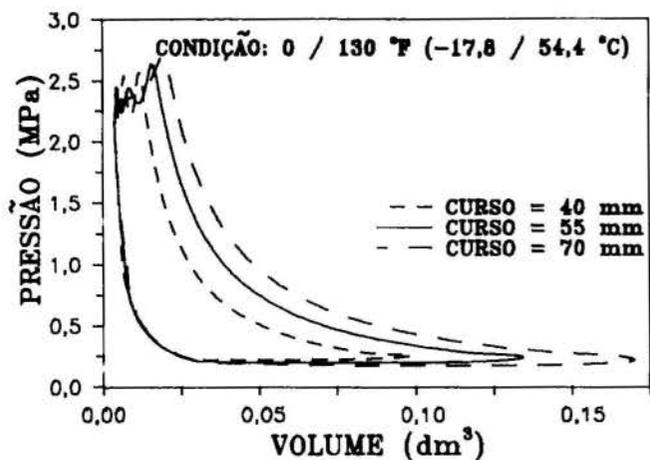


Figura 4. Diagramas indicados mostrando a influência da variação do PMI.

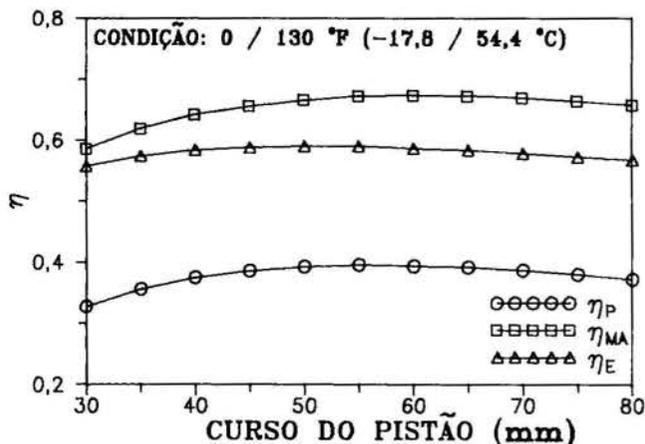


Figura 5. Variação das eficiências do compressor em função do PMI.

CONCLUSÕES

A análise do desempenho de compressores abertos de grande porte, por intermédio de um programa de simulação, é uma forma rápida e bastante segura de obter tendências a partir da variação de parâmetros construtivos e das condições de funcionamento do compressor. A comparação de resultados numéricos com experimentais, realizados em um compressor protótipo, é uma etapa importante no processo, pois serve para mostrar a qualidade do modelo matemático utilizado.

A utilização da eficiência de desempenho (η_p), como parâmetro de avaliação do rendimento do compressor, mostrou-se bastante adequada através da individualização das perdas de massa e energia. Tal índice substitui, com vantagens, outros índices tradicionais em refrigeração, como o C.O.P. e o E.E.R., na comparação de projetos distintos de compressores.

Com relação ao detalhamento da formulação matemática, cumpre notar que a desconsideração do efeito da pulsação dos gases nas câmaras e condutos do compressor, assim como a hipótese de uniformidade das propriedades termodinâmicas no volume do cilindro, são os maiores entraves a uma melhor reprodução dos resultados experimentais.

REFERÊNCIAS

- Ferreira, R.T.S., "Relatório de Pesquisa - Medição do Diagrama Indicado e de Movimentação das Válvulas do Compressor 4P-S", Convênio COLDEX-FRIGOR/UFSC/FEESC, 1992.
- Fleischfresser, L. e Ferreira, R.T.S., "Simulação de Compressores Abertos de Grande Porte," Anais do III Congresso Brasileiro de Refrigeração, Ventilação e Condicionamento de Ar, pp. 65-68, São Paulo, Brasil, 1992.
- Mansur, S.S. e Ferreira, R.T.S., "Simulação Numérica de Compressores Herméticos Considerando as Pulsações de Gás," Anais do IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 331-334, Florianópolis, Brasil, 1987.
- Mansur, S.S. e Ferreira, R.T.S., "Simulação Numérica de Compressores Herméticos Alternativos: Um Instrumento de Orientação para o Projeto Industrial", Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 509-512, Rio de Janeiro, Brasil, 1989.
- Pandeya, P.N. e Soedel, W., "A Generalized Approach Towards Compressor Performance Analysis," Proceedings of the 4th Purdue Compressor Technology Conference, pp. 135-143, 1978.
- Soedel, W., "Introduction to Computer Simulation of Positive Displacement Type Compressors," Ray W. Herrick Laboratories, Purdue University, West Lafayette, USA, 1972.
- Ussyk, M.S. e Ferreira, R.T.S., "Simulação Numérica do Desempenho de Compressores Herméticos Alternativos," Anais do VIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 229-232, São José dos Campos, Brasil, 1985.

ABSTRACT

This paper presents the validated mathematical model used to simulate the working features of an open-type reciprocating compressor. This dynamic simulation program permits the evaluation of the performance of an industrial refrigerating compressor and it is a helpful tool when the designer's intention is the optimization of the existing equipment through the variation of certain parameters. The compressor performance is analyzed by means of the evaluation of the performance index which identifies all the mass and energy losses in the compressor for certain test condition.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM SISTEMA
DE REFRIGERAÇÃO POR ADSORÇÃO

José Maurício Gurgel DEM/CCT/UFPB.
Rogério P. Klüppel DTM/CT/UFPB.

RESUMO

É apresentado um modelo matemático que simula a transferência de calor e massa durante o processo de dessorção que ocorre em um sistema de refrigeração por adsorção sólida em um coletor solar de estrutura tubular. O modelo permite a avaliação da influência das temperaturas inicial do sorvente e de operação do condensador, e de dimensões construtivas do coletor, auxiliando na otimização e dimensionamento de protótipos. Comparação com resultados experimentais mostram a coerência do modelo.

INTRODUÇÃO

Sistemas de refrigeração por adsorção sólida usando energia solar são de grande simplicidade construtiva sendo basicamente formados por três trocadores de calor interligados: Coletor solar, condensador e evaporador. O funcionamento dessas máquinas é baseado na reação química entre dois compostos que se apresentam um na forma sólida (sorvente) e outro na forma líquida ou vapor (sorbato). Os sistemas funcionam aproveitando a alternância dia/noite. Durante a noite é retirada energia térmica do evaporador através da evaporação do sorbato que é adsorvido no reator. Durante o dia com a incidência da radiação solar no coletor, o aquecimento do sorvente permite sua regeneração.

A escolha do par sorvente/sorbato depende das temperaturas de trabalho esperadas para o evaporador e também da temperatura de regeneração do sorvente.

Dada a complexidade termodinâmica de tais sistemas, a análise da influência das propriedades do par frigorígeno e das variáveis climáticas exigiria um enorme esforço experimental. Para facilitar a análise e a otimização construtiva de protótipos é preciso conseguir um modelo matemático que represente fielmente a operação de um sistema real. Alguns modelos simplificados, para um leito de geometria de placa plana, já foram apresentados por (Boubakri, 1985) e (Grenier et al., 1985). Um estudo mais completo que os mencionados acima, tendo reportado uma boa concordância entre simulação numérica e resultados experimentais, foi proposto por (Guillemot et al., 1987). Aquele modelo, entretanto foi feito para uma pequena célula experimental usando uma potência constante para a regeneração. No modelo aqui apresentado, para uma geometria cilíndrica de coletor, está incluído o fluxo de radiação solar incidente função do tempo. Este modelo permite testar a influência dos parâmetros físicos, geométricos e meteorológicos no desempenho do sistema.

EQUAÇÃO DE ESTADO DE DUBININ

O teor de sorbato retido no sorvente é dado pela relação entre massa adsorvida M_a e massa do sorvente seco M_s na forma: $\chi = M_a/M_s$.

A relação entre o teor de sorbato χ em kg/kg, a temperatura do leito sólido T (K) e a pressão em que se encontra o sorbato gasoso, P (Pa), foi proposta por (Dubinin, 1947) na forma abaixo:

$$\chi = W_0 \rho(T) \exp [-k (R T \ln (P_s / P^n))] \quad (1)$$

onde: $\rho(T)$ = massa específica do sorbato, (kg/m³);
 $R = 461,6$ (J/kg K); P_s = pressão de saturação do sorbato à temperatura do leito sorvente, (Pa); n, k e W_0 são constantes dependentes do par sorvente/sorbato. Por exemplo, para o par sílica-gel/água, essas constantes foram determinadas por (Khelifa, 1986) e são: $W_0 = 4,07 \times 10^{-4}$ m³(H₂O)/kg de sílica-gel; $n = 1$; $k = 4,912 \times 10^{-6}$ kg(H₂O)/J.

A relação de Clapeyron dá a entalpia de mudança de fase H_{mf} :

$$H_{mf} = -RT^2 (\partial \ln P / \partial T) \quad (2)$$

Derivando-se a Eq. 1 em relação a T e usando-se a Eq. 2 obtém-se, após alguma simplificação e rearranjo de termos, a entalpia de sorção H_s em função de P e T (Boubakri, 1985):

$$H_s = HL(T) + RT \ln \left(\frac{P_s}{P} \right) + \left[\frac{\alpha TR}{nK} \right] \left[T \ln \left(\frac{P_s}{P} \right)^{1-n} \right] \quad (3)$$

onde: $HL(T)$ = Calor latente do sorbato à temperatura do sorvente, (kJ/kg); α = Coef. de dilatação volumétrica do sorbato, (K⁻¹)

MODELAÇÃO PARA COLETOR/REATOR

Coletores tubulares foram utilizados no LES/UFPB (Klüppel et al., 1986) em protótipos de sistemas de refrigeração por adsorção sólida usando o par gel de sílica/água, testados anteriormente. Os coletores são compostos de cilindros metálicos justapostos com o interior preenchido por grânulos de adsorvente, com a região central ôca, conforme esquematizado na Fig. 1.

Para simular os processos que se passam no interior de um coletor como o da Fig. 1 a modelação leva em conta a condução de calor no interior do leito de sorvente e as migrações internas do sorbato decorrente do gradiente radial de temperatura no tubo. Esse modelo é construído usando-se a Equação 3 e as equações de conservação para um volume de controle do adsorvente sujeitas às simplificações abaixo:

1) A equação de estado (1) é válida para qualquer ponto do leito poroso em qualquer instante θ ou seja,

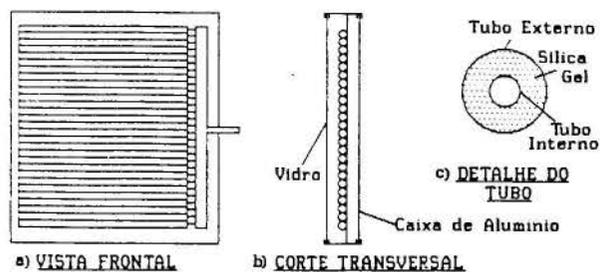


Figura 1. Desenho do Coletor Multitubular.

os processos de sorção são considerados quase-estáticos ignorando-se a resistência à difusão de massa. Essa suposição é válida quando o fluxo de calor imposto ao sistema corresponde a valores obtíveis pela incidência de radiação solar (Karagiorgas et al., 1986).

2) A pressão é considerada uniforme em qualquer ponto do sorvente para qualquer instante de tempo.

3) São desprezados quaisquer efeitos bidimensionais no interior do leito, ou seja, $T = T(r, \theta)$.

4) As propriedades termofísicas do sorvente são consideradas independentes da temperatura.

5) Não é considerado qualquer efeito de natureza convectiva no fluxo gasoso de sorbato.

6) O leito granular adsorvente em presença de vapor do sorbato é tratado como um sólido contínuo homogêneo, para efeito de condução térmica.

7) A parede metálica do tubo é considerada a uma temperatura uniforme.

8) A condensação se dá a uma temperatura constante.

O desequilíbrio térmico responsável pelo início do processo de dessorção corresponde, a partir do instante $\theta = 0$, ao fornecimento de uma potência solar incidente I' (W/m^2), a parede externa dos tubos paralelos. I' é representado por um polinômio obtido por regressão de dados de radiação solar obtidos ao longo de um dia. Um balanço de energia para a parede de um tubo cujo comprimento total (L_t) seja suficiente para preencher a área de um metro quadrado de coletor, considerado a temperatura uniforme T_w , dá:

$$I' = M_w C_{pw} \frac{\partial T_w}{\partial \theta} - 2\pi L_t r_o h_{wb} (T_w - T_b) + A_c U_g (T_w - T_a) \quad (4)$$

Na Eq. 4 os termos são definidos como:

M_w = Massa do tubo, (kg); C_{pw} = Calor específico a pressão constante do material do tubo, ($J/kg K$);

r_o = Raio externo da camada de sorvente, (m);

h_{wb} = Coeficiente de contato térmico entre o tubo e o leito de sorvente, ($W/m^2 K$); T_b = Temp. do sorvente em $r = r_o$, (K);

A_c = Área útil de captação solar, (m^2);

T_a = Temperatura ambiente, (K); U_g = Coeficiente global de perdas térmicas do coletor solar, ($W/m^2 K$).

As perdas térmicas globais de um coletor solar plano correspondem à soma das perdas pela face superior com as da face inferior, desprezando-se as perdas laterais. Assim o coeficiente global de perdas por unidade de área U_g é dado por: $U_g = U_b + U_i$ onde U_b corresponde à razão entre a condutividade térmica do isolante do fundo do coletor λ_i e sua espessura L_i : $U_b = \lambda_i/L_i$

O coeficiente de perdas pela parte superior pode ser calculado usando uma equação empírica proposta por (Klein, 1973)

$$U_t = \left[\frac{N}{(344/T_w) [(T_w - T_a)/(N + f)]^{0.31} + \frac{1}{h_v}} \right]^{-1} + \frac{\alpha (T_w + T_a) (T_w^2 + T_a^2)}{[\epsilon_v + 0.0425 N(1 - \epsilon_v)]^2 + [(2N + f - 1)/\epsilon_g] - N} \quad (5)$$

onde: $f = (1 - 0.04h + 5 \times 10^{-4} h^2)(1 + 0.056N)$; N é o número de coberturas (vidros); ϵ_g = Emitância do vidro; ϵ_v = Emitância da parede do tubo; h = coef. de convecção para o ar externo ($W/m^2 K$);

No interior do tubo o campo radial de temperatura é dado pela solução da equação da condução de calor em coordenadas cilíndricas a uma dimensão:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{q_s}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad (6)$$

onde q_s corresponde ao calor de sorção decorrente da migração do sorbato no interior do leito que é dado pelo produto da massa de sorvente pela entalpia de sorção e pela variação temporal do teor de sorbato:

$$q_s = M_s H_s \frac{\partial \chi}{\partial \theta} \quad (7)$$

onde o último termo é obtido diferenciando-se a eq. (1) parcialmente em relação a T e $\ln P$ na forma:

$$d\chi = \frac{\partial \chi}{\partial \ln P} (d \ln P) + \frac{\partial \chi}{\partial T} (dT) \quad (8)$$

fazendo-se a seguinte transformação: $d(\ln P) = f(\chi, T)$ e

$$\frac{\partial \chi}{\partial \theta} = \frac{\frac{\partial (\ln P)}{\partial \theta} - \frac{H_s}{R T^2} \frac{\partial T}{\partial \theta}}{\frac{T^{-n}}{n R K \chi} \left[\ln \frac{P_a}{P} \right]^{1-n}} \quad (9)$$

O calor específico a pressão constante do gel de sílica é admitido como uma função linear do teor de água adsorvida que pode ser aproximada por:

$$C_b = \frac{(C_s + \chi C_a)}{1 + \chi} \quad (10)$$

sendo: C_b = Calor específico a pressão cte do sorvente em processo de sorção ($J/kg K$); C_s = Calor específico a pressão cte do sorvente seco; C_a = calor específico a pressão cte do sorbato líquido.

As condições limite para a Eq. (6) são o fluxo de calor na parede do tubo em contato com o leito:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_o} = h_{wb} (T_b - T_w) \quad (11)$$

e a condição de isolamento térmico em $r = r_i$ devido à ausência de convecção:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_i} = 0 \quad (12)$$

As condições iniciais são:

$$T(r) = T_i, \text{ quando } \theta = 0 \quad (13)$$

$$P = P_i (\chi_i, T_i), \text{ quando } \theta = 0 \quad (14)$$

Um coletor funcionando num sistema de refrigeração por sorção está normalmente ligado a um condensador. Quando a pressão do leito atinge a

pressão de condensação do sorbato (P_c), que é dada pela temperatura a que se encontra o condensador uma outra condição de contorno se impõe:

$$P = P_c \quad (15)$$

Enquanto a pressão no interior do leito for inferior a do condensador, tem-se, em decorrência do gradiente de temperatura imposto, um gradiente de concentração ao longo do raio do leito que se estabelece através da difusão interna de massa. Cada ponto do leito está em equilíbrio conforme a Eq. 1, e a pressão no leito é considerada uniforme, função da temperatura e concentração média no leito. Nessa fase, a massa total de sorbato (M_a) adsorvida pela massa de sorvente (M_s), se mantém constante, sendo dada por:

$$\sum_{i=1}^{i=nn} M_{s_i} \chi_i(r) f(P, T_i) = M_a \quad (16)$$

onde nn corresponde ao número de volumes finitos discretizados, que compõem o tubo coletor.

SOLUÇÃO NUMÉRICA

A solução do sistema de equações 3, 4, 6, 7 e 9 sujeito às condições 11 e seguintes não pode ser obtida analiticamente, devido às complicações matemáticas inerentes. Aqui é mostrada uma solução numérica obtida por diferenças finitas através de uma discretização implícita. As equações acopladas são facilmente resolvidas por iterações. Uma porção de tubo de comprimento unitário foi subdividida em elementos concêntricos. Para cada um desses elementos finitos são supostas constantes as variáveis T , χ , P e consequentemente C_b . Para cada ponto são calculadas as variáveis usando as equações 3 a 9 para intervalos de tempo θ de um minuto. Para o período em que a pressão do leito for inferior a pressão do condensador, $P < P_c$, as equações são resolvidas iterativamente com as condições de contorno 11 e 12, conseguindo-se a convergência dos gradientes de T e χ .

A pressão (uniforme em todo o leito) também é obtida por convergência, sendo calculada como função de uma temperatura média do leito de tal forma que a condição da Eq. (16) seja obedecida. A pressão é calculada usando a Equação (1) em recorrência. Quando a pressão do vapor de sorbato atinge a pressão do condensador, passa a valer a condição (15) que simplifica a resolução do sistema de equações.

RESULTADOS OBTIDOS

Inicialmente o modelo foi testado pela comparação com resultados de experimentos de campo realizados com protótipos reais. Em seguida o modelo foi explorado para mostrar a influência relativa de diversas variáveis operacionais.

Comparação com resultados experimentais.

Foram usados dados geométricos, as propriedades físicas e variáveis meteorológicas referentes a um coletor anteriormente ensaiado no LES/UFPb (Kluppel e Gurgel, 1988a). Esses dados se referem a um coletor em tubo de cobre de 42 mm DE com um vazio interno de 15 mm DI cheio com sílica-gel do tipo "Sorbead R" com as seguintes propriedades no estado anidro: $\rho=800 \text{ kg/m}^3$; $\lambda = 0.16 \text{ W/m}^2\text{K}$ e $C = 850 \text{ J/kg K}$.

Durante os experimentos foram medidas as temperaturas no interior do evaporador, dentro do tubo em contato com o adsorvente e do ar ambiente. A radiação solar no plano do coletor também foi obtida, conforme detalhado em (Kluppel e Gurgel, 1988b).

Foram escolhidos para demonstração os resultados obtidos durante um dia de boa insolação com baixa nebulosidade. Os dados referentes à radiação no plano

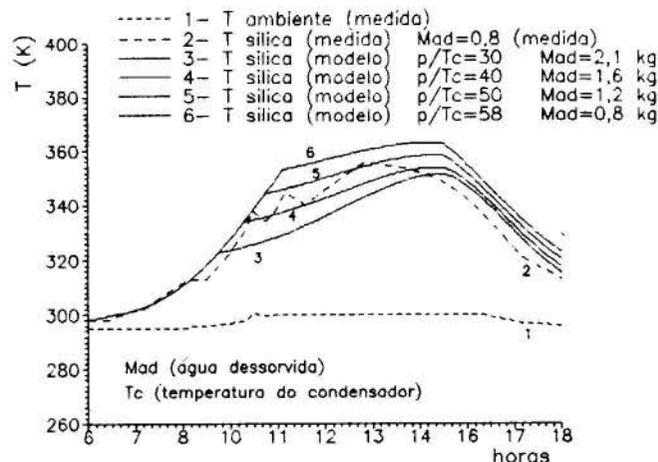


Figura 2. Comparação entre resultados experimentais e simulação para a temperatura do leito poroso função de diferentes temperaturas de condensação do sorbato.

do coletor e a temperatura ambiente instantâneas para uso no modelo, são obtidos por regressão polinomial a partir das curvas medidas. A concentração inicial foi calculada a partir da temperatura medida da sílica no coletor sob a pressão referente à saturação do sorbato à temperatura medida no evaporador. A simulação é realizada por todo o período em que pode ocorrer dessorção, das 6:00 às 18:00 h, com passos de um minuto.

Os dados experimentais não foram obtidos tendo em vista sua utilização num modelo matemático de forma que não podem ser totalmente aproveitados aqui. A principal dificuldade reside na determinação da real temperatura de condensação, que determina a pressão do coletor.

Pode-se observar na fig. 2 que já existe um bom acordo entre as temperaturas medidas e calculadas. Considerando-se que o estágio atual do modelo já dá uma precisão aceitável pode-se explorá-lo para verificar a influência relativa dos parâmetros.

Influência da temperatura do condensador

A influência da temperatura do condensador, que determina a pressão durante a dessorção foi analisada com o modelo usando os dados de operação citados acima. Foi variada apenas a pressão do condensador (função da temperatura) para cada uma das curvas 3 a 6 na Figura 2. É mostrado na legenda da Fig. 2 a quantidade de água dessorvida para as diversas temperaturas de condensador. Os resultados obtidos mostram a grande influência da temperatura do condensador na temperatura de funcionamento do coletor e na quantidade final de água dessorvida, mostrando que aquela variável é crucial para o dimensionamento e otimização do projeto de um refrigerador solar. A temperatura inicial do leito (início da manhã), que influi no teor do sorvente, foi também analisada com o uso do modelo. O resultado obtido é mostrado na Fig. 3 que representa a massa total de água dessorvida em função da temperatura de condensação, para as mesmas condições da Fig. 2, com diferentes temperaturas iniciais de sorvente. A Fig.3 evidencia a importância de um bom resfriamento noturno do coletor.

Influência da quantidade de sorvente.

Conservando-se a mesma geometria multitubular mostrada na Fig. 1, a quantidade de sorvente contida por metro quadrado de coletor varia em função do diâmetro dos tubos. O modelo foi então usado para estudar a influência da quantidade de sílica no coletor, fator importante para o dimensionamento de sistemas reais. Foi simulado o funcionamento do coletor usando os mesmos dados de operação da figura 2, variando-se o diâmetro dos tubos, mantendo-se a

mesma área de coletor (1 m^2). Foram usados diversos diâmetros externos do tubo entre 28 e 100 mm, e obtidos valores de massa total desorvida para duas condições distintas de insolação. Os resultados estão na figura 4 onde pode-se observar que para as condições climáticas simuladas, o diâmetro de tubo que permite a maior quantidade desorvida corresponde a 42 mm, comprovando o acerto das estimativas realizadas na construção dos primeiros protótipos no LES/UFPb. A figura mostra ainda um patamar de diâmetros que significa que outras variáveis devem ainda ser levadas em consideração na otimização final dos protótipos.

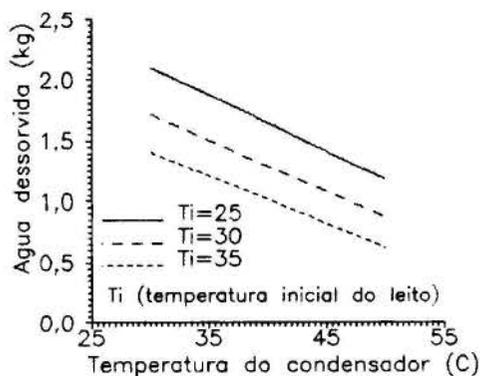


Figura 3. Quantidade de sorbato desorvido em função da temperatura inicial do sorbato para diversas temperaturas de operação do condensador.

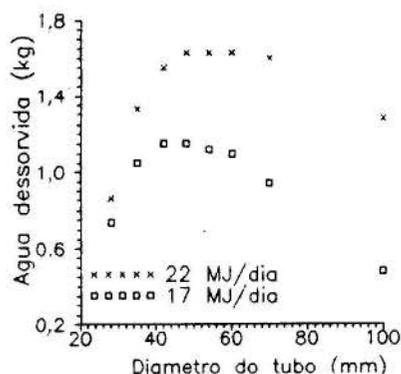


Figura 4. Quantidade de sorbato desorvido em função do diâmetro do tubo do coletor.

CONCLUSÕES

Os primeiros resultados da simulação aqui apresentados, mostram concordância e coerência com os dados obtidos experimentalmente. Para se ter maior confiança no modelo é preciso ainda que se tenha uma concordância entre experiência e simulação maior que a que é apresentada na fig. 2. Para tal está em montagem uma bancada experimental bem instrumentada onde deverá ser medida com toda a precisão possível a temperatura da água na mudança de fase no interior do condensador como também da medição de temperaturas e pressão no interior do leito poroso. O modelo será completado com a simulação das trocas térmicas no condensador e no evaporador e a inclusão do processo

de sorção. A inclusão das perdas de carga nas tubulações e no interior do leito permitirão finalmente a obtenção de um modelo que se aproxime da realidade a ponto de poder ser usado para outros pares frigorígenos e no dimensionamento de protótipos comerciais.

REFERÊNCIAS

- Boubakri, M. "Détermination des caractéristiques thermodynamiques du couple charbon-actif AC-35 - méthanol et étude de son application à la réfrigération solaire". Tese de Doutorado, Universidade Paris VI, França, 1985.
- .Dubinin, M.M., Zaverina, E.D., Radushkevich zh, Fiz.Khim. 21 1351, (1947).
- Grenier, P., Pons M., Diby, A., Intersol 85, Pergamon Press Vol.2 (1985).
- .Guillemot, J., Meunier, F., Paklesa, J., "Heat and mass transfer in a non-isothermal fixed bed solid adsorbent reactor", Int. J. Heat & Mass Transfer, 30, pp 2225-2245. (1987).
- .Gurgel, J.M., Klüppel, R., "Effect of Intensification of the Heat Transfer Coefficient in Adsorption Beds for Solar Devices" Anais do II Congresso Norte-Nordeste de Eng. Mecânica, J. Pessoa, Pb (1992).
- .Karagiorgas, M. et Meunier, M., "Etude de la relaxation d'un réacteur à zéolithe pendant la desorption éclair provoqué par un échelon de pression" Chem. Engng J. 32, 171-192 (1986).
- .Klein, S. A., "The Effects of Thermal Capacitance Upon the Performance of Flat-Plate Solar Collectors", Ph.d Thesis University of Wisconsin, Australia, 1973.
- .KlÜppel, R., Gurgel J.M., "Solar Cooled Drinking Fountain", Sunworld 12. 4, (1988a).
- .KlÜppel, R., Gurgel, J.M., "Solar adsorption cooling using silica gel/water", in W.H. Bloss & E. Pfisterer (eds.) Advances in Solar Energy Technology 3, Pergamon Press pp. 2627-2631. (1988b).
- .Khelifa, N. Comunicação pessoal (1988).

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi executado com o apoio do CNPq através do Auxílio Nr. 500761/90-6 EM

ABSTRACT

It is shown here a mathematical model of an infinite tube filled with a porous sorbent during the time, temperature and pressure dependent process of desorption of a gaseous sorbate. The model is a tool to study the dynamic behavior of tubular solar collectors for use in solid sorption cooling devices. The Dubinin equation is used to link the state variables of the couple sorbent/sorbate and the conservation equations are solved by finite differences using an implicit method. The first results yielded by the use of the model were compared to experimental data obtained previously. The results presented here illustrate the possibilities of the simulation and show the need of further improvement of the model.

ESCOAMENTO LAMINAR ATRAVÉS DE VÁLVULAS EXCÊNTRICAS
 DE COMPRESSORES DE REFRIGERAÇÃO

GASCHE, J.L., FERREIRA, R.T.S.* , PRATA, A.T.*
 FEIS/UNESP
 * DEM/UFSC

SUMÁRIO

O escoamento laminar em um difusor radial excêntrico, representando o modelo de laboratório de um sistema de válvula de compressores de refrigeração, é estudado numericamente com validação experimental. O procedimento experimental, assim como os equipamentos utilizados são brevemente descritos. A distribuição de pressão e força sobre a palheta são apresentadas para vários números de Reynolds, diferentes afastamentos e excêntridades.

INTRODUÇÃO

O entendimento do escoamento de gás através de válvulas automáticas de compressores de refrigeração é essencial para o modelo matemático usado em um programa de simulação do compressor, visto que o campo de escoamento é o responsável pela abertura e fechamento da válvula.

Deschamps (1987) e Ferreira et al. (1989) analisaram numericamente, com validação experimental, o escoamento laminar, incompressível e isotérmico de ar através de difusores radiais concêntricos com o propósito de entender o escoamento através de válvulas de compressores. Deschamps (1987) apresenta uma boa revisão bibliográfica com relação a este assunto. Entretanto, poucos sistemas de válvulas de compressores apresentam este tipo de concêntridade. Com o intuito de aperfeiçoar o modelo, tornando-o mais próximo da situação real da maioria dos sistemas de válvulas de compressores de refrigeração, a análise do escoamento através do difusor radial excêntrico, mostrado na Fig. 1, é realizada neste trabalho.

Pode ser observado na Fig. 1 que a presença da excêntridade entre o orifício de passagem e o disco frontal, que é similar à palheta de deslocamento paralelo, gera regiões com recobrimentos diferentes. Isto causa uma distribuição circunferencial não uniforme no fluxo de massa saindo do orifício de passagem. O escoamento se ajusta de tal forma que a componente principal da velocidade na região do difusor, v , aumenta progressivamente da região (2) para a (1). Este fato produz uma distribuição assimétrica de pressão sobre a palheta e, portanto, o escoamento torna-se tridimensional.

O objetivo deste trabalho é apresentar resultados numéricos para o escoamento laminar, incompressível, isotérmico e em regime permanente de ar através de difusores radiais excêntricos. O modelo numérico foi validado pelas boas comparações com as distribuições experimentais de pressão sobre a palheta. São apresentados resultados numéricos para a distribuição de pressão e força resultante sobre a palheta. O procedimento experimental e os equipamentos utilizados são descritos sucintamente.

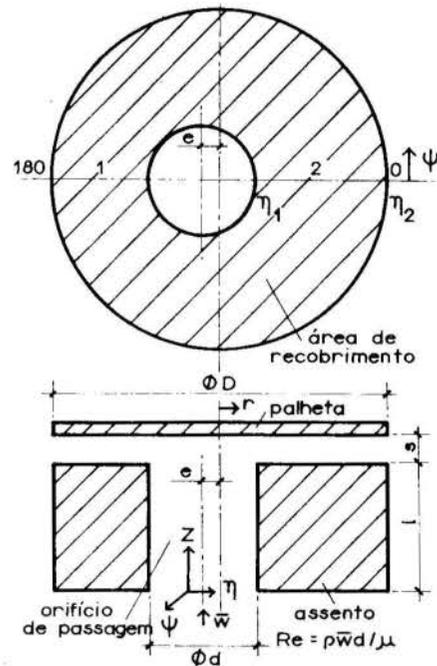


Fig. 1. Geometria do escoamento

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A geometria do difusor excêntrico estudado, descrita pelo sistema de coordenadas bicilíndricas (ψ, η, z) , é apresentada na Fig. 1. O ar escoou axialmente (direção z) através do orifício de passagem de diâmetro d e comprimento l e, ao incidir sobre a palheta de diâmetro D , é forçado a passar pelo canal de altura s , formado pela palheta e assento, escoando nas direções η e ψ . O disco com o orifício de passagem é análogo ao assento da válvula e o disco frontal corresponde à palheta.

O problema hidrodinâmico é governado pelas equações da continuidade e Navier-Stokes (1-4), escritas no sistema de coordenadas bicilíndricas para escoamento laminar, incompressível, isotérmico e em condições de regime permanente.

$$\frac{1}{h^2} \left[\frac{\partial(\rho h u)}{\partial \psi} + \frac{\partial(\rho h v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\rho h^2 w)}{\partial z} \right] = 0 \quad (1)$$

$$1/h^2 [\partial(\rho u u) / \partial \psi + \partial(\rho h v u) / \partial \eta + \partial(\rho h^2 w u) / \partial z] =$$

$$-1/h \partial p / \partial \psi + \mu / h^2 [\partial^2 u / \partial \psi^2 + \partial^2 u / \partial \eta^2 + h^2 \partial^2 u / \partial z^2]$$

$$+ \mu / h^2 [2/h \cdot \partial h / \partial \eta \cdot \partial v / \partial \psi - 2/h \cdot \partial h / \partial \psi \cdot \partial v / \partial \eta -$$

$$- u / h (\partial^2 h / \partial \psi^2 + \partial^2 h / \partial \eta^2)] - \rho / h^2 [u v \cdot \partial h / \partial \eta -$$

$$- v^2 \cdot \partial h / \partial \psi] \quad (2)$$

$$1/h^2 [\partial(\rho h u v) / \partial \psi + \partial(\rho h v v) / \partial \eta + \partial(\rho h^2 w v) / \partial z] =$$

$$-1/h \partial p / \partial \eta + \mu / h^2 [\partial^2 v / \partial \psi^2 + \partial^2 v / \partial \eta^2 + h^2 \partial^2 v / \partial z^2]$$

$$+ \mu / h^2 [2/h \cdot \partial h / \partial \psi \cdot \partial u / \partial \eta - 2/h \cdot \partial h / \partial \eta \cdot \partial u / \partial \psi -$$

$$- v / h (\partial^2 h / \partial \eta^2 + \partial^2 h / \partial \psi^2)] - \rho / h^2 [u v \cdot \partial h / \partial \psi -$$

$$- u^2 \cdot \partial h / \partial \eta] \quad (3)$$

$$1/h^2 [\partial(\rho h u w) / \partial \psi + \partial(\rho h v w) / \partial \eta + \partial(\rho h^2 w w) / \partial z] =$$

$$- \partial p / \partial z + \mu / h^2 [\partial^2 w / \partial \psi^2 + \partial^2 w / \partial \eta^2 +$$

$$+ h^2 \partial^2 w / \partial z^2] \quad (4)$$

onde u , v e w são as velocidades nas direções ψ , η e z , respectivamente, p a pressão, ρ a massa específica, μ sua viscosidade dinâmica e h refere-se à raiz quadrada da métrica do sistema de coordenadas bicilíndricas.

As condições de contorno necessárias para completar a especificação do problema são dadas pelas equações (5).

$$u=v=w=0 \text{ em } z=1+s, \quad \eta=\eta_2, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi \quad (5.a)$$

$$u=v=w=0 \text{ em } 0 \leq z \leq 1, \quad \eta=\eta_2, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi \quad (5.b)$$

$$u=v=0 \text{ e } w=\bar{w} \text{ em } z=0, \quad \eta \geq \eta_1, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi \quad (5.c)$$

$$u=v=w=0 \text{ em } z=0, \quad \eta_2 \leq \eta \leq \eta_1, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi \quad (5.d)$$

$$w = \partial(\rho h u) / \partial \eta = \partial(\rho h v) / \partial \eta = 0 \text{ em } 1 \leq z \leq 1+s,$$

$$\eta = \eta_2 \text{ e } 0 \leq \psi \leq 2\pi \quad (5.e)$$

SOLUÇÃO NUMÉRICA

As equações diferenciais (1)-(4) e as condições de contorno (6) são discretizadas usando o método dos volumes finitos desenvolvido por Patankar (1980). A discretização detalhada das equações é apresentada por Gasche (1992).

Para o caso especial do difusor radial excêntrico, o modelo numérico deve considerar uma pressão manométrica de referência igual a zero na saída do difusor, ou seja, $p=0$ para $1 \leq z \leq 1+s$, $\eta=\eta_2$ e $0 \leq \psi \leq 2\pi$. No presente trabalho, isto foi conseguido fazendo o coeficiente principal da equação para a correção da pressão, p' , pertencente ao algoritmo SIMPLE, muito grande nos volumes de controle do contorno.

A malha utilizada na obtenção dos resultados contém 30240 pontos nodais, sendo 14 pontos na direção ψ , 54 pontos na direção η e 40 pontos na direção z .

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A fig. 2 apresenta uma vista esquemática de toda a bancada experimental. Ar comprimido, armazenado em três tanques de 450 litros ligados em série, a uma pressão máxima

de 12 bar, escoa por uma tubulação de PVC de 3 pol de diâmetro e 6,5 m de comprimento até atingir a secção de teste. Uma válvula controladora de vazão e um medidor de vazão tipo placa de orifício calibrado são instalados ao longo do escoamento. A secção de teste é composta por um disco de alumínio (ϕ 150 mm, $l=28$ mm), contendo um orifício (ϕ 30 mm), pela palheta, um disco de aço inox (ϕ 90 mm), contendo um cursor com um pequeno furo para medir a distribuição de pressão e por um sistema de posicionamento usado para ajustar a palheta no local desejado. A palheta da válvula, representada pelo disco frontal, é mostrada na Fig. 2. Diametralmente existe um cursor contendo uma tomada de pressão (ϕ 0,7 mm) central, interligada a uma das extremidades por um canal interno. Nesta extremidade é conectado um transdutor diferencial indutivo de pressão. Na extremidade oposta é conectado um transdutor indutivo de deslocamento, responsável pela leitura da posição radial instantânea da tomada de pressão. Ambos os sinais são introduzidos em uma ponte amplificadora e, depois, em um microcomputador através de um conversor analógico/digital. Os sinais são tratados por um programa de aquisição de dados capaz de registrar os sinais de pressão a cada distância de 0,5 mm.

O sistema de posicionamento da palheta, composto por 5 mesas móveis, permite o seu posicionamento no afastamento, s , e excentricidade, e , desejados, além do ajuste correto do paralelismo e concentricidade entre palheta e assento. Maiores informações sobre o aparato experimental são fornecidas por Gasche (1992).

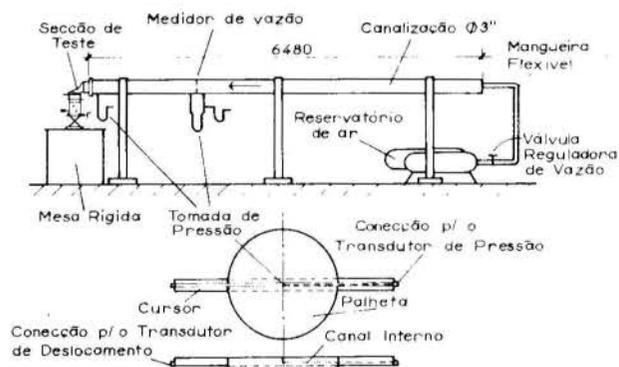


Fig. 2. Esquema do aparato experimental

Antes de iniciar a tomada de dados, são necessários alguns ajustes na bancada experimental. Inicialmente, é determinada a separação de referência entre os discos. O disco frontal é cuidadosamente posicionado usando um gabarito de papel, contendo o desenho da palheta, que é fixado no assento da válvula assegurando a concentricidade e paralelismo grosseiros entre palheta e assento. Um ajuste mais fino é conseguido com o uso de uma esfera de aço padrão de 3,174 mm de diâmetro que é passada ao longo da folga existente entre os discos. Simultaneamente, a palheta vai sendo ajustada de tal forma que o deslizamento da esfera seja o mais uniforme possível em toda a posição. Esta posição é a referência para a determinação do afastamento desejado. A verificação final é feita usando a própria distribuição de pressão sobre a palheta. Para a máxima vazão desejada e uma separação entre os discos, a simetria do

perfil de pressão é checada. Se esta simetria não estiver dentro da faixa de 2%, o procedimento acima é repetido quantas vezes for necessário. A incerteza no posicionamento da palheta é menor que 0,01 mm.

As principais quantidades medidas no experimento são: distribuição radial de pressão sobre a palheta, vazão do escoamento, afastamento entre palheta e assento e excentricidade entre palheta e orifício de passagem. A distribuição de pressão é medida por um transdutor indutivo de pressão com fundo de escala de 0,01 bar ou 0,1 bar para as maiores pressões.

A incerteza associada aos resultados experimentais resultam em valores da ordem de 1% para a distribuição adimensional de pressão sobre a palheta, segundo o método de Holman (1981). Entretanto, levando em consideração a contribuição da incerteza do afastamento entre os discos, ela é menor do que 10%, conforme apresentado por Gasche (1992).

RESULTADOS

Uma comparação típica entre os resultados experimental e numérico para a distribuição radial de pressão sobre a palheta é mostrada na Fig. 3. A validação da solução numérica é evidenciada pela boa concordância entre os resultados.

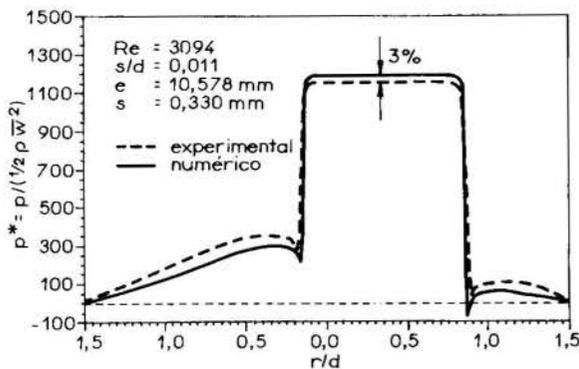


Fig. 3. Comparação entre os resultados numérico e experimental

Os resultados numéricos para a distribuição radial de pressão sobre a palheta são apresentados nas Figs. 4 a 9. Pode ser observado a grande influência do afastamento e número de Reynolds sobre o perfil adimensional de pressão, especialmente para $s/d=0,01$. A influência da excentricidade, no entanto, é relativamente pequena.

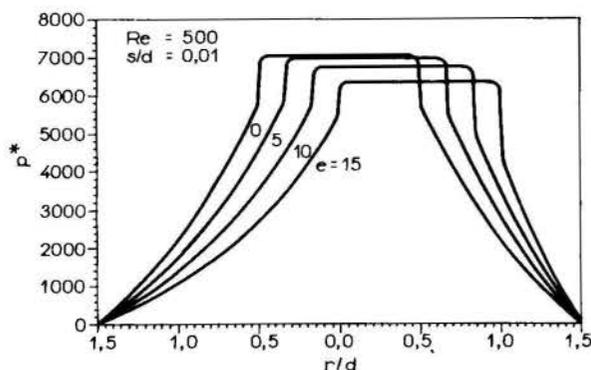


Fig. 4. Perfil adimensional de pressão para $Re=500$, $s/d=0,01$

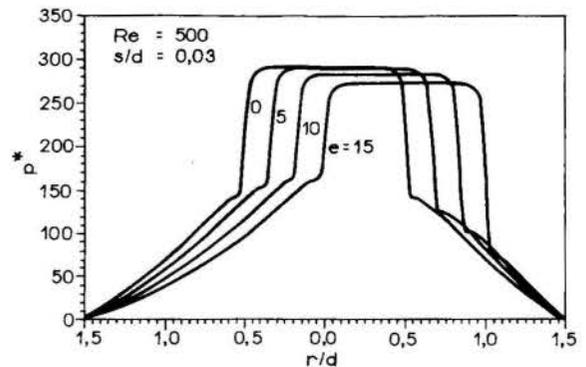


Fig. 5. Perfil adimensional de pressão para $Re=500$, $s/d=0,03$

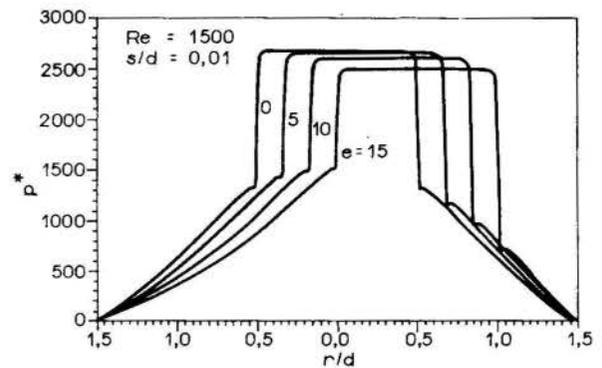


Fig. 6. Perfil adimensional de pressão para $Re=1500$, $s/d=0,01$

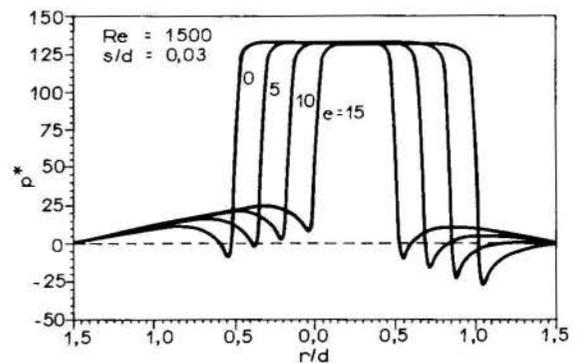


Fig. 7. Perfil adimensional de pressão para $Re=1500$, $s/d=0,03$

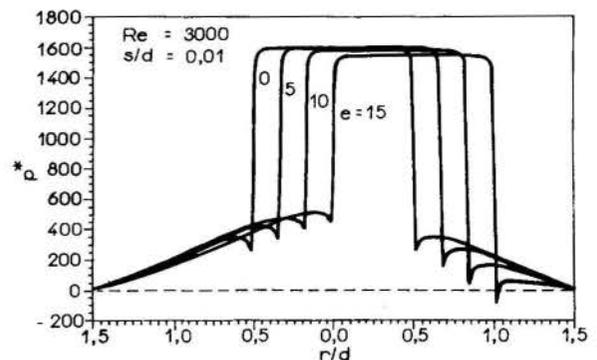


Fig. 8. Perfil adimensional de pressão para $Re=3000$, $s/d=0,01$

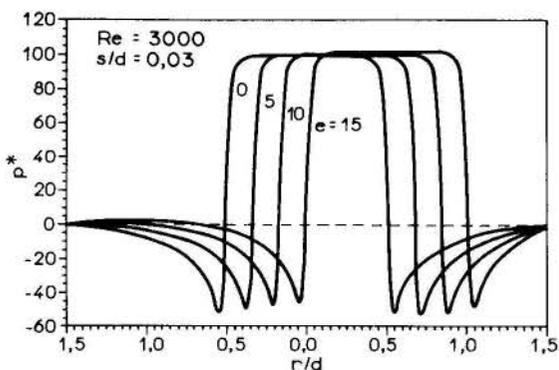


Fig. 9. Perfil adimensional de pressão para $Re=3000$, $s/d=0,03$

Para $s/d=0,01$ verifica-se que um aumento da excentricidade provoca uma queda do patamar de pressão para todos os números de Reynolds analisados, significando uma redução na resistência ao escoamento. Para $s/d=0,03$ a mesma tendência é notada para $Re=500$ e, em menor escala, para $Re=1500$. Contudo, para $Re=3000$ observa-se uma tendência inversa, ou seja, existe uma maior resistência ao escoamento, causando uma diminuta elevação no patamar de pressão quando se aumenta a excentricidade. Isto ocorre devido ao aparecimento de grandes bolhas de separação na região do difusor (Gasche 1992), o que provoca uma redução da secção transversal do escoamento.

A força adimensional resultante sobre a palheta é dada pela equação (6).

$$F = \int_0^{2\pi} \int_{\eta/2}^{\eta+\pi/2} \frac{p^*}{d^2} h^2 d\psi d\eta \quad (6)$$

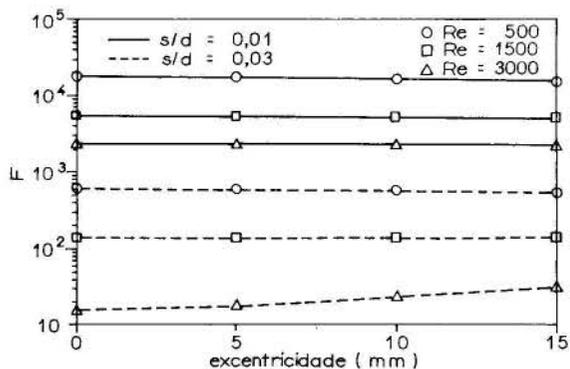


Fig. 10. Força adimensional sobre a palheta

A Fig. 10 apresenta a força adimensional sobre a palheta em função da excentricidade para vários números de Reynolds e afastamentos. Para os dois afastamentos analisados nota-se uma queda apreciável da força com o aumento do número de Reynolds. No entanto, a influência da excentricidade é praticamente desprezível. Para $s/d=0,01$ a força diminui um pouco com o aumento da excentricidade para todos os números de Reynolds. Contudo, para $s/d=0,03$ o mesmo não se verifica. Para $Re=500$, a força diminui levemente com o aumento da excentricidade devido à queda do patamar de pressão. Para $Re=1500$ ocorre o inverso, pois o patamar de pressão permanece praticamente constante, enquanto ocorre um aumento da pressão numa região maior do escoamento, ver a Fig. 7. O

mesmo acontece, de maneira mais acentuada, para $Re=3000$, onde se verifica, inclusive, um pequeno aumento do patamar de pressão.

CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta uma investigação numérica, com validação experimental, usando o método dos volumes finitos, do escoamento laminar, incompressível e isotérmico de ar em difusores radiais excêntricos. A principal motivação deste estudo é o entendimento do escoamento do fluido através de válvulas de compressores de refrigeração.

Para uma certa excentricidade, observou-se uma grande influência do afastamento e número de Reynolds sobre o perfil adimensional de pressão ao longo da palheta, principalmente para os menores afastamentos. A excentricidade, apesar de tornar o escoamento tridimensional e assimétrico, modificando sensivelmente os campos de pressão e velocidade, não altera significativamente a força resultante sobre a palheta, quando comparado aos discos concêntricos. No entanto, o carregamento da palheta, utilizado para a análise da distribuição de tensões, é amplamente alterado e como tal deve ser considerado.

REFERÊNCIAS

Deschamps, C.J.. "Escoamento Laminar Através de Válvulas de Compressores", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 1987.

Gasche, J.L.. "Escoamento Laminar Através de Válvulas Excêntricas de Compressores de Refrigeração", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 1992.

Holman, J.P. "Experimental Methods for Engineers", Ed. McGraw-Hill Kogakusha Ltd., Tokio, 1981.

Patankar, S.V.. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publ. Corp., Washington, 1980.

ABSTRACT

An experimentally validated analysis of the incompressible, laminar and isothermal flow in eccentric radial diffusers, representing a laboratory model of compressors valve system is numerically performed. The experimental procedures and the experimental setup are concisely described. Pressure distributions along the three-dimensional flow and the resultant axial force acting on the frontal disk are presented for various flow Reynolds numbers, different axial gaps and eccentricities.

MODELLING AND SIMULATION OF NATURAL CONVECTION FLOW IN A POROUS CAVITY SATURATED BY A NON-NEWTONIAN FLUID

Maria Laura Martins Costa & Rubens Sampaio
 Department of Mechanical Engineering - PUC/RJ
 Rua Marquês de São Vicente, 225 - 22453 - Rio de Janeiro - Brazil
 Rogério Martins Saldanha da Gama
 Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC/CNPq)
 Rua Lauro Müller, 455 - 22290 - Rio de Janeiro - Brazil

SUMMARY

Using the Continuum Theory of Mixtures a systematic model for a local description of the natural convection flow in a two-dimensional porous cavity, saturated by a non-newtonian incompressible fluid is proposed. It considers the non-newtonian fluid and the porous medium as continuous constituents of a binary mixture, coexisting superposed in the whole volume of the mixture. The superposition causes the simultaneous existence, at each spatial point, of two velocities and two temperatures, giving rise to a momentum generation and an energy generation, which provide dynamical and thermal interactions, respectively. The model is simulated with the help of the Control Volumes Method. Stream lines and isotherms are presented for some representative cases.

INTRODUCTION

The importance attached nowadays to problems that impact the energy self-sufficiency and the environment state may be the reason of the crescent interest on natural convection in porous media, which is present in a broad range of engineering applications, such as petrol exploitation, geothermal energy extraction, heat losses from underground storage systems, solidification of castings, post-accident heat removal from nuclear reactor rubble beds or the identification of geological repositories (deep ocean seabeds or deep earth rock layers) for the storage of nuclear waste material.

The main purpose of the present work is the study of the natural convection in a rigid porous cavity saturated by a non-newtonian fluid. Flow in a porous cavity is a subject that attracts a great deal of research attention, not only for the fundamental nature of the problem, but also for the large number of applications, as previously mentioned. It is to be noticed that the majority of works deal with newtonian fluids using a Continuum Mechanics approach assuming thermal equilibrium between fluid and porous matrix. Even when two distinct temperatures are allowed (one for the fluid and another for the porous medium) they are usually calculated as intrinsic volume averages, each one in a volume associated to the respective phase. A different approach is used in this work, in which two different temperatures and two different velocities (the porous matrix is assumed at rest) are evaluated at the same spatial point, since the fluid and the solid constituents coexist superposed, as can be observed in the isovalues curves. To the authors knowledge, a problem combining a porous cavity saturated by a non-newtonian fluid with a Mixture Theory approach has not been analysed yet.

The phenomenon is mathematically described with the help of the Continuum Theory of Mixtures, which considers the fluid and the porous medium as continuous constituents of a binary mixture, coexisting superposed in a material region (the mixture). Since both constituents are continuous, there exists, simultaneously, at each point of the domain, two temperatures and two velocities, giving rise to new parameters (not present in the classical single continuum approach) in order to take into account the thermomechanical interaction between both constituents. The existence of two temperatures at a single point gives rise to an energy generation, while the existence of two velocities gives rise to a momentum generation, providing thermal and dynamical interactions.

In the present work a porous cavity saturated by a non-newtonian fluid, in which two distinct temperatures and two distinct velocities at each point of the domain are allowed (since a Theory of Mixtures approach is used), is studied by means of a thermodynamically consistent local model.

MATHEMATICAL MODEL

Since the porous medium is assumed rigid and at rest, the mass

and linear momentum balance equations need only to be considered for the fluid constituent, while the energy balance must be satisfied by both constituents.

The continuity equation for the fluid constituent, for steady-state flow regime, can be written as [1]:

$$\text{div}(\rho_F \underline{v}_F) = 0 \quad (1)$$

in which ρ_F is the fluid constituent mass density (locally, the ratio of mass of the fluid to the corresponding volume of mixture) and \underline{v}_F is the fluid constituent velocity. Since the porous medium is saturated by the fluid constituent, the field ρ_F is given as follows:

$$\rho_F = \varphi \rho \quad (2)$$

where ρ is the actual fluid density and φ the porosity.

The balance of linear momentum is given by [1]:

$$\rho_F (\text{grad} \underline{v}_F) \underline{v}_F = \text{div} \underline{\sigma}_F + \underline{m}_F + \rho_F \underline{g} \quad (3)$$

where $\underline{\sigma}_F$ is the partial stress tensor [1], analogous to the stress tensor in Continuum Mechanics, \underline{m}_F an interaction force, which acts as a momentum source and provides dynamical interaction between solid and fluid constituents [1] and \underline{g} is the specific body force.

The balance of angular momentum is automatically satisfied, under the assumption of symmetry for the partial stress tensor.

The energy balance [1] must be satisfied by each constituent of the mixture. For steady-state flow, low velocities, without heat generation, it can be stated as:

$$\rho_i c_i (\text{grad} T_i) \cdot \underline{v}_i = -\text{div} \underline{q}_i + \psi_i \quad (4)$$

in which $i \equiv S$ and $i \equiv F$ stand for the solid and the fluid constituents, respectively, ρ_i represents the i -constituent density, T_i its temperature, \underline{q}_i its partial heat flux, ψ_i its energy generation function and, finally, c_i the specific heat of the i -constituent, regarded as a continuum.

Constitutive assumptions are required for the fluid constituent partial stress tensor $\underline{\sigma}_F$, the interaction force \underline{m}_F , for both constituents partial heat fluxes \underline{q}_F and \underline{q}_S and the energy generation functions ψ_F and ψ_S .

Assuming the classical Boussinesq approximation:

$$\rho_F \approx \rho_0 (1 - \beta (T_F - T_0)) \quad (5)$$

where $\rho_0 = \rho \varphi$, β is a coefficient of thermal expansion and T_0 is a reference temperature, which, in this work, is the lowest temperature; a constitutive equation for an incompressible fluid may be employed.

An Ostwald-de Waele fluid is an stokesian fluid that may be described by the following constitutive equation:

$$\underline{\sigma} = -p\mathbf{1} + 2\eta_0(\underline{D}\cdot\underline{D})^n \underline{D} \quad (6)$$

in which p is the pressure acting on the fluid, \underline{D} the symmetric part of the velocity gradient and η_0 and n are the Ostwald-de Waele parameters.

This equation, also known as power-law, is reduced to Newton's law of viscosity for $n = 0$, if η_0 represents the fluid viscosity. The deviation of n from zero indicates the degree of deviation from Newtonian behaviour. Positive values of n indicate dilatant behaviour while negative values indicate pseudo-plastic behaviour.

According to Saldanha da Gama and Sampaio [2] the interaction force \underline{m}_F acting on the fluid constituent may be written as:

$$\underline{m}_F = -\frac{\varphi^2 \eta_0}{K} \left[\left(\frac{4n+3}{2n+1} \right)^{2n+1} \frac{1}{3} \left(\frac{\varphi}{6K} \right)^n \|\underline{v}_F - \underline{v}_S\|^{2n} \right] (\underline{v}_F - \underline{v}_S) \quad (7)$$

where K is the porous matrix permeability, φ the porosity (coincident to the fluid fraction for saturated flows) and \underline{v}_F and \underline{v}_S are the fluid constituent and the solid constituent velocities, provided that the stress tensor acting on the fluid (regarded from a Continuum Mechanics viewpoint) is given by equation (6).

An analogy with the partial stress tensor proposed by Williams [3] for a Newtonian fluid leads to the following constitutive equation for the partial stress tensor acting on an Ostwald-de Waele fluid:

$$\underline{\sigma}_F = -\varphi p\mathbf{1} + 2\lambda\varphi^2\eta_0(\underline{D}_F\cdot\underline{D}_F)^n \underline{D}_F \quad (8)$$

where λ is a scalar positive parameter which depends on the porous matrix microstructure and \underline{D}_F is the symmetric part of the fluid constituent velocity gradient.

The partial heat flux for both constituents, according to Martins Costa, Sampaio and Saldanha da Gama [4] may be expressed as:

$$\underline{q}_S = -\Lambda k_S(1-\varphi)\text{grad } T_S \quad (9)$$

$$\underline{q}_F = -\Lambda k_F\varphi\text{grad } T_F \quad (10)$$

where Λ represents an always positive parameter which may depend on both the internal structure and the kinematics of the mixture and k_S and k_F are the solid and the fluid constituents thermal conductivities.

The total heat flux (per unit time and unit area) for the mixture is given by:

$$\underline{q} = \underline{q}_F + \underline{q}_S \quad (11)$$

The energy generation function, ψ , which is an internal contribution, represents the energy supply to a given constituent, arising from its (thermal) interaction with the other constituents of the mixture. The ψ function is zero at a given point only if all the constituents are at the same temperature at this point. According to Martins Costa, Sampaio and Saldanha da Gama [4] the following linear constitutive equation can be considered for both constituents energy generation function:

$$-\psi_S = \psi_F = R_{FS}(1+\delta\|\underline{v}_F - \underline{v}_S\|)(T_S - T_F) \quad (12)$$

since the energy balance for the mixture [4] states that the sum $\psi_F + \psi_S$ must be zero. The coefficients R_{FS} and δ are positive-valued parameters which depend on both constituents thermal properties and on the mixture internal structure.

The influence of the fluid constituent velocity (since $\underline{v}_S = 0$) on the energy generation function (accounting for convective heat transfer), for simplicity, will be neglected in the present work. In other words, δ will be considered zero.

AN APPLICATION

In this section the natural convection phenomenon in a cavity, as presented in figure 1, is taken into consideration. Assuming constant thermal properties, low velocities, isocoric flow and the mentioned Boussinesq approximation, the problem, in its two-dimensional form ($0 < x < L$, $0 < y < H$), is reduced to:

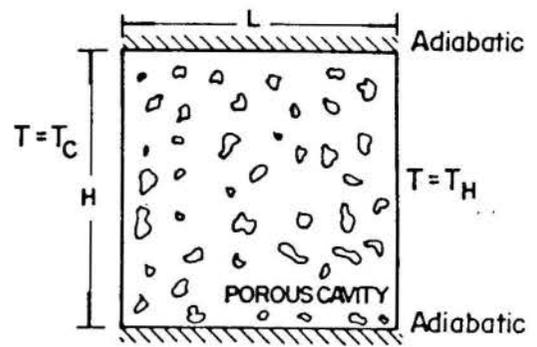


Figure 1 - Physical Configuration

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \rho(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = & -\frac{\partial P}{\partial x} + \lambda\varphi\eta_0(\underline{D}_F\cdot\underline{D}_F)^n \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] + \\ & + \lambda\varphi\eta_0 n(\underline{D}_F\cdot\underline{D}_F)^{n-1} \left[\frac{\partial u}{\partial x} EX + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) EY \right] - \\ & \frac{\varphi^2 \eta_0}{K} \left[\left(\frac{4n+3}{2n+1} \right)^{2n+1} \frac{1}{3} \left(\frac{\varphi}{6K} \right)^n (u^2 + v^2)^n \right] u \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \rho(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}) = & -\frac{\partial P}{\partial y} + \lambda\varphi\eta_0(\underline{D}_F\cdot\underline{D}_F)^n \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + \\ & + \lambda\varphi\eta_0 n(\underline{D}_F\cdot\underline{D}_F)^{n-1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) EX + \frac{\partial v}{\partial y} EY \right] - \\ & -\frac{\varphi^2 \eta_0}{K} \left[\left(\frac{4n+3}{2n+1} \right)^{2n+1} \frac{1}{3} \left(\frac{\varphi}{6K} \right)^n (u^2 + v^2)^n \right] v + \rho\beta g T_F \end{aligned} \quad (15)$$

$$u \frac{\partial T_F}{\partial x} + v \frac{\partial T_F}{\partial y} = \frac{\Lambda k_F}{\rho c_F} \left[\frac{\partial^2 T_F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_F}{\partial y^2} \right] + \frac{R_{FS}}{\rho\varphi c_F} (T_S - T_F) \quad (16)$$

$$0 = \frac{\partial^2 T_S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_S}{\partial y^2} + \frac{R_{FS}}{\Lambda k_S(1-\varphi)} (T_F - T_S) \quad (17)$$

in which:

$$\underline{D}_F\cdot\underline{D}_F = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (18)$$

$$EX = 2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial xy} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + 2 \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial^2 v}{\partial xy} \quad (19)$$

$$EY = 2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial yx} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial yx} \right) + 2 \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (20)$$

where u and v are \underline{v}_F components on x and y directions, respectively, and $P = p + \rho(1 - \beta T_0)gy$ is a modified pressure. The following boundary conditions are to be satisfied:

$$T_F = T_S = T_C, \quad u = v = 0 \quad \text{at } x = 0, \quad 0 < y < H$$

$$T_F = T_S = T_H, \quad u = v = 0 \quad \text{at } x = L, \quad 0 < y < H$$

$$\frac{\partial T_F}{\partial y} = \frac{\partial T_S}{\partial y} = 0, \quad u = v = 0 \quad \text{at } y = 0, \quad 0 < x < L \quad (21)$$

$$\frac{\partial T_F}{\partial y} = \frac{\partial T_S}{\partial y} = 0, \quad u = v = 0 \quad \text{at } y = H, \quad 0 < x < L$$

$$\theta_F = \theta_S = 1, \quad U = V = 0 \quad \text{at } \xi = 1, \quad 0 < \epsilon < H/L$$

$$\frac{\partial \theta_F}{\partial \epsilon} = \frac{\partial \theta_S}{\partial \epsilon} = 0, \quad U = V = 0 \quad \text{at } \epsilon = 0, \quad 0 < \xi < 1 \quad (30)$$

$$\frac{\partial \theta_F}{\partial \epsilon} = \frac{\partial \theta_S}{\partial \epsilon} = 0, \quad U = V = 0 \quad \text{at } \epsilon = H/L, \quad 0 < \xi < 1$$

The dimensionless equations were obtained with the help of the following dimensionless variables:

$$\xi = \frac{x}{L} \quad \epsilon = \frac{y}{L} \quad U = \frac{uL}{\alpha_F} \quad V = \frac{vL}{\alpha_F} \quad P = \frac{PL^2}{\rho\alpha_F}$$

$$Pr_n = \frac{\varphi\eta_0}{\rho\alpha_F} \left(\frac{\alpha_F}{L^2}\right)^{2n} \quad Ra_n = \frac{\rho g \beta L^3 (T_H - T_C)}{\varphi\eta_0 \alpha_F} \left(\frac{L^2}{\alpha_F}\right)^{2n} \quad (31)$$

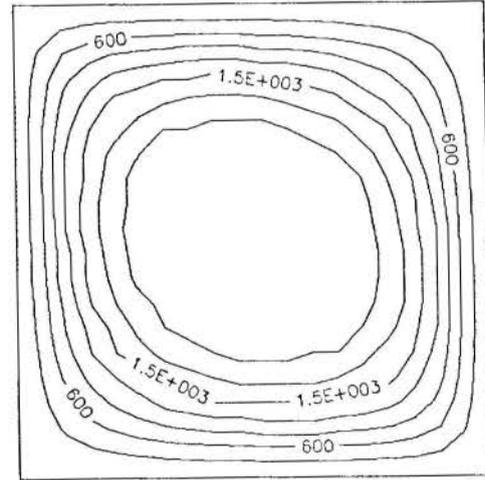
$$Da = \frac{K}{L^2} \quad R_F^* = \frac{RL^2}{\Lambda k_F \varphi} \quad R_S^* = \frac{RL^2}{\Lambda k_S (1 - \varphi)}$$

$$\theta_F = \frac{T_F - T_C}{T_H - T_C} \quad \theta_S = \frac{T_S - T_C}{T_H - T_C}$$

where $\alpha_F = k_F/\rho c_F$, L is the cavity length and T_H and T_C are, respectively, the highest and the smallest cavity temperatures. The new dimensionless parameters R_F^* and R_S^* relate the coefficients associated to the heat exchange between both constituents (due to its temperature difference) to the coefficients of heat conduction, for the fluid and the solid constituents, respectively.

RESULTS

STREAMLINES



ISOTHERMS—FLUID

ISOTHERMS—SOLID

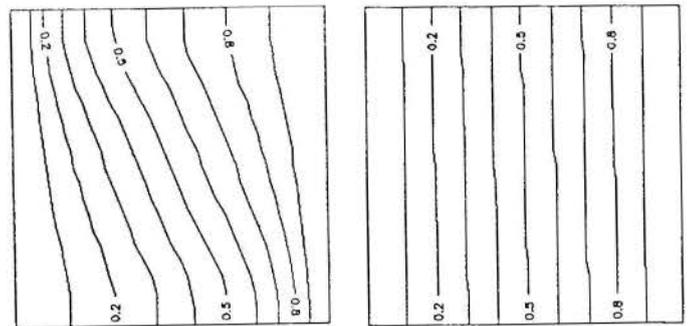


Figure 2 - Streamlines and Isotherms
(for $n = -0.284$, $R = 10^3$, $Pr_n = 6.2 \times 10^4$, $Ra_n = 1.6 \times 10^7$, $Da = 10^{-4}$)

NUMERICAL PROCEDURE

Since no analytical solution to the system of equations describing the natural convection flow is known, numerical approximations to its solution are searched with the help of a Control Volumes Finite Difference approach, proposed by Patankar [5]. The numerical procedure is essentially the same described in the work of Martins Costa, Sampaio and Saldanha da Gama [6], which considers a newtonian fluid saturating the porous cavity, except for the source terms, which include the terms depending on EX and EY , as well as the ones considered in [6]. The values for u and v , necessary for the derivatives as well as for $\|\underline{v}_F\|$ are taken from the previous iteration.

After their solving, the discretization equations are put in a dimensionless form:

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \epsilon} = 0 \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \rho(U \frac{\partial U}{\partial \xi} + V \frac{\partial U}{\partial \epsilon}) = & -\frac{\partial P}{\partial \xi} + \lambda Pr_n (\underline{\mathcal{L}}_F \cdot \underline{\mathcal{L}}_F)^n \left[\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \epsilon^2} \right] + \\ & + \lambda Pr_n n (\underline{\mathcal{L}}_F \cdot \underline{\mathcal{L}}_F)^{n-1} \left[\frac{\partial U}{\partial \xi} \epsilon X + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial \epsilon} + \frac{\partial V}{\partial \xi} \right) \epsilon Y \right] - \\ & \left[\frac{Pr_n}{Da^{n+1}} \left(\frac{4n+3}{2n+1} \right)^{2n+1} 2 \left(\frac{\varphi}{6} \right)^{n+1} (u^2 + v^2)^n \right] U \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \rho(U \frac{\partial V}{\partial \xi} + V \frac{\partial V}{\partial \epsilon}) = & -\frac{\partial P}{\partial \epsilon} + \lambda Pr_n (\underline{\mathcal{L}}_F \cdot \underline{\mathcal{L}}_F)^n \left[\frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \epsilon^2} \right] + \\ & + \lambda Pr_n n (\underline{\mathcal{L}}_F \cdot \underline{\mathcal{L}}_F)^{n-1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial \epsilon} + \frac{\partial V}{\partial \xi} \right) \epsilon X + \frac{\partial V}{\partial \epsilon} \epsilon Y \right] - \\ & \left[\frac{Pr_n}{Da^{n+1}} \left(\frac{4n+3}{2n+1} \right)^{2n+1} 2 \left(\frac{\varphi}{6} \right)^{n+1} (u^2 + v^2)^n \right] V + Pr_n Ra_n \theta_F \end{aligned} \quad (24)$$

$$U \frac{\partial \theta_F}{\partial \xi} + V \frac{\partial \theta_F}{\partial \epsilon} = \Lambda \left[\frac{\partial^2 \theta_F}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta_F}{\partial \epsilon^2} \right] + \Lambda R_F^* (\theta_S - \theta_F) \quad (25)$$

$$0 = \frac{\partial^2 \theta_S}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta_S}{\partial \epsilon^2} + R_S^* (\theta_F - \theta_S) \quad (26)$$

in which:

$$\underline{\mathcal{L}}_F \cdot \underline{\mathcal{L}}_F = \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial \epsilon} + \frac{\partial V}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial \epsilon} \right)^2 \quad (27)$$

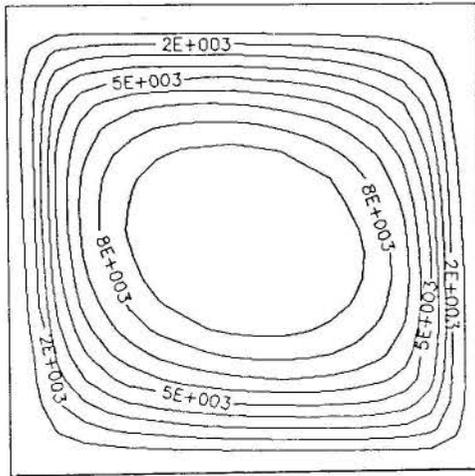
$$\epsilon X = 2 \frac{\partial U}{\partial \xi} \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \left(\frac{\partial U}{\partial \epsilon} + \frac{\partial V}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi \epsilon} + \frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} \right) + 2 \frac{\partial V}{\partial \epsilon} \frac{\partial^2 V}{\partial \xi \epsilon} \quad (28)$$

$$\epsilon Y = 2 \frac{\partial U}{\partial \xi} \frac{\partial^2 U}{\partial \epsilon \xi} + \left(\frac{\partial U}{\partial \epsilon} + \frac{\partial V}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \epsilon^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \epsilon \xi} \right) + 2 \frac{\partial V}{\partial \epsilon} \frac{\partial^2 V}{\partial \epsilon^2} \quad (29)$$

with the following associated boundary conditions :

$$\theta_F = \theta_S = 0, \quad U = V = 0 \quad \text{at } \xi = 0, \quad 0 < \epsilon < H/L$$

STREAMLINES



ISOTHERMS-FLUID

ISOTHERMS-SOLID

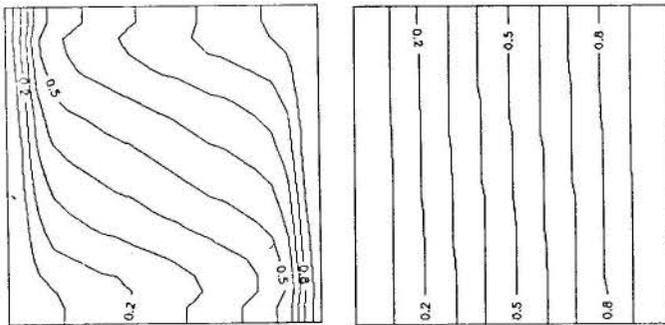
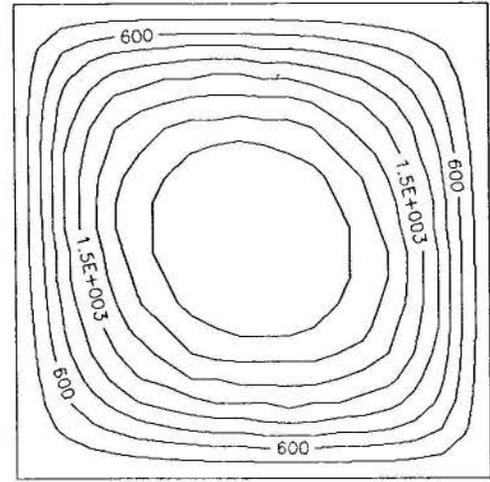


Figure 3 - Streamlines and Isotherms

(for $n = -0.284$, $R = 10^2$, $Pr_n = 6.2 \times 10^4$, $Ra_n = 1.6 \times 10^7$, $Da = 10^{-3}$)

STREAMLINES



ISOTHERMS-FLUID

ISOTHERMS-SOLID

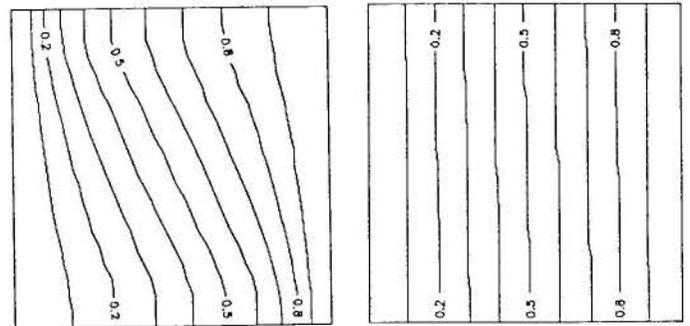
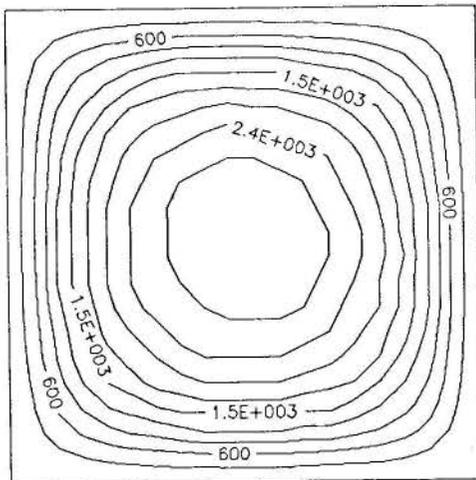


Figure 5 - Streamlines and Isotherms

(for $n = -0.142$, $R = 10^2$, $Pr_n = 8 \times 10^3$, $Ra_n = 1.22 \times 10^8$, $Da = 10^0$)

STREAMLINES



ISOTHERMS-FLUID

ISOTHERMS-SOLID

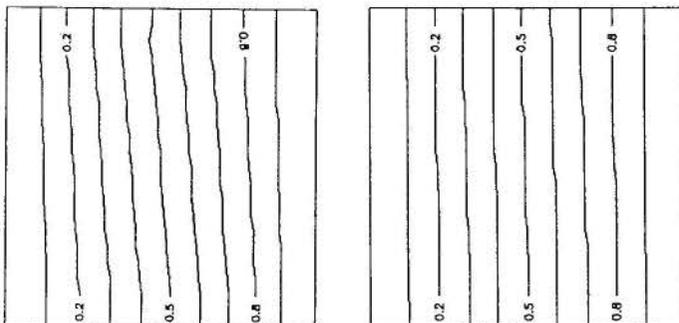


Figure 4 - Streamlines and Isotherms

(for $n = -0.284$, $R = 10^3$, $Pr_n = 6.2 \times 10^4$, $Ra_n = 1.6 \times 10^7$, $Da = 10^{-4}$)

In this section some particular cases are presented in order to illustrate the employment of the mathematical modelling discussed in previous sections. Figures 2 to 5 present streamlines for the fluid constituent (since the solid constituent is supposed at rest) and isotherms for both the fluid and the solid constituent, each of them characterized by a given set $\{n, R \equiv R_{FS}, Pr_n, Ra_n, Da\}$

FINAL REMARKS

The model presented in this work allows a local simulation of the natural convection flow in a non-newtonian fluid saturated porous cavity, in a context of thermal nonequilibrium, based on a systematic theory, which considers the fluid and the solid as continuous constituents of a binary mixture.

The effects of a new dimensionless parameter (R_F^* or R_S^*) as well as those caused by a modified Rayleigh number, a modified Prandtl number and the Darcy number were studied. The results obtained in a context of the Continuum Theory of Mixtures are inside the physically expected range.

REFERENCES

1. Atkin, R.J. and Craine, R.E., *Continuum theories of mixtures. Basic theory and historical development*, Quart. Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 29, 209-244, 1976.
2. Saldanha da Gama, R.M. and Sampaio, R., *Constitutive Relations for the Flow of Non-Newtonian Fluids through Saturated Porous Media*, J. Braz. Soc. Mec. Sc. Vol 7, 267-280, in Portuguese, 1985.
3. Williams, W.O., *Constitutive equations for a flow of an incompressible viscous fluid through a porous medium*, Quart. J. Appl. Math., Vol 36, 255-267, 1978.
4. Martins Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M. *Modelling and Simulation of the Energy Transfer in a Saturated Flow through a Porous Medium*, Appl. Math. Model., Vol 12, Oct 1992.
5. Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980.
6. Martins Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M. *Modelling and Simulation of the Natural Convection Flow in a Saturated Porous Cavity*, Proc. XI COBEM, 253-256, 1991.

HEAT TRANSFER IN NON-NEWTONIAN FLOWS INSIDE RECTANGULAR DUCTS

M. F. Naccache

Instituto Politécnico do Rio de Janeiro - RJ 28630 - Brasil

P. R. Souza Mendes

Dept. Mech. Eng. - Pontifícia Universidade Católica - RJ 22453 - Brasil

SUMMARY

Heat transfer to non-Newtonian flows in rectangular ducts has been studied. The conservation equations of mass, momentum and energy were solved numerically by a finite volume technique. The viscoelastic behavior of the fluid was given by the Criminale-Ericksen-Filbey (CEF) constitutive relation. It was found that secondary flows occur due to the second normal stress difference. Heat transfer is strongly enhanced by these secondary flows. Maximum heat transfer was shown to occur for some combinations of parameters. Thus, there are optimal combinations of aspect ratio and Reynolds numbers, which depend on the fluid's mechanical behavior. This result can be usefully explored in thermal designs of certain industrial processes.

INTRODUCTION

Heat transfer in flows of non-Newtonian fluids inside non-circular ducts has been analyzed numerically and experimentally by several authors [1-5,7-9]. In all these works it is observed that heat transfer to non-Newtonian flows is quite different from Newtonian heat transfer.

There are two distinct effects that influence this behavior, namely, the viscosity dependence on shear rate (shear thinning or thickening fluids), and secondary flows caused by elastic effects (normal stress differences).

Several fluids do not show elastic effects. Some authors analyzed this kind of fluids flowing inside rectangular ducts (e.g., [1-3]) and observed that for shear thinning fluids heat transfer is greater than for Newtonian fluids. For shear thickening fluids, the opposite trend is observed.

Viscoelastic fluids show both viscosity dependence on shear rate and elastic behavior. In order to model this kind of fluids it is necessary to use more complex constitutive relations, like retarded motion expansions, differential or integral models [6].

In this work the Criminale-Ericksen-Filbey (CEF) equation was employed as a constitutive relation. This equation is similar to a second grade fluid except for the dependence of the material functions on the shear rate. It is an attractive choice for this problem because it is perhaps the simplest constitutive equation that can predict both shear thinning (or thickening) and non-zero second normal stress differences. The latter is related to the driving force that causes secondary flows in non-circular ducts.

Townsend et. al [7] and Gervang and Larsen [8] analyzed the behavior of viscoelastic flows inside rectangular ducts. They obtained numerical results using the CEF equation in order to analyze the streamlines of the flow. Townsend et. al [7] obtained results for a square duct. Their results showed eight vortices arranged symmetrically in a transversal duct section. Gervang and Larsen [8] noted that, as the aspect ratio is increased, the vortices become different in shape, strength and size. Results were obtained for different values of the first and second normal stress coefficients, and it was shown that the vortex intensity is strongly affected by the second normal stress coefficient. Townsend et. al [7] also noted that the vortex intensity is slightly affected by the first normal stress coefficient.

Hartnett and Kostic [9] compared experimentally the developing flow of viscoelastic and Newtonian fluids inside rectangular ducts, in the presence of natural convection. They noted that Nu values are larger in non-Newtonian fluids. Their results suggested that secondary flows are responsible for the heat transfer enhancement observed.

This paper reports a numerical investigation of heat transfer to viscoelastic liquids flowing in a rectangular duct. It will be shown that the secondary flow is indeed the enhancing mechanism for heat transfer, and that the Nusselt number depends on the duct aspect

ratio in a different fashion as compared to the trends observed for Newtonian fluids.

ANALYSIS

The problem under study is depicted in Figure 1.

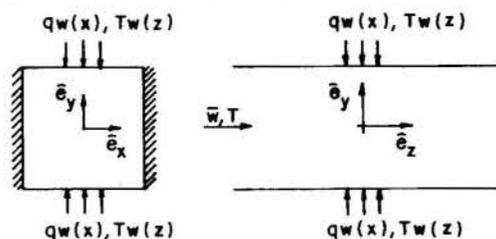


Fig. 1: Schematics of the problem

The geometry consists of a duct of axial length L and a rectangular cross section with aspect ratio $\alpha = a/b$. The flow is considered to be hydrodynamically and thermally developed. Thus, velocity and dimensionless temperature profiles are the same in all cross sections along the tube length. This allows the flow to be treated as two-dimensional, and the conservation equations are elliptic.

The conservation equations of mass, momentum and energy are the system of non-linear partial differential equations to be solved. The energy equation is not coupled with the others, since neither natural convection nor temperature-dependent properties were considered. The flow is assumed to be laminar, steady and fully developed, and the fluid is incompressible.

Then, the mass conservation equation can be written as:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

where u and v are respectively the transversal and vertical components of the velocity vector, $\mathbf{v} \equiv u\hat{e}_x + v\hat{e}_y + w\hat{e}_z$.

The three components of the momentum equation are given by:

$$\rho(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial x} - (\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}) \quad (2)$$

$$\rho(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial y} - (\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}) - \rho g y \quad (3)$$

$$\rho(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial z} - (\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}) \quad (4)$$

where $\partial p/\partial x$, $\partial p/\partial y$ and $\partial p/\partial z$ are pressure gradient components, τ_{ij} are components of the extra-stress tensor, $\boldsymbol{\tau}$, and ρ is the fluid density.

The energy conservation equation can be written as:

$$\rho c(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}) + 4 \frac{q_w}{D_h} \frac{w}{\bar{w}} = k(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}) \quad (5)$$

where c is the specific heat of the fluid, k the heat conductivity, D_h the duct hydraulic diameter and \bar{w} the fluid average axial velocity.

As mentioned earlier, the CEF equation was employed to simulate the non-Newtonian viscoelastic behavior of the fluid. In this case, the extra-stress tensor becomes

$$\boldsymbol{\tau} = -\eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} + \frac{1}{2}\Psi_1(\dot{\gamma})\boldsymbol{\gamma}_{[2]} - \Psi_2(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (6)$$

where $\dot{\boldsymbol{\gamma}} \equiv \text{grad } \mathbf{v} + (\text{grad } \mathbf{v})^T$ is the rate-of-deformation tensor, and

$$\boldsymbol{\gamma}_{[2]} \equiv \frac{D\dot{\boldsymbol{\gamma}}}{Dt} - [(\text{grad } \mathbf{v})^T \cdot \dot{\boldsymbol{\gamma}} + \dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot (\text{grad } \mathbf{v})] \quad (7)$$

is the second rate-of-strain tensor. The quantities $\eta(\dot{\gamma})$, $\Psi_1(\dot{\gamma})$ and $\Psi_2(\dot{\gamma})$ are respectively the viscosity, first and second normal stress coefficients. The deformation rate, $\dot{\gamma}$, is defined as $\dot{\gamma} \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr } \dot{\boldsymbol{\gamma}}^2}$.

In order to simplify the numerical solution, the extra-stress tensor $\boldsymbol{\tau}$ was split in a Newtonian part (N) and a non-Newtonian (polymeric) part (P):

$$\boldsymbol{\tau}^N = -\eta(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}}, \quad \boldsymbol{\tau}^P = \frac{1}{2}\Psi_1(\dot{\gamma})\boldsymbol{\gamma}_{[2]} - \Psi_2(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}}^2 \quad (8)$$

The material functions $\eta(\dot{\gamma})$, $\Psi_1(\dot{\gamma})$ and $\Psi_2(\dot{\gamma})$ were chosen as follows:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{1}{\dot{\gamma}} 10^{[a_0 + a_1(\log \dot{\gamma}) + a_2(\log \dot{\gamma})^2 + a_3(\log \dot{\gamma})^3]} \quad (9)$$

where $a_0 = -0.932$, $a_1 = 0.621$, $a_2 = -0.0688$ and $a_3 = 0.0195$. This viscosity function corresponds to a polyacrylamide solution [9], whereas the first and second normal stress coefficients were taken as constants for simplicity. It is known that Ψ_2 for polymeric solutions are typically in the range $-0.25\Psi_1 < \Psi_2 < -0.1\Psi_1$ [6]. Thus, the values of the first and second normal stress coefficients used in all cases investigated here were such that $\Psi_2 = 0.15\Psi_1$.

Owing to the symmetry of the problem, only one quarter of the domain was solved, namely, the upper right corner. The appropriate boundary conditions for the problem are shown in Figure 2.

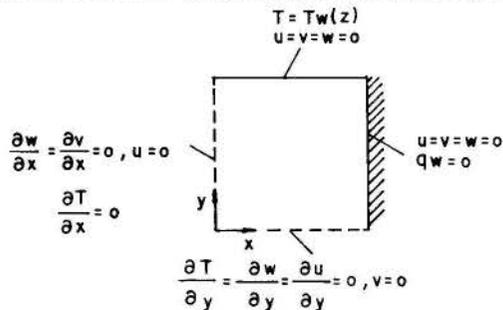


Fig. 2: Boundary conditions

The usual impermeability and no slip conditions are used for velocity at the walls, and symmetry conditions are imposed at the centerlines.

The duct is externally heated at the upper and lower walls such that the heat flux at these walls, $q_w(x)$, varies crosswise but is constant in the axial direction. On the other hand, the temperature at the upper and lower walls, $T_w(z)$, is uniform in the crosswise direction, but varies in the downstream direction. The vertical walls are adiabatic. In the heat transfer literature this is the so called H1 thermal boundary condition.

NUMERICAL SOLUTION

The differential equations (1-5), together with the respective boundary conditions, were solved numerically via the finite-volume technique described by Patankar [10]. The SIMPLE algorithm was adopted to handle the coupling of the momentum and continuity equations, whereas the line-by-line Thomas Algorithm was used to solve the discretized equations.

Extensive mesh tests showed that uniform grids performed better in this problem than non-uniform ones, due to its high complexity. The meshes utilized were: 22×22 for $\alpha = 1$; 24×18 for $\alpha = 2$ and 24×16 for $\alpha = 4$. Errors within $\approx 1\%$ for Nu and fRe values were typically obtained for Newtonian flows with these meshes [11]. The mesh validation for non-Newtonian cases was done by comparing the results obtained with these meshes with corresponding ones obtained with finer meshes (32×32 for $\alpha = 1$; 40×26 for $\alpha = 2$ and 42×26 for

$\alpha = 4$). The percent deviation in $(\psi_{max} - \psi_{min})$ values were of the order of 5%, and in Nu values were less than 0.2%.

Some difficulties in convergence were caused by the highly non-linear character of the equations of motion. In order to overcome these problems and obtain a converged solution, a zero-th order continuation procedure in Ψ_2 was employed, starting from the solution for the Newtonian case.

RESULTS AND DISCUSSION

The Reynolds number is defined as: $Re = \rho \bar{w} D_h / \eta_0$, and the Prandtl number as: $Pr = \eta_0 c / k$; $\eta_0 = \eta(\dot{\gamma} = 0.03)$.

All the results presented in this paper pertain to $Pr = 1827$. Some typical flow patterns are shown in Figs. 3-5 for ducts with aspect ratios $\alpha = 1, 2$ and 4 respectively, whereas the other parameters were kept at $Re = 27.6$, $\Psi_2 = -5. \times 10^{-5}$ and $\Psi_1 = 3.33 \times 10^{-4}$.

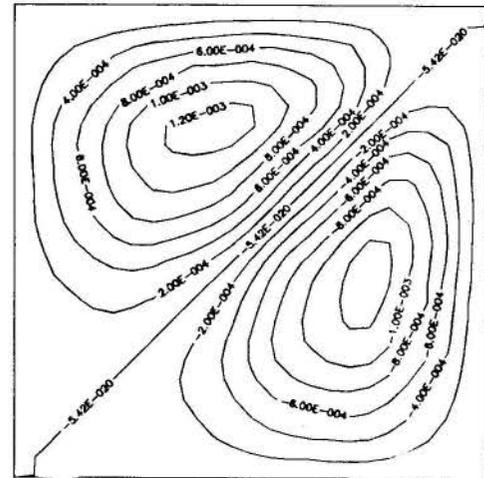


Fig. 3: Streamlines for $\alpha = 1$

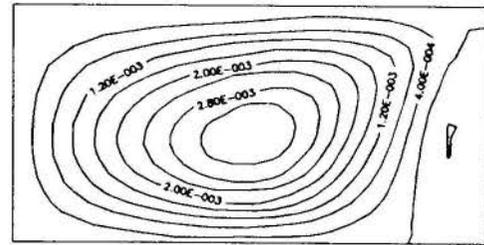


Fig. 4: Streamlines for $\alpha = 2$

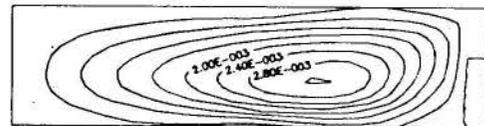


Fig. 5: Streamlines for $\alpha = 4$

The streamlines shape is in agreement with [7,8]. It is noted that as the aspect ratio is increased, the negative vortex becomes smaller in size, whereas the positive vortex increases to occupy almost all the domain. Increasing $|\Psi_2|$, it was noted that the streamlines shape are the same but the vortex intensity is different.

Hartnett and Kostic [9] obtained experimental results of heat transfer for developing flow of a viscoelastic liquid in a 2×1 rectangular duct with mixed convection. They showed that Nu numbers for non-Newtonian fluids are larger than for Newtonian fluids. This behavior is also observed in this work, and even the order of magnitude of the heat transfer enhancements are the same in some of the cases investigated. However, a direct comparison between the present results and the ones by Hartnett and Kostic [9] is not possible because the normal stress coefficients of the fluid used in their experiments are not known.

The following results show how the Nusselt number, Nu , and the intensity of the secondary flow vary with (i) the aspect ratio, α , (ii) the Reynolds number, Re , and (iii) the material functions Ψ_1 and Ψ_2 (first and second normal stress coefficients, respectively). The intensity of the secondary flow is characterized by the difference between the extreme values of the stream function, $\psi_{max} - \psi_{min}$.

ψ_{max} is the maximum value at the 'positive' vortex, and ψ_{min} is the minimum value, at the 'negative' vortex.

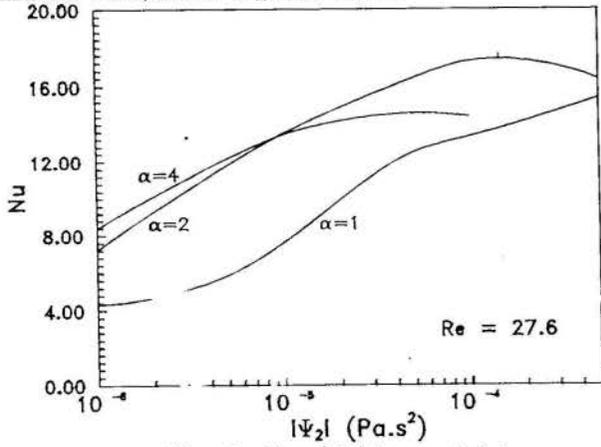


Fig. 3: $Nu \times |\Psi_2|$ for $\alpha = 1, 2, 4$

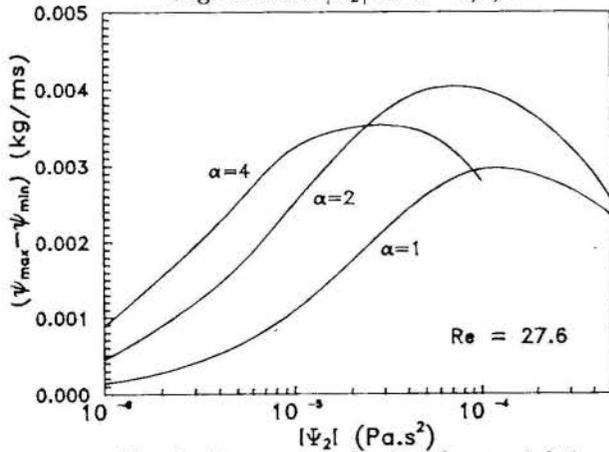


Fig. 7: $(\psi_{max} - \psi_{min}) \times |\Psi_2|$ for $\alpha = 1, 2, 4$

Figure 6 illustrates how Nu varies with $|\Psi_2|$ (or fluid elasticity), for $Re = 27.6$ and three different aspect ratios. The corresponding values of $(\psi_{max} - \psi_{min})$ are shown in Figure 7.

A comparison of Nu values obtained for the Newtonian case ($Nu = 4.1$ for $\alpha = 1$; 5.2 for $\alpha = 2$ and 6.3 for $\alpha = 4$) to non-Newtonian values in Fig. 6 shows that non-Newtonian Nu values are much larger. Also, it can be verified that the presence of secondary flows is the cause for this increase in heat transfer.

For $\Psi_1 = \Psi_2 = 0$. (i.e., zero normal stress differences and no secondary flows) and $\eta(\dot{\gamma})$ (i.e., a shear rate dependent viscosity), Nu is just a little larger (less than 5%) than in the corresponding Newtonian cases. For Ψ_2 varying from -10^{-6} to -5×10^{-4} , the increase in Nu values varies from 6% to 275% for $\alpha = 1$; from 38% to 230% for $\alpha = 2$; and from 33% to 130% for $\alpha = 4$. Then, it can be noted that the effect of the shear-thinning viscosity in heat transfer is very small as compared with the secondary flow effect.

From Figs. 6 and 7 it can be verified that the Nu curves have the same qualitative behavior as the $(\psi_{max} - \psi_{min})$ curves, further confirming that the heat transfer enhancement is due to secondary flow effects. Another result obtained from these figures is that for small $|\Psi_2|$ (or low elastic effects), Nu is larger for larger aspect ratios, as occurs for Newtonian flows. In the high $|\Psi_2|$ range, however, a different trend is observed. The Nusselt number increases as the aspect ratio is increased from $\alpha = 1$ to $\alpha = 2$, but then decreases when the aspect ratio is further increased from $\alpha = 2$ to $\alpha = 4$. These results imply that, for a given fluid (Ψ_1 and Ψ_2 fixed) and a given Re , there is a critical aspect ratio that corresponds to maximum heat transfer.

The trend described above can be explained as follows. For low $|\Psi_2|$, secondary flows are weak for all aspect ratios, and the behavior of Nu values is essentially the same as for Newtonian flows. Namely, Nu is a monotonically increasing function of α . In the absence of secondary flows, heat transfer in the cross section plane occurs by conduction only, and, as the heated walls approach each other (with increasing α), they impose larger temperature gradients in the fluid. Since Nu is essentially a dimensionless temperature gradient at the

wall, this explains the trend observed in the Newtonian case.

As $|\Psi_2|$ is increased, the secondary flow gets more intense, becoming responsible for a large (convective) portion of the total heat transfer. However, as the heated plates get closer together, a viscous resistance to the secondary flow comes into play, tending to decrease the intensity of the vortices and hence heat transfer.

It is also seen in Figs. 6 and 7 that $(\psi_{max} - \psi_{min})$ decreases in the range of higher values of $|\Psi_2|$. This indicates that the elastic force which drives the secondary flow decreases after some critical value of $|\Psi_2|$, or else a monotonically increasing or at most asymptotic behavior would be expected. The reason for this is related to the first normal stress coefficient, Ψ_1 . Since Ψ_1 and Ψ_2 are proportional to each other, in the high $|\Psi_2|$ range Ψ_1 is also large. As it will be elaborated at the end of this section, the driving elastic force decreases as Ψ_1 is increased, which explains the observed trend. Due to flow pattern differences the maxima occur at somewhat higher $|\Psi_2|$'s for the Nu curves, as compared to the corresponding $(\psi_{max} - \psi_{min})$ curves.

In Figures 8-11 Nu and $(\psi_{max} - \psi_{min})$ are given as functions of $|\Psi_2|$, for four different Reynolds numbers. Results in Figs. 8 and 9 pertain to $\alpha = 1$, whereas in Figs. 10 and 11 the results are for $\alpha = 2$. The first comment about these results is that the qualitative behavior is about the same for both aspect ratios.

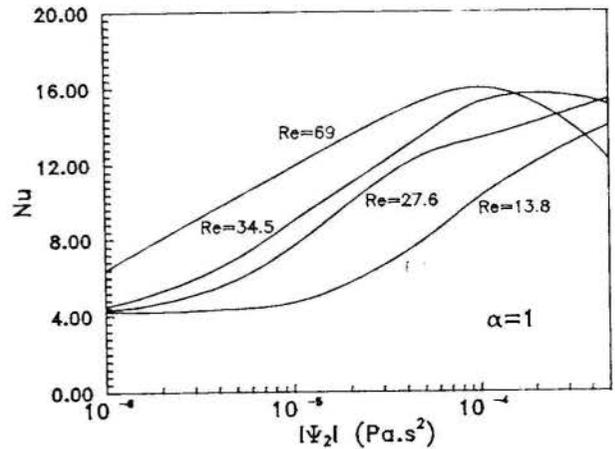


Fig. 8: $Nu \times |\Psi_2|$ for $\alpha = 1$

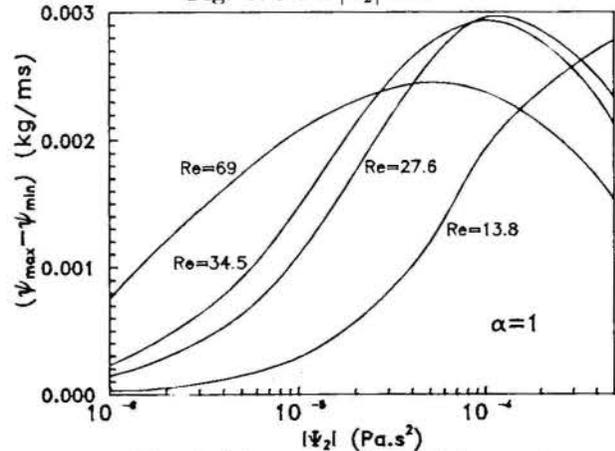


Fig. 9: $(\psi_{max} - \psi_{min}) \times |\Psi_2|$ for $\alpha = 1$

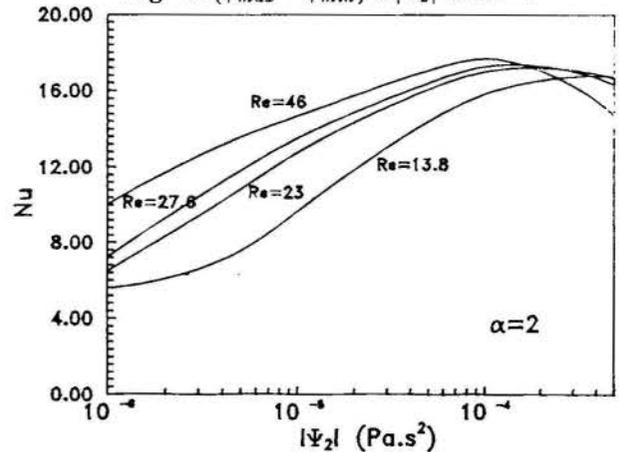


Fig. 10: $Nu \times |\Psi_2|$ for $\alpha = 2$

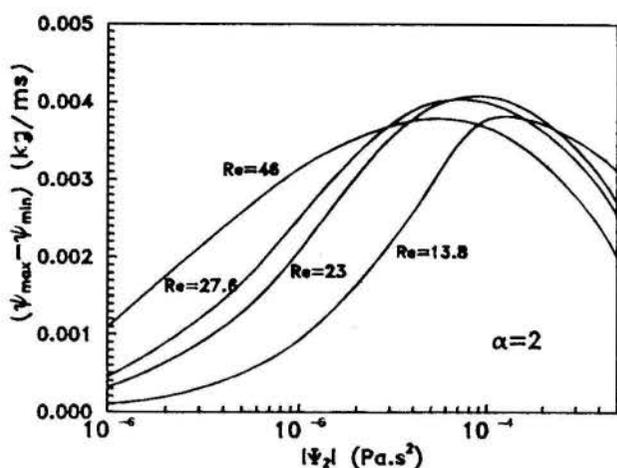


Fig. 11: $(\psi_{max} - \psi_{min}) \times |\Psi_2|$ for $\alpha = 2$

Interesting trends are observed in these figures. $(\psi_{max} - \psi_{min})$ increases with $|\Psi_2|$ up to a certain value, and from that point on it starts decreasing monotonically with $|\Psi_2|$. Therefore, the curves for $(\psi_{max} - \psi_{min})$ present a maximum. It seems that similar trends would be observed in the Nu curves, which is reasonable to expect, but many of the maxima would occur outside the range shown in Figs. 8 and 10. Moreover, Figs. 9 and 11 show that, in most cases, larger maximum values of $(\psi_{max} - \psi_{min})$ are reached for the lower Re curves.

It is perhaps worth recalling at this point that Nu is a constant, independent of Re , when the fluid is Newtonian, regardless the intensity of the axial flow. Therefore, it is readily seen that the non-Newtonian effect on heat transfer is very strong.

There are two important and opposite forces that affect vortex intensity. One is the elastic force, due to the normal stress imbalance $|\Psi_2|$, and the other is the shear, or viscous force. The elastic force increases with $|\Psi_2|$ up to a certain point, when the Ψ_1 effect takes over. Then, it reaches a maximum and decreases henceforth. The viscous force always act against the motion, and increases at higher and higher rates as the vortex intensity increases.

In this manner, when both Re and $|\Psi_2|$ are small, the secondary flows are weak, and the viscous action does not play a significant role. Therefore a monotonic increase of Nu and $(\psi_{max} - \psi_{min})$ with these two parameters is observed when they are both relatively small. As Re (or $|\Psi_2|$, up to a certain value) is increased, however, the secondary flow gets stronger, and the viscous force becomes more and more important. Therefore, the slope of the curves in Figs. 8–11 decreases with $|\Psi_2|$. Further, it starts decreasing earlier for higher Re 's, when vortex intensity is higher for a given value of $|\Psi_2|$.

Figures 8–11 also show that $(\psi_{max} - \psi_{min})$ and Nu present a maximum at some value of $|\Psi_2|$, beyond which it starts decreasing. This is due to a decrease in the driving elastic force, which occurs when Ψ_1 reaches high values. Mild changes in flow pattern are the reason for the maxima to occur at somewhat higher $|\Psi_2|$'s for the Nu curves, as compared to the corresponding $(\psi_{max} - \psi_{min})$ curves.

To explain why in most cases the maximum value of $(\psi_{max} - \psi_{min})$ is larger for lower Re 's, it is speculated that the Ψ_1 effect mentioned above is amplified as Re is increased. One exception to the observed trend is given by the curve for $Re = 13.8$ in Fig. 10. It seems that in this case the elastic force starts decreasing due to the Ψ_1 effect because Ψ_1 itself reached high values, even before a high enough secondary flow intensity was achieved to invoke significant viscous action.

As mentioned above, increasing the first normal stress coefficient, Ψ_1 , tends to decrease the driving elastic force. Actually, this fact was used above to explain certain trends. In order to better assess this behavior, some extra cases were investigated in which Ψ_1 and Ψ_2 were decoupled. The results obtained are shown in Table 2. It becomes clear from these results that increasing Ψ_1 inhibits the secondary flows, and hence heat transfer.

Re	Ψ_2	Ψ_1	Nu	$(\psi_{max} - \psi_{min})$
23	-10^{-5}	0.	12.84	2.12×10^{-3}
23	-10^{-5}	6.67×10^{-5}	12.79	2.09×10^{-3}
23	-5×10^{-4}	1.5×10^{-3}	20.81	4.77×10^{-3}
23	-5×10^{-4}	3.33×10^{-3}	16.67	2.70×10^{-3}

CONCLUSIONS

The flow of non-Newtonian fluids inside rectangular ducts has been investigated. The governing differential equations of mass, momentum and energy were solved numerically by a finite volume technique. The viscoelastic behavior of the flowing fluid was given by the Criminale-Ericksen-Filbey (CEF) constitutive relation.

Secondary flows are caused by the second normal stress difference. Other parameters influence secondary flows, such as the aspect ratio, the Reynolds number and the first normal stress difference. However, the second normal stress difference plays the dominant role.

The dependence of the secondary flows and heat transfer on these parameters was investigated. It was found that heat transfer is strongly enhanced by secondary flows, Nusselt numbers reaching values as large as three times the corresponding Newtonian ones.

Perhaps the most interesting finding is related to maximum heat transfer that was shown to occur for some combinations of parameters. This implies that there are optimal aspect ratios and Reynolds numbers in the sense of maximum heat transfer, which depend on the fluid's mechanical behavior. Obviously this fact might be explored in future thermal designs of certain industrial processes.

Acknowledgements

The authors are indebted to Prof. Angela O. Nieckele for kindly sharing with them her expertises on the control volume method as well as on heat transfer. The first author wishes to show her gratitude to CNPq for the doctoral scholarship. This work was supported by the *Secretaria de Ciência e Tecnologia da Presidência da República - SCT/PR*.

REFERENCES

- [1] Dunwoody, N.T. and Hamill, T.A., "Forced Convection in Linal Flow of Non-Newtonian Fluids Through Rectangular Channels", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, v. 23, p. 943-949, 1980.
- [2] Chandrupatla, A.R. and Sastri, V.M.K., "Laminar Forced Convection Heat Transfer of a Non-Newtonian Fluid in a Square Duct", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, v. 20, p.1315-1324, 1977.
- [3] Tachibana, M., Kawabata, N. and Genno, H., "Steady Laminar Flow of Power Law Fluids in the Inlet Region of Rectangular Ducts", *Journal of Rheology*, v. 30, n. 30, p.517-538, 1986.
- [4] Lawal, A. and Mujumdar, A.S., "Laminar Flow and Heat Transfer in Power-Law Fluids Flowing in Arbitrary Cross-Section Ducts", *Numerical Heat Transfer*, v. 8, p.217-244, 1985.
- [5] Lawal, A., "Mixed Convection Heat Transfer to Power Law Fluids in Arbitrary Cross-Sectional Ducts", *J. Heat Transfer*, v.111, p. 399-406, 1989.
- [6] Bird, R.B., Armstrong, R.C. and Hassager, O., "Dynamics of Polymeric Liquids", 2^o ed., *John Wiley & Sons*, 1987.
- [7] Townsend, P., Walters, K. and Waterhouse, W.M., "Secondary Flows in Pipes of Square Cross-Section and the Measurement of the Second Normal Stress Difference", *J. of Non-Newtonian Fluid Mech.*, 1, p. 107-123, 1976.
- [8] Gervang, B. and Larsen, P.S., "Secondary Flows in Straight Ducts of Rectangular Cross Section", *J. of Non-Newtonian Fluid Mech.*, 39, p. 217-237, 1991.
- [9] Hartnett, J.P. and Kostic, M., "Heat Transfer to a Viscoelastic Fluid in Laminar Flow through a Rectangular Channel", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol.28, n. 6, p.1147-1155, 1985.
- [10] Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", *Hemisphere Publishing Company, New York*, 1980.
- [11] Kakaç, S., Shah, R.K., Aung, W., "Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer", *John Wiley & Sons*, 1987.

AVALIAÇÃO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE ESCOAMENTOS
 POLIMÉRICOS EM PRESENÇA DE GRANDES OBSTRUÇÕES

Roberto Guimarães Pereira*, Dept. Eng. Mec., UFF/RJ
 Washington Braga Filho*, Dept. Eng. Mec., PUC-Rio
 Maurício Nogueira Frota*, Dept. Eng. Mec., UFF e PUC-Rio
 * Membros da ABCM

RESUMO

O presente trabalho descreve uma investigação de caráter numérico-experimental referente ao escoamento confinado de um fluido polimérico em presença de uma obstrução localizada de grandes dimensões. Diversas condições de escoamento são estudadas permitindo avaliar a influência da obstrução em adimensionais de interesse tecnológico. O tamanho da obstrução é caracterizada pelas razões de aspecto geométrico (a/R_0 e l/R_0) que variaram de $0,1 < a/R_0 < 0,98$, $0,1 < l/R_0 < 1,0$.

INTRODUÇÃO

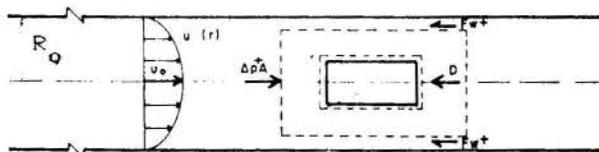
O escoamento de fluidos poliméricos em presença de obstruções encontra inúmeras aplicações em ciência e tecnologia (Pereira (1992), Harnoy (1989), Drew (1988) etc). Em outro trabalho dos mesmos autores (Pereira et al. (1991)), o assunto do escoamento em presença de uma obstrução localizada foi tratado, porém restrito ao caso de fluidos newtonianos.

No presente trabalho, o método numérico foi generalizado para fluido de natureza não-newtoniana do tipo puramente viscoso. O algoritmo computacional foi qualificado à luz de experimentos inéditos que envolvem sistemas fluido partículas.

Soluções poliméricas de Carboxy Methyl Cellulose com comportamento pseudoplástico foram utilizadas nos experimentos.

O PROBLEMA FÍSICO

A Fig. 1 caracteriza o problema físico em questão: o escoamento confinado de um fluido na presença de uma obstrução localizada. O fluido é polimérico e a obstrução imposta ao escoamento é materializada pela presença de um cilindro posicionado ao longo do eixo do duto. A razão de aspecto a/R_0 estabelece a escala para quantificar a magnitude da obstrução.



--obstrução ao escoamento
 (cilindro de raio a e comprimento l)

Fig. 1 Escoamento obstruído

Na forma compacta expressa pela equação (1), são estabelecidas as equações de movimento. A escolha dos parâmetros C^ϕ , F^ϕ , P^ϕ e G^ϕ , permite recuperar a equação da continuidade e as equações de momentum nas direções radial (r) e longitudinal (z).

$$\frac{\partial(v\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(u\phi)}{\partial z} + \frac{v\phi}{r} - C^\phi \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] = F^\phi + P^\phi + G^\phi \quad (1)$$

As condições de contorno referem-se ao não deslizamento do fluido nas paredes do duto e da obstrução. Adicionalmente, considera-se que o campo de velocidade do fluido distante da obstrução pode ser substituído pelo campo de velocidade do escoamento não obstruído, exatamente conforme proposto nas linearizações clássicas.

O MODELO CONSTITUTIVO

Foi utilizado no presente trabalho o modelo constitutivo Power-Law, para descrever a função viscosidade do fluido:

$$\eta = m (2 II_{\dot{\gamma}})^{\frac{n-1}{2}} \quad (2)$$

sendo m o índice de consistência do fluido, n o expoente power-law e $II_{\dot{\gamma}}$ o segundo invariante do tensor da taxa de deformação.

As equações de movimento, escritas na sua formulação divergente, são discretizadas via Método das Diferenças Finitas supondo malhas não deslocadas segundo tendências recentes (Shi e Ren (1984) e outros). Após a linearização dos termos de inércia via Método de Newton-Raphson, estes são discretizados via esquema adaptativo de três pontos proposto por Braga (1990). Outros termos, incluindo os de difusão, são discretizados via esquema central. Em ambos os casos, a discretização foi feita de forma a poder-se trabalhar com malhas não uniformes. Os termos relativos à função viscosidade do modelo constitutivo utilizado (*power-law*) foram tratados explicitamente.

O detalhamento do método é apresentado em Pereira (1992). A equação da pressão foi obtida substituindo-se os componentes de velocidade, determinados nas equações de momento, na equação discretizada de movimento (e.g.: Shi e Ren (1984) e Patankar (1980)).

As condições numéricas de contorno foram implementadas da forma clássica, sem dificuldades observáveis. O algoritmo numérico utilizado para resolver as equações é sequencial. Ele consiste em atualizar-se inicialmente o campo de pressões, via uma única iteração do Método SOR para, em seguida, determinar os novos valores do campo de velocidades através da solução simultânea das duas equações de momentum, pelo Método TDMA. O tamanho relativo da partícula variou de $a/R_0 = 0,1$ a $0,95$. A convergência do método sequencial foi definida através da tolerância 10^{-5} , suposta suficiente para este problema. Tipicamente, cerca de 150 a 500 iterações foram necessárias para a convergência.

O APARATO EXPERIMENTAL

Por limitação de espaço, a descrição da técnica e do aparato experimental não foi incluída, estando entretanto, disponível em Pereira (1992). Basicamente, cilindros de polipropileno são utilizados para causar a obstrução do escoamento no qual são medidos e calculados a queda de pressão e a força atuante na parede confinante, devido, unicamente, a presença da obstrução.

RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS

A seguir são analisados os adimensionais de interesse ($\Delta P^+A/D$, F_v^+/D e C_d) que relacionam forças adicionais e outros parâmetros relevantes ao estudo da influência da obstrução no escoamento.

O regime hidrodinâmico foi caracterizado com base na dimensão característica da obstrução e adimensionalizado com base em parâmetros reológicos do fluido, segundo a expressão:

$$Re_P = \frac{\rho V_c^{2-n} d_c^n}{m 8^{n-1} \left[\frac{3n+1}{4n} \right]^n} \quad (3)$$

A razão entre a força de pressão adicional e a força de arrasto atuante sobre a obstrução ($\Delta P^+A/D$) foi obtida experimentalmente para os casos de obstruções de geometrias esférica e cilíndrica e fluidos de natureza newtoniana e não-newtoniana. Já a simulação numérica objetivando a determinação de $\Delta P^+A/D$ foi feita para os casos de obstruções cilíndricas e fluidos newtoniano e não-newtonianos.

A Fig. 2 apresenta o comportamento da razão $\Delta P^+A/D$ em função da razão de aspecto a/R_0 para o caso de obstrução cilíndrica e fluidos de natureza newtoniana e não-newtoniana, para baixo regime hidrodinâmico ($Re_P = 1,0$). De um modo geral, o valor de $\Delta P^+A/D$ decresce de forma drástica e tende ao valor unitário em um determinado valor de a/R_0 que é cada vez menor à medida que o expoente *power-law* decresce.

Resultados numéricos e experimentais, não incluídos por limitação de espaço, mostram que o tamanho da obstrução l/R_0 na direção longitudinal praticamente não afeta o valor de $\Delta P^+A/D$.

Analogamente ao que foi descrito para a razão $\Delta P^+A/D$, a Fig. 3 refere-se à simulação numérica e ilustra o efeito da razão de aspecto a/R_0 no adimensional F_v^+/D .

A Fig. 4 apresenta o comportamento do coeficiente de arrasto (C_d) em função de a/R_0 para o caso de partícula cilíndrica e fluidos de natureza newtoniana e não-newtoniana para baixo regime hidrodinâmico ($Re_P < 5$). Observa-se um drástico aumento no valor de C_d à medida que cresce o tamanho da obstrução na direção radial.

Ao contrário do ocorrido para as razões $\Delta P^+A/D$ e F_v^+/D , a razão de aspecto l/R_0 afeta o coeficiente de arrasto para o caso de uma obstrução cilíndrica em presença de fluidos newtonianos e não-newtonianos, conforme ilustrado pela Fig. 5. Os resultados mostram que o tamanho da obstrução na direção longitudinal afeta menos significativamente o valor de C_d que o aumento da obstrução na direção radial.

Visualização Computacional. As Figuras

6 e 7 mostram as linhas de corrente na vizinhança da obstrução ao escoamento para diferentes regimes hidrodinâmicos e diferentes razões de aspecto, evidenciando adequada sensibilidade do código numérico às especificidades do escoamento.

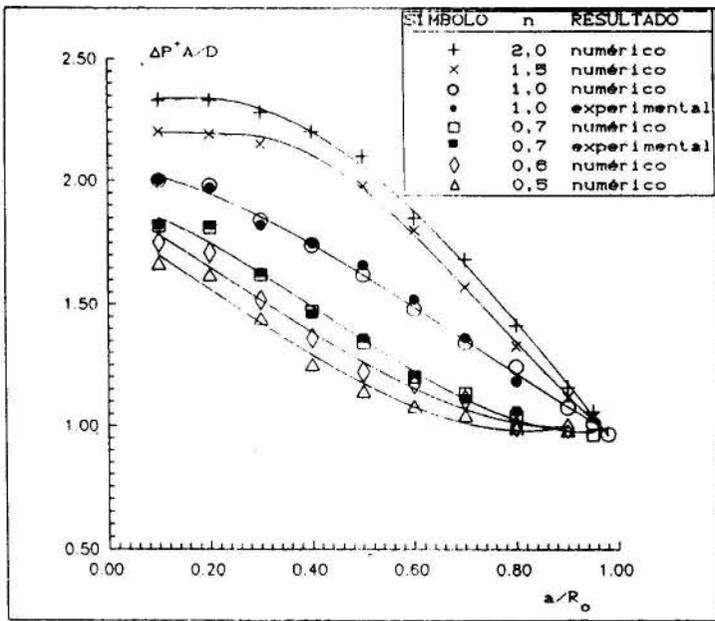


Fig. 2 - Influência da Razão a/R_o em $\Delta P^+ A/D$.
($0,5 \leq n \leq 2,0$; $0 \leq Re_p \leq 2$)

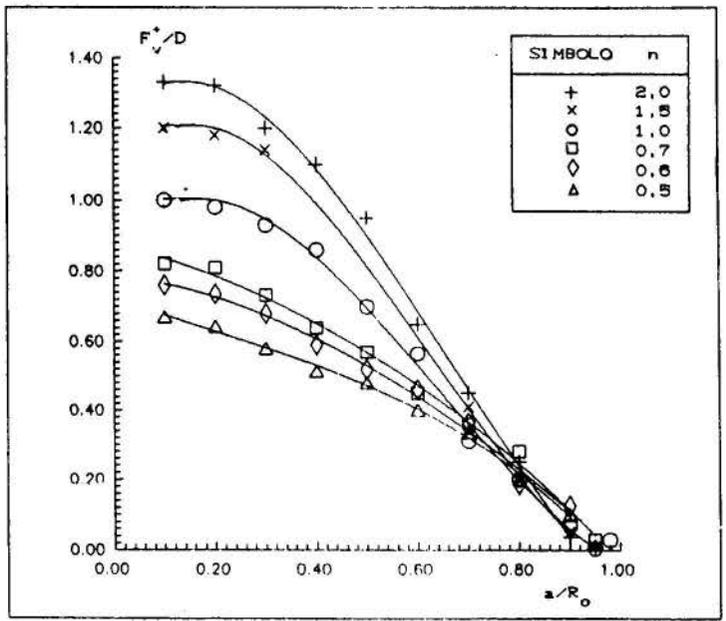


Fig. 3 - Influência da Razão a/R_o em F_w^+ / D .
($0,5 \leq n \leq 2,0$; $Re_p \leq 2$)

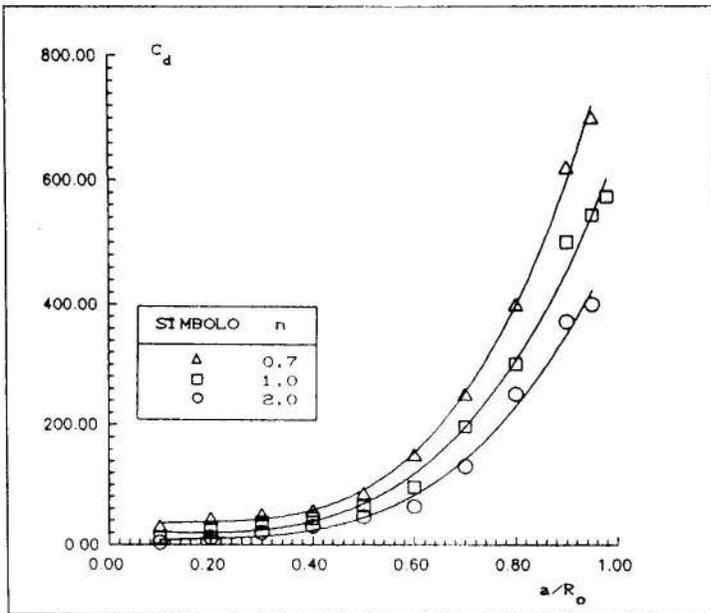


Fig. 4 - Influência da Razão a/R_o em C_d .
($1 < Re_p < 5$)

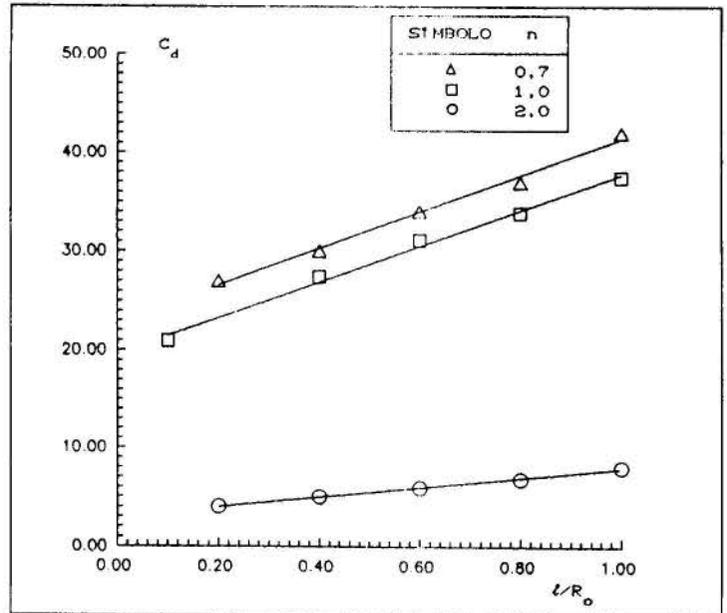


Fig. 5 - Influência da Razão l/R_o em C_d .
($Re_p = 1$; $a/R_o = 0,1$)

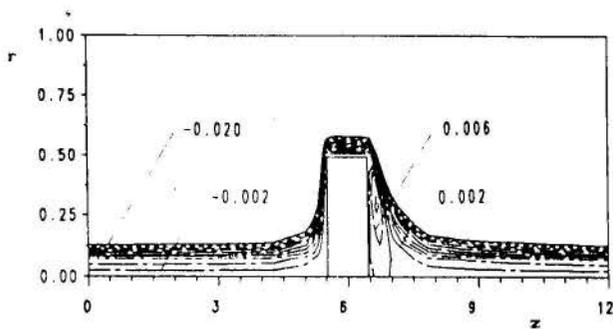


Fig. 6 - Visualização Computacional
($n = 2,0$; $a/R_o = 0,5$; $l/R_o = 1,0$; $Re_p = 30$)

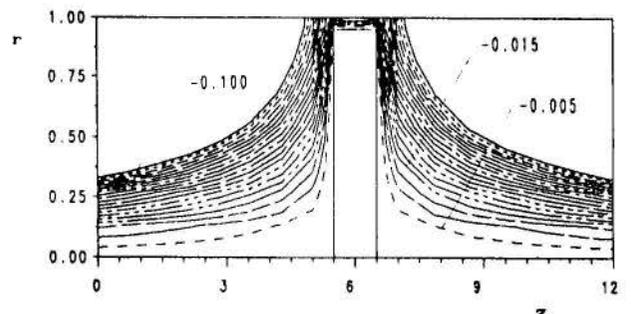


Fig. 7 - Visualização Computacional.
($n = 0,7$; $a/R_o = 0,95$; $l/R_o = 1,0$; $Re_p = 3,5$)

CONCLUSÕES

A despeito do enorme bloqueio imposto ao escoamento ($a/R_0 > 0,7$), o código numérico provou-se eficiente para calcular o escoamento polimérico de fluidos *power-law* em presença de uma obstrução localizada. O algoritmo computacional foi qualificado à luz de experimentos inéditos e reproduziu resultados confiáveis compatíveis com a banda de incerteza experimental, estimada em 3%.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq, pelas bolsas de pesquisa; à Secretaria da Ciência e Tecnologia da Presidência da República - SCT/PR, pelo apoio financeiro no âmbito do convênio com a PUC-Rio e ao Núcleo de Processamento de Dados da UFF/Rio, pela infra-estrutura computacional.

BIBLIOGRAFIA

- . Braga, W. *On the Use of Some Weighted upwind Schemes for Strongly Convective Flows*, Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 18, pp. 43-60, 1990.
- . Drew, D. A. *The Lift Force on a Small Sphere in the Presence of a Wall*, Chemical Engineering Science, Vol. 43, pp. 769-773, 1988
- . Harnoy, A. *Normal Stresses and Relaxation Effects in Viscoelastic Boundary Layer Flow, Past Submerged Bodies*, Journal of Rheology, Vol. 33 (1), pp. 93-117, 1989
- . Patankar, S. V. *"Numerical Heat Transfer and Fluid Flow"*, Hemisphere, Washington, D.C., 1980
- . Pereira, R.G.; Braga, W; Frota, M. N. *Regime de Transição Associado ao Escoamento com Obstrução: Avaliação Numérica*, Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, São Paulo, SP, pp. 461-464, 1991
- . Pereira, R. G., *"Investigação Numérico-Experimental de Escoamentos Poliméricos em Presença de uma Obstrução Localizada"*, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, junho de 1992
- . Shi, T.M.; Ren, A. L. *Primitive-Variable Formulations Using Nonstaggered Grids*, Numerical Heat Transfer, Vol. 7, pp. 413-428, 1984.

ABSTRACT

The present work describes an experimental and computational investigation concerning the flow of a non-Newtonian fluid inside a tube, in the presence of a large located blockage. Aré considered "large" obstruction those having $a/R_0 > 0,7$.

Several blockage levels and different flow conditions were studied leading to the evaluation of the influence of the blockage under parameters of technological interest.

**ESCOAMENTO DE UM FLUIDO DE MAXWELL
 ATRAVÉS DE CILINDROS CO-AXIAIS POROSOS**

CARLOS ALBERTO CHAVES
 Departamento de Engenharia Mecânica
 UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ - CEP 12100 - TAUBATÉ - S.P.

OSVAIR VIDAL TREVISAN
 Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP
 Cx. Postal 6122 - 13081 - Campinas - S.P.

RESUMO

Neste trabalho é desenvolvido um método de elementos finitos tipo misto para a solução de escoamento de fluidos de Maxwell em cilindros co-axiais porosos. Foram utilizados elementos quadrilaterais com aproximações quadráticas nas tensões e velocidades, e linear nas pressões. O sistema não-linear resultante é resolvido pelo método de Newton combinado com uma versão modificada do método frontal de resolução de sistemas lineares. O programa de computador desenvolvido foi testado para os casos onde a densidade era nula para comparação entre a solução exata e numérica. Um exemplo foi incluído para demonstrar as capacidades do programa para a constante de viscoelasticidade até 0.05.

INTRODUÇÃO

O problema de escoamento através de paredes porosas vem atraindo a atenção de engenheiros e matemáticos, em vista de suas múltiplas aplicações como transpiração, controle de camada limite e resfriamento em reatores nucleares.

Vários métodos aproximados têm sido utilizados, mas sempre impondo certas condições e restrições, extensos cálculos e simplificações, como o problema analisado por Huang (1974). Existem atualmente vários programas para o cálculo de escoamento de fluidos Newtonianos pelo método dos elementos finitos. Tais programas exigem muito espaço de memória e tempo de cálculo.

Neste trabalho, procurou-se desenvolver o método dos elementos finitos através da utilização da rotina frontal, que minimiza os requisitos da área de memória, sendo ideal para uso em micro computadores.

O modelo utilizado para o fluidos é o de Maxwell (Chaves, 1987).

De modo a validar o programa, são apresentados alguns problemas, bem como uma avaliação crítica dos resultados obtidos quando comparados com soluções analíticas.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Vamos denotar G o tensor de tensões, p a pressão e T o tensor de extra-tensões definidos por

$$G = -pI + T \quad (1)$$

onde I é o tensor unitário.

Para escoamento em regime permanente, a equação do momento tem a forma:

$$-\nabla p + \nabla \cdot T + \vec{f} = \rho \vec{v} \nabla \vec{v} \quad (2)$$

onde \vec{v} é o vetor velocidade, \vec{f} é a força de corpo, $\vec{f} = (0, 0, \rho g)$, ρ é a densidade, e g é a aceleração devido a gravidade.

A equação da Conservação da massa quando ρ é constante é dada por:

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (3)$$

Como equação de constituição nós usaremos o modelo convectivo de Maxwell dada por:

$$T + \lambda (v \nabla T - LT - TL^c) = 2\mu D \quad (4)$$

onde λ é a constante de viscoelasticidade, μ é

a viscosidade, L é o gradiente de velocidade e D é o tensor taxa de deformação (o Modelo Newtoniano corresponde a $\lambda = 0$).

Vamos tomar as equações (2)-(4) escritas em coordenadas cilíndricas e considerarmos simetria axial. Tomando a forma fraca das equações (2) - (4) multiplicando-as por $r\psi(x)$, $r\xi(x)$ e $r\chi(x)$ respectivamente e integrando sobre o domínio D_0 do escoamento obteremos:

$$\int_{D_0} r\psi(x) \{-\nabla p + \text{div } T + \vec{f} - \rho v \nabla v\} d\delta = 0, \quad \forall \psi \quad (5)$$

$$\int_{D_0} r\xi(x) \text{div } v d\delta = 0, \quad \forall \xi \quad (6)$$

$$\int_{D_0} r\chi(x) \{T + \lambda (v \nabla T - LT - TL^c) - 2\mu D\} d\delta = 0, \quad \forall \chi \quad (7)$$

Para obtermos aproximações de menor ordem para p , uma integração por partes é realizada na Eq.(5). Tal procedimento faz com que surjam condições de fronteiras naturais:

$$\int_{D_0} \{r[-p\nabla\psi + (\nabla\psi)T - \psi(f - \rho v \nabla v)] + \psi(T_{\theta\theta} - p)l_r - \psi T_{r\theta}l_\theta\} d\delta - \int_c r\psi(\eta T - p\eta) d\chi = 0 \quad (8)$$

onde l_r e l_θ são vetores unitários ao longo das direções r e θ em coordenadas cilíndricas.

O termo

$$\vec{e} = \int_c r\psi(\eta T - p\eta) d\chi \quad (9)$$

é a força de contato na fronteira com η a normal unitária na fronteira.

Antes de discretizarmos as variáveis, nós tomamos T dado pela Eq.(4) e substituímos na Eq.(8) para obtermos:

$$\int_{D_0} \{r[-p\nabla\psi + (\nabla\psi)(2\mu D - \lambda(v \nabla T - LT - TL^c)) - \psi(f - \rho v \nabla v)] + \psi\{2\mu D - \lambda(v \nabla T - LT - TL^c)_{\theta\theta} - p\}l_r - \psi\{2\mu D - \lambda(v \nabla T - LT - TL^c)_{r\theta}\}l_\theta\} d\delta - \int_c r\psi(\eta T - p\eta) d\chi = 0 \quad (10)$$

O MÉTODO NUMÉRICO

Para aplicação do método dos elementos finitos misto, o domínio D_0 é dividido em elementos quadrilaterais com nós nos vértices,

pontos médios dos lados e centro dos quadriláteros. Em cada um dos nós associamos um polinômio de Lagrange quadrático por partes ϕ_i e com os vértices um polinômio de Lagrange linear por partes ξ_i .

As aproximações para V, p e T são dadas por:

$$V^* = \sum_{i=1}^N V_i^* \phi_i$$

$$T^* = \sum_{i=1}^N T_i^* \phi_i \quad (11)$$

$$P^* = \sum_{i=1}^N P_i^* \xi_i$$

A substituição das expansões dadas por (11) nas Eqs. (6), (7) e (10) e tomando $\psi = \phi = \phi_i$ e $\xi = \xi_i$, obtemos um sistema de equações algébricas não-lineares de $9N+m$ equações em $9N+m$ incógnitas ($3N$ velocidades, $6N$ tensões e m pressões), que representamos por:

$$F(V_i^*, T_i^*, P_i^*) = 0 \quad (\text{Eqs. (5), (6) e (8)})$$

$$G(V_i^*, T_i^*) = 0 \quad (\text{Eq. (10)})$$

Para reduzirmos o tamanho das matrizes envolvidas desacoplamos o sistema em dois como se segue:

Para $n=0,1,2,\dots$, dado:

$$T_i^{*(n)}$$

resolvemos:

$$F(V_i^*, T_i^{*(n)}, P_i^*) = 0 \quad (12)$$

e com os valores obtidos de:

$$V_i^* = V_i^{*(n)}$$

calculamos o novo:

$$T_i^* = T_i^{*(n+1)}$$

através de:

$$G(V_i^{*(n)}, T_i^*) = 0 \quad (13)$$

O método de Newton é aplicado na Eq. (12) enquanto a Eq. (13) é um sistema linear.

Para fluidos Newtonianos, $\lambda=0$ e o sistema (12) se reduz a:

$$F(V_i^*, P_i^*) = 0$$

A Eq. (13) é usada somente quando queremos conhecer as tensões. Quando a inércia é desprezada ($\rho=0$) o sistema (12) é também um sistema linear e somente uma única iteração no método de Newton é necessária para resolvermos o sistema (12). Nós resolvemos todos os sistemas lineares pelo método frontal idealizado por Irons (1970).

O processo iterativo foi interrompido somente depois que os valores de T tivessem satisfeitos o seguinte critério:

$$\Delta T = \frac{\sum_{i,j} |T_n - T_{n-1}|}{\sum_{i,j} |T_n|} < 1 \times 10^{-4} \quad (14)$$

Critérios análogos foram exigidos para V e p.

RESULTADOS

O programa desenvolvido a partir do método de elementos finitos descrito acima foi testado para dois problemas de escoamento com densidade nula, onde admitimos a viscosidade $\mu=1$ e obtivemos as seguintes soluções exatas:

ESCOAMENTO DE COUETTE

$$u = 0$$

$$v = \frac{1}{3} \left(\frac{4}{r} - r \right)$$

$$w = 0$$

$$T_{r\theta} = \frac{8}{3} \frac{1}{r^2} \quad (15)$$

$$T_{\theta\theta} = \frac{8,16}{9} \frac{\lambda}{r^4}$$

com condições de fronteira

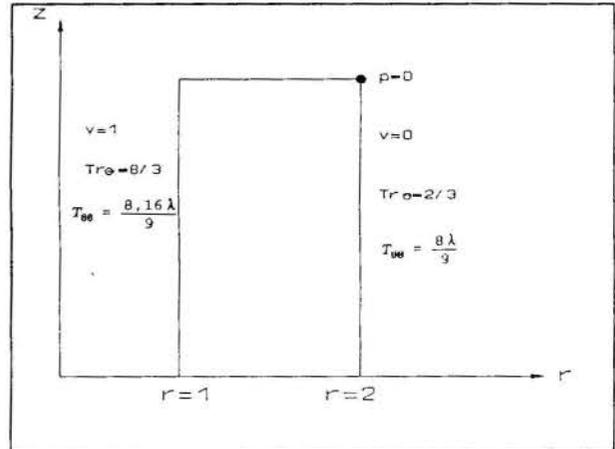


Figura 1 - Condições de Fronteira do Escoamento Couette

ESCOAMENTO ANULAR

$$u = 0$$

$$v = 0$$

$$w = 1 - \frac{\ln r}{\ln 2} \quad (16)$$

$$T_{rz} = \frac{-1}{r \ln 2}$$

$$T_{zz} = \frac{2\lambda}{r^2 (\ln 2)^2}$$

com condições de fronteira

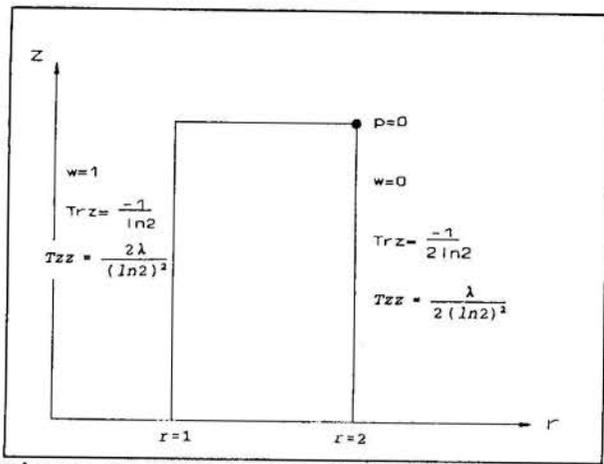


Figura 2 - Condições de Fronteira do Escoamento Anular

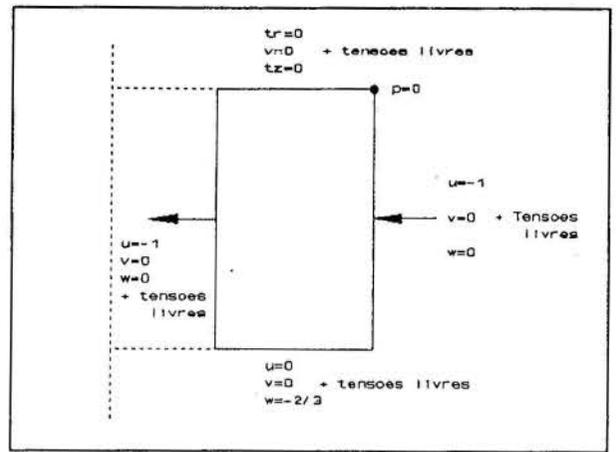


Figura 3 - Condições de Fronteira para o Cilindro co-axial poroso

Os domínios para os testes foram discretizados usando 2 malhas diferentes, com 9 e 16 elementos.

Os resultados obtidos são apresentados comparativamente nas Tabelas 1 e 2.

Pode-se verificar que a discretização do domínio em 9 (3x3) elementos já proporciona uma solução bastante precisa.

Tabela 1. Erros em u, v e w para Escoamento de Couette (9 e 16 elementos)

erro		λ	0.0	0.01	0.1
u	9 elem.		0	7×10^{-5}	1×10^{-4}
	16 elem		0	5×10^{-6}	4×10^{-6}
v	9		1×10^{-8}	3×10^{-5}	2×10^{-3}
	16		1×10^{-9}	7×10^{-7}	6×10^{-4}
w	9		0	2×10^{-6}	1×10^{-5}
	16		0	1×10^{-8}	2×10^{-6}

Tabela 2. Erros em u, v e w para Escoamento Anular (9 e 16 elementos)

erro		λ	0.0	0.01	0.1
u	9 elem.		5×10^{-5}	6×10^{-5}	8×10^{-5}
	16 elem		5×10^{-7}	7×10^{-6}	3×10^{-6}
v	9		0	0	0
	16		0	0	0
w	9		1×10^{-5}	2×10^{-5}	4×10^{-4}
	16		2×10^{-5}	4×10^{-5}	7×10^{-5}

O PROBLEMA DE PAREDES POROSAS

O problema de escoamento de um fluido de Maxwell através de cilindros co-axiais porosos representa um exemplo de aplicação do programa desenvolvido para situações mais gerais:

O CASO DO CILINDRO CO-AXIAL POROSO

Condições de fronteira

A Tabela 3 mostra para uma rede de 16 elementos os resultados apresentados para o caso do cilindro co-axial poroso. No problema de escoamento de Maxwell, através da técnica frontal, o maior valor de λ aceitável para o qual o método convergiu foi $\lambda=0.05$. O valor $\lambda=0.06$ não apresentou convergência de solução.

Tabela 3. Resultados

λ	Resíduos
$\lambda = 0.0$	3×10^{-15}
$\lambda = 0.01$	5×10^{-10}
$\lambda = 0.02$	8×10^{-7}
$\lambda = 0.03$	2×10^{-6}
$\lambda = 0.04$	7×10^{-5}
$\lambda = 0.05$	2×10^{-4}
$\lambda = 0.06$	1×10^{-1}

Os campos vetoriais relativos aos casos $\lambda=0$ e $\lambda=0.05$ são mostrados nas Figuras 4 e 5.

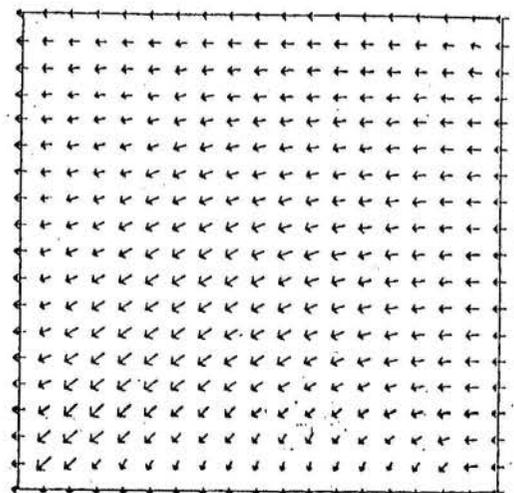


Figura 4. Campo Vetorial para escoamento de cilindro co-axial poroso ($\lambda = 0.0$)

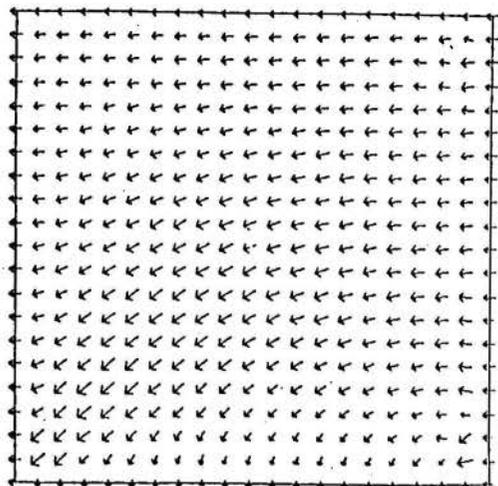


Figura 5. Campo Vetorial para escoamento de cilindro co-axial poroso ($\lambda = 0.05$)

CONCLUSÕES

O método dos elementos finitos foi desenvolvido para fluidos de Maxwell pela utilização da Técnica Frontal. Tal procedimento possibilita trabalharmos com pouca capacidade de memória, útil para microcomputadores.

O programa desenvolvido foi testado em dois escoamentos de Maxwell com soluções analíticas conhecidas e a precisão dos resultados é satisfatório.

O programa desenvolvido é bastante eficiente para os escoamentos de fluidos Newtonianos; porém apesar de obtermos soluções numéricas aproximadas razoáveis para os fluidos de Maxwell, a análise não foi possível para valores de maiores do que 0,05 por encontrarmos soluções não convergentes.

REFERÊNCIAS

Chaves, C. A., Escoamento de um fluido de Maxwell através de cilindros co-axiais porosos, Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas, S.P., 1987.

Huang, C. L., Applying Quasilinearization to the problem of flow through an annulus with porous walls of different permeability, *Appl. Sci. Res.*, vol. 29, pg 145-157, 1974.

Irons, B. M., A frontal Solution Program for Finite Element Analysis, *Int.J. Num. Meth. Eng.*, vol 2, pg 5-32, 1970.

Zienkiewicz, O. L., *The Finite Element Method*, 3rd. Edition, M. Graw Hill, London, 1977.

ABSTRACT

In this paper, a finite element method for the solution of the Maxwell fluid flow in porous coaxial cylinders is presented. Quadratic approximations are used for tensions and velocities while linear functions are employed for the pressure. The resulting non-linear system is solved by Newton's method combined with a modified frontal technique for solving linear systems. The computers program developed was tested for the cases where the density was zero for comparison between the exact solution and the computed solution. An example was included to demonstrate the numerical program capabilities for viscoelastic constant for the range (0, 0.05).

FORCED/NATURAL CONVECTION FLOW IN A LID-DRIVEN CAVITY USING A NON-NEWTONIAN FLUID AS A MEDIUM

Juan C. Morales, Mech. Engng. Dept.
University of Texas, Austin, TX 78712, USA
Antonio Campo, College of Engineering
Idaho State University, Pocatello, ID 83209, USA

SUMMARY

The mixed convection characteristics of a non-Newtonian fluid contained in a square cavity is examined. The governing conservation equations were solved numerically in the entire physical domain by a control-volume based finite-difference method. Detailed information about the flow and temperature fields is presented through streamlines and isotherm plots, respectively. Inspection of the graphical results indicate the presence of bicellular flows at intermediate-to-high Rayleigh numbers. In addition, global heat transfer rates as a function of the controlling geometric, hydrodynamic, thermal and rheological parameters are reported. For non-Newtonian fluids with and without moving plates, comparisons with earlier analytical, numerical and experimental data are made whenever possible.

NOMENCLATURE

c_p	specific heat
g	acceleration of gravity
Gr	Grashof number, eq.(9)
h	local convective coefficient
\bar{h}	average h
k	thermal conductivity
K	consistency index
n	power law index
Nu	local Nusselt number, eq. (11)
\bar{Nu}	average Nu
p	pressure
P	dimensionless p , eq.(9)
Pr	Prandtl number, eq.(9)
q_w	wall heat flux
Re	Reynolds number, eq.(9)
t	temperature
T	dimensionless t , eq.(9)
u, v	velocities in the x - and y -directions
U, V	dimensionless u, v , eq.(9)
u_0	velocity of the upper plate
x, y	coordinates
X, Y	dimensionless x, y , eq.(9)
w	side of square cavity

Subscripts

c	cold
h	hot

Greek letters

β	volumetric coefficient of thermal expansion
μ	dynamic viscosity, eq.(6)
μ_0	zero shear rate viscosity
ρ	density
$\dot{\gamma}$	shear rate

INTRODUCTION

Non-Newtonian fluids are of considerable interest in the chemical, pharmaceutical and food industries. In a review paper on the subject, Hartnett (1992) commented that limited attention has been paid to heat transfer processes associated with these fluids, although knowledge of its behavior is important in the design of industrial equipment.

When any fluid is subjected to a temperature gradient in a stationary cavity, natural convective motion is generated even for small temperature differences. Normally, a single cell fills the cavity, and the corners act as passive regions for low Grashof number flows. Application of a shear force at the upper lid dramatically alters the buoyant flow structure in the cavity showing minicells at the corners. This configuration represents an important type of flow occurring in lubrication and manufacturing processes. Torrance et al. (1972) published the first numerical results for a buoyancy- and lid-driven cavity. This investigation covered a range of Grashof numbers, $-10^6 < Gr < 10^8$. The Reynolds number was fixed at $Re = 100$ whereas the Prandtl number typical of gases, $Pr = 1$, was assumed. These authors concluded that the combined effects on the flow were quite different from the separate effects. Recently, Mohamad and Viskanta (1991) reported the second numerical results for a cavity driven by combined temperature gradients and imposed lid shear. The cavity was filled with a liquid metal ($Pr = 0.005$, typical for sodium and tin). The Grashof number was fixed at $Gr = 10^7$ and a range of Reynolds numbers were used for both aiding and opposing flows. Certain anomalous patterns exemplified the behavior of these low Prandtl number fluids.

A review of the archival literature reflects that non-Newtonian mixed convection in a cavity has not been studied and of course is not understood. In fact, the nature of the flow is highly nonlinear and the competing viscous and gravitational mechanisms impede the use of superposition of two different flows. These mixed convection problems have a direct application in extrusion processes involving highly complex polymeric flows.

This paper introduces for the first time local and global analysis of non-Newtonian fluids confined to lid-driven cavities. The local analysis was done by displaying velocity and temperature fields in the cavity. Global analysis was carried out by calculating the average Nusselt number of the cavity flow. As a first step, this investigation focuses on a two-dimensional numerical study for

forced/natural convection of a non-Newtonian fluid employing the convenient power law model. Among the many models that have been used to describe the non-Newtonian behavior exhibited by certain fluids, the power law model has received special attention (Bird et al., 1987). As expected, the effect of lid motion can be classified into two categories: aiding or opposing the buoyancy force.

The numerical results were obtained using primitive variables together with uniform finite volumes. To guarantee accuracy a detailed examination of convergence was necessary because of the relatively large value of the source term.

PROBLEM DESCRIPTION

The physical model consists of a non-Newtonian fluid confined to a square cavity in which the upper lid moves with a constant velocity u_0 . The cavity is differentially heated, such that the upper wall is maintained at a higher temperature than the stationary walls. The problem will be considered as 2-D, steady and laminar and the associated coordinate system is depicted in Fig. 1.

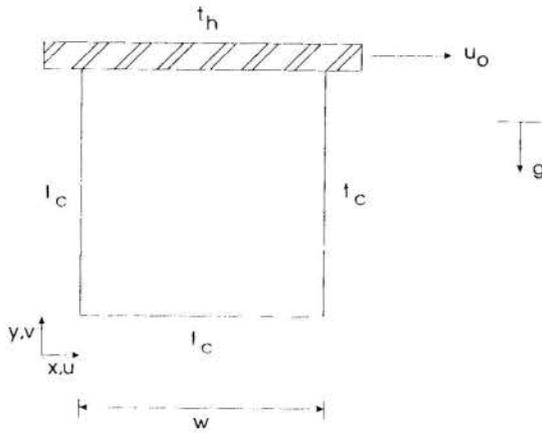


Fig. 1 Diagram of cavity

The dimensional equations of mass, momentum and energy are expressed as follows:

mass:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

x-momentum:

$$\frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2)$$

y-momentum:

$$\frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{\partial \rho v v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \rho g + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3)$$

energy:

$$\frac{\partial \rho u t}{\partial x} + \frac{\partial \rho v t}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{C_p} \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{C_p} \frac{\partial t}{\partial y} \right) \quad (4)$$

where the variables are clearly identified in the Nomenclature.

As far as the physical properties is concerned, they are assumed constant. For the buoyancy component of the convective flow, the Boussinesq approximation is adopted, and the density is given by the customary relation

$$\rho = \rho_{ref} [1 - \beta (t - t_{ref})] \quad (5)$$

Here ρ_{ref} designates the reference density evaluated at an appropriate reference temperature t_{ref} .

In the mathematical modeling, the hydrodynamic boundary conditions are related to impermeable no-slip walls, except at the upper moving wall. For sake of generality, the thermal boundary conditions are taken as isothermal. Since the heating is highly asymmetric, the computational domain cannot be simplified, and inevitably has to coincide with the physical domain. For ease of presentation the imposed boundary conditions are displayed in the accompanying table

Location	u	v	t
x = 0	0	0	t_c
x = w	0	0	t_c
y = 0	0	0	t_c
y = w	u_0	0	t_h

VISCOSITY MODEL

Many fluids, particularly liquids, differ markedly from the Newtonian behavior and as a result, are termed non-Newtonian (Bird et al., 1987). The development of appropriate constitutive equations to describe the stress state of these liquids remains an area of active research (and controversy).

No theory is yet available that can adequately describe all of the observed phenomena in a variety of these fluids. Nevertheless, the power law model is particularly convenient for preliminary analysis and has been used for this purpose. In fact, for practical applications, the power law model is a very good empirical representation of the viscometric data of many non-Newtonian fluids. Therefore, as Bird et al. (1987) pointed out, this model should be viewed as a convenient empiricism for the flow characteristics as opposed to strictly constitutive laws. Correspondingly, the viscosity appearing in the relation between the shear stress and shear rate, is given by

$$\mu = \mu_0 \dot{\gamma}^{n-1} \quad (6)$$

where

$$\dot{\gamma}^{n-1} = \sqrt{\frac{1}{2} \Pi} \quad (7)$$

$$\sqrt{2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2}$$

Thus, the expression for the viscosity, in terms of the velocity gradients (in both directions), becomes

$$\mu = \mu_0 \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (8)$$

From an engineering framework, use of the simplistic power law model provides a rapid first-order estimate of heat and fluid flow problems, because it portrays the physical trends and requires less effort and expense.

NUMERICAL COMPUTATION AND VALIDATION

Using w , u_0 and $(t_h - t_c)$ as reference quantities for length, velocity and temperature respectively, permits the variables and parameters to be rewritten as

$$X = \frac{x}{w}, \quad Y = \frac{y}{w}, \quad U = \frac{u}{u_0}, \quad V = \frac{v}{u_0}$$

$$T = \frac{t - t_c}{t_h - t_c}, \quad P = \frac{\bar{P}}{\rho u_0^2}, \quad Pr = \frac{\mu_0 C_p}{k} \quad (9)$$

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta (t_h - t_c) w^3}{\mu_0^2}, \quad Re = \frac{\rho u_0 w}{\mu_0}$$

Accordingly, the set of conservation equations can be accommodated into the general diffusion-convection equation:

$$\frac{\partial}{\partial X_j} \left[\rho U_j \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right] = S_\phi \quad (10)$$

where Γ_ϕ and S_ϕ denote the diffusion coefficient and the source, respectively.

The conservation equations were solved by the control-volume procedure (Patankar and Spalding, 1972). In this work, the algorithm was somewhat modified to accommodate the buoyancy force term and the terms accounting for the shear rate $\dot{\gamma}$. The SIMPLER algorithm (Patankar, 1980) was utilized to handle the pressure-velocity coupling and the block correction procedure of Settari and Aziz (1973) was incorporated to enhance the convergence.

Relevant tests pertaining to the limiting situation of a Newtonian fluid are inevitable, where the parameters controlling the cavity problem are the Reynolds, Grashof and Prandtl numbers. At the beginning, uniform intervals were considered to establish grid independent results under the preponderance of forced convection ($Gr = 0$). Table 1 summarizes the comparison of the maximum stream function for $Re = 100$ and 400 starting with a coarse grid of 12x12. In this regard, the results of two meshes of 42x42 and 82x82 were compared and revealed minor differences (relative error = 8%) in the streamlines. Therefore, it is

assumed that the 82x82 mesh is sufficient fine and the predictions were found to be accurate and consistent. Additionally, solutions obtained for an index $n = 1$ have been compared in Table 2 against the benchmark calculations of Torrance et al. (1972) and Schreiber and Keller (1983). The deviations seem to be very small for both Reynolds numbers. Therefore, the success of the code in simulating moderate forced convection in 2-D enclosures has been demonstrated.

Table 1. Sensitivity analysis of the grid using $-\psi_{max}$ as a criterion

Re	12x12	22x22	32x32	42x42	82x82
100	0.0873	0.0977	0.1000	0.102		0.103
400	0.0665	0.0850	0.0984	0.101		0.110

Table 2. Comparison of the numerical values of $-\psi_{max}$

Re	Present Work	Torrance et al. (1972)	Schreiber and Keller (1983)
100	0.103	0.101	0.10330
400	0.110	----	0.11297

PRESENTATION OF RESULTS

For the general case of non-Newtonian fluids, in addition to the parameters Re , Gr and Pr , the power law index n plays a decisive role. To save space, a limited set of results will be reported for pseudoplastic fluids ($n < 1$) only, although results for dilatant fluids ($n > 1$) have been generated as well.

In general, the presence of viscous and gravitational forces in mixed convection problems can be classified into two distinct categories: aiding or opposing. As expected, the mixed convection parameter Gr/Re^2 controls this intricate combined flow. Correspondingly, when this ratio is greater than unity, the buoyancy forces are dominant and the influence of forced convection is negligible. In contrast, when the ratio is less than unity, forced convection outweighs the strength of buoyancy. Obviously, for moderate values of Gr/Re^2 (order of magnitude one), both effects compete on an equal basis. In addition, it should be underlined that when the fluid under study is non-Newtonian, the magnitude of the power law index n can be envisioned as another "force" affecting the fluid motion inside the cavity.

Structures of the flow and thermal fields for a Newtonian fluid ($n = 1$) wherein $Re = 100$ and $Gr = 0$ are included in Fig. 2 primarily for comparison purposes. This case exemplifies a single primary eddy at the center and small secondary corner eddies. Temperature fields exhibit a minute stratification where all lines are clustered in the 1/3 upper portion of the cavity. This format correlates closely with the corresponding flow patterns.

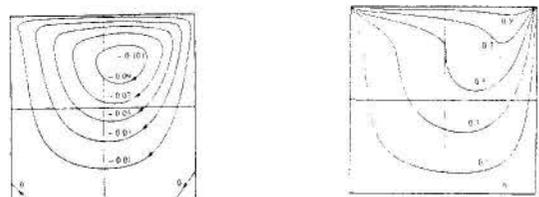


Fig. 2 Streamlines and isotherms for $Gr = 0$

$$\psi = \begin{matrix} -0.04 \\ -0.02 \\ 0 \\ 0.02 \\ 0.04 \end{matrix}$$

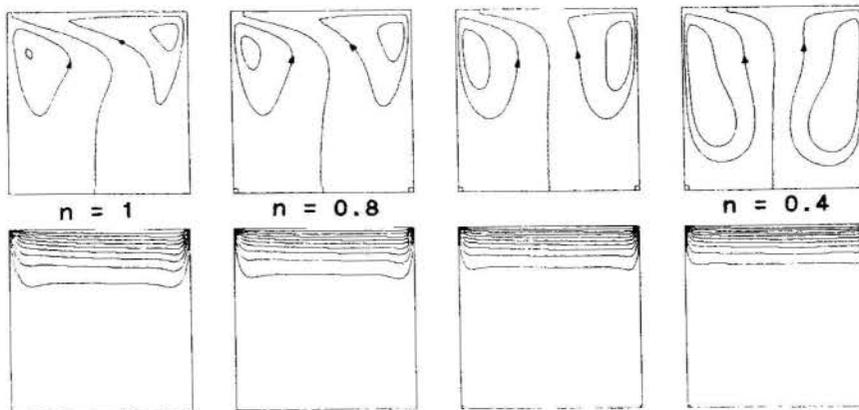


Fig. 3 Streamlines and isotherms for $Gr = 10^6$

$$\psi = \begin{matrix} -0.3 \\ -0.1 \\ 0 \\ 0.1 \\ 0.3 \end{matrix}$$

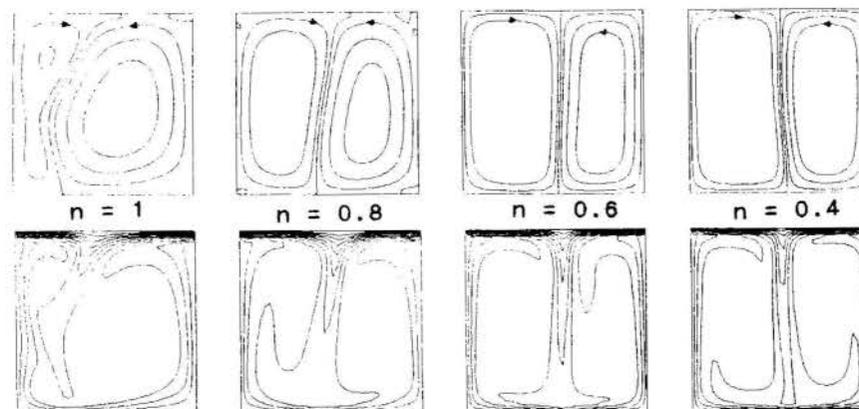


Fig. 4 Streamlines and isotherms for $Gr = -10^6$ $n = 0.6$

Results for ψ_{min} are displayed in Table 3 for a fixed Re , $Re = 100$, while the Rayleigh number and the index n are treated as parameters. Here, we observe that for decreasing values of n the flow is retarded for $|Ra = 10^4|$ and on the contrary is accelerated for $|Ra = 10^6|$. This behavior is indicative of the influence that n exerts as the "reigning force" on the flow circulation since the value of the parameter Gr/Re^2 is exactly one.

Table 3. Numerical values of ψ_{min} for $Re = 100$ and $Pr = 1$.

n	Ra			
	10^4	10^5	-10^4	-10^5
1.0	-0.08095	-0.04849	-0.11620	-0.32120
0.8	-0.06867	-0.05188	-0.10970	-0.56040
0.6	-0.05531	-0.05399	-0.09969	-0.85690
0.4	-0.04072	-0.06190	-0.07491	-0.65130
	$\downarrow n$ retards	$\downarrow n$ accel.	$\downarrow n$ retards	$\downarrow n$ accel.

Table 4. Nusselt number for $Re = 100$ and $Pr = 1$.

n	Ra			
	10^4	10^5	-10^4	-10^5
1.0	7.719	8.012	8.423	15.42
0.8	7.513	8.428	8.371	18.08
0.6	7.287	8.771	8.248	28.52
0.4	6.992	8.948	7.750	32.58

Figs. 3 and 4 presents streamlines and isotherms for $Gr = 10^6$ and -10^6 and n ranging from 1 to 0.4. The evolution of the contour plots is self-explanatory and because of space restrictions is not discussed in detail.

For heat transfer calculations, the local Nusselt number is defined by

$$Nu = \frac{h w}{k} = \frac{w q_w}{k(t_b - t_c)} \quad (11)$$

From here, the average Nusselt number \bar{Nu} is obtained by integrating the local values of Nu in the x - and/or the y -coordinate directions. Table 4 displays results for \bar{Nu} versus the index n . For assisted or opposed values of $|Ra = 10^4|$, the impact of n is practically negligible. The same trend persists for $Ra = 10^6$. Using a Newtonian fluid ($n = 1$) as a baseline case for a buoyancy opposed flow characterized by $Ra = -10^6$, it is seen that \bar{Nu} increases significantly as n decreases. The relative heat transfer enhancement is about 111% for $n = 0.4$. Smaller values of n tend to aid the buoyancy motion, which as Gr/Re^2 reflects buoyancy forces are 100 larger than its viscous counterparts.

REFERENCES

- Bird, R.B. et al., "Dynamics of Polymeric Liquids", Wiley, New York, NY, 1987.
- Hartnett, J.P., "Viscoelastic fluids: A new challenge in heat transfer," Journal of Heat Transfer, Vol. 114, pp. 296-303, 1992.
- Mohamad, A.A. and Viskanta, R., "Transient low Prandtl number fluid convection in a lid-driven cavity," Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 19, pp. 187-205, 1991.
- Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, New York, NY, 1980.
- Schreiber, R. and Keller, H.B., "Driven cavity flows by efficient numerical techniques," Journal of Computational Physics, Vol. 49, pp. 310-333, 1983.
- Torrance, K. et al., "Cavity flows driven by buoyancy and shear," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 51, pp. 221-231, 1972.

INERTIAL EFFECTS IN THE NON-NEWTONIAN AXISYMMETRIC FLOW THROUGH A SUDDEN CONTRACTION

M. S. Carvalho and P. R. Souza Mendes

Department of Mechanical Engineering
Pontifícia Universidade Católica - RJ
Rio de Janeiro, RJ 22453 - BRAZIL

Abstract

The effect of inertia in the steady laminar axisymmetric flow of a non-Newtonian fluid through a 4 to 1 abrupt contraction has been investigated numerically. A simple generalized Newtonian model proposed by Debbaut and Crochet was employed, and the conservation equations were solved with the aid of a finite volume technique. Flow patterns were obtained which are in good qualitative agreement with experimental results found in literature. For some values of the Weissenberg number, as inertia becomes important a lip vortex appears, which is shown not to be a purely elastic effect, but rather, a result of an interaction between inertia and 'elongation thickening.'

Introduction

The flow of viscoelastic liquids through abrupt contractions has been subject of a large number of recent studies, both experimental and numerical, due to its importance in polymer processing and in other flow systems. Fairly recent reviews are available in [1] and [2]. In particular, the 4:1 axisymmetric contraction has received great attention, mainly because the flow through this geometry was chosen by an international research group as a model flow to be used in validations of constitutive equations and numerical simulations [3].

The non-Newtonian mechanical behavior of polymeric liquids leads to a completely different flow pattern when compared to the Newtonian flow. Depending upon the viscoelastic characteristics of the fluid and on the flow rate, larger and stronger vortices, increased pressure drop, tridimensional and unsteady flow may be observed in flow regimes that do not occur with a Newtonian fluid (e.g., [4], [5]).

In spite of efforts of the ongoing research, a complete understanding of the fluid mechanics of this flow is far from being achieved. There is a number of basic issues that clearly need further clarification. For instance, it is presently accepted that the non-Newtonian effects mentioned in the previous paragraph are closely related to the fluid behavior on extension (e.g., [6], [1], [2], [7]). However, it is common practice to use as non-Newtonian parameter in experiments the Weissenberg number, which is proportional to $\lambda_1 \dot{\gamma}_0$, where $\dot{\gamma}_0$ is a characteristic shear rate and λ_1 is the Maxwell relaxation time of the fluid. The latter is defined as a ratio between two rheological quantities measured in shear flows, namely, the first normal stress difference Ψ_1 and the shear viscosity η (i.e., $\lambda_1 = \Psi_1/2\eta$). Due to experimental difficulties, typically the fluids are not characterized as far as their extensional behavior is concerned, and no parameter representing this fluid characteristic is specified. As a result, for two different fluids, completely different flow patterns may be observed for the same Weissenberg number [8].

Another issue regarding this flow which awaits better understanding is the role of inertia in the flow pattern and in other viscoelastic features. Here both experimental and numerical barriers make the task of studying systematically this effect a rather difficult one. With regard to experimental investigations, although it is well known that inertia plays an important role in flows of viscoelastic fluids [3], due to practical reasons normally the Weissenberg number is varied through the shear rate $\dot{\gamma}_0$, by means of flow rate variations (e.g., [7], [9]). Therefore, as We is increased, the Reynolds number Re is also increased, i.e., both the elastic and the inertial parameters are varied simultaneously. Hence, the separate role of each effect cannot be observed.

Regarding numerical investigations, the difficulty in analyzing inertial effects on this flow stems from the fact that

the partial differential equations to be integrated numerically are rather complicated, even when inertial terms are neglected and when the simplest viscoelastic constitutive equations such as the upper-convected Maxwell or Oldroyd B models are employed. Issues such as change of type of governing equations [10, 11] and the development of numerical algorithms that are effective at reasonable cost [12, 13, 14] still represent challenges that have gathered most of the attention of the researchers in the field. Seemingly, including the additional complication brought by the presence of advection terms in the governing equations is a task to be addressed after reliable and relatively inexpensive creeping flow solutions are available.

For these reasons, very few conclusive results regarding the role of inertia in this flow can be found in the literature. It is generally accepted that inertia inhibits the vortex activity and is co-responsible for instabilities [3, 5], but otherwise, little is known. In the numerical investigation reported in the present paper, a simple generalized Newtonian model proposed by Debbaut and Crochet [15] is employed in conjunction with the complete conservation equations to analyze some new aspects of the inertial effects on this flow. Despite the simplicity of the model, which allowed inclusion of advection terms in the momentum equations, it will be shown that a qualitatively correct flow field was obtained for steady flow. This is probably due to the fact that the non-Newtonian characteristic that is apparently the most important in this flow, namely, an 'elongation-thickening' behavior of the viscosity function, is predicted by the model in the case of this axisymmetric flow.

Numerical studies that consider inertia in their calculations are reported by Choi et al. [16] for the Leonov-like Giesekus fluid and by Yoo and Na [17] for the Oldroyd-B fluid, both for the planar contraction case. It is interesting to point out that, as will be discussed later, these much more sophisticated models were not as effective in qualitatively predicting the flow pattern for the planar contraction as the Debbaut-Crochet inelastic model did in the present case of the circular contraction. More recently, Debbaut used a generalized Newtonian Model with a slightly different viscosity to analyse this flow [18].

Statement of the problem

The problem under study is shown in Fig. 1. The geometry consists of a tube of axial length L and inner radius r_1 whose downstream end is attached to another tube of smaller radius, r_0 . The length of the downstream tube is $2r_0$, and it is positioned such as to share the same axis of the upstream tube. The velocity field is $\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_r$, where \mathbf{e}_x and \mathbf{e}_r are unit vectors in the axial and radial directions, respectively.

At the inlet cross section, a parabolic axial velocity profile is imposed, i.e.,

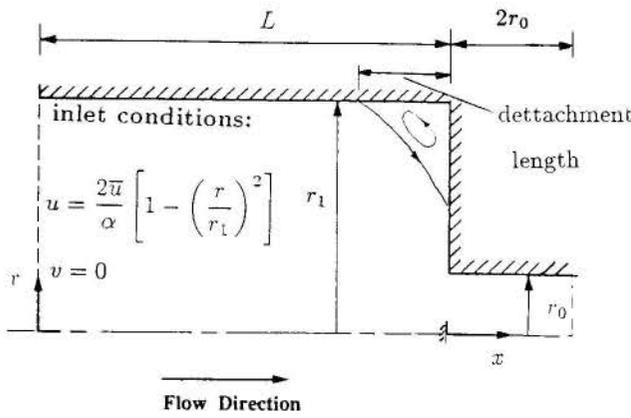


Fig. 1 - Schematic of the problem.

$$\text{at } x = -L, \quad \begin{cases} \frac{u}{\bar{u}} = \frac{2}{\alpha^2} \left[1 - \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 \right] \\ v = 0 \end{cases} \quad (1)$$

In this equation, $\alpha \equiv r_1/r_0$, \bar{u} is the average axial velocity at the downstream tube, r is the radial coordinate, and x is the axial coordinate. The origin of x is located at the contraction plane and x increases in the flow direction.

At the solid boundaries, the no-slip condition ($u = v = 0$) is assumed. Symmetry boundary conditions are imposed at the centerline, namely, $\partial u/\partial r = 0$ and $v = 0$. At the outflow boundary, it is assumed that the flow is locally parabolic, i.e., $\partial u/\partial x = \partial v/\partial x = 0$.

The equations of motion and constitutive model

The flow is assumed to be two-dimensional, laminar and steady. It is further hypothesized that the flowing fluid is incompressible and that temperature is uniform throughout the flow.

For a generalized Newtonian fluid, the extra-stress tensor τ is related with the motion in the following manner:

$$\tau \equiv \sigma + p\mathbf{1} = \eta \dot{\gamma}, \quad (2)$$

where $\dot{\gamma} \equiv \text{grad } \mathbf{u} + (\text{grad } \mathbf{u})^T$ is the rate-of-deformation tensor, σ is the total stress, $\mathbf{1}$ is the unit tensor, p is the pressure, and η is the viscosity function. In principle, η depends on the scalar invariants of $\dot{\gamma}$, namely, $I \equiv \text{tr } \dot{\gamma}$, $II \equiv \text{tr } \dot{\gamma}^2$, and $III \equiv \text{tr } \dot{\gamma}^3$. Assuming this type of fluid behavior, the momentum conservation equations become

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot (\eta \dot{\gamma}) \quad (3)$$

where ρ is the mass density of the flowing fluid.

Since for incompressible fluids $I = 0$, and for shearing and plane flows $III = 0$ everywhere in the flow, it is a rather common practice among users of the generalized Newtonian fluid model to assume that the viscosity function η depends solely on the second invariant II , even for flows whose third invariant III is not zero throughout the flow. In this case the assumption leads to a prediction of a flow field qualitatively different from experimental observations (e.g., [4]). In fact, the dependence of η on II alone decreases the vortex size and intensity compared to the Newtonian vortex [19].

Debbaut and Crochet [15] showed that the inclusion of the third invariant III on the viscosity function leads to qualitatively realistic predictions of the generalized Newtonian model for this flow. The functional relationship was chosen so that the generalized Newtonian model yields the same behavior in uniaxial extension as the upper-convected Maxwell model [15]:

$$\eta(\dot{\epsilon}) = \frac{\eta_0}{1 - \lambda \dot{\epsilon} - 2(\lambda \dot{\epsilon})^2}, \quad \dot{\epsilon} \equiv \frac{III}{II} \quad (4)$$

The quantities η_0 and λ are the rheological constants of the model; η_0 is the viscosity at zero elongation rate, whereas the characteristic time λ represents the sensitivity of the viscosity function to the elongation rate.

The weakness of generalized Newtonian models whose viscosity function is of the form $\eta = \eta(II, III)$, like eq. (4), resides in the fact that their nice capability of responding to an extensional flow kinematics is lost for plane flows, where $III = 0$. This represents an obvious loss of generality, which perhaps explains why they are seldom used.

Some dimensionless quantities are now defined, namely, the Reynolds number, $Re \equiv \rho \bar{u} r_0 / \eta_0$, the viscosity, $\eta_* \equiv \eta / \eta_0$, and the extension rate, $\dot{\epsilon} \equiv \dot{\epsilon} / 4\dot{\gamma}_0$. The dimensionless version of the viscosity function is

$$\eta_*(\dot{\epsilon}) = \frac{1}{1 - \dot{\epsilon} We - 2(\dot{\epsilon} We)^2} \quad (5)$$

where $We \equiv 4\lambda \dot{\gamma}_0$ is the Weissenberg number. It is worth noting that this function displays a singularity at $\dot{\epsilon} We = 0.5$. Therefore, physically reasonable results can only be expected for $\dot{\epsilon} We < 0.5$, when the viscosity function is positive. In the just mentioned range of validity of eq. (5), such type of dependence of the extensional viscosity $\eta_E(\dot{\epsilon}) = 3\eta(\dot{\epsilon})$ on the elongation rate is actually representative of some materials [20], and there is experimental evidence ([3], [6]) that suggests that such a steep growth of η_E is closely related to vortex enhancement in size and intensity.

In order to assess the relative importance of inertial and non-Newtonian effects on the present flow, solutions were obtained for different Reynolds and Weissenberg numbers, while the dimensionless upstream tube length and contraction ratio were held constant at $L/r_0 = 13$ and $\alpha = 4$.

Method of solution

The finite-volume method described by Patankar [21] has been employed to integrate numerically the governing equations presented earlier. Since no nodal point is required at the normally problematic corner point, this method becomes particularly advantageous in this sense. A non-uniform grid was employed, with 50×26 nodal points in the axial and radial directions respectively, concentrated in the region where the recirculation occurs.

To obtain a converged solution for the velocity field, difficulties in convergence caused by the nonlinearity related to the viscosity function were treated as follows: (i) first the flow field is obtained for $\dot{\epsilon} = 0$ (Newtonian solution); (ii) with this velocity field, a $\dot{\epsilon}$ field and hence a viscosity field are evaluated; (iii) without correcting the viscosity field during iterations, a new converged velocity field is obtained; (iv) steps (ii) and (iii) are repeated until full convergence. Typically final convergence was achieved in a total of about one hundred iterations, including those needed in the along-the-way convergencies of step (iii).

Numerical uncertainty

The accuracy of the results obtained with the grid distribution utilized in the final runs was assessed using the same grid-dependence test as in [23].

It was found that the numerical uncertainty of the result for the typical case analyzed is 0.4% for the vortex size \mathcal{V} .

Results and discussion

Before proceeding to the presentation of results, it is important to emphasize that in the present analysis the Weissenberg number has an unusual physical meaning, namely, it represents the sensitivity of the fluid viscosity to extension. Therefore, quantitative comparisons between the results to be presented here and experimental results available in the literature cannot be performed directly. Meaningful comparisons would only be possible if extensional data were available for the fluids employed in the reported experiments. Only upon evaluation of the parameter λ of eq. (4) with basis on extensional experimental data it would be possible to determine at which values of We the published experiments were run. Unfortunately, presently there is no reliable means of obtaining steady extensional viscosity data, especially in the range of viscosities of the so called Boger fluids [24,25].

Attention is now turned to some representative results obtained with the formulation described in the previous sections. In the following discussion, the dimensionless detachment length, \mathcal{V} , is a useful quantity which helps in the description and characterization of the flow fields obtained. As mentioned earlier, it is defined as the ratio between the length of the secondary flow vortex from the contraction plane to its detachment point on the wall of the upstream tube and the upstream tube diameter.

The Newtonian case is firstly examined, i.e., the case of $We = 0$. Figure 2 displays a small Moffat vortex ($\mathcal{V} = 0.17$) at the corner, which remains unchanged as the Reynolds number is increased, until inertia starts to become important, which occurs between $Re = 0.08$ and $Re = 0.8$. At this Re level, the vortex size \mathcal{V} starts decreasing as Re is increased. Moreover, the corner vortex region, delimited by the detachment line, is concave in shape for all Re 's investigated. These results agree very well with experimental observations [3] and with the numerical prediction of Kim et al. [19], considering the differences in numerical methods and especially in mesh refinement.

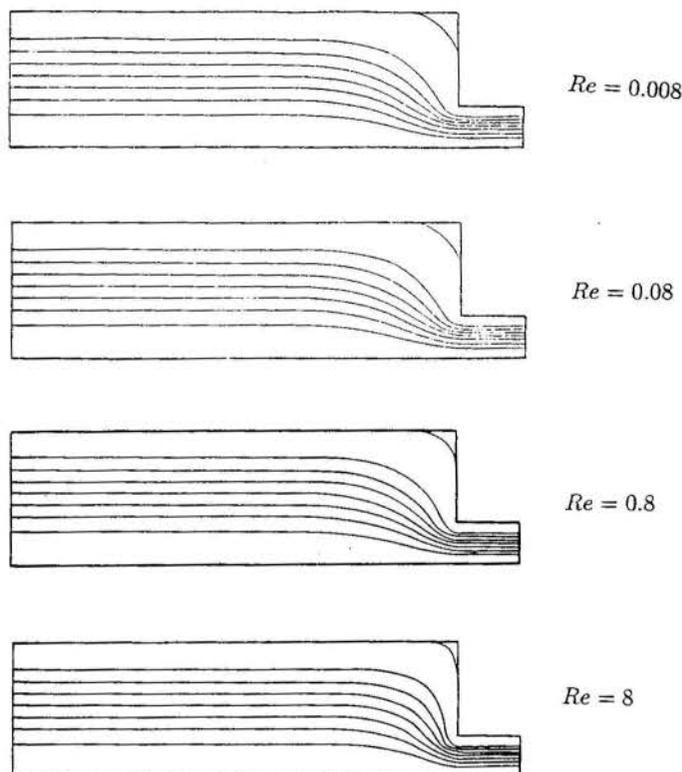


Fig. 2 - The velocity field. $We = 0$

As the Weissenberg number is slightly increased to $We = 0.7$, the flow pattern still exhibits Newtonian fluid characteristics. The shape of the corner vortex remains concave and looks pretty much the same as in the Newtonian flow, and inertial effects start to be important at approximately the same value of the Reynolds number. However, a careful comparison between both cases shows that (i) the vortex size \mathcal{V} is a little larger for $We = 0.7$ and (ii) it decreases faster with the Reynolds number once inertia starts to affect the flow pattern.

Further increasing the Weissenberg number to $We = 2.1$ changes dramatically the flow field (Fig. 3). The vortex gets stronger and occupies a much larger region in the vicinity of the contraction plane, which ranges from the protruding corner to the re-entrant one. Moreover, its shape becomes convex. For small values of Re , i.e., when inertia is negligible, the detachment length is $\mathcal{V} = 0.26$. Inertia becomes important for higher values of the Reynolds number, and influences the flow pattern in a different fashion, as compared to the lower Weissenberg number cases. As the Reynolds number is increased from $Re = 0.8$ to $Re = 8$, the large vortex is squeezed by inertia against the contraction plane, and is broken into two smaller vortices. One of these vortices is located at the re-entrant corner, and has a Newtonian-like concave shape. The other is located close to the protruding corner, and is the so-called lip vortex.

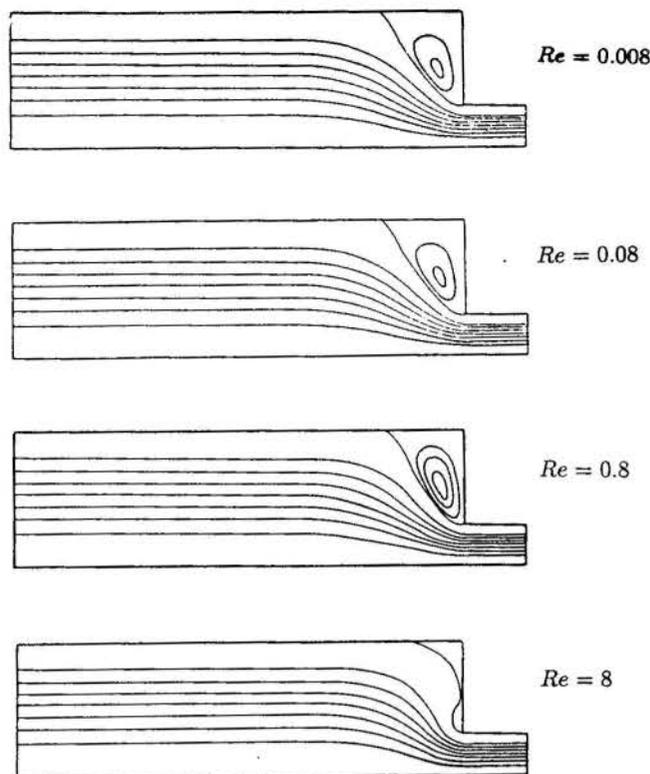


Fig. 3 - The velocity field. $We = 2.1$

The existence of the lip vortex and the co-existence of a lip and a corner vortex are well documented in the literature (e.g., [3], [7]). It is remarkable that a very simple, inelastic model is able to predict the lip vortex while other formulations including inertia and more sophisticated constitutive models ([16], [17]) failed to reproduce this phenomenon observed experimentally. In fact, as far as the present authors know, no previous numerical simulation of flows of non-Newtonian fluids through abrupt contractions was successful in predicting the existence of the lip vortex.

Because the only non-Newtonian feature of the present model is that it predicts elongation thickening, its lip-vortex prediction capability strongly suggests that the lip vortex appears as a result of an interaction between inertia and elongation thickening effects. Therefore, it seems that it is not a purely elastic effect, as is commonly implied in the literature.

When the Weissenberg number is increased to $We = 3.2$ (Fig. 4), the extensional effects further increase the corner vortex, whose detachment length reaches $\mathcal{V} = 0.33$. Moreover, it seems that the vortex is less sensitive to inertia, and no lip vortex is observed for Reynolds number values up to $Re = 8$. Another interesting fact is that the vortex grows also inwards in the radial direction, partially blocking the flow exit. Apparently, this last effect has not been experimentally observed, and therefore should be regarded cautiously until experimental evidence is available.

Figures 5 and 6 illustrate further the results obtained. Figure 5 shows the dependence of the detachment length on the Reynolds number, whereas in Fig. 6 the same results are presented as a function of the Weissenberg number. It can be seen from these figures that the vortex size increases as the Weissenberg number is increased. Further, it becomes clear that the onset of inertial effects is delayed to higher values of the Reynolds number as elongation thickening gets more intense. In other words, the relative importance of inertia diminishes as the Weissenberg number is increased. This trend is in accordance with expectations for the present formulation, because when the Weissenberg number is increased, the diffusion terms of the governing equation also increase, and eventually become dominant. For comparison and validation purposes, the results of Kim et al. [19] for the Newtonian case are also plotted in Fig. 5. The results of Debbaut and Crochet [15] for $Re = 0$, which were obtained with the same model employed here but using a different numerical approach, are also shown in Fig. 6.

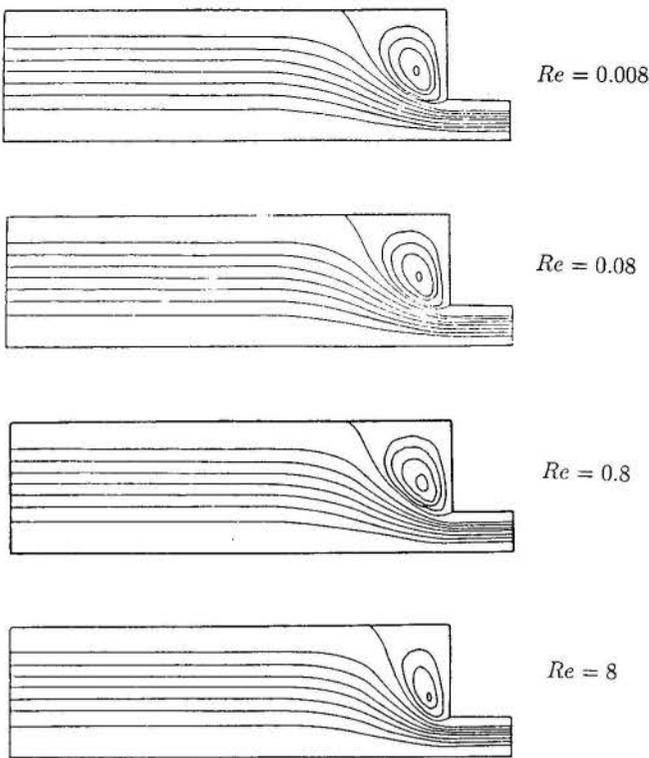


Fig. 4 - The velocity field. $We = 3.2$

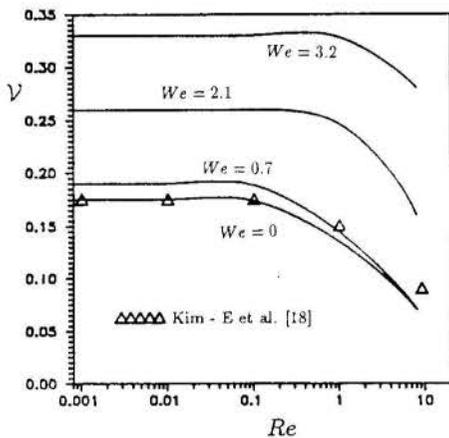


Fig. 5 - Effect of Re on vortex size.

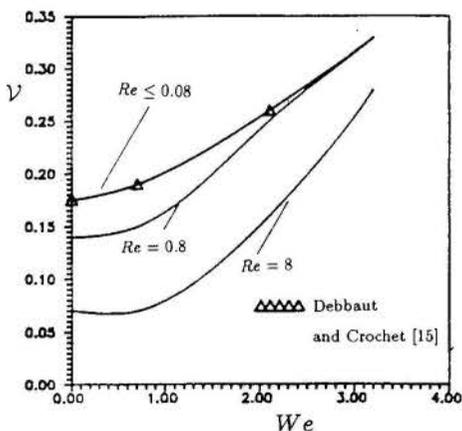


Fig. 6 - Effect of We on vortex size.

Concluding remarks

The results reported in this paper suggest that generalized Newtonian models with viscosity functions of the type

$\bar{\eta} = \eta(II, III)$ can be employed as useful tools to examine more complex regimes of the axisymmetric flow through contractions, such as time-dependent and tridimensional regimes, leading perhaps to a better understanding of the wide variety of flow phenomena which are observed experimentally. The fact that all the results presented here were obtained in about 110 hours of computer time in a standard PC/AT IBM-type personal computer equipped with a math processor indicates that there is plenty of room for explorations into more involved problems before computer cost becomes a barrier.

Acknowledgments

This research was supported by a grant from the *Secretaria de Ci\u00eancia e Tecnologia da Presid\u00eancia da Rep\u00fablica*, of the Brazilian Federal Government. Additional support in the form of a scholarship was provided by *CNPq* to M. S. Carvalho during his master's program at PUC-Rio.

References

- 1 S. A. White, A. D. Gotsis and D. G. Baird, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 24 (1987) 121-160.
- 2 D. V. Boger, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 19 (1987) 157-182.
- 3 D. V. Boger and R. J. Binnington, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 35 (1990) 339-360.
- 4 D. V. Boger and H. Nguyen, *Polymer Eng. Sci.*, 18 (1978) 1037-1043.
- 5 G. H. McKinley, W. P. Raiford, R. A. Brown, and R. C. Armstrong, *J. Fluid Mech.*, 223 (1991) 411-456.
- 6 S. A. White and D. G. Baird, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 20 (1986) 93-101.
- 7 R. E. Evans and K. Walters, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 32 (1989) 95-105.
- 8 D. V. Boger, D. U. Hur and R. J. Binnington, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 20 (1986) 31-49.
- 9 W. P. Raiford, L. M. Quinzani, P. J. Coates, R. C. Armstrong and R. A. Brown, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 32 (1989) 39-68.
- 10 D. D. Joseph and K. Chen, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 28 (1988) 47-60.
- 11 P. J. Northey, R. C. Armstrong and R. A. Brown, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 36 (1990) 109-133.
- 12 R. Keunings, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 20 (1986) 209-226.
- 13 J. M. Marchal and M. J. Crochet, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 26 (1987) 77-114.
- 14 X.-L. Luo and R. I. Tanner, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 31 (1989) 143-162.
- 15 D. Debbaut and M. J. Crochet, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 30 (1988) 169-184.
- 16 H. C. Choi, J. H. Song and J. Y. Yoo, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 29 (1988) 347-379.
- 17 J. Y. Yoo and Y. Na, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 39 (1991) 89-106.
- 18 B. Debbaut, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 37 (1990) 281-296.
- 19 M. E. Kim-E, R. A. Brown, and R. C. Armstrong, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 13 (1983) 341-363.
- 20 R. B. Bird, R. C. Armstrong, and O. Hassager, *Dynamics of Polymeric Liquids*, 2nd ed. Wiley, New York, 1987, Vol. 1.
- 21 S. V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Company, New York, 1980.
- 22 C. Prakash and S. V. Patankar, *J. Heat Transfer*, 103 (1981) 566-572.
- 23 M. S. Carvalho and P. R. Souza Mendes, *J. Heat Transfer*, to be published in 1992.
- 24 D. M. Jones, K. Walters, and P. R. Williams, *Rheol. Acta*, 26 (1987) 20-30.
- 25 D. M. Binding and K. Walters, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 30 (1988) 233-250.

MODELAGEM ALGÉBRICA DA TURBULÊNCIA NA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DA CAMADA LIMITE

José Carlos Albano do Amarante e José Asdrubal da Cunha Russo
Instituto Militar de Engenharia, Praça General Tibúrcio, 90, Praia Vermelha
Cep 22290 - Rio de Janeiro, RJ - Brasil

SUMÁRIO

O presente trabalho faz um breve estudo sobre o problema da modelagem da turbulência, emprega sete diferentes modelos algébricos de turbulência com a finalidade de compará-los e determina o comportamento típico da viscosidade turbulenta no interior da camada limite de um escoamento incompressível sobre uma placa plana.

INTRODUÇÃO

O fenômeno da turbulência, apesar de manifestar-se através da desordem e de grande complexidade, é estável e racional, conforme é afirmado por Hinze (1975). Isto permite uma descrição matemática dos escoamentos turbulentos.

O problema consiste em resolver o sistema de equações que governa os escoamentos turbulentos, escritas com base nas três leis fundamentais da conservação dos sistemas físicos: conservação da massa, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia.

Os estudos e investigações sobre a turbulência, até hoje, não conseguiram desenvolver uma teoria que permitisse uma solução geral para os problemas que envolvem escoamentos turbulentos. Uma descrição matemática do escoamento em todos os pontos no tempo e no espaço é impraticável, porém, o tratamento através de valores médios é possível, conforme foi estabelecido em 1895 por Reynolds através das suas equações. Estabeleceu-se, assim, o modelo matemático do escoamento médio turbulento. Desta forma passa-se das equações instantâneas que governam os escoamentos de um modo geral, Equações de Navier-Stokes, para as equações médias de Navier-Stokes, ou como são conhecidas, Equações de Reynolds.

Existem diferentes técnicas de modelagem da turbulência que são classificadas de modo diverso por vários autores. Talvez, a tentativa mais abrangente e sucinta de classificação seja a apresentada por Markatos (1986).

Dentre os diferentes modelos de turbulência distinguem-se os *modelos de transporte* que formam a base do tratamento da turbulência pela engenharia (Russo, 1992). O ponto de partida de todos os modelos de transporte está na modelagem das quantidades turbulentas, em termos de quantidades do escoamento médio.

Na prática de cálculos de engenharia destacam-se os modelos que introduzem o conceito de *viscosidade dinâmica turbulenta* ou *viscosidade efetiva*, invocando a idéia de Boussinesq, introdutor deste conceito, que estabeleceu a hipótese de que existe uma analogia entre o movimento molecular e o turbulento (Hinze, 1975).

A introdução do conceito de viscosidade turbulenta por si só não constitui um modelo de turbulência, é necessário que se consiga expressar a viscosidade turbulenta, μ_t , em termos de quantidades do escoamento médio. Isto pode ser feito de diversas maneiras e dá origem a diversos modelos de turbulência. Neste trabalho emprega-se apenas modelos algébricos, que não utilizam equações diferenciais parciais para modelar as quantidades flutuantes. Esses modelos empregam a hipótese de que as tensões turbulentas são função apenas do gradiente

de velocidades médias e de um comprimento de escala. Isto implica no *equilíbrio turbulento*, isto é, a convecção e a difusão turbulentas são pequenas comparadas com a produção e a dissipação que estão em equilíbrio, e exige que o número de Reynolds do escoamento seja elevado (Bradshaw et al., 1981), (Markatos, 1986).

DEFINIÇÃO E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Atualmente a principal abordagem da Dinâmica dos Fluidos Computacional para solucionar escoamentos turbulentos, consiste em desenvolver métodos numéricos de solução das equações de Reynolds. Estas equações, além de envolverem termos que necessitam ser modelados ainda formam um conjunto difícil de resolver na sua forma completa; em geral exigem um grande esforço computacional, que mesmo para os supercomputadores atuais implicam em custos elevados. Surge, então, a necessidade de reduzir-se o esforço computacional na aplicação dos métodos numéricos.

Alguns escoamentos de interesse da engenharia, apresentam características físicas que permitem negligenciar certas quantidades do escoamento que têm pouca influência no comportamento global do movimento. Este processo introduz conceitualmente algumas categorias de escoamentos governadas por equações consideravelmente mais simples. Um desses escoamentos é o escoamento de camada limite, que ainda pode ser aliado a duas outras simplificações, a incompressibilidade e a bidimensionalidade do escoamento.

No caso dos escoamentos de camada limite uma análise da ordem de grandeza dos termos das equações de Navier-Stokes permite que se despreze os termos de difusão (viscosa e turbulenta) na direção do escoamento principal, como é mostrado por Schlichting (1966). As equações de camada limite para um escoamento turbulento bidimensional incompressível são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} &= 0 \\ \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu_t + \nu) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

onde ν_t e ν são as viscosidades cinemáticas turbulenta e molecular, respectivamente.

Este sistema de equações tem um caráter parabólico e está associado fisicamente a um problema de propagação da massa e dissipação da quantidade de movimento. Requer condições de contorno como: $u(x_0, y) = U_\infty$, $u(x, 0) = 0$, $v(x, 0) = 0$, $u(x, \infty) = U_e$ e $p = p(x)$. As duas últimas condições devem ser supridas experimentalmente ou através de uma análise irrotacional do escoamento, pois o escoamento externo à camada limite, afastado da superfície sólida é suposto irrotacional e pode-se aplicar a equação de Bernoulli (Tennekes & Lumley, 1985). A pressão no interior da camada limite turbulenta pode ser igualada à pressão externa, numa mesma vertical, desde que não exista separação.

Para resolver numericamente o sistema de equações (1) pode-se empregar o método da "caixa" de Keller, um método de diferenças finitas largamente empregado para resolver problemas de camada limite (Cebeci & Bradshaw, 1977).

SOLUÇÃO DA CAMADA LIMITE EMPREGANDO-SE DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA

Utilizou-se o algoritmo de Cebeci e Bradshaw (1977) para desenvolver um código computacional que permitisse incluir a predição da transição em função do nível de turbulência da corrente livre, baseado na formulação de van Driest e Blumer (Wells, 1967), e também permitisse o emprego de diferentes modelos de viscosidade turbulenta. Este código permitiu comparar sete diferentes modelos algébricos; a saber, os modelos de: van Driest (White, 1974), Cebeci e Smith (Cebeci & Smith, 1974), Baldwin e Lomax (Fletcher, 1988), Rotta (White, 1974), Reichardt (White, 1974), Deissler (White, 1974), e Mellor (White, 1974). Foram resolvidos escoamentos sobre uma placa plana com a finalidade de comparar-se os diferentes modelos de turbulência. As comparações dos diferentes modelos de viscosidade turbulenta foram feitas empregando-se um escoamento incompressível em regime permanente nas seguintes condições: ângulo de ataque nulo, $Mach = 0.4$, $Re_L = 1.0 \times 10^7$, $dp_e/dx = 0$ e transição imposta em $x/L = 0.15$ ou $Re_{cr(x)} = 1.4 \times 10^6$. Os resultados obtidos foram comparados com soluções da camada limite sobre placa plana. Na região laminar utilizou-se a solução de Blasius e na região turbulenta utilizou-se as equações semiempíricas de Prandtl, dadas pelos coeficiente de atrito local, C_f , e a espessura de deslocamento, δ^* . Essas equações são válidas para $Re_x \leq 1 \times 10^7$ e ajustam-se muito bem aos dados experimentais fornecidos por Schlichting (1966).

As figuras que se seguem mostram a variação do C_f e do δ^* com o número de Reynolds e permitem verificar a concordância da solução numérica, obtida com o código computacional desenvolvido e os resultados das soluções de Blasius e Prandtl, comparáveis aos resultados experimentais acima referenciados.

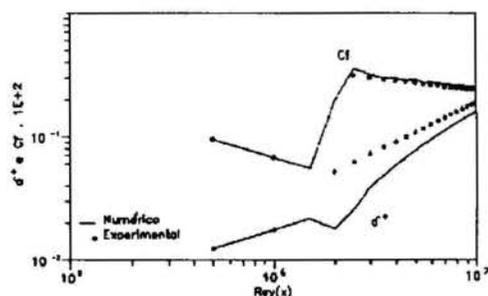


Figura 1. Variação do C_f e do δ^* , determinada com o modelo de van Driest.

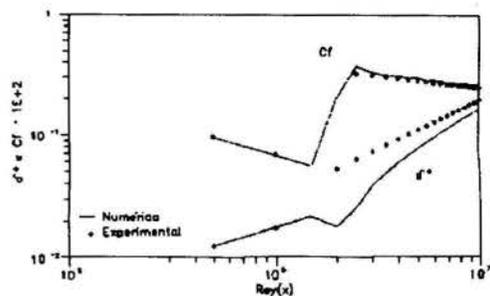


Figura 2. Variação do C_f e do δ^* , determinada com o modelo de Cebeci e Smith.

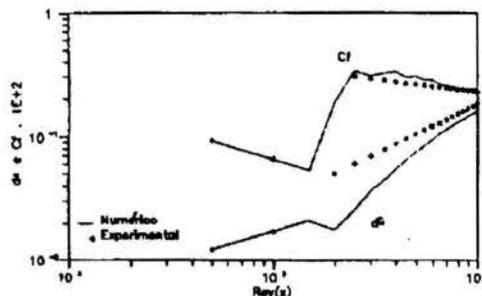


Figura 3. Variação do C_f e do δ^* , determinada com o modelo de Baldwin e Lomax.

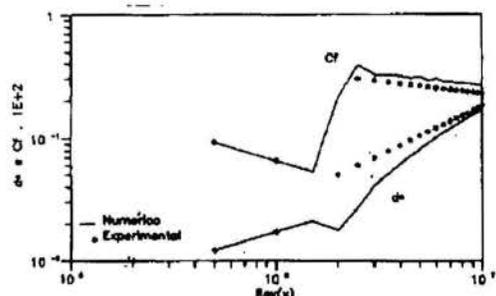


Figura 4. Variação do C_f e do δ^* , determinada com o modelo de Rotta.

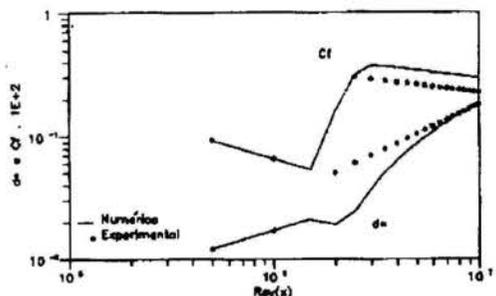


Figura 5. Variação do C_f e do δ^* , determinada com o modelo de Reichardt.

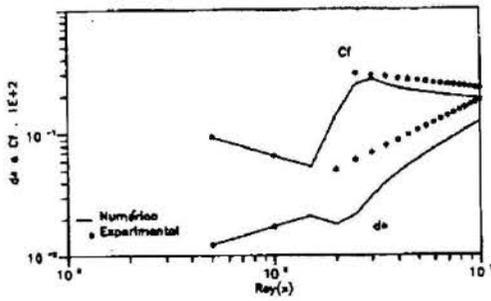


Figura 6. Variação do C_f e do δ^* , determinada com o modelo de Deissler.

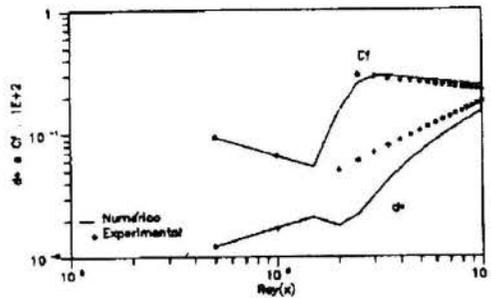


Figura 7 Variação do C_f e do δ^* , determinada com o modelo de Mellor.

Estudou-se os perfis de velocidade obtidos com todos os modelos de turbulência empregados e observou-se que apresentavam-se totalmente equivalentes, sem apresentar diferenças significativas. Por isso, a seguir, é apresentado apenas um gráfico do perfil de velocidades, obtido somente para um determinado número de Reynolds, para o qual encontravam-se disponíveis dados experimentais. A figura 8 pode ser considerada como representativa dos perfis obtidos com todos os modelos de turbulência. A figura mostra o resultado do perfil de velocidades turbulento obtido numericamente para $Re_x = 1.7 \times 10^6$ comparado com dados experimentais de Nikuradse (Schlichting, 1966). Também mostra o perfil obtido para um escoamento laminar com o intuito de permitir a comparação dos perfis nos dois regimes de escoamento (laminar e turbulento), incluindo dados experimentais. A escala do eixo das ordenadas é definida através da variável de similaridade:

$$\eta = y [U_\infty / (\nu + \nu_t x)]^{1/2} \quad \nu_t = 0 \text{ q'do esc. laminar} \quad (2)$$

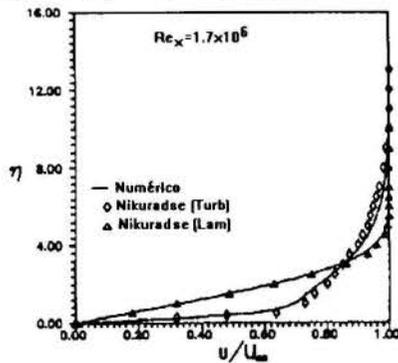


Figura 8. - Perfis de velocidades turbulento e laminar.

A comparação do perfil de velocidade obtido numericamente com os dados de Nikuradse teve por finalidade avaliar o desempenho do método numérico. Como os resultados obtidos com os diferentes

modelos de turbulência foram todos equivalentes, considerou-se que todos os modelos, em conjunto com o método, apresentam comportamento equivalente neste caso.

Empregando-se o método da caixa de Keller foi possível estabelecer o comportamento da distribuição da viscosidade turbulenta no interior da camada limite. A figura 9 mostra os gráficos da distribuição de ν_t/ν através da camada limite em quatro posições diferentes (estações x), para os modelos de Cebeci-Smith, van Driest, e Baldwin-Lomax. Não foram mostradas as curvas para os demais modelos porque não apresentaram diferenças significativas. Como as formas destas curvas apresentam aproximadamente um mesmo comportamento, mesmo quando o escoamento analisado é sobre um perfil NACA 0012 (Russo, 1992), aceitou-se a hipótese de que a distribuição é típica.

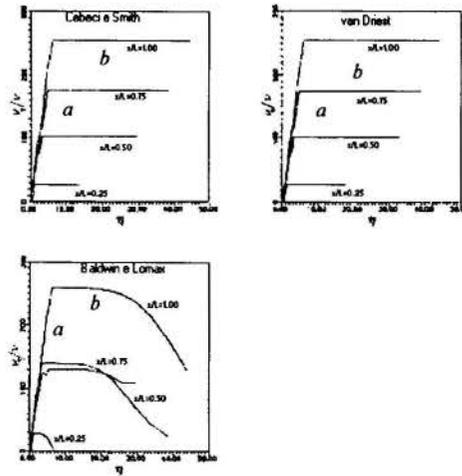


Figura 9 - Comportamento típico da viscosidade turbulenta

CONCLUSÃO

Os gráficos das figuras 1 a 7 mostram a boa aproximação dos dados de base experimental com as curvas obtidas numericamente na região da placa onde ocorre a turbulência, com o emprego de todos os sete modelos de turbulência empregados neste trabalho. Os gráficos mostram também a boa concordância do método numérico com a solução de Blasius na região laminar, $Re(x) \leq 1.4 \times 10^6$.

Os modelos empregados com o algoritmo de Cebeci e Bradshaw para obter os resultados mostrados nas figuras 1 a 4 utilizam a teoria do comprimento de mistura de Prandtl para a região interna da camada limite, enquanto os modelos que levaram à construção das demais figuras não o empregam, mas sim uma formulação própria de base experimental dos seus autores (White, 1974). Para a região externa todos os modelos utilizam a lei de Clauser (White, 1974), exceto o modelo de Baldwin e Lomax que faz uso de outra formulação para esta região (Fletcher, 1988).

A análise dos resultados obtidos como resposta dos diferentes

modelos, independentemente do emprego ou não do comprimento de mistura de Prandtl, não apresentou diferenças significativas no comportamento relativo do coeficiente de atrito local e do deslocamento de espessura para o escoamento sobre placa plana.

O primeiro trecho das curvas $v_t/v \times \eta$ (curvas *a* nos gráficos da figura 9) representam a distribuição da viscosidade turbulenta na região interna da camada limite e o segundo trecho (curvas *b* - horizontais) representam a distribuição na região externa.

Comparando-se os gráficos que compõem a figura 9, nota-se que os modelos de Cebeci-Smith e de van Driest não apresentam nenhuma diferença na distribuição da viscosidade turbulenta, apesar de diferirem no emprego de um parâmetro de amortecimento no cálculo da viscosidade turbulenta na região interna da camada limite. Ambos empregam a abordagem de van Driest, fundamentada na teoria do comprimento de mistura, porém, van Driest considera o parâmetro de amortecimento como sendo constante, enquanto que Cebeci e Smith o tomam como função do gradiente de pressões e da curvatura da superfície sólida (Cebeci & Smith, 1974). Isto pode ser explicado porque, principalmente neste caso, ambos foram aplicados ao mesmo tipo de escoamento, sem efeitos de curvatura e gradiente de pressão, efeitos esses que só o modelo de Cebeci e Smith considera. Portanto deve-se apreciar a utilidade desse modelo especialmente quando estiverem presentes aqueles efeitos. Ressalta-se aqui, ainda, que o modelo de Cebeci e Smith pode ser modificado para permitir a análise do escoamento após o bordo de fuga, onde se forma a esteira (Bradshaw et al., 1981).

O modelo de Baldwin e Lomax mostra uma distribuição da viscosidade turbulenta diferente dos demais modelos justamente na região externa da camada limite, onde emprega uma formulação totalmente diferente das demais (Fletcher, 1988). O comportamento deste modelo considera, na região externa, o campo de vorticidades, o que parece ser fisicamente mais realista, pois, pode-se esperar que a diminuição da vorticidade naquela região, o que é real, implique numa diminuição da viscosidade turbulenta. Por isso, sua maior robustez e realismo na análise de escoamentos com pequenas regiões de descolamento (Fletcher, 1988).

Este estudo comparativo permitiu concluir que os modelos estudados apresentam-se equivalentes no caso da análise de escoamentos turbulentos incompressíveis sobre placa plana, porém ressalta a melhor representatividade física do modelo de Baldwin e Lomax. Sugerindo ainda a possibilidade de empregar-se uma combinação do modelo de Cebeci e Smith, para a região interna, com o modelo de Baldwin e Lomax, para a região externa, quando da análise de escoamentos mais complexos que sobre uma placa plana.

REFERÊNCIAS

- . Bradshaw, P., Cebeci, T., Whitelaw, J.H., "Engineering Calculation Methods for Turbulent Flows", Academic Press, London, 1981.
- . Cebeci, T. & Bradshaw, P., "Momentum Transfer in Boundary Layers", Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1977.
- . Cebeci, T. & Smith, A.M.O., "Analysis of Turbulent Boundary Layers", Academic Press, Inc., Orlando, 1974.
- . Fletcher, C.A.J., "Computational Techniques for Fluid Dynamics", Springer-Verlag, Vol. 2, New York, 1988.
- . Hinze, J.O., "Turbulence", McGraw-Hill, New York, 2d Ed., 1975.
- . Markatos, N.C., "The Mathematical Modelling of Turbulent Flows", Appl. Math. Modelling, Vol. 10, June, 1986.

. Russo, J.A.C., "Análise Numérica de Escoamentos Turbulentos", Instituto Militar de Engenharia, Tese de Mestrado, Rio de Janeiro, RJ, 1992.

. Schlichting, H., "Boundary Layer Theory", MacGraw-Hill, 6th Ed., New York, 1966.

. Tennekes, H. & Lumley, J.L., "A First Course in Turbulence", The MIT Press, Massachusetts, 10th Ed., 1985.

. Wells, C.S., "Effects of Freestream Turbulence on Boundary-Layer Transition", AIAA Journal, Vol. 5, nº 12, Jan, 1967.

. White, F.M., "Viscous Fluid Flow", McGraw-Hill, New York, 1974.

THE RESPONSE OF A LAMINAR BOUNDARY LAYER TO PULSE-TYPE PERTURBATIONS

Jian Su and Atila P. Silva Freire

Laboratório de Mecânica dos Fluidos/Aerodinâmica,
Programa de Engenharia Mecânica—COPPE/UFRJ,
Caixa Postal 68503, 21945 Rio de Janeiro, Brazil.

ABSTRACT

The objective of the present work is to study the response of a two-dimensional laminar boundary layer to pulse-type perturbations of long streamwise length scale applied at the wall. The problem is described by the unsteady boundary layer equations and appropriate boundary and initial conditions. The equations are solved by a new second order accurate explicit scheme. Numerical results show that the perturbations decay with variable rate and the boundary layer responses differently at distinct streamwise stations.

1. INTRODUCTION

The objective of this paper is to investigate the response of a two-dimensional laminar boundary layer to pulse-type perturbations applied at the wall. The problem is of both practical and theoretical interest and is closely related to the problem of boundary layer instability and transition from laminar to turbulent flow. In the classical hydrodynamic linear stability theory, see Lin(1954) and Drazin and Reid(1981), the hydrodynamic stability problem is formulated so as to predict the response of a flow system to any infinitesimal perturbation, irrespective of its nature. Recent experimental evidences and theoretical results, however, indicate that the response of the flow depends on the form of the specified perturbation(Gaster,1990). In fact, Gaster(1989) has shown that the response of a boundary layer flow to pulse type perturbations can be much different from the response to periodic excitations.

A similar problem, the response of a laminar boundary layer to sinusoidal oscillations superposed on a uniform main stream, has received more attention. This problem was first studied by Lighthill(1954), whom due to its complexity was only able to write down accurate solutions when the wave number ω of the oscillation was either large or small. Later contributions to the problem were made by Lam and Rott(1960), Ackerberg and Phillips(1972), and Brown and Stewartson (1973). These works have established the analytical forms of the eigenfunctions of the perturbation equation which describes the development of the perturbation far downstream of the origin of the perturbation, whereas here we are interested in the early stages of evolution of the perturbation. Particularly, we want to investigate the immediate response of the streamwise velocity component to an applied normal velocity component perturbation. Due to the time periodicity of the flow considered by Lighthill, the problem was considered on the transformed plane, with the first eigenfunction taking into account the main stream oscillations, and the remaining of the eigenfunctions depending on the preceding one through nonhomogeneous equations. Goldstein(1983) has shown by the matched asymptotic expansions method that the first of the Ackerberg and Phillips' eigenfunctions can be matched with an eigensolution of the Orr-Sommerfeld equation. He thus established a relationship between an outer perturbation and the free oscillation

of the boundary layer, generally known as Tollmien-Schlichting waves.

In this work, the perturbation problem is formulated as an initial-boundary value problem. We assume that before the introduction of a perturbation at the wall a steady two-dimensional boundary layer has developed as a basic flow, which is the solution of the Blasius equation. At this point it is important to ask what kind of perturbation can be described by the boundary layer formulation. It can be shown (Su(1991) and Bodonyi(1990)) that long wave-length perturbations can be described by the classical boundary layer equations and more general perturbations can be described by interactive boundary layer formulations such as the triple deck theory. Here we consider the case of long streamwise length scale (compared with the boundary layer thickness), thus the boundary layer approximation is applicable both to the basic and the perturbed flows. After the perturbation is introduced at the wall, its later evolution is described by the unsteady boundary layer equations.

The governing equations and the initial and boundary conditions related to our problem are given in the next section. A coordinate transformation is used to maintain the integration interval in the direction normal to the plate as constant as possible along the plate. In the following section, after a brief discussion on the wave-like characteristic of the unsteady boundary layer equations, the differential equations are solved by a new second order accurate explicit finite difference scheme. Numerical results are given in the last section.

2. THE GOVERNING EQUATIONS

Let U_∞ be the freestream velocity and L a typical length of the problem. If U_∞ and L are used to nondimensionalize the coordinates, the time, and the velocities, the unsteady boundary layer equations, for a uniform outer flow over a flat plate, become

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (2)$$

where x and y are the coordinates, u and v are the velocity

components along and perpendicular to the surface of the body, respectively, and t is the time. The coordinate y and the velocity component v have been stretched with the square root of the Reynolds number, $Re = U_\infty L/\nu$, where ν is the kinematic viscosity of the fluid. The equations should be solved with appropriate boundary and initial conditions. For our problem, the time-dependent perturbation on the plate ($y = 0$), can be described by the following boundary conditions

$$u(x, 0, t) = u_w(x, t), \quad \text{and} \quad v(x, 0, t) = v_w(x, t). \quad (3a, b)$$

In the outer edge of the boundary layer, we have

$$u(x, y, t) \rightarrow 1, \quad \text{as} \quad y \rightarrow \infty. \quad (4)$$

The inflow conditions are specified by the unperturbed Blasius solution

$$u(x_1, y, t) = u_B(y, t), \quad \text{and} \quad v(x_1, y, t) = v_B(y, t), \quad (5a, b)$$

where x_1 is the left end of the integral interval in the streamwise direction and the subscript B denotes the Blasius solution. At $t = 0$, the initial conditions are also specified by the Blasius solution, so that we have

$$u(x, y, 0) = u_B(x, y), \quad \text{and} \quad v(x, y, 0) = v_B(x, y), \quad (6a, b)$$

respectively.

A coordinate transformation is now introduced defining the new independent variables

$$\xi = x, \quad \text{and} \quad \eta = y/\sqrt{x}, \quad (7a, b)$$

and the new dependent variables

$$F = u, \quad \text{and} \quad V = v\sqrt{\xi} - \frac{1}{2}F\eta, \quad (8a, b)$$

for the velocity components in the ξ and η directions respectively the time remains untransformed.

In terms of the new dependent and independent variables, the continuity and momentum equations (1) and (2) become

$$\xi \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{F}{2} = 0, \quad (9)$$

and

$$\xi \frac{\partial F}{\partial t} + \xi F \frac{\partial F}{\partial \xi} + V \frac{\partial F}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2}. \quad (10)$$

All the boundary and initial conditions must also be rewritten in terms of the new variables.

3. NUMERICAL SOLUTION

The unsteady boundary layer equations (1) and (2) have been studied for a long time due to the fact that, in a sense, all boundary layers which occur in practice are unsteady. Since no analytic solution is available to the problem for general boundary and initial conditions, in most of the cases the equations are solved numerically by finite difference methods. With few exceptions, these methods can be classified in three types: "full-implicit" methods, e.g., Kwon et al. (1988), the Crank-Nicolson methods, e.g., Hall (1969), and the Keller box method, e.g., Cebeci (1986). All variations of the three methods are implicit

in the y and t variables, but are explicit in the x and t variables. At each time level, the equations are solved in a space-marching manner. In this way, an upstream point can influence all downstream points in the same time level. On the other hand, as pointed by Stewartson (1960) and Riley (1975), the unsteady boundary layer equations have wave-like characteristics in the x and t variables and any perturbation can only propagate with the local mainstream velocity, which is finite for all flows. This means that a downstream point cannot sense a upstream perturbation in the same time level.

To overcome this difficulty, the problem defined by equations (9) and (10) and associated conditions is now solved by finite differences based on a modification of the upwind method for the classical wave equation of Beam and Warming (1978), cited in (Anderson et al., 1984) and (Cotta et al., 1985), by adding a central difference representation of the diffusion term and the normal convection term appearing in equation (10). Predictor

$$F_{i,j}^{n+1} = F_{i,j}^n - \lambda F_{i,j}^n (F_{i,j}^n - F_{i-1,j}^n) - \frac{\Delta t}{2\xi\Delta\eta} V_{i,j}^n (F_{i,j+1}^n - F_{i,j-1}^n) + \frac{r}{\xi} (F_{i,j+1}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i,j-1}^n) \quad (11a)$$

Corrector

$$F_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2} [F_{i,j}^n + F_{i,j}^{n+1} - \lambda F_{i,j}^{n+1} (F_{i,j}^{n+1} - F_{i-1,j}^{n+1}) - \lambda F_{i,j}^n (F_{i,j}^n - 2F_{i-1,j}^n + F_{i-2,j}^n) - \frac{\Delta t}{2\xi\Delta\eta} V_{i,j}^{n+1} (F_{i,j+1}^{n+1} - F_{i,j-1}^{n+1}) + \frac{r}{\xi} (F_{i,j+1}^{n+1} - 2F_{i,j}^{n+1} + F_{i,j-1}^{n+1})], \quad (11b)$$

where

$$\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta\xi}, \quad \text{and} \quad r = \frac{\Delta t}{(\Delta\eta)^2}, \quad (12a, b)$$

and the subscripts i, j and n correspond to the nodes in the ξ, η and t variables, respectively, and the superscript \bar{n} corresponds to an intermediate evaluation in the time variable.

The continuity equation, (9) is solved by the following finite difference scheme, which is second order accurate in both direction:

$$\xi \frac{F_{i,j}^{n+1} - F_{i-1,j}^{n+1} + F_{i,j-1}^{n+1} - F_{i-1,j-1}^{n+1}}{2\Delta\xi} + \frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i,j-1}^{n+1} + V_{i-1,j}^{n+1} - V_{i-1,j-1}^{n+1}}{2\Delta\eta} + \frac{F_{i,j}^{n+1} + F_{i-1,j}^{n+1} + F_{i,j-1}^{n+1} + F_{i-1,j-1}^{n+1}}{8} = 0, \quad (13)$$

These schemes are explicit in both spatial variables. Thus any perturbation can only propagate with a finite velocity which is related with the parameter λ . As required by the CFL condition for numerical stability, the numerical dependence domain should be larger than the physical dependence domain, but no unphysical solution should occur if the former domain is too much larger.

The scheme can be shown to be second order accurate in all three variables; for the nonlinear equations, the stability

limit of the time step is established by numerical experiments. Since the scheme is explicit, no iteration is needed. The momentum equation is solved first. The order for calculating the streamwise velocity component u is not important since no information at the same time level is used. As for the continuity equation, the marching order in the streamwise direction is not important. The equation should be solved at each x station from the wall to the outer flow to use the wall boundary condition.

3. RESULTS AND DISCUSSION

In this study, we are concerned with the response of a laminar boundary layer to a pulse-type disturbance superposed on the basic flow. The perturbation, applied at $x = x_p$ in an interval of length Δx_p , is imposed on the normal velocity component at the wall and has the form

$$V_w(x) = A \exp\left(-\left(\frac{x - x_p}{\Delta x_p}\right)^2\right), \quad (14)$$

where A denotes the amplitude. The perturbation is applied during a time interval $(0, t_p)$, where t_p is small compared with the nondimensional time of the flow evolution. Here x_p must be large compared with the boundary layer thickness.

In Fig.1 we show the evolution of the maximum streamwise perturbation velocity at each time level. As can be seen, initially the perturbation decays rapidly and at about $t = 1$ the decay rate slows down. It is of interest to compare this figure with the results of Breuer and Haritonidis(1990). They show by their numerical solution of inviscid equations for three-dimensional perturbations and experiments that the perturbation can be divided into a wave part and a transient part. The same explanation applies to our results. This means that the boundary layer equations contain the same information on the wave and transient parts of the perturbation.

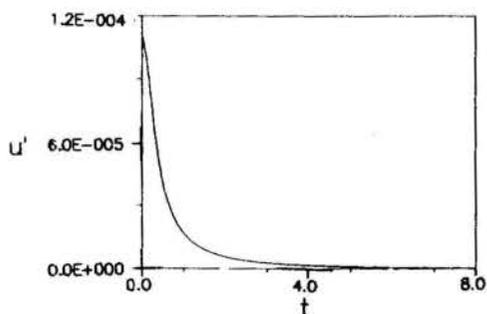


Fig.1 Evolution of the largest streamwise perturbation velocity with $A = 0.1$, $x_p = 0.15$, $\Delta x_p = 0.03$, and $t_p = 0.001$.

In Fig.2, we can see the exponential decay for $t < 1$ more clearly.

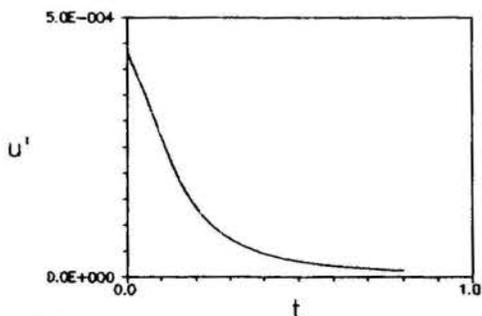


Fig.2 Evolution of the largest streamwise perturbation velocity with $A = 0.2$, $x_p = 0.15$, $\Delta x_p = 0.03$, and $t_p = 0.001$.

It is also interesting to observe the trajectory of the maximum streamwise perturbation velocity in the physical plane. For a short interval after the introduction of the perturbation at the wall, the perturbation center is confined to a region near the wall. Then, the center moves and remains at about $\eta = 2.0$, which corresponds to about two fifties of the boundary layer thickness. The propagation of the perturbation center in the streamwise direction is shown in Fig.3.

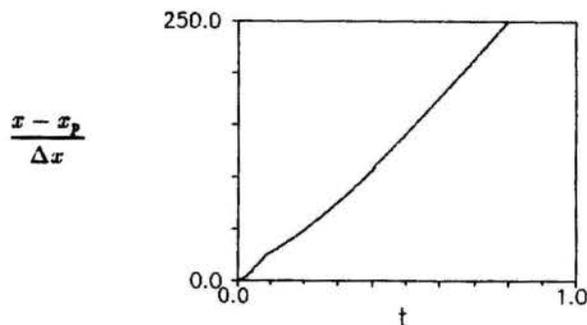


Fig.3 Propagation of the largest streamwise perturbation velocity in streamwise direction, with $A = 0.2$, $x_p = 0.15$, $\Delta x_p = 0.03$, and $t_p = 0.001$.

Here $\Delta x = 0.001$, we see that the perturbation center propagates with a velocity of 0.3 and has a slight acceleration.

The flow responds differently to perturbations of same amplitude but applied at different distance from the leading edge.

In Fig. 4, we can see that for perturbations of same intensity, the farther the point of perturbation from the leading edge, the weaker the response of the boundary layer to the perturbation. This means that near leading edge the flow is more sensitive to external perturbations. It is also interesting to note that after a time interval, all perturbations decay to a same order.

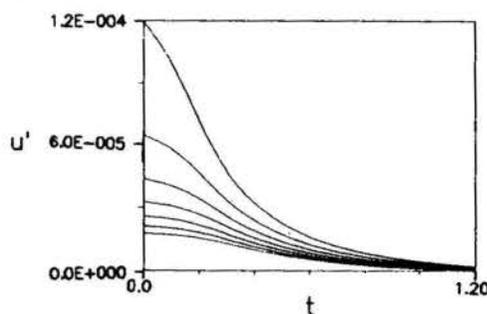


Fig.4 Evolution of the largest streamwise perturbation velocity for perturbations with $A = 0.2$, $\Delta x_p = 0.03$, and $t_p = 0.001$, applied at $x_p = 0.25, 0.45, 0.65, 0.85, 1.05, 1.25, 1.45$, from top to bottom.

In Fig.5, we can see the propagation of the perturbation through the evolution of the perturbed boundary layer displacement thickness, which is defined by

$$\delta_1'(\xi, t) = \int_0^{\infty} -F'(\xi, \eta, t) d\eta. \quad (15)$$

In Fig.6, we show the evolution of streamwise perturbation profiles at several streamwise stations.

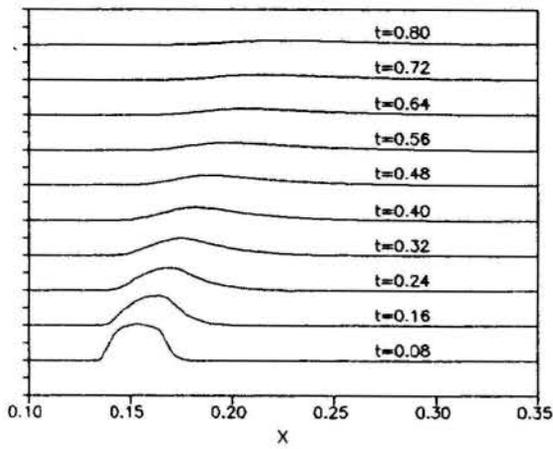


Fig.5 Evolution of the perturbed displacement thickness of a boundary layer for perturbations with $A = 0.2$, $\Delta x_p = 0.03$, and $t_p = 0.001$, applied at $x_p = 0.25$.

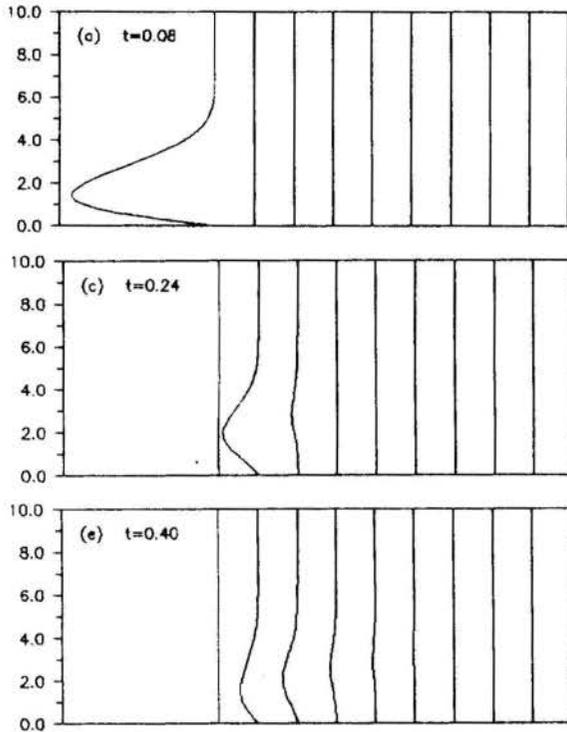


Fig.6 Evolution of the streamwise perturbation velocity profiles for perturbations with $A = 0.2$, $\Delta x_p = 0.03$, and $t_p = 0.001$, $x_p = 0.25$, at $x = 0.30, 0.31, 0.32, 0.33, 0.34, 0.35, 0.36, 0.37, 0.38, 0.39$, from left to right.

4. CONCLUSION

In this paper we have investigated the response of a laminar boundary layer to a pulse-type perturbation by a numerical solution of the unsteady boundary layer equations. The numerical results show that the propagation velocity of the streamwise perturbation decays in the streamwise direction. The perturbation has an exponential decay in the initial region, subsequently decaying at a different rate, probably algebraic with respect to x and t . These perturbations propagate further downstream and match with eigensolutions of the Orr-Sommerfeld equation, eventually beginning to amplify. In this sense, this work is relevant to the study of the instability mechanism of a laminar boundary layer since the amplitude of the eigenfunctions of the Orr-Sommerfeld equations are multiplied by arbitrary constants which must be determined by the upstream conditions, which can be found through the present analysis.

ACKNOWLEDGEMENT One of the authors, J.S., is grateful to CAPES for the financial help received during the preparation of this work.

REFERENCES

- Ackerberg, R.C. and Phillips, J.H. (1972). The unsteady laminar boundary layer on a semi-infinite flat plate due to small fluctuations in the magnitude of the free-stream velocity. *J. Fluid Mech.*, **51**, 137-157.
- Anderson, D.A., Tannehill, J.C., and Pletcher, R.H. (1984). *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington.
- Bodonyi, R.J. (1990). Nonlinear triple-deck studies in boundary layer receptivity. *Appl. Mech. Rev.*, **43**, no.5, part 2, 158-166.
- Brown, S.N. and Stewartson, K. (1973). On the propagation of disturbances in a laminar boundary layer. I. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **73**, 493-503.
- Breuer, K.S. e Haritonidis, J.H. (1990). The evolution of a localized disturbances in a laminar boundary layer. Part 1. Weak disturbances. *J. Fluid Mech.*, **220**, 569-594.
- Cebeci, T. (1986). Unsteady boundary layers with an intelligent numerical scheme. *J. Fluid Mech.*, **163**, 129-140.
- Cotta, R.M., Özişik, M.N. and MacRae, D.S. (1985). Transient heat transfer in channel flow with step change in inlet temperature. *Numerical Heat Transfer*, **9**, 619-630.
- Drazin, P.G. and Reid, W.H. (1981). *Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press.
- Gaster, M. (1989). A review of the fundamentals of flow stability in boundary layer transition. Invited Lecture, X COBEM, Rio de Janeiro.
- Goldstein, M.E. (1983). The evolution of Tollmien-Schlichting waves near a leading edge. *J. Fluid Mech.*, **127**, 59-81.
- Hall, M.G. (1969). The boundary layer over an impulsively started flat plate. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A310**, 401-414.
- Kwon, O.Key, Pletcher, R.H. and Delaney, R.A. (1988). Solution procedure for unsteady two-dimensional boundary layers. *ASME J. Fluid Eng.*, **110**, 69-75.
- Lam, S.H. and Rott, N. (1960). Theory of linearized time-dependent boundary layers. *Cornell University GSAE Rep. AFOSR TN-60-1100*.
- Lighthill, M.J. (1954). The response of laminar skin friction and heat transfer to fluctuations in the stream velocity. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A224**, 1-23.
- Lin, C.C. (1954). *The Theory of Hydrodynamic Stability*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Riley, N. (1975). Unsteady boundary layer equations. *SIAM Review*, **17**, 274-297.
- Stewartson, K. (1960). The theory of unsteady boundary layers. *Advances in Applied Mechanics*, vol. VI. Academic Press, New York, pp.1-37.
- Su, J. (1991). *Um Estudo Teórico da Transição em Camadas Limite*, Internal Report, Laboratório de Mecânica dos Fluidos/Aerodinâmica, PEM/COPPE/UFRJ.
- Warming, R.F. and Beam, R.M. (1975). Upwind second-order difference schemes and applications in unsteady aerodynamic flows. *Proc. AIAA 2nd Computational Fluid Dynamics Conf.*, Hartford, Connecticut, 17-28.

DESENVOLVIMENTO DE ESCOAMENTO TURBULENTO ESPIRALADO EM UM DUTO RETANGULAR COM GRANDE RAZÃO DE ASPECTO

A. C. R. Nogueira
Dep. Eng. Mecânica
UFSC
88049 Florianópolis, SC - BR

A. O. Nieceke
Dep. Eng. Mecânica
PUC/RJ
22453 Rio de Janeiro, RJ - BR

SUMÁRIO

Simulação numérica do desenvolvimento do escoamento turbulento em um duto retangular com grande razão de aspecto pelo método de volumes finitos. O problema é modelado matematicamente pela equação tridimensional turbulenta de Navier-Stokes, incorporando o modelo turbulento de duas equações $\kappa - \epsilon$. Devido ao caráter parabólico do escoamento, a solução é obtida por um processo de marcha, através da solução de uma sucessão de problemas bidimensionais. Investigou-se o efeito do número de Reynolds e intensidade de espiralamento no escoamento. Para todos os casos estudados, o decaimento do espiralamento foi relativamente rápido. A queda de pressão obtida foi comparada com resultados experimentais, apresentando boa concordância.

INTRODUÇÃO

Pesquisadores acadêmicos e industriais têm empreendido esforços, no intuito de se conseguir aumentos no coeficiente de troca de calor e massa em equipamentos térmicos e reatores. Neste sentido, estudos têm sido desenvolvidos na criação e análise de dispositivos que possam promover tal incremento nos coeficientes de transferência. Entre tais dispositivos se destacam as aletas, os indutores de escoamentos secundários e os promotores de turbulência.

Uma das áreas que tem recebido bastante atenção na literatura está relacionada com os "escoamentos espiralados". Neste tipo de escoamento, uma componente tangencial é induzida, com o intuito de promover maior mistura do escoamento e aumentar significativamente os coeficientes de troca de calor ou massa.

Após consultar uma bibliografia bastante extensa, constando da mesma a excelente revisão bibliográfica efetuada por Lilley (1977), bem como os sumários dos periódicos mensais remissivos da "Applied Mechanics Review" desde 1974, verificou-se (Nogueira, 1991) que praticamente inexistem estudos de interação de dois escoamentos espiralados. Visando preencher esta lacuna na literatura, este trabalho apresenta os resultados da simulação numérica, pelo método de volumes finitos, do decaimento e interação de pares de escoamentos turbulentos espiralados adjacentes, girando em sentidos contrários.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Caracterização do Escoamento. O problema sob análise consiste no desenvolvimento hidrodinâmico do escoamento turbulento, de um fluido incompressível, em um duto retangular de grande razão de aspecto. A condição de entrada do escoamento é dada por cinco pares de escoamentos espiralados adjacentes, especificados pelas componentes tangenciais de velocidade, girando em sentidos contrários, com componente axial na forma de perfil turbulento desenvolvido (lei da potência 1/7). Devido à condições de simetria, somente é necessário resolver o problema em meio domínio, o qual é ilustrado na Figura 1.

Como o escoamento possui uma direção preferencial e não há obstáculos à jusante, o mesmo pode ser caracterizado como sendo do tipo parabólico (Nogueira, 1991). Esta hipótese permite desacoplar o gradiente de pressão reinante no plano transversal do gradiente de pressão axial, além de permitir desprezar todos os termos difusivos na direção principal do escoamento. Vale observar que a hipótese de escoamento parabólico não permite ao modelo prever recirculações na direção axial.

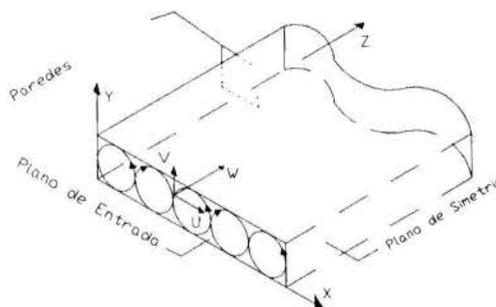


Figura 1. Domínio Computacional

Apesar da característica helicoidal no plano transversal à direção predominante, o escoamento se dá em um duto retangular, como mostrado na Fig. 1. Assim sendo, elege-se-á como sistema de coordenadas para mapeamento do volume de controle, o sistema de coordenadas cartesiano, com o eixo z coincidente com a direção principal do escoamento, sendo que os outros dois eixos, delimitam sua seção transversal. O eixo x está orientado na direção horizontal e o eixo y na vertical. Associado a este sistema de coordenadas estão a componente de velocidade axial, w , a componente de velocidade horizontal u e a componente de velocidade vertical v , respectivamente.

Equações de Conservação. A solução numérica do problema pode ser obtida, resolvendo-se o conjunto de equações de conservação médias no tempo que governam o escoamento, isto é, equações de conservação de massa e de quantidade de movimento linear, juntamente com as condições de contorno apropriadas. O tratamento dos termos correspondentes aos fluxos turbulentos exigem a utilização de um modelo de turbulência. Os resultados deste trabalho foram obtidos utilizando-se o modelo de turbulência $\kappa - \epsilon$.

Uma adimensionalização apropriada para o problema é:

$$\begin{aligned} U &= u/\bar{w} & , & & V &= v/\bar{w} & , & & W &= w/\bar{w} \\ X &= x/D_h & , & & Y &= y/D_h & , & & Z &= z/D_h \\ K &= \kappa/\bar{w}^2 & , & & E &= \epsilon D_h/\bar{w}^3 & , & & P &= p^*/(\rho\bar{w}^2) \end{aligned} \quad (1)$$

onde $D_h = 2L/(L/D+1)$ é o diâmetro hidráulico, sendo que L corresponde a largura do duto e D é a altura. \bar{w} a velocidade axial média na entrada, dada por $\bar{w} = \dot{m}/(\rho LD)$, sendo \dot{m} a vazão em massa do ar e ρ é a densidade. κ é a energia cinética turbulenta, ϵ sua taxa de dissipação e p^* é a pressão modificada definida como $p^* = \bar{p}(z) + p(x, y) + 2/3(\mu_t \text{div } \vec{u} + \rho\kappa)$, onde $\bar{p} + p$ é a pressão termodinâmica.

As equações de conservação são:

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (2)$$

$$\text{div}(\vec{V}\vec{V}) = -\text{grad} P + \text{div} \left[\mu^* [\text{grad} \vec{V} + (\text{grad} \vec{V})^T] \right] \quad (3)$$

$$\text{div}(\vec{V}K) = \text{div} \left[\frac{\mu^*}{\sigma_\kappa} \text{grad} K \right] + G - E \quad (4)$$

$$\text{div}(\vec{V}E) = \text{div} \left[\frac{\mu^*}{\sigma_\epsilon} \text{grad} E \right] + \frac{E}{K} [c_1 G - c_2 E] \quad (5)$$

$$G = \mu^* [\text{grad} \vec{V} + (\text{grad} \vec{V})^T] \cdot \text{grad} \vec{V} \quad (6)$$

$$Re = \rho \bar{w} D_h / \mu \quad , \quad \mu^* = \mu_t / (\mu Re) = (c_\mu K^2 / E) \quad (7)$$

De acordo com recomendação de Launder e Spalding (1974), utilizou-se as seguintes constantes: $\sigma_\kappa=1,00$; $\sigma_\epsilon=1,30$; $c_\mu=0,09$; $c_1=1,44$ e $c_2=1,92$.

Condições de Contorno. No plano de entrada, como pode ser visto na Fig. 1, o escoamento é composto por cinco pares adjacentes de escoamentos espiralados girando em sentidos contrários, resultantes da combinação de componentes axial e tangencial, onde o componente tangencial é formado pelos componentes horizontal e vertical. A componente tangencial do escoamento espiralado é obtida utilizando-se a equação apresentada abaixo, a qual foi ajustada por Kreith e Sonju (1965), a partir dos dados experimentais obtidos por Smithberg e Landis (1964).

$$v_\theta = \left(\frac{P}{D} \right)^{-1} \left[6,3R - 0,01316(1,1 - R)^{-2,68} \right] \quad (8)$$

onde P é o passo das fitas torcidas utilizadas no procedimento experimental e D é o diâmetro das mesmas, que por sua vez, coincide com o diâmetro dos tubos geradores do escoamento espiralado, utilizados na bancada experimental. P/D é a relação de passo adimensional das fitas torcidas, R é a coordenada radial adimensionalizada, $r/(D/2)$, correspondente a cada tubo. A velocidade tangencial obtida por meio da equação (8) é então decomposta nas componentes cartesianas $u = v_\theta \cos \theta$ e $v = v_\theta \sin \theta$, onde R e θ podem ser definidos em função das coordenadas cartesianas x e y , através de relações geométricas.

A componente axial na entrada é aquela correspondente ao perfil de um escoamento turbulento desenvolvido em um tubo,

$$W = 0,156(L/D)[1 - R]^{1/7} \quad (9)$$

Nos intervalos formados entre os tubos geradores do escoamento espiralado e a seção de teste, prescreveu-se velocidade nula para os três componentes da velocidade. O valor κ em $z = 0$ foi tomado como uma percentagem da energia cinética da seção de entrada. Esta percentagem é a intensidade de turbulência α na entrada, a qual foi considerada como sendo igual a 1%. O valor correspondente de ϵ pode ser obtido assumindo que o comprimento de mistura na entrada é proporcional ao tamanho do jato na entrada ($l = \beta D_h$), onde β foi considerado como sendo igual a 4%, logo

$$K = 0,5 \alpha \quad , \quad E = c_\mu^{3/4} K^{3/2} / (0,4 l / D_h) \quad (10)$$

O modelo $\kappa - \epsilon$ deve ser utilizado apenas no núcleo turbulento do escoamento onde a viscosidade turbulenta é muito maior que a viscosidade absoluta. Em regiões próximas aos contornos rígidos, Patankar e Spalding (1970), sugerem que se utilize a "lei da parede". Neste método, o primeiro ponto nodal P , próximo à parede, é interligado com a parede através do perfil logarítmico de velocidade, dado por

$$u_P / \sqrt{\tau_w / \rho} = 2,5 \ln(9\xi_P^+) \quad , \quad \xi_P^+ = (\rho/\mu)\xi\sqrt{\tau_w/\rho} \quad (11)$$

onde u_P é o componente de velocidade paralela à parede no ponto P , τ_w é a tensão cisalhante junto à parede e ξ_P^+ é a distância adimensional do ponto P até a parede.

Assumindo-se que a dissipação e geração de energia cinética estão em equilíbrio na região próxima à parede e que a tensão cisalhante é aproximadamente constante, tem-se

$$\tau_w = c_\mu^{1/2} \rho \kappa \quad , \quad (\partial\kappa/\partial\xi) = 0 \quad \text{e} \quad \epsilon = c_\mu^{3/4} \kappa^{3/2} / (0,4\xi) \quad (12)$$

Foi utilizada a propriedade do escoamento apresentar um plano de simetria, sendo a parede lateral esquerda definida pelo referido plano.

Tendo-se em mente a condição de escoamento parabólico, não é necessário definir condições de contorno para a seção de saída.

De acordo com as equações de conservação e condições de contorno, observa-se que o presente problema é governado pelos seguintes parâmetros: Re , P/D , L/D .

MÉTODO NUMÉRICO

Utilizou-se o método de diferenças finitas com formulação em volumes de controle (volumes finitos) proposto por Patankar (1980), com esquema de interpolação "Power - Law" e integração totalmente implícita na direção parabólica. Devido a natureza parabólica do escoamento, a solução é obtida por um processo de marcha ao longo da direção axial, através da solução de uma sucessão de planos bidimensionais. O acoplamento entre as velocidades transversais e o campo de pressões foi resolvido utilizando-se o algoritmo SIMPLER (Patankar, 1980), enquanto que o acoplamento da pressão-velocidade na direção parabólica foi tratado utilizando-se também um método análogo ao SIMPLER (Patankar e Spalding, 1972). O sistema algébrico foi resolvido utilizando-se a TDMA linha por linha, com correção por blocos (Patankar, 1980).

Após um teste de malha, selecionou-se malha não uniforme no plano transversal com aproximadamente 67×15 pontos nodais para todos os casos analisados. Concentrou-se a malha próximo ao contorno sólido, onde os gradientes são mais acentuados. Na direção axial também foi utilizada uma malha não uniforme, com passo Δz crescente ao longo da direção axial. Em geral 260 passos forma suficientes para percorrer toda a seção de testes.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

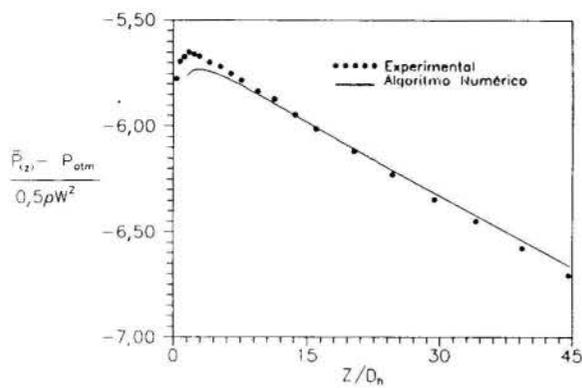
No presente trabalho, a razão de aspecto do duto foi mantida constante e igual a 10, enquanto que três valores diferentes de número de Reynolds Re e passo adimensional P/D foram investigados: $Re = 1 \times 10^4$, 2×10^4 e 3×10^4 ; $P/D = 4,4$, $10,3$ e $22,0$. A influência destes parâmetros no escoamento foi investigada através da análise dos campos de velocidade transversal e axial.

Visando qualificar o modelo descrito, comparou-se os resultados obtidos para queda de pressão axial com os valores medidos experimentalmente por Nogueira, 1991.

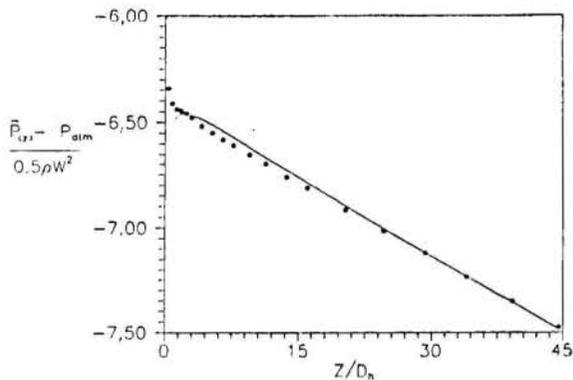
Comparação com Resultados Experimentais. A Figura 2(a) apresenta a variação axial da pressão média para o escoamento espiralado para a relação de passo $P/D = 22,0$ e $Re = 3 \times 10^4$. Pode-se observar da figura uma perda de carga considerável na seção geradora do escoamento espiralado, bem como uma recuperação de pressão na entrada decorrente da expansão abrupta após aquela seção, indicando reversão do escoamento. Note que o presente modelo não é capaz de prever esta recuperação devido ao caráter parabólico do mesmo. Observe que para $z/D_h > 1,5$ os resultados foram bastante razoáveis, com erros sempre inferiores a 2%.

A Figura 2(b) apresenta o perfil de pressão axial para $Re = 3 \times 10^4$ e média intensidade de escoamento espiralado, $P/D = 10,3$. Neste caso, devido a uma maior dissipação entre os pares de vórtices, observa-se uma queda de pressão adicional na região de entrada. Novamente, pode-se afirmar a existência de uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais.

A concordância na inclinação da linha de pressão na região desenvolvida atesta a correta implementação do algoritmo, com erros inferiores a 3% para todos os casos analisados.



(a) $Re = 3 \times 10^4$ e $P/D = 22,0$



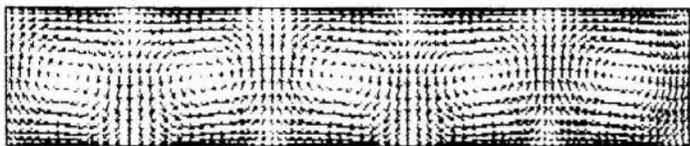
(b) $Re = 3 \times 10^4$ e $P/D = 10,3$

Figura 2. Desenvolvimento Axial da Pressão Média

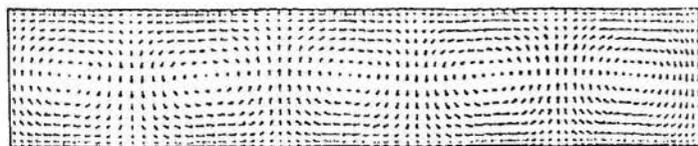
Velocidades Transversais no Plano Elíptico. As Figuras 3, 4 e 5 apresentam as características de decaimento do escoamento espiralado para posições axiais referentes à seção de entrada ($z/D_h = 0,0$), $z/D_h = 1,1$ e $2,5$. Nas figuras, as velocidades apresentadas são obtidas pela composição vetorial dos componentes de velocidades transversais, U e V . As Figuras 3 e 4 correspondem a $Re = 3 \times 10^4$ e relação de passo adimensional igual a $P/D = 4,4$ e $P/D = 10,3$, respectivamente. A Figura 5 apresenta o escoamento transversal para $Re = 2 \times 10^4$ e $P/D = 4,4$. Observa-se das figuras que o decaimento é muito intenso entre a seção de entrada e a seção transversal posicionada em $z/D_h = 1,1$. Pode-se observar ainda que a dissipação é mais acentuada próxima da parede superior e inferior, onde o componente de velocidade transversal U muda de sinal para cada dois jatos espiralados



(a) $Z/D_h = 0,0$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 4,4$

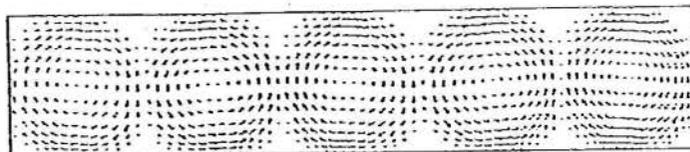


(b) $Z/D_h = 1,1$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 4,4$

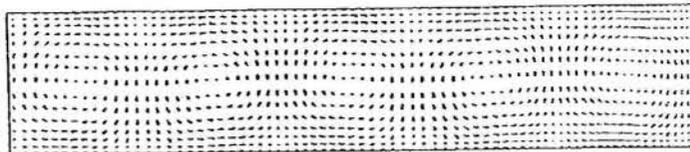


(c) $Z/D_h = 2,5$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 4,4$

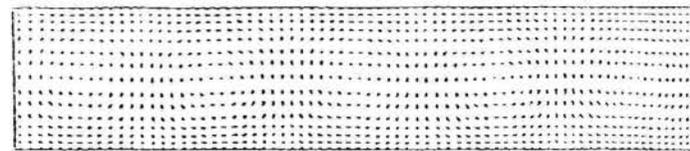
Figura 3. Desenvolvimento das Velocidades Transversais



(a) $Z/D_h = 0,0$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 10,3$

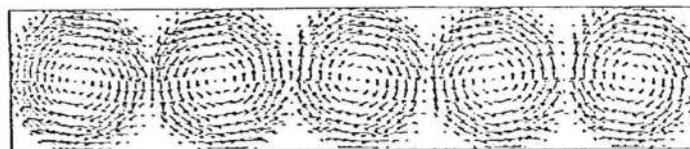


(b) $Z/D_h = 1,1$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 10,3$

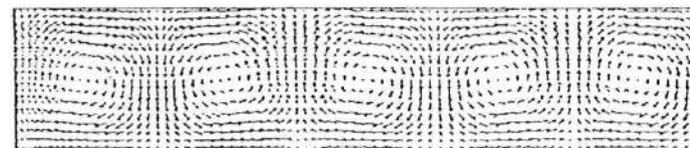


(c) $Z/D_h = 2,5$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 10,3$

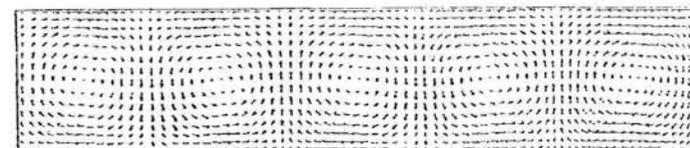
Figura 4. Desenvolvimento das Velocidades Transversais



(a) $Z/D_h = 0,0$, $Re = 2 \times 10^4$, $P/D = 4,4$



(b) $Z/D_h = 1,1$, $Re = 2 \times 10^4$, $P/D = 4,4$



(c) $Z/D_h = 2,5$, $Re = 2 \times 10^4$, $P/D = 4,4$

Figura 5. Desenvolvimento das Velocidades Transversais

adjacentes. À medida que se adentra no núcleo dos jatos a intensidade do decaimento diminui sensivelmente, uma vez que nestas posições a troca de quantidade de movimento entre um jato e outro se faz exclusivamente por difusão de quantidade de movimento. Para a coordenada $z/D_h = 2,5$, é possível observar a presença dos vórtices, porém com uma intensidade bem reduzida.

Comparando-se as Fig. 3 e 4, nota-se que o decaimento dos pares de vórtices para diferentes passos adimensionais são análogos, porém com o aumento de P/D , a intensidade do escoamento espiralado é menor, e o decaimento é mais rápido.

O efeito da diminuição do número de Reynolds pode ser observado comparando-se as Figuras 3 e 5. O escoamento em ambas as figuras é bastante semelhante, com uma pequena diminuição na intensidade adimensional do escoamento espiralado para $Re = 2 \times 10^4$, em relação a $Re = 3 \times 10^4$. Vale ressaltar que dimensionalmente há uma significativa redução nas velocidades, pois a velocidade média diminui quando Re diminui.

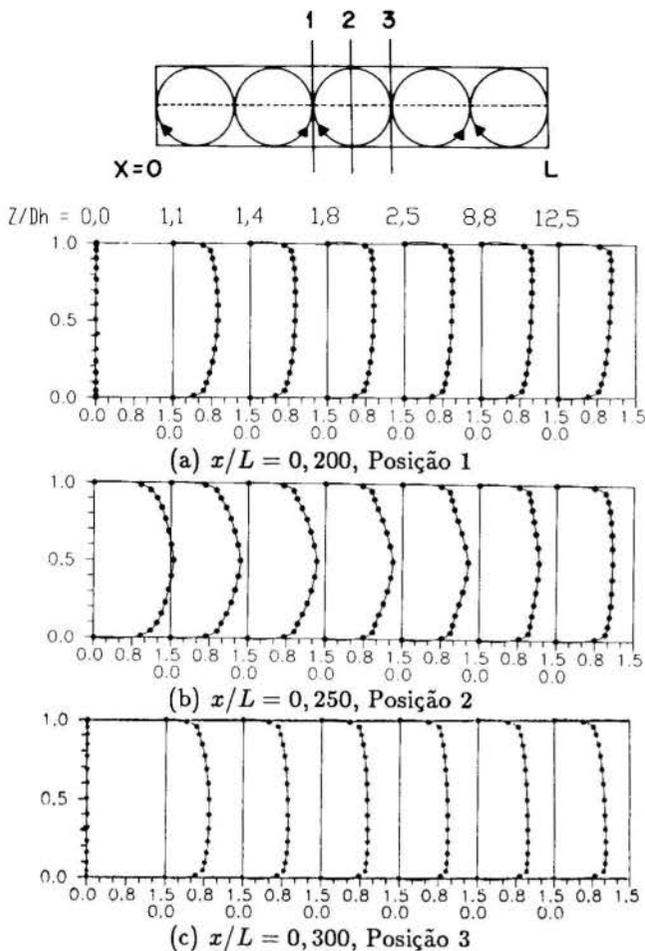


Figura 6. Desenvolvimento dos Perfis de Velocidade Axial

Perfis de Velocidade Axial. A Figura 6 apresenta a distribuição do componente axial de velocidade na seção transversal, entre as superfícies superior e inferior, para diversas posições axiais (z/D_h), em diferentes coordenadas horizontais x/L , para os parâmetros adimensionais $P/D = 4,4$, $Re = 3 \times 10^4$. No topo da Figura 6 é apresentado um croqui indicando a localização das coordenadas x/L selecionadas para apresentação: $x/L = 0,200$; $x/L = 0,250$ e $x/L = 0,300$.

Pode-se observar da Fig. 6(b) que para a posição $x/L = 0,250$, correspondente ao plano diametral do tubo, o perfil no início do desenvolvimento torna-se pontiagudo devido à difusão dos componentes U e V , tendendo à forma característica achatada do escoamento turbulento à medida que se desenvolve. A Figura 6(a) e 6(c) apresentam os perfis de velocidade axial para as posições $x/L = 0,200$ e $x/L = 0,300$, correspondentes ao ponto de tangência entre dois jatos espiralados, com sentido do escoamento tangencial ascendente em 6(a) e descendente em 6(c). Pode-se observar que os perfis de velocidade imediatamente após a seção de entrada não são simétricos em relação à linha de centro horizontal do duto retangular. Tal fato é justificado devido ao fato do componente V atuar no sentido de transferir massa para a parede horizontal superior em 6(a) e inferior em 6(c). Isto faz com que o componente W diminua de modo a satisfazer a equação da continuidade. Note que os perfis de velocidade nas coordenadas $x/L = 0,200$ e $x/L = 0,300$ apresentam simetria invertida em relação à linha de centro horizontal do duto retangular, coerente com a mudança no sentido de rotação dos vórtices.

O perfil de velocidade axial não é fortemente afetado pela variação do número de Reynolds e passo adimensional, apresentando resultados qualitativamente semelhantes.

CONCLUSÕES

Analisou-se numericamente o decaimento do escoamento turbulento espiralado formado por pares de vórtices em dutos de grande razão de aspecto. Observou-se que para todos os

números de Reynolds e passos adimensionais analisados, o escoamento é qualitativamente semelhante, apresentando um decaimento quase total para uma coordenada axial igual a $z/D_h = 10$. A presença dos vórtices induzem um aumento da velocidade axial próximo as paredes do duto para as quais os vórtices estão direcionados.

A solução numérica apresentada permite complementar os resultados experimentais obtidos por Nogueira (1991), possibilitando ainda um melhor entendimento dos fenômenos envolvidos.

AGRADECIMENTOS

O autor A. O. Nieckele agradece o suporte financeiro da SCT (Secretaria de Ciência e Tecnologia da Presidência da República).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Kreith, F. e Sonju, O. K., "The Decay of Turbulent Swirl in a Pipe," *Journal Fluid Mechanics*, vol. 22, pp. 257-271, 1965.
- Launder, B. E. e Spalding, D. B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- Lilley, D. G. "Swirl Flows in Combustion: A Review", *AIAA Journal*, vol. 15, pp. 1063-1078, 1977.
- Nogueira, A. C. R., "Transferência de Calor para Escoamento Espiralado, Turbulento, em Dutos Retangulares," *Tese de Doutorado, Depto. Eng. Mecânica PUC/RJ*, Rio de Janeiro, 1991.
- Patankar, S. V. e Spalding, D. B. "Heat and Mass Transfer in Boundary Layers - A General Calculation Procedure", *Intertext Books*, London, 1970.
- Patankar, S. V. e Spalding D. B., "A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 15, pp. 1787-1806, 1972.
- Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow* McGraw-Hill Hemisphere Publication, New York, 1980.
- Smithberg, E. e Landis, F., "Friction and Forced Convection Heat Transfer Characteristics in Tubes with Twisted Tape Swirl Generators," *Journal Heat Transfer*, vol. 1, pp. 39-49, 1964.

ABSTRACT

Numerical simulation of the developing turbulent swirling flow in a rectangular duct of large aspect ratio is obtained by the finite volume method. The problem is mathematically modeled by the three dimensional time average Navier Stokes equation, incorporating the $\kappa - \epsilon$ turbulence two equation model. The solution is obtained by a two dimensional marching procedure due to the parabolic nature of the flow. The effect of the Reynolds number and swirl intensity in the flow field is investigated. The swirling flow rapidly decays along the duct for all cases studied. The pressure drop obtained is compared with experimental results presenting very good agreement.

TEMPERATURE BOUNDARY LAYER
 WITH UNHEATED STARTING LENGTH

H. KLICK and T. HAYASHI*
 Institut für Thermo- und Fluidodynamik
 Ruhr-Universität Bochum IB/6
 4630 Bochum · Germany

SUMMARY

An asymptotic investigation of the turbulent temperature boundary layer on a flat plate with unheated starting length is presented for two flow types. Based on new experimental data a formula to describe the distribution of the mean temperature is given.

INTRODUCTION

Each of the turbulent boundary layers, the velocity layer as well as the temperature layer, can be divided into two layers: the wall layer and the outer or defect layer. As the wall layers are almost universal and independent of the individual flow and heat transfer problem, the more interesting layers are the defect layers on which the authors concentrate their interests in this paper.

For small temperature differences $\Delta T (= T_w - T_\infty)$, where the fluid properties can be treated as constant, the momentum equation (describing the flow field) can be solved separately from the energy equation (describing the temperature field). On the other hand, the energy equation strongly depends on the flow and can only be solved on the basis of a known velocity distribution. This means that for a heat transfer problem the flow situation is of decisive interest and must be cleared out at first before any temperature distribution may be considered.

Taking this into account, two cases of forced convection on a heated plate with unheated starting length are analysed:

1. full developed flow over a partly heated plate
 This case will be referred to as "Townsend problem", because the fundamental analysis of this problem was first given by Townsend (1956).
2. developing flow over a partly heated plate
 This will further be referred to as "extended Townsend problem".

ANALYSIS

"Townsend problem" (velocity). The governing equations to describe the turbulent velocity boundary layer are in dimensionless form:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right] \quad (2)$$

where the outer velocity U_∞^* (m/s) and the plate length L^* (m) are used as reference variables.

Introduction of first order expansions for the mean velocity and the turbulent shear stress

$$\begin{aligned} \bar{u}(x,y) &= 1 - u_1(x) \cdot F'(\eta) \\ \overline{u'v'}(x,y) &= -u_1^2 \cdot S(\eta) \end{aligned} \quad (3)$$

together with an appropriate scaled coordinate

$$\eta := y/\Delta(x) ; \quad \Delta := \int_{y \rightarrow 0}^{\infty} \frac{1 - \bar{u}(x,y)}{u_1(x)} dy \quad (4)$$

leads for high Reynolds-numbers to the self-similar relation between the two functions F' and S

$$\eta \cdot F'' = S' \quad (5)$$

Close to the wall the velocity function satisfies the boundary condition

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} F' = -\frac{1}{\kappa} \ln(\eta) + \bar{C} \quad (6)$$

* permanent address:
 Dept. Mech. Eng., TOTTORI University
 Tottori-city, Japan, 680

which yields to

$$\bar{u} = 1 + u_\tau \cdot \left[\frac{1}{\kappa} \ln(\eta) - \bar{C} \right] \quad (7)$$

for the mean velocity (Herwig/Gersten, 1992).

Coles' self-similar 'law of the wake' for the mean velocity in the form:

$$\frac{1-\bar{u}(x,y)}{u_\tau(x)} = -\frac{1}{\kappa} \ln(y/\delta) + \frac{2 \cdot B}{\kappa} \cos^2 \left[\frac{\pi}{2} \cdot y/\delta \right] - \frac{1}{(y/\delta)^2 \cdot (1-y/\delta)/\kappa} \quad (8)$$

may be used for the closure of eq.(5) (Cebeci/Smith, 1974). The constant ratio δ/Δ can be expressed through:

$$\frac{\delta}{\Delta} = \int_{y/\delta \rightarrow 0}^1 \frac{1-\bar{u}}{u_\tau} d(y/\delta) = \frac{1}{\kappa} \left[\frac{11}{12} + B \right] \quad (9)$$

Notice: For high Reynolds-numbers the dimensionless shear stress velocity $u_\tau (= \sqrt{c_t/2})$ tends to zero, so that all terms of the order $O(u_\tau)$ and higher order (e.g.: $\bar{v} = O(u_\tau^2)$) may be neglected.

"Townsend problem" (temperature). For the energy equation in the usual boundary layer form

$$\bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \bar{v}' T' \right] \quad (10)$$

the expansion for the mean temperature and the turbulent heat flux

$$\begin{aligned} \bar{T}(x,y) &= 1 - T_\tau(x) \cdot F'_\theta(\eta_\theta) \\ \bar{v}' T'(x,y) &= -u_\tau(x) \cdot T_\tau(x) \cdot S_\theta(\eta_\theta) \end{aligned} \quad (11)$$

$$T_\tau := \frac{-q_w}{\rho \cdot c_p \cdot u_\tau \cdot T_\infty}$$

together with the scaled coordinate

$$\eta_\theta := y/\Delta_\theta(x); \quad \Delta_\theta := \int_{y \rightarrow 0}^{\infty} \frac{1-\bar{T}(x,y)}{T_\tau(x)} dy, \quad (12)$$

the basic assumption that the temperature layer thickness is much smaller than the velocity layer thickness

$$\left| \ln \left[\frac{\Delta_\theta}{\Delta} \right] \right| \gg 1; \quad |\ln(\eta_\theta)| \ll \left| \ln \left[\frac{\Delta_\theta}{\Delta} \right] \right| \quad (13)$$

and the characteristic velocity being

$$\bar{u}(x,y) = 1 + u_\tau \cdot \left[\frac{1}{\kappa} \ln(\eta_\theta) + \frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{\Delta_\theta}{\Delta} \right] - \bar{C} \right] \quad (14)$$

$$\text{or } \bar{u}(x,y) \approx \tilde{u}(x) = 1 + u_\tau \cdot \left[\frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{\Delta_\theta}{\Delta} \right] - \bar{C} \right] \quad (15)$$

leads to

$$\eta_\theta \cdot F'_\theta = S'_\theta \quad (16)$$

"Extended Townsend problem" (velocity). For the developing (not self-similar) velocity layer eq.(8) must be extended to:

$$\frac{1-\bar{u}(x,y)}{u_\tau(x)} = -\frac{1}{\kappa} \ln(y/\delta) + \frac{2 \cdot \bar{B}(x, \text{Re})}{\kappa} \cos^2 \left[\frac{\pi}{2} \cdot y/\delta \right] - \frac{1}{\kappa} \cdot (y/\delta)^2 \cdot (1-y/\delta) \quad (17)$$

This leads to the near wall distribution of

$$\lim_{y/\delta \rightarrow 0} \frac{1-\bar{u}(x,y)}{u_\tau(x)} = -\frac{1}{\kappa} \ln(y/\delta) + \frac{2 \cdot \bar{B}(x, \text{Re})}{\kappa} \quad (18)$$

"Extended Townsend problem" (temperature). If the temperature layer develops in the logarithmic velocity region with the mean velocity

$$\bar{u} = 1 + u_\tau \cdot \left[\frac{1}{\kappa} \ln(\bar{\eta}_\theta) + \frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{\Delta_\theta}{\delta} \right] - \frac{2 \cdot \bar{B}}{\kappa} \right] \quad (19)$$

a characteristic velocity

$$\tilde{u} = 1 + u_\tau \cdot \left[\frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{\Delta_\theta}{\delta} \right] - \frac{2 \cdot \bar{B}}{\kappa} \right] \quad (20)$$

may be found under the assumption that:

$$|\ln(\eta_{\theta})| \ll \left| \ln\left[\frac{\Delta_{\theta}}{\delta}\right] \right| \quad (21)$$

This velocity condition and the expansions of eq.(11):

$$\begin{aligned} \bar{T}(x,y) &= 1 - T_1(x) \cdot \bar{F}'_{\theta}(\bar{\eta}_{\theta}) \\ v' T'(x,y) &= -u_1(x) \cdot T_1(x) \cdot \bar{S}_{\theta}(\bar{\eta}_{\theta}) \end{aligned} \quad (22)$$

leads to

$$\bar{\eta}_{\theta} \cdot \bar{F}'_{\theta} = \bar{S}'_{\theta} \quad (23)$$

Notice: The x -dependency of the parameter \bar{B} has no influence on the self-similarity of the temperature field as long as the gradient $d\bar{B}/dx$ is such weak that it may be neglected (as was done here).

The meaning of constant wall temperature. For arbitrary wall temperature distributions eq.(23) will have the form:

$$-\bar{I}_m \cdot \bar{F}'_{\theta} + \bar{\eta}_{\theta} \cdot \bar{F}'_{\theta} = \bar{S}'_{\theta} \quad (24)$$

where:

$$\bar{I}_m = \frac{\tilde{u} \cdot \Delta_{\theta}}{u_1 \cdot T_1} \cdot \frac{dT_1}{dx} \quad (25)$$

so that only in very special cases (Klick, 1992) \bar{I}_m will be independent of x , which is the essential condition for self-similarity.

With the assumption that the Stanton-number is of the order

$$St = O(u_1^2) \quad (26)$$

as it is for the completely heated plate, the wall condition $T_w = \text{const}$ (as well as $q_w = \text{const}$) will lead to

$$\bar{I}_m = O(u_1) \quad (27)$$

so that asymptotically self-similarity is given through the first order equation:

$$\bar{\eta}_{\theta} \cdot \bar{F}'_{\theta} = \bar{S}'_{\theta} \quad (28)$$

$$\bar{S}_{\theta} = \bar{\eta}_{\theta} \cdot \bar{F}'_{\theta} + \bar{F}_{\theta} + 1$$

Experimental setup

Experiments were performed in the open test section (diameter: 0.5m) of a Göttingen-type windtunnel at a outer velocity of $U_{\infty} = 10.4 \text{ m/s}$ and a temperature difference of $T_w - T_{\infty} \approx 8 \text{ K}$.

The scales of the plate and the distribution of the electrical heater foil are shown in Fig.1.

For the presented measurements a cold-wire CCA-system and a Pitot-tube pressure system were used for the mean temperature and mean velocity respectively.

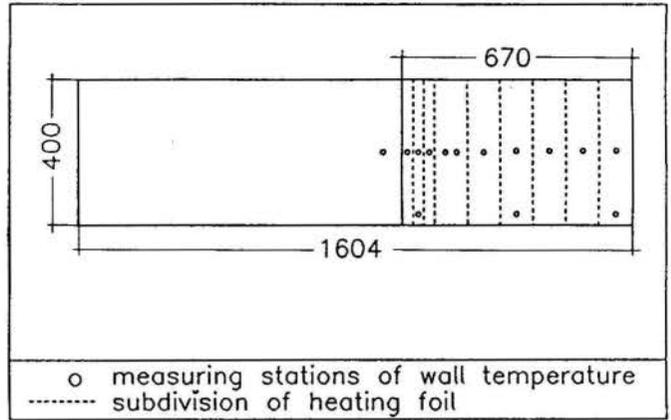


Figure 1

Experimental results

As can be seen in Fig. 2a and Fig. 2b the velocity layer does not reach the self-similar state over the entire length of the plate.

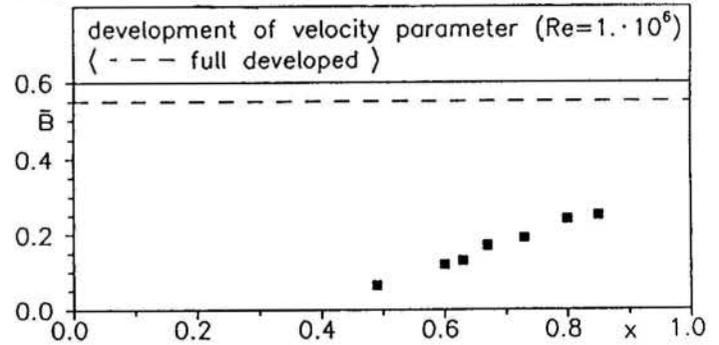


Figure 2a

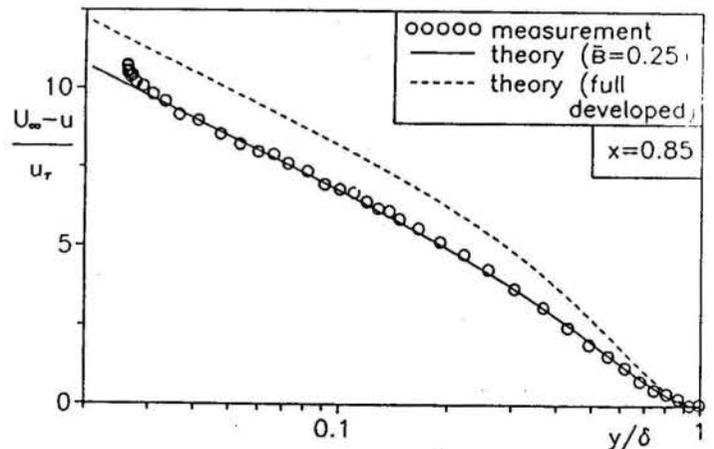


Figure 2b

Although the temperature layer is developing very fast (Fig. 3) and passes the region of the logarithmic velocity distribution (which reaches up to $\eta \approx 0.3$) very soon, self-similarity for the temperature profile can be attested (Fig. 4).

Temperature profile formula

The form of the formula was chosen to

$$\bar{F}'_{\theta}(\eta_{\theta}) = -\frac{1}{\kappa_{\theta}} \ln(\bar{\eta}_{\theta}) + \bar{W}'_{\theta}(\bar{\eta}_{\theta}) \quad (29)$$

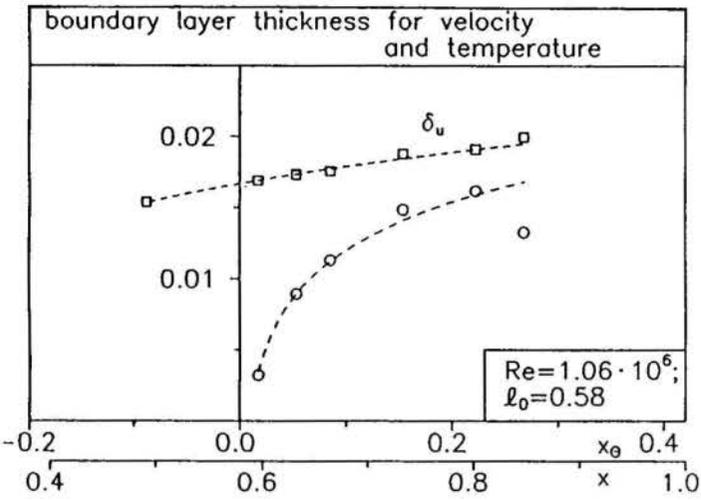


Figure 3

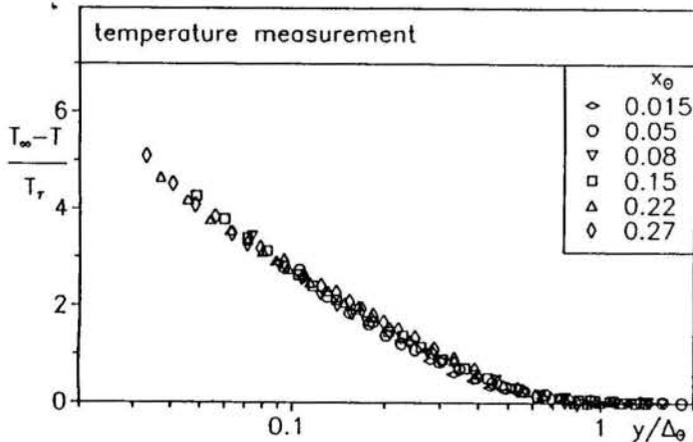


Figure 4

with

$$(30)$$

$$\bar{W}'_{\theta} = \bar{W}'_{\theta 0} + \bar{W}'_{\theta \text{fit}}$$

The coefficients of the fourth order polynome $\bar{W}'_{\theta 0}$

$$\bar{W}'_{\theta 0} = \bar{C}_{\theta} + \sum_{n=1}^4 A_n \cdot (\bar{\eta}_{\theta} / \bar{\eta}_{\theta \infty})^n \quad (31)$$

are determined through the boundary conditions, whereas the two coefficients A_5 and A_6 of $\bar{W}'_{\theta \text{fit}}$

$$\begin{aligned} \bar{W}'_{\theta \text{fit}} = & A_5 \cdot \left[-3(\bar{\eta}_{\theta} / \bar{\eta}_{\theta \infty})^2 + 12(\bar{\eta}_{\theta} / \bar{\eta}_{\theta \infty})^3 - 15(\bar{\eta}_{\theta} / \bar{\eta}_{\theta \infty})^4 \right. \\ & \left. + 6(\bar{\eta}_{\theta} / \bar{\eta}_{\theta \infty})^5 \right] \\ & + A_6 \cdot \left[-9(\bar{\eta}_{\theta} / \bar{\eta}_{\theta \infty})^2 + 32(\bar{\eta}_{\theta} / \bar{\eta}_{\theta \infty})^3 - 3(\bar{\eta}_{\theta} / \bar{\eta}_{\theta \infty})^4 \right. \\ & \left. + 7(\bar{\eta}_{\theta} / \bar{\eta}_{\theta \infty})^5 \right] \quad (32) \end{aligned}$$

are used for a fit to the measured data (Fig. 5). The values of the coefficients \bar{C}_{θ} and $A_1 - A_6$ are given in the appendix.

CONCLUSION

The given formula for the mean temperature profile (eq.(30)), which represents the measured data very well, together with eq.(28), which stands for a self-similar development of the temperature boundary layer, provides a full description of the temperature field.

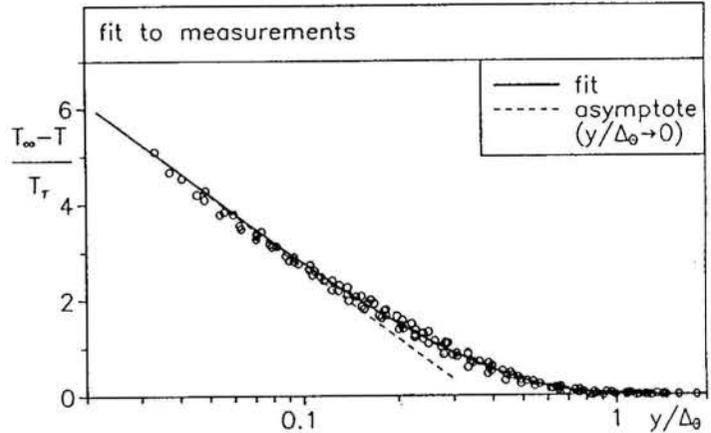


Figure 5

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors like to thank Prof. Dr.Ing. Dr.Ing. E.h. Klaus Gersten for acting as supervisor for this research.

REFERENCES

- Cebeci, T., Smith, A.M.O., "Analysis of Turbulent Boundary Layers", Academic Press, New York, 1974
- Gersten, K., Herwig, H., "Grundlagen der Impuls-, Wärme- und Stoffübertragung aus asymptotischer Sicht", Vieweg-Verlag, 1992 (to be published)
- Klick, H., "Influence of variable fluid properties on the turbulent flat plate flow", (in German) Ph.D. Thesis, Ruhr-University of Bochum, 1992
- Townsend, A.A., "The Structure of Turbulent Shear Flow", Cambridge University Press, 1956

APPENDIX

$\bar{C}_{\theta} = -2.2157$	$A_4 = 6.7359$
$A_1 = 0.$	$A_5 = -2.8059$
$A_2 = 13.3065$	$A_6 = 0.4348$
$A_3 = -17.1430$	$\bar{\eta}_{\theta \infty} = 1.379$

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO EM CÂMARAS CICLÔNICAS

EURYALE DE JESUS ZERBINI- Escola Politécnica da USP
Av. Prof. Mello Moraes, 2231
C.P. 61548 - CEP 05508 - São Paulo - S.P.

RESUMO

Apresenta-se a simulação numérica do escoamento turbulento em câmaras ciclônicas utilizando-se dois modelos para a avaliação das tensões de Reynolds. O primeiro é baseado no conceito de viscosidade efetiva e o segundo baseado num procedimento que avalia as tensões de forma algébrica. É mostrado que o primeiro falha na descrição de muitos aspectos deste escoamento e que os resultados obtidos com o segundo apresentam melhor aderência àqueles obtidos experimentalmente.

Introdução. O projeto e desenvolvimento criterioso de combustores ciclônicos, de ciclones de despoeiramento e de hidrociclones envolve o tratamento de um número bastante grande de fenômenos inter-relacionados, os quais mesmo ocorrendo de forma isolada, já se mostram complexos. Por este motivo, o projeto tradicional destes equipamentos baseia-se na utilização intensiva de dados experimentais e correlações empíricas globais, obtidas em equipamentos semelhantes e em condições de operação próximas daquela de projeto, e sobretudo são fundamentadas na experiência anterior do projetista. Mesmo o processo clássico para a mudança de escala entre uma planta piloto e uma unidade industrial pode levar a resultados não satisfatórios, pois as regras para a mudança de escala, normalmente utilizadas, não são exatas devido à inter-relação e não linearidade dos fenômenos relevantes.

Nos últimos trinta anos foi desenvolvido um conjunto significativo de procedimentos matemáticos que permitem a simulação numérica de escoamentos multicomponente, bifásicos, com transferência de calor e presença de reações químicas. Neste mesmo período ocorreu também um aumento significativo da compreensão e modelagem dos fenômenos superficiais, das reações químicas e principalmente da turbulência. Isto permitiu a criação de novos procedimentos dedicados a simular numericamente os processos físico-químicos que ocorrem em equipamentos industriais.

Ainda existem diferenças, em muitos casos até significativas, entre os resultados obtidos por simulação numérica e os obtidos experimentalmente, mas estas diferenças diminuem com o refinamento constante dos modelos matemáticos dos fenômenos em questão.

Neste artigo apresenta-se a simulação numérica do escoamento de fluido incompressível e monofásico em câmaras ciclônicas. Uma câmara típica está mostrada na Fig. 1. Este escoamento é da mesma família daqueles encontrados nos combustores e despoeiradores ciclônicos e hidrociclones, está documentado em Ustimenko e Bukhman (1968) e foi simulado anteriormente por Busnaina e Lilley (1981) e por Boysan e Swithenbank (1981).

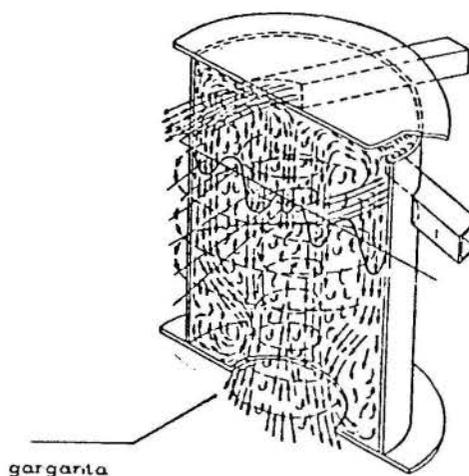


Fig. 1 Vista Geral da Câmara Ciclônica

No primeiro trabalho utilizou-se uma malha uniforme de 12×12 para a discretização do domínio do escoamento, uma viscosidade isotrópica de valor não declarado e para a simulação do escoamento foi adotado o método MAC de Harlow e Welch (1965). Os resultados apresentados não se aproximam dos de Ustimenko e Buckhman e não é simulada a recirculação que ocorre na região central da câmara. No segundo trabalho é utilizada uma malha não uniforme de 40×21 (direção axial \times direção radial) e um modelo para as tensões de Reynolds baseado numa proposta de acoplamento pressão-deformação desenvolvida na Universidade de Sheffield. Para tornar o modelo de turbulência algébrico foi adotado o procedimento de Rodi (1976), mas só foram levados em consideração os termos que envolvem $\partial W / \partial r$ e W/r , onde W é a velocidade média tangencial e r é a coordenada radial. O método utilizado para a simulação do escoamento é o SIMPLE de Patankar e Spalding (1972) e os resultados obtidos na simulação apresentam melhor aderência aos experimentais do que os do primeiro trabalho.

Formulação Matemática do Problema. As hipóteses iniciais para a simplificação do tratamento dado a modelagem do escoamento em câmaras ciclônicas são que o fluido é incompressível e Stokesiano, que o escoamento é turbulento e axissimétrico e que o regime é estacionário. O sistema de coordenadas que melhor se adapta a este tipo de escoamento é o cilíndrico (r, x) onde r é a coordenada radial e x é a axial. Além deste sistema será utilizado o cartesiano, devido a facilidade de operação neste sistema utilizando-se a notação tensorial compacta.

No regime estacionário a equação de conservação da massa para um fluido incompressível é:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

onde U_i é a velocidade média na direção i.

Aplicando-se a decomposição de Reynolds nas equações de conservação da quantidade de movimento (Navier-Stokes), tomando a média e admitindo que o efeito das forças de campo sobre o fluido seja desprezível, obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \langle u_i u_j \rangle) + \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

onde ρ é a massa específica, μ a viscosidade dinâmica, p a pressão e $\rho \langle u_i u_j \rangle$ as tensões aparentes de Reynolds.

Para integrar o conjunto das equações (1) e (2), além da obrigatoriedade de especificação das condições de contorno, é necessário utilizar um modelo de turbulência para efetuar o "closure" do problema.

Um dos modelos de turbulência mais utilizado na simulação de escoamentos é o k- ϵ , onde k é a energia cinética da turbulência e ϵ sua taxa de dissipação. Este é baseado na definição de Boussinesq, Launder e Spalding (1972), que define a viscosidade turbulenta, μ_{turb} , a partir dos tensores de Reynolds e

das taxas de deformação do seguinte modo:

$$\rho \langle u_i u_j \rangle = - \mu_{turb} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker.

No modelo k- ϵ clássico, Launder e

Spalding (1972) as viscosidades turbulenta e a efetiva são dadas, respectivamente, por:

$$\mu_{turb} = C1 \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

$$\mu_e = \mu + \mu_{turb}$$

onde $C1$ é uma constante "universal". Tanto a energia cinética turbulenta como a sua taxa de dissipação são calculadas a partir de suas equações diferenciais de transporte. A de k pode ser obtida a partir da contração da equação de transporte das tensões de Reynolds, admitindo que sua dissipação seja isotrópica, mas a de ϵ é obtida utilizando hipóteses mais restritivas (Launder, 1984).

As equações de transporte para k e ϵ são, respectivamente:

$$U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_e}{\rho \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P - \epsilon \quad (5)$$

$$U_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_e}{\rho \sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C2 P \frac{\epsilon}{k} + C3 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (6)$$

onde P é a geração de energia cinética de turbulência por unidade de massa, σ_k , σ_ϵ , C2 e C3 são constantes.

Nota-se que toda anisotropia das tensões de Reynolds, utilizando-se o conceito de viscosidade efetiva, é provocada pela anisotropia das taxas de deformação principais, o que é incoerente com os resultados experimentais de Lilley e Chigier (1971).

O modelo algébrico das tensões de Reynolds não apresenta esta particularidade e é obtido a partir do truncamento da equação de transporte das tensões que apresenta a seguinte forma (Launder et al., 1975), admitindo-se ainda que a dissipação ocorra de forma isotrópica:

$$U_n \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_n} = P_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} - \epsilon \quad (7)$$

onde

P_{ij} tensor geração de turbulência

Π_{ij} tensor de acoplamento pressão-deformação

D_{ij} tensor de difusão

Neste trabalho foi utilizada a formulação de Gibson e Launder (1978) para o

tensor de acoplamento pressão-deformação e a de Daly e Harlow (1970) para o tensor de difusão. Assim :

$$\pi_{ij} = - C4 \frac{\epsilon}{k} (\langle u_i u_j \rangle - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) +$$

$$- C5 (P_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} P_{kk})$$

$$D_{ij} = C6 \frac{\partial}{\partial x_k} (\frac{k}{\epsilon} \langle u_k u_l \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_l})$$

onde C4 , C5 e C6 são constantes. Para o truncamento da equação de transporte das tensões de Reynolds foi adotado o procedimento proposto por Rodi (1976) que é baseado na suposição que $\langle u_i u_j \rangle / k$ é constante no domínio do escoamento. Assim a Eq. 7 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\langle u_i u_j \rangle = k (\frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{1 - C5}{C4} * \frac{P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P_{kk}}{2\epsilon}}{1 + \frac{1}{C4} (\frac{P_{kk}}{2\epsilon} - 1) }) \quad (8)$$

A utilização do modelo algébrico de Reynolds não exclui a utilização das equações de transporte de k e ϵ . A forma destas permanece inalterada modificando-se apenas o termo de difusão para a versão ampliada de Daly e Harlow (1970). Neste trabalho utilizou-se a modificação de Boysan et al. (1983) que introduz, de maneira " ad hoc " termos que contêm W/r na avaliação das tensões de Reynolds, com exceção da $\rho \langle uu \rangle$. Isto é feito para amenizar os efeitos da proposição de Rodi sobre a convecção das tensões.

Condições de Contorno . Nas regiões próximas as paredes foram utilizadas funções de parede como as descritas em Launder e Spalding (1974), mas alteradas admitindo-se que as tensões, nestas regiões, são isotrópicas e que o " skew " é pequeno. No eixo de simetria foi admitido que as derivadas radiais da velocidade axial, da energia cinética da turbulência e de sua taxa de dissipação são nulas, que as velocidades radial e tangencial e as flutuações $\langle uv \rangle$, $\langle vw \rangle$ e $\langle uw \rangle$ são nulas. Nas paredes da câmara foi admitido que as velocidades perpendiculares às paredes são nulas e que os valores de k e ϵ são calculados utilizando as funções parede. Para amenizar o efeito das condições de contorno na descarga do equipamento sobre a simulação do escoamento no interior da câmara, adicionou-se um duto de diâmetro igual ao da garganta e com comprimento de duas vezes o da câmara. Admitiu-se que o

tubo não oferece resistência ao escoamento e que todas as derivadas axiais são nulas na seção de descarga do duto. Para a seção de alimentação a velocidade radial é definida, a tangencial é 6 vezes a radial, o valor de k (k_{in}) igual ao quadrado da velocidade multiplicado por 0.03 e ϵ_{in} é dado por:

$$\epsilon_{in} = \frac{k_{in}^{3/2}}{0.005 \times \text{diâmetro da câmara}}$$

Os valores adotados para as constantes dos modelos de turbulência são: C1=0.09 , C2=1.44 , C3=1.92 , C4=1.8 , C5=0.6 , C6=0.18 , $\sigma_k = 1.0$ e $\sigma_\epsilon = 1.3$.

Procedimento Para A Solução . Para a discretização das equações de conservação foi utilizado o método dos volumes finitos e uma malha não uniforme de 36 x 21. As derivadas dos termos difusivos foram aproximadas por diferença central e a dos convectivos pelo SUDS de Raithby (1976) . O procedimento adotado para resolver o conjunto de equações algébricas obtidas a partir da discretização das Eqs. 1, 2, 3, 4, 5 e 6 (modelo k- ϵ) e o conjunto obtido a partir das Eqs. 1, 2, 5, 6 e 8 (modelo algébrico das tensões de Reynolds) é o SIMPLE de Patankar e Spalding (1972) .

Configuração da Câmara Ciclônica e Resultados . O escoamento escolhido para esta simulação é aquele encontrado na câmara com quatro bocais de alimentação e que foi estudado experimentalmente por Ustimenko e Bukhman (1968). O diâmetro interno da câmara é 0.25 m , o comprimento 0.386 m e o diâmetro da garganta é 0.1 m. Admitiu-se que o fluido é injetado na câmara através de uma fresta cuja largura foi ajustada de modo que a vazão e a velocidade de entrada sejam compatíveis com as condições experimentais reportadas.

A Fig. 2 mostra a comparação entre os perfis de velocidade axial obtidos por simulação, utilizando os dois modelos de turbulência, e o obtido por via experimental. Já a Fig. 3 mostra a comparação dos perfis de velocidade tangencial nas mesmas condições da Fig. 2 . Os perfis são referentes a uma seção transversal, interna a câmara , que dista 0.035 m da seção transversal referente à garganta do equipamento. Nota-se que o perfil de velocidade axial obtido com o modelo de turbulência k - ϵ não apresenta velocidades negativas na região próxima ao eixo de simetria . Isto implica que não foi simulada a zona de recirculação interna que é uma das características deste tipo de escoamento. O perfil de velocidade tangencial referente ao mesmo modelo apresenta formato de vórtice forçado, a velocidade máxima ocorre numa região próxima a parede , e não o formato de um vórtice combinado. Os perfis de velocidade axial e radial obtidos com o modelo algébrico das tensões de Reynolds são bastante próximos dos obtidos por via experimental nesta seção. Em outras seções do equipamento isto se repetirá, mas a zona de recirculação simulada tem um comprimento maior que o experimental.

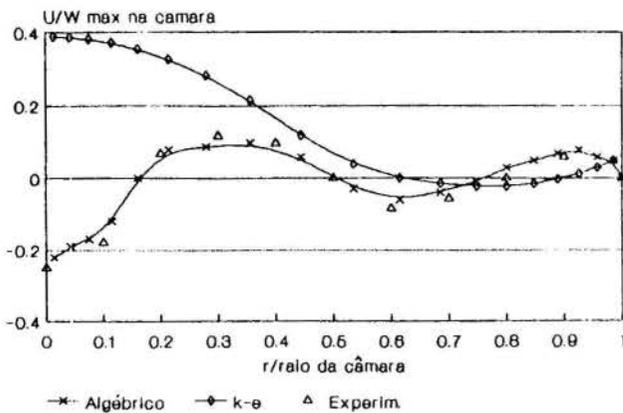


Fig. 2 Comparação dos perfis de velocidade axial

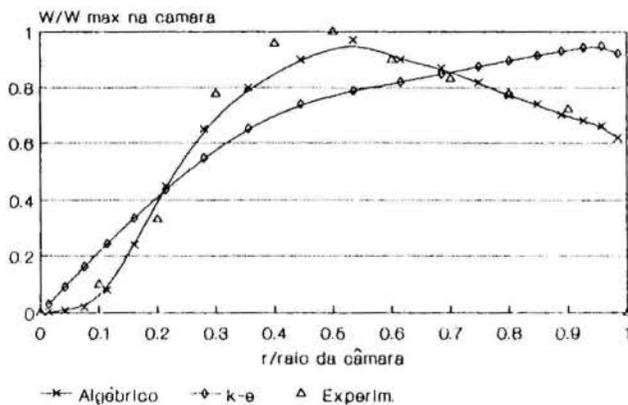


Fig. 3 Comparação dos perfis de velocidade tangencial

Comparando-se os resultados obtidos nesta simulação e os apresentados por Boysan e Swithenbank (1981) com os experimentais de Ustimenko e Bukhman (1968), nota-se que, no geral, os resultados desta simulação apresentam melhor aderência àqueles obtidos por via experimental. Isto se deve, principalmente, a utilização da formulação de Gibson e Launder (1978), degenerado com as proposições de Boysan (1983), para o tensor de acoplamento pressão-deformação na sua forma completa.

REFERÊNCIAS

- Boysan, F., Swithenbank, J., "Numerical Prediction of Confined Vortex Flows", em Turbulent Shear Flow II, Springer Verlag, New York, 1981
- Boysan, F., "Experimental and Theoretical Studies of Cyclone Separator Aerodynamics", Int. Chem. Eng. Symp. Ser., Vol. 69, pp 305-319, 1983
- Busnaina, A., Lilley, D.G., "Numerical Simulation of Swirling Flow in a Cyclone Chamber", ASME Symp. on Fluid Mech. of Combustion Systems, Boulder, 1981

- Daly, B.J., Harlow, F.H., "Transport Equations in Turbulence", Phys. Fluids, Vol. 13, pp 2634-2649, 1970
- Gibson M.M., Launder, B.E., "Ground Effects on Pressure Fluctuations in The Atmospheric Boundary Layers", J. Fluid Mech., Vol. 80, pp 491-511, 1978
- Harlow, F.W., Welch, J.E., "Numerical Calculation of Time Dependente Viscous Incompressible Flow", Phys. Fluids, Vol. 8, pp 2182-2194, 1965
- Launder, B.E., Spalding, D.B., "Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, London, 1972
- Launder, B.E., Spalding, D.B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", Comp. Meths. Appl. Mech. Eng., Vol. 3, pp 269-289, 1974
- Launder, B.E., Reece, G.J., Rodi, W., "Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure", J. Fluid Mech., Vol 68, pp 537-566, 1975
- Launder, B.E., "Progress and Prospects in Phenomenological Turbulence Models" em Theoretical Approaches to Turbulence, Springer-Verlag, New York, 1984
- Lilley, D.G., Chigier, N.A., "Nonisotropic Turbulent Stress Distribution in Swirling Flows From Mean Value Distributions", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 14, pp 573-585, 1971
- Patankar, S.V., Spalding, D.B., "A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp 1787-1806, 1972
- Raithby, G.D., "Skew Upstream Differencing Schemes for Problems Involving Fluid Flow", Comp. Meths. Appl. Mech. Eng., Vol. 9, pp 153-164, 1976
- Rodi, A., "A New Algebraic Relation for Calculating the Reynolds Stresses", ZAMM, Vol. 56, pp. 219-220, 1976
- Ustimenko, B.P., Bukhman, M.A., "Turbulent Flow Structure in a Cyclone Chamber", Therm. Eng., Vol. 15, pp 90-94, 1968

SUMMARY

The problem of confined turbulent vortex flow in cyclone chamber is formulated in terms of the conservation equations of mass and momentum. Two turbulence models are used as closures. The first is a classical $k-\epsilon$ and the second an ARSM. It is show that the first fails to reproduce many features of confined vortex flow and the second produces results that display good agreement between the predicted and experimental profiles of axial and tangential velocity components.

NUMERICAL TREATMENT OF THE THREE-DIMENSIONAL BOUNDARY-LAYER EQUATIONS

José Carlos Cesar Amorim
 DEN/FEG/UNESP
 Caixa Postal 205
 12500 - Guaratinguetá - SP - Brazil

SUMMARY

A numerical treatment has been developed for calculating viscous flows over arbitrary surfaces by solving the 3-D compressible boundary-layer equations. The governing equations are written in a general nonorthogonal coordinate system. The inviscid properties are obtained from the surface Euler equations. A simple algebraic model for Reynolds turbulent stresses is used to close the set of equations. The resulting equations are discretized by a two-point finite-difference numerical scheme. The procedure developed here is validated for some standard test cases.

INTRODUCTION

Methods based on a Navier-Stokes solution procedure encounter difficulty in accurately predicting surface quantities due to grid limitations imposed by the speed and size of existing computers. A potentially simple and cost effective way to achieve this goal is to use a prediction method based on three-dimensional boundary-layer theory. Detailed review of existing calculation methods for three-dimensional turbulent boundary layers in external flows have been given by Humphreys and Lindhout (1988).

The major objective of this paper is to assess the applicability of a three-dimensional boundary-layer approach for the prediction of heat loads, boundary layer growth, pressure losses, and streamline skewing in aerodynamic shapes. The governing equations are written in a general nonorthogonal coordinate system to handle complex configurations. The properties of the turbulent boundary layer would make selection of the grid distribution extremely difficult if the flow were solved in terms of physical variables. For this reason, the Levy-Lees variables, generalized to three-dimensional flows are used. The properties of the inviscid flow required at the edge of the boundary layer are obtained from the surface Euler equations, with the inviscid flow's pressure field as the input. The starting solution along the two inflow boundaries are generated from self-similar solutions to the full equations. In this preliminary evaluation of the calculation method, the turbulence is modeled by a simple algebraic turbulence model. The partial differential equations governing the development of the boundary layer are discretized and approximated by an efficient two-point finite-difference scheme. Finally, the procedure developed here is validated for some standard test cases.

BOUNDARY-LAYER EQUATIONS

The basic concepts underlying in the boundary-layer theory as introduced by Prandtl (1904). The surface geometry and curving of the inviscid streamlines make the

three-dimensional boundary-layer theory significantly more complicated than its two-dimensional counterpart. In addition, since a general surface is a three-dimensional curve in space, it is very difficult to represent it in a simple coordinate system. In order to allow the maximum flexibility, consider the surface of an arbitrary body which is defined in the (y^1, y^2, y^3) right-handed Cartesian reference coordinate system (see Fig.1). The boundary-layer coordinate system, a nonorthogonal rotating curvilinear right-handed coordinate system (x^1, x^2, x^3) , is defined on the surface of the body. In general the lines $x^1 = \text{const.}$ and $x^2 = \text{const.}$ are nonorthogonal with a local angle between them, and the third coordinate x^3 is rectilinear and normal to the surface. Thus the (x^1, x^2, x^3) system is a locally monoclinic coordinate system. It is considered as being uniquely related to the Cartesian coordinate system, the relationships being given by the base vectors of the x^j system. The theory of such coordinate systems has been presented by Hirschel and Kordulla (1981).

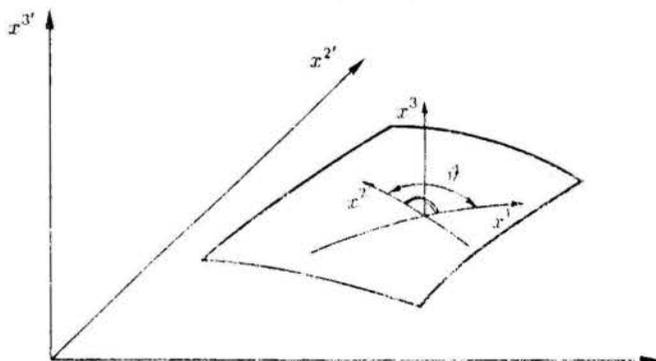


Figure 1. Coordinate systems.

The boundary-layer equations in nonorthogonal curvilinear coordinate system for a steady, compressible, three-dimensional, turbulent flow take the following form:

Continuity

$$(k_{01}v^1)_{,1} + (k_{02}v^2)_{,2} + (k_{03}v^3)_{,3} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{v^1}{h_1}(v^1)_{,1} + \frac{v^2}{h_2}(v^1)_{,2} + v^3(v^1)_{,3} + k_{11}(v^1)^2 + k_{12}v^1v^2 + k_{13}(v^2)^2 = \frac{1}{\rho} \{k_{14}(p)_{,1} + k_{15}(p)_{,2} + [\mu(v^1)_{,3} - \rho v^1 v^3]_{,3}\} \quad (2)$$

x² Momentum

$$\frac{v^1}{h_1}(v^2)_{,1} + \frac{v^2}{h_2}(v^2)_{,2} + v^3(v^2)_{,3} + k_{21}(v^1)^2 + k_{22}v^1v^2 + k_{23}(v^2)^2 = \frac{1}{\rho} \{k_{24}(p)_{,1} + k_{25}(p)_{,2} + [\mu(v^2)_{,3} - \rho v^2 v^3]_{,3}\} \quad (3)$$

Energy

$$\frac{v^1}{h_1}(H_t)_{,1} + \frac{v^2}{h_2}(H_t)_{,2} + v^3(H_t)_{,3} = \frac{1}{\rho} \{\lambda(T)_{,3} - \rho v^1 h'_r + \mu(\frac{v^2}{2})_{,3}\} \quad (4)$$

In addition to the equations of motion, we have additional relations which are given below.

Equation of State

$$p = \rho RT \quad (5)$$

Stress Strain Heat Flux Relations

$$\tau_{13} = \mu(v^1)_{,3} - \rho v^1 v^3 = (\mu + \epsilon_1)(v^1)_{,3} \quad (6)$$

$$\tau_{23} = \mu(v^2)_{,3} - \rho v^2 v^3 = (\mu + \epsilon_2)(v^2)_{,3} \quad (7)$$

$$\dot{q}_T = \lambda(T)_{,3} - \rho v^3 H'_t = (\frac{\mu}{Pr} + \frac{\epsilon_h}{Pr_t})(H_t)_{,3} - \frac{\mu}{Pr}(\frac{v^2}{2})_{,3} \quad (8)$$

Total Velocity

$$v_t^2 = (v^1)^2 + (v^2)^2 + 2v^1v^2 \cos \theta \quad (9)$$

Total Enthalpy

$$H_t = C_p T + \frac{v_t^2}{2} \quad (10)$$

In the above set of equations, the velocity coordinate v^1 , v^2 and v^3 are physical contravariant velocity coordinates and have been normalized with free-stream velocity v_∞ . Distances are nondimensionalised by a reference length L_{ref} , pressures by twice the dynamic head ρv_∞^2 , temperature with a reference temperature, $T_{ref} = \gamma v_\infty^2 / (\gamma - 1) C_p$, and enthalpy with square of free-stream velocity. Normal distances and velocities are also stretched by the square root of the reference Reynolds number, $Re = \rho_\infty v_\infty L_{ref} / \mu_{ref}$. The effect of turbulence on the mean flow is incorporated into the governing equations through the components of the eddy viscosity, ϵ_1 and ϵ_2 , ϵ_h is the eddy conductivity, and the turbulent Prandtl number is defined by $Pr_t = C_p \epsilon_1 / \epsilon_h$. In equations (1)-(3) the metric factors k_{mn} are functions of the metric tensor of the surface. Index notation is used to denote derivatives, for example: $(v^1)_{,1} \equiv \partial v^1 / \partial x^1$.

For three-dimensional boundary layers it is worthwhile to consider transformations of the equations which keep the thickness of the boundary layer in the computational space nearly constant and allow the calculation of a family of similarity solutions to be used as inflow conditions for starting the calculation. Amorim (1991) has reviewed some of the transformations used for solving three-dimensional boundary-layer equations.

In this paper, the transformation proposed by Vatsa (1985) has been used. This transformation is a natural extension of the Levy-Lees variables to three-dimensional flows which captures the overall growth of the boundary layer, be it laminar, transitional, or turbulent.

The independent variables are transformed according to the following relations:

$$\zeta = \int_0^{x^1} q_0 dx^1 \quad (11)$$

$$\xi = x^2 \quad (12)$$

$$\eta = \frac{v^1 h_2}{\sqrt{2\zeta}} \int_0^{x^3} \rho dx^3 \quad (13)$$

where

$$q_0 = \rho v^1 h_1 h_2^2 (\mu + \epsilon) e \quad (14)$$

q_0 is the value of q at $x^2 = 0$, and subscript e refers to the edge of the boundary layer.

PROPERTIES OF EQUATIONS

The set of equations derived above consist of four coupled partial differential equations; three of which are second order and one first order. The properties of these equations have been formally examined by Wang (1971). Wang's analysis shows that these equations are parabolic and therefore may be solved by a forward marching algorithm. However it is noted that there exist two sets of characteristics, a set of characteristics which consists of surfaces normal to the wall, and a set of surfaces consisting of the streamlines. These stream surfaces imply that the initial conditions for the problem are all the flow properties on a surface not a stream one. These initial conditions are called inflow conditions because the solution can be obtained only downstream along stream surfaces. Thus, as pointed out by Blottner (1975), a unique solution of the three-dimensional boundary-layer equations requires specification of the inflow conditions along any inflow surface and specification of boundary conditions similar to those employed for the two-dimensional boundary-layer equations.

Inflow Conditions. The inflow conditions are required along two inflow boundaries for computing three-dimensional boundary layers. These conditions may be specified as input data or constructed from analytical relations. An alternative approach to accomplish this is to generate self-starting solutions based on local similarity concepts. These solutions are obtained by reducing the partial differential equations in three independent variables to partial differential

equations in two independent variables. A special case also exists for a boundary which is a plane of symmetry for the flow field; the plane of symmetry is in this case a characteristic surface and requires special treatment.

Boundary Conditions. The boundary conditions take the form

$$v^i(x^1, x^2, 0) = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (15)$$

$$T(x^1, x^2, 0) = T_w \quad (16)$$

At the edge of the boundary layer

$$\lim_{x^3 \rightarrow \infty} v^j = v_e^j \quad j = 1, 2 \quad (17)$$

$$\lim_{x^3 \rightarrow \infty} H_T = H_{T_e} \quad (18)$$

EDGE CONDITIONS

The solution of the boundary-layer equations requires specification of the edge conditions, v_e^1, v_e^2, H_{T_e} . An interface procedure is used to solve the surface Euler equations for a given inviscid flow pressure field to assure consistency at the edge of the boundary layer. The surface Euler equations can be obtained from the three-dimensional boundary-layer equations by taking the limit as $x^3 \rightarrow \infty$. Since the edge conditions are derived from a subset of the full three-dimensional boundary-layer equations, consistency and compatibility are assured.

TURBULENCE MODEL

In this preliminary evaluation of the calculation method, only a simple algebraic turbulence model will be considered. The algebraic model of Cebeci and Smith (1974) was originally devised for two-dimensional boundary layers. An extension of the model to three-dimensional flows in a nonorthogonal surface coordinate system is described by Cebeci et al. (1977). The model assumes an eddy viscosity, the distribution of which is specified in two parts. A mixing-length formulation is used for the inner region of the boundary layer,

$$(\mu_t)_i = \rho(lm)^2(v_T)_{,3} \quad (19)$$

The derivative of the total velocity and the mixing-length are given by

$$(v_T)_{,3} = [(v^1)_{,3} + (v^2)_{,3}^2 + 2\cos\theta(v^1)_{,3} \cdot (v^2)_{,3}]^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

$$lm = \kappa x^3(1 - e^{-x^3/A}) \quad (21)$$

where κ is the Von Kármán constant, generally taken to be 0.4. The coefficient in the Van Driest damping function is given by

$$A = 26 \frac{\mu_w}{\rho_w v^*} \left(\frac{\rho}{\rho_w}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

where

$$v^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ and } \tau_w = \mu_w [(v_T)_{,3}]_{\text{wall}} \quad (23)$$

In the outer region, the eddy viscosity is given by the Clauser model in the form

$$(\mu_t)_o = \chi \rho l_o \quad (24)$$

where χ is the Clauser constant generally taken to be 0.016 and l_o is a representative length scale given by

$$l_o = \int_0^\infty x^3 (v_T)_{,3} dx^3 \quad (25)$$

DISCRETIZATION OF EQUATIONS

The transformed boundary-layer equations described above are a set of coupled nonlinear partial differential equations, which have to be discretized and approximated by appropriate finite-difference expressions before a numerical solution of these equations can be obtained. A number of references exist on this subject for three-dimensional boundary layer where different kinds of finite-difference schemes have been investigated. In the present method a box scheme proposed by Cebeci et al. (1977) is employed, which is a consistent second-order accurate scheme.

SOLUTION PROCEDURE

When the difference expressions are substituted for partial derivatives in the governing equations, one obtains a set of highly nonlinear, coupled algebraic equations, whose solution requires an iterative procedure. The nonlinear terms are quasi-linearized in order to reduce the number of iterations necessary to achieve a solution. The resulting set of linear algebraic equations is solved by a block-tridiagonal inversion procedure.

RESULTS AND DISCUSSION

The results presented below can give an indication of the performance of the present calculation method.

Flat Plate with Attached Cylinder. The first test case is that of a three-dimensional turbulent flow past a flat plate with a cylinder attached at right angles to it, as sketched in Fig. 2. The inflow conditions have been assumed corresponding to a fully developed two-dimensional turbulent boundary layer on a flat plate with $Re_{\theta 11} = 50,000$, $\theta_{11} = 0.01 d$, $H = 1.26$, and zero crossflow. The inviscid edge velocity distribution is specified by the Euromech 60 organizers

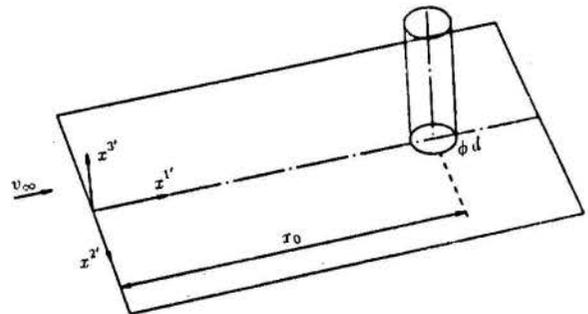


Figure 2. Schematic Flow Configuration

With the Cartesian coordinate system used, the calculation could be carried out only up to $x^1/r = 2.46$, where separation occurred on the symmetry plane. Figure 3 shows

the calculated variation with x/l of the momentum thickness for various distances from the symmetry plane. The three sets of results are in good agreement with Rastogi and Rodi's (1978) computed results.

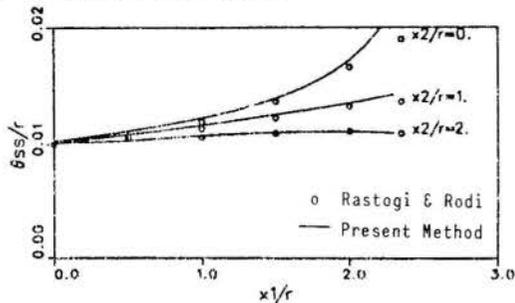


Figure 3. Calculated Momentum Thickness.

Flow on the Endwall of a Curved Duct. Vermeulen (1971) has conducted one of the most exhaustive experimental investigations for studying the three-dimensional boundary-layer flows in a curved duct. The schematic of the flow problem along with the nomenclature and locations of measuring stations is shown in Fig. 4.

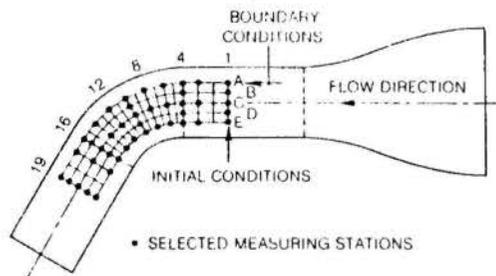


Figure 4. Schematic of experimental setup.

The present analysis has been used to compute the viscous flow on the upper wall of the curved duct from Station 1 to 15 in the streamwise direction and from line A to E in the spanwise direction. The velocity profiles along the inflow boundaries were generated by using Whitfield's correlation and Mager's representation. The inviscid edge conditions required in the boundary-layer calculations were obtained from the experimental data through interpolation. The resulting skewing angle distribution of the surface streamline with respect to the local inviscid streamlines is shown in Fig. 5. The comparison between the data and the predicted results is considered to be good.

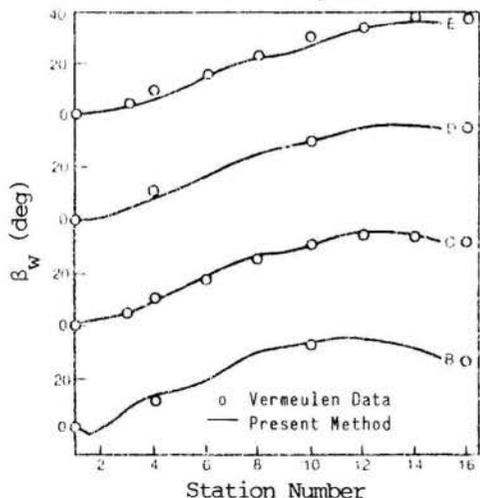


Figure 5. Wall cross-flow angle distribution.

CONCLUSIONS

The solution method developed here has been used for predicting three-dimensional, turbulent viscous flows for well-documented test cases, and good comparisons are obtained with existing results for these cases. However, for separated flows an inverse solution is necessary, and for flow losses predictions an inviscid-viscous interaction analysis must be considered.

REFERENCES

- .Amorim, J.C.C., "Modélisation de Couches Limites Tridimensionnelles dans les Turbomachines," (in French), Ph.D. Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France, 1991.
- .Blottner, F.G., "Computational Techniques for Boundary Layers," AGARD Lectures-Series 73, 1975.
- .Cebeci, T. and Smith, A.M.O., "Analysis of Turbulent Boundary Layers", Academic Press, New York, 1974.
- .Cebeci, T., Kaups, K. and Ramsey, J.A., "A General Method for Calculating Three-Dimensional Compressible Laminar and Turbulent Boundary Layers on Arbitrary Wings," NASA Contractor Report 2777, 1977.
- .Hirschel, E.H. and Kordulla, W., "Shear Flow in Surface-Oriented Coordinates", Notes on Numerical Fluid Mechanics, Vol.4, Fiedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1981.
- .Humphreys, D.A. and Lindhout, J.P.F., "Calculation Methods for Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers," Prog. Aerospace Sci., Vol. 25, pp. 107-129, 1988.
- .Johnston, L.J., "An Upwind Scheme for the Three-Dimensional Boundary Layer Equations," Int. J. Num. Meth. Fluids, Vol. 11, pp. 1043-1073, 1990.
- .Prandtl, L., "Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung," Proceedings 3rd International Mathematical Congress, pp. 484-491, Heidelberg, Germany, 1904.
- .Rastogi, A.K. and Rodi, W., "Calculation of General Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers," AIAA Journal, Vol. 16, n. 2, pp. 151-159, 1978.
- .Vatsa, V.N., "A Three-Dimensional Boundary-Layer Analysis Including Heat Transfer and Blade Rotation Effects," Paper presented at the Third Symposium on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows, Long Beach, USA, 1985.
- .Vermeulen, A.J., "Measurements of Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers," Ph. D. Thesis, University of Cambridge, Cambridge, U.K., 1971.
- .Wang, K.C., "On the Determination of the Zones of Influence and Dependence for Three-Dimensional Boundary-Layer Equations," J. Fluid Mech., Vol. 48, pp. 397-404, 1971.

HEAT TRANSFER AND FLOW STRUCTURE IN LAMINAR BOUNDARY LAYERS WITH VORTEX GENERATORS

JURANDIR ITIZO YANAGIHARA
Dept. de Engenharia Mecânica
Escola Politécnica - USP
São Paulo - 05508 - BRASIL

KAHORU TORII
Dept. of Mechanical Engineering
Yokohama National University
Yokohama 240, JAPAN

Summary

The heat transfer and flow structure in laminar boundary layers in the presence of vortex generators were experimentally investigated. Heat transfer and naphthalene sublimation experiments, hot-wire velocity measurements and flow visualization with smoke-sire were conducted to determine the vortical structure arising from the vortex generator and to clarify the mechanisms of heat transfer augmentation. It was found that the complex vortical structure formed by the main, corner and induced secondary vortices have a great influence on the heat transfer enhancement. The results indicated that the laminar effects, near the vortex generator, and the turbulent effects, well-downstream, play a key role in the heat transfer augmentation.

INTRODUCTION

Longitudinal vortices are expected to enhance the heat transfer with a small additional pressure loss penalty. Longitudinal vortices generated by blades or half-delta wings (or delta winglets) attached to the surface at an angle of attack persist over a long streamwise distance, disturbing the entire velocity field and temperature field. Although this type of longitudinal vortices have been extensively studied in connection with boundary layer separation prevention, there are few studies which deal with the mechanism of heat transfer augmentation by longitudinal vortices, specially for laminar boundary layers.

Studies dealing with longitudinal vortices and heat transfer enhancement are relatively recent. One of the earliest is the report by Edwards and Alker (1974), who investigated the effect of counter-rotating and co-rotating longitudinal vortices produced by cubes and vortex generator blades on heat transfer of boundary layers. They found that cubes produced the highest local improvement while the effect of vortex generators extended further downstream. Russel et al. (1982) carried out experiments with sensitive paints to determine the spanwise temperature distribution of alternating rows of closely spaced counter-rotating vortex generators on a simulated plate fin surface. They found that considerable enhancement of heat transfer occurs, with a modest pressure loss penalty. Fiebig et al. (1986) reported an experimental work in which the local heat transfer and friction coefficients for channels with various kinds of wing-type vortex generators were measured. They concluded that some geometries of vortex generator are more suitable for heat transfer augmentation. Turk and Junkhan (1986) conducted a similar work for blade-type vortex generators in flat-plate, with the emphasis being placed on the relationship between the geometry and the augmentation of the overall coefficients. Fiebig et al. (1990) proposed to enhance the heat transfer of a fin-tube heat exchanger by punching a pair of half-delta wing vortex generators ahead and behind the tube, in the plate fin. They found an increase of the mean heat transfer coefficient up to 20% and a decrease of the flow losses up to 10% due to form drag reduction caused by the delayed separation on the tube.

The present authors have conducted a series of experimental and numerical works aiming to understand the thermal transport mechanisms of flows dominated by longitudinal vortices. The main objectives are to clarify the mechanism of heat transfer

augmentation and get insights in order to propose vortex generators configuration for use in heat transfer equipments. In the former report (Torii and Yanagihara, 1989), heat transfer measurements "far enough" from a half-delta wing vortex generator with a relatively small angle of attack placed in an otherwise laminar boundary layer showed that the main reason for the large enhancement in heat transfer in such flows is the transition to the turbulent regime rather than the vortical motion itself. Heat transfer measurements closer to the vortex generators were conducted (Yanagihara and Torii, 1990a) in which the angle of attack, height and geometry of the generators served as parameter. It was found that large local enhancement can be achieved in regions where the regime is predominantly laminar by the boundary layer thinning due to the vortical motion. Velocity and temperature measurements for counter-rotating pairs with the common flow up and common flow down were carried out (Yanagihara and Torii, 1990b), in which the angle of attack were kept constant and the distance between generators were varied. Smaller distances caused higher heat transfer for pairs with the common flow down. When the angle of attack of vortex generator's pairs with the common flow down was varied (Yanagihara and Torii, 1991a), the strong downward motion caused by the generators with larger angle of attack were found to be favorable for heat transfer enhancement. The influence of an array of co-rotating and counter-rotating longitudinal vortices on heat transfer were studied (Yanagihara and Torii, 1991b). It was found that arrays of counter-rotating longitudinal vortices present better heat transfer characteristics than co-rotating arrays.

The objective of the present work is to determine the flow structure around the generator, clarifying the mechanism of vortex formation and its influence on heat transfer. The measurements of the local heat transfer coefficient and the velocity field coupled with flow visualization by smoke-wire were important to relate the heat transfer enhancement to the vortical structure.

EXPERIMENTAL APPARATUS AND PROCEDURE

The test facility consisted of a low-speed, open circuit wind tunnel. The air was delivered by a controlled blower and passed through a turbulence management section. A nozzle with a contraction ratio of 7:1 connected the wind tunnel to the 300 mm x 300 mm square test section. The nominal free-stream velocity at the inlet plane was 3 to 4 m/s, with a free-stream turbulence

intensity lower than 0.3 %.

The heat transfer coefficients were obtained using two distinct techniques. For a broader analysis of the phenomena, heat transfer experiments using a heated surface were conducted, presenting good accuracy. For a more detailed local heat transfer measurement, in a smaller region, naphthalene sublimation experiments were carried out because they give a continuous variation of the local heat transfer coefficient.

In the heat transfer experiment, a single vortex was generated in the centerline of the laminar boundary layer by means of a half-delta wing and then passed over a constant heat-flux heat transfer surface with an unheated starting length of 0.2 m (figure 1). A stainless-steel heated surface ($903 \times 260 \times 0.03 \text{ mm}^3$) was set up at the upper side of the test section to avoid the influence of natural convection. The back face of the heater was insulated by a bakelite plate covered with styrene-foam insulation. The conduction losses were evaluated to be 8% of the total heat generated. The radiation losses varied between 6 to 15% of the total heat generated. The heat conduction inside the stainless steel heater and the bakelite was also taken into account in the calculation of the heat transfer coefficient. The distributions of heat transfer coefficients in both spanwise and streamwise directions were based on temperature measurements by fine thermocouples attached to the back of the heat transfer surface. One hundred and thirty cooper-constantan thermocouples (0.06 mm diameter) were arranged along the surface in five spanwise rows of twenty or thirty thermocouples each. The uncertainty of the Stanton number was estimated by combining uncertainties in the measurements of the local temperature and the power supplied, and in the correction applied for radiation and conduction losses. The resulted uncertainty of the Stanton number was 10%. Because the heat transfer results are presented in nondimensional form, normalized by the two-dimensional experimental data, part of the bias errors were compensated. Therefore, the uncertainty of the normalized Stanton number should be lower than 10%.

In the naphthalene sublimation experiment, the vortex generator was placed upstream of the naphthalene plate ($100 \times 100 \text{ mm}^2$) in most cases, although some experiments with the generator placed on the naphthalene plate were also carried out (figure 2). After exposing the naphthalene plate to the flow for some hours, the sublimation rate of the naphthalene was measured by an electronic micrometer traversed by an automated system which allowed very detailed data to be taken. The heat transfer coefficient (h) was calculated from the naphthalene sublimation rate, using the analogy between heat and mass transfer. The results are shown in nondimensional form, normalized by the theoretical laminar boundary layer value (h_{th}). The uncertainty of the naphthalene

experiment is mainly associated to the ambient temperature variation during the experiment and the uncertainties associated with the measurement of the naphthalene thickness. The bias caused by the ambient temperature variation was corrected in the data processing. The uncertainty of the heat transfer coefficient was estimated to be around 7%.

The mean and fluctuating components of the velocity were measured by a single, constant-temperature hot-wire anemometer which was traversed in the normal (y) and spanwise (z) directions for each streamwise (x) station. The contour plots in this paper represents the results for the streamwise component of velocity taken by a single probe. Measurements of the three-components of the velocity were also carried out, by using the method described in Wagner and Kent (1988). In this case, a slant hot-wire probe was rotated about its axis to allow a series of velocity data to be taken for ten probe angular positions in a determined spacial location. From these data, the three components of velocity were calculated by the least-squares method. Although these measurements offered more information on the flow structure, it was found that the measurement of the streamwise component by a conventional single-wire probe was accurate enough to provide the general patterns of the flow.

The smoke-wire technique described by Torii (1977) was employed for the visualization of the boundary layer flow. Liquid paraffin was dispersed over a fine Ni-Cr wire whose diameter ranged from 0.06 to 0.2 mm. This wire was stretched and placed in a determined position in the flow field. The paraffin formed small droplets over the wire which become the smoke-tracers after a quick electrical heating of the wire. The streaklines formed by the smoke was photographed by using a lightsheet produced by a stroboscope whose time lag was controlled.

The longitudinal vortices were generated by half-delta wings with different sizes ($H = 15/25 \text{ mm}$) and angles of attack ($\alpha = 5^\circ/15^\circ/25^\circ/35^\circ/45^\circ/60^\circ$). The wing sweep angle was fixed at 68° . The velocity boundary layer thickness at the generator's location (δ) was 4.8 mm for $u_s = 4 \text{ m/s}$.

RESULTS AND DISCUSSION

Development of the Vortex. The behavior of the longitudinal vortices generated by a single vortex generator is discussed in this section. At first, it would be useful to have an idea of the mechanism of generation of such vortices. Figure 3 shows a schematic draft of the vortices being produced due to the interaction between the shear flow and the vortex generator. This draft was based on hot-wire measurements and smoke-wire flow visualization photographs taken for relatively large vortex generators. For wing or blade type vortex generators, stable tip vortices are expected when the angle of attack is smaller than 35° (Lugt, 1983). For higher angles of attack, a combination of tip vortex and edge vortex is anticipated. Figure 4 shows the streamwise velocity contour and the vector plot of the flow field produced by a single vortex generator whose height (H) is 25 mm and angle of attack (α) is 15° . The contour plot represents the

THERMOCOUPLES

Row	x (mm)	Qty	Pitch (mm)
1	50	21	5
2	100	21	5
3	150	21	5
4	200	31	5/10
5	400	31	5/10

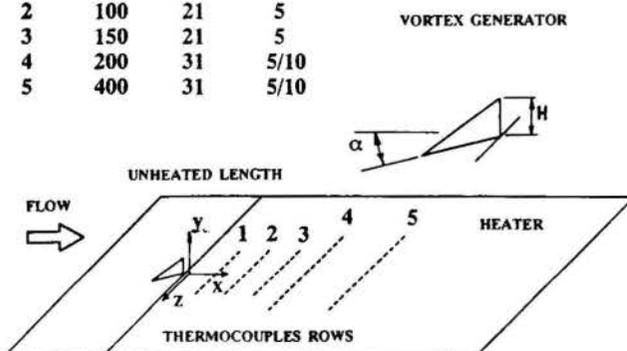


Figure 1 Schematic View of the Test Surface

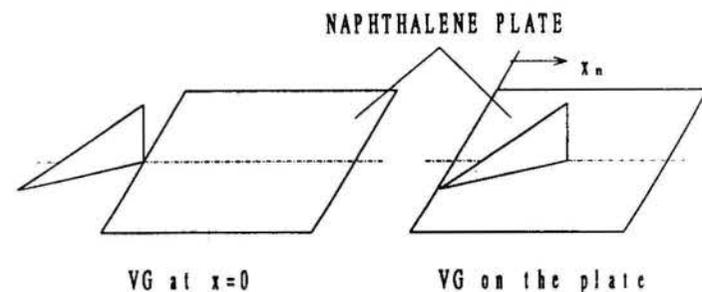


Figure 2 Naphthalene Sublimation Experiment

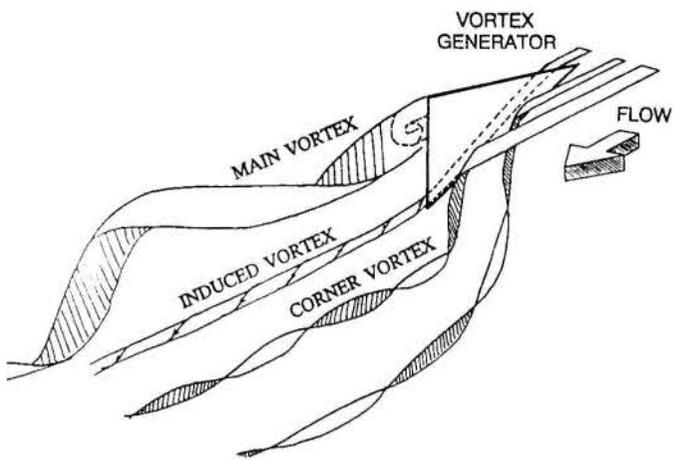


Figure 3 Vortical Structure

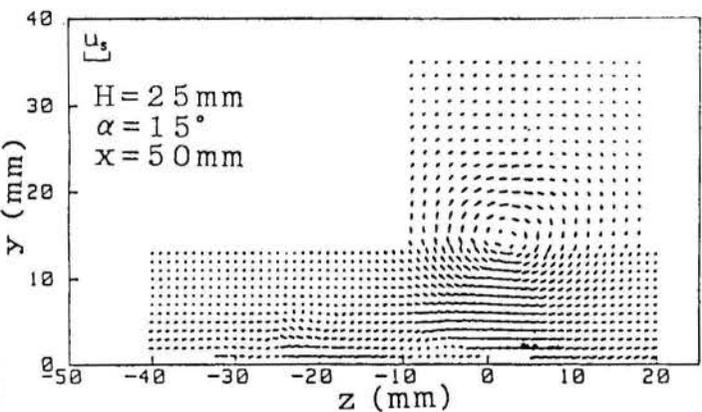
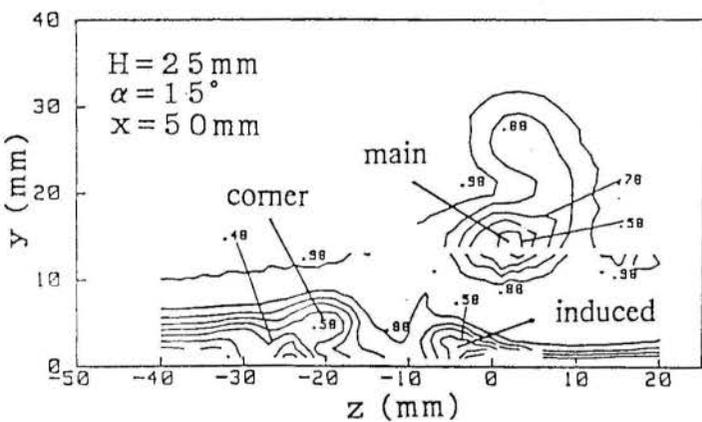


Figure 4 Streamwise Velocity Contour and Vector Plot
 $H=25$ mm and $\alpha=15^\circ$



$x = 50$ mm
a) Wire location : $y = 3$ mm
Picture taken from the bottom wall
Flow from left to right



b) Wire location : $y = 15$ mm
Picture taken from downstream

Figure 5 Smoke-wire picture for the Vortex Generator with $H=25$ mm and $\alpha=15^\circ$

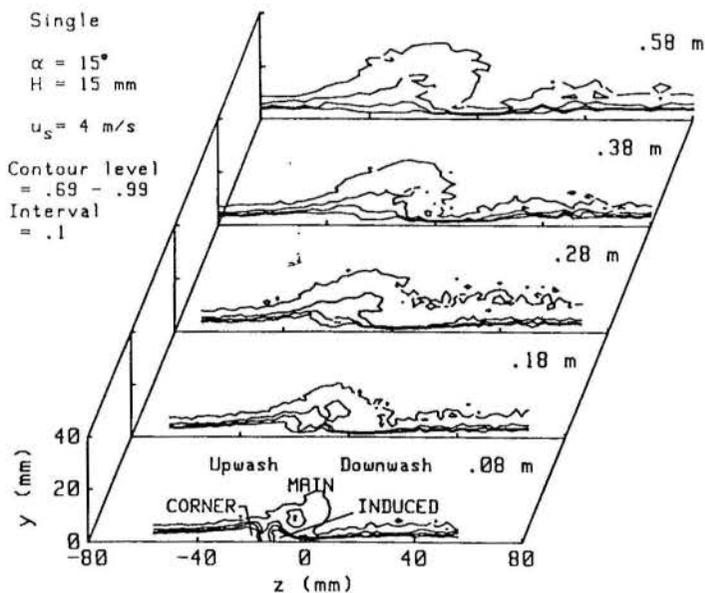


Figure 6 Streamwise Velocity Contours

streamwise velocity map for one streamwise station. Although the signal from a single wire probe can also include the normal component of the velocity, comparison with three-dimensional measurements showed that the streamwise component is predominant. Figure 5 shows the photographs taken for the same flow field of figure 4, with the smoke-wire placed at $y = 3$ mm (a) and $y = 15$ mm (b). The vortices near the wall were captured in figure 5a and the main vortex was captured in figure 5b. From the analysis of figures 4 and 5, it is possible to say that the following vortices significantly affects the flow field: 1) the main vortex that is formed as a result of the flow separating in the tip of the half-delta wing due to the lower pressure behind the vortex generator, 2) the corner vortices that are horseshoe-like vortices formed in the corner between the wing and the plate and 3) the induced secondary vortex which appears mainly due to the presence of the

main vortex.

The streamwise development of the vortices for a vortex generator with $H = 15$ mm and $\alpha = 15^\circ$ are shown in the contour plot of figure 6. It is noteworthy in this figure that the longitudinal vortex, although suffering the influence of viscous dissipation, persists well downstream modifying the entire velocity field. Because of the interaction between the vortex and the wall, the vortex shifts its position to the upwash region. In the first streamwise station ($x = 0.08$ m), there are indications of the three vortices that were captured in the velocity measurement.

The Enhancement of Heat Transfer. The region around a half-delta wing vortex generator exhibits very large local heat

transfer coefficients. The results from the naphthalene sublimation experiment for a vortex generator with $H=25$ mm and $\alpha=15^\circ$ placed on the naphthalene plate are shown in figure 7, in the form of contour plots of the various heat transfer enhancement levels. In the region near the front corner between the wing and the plate, there are regions which present a large heat transfer enhancement. This is due to the strong horseshoe-like corner vortices which are formed in this region. It is possible to relate the regions with high local heat transfer coefficients (figure 7) to those in which the longitudinal vortices are present (figure 5a and 5b).

The longitudinal vortices generated by half-delta wings enhance the heat transfer by a factor larger than two over a large downstream heated surface area. Figure 8 shows the streamwise development of the spanwise variation of St/St_0 with the angle of attack (α) as parameter. It is straightforward that the heat transfer

enhancement grows with the angle of attack because of the higher strength associated with the larger angles of attack. The two peaks of heat transfer coefficient are related to the regions where boundary layer thinning occurred due to the downward flow of the main and corner vortices. For $\alpha=60^\circ$, these peaks are not identified probably because for this large angle of attack the flow field distortion caused by the main vortex is much stronger than any eventual influence of the corner vortex.

The relative influence of the boundary layer thinning and the local growth of turbulence intensity on heat transfer can be seen in figure 9. This figure shows the heat transfer results and the velocity contour plots for a single vortex generator with $H=15$ mm and $\alpha=15^\circ$ in a streamwise station which corresponds to the second thermocouples row. The top contour shows the mean streamwise velocity contour plot and the bottom the fluctuating component. The heat transfer results corresponding to this streamwise station show that the peak heat transfer coefficients are associated with the regions where the boundary layer is thinned by the downward vortical motion of the main and corner vortices. On the other hand, they are not necessarily related to the regions that have high turbulence intensity. The conclusion is that the boundary layer thinning plays a major role on heat transfer enhancement, in the region near the generator. The results for the same generator in the region well downstream ($x=0.4$ m) is shown in the figure 10. In the downwash region, the area with heat transfer enhancement corresponds nearly to the region in which the boundary layer is thinned by the main vortex. In the upwash region, the heat transfer is augmented over a broader area and the peak shifts its spanwise position. Looking at the contour plot of the fluctuating component of velocity, it is possible to associate the broader region with heat transfer enhancement to the local growth of the turbulence intensity in the upwash region. The upwash vortical motion and the presence of the corner and induced secondary vortices near the wall produced additional instabilities which caused the local growth of the turbulence intensity.

The results of experiments with a single vortex generator with $H=15$ mm and $\alpha=45^\circ$ in the streamwise station corresponding to the second thermocouple row (figure 11) show

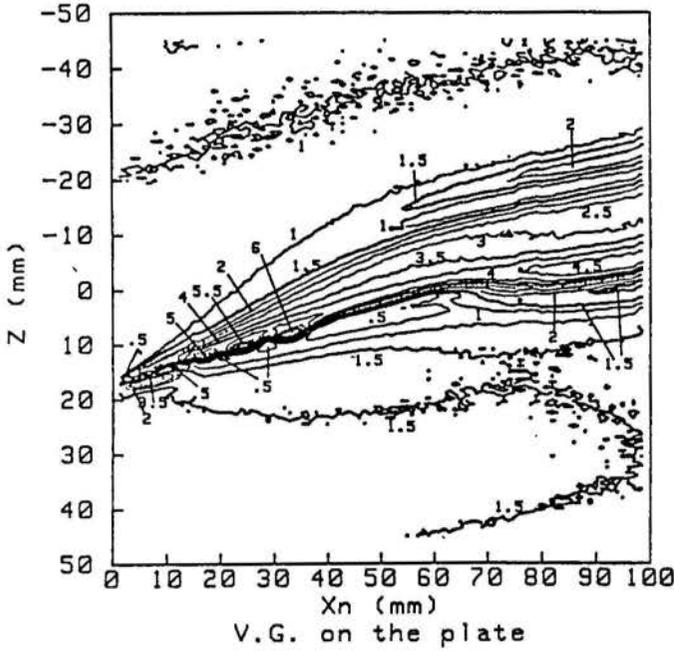


Figure 7 Contour Plot of the Heat Transfer Results Naphthalene Sublimation Experiment $H=25$ mm and $\alpha=15^\circ$

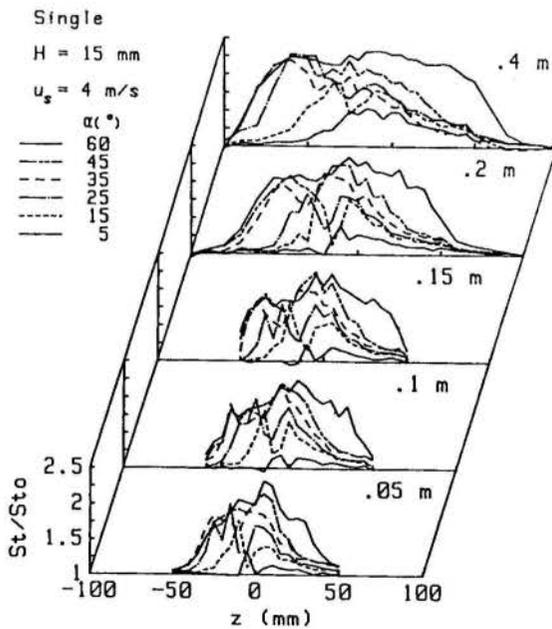


Figure 8 Axial Development of St Number Distribution $H=15$ mm and $\alpha=15^\circ$

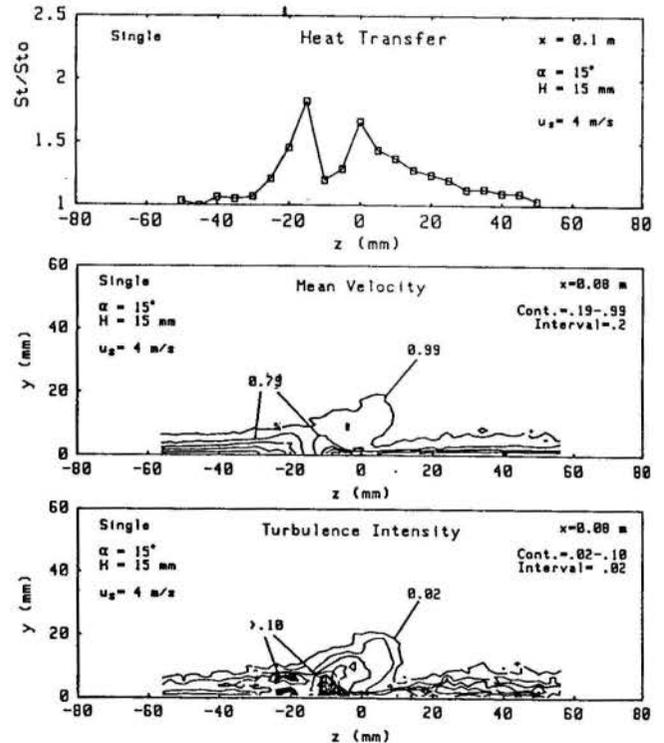


Figure 9 Heat Transfer Results and Velocity Contours $H=15$ mm, $\alpha=15^\circ$ and $x=0.1$ m

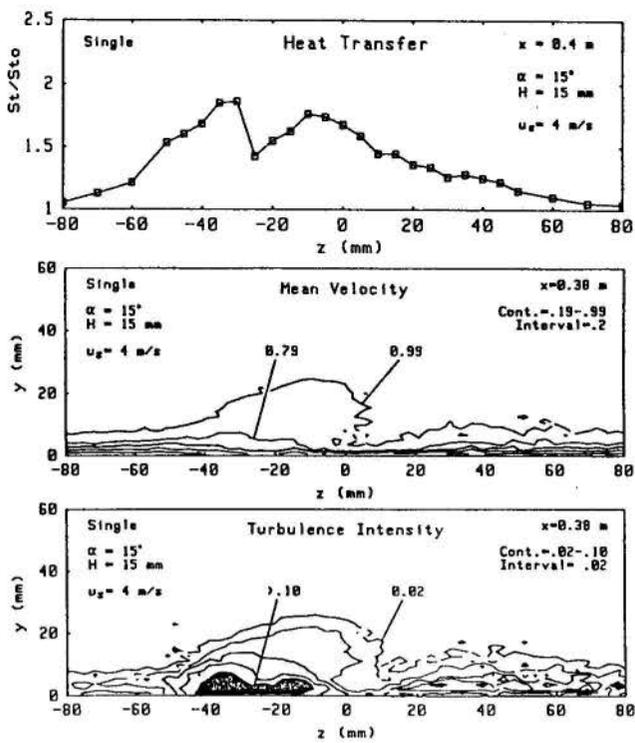


Figure 10 Heat Transfer Results and Velocity Contours
 $H=15$ mm, $\alpha=15^\circ$ and $x=0.4$ m

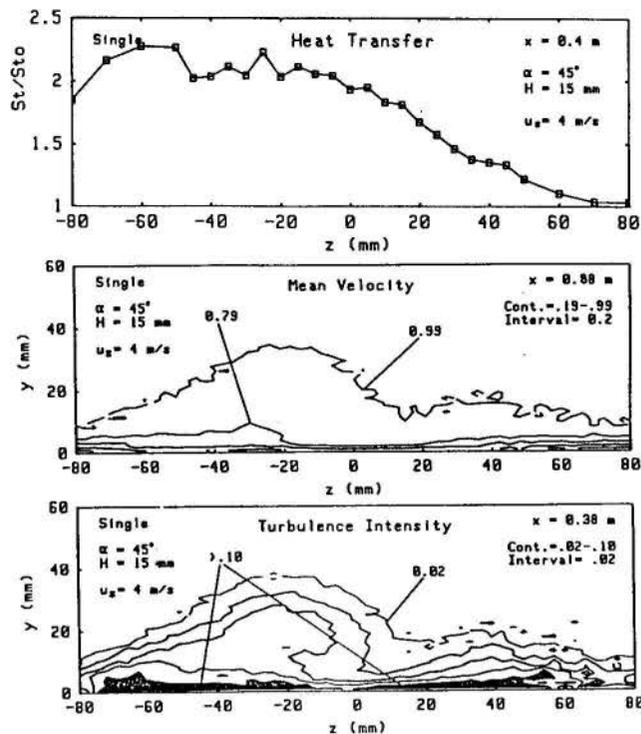


Figure 12 Heat Transfer Results and Velocity Contours
 $H=15$ mm, $\alpha=45^\circ$ and $x=0.4$ m

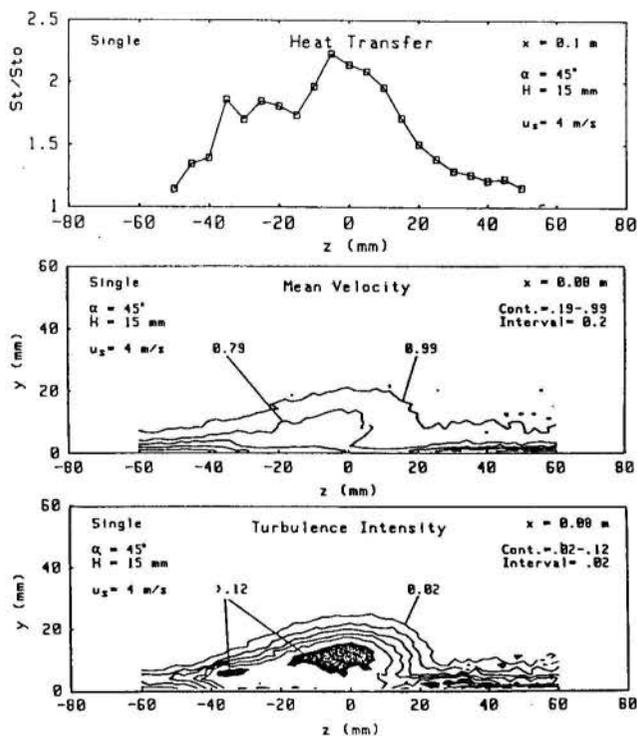


Figure 11 Heat Transfer Results and Velocity Contours
 $H=15$ mm, $\alpha=45^\circ$ and $x=0.1$ m

that the strong main vortex caused a large distortion in the mean flow field and even larger distortion in the fluctuating velocity field. The region with high turbulence intensity is very large, extending from the wall to the core region of the vortex. The heat transfer effects corresponding to the action of the corner vortex is smaller than the effect of the main vortex. The results further downstream, as shown in figure 12, indicate that the turbulent effects are dominant in the heat transfer enhancement. The heat transfer rate and the turbulence intensity are high over a large

spanwise width. The heat transfer results shows larger values in the upwash side because of the vortex shift which occurred due to the stronger main vortex. In this case, the larger angle of attack produced a much larger distortion on the flow field, hastening and broadening the occurrence of turbulence and dissipating the vortical structure, specially near the wall.

CONCLUSIONS

The influence of half-delta wing vortex generators on the heat transfer of laminar boundary layers was experimentally investigated. Various aspects of enhancement of heat transfer by longitudinal vortices were clarified. Results of heat transfer and naphthalene sublimation experiments and hot-wire velocity measurements coupled with smoke-wire flow visualization allowed the following conclusions to be taken.

1) The half-delta wing vortex generator produces a complex vortical motion with various longitudinal vortices affecting the boundary layer flow. It was found that the main vortex, the corner vortices and the induced secondary vortices plays a major role in distorting the flow and enhancing the heat transfer.

2) High heat transfer enhancement levels are generally related to the locations with thinner boundary layer but not necessarily to those with higher turbulence intensity. The boundary layer thinning by the main and corner vortices is the primary reason for the enhancement of heat transfer in the region near the generator.

3) Vortex generators with larger angles of attack produce a larger distortion on the boundary layer and a higher heat transfer enhancement. The longitudinal vortices produced by generators with the angle of attack of more than 45° induce the local growth of turbulence intensity near the wall. Well downstream, the heat transfer enhancement for such generators is mainly governed by the growth of turbulence.

NOMENCLATURE

h	: Heat transfer coefficient
h_{th}	: h for the theoretical laminar boundary layer
H	: Vortex generator height
St, St_o	: Stanton number with and without vortex generators
u, v, w	: Velocity components in x, y, z directions
u_s	: Free-stream velocity
x, y, z	: Cartesian coordinates
α	: Generator's angle of attack
δ	: Boundary layer thickness at the generator's location

REFERENCES

- Edwards, F.J., and Alker, C.J.R. (1974), "The Improvement of Forced Convection Heat Transfer using Surface Protrusions in the Form of (a) Cubes, and (b) Vortex Generators," *Proceedings, 5th International Heat Transfer Conference*, Vol. 2., pp. 244-248.
- Fiebig, M., Kallweit, P., and Mitra, N.K. (1986), "Wing Vortex Generators for Heat Transfer Enhancement," *Proceedings, 8th International Heat Transfer Conference*, C.L. Tien et al., ed., Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C., Vol. 6, pp. 2909-2913.
- Fiebig, M., Mitra, N., and Dong, Y. (1990), "Simultaneous Heat Transfer Enhancement and Flow Loss Reduction of Fin-Tubes," *Proceedings, 9th International Heat Transfer Conference*, G. Hetsroni, ed., Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C., Vol. 3, pp. 51-55.
- Lugt, H., 1983, *Vortex Flow in Nature and Technology*, Wiley-Interscience.
- Russel, C.M.B., Jones, T.V., and Gee, G.H. (1982), "Heat Transfer Enhancement Using Vortex Generators," *Proceedings, 7th International Heat Transfer Conference*, U. Grigul et al., ed., Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C., Vol. 3, pp. 283-288.

- Torii, K. (1977), "Flow Visualization by Smoke-Wire Technique," *Proceedings, 1st International Symposium on Flow Visualization*, Tokyo, pp. 175-180.
- Torii, K., and Yanagihara, J.I. (1989), "The Effects of Longitudinal Vortices on Heat Transfer of Laminar Boundary Layers," *JSME International Journal*, Series II, Vol. 32, pp. 395-402.
- Turk, A. Y., and Junkhan, G.H. (1986), "Heat Transfer Enhancement Downstream of Vortex Generators on a Flat Plate," *Proceedings, 8th International Heat Transfer Conference*, C.L. Tien et al., ed., Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C., Vol. 6, pp. 2903-2908.
- Wagner, T.C., and Kent, J.C. (1988), "On the directional sensitivity of hot-wires: a new look at an old phenomenon," *Experiments in Fluids*, pp. 553-560.
- Yanagihara, J.I., and Torii, K. (1990a), "Enhancement of Laminar Boundary Layer Heat Transfer by a Vortex Generator," *Transactions of JSME*, Series B, Vol. 56, No. 530, pp. 3045-3049.
- Yanagihara, J.I., and Torii, K. (1990b), "Heat Transfer Characteristics of Laminar Boundary Layers in the Presence of Vortex Generators," *Proceedings, 9th International Heat Transfer Conference*, G. Hetsroni, ed., Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C., Vol. 6, pp. 323-328.
- Yanagihara, J.I., and Torii, K. (1991a), "Enhancement of Laminar Boundary Layer Heat Transfer by Longitudinal Vortices," *Proceedings, 4th International Symposium of Transport Phenomena in Heat and Mass Transfer*, J.A. Reizes, ed., Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C., pp. 942-953.
- Yanagihara, J.I., and Torii, K. (1991b), "Heat Transfer Augmentation by Longitudinal Vortices," *Proceedings, XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, ABCM, Vol. C, pp. 1-4.

A SEPARATION CRITERION FOR THE TURBULENT BOUNDARY LAYER

Daniel O.A. Cruz and Atila P. Silva Freire
 Mechanical Engineering Program,
 Post-Graduate Eng. School of the Federal University of Rio de Janeiro,
 C.P. 68.503, 21.945 - Rio de Janeiro, Brazil.

SUMMARY

The purpose of this work is to propose a new separation criterion for turbulent boundary layers using some recently derived results for the asymptotic structure of the flow near the separation point. The separation criterion follows from the matchability argument of Milhkan applied to two adjacent regions of the multi-layered structure found in vicinity of the separation point. The present theory is compared with the data of Simpson showing good agreement.

INTRODUCTION

The separation of a turbulent boundary layer due to an adverse pressure gradient is a phenomenon of great technological importance. In fact, a good understanding of this problem is of fundamental importance in the design of many devices such as airfoils, helicopter blades, jet engines and rocket nozzles, to mention just a few.

One particular relevant datum to the designer is the location of the separation point. As a result, several criteria have been proposed in the past which predict this point as a function of some boundary layer parameters. For the turbulent boundary layer we may cite the criteria of Von Doenhoff and Tetervin (1943), of Garner (1944), of Stratford (1959) and the form factor which, although old, are still largely used in industry. The last two criteria, in special, have become very popular.

The purpose of this work is to propose a new separation criterion for turbulent boundary layers using some recently derived results (Cruz (1992)) for the asymptotic structure of the flow near a separation point. Far upstream of the separation point, the turbulent boundary layer has the classical two-deck structure consisting of a wall layer and a defect layer (Yajnik(1969), Mellor(1972)). Approaching the separation point, however, a much more complex multi-layered structure is found (Cruz and Silva Freire (1992)) which requires for its description the introduction of a new characteristic velocity. The separation criterion follows from a matching argument between two adjacent regions of this multi-layered structure.

The present theory is compared with the experimental data of Simpson showing good agreement.

THE ASYMPTOTIC STRUCTURE OF A TURBULENT BOUNDARY LAYER NEAR THE SEPARATION POINT

The structure of the turbulent boundary layer changes in the vicinity of a separation point since some terms which were previously neglected by the two-deck classical theory must now be accounted for. This is the case, for example, of the viscous diffusion terms in the streamwise direction. To derive the new structure and the new characteristic velocity, we use the intermediate variable technique (Silva Freire and Hirata (1990)) and the scale analysis method.

Assume that near the separation point the turbulent terms are balanced by the pressure term, that is,

$$O\left(\frac{\partial}{\partial y} \tau_{xy}\right) = O\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}\right). \quad (1)$$

Considering then that the velocity and the characteristic length are given by u_+ and $\frac{\nu}{u_+}$ respectively, integration of equation (1) yields

$$O(u_+^2) = O(u_\tau^2) + O\left(\frac{\nu}{u_\tau} \frac{\partial P}{\rho \partial x}\right), \quad (2)$$

where $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$, (τ_w = stress at the wall).

The above expression can be re-written as

$$u_+^3 - u_+ u_\tau^2 - \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

The highest real root of the above equation furnishes the characteristic velocity, henceforth called u_R . This velocity holds both far upstream of and close to the separation point where it reduces respectively to $u_R = u_\tau$ and

$$u_R = \sqrt[3]{\frac{\nu}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}}. \quad (4)$$

Defining the parameter $\epsilon = \frac{u_R}{U_\infty}$ and using the intermediate variable technique and the length scales derived in Silva Freire and Hirata (1990), the structure of the turbulent boundary layer becomes that shown in figure 1.

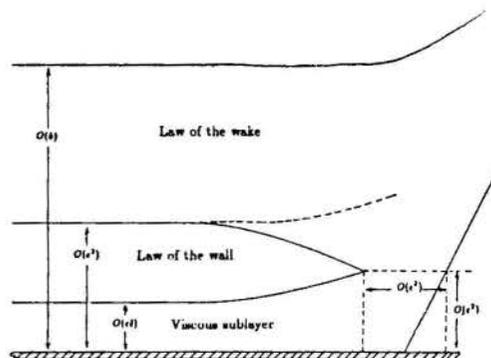


Fig.1 The structure of the turbulent boundary layer in the vicinity of a separation point.

The square of sizes ϵ^2 represents the region where the stresses and the pressure gradients increase their relative order of importance being balanced by the inertia term (for more details see Cruz and Silva Freire (1992)).

To derive the separation criterion, we will match the solution in the square region as $y \rightarrow \infty$ with the law of the wake solution as $y \rightarrow 0$.

THE SEPARATION CRITERION

The most popular criterion for prediction of separation assumes the form factor to have a universal value at the separation point. Some authors quote this value between 1.8 and 2.4 (Schlichting (1962)). More recent work however has shown the form factor to reach at times the value 2.8 (Denguel and Fernholz(1990)). This controversy clearly induces uncertainties into the form factor formulation.

To derive a new separation criterion for turbulent boundary layers we must first find a solution for the flow in the square region in figure 1.

Assuming that at the outer edge of this region the turbulent stress term dominates the viscous stress terms, we may write.

$$\tau_{xy} = \tau_w + \frac{\partial P}{\partial x} y, \quad (5)$$

where τ_{xy} represents the Reynolds stress tensor term $-\rho u'v'$.

Equation (5) was shown by several authors to be still valid as the separation point is approached. Only very close to that point the term $\frac{\partial P}{\partial x}$ has to be changed by a different expression. Application of the mixing-length hypothesis to equation (5) yields.

$$(ky^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*})^2 = (\frac{u_\tau}{u_R})^2 + (\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\nu}{u_R^3}) y^*, \quad (6)$$

with $u^* = \frac{u}{u_R}$ and $y^* = \frac{y u_R}{\nu}$.

The solution of the above equation can be cast as.

$$u^* = \frac{2}{K} \sqrt{(\frac{u_\tau}{u_R})^2 + \frac{\partial P}{\rho \partial x} \frac{\nu}{u_R^3} y^* + \frac{u_\tau}{u_R} \ln \left[\frac{\sqrt{(\frac{u_\tau}{u_R})^2 + \frac{\partial P}{\rho \partial x} \frac{\nu}{u_R^3} y^*} - \frac{u_\tau}{u_R}}{\sqrt{(\frac{u_\tau}{u_R})^2 + \frac{\partial P}{\rho \partial x} \frac{\nu}{u_R^3} y^*} + \frac{u_\tau}{u_R}} \right] + C, \quad (7)$$

where C is in principle a function of $\frac{\partial P}{\partial x}$.

Equation (7) represents an advance in relation to the works of Mellor (1966) and MacDonald (1969) since, contrary to those works, its domain of validity covers both the far away and the close regions of the separation point. Equation (7) is a version of the classical "law of the wall" for the flows subject to pressure gradients. Indeed, in the region where

$$O(u_\tau^2) \gg O(\nu \frac{\partial P}{\rho \partial x}),$$

equation (7) reduces to

$$u^* = \frac{1}{k} \ln y^* + \frac{2}{k} + C', \quad (8)$$

the classical law of the wall.

Near the separation point where

$$O(u_\tau^2) \ll O(\nu \frac{\partial P}{\rho \partial x}),$$

equation (7) becomes

$$u^* = \frac{2}{k} \sqrt{y^*} + C''. \quad (9)$$

where C'' is a function of $\frac{\partial P}{\partial x}$.

Equation (9) was first derived by Stratford (1959) who showed parameter k to vary in the separation region. To improve his results, Stratford proposed to consider in equation (9) a correction factor, β , which was verified to vary between 0.66 and 0.73. thus equation (9) was written as

$$u^* = \frac{2}{k\beta} \sqrt{y^*} + C'''. \quad (10)$$

To describe the flow behavior in the defect region above the separation point we adopt here the formulation of Schofield (1985) for the law of the wake. His expression is given by

$$\frac{U - u}{u_s} = 1 - 0.4 \left(\frac{y}{B}\right)^{\frac{1}{2}} - 0.6 \sin\left(\frac{\pi y}{2B}\right), \quad (11)$$

where $B = 2.86 \delta_1 \frac{U}{u_s}$.

Re-written in inner variables equation (11) becomes

$$\frac{u}{U} = 0.47 \left(\frac{u_s}{U}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{y}{\delta_1}\right)^{\frac{1}{2}} + 1 - \frac{u_s}{U}. \quad (12)$$

Noting that $B \cong \delta$, we get

$$\frac{u}{U} = 0.79 \frac{u_s}{U} \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{u_s}{u}\right). \quad (13)$$

With equations (10) and (13) a separation criterion can now be derived. Using the matchability argument of Millikan (1939), it follows that the derivatives of equations (10) and (13) must agree in a certain overlap domain. Hence

$$\frac{\partial u}{\partial y} |_{eq 10} = \frac{\partial u}{\partial y} |_{eq 13},$$

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \sqrt{\delta}}}{U} = 0.79 \frac{u_s}{U} \frac{\beta K}{2}. \quad (14)$$

The ratio $\frac{u_s}{U}$, can be obtained through the empirical correlation recently advanced by Denguel and Fernholtz (1990),

$$\frac{u_s}{U} = 1.01 + 0.485(1 - \gamma_p), \quad (15)$$

where γ_p is the intermittency factor. Equation (15) is valid in the range

$$30\% < \gamma_p < 99\%.$$

At the separation point, ($\gamma_p = 0.5$)

$$\frac{u_s}{U} = 1.2525. \quad (16)$$

Substitution of equation (16) into equation (14) with $k = 0.4$ yields

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \sqrt{\delta}}}{U} = 0.2\beta. \quad (17)$$

Equation (17) defines a new criterion for the prediction of separation in a turbulent boundary layer.

COMPARISON WITH EXPERIMENTAL DATA

The objective of the inclusion of the parameter β in equation (17) is to account for a possible failure of the classical mixing length in the near separation region. Also, in this region the slope of the turbulent stress term is different from the external pressure gradient, what implies that corrections must be made in equation (10).

According to the data of Simpson (1981), the best value for β is 1.15. Since little reliable quantitative experimental information is available in literature for separating flow, and since the data of Simpson (1981) are considered to be the most accurate, we assume this value (1.15) to be the best estimated value for β .

Figures 2 and 3 illustrate the behavior of the left hand side of equation (17), here denoted by Z . The horizontal line represents the level Z must reach at the separation point, that is $Z = 0.23$.

As can be seen, Z increases monotonically until reaching a maximum at the separation point. Soon after, a sharp decrease occurs provoked by a sudden increase in U due to the deflection of the stream line at the wall. Thus, figures 2 and 3 are clear indication that some general features of the separation phenomenon can be predicted by equation (17).

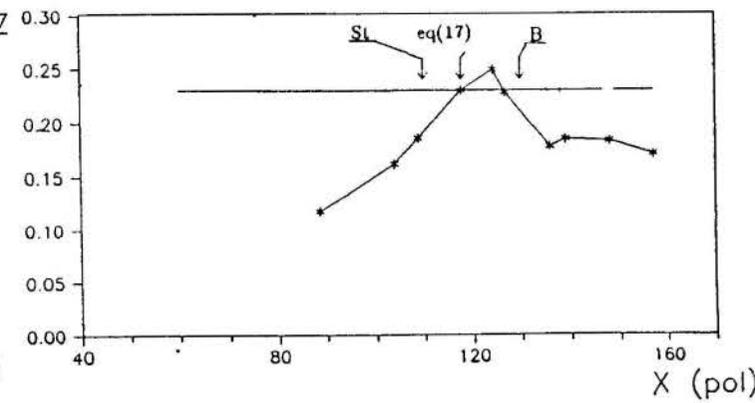
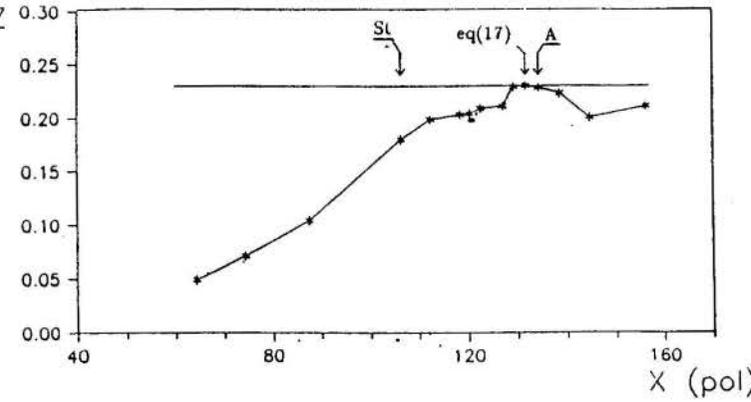


Fig. 2,3 Flow separation point prediction ST-Stratford [14], equation (17), A-Simpson [11], B-Simpson [12]

CONCLUSION

The idea that a separation criterion can be obtained by comparison of limiting forms of two inner and outer solutions in the neighbourhood of the separation point has been shown in this paper to be plausible and hence must be pursued further. The next task ahead of us is to gather a greater number of experimental data so that a more consistent analysis about the value of a parameter Z at the separation point is made. The data of Simpson (1981) have suggested this value to be 0.23. hence the separation criterion becomes.

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}} \sqrt{\delta}}{U} = 0.23.$$

It is worth to point out that application of an equivalent analysis to the thermal turbulent boundary layer is feasible and would provide an equation for prediction of the Stanton number in the separation region.

ACKNOWLEDGEMENT. One of the authors, D.O.A.C., is grateful to CNPq for the financial help received during the preparation of this work.

REFERENCES

- [1] CRUZ, D.O.A., "A Estrutura da Camada Limite Turbulenta na Região de Separação", M.Sc. Thesis, COPPE—UFRJ, (1992).
- [2] CRUZ, D.O.A. and SILVA FREIRE, A.P., "Escalas Características da Camada Limite Turbulenta na Região de Separação", Proceedings of the 2nd CEM-NNE/92.
- [3] DENGUEL, P. and FERNHOLZ, H.H., "An Experimental Investigation of a Incompressible Turbulent Boundary Layer in the Vicinity of Separation", J. Fluid Mech, Vol. 3, 212, 615 (1990)
- [4] GARNER, H.C., "The Development of Turbulent Boundary Layers", ARC R&M 2133 (1944)
- [5] MACDONALD, H.J., "The Effects of Pressure Gradients on the Law of the Wall in Turbulent Flow", J. Fluid Mech., 35, Part 2, 311 (1968)
- [6] MELLOR, G.L., "The effects of Pressure Gradients on Turbulent Flow Near a Smooth Wall", J. Fluid Mech., 24, 255 (1966)
- [7] MELLOR, G.L., "The Large Reynolds Number, Asymptotic Theory of Turbulent Boundary Layers", Int. J. Engng. Sci., 10, 851 (1972)
- [9] SCHLICHTING, H., "Boundary Layer Theory", McGraw-Hill Book Company (1962)
- [10] SCHOFIELD, W.H., "Two-Dimensional Separating Turbulent Boundary Layer", A.I.A.A. Journal, 24, (10), 1611 (1986)
- [11] SIMPSON, R.L.; CHEW, Y.T. & SHIVAPRASAD, B.G., "The Structure of a Separating Turbulent Boundary Layer. Part 1. Mean Flow and Reynolds Stresses", J. Fluid Mech., 113, 23 (1981)
- [12] SIMPSON, R.L.; STRICKLAND, J.H. and BARR, P.W., "Features of a Separating Turbulent Boundary Layer in the Vicinity of Separation", J. Fluid Mech., 79 - 3, 553 (1977)

- [13] SILVA FREIRE, A.P. and HIRATA, M.H., "Approximate Solutions to Singular Perturbation Problems: the Intermediate Variable Technique", *J. of Mathematical Analysis and Applications*, **145**, (1), 241, (1990)
- [14] STRATFORD, B.S., "The Prediction of Separation of the Turbulent Boundary Layer", *J. Fluid Mech.*, **5**, 1 (1959)
- [15] YAJNIK, K.S., "Asymptotic Theory of Turbulent Shear Flows", *J. Fluid Mech.*, **42**, 411 (1970)
- [16] VON DOENHOFF, A.E. and TETERVIN, N., "Determination of General Relations for the Behavior of Turbulent Boundary Layers", NACA Report 772 (1943)

PREDICTIONS OF NORMAL REYNOLDS STRESSES AND TRANSPORT COEFFICIENTS IN INTERIOR SUB-CHANNELS OF ROD ARRAYS

Marcelo J.S. de Lemos¹
 Institut für Thermo-und-Fluidodynamik
 Lehrstuhl für Wärme-und-Stoffübertragung
 Ruhr-Universität-Bochum, Germany

Abstract

This work presents calculations for the normal stresses and transport coefficients in turbulent flow through infinite rod-arrays. Predictions are based on an anisotropic turbulence model in order to simulate experimentally observed directional transport effects. Calculation were performed with three assumptions regarding the production and dissipation rates of turbulence. Results for all three normal stresses are presented and compared with experimental data. The model can correctly calculated the exchange of energy between the axial and tangential directions.

INTRODUCTION

Over the past years, published predictions of transport phenomena between channels of nuclear fuel assemblies have emphasized that eddy-diffusivity turbulence models can only lead to isotropic coefficients for linking the Reynolds Stresses to the gradients of the mean velocity. However, for axial flow through rod-bundles, transport coefficients perpendicular to channel faces are known to be considerably higher than those calculated by simple isotropic theories [1-4].

In order to calculate the correct amount of the quantity being transported, the approach taken by many investigators was then to artificially increase the diffusion coefficient obtained via a simpler isotropic theory (usually the $k-\epsilon$ model). A compilation of solutions of this kind is presented in reference [3]. Differently, in an early work [5], an attempted was made to describe the enhancement of turbulence across subchannel boundaries through an Algebraic Stress Model (ASM) based on the assumption of local-equilibrium for turbulence (Production, $P_k =$ Dissipation, ϵ) was there used. Later [6], those modeling ideas were extended by making use of an empirical function for the production/dissipation ratio. The present contribution complements the calculations in [5,6] by obtaining information on the distribution of P_k/ϵ from available experimental data. Three assumptions, namely the local-equilibrium, the empirical and the experimental distribution of P_k/ϵ are compared.

ALGEBRAIC STRESS MODEL

The concept of subchannel is often used in the literature in connection with nuclear reactor thermal-hydraulics analysis. Typical sub-channels for square arrays are shown in Figure 1. The complete full transport equation for the stresses $\overline{u_i u_j}$ can be transformed into simpler algebraic equation by means of the well-known approximation proposed by Rodi [7];

$$\overline{u_i u_j} = k \left[\frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{(1-c_2) \frac{P_{ij}}{\epsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P_k}{\epsilon} + \frac{\pi_{ij,w}}{\epsilon}}{c_1 + \frac{P_k}{\epsilon} - 1} \right] \quad (1)$$

where k is the turbulent kinetic energy per unit mass, ϵ is the dissipation rate of k , c 's are constants and gravitational effects are neglected. The quantities P_{ij} and P_k represent the production rates of $\overline{u_i u_j}$ and k due to

the mean velocity gradients, respectively. The correlation $\pi_{ij,w}$ is a correction applied to the pressure-strain term π_{ij} , to indicate the effect of nearby walls on the fluctuating pressure field p . [8]. The physical significance of $\pi_{ij,w}$ is therefore the overall effect that a surface (a rigid wall or a free surface) has upon π_{ij} . The expression for $\pi_{ij,w}$ suggested by Shir [9] was applied to rod-arrays in [5], giving for the three normal stresses written in cylindrical coordinates:

$$\frac{\overline{u_r^2}}{k} = \frac{2}{3} \left[\frac{c_2 \frac{P_k}{\epsilon} (1 - 2c_2' f) + c_1 - 1}{c_1 + 2c_1' f + \frac{P_k}{\epsilon} - 1} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\overline{u_\theta^2}}{k} = \frac{2}{3} + \left[\frac{(c_2 - 1) \frac{P_k}{\epsilon} \frac{2}{3} + c_1' \frac{\overline{u_r^2}}{k} f + \frac{2}{3} c_2 c_2' f \frac{P_k}{\epsilon}}{c_1 + \frac{P_k}{\epsilon} - 1} \right] \quad (3)$$

and

$$\frac{\overline{u_z^2}}{k} = \frac{2}{3} + \left[\frac{(1 - c_2) \frac{P_k}{\epsilon} \frac{4}{3} + c_1' \frac{\overline{u_r^2}}{k} f + \frac{2}{3} c_2 c_2' f \frac{P_k}{\epsilon}}{c_1} \right] \quad (4)$$

The ratio of shear stress is then given by [5]

$$\frac{\overline{u_z u_\theta}}{\overline{u_r u_z}} = K \frac{\frac{\partial u_z}{r \partial \theta}}{\frac{\partial u_z}{\partial r}} \quad (5)$$

where

$$K = \frac{c_1 + c_1' \frac{3}{2} f + \frac{P_k}{\epsilon} - 1}{\left(1 + \frac{3}{2} \frac{c_2' c_2}{1 - c_2} f \right) \left(\frac{P_k}{\epsilon} + c_1 - 1 \right)} \quad (6)$$

Now, comparing equation (5) with the eddy-diffusivity expression, one has;

$$\frac{\mu_{\theta\theta}}{\mu_{rr}} = K \frac{\overline{u_\theta^2}}{\overline{u_r^2}} \quad (7)$$

where $\mu_{\theta\theta}$ and μ_{rr} are second-order tensor representing the directional turbulent viscosity. Using now (2) and (3), the ratio of normal stresses in equation (7) can be further given by

¹ Visiting Scientist. Permanent address: Dept. de Energia, ITA/CTA, São José dos Campos, Brasil.

$$\frac{u_\theta^2}{u_r^2} = \frac{c_2 + c_2 c_2' f}{c_1 - 1 + \frac{1}{2} c_1' \frac{f}{k}} \quad (8)$$

Since equations for k and ϵ are not solved in the present work, predictions for the normal stresses can only be achieved through the prescription of P_k/ϵ in the computational domain. In reference [6] the following empirical function for P_k/ϵ was suggested:

$$\frac{P_k}{\epsilon} = \left[1 - \left(\frac{y}{\hat{y}} \right)^{0.5} \right] + \left(10.283 - \frac{P}{D} 8.597 \right) \frac{y}{\hat{y}} \frac{\theta}{\theta^*} \quad (9)$$

where P/D is the pitch-to-diameter ratio.

Another possibility to obtain the production/dissipation ratio is to directly use the definition of P_k , make an assumption for ϵ and use available experimental results for the variables involved. Here, the ratio P_k/ϵ comes from curve fitting the experiments of Hooper [11]. Then, with the help of the relation:

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{l} \quad (10)$$

where l is an energy containing length scale, the following equation can be written:

$$\frac{P_k}{\epsilon} = - \frac{l}{k^{3/2}} \left(\frac{u_z u_r}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{u_z u_\theta}{r} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} \right) \quad (11)$$

As mentioned above, equation (11) is here calculated after curve fitting the experimental results in [11] for a square array, $P/D=1.107$ and $Re=48400$. These results are shown later.

For the functional f appearing in the algebraic equations, the proposal of Launder et al [10] was adopted in [5] as:

$$f = 1 - \left(\frac{y}{\hat{y}^*} \right) \quad (12)$$

being

$$\hat{y}^* = \frac{D}{2} \left(\frac{P}{D \cos(\theta^*)} - 1 \right) \quad (13)$$

With P_k/ϵ and l , the normal stresses and the ratio of eddy diffusivity coefficients can now be calculated. The following section presents results and comparisons with available experimental data.

RESULTS AND DISCUSSION

Equation (14) is written in terms of the non-dimensional independent variables (η, ξ) defined as,

$$\eta = \frac{\theta}{\theta^*} \quad (15)$$

and

$$\xi = \frac{y}{\hat{y}} = \frac{y}{\frac{D}{2} \left(\frac{P}{D \cos \theta} - 1 \right)} \quad (16)$$

The maximum and minimum velocity U_{max} and U_{min} will then correspond to limiting U_z values along the mid-plane line, or say, at points $(\eta, \xi)=(1,1)$ and $(\eta, \xi)=(0,1)$, respectively. The center-, gap and mid-plane lines are illustrated in Figure 1. Curve fitting of data in [11] provided the parameters in Table I below.

Table I - Parameters in equation (14).

U_{max} [m/s]	U_{min}/U_{max}	a	b	c	d
14.483	0.689	0.7414	0.92413	-1.11668	0.45108
		7			

Values in Table I were obtained after correcting the experimental values by the azimuthal velocity U_θ^* . In [11], the non-dimensional velocity $U^* = U/U_\theta^*$ scaled with the velocity log-law for all angles θ , being the non-dimensional wall distance $y^* = yU_\theta^*/\nu$. A curve fit to the angular shear stress τ_w was used to determine the angular friction velocity. A polynomial of the 6th order was found to be adequate as presented in Figure 2. The bulk velocity $U_b = Rev/D_b$ was 10.802 m/s. The friction factor f_s , the kinematic viscosity ν and the hydraulic diameter D_b used were 0.021064, 15.89×10^{-6} m²/s and 7.12 cm, respectively. The values calculated with (14) are plotted in Figure 3 for several angles. One can see that for the center point, defined as having coordinates $(\eta, \xi)=(1,1)$, the velocity gradients essentially vanish, giving near zero values for the production term P_k . When experimental data for the stresses at the center point are plugged in the left hand side of (8), however, P_k/ϵ attain a value close to 0.76. Therefore, the polynomial fit used in (14) cannot well represent the production rate at the center point for densely packed bundles. For a less compact array ($P/D=1.194$) the same procedure gives $P_k/\epsilon=0.02$. For that, the second part of (9) is here added to (11) in a way to fairly compare both equations for P_k/ϵ .

The turbulent kinetic energy k , non-dimensionalized by U_θ^* is approximated by,

$$\frac{k - k_p}{k_w^* - k_p} = 1 - \frac{1}{(k_p - k_w^*)^2} \left\{ (b\xi' + c\xi'^2) [(k_g - k_w^*) + d + [e - (k_g - k_w^*)]\eta] + f\eta^2 \right\} \quad (17)$$

where

$$\begin{aligned} k_w^* &= a + b\xi^* + c\xi'^* \\ k_p &= a + b + c \\ \xi' &= (\xi - \xi^*) / (1 - \xi^*) \\ b' &= (1 - \xi^*) + [b + 2c\xi^*]^2 \\ c' &= (1 - \xi^*)^2 c \end{aligned}$$

The parameters in the above equations are presented in Table II below. The curves for the turbulent kinetic energy are shown in Figure 4. The "starred" values in (17) (ξ^*, k_w^*) as well as the transformed variable ξ' had the sole purpose of forcing all curves in Figure 4 to cross the same point k_w^* at $\xi = \xi^*$. With experimental values concentrated in the bulk of the flow, this was found to be an appropriate way to adjust the curves near the wall. Best results were obtained with ξ^* given in Table II.

Table II - Parameters in equation (17).

a	b	c	d	e
4.601	-8.166	4.477	-2.22x10 ⁻¹⁶	2.118
f	h	g	ξ*	k _g
10.990	-27.908	14.800	0.07	2.10

An equation for the shear stress $\overline{u_z u_\theta}$ was set as:

$$\frac{\overline{u_z u_\theta}}{U_\theta^2} = \left(\frac{a + b\xi + c\xi^2 + d\xi^3}{a + b + c + d} \right) (e + f\xi + g\xi^2 + h\xi^3 + i\xi^4) \quad (19)$$

with corresponding parameters in Table IV and comparisons with experiments in Figure 5. Except close to the region in between the centerline and the gap, equation (19) describe well the experimental values for the azimuthal shear stress.

Table IV - Parameters in equation (19).

a	b	c	d	e	f	g	h	i
8.535x10 ⁻⁴	-1.109	-1.947	1.562					
-0.146	-7.855	11.444	3.363	-6.725				

A similar equation can also be written for the shear stress $\overline{u_z u_r}$ as:

$$\frac{\overline{u_z u_r}}{U_\theta^2} = a \left\{ 1 - \left(\frac{b\xi + c\xi^2}{b + c} \right) \left[1 - \frac{d + e\xi + f\xi^2 + g\xi^3 + h\xi^4}{a} \right] \right\} \quad (20)$$

with corresponding parameters in Table VI and results in Figure 6. Among all analytical functions presented, results for the radial shear stress show the most discrepancies when compared with experimental data. Nevertheless, due the scarcity of data in the near wall region, a polynomial of the 2nd order was found to be adequate rather than using a high order curve fit. The primary implication of that is a slight overestimation for P_k .

Table VI - Parameters in equation (20).

a	b	c	d
1.0008	-0.8794	-0.1250	-2.186x10 ⁻³
e	f	g	h
0.1658	6.6566	-13.1843	6.2455

The length scale l was approximated by means of the well known mixing length distribution of Nikuradse (see for example [12]) and the formula by Carajilescov & Todreas [13].

Final results for P_l/ϵ using the above equations are plotted in Figure 7 for several angles. The figure indicates a reasonable departure from the local-equilibrium assumption used in [5] as well as the empirical function (12) used in [6]. One should keep in mind, however, the considerable spread observed in all experimental data sets, contributing finally to uncertainties in using (11). Nevertheless, (11) is here used for the sake of comparison with the other two distributions for P_l/ϵ . Below are the results obtained with the functions above.

Results for Normal Stresses. Figures 8 and 9 present results for $PD=1.107$ along the *centerline* and *gap* regions, respectively (see

Figure 1). No substantial difference is presented when the three hypotheses for P_l/ϵ are used along the centerline. The higher value for P_l/ϵ , calculated by (11) in the near wall region, is clearly shown in Figure 8 by reducing $\overline{u_z^2}/k$ and augmenting $\overline{u_z^2}/k$ close to the surface. This behavior is in agreement with the analysis made above and indicates a higher separation for the stresses when (11) is used closed to the wall.

The substantial reduction of $\overline{u_z^2}/k$ at the gap ($\theta=0^\circ$) is well calculated with both the empirical and analytical functions (figure 9). Further, results for $\overline{u_z^2}/k$ show that the amount of enhancement at the gap region is reasonably predicted with equations (12) and (11), but can not be well represented with the *local-equilibrium* assumption. The effect of using a different length scale distribution is shown in Figure 10. Results with the Nikuradse mixing length show a marginal improvement for $\overline{u_z^2}/k$ and $\overline{u_\theta^2}/k$ close to rod, and for that they are here used instead of the distribution in [13].

Figure 11 finally shows the calculated profiles for the anisotropy factor $\mu_{\theta\theta}/\mu_{rr}$, also for $PD=1.107$. At the centerline, the figure indicates an increasing ratio as the wall is approached. Close to the gap, the substantial enhancement of the tangential turbulent transfer can not be predicted with $P_k=\epsilon$. For the region close to the surface, however, all predictions fall below experimental values reported in the literature. An anisotropy factor of as much as 5-10 has been reported by Rehme [4] in that region, whereas predictions herein show a factor of about 2.23. Nevertheless, the present calculations should be regarded as a first approximation, identifying the need for a better modeling of the physical processes involved. In addition, the results here presented can be seen as a more realistic approach to represent the anisotropy of transport coefficients than to simply prescribe empirical anisotropy factors.

CONCLUDING REMARKS

This paper reported an attempt to describe the *anisotropy* on the normal stresses and turbulent transport in infinite rod arrays. An analytical function for the ratio $\mu_{\theta\theta}/\mu_{rr}$ was obtained by directly modeling the turbulent shear stresses. All three normal stresses were as well described by an algebraic stress model, giving then the individual behavior of each one in all the three flow directions. Curve fitting of results in [11] provided analytical distributions for the axial velocity, turbulent kinetic energy and shear stresses. Those functions, together with published distributions for the mixing length, provided an additional way to describe the ratio P_l/ϵ within the calculation domain. Three assumptions were then used for P_l/ϵ clearly indicating the inappropriateness of the *local-equilibrium* idea for calculating the exchange of energy between the axial and azimuthal directions. Results for the *center* and *gap* regions were fairly well calculated with the other two assumptions, being the strong coupling between the axial and lateral stresses well represented.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author is thankful to Prof. Dr. Ing.- M. Fiebig for making available to him all university facilities during his tenure at Ruhr-Universität-Bochum (RUB). He is also indebted to CTA and CNPq, Brazil and DLR, Germany, for making possible his visiting appointment at RUB.

NOMENCLATURE

c	model constants
D	rod diameter
f	wall effect function
k	turbulent kinetic energy, $\overline{u_i u_i} / 2$
l	turbulence length scale, $k^{3/2} / \epsilon$
l_m	mixing length
P	rod pitch

P_k	generation rate of turbulence energy due to mean velocity gradients, $-\overline{u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$;
P_{ij}	kinematic production rate of $\overline{u_i u_j}$ by mean velocity gradients, $-\overline{u_j u_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \overline{u_i u_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}$;
Re	Reynolds number
U_z	mean velocity in the axial direction
U_θ^*	azimuthal friction velocity
$\overline{U_\theta^*}$	mean friction velocity
u_i	fluctuating velocity component in the i direction, $i=r,\theta,z$
$\overline{u_i u_j}$	kinematic Reynolds Stress
y	distance from rod wall
\hat{y}	distance from rod wall to maximum velocity line
\hat{y}^*	maximum value for \hat{y} , correspondent to θ^*

Greek Symbols

ϵ	kinematic dissipation rate of turbulent kinetic energy
θ	angular coordinate
μ_{ii}	transport coefficient in the i -direction
θ^*	maximum value for θ ; $\theta^*=45^\circ$ for square lattice, $\theta^*=30^\circ$ for triangular array
π_{ij}	pressure-strain correlation (general)

REFERENCES

[1] Seale, W.J., TURBULENT DIFFUSION OF HEAT BETWEEN CONNECTED FLOW PASSAGES, PART II: PREDICTIONS USING THE 'K-E' TURBULENCE MODEL, *Nucl. Eng. Des.*, vol. 54, pp. 197-209 (1979)

[2] Bartzis, J.G., Todreas, N.E., TURBULENCE MODELING OF AXIAL FLOW IN A BARE ROD BUNDLE, *Trans. ASME, J.H. Transfer*, vol. 101, pp. 628-634 (1979)

[3] Yang, A.-S., Chieng, C.C., TURBULENT HEAT AND MOMENTUM TRANSPORTS IN AN INFINITE ROD ARRAY, *Trans. ASME, J.H. Transfer*, vol. 109, pp. 599-605 (1987)

[4] Rehme, K., THE STRUCTURE OF TURBULENT FLOWS THROUGH ROD BUNDLES, *Proc. 3rd Top. Meet. React. Th. Hydr., Rhode Island, EUA*, vol. ?, pp. 16.A-1, 16.A-8 (1985)

[5] Lemos, M.J.S.de, AN ALGEBRAIC STRESS MODEL FOR AXIAL FLOW IN A BARE ROD-BUNDLE, *Proc. 2nd ASME/JSME Thermal Eng. Joint Conference*, vol. 1, pp. 461-466 (Honolulu, Hawaii, March 22-27, 1987).

[6] Lemos, M.J.S.de, ANISOTROPIC TURBULENT TRANSPORT MODELING FOR ROD-BUNDLE, *Int. J. of Heat & Technology*, vol. 6, # 1-2, pp. 27-37 (1988).

[7] Rodi, W., THE PREDICTION OF FREE TURBULENT BOUNDARY LAYERS BY USE OF A TWO-EQUATION MODEL OF TURBULENCE, *PhD Thesis*, University of London (1972)

[8] Chou, P.Y., ON VELOCITY CORRELATION AND THE SOLUTION OF THE EQUATIONS OF TURBULENT FLUCTUATIONS, *Quarterly Journal Mech. Appl. Math.*, vol. 3, pp. 38-54 (1945).

[9] Shir, C.C., A PRELIMINARY NUMERICAL STUDY OF ATMOSPHERIC TURBULENT FLOW IN THE IDEALIZED BOUNDARY LAYER, *J. Atmos. Sci.*, vol. 30, p. 1327 (1973).

[10] Launder, B.E., Reece, G.J., Rodi, W., PROGRESS IN THE DEVELOPMENT OF A REYNOLDS-STRESS TURBULENCE

[11] Hooper, J.D., DEVELOPED SINGLE PHASE TURBULENT FLOW THROUGH A SQUARE-PITCH ROD CLUSTER, *Nucl. Eng. Des.*, vol. 60, pp. 365-379 (1980)

[12] Rodi, W., TURBULENCE MODELS AND THEIR APPLICATIONS IN HYDRAULICS - A STATE OF THE ART PAPER, *Int. Ass. Hydr. Res.*, Rotterdamseweg 185, Delft (1980).

[13] Carajilescov, P., Todreas, N.E., EXPERIMENTAL AND ANALYTICAL STUDY OF AXIAL TURBULENT FLOWS IN AN INTERIOR SUBCHANNEL OF A BARE ROD BUNDLE, *Tr. ASME, J. H. Transfer*, vol. 98, pp. 262-268 (1976)

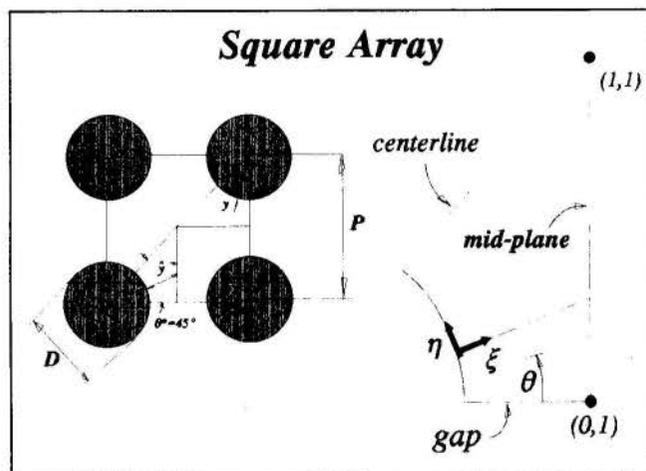


Figure 1 - Notation for square rod-arrays.

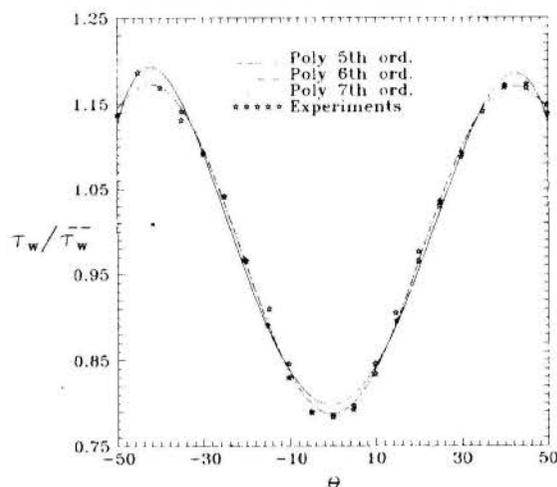


Figure 2 - Variation of wall shear stress as a function of angular position at rod surface, exp. Hooper [11].

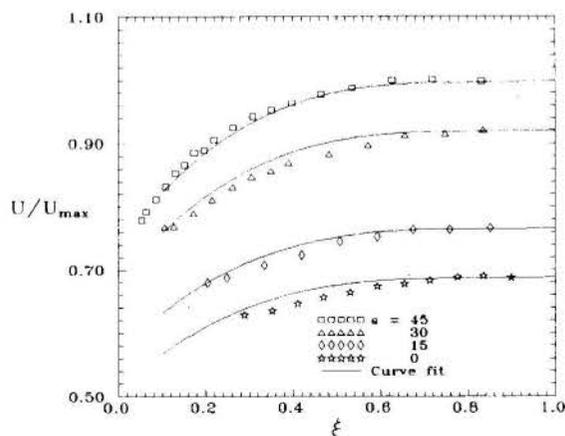


Figure 3 - Experimental data fit for the non-dimensional axial velocity. Solid lines calculated by (14).

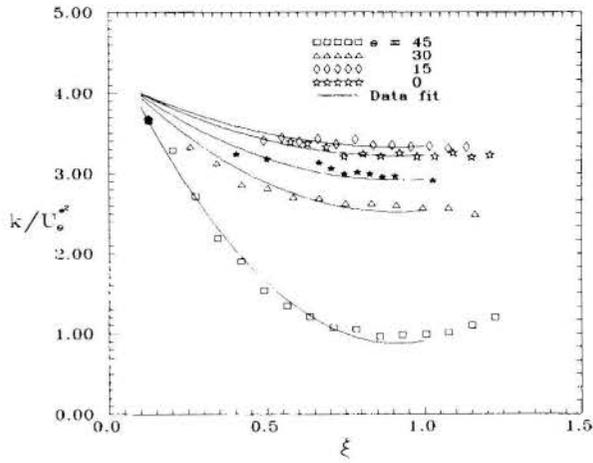


Figure 4 - Polynomial data fit for turbulent kinetic energy.

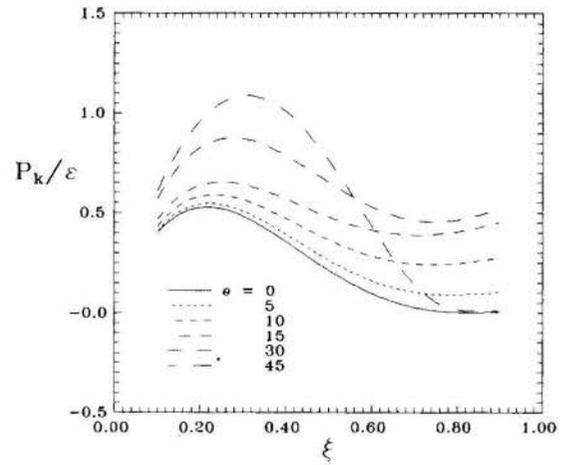


Figure 7 - Relation P_k/ϵ calculated from distributions for the mean velocity, turbulent shear stresses and mixing length.

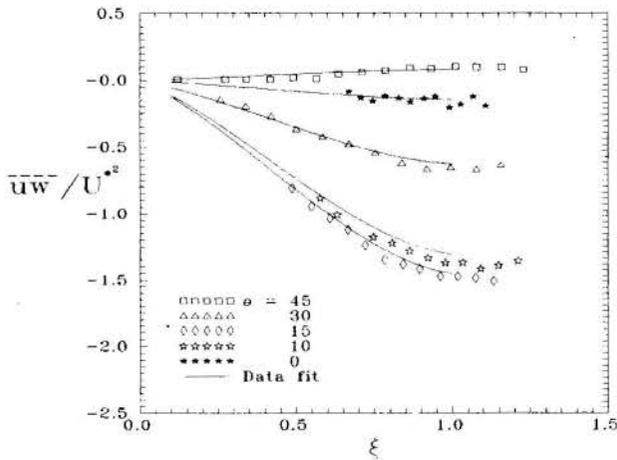


Figure 5 - Curve fit for azimuthal turbulent shear stress.

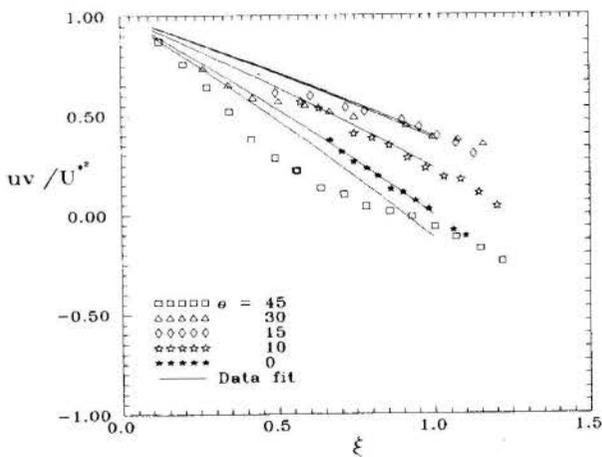


Figure 6 - Profiles for the radial turbulent shear stress.

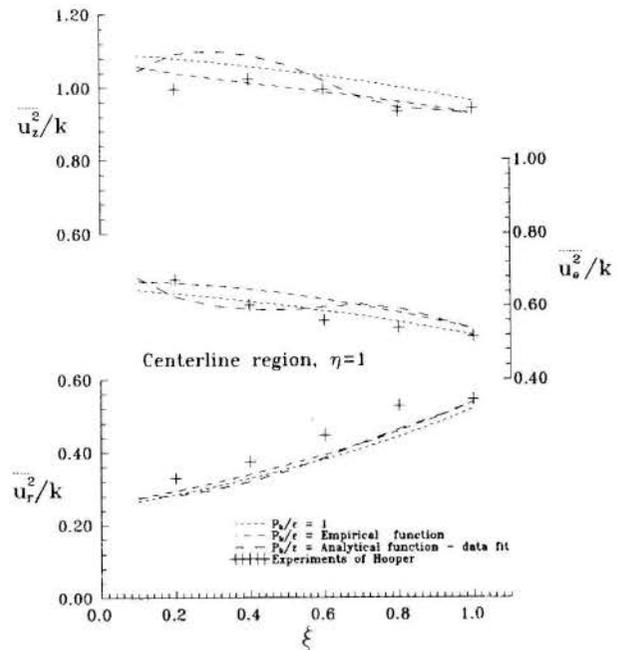


Figure 8 - Predictions for normal Reynolds stresses at centerline.

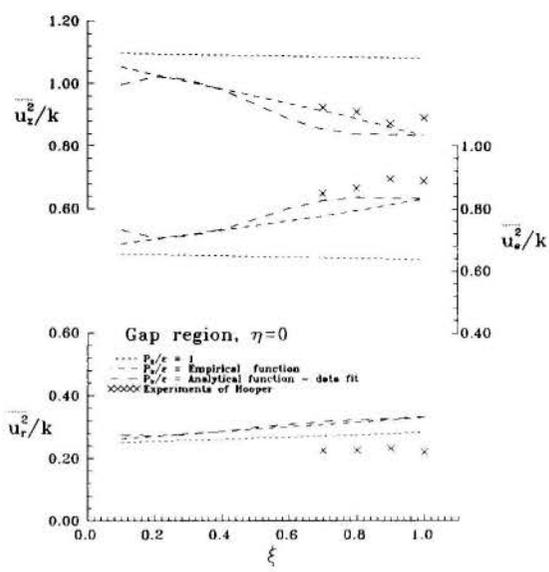


Figure 9 - Predictions for normal Reynolds stresses at gap.

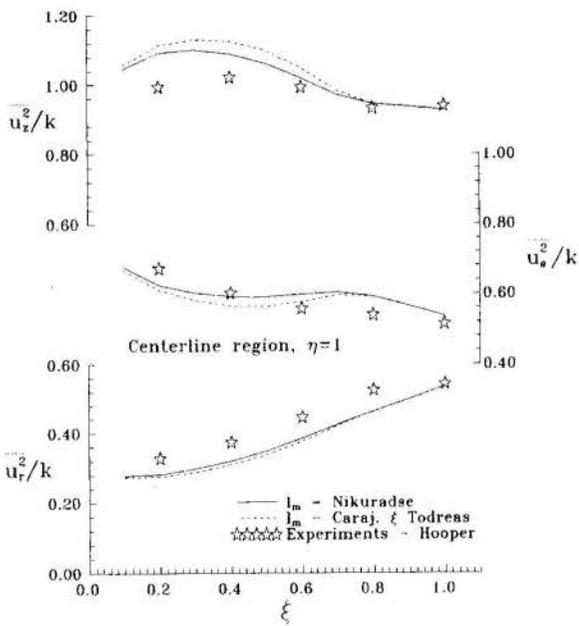


Figure 10 - Effect of mixing length l_m on normal stresses.

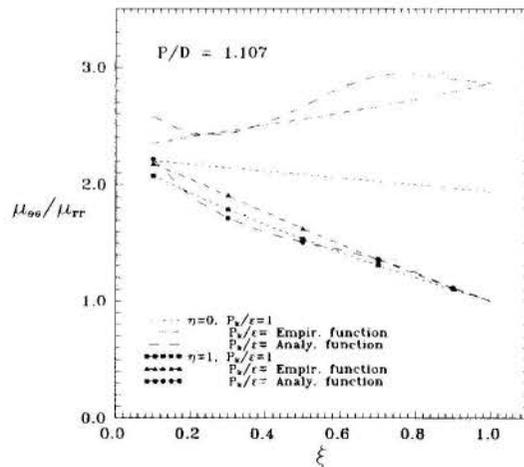


Figure 11 - Transport coefficient ratio for centerline and gap, $Re=48400$.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA MUDANÇA DE FASE DE MATERIAIS METÁLICOS EM MOLDES DE GEOMETRIA CILÍNDRICA

A. J. DA SILVA

Instituto Politécnico do Rio de Janeiro

Cx.P. 97282 — Nova Friburgo — RJ

Resumo

É apresentada a afiação de um modelo simples da mudança de fase de um material metálico em um molde de geometria cilíndrica resolvido pelo método de volumes finitos. O modelo, que considera aspectos como a ação de pós exotérmicos e a formação de um filme de ar entre o molde e o material que se solidifica, mostra-se satisfatório para a predição de parâmetros globais como o tempo total de solidificação.

Introdução

A solidificação de materiais metálicos em geral é assunto de grande interesse para aplicações tecnológicas no ramo da siderurgia. As características metalúrgicas e de resistência mecânica de peças de aço têm conexão direta com o crescimento dos grãos cristalinos, o que, juntamente com algumas falhas passíveis de ocorrer durante o processo, é determinado pelo resfriamento da liga dentro do molde. Durante esse processo ocorrem mudanças de fase da estrutura cristalina, que, assim como a solidificação propriamente dita, estão associadas à liberação de entalpia que contribui para o reaquecimento do corpo metálico. A solidificação e o resfriamento, por outro lado, resultam em alterações do volume da massa metálica, podendo provocar, em geral, vazios dentro do bloco solidificado. A contração durante a solidificação também é responsável pelo surgimento de um espaço ("gap") entre a superfície externa do bloco metálico e o seu molde, implicando em uma resistência térmica adicional, cujo valor é de difícil determinação. A adição de pós exotérmicos implica em uma fonte externa de energia que também precisa ser considerada no modelo térmico. Vários autores têm-se ocupado na busca de uma modelagem tão próxima dos casos reais quanto possível. Diversos métodos numéricos têm também sido empregados na solução desses modelos e na tentativa de abranger geometrias mais complexas. Não obstante essas dificuldades, muitas vezes, o processo de resfriamento e conseqüente solidificação de um material em moldes metálicos, como no caso de lingotes de aço, é dominado pela transferência de calor entre o material e o molde, em um processo caracterizado pela tendência de uma homogeneização térmica entre ambos. Entendemos, por isso, que uma simulação computacionalmente eficiente e de razoável precisão pode ser obtida a partir de um modelo simples aliado a um método numérico eficiente, bem documentado na literatura e de fácil implementação, desde que se possa

encontrar parâmetros médios que bem caracterizem a interação térmica entre o material e o seu molde.

Os aspectos acima tornam desejável que as previsões de um modelo simples, de baixo custo computacional, possam ser comparadas com resultados de uma dada simulação com medidas tomadas de um caso real. No presente trabalho é apresentada uma simulação numérica da solidificação e resfriamento de um bloco de aço de geometria cilíndrica em um molde metálico. Os resultados para evolução no tempo da posição da frente de solidificação na região central do bloco metálico podem ser usados para validar hipóteses que permitem uma considerável simplificação, resultando em um algoritmo de fácil implementação e rápida solução.

Análise

O objetivo aqui é obter uma formulação que possibilite por meio da evolução do campo de temperaturas o acompanhamento da mudança de fase de um material inicialmente no estado líquido. O material resfria-se cedendo calor para o ambiente através das paredes do molde e, com isso, solidifica-se. A geração de calor latente durante a mudança de fase será considerada com auxílio da definição da entalpia H do material, permitindo reduzir o problema de difusão com geração de calor a um problema de difusão pura. Serão desprezados os efeitos de convecção natural, que resultam em correntes do material fluido durante o resfriamento. Com estas simplificações, a equação de balanço da energia térmica do sistema se escreve:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \nabla \cdot [k^*(T^*) \cdot \nabla T^*] + Q^*(t^*, T^*) \quad (1)$$

O termo de geração $Q^*(t^*, T^*)$ é diferente de zero apenas nas regiões onde o material sofre mudança de fase, podendo ser

expresso por:

$$Q^*(t^*, T^*) = \rho^* \cdot L^* \cdot \frac{\partial f_s}{\partial t^*} \quad (2)$$

onde L^* representa o calor por unidade de massa liberado durante a mudança de fase e f_s é a fração de material no estado sólido. A taxa local de geração de calor está, assim, associada à quantidade de material que efetivamente se solidifica em um dado instante. Juntamente à fração de material sólido, f_s , defini-se a fração local de material no estado líquido, f_l , valendo a relação:

$$f_s + f_l = 1 \quad (3)$$

O termo de geração só estará perfeitamente definido, depois de relacionarmos f_s com a temperatura do material T^* . Para tanto, uma das hipóteses mais simples, e que é adotada aqui, é a de uma interpolação entre T_l^* e T_s^* . Para uma temperatura acima de T_l^* existe apenas material na fase líquida, enquanto que, para temperaturas abaixo de T_s^* , o material encontra-se completamente solidificado. A uma temperatura intermediária admite-se que:

$$f_s^* = \frac{(T_l^* - T^*)}{(T_l^* - T_s^*)} \quad (4)$$

Ou seja, a fração de sólido varia linearmente com a temperatura T^* durante a mudança de fase. Esta é uma simplificação que pode ser facilmente substituída por modelos mais complexos, mas que não compromete a validade dos passos a seguir.

Substituindo-se a eq.(2) na eq.(1) obtém-se:

$$\left[\rho^* \cdot c_p - \rho^* \cdot L^* \cdot \frac{\partial f_s}{\partial T^*} \right] \cdot \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \nabla \cdot \left[k^*(T^*) \cdot \nabla T^* \right] \quad (5)$$

Definindo-se

$$H^*(T^*) = \int \left[\rho^* \cdot c_p + \rho^* \cdot L^* (1 - f_s) \right] \cdot dT^* \quad (6)$$

segue que

$$\frac{\partial H^*}{\partial t^*} = \left[\rho^* \cdot c_p + \rho^* \cdot L^* \cdot \frac{\partial f_s}{\partial T^*} \right] \cdot \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = C(T^*) \cdot \frac{\partial T^*}{\partial t^*} \quad (7)$$

com

$$C(T^*) = \left[\rho^* \cdot c_p + \rho^* \cdot L^* \cdot \frac{\partial f_s}{\partial T^*} \right] \quad (8)$$

onde, obviamente,

$$C(T^*) \equiv \frac{\partial H^*}{\partial T^*}$$

A função $H^*(T^*)$ é dependente do material e pode ser encontrada na literatura tabelada para materiais como o aço, como em DAVIES(1973). Substituindo-se a expressão(8) na eq.(5) obtém-se:

$$C(T^*) \cdot \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \nabla \cdot \left[k^* \cdot \nabla T^* \right] \quad (9)$$

Para uma aplicação prática, considera-se um domínio de geometria cilíndrica representada na fig.1 com simetria axial, para o qual a eq.(9) pode ser escrita na forma

$$C(T^*) \cdot \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left[r^* \cdot k^* \cdot \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right] + \frac{\partial}{\partial z^*} \left[k^* \cdot \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right] \right] \quad (10)$$

com as condições de contorno:

$$\frac{\partial T^*}{\partial r^*}(r^*=0) = 0$$

$$k^* \cdot \frac{\partial T^*}{\partial r^*}(r^*=R_{ext}^*) = h^* [T^*(r^*=R_{ext}^*) - T_{amb}^*]$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial z^*}(z^*=0) = 0$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial z^*}(z^*=H^*) = 0$$

e as condições iniciais:

$$T^*(\text{região A}) = T_{mat}^*$$

$$T^*(\text{região B}) = T_{molde}^*$$

Onde h^* é o coeficiente de transferência de calor na parede externa do molde para o ambiente. T_{mat}^* e T_{molde}^* representam as temperaturas iniciais do material líquido e do molde, respectivamente uniformes. A condição $\frac{\partial T^*}{\partial z^*}(z^*=H^*) = 0$ simula a adição de produtos que, durante o resfriamento, visam compensar a perda de calor na superfície do material. A ação desses aditivos pode ser vista como um retardamento no resfriamento da região próxima à superfície, o que é aqui simplesmente simulado pela condição de isolamento térmico.

Adimensionalização

Para a adimensionalização do problema são introduzidas as seguintes variáveis:

$$r = \frac{r^*}{R_{int}^*}$$

$$z = \frac{z^*}{R_{int}^*}$$

$$T = \frac{(T^* - T_{amb}^*)}{(T_{mat}^* - T_{amb}^*)} \quad K(T) = \frac{k^*(T^*)}{k_{ref}^*}$$

$$C(T) = \frac{C^*(T^*)}{(\rho^* \cdot c_p^*)_{ref}} \quad t = \frac{t^*}{\Delta t_{ref}^*}$$

$$\Delta t_{ref}^* \equiv \frac{(R_{int}^*)^2 \cdot c_{p,ref}^*}{k_{ref}^*}$$

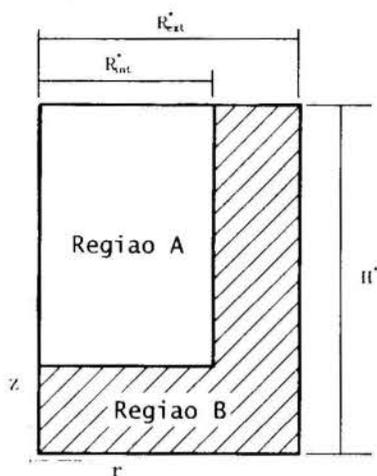


fig. 1 – Domínio de Integração

A substituição das variáveis acima definidas na eq.(10) resulta na forma adimensional:

$$C(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[r \cdot k \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right] \quad (11)$$

Resultados e conclusões

A eq.(10) foi resolvida numericamente pelo método de volumes finitos (veja detalhes em PATANKAR(1979)). A discretização com volumes finitos permite com facilidade a consideração de uma resistência térmica adicional que surge entre o material que se solidifica e o molde. O valor dessa resistência varia durante o processo de solidificação e seu valor final depende também de aspectos como a forma e a região considerada do molde. Não obstante esses fatos e buscando manter uma simplicidade na concepção do código, optou-se por adotar um valor médio e constante durante todo o tempo de resfriamento. Os resultados assim obtidos puderam ser comparados com dados de um caso real, para o qual registrou-se a evolução no tempo da posição da frente de solidificação na região central de uma massa de aço fundido. Como pode-se observar na fig.(2), o modelo aqui empregado, embora simples, pode prever o tempo total de solidificação com razoável grau de aproximação. Para tanto, segundo HARTOG(1972), uma resistência térmica na interface $\alpha^* = 420 \text{ W/K} \cdot \text{m}^2$ fornece os melhores resultados.

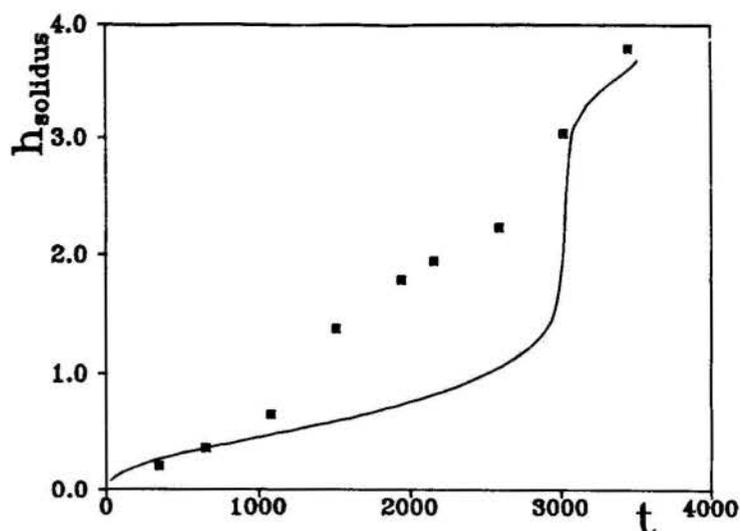


fig. 2 – Solidificação na linha central

O trabalho permite concluir que uma análise térmica baseada em um modelo de difusão e geração de calor, aliada a um método numérico de simples implementação pode fornecer resultados concretos para a simulação da solidificação de materiais. Na concepção de tais programas, seria interessante incluir previsões de falhas e defeitos passíveis de ocorrer durante a solidificação, tais como segregação e formação de porosidade. A inclusão desse tipo de análise apresenta-se como uma próxima etapa no desenvolvimento de uma ferramenta computacional que possa ser utilizada para a uma avaliação mais completa do processo de solidificação e suas conseqüências nas características mecânicas de uma peça fundida. A simplicidade dos métodos e da solução numérica mostra boas perspectivas no sentido da elaboração de programas computacionais de fácil implementação e de baixo custo.

Referências

- Davies, V. de L., Stokke, S., Westby, O; "Numerical Computation of Heat and Temperature Distribution in Castings", British Foundryman, vol. 66, pp. 305-313, 1973
- Hartog, H.W., Rabenberg, J.M., Willemse, J., "Application of a Mathematical Model in the Study of the Ingot Solidification Process", Ironmaking and Steelmaking (quarterly), nr. 2, pp. 134-144, 1972
- Isaac, J., Reddy, G.P., Sharma, G.K., "Variation of heat transfer coefficients during solidification of castings in metallic molds", British Foundryman, November 1985, pp. 465-468

Nishida, Y., Droste, W., Engler, S., "The Air-Gap Formation Process at the Casting-Mold Interface and the Heat Transfer Mechanism through the Gap", Metallurgical Transactions B, vol. 17B, pp. 833-844, 1986

Palmieri, W.; "Simulação da solidificação de lingotes cilíndricos de aço médio-carbono através de método numérico", Dissertação de Tese de Mestrado, UNICAMP, 1989

Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, 1979

Rader, L.A., Haines, D.R., "Computer Simulation of Experimental Riser Studies", Transactions of the American Foundry Society, vol. 14, pp. 89-94, 1983

Thomas, B.G., Samarasekera, I.V., Brimakombe, J.K., "Comparison of Numerical Modeling Techniques for Complex Two-Dimensional, Transient Heat-Conduction Problems", Metallurgical Transactions B, vol. 15B, pp. 307-318, 1984

Abstract

The present work shows the comparison of a simple model for the phase change of a metallic material with experimental results for the steel ingot solidification in a mold of cylindrical geometry. The model takes into account the effect of addition of exothermic materials and an air gap between the ingot and the mold and gives satisfactory results for global parameters such as the solidification time.

MODELAMENTO DE UMA BOMBA TERMOCAPILAR PARA DISSIPACÃO TÉRMICA EM SISTEMAS ELETRÔNICOS

E.F. RODRIGUES¹, M.F.B. CORTEZ², N.R. ROCHA²

1-UFOP-DETEF, Praça Tiradentes 20, 35400-Ouro Preto/MG

2-UFMG-DEMEC, Av. Antônio Carlos 6627, 31270-Belo Horizonte/MG

RESUMO

Um modelo físico-matemático para um circuito de bomba termocapilar, para dissipação de calor de componentes eletrônicos, em ambiente de gravidade zero, é apresentado. Selecionaram-se a amônia e o freon-11 como fluidos de trabalho e o alumínio como material de fabricação. A eficiência térmica é definida em função das perdas de pressão ao longo dos principais componentes. Observou-se uma boa concordância dos resultados com dados experimentais da literatura.

INTRODUÇÃO

A Bomba Termocapilar (BT) é um sistema bifásico de transporte de calor que utiliza, somente, a força capilar para o bombeamento hidrodinâmico no circuito, não necessitando de fontes externas de energia para o bombeamento do fluido de trabalho, sendo, quanto ao consumo de energia, bastante eficiente. Seu funcionamento é similar aos princípios do tubo de calor, diferindo-se deste, essencialmente, no tocante ao retorno de líquido em direção à seção do evaporador. Além da aplicação no campo aeroespacial, a BT pode ser utilizada, também, em ambiente terrestre, para dissipação de calor gerado por componentes eletrônicos, podendo, vantajosamente, substituir métodos convencionais de resfriamento.

O conceito de BT foi, inicialmente, investigado por Stenger da NASA/Lewis em meados de 1960. Somente no período de 1981 a 1987, a NASA, juntamente com a OAO Corporation, alcançou progressos significativos em BT. Em 1982, um protótipo de BT foi desenvolvido e testado pela NASA/GSFC. Em 1987, na 6th International Heat Pipe Conference, outras importantes comunicações foram apresentadas, (Furukava et al, 1987) e (Ku et al, 1987, a,b).

Neste trabalho, adotou-se um evaporador retangular, diferente dos modelos descritos nas referências acima. O modelo retangular, por sua maior adaptação à superfície de transferência de calor dos componentes eletrônicos possibilitou taxas de calor mais elevadas e mais uniformes. Efetuou-se um modelamento dos componentes do circuito, para operações em gravidade zero, visando-se um projeto mais eficiente.

MATERIAIS E MÉTODOS

O princípio de funcionamento da BT é descrito a seguir (Fig. 1). A carga térmica a ser dissipada é aplicada no evaporador. O vapor gerado escoam, através da tubulação de vapor, até ao condensador, onde a carga térmica é removida. Antes de retornar ao evaporador, o fluido escoam através de um sub-resfriador, para evitar que bolhas de vapor no líquido condensado atinjam o leito poroso do evaporador. Através de uma linha de retorno de líquido, o fluido atinge o evaporador, completando-se o circuito. Para armazenamento de fluido de trabalho, conecta-se ao circuito um reservatório contendo, também, gás não-condensável, para controle de temperatura do sistema.

A metodologia empregada para o desenvolvimento do modelo matemático da BT consistiu em:

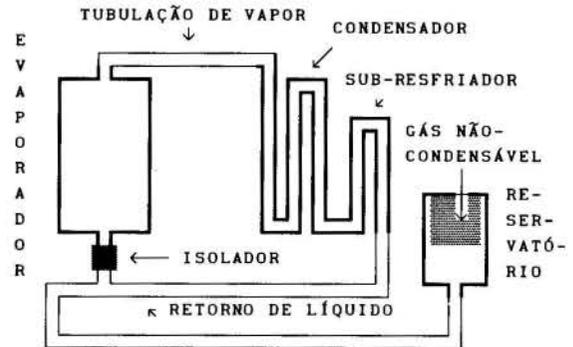


Figura 1. Esquema de uma Bomba Termocapilar.

a) Análise de Perdas de Carga - A operação do sistema exige que a pressão capilar desenvolvida no leito poroso seja superior às perdas de pressão em todos os componentes do circuito:

$$\Delta P_{cap} \geq \Delta P_{evap} + \Delta P_{tub_{vap}} + \Delta P_{cond} + \Delta P_{sub} + \Delta P_{tub_{liq}} + \Delta P_{isol} \quad (1)$$

b) Preestabelecimento da Temperatura de Operação - Quando de variações nas condições de operação, o reservatório de fluido, sempre preenchido com líquido, realiza o bloqueio parcial do condensador e sub-resfriador (comprimentos efetivos) e, assim, controla a temperatura do sistema.

c) Balço Térmico no Sistema.

Considerou-se, em todos os componentes, escoamento incompressível. As razões para se limitarem os efeitos de compressibilidade no escoamento são: minimizar as perdas de carga no evaporador e impedir efeitos associados a não-isotermicidade do escoamento entre as seções de evaporação e condensação.

No projeto da BT, adotou-se o seguinte procedimento:

Fluido de Trabalho e Material de Fabricação - O fluido de trabalho foi selecionado, de forma a se garantirem uma eficiência térmica satisfatória e compatibilidade

química com o material de fabricação da BT. Dada a aplicação no campo aeroespacial, o material deve ser leve, resistente, durável e confiável. Dois fluidos adequados foram Amônia e Freon-11. O material de fabricação selecionado foi o alumínio.

Seção de evaporação - O evaporador consistiu de uma placa em alumínio e de um leito poroso sinterizado de pó de alumínio (Fig. 2). Esta placa apresentava a superfície em contato com os componentes eletrônicos plana e a outra voltada para o leito poroso com microcanaletas. O fluido atingia estas microcanaletas por meio do bombeamento capilar, no pelo leito poroso.

O leito poroso é um elemento essencial na BT. Em sua superfície ocorre a evaporação do líquido, não devendo haver impedimento ao bombeamento capilar. O desempenho do circuito depende da capacidade de bombeamento capilar máxima, caracterizada pelo tamanho das partículas do leito poroso. A taxa de transferência de calor máxima corresponde à pressão de bombeamento capilar máximo.

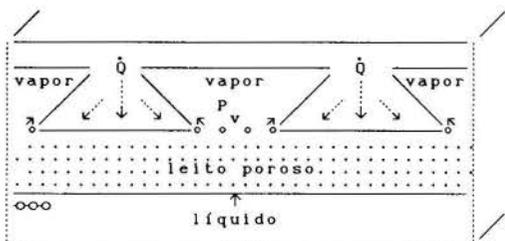


Figura 2. Modelo de evaporador adotado.

O modelo de evaporação adotado neste trabalho baseia-se em Saaski (1974). Este modelo, bem como o de Feldman e Nooreem (1980) — ambos com meniscos invertidos — mostraram-se superiores aos modelos com meniscos convencionais do tubo de calor. O modelo de Saaski é baseado nas seguintes hipóteses: a) predominância do limite capilar sobre os demais limites de operação; b) evaporação na interface do leito poroso (interface líquido-vapor); c) distribuição de temperatura no evaporador unidimensional e uniforme; d) condução na parede do evaporador, convecção (vapor) nas microcanaletas (escoamento laminar), convecção (líquido) no leito poroso (escoamento laminar); e) forças inerciais desprezíveis.

Um balanço de energia no evaporador fornece a vazão mássica e o coeficiente de transferência de calor, dados pelas expressões:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_{inp}}{h_{lv} + c_{p,l} (T_{sat} - T_{sub})} \quad (3)$$

$$h_{evap} = \frac{\dot{Q}_{inp}}{A_{evap} (T_p - T_{sat})} \quad (4)$$

A perda de carga total no evaporador compõe-se de três parcelas: da perda de carga nas microcanaletas de vapor (ΔP_v), da perda de carga no canal de líquido (ΔP_l) e da perda de carga no leito poroso (ΔP_w):

$$\Delta P_{eva} = \Delta P_v + \Delta P_w + \Delta P_l \quad (5)$$

ΔP_v , ΔP_w e ΔP_l foram calculadas pela expressão de Poiseuille:

$$\Delta P_l = \frac{8 \pi \mu_l \dot{m}_l L}{\rho_l A_l^2}, \text{ para } l = \text{vap ou liq}, \quad (6)$$

e

$$\Delta P_w = \frac{\delta \mu_l \dot{m}_l}{\rho_l A_w k}, \quad (7)$$

onde k — permeabilidade do leito poroso — foi definida da segundo Kozeny-Carman, citado em Rodrigues (1991).

Seção de condensação/sub-resfriamento - O vapor à saída do evaporador até à entrada do condensador encontra-se saturado ou superaquecido. A seção de condensação deve ser projetada para dissipar todo o calor injetado no evaporador. Após o condensador, um sub-resfriador de líquido, impede que bolhas de vapor atinjam o leito poroso do evaporador. Conforme dados experimentais (Ku et al, 1987-a), uma quantidade adicional de 2% sobre a carga térmica a ser dissipada no condensador é suficiente para garantir o sub-resfriamento necessário.

Adotou-se para a condensação, o modelo de Soliman et al (1968), aprimorado, que descreve um escoamento anular entre os pontos E e F, conforme figura a seguir.

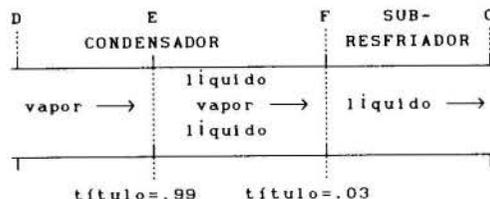


Figura 3. Esquema do Condensador/Sub-resfriador

Um balanço de energia nesta seção leva à taxa de calor total dissipada pelo condensador:

$$\dot{Q}_{cond} = \dot{m} c_{p,v} (T_D - T_E) + \dot{m} h_{lv} \quad (8)$$

Para a seção de sub-resfriamento, a taxa de calor dissipada é:

$$\dot{Q}_{sub} = \dot{m} c_{p,l} (T_F - T_G) \quad (9)$$

A perda de carga no condensador deve-se a três parcelas:

$$\Delta P_{cond} = \Delta P_{DE} + \Delta P_{EF} + \Delta P_{cur_b} \quad (10)$$

ΔP_{DE} representa a perda de carga do escoamento de vapor superaquecido à entrada do condensador, calculada pela relação (11). ΔP_{EF} é a perda de carga na condensação, cujo cálculo considera escoamento de vapor turbulento na região central do tubo e filme líquido junto à parede, conforme modelo de Soliman. ΔP_{cur_b} refere-se à perda de carga do escoamento bifásico nas curvas, calculada segundo Collier (Rodrigues, 1991).

Linhas de Vapor e Líquido - Estas linhas são na forma de tubos em alumínio lisos e isolados. Devem ser projetadas, visando a minimização da queda de pressão. O escoamento nas tubulações de vapor e líquido foi consi-

derado incompressível, adiabático e unidimensional.

A queda de pressão nas linhas de vapor e de retorno de líquido é:

$$\Delta P_{\text{tub}} = \Delta P_{\text{ret}} + \Delta P_{\text{cur}} \quad (11)$$

Reservatório - A função do reservatório é armazenar e suprir o circuito com fluido de trabalho, em quantidade necessária para manter a temperatura de operação, quando da variação da carga térmica a ser dissipada. Seu dimensionamento levou em conta duas condições extremas de funcionamento da BT:

- carga térmica a ser dissipada **mínima** e temperatura do absorvedor externo do condensador **baixa**;
- carga térmica a ser dissipada **máxima** e temperatura do absorvedor externo do condensador **alta**.

Segundo Furukawa et al (1987), pode-se controlar a variação da temperatura de saturação da BT em torno de 2.5°C, considerando-se uma razão entre os volumes do reservatório e do condensador maior que 5.

Isolador - O isolador é um dispositivo de segurança para evitar bolhas de vapor no leito poroso. É um tubo isolado, com uma fina camada de leito poroso com partículas de diâmetro maior e porosidade superior em comparação com o leito poroso do evaporador. Seu dimensionamento considerou escoamento laminar, incompressível e adiabático. A perda de carga através do leito é determinada pela equação (7).

SIMULAÇÃO

Para a simulação do modelo global do circuito, empregou-se o software TRNSYS, implementado com cinco sub-rotinas específicas para a BT, desenvolvidas pela autora, para descrição dos componentes principais do circuito.

RESULTADOS

Para verificação do modelo de BT, fez-se um teste comparativo com um caso típico apresentado pela NASA/GSFC (1982). Verificou-se uma boa concordância entre os dois modelos, com desvios máximos da ordem de 5%, à exceção dos valores da queda de pressão no condensador (da ordem de 10% a 20 %, pelo fato de se tratar de modelos diferentes nos dois casos).

Simulações foram realizadas para uma BT com as características apontadas na Tabela 1, cujos resultados são apresentados nas figuras 4 a 8. Para um circuito operando com amônia e Freon-11, considerou-se a mesma carga térmica no evaporador, variável ao longo do tempo (Fig. 4). A figura 5 ilustra uma comparação entre a pressão capilar no circuito (PCM) e a queda de pressão total (SDP), para os dois fluidos considerados. Com Freon-11 resulta uma SDP maior do que com amônia, o que favorece a amônia como fluido de trabalho. As figuras 6 e 7 mostram a queda de pressão nos componentes do circuito operando com amônia e Freon-11, respectivamente. Diferença expressiva, da ordem de 400 N/m², verificou-se para os dois fluidos, conforme figura 8 - queda de pressão no evaporador (DPE), para amônia e Freon-11. A simulação compreendeu análises da queda de pressão no circuito, para cargas térmicas, variáveis temperatura de operação fixa de 20°C, para ambos os fluidos em questão. Por este motivo, não foi abordado o perfil de temperatura ao longo do tempo.

CONCLUSÕES

A confecção do leito poroso em alumínio mostrou-se física e quimicamente compatível com os fluidos de

Tabela 1. Características do Protótipo.

<u>Evaporador</u>	
Material	Placa de alumínio
Comprimento	12.5 cm
Largura	7.5 cm
Nº Ranhuras de Vapor	24
Raio Hidráulico das Ranhuras	1.58 x 10 ⁻³ m
Altura da canaleta de líquido	1.5 x 10 ⁻² m
Geometria	fig. 2
<u>Leito Poroso</u>	
Material	sinterizado de alumínio
Raio capilar efetivo	9.64 x 10 ⁻⁶ m
Porosidade	39 %
Espessura	3.5 x 10 ⁻³ m
<u>Tubulação de Vapor</u>	
Material	Tubo de alumínio liso
Diâmetro interno	1.1 x 10 ⁻² m
Comprimento	9.8 m
Número de Dobras	5 (180°)
<u>Tubulação de Líquido</u>	
Material	Tubo de alumínio liso
Diâmetro interno	4.6 x 10 ⁻³ m
Comprimento	9.8 m
Número de Dobras	5 (180°)
<u>Condensador</u>	
Material	Tubo de alumínio liso
Diâmetro interno	4.7 x 10 ⁻³ m
Comprimento	efetivo
<u>Isolador</u>	
Diâmetro Interno	4.6 x 10 ⁻³ m
Espessura	5.0 x 10 ⁻⁴ m
Porosidade	65 %
Raio Capilar Efetivo	1.23 x 10 ⁻⁵ m

trabalho selecionados. A BT operando com amônia apresentou uma eficiência térmica satisfatória. Os resultados do modelo desenvolvido neste trabalho mostraram boa concordância com dados experimentais da literatura. A ocorrência de resultados divergentes na seção de condensação sugere ensaios em protótipos, para validação do modelo de condensação. A queda de pressão mais acentuada ocorreu na seção de evaporação. A pressão capilar desenvolvida na superfície do leito poroso manteve-se independente das variações na carga térmica. O fluxo de calor máximo injetado na seção de evaporação foi da ordem de 31 W/cm² (não se considerando, nesta análise, o fenômeno de "burnout" do leito poroso), valor superior aos indicados para os modelos convencionais. Conseqüentemente, o evaporador, com a geometria adotada, possibilitou cargas térmicas maiores, em comparação com evaporadores circulares apresentados na literatura. O TRNSYS modificado e implementado mostrou-se satisfatório e confiável para a simulação do modelo proposto.

REFERÊNCIAS

- "Capillary Pump Loop (CPL) Heat Pipe Development Status Report", Report to NASA Goddard Space Flight Center, prepared by OAO Corporation, Greenbelt, Maryland, 1982.
- Feldman, K.T. and Nooreen, D.L., "Design of Heat Pipe Cooled Laser Mirrors with an Inverted Meniscus Evaporator Wick", AIAA Paper 80-148, Presented at the AIAA 18. Aerospace Sciences Meeting, Pasadena, California, 1980.
- Furukawa M., Masuda S., Yoshimura Y., Tanaka K., Fujii G., Machida T., "Development of Capillary Pump Loop for Space Application", Proceed. of 6th Intern.

Heat Pipe Conference, pp. 310-314, Grenoble, France, 1987.

.Ku, J., Krolizek, E.J. and McIntosh, R., "Analytical Modelling of the Capillary Pumped Loop", Proceedings of 6th International Heat Pipe Conference, pp. 299-309, Grenoble, France, 1987.

.Ku, J., Krolizek, E.J., McIntosh, R., "Capillary Pumped Loop Technology Development", Proceedings of 6th Intern. Heat Pipe Conference, pp. 288-297, Grenoble, France, 1987.

.Saaski, E.M., "Investigation of an Inverted Meniscus Heat Pipe Wick Concept", NASA CR- 137724, NASA AMES Research Center, California, 1974.

.Soliman, M., Schuster, J.R., Berenson, P. J., "A General Heat Transfer Correlation for Annular Flow Condensation", Journal Heat Transfer, Trans. ASME, S.C., Vol. 90, N^o 2, pp. 267-276, 1968.

.Rodrigues, E.F., "Modelamento Físico-Matemático e Simulação de um Circuito de Bomba Termocapilar", Dissertação de Mestrado, UFMG, MG, 1991.

ABSTRACT

A model of a thermocapillary pump loop for electronics components heat dissipation in zero gravity conditions was presented. Ammonia and Freon-11 have been the choosen working fluids and Aluminium was the construction material. The thermal efficiency was defined as a function of the pressure losses along the main components. Good agreement with experimental results of other sources has been obtained.

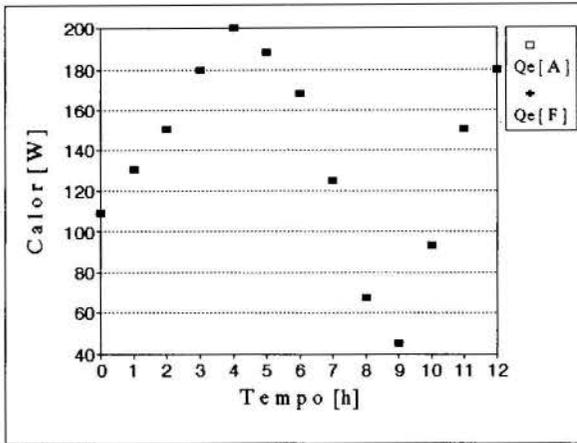


Figura 4. Distribuição de carga térmica no evaporador em função do tempo.

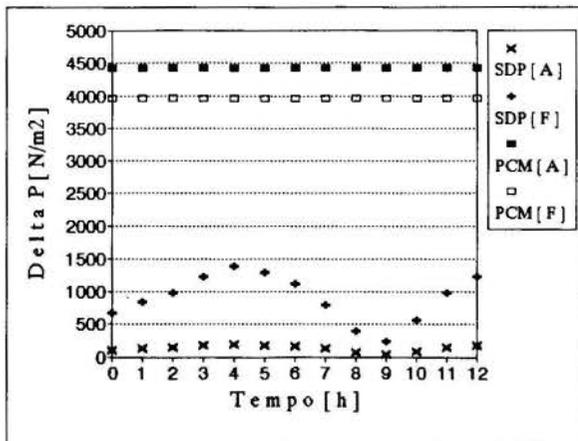


Figura 5. Queda de pressão total no circuito e pressão capilar no leito poroso ao longo do tempo.

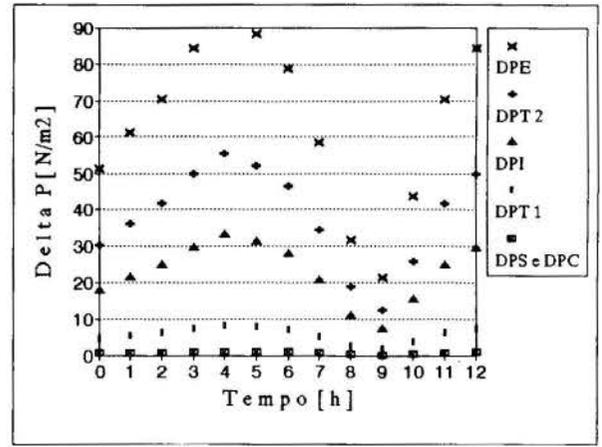


Figura 6. Queda de pressão nos componentes do circuito operando com amônia ao longo do tempo.

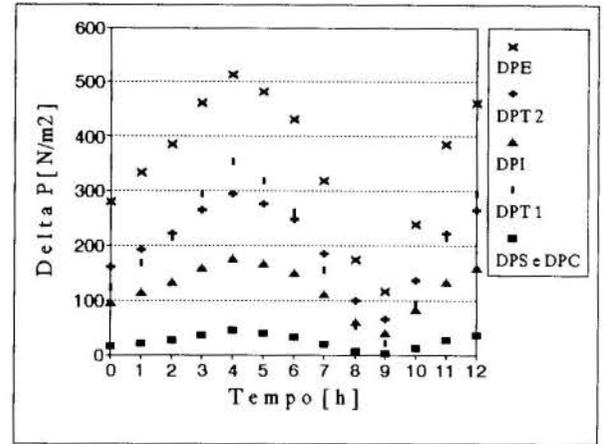


Figura 7. Queda de pressão nos componentes do circuito operando com Freon-11 ao longo do tempo.

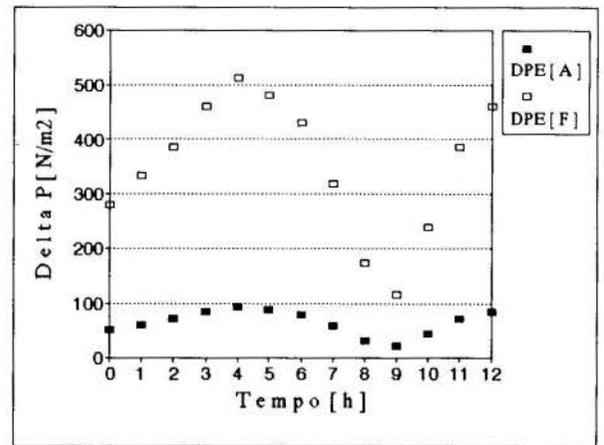


Figura 8. Queda de pressão no evaporador dos circuitos em função do tempo.

"Modelamento Bidimensional da Partida Lenta de Tubos de Calor"

Hanriot, S. M.; Prof. Depto Engenharia Mecânica PUC-MG

Rocha, N. R.; Prof. Depto Engenharia Mecânica UFMG

RESUMO

Este trabalho analisa as condições de partida lenta do escoamento do vapor em um tubo de calor, tomando-se como base as equações de Navier-Stokes, da energia e da continuidade. A solução das equações se baseia em um programa que resolve um sistema acoplado de equações diferenciais parciais não-lineares, dependentes do tempo, que são definidas sobre uma região bidimensional retangular. Os perfis de velocidade e temperatura são descritos desde o início da operação do dispositivo até o estado permanente.

INTRODUÇÃO

A necessidade das soluções técnicas de problemas de transferência de calor sob condições de altas potências térmicas com baixos gradientes de temperatura deu origem ao estudo de um dispositivo "supercondutor de calor", denominado Tubo de Calor (Heat Pipe).

O estudo da descrição dos fenômenos físicos envolvidos na operação de tais dispositivos nos motivou a uma análise das condições de operação em regime transiente.

A dificuldade de tal análise reside no fato da existência de vários modos de partida ("start-up") que dependem basicamente da carga térmica empregada.

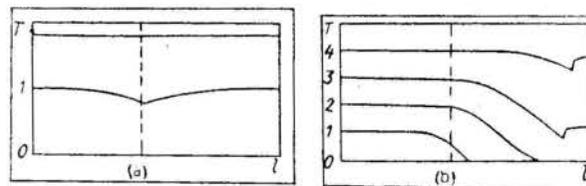
A análise do problema se restringiu ao estudo da situação de partida lenta (Cotter, 1967) no escoamento do vapor de um tubo de calor. Dentro da situação apresentada, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo físico-matemático bidimensional e transitório que possibilite a determinação dos campos de velocidade e temperatura do escoamento do vapor em um tubo de calor convencional.

DINÂMICA DA PARTIDA

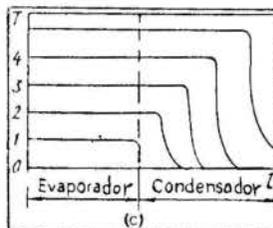
O entendimento das condições em que o tubo de calor tem uma partida ("start-up") com sucesso e os vários fenômenos que podem inibir a partida são importantes no uso prático de tais dispositivos. O comportamento transiente depende tanto da estrutura do tubo de calor, quanto da maneira como ele é aquecido e resfriado. Geralmente, o evaporador é aquecido uniformemente sobre o seu comprimento com um fluxo de calor total que pode variar no tempo, e o condensador é resfriado por convecção ou radiação ao longo do seu comprimento.

Segundo Cotter (1967), três modos diferentes de partida são observados na prática e eles podem ser reconhecidos pela forma do perfil de temperaturas desenvolvido no tubo de calor, como mostra a figura 1, pelos diagramas A, B e C. A abscissa representa a distância ao longo do tubo e a ordenada, a temperatura da parede do tubo.

O número marcado em cada curva representa a proporcionalidade do tempo decorrido desde a partida.



(a) partida uniforme (b) partida frontal



(c) partida frontal (gás não-condensável)

Figura 1 - Perfis de temperatura ao longo do tubo

A partida uniforme, mostrada na figura 1-A, é observada quando a densidade do vapor à temperatura ambiente é alta, causando assim um refluxo imediato de líquido através do tubo. A partida frontal, figura 1-B, é observada quando a densidade do vapor à temperatura ambiente é tão baixa que o livre caminho médio molecular excede ao diâmetro da passagem do vapor. Este modo de partida (figura 1-B) apresenta um número de configurações das curvas de temperaturas que podem tornar o entendimento quantitativo complexo, tendo em vista que:

1) a densidade do vapor na zona quente se eleva e o livre caminho médio molecular se torna pequeno, quando comparado com o diâmetro de passagem do vapor, ocorrendo na zona quente um fluxo de vapor contínuo, enquanto que, no final da seção fria, no condensador, o vapor tem um fluxo como se fossem moléculas livres.

2) os efeitos de compressibilidade são importantes, visto que a velocidade de vapor pode ser transônica.

O modo de partida da figura 1-C ocorre quando existe gás não condensável dentro do tubo. Inicialmente, apenas o evaporador se aquece uniformemente. Como a pressão do vapor aumenta, o gás não condensável sai da região do evaporador até o ponto onde a pressão do vapor e do gás for igual. Como a pressão do vapor aumenta com o aumento da temperatura, a zona de vapor aumenta no comprimento, comprimindo o gás não condensável.

Esses três modos de partida representam casos limites. Vários modos intermediários podem ser observados. Observa-se, finalmente, que quando o aquecimento é lento, o tubo de calor passa por uma série de estados de temperatura estacionários no processo transiente e o calor que entra na zona quente durante o aquecimento é extraído na zona de condensação.

Uma vez que o gradiente axial de temperatura em um tubo de calor é determinado principalmente pela queda de pressão, a temperatura no evaporador será inicialmente maior do que a temperatura no condensador. O nível da temperatura alcançado no evaporador irá depender do fluido de trabalho usado. Se a carga térmica de entrada é grande o suficiente, a frente de temperatura irá gradualmente se mover em direção à seção do condensador.

Durante a partida do tubo de calor, a temperatura do evaporador aumentará de muitos graus até a frente alcançar o final do condensador. Neste ponto a temperatura, no condensador, crescerá até a parede metálica do tubo se tornar praticamente isotérmica.

HIPÓTESES RESTRITIVAS

As equações para o escoamento do vapor a serem utilizadas no modelo são as equações de Navier-Stokes, da energia e da continuidade (Daily, 1965). As hipóteses restritivas do modelo são:

- (1) - O escoamento do vapor é considerado incompressível e laminar;
- (2) - O escoamento do vapor tem simetria axial;
- (3) - Considera-se que a evaporação e a condensação ocorrem somente na interface vapor-líquido;
- (4) - A condução térmica axial na parede do tubo é desprezada, tendo em vista a comparação com a condução térmica radial;
- (5) - As temperaturas do vapor, do líquido e do meio poroso na interface de vaporização e condensação são consideradas iguais;
- (6) - A temperatura do fluido utilizado para o resfriamento do condensador é constante;
- (7) - A carga térmica fornecida no evaporador é uma função conhecida do tempo;
- (8) - Os materiais, dimensões e demais características físicas do tubo de calor são conhecidos;
- (9) - A viscosidade do fluido é considerada constante;
- (10) - O escoamento é bidimensional e transiente;

ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MODELO

Embora o sistema de coordenadas adotado seja o cartesiano, denominaremos a abscissa de coordenada axial e a ordenada de coordenada radial.

A adimensionalização é feita consi-

derando-se os seguintes parâmetros:

a) coordenadas espaciais:

$$\mathcal{X} = \frac{x}{L} \quad \text{e} \quad \mathcal{Y} = \frac{y}{r_v}$$

b) velocidade axial e radial:

$$U = \frac{u}{V_r} \quad \text{e} \quad V = \frac{v}{V_r}$$

c) termo de pressão:
$$P = \frac{P}{\rho V_r^2}$$

d) temperatura:
$$T = \frac{T - T_{st}}{T - T_{st}}$$

e) tempo $\tau = \frac{t V_r}{L}$ onde r_v : raio do vapor

L: comprimento do tubo

V_r : velocidade radial no estado permanente

T_{st} : temperatura na partida do evaporador

A equação da continuidade pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial U}{\partial \mathcal{X}} + \Gamma \frac{\partial V}{\partial \mathcal{Y}} = 0 \quad (1)$$

As condições de contorno do escoamento do vapor são:

Nas extremidades planas do evaporador e do condensador em $\mathcal{X} = 0$ e $\mathcal{X} = 1$, as componentes axial e radial da velocidade são nulas e o fluxo de calor é nulo.

i) Condições de contorno verticais ($\mathcal{X} = 0$ e $\mathcal{X} = 1$):

$$U(0, \mathcal{Y}, \tau) = 0 \quad U(1, \mathcal{Y}, \tau) = 0$$

$$V(0, \mathcal{Y}, \tau) = 0 \quad V(1, \mathcal{Y}, \tau) = 0$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial \mathcal{X}} \right|_{\mathcal{X}=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial U}{\partial \mathcal{X}} \right|_{\mathcal{X}=1} = 0 \quad (2)$$

No centro do canal de escoamento do vapor em $\mathcal{Y} = 0$ a velocidade axial do vapor é $U(\mathcal{X}, \tau)$, não dependendo de \mathcal{Y} , e a velocidade radial é nula.

ii) Condições de contorno horizontais ($\mathcal{Y} = 0$)

$$\left. \frac{\partial U}{\partial \mathcal{Y}} \right|_{\mathcal{Y}=0} = 0 \quad V(\mathcal{X}, 0, \tau) = 0$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial \mathcal{Y}} \right|_{\mathcal{Y}=0} = 0$$

Em $\mathcal{Y} = 1$, na parede do leito poroso, a componente axial da velocidade é nula (condição de não deslizamento), a componente radial é a de injeção (ou sucção) e será relacionada com o fluxo de calor trocado na condensação (ou evaporação). A temperatura na parede será determinada por relações teóricas.

$$U(\mathcal{X}, 1, \tau) = 0$$

$$V(\mathcal{X}, 1, \tau) = v_r / V_r \quad T(\mathcal{X}, 1, \tau) = T_{pi} / T_{st}$$

O valor de V para o evaporador se torna:

$$V = -(1 - \exp(-\tau/10)) \quad (3)$$

Analogamente para o condensador:

$$V = (1 - \exp(-\tau/10)) \quad (4)$$

A adimensionalização do termo da temperatura da parede interna se torna :

a) evaporador :

$$\bar{T} = \frac{1}{T_{st}} (T_{st} + (T_f - T_{st})(1 - \exp(-\tau/10))) \quad (5)$$

T_{st} : temperatura inicial no evaporador

T_f : temperatura final no evaporador

b) condensador :

$$\bar{T} = \frac{1}{T_{st_c}} (T_{st_c} + (T_{f_c} - T_{st_c})(1 - \exp(-\tau/10))) \quad (6)$$

T_{st_c} : temperatura inicial no condensador

T_{f_c} : temperatura final no condensador

iii) As condições iniciais do escoamento do vapor são:

As componentes radial e axial da velocidade do vapor são consideradas nulas antes do início de funcionamento. O campo de temperaturas apresenta valores constantes e pré-fixados:

$$U(X, Y, 0) = u_{st}(x, y, 0) / V_r = 0$$

$$V(X, Y, 0) = v_{st}(x, y, 0) / V_r = 0$$

a) evaporador

$$T(x, y, 0) = T_{st}(x, y, 0) / T_{st} = 1$$

b) condensador

$$T(x, y, 0) = T_{st_c}(x, y, 0) / T_{st_c}$$

onde o subscrito st significa o valor das propriedades na partida (start-up).

iv) Condições adicionais:

a) evaporador

$$\frac{dP}{dX} = -A X (1 - \exp(-\tau/10)) \quad (7)$$

$$\text{onde } A = \frac{4 \mu L Q_o}{\pi \rho^2 V_r^2 r_v^4 L_c h_{fg} \epsilon}$$

sendo L : comprimento do evaporador

ϵ : porosidade do leito

Q_o : carga térmica

ρ : massa específica do vapor

μ : viscosidade dinâmica do vapor

b) condensador

Para o modelo de fluxo incompressível, segundo Gotter (1965), existe uma recuperação na pressão do vapor na zona de condensação da ordem de aproximadamente 40 por cento, ou seja, de um fator $4/\pi^2$.

Temos, portanto, que na zona de condensação a expressão da perda de pressão adimensional se torna :

$$\frac{dP}{dX} = -B \left(1 - \left(\frac{L}{L_c} X - 1\right)\right) (\exp(-\tau/10)) \quad (8)$$

$$\text{onde } B = \frac{4}{\pi^2} \frac{4 \mu L L_c Q_o}{\pi \rho^2 V_r^2 r_v^4 L_c h_{fg} \epsilon}$$

onde L_c : comprimento do condensador

O termo $\partial U / \partial \tau$ das equações de Navier-Stokes é escrito então da seguinte forma adimensional :

a) evaporador

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = -U \frac{\partial U}{\partial X} - \Gamma V \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{1}{Re_r} \left[\frac{1}{\Gamma} \frac{\partial U^2}{\partial X^2} + \Gamma \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] + A X (1 - \exp(-\tau/10)) \quad (9)$$

b) condensador

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = -U \frac{\partial U}{\partial X} - \Gamma V \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{1}{Re_r} \left[\frac{1}{\Gamma} \frac{\partial U^2}{\partial X^2} + \Gamma \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] + B \left(1 - \left(\frac{L}{L_c} X - 1\right)\right) (\exp(-\tau/10)) \quad (10)$$

O termo $\partial V / \partial \tau$ é escrito como se segue :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = -U \frac{\partial V}{\partial X} - \Gamma V \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{1}{Re_r} \left[\frac{1}{\Gamma} \frac{\partial V^2}{\partial X^2} + \Gamma \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] \quad (11)$$

Da equação da conservação da energia temos que:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \tau} = -U \frac{\partial \bar{T}}{\partial X} - \Gamma V \frac{\partial \bar{T}}{\partial Y} + \frac{1}{Re_r Pr} \left[\frac{1}{\Gamma} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial X^2} + \Gamma \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial Y^2} \right] \quad (12)$$

$$\text{onde } Re_r = \frac{V_r \rho r_v}{\mu} \quad Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

$$\Gamma = \frac{L}{r}$$

AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Gráficos Apresentados. O gráfico abaixo

mostra a variação temporal da velocidade axial em relação a posição radial no centro do tubo ($X = 0,5$).

Para a posição radial $Y=1$, não há velocidade axial, enquanto que para uma posição radial $Y=0$, o valor da velocidade axial é sempre máximo.

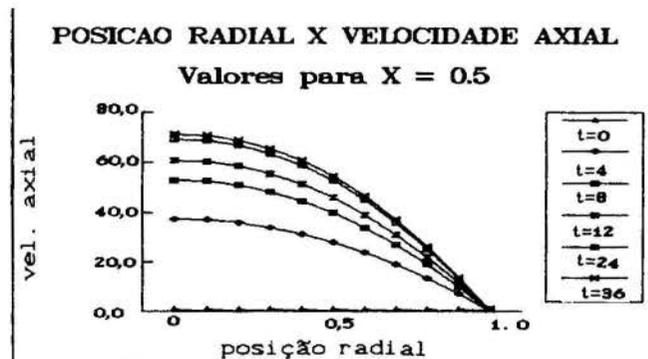


Figura 2 - Posição radial X velocidade axial ($X = 0,5$)

É representada no gráfico abaixo a variação temporal da velocidade axial com a posição axial no centro do canal.

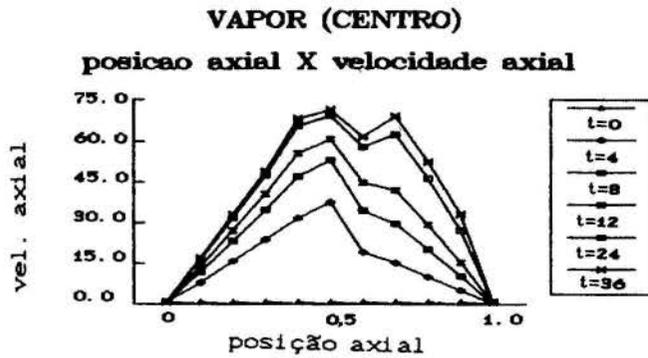


Figura 3 - Posição axial X velocidade axial (centro do tubo)

O gráfico abaixo representa a variação temporal da velocidade radial com a posição axial. Em virtude da hipótese feita da variação da velocidade radial, somente com o tempo e não na posição radial, os valores desta velocidade são os mesmos para o evaporador e analogamente para o condensador

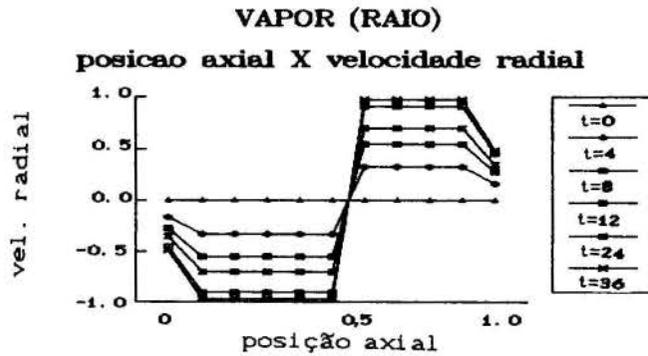


Figura 4 - Posição axial X velocidade radial (raio)

O gráfico abaixo representa a variação temporal da temperatura com a posição axial. Observa-se que, no regime permanente, o perfil da temperatura é praticamente isotérmico.

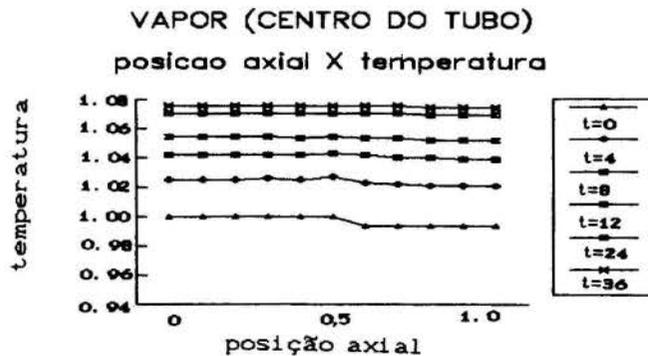


Figura 5 - Posição axial X temperatura (centro do tubo)

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Dos resultados apresentados na execução do programa, o valor da velocidade axial adimensional máxima (U_{max}) foi atingido em $\tau = 40$ (tempo adimensional no regime permanente), para uma posição axial $X = 0,5$, sendo este valor igual a 71,68.

Considerando a adimensionalização $U_{max} = U_{max} / V_r$, encontrou-se o valor de U_{max} igual a 1,32 m/s.

Para este valor, o número de Reynolds encontrado foi de $Re \approx 185$, fato este que confirma a hipótese de escoamento laminar.

Observou-se que a velocidade axial do vapor é muito menor do que a velocidade do som no fluido, comprovando assim a hipótese da incompressibilidade.

Com relação à velocidade radial (V_r), o valor calculado para o regime permanente foi de 1.85×10^{-2} m/s. Em termos adimensionais, o valor encontrado foi de 0.98.

CONCLUSÃO

No presente trabalho foi desenvolvido um modelo matemático que deu origem à representação dos campos de velocidades e temperatura no regime transiente. A análise foi realizada desde o início de operação do dispositivo (partida), até o regime permanente. Dentro dos resultados apresentados, observou-se que, na suposição de um modelo de partida lenta, o perfil de temperatura ao longo do tubo de calor é praticamente isotérmico no estado permanente, resultado este de acordo com a literatura existente.

Em relação ao perfil de velocidade axial, observou-se o comportamento esperado, dentro do qual o valor da velocidade axial máxima se encontra no centro da posição axial e no centro do tubo.

Em função das hipóteses restritivas adotadas e considerando-se uma partida lenta, a variação temporal da velocidade radial com a posição axial apresentou um comportamento esperado dentro das suposições feitas, desconsiderando-se sua variação em relação à posição axial.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- COTTER, T. P. (1965). Theory of Heat Pipes. Los Alamos Sci. Lab. LA-3246-MS.
- COTTER, T. P. (1967). Heat Pipe Start-Up Dynamics. Proc. IEEE Thermionic Conversion Specialist Conf., Palo Alto.
- DAILY, J. W & HARLEMAN, D. R. F., Fluid Dynamics, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Cambridge, Massachusetts, 1965.

ABSTRACT

This work presents the analyses of the vapour flow under slow start conditions of a heat pipe, using energy and continuity Navier-Stokes equations. The velocity and temperature profiles are described from the start-up conditions up to the moment when the system reaches steady state conditions.

VISUALIZAÇÃO DAS CORRENTES CONVECTIVAS NO ARMAZENADOR CILÍNDRICO VERTICAL COM MUDANÇA DE FASE

C.A. Melo
 DEEME UFU
 Cx.Postal 593
 Uberlândia MG

K.A.R. Ismail
 DETF - UNICAMP
 Cx.Postal 6122
 Campinas SP

SUMÁRIO

As equações de conservação de massa, momentum e energia são colocadas em termos de função corrente, vorticidade e entalpia. As condições de contorno na interface, líquido-sólido, são determinadas iterativamente em função da entalpia e da função corrente. São analisados os gráficos das interfaces, da taxa de calor global e do calor armazenado em função do tempo. Estes estão em boa concordância com os de outros trabalhos teóricos e um experimental. São colocadas as linhas de corrente em função do tempo, as quais identificam as correntes convectivas no armazenador.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O esquema do armazenador, que consta de um cilindro interno, envolvido pelo material de mudança de fase, limitado pelas tampas inferior e superior e pelo cilindro externo, é ilustrado na Figura 1. No cilindro interno escoia um fluido de aquecimento. Supõe-se que as tampas inferior e superior e o cilindro externo estejam isolados.

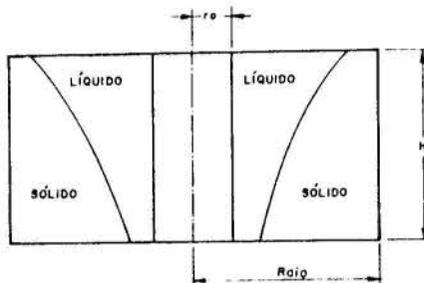


Figura 1- Esquema do Armazenador.

O modelo de Boussinesq é usado para formular o termo de empuxo da equação de momentum em z e a eliminação do termo de pressão das equações de quantidade de movimento em z e em r conduz as equações de conservação de massa, momentum e energia, que são colocadas em termos de função corrente, vorticidade e entalpia:

$$\omega_r = - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \omega \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \omega \right) +$$

$$\frac{\omega}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} = \nu \left(\nabla^2 \omega - \frac{\omega}{r^2} \right) - g\beta \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} h \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} h \right) =$$

$$\frac{K}{\rho} \nabla^2 T \quad (3)$$

INTRODUÇÃO

O uso de sistema de armazenagem de energia é relativamente novo e sua utilização tornou-se importante devido ao alto custo da energia. O armazenador com mudança de fase trabalha em ambientes despressurizados e tem aplicação em vários níveis de temperatura. Alguns autores tem usado a diferença finita, associada à transformação de coordenadas, para solucionarem problemas bi-dimensionais de difusão-convecção com interface móvel. Sparrow et al. [1] dão a primeira análise para problemas de mudança de fase, levando em conta a convecção natural no líquido, entretanto, é feita simplificação na equação da interface. No estudo numérico de Benard et al. [2], a convecção natural do líquido é acoplada com a condução de calor na fase sólida. Os termos não ortogonais resultantes do uso da transformação de coordenadas são desprezados. Lacroix [3] usa a função corrente e a vorticidade para a formulação do problema e inclui os termos, transiente e não ortogonal, nas equações transformadas, entretanto elas estão na forma não conservativa. Kim e Kaviany [4] emprega uma equação geral transformada que preserva as formas conservativas das equações governantes originais e as condições da interface são encontradas diretamente da continuidade dos fluxos nas equações transformadas.

Resultados experimentais, para armazenadores cilíndricos verticais tem sido obtidos por Souza Mendes [5] e Kalhori [6].

No presente trabalho foram usadas a função corrente e a vorticidade para a formulação do problema e a entalpia adimensional nodal usada [7] conduz a fusão contínua nos volumes de controle discretizados. As condições de contorno na interface móvel são determinadas iterativamente em função da entalpia e da função corrente. Não se usou transformação de coordenadas para a interface móvel, entretanto, suas condições de contorno estão na forma conservativa.

A função corrente permite que se determine diretamente, através das curvas de níveis da superfície $\psi(r,z)$, as linhas de corrente, as quais representam a cada instante as correntes convectivas no armazenador com mudança de fase. Estas linhas de corrente permitem descrever com mais segurança o comportamento da taxa global de calor na parede do cilindro interno.

Nas equações de (1) à (3) a função corrente ψ e a vorticidade ω foram definidas como:

$$V_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (4.a) \quad V_r = - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (4.b)$$

$$\omega = \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \quad (4.c)$$

É idealizada a forma de adimensionalização abaixo, para tornar contínua a fusão em cada volume de controle discretizado.

$$W = \frac{\omega H^2}{\alpha} \left(\frac{1}{Ra \star Pr} \right)^{1/2} \quad (5.a) \quad \Psi = \frac{\psi}{\alpha H} \left(\frac{1}{Ra \star Pr} \right)^{1/2} \quad (5.b)$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{H^2} (Ra \star Pr)^{1/2} \quad (5.c) \quad R = \frac{r}{H} \quad (5.d)$$

$$\xi = \frac{z}{H} \quad (5.e) \quad \phi = \frac{c}{\lambda} (T - T_{sat}) \quad (5.f)$$

$$\theta = \frac{1}{\rho v} \int_v \frac{\rho(h - h_l^*)}{\lambda} dv \quad (5.g)$$

l indica o líquido saturado.

Das equações (5.f) e (5.g), conclui-se:

$$\phi = \theta \text{ para } \theta > 0 \quad (6.1)$$

(neste caso o volume de controle v está acima de T_{sat})

$$\phi = 0 \text{ para } 0 \geq \theta \geq -1 \quad (6.2)$$

(neste caso o volume de controle v está em mudança de fase)

$$F = 1 - |\theta| \quad (6.3)$$

(F indica a fração do volume de controle v fundido).

Com as variáveis adimensionais dadas as equações de (1) a (3), tornam-se:

$$WR = - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} W \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} W \right) + \frac{W}{R^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = \left(\frac{Pr}{Ra \star} \right)^{1/2} \left(\nabla^2 W - \frac{W}{R^2} \right) - \frac{\partial \phi}{\partial R} \quad (8)$$

$$\int_v \frac{\partial \theta}{\partial \tau} dv + \int_v \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \theta \right) dv -$$

$$\int_v \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \theta \right) dv -$$

$$\frac{1}{(Ra \star Pr)^{1/2}} \int_v \nabla^2 \phi dv = 0 \quad (9)$$

A equação (9) já está integrada ao longo do volume de controle discretizado v , definido na Figura 2, a seguir:

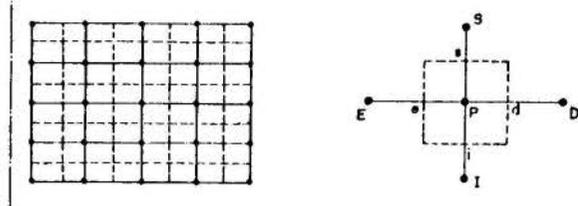


Figura 2. Detalhe da grade e dos volumes de controle

As condições de contorno são dadas a seguir:

a) Temperatura adimensional

$$-\frac{\partial \phi}{\partial R} \Big|_{R = \frac{r_o}{H}} = Bi (Ste - \phi_w) \quad (10)$$

$$Bi = \frac{hH}{R}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial R} \Big|_{R = \frac{R_{aio}}{H}} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0 \quad (10.3) \quad \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} = 0 \quad (10)$$

b) Função corrente adimensional

b.1) - Cilindro interno ($\Psi = 0$)

b.2) - Interface líquido-sólido:

Esta interface é localizada iterativamente em função da entalpia, pelas equações (6.1) e (6.2), atribuindo-se a $\Psi = 0$.

b.3) - Tampas superior e inferior ($\Psi = 0$)

c) Vorticidade adimensional:

Integrando a equação (7) nos volumes de controles que contêm o cilindro interno, na interface líquido-sólido e nas tampas superior e inferior, tem-se:

c.1) - Cilindro interno:

$$W_{1,J} = - \frac{\Psi_{2,J}}{\left(\frac{r_o}{H} \right) \Delta R V_{1,J}} AD_{1,J} \quad (11.1)$$

$$J = 1, 2, \dots, I_N$$

c.2) - Interface líquido-sólido:

$$W_{I,J} = - \frac{\Psi_{I-1,J}}{\Delta R} \left(AE_{I,J} + \frac{VI_{I,J}}{RP} \right) \frac{1}{RP VI_{I,J}} \quad (11.2)$$

$$I = 1, 2, \dots, I_M$$

c.3) - Tampa Superior

$$W_{I,I_N} = - \frac{\Psi_{I,I_N-1}}{RP \Delta \xi VI_{I,I_N}} AT_{I,I_N} \quad (11.3)$$

$$W_{I,1} = - \frac{\psi_{I,2}}{RPA\Xi VI,1} ATSI,1 \quad (11.4)$$

MÉTODO NUMÉRICO DE SOLUÇÃO

A equação (7) é integrada no volume de controle correspondente, a equação (8) é integrada neste volume e no intervalo de tempo considerado e a equação (9) é integrada neste intervalo de tempo.

Os termos convectivos nas interfaces do volume de controle considerado são estimados conforme o esquema "power-law", sugerido por Patankar [8].

O processo iterativo é feito como segue:

1. Atribui-se, inicialmente, às entalpias e às vorticidades os valores do tempo anterior.
2. Localiza-se a interface móvel com base nas equações (6.1) à (6.3). Com a equação (7) e suas condições de contorno, determina-se o campo da função corrente.
3. Os valores das entalpias são determinados pela equação (9) e suas condições de contorno, tomando como base os valores da função corrente recentemente calculados.
4. Com as entalpias calculadas, a interface móvel é novamente localizada pelas equações (6.1) à (6.3).
5. As vorticidades são determinadas pela equação (8) e suas condições de contorno.
6. Comparam-se os valores calculados da vorticidade com os estimados em 1. Volta-se ao item 2 até a convergência.

Vários testes foram realizados para otimizar os cálculos numéricos e foi encontrada a grade de 41 nós na direção radial e de 51 nós na direção axial, como satisfatória em termos de precisão e de tempo computacional.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

É usada a parafina tipo "n-eicosane", com 99% de pureza, para simular o armazenador em questão.

São selecionados os parâmetros que influenciam no comportamento do armazenador, que são: número de Rayleigh e as relações geométricas H/ro e Raio/ro.

Foi estudado número de Rayleigh na faixa de $4,5 \times 10^6$ à $5,4 \times 10^7$. Variou-se a relação geométrica H/ro de 4 a 20,45 e a relação Raio/ro de 2 à 8,8.

Na figura 3 estão representadas as posições das interfaces líquido-sólido para os instantes 150, 600, 1000, 2000 e 3000 s, para H/ro = 4, Raio/ro = 2 e Ra = $2,86 \times 10^6$.

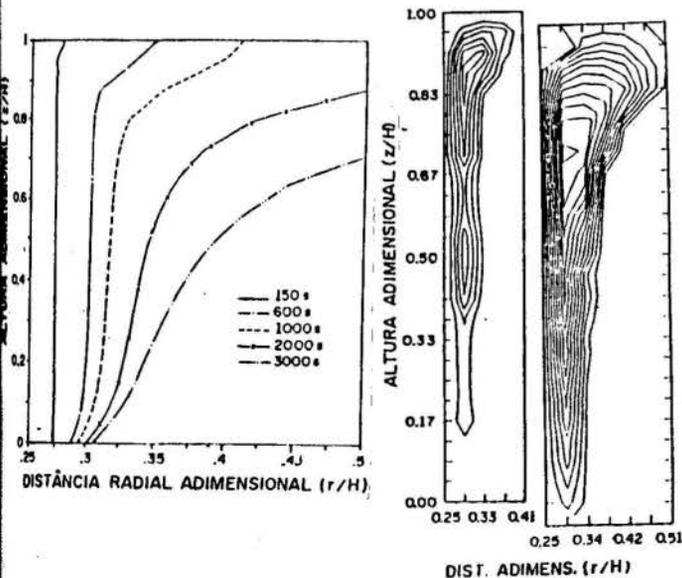


Figura 3- Interfaces e linhas de corrente.

Na figura 3 estão, também, representadas as linhas de corrente para os instantes 1000s e 2000s.

Como era de se esperar, estas linhas de corrente circundam o contorno do armazenador e as interfaces líquido-sólido e representam, tanto nos contornos como no interior do líquido, as correntes convectivas.

Na figura 4 estão representadas as interfaces líquido-sólido para os instantes 1, 4, 6, 8 e 10 horas, para H/ro = 12, Raio/ro = 5 e Ra = $7,7 \times 10^8$. Nesta figura estão, também, representadas as linhas de corrente para o instante 6 horas.

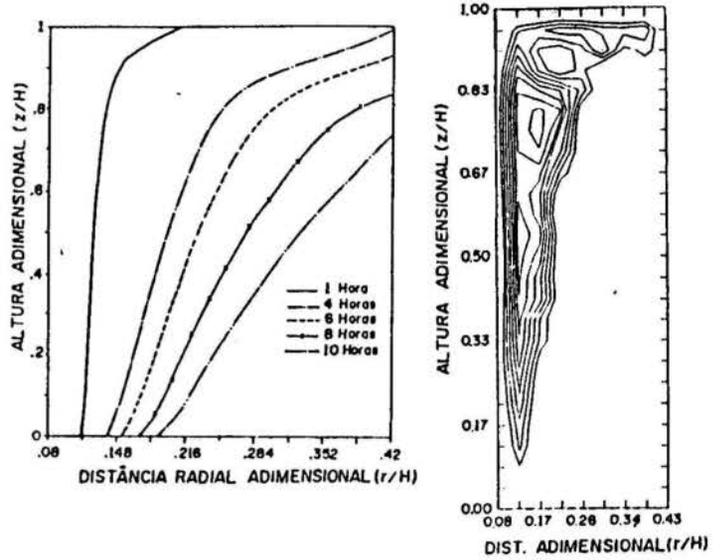


Figura 4- Interfaces e linhas de corrente.

A taxa global de calor, por unidade de altura do armazenador, na parede do cilindro interno, em forma adimensional, é dada por:

$$\frac{Q/H}{\rho\lambda\alpha_B 2\pi \left(\frac{r_o}{H}\right)} = \int_0^1 (Ste - \phi_w) d\xi \quad (12)$$

A figura 5 representa a taxa global de calor por unidade de altura, em termos adimensionais.

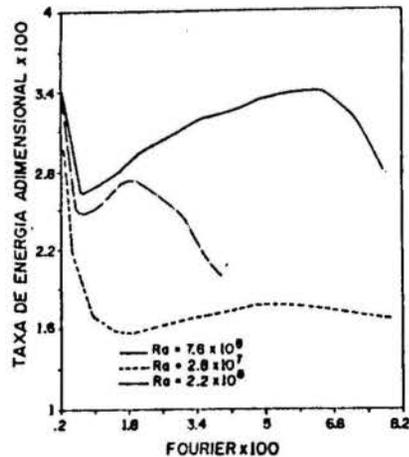


Figura 5- Taxa Global de Calor.

Na análise de ambos os casos da Figura 5, notamos o seguinte:

A taxa global decresce inicialmente com o tempo e atinge um mínimo, posteriormente ela cresce e atinge um máximo e, finalmente, ela decresce. Este comportamento é mais notado para Ra = $7,6 \times 10^8$. Para Ra mais baixo (Ra = $2,8 \times 10^7$), o crescimento posterior e o decréscimo final é bastante gradual.

O comportamento da Figura 5 é analisado da seguinte forma:

Decorrido os primeiros instantes, após o início da fusão, o efeito da convecção natural é ainda desprezível, conforme se nota nas Figuras 3 e 4, com as interfaces praticamente verticais. O processo de transferência de calor que predomina aí é o de condução pura, com a correspondente queda da taxa de transferência de calor com o tempo. Com o aumento da camada fundida, as correntes convectivas crescem e resistem à diminuição da taxa de calor. O crescimento dessas correntes causa o aumento da transferência de calor. Durante este período, calor é transportado tanto por convecção natural como por condução, através da camada fundida. Quando a camada fundida torna suficientemente larga, calor não é mais transportado diretamente através da camada fundida, mas carregado pelas correntes convectivas da parede do tubo interno à interface líquido-sólido. O aumento da resistência oferecida pelo escoamento por recirculação, ao longo do topo e do fundo, principalmente do topo, tende a impedir o movimento do fluido.

A figura 6 mostra as frentes de fusão em função do tempo e as linhas de corrente para o instante de 3810 s, as quais indicam boa concordância com os resultados apresentados por Sparrow [1].

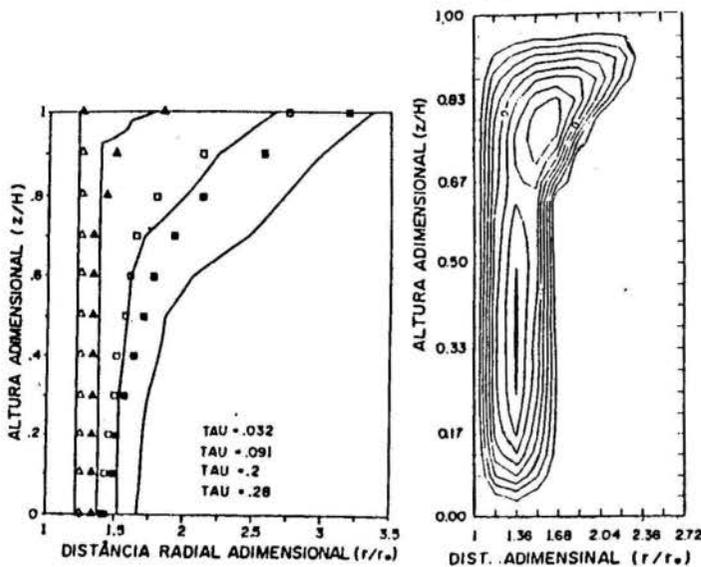


Figura 6- Interfaces e linhas de corrente.

Na figura 7 estão representadas as interfaces e na figura 8 o calor total armazenado, em função do tempo, e ambos estão em boa concordância com os resultados experimentais apresentados por Kalhori [6].

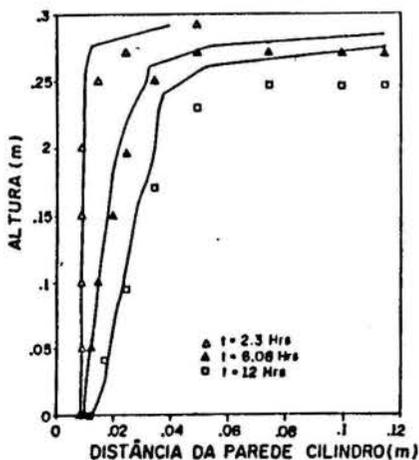


Figura 7- Interfaces líquido sólido.

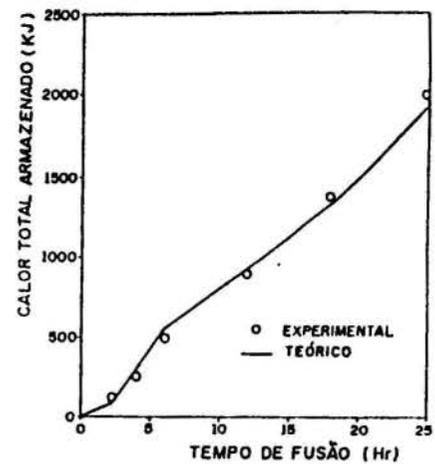


Figura 8- Calor total armazenado.

CONCLUSÕES

O método de análise, baseado na função corrente e na vorticidade, reduz o número de variáveis, tornando o código computacional mais simples e permite a visualização direta das correntes convectivas.

Apresentou boa concordância quando comparado com outros trabalhos teóricos e um experimental.

Obteve excelentes resultados com malha 41 x 51 com reduzido custo computacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. SPARROW, E.M.; PATANKAR, S.V.; RAMADHYANI, S. "Analysis of melting in the presence of natural convection in the melt region", ASME - Journal of Heat Transfer; vol. 99; pp. 520-526, 1977.
2. BENARD, C; GOBIN D. "Moving boundary problem heat conduction in the solid phase of a phase change material during melting driven by natural convection in the liquid", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 29, pp. 1669-1681, 1986.
3. LACROIX, M. "Computation of heat transfer during melting of a pure substance from an isothermal wall" Numerical Heat Transfer, vol. 15B, pp. 191-210, 1989.
4. KIM, C.J.; KAVIANY, M. "A numerical method for phase-change problems with convection and diffusion" Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 35, pp. 457-467, 1992.
5. SOUZA MENDES, P.R. e PINHO BRASIL, A.C. "Heat Transfer During Melting Around an Isothermal Vertical Cylinder". ASME - Journal of heat Transfer vol. 109, pp. 961-964, 1987.
6. KALHORI, B. e RAMADYANI, S. "Studies on Heat Transfer from a Vertical Cylinder, with or without Fins, Embedded in a Solid Phase Change Medium", ASME - Journal of Heat Transfer, vol. 107, pp. 44-51, 1985.
7. SHAMSUNDAR, N. e SPARROW, E.M. "Analysis of Multidimensional Conduction Phase Change Via The Enthalpy Model", ASME - Journal of Heat Transfer, pp. 333-340, ang. , 1975.
8. PATANKAR, S.V. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow"; Mc Graw-Hill, 1980.

ABSTRACT

The mass, momentum and energy conservation equations are expressed in terms of stream function, vorticity and enthalpy. The boundary conditions, on the liquid-solid interface, are iteratively determined as a function of enthalpy and the stream function. Graphical representations of the interface, the global heat rate on the inner cylinder wall and the storage heat, as function of time, are analyzed. They show good agreement with other authors theoretical and practical results. Furthermore, the stream lines, in function of time, are also visualized to permit the identification of the natural convection in a thermal capacitor.

nais $X^* \Delta X/X_T$, $Y^* \Delta Y/X_T$, $s^{**} \Delta s/s_c$, $K_w^* \Delta K_w \cdot X_T$ e $h_B^* \Delta h_B / \{k/[4C(s_c)^3]^{1/4}\}$, sendo X_T a metade do passo do perfil e s_c o comprimento da crista do perfil, resulta a seguinte equação adimensional para o coeficiente de transferência de calor convectivo local, ao longo da crista do perfil:

$$h_B^* = \frac{[s_c/X_T]^{1/4} \cdot [-dK_w^*/ds^{**}]^{1/3}}{\left[\int_0^{s^{**}} \left[-\frac{dK_w^*}{ds^{**}} \right]^{1/3} ds + \left[\frac{-dK_w^*/ds^{**}}{-d^2K_w^*/ds^{**2}} \right]^{4/3} \right]^{1/4}} \quad (6)$$

onde

$$K_w^* = \frac{t/p \cdot \pi^2 \cdot \cos(\pi X^*)}{[1 + [t/p \cdot \pi \cdot \sin(\pi X^*)]^2]^{3/2}} \quad (7)$$

$$ds^{**} = \sqrt{1 + [dY_w^*/dX^*]^2} dX^* \quad (8)$$

$$Y_w^* = t/p [1 + \cos(\pi X^*)] \quad (9)$$

Y_w^* representa o perfil adimensional da superfície do tubo.

Esta representação adimensional do coeficiente convectivo tem a vantagem de ser independente da natureza do fluido e das condições de operação. h_B^* torna-se função apenas das características geométricas do perfil. Isto possibilita a determinação de relações geométricas ótimas de perfil, bem como a aplicação dos resultados em problemas semelhantes. Representando-se, adimensionalmente, a superfície do perfil apenas pela relação "t/p" (profundidade/passo) da função cossenoidal, diversas configurações podem ser estudadas, sendo t/p o único parâmetro a ser otimizado.

COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR MÉDIO

Perfis com grande profundidade (altos valores de t/p) produzem películas mais finas e, conseqüentemente, maiores coeficientes convectivos para o início da crista. Em contrapartida, perfis mais planos (menores valores de t/p) geram distribuições de coeficientes convectivos mais uniformes. A figura 2 apresenta uma comparação entre diversos perfis senoidais, considerado o mesmo comprimento de crista do perfil s_c .

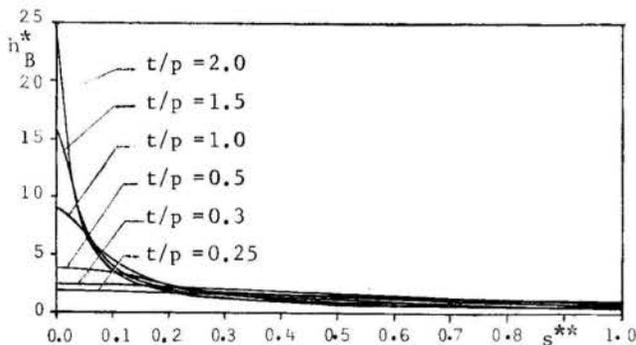


Fig. 2 - Distribuição do coeficiente convectivo adimensional sobre a crista do perfil

O coeficiente de transferência de calor médio ao longo do comprimento da crista do perfil s_c é dado por:

$$\bar{h}_B = 1/s_c \int_0^{s_c} h_B ds = \left[\frac{k}{[4Cs_c^3]^{1/4}} \right] \cdot \bar{h}_B^* \quad (10)$$

sendo \bar{h}_B^* o coeficiente convectivo adimensional médio ao longo da crista do perfil, apresentado na figura 3 em função da razão t/p.

Observa-se uma forte variação do coeficiente convectivo adimensional médio com valores de t/p < 1. O coeficiente convectivo máximo ocorre para t/p = 1.25. A queda do coeficiente convectivo para valores de t/p > 1.25 deve-se à redução do comprimento efetivo de condensação na crista do perfil. Com o aumento de t/p resulta uma acentuação das forças de aceleração, geradas pela tensão superficial, para o início da crista, implicando em uma redução significativa do coeficiente convectivo local, tão mais prematura quanto maior a razão t/p. Isto conduz a maiores superfícies de condensação não-efetivas ao longo da crista e, por conseguinte, a um valor ideal para t/p. Perfis com t/p > 0.9 apresentam comprimentos de condensação efetivos menores do que o comprimento total da crista.

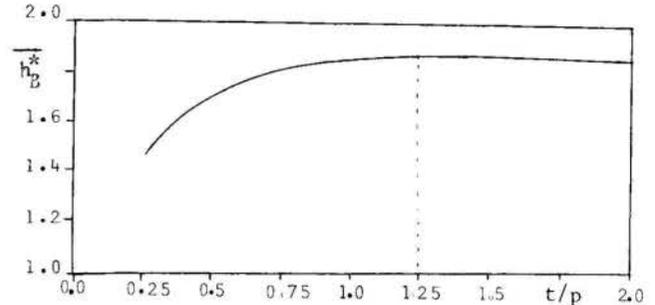


Fig. 3 - Desempenho térmico de diversos perfis senoidais

NÚMERO DE NUSSELT MÉDIO

O Número de Nusselt médio ao longo da crista do perfil é dado pela seguinte expressão [8]:

$$\bar{Nu}_B = \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{Pr}{Ph \cdot Ga^{1/3}} \cdot \frac{\sigma \cdot H}{\rho \cdot g \cdot s_c^3} \right]^{1/4} \cdot \bar{h}_B^* \quad (11)$$

ou

$$\bar{Nu}_B = 3/4 \cdot \bar{Nu}_l \cdot Kp \quad (12)$$

sendo Número de Nusselt $Nu_{\Delta h} [v^2/g]^{1/3} / k$, Número de Prandtl $Pr = \nu c_p / k$, Número de Mudança de Fase $Ph = \Delta T_c / h_{lv}$, Número de Galilei $Ga = \Delta H^3 / [v^2/g]$, $Kp = [\sigma H / (\rho g s_c^3)]^{1/4} \cdot \bar{h}_B^*$, c_p calor específico à pressão constante e H comprimento da superfície de condensação ou do tubo. O subscrito l indica superfície lisa.

O Número de Nusselt médio da condensação em superfícies onduladas, como o Número de Nusselt para superfícies lisas (Nu_l), apresenta a mesma dependência funcional do parâmetro $Ph \cdot Ga^{1/3} / Pr$. O parâmetro Kp - relação entre as forças de tensão superficial e da gravidade - é responsável pelo escoamento do condensado da crista para o vale do perfil, ou seja, pelo aumento considerável do transporte de calor na condensação em superfícies onduladas [8].

O Número de Nusselt médio \bar{Nu}_B foi definido em relação ao comprimento da crista do perfil. Para efeito de comparação com a condensação em superfícies lisas, deve-se, portanto, expressar o Número de Nusselt médio relativo ao perímetro total ou relativo à superfície externa total, nas formas respectivamente:

$$|\bar{Nu}_k|_{X_T} = 3/4 \cdot \bar{Nu}_l \cdot Kp \cdot s_c / X_T \quad (13a)$$

$$|\bar{Nu}_k|_{s_T} = 3/4 \cdot \bar{Nu}_l \cdot Kp \cdot s_c / s_T \quad (13b)$$

Resultados experimentais foram obtidos em um evaporador vertical, com um tubo ondulado, comercial, em CuNi10Fe, de 50mm de diâmetro, 3m de comprimento, 1mm de

de profundidade, 3.3mm de passo e 1mm de espessura. O número de ondas era 50, resultando um aumento de superfície em relação a tubo liso de mesmas dimensões de ca. de 20%. A condensação se processou junto à superfície externa do tubo evaporador. Na condensação de vapor d'água em uma superfície senoidal, semelhante ao tubo ensaiado, de dimensões $t/p=0.3$, $H=3$ m e $s_c=1$ mm ($s_c/X_T = 0.60$), obtêm-se valores para K_p entre 17 ($T_k = 15^\circ\text{C}$) e 18 ($T_k = 60^\circ\text{C}$). O parâmetro K_p , no caso de água, mostra-se praticamente independente da temperatura, tendo uma dependência mais acentuada da geometria do tubo ou da superfície. Isto significa, para uma temperatura de condensação de 100°C , fatores de aumento do Número de Nusselt médio relativo ao perímetro do tubo e relativo relativo à superfície externa do tubo, respectivamente, de 8 e 6.7 vezes (Figura 4).

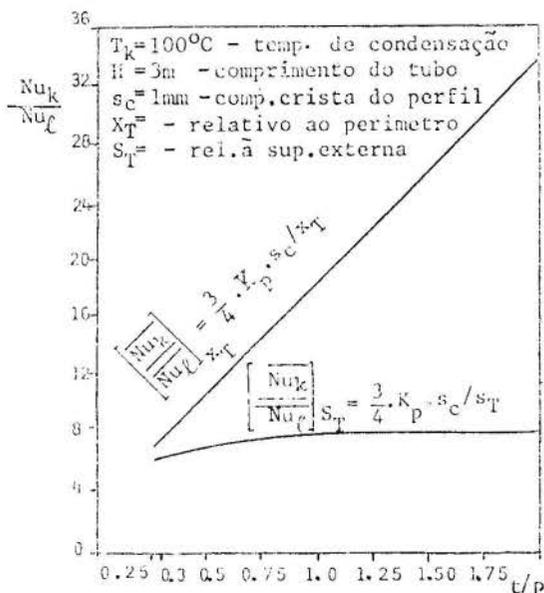


Fig. 4 - Razão entre os Números de Nusselt relativos às superfícies onduladas e lisa

Na figura 5 são representados os Números de Nusselt teórico (modelo) e experimental em função do parâmetro $\text{Ph.Ga}^{1/3}/\text{Pr}$. Para fins de comparação, são apresentados dados experimentais de outros autores, além do Número de Nusselt da condensação em superfície lisa.

Os resultados experimentais podem ser reproduzidos pela seguinte correlação, com um desvio médio de 8% :

$$\overline{Nu}_k = 0.25 \{ K_p^4 \cdot \text{Pr} / [\text{Ph.Ga}^{1/3}] \}^{0.28} \quad (14)$$

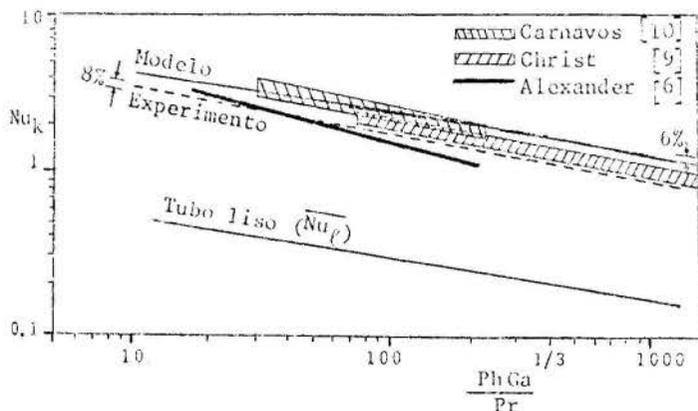


Fig. 5 - Comparação dos resultados teóricos e experimentais com outros trabalhos.

O Número de Nusselt teórico relativo a tubo ondulado e o Número de Nusselt relativo a tubo liso mostram curvas paralelas, sendo aquele oito vezes maior do que este. Os resultados experimentais situam-se cerca de 25% abaixo dos teóricos. Explicações possíveis são a imprecisão das medidas na determinação da temperatura média representativa da superfície do tubo [8],

rugosidade[3] e oxidação [6] da superfície do tubo, o que contribui para uma forte redução da transferência de calor para a superfície.

CONCLUSÕES

Este estudo representa um modelo simples para a condensação em superfícies senoidalmente onduladas, considerando-se as forças de tensão superficial. Através da solução analítica para a espessura da película de condensado pode-se determinar o coeficiente convectivo e o Número de Nusselt, sob as hipóteses de propriedades constantes, temperatura da superfície do perfil constante e comprimentos da crista do perfil iguais para todos os perfis senoidais analisados. Os resultados mostram que perfis com grande profundidade (altas razões t/p) são mais adequados para a condensação. O perfil senoidal, semelhante ao do tubo ensaiado experimentalmente, apresenta um aumento do coeficiente convectivo de até 8 vezes em relação ao obtido em tubos lisos. Verifica-se uma excelente concordância dos resultados teóricos em comparação com os dados da literatura, particularmente no tocante à dependência do Número de Nusselt do parâmetro representativo da condensação em superfícies lisas $\text{Ph.Ga}^{1/3}/\text{Pr}$. A partir dos resultados teóricos e experimentais, observa-se uma contribuição não significativa do vale do perfil para a transferência de calor, em comparação com o transporte de calor convectivo na crista do perfil.

REFERÊNCIAS

- [1] Nusselt, W. - Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes. *Zeitschr. VDI* 60, Nr. 27, 541-546, 1916.
- [2] Gregorig, R. - Hautkondensation an feingewellten Oberflächen bei Berücksichtigung der Oberflächenspannungen. *Zeit. für Angew. Mat. e Phys.* V. 36-49, 1954.
- [3] Gregorig, R. - Wärmeaustausch und Wärmeaustauscher. *Verlag Sauerländer Aarau u. Frankfurter/Main*, 2. Auflage, 1973.
- [4] Thomas, D. G. - *Ind. Eng. Chem., Fundamentals*, 6, 97, 1967.
- [5] Thomas, D. G. - Enhancement of Film Condensation Rate on Vertical Tubes by Longitudinal Fins. *AIChE Journal*, Vol. 14, No. 4, pp. 644-649, July, 1968.
- [6] Alexander, L. G. and Hoffman, H. W. - Performance Characteristics of Advanced Evaporator Tubes for Long-Tube Vertical Evaporators. *Office of Saline Water, Res. and Develop. Progr. Rept. No. 644*, January 1971.
- [7] Adamek, Th. - Die Filmkondensation an gewellten und an eng berippten Rohren. *Chem. Ing. Tech.*, 11/1983.
- [8] Cortez, M. F.-B. - Fallfilmverdampfung und -kondensation an einer Verdampferanlage mit profiliertem Rohr. *Dissertation, Ruhr-Univ. Bochum*, 1987.
- [9] Christ, A. - Dampfturbinen-Vorwärmerohre mit gerillter Oberfläche. *Escher-Wyss. Mitteilungen* 33-1/2/3, 1960.
- [10] Carnavos, T. C. - Thin Distillation. *Proc. Intern. Symp. on Water Desalination*. Washington. D.C., 205-213, Oct. 3-9, 1965, 2(1967).

ABSTRACT

This work presents an analysis of film condensation in sinusoidally undulated fluted surfaces. The objective is the evaluation of the thickness distribution of the film, the convective heat transfer coefficient as a function of only the geometric relations of the profile, enabling the determination of the optimal profile. The Nusselt Number, as a function of the Nusselt Number of the "Water Film Theory", and an adimensional parameter, which describes the surface tension forces along the condensation surface, are presented. Experimental results are compared with theoretical data and good agreement between both sets of data can be observed.

EVAPORAÇÃO E CONDENSAÇÃO EM PELÍCULA EM TUBOS ONDULADOS

MÁRCIO FONTE-BOA CORTEZ
Depto. de Engenharia Mecânica - UFMG
Av. Antônio Carlos, 6627 - 31270 - Belo Horizonte/MG
M. FIEBIG e N. K. MITRA
Ruhr-Universität Bochum, Rep. Fed. da Alemanha

RESUMO

Este trabalho apresenta a análise da transferência de calor na condensação de vapor d'água e na evaporação de água e isopropanol em um evaporador de película vertical, com tubo ondulado. Com a utilização de água e isopropanol consegue-se uma grande faixa de variação do Número de Prandtl e do Número de Mudança de Fase. Os resultados da evaporação, expressos em termos do Número de Nusselt, mostram uma dependência do Número de Reynolds, Número de Prandtl e Número de Mudança de Fase. Os resultados experimentais da condensação são confrontados com uma análise teórica da condensação em superfícies onduladas.

INTRODUÇÃO

O evaporador de película vertical (EPV) representa um processo de evaporação muito eficiente do ponto de vista energético, o qual se caracteriza por altos coeficientes de transferência de calor e pequenas diferenças de temperatura, curto tempo de permanência do líquido, pequeno volume de líquido, pequenas perdas de pressão e operação em baixos ou altos níveis de temperatura. A redução dos custos de tais aparatos pode ser garantida, dentre outros fatores, através do aumento dos coeficientes de transferência de calor. Demonstrou-se que coeficientes de transferência de calor na condensação [1,3,3,4,5,6] e na evaporação [10,11,12] maiores podem ser obtidos com tubos ondulados ou aletados, em comparação com aqueles relativos a tubos lisos. Em consequência do perfilamento da superfície do tubo resulta um aumento de até 800% do coeficiente de transferência de calor na condensação, embora ocorra uma pequena divergência entre os resultados de diversos autores. No caso da evaporação, resultam aumentos mais modestos nos coeficientes, sendo, porém, a divergência dos resultados na literatura bem mais acentuada. A relação entre o escoamento e o mecanismo de evaporação mostra-se bastante complexa. Quanto à influência da diferença de temperatura ou do fluxo de calor sobre o transporte de calor, existe uma divergência de opinião entre os diversos autores.

Neste trabalho apresenta-se uma análise experimental da transferência de calor na condensação de vapor d'água e na evaporação de água isopropanol, em um evaporador de película vertical (EPV), com um tubo interna e externamente ondulado. Sendo a principal aplicação desses aparatos na dessalinização de água marinha, onde problemas de corrosão e erosão podem ocorrer, realizaram-se os ensaios em um tubo em CuNi10Fe, de dimensões industriais. Para se obterem correlações com uma larga região de validade, utilizaram-se água e isopropanol como fluidos a evaporar. Para uma interpretação física dos resultados experimentais da condensação, faz-se uma comparação dos mesmos com uma análise teórica da condensação em superfícies senoidalmente onduladas.

EVAPORADOR EXPERIMENTAL

O EPV consistia, basicamente, do circuito de vapor saturado/condensado (condensação), do circuito de líquido/vapor (evaporação) e do tubo evaporador, apresentado na figura 1. O vapor entrava na extremidade superior do equipamento e condensava ao longo da superfície externa do tubo. O condensado escoava, sob a ação da gravidade, na forma de uma fina película, retornando ao gerador de vapor, após medição de sua vazão. O líquido a evaporar era injetado, à temperatura de evaporação, sobre a superfície interna do tubo, produzindo-se um escoamento em filme. O vapor, gerado através do calor da condensação, preenchia todo o núcleo do tubo e escoava paralelamente ao filme líquido, para baixo. Na extremidade inferior do tubo, o vapor gerado era extraído e condensado para determinação da vazão. O tubo evaporador, em CuNi10Fe e

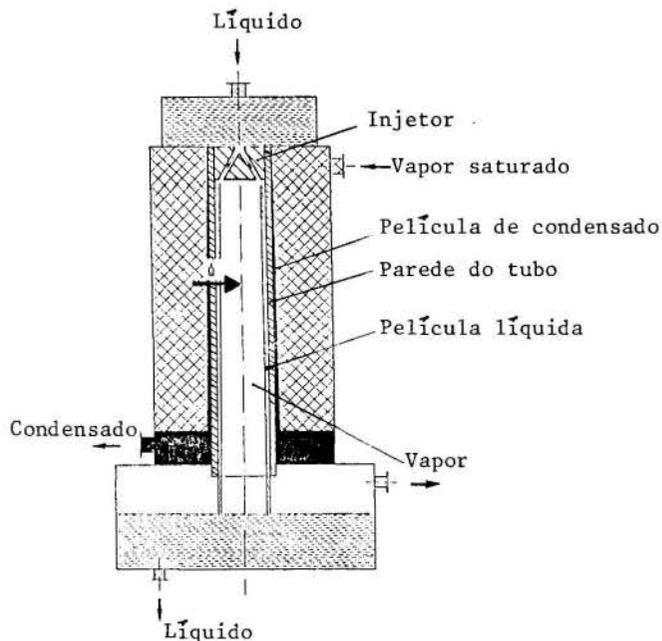


Fig. 1 - Representação esquemática do evaporador de película vertical



Fig. 2 - Corte do tubo experimental

com uma condutividade térmica de 46 W/mK, apresentava as superfícies interna e externa onduladas, com 50mm de diâmetro nominal, 1mm de espessura, 3000mm de comprimento, 1mm de profundidade e 3.3mm de passo. O número de ondas era 50, resultando um aumento da superfície total de 20% (Fig. 2). A determinação das temperaturas era feita através de termopares instalados interna e externamente, na parede e à entrada e saída do tubo evaporador e junto aos medidores de fluxo.

PLANO EXPERIMENTAL

Os ensaios foram realizados com base nas seguintes regiões de variação das principais grandezas adimensionais envolvidas:

Condensação de vapor d'água:

- 1 < Pr_k Δ vρc_p/k Δ Número de Prandtl < 3
- 0.0004 < Ph_k Δ c_pΔT_k/h_{lv} Δ Número de Mudança < 0.007 de Fase
- 10⁵ < Ga_k³ Δ H³/(v²/g) Δ Número de Galilei < 2.10⁵

Evaporação de água:

- 600 < Re_v Δ M/(U.η) Δ Número de Reynolds < 9000
- 1 < Pr_k Δ vρc_p/k Δ Número de Prandtl < 3
- 0.002 < Ph_k Δ c_pΔT_k/h_{lv} Δ Número de Mudança < 0.012 de Fase
- 200 < Ph_k Δ c_pH_q/kh_{lv} Δ Número de Mudança < 1200 de Fase

Evaporação de isopropanol:

- 600 < Re_v Δ M/(U.η) Δ Número de Reynolds < 7000
- 5 < Pr_k Δ vρc_p/k Δ Número de Prandtl < 19
- 0.020 < Ph_k Δ c_pΔT_k/h_{lv} Δ Número de Mudança < 0.080 de Fase
- 2000 < Ph_k Δ c_pH_q/kh_{lv} Δ Número de Mudança < 8000 de Fase

O parâmetro K_q representa o Número de Mudança de Fase formulado em termos do fluxo de calor, ao invés da diferença de temperatura.

RESULTADOS DA CONDENSAÇÃO

Para interpretação dos resultados experimentais, utilizou-se um modelo para a condensação em superfícies senoidalmente onduladas (Fig. 3) [13]. Expressou-se o Número de Nusselt, relativo a superfície ondulada, em termos do Número de Nusselt Nu_k, relativo a superfícies lisas, e de uma grandeza adimensional "Kp", a qual descreve a relação das forças de tensão superficial ao longo da crista do perfil para a força de gravidade (peso de condensado) e engloba o mecanismo de condensação em tais superfícies. O Número de Nusselt médio Nu_k, relativo ao perímetro externo do tubo, é expresso por [13]:

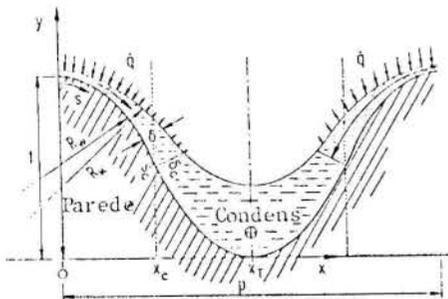


Fig. 3 - Condensação em película sobre uma superfície ondulada

$$|\overline{Nu}_k|_{x_T} \Delta \frac{\overline{h}_k \cdot [v^2/g]^{1/3}}{K} = \frac{3}{4} \cdot \overline{Nu}_l \cdot Kp \cdot s_c/X_T \quad (1)$$

sendo

$$\overline{Nu}_l = \frac{8^{1/2}}{3} \cdot \left[\frac{Pr_k}{Ph_k \cdot Ga_k^{1/3}} \right]^{1/4} \quad (2)$$

$$Kp \Delta \left[\frac{\sigma \cdot H}{\rho \cdot g \cdot s_c^3} \right]^{1/4} \cdot \int_0^1 h_B^* \cdot ds^{**} \quad (3)$$

$$h_B^* = \frac{[s_c/X_T]^{1/4} \cdot [-dK_w^*/ds^{**}]^{1/3}}{\left[\int_0^{s^{**}} \left[-\frac{dK_w^*}{ds^{**}} \right]^{1/3} ds + \left[\frac{[-dK_w^*/ds^{**}]^{4/3}}{-d^2K_w^*/ds^{**2}} \right]_{s=0} \right]^{1/4}} \quad (4)$$

$$K_w^* = \frac{t/p \cdot \pi^2 \cdot \cos(\pi X^*)}{[1 [t/p \cdot \pi \cdot \sin(\pi X^*)^2]^{3/2}} \quad (5)$$

$$ds^{**} = \sqrt{1 + [dY_w^*/dX^*]^2} dX^* \quad (6)$$

$$Y_w^* = t/p [1 + \cos(\pi X^*)] \quad (7)$$

com X* Δ X/X_T, Y_w* Δ Y_w/X_T, s** Δ s/s_c, K_w* Δ K_w·X_T, X_T a metade do passo do perfil e s_c o comprimento da crista do perfil. Y_w* e K_w* representam, respectivamente, o perfil e a curvatura adimensionais da superfície do tubo, h_B* o coeficiente convectivo adimensional ao longo da crista do perfil.

Na condensação de vapor d'água em uma superfície senoidal, semelhante ao tubo ensaiado, de dimensões profundidade/passo t/p=0.3, comprimento H=3m, comprimento da crista do perfil s_c=1mm e h_B*=1.51 [13], resultam valores para Kp entre 17 e 18, para temperaturas de condensação limites de 60 °C e 155 °C. Para água, Kp mantém-se praticamente constante com a temperatura, sua dependência maior se verifica com relação à geometria do perfil (Fig. 4).

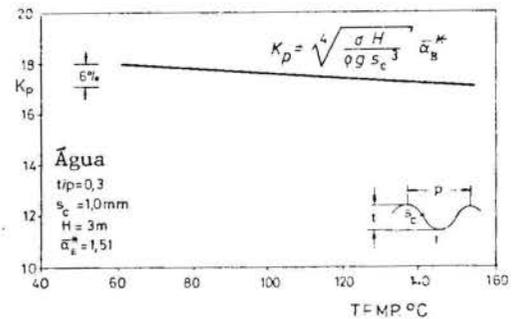


Fig. 4 - Influência da temperatura sobre Kp (água)

Os resultados experimentais da condensação forneceram a seguinte correlação, com um desvio médio de 8%:

$$\overline{Nu}_k = 0.25 \{ Kp^4 \cdot Pr / [Ph \cdot Ga^{1/3}] \}^{0.28} \quad (8)$$

Para as condições experimentais (Fig. 5), o número de Nusselt médio teórico, relativo ao tubo ondulado, é ca. de 8 vezes maior do que o número de Nusselt relativo a tubo liso. Os resultados experimentais situam-se, em média, 25% abaixo da curva teórica. Explicações possíveis são imprecisão na determinação experimental da temperatura representativa da superfície do tubo [3], rugosidade (alguns μm podem implicar em até 120% de redução no coeficiente de transferência de calor [2]), oxidação da superfície (redução de 20% a 30% no coeficiente de transferência de calor [5,6]).

RESULTADOS DA EVAPORAÇÃO

Ao contrário da condensação, uma vez que o mecanismo da evaporação em película mostra-se bem mais complexo, uma descrição qualitativa do escoamento torna-se

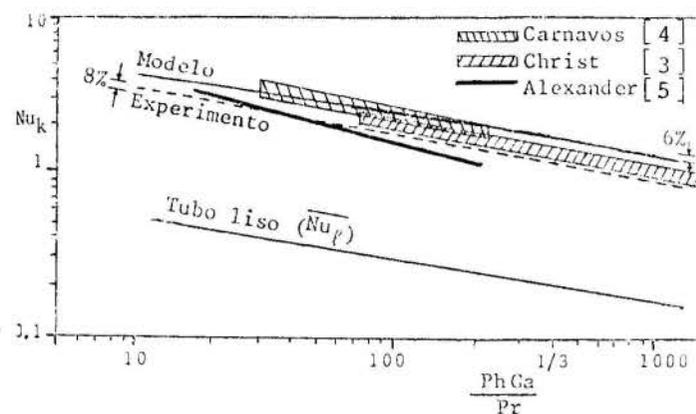


Fig. 5 - Comparação dos resultados teóricos e experimentais com outros trabalhos

mais difícil. Assim, para uma representação da transferência de calor na evaporação, formularam-se, com bases nos dados experimentais, correlações, nas quais o Número de Nusselt é expresso em termos de outras grandezas adimensionais. Primeiramente, buscou-se uma dependência em relação ao Número de Reynolds e Número de Prandtl. Os resultados experimentais indicavam, porém, um aumento da transferência de calor com a diferença de temperatura ou com a taxa de calor. Para descrição desta dependência, introduziu-se o Número de Mudança de Fase ou em termos da diferença de temperatura - Ph_v - ou em termos do fluxo de calor - Kq_v - (formulado em [13]). A introdução de outros parâmetros, como p.ex. o Número de Galilei ou o Número de Kapitza, não acusou qualquer variação significativa nas correlações, sendo, portanto, estes parâmetros desconsiderados. As seguintes correlações resultaram para a evaporação de água e isopropanol, com os respectivos desvios relativos (Fig. 6):

$$Nu_v = 0.040 \cdot Re_v^{0.24} \cdot Pr_v^{0.71} \quad , \quad (20\%) \quad (9)$$

$$Nu_v = 0.015 \cdot Re_v^{0.22} \cdot Pr_v^{0.55} \cdot Ph_v^{0.21} \quad , \quad (17\%) \quad (10)$$

$$Nu_v = 0.028 \cdot Re_v^{0.14} \cdot Pr_v^{0.43} \cdot Kq_v^{0.22} \quad , \quad (13\%) \quad (11)$$

para $0.2 \leq Nu_v \leq 1.9$, $600 \leq Re_v \leq 9000$, $1 \leq Pr_v \leq 19$,
 $0.002 \leq Ph_v \leq 0.080$ e $200 \leq Kq_v \leq 8000$.

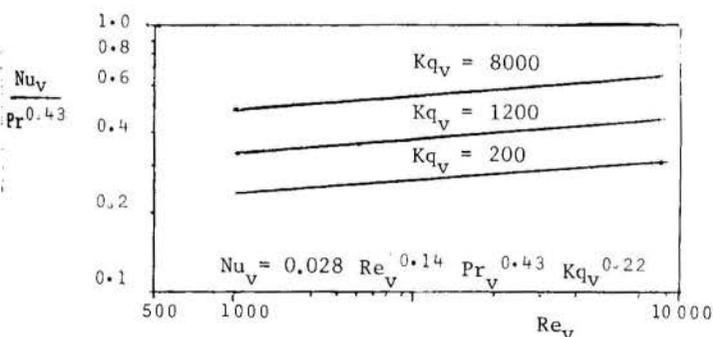


Fig. 6 - Número de Nusselt em dependência do Número de Reynolds e do Número de Mudança de Fase

A melhor representação dos resultados se faz com a introdução de Kq_v . Isto se deve, provavelmente, ao fato de a diferença de temperatura, em comparação com o fluxo de calor, apresentar maior imprecisão de medida, em decorrência da dificuldade de correspondência das temperaturas da superfície do tubo com sua exata localização, principalmente nos ensaios com baixas taxas de calor ou pequenas diferenças de temperatura. A diferença entre os valores locais e o valor médio aumenta com o comprimento do tubo, de modo que o efeito das grandezas de influência pode variar consideravelmente com o comprimento [7].

Observa-se, com a introdução de Ph_v e Kq_v , uma redução significativa nos expoentes do Número de Reynolds e Número de Prandtl. Uma vez que a relação $c_p k_{lv}$ constante de Kq_v , aumenta fortemente com a temperatura e o

Número de Nusselt diminui consideravelmente com a mesma, resultam, conseqüentemente, menores expoentes para Kq_v e, em compensação, maiores expoentes para Pr_v . A desvantagem de tais correlações decorre do fato de as grandezas dominantes no grupo adimensional determinarem o expoente do mesmo, influenciando, com isto, os expoentes dos outros grupos [9]. As correlações significativas, no plano logarítmico, uma combinação linear das dependências funcionais. As dependências destes parâmetros podem ser de natureza bem mais complexa. Com isto, os expoentes dos Números de Reynolds, Prandtl e Mudança de Fase seriam constantes parcialmente ou em pequenos intervalos, mas não sobre toda a região de ensaio. Por conseqüente, tais expoentes representam valores médios. Entretanto, as correlações reproduzem os resultados experimentais com pequenos desvios relativos, validando-se, portanto, a representação do Número de Nusselt em função dos demais parâmetros.

O coeficiente de transferência de calor h_v apresenta as seguintes dependências do fluxo de calor:

$$h_v \propto q^{0.22} \text{, para água, e } h_v \propto q^{0.48} \text{ para isopropanol}$$

Para a água, observa-se uma concordância com o expoente de Kq_v (0.21). No caso do isopropanol, a dependência de h_v para com o fluxo de calor é muito maior. Isto se deve ao fato de Kq_v conter dois grupos de influência: o fluxo de calor q e a razão $c_p H/k_{lv}$. Esta varia fortemente com a temperatura no caso de isopropanol e pouco significativamente no caso de água. O expoente de Kq_v não representa, única e diretamente, a influência do fluxo de calor sobre o coeficiente de transferência de calor. Explicação para o aumento do transporte de calor com a diferença de temperatura ou com o fluxo de calor seria a existência de escoamentos secundários causados por gradientes de tensão superficial, em virtude dos gradientes de temperatura. A influência do fluxo de calor ou da diferença de temperatura na evaporação foi observada, também, por outros autores [5,8,9,10]. Argumentos para a não constatação de tal influência por certos autores se baseiam no fato de que, em seus experimentos, o fluxo de calor ou a diferença de temperatura se mantiveram em uma faixa de variação relativamente estreita. Uma comparação direta com resultados da literatura torna-se um pouco difícil, dadas as diferentes condições experimentais e representações dos autores. Entretanto, uma pequena comparação é apresentada na figura 7, para $Pr_v = 2.0$.

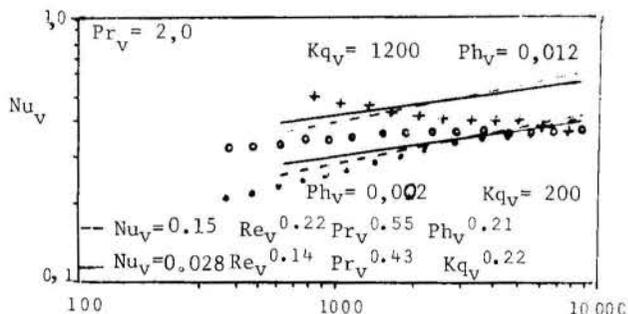


Fig. 7 Comparação com resultados da literatura.
 + Schulze(tubo liso) [12] + Alexander [5]
 o Schulze(tubo ondulado) [12]

RESISTÊNCIA TÉRMICA DA PAREDE DO TUBO

Em virtude das distribuições defasadas das películas em ambos os lados da parede resulta um fluxo de calor bidimensional (Fig. 8) e, portanto, um aumento da resistência térmica da parede (até 140% [13]). Os resultados experimentais indicam uma tendência de redução desta resistência com o nível de temperatura, com a taxa de calor e com o Número de Reynolds da película a evaporar. Outros autores [1,2,3,5,11] encontraram, também, fatores de aumento, em comparação com tubos lisos, de 1.5 até 12.5, em função do perfil do tubo e dos níveis de temperatura.

CONCLUSÕES

Neste trabalho apresenta-se um estudo da condensação e evaporação em um evaporador de película vertical, com um tubo cupro-níquel, ondulado e de dimensões industriais. Os resultados teóricos da condensação em uma superfície ondulado, semelhante ao tubo ensaiado, mostram um fator de aumento do coeficiente de transferência de

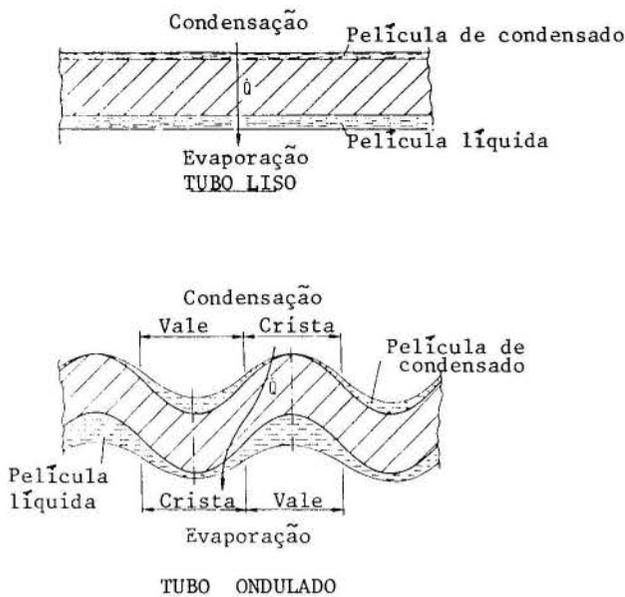


Fig. 8 - Fluxo de calor qualitativo através de parede lisa e ondulada

calor de até 8 vezes, em comparação com os correspondentes a tubos lisos. Os resultados experimentais situam-se 25% abaixo da curva teórica, em virtude, provavelmente, de imprecisões de medidas, rugosidade e oxidação da superfície do tubo.

Constatou-se a influência da diferença de temperatura ou do fluxo de calor sobre o transporte de calor na evaporação. Devido ao perfil ondulado do tubo, resultam uma redução das resistências térmicas na condensação e um aumento (não significativo) da resistência térmica na parede, em função do fluxo de calor bidimensional, não-normal à parede. As maiores resistências térmicas ocorrem na evaporação, verificando-se, entretanto, aumentos de até 100% no coeficiente de transferência de calor na evaporação e no coeficiente global, em comparação com os dados relativos a tubos lisos.

REFERÊNCIAS

- [1] Gregorig, R. - Hautkondensation an feingewellten Oberflaechen bei Beruecksichtigung der Oberflaechenspannungen. Zeit. fuer Angew. Mat. e Phys. V. 36-49, 1954.
- [2] Gregorig, R. - Waermeaustausch und Waermeaustauscher. Verlag Sauerländer Aarau u. Frankfurter/Main, 2. Auflage, 1973.
- [3] Christ, A. - Dampfturbinen-Vorwaermerohre mit gerillter Oberflaechen. Escher-Wyss. Mitteilungen 33 1/2/3, 1960.
- [4] Carnavos, T. C. - Thin Distillation. Proc. Intern. Symp. on Water Desalination. Washington. D.C. 205-213, Oct. 3-9, 1965, 2(1967).
- [5] Alexander, L. G. and Hoffman, H. W. - Performance Characteristics of Advanced Evaporator Tubes for Long-Tube Vertical Evaporators. Office of Saline Water, Res. and Develop. Progr. Rept. No. 644, January 1971.
- [6] Thomas, D. G. - Prospects for Further Improvement in Enhanced Heat Transfer Surfaces. Desalination, 12, 1973, pp. 189-215.
- [7] Meyer, K. - Waermeuebergang in Fallstromverdampfern. Dissertation TU Braunschweig, 1976.
- [8] Coulon, H. - Waermeuebergang und Stabilitaetsverhaeltnisse bei Rieselfilmen. Dissertation, TU Braunschweig, 1971.
- [9] Dammann, J. - Waermeuebergang und Stabilitaetsverhaetnisse bei Rieselfilmen und Waessrigen Loesungen. Dissertation, TU Braunschweig, 1974.

[10] Rifert, V. G., Butuzov, A. I. and Belik, D. N. - Heat Transfer in Vapor Generation in a Falling Film Inside a Vertical Tube with a Finely-Finned Surface. Heat Transfer- Soviet Research, Vol. 7, No. 2, March-April 1975.

[11] Kays, D. D. and Chia, W. S. - Development and Application of Mechanically Enhanced Heat - Transfer. Paper 71-HT-40, ASME-AIChE Heat Transfer Conference, Tulsa, Oklah., Aug.15-18, 1971.

[12] Schulze, H. - Fallfilmverdampfung und Kondensation an glatten und Laengsprofilierten Rohren. Dissertation, Ruhr-Universitaet Bochum, 1983.

[13] Cortez, M. F.-B. - Fallfilmverdampfung und -kondensation an einer Verdampferanlage mit profiliertem Rohr. Dissertation, Ruhr-Universitaet Bochum, 1987.

ABSTRACT

This work describes the heat transfer analysis of water vapor condensation and water and isopropanol evaporation, in a fluted vertical tube film evaporator. The use of water and isopropanol enables a very wide variation of both the Prandtl Number and the Phase Change Number. The results of the evaporation expressed as a function of the Nusselt Number show a dependency on the Reynolds Number, the Prandtl Number and the Phase Change Number. The experimental results of the condensation are compared with those obtained from the theoretical analysis of the condensation fluted surfaces.

FORCED CONVECTION FILM CONDENSATION ALONG AN INCLINED SURFACE EMBEDDED IN A POROUS MEDIUM

K. J. RENKEN, M. ABOYE, M. CARNEIRO AND K. MEECHAN
 Department of Mechanical Engineering
 University of Wisconsin-Milwaukee
 Milwaukee, WI 53201 USA

SUMMARY

Laminar film condensation of a saturated vapor in forced flow over an isothermal, inclined plate which is embedded in a porous medium is analyzed. The model simulates two-dimensional condensation with both a gravitational type body force and a moving vapor that is parallel to a surface. The Darcy-Brinkman-Forchheimer model is utilized and the numerical results document the dependence of the heat transfer rate on the governing parameters (Re , Ra , Da , Pr_e and k_e).

INTRODUCTION

The problem of film condensation has been given extensive attention since the pioneering work of Nusselt (1916). Recently, the problem of condensation promotion within a porous medium has become an important subject because of its application in heat pipe technology, underground nuclear waste repositories, geothermal reservoirs, building insulation materials, spacecraft condensers and packed bed reactors.

Past investigations of film condensation in a porous medium include the founding works of Cheng (1981) and Cheng and Chiu (1984), who studied the problem of steady and transient film condensation along an inclined surface embedded in a porous medium filled with dry saturated vapor. Similarity solutions based on Darcy flow in a constant-porosity medium assumed a distinct boundary layer between the condensate and the vapor. Kaviany (1986) provided boundary layer and similarity solutions with a no-slip condition while Poulikakos and Orozco (1986) incorporated a conjugate film condensation boundary condition. White and Tien (1987a; 1987b) presented experimental and analytic results of condensation heat transfer in both constant-porosity and variable-porosity media. Plumb et al. (1990) and Chung et al. (1990) have also provided experimental and numerical data of condensation on a cold vertical surface submerged in a packed bed of glass beads.

Recently, Chaoyang and Chuanjing (1989) reported the results of the problem of forced convection condensation from a vapor-gas mixture on a horizontal plate embedded in a porous medium. Their analysis utilized the Darcy model and neglected the convection effects. In this paper, we are concerned with the effects of vapor velocity on film condensation along an inclined surface embedded in a porous medium. To propagate a general model of the problem, the Darcy-Brinkman-Forchheimer (DBF) model is used to describe the flow of both phases and the convection terms are included in the energy equation.

ANALYSIS

A schematic of the physical model and its coordinate system are shown in Fig. 1. The free stream vapor velocity is U_∞ and the temperature of the flowing vapor is T_∞ , which is

the saturation temperature of the vapor. The cooled inclined surface is at a uniform temperature T_w ($T_\infty > T_w$). In the present analysis, the flow is assumed steady, laminar, two-dimensional, and incompressible. In addition, the thermophysical properties of the fluid and the porous medium are assumed constant. The fluid-saturated porous medium is considered homogeneous and isotropic and is in local thermodynamic equilibrium with the condensate. The condensate and the vapor regions are separated by a distinct boundary, with no two-phase zone in between.

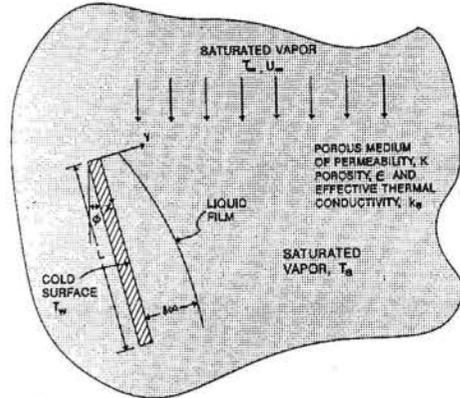


Figure 1. Schematic of the physical model.

The mathematical model of the problem is described by the following set of dimensionless governing equations

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \tag{1}$$

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} - \frac{1}{ReDa} u^* - \lambda u^{*2} - \frac{Ra}{Re^2 Pr_e} \tag{2}$$

$$u^* \frac{\partial \theta}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta}{\partial y^*} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^{*2}} \tag{3}$$

Here x^* and y^* are the dimensionless vertical and horizontal coordinates, respectively; u^* and v^* are the dimensionless velocity components in x^* and y^* directions, respectively; θ is the dimensionless temperature; and Re , Da , Ra , Pr_e , Pe , and λ are defined as

$$\begin{aligned} x^* &= x/L, & y^* &= y/L, & u^* &= u/U_\infty, \\ v^* &= v/U_\infty, & \theta &= (T - T_\infty)/(T_w - T_\infty), \\ Re &= \rho_f U_\infty L / \mu_f, & Da &= K/L^2, \\ Ra &= g\beta(T_w - T_\infty)L^3 / \nu\alpha_e, & Pr_e &= \mu_e c_p / k_e, \\ Pe &= U_\infty L / \alpha_e = RePr_e, & \lambda &= FL\epsilon / \sqrt{K}. \end{aligned} \quad (4)$$

The conservation of momentum is based on the Darcy-Brinkman-Forchheimer model (general flow model) which includes the effects of flow inertia as well as friction caused by macroscopic shear. The DBF model was chosen so that the generality of the problem formulation remained.

The boundary conditions on the velocity are the no-slip condition at the wall and a finite velocity within the free stream. At these locations, the temperature equals the constant wall temperature and the saturation (free stream) temperature, respectively. The dimensionless boundary conditions are expressed as:

$$\begin{aligned} x^* = 0: & \quad u^* = 1, & v^* &= 0, & \theta &= 0 \\ y^* = 0: & \quad u^* = 0, & v^* &= 0, & \theta &= 1 \\ y^* \rightarrow \infty: & \quad u^* = 1, & v^* &= 0, & \theta &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

In addition to these boundary conditions, the following compatibility relations must be satisfied at the liquid-vapor interface:

$$\begin{aligned} y^* = \delta(x): & \quad u_1^* = u_v^*, & v_1^* &= v_v^* \\ & \tau_1 = \tau_v, \\ & T_1 = T_v, & q''_1 &= q''_v \end{aligned} \quad (6)$$

These conditions express the continuity of longitudinal and transverse velocities, shear stresses, temperatures and heat fluxes, respectively.

The heat transfer results of this investigation are reported by the local Nusselt number which is defined by:

$$Nu_x = \frac{hx}{k_f} = \frac{-x^* k_e}{k_f} \left[\frac{\partial \theta}{\partial y^*} \right]_{y^*=0} \quad (7)$$

It should be noted that the conductivity of the fluid was chosen in the formulation of the Nusselt number. This choice resulted in a more meaningful comparison of the heat transfer rate between the porous medium system and the case where there is no porous medium.

Equations (1)-(6) which describe the entire domain of the problem were solved by a control volume based finite difference method. The calculation domain was divided into a number of overlapping control volumes surrounding each grid point. The differential equation was then integrated over each control volume. Piece-wise profiles expressing the variation of the dependent variables between grid points were used to

the dependent variables between grid points were used to evaluate the required integrals. The result was a discretization equation containing the values of the dependent variable(s) for a group of grid points. The control volume formulation provides that the integral conservation equations of mass, momentum, and energy are satisfied over the control volumes as well as the entire domain. The finite difference equations are subsequently solved using a tri-diagonal matrix method.

The numerical scheme used a rectangular grid system which consisted of "NI" horizontal and "I" vertical lines. Since the thickness of the boundary layer was much smaller than the characteristic length (L), changes in the important variables in the stream-wise direction were considered minute as compared to changes in the direction perpendicular to the plate. Therefore, a variable grid system was employed whereby there was a much finer grid in the y^* -direction and a more coarse grid in the x^* -direction. This expanding grid system gave (i) more accurate results near the wall where the fluid velocity and temperature gradients change dramatically and (ii) reduced computational time.

Extensive tests were performed to study the variations of the grid size and the optimal choices of Δx^* and Δy^* while at the same time ensuring stability of the numerical scheme. The grid size was reduced until there was less than one percent difference in the convergent result. A convergence criterion of 10^{-6} was chosen for the film condensation thickness.

In the numerical scheme, the space derivatives were approximated by a central difference form except for the convective terms which used a second upwind difference scheme. A third order polynomial was assumed to calculate the slope of the temperature profile near the wall which is used in Eq. (7) to calculate the local Nusselt number.

As a check on the validity of the present numerical model, a comparison of the heat transfer rate with a previous published study was made. As shown in Fig. 2, relative good agreement was found for the case of no vapor velocity ($Re = 0$) and a relatively permeable porous medium. In this figure, our numerical solutions are compared to the similarity solution of Cheng (1981) who neglected the macroscopic inertial and viscous forces.

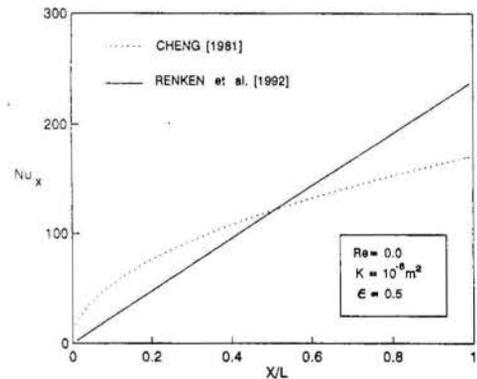


Figure 2. Comparison of numerical solution with Cheng (1981).

DISCUSSION OF RESULTS

The effects of vapor velocity on film condensation on an inclined surface embedded in a porous medium are illustrated in Figs. 3-8. Laminar free-stream vapor flow has been assumed and porous medium characteristics have been assimilated into the dimensionless governing parameters.

The effect of the Reynolds number on the heat transfer rate, as represented by the local Nusselt number is shown in Fig. 3 for fixed values of Ra, Da, Pr_e, and λ. There exists an increase in the heat transfer rate as Re increases. As the free stream vapor velocity increases, the boundary layer thins and there exists sharper temperature gradients at the wall and larger Nusselt numbers. It is shown in Fig. 3 that the growth rate of Nu_x decreases with x/L or in other words the heat transfer coefficient decreases in the stream-wise direction. As shown in this figure, the Nusselt numbers variations for the present problem are significantly higher than the open space case where a plate is immersed in moving saturated vapor. This is because of the relatively high effective thermal conductivity of the saturated porous medium.

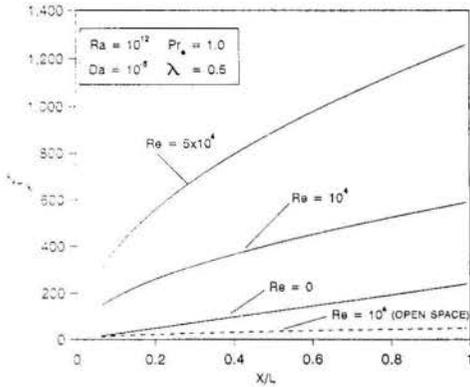


Figure 3. The effect of Reynolds number on Nusselt number variation.

The effect of the Rayleigh number is documented by Fig. 4. This figure can also be used to predict heat transfer rates due to surface subcooling variations and inclination of the surface with regard to the moving vapor. As seen by Eq. (4), the Rayleigh number is directly related to the surface subcooling and to the gravitational constant, which may be modified by cos φ where φ would be the angle of inclination away from the vertical. As expected, the computed results predict higher heat transfer coefficients as Ra increases. Comparing the case of porous medium versus open space condensation, one finds significant heat transfer enhancement as shown in Fig. 4.

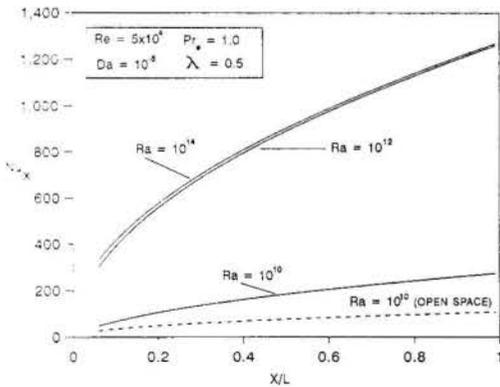


Figure 4. The effect of Rayleigh number on Nusselt number variation.

It should be noted that the effect of the inertia parameter, λ, on the heat transfer rate was found to be negligible. Changes of less than one percent in Nu_x were found

when λ = 0, 0.5, 1.0 for fixed values of Re, Ra, Da, and Pr_e. Therefore, under the conditions tested, the Darcy-Brinkman model would provide equivalent results.

Figures 5-7 analyze the effect of the porous medium characteristics on the heat transfer rate during forced convection condensation. The Darcy number which is directly proportional to the permeability of the porous coating has minimal effect on the heat transfer rate for the present problem. In Fig. 5, there are minimal differences when the Darcy number is decreased from 10⁻² to 10⁻⁴. A further decrease to Da = 10⁻⁶ results in less than a one percent decrease in Nu_x for the conditions specified. A comparison of the porous medium case to the open space solution is also shown in Fig. 5.

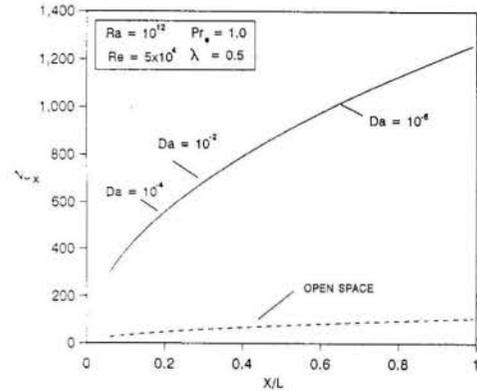


Figure 5. The effect of Darcy number on Nusselt number variation.

The effective Prandtl number effects are shown in Fig. 6 for fixed values of Re, Da, Ra, and λ. In this figure, the Nusselt number variation for three different values of effective Prandtl number are shown. The values of Pr_e represent a wide range of fluids such as liquid metals, air, and water. As expected, the Nusselt number increases with an increase in Pr_e. The case of open space forced convection condensation is represented by the curve Pr = 10, which can be compared to the case of Pr_e = 1.0. In the numerical model, the effective dynamic viscosity of the porous coating subregion is equal to the dynamic viscosity of the pure condensate while the thermal conductivity ratio (k_e/k_f) was ten.

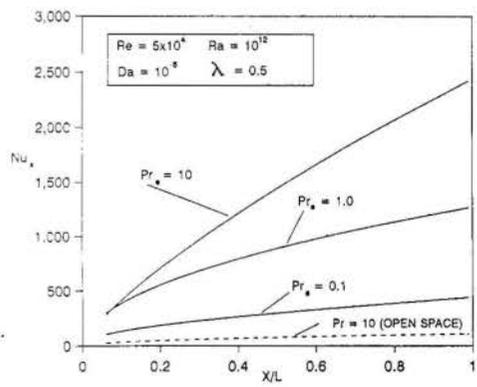


Figure 6. The effect of effective Prandtl number on Nusselt number variation.

As seen by Eq. (4), Fig. 6 could also be used to predict heat transfer rates based on the value of the effective thermal conductivity of the porous medium. A better representation is

provided by Fig. 7 where k_e is explicitly documented. The value of k_e/k_f represents the ratio between the saturated porous medium's effective thermal conductivity and that of the pure fluid. As expected, there exists significant enhancement when $k_e/k_f > 1.0$. Figure 7 also compares the results for no porous medium ($H^* = 0$).

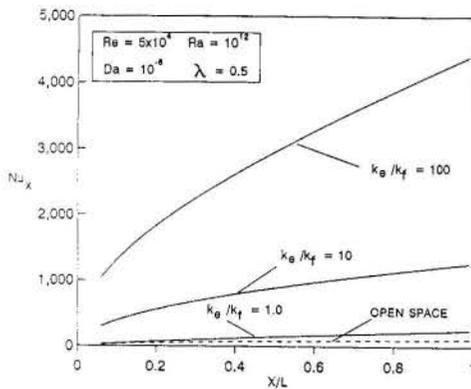


Figure 7. The effect of effective thermal conductivity on Nusselt number variation.

CONCLUDING REMARKS

The effect of forced convection on film condensation along an inclined surface embedded in a porous medium has been investigated by the present work. The dependence of the Nu_x on the dimensionless governing parameters was documented. It was found that the free stream vapor flow has a significant effect on the heat transfer rate as compared to free convection filmwise condensation and that there existed major heat transfer enhancement when compared to the open space. Under the conditions investigated, Da played a minimal role and the Forchheimer term had negligible effect.

ACKNOWLEDGMENT

Financial support for this research provided by the National Science Foundation through Grant No. CTS-8909410 is greatly appreciated.

REFERENCES

- Chaoyang, W. and Chuanjing, T., "The Effect of Non-Condensable Gas on Forced Convection Condensation Along a Horizontal Plate in a Porous Medium," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 32, No. 10, pp. 1847-1852, 1981.

- Cheng, P., "Film Condensation Along an Inclined Surface in a Porous Medium," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 24, No. 6, pp. 983-990, 1981.
- Cheng, P. and Chui, D. K., "Transient Film Condensation on a Vertical Surface in a Porous Medium," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 27, No. 5, pp. 795-798, 1984.
- Chung, J. N., Plumb, O. A., and Lee, W. C., "Condensation in a Porous Region Bounded by a Cold Vertical Surface," Heat and Mass Transfer in Frost and Ice, Packed Beds, and Environmental Discharges, AIAA/ASME Thermophysics and Heat Transfer Conference, June 18-20, 1990, Seattle Washington, HTD-Vol. 139, pp. 43-50, 1990.
- Kaviani, M., "Boundary-Layer Treatment of Film Condensation in the Presence of a Solid Matrix," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 29, No. 6, pp. 951-954, 1986.
- Nusselt, W., "Die Oberflächenkondensation des Wasser Dampfes," Zeitschrift des Vereins Deutsches Ingenieure, Vol. 60, pp. 541-575, 1916.
- Plumb, O. A., Burnett, D. B., and Shekarriz, A., "Film Condensation on a Vertical Flat Plate in a Packed Bed," ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 112, pp. 235-239, 1990.
- Poulidakos, D. and Orozco, J., "A Study of Condensation on a Vertical Internally Cooled Pipe Embedded in Porous Media," International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 13, pp. 181-192, 1986.
- White, S. M. and Tien, C. L., "Analysis of laminar Film Condensation in a Porous Medium," Proceedings of the 1987 ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference, Vol. 2, pp. 401-406, 1987a.
- White, S. M. and Tien, C. L., "An Experimental Investigation of Film Condensation in Porous Structures," Proceedings of the 6th International Heat Pipe Conference, pp. 223-228, 1987b.

ANÁLISE EXPERIMENTAL DA REDISTRIBUIÇÃO E DA PERDA DE CARGA EM ESCOAMENTOS AXIAIS EM FEIXES DE VARETAS

CARLOS DE BASTOS FRANCO, RT-COPESP, SP
PEDRO CARAJILESCOV, DEM/PUC-Rio

SUMÁRIO

Elementos combustíveis de reatores nucleares do tipo PWR são compostos por feixes de varetas, dispostas em um arranjo quadrado e presas por grades espaçadoras, com o refrigerante escoando axialmente ao longo do feixe. Embora tais elementos sejam do tipo aberto, experimentos de perda de carga são realizados em seções de testes fechadas, originando o surgimento de subcanais com diferentes geometrias. Utilizando-se uma seção de testes formada por dois feixes de 4 x 4 varetas e realizando-se experimentos com e sem separação entre os feixes, foram determinados o fator de redistribuição do escoamento entre os subcanais de diferentes aspectos, o coeficiente de atrito axial e o coeficiente de arraste devido às grades nos subcanais internos.

INTRODUÇÃO

Elementos combustíveis de reatores nucleares são, de forma geral, compostos de feixes de varetas, dispostas em arranjos quadrados ou triangulares, com o refrigerante escoando axialmente ao longo do feixe. No caso de reatores do tipo PWR (Pressurized Water Reactors), adotados pelo Programa Nuclear Brasileiro, o arranjo é do tipo quadrado e aberto lateralmente, com as varetas presas por grades espaçadoras.

A análise do comportamento termohidráulico de núcleos de reatores requer o preciso conhecimento das condições locais, térmicas e hidráulicas, do refrigerante no núcleo, em diversas situações operacionais. Com esta finalidade, ao longo dos anos, vários programas computacionais foram desenvolvidos para a previsão destas condições termohidráulicas, entre os quais se destacam os programas da linha COBRA [1,2], que tem sido utilizados de forma generalizada. A utilização desses programas, no entanto, requer que sejam fornecidas correlações para o coeficiente de atrito para perda de carga, assim como os coeficientes de arraste devido às perdas localizadas provocadas pela presença das grades espaçadoras entre as varetas de combustíveis. Considerando-se que os elementos combustíveis de reatores do tipo PWR são do tipo aberto, os coeficientes desejados devem se referir ao tipo de subcanal formado por quatro varetas paralelas, com o refrigerando escoando longitudinalmente a elas. No entanto, experimentos de perda de carga são realizados em seções de testes fechadas, originando o surgimento de subcanais com diferentes geometrias, conforme apresentado na figura 1.

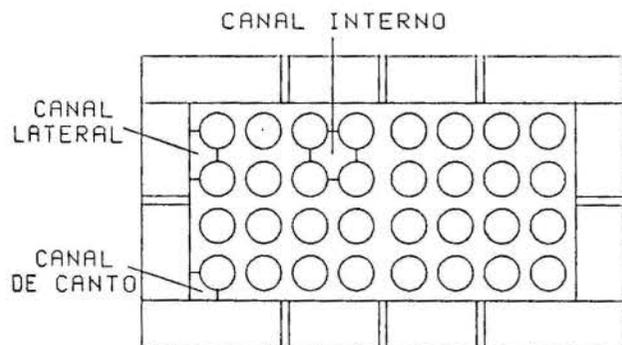


Figura 1. Tipos de subcanais em uma típica seção de testes.

Para se obter correlações para o fator de atrito e para o coeficiente de grade do escoamento no subcanal interno, torna-se necessária a determinação da redistribuição do escoamento nos diversos subcanais. No presente trabalho, para a determinação desta redistribuição, são realizados experimentos de medidas de perda de carga em seções de testes

com diferentes frações de área ocupadas por um dado tipo de subcanal.

CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

Considerando-se um escoamento em regime permanente, a equações de conservação de massa pode ser escrita na forma:

$$\rho A_{ST} V_{ST} = \rho A_i V_i + \rho A_\ell V_\ell \quad (1)$$

onde ρ é a densidade do fluido, A representa área e V é velocidade. Os índices "ST", "i" e "ℓ" se referem, respectivamente, à seção de testes total, ao conjunto dos canais internos e ao conjunto dos canais laterais.

Esta equação pode ser reescrita conforme segue:

$$\alpha_i \left(\frac{V_i}{V_{ST}} \right) + (1 - \alpha_i) \left(\frac{V_\ell}{V_{ST}} \right) = 1 \quad (2)$$

onde α_i representa a fração da área total ocupada pelos canais internos.

Aplicando-se esta equação para duas configurações com diferentes frações de área ocupadas por canais internos e rearranjando, o fator de redistribuição do escoamento, para o canal interno, é dado por:

$$\left(\frac{V_{i,1}}{V_{ST,1}} \right) = \frac{\frac{1}{1 - \alpha_{i,1}} - \left(\frac{K_{ST}}{K_\ell} \right) \frac{1}{1 - \alpha_{i,2}}}{\frac{\alpha_{i,1}}{1 - \alpha_{i,1}} - \left(\frac{K_i}{K_\ell} \right) \frac{\alpha_{i,2}}{1 - \alpha_{i,2}}} \quad (3)$$

onde

$$K_{ST} = \frac{V_{ST,2}}{V_{ST,1}}, \quad K_i = \frac{V_{i,2}}{V_{i,1}}, \quad K_\ell = \frac{V_{\ell,2}}{V_{\ell,1}}$$

Expressão análoga pode ser escrita para o fator de redistribuição do escoamento para o canal lateral.

(a) **Fator de atrito no feixe.** Para escoamento turbulento ao longo do feixe de varetas de uma dada seção de testes, sem a presença de grades espaçadoras, o fator de atrito pode ser correlacionado na forma:

$$f_j = a_j Re_j^n \quad (4)$$

onde Re_j o número de Reynolds referente à geometria j .

Considerando-se escoamentos, nas duas configurações, submetidos à mesma queda de pressão total e aplicando-se a lei de Darcy, obtém-se:

$$K_j = \frac{V_{i,2}}{V_{j,1}} = \left(\frac{a_{j,1}}{a_{j,2}} \right)^{\frac{1}{2+n}} \left(\frac{Dh_{j,2}}{Dh_{j,1}} \right)^{\frac{1-n}{2+n}} \quad (5)$$

onde Dh_j representa o diâmetro hidráulico da configuração.

Para a seção de testes toda, os coeficientes da correlação são determinados através de dados experimentais de medida da queda de pressão no escoamento. No entanto, no caso dos canais interno e lateral, os coeficientes da correlação, dada pela equação (4), independem da configuração. Assim, através da equação (5), obtém-se:

$$K_i = \left(\frac{Dh_{i,2}}{Dh_{i,1}} \right)^{\frac{1-n}{2+n}}, \quad K_\ell = \left(\frac{Dh_{\ell,2}}{Dh_{\ell,1}} \right)^{\frac{1-n}{2+n}} \quad (6)$$

Estas razões são, então, utilizadas na equação (3) para a determinação dos fatores de redistribuição do escoamento, para escoamentos sem a presença de grades espaçadoras.

Quanto ao coeficiente da correlação do fator de atrito, para canal do tipo j, impondo-se a mesma queda de pressão no canal e na seção de testes toda, vem:

$$a_j = a_{ST,1} \frac{\left(\frac{Dh_{j,1}}{Dh_{ST,1}} \right)^{1-n}}{\left(\frac{V_{j,1}}{V_{ST,1}} \right)^{2+n}} \quad (7)$$

(b) **Coefficiente de arraste devido às grades.** Através de medidas experimentais de queda de pressão, nas duas configurações da seção de testes com grades, e descontando-se a perda de carga devido ao atrito nas varetas, determina-se o coeficiente de perda localizada nas grades na forma:

$$C_{d,g,ST} = b_{ST} Re_{ST}^n \quad (8)$$

Para a mesma queda de pressão nas grades, para as duas configurações, a relação entre as velocidades, K_{ST} , é dada por:

$$K_{ST} = \frac{V_{ST,2}}{V_{ST,1}} = \left(\frac{b_{ST,1}}{b_{ST,2}} \right)^{\frac{1}{2+n}} \left(\frac{Dh_{ST,1}}{Dh_{ST,2}} \right)^{\frac{n}{2+n}} \quad (9)$$

Impondo-se esta mesma relação para o subcanal interno e considerando-se que o coeficiente de grade independe da configuração, com ou sem barreira, a relação entre as velocidades nas duas configurações, nas proximidades da grade, $K_{i,g}$, será igual à unidade. O mesmo ocorre com o subcanal lateral. Aplicando-se estas relações de velocidade na equação (3), são determinados os fatores de redistribuição do escoamento nas proximidades das grades.

Finalmente, igualando a perda de carga devido à grade no subcanal interno com aquela observada na seção toda, o coeficiente da correlação do coeficiente de perda de carga localizada na grade é obtido na forma:

$$b_i = b_{ST,1} \frac{\left(\frac{Dh_{ST,1}}{Dh_{i,1}} \right)^n}{\left(\frac{V_{i,1,g}}{V_{ST,1}} \right)^{2+n}} \quad (10)$$

A mesma expressão se aplica para o subcanal lateral.

APARATO EXPERIMENTAL

No presente trabalho, foram realizados experimentos de medidas de perda de carga utilizando-se uma seção de testes composta por dois feixes de 4x4 varetas, inicialmente sem qualquer separação entre os feixes. Posteriormente, é colocada uma barreira entre os dois feixes, alterando-se, desta forma, as frações de área ocupadas pelos canais internos e laterais. Estas situações são apresentadas na figura 2.

Para a presente análise, a fração de área ocupada pelos canais de canto é muito pequena, sendo incorporada à fração ocupada pelos canais laterais.

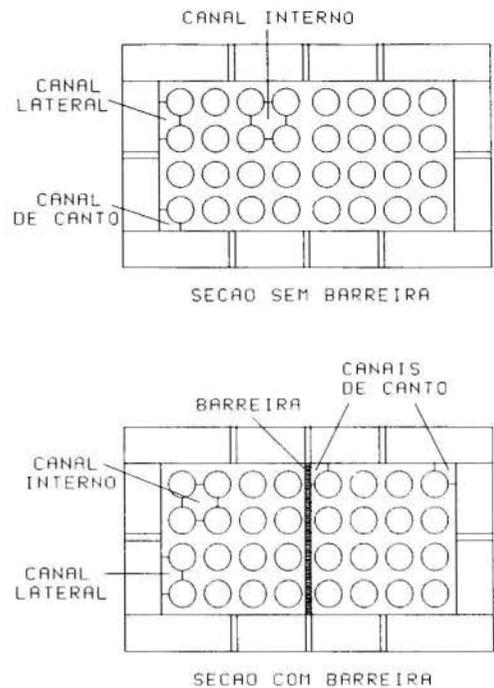


Figura 2. Seção transversal das seções de testes utilizadas.

Os experimentos são realizados com as varetas sendo presas por duas grades, localizadas nas extremidades do feixe, e são, posteriormente, repetidos com seis grades espaçadoras distribuídas ao longo do comprimento das varetas, conforme apresentado na figura 3.

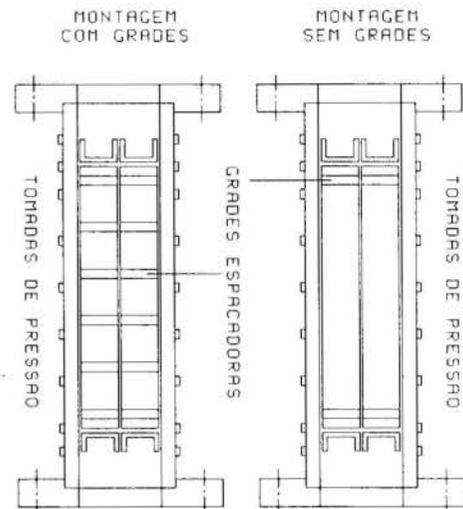


Figura 3. Vista lateral da seção de testes.

Dados da seção de testes são apresentados na Tabela 1.

TABELA 1. Parâmetros geométricos da seção de testes

Parâmetro	Valor
Diâmetro das varetas, D	9,8 mm
Razão P/D do arranjo, onde P=passo	1,32 mm
Lado menor do duto retangular, w	54,3 mm
Lado maior do duto retangular, W	106,2 mm
Comprimento das varetas, L	1195 mm
Comprimento do duto retangular	1440 mm
Fração de área do canal interno:	
sem separação entre feixes:	0,5885
Com separação entre feixes:	0,4990

A localização das grades, nos dois arranjos considerados, é apresentada na Tabela 2.

TABELA 2. Localização das grades espaçadoras

Grade No.	Montagem com	Montagem com
	2 grades	6 grades
	z/L	z/L
1	0,071	0,071
2	-	0,243
3	-	0,414
4	-	0,586
5	-	0,757
6	0,929	0,929

No que diz respeito às medidas experimentais, figura 4 apresenta a localização das tomadas de pressão estática nas posições axiais e em um dado nível axial. As medidas são efetuadas através de um quadro manométrico pressurizado, permitindo leituras de coluna de água limitadas a 2000 mm.

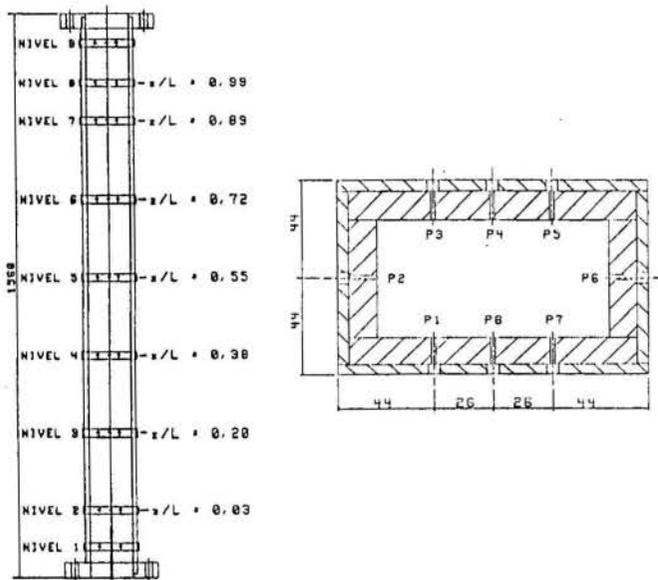


Figura 4. Localização das tomadas de pressão estática.

Os experimentos foram realizados em um circuito hidráulico fechado, com capacidade para fornecer até 10 Kg/s de vazão total de água. Este circuito é apresentado esquematicamente na figura 5.

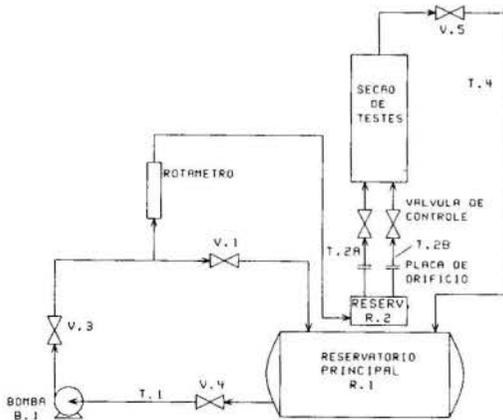


Figura 5. Esquema simplificado do circuito experimental.

Detalhes adicionais deste trabalho podem ser encontrados na Ref.[3].

RESULTADOS

Figuras 6 e 7 apresentam os resultados dos coeficientes de perda de carga para a seção toda e para as duas configurações consideradas, para números de Reynolds, Re , até 30.000. Nestas figuras, foram utilizadas apenas as leituras efetuadas entre os níveis de medição 3 e 7, apresentados na figura 4. Desta forma, nos casos envolvendo a presença de grades, os coeficientes de perda de carga correlacionados envolvem as quedas localizadas devido às grades entre estes dois níveis. Os dados experimentais foram correlacionados apenas para Re acima de 6.000, garantindo-se, assim, regime turbulento em todos os subcanais.

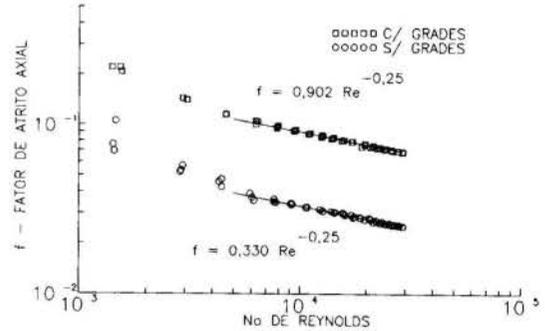


Figura 6. Fator de perda de carga para seção de testes sem separação entre os feixes (Configuração No. 1).

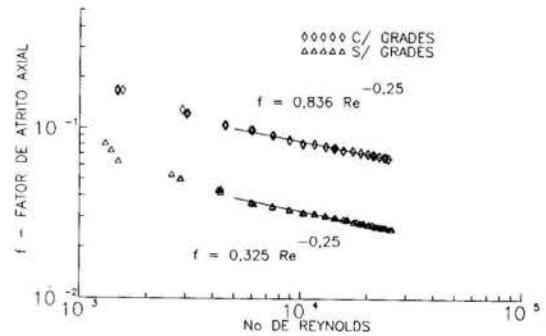


Figura 7. Fator de perda de carga para seção de testes com separação entre os feixes (Configuração No. 2)

Destes resultados, o coeficiente de arraste nas grades é obtido como sendo:

$$\text{sem separação: } C_{dg,ST,1} = 11,41 Re_{ST}^{-0,25} \quad (11.a)$$

$$\text{com separação: } C_{dg,ST,2} = 11,20 Re_{ST}^{-0,25} \quad (11.b)$$

(a) Arranjo sem grades. Aplicando-se as expressões obtidas, as relações de velocidades entre as duas configurações são:

$$K_{ST} = 0,942 \quad , \quad K_i = 0,980 \quad , \quad K_L = 0,944$$

Neste caso, os fatores de redistribuição do escoamento são:

$$\frac{V_{i,1}}{V_{ST,1}} = 1,11 \quad , \quad \frac{V_{L,1}}{V_{ST,1}} = 0,84 \quad (12)$$

e os coeficientes de atrito, para os canais interno e lateral, são:

$$\text{Canal interno: } f_i = 0,341 Re_i^{-0,25} \quad (13.a)$$

$$\text{Canal lateral: } f_L = 0,347 Re_L^{-0,25} \quad (13.b)$$

Os valores obtidos para os fatores de redistribuição do escoamento estão de acordo com as medições efetuadas do campo de velocidades no feixe [vide Ref. 3].

(b) Arranjo com grades. Neste caso, para a mesma queda de pressão devido às grades, nas duas configurações, as razões de velocidade observadas são dadas por:

$$K_{ST} = 0,997 \quad , \quad K_i = 1,00 \quad , \quad K_\ell = 1,00.$$

Destes valores, seguem os fatores de redistribuição do escoamento nas proximidades das grades:

$$\frac{V_{i,1,g}}{V_{ST,1}} = 1,01 \quad , \quad \frac{V_{\ell,1,g}}{V_{ST,1}} = 0,98 \quad (14)$$

Finalmente, os coeficientes de arraste devido às grades são dados por:

$$\text{canal interno: } C_{dq,i} = 11,63 Re_i^{-0,25} \quad (15.a)$$

$$\text{canal lateral: } C_{dq,\ell} = 11,22 Re_i^{-0,25} \quad (15.b)$$

Dos resultados da redistribuição do escoamento, convém observar as diferenças nos fatores de redistribuição ao longo do feixe e nas proximidades das grades. Estas diferenças são atribuídas à ocorrência de escoamento transversal, com fluido indo dos canais internos para os laterais antes das grades e retornando após as grades. Desta forma, o escoamento não pode ser considerado estritamente unidimensional. A imposição de um mesmo fator de redistribuição, ao longo do feixe e das grades, pode introduzir erros elevados nos coeficientes de atrito e de arraste nos canais internos, típicos de usinas PWR.

As incertezas envolvidas na determinação do coeficiente de atrito se situam entre 7% e 12%, enquanto que, para o coeficiente de arraste das grades, estão em torno de 10% e 17%.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho, foram obtidos os fatores de redistribuição do escoamento entre os subcanais da seção de testes, ao longo do feixe de varetas e nas proximidades das grades. Além disso, foram obtidos os coeficientes de perda de carga de atrito e de arraste nas grades, para subcanais internos, típicos de elementos combustíveis abertos de reatores PWR, em função do número de Reynolds local. Estes coeficientes são recomendados para utilização em programas de análise de subcanais, que representam ferramentas de projeto termo-hidráulico utilizadas universalmente.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio recebido da COPESP - Coordenadoria de Projetos Especiais, do Ministério da Marinha, e da SCT/PR - Secretaria de Ciência e Tecnologia da Presidência da República.

REFERÊNCIAS

- [1] Rowe, D.S., "COBRA-III: a digital computer program for steady state and transient thermal-hydraulic analysis of rod bundle nuclear fuel element", Report BNWL-B-82, Battelle, Richland, Wash (1971).
- [2] Stewart, C.W. et al., "COBRA-IV: the model and the method", Report BNWL-2213, Battelle, Richland, Wash (1977).
- [3] Franco, C.B., "Determinação experimental da redistribuição axial do escoamento em feixes de varetas com forte componente transversal", Tese de Mestrado, IPEN/USP, (1992).

ABSTRACT

Fuel elements for PWR type nuclear reactors consist of bundles of rods, arranged in square arrays, held by grid type spacers. The coolant flows axially along the bundle. Although such elements are laterally open, pressure drop experiments are performed in closed type test sections, originating the appearance of subchannels of different geometries. Utilizing a test section of two bundles of 4 x 4 pins and performing experiments with and without separation between the bundles, the flow redistribution factors, the friction and the grid drag coefficients were determined for the interior subchannels.

LIMITS OF THE SIMULATION OF A NUCLEAR FUEL PIN BY AN ELECTRICALLY HEATED ROD

PEDRO CARAJILESCOV
 Associate Professor
 Department of Mechanical Engineering
 PUC-Rio

SUMMARY

The utilization of electrically heated rods for the simulation of nuclear fuel pins represents a generally adopted method by the nuclear industry to study thermalhydraulic problems. Usually, it is necessary to determine the time variation of the electric linear power to simulate a given nuclear power transient in order to yield the same temperature and heat flux conditions in the surface of the electrical heater that would be observed in the nuclear fuel pin. The present work analyses the limits of the usually adopted simulation methods and shows a manner to obtain the required electrical linear power that reduces oscillations and yields accurate results for the thermal conditions of the rod surface wall.

INTRODUCTION

The thermal behavior of nuclear fuel rods is of great importance to the safety analysis of nuclear reactors. The utilization of electrically heated rods for the simulation of nuclear fuel pins represents a generally adopted method by the nuclear industry to study thermalhydraulic problems. The configurations usually adopted for the nuclear rods and for the electrically heated pins are shown, schematically, in Figure 1.

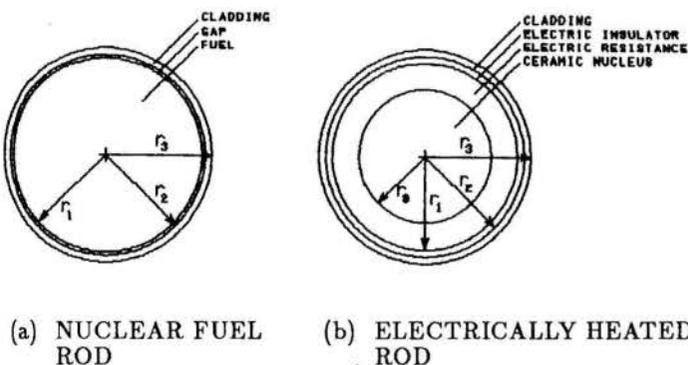


Figure 1. Transversal section of rods.

The utilization of such electrical heaters has been discussed by the author in previous works [1,2]. In order to simulate a given nuclear power transient, it is usually necessary to determine the time variation of the electrical linear power to yield the same temperature and heat flux conditions in the surface of the electrical heater that would be observed in the nuclear fuel rod. Based on a closed control loop, back-fed by the temperature or heat flux of the electrical heater surface wall, several authors [3,4,5] have reported an oscillatory output. Also, in many cases, the obtained linear power would have to assume negative values, which is unfeasible, experimentally.

The present work discusses the limits of the usual methods and presents a manner to obtain the required electrical linear power that reduces the oscillations and yields accurate results for the thermal conditions of the rod surface wall.

TRANSFER FUNCTIONS FOR NUCLEAR ROD AND ELECTRICAL HEATER

As presented in ref. [1], the time response of the surface wall temperature of the rods, for variations of the linear power, is given by:

Nuclear rod:

$$\frac{d^2\theta_N}{dt^2} + m\frac{d\theta_N}{dt} + n\theta_N = eq'_N \quad (1)$$

Electrical heater:

$$\frac{d^3\theta_E}{dt^3} + p\frac{d^2\theta_E}{dt^2} + q\frac{d\theta_E}{dt} + g\theta_E = wq'_E \quad (2)$$

with:

$$q' = \text{linear power;} \\ \theta_i = T_i - T_c$$

where T_i is the surface wall temperature and T_c is the local coolant temperature. The subscript "N" refers to the nuclear rod and "E", to the electrical heater.

The coefficients of these equations are functions of the thermal capacitance and thermal resistance of the several layers of the rods. The reader can find their definitions in ref. [1].

Applying the Laplace transform to equations (1) and (2), it is obtained:

$$\theta_N(s) = \frac{e}{s^2 + ms + n} Q_N(s) \quad (3)$$

and

$$\theta_E(s) = \frac{w}{s^3 + ps^2 + qs + g} Q_E(s) \quad (4)$$

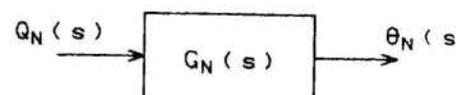
The transfer functions of the rods are defined by

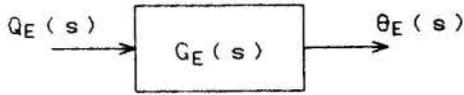
$$G_N(s) = \frac{e}{s^2 + ms + n} \quad (5)$$

and

$$G_E(s) = \frac{w}{s^3 + ps^2 + qs + g}$$

The time response of the rods can be represented ically, by:





The usual method adopted by several authors [3,4,5] for the simulation is presented in Figure 2. The major difference, among them, is the function $H(s)$. It is usually assumed as a constant, arbitrary in some cases [3,5] or related to the estimated time constants of the rods [4].

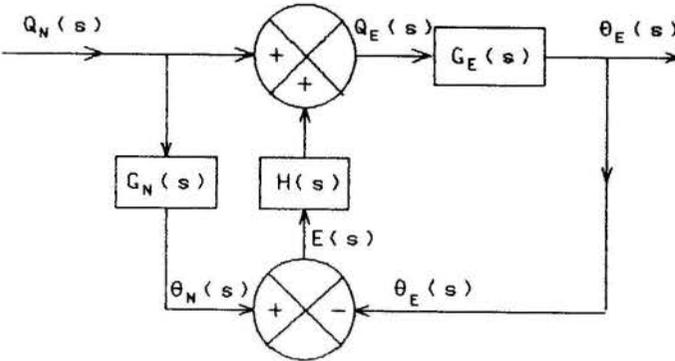


Figure 2. Usual control loop for simulation.

The transfer function between $Q_N(s)$ and $Q_E(s)$ is given by:

$$Q_E(s) = F(s)Q_N(s) \quad (7)$$

where

$$F(s) = \frac{1 + K G_N(s)}{1 + K G_E(s)} \quad (8)$$

with

$$H(s) = K > 0.$$

The transfer function, $F(s)$, can be written as:

$$F(s) = \frac{(s^3 + ps^2 + qs + g)(s^2 + ms + n + Ke)}{(s^3 + ps^2 + qs + g + Kw)(s^2 + ms + n)} \quad (9)$$

The output of q'_E will have an oscillatory component when the denominator of this equation has conjugated complex roots. The right hand term will always have real roots. However, the roots of the left hand term are functions of the value adopted for K . It can be shown that the possible values for K are bounded by:

$$0 < K < K_{max}$$

where:

$$K_{max} = \frac{1}{w} [u(u^2 + a) + \Delta - g] \quad (10)$$

with

$$u = \frac{p}{3}, \quad a = q - \frac{p^2}{3}, \quad \Delta = 2\sqrt{-\frac{a^3}{27}}$$

Although Maslo[3] and Hagar[5] do not mention the value of K adopted, they were probably larger than K_{max} . In the case of the Soda's method, the obtained value of K is, in many situations, very large compared to K_{max} , leading to undamped oscillations and consequent instability.

To overcome this problem, the present author suggested, in previous work [1], the utilization of a direct method, represented, schematically, in Figure 3.

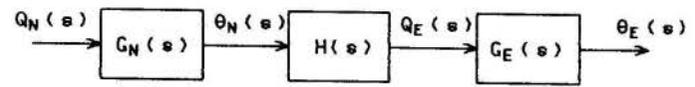


Figure 3. The direct open-loop method.

Imposing $\theta_E(s) = \theta_N(s)$, follows:

$$H(s) = \frac{1}{G_E(s)} \quad (11)$$

This method, although very simple, has two major drawbacks. The first one is related to the answer to abrupt variations in the nuclear linear power. Consider a step variation of the nuclear power, that is

$$Q_N(s) = \frac{1}{s} \quad (12)$$

The electric power response for this perturbation is of the type:

$$q'_E(t) = \frac{e}{w} [\delta(t) + B_0 + B_1 e^{-\lambda_{N1}t} + B_2 e^{-\lambda_{N2}t}] \quad (13)$$

where:

$$\delta(t) = \text{Dirac function};$$

$$B_0, B_1, B_2 = \text{constants.}$$

Obviously, this response is practically unfeasible. On the other hand, although $q'_N(t)$ can vary abruptly, θ_N will vary much slower. So, considering that

$$\left| \frac{\partial \theta_N}{\partial t} \right| \gg \Delta t \left| \frac{\partial^2 \theta_N}{\partial t^2} \right|, \quad \left| \frac{\partial \theta_N}{\partial t} \right| \gg \Delta t^2 \left| \frac{\partial^3 \theta_N}{\partial t^3} \right|,$$

the function $H(s)$ can be simplified to

$$H(s) \approx \frac{qs + g}{w}, \quad (14)$$

which will lead to a response of the kind

$$q'_E(t) = \frac{e}{w} [c_0 + c_1 e^{\lambda_{N1}t} + c_2 e^{-\lambda_{N2}t}] \quad (15)$$

for an abrupt variation of $q'_N(t)$.

The second limitation of the direct method is the fact that the parameters of the $H(s)$ function would have to be adjusted continuously due to variations in materials properties with temperature, variations in heat transfer regimes between surface wall and coolant, and so on. Also, this method does not allow any feedback from the difference between expected and observed values of the output.

PROPOSED SIMULATION METHOD

For on-line control applications, the problems just described can be reduced by adopting a control loop with feedback, as shown in Figure 4.

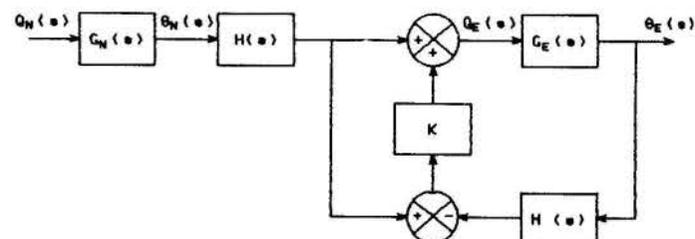


Figure 4. Proposed simulation scheme.

The function $H(s)$ is given by equation (14).
The transfer function, for this case, is given by

$$Q_E(s) = \frac{(1 + K) H(s) G_N(s)}{1 + KH(s) G_E(s)} Q_N(s) \quad (16)$$

It can be observed that, when $K = 0$, this scheme is reduced to the modified (or simplified) direct method. Large values of K can also lead to oscillatory output or even to instabilities. It is recommended to restrict to positive values less than unity.

The present method was applied to typical configuration of nuclear and electrically heated rods, whose characteristics are shown in Table 1.

Table 1 - Typical rods

Nuclear rod	Electrical heater
$r_1 = 4.096$ mm	$r_0 = 1.590$ mm
$r_2 = 4.178$ mm	$r_1 = 2.120$ mm
$r_3 = 4.750$ mm	$r_2 = 3.840$ mm
	$r_3 = 4.750$ mm
cladding: zircaloy fuel: UO_2	cladding: SS 304 electrical insulator: BN electrical resistance: Inconel 600 ceramic nucleus: BN

Figure 5 presents the results given by the several methods for the electrical linear power, $q'_E(t)$, for an abrupt reduction of 50% of the nuclear linear power, occurring at $t = 0$. This is the most severe transient that can be observed. The difference between the nuclear rod and the electrical heater surface wall temperatures was less than $2^\circ C$, during the transient, for all the methods considered. However, although the match between the temperature was good, it can be observed that the direct method requires very high linear power during the beginning of the transient, while the Soda's method presents strong oscillations, difficult to be followed by an electrical power source.

After $t \approx 0,25$, a change in the heat transfer regime occurs, from nucleate boiling to forced convection. For the present method, this change is taken into account by a smooth variation in the linear power.

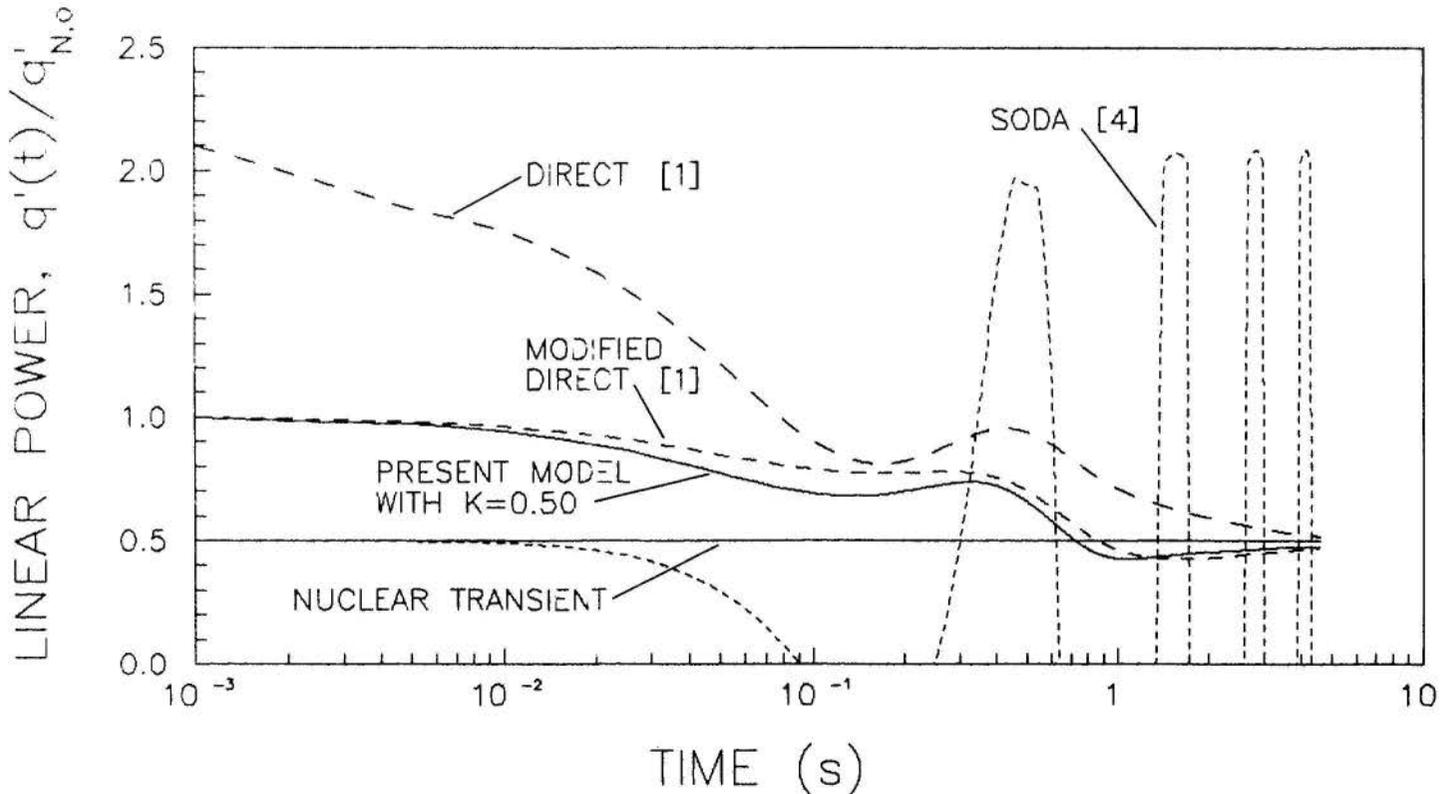


Figure 5. Time variation of the electric linear power.

FINAL REMARKS

The present work has discussed the methods that have been used to simulate a nuclear fuel rod, during a power transient, by an electrically heated pin. The proposed method reduces the oscillations and peaks in the electric linear power, as observed by previous authors and difficult to execute, experimentally.

The present technique compensates the different thermal properties of the materials involved in the fabrication of the rods.

In the present work, it was considered negligible an eventual time delay imposed by the electrical power rectifier.

Although the method was based on the lumped parameter technique, which was developed for slower transients, numerical tests using finite difference have produced equivalent results. It should be mentioned that the finite difference method would be very difficult to be utilized for an on-line control, due to the time involved in the calculation.

REFERENCES

- [1] Carajilescov, P., "Simulation of Thermal Behavior of Nuclear Fuel Rod by Electrically Heated Pin", VII Congr. Bras. Eng. Mec. - COBEM 85, pp. 321-324, 1985.
- [2] de Lima, R. C. F. e Carajilescov, P., "Considerações sobre a Utilização de Varetas Aquecidas Eletricamente na Simulação de Varetas de Combustível Nuclear", IX Congr. Bras. Eng. Mec. - COBEM 87, pp.399-402, 1987.
- [3] Maslo, R. M. and Hyer, F. K., "Hybrid Simulation of a Nuclear Fuel & Electric Heater Pin", in *Simulation of Systems*, ed. by I. Dekker, North Holland Publ. Co., pp.795-803, 1976.
- [4] Soda, K. "On-Line Simulation of Thermal Characteristics of Nuclear Fuel Rod by Electrically Heated Rod", *J. Nuclear Sci. and Techn.*, 13, V. 9, pp. 523-526, (Sept. 1976).
- [5] Hagar, R. C., "Limits of The Experimental Simulation of Nuclear Fuel Rod Response", *1980 Fuel Rod Simulator Symposium* Gatlinburg, Tenn., pp. 625-634, (Oct.1980).

NATURAL CIRCULATION IN PRESSURIZED WATER REACTORS

José Luís Ferraz Bastos (COPESP-MM)
Luiz Valcov Loureiro (COPESP-MM)
Pedro Ernesto Umbehaun (IPEN/CNEN-SP)
Ricardo Takeshi V. da Rocha (COPESP-MM)

SUMMARY

This paper treats the problem of Natural Circulation in a complex geometry similar to that of Nuclear Power Plants. A first experiment has been done at the integral test facility of COPESP for several heat flux conditions. The results obtained were compared with numerical simulations for the steady-state regime.

INTRODUCTION

The understanding of the natural circulation phenomena is one of the major steps in developing safer and simpler to operate nuclear power plants. Analytical modelling has been done by Zvirin (1981) and Botelho (1992) for steady-state and slow transients conditions. More sophisticated studies have been done by Lavine (1986) and Mertol (1982) considering two and three dimensional effects in a very simple geometry. Recently Westinghouse developed a code to analyze natural circulation under severe accident conditions for PWR (1991).

In order to get some insight in this area, an experimental and analytical program started at COPESP in 1991. This project includes fundamental studies for one and two phase flows and the application of the current techniques of simulation to engineering problems.

This activity is divided in three main phases occurring simultaneously:

1. fundamental experiments;
2. integral test facility experiments and
3. analytical and numerical studies, leading to the development of a computer code for design.

Phase one is a cooperation task between PUC/RJ and COPESP focusing the physics of the problem for different flow regimes (single and two phase flows) and the transient behavior of the system.

In phase two, experiments will be held at the integral test facility of COPESP, named CTE-150, to validate the code in complex geometries like those of nuclear power plants. This phase is especially important to establish appropriate correlations for friction factors and heat transfer coefficients.

Phase three concerns the development of a numerical tool to simulate one and two phase natural circulation problems in transient conditions.

As a first approach to the problem, an experiment was designed to verify if measurable conditions are obtained for the electric power available.

Simultaneously to the experiment, numerical simulations have been done for different values of heat flux. Although, at this stage we are just interested on temperatures and flow rates at the steady-state regime, transient behavior of the system is presented to allow the estimation of stabilization times.

GOVERNING EQUATIONS AND NUMERICS

Natural circulation occurs in loops where a heat source is connected to a heat sink in a higher level. The flow is generated by the buoyancy force due to density variations, as shown in Figure 1.

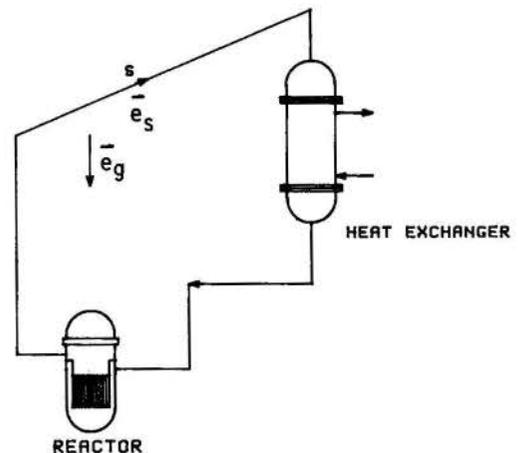


Figure 1. Schematic thermosyphon.

The analysis presented here is based on a one-dimensional formulation of the conservation laws. Viscous dissipation, axial conduction and heat losses to the surroundings are neglected. The Boussinesq approximation is adopted for the driving force term. The momentum and energy balances for the fluid are presented below.

Momentum equation:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} \right) = - \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{\partial \tau}{\partial s} + \rho g c_s \cdot c_g \quad (1)$$

where:

- ρ density
- v velocity at the fluid flow direction
- t time
- p pressure

τ shear stress
 g gravitational acceleration

Energy equation:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p v \frac{\partial T}{\partial s} = q \quad (2)$$

where:

C_p specific heat
 T temperature
 q volumetric heat flux

Considering only radial heat conduction at the tubes, it was obtained:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q \quad (3)$$

where:

k thermal conductivity
 r radial direction

Empirical Correlations. Correlations to estimate friction losses and heat transfer coefficients are necessary due to the one-dimensional approach of the problem. Unfortunately, for natural circulation, the correlations are functions of loop's geometry and this is the biggest source of code's errors. At this time, as there are no experimental results, it was decided to adopt classical correlations for the Nusselt number, Nu , as a function of Grashof, Gr , and Prandtl, Pr , numbers:

$$Gr < 10^9 \quad Nu = 0.59 (Gr Pr)^{0.59}$$

$$\text{if } 10^9 < Gr < 10^{13} \quad Nu = 0.021 (Gr Pr)^{0.4}$$

$$Gr > 10^{13} \quad Nu = 0.10 (Gr Pr)^{0.33}$$

The form losses are evaluated with forced circulation correlations from Idelcik (1960). The friction factor at all regimes was predicted by Churchill (1977) expression:

$$f = \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + 1 / (A+B)^{1.5} \right]^{1/12}$$

where:

$$A = \left[2.457 \ln \left[\left(\frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.27 \varepsilon / D \right] \right]^{16}$$

$$B = \left(\frac{35,725}{Re} \right)^{16}$$

Numerical Procedure. The set of coupled differential equations is solved by the nodal method. The number of volumes for the fluid and the tubes can be arbitrarily set and is used to solve the energy equations (for the fluid and tubes). The momentum equation is integrated around the loop (just one volume) due to the assumption of incompressible fluid. A semi-implicit algorithm is chosen for its flexibility for the time steps. The continuity of heat flux at the solid/fluid interfaces must be satisfied at each time step. A detailed description of the code can be found in Bastos et alii (1992).

EXPERIMENTAL FACILITY

The CTE-150 is the first Brazilian integral test facility of high pressure and high temperature, that simulates the actual performance of a Pressurized Water Reactor (PWR). Its main systems are the high pressure system, the secondary system, the coolant system and the coolant purification system. Silva et alii (1991) give further information about the facility.

Figure 2 presents an isometric view of part of the primary system of the CTE-150 showing the main equipments and components involved in the experiment: the horizontal shell-and-tube heat exchanger (T1), the electrical heater (A4) and the piping system with valves and tubes.

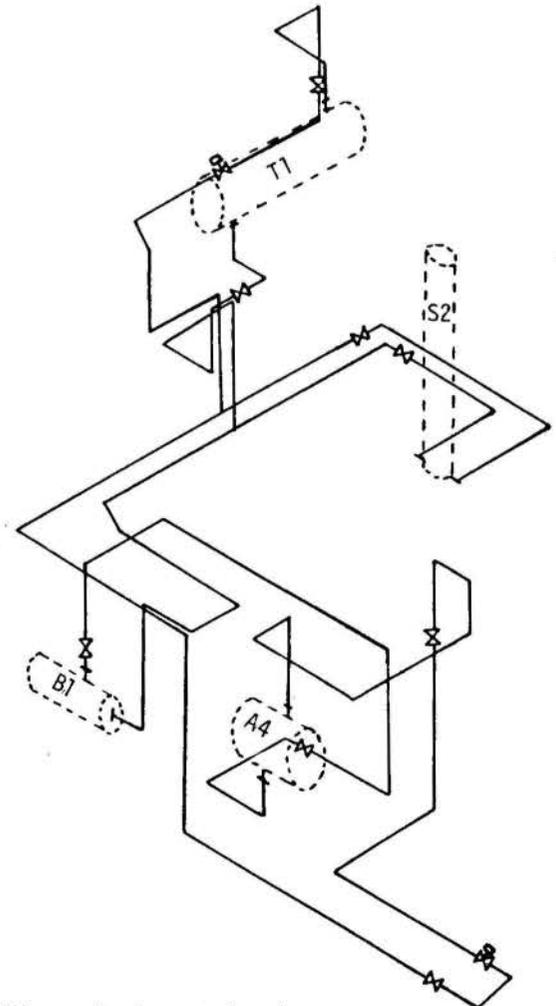


Figure 2. Isometric view.

The characteristics and conditions of these equipments during the experiment are:

Electric Heater - A4
 - capacity: 500 liters

- capacity on tube side: 140 liters
- Piping System
- pipes of 80 mm of internal diameter.
- T1 is 6 meters above A4.
- pipe lengths from A4 to T1 and from T1 to A4 are, respectively 54 and 78 meters.
- capacity of pipes used in the experiment: 660 liters.

The following data were registered at a sampling rate of approximately two minutes, for 150 minutes in each run:

- three RTD temperature indications at two different places on the hot leg (lines leading from A4 to T1);
- three RTD temperature indications at two different places on the cold leg (lines leading from T1 to A4);
- two mass flow indications from two full-flow turbines on the primary system and
- inlet/outlet temperatures and mass flow of the T1 cooling water.

The heater electric power was calculated for each run by measuring the applied electric current and tension.

The mass flow rate was determined by the heat balance at the A4. Assuming adiabatic, steady state flow, follows:

$$m = q / (C_p (T_{out} - T_{in}))$$

where:

- m is the mass flow rate through A4;
- q is the electric power at A4;
- C_p is the specific heat value at $(T_{out} + T_{in})/2$;
- T_{out} is the temperature at A4 outlet and
- T_{in} is the temperature at A4 inlet.

RESULTS

Experimental Results. Twenty runs, in two sequences of ten at two different days were performed. The initial electric power at A4 was 15 kW, going up to 150 kW, in steps of 15 kW.

Calculations of Departure from Nucleate Boiling (DNB), under pool boiling conditions, at the electrical heater were made. The minimum pressure in the loop to prevent reaching DNB, with maximum heat flux in the electrical heater, is approximately 9 bar. So, the experiment was made with the primary system around 15 bar absolute pressure.

The water in the loop was at 35 C at the very beginning of each sequence. All valves in the primary system are fully open to ensure the lowest hydraulic resistance. In order to ensure that all the heat introduced in the loop would be rejected to the heat sink, the cooling water flow was set constant and equal to its maximum value (26 kg/s). The inlet temperature of the cooling water was also held constant (25 C).

The temperature sensor closest to the hot source outlet indicated erratic behavior. So, the data from that instrument was disregarded. The turbine mass flowmeters signals were used only to confirm the existence of fluid motion inside the tubes. It was not possible to consider quantitatively their values since they operated out of their calibration range.

Table 1 presents, for each nominal electric power at A4, the mean values of temperature difference and mass flow rate.

Table 1. Experimental Results

Nominal Power (kW)	Measured Power (kW)	$(T_{out} - T_{in})$ (C)	Mass Flow (kg/s)
15	15.5±0.3	18.8±0.35	0.198±0.006
30	30.8±0.5	21.7±0.35	0.341±0.009
45	45.8±0.6	24.8±0.35	0.444±0.010
60	61.7±0.7	28.8±0.35	0.515±0.010
75	76.7±0.9	31.1±0.35	0.593±0.011
90	92.6±1.2	33.8±0.35	0.659±0.013
105	107.9±1.3	36.3±0.35	0.715±0.013
120	123.1±1.4	38.5±0.35	0.769±0.014
135	136.6±1.5	40.4±0.35	0.813±0.014
145	139.4±1.5	40.6±0.35	0.826±0.014

The arithmetic mean temperatures at each leg were used to make the heat balance and calculate the mass flow. It was considered uncertainties of 0.35 C for temperature and 1 % for specific heat (C_p).

Numerical Results. The calculations were performed dividing the loop in 90 control volumes, as follows:

- electric heater - 9 slices (18 nodes: 9 for the fluid and 9 for the walls) and
- heat exchanger - 12 slices (12 nodes for the fluid, 12 for the walls and 12 for the cooling water).

The A4 heating elements were not represented in this modeling. It was considered that all heat comes from the walls.

The largest uncertainties are expected to be on the evaluation of the electrical heater, pump and heat exchanger form losses.

Considering the nodes at an initial temperature equal to 20 C and the fluid at rest, for a nominal power of 145 kw at A4, the evolution of the mass flow rate is shown in Figure 4.

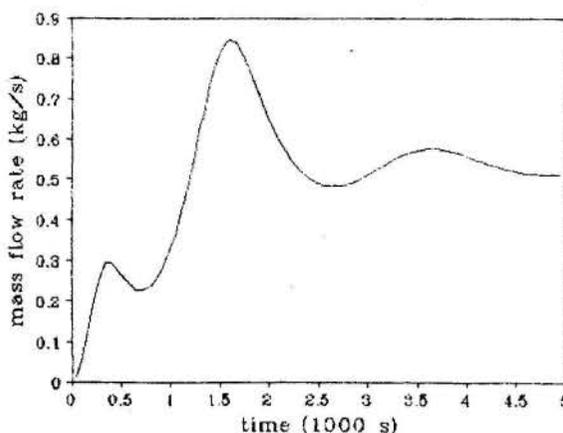


Figure 3. Mass flow rate evolution.

This figure shows the oscillatory behavior of the system, characteristic of natural circulation transient regimes. The stabilization times are approximately 5 hours. This is due to initial conditions (fluid at rest and uniform temperature) and the thermal capacities involved.

A comparison between the experimental and numerical results for steady-state conditions is shown in Figures 4 and 5.

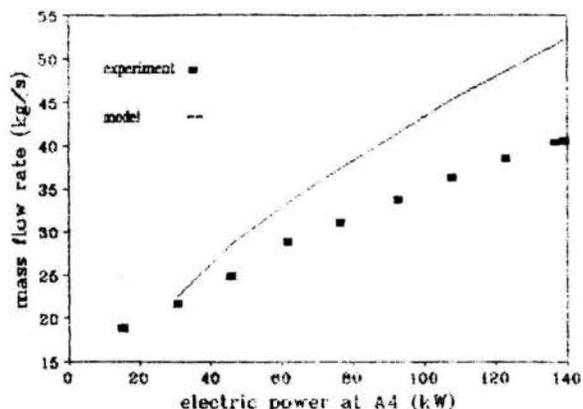


Figure 4. Mass flow rate comparison.

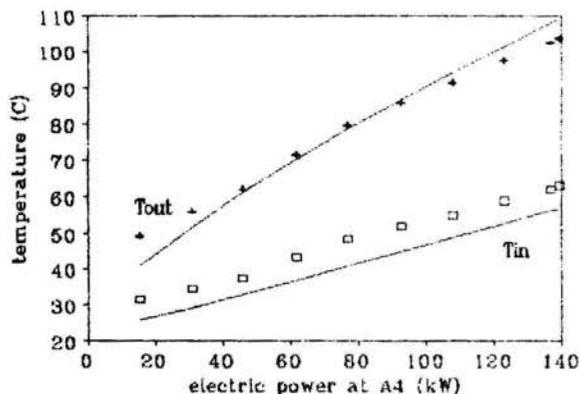


Figure 5. T_{out} and T_{in} comparison.

It is observed a good agreement between the results.

The mass flow rate is quite well predicted. The differences varies from 3 % (15 kW) to 23 % (145 kW). This increasing difference can be explained analyzing the frictional and form losses of the total flow resistance parameter. As the fluid velocity increases the frictional losses decrease and the form losses remain constant. So, the influence of the latter, which does not have a good prediction, is predominant at higher velocities.

CONCLUSIONS

Considering the experiment performed, it was concluded that measurable conditions, despite difficulties for direct flow measurement, are obtained for the operational parameters imposed. The comparison of the experimental data with the numerical has shown good agreement for the steady-state regime. The differences for higher levels of electric power may be explained by the lack of information about form losses.

In order to validate the code in transient conditions, some improvements at CTE-150 and experimental procedure are under way:

1. calibration of the turbine flowmeters in an appropriate range;
2. installation of differential pressure transducers at A4 and T1;
3. reduction of cooling water flow rate at T1 to increase its temperature variation and measure the heat losses;
4. increasing of sampling time for longer periods of runs.

Regarding the computer code evolution, detailed models for A4 and T1 are being developed in order to have a better representation of the heat transfer processes and to refine the description of the geometry.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to thank Dr. Alcir de Faro Orlando and Dr. Pedro Carajilescov for their contribution during all stages of this work.

REFERENCES

- . Bastos, J.L.F. et alii, "Desenvolvimento de um Programa para a Modelagem do Fenômeno de Circulação Natural em Reatores Nucleares", Proceedings of the IV CGEN, to be published.
- . Boteiho, D.A., "Análise Simplificada de Sistemas Passivos de Remoção de Calor Residual de Reatores PWR de Pequeno Porte", Relatório IEN-34, Rio de Janeiro, 1992.
- . Churchill, S.W., "Friction Factor Equation Spans all Fluid Flow Regimes", Chem. Eng., pp.91-92, nov. 1977.
- . Idel'cik, I.E., Memento des Pertes de Charge, Eyrolles, Paris, 1960.
- . Lavine, A.S. et alii, "Three Dimensional Analysis of Natural Convection in a Toroidal Loop: Effect of Tilt Angle", Trans. of ASME, Vol. 108, pp. 796-805, 1986.
- . Lillington, J.N., "The PARANA code for Modelling Natural Circulation under PWR Severe Accident Conditions", Nuclear Energy, Vol. 30, pp. 385-394, 1991.
- . Mertol, A. et alii, "Two Dimensional Study of Heat Transfer and Fluid Flow in a Natural Convection Loop", Trans. of ASME, Vol. 104, pp. 509-514, 1982.
- . Silva, O.L.P., "CTE-150 Brazilian Test Facility for Thermal-Hydraulic Research", Proceedings of the VIII ENFIR, Atibaia, Brazil, 1991.
- . Zvirin, Y. et alii, "Experimental and Analytical Investigation of a Natural Circulation System with Parallel loops", Journal of Heat Transfer, Vol. 103, pp. 645-652, 1981.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO AQUECIMENTO E PARTIDA DE CENTRAIS NUCLEARES PWR

MARCELLO A. FARACO-MEDEIROS, CARLOS A. THOMPSON LEITE
E FERNANDO P. RAMALHO
Promon Engenharia Ltda
Praia do Flamengo, 154 - Flamengo
22207 - Rio de Janeiro - RJ

SUMÁRIO

A elaboração do procedimento de aquecimento e partida de centrais nucleares PWR dentro dos critérios de segurança exige, o concurso de simulações. O dimensionamento de alguns equipamentos, o custo e o tempo são variáveis passíveis de otimização. Um simulador desenvolvido para computador, que permite o controle de todos os equipamentos e variáveis envolvidos na operação é descrito. O procedimento elaborado pela KWU e outro alternativo, ambos para a unidade de ANGRA II, são simulados como exemplo e os resultados apresentados. O código mostrou-se uma ferramenta importante em projeto de centrais nucleares.

I INTRODUÇÃO

A partida de reatores nucleares é normalmente efetuada acima de uma certa temperatura a partir da qual as características de segurança inerente (coeficiente negativo de reatividade) são aceitáveis. Sendo assim, é necessário buscar uma outra fonte de calor para fazer o aquecimento do circuito primário até atingir-se esta temperatura. O calor dissipado pelas bombas de circulação e o calor fornecido pelos aquecedores do pressurizador são utilizados para aquecimento e pressurização do primário até as condições de operação. Durante este processo há uma expansão térmica do fluido do primário que é compensada por uma vazão de descarga. O procedimento envolve ainda descarga de gases do pressurizador e aquecimento do secundário, entre outras etapas. Toda a operação torna-se mais complexa na medida em que existem restrições ao caminho percorrido. Estas restrições visam manter índices de segurança e dizem respeito a níveis de líquido nos vasos, gradientes de pressão e temperatura no tempo e no espaço, grau de subesfriamento do fluido de processo, além da faixa de operação dos equipamentos.

A complexidade do procedimento e os requisitos de segurança nuclear exigem o recurso da simulação. De fato, para uma dada planta com características conhecidas, não se pode afirmar, baseado em cálculos simples, nem mesmo se será possível atingir a temperatura de criticidade utilizando-se as fontes de calor disponíveis. Prever se um dado procedimento violará alguma restrição é virtualmente impossível sem o concurso de uma simulação.

A motivação para a elaboração de um simulador vai além disso. O procedimento como um todo pode ser otimizado em termos de tempo e custo, este último englobando o dimensionamento de alguns equipamentos. Adicionalmente uma ferramenta desta natureza permite o treinamento de pessoal na execução deste procedimento, e possibilita a análise de critérios de segurança, pois os erros na operação podem ser simulados até a falha.

II MODELAGEM

A Fig. 1 mostra os equipamentos e sistemas envolvidos nesta operação. Distinguem-se quatro volumes de controle, a saber: o gerador de vapor (GV), o pressurizador (PZ), o tanque de descarga (TQ) e o circuito primário de resfriamento (PR) que engloba o sistema de purificação de refrigerante [1,2]. Para cada um dos volumes de controle é assumida uma distribuição uniforme das propriedades do fluido de trabalho e portanto adota-se um modelo de parâmetros concentrados. Esta hipótese é válida já que os processos de mistura nos volumes de controle são muito rápidos comparados com os gradientes no tempo das médias espaciais.

A modelagem consiste basicamente das equações de conservação de massa e energia nos volumes de controle. Nos volumes bi-fásicos o tratamento da fase gasosa é feito a partir da hipótese de 100% de umidade relativa [3], desta forma, a pressão parcial de vapor é a pressão de saturação a temperatura do volume de controle. Esta hipótese também é razoável tendo-se em conta a eficiência dos processos de mistura. Neste simulador um tratamento diferenciado foi dado à válvula de sangria do primário. O modelo empregado baseia-se na referência [4]. Na transferência de calor no GV foi adotado um coeficiente de filme constante ao longo de toda a operação [5]. A pequena diferença de temperatura entre o GV e o PR obtida em todas as fases do procedimento qualifica a hipótese de distribuição uniforme das propriedades.

Das hipóteses e simplificações as equações ficam qualitativamente da seguinte forma:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \sum m_e - \sum m_s \quad (1)$$

$$\frac{\partial u \rho V}{\partial t} = \sum m h_e - \sum m h_s + \sum Q + \sum W \quad (2)$$

Resulta então num sistema com 11 graus de liberdade, incluindo o sistema de purificação. Estes graus de liberdade representam o controle sobre os equipamentos ou sobre as propriedades do fluido de trabalho. O simulador permite o controle das seguintes variáveis:

No primário	No gerador de vapor
temperatura	temperatura
potência do reator	pressão
rotação das bombas	volume de líquido
	vazão de alimentação
	vazão de purga
No pressurizador	
temperatura	No tanque de descarga
pressão	pressão
volume de líquido	vazão de descarga de gases
potência dos aquecedores	vazão de sangria do PR
vazão de descarga de gases	CV percentual da válvula
vazão de surto	de sangria
vazão de aspersão	

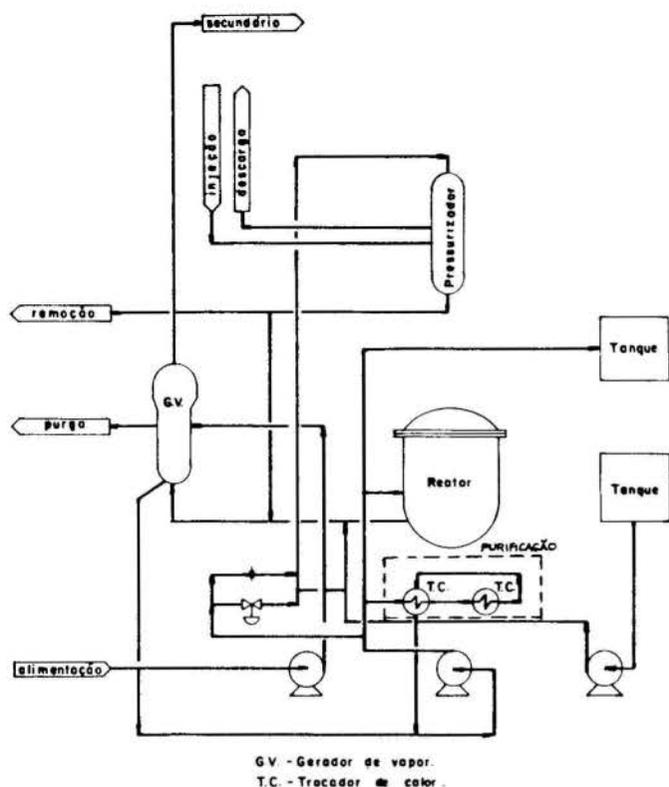


Fig.1 - Circuito Primário, equipamentos e sistemas envolvidos no aquecimento e partida da unidade.

Para cada controle acionado, ou seja modo de operação do equipamento, ou propriedade especificada, resulta uma equação da seguinte forma:

$$\text{variável} - \text{dado} = 0.$$

A atuação sobre os graus de liberdade de forma adequada torna o problema bem posto.

O problema é resolvido pelo método das diferenças finitas. Na solução do sistema de equações algébricas não lineares resultante é aplicada o método de Newton-Raphson Multivariáveis [6] em conjugação com a Eliminação de Gauss [7].

Devido aos diferentes períodos de tempo decorridos em cada fase do procedimento, o Δt de integração pode ser alterado em cada passo, e deve ser feito para uma simulação adequada. Uma peculiaridade adicional consiste na integração com o Δt determinado pelo sistema. Neste caso uma condição é especificada ao final do intervalo de integração e o Δt passa a ser uma incógnita. Esta característica é importante para se determinar o final de uma etapa do procedimento.

A simulação para Δt incógnita significa uma grande alteração no modelo do sistema de equações. No entanto não resultou em dificuldades na convergência, aliás, pelo contrário, se mostrou em alguns casos mais estável.

As correlações de propriedades termodinâmicas adotadas foram obtidas na ref.[8], sendo funções de p e T . Devido a isto, as variáveis entalpia e volume específico foram transformadas em funções de p e T para evitar a necessidade de inverter as correlações termodinâmicas.

III ANÁLISE DA ESTABILIDADE DO PROGRAMA

Volume de gás muito pequeno. Nos volumes de controle básicos o sistema está sujeito a instabilidades. Isto se deve ao fato de que as estimativas iniciais para a iteração no tempo considera um aumento de temperatura e manutenção do nível de líquido. Um volume de gás muito pequeno pode não ser suficiente para absorver a expansão

térmica verificada na 1ª iteração. As equações perdem assim seu significado físico e o sistema caminha para uma solução não conveniente. Este fato nada mais é do que a expressão numérica de um problema possível em operação que resultaria, por exemplo, da falha fechada da válvula durante o aquecimento do primário que ocasionaria a ruptura do vaso.

Descarga de gases. O processo vaporização e descarga de gases, quando simultâneo pode ser representado por um volume com uma alimentação e uma descarga. A alimentação é de vapor puro enquanto a descarga consiste numa mistura de vapor e gás. Considerando um processo eficiente de mistura, a variação da massa de N_2 no tempo é um decaimento exponencial:

$$M_{N_2} = \rho_{N_2}^0 V e^{-\frac{V}{V'}} \quad (3)$$

Funções exponenciais são problemáticas em processos de integração numérica pois em geral estes assumem algumas propriedades como constantes ao longo do intervalo e iguais ao valor do início do mesmo o que, neste caso, não é uma boa hipótese.

Na forma como foi estruturado o programa a solução é utilizar intervalo de integração pequeno.

Proximidade do ponto crítico. A condição de operação do pressurizador considerando os requisitos de fluido saturado a alta pressão situa-se próxima ao ponto crítico. Nesta região a variação dos calores específicos é muito grande, tendendo para infinito.

Esta característica gera uma instabilidade no método. O sistema oscila em torno da solução com amplitude crescente. Esta característica obriga à que o processo de integração seja feito a intervalos pequenos. O que ocorre de fato é que, diante das grandes variações de operação, as estimativas iniciais ficam inadequadas. Nestas condições o sistema fica mais robusto se for utilizada a opção de Δt determinado pelo programa a partir de uma temperatura no PZ especificada ao final do intervalo de integração. Tendo uma temperatura especificada, o algoritmo consegue boas estimativas iniciais de propriedades para a integração no tempo.

Este problema na verdade não é exclusivo da região vizinha ao ponto crítico. Este sinaliza o fato de que o sistema é sensível a estimativas iniciais para intervalos de integração relativamente grande, como ocorre em outras fases do procedimento, e torna-se grave a medida que as derivadas das propriedades com relação à temperatura aumentam. No entanto o sistema é consideravelmente mais estável se um intervalo de temperatura for utilizado ao invés do intervalo de tempo.

Instabilidade na temperatura do gerador de vapor. A modelagem do calor transmitido do primário para o GV é feito considerando o ΔT entre primário e GV médio do intervalo de integração. Esta modelagem não permite a simulação adequada de uma variação brusca no calor transmitido.

Num aumento do calor transmitido, por exemplo, o sistema buscará um novo ΔT médio maior que o inicial e obterá um ΔT final maior que o médio. No intervalo seguinte, para manter o novo ΔT médio, calculará um ΔT final menor e assim por diante. Variações bruscas no calor podem resultar numa oscilação na temperatura do GV. Este problema é característico do início da fase de aquecimento nuclear que resulta num aumento significativo no gradiente da temperatura do primário em relação ao tempo. No entanto a potência do reator não atinge instantaneamente o valor de regime e se a simulação for feita em intervalos pequenos retratando o aumento de potência o GV irá paulatinamente se acomodando ao novo ΔT de regime.

IV A PARTIDA DE ANGRA II

Para ilustrar a utilização do código foram simulados dois procedimentos de partida para o reator nuclear de Angra II, Fig.2 e 3. O primeiro é o procedimento proposto pela KWU [9]. O segundo foi elaborado no âmbito deste trabalho e visa principalmente demonstrar a versatilidade e o potencial do simulador.

No procedimento da KWU nota-se que as tarefas são realizadas em geral uma de cada vez. Desta forma o aquecimento do pressurizador não ocorre simultaneamente ao aquecimento do primário, exceto na etapa de diluição. O procedimento proposto realiza as tarefas simultaneamente. Mostra bem a utilidade do simulador pois as etapas não são bem definidas e é difícil prever qual tarefa se encerrará primeiro e como serão as condições no início da tarefa seguinte. Com este procedimento é possível reduzir sensivelmente o tempo de partida da unidade.

O primeiro procedimento realiza o teste de estanqueidade tão logo seja atingida a temperatura de transição dúctil/frágil do material da contenção. Este teste deve ser realizado sempre que houver abertura do circuito primário, por exemplo, para troca de combustível. A pressurização para o teste é feita através da injeção de nitrogênio. O procedimento alternativo mostra como poderia ser realizado o teste de estanqueidade na ausência deste sistema de injeção, através da pressurização via aquecimento da pressurizador. Além disso foi adotado para sangria do primário uma válvula de controle com CV=10.

Durante o procedimento foi utilizada uma faixa de 5 a 100% do CV, o que poderia viabilizar a utilização de apenas uma estação redutora de pressão ao invés de duas, uma de alta e outra de baixa, empregadas no procedimento 1.

V VALIDAÇÃO E VERIFICAÇÃO DOS RESULTADOS

Foram realizados testes de estabilidade numérica que consistiram na simulação dos sistemas sem o funcionamento de fontes ou sumidouros de massa e energia. As variáveis simuladas mantiveram-se inalteradas durante uma centena de intervalos de simulação de 1 segundo, 1 minuto e 1 horas. Outro teste consistiu na simulação dos volumes de controle separadamente. Os resultados foram comparados a cálculos manuais com excelente concordância.

A comparação com dados experimentais é difícil devido a não disponibilidade de plantas que permitam o monitoramento de todas as variáveis simuladas. Alguns testes foram realizados e a comparação feita através das variáveis disponíveis mostrando resultados aceitáveis, no entanto estes testes têm caráter confidencial.

VI CONCLUSÃO

O programa atendeu aos propósitos iniciais de versatilidade. Permite a simulação da partida e aquecimento e eventualmente de

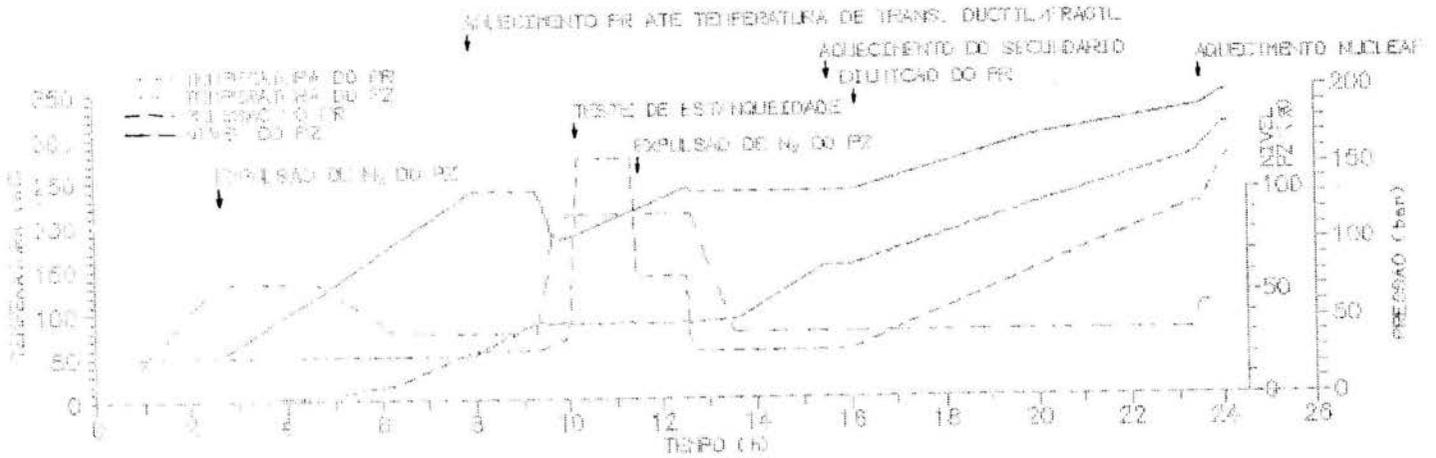


Fig.2 - Procedimento de partida da unidade de Angra II proposto pela KWU

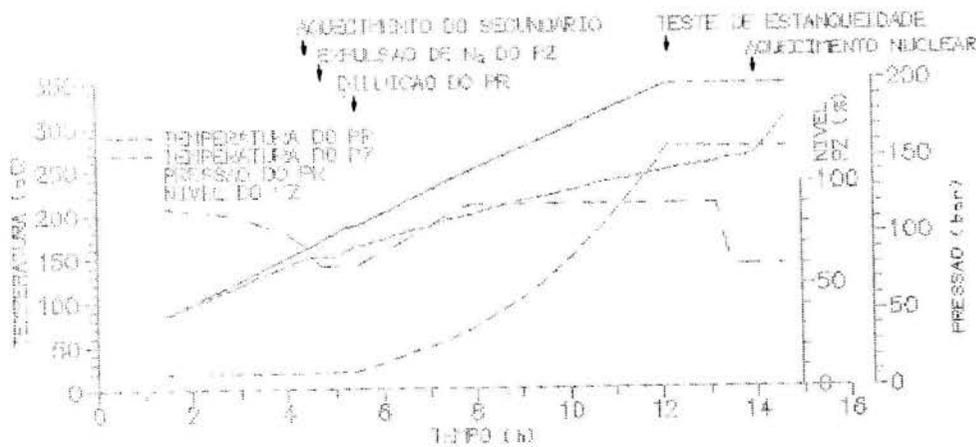


Fig.3 - Procedimento de partida alternativo da unidade de Angra II

outros modos de operação. Pode também ser adaptado para simulação do procedimento de parada e resfriamento. O tempo de simulação depende da precisão requerida e do próprio procedimento. Em geral a convergência se dá em 5 ou 6 iterações. A utilização deste programa permite a elaboração de procedimentos alternativos de partida e pode ser usado na otimização e redução de custos em projetos nucleares.

Agradecimentos. Os autores agradecem aos eng^{OS} Carlos Gonzales Lôbo e João Luis Carvalho Pires que gentilmente forneceram as informações sobre a unidade de Angra II que permitiram as simulações apresentadas como exemplo e ao Dr Kesavan Nair pelas frutuosas discussões que sobremaneira concorreram para a qualidade deste trabalho. A PROMON Engenharia Ltda forneceu o suporte necessário.

REFERÊNCIAS

- [1] Rust, J. H., "*Nuclear Power Plant Engineering*", Harolson Publishing Company, 1979.
- [2] Silva-Neto, A. J. e Maciel F^O, L. A., "*RESFRIA - Uma rotina Computacional para Análise Termo-Hidráulica do Resfriamento de Centrais Nucleares PWR*", X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 537-540, 1989.
- [3] Adkins, C. J., "*Equilibrium Thermodynamics*", McGraw Hill, 1984.
- [4] Valtek, "*Control Valves*".
- [5] Tong, L. S. and Weisman, J., "*Thermal Analysis of Pressurized Water Reactor*".
- [6] [10] Camahan, B. et al, "*Applied Numerical Methods*", John Wiley and Sons Inc., 1969.
- [7] Conte, S. D. and Boor, C., "*Elementary Numerical Analysis*", McGraw Hill, 1981.
- [8] Ernest Schmidt "*Wasserdampfafeln*". VDI - Springer Verlag, 1963.
- [9] KWU, documentos técnicos do projeto básico das unidades de Angra II e III.

ABSTRACT

The start up of PWR nuclear power plant involves a lot of equipments. The procedure must be done within safety criteria and requires a simulation. The design of some equipments, costs and time can be optimized. A computer simulator, which allows control of all of the equipments and variables taking part in operation, has been developed and is presented in this papers. The KWU procedure and an alternative one both to Angra II were simulated and the results are presented. The code is an important tool in nuclear power plant projects.

DYNAMIC BEHAVIOR OF PARALLEL HEATED CHANNELS SYSTEMS

D. DELMASTRO, B. MANCINELLI and A. CLAUSSE
 Centro Atómico Bariloche,
 8400 Bariloche, ARGENTINA

SUMMARY

A non-linear analysis of the dynamic behavior of two coupled parallel channels using a lumped parameter model is presented. The model is based on a Galerkin nodal approximation of the conservation equations for a boiling channel. Interesting results, including in-phase and out-of-phase oscillations of the thermalhydraulic parameters such as inlet flow rates and boiling boundaries positions, have been found. These results are shown in different phase-space projections using the modern theory of dynamic systems.

INTRODUCTION

The use of boiling heated channels is very common in many important industrial applications, such as, boiling water nuclear reactors, steam generators, various chemical processes, cryogenic systems, etc. Under certain operating conditions the dynamic behavior of these systems become unstable due to lags in the phasing of pressure-drop feedback mechanisms, been the most common manifestation self-excited oscillations of the flow variables. The study of the non-linear behavior of boiling flow systems is therefore very important in order to improve efficiency and set safety limits.

The dynamic behavior of boiling channels have been analyzed in the past by numerous investigators. Consequently this phenomenon is rather well understood in single channels and in boiling loops. In contrast, the understanding of the non-linear behavior in coupled parallel channels is rather incomplete.

In the present paper a non-linear analysis of the dynamic behavior of two coupled parallel channels using a lumped parameter model is presented. The model is based on a Galerkin nodal approximation of the conservation equations for a boiling channel. Interesting results, including in-phase and out-of-phase oscillations of the thermalhydraulic parameters such as inlet flow rates and boiling boundaries positions, have been found. These results are analyzed using the modern theory of dynamic systems showing different projections in the phase-space.

BOILING SYSTEM MODEL

An improved version of the single channel finite-elements model presented by Clausse and Lahey (1990,1991) in its dimensionless form is used to analyzed the system of parallel heated channels shown in Figure 1.

Single-phase Region. The single phase region of each channel is subdivided into N_s nodes of variable length. The enthalpy increase from the inlet, h_i , to saturation, h_f , is divided into N_s equal intervals. Therefore, the boundary, L_n , between subcooled nodes n and $(n+1)$ is defined as the point where the fluid enthalpy is:

$$h_n = h_i + \frac{n}{N_s}(h_f - h_i) \quad (1)$$

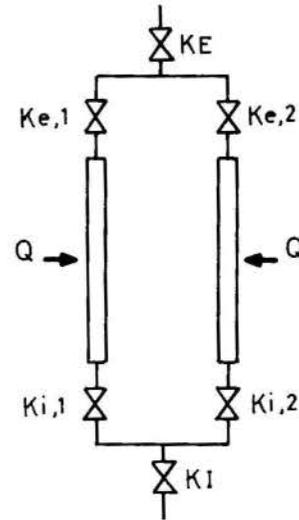


Figure 1: Schematic diagram of the parallel heated channel system

The differential equations governing the dynamics of the enthalpy boundary L_n can be derived using a Galerkin technique, giving:

$$\frac{dL_{n,j}}{dt} = 2u_{e,j} + 2N_s(L_{n,j} - L_{n-1,j}) - \frac{dL_{n-1,j}}{dt} \quad (2)$$

where j stands for the j -channel.

Two-phase Region The masses of the fluid in each heated channel ($M_{ch,j}$) have been chosen as a state variables. They correspondent conservation equations can be derived by integrating the continuity equation over each channel length, which gives:

$$\frac{dM_{ch,j}}{dt} = u_{e,j} - \rho_{e,j}u_{e,j} \quad (3)$$

The velocity at the exit of each channel ($u_{e,j}$) can be calculated combining the mass and energy conservation equations and the

equation of state, giving:

$$u_{e,j} = u_{i,j} + N_{sub}(1 - L_{N,i,j}) \quad (4)$$

where N_{sub} is the subcooling number (Clausse and Lahey, 1991).

The exit density of each channel ($\rho_{e,j}$) can be expressed in terms of the heated channel masses by assuming a linear enthalpy profile inside the two-phase regions:

$$M_{ch,j} = L_{N,i,j} + (1 - L_{N,i,j}) \frac{\ln(1/\rho_{e,j})}{(1/\rho_{e,j} - 1)} \quad (5)$$

To reduce integration time a polynomial fit of Eq. (5) was used to relate $\rho_{e,j}$ with $(M_{ch,j} - L_{N,i,j})/(1 - L_{N,i,j})$.

Closure of the Model. The model is closed by imposing the external pressure drop boundary conditions on the inlet valve, boiling channel and exit valve. Integrating the momentum equation along the channel and taking into count the losses in the inlet and exit valves we have:

$$\begin{aligned} E \nu \Delta P_{ext} &= K_I \left(\frac{u_{i,1} + u_{i,2}}{A_I} \right)^2 \\ &+ K_E \left(\frac{u_{e,1} + u_{e,2}}{A_E} \right) \left(\frac{\rho_{e,1} u_{e,1} + \rho_{e,2} u_{e,2}}{A_E} \right) \\ &+ \Delta P_{In,j} + \Delta P_{G,j} + \Delta P_{fr,j} + \Delta P_{a,j} \end{aligned} \quad (6)$$

where A_I and A_E are the inlet and exit area referred to the channel area.

The pressures drops due to inertia, gravity, friction and acceleration in each channel can be expressed as:

$$\Delta P_{In,j} = \frac{d}{dt} \left(M_{ch,j} u_{i,j} + N_{sub} \frac{(1 - L_{N,i,j})(1 - M_{ch,j})}{(1/\rho_{e,j} - 1)} \right) \quad (7)$$

$$\Delta P_{G,j} = \frac{M_{ch,j}}{Fr} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{fr,j} &= A_{1,j} L_{N,i,j} u_{i,j}^2 \\ &+ A_{2,j} \left[(M_{ch,j} - L_{N,i,j}) u_{i,j}^2 \right. \\ &+ 2N_{sub} \left(\frac{u_{i,j}(1 - L_{N,i,j})(1 - M_{ch,j})}{(1/\rho_{e,j} - 1)} \right) \\ &+ \left. \left(\frac{N_{sub}(1 - L_{N,i,j})}{(1/\rho_{e,j} - 1)} \right)^2 \right. \\ &\left. \left(\frac{(1/\rho_{e,j} - 3)(1 - L_{N,i,j})}{2} + M_{ch,j} - L_{N,i,j} \right) \right] \\ &+ K_{i,j} u_{i,j}^2 + K_{e,j} \rho_{e,j} u_{e,j}^2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Delta P_{a,j} = \rho_{e,j} u_{e,j}^2 - u_{i,j}^2 \quad (10)$$

where Fr is the Froude number and A_1 and A_2 are the single and two-phase distributed friction coefficients.

RESULTS

The system of parallel channels is described using $2N_s + 4$ independent equations. This system of equations was numerically integrated by means of a Runge-Kutta method.

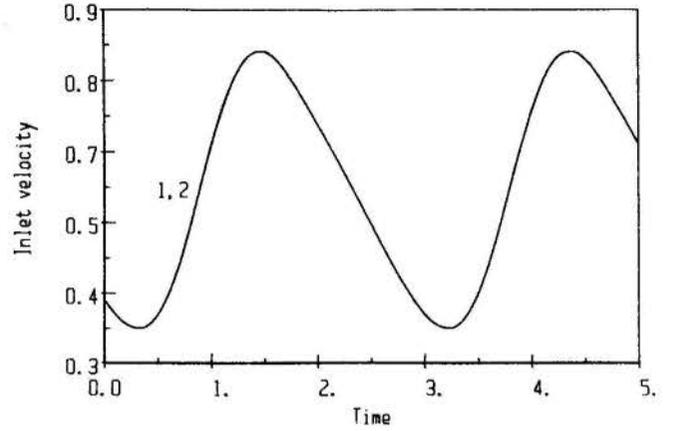


Figure 2: Inlet velocity evolution for each channel (in-phase)

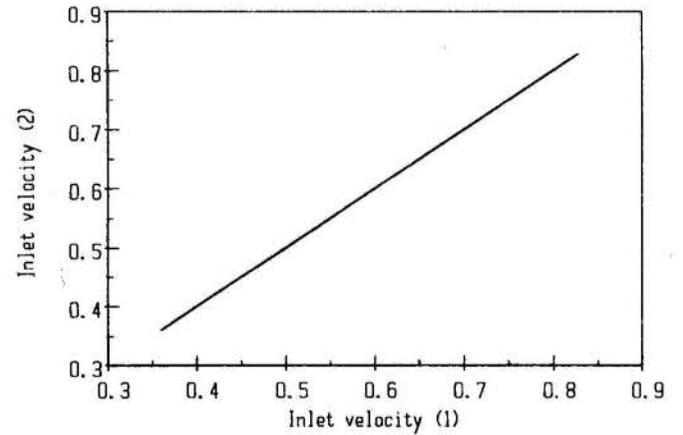


Figure 3: Phase-space projection (in-phase)

For two identical channels, two kinds of oscillatory behavior were found depending on the values of the valves loss coefficients. This result was observed in experiments reported elsewhere (Guido and Converti, 1991).

In a case where the equivalent averaged channel (Guido et al., 1991) is more unstable than each channel separately, in-phase density-wave oscillations were observed. As we can see in Figure 2, the inlet velocity has the same evolution in each channel. Figures 3 and 4 shows different phase-space projections of the limit cycle. As we can see the two channels oscillate in-phase.

In cases where each channel alone is more unstable than the whole averaged system, out-of-phase oscillations were observed. As we can see in figure 5, the inlet velocity oscillations have a phase difference of almost 180° . Figures 6 and 7 shows different phase-space projections of the limit cycle. It can be seen that the oscillations are not completely in counter-phase, which is a consequence of the non-linear coupling.

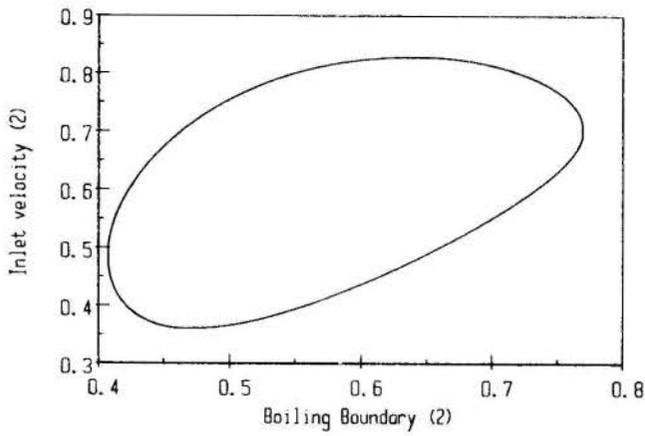


Figure 4: Phase-space projection (in-phase)

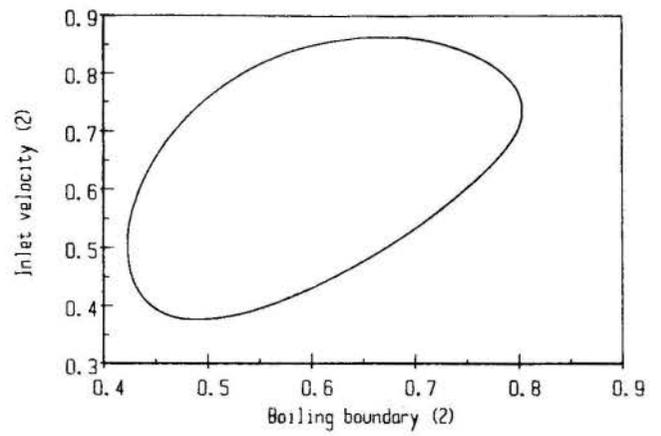


Figure 7: Phase-space projection (out-of-phase)

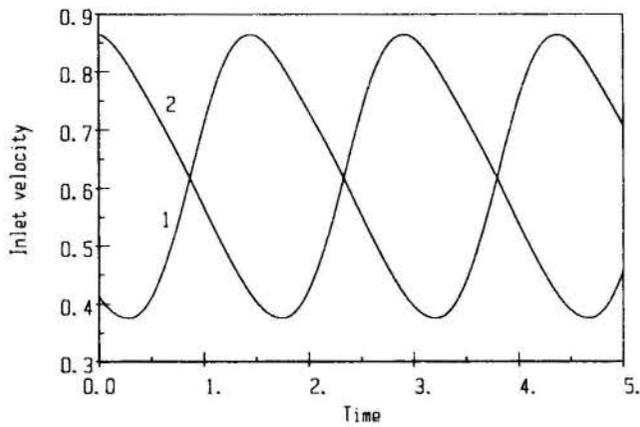


Figure 5: Inlet velocity evolution for each channel (out-of-phase)

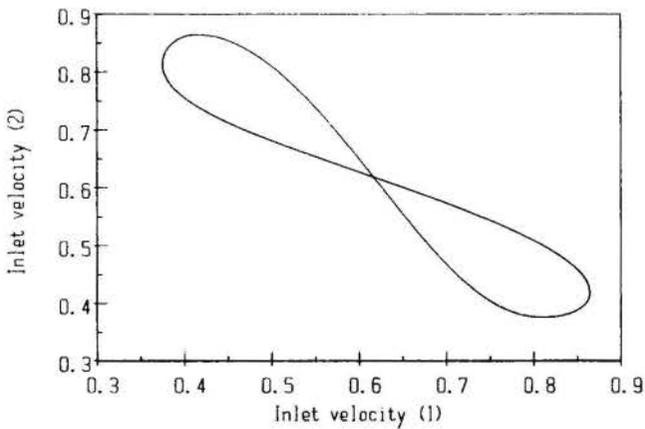


Figure 6: Phase-space projection (out-of-phase)

REFERENCES

- Clausse, A., Delmastro, D.F. and Lahey, R.T., Jr., "The Analysis of Chaotic Instabilities in Natural Circulation Boiling Systems," *Eurotherm Seminar*, No. 16, pp. 161-167, 1990.
- Clausse, A. and Lahey, R.T., Jr., "The Analysis of Periodic and Strange Attractors during Density-wave Oscillations in Boiling Flows," *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 1, No. 2, pp. 167-178, 1991.
- Guido, G., Converti, J. and Clausse, A., "Density-wave Oscillations in Parallel Channels - an Analytical Approach," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 125, 1991.
- Guido, G. and Converti, J., "Experimental Study on Density-wave Oscillations in Two Identical Channels," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 132, 1991.

O TRATAMENTO DA DINÂMICA DE SISTEMAS TÉRMICOS E FLUIDOS ATRAVÉS DA TÉCNICA GENERALIZADA DOS GRAFOS DE LIGAÇÃO

M. Speranza Neto, F. Scofano Neto e F.R. da Silva
Instituto Militar de Engenharia
Seção de Engenharia Mecânica e de Materiais
Praça General Tibúrcio, 80 - Praia Vermelha, CEP 22290, RJ

RESUMO

Este artigo apresenta o emprego dos Grafos de Ligação ("Bond Graphs") em alguns problemas típicos na área de termociências, objetivando motivar seus pesquisadores e engenheiros a utilizarem esta metodologia. É feito um breve resumo dos seus principais conceitos e discutidos alguns trabalhos de interesse realizados nos últimos anos. Ilustra-se a sua aplicação através de um sistema hidráulico empregado para o controle de sistemas mecânicos.

INTRODUÇÃO

A análise do comportamento dinâmico de sistemas térmicos e fluidos tem sido desenvolvida há vários anos por autores clássicos e mais recentemente por D.C. Karnopp (1990) e P. Dransfield (1991)

São conhecidos modelos matemáticos e procedimentos de análise de sistemas de transmissão de calor por condução, convecção e radiação. A modelagem de sistemas hidráulicos e pneumáticos, para as mais variadas aplicações já são de razoável domínio, assim como os sistemas onde existe a interação fluido-térmica, como no caso dos trocadores de calor e máquinas térmicas em geral.

Alguns problemas dinâmicos da área de termociências, como difusão transiente de calor e massa, podem ser modelados através da analogia com circuitos elétricos. Porém a aplicação desta metodologia é limitada. Existem dificuldades, por exemplo, no tratamento da interação fluido térmica que ocorre em trocadores de calor e a modelagem de sistemas termodinâmicos em geral, pois não existem elementos elétricos com comportamento semelhante ao destes fenômenos (Karnopp, 1972).

Problemas tais como Controle Térmico de Ambientes (transientes térmicos), Refrigeração e Ar Condicionado, Sistemas de Troca de Calor, Máquinas Térmicas, Instrumentação em geral, Componentes de Sistemas de Controle Hidráulicos e Pneumáticos (Transientes Fluidos), e até de Combustão e Propulsão, são alguns itens que podem ser tratados pelos procedimentos gerais de Modelagem, Análise e Simulação da Dinâmica de Sistemas (Speranza Neto e Martinez, 1992).

Atualmente, com o avanço da área numérica auxiliada por computador, novas técnicas têm sido empregadas não só na solução, como também na representação e equacionamento de Sistemas Dinâmicos. Dentre estas destaca-se a dos Grafos de Ligação ("Bond Graphs"), criada no final da década de 50 por H.M. Paynter, e desenvolvida nos anos 60 por D.C. Karnopp e R.C. Rosenberg.

Ao contrário da grande maioria das técnicas de modelagem, que são limitadas a problemas particulares, a dos Grafos de Ligação propõe uma abordagem generalizada, baseada no fluxo de potência entre os compo-

nentes do sistema, que além de atender a necessidade específica de cada área, permite que se faça a interação entre sistemas de natureza física distintas. Esta técnica operacionaliza a modelagem de sistemas complexos, o que dificilmente seria conseguido pelas abordagens clássicas.

Assim será discutido neste artigo o emprego dos Grafos de Ligação em alguns problemas de interesse da área de termociências, objetivando motivar aqueles que nela atuam para a sua utilização. Uma das vantagens dos Grafos de Ligação encontra-se no fato de que os não especialistas nas áreas específicas, podem compreendê-los e analisá-los com as ferramentas comuns em sua área de atuação. Assim, se os especialistas em cada área forem capazes de desenvolver modelos aplicando esta metodologia, ela se tornará cada vez mais uma linguagem universal de representação de sistemas dinâmicos, útil em todas as áreas da engenharia.

A TÉCNICA DOS GRAFOS DE LIGAÇÃO

A técnica dos Grafos de Ligação tem se revelado como ferramenta poderosa para modelagem de dispositivos complexos, que podem incluir sistemas de naturezas físicas distintas, tais como elétricos, mecânicos, hidráulicos, pneumáticos e térmicos, ou combinações desses, ou outros. Desenvolvida inicialmente para representar sistemas de parâmetros concentrados, lineares ou não, atualmente ela apresenta generalizações que permitem sua aplicação a sistemas de parâmetros distribuídos.

Esta técnica conta atualmente com um apreciável número de publicações (artigos e livros), e engenheiros e pesquisadores utilizam-na como ferramenta de trabalho a cerca de duas décadas. Em um levantamento bibliográfico recente Breedveld et al. (1991) relacionam mais de 150 artigos dentro da área de termociências.

São características dos Grafos de Ligação :

1) A representação apropriada para as propriedades físicas dos elementos e para as relações de causa e efeito e restrições entre variáveis;

2) A modularidade na modelagem, permitindo que a representação de um sistema com-

plexo seja obtida a partir de seus subsistemas;

3) A sistemática para obtenção do modelo matemático na forma de equações de estado.

Nesta técnica são utilizadas quatro tipos de variáveis generalizadas, as variáveis de potência: esforço (e) e fluxo (f); e as variáveis integradas, ou de energia: quantidade de movimento (p) e deslocamento (q).

As variáveis de esforço e de fluxo são chamadas de variáveis de potência porque o produto dessas duas variáveis, consideradas como funções do tempo, é igual à potência instantânea que flui entre os dois componentes ou subsistemas conectados em uma ligação, isto é

$$P(t) = e(t) \cdot f(t)$$

A tabela 1 mostra as variáveis de potência e energia em alguns domínios físicos que podem ser representados pelos Grafos de Ligação. Observa-se que nem todos os sistemas físicos admitem a existência destas quatro variáveis, ou mesmo a definição de potência como o produto de esforço e fluxo.

DOMÍNIO FÍSICO	ESFORÇO e	FLUXO f	QUANT. MOVIMENTO p	DESLOCAMENTO q
MECÂNICO	Força (N)	Velocidade (m/s)	Quant. de Mov. (N.s)	Posição (m)
ELÉTRICO	Tensão (V)	Corrente (A)	Enlace de Fluxo (V.s)	Carga (C)
HIDRÁULICO	Pressão (Pa)	Vazão em Volume (m ³ /s)	Quant. de Mov. de Pressão (Pa.s)	Volume (m ³)
TERMO-DINÂMICO	Temperatura (K)	Fluxo de Entropia (W/K)	-----	Entropia (J/K)
Pseudo-GRÁFO DE LIGAÇÃO TÉRMICO	Temperatura (C)	Fluxo de Calor (W)	-----	Energia (J)
Pseudo-GRÁFO DE LIGAÇÃO FLUIDO	Pressão (Pa)	Vazão em Massa (kg/s)	-----	Massa (Kg)

Tabela 1. Domínios Físicos Variáveis de Potência e Energia

Uma das principais características da Técnica dos Grafos de Ligação é a representação gráfica do modelo físico do sistema através de uma simbologia própria, que além de permitir a visualização das conexões entre os vários elementos componentes do sistema, traz implícito todo o equacionamento do modelo.

A entidade fundamental da representação é uma meia seta, utilizada para indicar o sentido em que a potência flui através de cada ligação em um instante de tempo, como ilustrado na figura 1.



Figura 1. Representação de uma ligação.

Uma outra característica de grande importância desta técnica é a possibilidade de se representar, de forma bem definida, a relação de causa e efeito entre as variáveis de potência. Em uma ligação passiva, onde flui potência, esta relação está associada ao fenômeno conhecido como efeito de carga.

A causalidade é representada no grafo por uma barra perpendicular colocada em uma das extremidades da ligação, chamada de barra causal, que mostra o sentido em que a variável de esforço está dirigida. A figura 2 mostra as duas possibilidades para indicar a causalidade, em (a) o esforço vai do elemento A para o B, e em (b) ocorre o inverso.



Figura 2. Causalidade em uma ligação.

A técnica de Grafos de Ligação possui nove elementos básicos, que combinados convenientemente descrevem o modelo físico de um sistema. O modelo matemático é determinado a partir das equações constitutivas (lineares ou não) destes elementos, juntamente com as atribuições de fluxo de potência e causalidade, também representadas no grafo (Karnopp et al. 1990) e (Rosenberg e Karnopp, 1983).

Estes elementos básicos são: as fontes ideais, os resistores, os capacitores, as inércias, os transformadores, os giradores e as junções 0 e 1, cuja representação gráfica causal é mostrada na tabela 2, juntamente com as equações constitutivas associadas. Eles representam, respectivamente, os geradores de potência, os dissipadores, os armazenadores de energia, os elementos de acoplamento, e restrições na ligação dos elementos.

Observa-se ainda que todos estes elementos possuem generalizações, através do conceito de campos, que permitem a representação de fenômenos contínuos (ou de parâmetros distribuídos), discretizados no espaço (Karnopp et al., 1990)

ELEMENTO	REPRESENTAÇÃO	RELAÇÃO CAUSAL
Fonte Esforço	$S_e \rightarrow$	$e(t) = E(t)$
Fonte Fluxo	$S_f \leftarrow$	$f(t) = F(t)$
Resistor	$R \leftarrow$	$e = \Phi_R(f)$
Capacitor	$C \leftarrow$	$e = \Phi_C^{-1}(\int f dt)$
Inércia	$I \leftarrow$	$f = \Phi_I^{-1}(\int e dt)$
Transformador	$\begin{matrix} 1 \rightarrow & m & \leftarrow 2 \\ & TF & \end{matrix}$	$e_1 = m e_2$ $f_2 = m f_1$
Girador	$\begin{matrix} 1 \rightarrow & r & \leftarrow 2 \\ & GY & \end{matrix}$	$e_1 = r f_2$ $e_2 = r f_1$
Junção 0	$\begin{matrix} 1 \rightarrow & 0 & \leftarrow 2 \\ & \uparrow 3 & \end{matrix}$	$e_2 = e_1$ $e_3 = e_1$ $f_1 = -(f_2 + f_3)$
Junção 1	$\begin{matrix} 1 \rightarrow & 1 & \leftarrow 2 \\ & \uparrow 3 & \end{matrix}$	$f_2 = f_1$ $f_3 = f_1$ $e_1 = -(e_2 + e_3)$

Tabela 2. Elementos Básicos, Equações Constitutivas e Causalidade.

A partir do modelo físico estabelecido para o sistema e uma vez identificados os seus elementos componentes, de acordo com a tabela 2, pode-se obter a sua representação em Grafos de Ligação. Este grafo conduz ao desenvolvimento imediato do modelo matemático para o sistema dinâmico na forma de equações

de estado, através de um procedimento lógico e consistente, passível de implementação computacional.

Conhecido o modelo matemático as ferramentas de análise e simulação de sistemas dinâmicos podem ser empregadas para avaliar o comportamento do sistema em questão.

SISTEMAS TERMOFLUIDOS

Os sistemas da área de termociências mais facilmente tratados pela técnica dos Grafos de Ligação são os hidráulicos principalmente quando se considera altas pressões e baixa velocidade de escoamento (Karnopp, 1972) e (Barnard e Dransfield, 1977). Neste caso, admitindo que os efeitos da interação fluido-térmica sejam pouco relevantes, os procedimentos básicos da técnica dos Grafos de Ligação podem ser aplicados de forma imediata, utilizando a abordagem Lagrangeana para o escoamento do fluido (Karnopp, 1978a)

Estes sistemas, típicos em aplicações industriais em geral, apresentam uma série de componentes (bombas, motores, válvulas, filtros, acumuladores e a linha fluida) que podem ser modelados com uma boa eficiência pelos elementos de parâmetros concentrados mostrados na tabela 2. Mesmo aqueles fenômenos que a rigor devem ser tratados por modelos de parâmetros distribuídos podem ser representados com uma boa aproximação, como é o caso das linhas hidráulicas, de acordo com Karnopp (1972) e Lebrun (1985).

Em recente artigo, Dransfield e Stecki (1991) discutem a importância da técnica dos Grafos de Ligação no ensino e pesquisa dos sistemas fluidos em geral, apresentando uma série de vantagens e procedimentos que esta técnica possui em relação às abordagens tradicionais.

Os sistemas pneumáticos também encontram representação através dos Grafos de Ligação, apesar das não linearidades intrínsecas e dos problemas de distribuição de parâmetros, associados à compressibilidade dos fluidos. O trabalho de Dransfield et al. (1991), entre outros, ilustra a validade desta abordagem.

Também a acústica pode ser tratada, como é mostrado resumidamente no capítulo 8 de Rosenberg e Karnopp (1983), e em alguns dos artigos listados por Breedveld et al. (1991).

Conforme observado anteriormente nem todos os sistemas físicos admitem a existência das quatro variáveis generalizadas, e mesmo a definição de potência como o produto de esforço e fluxo pode não ser válida. O sistema térmico é um exemplo típico, que não pode ser rigorosamente tratado pela analogia estabelecida pelos Grafos de Ligação. A definição dos Pseudo-Grafos de Ligação (Rosenberg e Karnopp, 1983), (Karnopp et al., 1990) e (Karnopp, 1978b), que é uma forma mais fraca de representação, não permite certas interações de potência, porém, torna possível a aplicação desta técnica aos sistemas térmicos, mesmo com algumas restrições. Assim, qualquer problema clássico em difusão de calor pode ser tratado, desde que não envolva domínios físicos distintos.

Observa-se que a técnica dos Grafos de Ligação pode ser vista também como uma representação gráfica para a metodologia de diferenças finitas, utilizada para discretizar os sistemas térmicos e fluidos, em geral, podendo ser aplicada em problemas bi e tridi-

mensionais de troca de calor e escoamento, com armazenamento de energia, geração interna e condições de contorno quaisquer.

Uma forma completa de representação de sistemas da área de termociências através dos Grafos de Ligação está baseada nos elementos termodinâmicos, que permitem o tratamento rigoroso da interação de potência entre sistemas de natureza física distinta. Assim problemas termo-fluidos, termo-elétricos e fluido-dinâmicos podem ser abordados através dos conceitos da termodinâmica clássica, porém utilizando os procedimentos e as ferramentas dos Grafos de Ligação (Karnopp, 1978a) e (Karnopp et al., 1990).

São inúmeros os trabalhos apresentados nos últimos anos formalizando a abordagem da termodinâmica utilizando os Grafos de Ligação (Breedveld et al., 1991) e são várias as aplicações nos mais diversos sistemas, como por exemplo a modelagem de trocadores de calor (Shoureshi e McLaughlin, 1984), ou as representações de motores de dois tempos e de compressores Wankel ilustradas por Karnopp et al. (1990) em recente livro sobre a técnica.

Ainda existem muitos tópicos teóricos em aberto e sistemas sem uma representação, como é o caso das máquinas térmicas em geral, cujo controle tem sido uma constante preocupação dos engenheiros.

APLICAÇÃO

Modelos desenvolvidos pela técnica dos Grafos de Ligação são particularmente interessantes para utilização na área de Sistemas de Controle, e os sistemas hidráulicos normalmente são empregados neste tipo de aplicação. A figura 3 ilustra um modelo desenvolvido por Barnard e Dransfield (1977) e utilizado por Cardoso da Silva (1991), apresentando excelentes resultados na simulação de transientes hidráulicos.

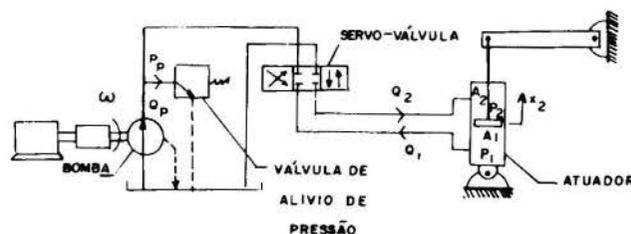


Figura 3. Sistema Hidráulico

O grafo de ligação desse sistema é apresentado na figura 4. A partir deste grafo e com as metodologias apresentadas por Karnopp (1990), chega-se às equações de estado do sistema (Cardoso da Silva, 1991). A simulação desse sistema de equações fornece os resultados do comportamento dinâmico do sistema, em particular os efeitos de transientes hidráulicos, conforme pode ser observado na figura 5, onde são mostradas as respostas das pressões no atuador hidráulico para uma excitação em degrau na bomba.

COMENTARIOS FINAIS

Procurou-se apresentar, sucintamente, os principais itens relacionados a aplicação da técnica dos Grafos de Ligação aos sistemas termo-fluidos objetivando motivar os especialistas na área à sua utilização em seus problemas específicos.

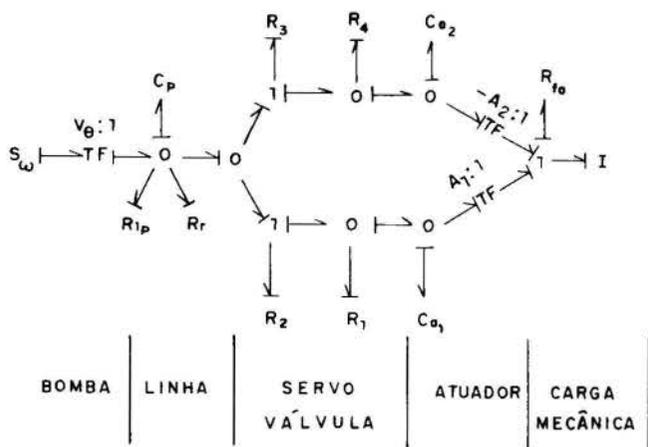


Figura 4. Grafo de Ligação para o sistema hidráulico.

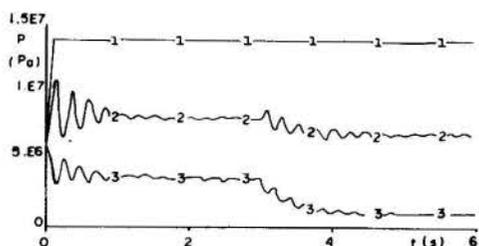


Figura 5. Respostas em pressões do sistema hidráulico não linear.
 (1) pressão na saída da bomba.
 (2) pressão no lado 1 do atuador.
 (3) pressão no lado 2 do atuador

Atualmente existe um grande esforço no sentido de se representar sistemas particulares através dos Grafos de Ligação, devido a sua característica de modularidade e à possibilidade de obtenção do modelo matemático através de códigos computacionais, o que facilita o desenvolvimento de modelos de sistemas dinâmicos bastante complexos.

Acredita-se que nos próximos anos esta abordagem será utilizada para representar uma parcela considerável dos sistemas físicos de interesse em engenharia, e este trabalho tem como objetivo divulgá-la a um grupo de prováveis usuários.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barnard, B.W. and Dransfield, P., "Predicting Response of a Proposed Hydraulic Control System Using Bond Graphs", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, pp. 1-8, March 1977.
- Breedveld, P.C., Rosenberg, R.G. and Zhou, T., "Bibliography of Bond Graph Theory and Application", Journal of the Franklin Institute, Vol. 328, N.º 5/6, pp. 1067-1109, 1991.

- Cardoso da Silva, J.C., Modelagem de um Simulador de Movimentos", Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 1991.
- Dransfield, P. and Stecki, J.S., "Bond Graph Influence Research and Learning in Fluid Power", Journal of the Franklin Institute, Vol. 328, N.º 5/6, pp. 535-545, 1991.
- Dransfield, P., Fok, G.S. and Tan, S.P., "Dynamic Model for Modern Air Powered Servodrives", Journal of the Franklin Institute, Vol. 328, N.º 5/6, pp. 607-621, 1991.
- Karnopp, D.C., "Bond Graph Models for Fluid Dynamic Systems", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, pp. 222-229, September 1972.
- Karnopp, D.C., "A Bond Graph Modeling Philosophy for Thermofluid Systems", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, Vol. 100, pp. 70-75, March 1978a.
- Karnopp, D.C., "Pseudo Bond Graphs for Thermal Energy Transport", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, Vol. 100, pp. 165-169, September 1978b.
- Karnopp, D.C. Margolis, D.L. and Rosenberg, "System Dynamics : A Unified Approach", Wiley Interscience, 1990.
- Lebrun, M., "The use of Modal Analysis Concepts in the Simulation of Pipeline Transients", Journal of the Franklin Institute, Vol. 319, N.º 1/2, pp. 137-156, January/February 1985.
- Rosenberg, R.G. and Karnopp, D.C., "Introduction to Physical System Dynamics", McGraw-Hill, 1983.
- Shoureshi, R. and McLaughlin, K.M., "Analytical and Experimental Investigation of Flow-Reversible Heat Exchangers Using Temperature-Entropy Bond Graphs", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, Vol. 106, pp.170-175, June 1984.
- Speranza Neto, M. e Martinez, J.F., "Modelagem de Sistemas Dinâmicos. Introdução à Técnica Generalizada dos Grafos de Ligação", Instituto Militar de Engenharia, Notas de Aula, a serem publicadas, junho 1992.

ABSTRACT

This paper shows the use of Bond Graphs in some typical problems in the thermosciences field in order to motivate the researchers and engineers in this area to use this approach. A summary of its main concepts together with some works done in the last years is presented. The technique is illustrated through the study of a hydraulic system used for the control in mechanical systems.

A DISCIPLINA INTRODUÇÃO À ENGENHARIA QUÍMICA COMO ALTERNATIVA
DA BUSCA DE SOLUÇÕES PARA O PROBLEMA DA EVASÃO DE ALUNOS

MARCOS ANTONIO DE SOUZA BARROZO
MOILTON RIBEIRO FRANCO JÚNIOR
Universidade Federal de Uberlândia
Departamento de Engenharia Química

O presente trabalho é fruto de uma experiência de ensino realizado no Departamento de Engenharia Química, a partir de 1990. A reformulação programática de uma disciplina, aliada a uma vontade política do referido departamento de atacar seriamente o problema da evasão de alunos no curso de Engenharia Química é descrita. Os resultados preliminares demonstram uma boa aceitação da ideia por parte dos discentes e sinais de redução na evasão.

INTRODUÇÃO

A evasão de alunos nos cursos de Engenharia Química no país é um problema antigo e pouco atacado. Da dos seguros a respeito da evasão a nível nacional foram ressaltados por ocasião do IV ENBEQ (Encontro Nacional de Ensino em Engenharia Química) (1) realizado em outubro de 91 (Itatiaia-RJ) e dão conta, em média, dos valores de 58% e 62% para os anos de 1988 e 1990. A nível regional o ENBEQ traz as seguintes informações a respeito do percentual de evasão:

REGIÃO/ANO	88	90
NORTE	70%	70%
NORDESTE	40%	41%
SUDESTE	59%	64%
SUL	58%	64%

Na Universidade Federal de Uberlândia esse índice já esteve pela casa dos 88 por cento e apresenta uma média nos últimos anos em torno de 50%. O colegiado do curso a partir de 1988 desencadeou uma série de discussões visando a obtenção de uma melhor descrição do referido problema, para então desenvolver ações que possibilitassem uma redução do mesmo.

A evasão ocorre principalmente nos primeiros períodos sendo que quando o aluno atinge o ciclo profissional dificilmente abandona o curso. As entrevistas realizadas com alunos de vários períodos mostraram que uma das principais causas da evasão é o desconhecimento da profissão e a decepção do ingressante que está intimamente relacionada com o elevado índice de reprovação no ciclo básico conforme mostra o trabalho de Franco Jr. e Nascimento (1991).

No Currículo do Curso de Engenharia Química, da Universidade Federal de Uberlândia havia uma disciplina de Introdução à Engenharia, que despertava pouco interesse nos alunos e não preenchia no seu conteúdo a necessidade de um melhor conhecimento da profissão escolhida.

Partindo da constatação deste problema e de sua principal causa, optou-se pela transformação da disciplina Introdução à Engenharia em uma outra mais específica que pudesse fornecer maiores informações sobre a profissão do Engenheiro Químico e criar mecanismos de motivação do aluno ingressante.

É importante registrar, nesse preâmbulo, que o IV ENBEQ (1991) traz em seu bojo, discussões profundas a respeito do ciclo básico dos cursos de Engenharia Química e nesse último a primeira recomendação

não poderia deixar de ser a implantação da disciplina Introdução à Engenharia Química nos cursos que não a possui em sua grade curricular e a reformulação desta disciplina nos cursos que já a ministra no sentido de fornecer uma visão geral do curso e da profissão de Engenheiro Químico.

METODOLOGIA

A antiga disciplina Introdução à Engenharia foi transformada em Introdução à Engenharia Química (IEQ), sem perder o objetivo de fornecer ao aluno uma visão global da Engenharia. A maior modificação programática na disciplina foi a inserção mais aprofundada de tópicos específicos da Engenharia Química.

Uma característica importante da disciplina IEQ está no fato de que ela é ministrada por um Engenheiro Químico com pós-graduação na área de Engenharia Química isso vem permitir uma variância substancial no curso em termos de enfoque além do que os exemplos e experiências vividos pelo profissional da área podem ser mais facilmente explanados.

Estudos realizados no colegiado de Curso em 1989 permitiram gerar a ementa que se segue:

Capítulo I - A Engenharia - Histórico e Atribuições

Capítulo II - Engenharia Química - Histórico, Atribuições, Curso e Perspectivas

Capítulo III - O processo químico industrial e o trabalho do Engenheiro Químico.

O Capítulo I do curso permite o conhecimento histórico da Engenharia Química desde seu surgimento primário, o entendimento de sua evolução, a iniciação da técnica científica, faz um paralelo entre Engenharia Antiga e Moderna e seu surgimento no Brasil. Nesse capítulo é demonstrado, também, a partir de exemplos, a interação da Engenharia Química com outras engenharias justificando, assim, a necessidade de disciplinas no currículo mínimo do curso, que possibilitem diálogo entre Engenheiros das mais diversas modalidades.

O Capítulo II caracterizado por constantes modificações levando-se em conta a evolução e bem dizer, a modernidade dos cursos que constantemente se atualizam. Dados a respeito do Curso de Engenharia Química, desde o pioneiro em MIT (Massachusetts Institute of Technology) em 1888 nos EUA, estão concentrados nos documentos finais dos ENBEQs, e servem de bibliografia de apoio. Assuntos como currículo, evasão, laboratórios didáticos, pesquisa, pós-graduação são profundamente explorados.

O último Capítulo procura esclarecer ao estudante as mais diversas funções do engenheiro Químico, bem como as mais variadas áreas de sua competência em que ele pode se empregar. Alguns conceitos importantes ligados ao Balanço de Massa e Energia e Análise de Processos Químicos, são introduzidos. Noções de Economia e Segurança constituem ainda, parte do conteúdo do capítulo.

O grande desafio da disciplina é a motivação do aluno ingressante. Para alcançar este objetivo foram desenvolvidas várias atividades sob a coordenação do professor da disciplina, que é o elo de ligação entre os calouros e o Departamento de Engenharia Química. Dentre estas, destacam-se:

- . Debates em sala de aula sobre os seguintes assuntos:
 - o que é Engenharia Química?
 - quais as áreas de atuação do Engenheiro Químico?
 - por que você escolheu a Engenharia Química?
- . Visita à biblioteca com orientação sobre utilização do acervo bibliográfico e motivação na leitura de periódicos.
- . Visita ao Departamento de Engenharia Química visando mostrar a estrutura administrativa, as pesquisas desenvolvidas pelos professores e os laboratórios didáticos.
- . Palestra com o coordenador do Curso com informações sobre a grade curricular e sugestões importantes para o bom desempenho acadêmico do aluno.
- . Palestras com os coordenadores das áreas de atuação docente do Departamento de Engenharia Química (Eng. Bioquímica; Fenômenos de Transporte e Operações Unitárias; Termodinâmica, Cinética e Reatores; e Processamento Químico) com informações sobre o ensino, pesquisa e extensão desenvolvidos na área.
- . Palestra com Engenheiros Químicos, ex-alunos, ou não, que atuam na Indústria, centro de Pesquisa e Universidades, visando fornecer informações sobre o assunto e indicar sob sua ótica onde um Engenheiro Químico poderia atuar naquele processo.
- . Programa Orientação-Motivação.

O Objetivo deste programa é dar ao aluno ingressante um acompanhamento mais próximo de um docente do Departamento de Engenharia Química. Esta Orientação no primeiro período do curso visa dar subsídios ao aluno para enfrentar as primeiras dificuldades da vida acadêmica, geralmente as mais traumáticas e que normalmente levam ao abandono do curso.

Este trabalho pode ser desenvolvido de forma diferenciada pelos docentes, geralmente as principais ações são: despertar a curiosidade científica dos alunos, através do acompanhamento de um projeto de pesquisa; vídeos sobre a profissão; debate sobre as dificuldades do curso e palavras de incentivo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A tabela 1 apresenta os resultados de uma avaliação feita pelos alunos sobre a disciplina ao término da mesma.

A tabela 2 mostra os resultados da avaliação dos discentes sobre o Programa Orientação-Motivação.

Ao analisar os resultados das tabelas 1 e 2 verifica-se que os alunos aprovaram a metodologia utilizada e que o programa Orientação-Motivação, bem como as atividades desenvolvidas proporcionaram aos alunos uma maior motivação na fase inicial do curso, período este responsável pelos maiores índices de evasão.

O colegiado ainda não possui resultados quantitativos sobre a redução da taxa de evasão, mas qualitativamente já se percebe uma tendência de queda deste grave problema enfrentado pelos cursos de Engenharia Química.

CONCLUSÃO

Os alunos aprovaram a metodologia utilizada na disciplina Introdução à Engenharia Química.

O problema da evasão pode ser atacado através de ações que crie condições de maior motivação do aluno no curso.

Outras ações para atacar melhor as evasões de alunos podem ser desenvolvidas através do conhecimento e análise das outras causas que levam o aluno a desistir do curso.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- .VÁRIOS AUTORES - Recomendações do IV ENBEQ - Encontro Nacional de Ensino em Engenharia Química. Itatiaia - outubro de 1991.
- .FRANCO Jr., M.R. e NASCIMENTO, A. F. - Uma Análise do Curso de Graduação em Engenharia Química da UFU - Revista Educação e Filosofia, nº 9, gráfica da UFU, 1991.

AGRADECIMENTOS

A Whelliton Ribeiro pela datilografia.

TABELA 1. Média de resultados da Avaliação feita pelos alunos sobre a disciplina IEQ ao término da mesma para o 1º e 2º semestre de 1991.

1. Avalie seu conhecimento sobre a profissão de Engenheiro Químico antes de iniciar o curso.

(4%) muito	(38%) pouco
(58%) razoável	(-) nenhum
2. A disciplina IEQ o ajudou a compreender o que seria a Engenharia Química?

(88%) muito	(-) pouco
(12%) razoavelmente	(-) não ajudou
3. Quais das atividades desenvolvidas na disciplina você achou mais interessante?
 - Debates em sala de aula
 - Trabalho sobre Indústria de Processos Químicos e a atuação do Engenheiro Químico
 - O programa Orientação-Motivação
 - Visita à Arafertil (indústria)
 - Palestra com Engenheiros Químicos que atuam na indústria
 - Palestra com professores do departamento (Áreas do DEQ)
 - Orientação do professor
 - Maior contato com professores do departamento
 - Seminário de Aglomeração de Fertilizantes
 - visita ao departamento.
4. Quais atividades desenvolvidas você achou desnecessária?
 - não deveria existir provas - 4%
 - nenhuma - 96%

TABELA 2. Média dos resultados referentes à avaliação do Programa Orientação-Motivação.

1. Participação Discente nos Eventos do Programa

Percentual de eventos	Percentual de alunos do total
(100 - 70%)	(40%)
(70 - 40%)	(40%)
(40 - 10%)	(20%)
2. Motivação do aluno nas atividades

Grande motivação	(28%)
Razoável motivação	(60%)
Pouca motivação	(12%)
Nenhuma motivação	(-)

3. Opinião final do aluno a respeito do programa:

Percentual do Total	Opinião
(60%)	Facilita a integração no curso
(80%)	Auxilia no conhecimento da profissão escolhida
(16%)	Requer um tempo de dedicação dispendioso
(0%)	Não é necessário.

4. Sugestões apresentadas pelos alunos para a contnuidade do programa

- . Palestras sobre mercado de trabalho
- . Realização de trabalhos de pesquisa
- . Maior contato com laboratórios
- . Aguçar no aluno a curiosidade científica
- . Visitas às Indústrias
- . Não solicitar trabalhos escritos
- . Continuar o programa ao longo do ciclo básico.

CARACTERIZAÇÃO DE UMA TOCHA DE PLASMA A AR COMPRIMIDO

Aruy Marotta
Instituto de Física "Gleb Wataghin"
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
13081 - Campinas, SP - Brasil

RESUMO

Neste trabalho apresentamos as características de uma tocha de plasma de arco elétrico estabilizada por vórtice de gás, utilizando ar como gás plasmagênico. Foram medidas a tensão e a eficiência em função da corrente e da vazão de gás. Utilizando a Teoria da Similaridade escrevemos a equação geral para a tensão e a eficiência. Estas equações apresentaram excelente ajuste aos dados experimentais. Foram calculadas a entalpia e a temperatura médias do jato de plasma no bocal da tocha em função da corrente e da vazão de gás.

INTRODUÇÃO

A utilização dos arcos elétricos para o aquecimento de gases retrocede ao começo deste século. As aplicações iniciais se limitavam ao processamento químico (produção de fertilizante nitrogenado e acetileno) e à iluminação. Em fins dos anos cinquenta a NASA desenvolveu tochas de plasma de grande potência para a simulação das condições existentes no espaço. As primeiras aplicações industriais surgiram, então, nas áreas do corte, fusão e solda de metais, e na deposição de filmes para a proteção contra a corrosão, a abrasão e as altas temperaturas. A partir dos anos setenta acelerou-se o interesse das indústrias, nos países desenvolvidos, pela utilização do aquecimento à plasma nos processos tecnológicos. Temperaturas fora do alcance das tecnologias convencionais de aquecimento (mais de 2.000 °C) podem ser facilmente atingidas e mantidas com as tochas de plasma. As transformações físicas e químicas ocorrem mais rapidamente, tornando possíveis instalações de pequeno porte, com altas densidades de energia, pequena inércia térmica e alta eficiência. As perdas térmicas para o ambiente são bem menores que na combustão, e, devido ao volume menor de gás, menores os efeitos ambientais. Gases oxidantes, neutros ou redutores podem ser utilizados em tochas com potências que vão de apenas algumas centenas de watts à vários megawatts. A metalurgia extrativa da redução direta de metais, a decomposição térmica de minerais, a criação de materiais com novas propriedades, a fusão de metais, a síntese de produtos químicos, a obtenção de pós cerâmicos ultrafinos, o corte de metais, a destruição de rejeitos tóxicos, a melhoria do valor energético dos combustíveis pobres, a deposição de filmes cerâmicos ou metálicos, são apenas alguns dos processos realizados com as tochas de plasma.

Neste trabalho apresentamos um estudo de caracterização de uma tocha de plasma construída em nosso laboratório, funcionando à ar comprimido e capaz de operar mais de cinquenta horas sem a troca dos eletrodos. Equações simples, ajustadas aos dados experimentais, e baseadas na Teoria da Similaridade, foram utilizadas na obtenção das características de tensão e eficiência em função da corrente e da vazão de gás.

A função básica de uma tocha de plasma é a conversão de energia elétrica (efeito Joule) em energia térmica e cinética de um fluxo de gás. Fenômenos eletromagnéticos, gasodinâmicos e térmicos e grandes gradientes de temperatura e densidade estão envolvidos no interior da tocha de plasma. As equações que descrevem o plasma estacionário de arco elétrico contêm as equações gasodinâmicas (conservação de massa, quantidade de movimento e energia, respectivamente) (Zhukov et al., 1975, Shashkov e Yas'ko, 1973, Yas'ko, 1972),

$$\operatorname{div}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\rho(v \cdot \operatorname{grad})v = j \times B - \operatorname{grad} p \quad (2)$$

$$\rho v \cdot \operatorname{grad} \left(h + \frac{1}{2}v^2 \right) = j \cdot E + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + Q, \quad (3)$$

as equações eletrodinâmicas de Maxwell e a equação de Ohm,

$$\operatorname{div} j = 0 \quad (4)$$

$$\operatorname{rot} B = \mu_0 j \quad (5)$$

$$j = \sigma E, \quad (6)$$

a equação de estado termodinâmico,

$$p = \rho R_g T, \quad (7)$$

as equações das constantes físicas do sistema $\rho = \rho(T, p)$, $h = h(T, p)$, $\sigma = \sigma(T, p)$, $\lambda = \lambda(T, p)$, $\mu = \mu(T, p)$, e as condições de contorno, sendo B - indução magnética, E - campo elétrico, h - entalpia, j - densidade de corrente, p - pressão, Q - fluxo de radiação, $R_g = R_0/M$ - constante do gás, R_0 - constante universal dos gases, T - temperatura do gás, v - velocidade do gás, λ - condutividade térmica, μ - viscosidade, μ_0 - permeabilidade magnética, ρ - densidade e σ - condutividade elétrica.

Só é possível prever as características de uma tocha de plasma, baseando-se nas equações acima, nos casos mais simples. Em uma tocha de plasma o arco pode ter uma forma complicada, além de interagir com as paredes e com o escoamento de gás, que na maioria das vezes é turbulento. O cálculo teórico de um arco desse tipo é uma tarefa extremamente difícil. O método da Teoria da Similaridade mostrou-se um meio eficaz de prever as características da tocha e, apesar da complexidade dos processos que ocorrem no canal de arco elétrico, é possível limitar-se à um pequeno número de parâmetros adimensionais. O método da Teoria da Similaridade reduz consideravelmente o volume de dados experimentais necessários para o projeto da tocha de plasma. Os parâmetros adimensionais podem ser derivados pela análise das dimensões das grandezas constituintes ou pela redução das equações acima à sua forma adimensional. Este último método, mais geral, foi aplicado nos trabalhos (Shashkov e Yas'ko, 1973, Yas'ko, 1972).

A experiência mostra que apenas cinco parâmetros adimensionais são relevantes para a caracterização da tocha de plasma de arco com comprimento auto-estabelecido, com estabilização por vórtice e na ausência de campo magnético: o parâmetro que caracteriza o arco do ponto de vista elétrico (Lei de Ohm),

$$S_u = \frac{\sigma_0 U d}{I}, \quad (8)$$

o parâmetro que reflete o balanço de energia (energia elétrica pelo efeito Joule versus energia térmica do plasma),

$$S_i = \frac{I^2}{\sigma_0 h_0 G d}, \quad (9)$$

o parâmetro que caracteriza o escoamento (número de Reynolds),

$$Re = \frac{\rho_0 v_0 d}{\mu_0} \sim \frac{G}{\mu_0 d}, \quad (10)$$

o parâmetro de Knudsen, que traduz a Lei de Paschen da ruptura elétrica,

$$Kn = \frac{1}{pd} \quad (11)$$

e o parâmetro geométrico, $\bar{l} = l/d$, sendo d - diâmetro interno do anodo, G - vazão de gás, I - corrente, l - comprimento do anodo e U - tensão.

Esses parâmetros podem ser escritos na forma simplificada

$$S_u = C_0 \frac{Ud}{I}, \quad S_i = C_1 \frac{I^2}{Gd}, \quad Re = C_2 \frac{G}{d}, \quad Kn = C_3 \frac{1}{pd}, \quad (12)$$

onde C_0, C_1, C_2, C_3 são combinações dimensionais das propriedades físicas (densidade, viscosidade, etc), tomadas como valores de referência no ponto de inflexão da função $\sigma = \sigma(h)$ (Fig. 1), resultando em valores constantes para cada gás (Yas'ko, 1969).

A equação característica tensão-corrente da tocha de plasma obtém-se, então, pela fórmula:

$$S_u = C S_i^{\alpha''} Re^{\beta''} Kn^{\gamma''}, \quad (13)$$

onde $C, \alpha'', \beta'', \gamma''$ são constantes. Observando que $d/I = [I^2/Gd]^{-0,5} \cdot (G/d)^{-0,5}$, podemos explicitar na equação acima a tensão, obtendo-se para a característica tensão-corrente a equação:

$$U = C_u \left[\frac{I^2}{Gd} \right]^{\alpha} \left(\frac{G}{d} \right)^{\beta} (pd)^{\gamma}. \quad (14)$$

De forma semelhante, teremos a equação para a eficiência,

$$\frac{1-\eta}{\eta} = C_n \left(\frac{I^2}{Gd} \right)^{\alpha'} \left(\frac{G}{d} \right)^{\beta'} (pd)^{\gamma'} \left(\frac{l}{d} \right)^{\delta'}, \quad (15)$$

onde η é a eficiência térmica e $C_u, C_n, \alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma', \delta'$ são constantes. Considerando uma tocha de plasma com geometria fixa, onde o comprimento l e o diâmetro d são constantes, podemos utilizar as formas simplificadas para as equações acima,

$$U = AI^m G^n \quad (16)$$

$$\frac{1-\eta}{\eta} = BI^p G^q, \quad (17)$$

onde A, B, m, n, p, q são constantes determinadas experimentalmente.

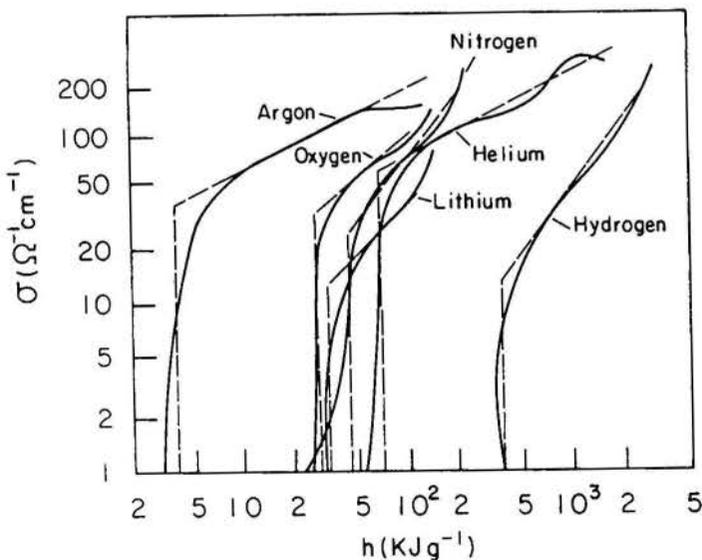


Fig. 1: Condutividade elétrica de vários gases em função da entalpia à pressão atmosférica (Yas'ko, 1969).

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Neste trabalho foi utilizada uma tocha de plasma de arco não-transferido, com canal reto e polaridade direta (anodo à jusante, catodo à montante), do tipo "arco de comprimento auto-estabelecido", estabilizada pelo fluxo em vórtice do gás, com catodo de zircônio prensado e anodo tubular de cobre. A câmara de vórtice, situada entre o catodo e o anodo, tem 68 mm de diâmetro e seis furos tangenciais que provêm o gás de rotação e estabilizam o arco no eixo do canal. A tocha funciona com ar comprimido, fornecido por um compressor de ar e é alimentada por uma fonte de potência DC de 50 kW, que fornece 820 V em circuito aberto e 200 A em curto-circuito. A fonte tem característica mergulhante e foi construída na base de transformadores de solda. Os eletrodos da tocha são refrigerados à água em circuito fechado e as vazões são de aproximadamente de 1 l/min para o catodo e 5 l/min para o anodo.

A iniciação do arco é obtida com uma fonte de ignição de RF de 10 kV. O processo de ignição é inicializado com gás argônio. Um sistema eletrônico, contendo um sensor de corrente, realiza a entrada do ar comprimido e desliga o argônio automaticamente. O argônio é utilizado devido ao seu potencial de ruptura que é inferior ao do ar na pressão ambiente. O catodo permite suces-

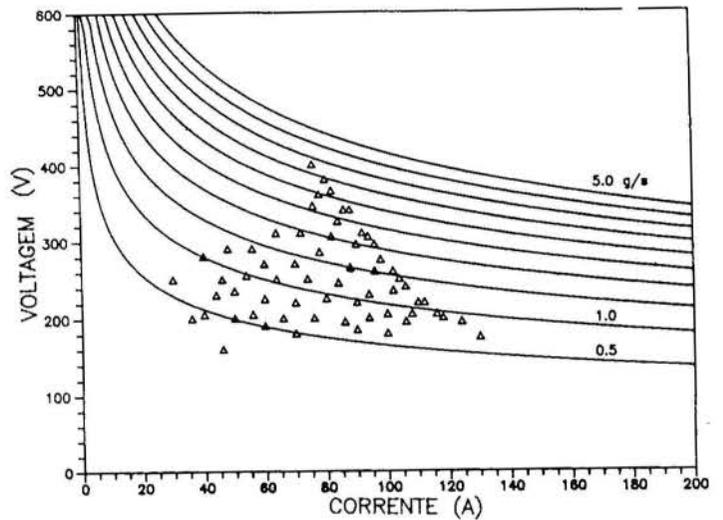


Fig. 2: Característica V-I da tocha de plasma. Pontos experimentais e curvas de ajuste.

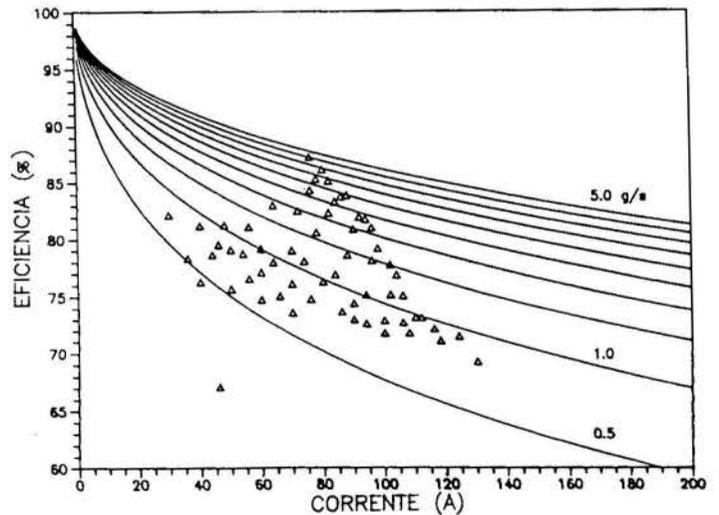


Fig. 3: Eficiência térmica da tocha de plasma. Pontos experimentais e curvas de ajuste.

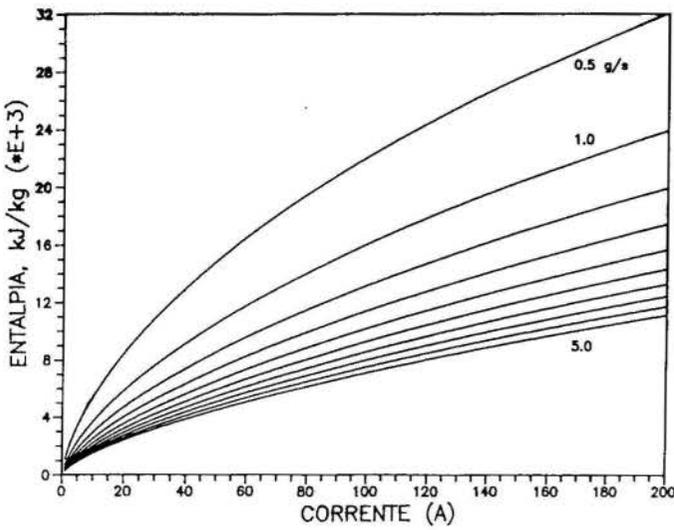


Fig. 4: Entalpia média do jato de plasma no bocal da tocha de plasma em função da corrente e da vazão de gás.

sivas reignições, apesar da superfície cerâmica, não condutora de eletricidade à temperatura ambiente. A tocha de plasma opera mais de 50 horas em correntes de 100 A, sem a troca dos eletrodos.

As características externas (potência, tensão, corrente, vazão de gás, pressão) da tocha podem variar numa extensa faixa, bem como podem ser feitas alterações no diâmetro e no comprimento do canal, o que permite alargar mais essa faixa operacional. As medidas foram realizadas para anodo de 9,52 mm de diâmetro interno e 120 mm de comprimento, vazão de ar comprimido de 0,5 à 3 g/s, pressão na entrada de 2 à 5 atm, corrente de 50 à 150 A e tensão de 200 à 400 V. A potência na tocha é de 10 a 50 kW.

RESULTADOS

Na Fig. 2 apresentamos a característica $V-I$ da tocha em função da corrente, para diferentes valores da vazão de gás. Estão representados os pontos experimentais, juntamente com as curvas $V-I$, ajustadas aos pontos experimentais pela Teoria da Similaridade. A característica $V-I$ foi calculada pela fórmula

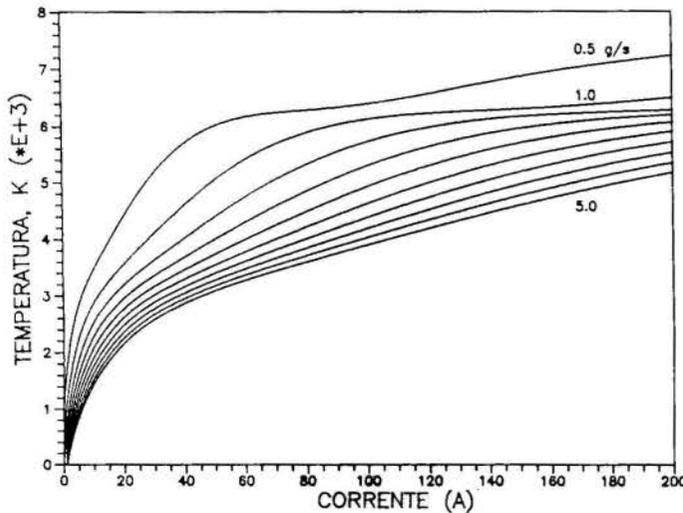


Fig. 5: Temperatura média do jato de plasma no bocal da tocha de plasma em função da corrente e da vazão de gás.

(16), através de uma regressão multilinear aos pontos experimentais do tipo $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$, tomando-se o logaritmo da equação (16). Cada ponto experimental representa a média sobre 3 medidas. Observamos que a característica $V-I$ é do tipo descendente e é dada pela equação:

$$U = 1,2646 \times 10^4 I^{-0,2779} G^{0,4033}, \quad (18)$$

sendo U a tensão em Volts, I a corrente em Amperes e G a vazão em kg/s.

Medidas foram realizadas para a obtenção da eficiência da tocha. As perdas térmicas para os eletrodos foram calculadas através da fórmula $P_e = \sum m_{ai} c_{pai} \Delta T_{ai}$, sendo m_{ai} a vazão da água, c_{pai} o calor específico e ΔT_{ai} a variação de temperatura da água. A eficiência é calculada por $\eta = (P - P_e)/P$, onde $P = UI$ é a potência elétrica fornecida. Na Fig. 3 vemos o comportamento da eficiência da tocha em função da corrente e da vazão. São apresentados os dados experimentais e as curvas de ajuste, dadas pela equação:

$$\frac{1 - \eta}{\eta} = 1,3442 \times 10^{-3} I^{0,4544} G^{-0,5003}, \quad (19)$$

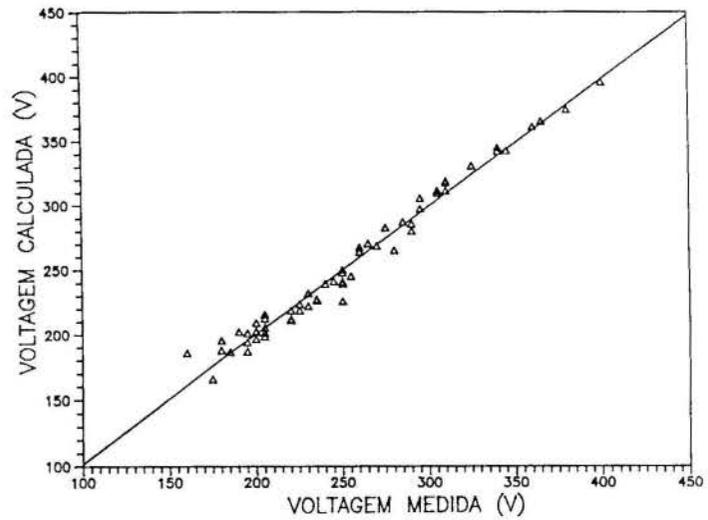


Fig. 6: Comparação entre a tensão teórica e a experimental.

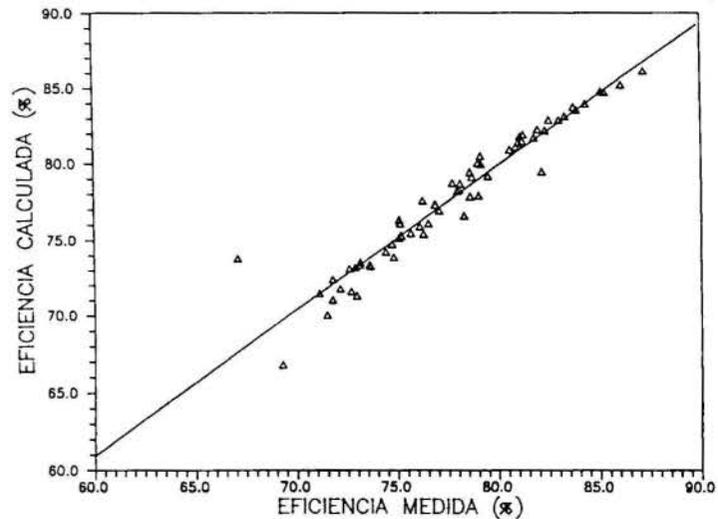


Fig. 7: Comparação entre a eficiência teórica e a experimental.

obtida de forma análoga à equação (18).

A entalpia do gás na saída da tocha de plasma foi calculada pela fórmula $\Delta h = \eta P/G$. Na Fig. 4 mostramos a entalpia na saída do canal em função da corrente e da vazão. Utilizando uma tabela de $h = h(T)$ (Vargaftik, 1972), obtém-se a temperatura média do plasma no bocal (Fig. 5). Nas Figs. 6 e 7 apresentamos uma comparação entre os resultados experimentais e o ajuste teórico, respectivamente, para a característica $V-I$ e a eficiência. Como se observa, há uma excelente concordância entre os pontos experimentais e os resultados previstos pela Teoria da Similaridade.

CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentamos as características de tensão, eficiência, entalpia e temperatura média no bocal de uma tocha de plasma de ar, estabilizada por vórtice. Foi utilizada a Teoria da Similaridade para a tensão e a eficiência da tocha em função da corrente e tendo como parâmetro a vazão de gás. Mostramos que a Teoria da Similaridade permite prever, com excelente precisão, a característica $V-I$ e a eficiência térmica. Foram, também, obtidas a entalpia e a temperatura do jato de plasma no bocal da tocha.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos os técnicos A. A. B. do Prado e J. B. Pinheiro pela contribuição durante o desenvolvimento deste trabalho. Agradecemos o suporte do CNPq, FAPESP, FINEP e FAP/UNICAMP.

REFERÊNCIAS

- . Shashkov, A.G. e Yas'ko, O.I., "Application of Approximate Similarity for Correlating Arc Characteristics", IEEE Trans. Plasma Sci., PS-1, 21, 1973, pp. 21-37.
- . Vargaftik, N.B., "Tables of Thermophysical Properties of Gases and Liquids", Nauka, Moscou, 1972. (em russo)
- . Yas'ko, O.I., "Correlation of Characteristics of Electric Arcs", J. Appl. Phys. D, 2, 1969, pp. 733-51.
- . Zhukov, M.F., Koroteiev, A.S., Uriukov, B.A., "Dinâmica Aplicada do Plasma Térmico", Nauka, Novosibirsk, 1975. (em russo)

ABSTRACT

The Theory of Similarity was used to obtain a complete characterization of an air vortex-stabilized plasma torch. The voltage and the efficiency were measured as functions of the current and the gas flow rate. General equations for the voltage and the efficiency were obtained, which showed good agreement to the experimental results. We also calculated the average plasma enthalpy and the temperature at the exit of the plasma torch.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO ENROLAMENTO DE BOMBA ELETROMAGNÉTICA DE CORRENTE CONTÍNUA

E. M. Borges, F. Sircilli Neto e A. C. C. Migliano
Instituto de Estudos Avançados - IEAv/CTA
Cx. Postal 6044 - 12231-970 S.J.Campos, SP, Brasil

RESUMO

Os sistemas de refrigeração de reatores nucleares espaciais incluem bombas eletromagnéticas termoelétricas, responsáveis pelo controle do escoamento do fluido refrigerante. Com o objetivo de se alcançar capacitação teórica e experimental no desenvolvimento deste importante equipamento, construiu-se um protótipo de bomba eletromagnética de corrente contínua. Neste trabalho são apresentados os transitórios de temperatura no núcleo dos enrolamentos para diferentes valores de corrente elétrica, visando definir os limites operacionais da bomba. Simulações com o programa HEATING5 apresentam resultados compatíveis aos experimentais.

INTRODUÇÃO

Como uma primeira etapa no desenvolvimento de bombas eletromagnéticas termoelétricas (EMTE) que controlam o escoamento nos circuitos de refrigeração de reatores nucleares espaciais, está-se ensaiando um protótipo de bomba eletromagnética de corrente contínua com magneto no formato tipo "C" de aço SAE 1020. A circulação de corrente elétrica nos enrolamentos que envolvem o magneto, colocados próximos aos polos, induz um campo magnético no entreferro, no qual há um canal onde escoam um fluido condutor, tal como mercúrio. Impondo-se uma corrente elétrica no fluido, perpendicular ao campo magnético, é produzida uma força magnetomotriz que obedece a lei de indução de Faraday. Esta força, perpendicular à corrente elétrica e ao campo magnético, movimentam o fluido condutor (Borges, 1991).

Desta forma, o sistema composto pelo magneto "C", enrolamento, canal e fontes de corrente elétrica caracterizam uma bomba eletromagnética de corrente contínua, que controla o escoamento do fluido condutor.

O objetivo deste trabalho é apresentar o estudo teórico e a avaliação experimental do comportamento térmico do conjunto "magneto "C" - enrolamento" de um protótipo de bomba, para diversas condições de operação.

A potência Joule dissipada nos enrolamentos de fio de cobre provoca o seu aquecimento, do magneto "C" e do ar ambiente. A avaliação da transferência de calor envolvida nos estados transiente e estacionário, foi dividida em três etapas: na primeira, estudou-se o conjunto com o programa HEATING5, obtendo-se as curvas teóricas de temperatura para diversas condições de operação a partir das quais definiu-se a classe de isolamento térmico dos fios de cobre dos enrolamentos. Na segunda etapa, mediu-se a temperatura em dois pontos do enrolamento em função do tempo, sendo ainda levantadas as curvas de potência experimental fornecidas pela fonte de corrente. Em seguida, estas curvas de potência foram utilizadas como dado de entrada do HEATING5 e as novas curvas teóricas de transferência de calor foram comparadas às temperaturas obtidas experimentalmente.

AValiação TEÓRICA

Para avaliar a transferência de calor envolvida nos estados transiente e estacionário, foram assumidas trocas por condução, convecção natural e por radiação. O cálculo foi efetuado com auxílio do programa HEATING5 (Colman).

Este estudo de transferência de calor para valores diferentes de potência Joule, envolve um processo repetitivo de substituição desses valores no arquivo de entrada do HEATING5. Para minimizar a intervenção do usuário nesse processo, desenvolveu-se um programa denominado AUTHEAT,

que altera, automaticamente, a entrada de dados para os valores desejados (Sircilli Neto, 1991).

Nessa seção apresenta-se o modelamento do magneto "C" e das bobinas, feito de acordo com a geometria e condições de contorno do problema. Em seguida apresentam-se os resultados obtidos utilizando-se o programa HEATING5 e uma discussão desses resultados.

Modelamento do Conjunto. No modelamento do conjunto, apresentado na Figura 1, adotou-se o sistema de coordenadas cartesianas. Dividiu-se o conjunto em 37 regiões e assumiram-se as condições de contorno de troca de calor apresentadas na Figura 2: troca por convecção natural, radiação entre superfícies paralelas frontais e somente por convecção natural nas demais superfícies.

No cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção natural, h_m , utilizou-se uma equação simplificada para ar a pressão atmosférica e temperaturas moderadas:

$$h_m = 1,31(\Delta T)^{1/3} \text{ (W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C)}, \quad (1)$$

onde ΔT é a diferença de temperatura.

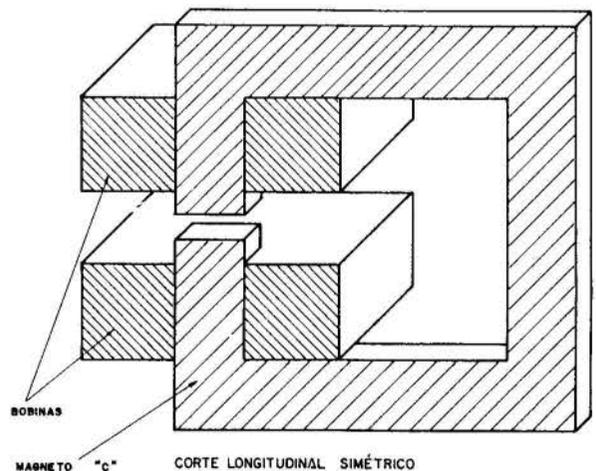


Figura 1. Esquema do conjunto "magneto C e bobinas".

O coeficiente de troca de calor por radiação utilizado foi de $4,53 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$, que corresponde ao produto da constante de Stefan-Boltzmann pela emissividade da superfície (0,8).

Foram consideradas as propriedades do ar e do ferro utilizado no magneto "C" (condutividade térmica, massa específica e calor específico) independentes da temperatura, adotando-se valores a 20°C . Para a condutividade térmica

e massa específica do enrolamento foram utilizados valores obtidos experimentalmente enquanto o calor específico foi tomado como o do cobre puro a 20°C. Essas propriedades do enrolamento também foram consideradas como independentes da temperatura.

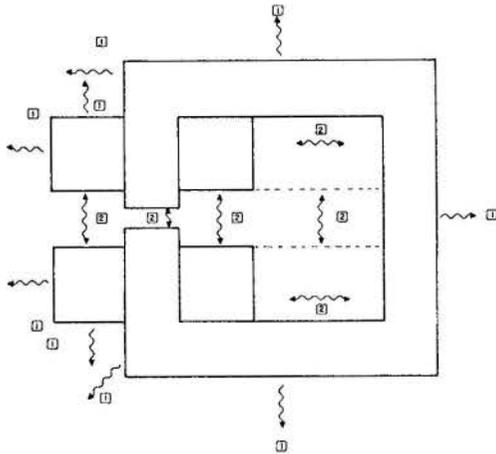


Figura 2. Condições de contorno de troca de calor assumidas.

Resultados Obtidos. Na Figura 3 é apresentada a distribuição de temperatura gerada pelo HEATING5 para potência Joule de $4 \times 10^4 \text{ W/m}^3$ dissipada em cada bobina. Nota-se que a máxima temperatura é de 182,03°C. O plano $y = 16,5 \text{ cm}$ da figura é o plano de simetria do conjunto magneto "C" e bobinas, estas últimas representadas pelas áreas hachuradas. Linhas horizontais e verticais foram evidenciadas para facilitar a visualização do conjunto.

HEATING5

MAGNETO C COM DOIS ENROLAMENTOS
STEADY STATE TEMPERATURE DISTRIBUTION
FOR THE PLANE Y

60 ITERATIONS
1.63000D-01

GROSS GRID	1	2	3	4	5	6	7	8
FINE GRID DISTANCE	0.05	0.09	0.13	0.19	0.27	0.33	0.39	
1	0.05	0.00	143.99	142.32	134.36	129.05	126.96	
2	0.11	147.38	159.68	147.89	145.58	135.41	128.72	126.80
3	0.15	164.09	177.28	153.24	152.63	162.35	126.95	125.96
4	0.19	168.85	181.88	185.43	155.24	168.46	126.01	125.33
5	0.21	170.58	175.34	155.55	155.40	163.75	125.78	125.19
6	0.23	170.61	175.39	155.56	155.35	163.45	125.81	125.20
7	0.25	168.94	182.03	155.43	155.17	167.51	126.10	125.35
8	0.33	150.59	165.09	147.45	145.56	135.81	128.77	127.03
9	0.39	0.00	0.00	143.82	142.35	134.64	129.19	127.14

Figura 3. Mapa de temperaturas gerado pelo HEATING5.

Na Figura 4 apresenta-se a variação temporal da temperatura máxima gerada pelo HEATING5 para o conjunto, para várias potências Joule.

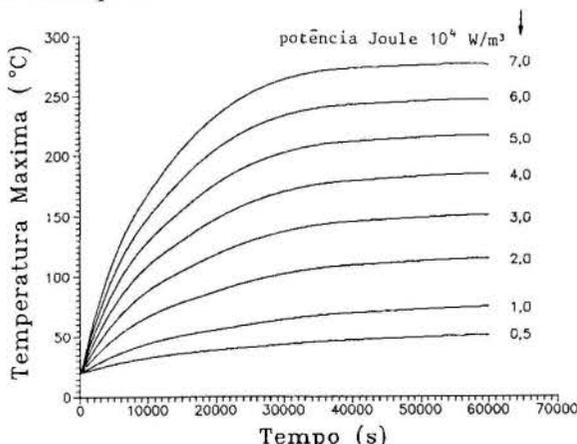


Figura 4. Família de curvas do estado transiente para o ponto de máxima temperatura.

Discussão da Avaliação Teórica. A escolha do fio condutor para confecção dos enrolamentos deve ser feita em função da potência elétrica de trabalho, da vida média desejada e do custo do fio.

Da Figura 4, assumindo-se a potência Joule de trabalho de $4 \times 10^4 \text{ W/m}^3$, prevista para a operação do protótipo da bomba eletromagnética, obtém-se a temperatura máxima de, aproximadamente, 180°C. Esse valor de temperatura limita a classe térmica do isolamento usado no fio da bobina. Para o condutor PIRETERM da Pirelli, por exemplo, que é um fio isolado com esmalte a base de resina poliesterimida pertencente a classe 180°C, a vida média situa-se em torno de 100.000 horas para operação a essa temperatura. Para operação a 200°C, essa vida média é em torno de 15.000 horas e é de aproximadamente 2.000 horas para operação em 220°C. Já o condutor POLITERM 200, do mesmo fabricante, um fio isolado com esmalte à base de resina poliesterimida e revestimento de amida-imida, pertencente a classe de 200°C, tem vida média de aproximadamente 25.000 horas a 200°C (Migliano, 1989; Pirelli, 1985).

Obtém-se, ainda da Figura 4, uma avaliação de tempo da ordem de várias horas para se levantar uma curva experimental representativa.

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL

Os ensaios de mapeamento térmico do magneto necessitam de um longo tempo para a obtenção de dados. Nestes ensaios, sensores de temperatura (termopares) são colocados em pontos diferentes do enrolamento e uma medida de tensão nos terminais do termopar é feita a cada intervalo de tempo, até que se obtenha uma curva representativa para uma determinada corrente elétrica fornecida.

O controle do ensaio é realizado com o auxílio de um programa denominado TERMKF, elaborado para a comunicação entre um microcomputador compatível com IBM-PC e o multímetro utilizado nas medidas de tensão nos termopares. Este programa foi escrito na linguagem QuickBASIC e foram usadas as funções aplicativos do interfaceamento GPIB/STD-8410 (Borges; STD-8410).

Instrumentação Utilizada. Na obtenção dos dados experimentais foram utilizados a seguinte instrumentação:

- Microcomputador compatível IBM-PC;
- Interface GPIB/STD-8410;
- Fonte HP 6030A;
- Multímetro HP3457A ou compatível;
- Impressora com 132 colunas;
- Termopares tipo K.

A Figura 5 apresenta um esquema de montagem dos dispositivos utilizados para medidas de temperatura. Como junção de referência a zero graus Centígrados são utilizados termopares tipo K imersos em mistura água-gelo.

Programa de Interfaceamento. O programa TERMKF elabora a tabela de temperaturas e potência elétrica fornecida aos enrolamentos, em função do tempo de ensaio e grava em um arquivo.

Para o cálculo das temperaturas de interesse o programa utiliza a tabela de correlação (tensão x temperatura) para o termopar tipo K (Níquel-cromo/Níquel-Alumínio) com a junção de referência a zero graus Centígrados. Esta tabela apresentada na forma de um vetor unidimensional, tem as tensões (em microvolts) armazenadas nos elementos da matriz, e os valores de temperatura correspondentes relacionados com o índice do vetor. Os valores de temperatura são portanto obtidos através da interpolação linear dos dados da tabela de calibração do termopar para a diferença de potencial lida.

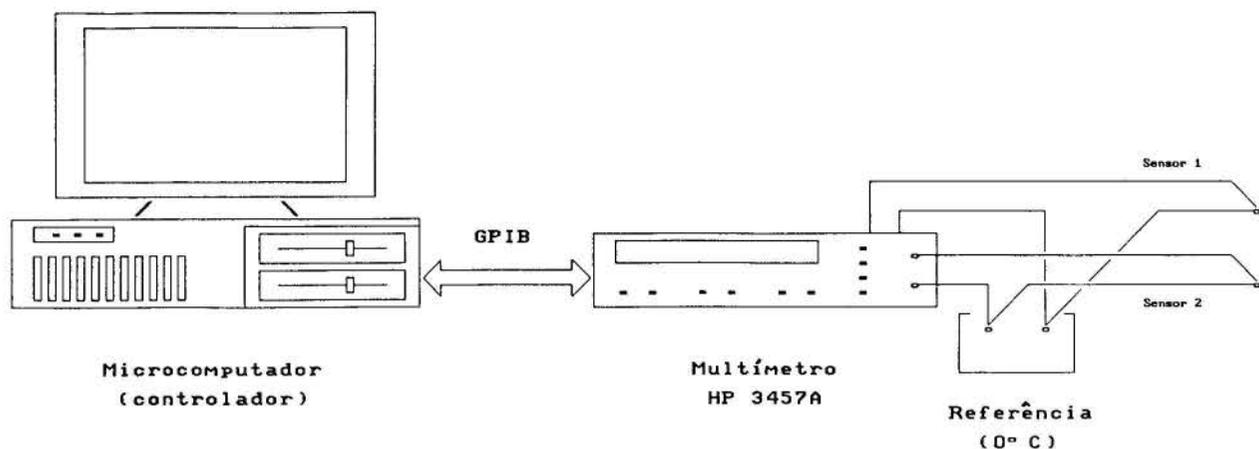


Figura 5. Esquema da instrumentação utilizada no ensaio de mapeamento térmico.

Resultados Experimentais. Os dois termopares foram colocados internamente à bobina, durante a sua montagem, sendo o primeiro no centro da bobina (Ponto A) e o outro a um terço da superfície lateral (Ponto B), como apresentado na Figura 6.

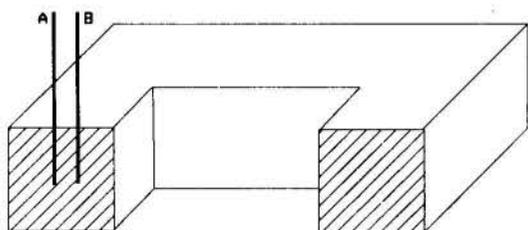


Figura 6. Localização dos termopares no enrolamento.

Apresenta-se na Figura 7, as curvas de potências fornecidas pela fonte de corrente às bobinas. Nota-se que as potências apresentam um aumento durante o ensaio devido ao aumento de temperatura dos enrolamentos e conseqüente aumento da resistência elétrica do conjunto de bobinas, tendendo à estabilidade no final do transitório.

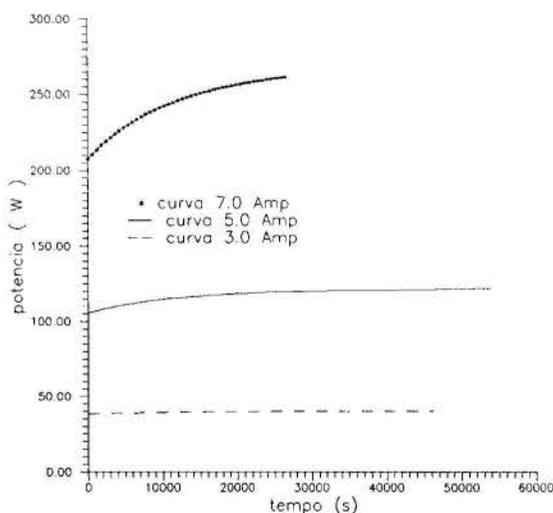


Figura 7. Curvas de potência elétrica fornecida pela fonte.

A temperatura medida pelos termopares tipo K nos pontos A e B da Figura 6 para potência Joule correspondente a 5 Ampéres pode ser observada na Figura 8. Nota-se que inicialmente as temperaturas nos dois pontos são iguais à ambiente, passando a aumentar devido ao aquecimento Joule, terminando com a temperatura no Ponto A maior do que no ponto B. Com o desligamento da fonte passou-se a avaliar o transiente de resfriamento do enrolamento até 80000 s.

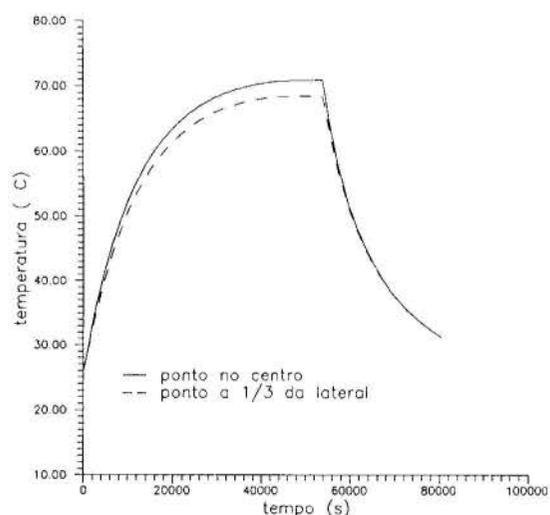


Figura 8. Curvas de temperatura nos pontos A e B para 5 Ampéres.

Na Figura 9 apresenta-se as curvas de temperatura no ponto A para as correntes de operação de 3, 5 e 7 Ampéres. Nota-se que as temperaturas iniciais correspondem a temperatura ambiente local no início da experiência, aumentam durante o transitório estudado e alcançam uma temperatura final que corresponde ao estado estacionário.

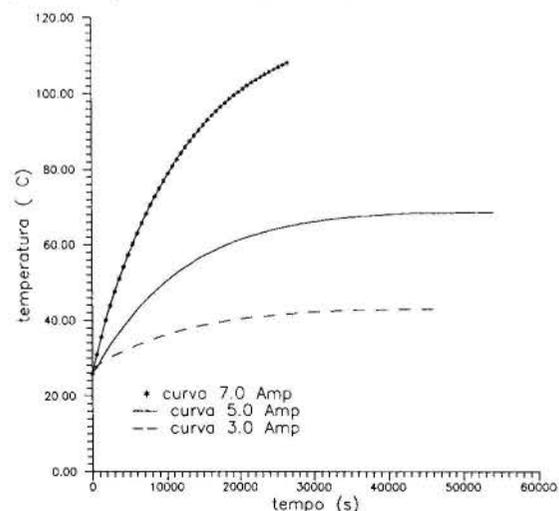


Figura 9. Curvas de temperatura no centro do enrolamento.

COMPARAÇÃO ENTRE VALORES TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS

Com base na geometria da bomba eletromagnética de corrente contínua e na localização dos termopares colocados no enrolamento, foi atualizada a entrada de dados do HEATING5.

Na Figura 10 apresenta-se a curva experimental obtida para a corrente de 7 Amperes e algumas curvas teóricas calculadas com o HEATING5 para a temperatura no nó correspondente ao ponto A da Figura 6.

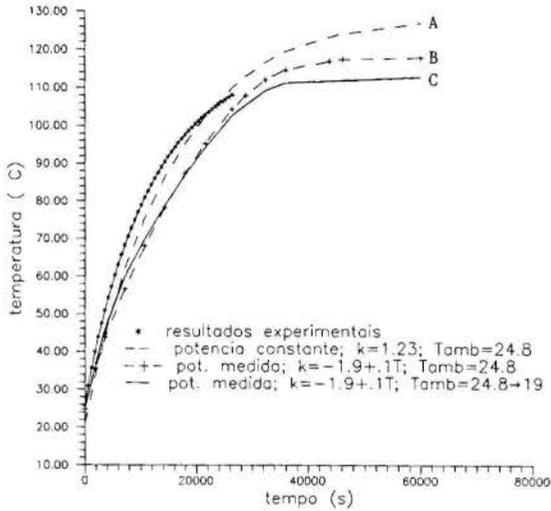


Figura 10. Curvas experimental e teóricas para a corrente de 7 Amperes.

Nesta figura observa-se que a curva A para potência Joule constante de 121 W, com condutividade térmica média do enrolamento constante e igual a $1,23 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ e temperatura ambiente constante e igual à inicial, ou seja $24,8^\circ\text{C}$, apresenta-se mais próxima da experimental com erro máximo de 4°C até os primeiros 20000 s de simulação. Em seguida, essa curva ultrapassa a curva experimental e acaba por representar a maior diferença na temperatura final entre as curvas A, B e C.

Nota-se ainda que, extrapolando a curva experimental, a temperatura final deve ficar entre as duas curvas teóricas B e C, nas quais utilizou-se a potência fornecida pela fonte de corrente como dado de entrada do HEATING5. Em ambas, considerou-se ainda a variação da condutividade térmica em função da temperatura. A diferença entre elas está na temperatura ambiente, considerada constante e igual a temperatura inicial no caso da curva B, e observando-se o decréscimo da temperatura ambiente de $24,8$ até 19°C no caso da curva C. Esta última curva apresenta a menor temperatura para o estado estacionário final, ou seja 113°C , e apresenta o formato mais compatível com a curva experimental.

CONCLUSÃO

A avaliação teórica da transferência de calor no conjunto "magneto C e bobinas" foi inicialmente realizada com o programa HEATING5. Utilizando as temperaturas máximas ocorridas no plano de simetria do conjunto, foram traçadas as curvas do estado transiente, para várias potências Joule (Figura 4).

Como produto da avaliação teórica inicial, determinou-se o fio condutor do enrolamento, cuja escolha deve ser feita em função da potência de trabalho, da vida média desejada e do custo do fio. Da Figura 4, para a potência Joule de $4 \times 10^4 \text{ W/m}^3$ prevista para a operação do protótipo da bomba eletromagnética, obteve-se a temperatura máxima de 180°C . Esse valor definiu a classe térmica do isolamento usado no fio da bobina. Com as curvas para o estado transiente, avaliou-se os tempos necessários de experimentação para obter-se curvas representativas, chegando-se à conclusão que era necessário automatizar as medidas devido aos longos tempos (tipicamente 12 a 18 horas para atingir o estado esta-

cionário). Partiu-se então, para a automatização das medidas de temperatura através de interfaceamento com uma placa GPIB/STD-8410 e elaborou-se o programa TERMKF. Na experimentação obteve-se a curva apresentada na Figura 9, que define que seja aplicada uma corrente máxima de 7 Amperes nos enrolamentos, para o caso de convecção natural, sem comprometer a vida média do isolante do fio condutor. Se houver necessidade de corrente maior, será necessário convecção forçada sobre o dispositivo.

Na comparação entre os valores teórico e experimental (Figura 10), observou-se que as curvas fornecidas pelo HEATING5 para o estado transiente fornecem inicialmente um valor ligeiramente menor, cruzam-se com a experimental e depois atingem valores maiores. Para se obter um ajuste melhor entre essas curvas teórica e experimental, devem ser consideradas as variações dos parâmetros relevantes (condutividade térmica, temperatura ambiente e potência Joule dissipada) em função do tempo e/ou temperatura.

Por fim, tem-se que a avaliação teórica inicial feita utilizando o programa HEATING5 auxiliou de modo plenamente satisfatório no projeto do magneto "C", para uso em bomba eletromagnética, tanto na especificação do isolante do fio de cobre, quanto na avaliação do tempo de experimentação necessários.

REFERENCES

- Borges, E. M., "Desenvolvimento e Simulação Computacional de Bombas Eletromagnéticas Termoelétricas para o Controle do Escoamento em Reatores Nucleares Espaciais Refrigerados a Metal Líquido", Tese de Doutorado ITA, S. J. Campos, 1991.
- Colman, J., "The Use of the IBM-PC Computer in Accelerator Design Calculations", Brookhaven National Laboratory, Neutral Beam Division, Upton, New York, Project Order AFWL 85-203/86-130.
- Sircilli Neto, F., Passaro, A., Borges, E. M., "Transferência de Calor em Magneto C", Nota Técnica-IEAv-005/91, Junho 1991.
- Migliano, A. C. C., Passaro, A., Sircilli Neto, F., "Fitas de Cobre Esmaltadas para os Solenóides do Acelerador Linear de Elétrons do IEAV", CTA/IEAv/FEX, Memorando Técnico N° 44, 271, julho 1989.
- Pirelli S/A Cia Industrial Brasileira, Catálogo "Fios Esmaltados", setembro de 1985.
- Borges, E. M., Migliano, A. C. C., Sircilli Neto, F., "Programa TERMKF para Aquisição Automática de Dados de Temperatura com Termopares Tipo K e Interfaceamento de Interesse", Manual IEAV, a ser publicado.
- Manual do STD-8410/Cartão Controlador GPIB, STD - Sistemas Técnicos Digitais S.A.

ABSTRACT

Nuclear Space Reactor's refrigeration systems include Thermoelectric Electromagnetic Pumps, which are responsible for the control of the refrigerant flow. In order to achieve theoretical and experimental know-how in the development of such important equipment, a prototype using direct current (DC) was built. This work presents the temperature transient observed in the winding for different values of currents to define the pump operational limits. Good results were obtained when comparing experimental and simulated data, performed with the HEATING5 code.

APRESENTAÇÃO SIMPLIFICADA DOS FENÔMENOS
CONVECTIVOS DE TRANSPORTE

MARCO AURÉLIO CREMASCO
Faculdade de Engenharia Química - UNICAMP
Av. Albert Einstein, 500 - Barão Geraldo
13081 - Campinas - SP - Brasil

SUMÁRIO

Neste trabalho procura-se apresentar os Fenômenos Convectivos de Transporte em um contexto científico, através da interpretação da relação Causa-Efeito, na qual os Fenômenos de Transporte se inserem. Dessa relação, surgem os coeficientes convectivos como função da constituição e do movimento do meio em que ocorre o fenômeno de transferência.

INTRODUÇÃO

O aluno de um Curso de Engenharia em que há disciplinas relacionadas a Fenômenos de Transporte, fica na expectativa da sua aplicação imediata em projetos de Engenharia. Tal expectativa é, neste enfoque, frustrada, pois Fenômenos de Transporte, antes de ser um aplicativo, é Ciência, pois vem a interpretar as diversas relações Causa-Efeito inerentes a um determinado fenômeno físico. Uma dessas relações foi explorada em trabalho anterior, Cremasco (1991), para os Fenômenos Difusivos de Transporte como:

$$\text{(Movimento)} \propto \text{(Força Motriz)} \quad (1)$$

O Movimento, traduzido no transporte de uma determinada grandeza física, é causado por uma força motriz. No entanto, o teor da resposta desse transporte está associado à resistência oferecida pelo meio em que ocorre o Fenômeno. Deste modo, a proporcionalidade (1) pode ser escrita como:

$$\text{(fluxo)} = \left[\begin{array}{c} \text{propriedade} \\ \text{de transporte} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \text{força} \\ \text{motriz} \end{array} \right] \quad (2)$$

No caso de Fenômenos puramente moleculares, a igualdade (2) foi posta como:

$$\phi_y = \frac{b}{\rho} \frac{d(\rho P)}{dy} \quad (3)$$

onde A é a área normal ao fluxo da grandeza física, ϕ_y ; b, propriedade de transporte; ρ , massa específica ou massa específica vezes calor específico, (ρC_p), para transporte de energia, ou concentração mássica da mistura, para transporte de matéria; $b/\rho = \delta$, coeficiente difusivo; P, potencial de transporte e (ρP) concentração do potencial de transporte, ψ . O Quadro 1 apresenta tais parâmetros para os três Fenômenos de Transporte.

O Quadro 1 pode ser resumido na seguinte expressão:

$$\phi_y = - \delta \frac{d\psi}{dy} \quad (4)$$

Quadro 1: Fenômenos Difusivos de Transporte

Fenômenos de Transporte	Quantidade de Movimento	Energia	Matéria
Fluxo da Grandeza ϕ_y	Ação Viscosa τ_{yx}	Calor q/A	Massa $J_{A,y}$
Potencial Transporte: P	Velocidade u	Temperatura, T	Fração Mássica, ω_A
Concent. de P: $\rho P = \psi$	ρu	ρT	$\rho \omega_A \equiv \rho_A$
Propriedade Transporte: b	Viscosidade Dinâmica, μ	Condutividade Térmica, k	Coefficiente de Difusão, D
Coefficiente Difusivo: δ	Difusividade Cinemática, ν	Difusividade Térmica, α	Difusividade Mássica, D

A expressão (4) descreve as leis de fluxo na forma difusiva a nível molecular. Cremasco (1991) formulou que à medida em que se procura interpretar o coeficiente difusivo δ , o Fenômeno Molecular pode ser apreendido, pois a interpretação de δ está intimamente relacionada ao entendimento do modelo fenomenológico adotado para a sua estimativa. Tal raciocínio levou o autor à apresentação do Quadro 2:

Quadro 2: Características do Fenômeno Molecular

- Transporte Molecular
- Influência Interna ao Transporte Molecular
- Propriedade Fenomenológica

TRANSFERÊNCIA SIMULTÂNEA DE UM FENÔMENO DE TRANSPORTE COM O MOVIMENTO DO MEIO A NÍVEL MOLECULAR

Entenda-se, aqui, por Transporte Molecular aquele devido somente às colisões moleculares, onde o fluxo fenomenológico é descrito pela Equação (4). Deste modo, pode-se ilustrar o Fenômeno de Transporte ocorrendo numa película gasosa estagnada que repousa sobre uma placa-plana, como apresentado na Figura 1.

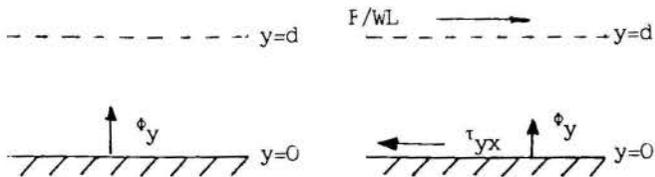


Figura 1. Película Estagnada

Figura 2. Película em Movimento

Há de se notar que o fluxo ϕ_y na Figura 1 só existe para os Fenômenos contidos nas colunas 3 e 4 do Quadro 1. Considerando, inicialmente, a aplicação de uma força tangencial, F , sobre a superfície exposta da película gasosa de área WL , tem-se o seguinte esquema:

$$\text{causa (I)} \rightarrow \text{efeito (I)} \equiv \text{causa (II)} \rightarrow \text{efeito (II)} \quad (5)$$

Identificando causa (I) $\equiv F/WL$; efeito (I) = causa(II) = taxa de deformação e efeito(II) = "transferência de velocidade", associada à ação viscosa $\equiv \tau_{yx}$. Considerando que a ação viscosa se mantenha constante ao longo do tempo; o movimento do meio, de acordo com a proporcionalidade (1), pode ser descrito por:

$$\text{efeito (II)} \propto \text{causa (II)} \quad (6)$$

Ao se identificar esse Fenômeno de Transporte à coluna 2 do Quadro 1, pode-se verificar a sua influência a nível molecular no fluxo ϕ_y . Esse fluxo é aquele associado à coluna 3 ou à coluna 4 do Quadro 1. A simultaneidade dos Fenômenos são descritos, portanto, pelo Quadro 2 e sintetizada nos coeficientes difusivos ν e δ (α ou D). Neste caso os fenômenos que ocorrem no meio representado na Fig. 2, são governados pela ação de efeitos moleculares, e o escoamento da película gasosa ocorre em regime laminar.

TRANSFERÊNCIA SIMULTÂNEA DE UM FENÔMENO DE TRANSPORTE COM O MOVIMENTO TURBULENTO DO MEIO

Na descrição da Convecção Forçada (Energia ou Matéria) é fundamental o conhecimento do campo de velocidade para depois acoplá-lo às equações referentes a outro campo de um certo potencial P . Para tanto, de modo a propiciar um suporte lógico ao aprendizado, sugere-se a lembrança de como foram obtidos os Quadros 1 e 2, assim como a Eq. (4).

O primeiro passo é obter uma expressão semelhante à Eq. 4 para o fluxo macroscópico de Quantidade de Movimento. Isto é possível através de uma apresentação qualitativa e simplificada da turbulência, como por exemplo, através do Modelo do Comprimento de Mistura de Prandtl. Esse modelo é análogo à descrição do Caminho-Livre-Médio obtido da Teoria Cinética dos Gases.

De modo a apresentar essa analogia, considere o regime turbulento representado na Figura 3.

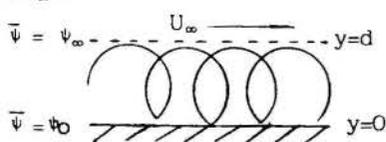


Figura 3. Escoamento Turbulento

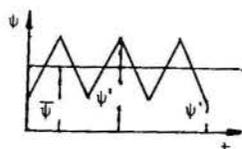


Figura 4. Flutuações da Concentração no tempo

Tomando um ponto em uma região qualquer entre $0 < y < d$ na Fig. 3; verifica-se que a concentração ψ , em um certo tempo t , pode ser obtida pela soma de uma concentração média $\bar{\psi}$ mais uma componente flutuante, ψ' , como representado na Figura 4. Elegendo a concentração média da Figura 4, pode-se ilustrá-la na Figura 5.

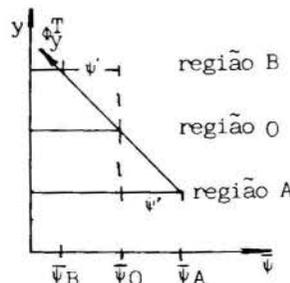


Figura 5. Regiões de distintas concentrações ψ

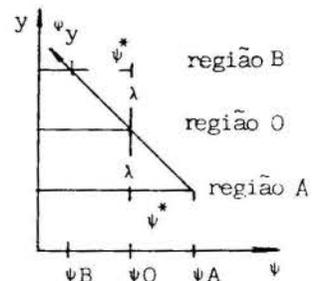


Figura 6. Regiões de distintas concentrações ψ

A Figura 5 é análoga aquela apresentada por Cremasco (1991), Figura 6, para a análise dos Fenômenos Moleculares de Transporte. Deste modo, pode-se ilustrar, para efeito de comparação, as Figuras 5 e 6 na Figura 7.

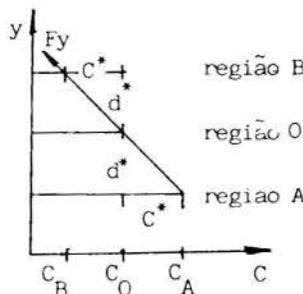


Figura 7. Regiões de distintas concentrações C

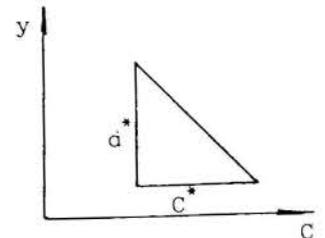


Figura 8. Comprimento d^*

De posse da Figura 7, pode-se traçar uma analogia entre os Modelos do Caminho-Livre-Médio e Comprimento de Mistura de Prandtl no Quadro 3.

Do Quadro 3, verifica-se que o fluxo global na direção y é dado, a partir das Equações 4 e 10, por:

$$\theta_y = - (\delta + \delta\tau) \frac{d\bar{\psi}}{dy} \quad (11)$$

Há de se notar, por intermédio do Quadro 3, que o entendimento do Fenômeno de Transporte, traduzido na expressão (11), pode ser feito a partir do modelo adotado para a difusividade m (penúltima linha do quadro 3). Enquanto que a nível molecular predominava a ação da interação molecular, produto (9.1); a nível macroscópico, há a ação decisiva do movimento do meio, produto (9.2), na transferência da concentração ψ .

SOBRE O COEFICIENTE CONVECTIVO

Para efeito de apresentação qualitativa, pode-se considerar no escoamento a existência somente do núcleo turbulento como ilustrado na Figura 3, de modo que $\delta\tau \gg \delta$. Assim, o fluxo global, dado pela Equação 11, pode ser escrito por:

$$\theta_y = - \delta\tau \frac{d\bar{\psi}}{dy} \quad (12)$$

Quadro 3: Analogia entre os Modelos do Caminho-Livre-Médio e Comprimento de Mistura de Prandtl

Parâmetros Analógicos	Modelo do Caminho-Livre-Médio	Modelo do Comprimento de Mistura de Prandtl
Fluxo na direção y $F_y = v.c$	$\frac{1}{6} \Omega \psi$	$\overline{v'} \psi'$ (8.1)
velocidade v	velocidade média molecular, Ω	velocidade de flutuação em y v'
Concentração, C	ψ	$\overline{\psi}$
Concentração na região A; Fig. 7	$\psi_A = \psi_0 - \psi^*$	$\overline{\psi}_A = \overline{\psi}_0 - \psi'$
Concentração, C^* , da Fig. 8: $C^* = d^* dC^*/dy$	$\psi^* = -\lambda \frac{d\psi}{dy}$	$\psi' = -l \frac{d\overline{\psi}}{dy}$ (8.2)
distância, d^* , Fig. 8	caminho-livre-médio, λ	comprimento de mistura, l
Fluxo Líquido = (fluxo A - fluxo B)	$(\psi_A - \psi_B) \Omega / 6$	$(\overline{\psi}_A - \overline{\psi}_B) v'$
Fluxo, $F_y = -m \frac{dC}{dy}$	$-\frac{1}{3} \Omega \lambda \frac{d\psi}{dy}$	$-\overline{v'} l \frac{d\overline{\psi}}{dy}$
"constante" fenomenológica	$1/3 \Omega \lambda$ (9.1)	$\overline{v'} l$ (9.2)
difusividade m	difusividade molecular: δ	difusividade turbilhonar: $\delta \tau$
Fluxo, F_y	$\phi_y = -\delta \frac{d\psi}{dy}$	$\phi_y^T = -\delta \tau \frac{d\overline{\psi}}{dy}$ (10)

Retomando o raciocínio em que se procurando interpretar o coeficiente fenomenológico a través de um modelo ou método coerente, a Fenomenologia dos Transportes estará apreendida; pode-se eleger $\delta \tau$ como objeto de estudo. Desta forma, considerando a hipótese de Prandtl, onde assume-se a mesma ordem de magnitude para v' e ψ' ; tem-se, após substituir (8.2) em (8.1),

$$\delta \tau = l^2 \left| \frac{d\overline{\psi}}{dy} \right| \quad (13)$$

Como o meio em que ocorre o Fenômeno de Transporte foi escolhido como sendo gasoso, acaba por razoável supor que os números de Prandtl (Prr) e Schmidt (Scr) turbulentos são próximos de 1. Desta forma, a Equação (13) para qualquer Fenômeno de Transporte pode ser dada por:

$$\delta \tau \equiv \nu \tau = l^2 \left| \frac{d\overline{u}}{dy} \right| \quad (14)$$

$\nu \tau$, viscosidade cinemática turbilhonar.

Segundo Bejan (1984) e Arpaci e Larsen (1984), através da Análise de Escala, a igualdade (14) pode ser posta, em "ordem de magnitude" (\sim), como:

$$\delta \tau = \nu \tau \sim l \Delta \overline{u} \quad (15)$$

$$\text{onde } l \sim y \text{ e } \Delta u = \overline{u} - 0 \quad (16)$$

Se o núcleo turbulento estiver contido numa fina película próxima à parede, Figura 3, a expressão (15) pode ser aproximada como:

$$\delta \tau = \nu \tau \sim l U_{\infty} \quad (17)$$

onde U_{∞} é a velocidade da corrente em $y = d$; vide Figura 3.

Por consequência, tem-se que a ordem de magnitude do fluxo global será:

$$\theta_y \sim U_{\infty} (\overline{\psi}_0 - \overline{\psi}_{\infty}) \quad (18)$$

A expressão (18) pode ser posta em termos de igualdade se o termo à direita for multiplicado por um fator de magnitude. Assim

$$\theta_y = M U_{\infty} (\overline{\psi}_0 - \overline{\psi}_{\infty}) \quad (19)$$

Denominando $M U_{\infty} \equiv h$, a equação (19) fica:

$$\theta_y = h (\overline{\psi}_0 - \overline{\psi}_{\infty}) \quad (20)$$

A equação (20) traduz o Fenômeno da Convecção, que está apresentado no Quadro 4.

Quadro 4: Fenômenos Convectivos de Transporte

Fenômenos Parâmetros Analógicos	Quantidade de Movimento	Energia	Matéria
		$(\overline{\psi}_0 - \overline{\psi}_{\infty})$	ρU_{∞}
M	$\frac{1}{2} f$ f = coef. atrito	$\frac{h}{\rho U_{\infty}}$ h = coef. Trans. Calor; $\rho = (\rho C_p)$	$\frac{h}{U_{\infty}}$ h = coef. Trans. Massa
fluxo global θ_y	ação da tensão de cisalhamento, τ_w	convecção térmica Q	convecção mássica $n_{A,y}$

A equação (20) é conhecida em Transferência de Calor como a Lei de Resfriamento de Newton. No entanto, ela pode ser aplicada, por Analogia, a outros Fenômenos de Transporte, como indica o Quadro 4, através da escolha adequada do parâmetro M. Saliente-se que a Eq. (20) não é uma Lei Fenomenológica, mas uma definição para o h. Neste sentido, há de se observar os parâmetros que o influenciam:

- propriedades fenomenológicas moleculares, ν e δ , as quais qualificam o meio em que ocorre o fenômeno;
- movimento do meio e sua geometria; vide as relações (16).

Deste modo, à medida em que se procura uma primeira estimativa para o h, através de Analogias, por exemplo, acaba-se por estudar o fenômeno da Convecção, como pode ser visto no Quadro 4.

COMENTÁRIOS FINAIS

Retomando a relação (2) e comparando-a com a expressão (20), verifica-se de imediato uma relação Causa-Efeito, agora em escala macroscópica. Assim, tanto o Fenômeno a nível molecular, expressão (4), quanto o Fenômeno global, expressão (20), podem ser enunciados como: "A força motriz de uma concentração ψ causa o fluxo associado ϕ , que por sua vez oferece uma resistência ao transporte, esta dada pelo inverso de um coeficiente fenomenológico". Este enunciado lembra a decorrência da 2ª Lei de Newton: $F = m a$, onde F = força; m, massa e a, aceleração.

Há de se notar que a apresentação dos Fenômenos Convectivos, entendendo-os como Convecção Forçada, fundamenta-se no "já apresentado" em sala de aula:

- 1º - Fenômenos Moleculares - Quadro 1.
- 2º - Introdução à Análise de Escalas. [Benjan (1984)].
- 3º - Introdução à Turbulência. Aqui, pretende-se que a apresentação da Turbulência vem a ser, didaticamente, simples para que o aluno tenha uma noção qualitativa do Fenômeno, como exposto no Quadro 3, por exemplo.

Em todas as situações elege-se um objeto de estudo, no caso as difusividades molecular e turbilhonar. Deste estudo tem-se, por decorrência, o coeficiente convectivo, que pode ser entendido como:

$h = h$ (movimento do meio, constituição do meio)

De posse do entendimento qualitativo do coeficiente h , a sua estimativa é quase imediata, pois ao se igualar a coluna (3) ou (4) com a coluna (2) do Quadro 4, obtém-se a Analogia de Reynolds, válida para Pr e Sc próximos de 1 e a existência somente do núcleo turbulento, e como pode ser notado ainda no Quadro 4, o fator M acaba sendo o Número de Stanton para Transferência de Calor ou Massa.

REFERÊNCIAS

- . Cremasco, M.A. "Simplified Analysys of Diffusive Transport Phenomena", (in portuguese) Proceeding of '91 Brazilian Congress of Engineering Education, vol. II, pp. 693-708, João Pessoa, Brazil, 1991.
- . Bejan, A. "Convection Heat Transfer", John Willey & Sons, New York, 1984.
- . Arpaci, V.S. and Larsen, P.S. "Convection Heat Transfer", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1984.

ABSTRACT

In this work the convective phenomena are presented in a scientific base, interpreting relation cause-effect, where the transport phenomena take part. From this relation, the convective coefficient appears as a function of the movement and the description of the medium where the transport phenomena occur.

INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES TERMO-FÍSICAS DE MATERIAIS PARA PROTEÇÃO TÉRMICA EM VEÍCULOS ESPACIAIS

PAULO GILBERTO DE PAULA TORO

CENTRO TÉCNICO AEROSPACIAL - INSTITUTO DE AERONÁUTICA E ESPAÇO

12.225 - SÃO JOSÉ DOS CAMPOS - SP

RESUMO

Projetos de proteções térmicas devem ser realizados visando proteger de altas temperaturas os equipamentos eletrônicos e cargas úteis localizados no interior de veículos espaciais. No presente trabalho é discutido o conhecimento dos valores das propriedades termo-físicas dos materiais utilizados. As propriedades analisadas são a condutividade térmica, calor específico, massa específica e a emissividade da superfície externa.

INTRODUÇÃO

Projetos de proteções térmicas devem ser realizados visando proteger equipamentos eletrônicos e cargas úteis, alojadas no interior de veículos espaciais, de elevadas temperaturas. O projeto das proteções térmicas devem conter informações sobre as fontes de calor a que estarão sujeitas, de forma a especificar um material adequado à proteção e dimensionar uma espessura de modo a satisfazer os limites impostos quanto à temperatura e/ou fluxo térmico e, também quanto ao projeto estrutural.

A superfície externa de veículos espaciais recebe energia térmica proveniente tanto da radiação (solar, onda de choque, de outros corpos aquecidos) quanto da convecção de calor (aquecimento cinético, recirculação de gases quentes), elevando sua temperatura.

Na plataforma de lançamento, os gases de exaustão a altas temperaturas, oriundas da queima do combustível, aquecem por radiação e convecção de calor, tanto a plataforma quanto a superfície externa do veículo. Durante o voo ascendente, parte da energia cinética, contida no escoamento do ar, é convertida em energia térmica que será absorvida, por condução de calor, pela estrutura do veículo. Durante o voo propulsado, a superfície externa do veículo fica exposta à radiação térmica emitida pela pluma, formada pelos produtos de combustão dos propulsores.

Faz parte do projeto do Veículo Lançador de Satélites (VLS), desenvolvido pelo IAE/CTA, um estudo de análise térmica desses fenômenos de aquecimento em regiões críticas, tais como ogiva e base do veículo.

Um modelo conservativo que permite avaliar o aquecimento durante a partida do veículo, na plataforma de lançamento, é apresentado por Carvalho (1989). A teoria, bem como o modelo desenvolvido para o cálculo do fluxo de calor emitido pela pluma, durante o voo propulsado, é apresentado por Bezerra (1989). A teoria e metodologia de cálculo do aquecimento cinético sobre ogivas rombudas e pontos de estagnação de veículos espaciais é apresentado por Toro (1990).

Este trabalho trata da influência da variação das propriedades termo-físicas no cálculo da distribuição de temperatura e da espessura de proteção térmica necessária para que não ultrapasse a temperatura especificada. Para ilustrar tal comportamento será utilizado o aquecimento proveniente do escoamento do ar, sobre a superfície externa do ponto de estagnação da ogiva principal do VLS.

Em trajetória ascendente de voo, o VLS desenvolverá diversos regimes de velocidades em um

meio considerado contínuo.

Cálculos preliminares de fluxo térmico e de temperatura na parede para o ponto de estagnação, considerando escoamento aerodinâmico compressível e condução de calor unidimensional sem ablação (1990), indicam que o alijamento da coifa deve ocorrer por volta de 145 s do lançamento do veículo, VLS, e em nenhum instante de voo, a temperatura do ambiente onde estará alojado o Satélite ultrapassa 60 °C, considerando 12 mm de fibra de vidro com resina fenólica.

Em altitudes baixas, o campo de escoamento do ar atmosférico pode ser considerado contínuo e de equilíbrio químico, não ocorrendo os fenômenos de dissociação e ionização do ar.

AQUECIMENTO CINÉTICO

O aquecimento cinético ocorre quando um fluido escoar a alta velocidade sobre a superfície de um corpo. O aquecimento cinético, conforme é mostrado na Figura 1, é o resultado de dois processos, que transformam energia cinética de movimento em energia térmica. Esses processos são:

* atrito: devido aos efeitos viscosos o fluido (ar) ao interagir com a superfície do veículo é desacelerado gerando calor. Considerando-se as altas velocidades desenvolvidas por tais veículos, deve-se analisar cuidadosamente a energia térmica resultante do atrito viscoso;

* compressão: o escoamento supersônico resulta na formação de uma onda de choque, a qual é destacada da superfície do corpo. Ao atravessar a onda de choque o fluido sofre uma forte compressão gerando, portanto, calor. Este fenômeno ocorre somente em velocidades acima de Mach 1.

Nem toda a energia cinética convertida em energia térmica é transferida para a superfície do veículo. Parte desta energia é consumida pelos fenômenos da dissociação, ionização e da recombinação, fenômenos estes ocorridos em escoamento alto supersônico e hipersônico. Outra parte da energia é transferida para o escoamento não perturbado, pelo fato deste estar a uma temperatura mais baixa.

Existem dois problemas distintos: a convecção de calor (aquecimento cinético) entre a camada limite e a superfície externa do veículo, e a condução de calor dentro da estrutura do veículo. É importante notar que o fluxo térmico sobre veículos espaciais é função do escoamento aerodinâmico sobre o mesmo, além das condições termo-físicas e geométricas da estrutura do veículo.

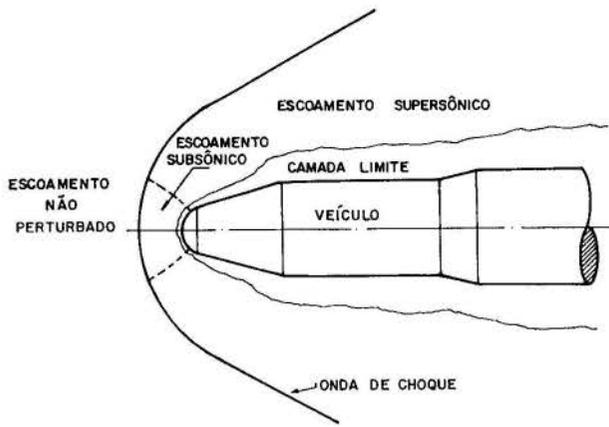


Figura 1. Escoamento supersônico sobre um corpo rombudo.

EQUACIONAMENTO DO AQUECIMENTO CINÉTICO

O fluxo de calor por convecção, em escoamento supersônico, pode ser determinado utilizando a lei de resfriamento modificada de Newton :

$$q = h (T_r - T_w) \quad (1)$$

sendo q o fluxo de calor em (W/m^2). O coeficiente de convecção, h em (W/m^2K), pode ser calculado por :

$$h = \rho_\infty V_\infty c_p C_{H\infty} \quad (2)$$

onde, ρ , V , c_p e C_H são respectivamente a massa específica, velocidade do escoamento, calor específico a pressão constante e o número de Stanton. O índice ∞ , indica a condição de escoamento não perturbado pela onda de choque.

Van Driest (1956) calcula o número de Stanton através de:

$$C_{H\infty} = \frac{0,763}{Pr^{0,6} Re_{\delta}^{0,5}} \left(\frac{\beta D}{V_\infty} \frac{\rho_\delta}{\rho_\infty} \right)^{0,5} \left(\frac{\mu_\delta}{\mu_\infty} \right)^{0,5} \quad (3)$$

onde $\beta D/V_\infty$ é o gradiente de velocidade na camada limite, assumindo escoamento supersônico.

$$\frac{\beta D}{V_\infty} = \left\{ 8 \frac{(\gamma-1)M_\infty^2 + 2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{(\gamma-1)M_\infty^2 + 2}{2\gamma M_\infty^2 - (\gamma-1)} \right] \left[\frac{1}{\gamma-1} \right] \right\}^{1/2} \quad (4)$$

onde M é o número de Mach. Os números de Reynolds, Re_δ , e Prandtl, Pr , são calculados considerando as propriedades do escoamento não perturbado. O comprimento característico é o diâmetro D da ogiva. c_p é o calor específico e γ a razão entre os calores específicos. A viscosidade dinâmica μ é calculada através da lei de Sutherland. O índice δ indica as condições fora da camada limite.

A temperatura de recuperação, T_r em Kelvin, é calculada por:

$$T_r = T_\delta \left[1 + Pr^{0,5} \frac{\gamma-1}{2} M_\delta^2 \right] \quad (5)$$

O aquecimento cinético, conforme equação (1), é função:

- * da trajetória (velocidade e propriedades termo-físicas do escoamento não perturbado pela onda de choque);
- * do escoamento aerodinâmico (propriedades termo-físicas do escoamento externo à camada limite);
- * da temperatura da parede (propriedades termo-físicas do material);
- * da geometria do veículo (rombudo, cone) e
- * do tipo de escoamento do fluido (laminar ou turbulento).

As propriedades do escoamento não perturbado pela onda de choque são obtidas da atmosfera padrão (1962). As propriedades do escoamento aerodinâmico (campo de velocidade e de pressão) são obtidas do trabalho desenvolvido pela equipe de aerodinâmica do IAE, Morgenstern, Nascimento e Lobão (1988). A temperatura e a massa específica sobre o corpo são calculadas respectivamente pela relação de isoentropia e pela lei do gás perfeito.

ACOPLAMENTO CONVECÇÃO CONDUÇÃO

O ponto de estagnação, além de fazer parte da região de maior fluxo térmico durante o voo, permite um modelamento simples e preciso quanto a determinação do escoamento aerodinâmico e do fluxo térmico. Portanto, para este ponto determinou-se, através do acoplamento da convecção com a condução de calor, os níveis de temperatura da parede, ao longo do tempo de voo ascendente.

A temperatura da parede é obtida através da análise de transferência de calor por condução em coordenadas esféricas, considerando que a transferência é unidimensional (geometria simétrica axialmente) e transiente, desconsiderando a ablação. Portanto a temperatura é da forma: $T = T(r, t)$, logo:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 k \frac{\partial T}{\partial r} \right] = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (6)$$

onde r é a coordenada radial, k , ρ , c_p são respectivamente a condutividade térmica, a massa específica e calor específico do material da parede.

Para a solução desta equação diferencial são necessárias a condição inicial e as condições de contornos. A condição inicial é dada por:

$$T(r, 0) = T_i \quad (7)$$

onde T_i é a temperatura do ar no instante do lançamento. As condições de contornos são dadas por:

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} (r_i, t) = 0 \quad (8)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial r} (r_e, t) = h [T_r - T(r_e, t)] + \alpha G - \epsilon \sigma [T(r_e, t)]^4 \quad (9)$$

onde h é o coeficiente de convecção (2), T_r a temperatura de recuperação (5). α , ϵ são respectivamente a absorvidade e emissividade do

material. σ a constante de Stefan-Boltzmann e G a radiação solar incidente.

RESULTADOS E COMENTÁRIOS

As Figuras 2 e 3 apresentam respectivamente a geometria da ogiva principal do VLS e a trajetória de vôo considerados para a presente análise.

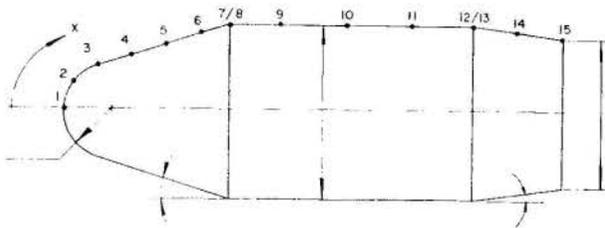


Figura 2. Geometria da ogiva principal do VLS.

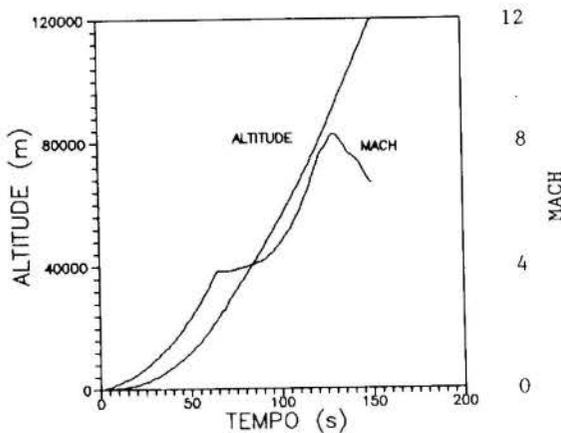


Figura 3. Trajetória do VLS.

A Figura 4 apresenta as temperaturas das superfícies externa e interna, considerando a variação da espessura da parede. Observa-se que quando maior a espessura da parede menor a temperatura da superfície interna, como era de se esperar.

Existe, entretanto, um compromisso entre o peso do veículo (proteção térmica), quantidade de combustível e requisitos de temperatura e de fluxo térmico para a ogiva principal do VLS. Portanto, há a necessidade de se especificar a espessura ótima de material, para a proteção térmica, a fim de satisfazer os requisitos citados.

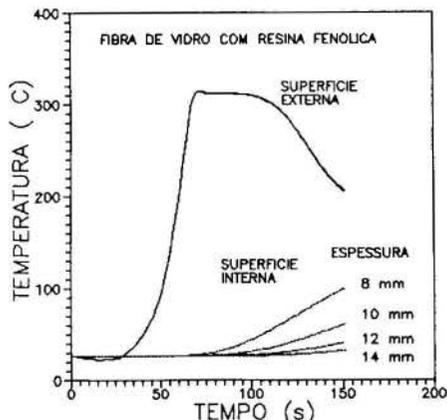


Figura 4. Temperaturas das superfícies externa e interna.

A Tabela I apresenta os valores das propriedades termo-físicas utilizadas na presente análise, sendo obtidas da literatura. Em alguns casos as propriedades termo-físicas dos materiais encontrados no nosso parque industrial tem valores diferentes dos encontrados na literatura. Em vista disso, efetua-se a presente análise, evidenciando a influência da variação das propriedades.

Fibra de Vidro com Resina Fenólica	$k(W/m^2)$	$C_p(J/kgK)$	$\rho(kg/m^3)$
	0,30	1045	2000

Tabela I. Propriedades Termo-físicas

As Figuras 5 a 7 apresentam as temperaturas das superfícies externa e interna, considerando-se $\pm 10\%$ de variação nas propriedades termo-físicas do material estudado.

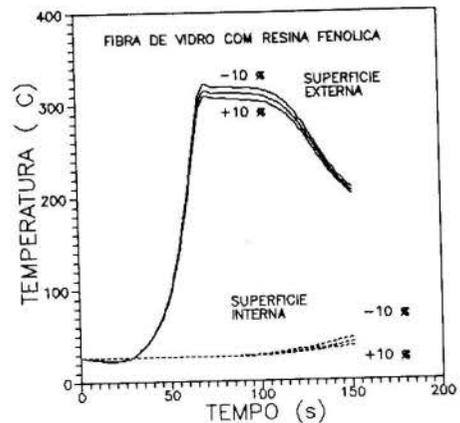


Figura 5. Temperaturas das superfícies externa e interna.

As Figuras 5 e 6 apresentam, respectivamente, as análises da variação do calor específico e da massa específica. Ambas as Figuras apresentam o mesmo comportamento, ou seja, ao se variar -10% sobre os valores das propriedades citadas causa-se um acréscimo nas temperaturas das superfícies externa (cerca de $6^\circ C$ no valor máximo) e interna (cerca de $5^\circ C$ no final de 150 s). Obviamente variando-se $+10\%$ ocorre um decréscimo nas temperaturas.

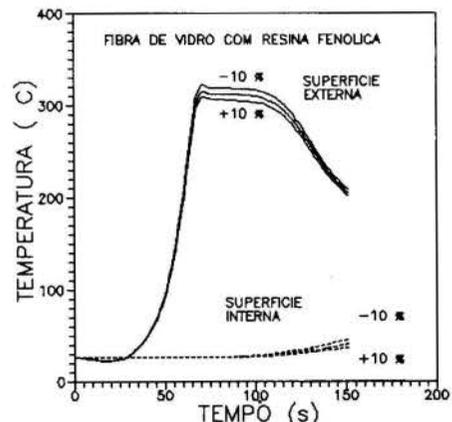


Figura 6. Temperaturas das superfícies externa e interna.

A Figura 7 apresenta a variação da condutividade térmica. Verifica-se que variando-se

- 10% no valor da condutividade ocorrem, respectivamente, acréscimo na temperatura da superfície externa e decréscimo na temperatura superficial interna.

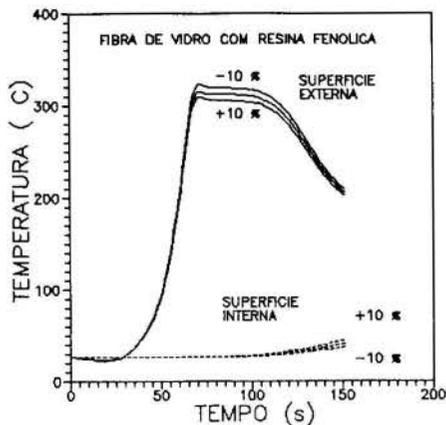


Figura 7. Temperaturas das superfícies externa e interna.

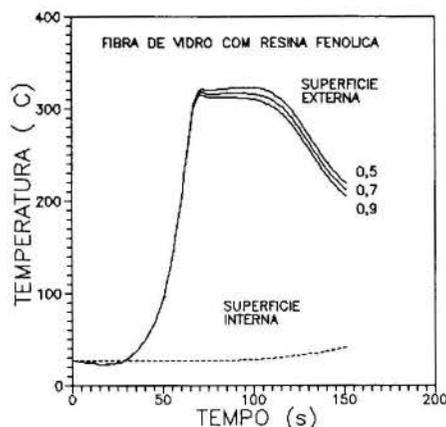


Figura 8 Temperaturas das superfícies externa e interna.

A Figura 8 apresenta a influência da emissividade da superfície externa sobre as temperaturas das superfícies externa e interna. A variação da emissividade não influencia a temperatura da superfície interna, porém uma diminuição da emissividade causa um acréscimo na temperatura da superfície externa.

CONCLUSÕES

A teoria de aquecimento cinético de Van Driest é utilizada para o cálculo do fluxo de calor sobre a ogiva principal do VLS, durante a fase de voo ascendente até 150 s.

Através das análises feitas, verifica-se a importância de se conhecer as propriedades termo-físicas do material a ser utilizado **realmente** na confecção das proteções térmicas. Pois ao se utilizar valores de propriedades que não correspondem aos valores **reais** das propriedades dos materiais utilizados, pode-se obter-se diferentes valores da distribuição de temperatura da parede (**modelo teórico e medidas de temperatura em voo**).

Importante salientar que neste trabalho, considerou-se propriedades termo-físicas não dependentes da temperatura. Esta afirmação, na maioria das vezes, não pode ser feita. Portanto, verifica-se a necessidade de se conhecer as propriedades termo-físicas função da temperatura, para que a análise térmica da ogiva de um veículo espacial satisfaça os requisitos térmicos de projeto

e possibilite dimensionar a espessura ótima da parede, visando diminuir o peso da ogiva.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Carvalho, T. M. B., "Análise térmica da estrutura de foguetes a propelente sólido durante a partida," Trabalho de Graduação, UFRJ, Rio de Janeiro, 1989.

Morgenstern JR., A.; Nascimento, D. P. e Lobão, D. C., "Distribuição de Pressão na Parte Alta do VLS," CTA/IAE-ETP, Abr 88.

Pessoa Filho, J. B. e Cotta, R. M., "Analytical Models for Radiative Heat Transfer from Solid Propellant Rocket Exhaust Plumes," 10th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, vol. 1, pp. 313-316, Brazil, 1989.

Toro, P. G. P., "Determinação do Fluxo de Calor em Escoamento Supersônico Utilizando a Teoria de Aquecimento Cinético de Van Driest," III Encontro Nacional de Ciências Térmicas, vol. 1, pp. 1223, Itapema, SC, 1990.

U.S. STANDARD ATMOSPHERE, NASA 1962

Van Driest, E.R., "The Problem of Aerodynamic Heating," *Aeronautical Engineering Review*, vol. 15, n. 10, pp 26-41, Oct. 1956.

ABSTRACT

Design of thermal protections must be done seeking to protect of high temperatures the electronic devices and payload located into the ogive of space vehicles. In this present paper is discussed the knowledge of the values of thermal-physics properties of materials used. The properties analysed are thermal conductivity, specific heat, specific mass and emissivity of external surface.

PROGRAMA PARA CÁLCULO DE PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DA ÁGUA

JOSÉ H. BENZECRY
SÍLVIO CARLOS A. DE ALMEIDA
Departamento de Engenharia Mecânica da UFRJ
THALES GABAY
Departamento de Engenharia Industrial da UFRJ

SUMÁRIO

Um programa para obtenção das propriedades termodinâmicas da água compacto e de simples operação é apresentado. As equações utilizadas para determinação das propriedades são apresentadas e os resultados obtidos são comparados com os dados de literatura. O desvio máximo observado foi 0,25% na região de saturação e aproximadamente 0,5% na região de vapor superaquecido.

INTRODUÇÃO

A determinação das propriedades termodinâmicas da água apresenta diversas aplicações em engenharia: controle de processos, projeto de turbinas a vapor, caldeiras, trocadores de calor, evaporadores, centrais termoeletricas etc.

O presente trabalho apresenta um *software* desenvolvido em linguagem Pascal, que pode ser utilizado em microcomputadores da linha PC/PS e que permite a determinação das principais propriedades termodinâmicas da água: entalpia (h), entropia (s), volume (v) e energia interna (u) específicos nas regiões de saturação e de vapor superaquecido, bem como o título (X) na região de saturação. Tanto a entrada de dados como a apresentação dos resultados podem ser feitas em diferentes sistemas de unidades: S.I., Sistema Técnico ou Sistema de Unidades Inglesas.

A vantagem deste programa em relação a outros já desenvolvidos reside principalmente em:

- i) simplicidade das equações utilizadas para determinação das propriedades termodinâmicas, diminuindo o tempo de execução e aumentando a rapidez, sem comprometimento da sua precisão;
- ii) para determinar as propriedades termodinâmicas de um estado basta fornecer duas propriedades intensivas independentes em qualquer ordem de entrada. Nos demais programas existem limitações para os dados de entrada e, em geral, a pressão ou temperatura precisam ser conhecidas;
- iii) não é necessário conhecer a fase da substância. Fornecidas duas propriedades intensivas, o programa determina a fase automaticamente, através de interações, indicando a região do diagrama termodinâmico nos dados de saída;
- iv) o programa está elaborado em português e é de simples utilização, o que apresenta vantagens também do ponto de vista didático, além de possuir diversos recursos computacionais: saída gráfica dos diagramas ou através de tabelas de propriedades; localização dos pontos desejados nos diagramas; calculadora *on line* para cálculos intermediários e transporte de propriedades;
- v) compactidade. O programa ocupa apenas um disquete de 5 1/4", formatado em 360 Kb e pode ser utilizado num PC-XT sem *hard drive*;

Além do interesse didático que o programa apresenta, pode-se

ainda pensar na sua utilização como subrotina para simulação de ciclos termodinâmicos de vapor d'água.

CÁLCULO DAS PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS

Diversos pesquisadores utilizam diferentes sentenças matemáticas para equação de estado, em função das regiões do diagrama termodinâmico. As equações contêm várias constantes que podem ser determinadas através do método dos mínimos quadrados.

As equações utilizadas para determinar as propriedades termodinâmicas da água neste programa encontram-se em Irvine Jr. e Liley (1984). Esta referência apresenta um conjunto de equações simplificadas de modo a reduzir a um mínimo o número de expressões necessárias. Conforme será discutido mais adiante, este procedimento permite a diminuição do tempo computacional sem comprometer a precisão dos resultados.

Para facilitar a análise das equações utilizadas, é conveniente dividir o problema em duas regiões: região de saturação e região de vapor superaquecido.

Na região de líquido comprimido o programa assume as propriedades do líquido saturado à mesma temperatura.

Região de Saturação. A principal dificuldade para determinação de uma expressão pelo método dos mínimos quadrados que represente as propriedades da água desde o ponto triplo até o ponto crítico, consiste na variação acentuada destas propriedades nas proximidades do ponto crítico.

Adicionalmente, este comportamento associado às incertezas nos valores reais das propriedades termodinâmicas do ponto crítico, dificultam o equacionamento do problema.

Em certos casos é possível determinar a propriedade com a precisão desejada através de uma única expressão, desde o ponto triplo até o ponto crítico. Em outros casos, a região é dividida em duas ou três faixas, cada uma apresentando valores distintos dos coeficientes do polinômio interpolador. A título de exemplo, Irvine Jr. e Liley (1984) utilizaram apenas uma faixa de temperatura ($273.16 \leq T \leq 647.3\text{K}$) para expressão que determina os valores da pressão de saturação, duas faixas de pressão ($0.000611 \leq P < 12.33\text{MPa}$; $12.33 \leq P < 22.1\text{MPa}$) para temperatura de saturação e três faixas de temperatura

($273.16 \leq T < 300K$; $300 \leq T < 600K$; $600 \leq T \leq 647.3K$) para a entropia e entalpia específicas.

Utilizando essas considerações é possível determinar as várias propriedades termodinâmicas da água desde o ponto triplo até o ponto crítico com apenas três equações. As propriedades são:

1. Temperatura de Saturação : T_S
2. Pressão de Saturação : P_S
3. Volume específico do líquido saturado : v_L
4. Volume específico do vapor saturado : v_V
5. Entalpia específica do líquido saturado : h_L
6. Entalpia específica do vapor saturado : h_V
7. Entropia específica do líquido saturado : s_L
8. Entropia específica do vapor saturado : s_V
9. Energia Int. específica do líquido saturado : u_L
10. Energia Int. específica do vapor saturado : u_V

As equações que permitem o cálculo das propriedades apresentadas acima são:

$$T_S(P) = A + \frac{B}{\ln(P) + C} \quad (1)$$

$$\ln(P) = \sum_{N=0}^9 A_N T_S^N + \frac{A_{10}}{T_S - A_{11}} \quad (2)$$

$$Y_S(T) = A + BT_C^{\frac{1}{3}} + CT_C^{\frac{5}{6}} + DT_C^{\frac{7}{8}} + \sum_{N=1}^7 E_N T_C^N \quad (3)$$

nesta expressão,

$$T_C = \frac{T_{CR} - T}{T_{CR}}, \text{ e } T_{CR} = \text{temperatura do ponto crítico}$$

A função Y_S acima pode ser convenientemente ajustada para calcular os valores do volume, entalpia e entropia específicos assim como da entalpia de vaporização.

As duas primeiras equações acima são expressões modificadas da equação de Clapeyron, enquanto os quatro primeiros termos da última equação representam a variação das propriedades na região crítica de acordo com o modelo de Torquato e Stell (1981).

Conforme mencionado anteriormente as expressões e constantes para o cálculo das propriedades termodinâmicas nas diversas faixas de temperatura encontram-se em Irvine Jr. e Liley (1984).

Região de Vapor Superaquecido. As equações nesta região são bem mais complexas visto que devem levar em consideração a mudança da interação molecular que se estende desde a linha de vapor saturado até a zona onde o vapor passa a se comportar como gás perfeito. Para contornar este problema, Irvine Jr. e Liley (1984) sugerem que se multiplique a parcela da equação que descreve as propriedades termodinâmicas da água nas proximidades da linha de vapor saturado, obtida por uma expansão de uma série de Taylor, pelo fator:

$$e^{\frac{T_S - T}{M}} \quad (4)$$

Este fator tende a zero à medida que se afasta da região de saturação, fazendo com que os restantes termos da equação, que determinam o comportamento de gás perfeito, prevaleçam.

As equações principais que descrevem o comportamento do vapor na região superaquecida são:

$$V(P, T) = \frac{RT}{P} - B_1 e^{-B_2 T} + \frac{1}{10P} (B_3 - e^{\sum_{N=0}^2 A_N T_S^N} e^{\frac{T_S - T}{M}}) e^{\frac{T_S - T}{M}} \quad (5)$$

$$H(P, T) = \sum_{N=0}^2 A_N T^N - A_3 e^{\frac{T_S - T}{M}} \quad (6)$$

$$S(P, T) = \sum_{N=0}^4 A_N T^N + B_1 \ln(10P + B_2) - \sum_{N=0}^4 C_N T_S^N (e^{\frac{T_S - T}{M}})^{N+1} \quad (7)$$

$$U(P, T) = H(P, T) - 1000PV(P, T) \quad (8)$$

Os coeficientes A_n , B_n e C_n não são os mesmos nas três equações, estando os mesmos definidos em Irvine Jr. e Liley (1984).

OS MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZADOS

As equações acima só permitem determinar as propriedades termodinâmicas em função da pressão (P) e da temperatura (T). Com o intuito de melhorar a versatilidade do programa, métodos numéricos foram implementados objetivando o cálculo das propriedades num estado termodinâmico a partir de quaisquer duas propriedades intensivas e independentes.

Na região de saturação utilizou-se o método numérico para calcular zeros de funções denominado *método da posição falsa modificado* (Ruggiero e Lopes, 1988). Este método possibilita a entrada de duas propriedades intensivas quaisquer ou do título do vapor mais uma propriedade intensiva qualquer, e foi escolhido por ser relativamente rápido (16 interações em média), não envolver derivadas e ser de convergência certa, caso haja solução.

Este método permite ainda determinar iterativamente a região do diagrama termodinâmico em que se encontra o ponto, dadas duas propriedades intensivas quaisquer.

Na região de vapor superaquecido utilizou-se o mesmo *método da posição falsa modificado* para se determinar as demais propriedades termodinâmicas quando se fornece a temperatura ou pressão e outra propriedade (volume, entalpia, entropia e energia interna específicos).

Entretanto, para o programa admitir como entrada duas propriedades intensivas quaisquer nessa região, foi necessário utilizar outro método numérico iterativo capaz de resolver um sistema de duas equações não-lineares. O método utilizado foi o de *Newton-Raphson modificado* para sistema de equações não lineares (Stark, 1979), sendo necessário o cálculo das derivadas parciais em relação à temperatura e à pressão das quatro equações da região de vapor superaquecido já expostas acima (equações (5), (6), (7) e (8)).

ENTRADA E SAÍDA DE DADOS

A versão 2.0 do programa ÁGUA apresenta a entrada de dados através da tabela ilustrada na tabela 1. Esta tabela apresenta sete propriedades termodinâmicas: temperatura (T) e pressão (P); volume (v), entalpia (h), entropia (s) e energia interna (u) específicos, além do título (X). A última coluna da tabela indica a região em que o ponto se encontra. Estas regiões são numeradas através de algarismos romanos:

- I - região de líquido comprimido;
- II - linha de líquido saturado;
- III - região de saturação líquido-vapor;
- IV - linha de vapor saturado;
- V - região de vapor superaquecido;

Tabela 1. Exemplo de *output* do programa Água 2.0: tabela de propriedades.

Ponto	Temp. T	Pressão P	Volume v	Entalpia h	Entropia s	En. Int. u	Tit. X	Reg.
1	318.1	0.009574	0.00101	188.23	0.637404	188.22	0.0	II
2	573.2	8.597015	0.02163	2749.19	5.704116	2563.25	100.0	IV
3	605.9	13.318841	0.00500	1895.97	4.160547	1829.44	31.7	III
4	895.3	0.982210	0.41896	3747.29	8.089350	3335.78	-	V
Unid.	K	MPa	m ³ /kg	KJ/kg	KJ/kg K	KJ/kg	%	

O número de pontos em cada tabela é quinze e as unidades de cada propriedade são indicadas na última linha da tabela. Embora as equações calculem as propriedades nas unidades do Sistema Internacional, é possível operar o programa no Sistema Técnico ou Sistema Inglês através das opções do menu ou de comandos de teclado, além de transformar dados e resultados de um sistema de unidades para outro.

Embora os comandos do programa sejam elaborados de forma extremamente objetiva e simples, um comando de ajuda (*help*) pode ser acionado em qualquer fase do programa.

Através do cursor, que se pode movimentar livremente pelas diversas células da tabela, é feita a entrada dos dados. Basta introduzir duas propriedades intensivas independentes para que o programa determine as demais propriedades.

A determinação das propriedades finais num processo onde uma das propriedades permanece constante, também é facilitada através de um recurso operacional que permite, via teclado ou *mouse*, transportar o conteúdo de uma célula para outra. A determinação de propriedades ou a realização de cálculos simples é facilitada através de uma calculadora *on line*, que permite o transporte do conteúdo das células para a calculadora e vice-versa.

O programa permite ainda a geração e impressão de tabelas termodinâmicas com incrementos de pressão e/ou temperatura desejados.

Outras propriedades, tais como entalpia de vaporização e entropia de vaporização, energia interna de vaporização e variação do volume específico na saturação, também são calculadas pelo programa e podem ser incluídas nos dados de saída.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Uma comparação com os resultados obtidos no presente trabalho com os resultados de Keenan *et al.* (1978) foi realizada e os desvios obtidos estão ilustrados nas figuras 1 e 2.

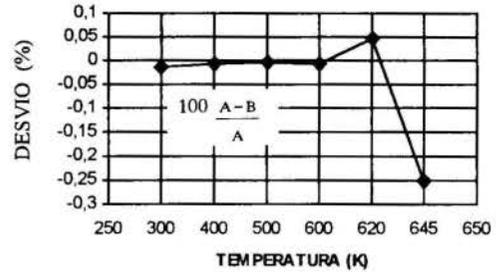


Figura 1. Desvio da entalpia na região de saturação. Comparação dos resultados obtidos por Keenan *et al.* (A) com os do presente trabalho (B).

A figura 1 ilustra o desvio da entalpia na região saturada em relação a entalpia reportada em Keenan *et al.* (1978) em função da temperatura. A figura 2 ilustra o desvio da entalpia na região superaquecida em função da temperatura, calculado da mesma forma que na região saturada, para distintas pressões.

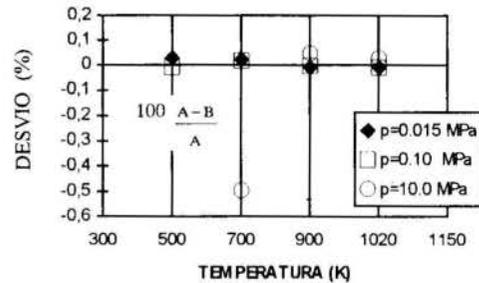


Figura 2. Desvio da entalpia na região de saturação. Comparação dos dados obtidos por Keenan *et al.* (A) com os do presente trabalho (B).

A observação destas figuras evidencia que os resultados obtidos apresentam uma boa concordância com os resultados de Keenan *et al.*, sendo os maiores desvios absolutos observados da ordem de 0,25 % na região de saturação e 0,5% na região de vapor superaquecido. Os maiores desvios observados na região de saturação correspondem aos pontos próximos do ponto crítico, sendo que, para temperaturas abaixo de 620 K, o desvio máximo observado foi da ordem de 0,05 %.

Na região de líquido comprimido os maiores desvios absolutos observados foram da ordem de 3,0 %. Observe-se que as propriedades termodinâmicas dos pontos nesta região foram assumidas como iguais aos valores do líquido saturado na mesma temperatura.

TRABALHOS FUTUROS

Uma nova versão do programa (3.0) está sendo preparada e incluirá propriedades termodinâmicas do freon (R-12) e diagrama generalizado de compressibilidade, permitindo assim a determinação das propriedades das substâncias de maior emprego científico e industrial.

A subrotina utilizada para o cálculo das propriedades termodinâmicas da água será utilizada para elaboração de programas de simulação de alguns ciclos termodinâmicos: ciclo de

CONCLUSÕES

O programa desenvolvido apresenta diversas vantagens em relação aos poucos programas encontrados atualmente.

A simplicidade de operação, a disponibilidade em língua portuguesa e o comando de ajuda (*help*) tornam o programa bastante atraente.

As equações utilizadas para o cálculo das propriedades termodinâmicas, embora simples, não resultaram em prejuízo da precisão do programa. O desvio observado em relação aos dados da literatura são aceitáveis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Dennis Jr, J. E. and Schnabel R. B., "Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations", Editora Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 1983.
- Howell, J. R. and Buckins, R., "Thermodynamic Properties of Steam, Gases and Refrigerant-12", Editora McGraw-Hill, New York, 1987.
- Irvine Jr, T. F. and Liley, P. E., "Steam and Gas Tables with Computer Equations", Academic Press, Orlando, 1984.
- Keenan, J. H., Keyes, F. G., Hill, P. G. and Moore, J. G., "Steam Tables - Thermodynamic Properties of Water Including Vapor, Liquid and Solid Phases (International System of Units)", Wiley (Interscience), New York, 1978.
- Reynolds, W. C., "Thermodynamic Properties in S.I., Graphs, Tables and Computational Equations for 40 Substances", Stanford University Press, Stanford, 1979.
- Ruggiero, M. A. G. and Lopes, V. L., "Cálculo Numérico - Aspectos Teóricos e Computacionais", Editora McGraw-Hill Ltda., São Paulo, 1988.
- Stark, P. A., "Introdução aos Métodos Numéricos", Editora Interciência Ltda., Rio de Janeiro, 1979.
- Torquato, S. and Stell, G., "Latent Heat of Vaporization of a Fluid", J. Phys. Chem. 85, 3029, 1981.

ABSTRACT

A compact and friendly computer program to calculate the thermodynamics properties of water is presented. All equations used for the determination of the properties are shown and the results obtained are compared with those from the literature. The maximum deviation observed was 0,25% in the saturation region and approximately 0,5% in the superheated region.

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE AQUISIÇÃO E PROCESSAMENTO DE DADOS PARA CONTROLE DE QUALIDADE "ON LINE"

MILTON A. ZARO ARNO MULLER
Eng. Mecânica/Pós-Grad. F.º Mec. - PROMEC/UFRGS
Sarmento Leite, 425 - Lab. de Instrumentação
90050 - P. Alegre, RS - Brasil

RESUMO

A análise da curva de resfriamento na região do superesfriamento tem sido utilizada para determinar parâmetros que permitam estimar tamanho de grão, propriedades mecânicas, composição química e % das fases presentes, entre outros aspectos. Este trabalho descreve o desenvolvimento de um sistema de aquisição e processamento de dados (hardware e software), além de uma série de resultados experimentais obtidos em laboratório, simulando uma situação de Controle de Qualidade "on line", que poderia estar instalado numa indústria, principalmente em máquinas do tipo "dye casting".

INTRODUÇÃO

Determinados segmentos da indústria, em especial a automotiva e a aeroespacial, estão tornando-se cada vez mais exigentes com relação aos componentes que adquirem de seus fornecedores, que por sua vez ficam obrigados a desenvolver sistemas de produção e Controle de Qualidade, passando de controle estatístico para uma monitoração contínua.

Até recentemente, a Análise Térmica era usada basicamente para testar a composição química da liga na boca do forno, momentos antes da operação de fundição propriamente dita; uma curva de resfriamento pode ser registrada com um equipamento relativamente simples (como mostra a fig. 1): um termopar (com fios de compensação, de preferência), um molde (normalmente, um "copinho" de areia) e um milivoltímetro registrador (do tipo potenciométrico, por exemplo).

O termo "análise térmica", segundo Mackenzie (1970) foi usada pela primeira vez por Tammann, em 1904; Robert-Austen, já em 1899, havia concebido a idéia de medir "diferença de temperatura entre uma amostra e um "corpo neutro" (sem transformação de fase), fato que pode ser considerado o início do "método diferencial".

A ATD - Análise Térmica Diferencial, é uma das técnicas associada à Análise Térmica, baseada em mudanças energéticas (outras famílias de técnicas baseiam-se em mudanças de massa, mudanças dimensionais ou emissão de voláteis, por exemplo); a ATD baseia-se na diferença de temperatura entre a amostra e um "corpo neutro" (sem transformação de fase). Esta diferença pode ser calculada diretamente por um microcomputador, que, após realizar a aquisição dos pontos referentes à curva de resfriamento, calcula, a partir dos pontos iniciais da curva (trecho AB da fig. 2 - antes da transformação de fase), uma curva extrapolada (correspondente ao corpo neutro). A integral desta diferença leva ao calor de formação das fases.

Rabus, Wlodawer e Marincek (1979) desenvolveram o conceito de calorímetro diferencial, que permite, a partir da aplicação da ATD a uma amostra de aço ou ferro fundido, por exemplo, determinar a quantidade de carbono equivalente, grafita primária, perlita e ferrita, tamanho de

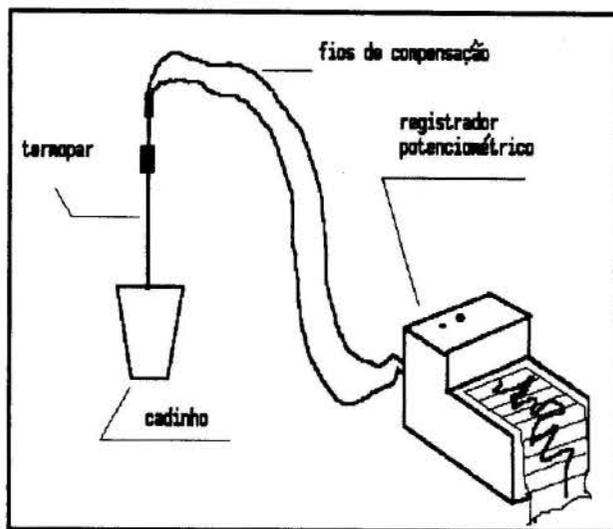


Fig. 1 - Equipamento convencional para registro de curva de resfriamento.

grão e propriedades mecânicas, entre outros aspectos.

Kurfman (1961) foi o primeiro a sugerir o monitoramento do refino de grão através da análise térmica (mais precisamente através da associação do valor do superesfriamento com o tamanho de grão). Diversos trabalhos foram publicados, discutindo qual é o parâmetro que produz uma melhor correlação com o tamanho de grão e conseqüentemente com as propriedades mecânicas; Gunther e Jurgens (1984) avaliaram diversos parâmetros e calcularam a correlação com o tamanho de grão - o resultado está mostrado na Tabela 1, onde pode-se observar que o parâmetro G_b (definido na fig. 3) mostrou o melhor resultado.

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA (HARDWARE E SOFTWARE) PARA ANÁLISE TÉRMICA E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

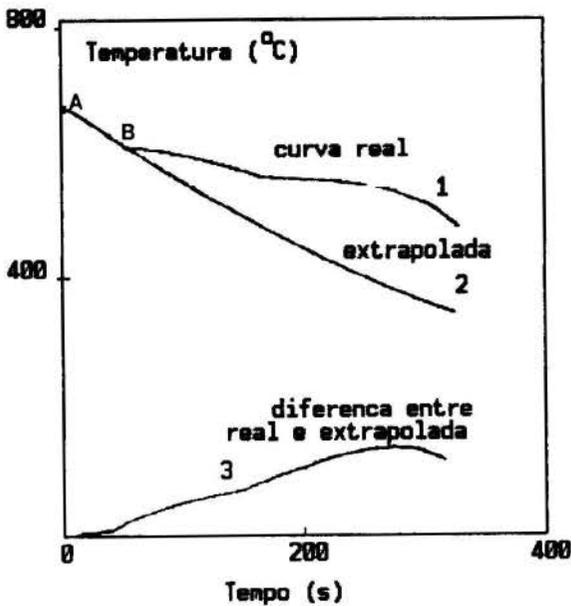


Fig. 2 - Curva real de resfriamento (1), curva extrapolada - correspondente ao corpo neutro (2) e diferença entre ambas (3).

Parâmetro	Coef. Correlação
G _b	0,966
A ₂	0,871
A ₁	0,858
ΔT _u	0,776
T _N	0,684
T _N - T _S	0,553
T _L	0,469
AK	0,465
T _S	0,448
T ₁	0,412
T _L - T _S	0,238

Tabela 1 - Parâmetros analisados e coeficiente de correlação encontrado.

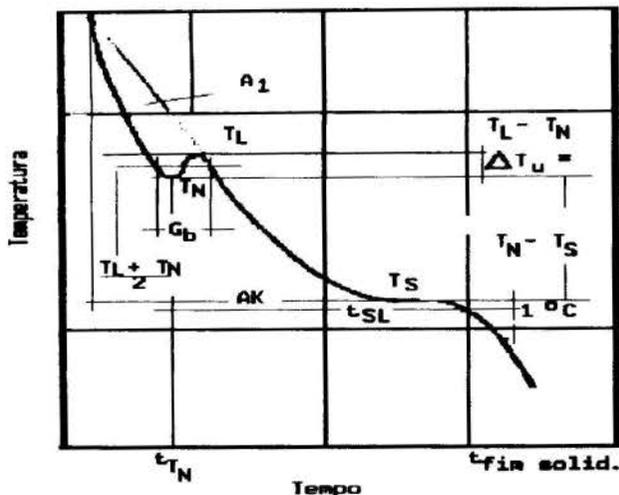


Fig. 3 - Definição dos parâmetros associados à curva de resfriamento - analisados na Tabela 1.

O microcomputador utilizado é do tipo PC X-T, 10 MHz, disco rígido de 20 Mb, com co-processador aritmético, vídeo colorido (para melhor analisar curvas superpostas), conversor A/D 12 bits - 10 Hz, conversor D/A 5 canais, ± 5V, plotter A-4 e impressora convencional 80/132 colunas - 24 agulhas para plotagem dos gráficos. O software de aquisição e processamento foi inteiramente desenvolvido em nossos laboratórios; este software realiza uma série de cálculos que estão discriminados a seguir.

Aquisição de dados - conversão em mV em °C

O software foi desenvolvido em linguagem "C", tendo sido elaborado um polinômio para cada faixa de temperatura; por exemplo, na faixa de 4,919 mV a 6,539 mV, o polinômio encontrado foi $T = 0,0004413025x^3 + 0,138477725x^2 + 23,07222160339x + 3,1514465809$. O método de interpolação utilizado foi o de Newton "Forward Differences".

Filtragem

Os registradores potenciométricos convencionais, devido à sua inércia, costumam funcionar como filtros para sinais que possuam frequência acima de alguns Hz e, portanto, num registro de curva de resfriamento muitas vezes não aparecem ruídos. Este fato, entretanto, pode ser inconveniente se certos fenômenos associados à curva de resfriamento tiverem frequência próxima daquelas que estão sendo cortadas, e, portanto, detalhes importantes da curva de resfriamento podem estar sendo eliminados; para evitar este tipo de situação, a filtragem do sinal adquirido pelo sistema baseado no microcomputador é realizada, então, via software.

Vários métodos de interpolação foram testados (já que a interpolação elimina os "ruídos" que ficam localizados entre os pontos de interpolação): polinômios de 3º, 6º e 10º grau, interpolação logarítmica, interpolação exponencial, splines cúbicos, interpolação de Akima e filtro recursivo passa-baixa. Os melhores resultados, dentro dos parâmetros utilizados, foram conseguidos com o filtro recursivo passa-baixa, com constante de tempo em torno de 0,7s. A fig. 4 mostra uma curva de resfriamento de liga Al-7Si, na região do superesfriamento (o software permite um "zoom"), sem filtragem e a fig. 5 mostra a mesma curva filtrada (constante de tempo 0,7s).

Primeira derivada da curva de resfriamento

Os valores mínimo (temperatura de nucleação, T_N) e máximo (T_L - temperatura liquidus) associados ao superesfriamento (ΔT_u = T_L - T_N), podem ser determinados pela primeira derivada da curva de resfriamento, já que o valor desta derivada tende a zero nestes pontos. O método usado para calcular a primeira derivada foi "Forward Differences"; a fig. 6b mostra a primeira derivada da curva de resfriamento mostrada na fig. 6a.

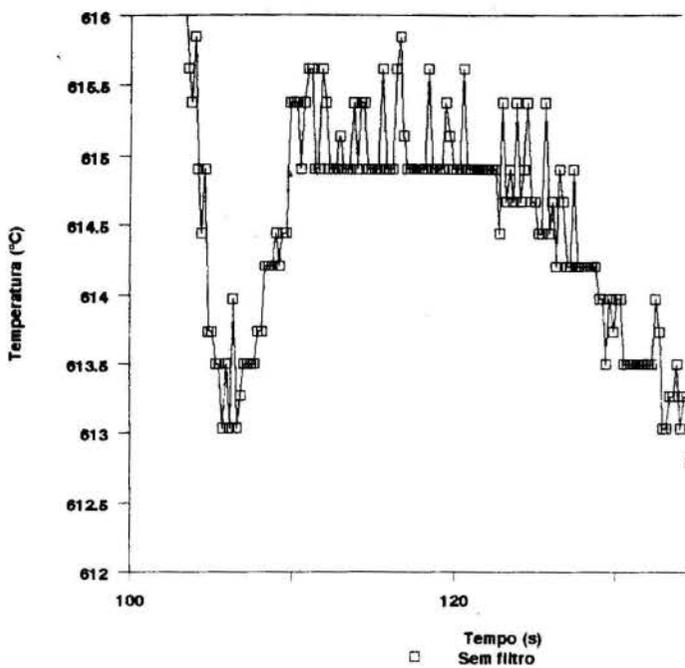


Fig. 4 - Curva de resfriamento - liga Al7Si, sem filtragem.

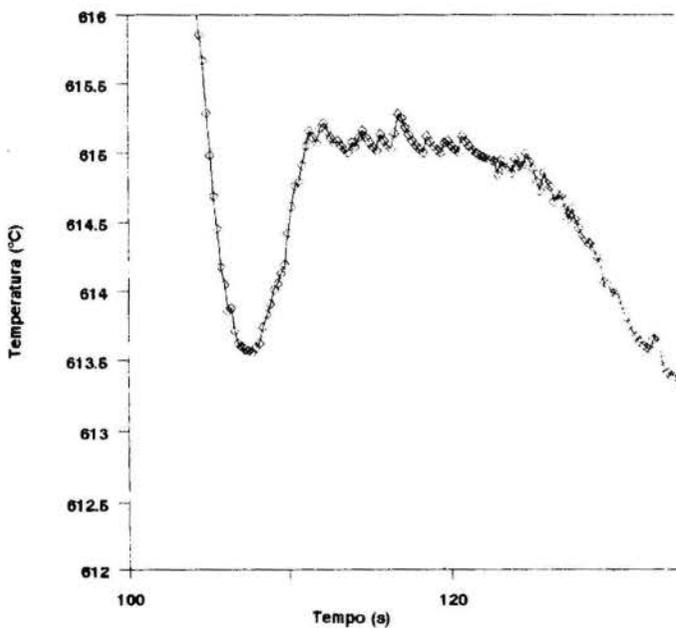


Fig. 5 - Mesma curva da fig. 4, com filtragem ($\tau = 0,7s$).

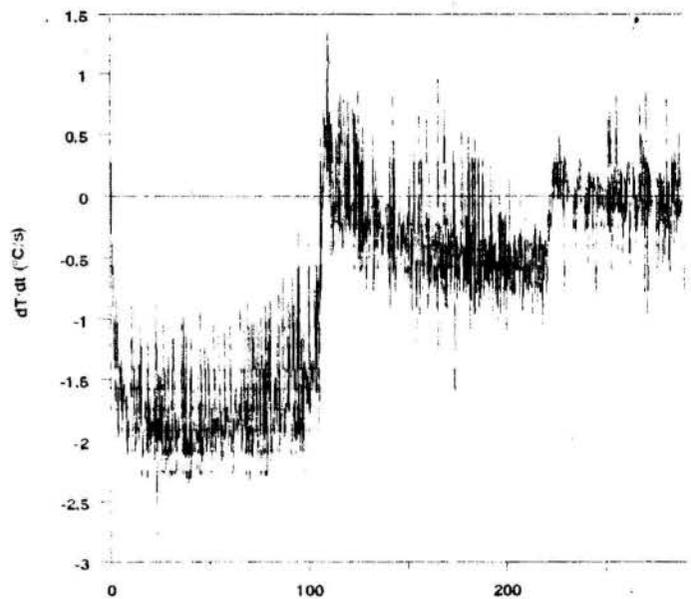
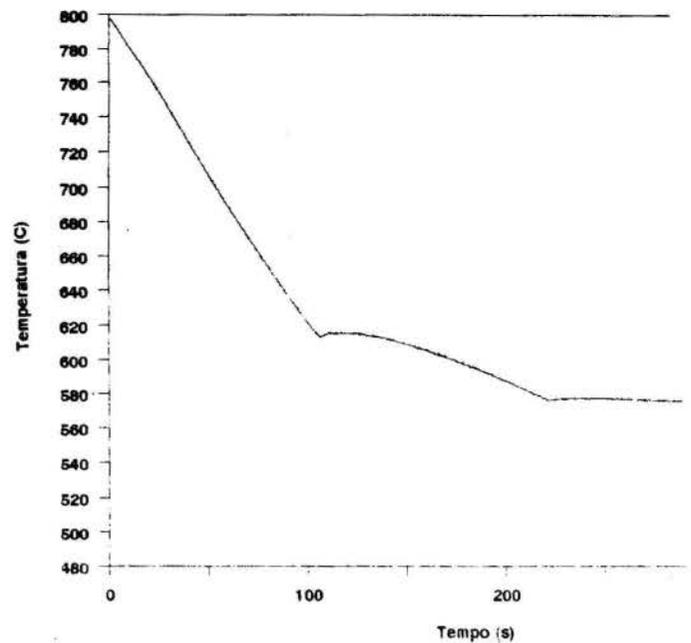


Fig. 6 (a) - Curva de resfriamento de liga Al7Si, com filtragem (constante de tempo 0,7s); (b) - primeira derivada da curva mostrada no item (a), sem filtragem.

Temperaturas Liquidus e Solidus - composição química

A determinação da temperatura liquidus (T_L) já foi descrita no item anterior; a temperatura solidus (T_S) é determinada de maneira idêntica, ou seja, a partir da primeira derivada da curva de resfriamento - que tende a zero no "patamar" correspondente à temperatura solidus. A partir da determinação de T_L e T_S e do intervalo de temperatura entre elas, e com o auxílio dos pontos correspondentes ao diagrama de equilíbrio (armazenados previamente na memória do computador) da liga em estudo determina-se a composição química, quando a solidificação se processa lentamente, isto é, em condições de equilíbrio.

Tempo e valor de superesfriamento

O valor do superesfriamento, $\Delta T_u = T_L - T_N$, já foi definido nos itens anteriores; uma vez determinada as temperaturas líquidas e de nucleação, o software procura os tempos associadas a estas temperaturas e calcula a diferença entre esses tempos, ou seja: $\Delta t_u = t_{TL} - t_{TN}$.

Taxa de resfriamento

A taxa de resfriamento, V_R , é determinada pelo valor médio da primeira derivada, levando-se em conta os pontos anteriores à primeira transformação de fase, isto é, antes da temperatura cair ao valor de T_N , como mostra a fig. 3.

Outros parâmetros associados à curva de resfriamento

A fig. 3 mostra como pode ser determinado o valor do parâmetro G_b , tempo associado ao valor médio do superesfriamento; Gunther e Jurgens (1984) constataram que este era o parâmetro, dentro daqueles analisados, que estabelecia a melhor correlação com o tamanho de grão. O tempo local de solidificação, t_{SL} , não foi testado pelos referidos autores; o tempo local de solidificação é o intervalo de tempo correspondente à temperatura de nucleação e à temperatura relativa ao fim da solidificação, t_{FS} , mostradas na fig. 3. Ou seja, $t_{SL} = t_{FS} - t_{TN}$.

O espaçamento dendrítico secundário, λ_2 , é outro parâmetro calculado pelo software desenvolvido (porque pode ser associado às propriedades mecânicas - da mesma forma que o tamanho de grão). No software desenvolvido, o espaçamento dendrítico secundário é calculado segundo três modelos matemáticos, descritos por Garcia (1981):

$$\lambda_2 = 7,5 t_{SL}^{0,39} \quad (1)$$

$$\lambda_2 = 12,5 t_{SL}^{0,33} \quad (2)$$

$$\lambda_2 = 9,9 t_{SL}^{0,33} \quad (3)$$

sendo as equações (1) e (2) para Al4,5Cu e (3) para Al15Cu, já que na bibliografia consultada não foi possível encontrar nenhuma formulação específica para Al7Si; os resultados metalográficos não permitiram determinar com precisão razoável este parâmetro, devido ao tipo de estrutura encontrada, e, portanto, não foi possível desenvolver um modelo próprio. A fig. 6 mostra a tela do microcomputador onde podem ser visualizados alguns parâmetros determinados a partir de uma curva de resfriamento de liga Al7Si (o espaçamento dendrítico secundário foi determinado através dos 3 modelos matemáticos, a partir do valor de t_{SL} obtido da curva de resfriamento).

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Os experimentos foram realizados segundo o procedimento descrito na fig. 7; o metal fundente é retirado do forno elétrico (em torno de 750 °C) e vazado em moldes (a) metálicos, (b) chamote + bentonita, (c) bentonita e (d) grafite. Usando moldes diferentes foi possível obter taxas de resfriamento diferentes (além de terem sido usadas "mantas" de amianto, ar forçado, etc...).

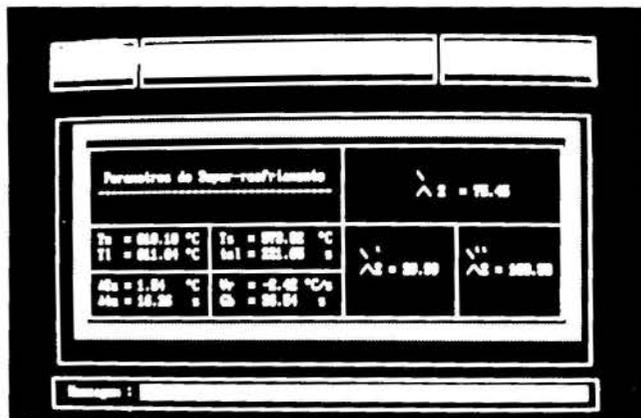


Fig. 6 - Visualização de tela do microcomputador mostrando alguns dos parâmetros calculados (liga Al7Si).

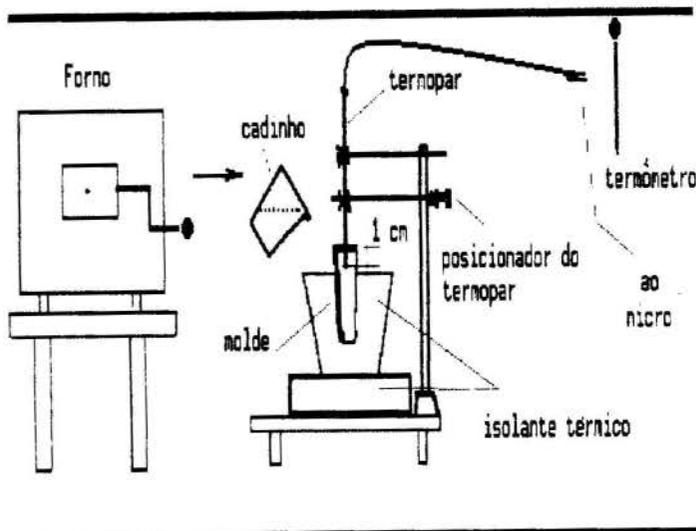


Fig.7 - Procedimento experimental seguido na realização dos experimentos cujos resultados estão mostrados nas figuras anteriores.

Um termopar tipo K, com bainha de inox (diâmetro externo 1,5 mm) é posicionado no centro (diametral) e a aproximadamente 1 cm de profundidade da borda superior do molde; o sinal gerado pelo termopar é levado primeiramente por fios de compensação e depois por cabos blindados até os terminais do conversor A/D.

Depois de realizada a operação de aquisição e processamento de dados, um sinal é enviado via conversor D/A para um painel, aceitando (SIM) ou rejeitando (NÃO) a peça, como mostra a fig. 8.



Fig. 8 - Painel que indica se a peça foi aceita ou rejeitada; o sinal é proveniente do conversor D/A.

No momento, a aceitação ou rejeição da peça está sendo feita através do valor do superesfriamento, conforme a maioria dos autores procede; entretanto, quando uma maior quantidade de ensaios for realizada, inclusive com diversas ligas, poderemos estabelecer qual é o parâmetro que implica numa melhor correlação (nos resultados preliminares obtidos até o presente momento, o parâmetro t_{SL} apresentou melhor correlação - somente a liga Al7Si foi testada) com as propriedades mecânicas e alterar o software para que passe a realizar o controle a partir deste parâmetro.

CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE CONTINUIDADE

O sistema de aquisição/processamento de dados possui a sensibilidade necessária para realizar a aquisição dos pontos referentes à curva de resfriamento, o que pode ser constatado nas curvas apresentadas; o software desenvolvido realiza corretamente os cálculos que levam aos parâmetros de interesse no processo de solidificação (T_L , T_S , V_R , ΔT_u , Δt_u , etc...). Também está funcionando a contento o sistema (hardware e software) de indicação no painel de aceitação ou rejeição da peça, permitindo que se simule a nível de laboratório, o que deveria acontecer numa indústria com Controle de Qualidade "on line".

Os resultados preliminares realizados com liga Al7Si mostraram que o parâmetro que estabelece a melhor correlação com a taxa de resfriamento (o tamanho de grão e as propriedades mecânicas dependem da taxa de resfriamento) foi o tempo local de solidificação (é importante ressaltar que a maioria dos autores utiliza o valor do superesfriamento como parâmetro de controle de tamanho de grão e Gunther e Jurgens comprovaram que G_b é mais adequado - mas não testaram o parâmetro t_{SL}).

É possível concluir que hoje dispomos de um sistema de aquisição e processamento de dados relativos às curvas de resfriamento, que permitem o monitoramento "on line" do fundido com a chamada Garantia de Qualidade; este sistema continuará sendo desenvolvido, pesquisando-se novos parâmetros e, principalmente, desenvolvendo um sistema multicanal, que permitirá, inclusive, o cruzamento de dados de curvas obtidas por sensores diferentes. Assim, por exemplo, poderemos determinar o gradiente térmico entre pontos da amostra, bem como de outros parâmetros (velocidade de avanço da interface, etc...).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- . Mackenzie, R.C., "Differential Thermal Analysis", Ed. Acad. Press, London, 1970.
- . Wlodawer, R., "Schwiz. Arch. angew...", Wiss Tech., 37, p72/85, 1971.
- . Kurfman, V.B., "Light Alloy Grain Size Control and Supercooling Measurements", Proc. of the 65th An. Meet., AFS, may, p.235, 1961.
- . Gunther, B., e Jurgens, H., "Automatisierte Durchfuehrung der Termischen Analyse...", Giesserei 71, n24, nov., 1984.
- . Garcia, A., "Transf. de Calor e Solidificação no Proc. de Lingotamento Contínuo", Tese de Livre Docência, Unicamp, 1981.
- . Levy, S.A. e Kirby, J.L., "The Use of Undercooling Measurements...", AIME An. Meet., 113, 1984.
- . Closset, B., Pirie, K., e Gruzleski, J.E., "Comparison of Thermal Analysis and ...", AFS Tr., 84-27, p.123, 1984.
- . Zaro, M.A. e Muller, A., "Undercooling Measurements as a Control Tool..." Jornadas Metal. y Congr. Alamet, Argentina, may, 1991.
- . Grant, E.L., Leavenworth, R.S., "Statistical Quality Control", 6ª ed., McGraw-Hill, 1988.
- . Pillai, R.M., Panchanathan, V., "Critical Temperature for Evaluation...", AFS Tr., 78-14, p.221, 1978.
- . Honer, K.E., "Die Thermische Analyse Als Kontrollverfahren fur die ...", Light Met. Age, Dec., 1983.
- . Argyropoulos, S., et al, "A Facility for Local and Remote Acquisition ...", J. of Metals, Oct., p.30, 1983.
- . Tuttle, L., "Principles of Thermal Analysis for Molten Metal Process Control", Proc. of the Confer. on Therm. Anal., AFS, Dec., p.1, 1984.

MAGNETIC CZOCHRALSKI SILICON (MCZ): MODELING MELT HYDRODYNAMICS AND COMPARISON WITH EXPERIMENT

GEORGII.N.PETROV¹⁾, TATYANA M. TKACHEVA²⁾, JULIA A. ZIMITCHEVA²⁾

1)"ELLINA LTD" B.Tolmachevskii p.,5, 109017, Moscow, RUSSIA

2) Institute of Metallurgy, Russian Academy of Sciences,
Leninskii p.,49, 117334, Moscow, RUSSIA

SUMMARY

Results of a numerical modeling of melt hydrodynamics for growth of MCZ silicon single crystals under applied vertical magnetic field or combined (vertical + rotating) magnetic field are presented. A comparison of the calculated and experimental data is made using concrete growth parameters for every ingot. In the present paper modeling growth of ingots of various diameters with taking into account change of the melt level in the crucible has been done. The simultaneous application of constant axial and rotating magnetic field has been approved.

INTRODUCTION

Single crystal silicon is the basic material for modern electronics. In general the quality of single crystals is determined by heat and mass transfer in the bulk of the melt and at the melt - crucible and crystal - melt interfaces. Heater construction, rotation rates, pulling rates, atmosphere etc. are the conditions of the second order importance for the growth process. In particular, it was derived that homogeneity of dopant and residual impurity distribution, the degree of dissolution of the crucible walls, and structure striations strongly depend on the convection, in the melt (natural, forced convection, due to buoyancy and thermocapillarity) the temperature fluctuations, and laminar or turbulent character of the melt flows. It is well known that melted silicon have the metallic conductivity, so it is possible to control the properties of the solidified silicon by applying the magnetic fields during crystal growth process. Using the inductor of the rotating magnetic field it is possible to avoid the temperature fluctuations - that means the absence of striations - and to have the uniform dopant distribution. Therefore, the melt phenomena, and the heat and mass transfer in growing single-silicon crystals depend upon several parameters and the important parameter is - the magnetic field configuration.

So, applying magnetic fields during the crystal growth allows us solve one of the main problem of Czochralski growth - decreasing the oxygen content and attaining the uniform dopant and oxygen distribution in radial cross-sections and along the ingot.

MATHEMATIC MODELING (constant axial magnetic field).

The Navier-Stokes equations with the Boussinesq approximation [1] have been used for the numerical modeling; it is a set of equations written in three-dimensional axisymmetric form. The boundary conditions used take into account the law of the solidification rate (that has been obtained by solving the heat transfer problem for conventional single crystal growth), rate of the melt lowering during growth, and rate of oxygen evaporation from the free surface of the melt.

The analysis of the dimensionless criteria determining the mutual dependence of molecular and molar diffusion and thermal conductivity, demonstrated that the very growth process is independent of the mass transfer in the melt. This permits the problem of crystal growth modeling to be solved disregarding the mass transport in the melt. In Ref. 1, there have been presented the modeling results and experimental data on the effects of magnetic field on the oxygen concentration and microdefect density for a number of crystals of the same diameter (100 mm). In [1] it has been shown that single crystals could be grown with a given type and distribution of microdefects and, simultaneously, with a desired concentration of oxygen (within 10^{17} to $2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) and carbon ($\leq 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) as well as with an enhanced uniformity of the dopant distribution (less than 4% both in length and in radial directions) and of residual impurities such as oxygen and carbon ($\leq 10\%$). In the present paper, the problem was extended to include modeling growth of ingots of various diameters (50, 75, 100 mm and 150 mm) with taking into account changing of the melt level in the crucible. One of the results of the numerical experiments is the following: the theory which proclaimed the creation of the an oxide film on the crucible walls is correct. The film thickness and, respectively, the oxygen concentration on the melt-crucible interface depends on the intensity of the flows. When the magnetic field is changing during growing process, we can obtain, as a result, different oxygen concentration on the crucible walls, which means controlling the oxygen concentration.

The lowest oxygen concentration was observed when the constant axial magnetic field is equal to 0.07T [1]. The region of increase of the oxygen concentration in the final part of the growth process with increasing induction of the magnetic field has been observed. This results in the stagnant zone formation at the front of crystallization. It is essential that neither the axial oxygen distribution nor the initial oxygen concentration of the ingot depend on the strength of the magnetic field. Therefore the magnitude of the magnetic field have to be chosen according to the desired oxygen content in the crystal. Thus, to obtain the homogeneous distribution of oxygen along the ingot it is necessary to increase the magnetic induction in the first part of the process and then to decrease it in the second part. In the Fig.1 one can see isolines of the stream functions for different melt levels and

magnetic field 0.007 T when ingots diameters are equal to 50 mm or to 75 mm.

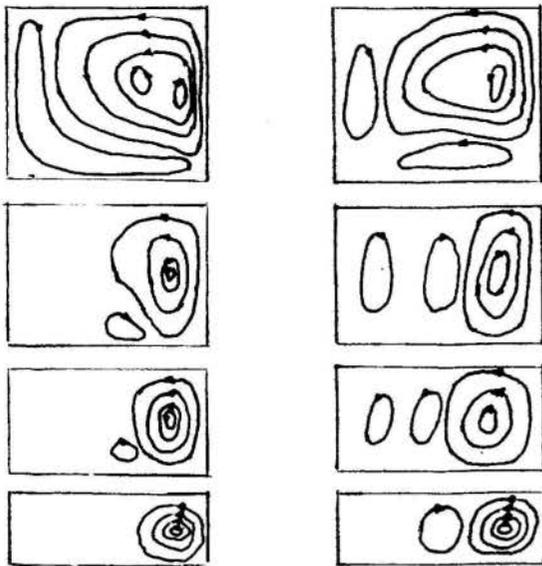


Fig.1 Isolines of the stream function for ingots of 50 mm (left) and 75 mm (right) in diameter, the magnetic field is 0.007 T. The melt level is 0.9, 0.7, 0.45, 0.26 consecutively.

When the melt level decreases the melt flow intensity decreases too; the cell in the region below the growth interface has a stagnation zone for the ingots of 50 mm in diameter, the same cell for the ingots of 75 mm in diameter has a little individual swirl flow near crucible bottom beneath the stagnation zone just below the growth interface.

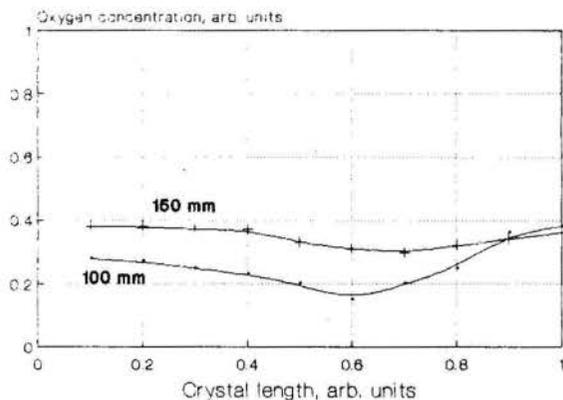


Fig.2 The oxygen concentration changing along the growth axis for the ingots of 100 mm and 150 mm in diameter, the magnetic field is 0.007 T.

From Fig.2 one can see that the uniform oxygen distribution along the growth axis can be reached; it is possible by programming the magnetic field during the growth including initial melting of charge and seeding of crystal.

MATHEMATIC MODELING (combined magnetic field)

When constant and rotating magnetic field effects on the electrically conducting fluid the velocity and structure of flows transform due to for-

mation of the Lorenz forces. Therefore it is necessary to add the magnetic field equations to the Navier-Stokes set.

Let the magnetic field induction (B) to be uniform only along z-axis: $B = (0,0,B)$. The electromagnetic Lorenz force is:

$$f_e = j B_e \text{ or}$$

$$f_r = -\sigma u B_z^2$$

$$f_\phi = -\sigma w B_z^2$$

(1)

$$f_z = 0$$

where j - stream density; σ - electroconductivity; u and w - radial and tangential velocity's components.

When rotating magnetic field applying we write the sets of Maxwell equations:

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot } \vec{E} = -j w \vec{B}$$

(2)

$$\text{div } \vec{E} = 0$$

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}])$$

The boundary conditions on the inductor and chamber walls are the following:

- radial components of magnetic induction vector are changing continuously; tangential components of magnetic field are changing sharply.

After computing the resultant electro-magnetic field of the system inductor-crucible containing the melt and taking into account abovementioned boundary conditions we can drive the equation for electro-magnetic forces in the bulk of melt. Their distribution is determined by multiplying of stream density and induction of the resultant magnetic field in the melt.

Take into account the effect of constant axial and rotating magnetic field the Navier-Stokes equations change as following:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(ruT)}{\partial r} + \frac{\partial(vT)}{\partial z} = \frac{1}{\text{RePr}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(ruC)}{\partial r} + \frac{\partial(vC)}{\partial z} = \frac{1}{\text{ReSc}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(ruu)}{\partial r} + \frac{\partial(vu)}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \right\} + \frac{\partial u^2}{\partial z^2} \right] -$$

$$-\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{w^2}{v} + \frac{\text{Ha}^2}{\text{Re}^2} f_r + \frac{\text{Ha}^2}{\text{ReRe}_m} F_{\nu r} \quad (5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(ruw)}{\partial r} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(rw)}{\partial r} \right\} + \frac{\partial w^2}{\partial z^2} \right] -$$

$$-\frac{uw}{r} + \frac{\text{Ha}^2}{\text{Re}} f_u + \frac{\text{Ha}^2}{\text{ReRe}_m} F_{\nu \phi} \quad (6)$$

where T - temperature; C - concentration; p - pressure; B - induction of magnetic field; u, v, w - radial, axial and tangential components of velocity.

Dimensionless criteria determined as usual:

$$\text{Reynolds number} - \text{Re} = \frac{v_0 L}{\nu}$$

$$\text{magnetic Reynolds number} - \text{Re}_m = \mu_0 \sigma v_0 L$$

$$\text{Prandtl number} - \text{Pr} = \frac{\nu}{a}$$

$$\text{Grashof number} - \text{Gr} = \frac{g \beta_T \Delta T R_T^3}{\nu^2}$$

$$\text{Grashof number of concentration} - \text{Gr}_C = \frac{g \beta_C \Delta C R_T^3}{\nu^2}$$

$$\text{Schmidt number} - \text{Sc} = \frac{\nu}{D}$$

$$\text{Hartman number} - \text{Ha} = B_0 L \sqrt{\sigma / (\rho \nu)}$$

R_T - crucible radius; ν - kinematic viscosity; a - thermal diffusivity; D - coefficient of diffusion; g - acceleration due to gravity; β_T - coefficient of thermal expansion; β_C - coefficient of concentration expansion; L - characteristic size; v_0 - characteristic velocity; B - characteristic induction of magnetic field; ΔC - concentration difference; ΔT - temperature difference.

Initial and boundary conditions are:

Boundary 1 (axis of symmetry)

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = 0, \quad u = 0, \quad w = 0$$

Boundary 2 (crystal-melt interface)

$$T = T_s, \quad \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{C(1-k_{ef})}{D} \frac{dh_s(t)}{dt}, \quad v = \frac{dh_s(t)}{dt}$$

$$u = 0, \quad w = r \Omega_{cr}$$

Boundary 3 (free surface)

$$\frac{\partial T}{\partial z} = k_3(T - T_{am.3}), \quad v = \frac{dH}{dt}$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Boundary 4 (crucible wall)

$$\frac{\partial T}{\partial r} = k_4(T - T_{am.4}), \quad v = 0, \quad u = 0, \quad w = R \Omega_{cruc}$$

Boundary 5 (crucible bottom)

$$\frac{\partial T}{\partial z} = k_5(T - T_{am.5}), \quad u = 0, \quad v = 0, \quad w = r \Omega_{cruc}$$

Boundary conditions related to dopant depend on the

dopant type. On the crucible walls and bottom we have the condition of dopant impermeability:

$$\frac{\partial C}{\partial n} = 0, \quad \text{where } n \text{ is a normal.}$$

At the free surface we have the evaporation condition:

$$\frac{\partial C}{\partial z} = -k_{ev} C$$

An essential feature of boron is the absence of evaporation. For oxygen we consider two conditions: k_{ev} for free surface is infinite, so $C = 0$;

at the crucible walls and bottom we have the first order transition.

$dh_s(t)/dt$ - change of solidification rate,

k_{ef} - effective segregation coefficient,

dH/dt - change of the melt level,

Ω_{cruc} - angular velocity of crucible rotation,

Ω_{cr} - angular velocity of crystal rotation,

k_3, k_4, k_5 - coefficients of linearization of Stefan-Boltzmann law

$T_{am.3}, T_{am.4}, T_{am.5}$ - ambient temperature of the boundaries 3,4,5

RESULTS OF NUMERICAL MODELING (combined magnetic field)

Numerical modeling have been done using the following parameters:

crucible diameter was 330 mm, crystal diameter was 150 mm, longitudinal and radial distribution of dopant and oxygen both were uniform.

In the table there are the relationships between the inductions of constant axial magnetic field B_c and rotating magnetic field B_{rot}

Table 1. Parameters of magnetic field

NN	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B_c, T	0.02	0.06	0.1	0.02	0.06	0.1	0.02	0.06	0.1
B_{rot}, T	0.0018		0.0036			0.0054			

Rotation rate of crucible was 1 rpm, rotation rate of crystal was 15 rpm. Isotherms, isolines of concentration or stream function, tangential component of velocity vector have been calculated using four levels of melt: the beginning of growth, 1/4 of process, 1/2 of process and 3/4 of growth.

When the induction of rotating magnetic field is small (0.0018 T) the intensity and structure of melt flow are determined by natural convection and by the magnitude of induction of constant axial magnetic field. When constant axial magnetic field is equal to 0.002 T there is one big swirl in the bulk of melt. When constant axial magnetic field increases up to 0.1 T this swirl is pressed to crucible wall and in the centre of melt there is a stagnant zone.

When the induction of rotating magnetic field is rather big (0.0054 T) there are usually two swirls in the melt. The directions of rotation are opposite during the first half of growth structure and intensity of melt flows are determined by rotating magnetic field. In the second half of the process the effect of natural convection on the melt flows

is essential.

When the melt level decreases the intensity of melt flows decreases too for all magnitudes of combined magnetic field.

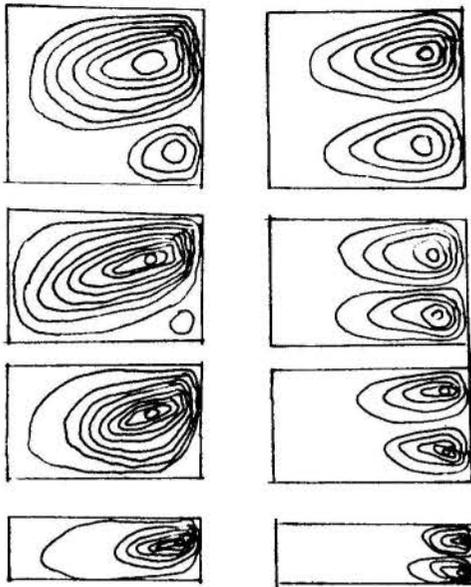


Fig.3 Isolines of stream function for the 150 mm diam. ingot grown under combined magnetic field: $B_c = 0.06$ T, $B_{rot} = 0.0018$ T (left) and $B_c = 0.06$ T, $B_{rot} = 0.0054$ T (right). The sequential melt levels are 0.9, 0.7, 0.45 and 0.26.

At the beginning of the process the flow intensity is high and the temperature gradient is high too, especially near the crucible walls. During the growth the melt level in the crucible decreases, so the flow intensity decreases too and isotherms get smoother.

For all modeling variants the intensity distribution is the same. In the beginning of the process there is a uniform concentration of impurities in the most part of the melt. At the crucible walls and near the free surface, there are big gradients of impurities. During the growth (up to the middle of the process) the impurities begin to concentrate in the region just below the growing crystal. Therefore, in the middle of the growth, and up to the end of the process, there is maximum concentration of impurities in the region just below the growing crystal. The resulting concentration of impurities in the single crystal is determined by the boundary conditions during the growth. The boundary conditions are special for every type of impurity.

The main feature of boron is the absence of evaporation from the free surface (segregation coefficient is equal to 0.8); as a result the boron concentration increases monotonically up to the end of growth for all cases of the modeling (Fig.4).

Phosphorous segregation coefficient is equal to 0.3, so that a limited evaporation takes place. Therefore there is the concentration gradient along the crystal length and this gradient is higher than that in the case of boron distribution (Fig.5).

The strongest effect of combined magnetic field on the impurity distribution has been observed for oxygen. For given temperature the saturation concentration of oxygen at the crucible walls and its bottom is

$$C_o = 1.587 \cdot 10^{13} e^{-\frac{3.399 \cdot 10^4}{T+1}}$$

During the crystal growth, a SiO_2 film forms on

the crucible walls and its bottom. The film thickness depends on the flow intensity. When the flow intensity is less than some threshold value the film thickness is maximum and the oxygen concentration in the melt is minimum. Then the film begins to dissolve which results in increasing oxygen concentration in the melt. This regime is the most convenient to control the oxygen concentration in the melt and, hence, in the crystal. If the whole SiO_2 film is destroyed the oxygen concentration reaches saturation for the given temperature. The initial value of oxygen concentration can be preset using the parameters of combined magnetic field determined beforehand and this oxygen concentration can be kept constant along the crystal length by programming of combined magnetic field (Fig.6).

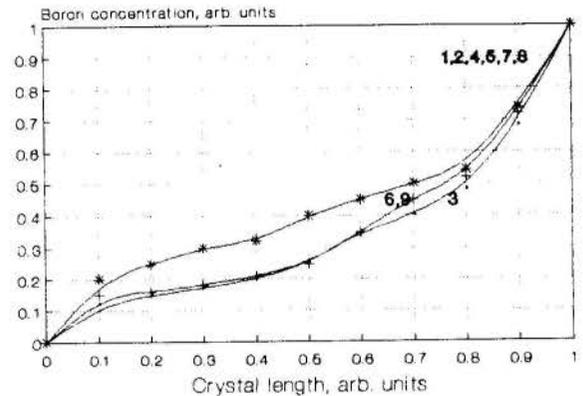


Fig. 4 Change of boron concentration along the crystal length for several variants of combined magnetic field (see Tab. 1)

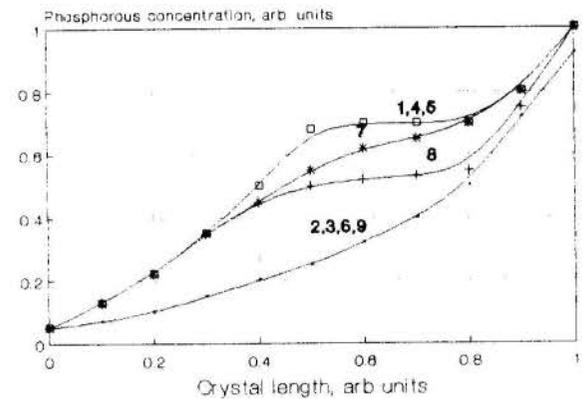


Fig. 5 change of phosphorous concentration along the crystal length for several variants of combined magnetic field (see Tab.)

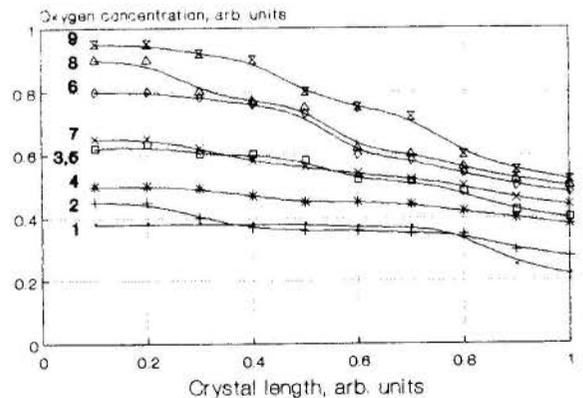


Fig. 6 Change of oxygen concentration along the crystal length for several variants of combined magnetic field (see Tab.)

Now we represent the data on modeling the real conditions of the growth and on measuring some properties of the ingot obtained. The real ingot was from a 16 kg load, its diameter was 102.5 mm. It is necessary to note that the crucible did not rotate during all the process, so the rotation of the melt was only one to the rotating magnetic field. The parameters of combined magnetic field were as followings: at the first stage of the process when the load is melting and then at the seeding the constant axial magnetic field is equal to 0.1 T and the rotating magnetic field is equal to 0.0042 T; then during approximately the third part of the process from the beginning the constant magnetic field decreases to 0.05 T and the rotating magnetic field is equal to 0.0033 T; then the constant magnetic field is kept equal to 0.05 T up to the end of the process and the rotating magnetic field increases first up to 0.0042 T and in the last part of the process (~ 20% to the end of the growth) it increases up to 0.0054

In Fig.7 there are the isolines of stream function for this real process. There is only one swirl in the melt which did not change in spite of the melt level decreasing that is the result of programming of the magnetic field during the growth. In Fig. 8 there are X-ray topographic patterns of the longitudinal sections of this ingot. One can see the uniform distribution of the growing microdefects through the bulk of the crystal. The distribution of the oxygen concentration is shown in Fig.9. The uniformity of oxygen distribution is well seen. So we can conclude that using the result of our numerical modeling we have the possibility optimizing the technology parameters for real growth condition to obtain the ingots with the uniform and preset structure and distribution of impurities.

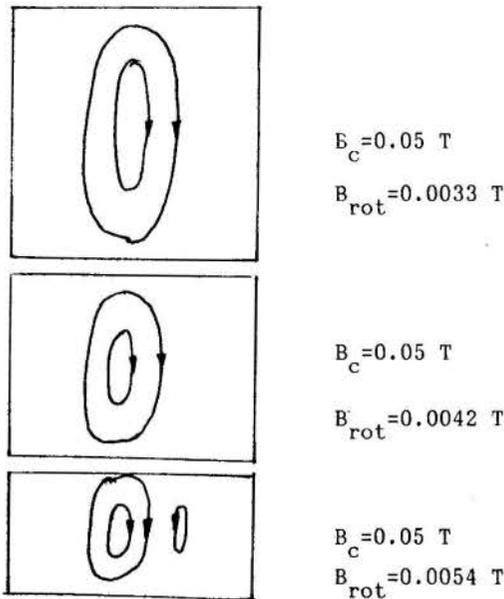


Fig 7 Isolines of stream function for the real condition of growth. Ingot was grown from the load of 16 kg, the diameter of ingot was 102.5 mm. The crucible did not rotate.

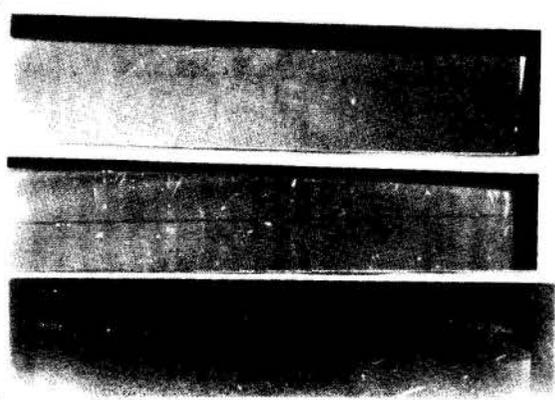


Fig. 8 X-ray topographic pattern of the longitudinal sections of real ingot related to the flow patterns from Fig.7. $\text{MoK}\alpha_1$ radiation in reflections 220.

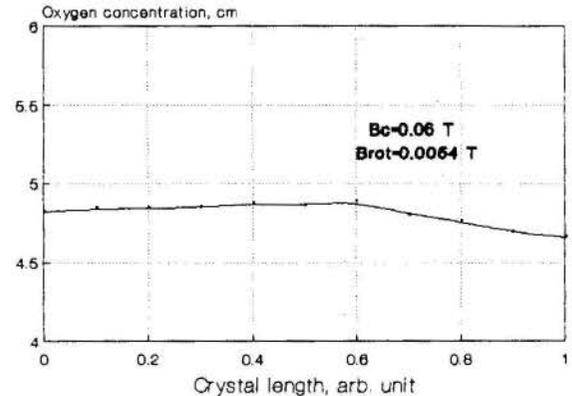


Fig. 9 The distribution of oxygen concentration along the crystal length for the real ingot. The data related to the average value obtained from five mesurament: central point and four points 15 mm from the edge of the wafer.

CONCLUSIONS.

Mathematic modeling of crystal growth under applied combined magnetic field have been developed. It has been shown that using the result of numerical modeling it is possible to optimize the technology parameters of the growth to obtain the ingots with preset properties and structure, with the uniform distribution of the impurities either in the radial direction or along the crystal length. Comparison of numerical modeling with the results of experiment gives us an example of very good agreement.

REFERENCES.

Bochkarev, E.P., Petrov, G.N. and Tkacheva, T.M. "Effect of Heat and Mass Transfer on Microstructure of Silicon Single Crystals Grown under Applied Magnetic Field", HTD-Vol. 162, Heat Transfer in Metals and Containerless Processing and Manufacturing, ASME, pp. 83-87, 1991

I SIMPÓSIO DE ENGENHARIA TÉRMICA

RESUMOS DAS APRESENTAÇÕES

1st THERMAL ENGINEERING SYMPOSIUM

ABSTRACTS OF ORAL PRESENTATIONS

PETRÓLEO O DESAFIO DA PRODUÇÃO EM ÁGUAS PROFUNDAS

Victor Ielo
PETROBRÁS/CENPES/DIPLLOT/SEPROV

Até poucos anos atrás a produção de petróleo e o desenvolvimento tecnológico caminhavam par e passo. As conquistas em cada uma das frentes realimentavam a outra, garantiam seu desenvolvimento e supriam suas necessidades.

Recentemente, com a crescente demanda e a proximidade do esgotamento de reservas conhecidas, houve a necessidade imperiosa de explorar e produzir petróleo em condições e ambientes tão diversos e agressivos quanto diferentes dos anteriores. Nesse novo quadro, o processo contínuo de realimentação e progresso já não era suficiente para garantir a velocidade necessária para acompanhar a demanda sempre crescente de petróleo mais barato e em maior quantidade.

Uma nova forma de trabalho deveria ser implementada e essa forma foi definida com função de saltos tecnológicos fortemente apoiados em pesquisa e desenvolvimento e com relacionamento estreito com a comunidade tecnológica nacional e internacional. Esta nova visão permite antecipar e solucionar problemas e apontar gargalos tecnológicos abrindo caminho para a produção de petróleo nas melhores condições de segurança e economia.

Abordamos em nosso trabalho uma explicitação dos novos sítios de produção, a origem dos desafios, e como a comunidade acadêmica e de P & D deverá participar e contribuir para vencê-los.

TERMOTECNIA NO DESENVOLVIMENTO AUTOMOBILÍSTICO: A CÉLULA DE TÉRMICA VEICULAR NA MBB

José Carlos O. Morel
Helcio Onusic
José Augusto P. Campos
DEE/EES - Mercedes Benz do Brasil S.A

No painel apresentaremos primeiramente a estrutura da Diretoria de Desenvolvimento da MBB, com ênfase na Diretoria de Engenharia Experimental; uma vez fixado este cenário, detalharemos a estrutura da Célula de Térmica Veicular e suas relações com os diversos grupos experimentais e de projetos.

A seguir exploraremos as principais linhas de trabalhos da Célula com alguns exemplos concretos de sua atuação, tais como:

- Ensaios de Conforto Térmico em Veículos MBB;
- Desenvolvimento de Sistemas de Ar Condicionado Veicular
- Desenvolvimento e Ensaio de Sistemas de Arrefecimento;
- Caracterização Laboratorial de Propriedades Termofísicas de Materiais;
- Aferição de Sensores;
- Execução de Ensaios de Campo, na área de Termotécnica, em veículos MBB e análise de resultados;
- Modelamento de fenômenos observados em campo.

Finalmente apontaremos suas perspectivas futuras de trabalho, bem como ressaltaremos as possibilidades de interfaceamento fecundo com a área acadêmica:

- Estudo de problemas térmicos associados ao encapsulamento de motores exigido pela nova legislação brasileira de emissão de ruídos;
- Estudos de Visualização de Fluxo e Aerodinâmica interna objetivando problemas de troca de calor por convecção forçada;
- Modelamento teórico e experimental de novos sistemas tambor/roda visando a otimização operacional do sistema de freios em ônibus urbanos;
- Instalação de um laboratório terciário de aferição de sensores de temperatura;
- Instalação de uma bancada de provas para anemometria e higrometria;
- Estudos de Aerodinâmica Externa.

Será uma exposição genérica, sem excessivos detalhes técnicos, mas que tentara capturar a vivência concreta de problemas termotécnicos em ambiente industrial.

BALANÇO TÉRMICO EM COMPRESSORES HERMÉTICOS ALTERNATIVOS DE REFRIGERAÇÃO

Márcio Luis Todescat, Fabian Fagotti
Embraco S/A - Pesquisa e Desenvolvimento
Rua Rui Barbosa, 1020
Cx. Postal D-27, Joinville, SC
Rogério Tadeu da Silva Ferreira, Álvaro Toubes Prata
Depto. de Eng. Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
Cx. Postal 476, Florianópolis, SC

Uma análise dos diversos fenômenos de transferência de calor em um compressor hermético alternativo de refrigeração é levada a efeito. Um modelo global baseado na primeira lei da termodinâmica é estabelecido, do qual é derivado um programa de simulação. Coeficientes globais de transferência de calor entre os volumes de controle são determinados a

partir de dados experimentais. Excessão é feita à interface gás-cilindro, na qual utilizam-se correlações conhecidas. As equações que determinam as condições de funcionamento do compressor e as equações de balanço térmico são resolvidas concomitantemente. O modelo é validado a partir da boa concordância observada entre resultados obtidos via simulação e dados experimentais.

DETERMINAÇÃO DE CONDIÇÕES DE CONTORNO TÉRMICAS EM PISTÕES

José Manoel Martins Leites
Metal Leve S.A.
Rua Brasília Luz 535, Caixa Postal 12704
04746, São Paulo, SP

Será apresentado o programa de pesquisa em desenvolvimento na Metal Leve com o objetivo de determinar as condições de contorno térmicas em pistões. Para este estudo são analisadas três regiões distintas do pistão:

1 - Superfície Inferior: determinação do coeficiente de película resultante da interação de jato líquido e superfície móvel.

2 - Galeria de Refrigeração: visualização de escoamento em duto parcialmente cheio quando submetido a altas ace-

lações perpendiculares ao escoamento. Determinação do modelo de transferência de calor nas condições de escoamento observado.

3 - Superfície Superior: determinação dos coeficientes de película a partir de programa de simulação de ciclo motor diesel.

Serão apresentados também os desenvolvimentos realizados para a medição de temperaturas no pistão de um motor em funcionamento.

ANÁLISE TÉCNICO-ECONÔMICA DE CENTRAIS DE GERAÇÃO ELÉTRICA COM MOTORES DIESEL EM ALTERNATIVA À EXPANSÃO DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO OU COMO FONTE DE GERAÇÃO PRÓPRIA

Luiz Marcello M. de Azevedo Filho
Jean Cesare Negri
CESP/EPRT

Antonio Buonfiglio
Cláudio Coelho
PETROBRÁS/REPLAN

Ao longo da última década o desenvolvimento tecnológico de motores Diesel para aplicação marítima foi marcante. O aumento da potência específica em valores da ordem de 3.500 kW/cilindro tem deslocado o uso de ciclos convencionais a vapor tipo RANKINE. Atualmente, motores de 4 tempos atingem potências até 15-20 MW, enquanto que os motores lentos de 90 a 120 rpm chegam, a produzir 42 MW. Valores de rendimento têm sido gradativamente aumentados, onde índices na faixa de 40 a 45% e 48 a 52% têm sido observados para motores de 4 e 2 tempos, respectivamente. Além disso, o terceiro fator complementando o quadro de viabilidade é a possibilidade de uso de combustíveis de baixa qualidade, reduzindo o custo operacional do equipamento.

Em função desta evolução e dos resultados alcançados, o uso destas máquinas tem sido estendido para outras áreas, por exemplo, na geração elétrica. Aplicações até 150MW por central térmica têm sido observadas, principalmente em sistemas isolados ou com baixo fator de carga. Em alguns países asiáticos, a geração local com motores Diesel compete em termos econômicos com a geração centralizada em grandes usinas termoelétricas, incluindo, neste caso, o sistema de atendimento via linhas de transmissão.

No Estado de São Paulo existem algumas localidades que necessitam a curto e médio prazos (2 a 10 anos) reforço no sistema de transmissão; entretanto, o fator de carga e o crescimento da demanda associado é pequeno, tendo a sua origem nos setores residencial e rural. Nesta situação, a geração elétrica com motores Diesel é uma alternativa à expansão das linhas de transmissão, produzindo o mesmo efeito final, isto é, o de atender o mercado. Além destes casos, estão sendo estudados o atendimento de pequenas cargas em localidades isoladas e pontos na rede com necessidade de compensação reativa. A avaliação tem caráter técnico, envolvendo aspectos operacionais, de confiabilidade e disponibilidade, e econômico comparando-se os custos iniciais e anualizados.

Baseado na demanda de carga, os motores analisados são do tipo 4 tempos, com potência por unidade na faixa de 3 a 8 MW. Análises iniciais indicaram a possibilidade do óleo combustível tipo 1A com pequena diluição de óleo leve. Avaliações neste campo estão sendo realizadas no sentido de verificar a possibilidade de eliminar a diluição.

Os resultados até o presente momento indicam a potencialidade de uso de motores Diesel em algumas aplicações, por exemplo, na auto-produção de energia elétrica e mesmo na geração em condições de complementação térmica, com fator de carga baixo e onde o suprimento de água é crítico.

ANÁLISE EXERGÉTICA DE USINAS TERMOELÉTRICAS OPERANDO COM ÓLEOS ULTRA-VISCOSOS: IDENTIFICAÇÃO DE POTENCIAIS PARA MELHORAR O RENDIMENTO DA USINA

Jean Cesare Negri
Cia. Energética de São Paulo (CESP)

Silvio de Oliveira Júnior
IPT e Escola Politécnica da USP

O programa termoelétrico da CESP para a corrente década, incorporado no Plano Decenal da Eletrobrás em 1988 consta de 2 usinas com capacidade total de 1050 MW.

As usinas são compostas de unidades modulares de potência de 350 MW e deverão consumir óleo combustível tipo 8A e 9A. A operação das usinas será em regime de complementação térmica, sendo previsto um fator de carga médio de 45%.

Os parâmetros do ciclo térmico tipo Rankine, definidos a partir do custo de combustível e do regime de operação da usina, indicam a aplicação de três turbinas (alta, média e baixa pressão), o uso de um reaquecimento na caldeira e 7 aquecimentos regenerativos. Os valores de pressão e temperatura do vapor na saída da caldeira em condição de sub crítico, são 175 bar e 538 °C, respectivamente.

O trabalho em pauta apresenta a análise exergética do ciclo térmico específico e da usina, envolvendo todas as entradas e saídas, incluindo os subprodutos.

A análise do ciclo térmico engloba a determinação de cerca de 30 estados termodinâmicos do fluido vapor-líquido, envolvendo as entradas e saídas nos diversos equipamentos. Nas condições estabelecidas para a especificação técnica, serão calculadas as eficiências e perdas exergéticas para os componentes do ciclo, sendo que os resultados finais serão sintetizados num Diagrama de Grassman.

A avaliação global da usina visa fundamentalmente efetuar uma análise de sensibilidade em função da presença do sistema de dessulfurização de gases e das variações vinculado ao tipo de sistema de refrigeração escolhido. A dessulfurização escolhida é do tipo via úmida, onde o calcário é combinado com o SO_x produzindo gesso numa taxa média estimada de 170 t/d. O sistema de refrigeração do condensador demanda de 30 a 36 mil t/h de água, por unidade de 350 MW e depende da disponibilidade do suprimento da fonte fria, podendo ser de circulação aberta ou fechada, por torre úmida ou seca, afetando a eficiência da usina. Neste sentido, partindo dos dados conhecidos na fase de projeto, serão avaliados os ganhos e as perdas exergéticas para as alternativas de configuração apresentadas.

ATIVIDADES DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS TÉRMICOS NA COMPANHIA SIDERÚRGICA NACIONAL

Adelmo Crespo Machado
Cia. Siderúrgica Nacional

INTRODUÇÃO

As crises energéticas que ocorreram a partir de 1973, impulsionadas por aumentos de preços e por riscos no abastecimento de petróleo aos países dependentes, mostraram à indústria uma nova realidade, na medida em que as fontes energéticas, antes baratas, passaram a partir de então a influenciar mais intensamente os custos de produção e onerar portanto os seus produtos. No caso brasileiro, a indústria em geral caracterizou-se na época como um setor altamente dependente dos derivados de petróleo, devido ao elevado consumo de óleo combustível.

Em contra-partida, as reações se fizeram sentir a partir da maior prioridade que passou a ser atribuída aos assuntos relativos à energia, abrindo espaços à realização de trabalhos que acenassem para reduções de consumo de fontes energéticas, notadamente o óleo combustível. Como era recomendável, os primeiros trabalhos realizados tiveram um conteúdo mais abrangente no que se refere ao tipo de indústria e se constituíram notadamente de: (i) implantação de sistemas mais eficazes de gestão do uso de fontes energéticas; (ii) eliminação de desperdícios devido ao mau uso ou uso incorreto de utilidades; (iii) realização de diagnósticos em sistemas de energia nas indústrias (balanços energéticos); (iv) realização de diagnósticos de consumo de energia em equipamentos (balanços térmicos), notadamente de fornos; (v) reformas em fornos com adoção de isolamentos térmicos mais eficientes em paredes e sistemas de refrigeração; (vi) implantação de recuperadores de calor dos gases oriundos da combustão de fornos.

Os trabalhos desta natureza acarretaram seguramente em reduções de consumo, mas também posicionaram a indústria em geral num grau de maturidade mais elevado na operação de seus equipamentos. A partir de então, os desenvolvimentos subsequentes passam a ser forçosamente mais sofisticados e complexos, envolvendo o desenvolvimento de modelos que possibilitem uma futura operação automatizada, com consequentes otimizações de consumo energético e melhoria da qualidade dos produtos.

Especificamente, no que se refere à Siderurgia Brasileira, o grau de aperfeiçoamento na operação de seus equipamentos já indica a fase atual como oportuna para o desenvolvimento e implantação de modelos que contêm o equacionamento dos processos de transferência de calor nos diversos fornos siderúrgicos. A Companhia Siderúrgica Nacional considera tais desenvolvimentos como uma real necessidade para promover a otimização dos processos térmicos e para tanto, vem implementando em seu Centro de Pesquisas atividades para tal fim.

Após uma breve descrição da configuração energética e produtiva da Usina Presidente Vargas da CSN, serão apresentadas as principais linhas de pesquisa ora em desenvolvimento na área térmica.

CONFIGURAÇÃO PRODUTIVA E ENERGÉTICA DA USINA PRESIDENTE VARGAS DA CSN

A usina é do tipo integrada, porque dispõe das seguintes fábricas em seu processo produtivo:

Redução do Minério de Ferro. Consiste na preparação/fabricação do coque redutor e na preparação/aglomeração do minério de ferro. O coque e o sinter são destinados aos Altos-fornos que promovem a redução, obtendo-se assim o ferro-gusa. No aspecto energético, o setor de redução consome 67% do total de energia primária da Usina, dos quais, 45% ocorre nos Altos-fornos. Produz dois importantes insumos energéticos – o gás de coqueria e o gás de alto-forno – que são utilizados como combustíveis nesta e nas demais fábricas da Usina.

Refino do Ferro Gusa e Lingotamento do Aço Líquido. Neste conjunto de unidades da usina, obtém-se primeiramente o aço líquido, nas especificações de composição química requeridas para cada tipo de produto, através do processo LD, caracterizado por um baixo consumo energético. A combustão incompleta do carbono do gusa gera o gás de Aciação LD, o qual é recuperado e utilizado em outros setores da usina como combustível.

A seguir, cerca de 87% da produção de aço líquido é solidificado na forma geométrica de placas nas linhas de lingotamento contínuo, preferencialmente utilizadas devido ao seu elevado rendimento de material aliado a um menor consumo energético. Os restantes 13% são lingotados convencionalmente e produzem blocos de aço.

Esta fábrica responde por apenas 3,0% do consumo de energia primária da Usina.

Laminação dos Produtos Semi-acabados de Aço. Este setor, composto das laminações a quente e a frio visa a adequar os diversos produtos às especificações requeridas, tanto de propriedades mecânicas quanto de dimensões gerais.

Na laminação a quente, as placas sofrem uma drástica redução de sua espessura para obter as tiras de aço ou, os blocos de aço sofrem laminações específicas para produção de não planos (trilhos e perfis). Antes do processo de laminação, é necessário um reaquecimento destes produtos semi-acabados nos chamados fornos de reaquecimento, ou seja, a grande parte da produção de aço da usina é reaquecida nestes fornos, cujo consumo de combustível situa-se na faixa de 1255 - 1674 MJ por tonelada de aço, variando de acordo com o ritmo de produção, com o tipo de produto a ser laminado e com o estado geral do forno. A laminação a quente requer o mais elevado consumo de combustível dentre toda a área de laminação e, acrescentando-se as demais formas de energia, responde por 11% do consumo de energia primária da usina.

A laminação a frio compõe-se das unidades de decapagem ácida e dos laminadores de tiras a frio para produzir chapas finas de bobinas com espessuras da ordem de 0,18m a 0,38mm.

Recobrimento. Este setor produz chapas de aço com revestimento metálico apropriado a outros segmentos industriais. Inicialmente, é necessário um tratamento térmico dos produtos da laminação a frio, o qual é realizado nas unidades de recozimento contínuo, com um consumo de combustível da ordem de 850 MJ por tonelada de tira de aço processada.

Os produtos da CSN são as folhas ou bobinas zincadas, estanhadas (folhas de flandres) ou cromadas.

A descrição das diversas etapas do processo siderúrgico, embora sucinta, indica que paralelamente ao processamento do aço é necessário o funcionamento de um complexo sistema de geração e distribuição de utilidades (energia elétrica, vapor, oxigênio, água, etc), além da distribuição dos combustíveis gasosos gerados na própria usina e consumidos em seus fornos.

Aspectos Gerais. Na área térmica, são dois os aspectos relevantes e peculiares da usina da CSN:

- a) O carvão mineral para a produção de coque e o gás natural, ambos comprados para serem utilizados nos altos-fornos como promotores da redução do minério de ferro, necessitam de uma permanente otimização de seu consumo, com vistas a manter a competitividade na produção de gusa. Este objetivo vem sendo alcançado com o permanente aperfeiçoamento do controle do processo.
- b) O gás natural, comprado para complementar as necessidades de aquecimento dos fornos da usina, necessita ter seu consumo minimizado porque representa acréscimos no custo de produção. A meta de auto-suficiência em combustíveis para fins de aquecimento deverá ser alcançada através da melhoria no rendimento térmico dos processos de aquecimento praticados.

Estes dois aspectos norteiam todas as atividades de pesquisa e desenvolvimento praticadas na CSN, no que se refere a área térmica.

PESQUISA E DESENVOLVIMENTO NA ÁREA TÉRMICA

Além das atividades de assistência-técnica à Usina na solução de problemas a curto-prazo, o Centro de Pesquisas trabalha na área térmica há alguns anos dentro do conceito de linhas de pesquisa. Este conceito é extremamente útil porque garante resultados consistentes ao integrar ações entre os projetos de pesquisa associando o plano de treinamento ao plano de P & D. As linhas dispõem de projetos de desenvolvimento teórico e também experimental.

As linhas de pesquisa atualmente em andamento e que atendem aos objetivos citados na descrição dos aspectos relevantes da área térmica da CSN, são as seguintes:

Otimização do Fluxo Gasoso nos Altos-fornos. A partir da obtenção de dados durante as operações de enchimento dos altos-fornos em seu início de campanha, foram concluídos os modelos estatístico e determinístico da trajetória de materiais no topo e a seguir o modelo geométrico de estimação da distribuição de carga nos altos-fornos.

A fase atual consiste na obtenção de dados experimentais, visando ao modelamento da distribuição do fluxo gasoso na zona granular e também de ensaios de amolecimento e fusão dos diversos materiais que compõem a carga do forno.

O projeto final é o do modelo global de fluxo gasoso nos Altos-fornos.

Otimização do Desempenho Termodinâmico dos Altos-fornos. Esta linha de pesquisas possibilitou à CSN desenvolver um sistema automatizado de controle do processo em seus altos-fornos, denominado SIGO (Sistema Integrado de Gerenciamento Operacional dos altos-fornos), que se acha atualmente em fase de implantação.

O seu desenvolvimento constituiu-se na implantação dos balanços de massa e térmico (global e estagiado) e na formulação de alguns diagramas tipo de trocas térmicas e da

taxa de redução direta, os quais permitem a obtenção de parâmetros de controle do processo.

Maximização da Produtividade das Baterias de Fornos de Coque. Esta linha de pesquisa contempla um conjunto de projetos na área térmica, ora em andamento, e que compreendem a obtenção do modelo de determinação do ponto final de coqueificação da mistura de carvões e as equações do balanço térmico da bateria de fornos. O controle do aquecimento das baterias será feito a partir destas duas funções automatizadas.

DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS DE COMBUSTÃO E DE AQUECIMENTO EM FORNOS INDUSTRIAIS

Esta linha de pesquisas se desenvolve em duas vertentes a saber:

- a) O desenvolvimento dos processos de combustão, com projetos de alta carga experimental, que se desenvolvem nos vários fornos da usina, visando a otimizar o controle dos processos de combustão praticados. Quando o desenvolvimento requer a obtenção de parâmetros em simulações fora da rotina operacional de algum forno, utiliza-se o forno piloto de combustão.
- b) O modelamento da transferência de calor em fornos do tipo contínuo para aquecimento de produtos semi-acabados de aço. A ênfase nestes projetos está voltada para os fornos de reaquecimento de placas, dada a sua importância já ressaltada no capítulo anterior deste trabalho.

TECNOLOGIAS APLICÁVEIS EM FORNOS DE REAQUECIMENTO DE PLACAS PARA REDUÇÃO DO CONSUMO DE ENERGIA TÉRMICA

Antonio Henriques Botelho de Mello
Cia. Siderúrgica Nacional

INTRODUÇÃO

Em uma Indústria Siderúrgica, muitas unidades industriais dependem da energia térmica para sua operação. Podemos citar como exemplo, alguns equipamentos utilizados nas fases de processamento para obtenção de produtos intermediários:

- forno de coqueificação;
- forno de ignição da máquina de sinterização;
- altos-fornos;
- aquecedor de panela de aciaria;
- aquecedor de distribuidores da corrida contínua;
- forno poço;
- forno de placas;
- forno de tarugos;
- fornos de recozimento contínuo e em caixa;
- forno da zincagem;
- caldeiras para geração de vapor.

Portanto, muitos equipamentos das unidades industriais utilizam energia térmica proveniente de uma gama variada de combustíveis, oriundos de diversas fontes energéticas, tais como: gás de coqueria, moinha de coque, coque, óleo combustível, gás natural, gás de alto-forno e gás de aciaria.

O custo de energia referente a obtenção dos produtos siderúrgicos representa uma parcela considerável do custo final do produto. A laminação, envolvendo energia térmica e elétrica, se caracteriza como a segunda maior consumidora entre as funções siderúrgicas. Informações sobre os resultados operacionais de fornos de reaquecimento de placas de última geração demonstram que uma parcela relevante do custo final do produto, referente ao consumo específico de combustíveis (Mcal/tonelada de placa aquecida), pode ser reduzida. Isto, além de contribuir diretamente com a redução da poluição atmosférica pela geração de dióxido de carbono, aumenta a rentabilidade da empresa, tornando o produto mais competitivo, principalmente a nível de mercado internacional. No presente trabalho, serão apresentadas algumas tecnologias e aperfeiçoamentos para redução do consumo de energia térmica, em fornos de reaquecimento de placas.

DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO

O laminador de tiras a quente n° 2 da Companhia Siderúrgica Nacional é abastecido por quatro fornos de reaquecimento de placas do tipo recuperativo. Cada forno é dividido em três zonas ao longo de seus 34,5 metros de comprimento, denominadas pré-aquecimento, aquecimento e encharque. A função do forno é de aquecer continuamente placas de aço, cujas dimensões mais usuais são da ordem de 0,25 × 1,2 × 10,0 metros. As temperaturas de desenformamento das placas atingem a casa dos 1200 °C. Os queimadores de chama direta

são agrupados em oito regiões superiores e inferiores ao nível das placas, de modo a promover um aquecimento igualmente homogêneo em ambas as faces da placa. Os combustíveis utilizados são: o gás de coqueira (obtido internamente na CSN, através do processo de coqueificação do carvão); o gás natural e o óleo combustível, estes dois últimos comprados externamente. A produção nominal de cada forno é de 250 toneladas por hora de placa enfiada.

Para a sustentação das placas no interior do forno são utilizadas "vigas fixas". O deslocamento das placas no interior do forno é feito a uma baixa velocidade por meio de "vigas caminantes" (walking beam). Estas vigas (skid-pipes) são refrigeradas internamente por água a alta pressão.

Os gases da combustão, antes de serem lançados para a atmosfera, passam por recuperadores de calor que promovem o pré-aquecimento do ar atmosférico utilizado na combustão.

EVOLUÇÃO DO CONSUMO ESPECÍFICO DOS FORNOS DE REAQUECIMENTO DE PLACAS

Através do Quadro 1, podemos observar a variação do consumo específico médio dos fornos, nos últimos três anos.

QUADRO 1

Consumo de Energia Térmica dos Fornos do LTQ-II da CSN

ano	1989	1990	1991
consumo (MJ/ton)	1812	1762	1645
consumo (Mcal/ton)	433	421	393

ALGUMAS TECNOLOGIAS DISPONÍVEIS REFERENTES À REDUÇÃO DE CONSUMO DE COMBUSTÍVEIS

Algumas tecnologias que apresentam melhorias na redução de consumo de combustíveis, estão relacionadas com o método de operação e a disponibilidade de sistemas e equipamentos instalados no projeto do forno. Tais tecnologias serão apresentadas a seguir:

Alterações nas Taxas de Ar em Excesso. Cada forno é equipado com sistemas de controle da combustão, os quais são ativados pelas mudanças no nível de oxigênio nas fumaças. Em termos gerais, para se garantir uma combustão completa no forno, são utilizados taxas de excesso de ar de 10% em relação ao ar estequiométrico (equivalente a aproximadamente 2% de oxigênio nas fumaças). Se empregarmos níveis de excesso de ar mais altos, ficaremos sujeitos a aumento de consumo de energia.

Enfornamento a Quente. Esta prática já foi utilizada pela CSN, sendo que desde 1987 não tem sido mais aplicada, pois depende de uma variedade de fatores tais como:

- configuração total da usina, e a distância entre a corrida contínua e o laminador;
- necessidade de inspeção a frio e as condições da superfície da carga a ser enforçada (influenciado por mistura de produtos, desenvolvimento da inspeção a quente e prática de escarragem a quente, para obtenção de produtos semi-acabados livres de defeitos);
- investimentos em equipamentos adequados para manusear e enforçar placas quentes.

Modificação da Temperatura de Desenforamento. A prática consiste em descarregar placas na temperatura de 1170 °C, ao invés dos habituais 1200 °C, de forma a minimizar o consumo de combustíveis dos fornos de reaquecimento. Isto é possível ao se colocar coberturas isoladas no leito do laminador, entre o trem de desbaste e o trem acabador. Há porém, um acréscimo no consumo de energia elétrica dos acionadores dos laminadores. O investimento das coberturas de isolamento, não é pequeno, pois as mesmas necessitam de um sistema para abertura rápida, caso haja necessidade de remoção de material nas mesas. Existe ainda o risco de acidente provocado por possíveis choques entre o esboço laminado e as paredes das coberturas. Estes acidentes poderiam vir a acarretar danos a estrutura e ao isolamento das coberturas, ocasionando paradas no laminador. A CSN não possui isolamento de mesas.

Recuperação de Calor das Fumaças para Pré-Aquecimento do Ar de Combustão. A maior perda de energia de fornos de reaquecimento é pelo calor sensível das fumaças, cujas temperaturas ultrapassam a 700 °C. Os fornos da CSN possuem sistema de recuperadores de calor os quais aquecem o ar de combustão em torno dos 450 °C.

Recuperação de Calor das Fumaças para Pré-Aquecimento do Gás Combustível. Este equipamento é instalado

quando se utiliza combustíveis pobres, de baixo poder calorífico, de modo a aumentar a sua temperatura de chama. Como exemplo deste combustível temos a mistura de gás de alto-forno com gás de coqueria. A CSN não dispõe deste equipamento, pois não utiliza mistura semelhante de combustíveis em seus fornos de reaquecimento de placas.

Modelo de Otimização e Controle da Combustão. O desenvolvimento de modelos de simulação de fornos, através do equacionamento da transferência de calor no seu interior, permitem calcular as temperaturas das placas, paredes refratárias e gás em cada região do forno. Com o aperfeiçoamento do modelo, pode-se obter as curvas ótimas de aquecimento para cada tipo de produto enforçado. O modelo de otimização constitui o "software" usado nos computadores de processos.

Refrigeração das Vigas por Vapor. A substituição do sistema de refrigeração das vigas (skids) de água por vapor, denominada "skids de cabeça quente", reduz a perda de calor do forno. Isto se deve a maior eficiência da troca de calor, além do sistema ser recuperativo para o reaquecimento do vapor utilizado. A CSN dispõe atualmente do sistema de refrigeração por água, estando planejando uma possível substituição nas reformas futuras dos fornos.

ECONOMIA DE COMBUSTÍVEIS RELACIONADAS A PROJETO E OPERAÇÃO

O consumo de combustível de fornos de reaquecimento também varia com o projeto do forno e a sua condição operacional. É frequente depararmos com fatores que exigem mudanças na técnica de operação ou de alteração no projeto do forno. Podemos citar alguns deles:

- condições do material (temperatura de carregamento e extração do material, taxa de produção, dimensões da placa e frequência de mudança de dimensões);

- condições de aquecimento e combustão (tipo de combustível e seu poder calorífico, razão de excesso de ar, pressão interna do forno, padrão de aquecimento);
- construção do forno (volume interno, número de zonas, grau de isolamento das paredes, método de resfriamento e construção dos "skid-pipes" e da estrutura das portas);
- sistema de recuperação de calor pelas fumaças (recuperador, caldeira aquecida pelas fumaças, caldeira aquecida pelos "skids").

CONSIDERAÇÕES

Na ordem para redução total de consumo de combustíveis, cada uma destas tecnologias deve ser verificada em relação à sua aplicabilidade no equipamento disponível. Em resumo, a economia de combustível em fornos de reaquecimento é obtida por meio de:

- aumento da temperatura de carregamento das placas;
- redução da energia efetiva de descarregamento da placa;
- otimização da eficiência de transferência de calor através de melhoria no projeto do forno;
- otimização das condições de operação do forno com a implantação do modelo de otimização.

RESULTADOS

Aumentos significativos na eficiência térmica dos fornos de reaquecimento simulados com os modelos numéricos puderam ser verificados. Como exemplo, podemos citar:

- alterações do posicionamento das zonas e aumento das áreas de chama por meio da instalação de um maior número de queimadores com menor potência;
- redução da perda por radiação pelo aumento do isolamento das paredes e portas;
- aumento do comprimento do forno para intensificar a transferência de calor direta dos gases para as placas enforçadas;
- comprovação dos resultados com a prática de enforamento à quente;
- melhor controle da formação de carepa devido a possibilidade de se operar com temperaturas mais baixas;
- acompanhamento da diferença entre as temperaturas das paredes refratárias do forno e das placas, de modo a verificar a eficiência da transferência de calor do forno.

CONCLUSÃO

As tecnologias descritas neste trabalho devem ter sua aplicabilidade verificada nos fornos disponíveis. O desenvolvimento de modelos numéricos que equacionam as trocas térmicas no interior do forno possibilita, na maioria dos casos, uma quantificação dos benefícios destas tecnologias em termos de redução de consumo de combustíveis. Destes modelos, são obtidos os "software" utilizados nos computadores de processo. A prática de se desenvolver um modelo de transferência de calor para um forno em particular, é meta de muitas empresas. O Centro de Pesquisas da CSN vem desenvolvendo um modelo numérico, para simular a operação do forno, de modo a aperfeiçoar e otimizar as tecnologias disponíveis, e poder analisar a viabilidade da implantação das tecnologias ainda não disponíveis.

MESA REDONDA

PANEL DISCUSSION

CONSERVAÇÃO E RACIONALIZAÇÃO DE ENERGIA

ENERGY: CONSERVATION AND RATIONALIZATION

MODERADOR:

Prof. David Zilbersztajn
Instituto de Eletrotécnica e Energia
USP

PARTICIPANTES:

Dr. Antonio Pagy
Secretário Executivo Adjunto do PROCEL
ELETROBRÁS

Dr. José Eudes Touma
CONPET

Dr. José Roberto Moreira
BIOMASS USER NETWORK

**AUTORES
AUTHORS**

Aboye, M.	657
Aguilera, H.G.	149/153
Alfano, G.	97
Almeida, S.C.A. de	257/705
Alves, J.L.D.	317
Alvim Filho, G.F.	51
Amarante, J.C.A.	593
Amorim, J.C.C.	613
Amorim, J.L. de	51
Andrade, A.L. de	199
Araújo, M.R. O.P. de	9
Araújo, P.M.S.	479
Araújo, Z.A. de	9
Arens, H.G.	305
Asensio, M.C.	375
Azevedo, A.G.	333
Azevedo, J.L.F.	17/21/141
Azevedo, L.F.A.	101/419
Azevedo Filho, L.M.M. de	724
Bajay, S.V.	441
Bannwart, A.C.	187/215
Barcellos, C.S.	13
Barcellos, K.M.	231
Barcellos, W.M.	399
Barrozo, M.A.S.	685
Bastos, J.L.F.	669
Bastos, L.E.G.	507
Bastos Netto, D.	57
Beltran, J.I.L.	379
Benzecry, J.H.	705
Berlinck, E.C.	491/495
Bianco, L.C.B.	187
Biscaia Jr., E.C.	349
Blanco, R.L.D.	275
Borges, E.M.	693
Bortoli, A.L. de	13
Bortoni, E.C.	453
Braga, C.V.M.	191
Braga Filho, W.	577
Brandão, M.P.	5
Buonfiglio, A.	724
Burjaili, M.M.	157
Caldas, G.T.	37
Camara, E.F.	1
Campelo Junior, J.H.	111/119
Campo, A.	585
Campos, E.B.	471/475
Campos, J.A.P.	722
Campos, J.R.	427
Carajilescof, P.	661/665
Cardelli, C.F.	149/153
Cardone, G.	251
Cardoso, H.P.	123
Carlomagno, G.M.	251
Carneiro, M.	657
Carrocci, L.R.	301
Carvalho, E.S.	37
Carvalho Junior, J.A. de	45
Carvalho, M.A.M.	141
Carvalho, M.G.	73
Carvalho, M.S.	589
Carvalho, R.J.	483
Cavalcanti, M.A.W.	403
Cesar, M.A.V.	553
Chato, J.C.	545/549
Chaves, C.A.	371/581
Clausse, A.	179/183/677

Coelho, C.	717
Coimbra, C.F.M.	73
Colle, S.	123
Cortez, L.A.B.	459/463
Cortez, M.F.B.	637/649/653
Costa Dias, L.F.	459
Costa, M.L.M.	367/569
Cotta, R.M.	137/279/325
Coutinho, A.L.G.A.	313/317
Couto, H.S.	57
Creiasco, M.A.	697
Cruz, D.O.A.	623
D'Abreu, J.C.	483
Dalvi, E.A.	239/411
D'Ambrosio, F.R.	97
Dantas, A.A.A.	511
Dawson, R.W.	63
De Lima, L.C.	449
Delmastro, D.	183/677
De Luca, L.	251
Ding, Y.	167
Dourado, W.M.C.	21
Emmerich, F.G.	239
Escobedo, J.F.	511
Fagotti, F.	541/723
Faraco-Medeiros, M.A.	673
Fernandes, L.C.V.	399
Fernandes, R.C.	499
Fernandez, E.F.	191
Ferreira, M.A.	45
Ferreira, R.T.S.	341/525/533/537/541/557/565/723
Ferreira, V.C.S.	203/247
Fiebig, M.	649/653
Figueira, R.M.	471/475
Figueiredo, A.M.D.	171
Figueiredo, J.R.	337
Finzer, J.R.O.	157
Fiorelli, F.A.S.	77
Fleischfresser, L.	557
Fortes, M.	471/475
Franca, F.A.	161
Franca, L.	329
Franco, C.B.	661
Franco Jr., M.R.	685
Freire, A.P.S.	597/623
Freire, D.G.	321
Freitas, D.S.	387/391
Frey, S.	329
Frota, M.N.	257/577
Gabay, T.	705
Galvani, R.	219
Gama, R.M.S.	367/569
Ganzarolli, M.M.	115
Garotti, J.L.	267
Gasche, J.L.	565
Girardi, R.M.	1
Giudici, R.	195
Goldstein Jr., L.	219/223
Gondim, R.R.	107
Gouveia, M.C.	415
Gouveia, R.P.	407
Gregori, A.T.	463
Grosse-Gorgemann, A.	131/357
Gueller, G.F.	301
Gurgel, J.M.	561
Hackenberg, C.M.	227
Haddad, J.	423

Hamada, J.	427/431
Haneke, H.	357
Hanriot, S.M.	641
Happ, J.F.	435
Hayashi, T.	605
Heinzelmann, E.	P-61
Hirata, M.H.	9
Holl, A.	131
Ielo, V.	722
Ismail, K.A.R.	645
Jabardo, J.M.S.	545
Jenkins, B.M.	435
Jorge, L.M.M.	195
Junqueira, S.L.M.	33
Kakaç, S.	167
Kaviany, M.	P-17
Khatchatourian, O.A.	59
Kieckbusch, T.G.	157
Klick, H.	605
Klüppel, R.P.	403/561
Kohler, H.M.	483
Koury, R.N.N.	231
Kowsary, F.	515
Kumar, S.	521
Lacerda, N.L.	267
Lage, P.L.C.	293
Lahey, R.T.	P-1
Landau, L.	317
Laschefski, H.	131/357
Lavalle, G.G.	179/183
Le Goff, P.	207/395
Leite, A.O.P.	45
Leite, C.A.T.	673
Leites, J.M.M.	723
Lemos, M.J.S.	627
Limaverde, J.R.	157
Lombardi, G.	219
Lopes, L.C.D.	349
Loureiro, L.V.	669
Lyrio, A.A.	239
Machado, A.C.	479/725
Machado, H.A.	137
Machado, L.	231
Mahan, J.R.	515
Maliska, C.R.	13/145/353/363
Manca, U.	287
Mancinelli, B.	677
Manke, A.L.	341
Maunsell, M.G.	25
Manzanares Filho, N.	297
Marchi, C.H.	145/353
Marotta, A.	689
Marques, M.E.	529
Marques, R.P.	491/495
Mascarenhas, L.A.T.	467
Massaquer, P.R.	149/153
Mattos, B.S.	17
Mattos, H.C.	367
Meechan, K.	657
Mello, A.H.B. de	727
Mello, P.	487
Melo, C.	81/85/525
Melo, C.A. de	645
Menon, G.J.	127
Mesquita, A.L.A.	271
Migliano, A.C.C.	693
Migueis, C.E.S.S.	57

Milanez, L.F.	115
Mitra, N.K.	131/357/649/653
Möller, S.V.	275
Monchoux, F.	231
Morales, J.C.	585
Morel, J.C.O.	722
Mori, M.	503
Moura, L.F.M.	175
Moura L.M.	123
Muller, A.	709
Mundim, M.J.	471/475
Musis, C.R.	111
Nacache, M.F.	573
Nardini, S.	287
Naso, V.	287
Negrão, C.O.R.	85
Negri, J.C.	724
Nieckele, A.O.	171/415/419/601
Nogueira, A.C.R.	601
Nogueira, L.A.H.	453
Nogueira, L.A.O.	441
Nunes, E.L.	37
Ojima, M.K.	431
Oliveira, A.R.E.	321
Oliveira Junior, S. de	207/395/724
Oliveira, M.B.	37
Oliveira, W.	297
Onusic, H.	722
Orlande, H.R.B.	29
Orlando, A.F.	411
Ostwald, P.M.	325
Özişik, M.N.	29
Pacheco, R.G.	203
Page, R.H.	131
Pagot, P.R.	507
Panek, J.S.	545
Parise, J.A.R.	491/495
Passos, E.F.	37
Patankar, S.V.	P-51
Pellegrini, C.C.	283
Pereira, R.G.	577
Perez, M.M.	41
Perez, S.A.N.	211
Pessoa, E.B.S.V.	407
Petrov, G.N.	715
Pimenta, M.M.	93/345/549
Pinheiro, P.C.C.	69
Pinotti, M.	309
Poli, M.I.	247
Prata, A.T.	235/341/387/391/533/537/541/565/723
Priante Filho, N.	111/119
Puff, R.	533/537
Qassim, R.Y.	283
Queiroz, E.M.	227/499
Queiroz, M.	63/101
Raad, N.	521
Ramalho, F.P.	673
Rangel, R.H.	293
Ravagnani, M.A.S.S.	199
Renken, K.J.	657
Rezkallah, K.S.	175
Ribeiro, M.H.C.	51
Ribeiro, M.M.	127
Riccio, G.	97
Rocha, N.R.	243/637/641
Rocha, R.T.V.	669
Rodrigues, E.F.	637

Rodrigues, G.J.	161
Rosa, E.S.	161/309
Rossi, L.F.S.	215
Ruiz, H.A.	37
Russo, J.A.C.	593
Rzatkı, J.R.	81
Saboya, F.E.M.	479
Sadhu, D.P.	111/119
Salvadori, F.	59
Sampaio, R.	329/367/569
Santos, A.H.M.	453
Santos, C.A.C.	107
Santos, F.C. dos	313
Santos, J.M.	419
Santos, S.A.F.	243
Santos, V.F.	423
Schmid, A.	89/445
Scholz, F.	167
Scofano Neto, F.	279/681
Scola, L.A.	283
Severino Fo., L.	445
Seyed-Yagoobi, J.	375
Silva, A.F.C.	145/353/363
Silva, A.J. da	633
Silva, A.M.	191
Silva, F.R. da	681
Silva, M.N.	9
Silva, R.J. da	211
Silveira, J.C.C. da	59
Silveira, J.P.	P-61
Sircilli Neto, F.	693
Souza, F.L. de	1
Souza, A.L.	545/549
Souza Mendes, P.R.	573/589
Speranza Neto, M.	681
Stancato, F.	93
Stevens, J.	261
Stuckenbruck, S.	333
Su, J.	597

Tambellini, F.	223
Tavares, R.P.	467
Teixeira, C.O.	499
Teixeira, R.	247
Telles, R.S.	383
Tkacheva, T.M.	715
Todescat, M.L.	533/541/723
Torii, K.	617
Toro, P.G.P.	137/701
Trevisan, O.V.	33/371/379/383/581
Umbehaum, P.E.	669
Vegini, A.A.	503
Verdério, L.A.	25
Veziroglu, T.N.	449
Vianna, J.N.S.	407
Vielmo, H.A.	235/363
Viskanta, R.	P-39
Vodianitskaia, P.	445
Volpe, E.V.	345
Wagner, S.	17
Walter, A.C.S.	441
Wattelet, J.P.	545/549
Webb, B.W.	101/261
Woiski, E.R.	553
Wrobel, L.C.	41
Yanagihara, J.I.	617
Zangrandi Filho, J.	301
Zaro, M.A.	709
Zerbini, E.J.	609
Zimitcheva, J.	715
Zindeluk, M.	257
Ziviani, M.	171