ABCM ENCIT 86

ANAIS

I ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TERMICAS

Rio de Janeiro, RJ

10 - 12 de Dezembro de 1986

ENCIT 86

ANAIS

I ENCONTRO NACIONAL DE CIÊNCIAS TÉRMICAS

PUC/RJ

ABCM
SBMAC
ABEnS

COMISSÃO ORGANIZADORA

PRESIDENTE: **Eloi Fernandez y Fernandez**

VICE-PRESIDENTE: **Pedro Carajilescov**

1º SECRETÁRIO: **Paulo Roberto de Souza Mendes**

2º SECRETÁRIO: **Álvaro Toubes Prata**

TESOUREIRO: **Flavio Dickstein**

EDITOR CHEFE: **Antonio Mac Dowell de Figueiredo**

ORGANIZAÇÃO

ABCM · ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

SBMAC · SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL

ABEnS · ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ENERGIA SOLAR

PATROCÍNIO E APOIO

ABCM · SBMAC · ABEnS · CNPq · CAPES · FINEP · ITA

PUC/RJ · COPPE · UFSC · MANGELS · PIRELLI · IPIRANGA · CONTROL DATA

REVISORES

Alcir de Faro Orlando
Álvaro Toubes Prata
Angela Ourivio Nieckele
Antonio Santos Vargas
Carlos Edilson de Almeida Maneschy
Carlos Valois Maciel Braga
Clóvis Raimundo Maliska
Cyrus Macedo Hackenberg
Flávio Dickstein
José Alberto Parise
José Carlos Albano do Amarante
Leopoldo Eurico Gonçalves Bastos
Luís Fernando Alzuguir Azevedo
Luiz Fernando Milanez
Marcelo José Santos de Lemos
Maurício Nogueira Frota
Miguel Hiroo Hirata
Paulo Murillo de Souza Araújo
Renato Machado Cotta
Sergio Leal Braga
Washington Braga Filho
Zulcy de Souza

EDITORIAL

Diferentes experiências foram feitas com a intenção de reunir os profissionais que trabalham na área de Ciências Térmicas - Transferência de Calor, Mecânica dos Fluidos e Termodinâmica. Deste modo, restritamente a esta área, foram realizados congressos, simpósios e organizadas Associações. Apesar dos esforços empregados por seus organizadores, as Associações específicas não se perpetuaram e os Encontros não se consolidaram.

Paralelamente, o Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM patrocinado pela Associação Brasileira de Ciências Mecânicas - ABCM, vem se caracterizando como o principal elemento catalizador dos trabalhos produzidos na área de Ciências Térmicas. Entre as grandes áreas de estruturação dos últimos COBEMs, as Ciências Térmicas têm contribuido com aproximadamente 40% dos trabalhos.

A seriedade, o profissionalismo e o espírito de união da comunidade em muito têm contribuido para manter a certeza da periodicidade e a homogeneidade do COBEM, refletidos principalmente pela alta qualidade dos trabalhos.

O crescimento do COBEM abriu perspectivas para a organização de Encontros específicos, por áreas de concentração. A ampliação do espaço para divulgação de uma produção crescente de trabalhos e um maior intercâmbio entre pesquisadores afins tornou-se essencial.

Ciente de tais necessidades, a ABCM incentivou e forneceu as condições iniciais necessárias para que fosse organizado o ENCIT 86 - I Encontro Nacional de Ciências Térmicas.

Ressalta-se que o ENCIT veio para fortalecer as Associações que dele participam na sua organização. Naturalmente, os espaços tradicionais através dos quais essas Associações conquistaram sua respeitabilidade, como é o caso do COBEM, devem ser preservados.

Compreendendo os diferentes vínculos de interdisciplinaridades existentes entre as Ciências Térmicas e outras áreas do conhecimento humano, a própria ABCM incentivou a Comissão Organizadora do ENCIT 86 a procurar outras Associações nacionais que, por suas características, tivessem interesse no co-patrocínio do Encontro.

A proposta de realização do I Encontro Nacional de Ciências Térmicas convergiu interesses de membros da SBMAC - Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, da ABEnS Associação Brasileira de Energia Solar e da ABCM - Associação Brasileira de Ciências Mecânicas. Sugere-se que outras Associações que agrupem profissionais das áreas de interesse do ENCIT, também participem da organização dos próximos Encontros.

A Comissão Organizadora do ENCIT 86 estabeleceu alguns critérios básicos para a organização do evento. A seguir, apresentam-se alguns desses pontos como sugestão para os próximos Encontros.

O temário dos Encontros deve apresentar temas aplicados e científicos, fornecendo elementos que busquem a interação da engenharia básica com a pesquisa científica. É fundamental que estejam presentes assuntos tecnológicos de ponta simultaneamente com as últimas reflexões do conhecimento científico.

As conferências e palestras devem ser apresentadas na forma de "trabalhos convidados", com o objetivo de registrar e aprofundar a participação dos conferencistas, que devem ser selecionados entre profissionais de reconhecido prestígio em assuntos destacados do temário do Encontro.

Para adquirir respeitabilidade entre a comunidade, é fundamental preservar a qualidade dos trabalhos aceitos para apresentação. E ainda, garantir que os Anais estejam disponíveis na abertura do Encontro. A seriedade de tais decisões implica na execução de um rígido cronograma de trabalho, na inclusão de um Comitê de Revisores e na desagradável (e nem sempre justa) tarefa de recusar trabalhos.

Finalmente, ressalta-se que o ENCIT, assim como o COBEM, possui um limite de objetivos. A sua evolução está vinculada ao avanço da pesquisa na área de Ciências Térmicas no país, e o seu amadurecimento deve apontar a necessidade de Encontros em novas subáreas do conhecimento. É fundamental que as Associações científicas estejam abertas a essas reivindicações, mas, é primordial também, que tais decisões sejam tomadas num processo natural de evolução, buscando as convergências definidas pelas interdisciplinaridades, geradas pelo avanço do conhecimento científico e pelas aplicações dos novos processos tecnológicos.

Eloi Fernandez y Fernandez
Presidente do ENCIT 86

ÍNDICE

TRABALHOS CONVIDADOS

AS EQUAÇÕES DAS CAMADAS LIMITES HIDRODINÂMICA E TÉRMICA EM ESCOAMENTO LAMINAR USANDO-SE A TRANSFORMAÇÃO DE CROCCO — F.E.M. Saboya 1

THERMAL MANAGEMENT OF AIR LIQUID-COOLED MULTI-CHIP MODULES — A. Bar-Cohen 15

SOLUÇÃO NUMÉRICA DE PROBLEMAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MECÂNICA DOS FLUIDOS EM COORDENADAS GENERALIZADAS — C.R. Maliska 27

MÉTODOS DIRETOS E ITERATIVOS PARA RESOLUÇÃO NUMÉRICA DE SISTEMAS LINEARES — J.M. Martínez 39

VORTEX DYNAMICS AND TURBULENCE — H.K. Moffatt 45

CONVECÇÃO

A VARIABLE FOUR-POINT INTERPOLATING SCHEME FOR STRONGLY CONVECTIVE FLOWS — W. Braga Fº 47

AN EQUATION OF THE LINEAR FLUX SPLINE SCHEME AND MODIFIED VERSIONS OF THE CENTRAL DIFFERENCE SCHEME FOR TWO-DIMENSIONAL CONVECTION-DIFFUSION PROBLEMS — A.O. Nieckele 51

PREVISÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADES HEXAGONAIS — S. Polina, A.F.C. Silva, C.R. Maliska ... 55

CONVECÇÃO NATURAL EM CANAIS INCLINADOS — L.E.G. Bastos, F.A. Ferreira 59

MÁQUINAS DE FLUXO

ESCOAMENTO LAMINAR EM DIFUSORES RADIAIS. COMPUTAÇÃO E EXPERIMENTO — A.T. Prata, R.T.S. Ferreira, C.J. Deschamps 63

CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES EM ESTATORES RADIAIS DE TURBOMÁQUINAS PELO MÉTODO DOS PAINÉIS — N.Manzanares Fº, J.C.C. Amorim, E.C. Fernandes 67

BOMBA PITOT DE BAIXA ROTAÇÃO ESPECÍFICA — L.S. Andrade Fº, P.C. Lobo 71

ESTUDO DO DESEMPENHO DE UM ROTOR DE ARRASTO DIFERENCIAL — W.L.R. Gallo, C. Yu-Liu 75

APLICAÇÕES AEROESPACIAIS

THERMAL SCALE MODELING APPLIED TO THE FIRST BRAZILIAN TYPE SPACECRAFT — F.M. Ramos, P. Carajilescov 79

SIMULAÇÃO DO DESEMPENHO DE CAPACITORES TÉRMICOS ASSOCIADOS A RADIADORES PARA USO AEROESPACIAL — C.L.F. Alves, D.A. Andrade, E.L. Zaparoli 83

ANÁLISE DE PERFIS AERODINÂMICOS. 1ª PARTE: ASPECTOS GERAIS — P.C. Fantinati, M.H. Hirata 87

RADIAÇÃO

UM PROBLEMA MAL-CONDICIONADO DE RADIAÇÃO TÉRMICA ENTRE SUPERFÍCIES CINZENTAS DIFUSAS — S. Colle 91

A SIMPLIFIED MONTE CARLO METHOD FOR RADIANT HEAT TRANSFER IN COMPLEX ENCLOSURES — H.-T. Ting 95

TRANSFERÊNCIA DE CALOR ENTRE CILINDROS HORIZONTAIS CONCÊNTRICOS CONSIDERANDO EFEITOS DE CONDUÇÃO, CONVECÇÃO E RADIAÇÃO — A.T. Prata, S. Colle 99

TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA EM ESCOAMENTOS INTERNOS

COEFICIENTE LOCAL DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR PARA ESCOAMENTO TURBULENTO EM FEIXE DE BARRAS — E.F.Fernandez, P. Carajilescov 103

TRANSPORT COEFFICIENTS FOR LAMINAR AND TURBULENT FLOW THROUGH A FOUR-CUSP CHANNEL — A.S. Dutra, J.A.R. Parise, P.R. Souza Mendes 107

ESCOAMENTO TURBULENTO COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA NO INTERIOR DE TUBOS — G.J. Menon 111

FILM CONDENSATION ON SURFACES OF ARBITRARY SHAPE — A.M.D. Figueiredo, A.S.B. Lovatto 115

APARATO PARA EXPERIÊNCIAS DIDÁTICAS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO FORÇADA NO INTERIOR DE DUTOS — L.M.M.H.M. Portela, G.A.S. Ribeiro, P.M. Cunha 119

DINÂMICA DE CALOR E DO FLUIDO NO CIRCUITO PRIMÁRIO DE UM REATOR DE PESQUISA — A.N. Gebrim 123

PROPULSÃO

TURBOJATO DE 320 NEWTON DE EMPUXO — A.S. Takeda, M.A.C. Alves 127

ESTUDO DO MOTOR DE IGNIÇÃO POR COMPRESSÃO PARA APLICAÇÃO AERONÁUTICA — F.C. Maluf 131

COMBUSTÃO, SIMULAÇÃO E TESTES ESTÁTICOS EM ESTADO-REATORES A COMBUSTÍVEL SÓLIDO — C.E. Migueis, J.G. Ferreira, D.B. Netto, J.A. Carvalho Jr., W. Gill, J.C.A. Amarante 135

SISTEMA AUTOMÁTICO PARA LEVANTAMENTO DE DESEMPENHO DE UM PEQUENO EXPANSOR ALTERNATIVO — C.A.C. Santos, F.A. Belo, C.M.R. Varani 139

METODOLOGIA PARA PROJETO DE QUEIMADORES DE COMBUSTÍVEL LÍQUIDO — H.S.Couto, C.O.M.M.Teixeira, E.M.Queiroz.

SISTEMA DE CONTROLE E ESTABILIZAÇÃO DAS TEMPERATURAS DE ENTRADA E SAÍDA DA ÁGUA DE ARREFECIMENTO DE MOTORES EM BANCO DE ENSAIOS — F.A.O. Fontes, B.L. Medeiros ....

TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM EDIFICAÇÕES

EXISTING CONVECTIVE HEAT TRANSFER RELATIONSHIPS FOR BUILDING THERMAL SIMULATION: A CRITICAL ANALYSIS — C. Melo 151

A SIMPLE TRANSDUCER FOR MEASURING HEAT FLUX IN BUILDING — G.Guimarães, J.A.B. Cunha Neto, P.C. Philippi, V.P. Nicolau 155

ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO DE UM TRANSDUTOR DE RADIAÇÃO EM ONDAS LONGAS — G.J.F. Charmillot, J.A.B. da Cunha Neto, P.C. Philippe 159

CONDUÇÃO

STEADY-STATE DIFFUSION WITH SPACE-DEPENDENT BOUNDARY CONDITION PARAMETERS — R.M. Cotta 163

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM TRÊS DIMENSÕES — L.A.S. Baptista, A.C. Machado 167

APLICAÇÃO DE CONTROLE ÓTIMO NA LIMITAÇÃO DE TENSÕES TÉRMICAS RESULTANTES DE UM TRANSIENTE DE TEMPERATURA — J.S. Cintra Fº, W.H. Cintra 171

MECÂNICA DOS FLUIDOS

A SUPER-COMPACT FORMULATION FOR NAVIER-STOKES EQUATIONS — W. Braga Fº 175

EVOLUÇÃO DE ESTEIRAS TURBILHONARES - A INSTABILIDADE DE KELVIN-HELMOHLTZ — C. Berger, P.A.O. Soviero 179

ORDENAMENTOS PARA MÉTODOS DIRETOS EM SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS PETROLÍFEROS — F. Dickstein, D.B. Szyld, J.R.P. Rodrigues 183

RADIAL STATIC PRESSURE VARIATION IN A CIRCULATING FLUIDIZED BED — J. Militzer, Masoud Mohseni 187

ESTUDO DE UM MANCAL HIDRODINÂMICO CILÍNDRICO — J.A. Riul, C.R. Ribeiro, V. Steffen Jr. 191

TRANSIENTES HIDRÁULICOS EM PARTIDA E PARADA DE BOMBAS CENTRÍFUGAS — A.S. Dutra, S. Stuckenbruck 195

TROCADORES DE CALOR E MASSA

ANÁLISE NUMÉRICA DO DESEMPENHO TÉRMICO DE UM TROCADOR DE CALOR DUPLO-TUBO ALETADO — M.Vaz Jr., S. Colle .. 199

ANÁLISE TERMOHIDRÁULICA DE SEÇÕES ANULARES LISAS E ALETADAS — C.V.M. Braga, F.E.M. Saboya 203

TROCA DE CALOR E PERDA DE CARGA EM DUTOS TRIANGULARES EM REGIMES LAMINAR E TURBULENTO — S.L. Braga, F.E.M. Saboya 207

DESEMPENHO TÉRMICO DE TUBOS DE CALOR FECHADOS EM CONDIÇÕES QUASE-CRÍTICAS — A.R.M.P.Brito, N.Fraidenraich. 211

PROJETO TERMO-HIDRÁULICO PARA TROCADORES DE CALOR CASCO E TUBO SEM MUDANÇA DE FASE, UTILIZANDO COMPUTADOR C.M.R. Varani, C.A.C. Santos, L.Goldstein Jr. 215

PROJETO DE REGENERADORES DE PLACA PLANA PARA SUBSTÂNCIAS HIGROSCÓPICAS VIA TEORIA DE PENETRAÇÃO — P.M.S. Araújo, A.S. Vargas 219

ENERGIA SOLAR

COMPORTAMENTO TRANSIENTE E CARACTERÍSTICAS DE OPERAÇÃO DE COLETORES SOLARES PLANOS E CPC — O.S.H. Mendoza, A.Silveira Neto 223

MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAÇÃO DO DESEMPENHO TÉRMICO DE UM SISTEMA ESTUFA-COLETORES CPC — J.L.Pacheco, O.D. Corbella 227

ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DAS PERDAS DE ENERGIA DE UM CONCENTRADOR PARABÓLICO COMPOSTO — N. Fraidenraich, I.S. Andrade, E.M.S. Barbosa 231

ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE UM COLETOR SOLAR PARA AR COM ABSORVEDOR CORRUGADO EM V — A.C.P. Brasil Jr. 235

ESTUDO DE JATOS

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY OF A TURBULENT FREE SQUARE JET — W.R. Quinn, J. Militzer 239

ESCOAMENTO DE MISTURA DE JATOS CONFINADOS — A.P. Pimenta, G.F. Alvim Fº 243

TIME-DEPENDENT ACOUSTIC PERTURBATION ON PLANE TURBULENT AIR JET: EFFECTS ON THE MEAN FLOW — A.G. Azevedo, C.A.F.T. Leite, M.N. Frota 247

WAVE LENGTH DISTRIBUTION IN A SHEAR FLOW — N.G.C.R. Fico Jr., C.A.F.T. Leite, M.N. Frota 251

UTILIZAÇÃO DE COMBUSTÍVEIS NÃO CONVENCIONAIS

ANÁLISE ECONÔMICA E ESTUDO COMPARATIVO DA SUBSTITUIÇÃO DE COMBUSTÍVEIS NA GERAÇÃO DE VAPOR - II — F.S. Collet, H.A. Souza, J.R.T. Rios 255

A EMULSÃO DE COMBUSTÍVEIS ALTERNATIVOS AO ÓLEO DIESEL — D. Venanzi, A.M. Santos, A.A. Mentese 259

FERMENTAÇÃO ANAERÓBICA DO ESTERCO BOVINO DENTRO DA FAIXA DE TEMPERATURAS MESOFÍLICA E TERMOFÍLICA — D. Venanzi, T. Kaneshiro 263

TERMODINÂMICA E MÁQUINAS TÉRMICAS

CONSTRUÇÃO E AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE UM COMPRESSOR ROTATIVO DE DESLOCAMENTO POSITIVO — A.F.F. Montalvão, A.F. Orlando, M.N. Frota 267

A STUDY ON PRIME-MOVERS FOR HEAT PUMPS — J.A.R. Parise 271

ESTUDO DE CICLOS TÉRMICOS NO CONTEXTO DA TERMODINÂMICA RACIONAL — M.A. Murad, R. Sampaio Fº 275

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez.1986)

AS EQUAÇÕES DAS CAMADAS LIMITE HIDRODINÂMICA E TÉRMICA EM ESCOAMENTO LAMINAR USANDO-SE A TRANSFORMAÇÃO DE CROCCO

ABCM
ABCM ABEnS

FRANCISCO EDUARDO MOURÃO SABOYA
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

PUC/RJ

RESUMO

Este trabalho trata de uma mudança de variáveis, proposta por L.Crocco, para transformar as equações das camadas limite hidrodinâmica e térmica. Embora tal transformação tenha sido idealizada para escoamento laminar compressível é mostrado que ela funciona muito bem no caso incompressível. As equações transformadas são mais simples do que aquelas obtidas por Blasius. Entre as vantagens do uso da transformação de Crocco está o fato de que o intervalo de integração é 0-1, enquanto no método clássico este intervalo é 0-∞. São apresentadas soluções para problemas similares e não similares e alguns resultados são comparados com aqueles encontrados na literatura. Quando tal comparação foi possível, a concordância foi exata.

NOMENCLATURA

c_p = calor específico à pressão constante
E = número de Eckert
f = função corrente adimensional
f_a = coeficiente local de atrito
$\overline{f}_a$ = coeficiente médio de atrito
g_* = tensão cisalhante adimensional
h = coeficiente de transferência de calor local
$\overline{h}$ = coeficiente de transferência de calor médio
ℓ = comprimento da superfície
L = comprimento característico
m = expoente da velocidade potencial
n = expoente da distribuição de temperatura na parede
Nu_x = número de Nusselt local
$\overline{Nu}$ = número de Nusselt médio
$\tilde{N}u_x$ = número de Nusselt modificado local
$\tilde{N}u$ = número de Nusselt modificado médio
Pr = número de Prandtl
q_w = fluxo de calor na parede
Re_x = número de Reynolds
T = temperatura
T_w = temperatura na parede
T_∞ = temperatura longe da parede
u = componente da velocidade na direção x
u_* = velocidade adimensional
U = velocidade do escoamento potencial
v = componente da velocidade na direção y
x = coordenada ao longo do escoamento
y = coordenada perpendicular à parede
β = parâmetro adimensional que define o ângulo da cunha $\pi\beta$
Γ = parâmetro adimensional definido por (16)
Ω = parâmetro adimensional definido por (15)
τ = tensão cisalhante
μ = viscosidade dinâmica
ρ = densidade
Ψ = função corrente de Blasius
ϕ = temperatura adimensional
ϕ_* = temperatura adimensional
θ = temperatura adimensional
θ_* = temperatura adimensional
η = variável de similaridade de Blasius
ξ = coordenada adimensional

INTRODUÇÃO

A solução dos problemas de camadas limite laminares, hidrodinâmica e térmica, em convecção forçada, tem sido usualmente feita através da transformação clássica de Blasius [1]. Tanto os problemas similares quanto os não similares são usualmente tratados através da introdução de uma função corrente Ψ e de uma variável adimensional η cujo intervalo de variação é 0-∞. Nos casos similares, as equações que governam os problemas hidrodinâmico e térmico (equações de convecção) são transformadas em equações diferenciais ordinárias, mais simples de serem resolvidas do que as equações diferenciais parciais da camada limite. Nas situações em que soluções similares não são possíveis obtem-se, através da transformação de Blasius, equações diferenciais ainda parciais. Nesse caso, um método de integração bastante atrativo e de boa precisão quando comparado com outros métodos, é o chamado método de não similaridade local [2],[3]. Por outro lado, admitam ou não soluções similares, a transformação de Blasius reduz as equações do problema a uma equação de terceira ordem (equação de quantidade de movimento) e a uma equação de segunda ordem (equação de energia). A equação da continuidade é automaticamente satisfeita pela introdução da função corrente Ψ. Na solução numérica das equações transformadas o intervalo de integração na direção η é sempre 0-∞. Sob o ponto de vista computacional, isso representa uma dificuldade a ser vencida.

O presente trabalho trata de uma mudança de variáveis, proposta por L. Crocco [4],[5],[6] com a finalidade de resolver as equações das camadas limite para escoamento laminar compressível. Mais tarde, Van Driest [7] e Mendes [8] usaram o método de Crocco na investigação do escoamento laminar compressível ao longo de uma placa plana isotérmica. Embora o método de Crocco tenha sido idealizado para escoamentos compressíveis, será mostrado que ele funciona muito bem para escoamentos incompressíveis. A idéia básica do método consiste em se considerar como variáveis dependentes os campos de atrito viscoso e de temperatura. As variáveis independentes são a velocidade e a distância, ambas na direção do escoamento. Após a transformação das equações de conservação obtem-se uma equação diferencial de segunda ordem para o atrito viscoso e uma outra equação, também de segunda ordem, para o campo de temperaturas. Uma das vantagens é que não se chega a uma equação de terceira ordem como na transformação de Blasius. Outra vantagem é que, na forma adimensional, o intervalo de integração é 0-1 e não 0-∞ como na transformação clássica.

Na apresentação que se segue, consideração será dada a problemas similares e não similares. Várias soluções serão apresentadas e, sempre que possível, comparações serão feitas com resultados obtidos da literatura. Os resultados mais importantes são os coeficientes de transporte que serão apresentados sob as formas de coeficientes de atrito e números de Nusselt.

ANÁLISE TEÓRICA

As equações que governam os problemas hidrodinâmico e térmico do escoamento laminar forçado, regime permanente, da camada limite bi-dimensional com propriedades constantes podem ser escritas, de acordo com [9], da seguinte maneira

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad \text{(continuidade)} \quad (1)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = U\frac{dU}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad \text{(quantidade de movimento)} \quad (2)$$

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = K\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \qquad \text{(energia)} \quad (3)$$

onde x é a coordenada na direção da corrente, y é a coordenada transversal, u e v são as componentes da velocidade na direção x e y respectivamente, T é a temperatura e U é a velocidade na direção x do escoamento potencial fora da camada limite. As condições de contorno são

$$\text{para } y=0: \quad u=v=0 \quad ; \quad T=T_w(x) \qquad (4)$$

$$\text{para } y\to\infty: \quad u=U(x) \quad ; \quad T=T_\infty=\text{cte}. \qquad (5)$$

A transformação clássica de Blasius é feita pela introdução da função corrente Ψ definida por

$$\Psi = \sqrt{\nu x U}\; f(\xi,\eta) \qquad (6)$$

onde

$$\eta = y\sqrt{\frac{U}{\nu x}} \quad ; \quad \xi = \frac{x}{L} \qquad (7)$$

L é um comprimento de referência que depende do problema específico a ser estudado. Define-se ainda uma temperatura adimensional θ_* da seguinte maneira

$$\theta_*(\xi,\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \qquad (8)$$

Na equação (6) $f(\xi,\eta)$ é a função corrente adimensional. Lembrando a definição da função corrente, pode-se escrever

$$u = \frac{\partial\Psi}{\partial y} \quad ; \quad v = -\frac{\partial\Psi}{\partial x} \qquad (9)$$

As equações (6), (7), (8) e (9) definem a chamada transformação clássica de Blasius. Dessa maneira as equações (1), (2) e (3) se transformam em

$$f''' + \frac{\Omega+1}{2}ff'' + \Omega(1-f'^2) = \xi\left(f'\frac{\partial f'}{\partial\xi} - f''\frac{\partial f}{\partial\xi}\right) \qquad (10)$$

$$\theta_*'' + \frac{\Omega+1}{2}\Pr f\,\theta_*' - \Gamma\Pr f'\theta_* + E\Pr f''^2 = \Pr\xi\left(f'\frac{\partial\theta_*}{\partial\xi} - \theta_*'\frac{\partial f}{\partial\xi}\right) \qquad (11)$$

As condições de contorno (4) e (5) se transformam em

$$f'(\xi,0) = \theta_*(\xi,\infty) = 0 \qquad (12)$$

$$f'(\xi,\infty) = \theta_*(\xi,0) = 1 \qquad (13)$$

$$f(\xi,0)(1+\Omega) + 2\xi\frac{\partial f}{\partial\xi} = 0 \qquad (14)$$

onde $' = \frac{\partial}{\partial\eta}$ e os parâmetros Ω, Γ, Pr e E são definidos por

$$\Omega = \frac{\xi}{U}\frac{dU}{d\xi} \qquad (15)$$

$$\Gamma = \frac{\xi}{T_w - T_\infty}\frac{d(T_w - T_\infty)}{d\xi} \qquad (16)$$

$$\Pr = \frac{\mu c_p}{K} \qquad \text{(número de Prandtl)} \quad (17)$$

$$E = \frac{U^2}{c_p(T_w - T_\infty)} \qquad \text{(número de Eckert)} \quad (18)$$

Como pode ser observado, a equação (10) é uma equação diferencial parcial de terceira ordem e o intervalo de integração na direção η é 0-∞.

A transformação de Crocco é definida da seguinte maneira

$$\tau = \tau(x,u) = \mu\frac{\partial u}{\partial y} \qquad (19)$$

$$T = T(x,u) \qquad (20)$$

Usando-se a equação (1) da continuidade para eliminar v das equações (2) e (3) e ainda fazendo uso das equações (19) e (20) obtem-se

$$\frac{\partial^2\tau}{\partial u^2} + \rho\mu\left[u\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\tau}\right) + U\frac{dU}{dx}\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\tau}\right)\right] = 0 \qquad (21)$$

$$\tau^2\left(\frac{\partial^2 T}{\partial u^2} + \frac{\mu}{K}\right) + (1-\Pr)\frac{\partial T}{\partial u}\tau\frac{\partial\tau}{\partial u} - \Pr\rho\mu\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + U\frac{dU}{dx}\frac{\partial T}{\partial u}\right) = 0 \qquad (22)$$

As condições de contorno são

$$\tau(x,U) = 0 \qquad (23)$$

$$\tau(x,0)\left(\frac{\partial\tau}{\partial u}\right)_{u=0} = -U\frac{dU}{dx}\frac{\mu^2}{\nu} \qquad (24)$$

$$T(x,0) = T_w(x) \qquad (25)$$

$$T(x,U) = T_\infty = \text{cte}. \qquad (26)$$

A condição de contorno expressa pela equação (24) é obtida da equação (1) aplicada em $y=0$, onde se tem $u=v=0$. As equações (21) e (22) com as condições de contorno (23), (24), (25) e (26) constituem as equações de Crocco para as camadas limite hidrodinâmica e térmica. Pode-se observar que as incógnitas do problema são a distribuição de atrito viscoso $\tau=\tau(u,x)$ e a distribuição de temperatura $T=T(u,x)$. Nota-se ainda que as equações (21) e (22) são ambas de segunda ordem e que o intervalo de variação da variável independente u é 0-U e não 0-∞ como na transformação de Blasius.

O próximo passo é a adimensionalização das equações de Crocco. Das equações (6), (7), (9) e (19) resultam as seguintes expressões

$$u_* = \frac{u}{U} = f'(\xi,\eta) \qquad (27)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{\rho\mu U^3}{x}}\; f''(\xi,\eta) \qquad (28)$$

A equação (27) mostra que η pode ser tomada como função de u_* e ξ. Dessa maneira a equação (28) pode ser escrita na seguinte forma

$$\tau = \sqrt{\frac{\rho\mu U^3}{4x}}\; g_*(\xi,u_*) \qquad (29)$$

onde $g_*(u_*,\xi)$ é uma função adimensional a ser determinada. Define-se ainda uma temperatura adimensional $\theta_*(u_*,\xi)$

pela seguinte expressão

$$\theta_*(\xi,u_*) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \qquad (30)$$

Combinando-se as equações (29) e (30) com as equações (21), (22), (23), (24), (25) e (26) obtem-se

$$g_*'' g_*^2 - 4\Omega(1-u_*^2)g_*' + 2(1-3\Omega)u_* g_* = 4 u_* \xi \frac{\partial g_*}{\partial \xi} \qquad (31)$$

$$g_*^2\theta_*'' + \left[(1-Pr)g_* g_*' - 4 Pr\, \Omega(1-u_*^2)\right]\theta_*' - 4 Pr\, u_* \Gamma \theta_* + Pr\, g_*^2 E = 4 Pr\, u_* \xi \frac{\partial \theta_*}{\partial \xi} \qquad (32)$$

$$g_*(\xi,1) = 0 \qquad (33)$$

$$g_*(\xi,0)\, g_*'(\xi,0) = -4\,\Omega \qquad (34)$$

$$\theta_*(\xi,0) = 1 \qquad (35)$$

$$\theta_*(\xi,1) = 0 \qquad (36)$$

onde $' = \frac{\partial}{\partial u_*}$ e os parâmetros Ω, Γ, Pr e E já foram definidos pelas equações (15), (16), (17) e (18). Com a introdução da variável $u_* = u/U$ pode-se observar que o intervalo de integração das equações adimensionais é 0-1. Nota-se ainda que não aparece uma equação de terceira ordem como no sistema formado pelas equações (10) e (11).

Não é do conhecimento do autor alguma publicação ou trabalho anterior nos quais as equações numeradas de (31) até (36) tenham sido usadas ou mesmo deduzidas. Assim essas equações constituem um novo modo de atacar os problemas relacionados com camadas limite bi-dimensionais em regime laminar e convecção forçada. Como já foi enfatizado, as principais vantagens residem na redução da ordem da equação diferencial de quantidade de movimento e na limitação do intervalo de integração que passou a ser de 0-1 ao invés de 0-∞.

Problemas Similares. Sob o ponto de vista matemático, um problema é dito similar quando as equações que governam o escoamento e a distribuição de temperatura podem ser transformadas em equações diferenciais ordinárias ao invés de equações diferenciais parciais. Assim, devemos ter nas equações numeradas de (31) até (36), $g_* = g_*(u_*)$, $\theta_* = \theta_*(u_*)$. Isso implica em que as derivadas em relação a ξ sejam todas nulas. Além disso os coeficientes dos vários termos das equações (31) a (36) não devem ser função de $\xi = x/L$. Pode-se pois escrever

$$\Omega = \text{cte.} = m \qquad (37)$$

$$\Gamma = \text{cte.} = n \qquad (38)$$

$$E = \text{cte.} \qquad (39)$$

Das condições (37), (38) e (39) resultam as seguintes expressões

$$U = A\, x^m \qquad (40)$$

$$T_w - T_\infty = B\, x^n \qquad (41)$$

$$2m - n = 0 \qquad (42)$$

onde A, B, m e n são constantes. O escoamento potencial expresso pela equação (40) representa o escoamento ao longo de cunhas de ângulo $\pi\beta$ onde $\beta = (2m)/(m+1)$ [9]. As equações de (31) até (36) são escritas da seguinte maneira

$$g_*'' g_*^2 - 4m(1-u_*^2)g_*' + 2(1-3m)u_* g_* = 0 \qquad (43)$$

$$g_*^2 \theta_*'' + \left[(1-Pr)g_* g_*' - 4 Pr\, m(1-u_*^2)\right]\theta_*' - 4 Pr\, u_* n \theta_* = -Pr\, g_*^2 E \qquad (44)$$

$$g_*(1) = 0 \qquad (45)$$

$$g_*(0)\, g_*'(0) = -4m \qquad (46)$$

$$\theta_*(0) = 1 \qquad (47)$$

$$\theta_*(1) = 0 \qquad (48)$$

As equações (43) e (44) são equações diferenciais ordinárias caracterizando problemas similares.

A equação (44) é uma equação não homogênea que pode ser transformada numa equação homogênea fazendo-se E=0. Isso implica em se desprezar a função dissipação na equação de energia (equação (3)). Nesse caso a condição (42) (2m-n=0) não é mais necessária para a obtenção de soluções similares. Deve-se ainda observar que a equação (43) pode ser resolvida independentemente da equação (44) de energia. Isso é uma característica fundamental dos problemas de convecção forçada.

A Solução Similar da Equação de Energia. A equação de energia (equação (44)) é uma equação diferencial ordinária, linear e não homogênea. Sua solução pode ser achada através de uma combinação linear de duas soluções. Uma é a solução geral da homogênea e outra é uma solução particular da não homogênea.

Chamando de $\theta = (T-T_\infty)/(T_w-T_\infty)$ a temperatura adimensional para o caso homogêneo, resulta de (44)

$$g_*^2\, \theta'' + \left[(1-Pr)g_* g_*' - 4 Pr\, m(1-u_*^2)\right]\theta' - 4 Pr\, u_* n \theta = 0 \qquad (49)$$

$$\theta(0) = 1 \quad ; \quad \theta(1) = 0 \qquad (50)$$

Para a solução particular da não homogênea define-se uma temperatura adimensional ϕ pela seguinte expressão

$$\phi = \frac{T - T_\infty}{U^2/2c_p} \qquad (51)$$

Lembrando que $\theta_* = (T-T_\infty)/(T_w-T_\infty)$ e usando-se a equação (18), (definição do número de Eckert), pode-se escrever

$$\theta_*(u_*) = \frac{E}{2}\, \phi(u_*) \qquad (52)$$

Substituindo-se a equação (52) na equação (44) resulta

$$g_*^2\, \phi'' + \left[(1-Pr)g_* g_*' - 4 Pr\, m(1-u_*^2)\right]\phi' - 4 Pr\, u_* n \phi = -2 Pr\, g_*^2 \qquad (53)$$

$$\phi(1) = 0 \qquad (54)$$

$$\phi'(0) = 0 \qquad (55)$$

As equações (53),(54) e (55) são as equações do problema não homogêneo e representam fisicamente o problema da parede adiabática, já que $\phi'(0) = 0$. Dessa maneira a solução de (44),(47) e (48) pode ser expressa como uma combinação linear de θ e ϕ. A expressão de θ_* é a seguinte

$$\theta_*(u_*) = \left[1 - \frac{E}{2}\,\phi(0)\right]\,\theta(u_*) + \frac{E}{2}\,\phi(u_*) \qquad (56)$$

onde $\theta(u_*)$ é a solução do problema homogêneo expresso pelas equações (49) e (50) e $\phi(u_*)$ é a solução do problema não homogêneo expresso pelas equações (53),(54) e (55).

A equação (53) pode também representar outro problema particular caracterizado pela condição de contorno $T_w = T_\infty$. Chamando de $\phi_* = (T-T_\infty)/(U^2/2c_p)$ a temperatura adimensional para esse caso, a equação (53) fornece

$$g_*^2\,\phi_*'' + \left[(1-Pr)g_*\,g_*' - 4\,Pr\,m(1-u_*^2)\right]\phi_*' - 4\,Pr\,u_*\,n\,\phi_* = -2\,Pr\,g_*^2 \qquad (57)$$

$$\phi_*(0) = 0 \quad ; \quad \phi_*(1) = 0 \qquad (58)$$

Em termos de $\theta(u_*)$ e $\phi_*(u_*)$ a solução geral $\theta_*(u_*)$ pode ser descrita pela seguinte combinação linear

$$\theta_*(u_*) = \theta(u_*) + \frac{E}{2}\,\phi_*(u_*) \qquad (59)$$

Na equação (59), $\theta(u_*)$ é a solução das equações (49) e (50) (problema homogêneo) e $\phi_*(u_*)$ é a solução das equações (57) e (58) (problema não homogêneo).

Igualando as equações (56) e (59) para a distribuição geral $\theta_*(u_*)$ resulta

$$\phi_*(u_*) = \phi(u_*) - \phi(0)\,\theta(u_*) \qquad (60)$$

As equações (56) e (60) mostram que basta resolver o problema homogêneo em $\theta = \theta(u_*)$ (equação (49)) e o problema não homogêneo em $\phi = \phi(u_*)$ (equação (53)) para termos também as soluções dos problemas em $\theta_*(u_*)$ e em $\phi_*(u_*)$.

No caso do problema da parede adiabática em $\phi(u_*)$ o interesse reside na determinação da temperatura de parede adiabática T_{wa}. O valor de T_{wa} pode ser calculado por

$$\phi(0) = \frac{T_{wa} - T_\infty}{U^2/2c_p} \qquad (61)$$

ou

$$E_{ad} = \frac{2}{\phi(0)} \qquad (62)$$

onde $E_{ad} = U^2/[c_p(T_{wa} - T_\infty)]$ é o número de Eckert adiabático.

Antes de fechar essa seção, deve-se notar que os problemas similares estudados tem como parâmetros m, n, Pr e E. Os parâmetros m e n não são independentes pois devem satisfazer a condição (42) expressa por 2m-n = 0. Essa condição surge quando se considera a função dissipação na equação de energia (equação (31)). Observa-se ainda que para n=0 (cunhas isotérmicas) a condição (42) exige m=0, mostrando que apenas a placa plana tem solução similar quando a função dissipação não é desprezada. Por outro lado, se a função dissipação for desprezada, o problema das cunhas isotérmicas apresenta solução analítica. Nesse caso a condição 2m-n = 0 não é necessária. Para n=0, as equações (49) e (50) fornecem

$$\theta(u_*) = \frac{\int_{u_*}^{1} e^{-\lambda(u_*)}\,du_*}{\int_0^1 e^{-\lambda(u_*)}\,du_*} \qquad (63)$$

onde

$$\lambda = \int_0^{u_*} \frac{(1-Pr)g_*\,g_*' - 4\,Pr\,m(1-u_*^2)}{g_*^2}\,du_* \qquad (64)$$

Na equação (64), $g_*(u_*)$ é conhecida pois o problema hidrodinâmica é resolvido independentemente do problema térmico. Pr e m são parâmetros também conhecidos.

<u>Os Coeficientes de Transporte para Problemas Similares</u>. Sob o ponto de vista prático, os resultados mais importantes são os coeficientes de atrito locais e médios e também os números de Nusselt locais e médios. O coeficiente de atrito local f_a é definido por

$$f_a = \frac{\tau(x,0)}{\frac{1}{2}\rho U^2} \qquad (65)$$

Da equação (29), lembrando que para problemas similares $g_* = g_*(u_*)$, resulta

$$f_a = \frac{g_*(0)}{\sqrt{\frac{\rho\,U\,x}{\mu}}} = \frac{g_*(0)}{\sqrt{Re_x}} \qquad (66)$$

Na equação (66), $g_*(0)$ é uma função do parâmetro m e deve ser calculado através da solução numérica da equação (43).

O coeficiente de atrito médio $\overline{f}_a$ é definido por

$$\overline{f}_a = \frac{\frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} \tau(x,0)dx}{\frac{1}{2}\rho\,[U(\ell)]^2} \qquad (67)$$

onde ℓ é o comprimento da superfície ao longo da qual o fluido escoa. A integração da equação (67) fornece

$$\overline{f}_a = \frac{2\,g_*(0)}{(3m+1)\sqrt{Re_\ell}} \qquad (68)$$

onde

$$Re_\ell = \frac{\rho\,U(\ell)\,\ell}{\mu} \qquad (69)$$

Os números de Nusselt locais são calculados através da Lei de Fourier. Assim, para o problema em $\theta_*(u_*)$, resulta

$$q_w = -K\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = -K\,\theta_*'(0) = -K\,\theta_*'(0)(T_w - T_\infty)\,\frac{1}{\mu U}\left(\frac{\rho\,\mu\,U^3}{4x}\right)^{1/2} g_*(0) \qquad (70)$$

ou

$$Nu_x = \frac{q_w\,x}{(T_w - T_\infty)K} = \frac{h\,x}{K} = -\frac{1}{2}\,\theta_*'(0)\,g_*(0)\sqrt{Re_x} \qquad (71)$$

Nas equações (70) e (71) q_w é o fluxo de calor local na parede e h é o coeficiente de filme local. Com base na equação (56), a equação (71) pode ser escrita da seguinte maneira

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = -\frac{1}{2}\left[1 - \frac{E}{2}\,\phi(0)\right]\,\theta'(0)\,g_*(0) \qquad (72)$$

Na equação (72), $\theta'(0)$ é obtido da solução das equações (49) e (50) enquanto $\phi(0)$ é obtido da solução das equações (53),(54) e (55). Para m e n fixos e tais que $2m - n = 0$, $\phi(0)$ e $\theta'(0)$ são funções do número de Prandtl Pr. Para o problema em $\theta(u_*)$, sem função dissipação, o número de Nusselt se escreve

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = -\frac{1}{2}\,\theta'(0)\,g_*(0) \tag{73}$$

No caso do problema em $\phi(u_*)$, representado pelas equações (53),(54) e (55), estamos interessados em $\phi(0)$. O conhecimento de $\phi(0)$ nos permite calcular a temperatura da parede adiabática usando-se para isso a equação (61) ou (62). No caso do problema em $\phi_*(u_*)$, expresso pelas equações (57) e (58), $T_w = T_\infty$ e a diferença $T_w - T_\infty$ não pode ser usada na definição do número de Nusselt. Nesse caso definimos um número de Nusselt modificado da seguinte maneira

$$\tilde{Nu}_x = \frac{q_w\,x}{(U^2/2c_p)K} = \frac{\tilde{h}\,x}{K} \tag{74}$$

Assim, a aplicação da Lei de Fourier fornece

$$\tilde{Nu}_x = -\frac{1}{2}\,\phi_*'(0)\,g_*(0)\,\sqrt{Re_x} \tag{75}$$

Usando-se a equação (60), a equação (75) pode ser escrita da seguinte maneira

$$\frac{\tilde{Nu}_x}{\sqrt{Re_x}} = \frac{1}{2}\,\phi(0)\,\theta'(0)\,g_*(0) \tag{76}$$

Na equação (76), $\phi(0)$ e $\theta'(0)$ são obtidos da solução do problema da parede adiabática ($\phi'(0)=0$) e da solução do problema homogêneo (sem função dissipação), respectivamente.

O número de Nusselt médio, para o problema em $\theta_*(u_*)$, é definido por

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h}\,\ell}{K} = \frac{\int_0^\ell q_w\,dx}{[T_w(\ell) - T_\infty]K} \tag{77}$$

A integração da equação (77) fornece

$$\frac{\overline{Nu}}{\sqrt{Re_\ell}} = \frac{-g_*(0)\,\theta_*'(0)}{m+2n+1} \tag{78}$$

A equação (56) permite substituir $\theta_*'(0)$ na equação (78) resultando

$$\frac{\overline{Nu}}{\sqrt{Re_\ell}} = -\frac{g_*(0)}{m+2n+1}\left[1 - \frac{E}{2}\,\phi(0)\right]\theta'(0) \tag{79}$$

Para o problema em $\theta(u_*)$, representado pelas equações (49) e (50), $E=0$ e o número de Nusselt médio se escreve

$$\frac{\overline{Nu}}{\sqrt{Re_\ell}} = -\frac{g_*(0)}{m+2n+1}\,\theta'(0) \tag{80}$$

No caso do problema em $\phi_*(u_*)$, expresso pelas equações (57) e (58), o número de Nusselt médio modificado é definido por

$$\overline{\tilde{Nu}} = \frac{\overline{\tilde{h}}\,\ell}{K} = \frac{\int_0^\ell q_w\,dx}{\frac{[U(\ell)]^2}{2c_p}\,K} \tag{81}$$

A integração da equação (81) fornece

$$\frac{\overline{\tilde{Nu}}}{\sqrt{Re_\ell}} = \frac{-g_*(0)\,\phi_*'(0)}{5m+1} \tag{82}$$

Usando-se a equação (60), a equação (82) torna-se

$$\frac{\overline{\tilde{Nu}}}{\sqrt{Re_\ell}} = \frac{g_*(0)}{5m+1}\,\phi(0)\,\theta'(0) \tag{83}$$

Deve-se observar que a equação (67) só pode ser integrada se $m > -1/3$. Para $m \to -1/3$, a equação (68) mostra que $f_a \to \infty$, isto é, a integral em (67) diverge. Nas equações (78),(79) e (80) deve-se ter $m+2n > -1$ pois, do contrário, a integral em (77) diverge. A equação (81) também só pode ser integrada se $m > -1/5$. Para $m \to -1/5$, as equações (82) e (83) mostram que $\tilde{Nu} \to \infty$. A integral em (81) diverge. Além dessas restrições deve-se ter $2m-n = 0$, para a existência de soluções similares quando a função dissipação não é desprezada ($E \neq 0$).

Problemas Não Similares. Muitos problemas das camadas limite térmica e hidrodinâmica não apresentam soluções similares. No presente trabalho será considerada a não similaridade causada pela forma da velocidade potencial ($U \neq Ax^m$) ou pela forma da temperatura na parede ($T_w - T_\infty \neq Bx^n$). No caso da inclusão da função dissipação na equação de energia, pode-se ter não similaridade de se $2m-n \neq 0$. Nesse caso o número de Eckert não será constante e dependerá da coordenada ξ ao longo do escoamento.

Um dos métodos frequentemente usado para a obtenção de soluções não similares é o chamado método de similaridade local [2],[3]. De acordo com esse método o lado direito das equações (31) e (32) é desprezado. As equações de (31) até (36) são escritas agora da seguinte maneira

$$g_*''\,g_*^2 - 4\,\Omega(1-u_*^2)g_*' + 2(1-3\Omega)u_*\,g_* = 0 \tag{84}$$

$$g_*\,\theta_*'' + \left[(1-Pr)g_*\,g_*' - 4\,Pr\,\Omega(1-u_*^2)\right]\theta' - 4\,Pr\,u_*\,\Gamma\,\theta_* + Pr\,g_*^2\,E = 0 \tag{85}$$

$$g_*(\xi,1) = 0 \tag{86}$$

$$g_*(\xi,0)\;g_*'(\xi,0) = -4\Omega \tag{87}$$

$$\theta_*(\xi,0) = 1 \tag{88}$$

$$\theta_*(\xi,1) = 0 \tag{89}$$

Nas equações de (84) até (89), os parâmetros Ω, Γ e E já foram definidos pelas equações (15),(16) e (18) respectivamente e são funções conhecidas de $\xi = x/L$. A variável ξ pode ser considerada como um parâmetro em cada posição x constante ao longo do escoamento. Embora as equações (84) e (85) sejam equações diferenciais parciais, elas podem ser tratadas como equações diferenciais ordinárias e resolvidas por técnicas numéricas próprias dos problemas similares.

Um método mais preciso que o método de similaridade local é o chamado método de não similaridade local [2],[3]. Para usar o método definimos as seguintes variáveis

$$j(\xi,u_*) = \frac{\partial g_*}{\partial \xi}\;;\quad s(\xi,u_*) = \frac{\partial \theta_*}{\partial \xi} \tag{90}$$

Depois da substituição das equações (90), as equações de (31) até (36) são escritas como

$$g_*''\,g_*^2 - 4\Omega(1-u_*^2)g_*' + 2(1-3\Omega)u_*\,g_* = 4\,u_*\,\xi\,j \tag{91}$$

$$g_*^2\,\theta_* + \left[(1-Pr)g_*\,g_*' - 4\,Pr\,\Omega(1-u_*^2)\right]\theta_*' - 4\,Pr\,u_*\,\Gamma\,\theta_* + $$
$$+ Pr\;g_*^2\,E = 4\,Pr\,u_*\,\xi\,s \qquad (92)$$

$$g_*(\xi,1) = 0 \quad ; \quad g_*(\xi,0)\;g_*'(\xi,0) = -4\Omega \qquad (93)$$

$$\theta_*(\xi,0) = 1 \quad ; \quad \theta_*(\xi,1) = 0 \qquad (94)$$

O próximo passo é derivar as equações de (91) até (94) em relação a ξ.

$$g_*^2\,j'' - 4\Omega\,(1-u_*^2)j' + 2\left[g_*\,g_*'' - 3\,u_*(1+\Omega)\right]j -$$
$$- 2\,\frac{d\Omega}{d\xi}\left[2(1-u_*^2)g_*' + 3\,u_*\,g_*\right] = 0 \qquad (95)$$

$$g_*^2\,s'' + \left[(1-Pr)g_*\,g_*' - 4\,Pr\,\Omega(1-u_*)\right]s' - 4\,Pr\,u_*(1+\Gamma)s +$$
$$+ 2\,g_*\,h\,\theta_*'' + \left[(1-Pr)(g_*h' + g_*'h) - 4\,Pr\frac{d\Omega}{d\xi}\,(1-u_*^2)\right]\theta_*' -$$
$$- 4\,Pr\,u_*\,\frac{d\Gamma}{d\xi}\,\theta_* + Pr\,(2\,E\,g_*\,h + \frac{dE}{d\xi}\,g_*^2) = 0 \qquad (96)$$

$$j(\xi,1) = 0 \qquad (97)$$

$$g_*(\xi,0)\;j_*'(\xi,0) + g_*'(\xi,0)\;j(\xi,0) = -4\,\frac{\partial\Omega}{\partial\xi} \qquad (98)$$

$$s(\xi,0) = 0 \quad ; \quad s(\xi,1) = 0 \qquad (99)$$

Nas equações (95) e (96) foram desprezados os termos contendo $\partial j/\partial\xi$ e $\partial s/\partial\xi$, respectivamente. As equações (95) e (96) são equações subsidiárias às equações (91) e (92), as quais foram integralmente preservadas, pois a aproximação foi feita nas equações (95) e (96). Tem-se um sistema de quatro equações para as incógnitas $g_*(\xi,u_*)$, $\theta_*(\xi,u_*)$, $j(\xi,u_*)$ e $s(\xi,u_*)$. Para x constante, ξ será constante e o sistema das equações (91) a (99) é equivalente a um sistema de equações diferenciais ordinárias. Deve-se notar que o problema hidrodinâmico está desacoplado do problema térmico. Vários outros métodos, como por exemplo diferenças finitas, existem para a solução de problemas não similares. Esses outros métodos não serão aqui discutidos visto que eles não foram usados. Deve-se ainda notar que poderíamos preservar integralmente as equações subsidiárias e derivá-las em relação a ξ. A aproximação seria feita nessas últimas equações. Por esse motivo pode-se dizer que o método de similaridade local é um modelo de uma equação, enquanto o método de não similaridade local é um modelo de duas equações e o método caracterizado por uma dupla derivação em relação a ξ seria um modelo de três equações.

Os coeficientes de transporte para os problemas não similares são calculados da mesma maneira que para os problemas similares. A única diferença é que nas equações (66) e (71) deve-se substituir $g_*(0)$ por $g_*(\xi,0)$ e $\theta_*'(0)$ por $\theta_*'(\xi,0)$. Os valores médios são obtidos por integração dos valores locais levando-se em conta a dependência com a variável ξ.

MÉTODO NUMÉRICO

A integração das equações das camadas limite hidrodinâmica e térmica foi feita usando-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem. Para a aplicação desse método, torna-se necessário o conhecimento do valor da função a ser integrada no ponto inicial e também da derivada da função nesse mesmo ponto inicial. Como as equações diferenciais são de segunda ordem (quantidade de movimento e energia) o conhecimento de dois valores iniciais permite que a integração seja feita passo a passo na direção perpendicular ao escoamento. Todavia não são conhecidos todos os valores iniciais necessários à integração pelo método de Runge-Kutta. Não se conhece $g_*'(\xi,0)$ e $\theta_*'(\xi,0)$. O que se faz é arbitrar valores para as condições iniciais desconhecidas e refinar esses valores usando-se para isso o método de Newton-Raphson e as condições conhecidas no final do intervalo. Quando se usa o modelo de duas equações, devem ser arbitrados os valores de $g_*'(\xi,0)$, $\theta_*'(\xi,0)$, $j'(\xi,0)$ e $s'(\xi,0)$. Os valores $g_*(\xi,1) = 0$, $\theta_*(\xi,1) = 0$, $j(\xi,1) = 0$ e $s(\xi,1) = 0$ são usados para refinar as condições iniciais que foram arbitradas. Trata-se de uma técnica numérica bem conhecida chamada Método do Tiro.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Cunhas Isotérmicas (n = 0) Sem Função Dissipação (E = 0). A seguir são apresentadas a Tabela 1 e 2 que dão os valores de $f_a\sqrt{Re_x}$ e $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ para vários valores de m e Pr = 0,7. Esses resultados são comparados com aqueles de Noronha [10] e Evans [11]. Pode-se observar que a concordância é muito boa. Nesse caso o problema é similar e não há a dependência com $\xi = x/L$.

Tabela 1. Valores de $f_a\sqrt{Re_x}$ para n=0 e E=0

m	$f_a\sqrt{Re_x}$	$f_a\sqrt{Re_x}$ [10]	$f_a\sqrt{Re_x}$ [11]
0	0,664115	0,664115	0,6641145
1/3	1,514895	1,514894	1,5148951
2/3	2,045320	2,045319	2,0453194
1	2,465175	2,465175	2,4651752
3	4,178221	4,178220	—
5	5,370560	5,370560	5,3705599
10	7,570261	7,570260	—
1000	75,457203	75,457153	—

Tabela 2. Valores de $Nu_x/\,Re_x$ para Pr = 0,7, n=0 e E=0

m	$Nu_x/\sqrt{Re_x}$	$Nu_x/\sqrt{Re_x}$ [10]	$Nu_x/\sqrt{Re_x}$ [11]
0	0,292682	0,292680	0,292678
1/3	0,384162	0,384156	0,384156
2/3	0,444864	0,444858	0,444859
1	0,495831	0,495866	0,495865
3	0,724021	0,723996	—
5	0,894155	0,894051	0,894047
10	1,218926	1,218771	—
1000	11,712130	11,711330	—

Deve-se ainda notar que os resultados de [10] e [11] foram obtidos pela transformação clássica de Blasius enquanto os presentes resultados foram obtidos através da transformação de Crocco (equações (43) e (49) com as condições de contorno (45),(46),(50) e n=0).

As Figuras 1 e 2 apresentam as distribuições $g_*(u_*)$ e $\theta(u_*)$ para vários valores de $\beta = (2m)/(m+1)$ e para Pr = 0,7.

Placa Plana Isotérmica (n=0) com Função Dissipação. Nesse caso tem-se um problema similar pois a condição 2m-n = 0 é satisfeita (m=0 e n=0). O número de Eckert E não depende da variável ξ. A solução da equação (43) com as condições de contorno (45) e (46) e com m=0 fornece o seguinte valor para $g_*(0)$

$$g_*(0) = 0{,}664 \qquad (100)$$

Da equação (66) resulta

$$f_a\sqrt{Re_x} = 0{,}664 \qquad (101)$$

O coeficiente de atrito médio $\overline{f}_a$ é obtido da equação (68) fazendo-se m=0.

$$\overline{f}_a = \frac{1{,}328}{\sqrt{Re_\ell}} \qquad (102)$$

Os resultados expressos pelas equações (101) e (102) estão em perfeita concordância com aqueles encontrados em [9].

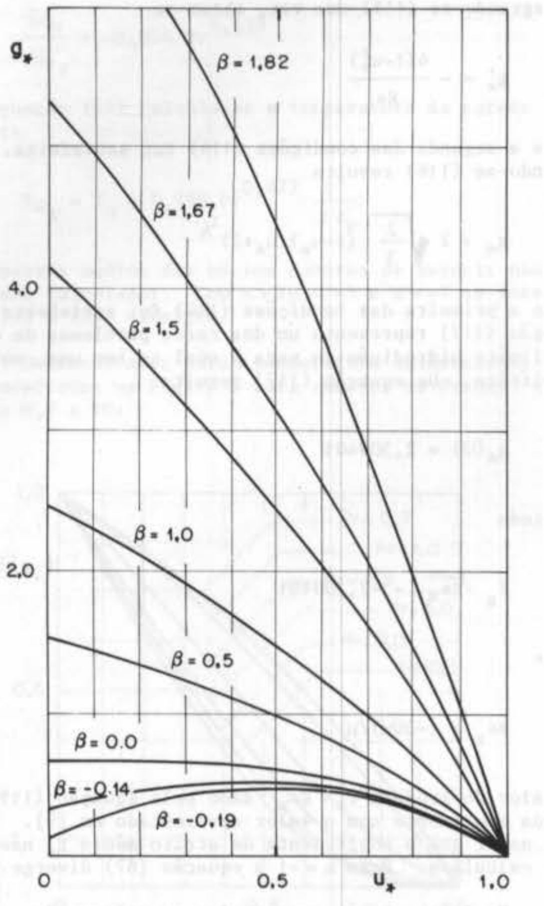


Figura 1. Distribuição $g_*(u_*)$ para vários ângulos da cunha. $n=0$, $Pr=0,7$

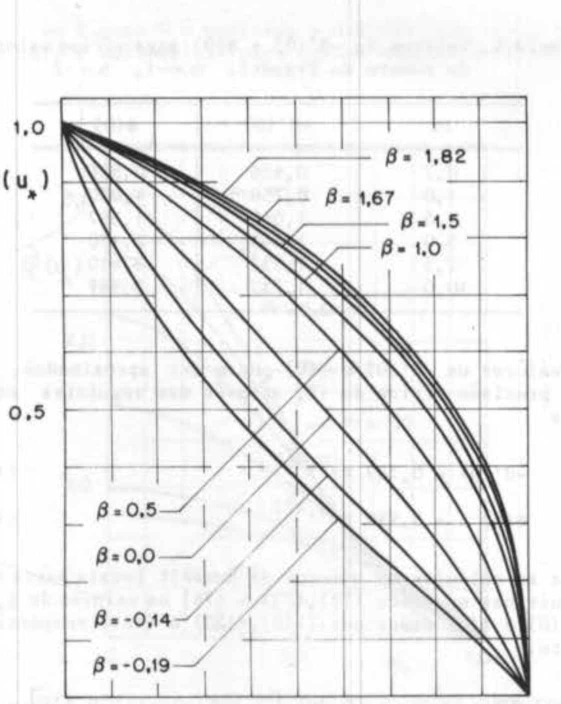


Figura 2. Distribuição $\theta(u_*)$ para vários ângulos da cunha. $n=0$, $E=0$, $Pr=0,7$

A Tabela 3 apresenta os valores de $-\theta'(0)$ e $\phi(0)$ para vários números de Prandtl. Esses valores foram obtidos das soluções das equações (49) e (53) com $m=0$ e $n=0$.

Tabela 3. Valores de $-\theta'(0)$ e $\phi(0)$ para vários valores do número de Prandtl. $m=0$, $n=0$

Pr	$-\theta'(0)$	$\phi(0)$
0,6	0,831	0,770
0,7	0,883	0,835
0,8	0,925	0,895
0,9	0,964	0,950
1,0	1,000	1,000
1,1	1,036	1,050
7,0	1,943	2,515
10,0	2,199	2,965

Os valores de $-\theta'(0)$ e $\phi(0)$ podem ser ajustados com boa precisão através das seguintes fórmulas

$$-\theta'(0) = \sqrt[3]{Pr} \qquad 0,6 \le Pr \le 10 \tag{103}$$

$$\phi(0) = \sqrt{Pr} \qquad 0,6 \le Pr \le 10 \tag{104}$$

Substituindo-se nas equações (72),(73) e (76) os valores de $g_*(0)$, $-\theta'(0)$ e $\phi(0)$ dados por (100),(103)e(104) respectivamente, obtem-se

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = 0,332\,\sqrt[3]{Pr}\left[1 - \frac{E}{2}\sqrt{Pr}\right] \tag{105}$$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = 0,332\,\sqrt[3]{Pr} \qquad (E=0) \tag{106}$$

$$\frac{\tilde{Nu}_x}{\sqrt{Re_x}} = -0,332\,Pr^{5/6} \tag{107}$$

A equação (61) fornece a temperatura de parede adiabática T_{w_a}

$$T_{w_a} = T_\infty + \sqrt{Pr}\;\frac{U^2}{2\,c_p} \tag{108}$$

Para os valores médios dos números de Nusselt as equações (79),(80) e (83) dão

$$\frac{\overline{Nu}}{\sqrt{Re_\ell}} = 0,664\,\sqrt[3]{Pr}\left[1 - \frac{E}{2}\sqrt{Pr}\right] \tag{109}$$

$$\frac{\overline{Nu}}{\sqrt{Re_\ell}} = 0,664\,\sqrt[3]{Pr} \qquad (E=0) \tag{110}$$

$$\frac{\overline{\tilde{Nu}}}{\sqrt{Re_\ell}} = -0,664\,Pr^{5/6} \tag{111}$$

Ressalta-se que os valores dados pelas equações (103) até (111) estão de acordo com os resultados apresentados em [9], mostrando que a transformação de Crocco reproduz com boa precisão soluções clássicas encontradas na literatura.

A Figura 3 mostra a temperatura adimensional θ_* como função de u_* para a placa plana isotérmica ($m=0$ e $n=0$) e número de Prandtl igual a 0,7. As curvas são parametrizadas pelo número de Eckert E. A temperatura $\theta_*(u_*)$ foi calculada usando-se a combinação linear expressa pela equação (56).

Integrando-se (115) uma vez, obtem-se

$$g'_* = -\frac{4(1-u_*^2)}{g_*} \tag{116}$$

Onde a segunda das condições (114) foi satisfeita. Integrando-se (116) resulta

$$g_* = 2\sqrt{\frac{2}{3}}\,(1-u_*)(u_*+2)^{1/2} \tag{117}$$

onde a primeira das condições (114) foi satisfeita. A equação (117) representa um dos raros problemas da camada limite hidrodinâmica para o qual se tem uma solução analítica. Da equação (117) resulta

$$g_*(0) = 2,309401 \tag{118}$$

e ainda

$$f_a\sqrt{Re_x} = -2,309401 \tag{119}$$

onde

$$Re_x = (-\rho U x)/\mu\ .$$

O valor do produto $f_a\sqrt{Re_x}$ dado pela equação (119) concorda exatamente com o valor apresentado em [9]. Deve-se notar que o coeficiente de atrito médio $\bar{f}_a$ não pode ser calculado. Para $m=-1$ a equação (67) diverge.

Na Tabela 4 são encontrados os valores de $-\theta'(0)$ e $\phi(0)$ para vários números de Prandtl. Esses valores foram obtidos pela integração das equações da camada limite térmica com $m=-1$ e $n=-2$ e também levando-se em conta (112), já que a velocidade potencial U é negativa.

Tabela 4. Valores de $-\theta'(0)$ e $\phi(0)$ para vários valores do número de Prandtl. $m=-1$, $n=-2$

Pr	$-\theta'(0)$	$\phi(0)$
0,7	0,656	0,836
1,0	0,750	1,000
2,5	1,049	1,567
5,0	1,345	2,170
7,5	1,552	2,610
10,0	1,717	2,967

Os valores de $-\theta'(0)$ e $\phi(0)$ podem ser aproximados, com uma precisão típica de 1%, através das seguintes equações

$$-\theta'(0) = 0,749\ Pr^{0,362} \tag{120}$$

$$\phi(0) = 0,999\ Pr^{0,477} \tag{121}$$

Para se calcular os números de Nusselt locais basta substituir nas equações (72),(73) e (76) os valores de $g_*(0)$, $-\theta'(0)$ e $\phi(0)$ dados por (118),(120) e (121) respectivamente.

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = 0,865\ Pr^{0,362}\left[1 - \frac{E}{2}\,0,999\ Pr^{0,477}\right] \tag{122}$$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = 0,865\ Pr^{0,362} \qquad (E=0) \tag{123}$$

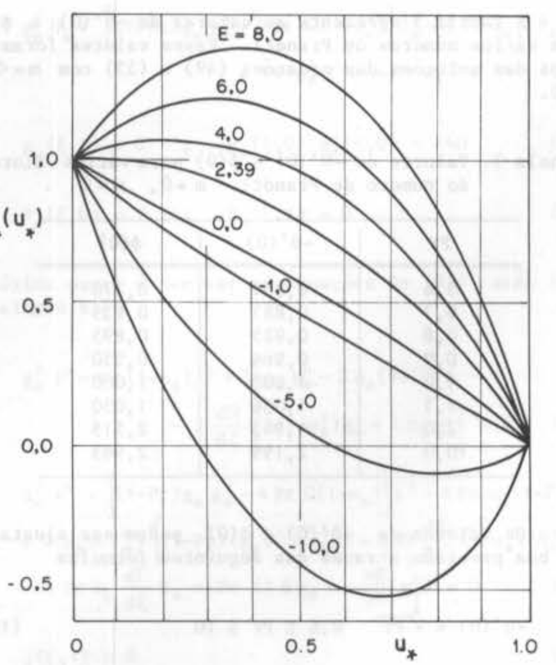


Figura 3. Distribuição $\theta_*(u_*)$ para placa plana isotérmica e número de Prandtl igual a 0,7. $n=0$, $m=0$

Canal Convergente ($m=-1$) com Parede Não Isotérmica ($n=-2$). Trata-se de um problema similar no qual $U=A\,x^{-1}$ ($A<0$) e $T_w - T_\infty = B\,x^{-2}$. A condição $2m-n=0$ é satisfeita mostrando que o número de Eckert não depende da variável ξ. A Figura 4 mostra o tipo de escoamento em estudo.

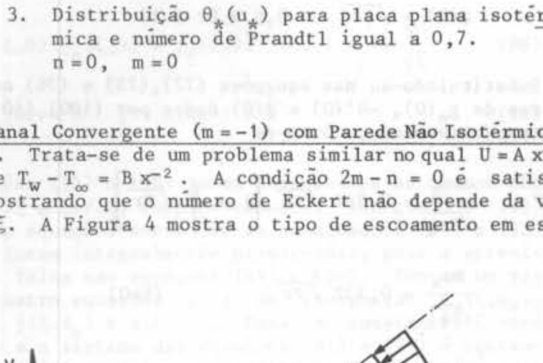


Figura 4. Escoamento num canal convergente

Nesse problema a velocidade potencial U(x) é negativa e $m=-1$. A equação (29) deve ser substituida pela seguinte equação

$$\tau = -\sqrt{-\frac{\rho\,\mu\,U^3}{4x}}\ g_*(u_*) \tag{112}$$

As equações do problema hidrodinâmico se escrevem

$$g_*^2\,g_*'' - 4(1-u_*^2)g_*' - 8\,u_*\,g_* = 0 \tag{113}$$

$$g_*(1) = 0 \qquad g_*(0)\ g_*'(0) = -4 \tag{114}$$

A equação (113) pode ser reescrita como

$$\frac{d\,g'_*}{d\,u_*} = -\frac{d}{du_*}\left[\frac{4(1-u_*^2)}{g_*}\right] \tag{115}$$

$$\frac{\bar{Nu}_x}{\sqrt{Re_x}} = -0,864\ Pr^{0,839} \qquad (124)$$

Da equação (61) calcula-se a temperatura da parede adiabática

$$T_{w_a} = T_\infty + 0,999\ Pr^{0,477}\ \frac{U^2}{2\ c_p} \qquad (125)$$

Os valores médios dos vários números de Nusselt não podem ser calculados. Com $m + 2n = -5$ e $m = -1$ as integrais em (77) e (81) divergem.

Os resultados para a temperatura adimensional $\theta(u_*)$ são mostrados na Figura 5 para números de Prandtl variando de 0,7 a 10.

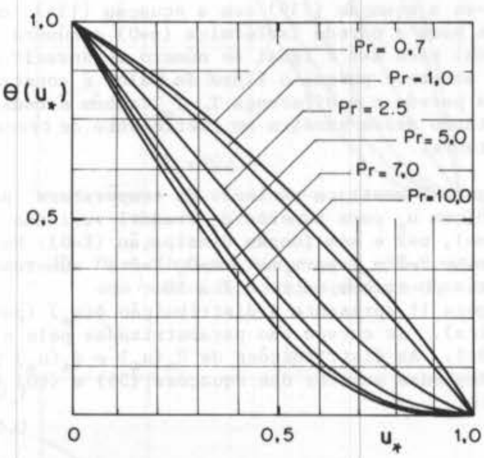


Figura 5. Distribuição $\theta(u_*)$ para o canal convergente. $m = -1$, $n = -2$, $E = 0$

Na Figura 6 é mostrada a distribuição $\phi(u_*)$ (canal com parede adiabática) para vários números de Prandtl.

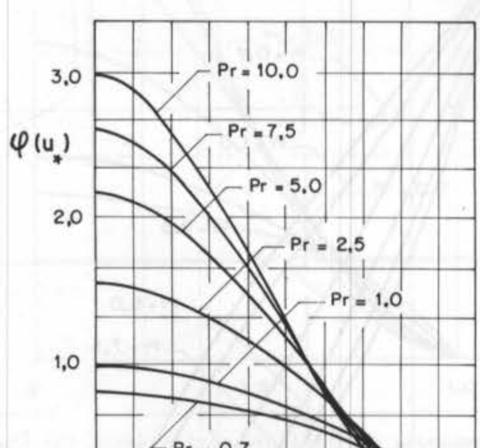


Figura 6. Distribuição $\phi(u_*)$ para o canal convergente. $m = -1$, $n = -2$

Na Figura 7 tem-se a distribuição $\phi_*(u_*)$ para o canal convergente com $T_w = T_\infty$. As curvas são parametrizadas pelo número de Prandtl.

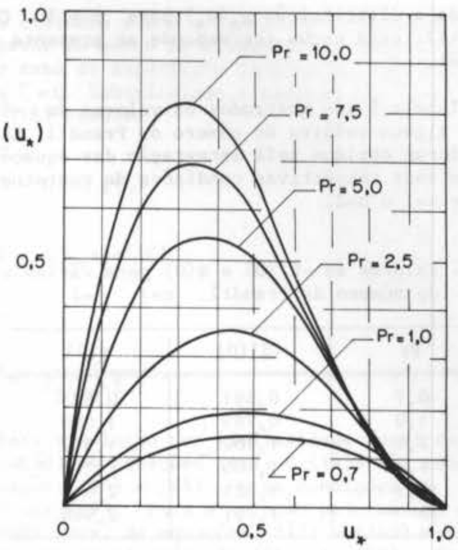


Figura 7. Distribuição $\phi_*(u_*)$ para o canal convergente. $m = -1$, $n = -2$

A função $\phi_*(u_*)$ foi calculada a partir da equação (60) já que $\phi(u_*)$ e $\theta(u_*)$ são conhecidas. Deve-se ainda notar que a distribuição $\theta_*(u_*)$ pode ser calculada através da equação (56).

<u>Escoamento Plano com Ponto de Estagnação.</u> Nesse caso tem-se $m = 1$. Se a função dissipação é incluida na equação de energia, a condição de similaridade $2m-n = 0$ obriga que n seja igual a dois. A parede não será portanto isotérmica. Se a função dissipação não é incluida na equação de energia então a condição 2m-n não é necessária para se obter soluções similares. Esse último caso equivale a fazer E=0 na equação da camada limite térmica. A Figura 8 mostra o escoamento plano com ponto de estagnação.

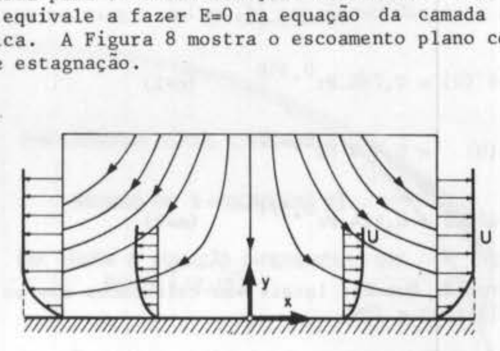


Figura 8. Escoamento plano com ponto de estagnação

A solução da equação (43) com m=1 e com as condições de contorno (45) e (46) fornece

$$g_*(0) = 2,4652 \qquad (126)$$

O coeficiente de atrito local f_a é obtido da equação (66)

$$f_a = \frac{2,4652}{\sqrt{Re_x}} \qquad (127)$$

Para o coeficiente de atrito médio $\bar{f}_a$, a equação (68) fornece (m=1)

$$\bar{f}_a = \frac{1,2326}{\sqrt{Re_\ell}} \qquad (128)$$

As equações (127) e (128) estão em perfeita concordância com os resultados de [10] e [11]. Na Figura 1 está apresentada a distribuição $g_*(u_*)$ para $\beta = 1$. Como $\beta = (2m)/(m+1)$, essa curva corresponde ao presente problema onde m=1.

Na Tabela 5 são mostrados os valores de $-\theta'(0)$ e $\phi(0)$ para alguns valores do número de Prandtl. Esses resultados foram obtidos pela integração das equações (49) e (53) com suas respectivas condições de contorno e ainda fazendo-se m=1 e n=2.

Tabela 5. Valores de $-\theta'(0)$ e $\phi(0)$ para vários valores do número de Prandtl. m=1, n=2

Pr	$-\theta'(0)$	$\phi(0)$
0,7	0,691	0,835
1,0	0,789	1,000
2,5	1,100	1,567
5,0	1,406	2,170
7,5	1,621	2,610
10	1,791	2,968

Na Tabela 6 são apresentados os valores de $-\theta'(0)$ para m=1, n=0 e E=0 em função do número de Prantdl. Nesse caso a parede é isotérmica.

Tabela 6. Valores de $-\theta'(0)$ para vários números de Prandtl. m=1, n=0, E=0

Pr	0,7	1,0	2,5	5,0	7,5	10
$-\theta'(0)$	0,406	0,463	0,655	0,846	0,979	1,085

Os resultados das Tabelas 5 e 6 podem ser aproximados, com uma precisão menor que 1%, pelas seguintes equações

$$-\theta'(0) = 0{,}788\ Pr^{0{,}358} \qquad (n=2) \qquad (129)$$

$$\phi(0) = 0{,}999\ Pr^{0{,}477} \qquad (130)$$

$$-\theta'(0) = 0{,}464\ Pr^{0{,}371} \qquad (n=0) \qquad (131)$$

Os números de Nusselt locais são calculados com as equações (72),(73) e (76).

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = 0{,}971\ Pr^{0{,}358}\left[1 - \frac{E}{2}\ 0{,}999\ Pr^{0{,}477}\right] \qquad (132)$$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = 0{,}971\ Pr^{0{,}358} \qquad (n=2) \qquad (E=0) \qquad (133)$$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = 0{,}572\ Pr^{0{,}371} \qquad (n=0) \qquad (E=0) \qquad (134)$$

$$\frac{\tilde{N}u_x}{\sqrt{Re_x}} = -0{,}970\ Pr^{0{,}835} \qquad (135)$$

A equação (61) fornece a temperatura da parede adiabática.

$$T_{w_a} = T_\infty + 0{,}999\ Pr^{0{,}477}\ \frac{U^2}{2\ c_p} \qquad (136)$$

Comparando-se a equação (136) com a equação (125) conclui-se que o canal convergente e o escoamento plano com ponto de estagnação apresentam a mesma expressão para a temperatura de parede adiabática. Os números de Nusselt médios são calculados com o auxílio das equações (79),(80) e (83).

$$\frac{\overline{Nu}}{\sqrt{Re_\ell}} = 0{,}324\ Pr^{0{,}358}\left[1 - \frac{E}{2}\ 0{,}999\ Pr^{0{,}477}\right] \qquad (137)$$

$$\frac{\overline{Nu}}{\sqrt{Re_\ell}} = 0{,}324\ Pr^{0{,}358} \qquad (n=2) \qquad (E=0) \qquad (138)$$

$$\frac{\overline{Nu}}{\sqrt{Re_\ell}} = 0{,}572\ Pr^{0{,}371} \qquad (n=0) \qquad (E=0) \qquad (139)$$

$$\frac{\overline{\tilde{N}u}}{\sqrt{Re_\ell}} = -0{,}323\ Pr^{0{,}835} \qquad (140)$$

Comparando-se a equação (139) com a equação (134) conclui-se que para a parede isotérmica (n=0) o número de Nusselt local para $x=\ell$ é igual ao número de Nusselt médio. Isso acontece porque o fluxo de calor é constante ao longo da parede e a diferença $T_w - T_\infty$ também é constante, acarretando dessa maneira um coeficiente de troca de calor constante.

A Figura 9 mostra a variação da temperatura adimensional θ com u_* para números de Prandtl variando de 0,7 a 10, m=1, n=2 e sem função dissipação (E=0). Na Figura 10 tem-Se $\theta=\theta(u_*)$ para m=1, n=0, E=0 e números de Prandtl variando também entre 0,7 a 10.

A Figura 11 apresenta a distribuição $\phi(u_*)$ (parede adiabática). As curvas são parametrizadas pelo número de Prandtl. As distribuições de $\theta_*(u_*)$ e $\phi_*(u_*)$ podem ser calculadas através das equações (56) e (60) respectivamente.

Figura 9. Distribuição $\theta(u_*)$ para o escoamento plano com ponto de estagnação. m=1, n=2, E=0

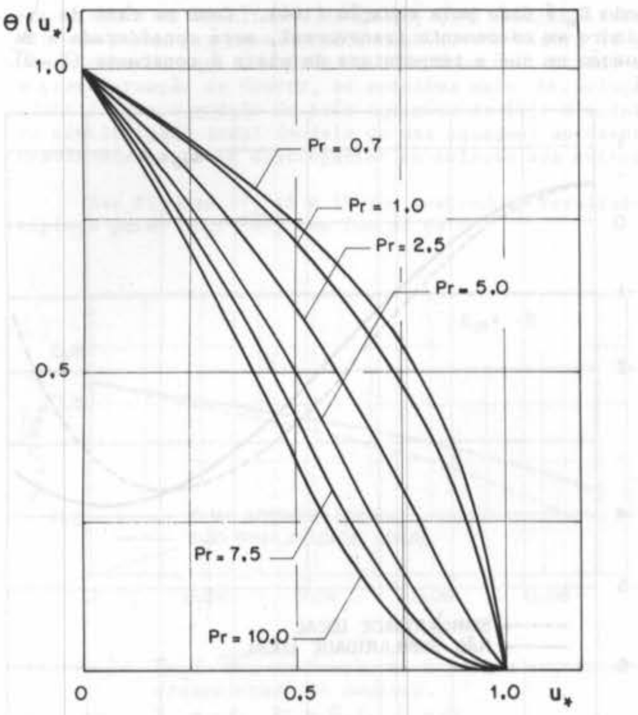


Figura 10. Distribuição $\theta(u_*)$ para o escoamento plano com ponto de estagnação. m=1, n=0, E=0

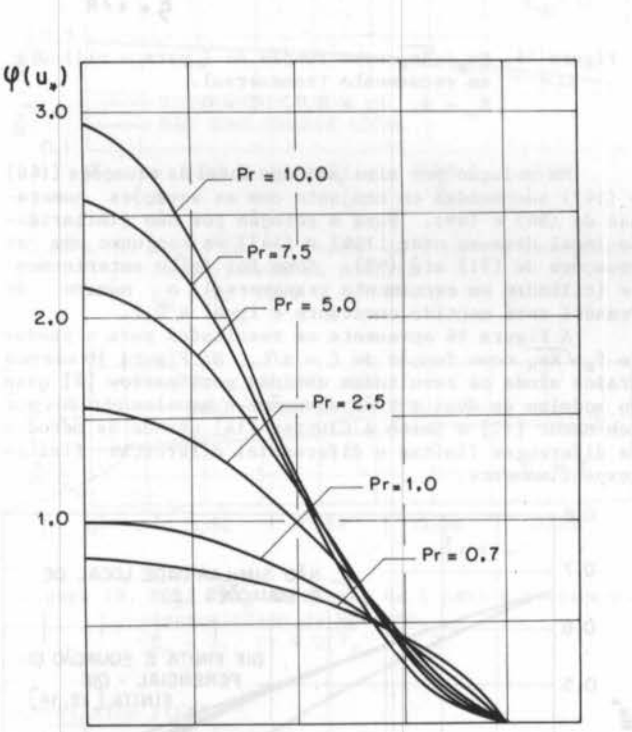


Figura 11. Distribuição $\phi(u_*)$ para o escoamento plano com ponto de estagnação. m=1, n=2

Cilindro em Escoamento Transversal. Trata-se de um problema não similar devido à forma da velocidade U(x). A forma da velocidade potencial é a seguinte

$$U(x) = 2\,U_\infty \,\text{sen}\,(\frac{x}{R}) = 2\,U_\infty \,\text{sen}(\xi) \qquad (141)$$

onde U_∞ é a velocidade do fluido não perturbado, R é o raio do cilindro e x é a distância circunferencial medida a partir do ponto de estagnação. Consideração será dada ao caso de superfície isotérmica. Da equação (16) resulta $\Gamma = 0$. Substituindo a equação (141) nas equações (15) e (18) resulta

$$\Omega = \xi \cot g(\xi) \qquad (142)$$

$$E = 4\,E_\infty \,\text{sen}^2(\xi) \qquad (143)$$

onde

$$E_\infty = \frac{U_\infty^2}{c_p(T_w - T_\infty)} \qquad (144)$$

Para a solução por similaridade local (modelo de uma equação) as equações (142) e (143) são substituidas nas equações (84) e (85) com as condições de contorno de (86) até (89). Para a solução pelo método de não similaridade local as equações (142) e (143) são usadas em conjunto com as equações de (91) até (99). Para ξ constante, esse sistema é equivalente a um sistema de equações diferenciais ordinárias que pode ser resolvido pelos métodos clássicos.

Na Figura 12 são apresentados os resultados para o produto $f_a \sqrt{Re_x}$ como função de $\xi = x/R$. Nessa mesma figura são mostrados os resultados obtidos por Sparrow [2] usando modelos de duas e três equações e os resultados obtidos por Schönaeur [12] e Terril [13] usando os métodos de diferenças finitas e diferencial diferenças finitas respectivamente.

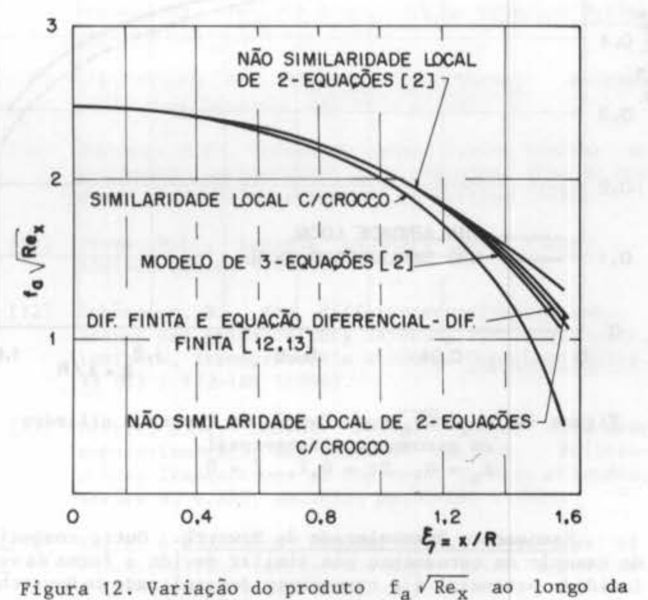


Figura 12. Variação do produto $f_a \sqrt{Re_x}$ ao longo da superfície de um cilindro em escoamento transversal

Os resultados de [12] e [13] coincidem totalmente no domínio da Figura 12 e são considerados exatos. Observa-se que o modelo de duas equações (não similaridade local), com o uso da transformação de Crocco, apresenta resultados mais próximos aos considerados exatos de que o seu correspondente de Sparrow [2]. Por outro lado, observa-se que o método de similaridade local (modelo de uma equação) só apresenta bons resultados para baixos valores de ξ.

Nas Figuras 13, 14 e 15 são mostrados resultados típicos do quociente $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ como função de ξ. Nessas figuras $\Gamma = 0$ (cilindro isotérmico) e Pr = 0,7. A Figura 13 é para $E_\infty = -4$ enquanto as Figuras 14 e 15 são para $E_\infty = 0$ e $E_\infty = 4$, respectivamente.

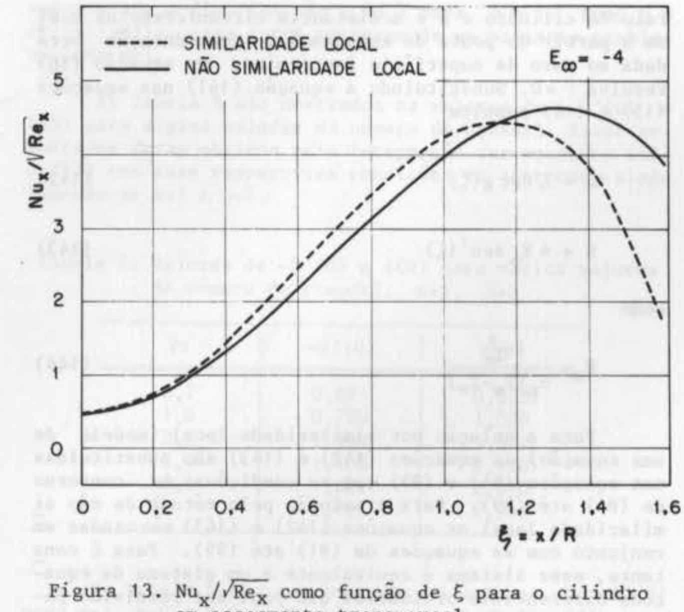


Figura 13. $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ como função de ξ para o cilindro em escoamento transversal.
$E_\infty = -4$, $Pr = 0,7$, $\Gamma = 0$

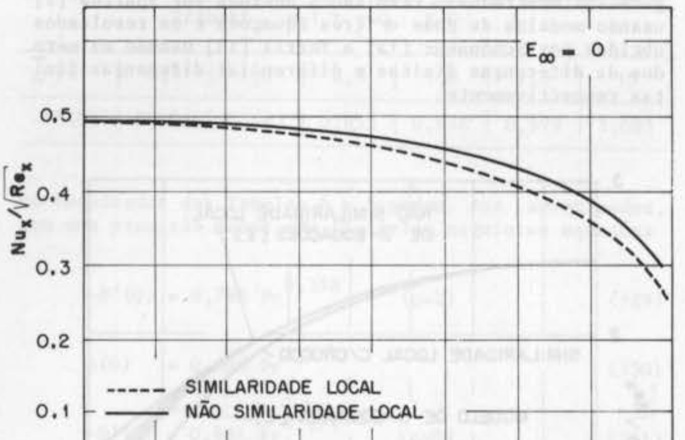


Figura 14. $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ como função de ξ para o cilindro em escoamento transversal.
$E_\infty = 0$, $Pr = 0,7$, $\Gamma = 0$

<u>Escoamento Desacelerado de Howarth</u>. Outro conhecido exemplo de escoamento não similar devido à forma da velocidade potencial é o escoamento desacelerado de Howarth, para o qual

$$U(x) = U_\infty(1 - \frac{x}{L}) = U_\infty(1-\xi) \tag{145}$$

Essa distribuição de velocidade potencial pode ser interpretada como a que ocorre numa placa plana que começa em $x=0$ e termina numa parede infinita, perpendicular à primeira em $x=L$. A substituição da equação (145) nas equações (15) e (18) fornece

$$\Omega = \frac{\xi}{\xi - 1} \tag{146}$$

$$E = E_\infty(1-\xi)^2 \tag{147}$$

onde E_∞ é dado pela equação (144). Como no caso do cilindro em escoamento transversal, será considerada a situação em que a temperatura da placa é constante ($\Gamma = 0$).

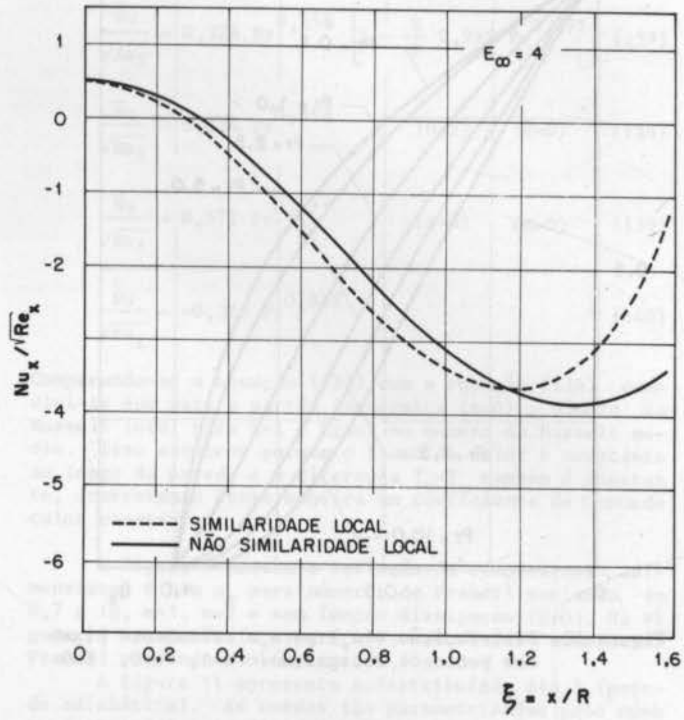


Figura 15. $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ como função de ξ para o cilindro em escoamento transversal.
$E_\infty = 4$, $Pr = 0,7$, $\Gamma = 0$

Na solução por similaridade local as equações (146) e (147) são usadas em conjunto com as equações numeradas de (84) a (89). Para a solução por não similaridade local deve-se usar (146) e (147) em conjunto com as equações de (91) até (99). Como foi feito anteriormente (cilindro em escoamento transversal) o número de Prandtl será mantido constante e igual a 0,7.

A Figura 16 apresenta os resultados para o produto $f_a\sqrt{Re_x}$ como função de $\xi = x/L$. Na Figura 16 são mostrados ainda os resultados obtidos por Sparrow [2] usando modelos de duas e três equações e aqueles obtidos por Schönaeur [12] e Smith e Clutter [14] usando os métodos de diferenças finitas e diferencial diferenças finitas respectivamente.

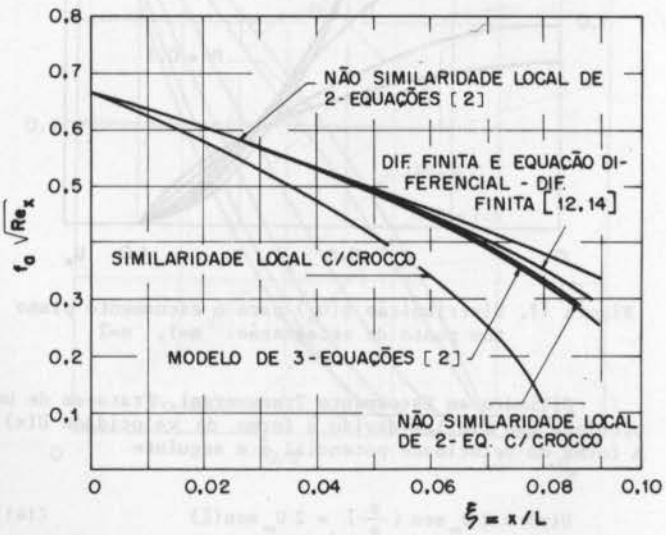


Figura 16. Variação do produto $f_a\sqrt{Re_x}$ em função de ξ para o escoamento desacelerado de Howarth

Aqui também os resultados de [12] e [14] coincidem totalmente e podem ser considerados exatos. Na Figura 16 pode-se observar que o modelo de duas equações, usando-se a transformação de Crocco, se aproxima mais da solução exata do que o modelo de três equações de [2]. O modelo de similaridade local (modelo de uma equação) apresenta resultados bastante discrepantes em relação aos outros.

Nas Figuras 17, 18 e 19 são mostrados resultados típicos para $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ em função de ξ.

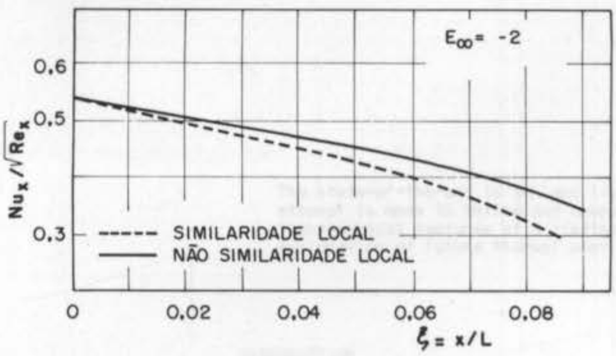


Figura 17. $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ em função de ξ para o escoamento desacelerado de Howarth.
$E_\infty = -2$, $Pr = 0,7$, $\Gamma = 0$

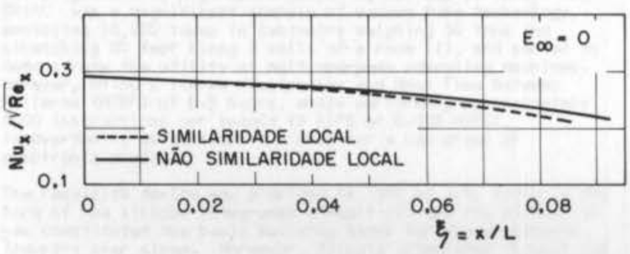


Figura 18. $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ em função de ξ para o escoamento desacelerado de Howarth.
$E_\infty = 0$, $Pr = 0,7$, $\Gamma = 0$

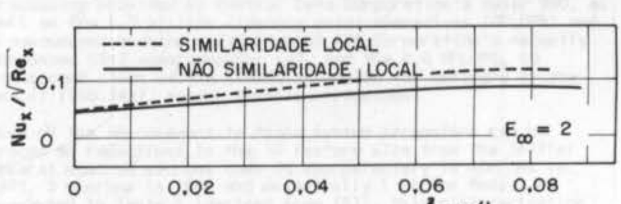


Figura 19. $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ em função de ξ para o escoamento desacelerado de Howarth.
$E_\infty = 2$, $Pr = 0,7$, $\Gamma = 0$

COMENTÁRIOS FINAIS

Foi mostrado que a transformação de Crocco pode ser usada, com vantagem sobre a transformação clássica de Blasius, na solução de problemas das camadas limite hidrodinâmica e térmica. Foram obtidas soluções similares e não similares e em ambos os casos a comparação com resultados disponíveis na literatura mostrou a boa precisão do método de Crocco.

O fato de se trabalhar no intervalo de 0-1, ao invés de 0-∞, constitui-se numa das principais vantagens da presente transformação. Acrescenta-se ainda o fato de que a equação de quantidade de movimento é de segunda ordem enquanto na transformação tradicional obtem-se uma equação de terceira ordem.

Finalmente, cabe salientar, que os benefícios obtidos com o uso deste novo procedimento podem ser estendidos a outros tipos de escoamentos não similares que não são provenientes da forma da velocidade potencial U(x).

REFERÊNCIAS

[1] Blasius, H., The boundary-layers in fluids with little friction. Trad.NACA T.M.1256, Washington, pp.6-18.

[2] Sparrow, E.M., Quack, H. and Boerner, C.J., Local nonsimilarity boundary-layer solutions. AIAA Journal, 8 : 1936-1942 (1970).

[3] Sparrow, E.M. and Yu, H.S., Local nonsimilarity thermal boundary-layer solutions. Journal of Heat Transfer, Trans. ASME, Series C. v.93, pp. 328-334 (1971).

[4] Crocco, L., Sulla transmissione del calore de una lamina plana a un fluido scorrente ad alta velocità. L'Aerotechnica, XII (2) : 181-197 (1932).

[5] Crocco, L., Sulo strato limite laminaire nei gas lungo una lamina plana. Rend. Mat. Unv. Roma, 2 p.138 (1941).

[6] Crocco, L., Lo strato laminare nei gas. Monografie Scientifiche di Aeronautica, no.3, Ministero Della Difesa Aeronautica, Roma (1946). Trad. North American Aviation Aerophisics Lab., Rep.AL-684 (1948).

[7] Van Driest, E.R., Investigation of laminar boundary-layer in compressible fluids using the Crocco method. NACA T.N. 2597, Washington (1952).

[8] Mendes, P.R.S. and Saboya, F.E.M., Analysis of forced convection along flat plates with variable properties. Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, VI (3) : 229-241 (1984).

[9] Schlichting, H., Boundary layer theory. McGraw-Hill Book Company, New York (1968).

[10] Noronha, R.F., Estudo da camada limite laminar no escoamento longitudinal a um cilindro. Tese de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba (1983).

[11] Evans, H.L., Laminar boundary-layer theory. Addison-Wesley (1968).

[12] Schönauer, W., Ein differenzenverfahren zur lösung der grenzschichtg leichung für stationäre, laminare, inkompressible strömng. Ingenieur Archiv, 33 (3) : 173-189 (1964).

[13] Terril, R.M., Laminar boundary layer flow near separation with and without suction. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, series A, v.253, no.1022, pp.55-100 (1960).

[14] Smith, A.M.O. and Clutter, D.W., Solutions of incompressible laminar boundary layer equations. AIAA Journal, 1 (9) : 2062-2071 (1963).

ABSTRACT

The present work is concerned with a change of variables, proposed by L. Crocco, used to transform the hydrodynamic and thermal boundary layer equations. Although such transformation has been idealized for laminar compressible flow, it is shown that it works very well for laminar incompressible flow. The transformed equations are simpler than those obtained by the classical Blasius transformation. Among the advantages of using Crocco's transformation is the fact that the interval of integration is 0-1, while in the classical method this interval is 0-∞. Solutions are presented for similar and non-similar problems and some results are compared with the ones found in the literature. In the cases that such comparison was possible, the agreement was exact.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ(Dez.1986)

ABCM

ABEnS

PUC/RJ

THERMAL MANAGEMENT OF AIR AND LIQUID-COOLED MULTI-CHIP MODULES

AVRAM BAR-COHEN
Corporate Research and Engineering
Control Data Corporation
Minneapolis, Minnesota - USA

ABSTRACT

The state-of-the-art in air and liquid-cooled multi-chip modules is examined. An attempt is made to define and compare the thermal characteristics and salient technological features of 8 distinct modules. The discussion concludes with a brief exploration of future thermal control requirements in the microelectronic industry.

INTRODUCTION

The Electronic Numerical Integrator and Computer (ENIAC), invented nearly 40 years ago by J. Mauchly and J. P. Eckert at the University of Pennsylvania, represents a critical inflection point in electronic technology and the gateway to the programmable, high speed computing devices of today. The ENIAC was a magnificent example of vacuum tube technology, employing 18,000 tubes in cabinetry weighing 30 tons and stretching 80 feet along 3 walls of a room [1], and served to demonstrate the utility of multi-purpose computing machines. However, ENIAC's 140 kW dissipation and Mean Time Between Failures (MTBF) of 0.5 hours, while performing approximately 5000 instructions per second (5 kIPS or 0.005 MIPS), inadvertently established the need for a new class of electronic device.

The requisite device was provided in 1958 by J.S. Kilby in the form of the silicon integrated circuit [2] and the silicon IC has constituted the basic building block for the electronic industry ever since. Moreover, Kilby's integrated circuit has spawned an unprecedented improvement in the reliability, speed of data processing and storage capacity of computing machines. When compared to ENIAC's performance, the technological achievements underpinning AT&T's Electronic Switching Systems (ESS) computer controller's 2 minute per year down time (1)[3] and the 24 Millions of Instructions per Second (MIPS) scalar processing provided by Control Data Corporation's Cyber 990, as well as the 1.3 billion floating point operations (GFLOPS) and 6 nanosecond machine cycle time of NEC Corporation's recently announced SX-2 supercomputer [4], and the 9.6 GFLOPS, 10 nanosecond clock of the ETA-10 scheduled for delivery at the end of 1986 [4a], appear totally miraculous.

Much of the improvement in these system parameters can be traced to reductions in the IC feature size from the initial several hundred microns down to approximately 10 microns in 1975, 2 microns in 1983 and essentially 1 micron today. As suggested in Table 1 (derived from [5]), this miniaturization has facilitated a dramatic increase in the scale of circuit integration from Kilby's 1 transistor per circuit in 1958 and less than 100 components (transistors, diodes, resistors or capacitors) per chip in the early 1960's to approximately 100,000 in 1980. More recently chip gate density has taken a further jump to 450,000 components in the 1982 Hewlett-Packard 32 bit CPU chip [6] and to 460,000 in Texas Instruments static RAM chip, reported in 1984 to be the most complex chip built, as part of the US Department of Defense Very High Speed Integrated Circuits (VHSIC) program [7].

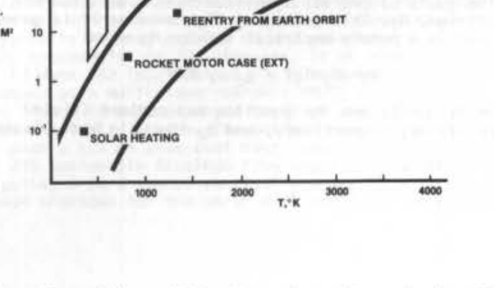
Table 1: Evolution of Integrated Circuits

YEAR	TYPE	COMPONENTS	GATES	I/O
1960	SSI-Small Scale Integration	1-40	1-10	14
1965	MSI-Medium Scale Integration	40-400	10-100	24
1970	LSI-Large Scale Integration	0.4-4.5k	0.1-1k	48
1975	VLSI-Very Large Scale Integration	4.5-300k	1 - 80k	64
1982	ULSI-Ultra Large Scale Integration	1 300k	1 80k	160

This 5 order-of-magnitude increase in circuit integration, in the past 25 years, has been associated with successive revolutions in device technology, proceeding from TTL to ECL to NMOS and, most recently, to CMOS, and has been accompanied by significant variations in chip power dissipation, increasing substantially as each technology approaches its inherent limits and generally decreasing as new technologies are adopted. The long term trend has, however, been to higher chip power dissipations, as the massive growth in gate counts has overwhelmed the decrease in power dissipation at each gate. As a consequence, chip heat removal requirements have risen from the 0.1 to 0.3 W, typical of the SSI devices used in the early 1960's, to 1 to 3 W, commonly encountered in today's LSI ECL components and VLSI CMOS devices, and to values in excess of 10 W for the 10,000 gate, LSI ECL integrated circuits beginning to appear in advanced technology computers [4b].

Throughout this period the change in the characteristic dimension of logic chips has been far more moderate, rising from 1 mm in 1965, to approximately 3 mm in the mid-70's and ranging from 4 to 8 mm for logic chips available commercially in 1985 [27]. As a consequence, the variation in chip heat flux has, with minor discrepancies, followed the changes in power dissipation. The values shown in Table II reveal that the heat fluxes for today's "cutting edge technology" chips are in the range of 5 to 40 W/sq cm and, thus, comparable, at the upper end, to the thermal loading experienced by re-entry vehicles and, even at the lower end, to heat fluxes imposed on rocket motor cases. Furthermore, as suggested in Figure 1, these latter elements typically attain temperatures between 800 and 1500 K (approximately 525 to 1325 °C), while successful thermal management of microelectronic components, operating in this same heat flux range, has generally required that maximum chip surface temperatures be maintained between 50 and 100 °C.

Figure 1: Perspective on Microelectronic Heat Fluxes



The continued imposition of this thermal requirement, despite the increase in chip heat flux, has resulted in the application of ever more sophisticated thermal design techniques to individual chips. More importantly, however, the crucial need to reduce off-chip time delays, as well as the need to provide significantly longer system MTBF's at substantially lower prices, has recently focussed the efforts of the thermal packaging community on multi-chip modules.

Much of the discussion which follows will be devoted to examining both air-cooled and liquid-cooled state-of-the-art multi-chip modules. An effort will be made to define and compare their thermal characteristics and identify the salient technological features of such modules as Hitachi's Silicon Carbide,6-chip RAM module [8] and IBM's 3090 100-chip, 500 W Thermal Conduction Module [22]. The paper will conclude with a brief evaluation of the impact of the current trends in computer system architecture and packaging on multi-chip module thermal control requirements.

Table II: State-of-the-Art in Chip Module Thermal Parameters

TECHNOLOGY	CHIP SIZE (mm)	MAX POWER DISS (W)	MAX CHIP FLUX (W/sq cm)	THERMAL RESIST (K/W)
SINGLE CHIP MODULES				
Mitsubishi Alumina HTCP [18]	8 x 8	4	6.25	5.2
Mitsubishi SIC [26]	8 x 8	4	6.25	4.7
Hewlett-Packard Finstrate [27]	6.3 x 6.3	4	10.10	8.7
Hitachi S-810 [28]	1.9 x 4	1	13.1	7.0
Fujitsu M-380 [29,29a1]	4.5 x 4.5	3	14.8	8.0
Fujitsu M-780 [29a,air-cooled]	9.3 x 9.3	6.5	7.5	3.5
Fujitsu M-780 [29a,water-cooled	9.3 x 9.3	9.5	11.0	2.5
Burroughs PGA [30]	4.5 x 4.5	5	24.3	12
Motorola MCA-2 [31]	7 x 7	12	24.5	3.3
Sperry Compact HX [32]	5 x 5	10	40	4.9
MULTI-CHIP MODULES				
Mitsubishi HTCM [19]	8 x 8	4	6.25	7.3
NEC SX Liq Cool Module [24]	8 x 8	15.4	18.4	5 (water cooled)
Hitachi RAM [17]	1.9 x 4	1	13.1	34.7
IBM 4381 [10]	4.6 x 4.6	3.8	17.0	17.0
IBM 3090 TCM [22]	4.85 x 4.85	7	29.8	8.7 (water cooled)
NTT grooved substrate [33]	8 x 8	15.1	23.6	3.3 (water cooled)

CHIP MODULE THERMAL RESISTANCE

DEFINITION

Due to the significant variations in the ambient conditions, power dissipations and allowable chip or junction temperatures associated with the various electronic system configurations and/or imposed by the manufacturers of computers, the thermal performance of chip packaging techniques is commonly compared on the basis of overall (junction-to-coolant) thermal resistance, R_T. This packaging figure-of-merit is generally defined in a purely empirical fashion to equal

$$R_T=(T_j-T_f) / q_c \quad , K/W \qquad (1)$$

where T_j and T_f are the junction and coolant (fluid) temperatures, respectively, and q_c the chip heat dissipation.

Unfortunately, however, most measurement techniques are incapable of detecting the actual junction temperature, i.e. the temperature of the small volume at the interface of p-type and n-type semiconductors, and, hence, this term generally refers to the average temperature or a representative temperature on the chip. Since the failure rate of integrated circuits has long been known to be accelerated by an increase in junction temperature [34], the lowest value of R_T is to be preferred.

Examination of various packaging techniques reveals that the junction-to-coolant thermal resistance is, in fact, composed of an internal, largely conductive, resistance and an external, primarily convective, resistance. The internal resistance, R_{jc}, is encountered in the flow of dissipated heat from the active chip surface through the materials, used to support and bond the chip, and on to the case of the integrated circuit package. The flow of heat from the case directly to the coolant, or indirectly through a fin structure and then to the coolant, must overcome the external resistance, R_{ex}.

INTERNAL RESISTANCE

Conductive thermal transport is governed by the Fourier Equation which, in 1-dimensional form, is expressible as [35]:

$$q = k\ A\ dT/dx \quad , W \qquad (2)$$

where q is the heat flow, k is the thermal conductivity of the medium, A is the cross-sectional area for heat flow and dT/dx the temperature gradient in the direction of heat flow. For composite, rectilinear structures, as encountered in many chip modules, the Fourier Equation (with temperature and time invariant properties), takes the form:

$$q = (T_i-T_o)/\sum_p (\Delta x/kA) \qquad (3)$$

where T_i and T_o are the temperatures internal and external to the composite structure, respectively, Δx the thickness of the material in the direction of heat flow, and the summation sign pertains to p distinct layers of material. Assuming that power is dissipated uniformly across the chip surface and heat flow to be largely 1-dimensional, Eq 3 can be used to provide a first-order approximation for the internal chip module resistance, as:

$$R_{jc} = (T_j-T_c)/\ q_c = \sum_p (\Delta x/kA) \quad , K/W \qquad (4)$$

When expressed in this form, the summed terms are seen to represent the thermal resistances of the individual layers of silicon, solder, adhesives, etc. As the thickness of each layer decreases and/or the thermal conductivity and cross-sectional area increase, the resistance of the individual layers decreases. Although 2-dimensional conduction effects are often of significance in chip packages, especially in the presence of non-uniform power dissipation in the chip, Eq 4 does suggest that R_{jc} can be altered, not only by the choice of support materials and bonding technology (i.e. choice and thickness of bonding materials), but also by a change in geometry and, particularly, the cross-sectiona or "foot-print" area of the chip and case. An evaluation and comparison of chip packaging technologies on the basis of R_{jc}, which ignores this geometric influence, may well lead to erroneous conclusions.

EXTERNAL RESISTANCE

The resistance to thermal transport from a surface to a fluid in motion, i.e. the convective resistance, varies inversely with the wetted area and the heat transfer coefficient, h. For a particular geometry and flow regime, h may be found from available empirical correlations and/or theoretical relations. For flow along plates and in the inlet zones of parallel-plate channels, as may well be encountered in electronic cooling applications, the low velocity, or laminar flow, average convective heat transfer coefficient is given by [34]:

$$h=0.664\ (k/l)\ (Re)^{0.5}\ (Pr)^{0.333} \quad , W/m^2K \qquad (5)$$

$$\text{for } Re < 2 \times 10^5$$

where k is the fluid thermal conductivity, l the characteristic dimension of the surface, Re the Reynolds Number (equal to $\rho Vl/\mu$) and Pr the Prandtl Number ($c_p\mu/k$). Inserting the various parameters associated with the Re and Pr in Eq 5, the laminar heat transfer coefficient is found to be directly proportional to the square root of fluid velocity and inversely proportional to the square root of the characteristic dimension. Furthermore, increases in the thermal conductivity of the fluid and in the Pr, as are encountered in replacing air with a liquid coolant, can be expected to result in higher heat transfer coefficients.

In higher velocity, turbulent flow, the dependence of the convective heat transfer coefficient on the Reynolds Number increases and is typically given by [34]:

$$h=0.036\ (k/l)\ (Re)^{0.8}\ (Pr)^{0.333}\ ,\ W/m^2K \qquad (6)$$

$$\text{for Re} \geq 3\times10^5$$

In this flow regime, the convective heat transfer coefficient is, thus, found to vary directly with the velocity to the 0.8 power and inversely with the characteristic dimension to the 0.2 power. The dependence on fluid conductivity and Pr remains unchanged.

Applying Eqs 5 or 6 to the transfer of heat from the case of a chip module to the coolant, the external resistance, $R_{ex} = 1/hA$, is found to be inversely proportional to the wetted area and to the coolant velocity to the 0.5 to 0.8 power and directly proportional to the length scale in the flow direction to the 0.5 to 0.2 power. It may, thus, be observed that the external resistance can be strongly influenced by the fluid velocity and package dimensions and that these factors must be addressed in any meaningful evaluation of the external thermal resistances offered by various packaging technologies.

For a fixed value of the convective heat transfer coefficient, the external resistance can be reduced by enlarging the surface area in contact with the coolant. Since it is also generally desirable to minimize the projected area or "foot-print" of the chip module, this extended area is best provided by a fin structure or compact heat exchanger attached to the module case. However, the presence of the fin structure and an additional bonding layer (needed to attach the fin to the case), introduces new thermal resistances which must be incorporated in the expression for the external resistance.

In the context of the present approximate formulation for chip module thermal resistance, the fin-to-case interface can be treated as an additional material layer with a resistance of $\Delta x/kA$, and use can be made of the "fin efficiency" concept to deal with the conductive resistance of the fin structure. Fin efficiency, η, is generally defined as the ratio of the average temperature difference between the fin and the coolant to the temperature difference between the fin base and the coolant [35]. Fin efficiency can, thus, be expected to range from 0 to 1, with high thermal conductivity, short, thick fins providing the highest values of η.

Using this approach, heat transfer by a fin or fin structure can be expressed in the form

$$q_f = h\ A\ [\eta\ (T_o - T_f)] \qquad (7)$$

where q_f is the fin heat dissipation, η is the fin efficiency, $T_o - T_f$ the temperature difference between the base and the coolant, and A the full, wetted area. Since the external resistance of a chip module is defined in terms of the temperature difference between the case and the coolant, Eq 7 can be used to modify R_{ex} to reflect the contribution of a fin structure or compact heat exchanger, as

$$R_{ex} = (T_c - T_f)/q_c = (\Delta x/kA)_b + (1/\eta hA) \qquad (8)$$

In an optimally designed fin structure, can be expected to fall in the range of 0.5 to 0.7 [35]. Relatively thick fins in a low velocity flow of gas are likely to yield fin efficiencies approaching unity. This same unity value would be appropriate, as well, for an unfinned surface and, thus, serve to generalize the use of Eq 8 to all package configurations.

TOTAL RESISTANCE

To the accuracy of the assumptions employed in the preceding development, i.e. uniform heat dissipation and 1-dimensional conduction, the overall chip module resistance can be found by summing the internal and external resistances given by Eqs 4 and 8, to yield

$$R_T = R_{jc} + R_{ex} = \sum \Delta x/kA) + (1/\eta hA) \qquad (9)$$

In evaluating the thermal resistance by this relation care must be taken to determine the effective cross-sectional area for heat flow at each layer in the module. For single-chip modules, the requisite areas can be readily obtained, though care must be taken to consider possible voidage in solder and adhesive layers. The determination of the appropriate areas in multichip modules is far more difficult but, for modules involving chips of identical geometry and power dissipation, this task can generally be performed to an acceptable level of accuracy by defining a "unit cell" around each chip in the module.

As previously noted in the development of the relations for external and internal resistances, Eq. 9 shows R_T to be a strong function of both the convective heat transfer coefficient and geometric parameters (thickness and cross-sectional area of each layer). Thus, the introduction of a superior coolant, use of thermal enhancement techniques which increase the local heat transfer coefficient, or selection of a heat transfer mode with inherently high heat transfer coefficients (e.g. boiling) will all be reflected in appropriately lower external and total thermal resistances. Similarly, improvements in the thermal conductivity of and reduction in the thickness of the relatively low conductivity bonding materials (e.g. soft solder, epoxy, silicone) would act to reduce the internal and total thermal resistances. These two categories of packaging changes, higher heat transfer coefficients and thinner bonding layers, can, indeed, be viewed as packaging "improvements" and are properly reflected in lower values of the figure-of-merit, i.e. the overall thermal resistance.

However, frequently, even more dramatic reductions in the total resistance can be achieved simply by increasing the cross-sectional area for heat flow, within the chip module (e.g. chip, substrate, heat spreader) as well as along the wetted, exterior surface. The implementation of this "scale-up" approach generally results in a larger module footprint and/or lower volumetric packaging density, both of which are highly undesirable and yet is rewarded with a better packaging figure-of-merit. Evidence for this difficulty can be found by comparing the Hitachi S-810 air-cooled, single-chip package [28] and the Motorola MCA-2 air-cooled, single-chip package [31] listed in Table II. While the Hitachi package offers a resistance which is twice that of the Motorola package, 6 of the Hitachi single-chip modules are mounted on a 2.5 cm^2 ceramic substrate and extend approximately 1 cm high. By contrast, although both packages are cooled by ambient air at comparable velocities, 5 m/s for the S-810 and 3.8 m/s for the MCA-2, one MCA-2 PGA package is 15 cm^2 in area and nearly 2 cm high. Further support for this concern can be found by comparing the dimensions and thermal resistances of the multi-chip modules, shown in Table II and III, as will be discussed in a later section.

In evaluating packaging approaches, it must, therefore, be understood that the thermal resistance is not a true figure-of-merit and if R_T is to be used care must be taken to determine the specific reason(s) for a change in chip-to-coolant thermal resistance. Alternatively, a more consistent thermal packaging figure-of-merit must be sought.

MULTI-CHIP MODULES

In recent years most of the leading manufacturers of computers and other microelectronic equipment have begun to develop the technology and packaging strategies needed to insert multi-chip modules into their product families. Several companies, notably Hitachi [8,17], have chosen to emphasize /mother chips', or relatively small modules containing 4 to 6 small chips on a common substrate, while many others have pursued the development of substantially larger modules containing 30 to as many as 133 chips, as in IBM 3080's TCM [9]

Table III displays the salient thermal features of a selection of air and water-cooled, multi-chip modules based exclusively on descriptions in the open literature or presented at recent conferences. Although most of these modules have been used in operating, commercial equipment, the absence of uniformity in the veracity and depth of the available detail significantly constrains the accuracy of any comparison of thermal characteristics. Nevertheless, in succeeding sections, an effort will be made to define the primary thermal packaging features of this representative sample of multi-chip modules.

AIR-COOLED MODULES

IBM 4381 Module:

The recently released IBM 4381 mid-range processor, elements of which are described in [10,11,16], consists of a single board containing 22 modules. Each of the modules shown in Figure 2 is 64 x 64 mm and approximately 40 mm high and houses up to 36, though typically 31, logic chips of approximately 7000 elementary components, or 704 circuits, in an area of 4.6 x 4.6 mm [16]. In each 882 input/Output pin module the chips are solder-bumped on a multi-layer-ceramic (MLC) substrate and separated from a ceramic cap by a layer of thermal paste, 0.1 to 0.35 mm (4-14 mils) thick. The ceramic cap, tin-lead soldered over a 1.5 mm wide seal band, supports a 25 mm high array of 256 hollow-pin Aluminum fins cooled by a wide jet of air exhausting from a nearby vertical plenum. The design of this plenum provides for the parallel flow of air jets onto each module and thus provides an identical ambient air temperature for each fin array, regardless of location on the board.

Figure 2A: The IBM 4381 Air-Cooled Module
Impingement Mode Cooling

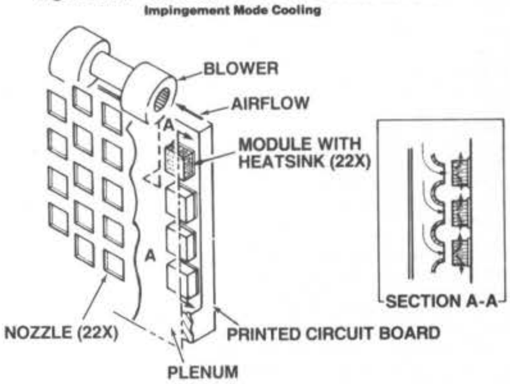
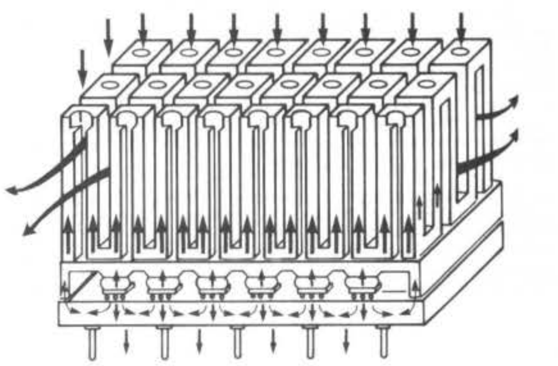


Figure 2B: The IBM 4381 Air-Cooled Module
Module Cross-Sectional View



Based on information provided in [10], it appears that 55% of the heat released by the chips conducts down into the MLC substrate and 45% up through the thermal paste to the cap. However, more than half of the heat flowing into the MLC conducts back up through the solder seal to the cap. Thus, in total, nearly 75% of the dissipated heat exits the module via the fin array and the remainder is removed at the exposed surfaces of the board.

This thermal design, with an air flow of 211 liters/sec at 20mm of water pressure head, has been found to facilitate the transfer of up to 3.8 W per chip, 90 W per module and 1.3 kW per board, while maintaining all the chips below the maximum specified temperature of 90 °C [10]. It may be noted that while 3.8 W represents the maximum chip dissipation, the average value for a high dissipation module ranges from 2.5 to 2.9 W and the average chip dissipation for the 22 module system is only 1.65 W. The IBM 4381 module has been shown to provide an external resistance, based on total module power, of approximately 0.23 K/W (or K) per Watt. Alternately, in a module containing 36 identical chips, the chip-to-air thermal resistance has been found to equal 17 K/W, divided nearly equally between the external (8 K/W) and internal (9 K/W) resistances [10].

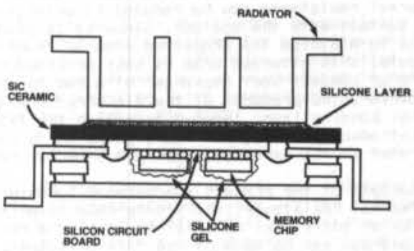
Due to the heat spreading effect of the cap and substrate, a realistic, though still conservative, assessment of chip temperature can be obtained by using the module-based external resistance to determine the cap temperature and the chip-based internal resistance to calculate the chip-to-cap temperature difference. Following this procedure, a 3.8 W chip in a 90 W 4381 module, cooled by ambient air at 25 °C, would attain a temperature no greater than 80 °C rather than the 89.6 K/W attained if each and every chip dissipated 3.8 W.

A close examination of the 4381 Module reveals that its thermal performance is intimately related to three interface resistances: the /thermal paste' layer, the cap/MLC seal and the fin array/cap attachment. Due to the significant thermal resistance of the paste layer, approximately 8 K/W for a 0.25 mm (10 mil) layer with k=1.25 W/mK [11], failure to closely control manufacturing tolerances on the ceramic cap and solder-bumped chips could induce unacceptably large chip-to-chip temperature variations and excessive temperatures at high-power, large-gap chips. Similarly, since some 30% of the dissipated heat flows through the cap/MLC seal and 75% across the bond between the cap and the fin array, these resistances must be minimized by design and maintained close to design values during assembly, if chip temperatures are to remain at acceptable levels.

Hitachi Silicon-Carbide RAM Module:

In an attempt to provide a reliable, densely-packaged and thermally-acceptable IC package, Hitachi's Device Development Center has focussed much of its recent effort on /mother chips', or small multi-chip modules [8]. The 27.4 x 27.4 mm and approximately 16 mm high, 108 lead Silicon Carbide module, described in [8,17] and shown in Figure 3, epitomizes this approach.

Figure 3: The Hitachi SiC RAM Module



The Hitaceram 101 SiC RAM module contains 6, 1-Watt, ECL chips, each 1.9 x 4 mm and providing 1 kbit of memory, solder-bumped to a silicon substrate which is, in turn, gold/tin eutectic bonded to the SiC. Both the Aluminum fin structure and the lid are attached to the module with a layer of silicone rubber (with filler), approximately 50 micron thick. The chips are encapsulated in silicone gel for protection from humidity and from alpha particles emanating from the solder.

The heat released by each chip is conducted through 77 solder bumps (52 of which are purely thermal in function) to the silicon substrate, or /mother chip' and then through the low resistance gold eutectic bond to the SiC. An Aluminum heat sink, approximately 8 mm high and 20 x 20 mm at the base, with 4 longitudinal fins, serves to transfer the dissipated heat to the ambient air blown past the RAM module.

Table III: Multi-chip Module Parameters

		GENERAL				
TECHNOLOGY	# chips	# I/O	# trans* (x 10^3)	area (mm^2)	chip area fraction**	Height (mm)
Mitsubishi HTCM [19]	9	624	108	66 x 66	0.13	22
Hitachi RAM [17]	6	108	?	27.4x27.4	0.06	16
Honeywell SLIC [23]	110	240	?	80 x 80	?	50
NEC SX [24]	36	2177	144	125x125	0.15	60
IBM 4381 [10]	36	882	252	64 x 64	0.19	40
IBM 3090 22]	100	1800	600	150 x 150	0.10	60
NTT [33]	25	900	?	85 x 105	0.18	5***

* based on an average of 4 transistors per gate
chip-to-module area ratio; * assumed value for module-to-module spacing

TECHNOLOGY	TOTAL DISP	MX CHP Q	THERMAL Heat Flux	Heat Density	RINT*	REXT*
	(Watts)	(Watts)	(W/cm^2)	(W/cm^3)	(K/W)	(K/W)
Mitsubishi HTCM [19]	36	4	0.83	0.4	3.0	4.3
Hitachi RAM [17]	6	1	0.8	0.5	10.1	24.6
Honeywell SLIC [23]	60	10.5	0.9	0.2		(60)
NEC SX LCM [24]	250	15.4	1.6	0.3		(5)
IBM 4381 IMPNG [10]	90	3.8	2.2	0.5	9.0	8.0
IBM 3090 TCM [22]	500	7.0	2.2	0.4	7.2	1.5
NTT [33]	377	15.1	4.2	8.4	2.8	0.5

*based on the chip heat dissipation
RINT=Internal Thermal Resistance;REXT=External Thermal Resistance

The results reported in [17] reveal the theoretical thermal resistance of the RAM module, at an air velocity of 3 m/s, to be 34.7 K/W, based on the heat dissipation of a single chip, or nearly 5.8 K/W, based on total module dissipation. This latter value compares most favorably with a measured value of 5.5 K/W. The theoretical value corresponds to a chip-to-silicon substrate resistance of 1.44 K/W, calculated on the basis of module dissipation, negligible resistance through the gold eutectic bond, an additional 0.25 K/W imposed by heat conduction through the silicone rubber bonding the heat sink to the module and, finally, the resistance of the fin structure equalling 4.1 K/W. The air-cooled heat sink and the solder-bump structure are, therefore, the two primary thermal resistances in the Hitachi RAM module.

Using the stated theoretical thermal resistance values and a module dissipation of 6 Watts, for a 25 K/W inlet air temperature and an assumed 10 °C rise in the air flowing past the modules, the maximum chip temperature can be expected to approach 70 °C . The relatively modest temperature rise at the chip would appear to allow adequate thermal control of the Hitachi RAM module at the stated air velocity of 3 m/s. However, it should be noted that, assuming laminar flow in the fin passages and using Eq. 5, at a more typical velocity of 6 m/s, the external module resistance could be expected to decrease to approximately 3 K/W. As a result, the total resistance from chip-to-air for the 6 m/s air velocity is likely to approach 4.5 K/W per watt of module dissipation or 27 K/W based on the dissipation of an individual chip.

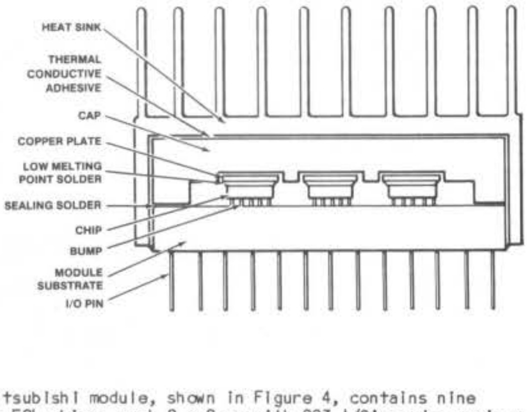
As previously noted, the thermal resistance of the Hitaceram substrate, shown in [17] to equal approximately 0.025 K/W, results in a negligible temperature rise of 0.15 °C for a module dissipation of 6 Watts. While at first glance this result appears to provide a thermal justification for the use of SiC, it must be noted that if Alumina were used as the substrate material (with a thermal conductivity 13.5 times lower than SiC), this resistance would still be relatively negligible at 0.34 K/W and a resulting temperature difference through the substrate of less than 2 °C. Reduced lateral conduction in the low conductivity substrate may result in a higher heat flux through the silicone rubber layer, which bonds the heat sink to the substrate, and produce a consequent rise in the temperature difference through the rubber. However, in the present design this resistance (at 0.14 K/W) accounts for less than 1 °C and is, thus, unlikely to exceed 2 K/W even with a low conductivity substrate.

These calculated values appear to suggest that, contrary to some reports in the literature, the high thermal conductivity of SiC may be of limited significance in determining the thermal performance of, at least, air-cooled multi-chip modules. Nevertheless, the use of such substrates may well be justified by the near-equality of the Thermal Coefficients of Expansion of Silicon and SiC leading to significantly lower thermal stress in the solder joints and/or bonding layers between these two materials.

Mitsubishi High Thermal Conduction Module:

Mitsubishi's concern over the high thermal resistance of flip-chip bonded devices has led to the development of a packaging technology for LSI chips which relies on heat transfer from both the top and solder-bump sides of each chip to achieve a relatively low junction-to-ambient thermal resistance [18,19]. A 66 x 66 x 22 mm high, 624 I/O, multi-chip pin-grid array module represents one articulation of this packaging concept and is described in detail in [19].

Figure 4: The Mitsubishi High Thermal Conduction Module



This Mitsubishi module, shown in Figure 4, contains nine 3-kgate ECL chips, each 8 x 8 mm with 223 I/O's and a maximum dissipation of 4 Watts, which are solder-bumped to the substrate (apparently Alumina) and soldered on the top to a 13 x 13 x 0.25 mm thick copper plate. During assembly the copper plate is pressed up against the ceramic cap enclosing the chips, the module is filled with Hydrogen and the assembly heated to melt the solder, sealing the module and attaching the copper heat spreaders. When the module has cooled, a longitudinal-fin heat sink is epoxied to the module cap. The cooling of the structure and solidification of the solder were found to produce a nominal 30 micron gap between the copper plate and the cap.

In operation heat released by the chips flows to the heat sink along two parallel paths, one passing through the solder bumps and the substrate and then on to the cap and heat sink through the module seal and the other path going directly to the cap and heat sink via the thermal spreader and the gas gap. A detailed thermal analysis of this multi-chip module, reported in [19], revealed that, in the absence of heat transfer from the pins to the air (a conservative assumption), a chip located at the edge of the substrate could be expected to dissipate approximately 18% of its heat through the solder bumps and 82% across the gas gap, while only 13% of the heat would go through the solder bumps of the center chip. The resulting chip-to-ambient thermal resistance, defined in terms of the chip power dissipation, was calculated to be 6.8, 7.0 and 7.3 K/W for a corner chip, an edge chip and the center chip, respectively, at an imposed air velocity of 6 m/s. Measured values in the velocity range of 2-6 m/s, with an inlet air temperature of 25 °C , were generally found to agree with the calculated values to within 5%.

The overall thermal resistance of the Mitsubishi multi-chip module was found to include a 3.0 K/W chip-to-heat-sink resistance for the central chip and an internal resistance of approximately 2.5 K/W for the peripheral chips. Test results shown in [19] indicate that the conduction resistance of the gap between the heat spreader and the ceramic cap, when the module is filled with pressurized Hydrogen, accounts for less than 0.5 K/W (though calculations would suggest nearly 0.9 K/W). For the dimensions shown thermal conduction through the Silicon chip, Copper heat spreader and Ceramic cap appears to contribute approximately 0.6 to 1.2 K/W to the internal thermal resistance of the central chip. It may, thus, be surmised that the three interface resistances, offered by the solder used to attach the heat spreader, by the Hydrogen layer and by the epoxy bonding the heat sink to the module cap, account for more than 50% of the internal resistance. Assuming an air inlet temperature of 25 °C and a 10 °C rise in air temperature across several modules, the maximum chip temperature can be expected to lie below 65 and average approximately 63 °C for the stated conditions.

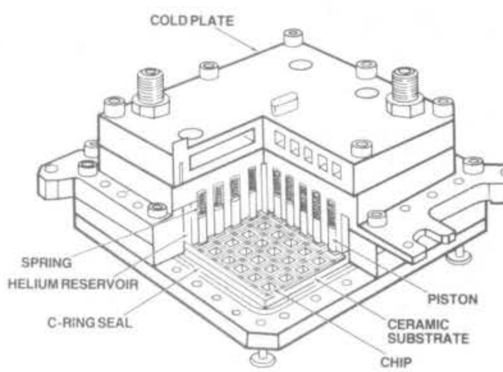
It must be noted, however, that to achieve this thermal performance the module must remain hermetically sealed, the gas gap dimension must be kept to approximately 1 mil, and the quality of the mating surfaces and/or the thickness of the bonding layers must be carefully controlled to the conditions attained in the prototype module described in [19]. Alternately, the authors of [19] suggest that the temperatures of the chips could be lowered by several K/W, relative to the values in [19], by taking advantage of heat transfer to the Printed Circuit Board on which the module is mounted.

LIQUID-COOLED MODULES

IBM 3081 Thermal Conduction Module:

At the heart of the 9 MIP, IBM 3081 processor complex is the hermetically sealed, water-cooled Thermal Control Module shown in Figure 5. The 1800 pin TCM is approximately 150 x 150 x 60 mm high and contains up to 133 chip sites arrayed on a 90 x 90 mm 33-layer ceramic substrate [9]. Each 4.6 x 4.6 mm TTL chip, containing up to 704 circuits for a peak heat dissipation of 4 Watts, is attached to the substrate via solder bumps. Up to 300 Watts can be removed from each TCM and as many as 9 TCM modules may be mounted on a single 700 x 600 mm Printed Circuit Board [20].

Figure 5: The IBM 3081 Thermal Conduction Module



Heat released by each chip in the TCM is conducted, via a spring-loaded Aluminum piston in a Helium atmosphere, to the water-cooled heat exchanger, constituting the cap of the module. In the TCM design it was desired to bring the water-cooled surfaces as close as possible to the chip heat sources while, at the same time, allowing for variations in chip height and location, arising from manufacturing tolerances. Additionally, allowances had to be made for nonuniform thermal expansion and contraction along the primary thermal path [21].

While thermal control of the chips in the TCM involves heat flow along several parallel paths, its developers found it convenient to describe the performance of the TCM in terms of the resistances along the primary thermal path from a single chip [21]. Since the heat dissipating devices are on the solder-bump side of the chip, heat flow to the piston will encounter a conduction-constriction resistance of approximately 1.15 K/W in crossing the chip. Although the piston contacts the chip, most of the heat flow occurs across the Helium-filled gap surrounding the piston/chip contact zone and engenders a 3 K/W resistance. Heat flow through the metallic piston and the Helium gap separating the piston from the housing results in an additional resistance of 3.2 K/W and conduction through the housing to the water-cooled heat exchanger imposes a 1.6 K/W penalty. Interestingly, nearly 50% of the internal resistance, or 4.2 K/W, can be traced to the two Helium-gap conduction resistances, emphasizing once again the importance of controlling interface resistance in multi-chip modules.

Thermal transport in the heat exchanger, by conduction through the heat exchanger walls and by convection to the water flowing in the channels, is constrained by a final 1.5 to 3 K/W 'external' resistance. The total chip-to-coolant resistance for the IBM TCM, defined in terms of the maximum chip dissipation, is thus, approximately, 11.2 K/W, including an internal resistance of nearly 9 K/W and a typical external resistance of 2.25 K/W (at approximately 40 cubic cm/s water flow rate).

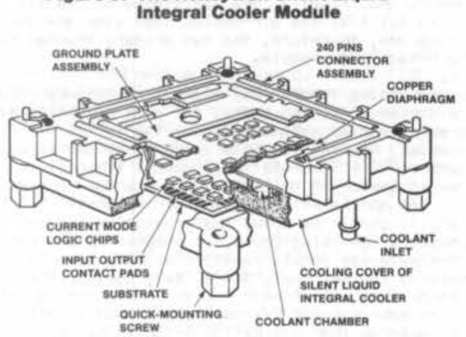
Based on these reported values, it would appear that the temperature of a 4 Watt chip in a 300 W, 3081 configuration TCM with a water inlet temperature of 24°C, is approximately 69°C and is, thus, considerably below the stated design requirement of 85°C.

This performance margin has apparently made it possible to use an essentially unmodified TCM in the IBM 3090 Series 25 MIP machine. In this application the TCM is reported to dissipate approximately 500 W, generated by 100 enhanced-ECL chips, 4.85 x 4.85 mm in size with a peak dissipation of 7 W from 612 circuits [22]. To achieve the desired chip temperature limit of 85 K/W with an inlet water temperature of 24°C, it is, thus, necessary for the 3090 TCM to provide an over-all thermal resistance of approximately 8.7 K/W. An increase in the water flow rate through each TCM and optimization of the water distribution system, as well as thermal optimization of the piston and housing design for the slightly larger and more widely-spaced 3090 chips, may very well have been sufficient to reduce the TCM resistance to this value.

Honeywell (HIS) Silent Liquid Integral Cooler (SLIC):

Packaging of the Honeywell Information Systems DPS-88 computer is based on the use of a 80 x 80 mm multi-layer ceramic substrate, housed within an Aluminum frame which is termed a Micropackage. Each such leadless package, with 240 I/O's and 110 sites for CML LSI chips, is connected, together with 7 other Micropackages, to a 534 x 318 mm mother board [23]. As seen in Figure 6, cooling of the DPS-88 components is provided via the Micropackage cover, the SLIC, which serves as a liquid-cooled cold plate. A flexible copper diaphragm, which conforms to the back surface of the substrate on one side and is wetted by the circulating water (or possibly in contact with a water-cooled plastic membrane) on its other side, constitutes the bottom of that cover. Each Micropackage is reported to dissipate 60 W, for an average chip dissipation of approximately 0.55 W [23].

Figure 6: The Honeywell Silent Liquid Integral Cooler Module



Unfortunately, while Honeywell was one of the first companies to develop water cooling for mainframe computers, little additional information is available in the open literature on the thermal performance of the SLIC. For an assumed water inlet temperature of 24°C, as well as a peak allowable chip temperature of 70°C and a maximum chip dissipation of .75 W, the overall thermal resistance of the SLIC can be calculated to equal approximately 60 K/W.

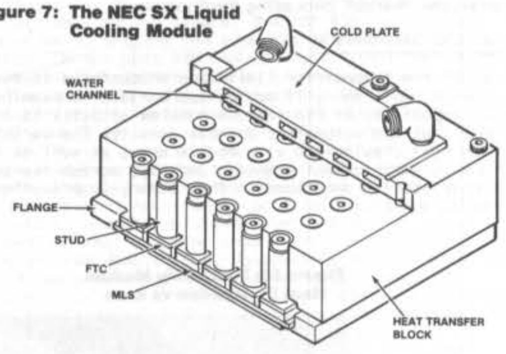
In the absence of published data, it is difficult to evaluate the veracity or significance of this value and one can only speculate as to whether the 0.55 W chip dissipation and 60 W module dissipation represents a mature technology or is to be associated with a non-optimized cooling system. It may be noted, however, that a first-cut analysis of the SLIC package suggests that the interface resistance between the copper diaphragm and the ceramic substrate can be expected to contribute as much as one-third of the overall thermal resistance of the Micropackage.

NEC SX Liquid Cooling Module:

Nippon Electronic Corporation's (NEC) latest supercomputer, reported to achieve 1.3 gigflops and six nanosecond machine cycle time, implements several new packaging technologies and liquid cooling systems [24,25]. Both logic and RAM chips, TAB'd and packaged in ceramic chip carriers which are in turn solder-bumped onto an Alumina/Polyimide multi-layer ceramic substrate, are thermally controlled by adjustable metal studs which conduct the heat dissipated by the chips to a water-cooled cold plate. Using this approach, shown schematically in Figure 7, NEC claims to have achieved significant improvements in gate density, signal /flying time', wiring density, I/O density and heat removal capability relative to its highest class general purpose computer, the S-1000 [24].

NEC's water-cooled multi-chip package (MCP) is approximately 125 x 125 x 60 mm high and can accommodate up to 36 Flipped TAB Carriers (FTCs), 12 to 14 mm on a side, solder-bumped onto a 100 x 100 x 2.75 mm thick Alumina/Polyimide substrate. Twelve such modules can be mounted on a single 541 x 457 x 4.9 mm thick printed wiring board. Each MCP includes 2177 I/O pins brazed on its bottom surface and is capable of dissipating 250 Watts through the water-cooled heat exchanger on its top surface. Each 12 x 12 mm FTC contains a 1000 gate, 5.7 W (typical) CML logic chip, which is solder-bumped to the ceramic substrate and TAB'd to the Copper/Tungsten FTC cap. Four, 1-kbit, bipolar RAM chips, typically dissipating a total of 5.4 W, can be packaged in a similar manner in the slightly larger (14 x 14 mm) FTC.

Figure 7: The NEC SX Liquid Cooling Module



Thermal control of the FTCs in the multi-chip module is provided by the Liquid Cooling Module (LCM), which consists of a Heat Transfer Block (HTB), a cold plate and 36 studs. As reported in [24], the HTB removes heat by fine-gap contact between the stud and the FTC. The stud is placed in a machined hole in the HTB and has a unique shape to ensure fine-gap contact with the FTC. To establish this contact, each stud is adjusted individually before its position is fixed in the HTB. After the stud location is secured, the HTB is detached, a thermal compound applied to the cap of each FTC and the HTB reassembled. To complete the LCM, the cold plate is bolted to the HTB and liquid lines are attached to the inlet and outlet ports on the cold plate.

While no detailed test results have been released for the LCM, the authors of [24] claim to have achieved a chip-to-water thermal resistance of 5 K/W. This relatively low value of thermal resistance would appear to justify the pains taken in assembling the LCM to minimize the gap between the stud and the chip carrier and, thereby, limit the thermal interface resistance at the surface of the FTC. In the absence of a detailed thermal analysis of this thermal packaging configuration, it is difficult to evaluate either the FTC's contribution to the overall thermal resistance or the potentially deleterious effect of differential thermal expansion and stud-to-HTB clearance tolerances on the as-built thermal performance.

NTT Liquid-Cooled Substrate:

In contrast to the other modules described in this section, the NTT water-cooled substrate approach [33] has yet to be commercialized and, as a consequence, the reported performance characteristics are not directly comparable to those of the preceding modules. Nevertheless, since the NTT module may well presage a major thrust in the direction of integrally-cooled, multi-chip substrates and since NTT has already built and tested a prototype module of this design, it appears appropriate to include the NTT module in this discussion.

NTT's interest in liquid-cooled substrates resulted from the desire to improve the volumetric packaging density of computer CPUs so as to reduce the vertical interconnect length between high planar-density modules. The technique involves mounting VLSI chips on a multi-layered alumina substrate which incorporates very fine coolant channels between via holes. Substrate fabrication includes formation of a coolant distributor and coolector, located on opposite ends of the multi-layered substrate, so that, in operation, the coolant is distributed uniformly to the channels and the heated fluid is mixed in an internal plenum before flowing on to the next module. As explained in detail in [33], the fine channels, the distributor and the collector for each substrate are formed by punching the green sheet prior to, and in identical fashion to, the process used in the formation of via holes. The prepared substrate is then co-fired and the I/O pins brazed on to the bottom of the substrate after cool-down.

In the NTT prototype module, shown in Figure 8, a 5 x 5 array of 8 mm square VLSI chips were mounted on a 85 x 105 x 1.2 mm, 6 conductor layer alumina substrate containing 29, 0.8 x 0.4 mm channels and 900 I/Os, both on a 2.54 mm pitch. The coolant distributor and collector were 7 x 77 mm in external dimension. In this prototype module the NTT researchers sought to maintain the maximum chip junction temperature below 85 °C with an inlet water temperature, to the rack, of 25 °C .

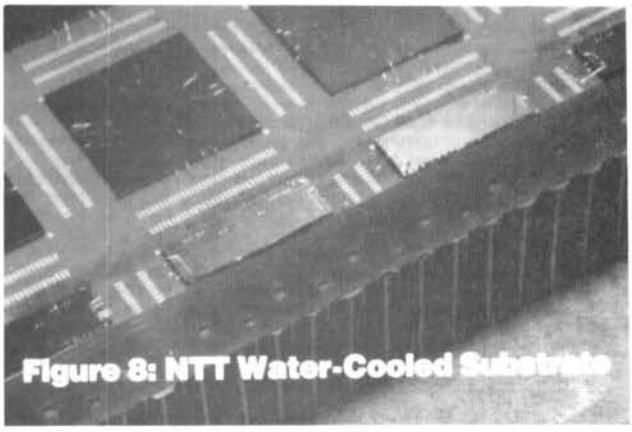


Figure 8: NTT Water-Cooled Substrate

Based on preliminary experimental results and extensive finite-element modeling, a water flow rate of 17 cc/sec at a pressure drop of 0.2 atm was selected for this system. This flow rate was found to result in less than a 5 °C coolant temperature rise across each module and a convective resistance in the liquid channels of 0.5 K/W per unit channel or approximately 0.45 K/W on a single chip basis. In the NTT design the chips can be epoxied or soldered to the substrate. Use of the thermally less desirable epoxy die bond was found to produce a bonding resistance 0.7 K/W per chip higher than obtained with Sn/Pb solder.

The bonding and convective resistances together with the conductive resistances in the alumina and chip, as well as the sensible temperature rise in the coolant flowing across the module, combine to produce an overall, worst case thermal resistance of 3.3 K/W for the prototype module. The NTT integrally-cooled substrate can, thus, accomodate 25 identical VLSI devices, each dissipating 15.1 W, with a flow rate of 17 cc/sec of 35 °C water. Furthermore, NTT's modeling studies suggest that the allowable chip dissipationa could be increased by 20% by replacing the epoxy die bond with a solder bond, and by approximately 25% as a result of enlarging the die size to 10 x 10 mm. Alternately, increasing the substrate thickness to 6mm, as might be appropriate for 35 conductor layers, can be expected to reduce the allowable chip dissipation by some 20%.

TECHNOLOGY COMPARISON

GENERAL TRENDS

No evaluation of the State-of-the-Art in the thermal control of multi-chip modules would be complete without a direct comparison of the various strategies which have been implemented and the thermal performance which has been achieved in these modules. Unfortunately, such comparison is made most difficult by variations in the thermal specifications, associated with competing device technologies and differing operating modes, and by incompleteness in the reporting of both empirical and analytical results. Non-uniformities in heat dissipation, frequently encountered in multi-chip modules, can further obscure such a comparison by significantly altering the apparent resistance values.

Conductive heat flow in the module cap and base, as well as in the fin structure employed for convective heat dispersion, can be expected to 'smooth' temperature variations which would otherwise result from the chip-to-chip variation in heat generation. Consequently, the temperature of the convectively cooled surfaces, i.e. the heat sink, can generally be determined on the basis of average chip dissipation (or, conversely, total module dissipation) while the 'local' temperature difference, between the active chip surface and the heat sink, can best be determined by addressing the actual heat dissipation of a specific chip.

While a correct calculation of the maximum chip temperature anticipated for a particular module should, thus, be based on the appropriate combination of average and peak power dissipation, an upper bound estimate of the maximum chip temperature can be obtained by multiplying the chip-to-coolant thermal resistance by the peak power dissipation. The former approach has been used throughout this paper to determine the relevant maximum chip temperatures but, in the interest of simplicity, several of the comparisons - presented in Figure 9 through 12 - are based on this latter procedure.

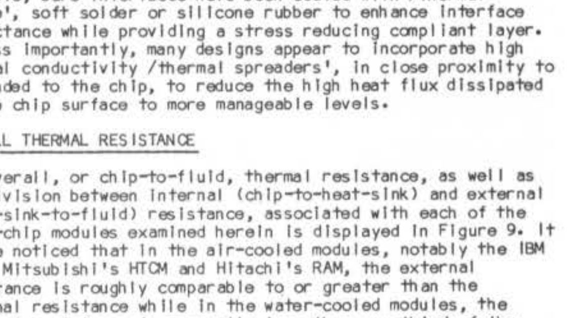
In examining the multi-chip modules described in the previous chapter, it is apparent that much of the thermal design activity, devoted to these units, has focussed on the reduction of air-gap conduction and thermal interface resistances at both the chip and module surfaces. Gaps in the conduction path from the chip to the heat sink have generally been minimized by material selection, to reduce thermal differential expansion, by high-tolerance manufacturing processes, to limit the variation from chip-to-chip, and by adjustment during assembly, to neutralize the variations that have accumulated during module assembly. High thermal conductivity 'greases' and high conductivity gases, notably Helium and Hydrogen, have been used to reduce the resistance of the internal gaps and, wherever possible, bare interfaces have been coated with 'thermal grease', soft solder or silicone rubber to enhance interface conductance while providing a stress reducing compliant layer. No less importantly, many designs appear to incorporate high thermal conductivity 'thermal spreaders', in close proximity to or bonded to the chip, to reduce the high heat flux dissipated on the chip surface to more manageable levels.

OVERALL THERMAL RESISTANCE

The overall, or chip-to-fluid, thermal resistance, as well as the division between internal (chip-to-heat-sink) and external (heat-sink-to-fluid) resistance, associated with each of the multi-chip modules examined herein is displayed in Figure 9. It may be noticed that in the air-cooled modules, notably the IBM 4381, Mitsubishi's HTCM and Hitachi's RAM, the external resistance is roughly comparable to or greater than the internal resistance while in the water-cooled modules, the external resistance is generally less than one-third of the total chip-to-fluid resistance.

While it is also apparent in Figure 9 that NTT's and NEC's liquid cooled modules offer the lowest resistances, at 3.3 and 5 K/W, respectively, somewhat surprisingly, the third lowest value is provided by Mitsubishi's air-cooled High Thermal Conduction Module and the highest thermal resistance is associated with Honeywell's water-cooled SLIC. If this latter module is excluded from the comparison, liquid cooling is seen to provide a generally lower thermal resistance than has been achieved by air cooling.

Figure 9: Thermal Resistance of Multi-Chip Modules



However, as noted in an earlier section, the evaluation of the chip-to-fluid thermal resistance, without regard for the chip area, the module area/chip and/or the module volume/chip, can be expected to obscure the significant contribution of area to the conductive and convective transport of heat. Thus, while both the NEC and IBM 4381 modules contain 36 chips, the NEC chips and module are significantly larger than in the IBM 4381 (8x8mm chips vs 4.6x4.6mm chips, 125x125mm module vs 64x64mm module). This difference, rather than a true packaging technology advantage, would appear to be responsible for the significantly lower thermal resistance of the NEC module. In fact, as shown in Table III, the heat flux and heat density, referenced to the module dimensions, of the NEC water-cooled module is substantially below the values of the IBM air-cooled module.

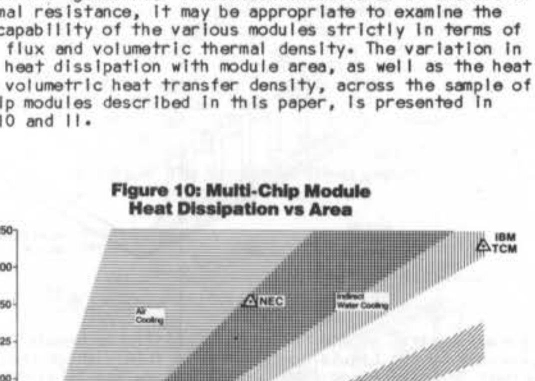
Furthermore, since the resistance is defined in terms of a single chip and chip-to-chip spacing, or packaging density, can vary from one module to another, the heat dissipation capability of a "high resistance" module may exceed the capability of a "low resistance" module. This is one of the factors associated with the higher dissipation of the 36 chip, 64 x 64 mm IBM 4381 module relative to the 9 chip, 66 x 66 mm Mitsubishi HTCM module.

Thus, in these cases, as in others, the thermal resistance fails to serve as a useful figure-of-merit by which to classify and evaluate thermal packaging technology.

MODULE HEAT DISSIPATION

In view of the 'geometric' limitation encountered in the use of the thermal resistance, it may be appropriate to examine the thermal capability of the various modules strictly in terms of the heat flux and volumetric thermal density. The variation in reported heat dissipation with module area, as well as the heat flux and volumetric heat transfer density, across the sample of multi-chip modules described in this paper, is presented in Figures 10 and 11.

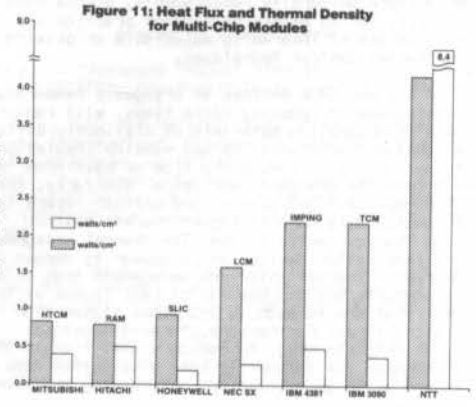
Figure 10: Multi-Chip Module Heat Dissipation vs Area



For identical technologies and allowable temperature difference between the chip and ambient fluid, module heat dissipation could be expected to vary directly with module area. Examination of Figure 10 reveals that, to a first approximation, module heat dissipation does, indeed, appear to depend directly on the area of the module, almost independently of the technology used. However, it may also be noted that with the exception of the Honeywell module, the water-cooled packages appear to provide substantially greater heat dissipation capability than could be achieved with air cooling. Interestingly, the heat dissipation of IBM's Impingement-cooled module falls along the line associated with the IBM-TCM and NEC's liquid modules, when it is extrapolated towards the origin for small module sizes.

The difficulties involved in relying on this simple comparison of thermal packaging capability can be seen by comparing the performance of the IBM 4381 module with that of Mitsubishi's HTCM. While both modules are of nearly the same area, with the HTCM 6% larger, the IBM-4381 module dissipates 2.5 times as much heat. While at first, this advantage would appear to result totally from a superior thermal design, which allows IBM to achieve a far larger packaging density, on closer examination much of this advantage is found to result from the larger chip-to-ambient temperature difference for the IBM module (55 °C vs 35 °C for the HTCM). At an identical temperature difference, the impingement cooled module would appear to provide only a 60% higher heat dissipation capability.

Figure 11: Heat Flux and Thermal Density for Multi-Chip Modules



The values of module heat flux and volumetric heat density, shown in Figure 11, display these same limitations in, perhaps, a more direct way. In the figure, the IBM 4381 air-cooled module is shown to provide the same heat flux capability as the water-cooled TCM and both IBM modules fall significantly above the NEC module. This latter module, however, operates at nearly one-half the temperature difference of the IBM modules. Somewhat surprisingly, while the volumetric heat removal rate of the 4381 module is only marginally higher than that of the Mitsubishi HTCM, the heat flux capability is nearly 3 times higher than that reported for both the Hitachi and Mitsubishi units. In this representation, as opposed to the simple comparison of thermal resistances or total heat dissipations, both the Hitachi and Mitsubishi modules are seen to offer nearly identical heat transfer capability. On the other hand, as in previous representations, Honeywell's SLIC is again seen to lie in close proximity to the values associated with air-cooled modules, while the integrally-cooled NTT substrate provides a significantly higher capability than the other water cooled configurations.

The comparisons shown in Figures 10 and 11 suggest that while an examination of the heat flux and volumetric heat dissipation capability of multi-chip modules does offer some insight into the similarities and differences among these modules, neither criterion is either sufficiently general or sufficiently consistent to serve as a thermal packaging figure-of-merit.

THERMAL RESISTANCE VS PACKAGING DENSITY

The preceding has revealed that a simple comparison of the overall thermal resistances, as well as of heat dissipation flux and density, falls to embrace the critical salient features of the thermal packaging technologies in use in multi-chip modules. To obtain a meaningful comparison, it would appear to be necessary to relate the thermal resistance to some measure of the packaging density. While several choices can be explored, including chip area, module volume per chip and module projected area (or footprint) per chip, this latter parameter is thought to offer the best basis for a consistent comparison.

This particular choice is partially motivated by the observed importance of heat spreading in the structure, bridging between the chip and the coolant, in many of the multi-chip modules. When done effectively, heat spreading can significantly reduce the heat flux at the "softly" bonded surfaces and gas gaps and, thereby, lower the temperature drop and, hence, thermal resistance, across these critical junctures. While this can be seen most clearly in the Mitsubishi HTCM, where a copper plate with 2.5 times the chip area is interposed between the chip and the Hydrogen gap, published analyses confirm the importance of spreading the dissipated heat into the heat sink structure in both IBM modules. Since, in a module with an array of identical chips, heat can only be distributed across the "area of influence" of each chip, the module area per chip would appear to be the best measure of packaging density.

Returning to the Eq 9 representation of R_T and multiplying both sides of the equation by the module area per chip, henceforth referred to as A_c, the thermal resistance relation takes the form

$$R_T A_c = \sum_P (\Delta x/k)(A_c/A) + (1/\eta h)(A_c/A) \qquad (10)$$

The left side of the equation is of a form frequently encountered in compact heat exchangers, where conduction through metal structures and layers of corrosion products must be combined with convection at the wetted surfaces to define a 'composite' heat transfer coefficient, and is recognizable as the inverse of this composite heat transfer coefficient, U[35].

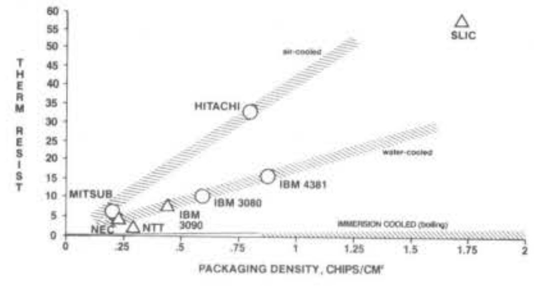
By analogy to such compact heat exchangers, it might be anticipated that similarly configured chip modules, fabricated of identical materials and maintaining the same area ratios, would display essentially equal values of the composite heat transfer coefficient and that, in addition, various distinct combinations of materials and dimensions could also result in identical U values, signifying equivalence in thermal performance. Alternately, true breakthroughs in thermal packaging could be expected to result in significantly and unequivocally higher values of U.

Re-expressing Eq 10 in terms of this composite heat transfer coefficient, and dividing both sides of the equation by A_c, the overall module resistance is found to equal

$$R_T = (U^{-1})\ A_c^{\ -1} \qquad (11)$$

Consequently, a plot of R_T vs the reciprocal of the normalized chip area should display a linear relationship for either identical or equivalent thermal packaging technologies. Conveniently, the reciprocal of A_c is the packaging density, i.e. chips per unit area, and thus, a plot of the type shown in Figure 12 possesses physically meaningful coordinates and a slope which is the reciprocal of the composite heat transfer coefficient.

Figure 12: Thermal Resistance vs Packaging Density for Multi-Chip Modules



As anticipated, IBM's 3081 and 3090 TCMs are seen in Figure 12 to lie along the same composite heat transfer coefficient locus, which includes, as well, the LCM by NEC. This approach, thus, correctly identifies the inherent similarities between the TCM and LCM technologies (both are based on heat transfer from the chips to water-cooled 'pistons' or 'studs') and properly relates the lower thermal resistance achieved by the NEC module to the significantly larger chip size and lower chip packaging density chosen by the NEC developers.

Despite the apparent differences in the thermal paths and packaging details between the Hitachi RAM module and the Mitsubishi HTCM module, and the vastly different thermal resistances of these two units, earlier comparisons of heat removal capability in Figures 10 and 11, had already established a surprising degree of similarity, associated, no doubt, with a similar sequence of conductive, interface and heat sink resistances, which together yield nearly identical values of the composite heat transfer coefficient. With nearly equal heat fluxes, these two modules do, in fact, provide similar maximum chip temperatures (29 °C above ambient for the HTCM and 35 °C above ambient for the RAM) and would yield exactly the same chip temperatures at a common air velocity of 6 m/s. These two modules can, therefore, be expected to lie along the same locus on a map of thermal resistance vs packaging density, as, in fact, seen in Figure 12.

This same figure displays, once again the two thermal anomalies among the multi-chip modules. Honeywell's Silent Liquid Integral Cooler is found to lie between the air and water cooled 'technology streams', in relative proximity to the Japanese air-cooled modules and displaying relatively poor performance for a water-cooled module. It must be recalled, however, that this evaluation of the SLIC module is based on relatively incomplete information which may not do justice to the thermal design.

Alternately, IBM's 4381 air-cooled module is seen to fall precisely along the water-cooled technology stream. There can, thus, be no doubt that by the use of a dense array of fins, and careful thermal design and optimization the IBM developers have succeeded in obtaining a composite heat transfer coefficient in an air-cooled module that is identical to that usually associated with water-cooling. It may be anticipated that a similarly optimized water-cooled TCM would display a considerably higher value of U and a lower slope on the coordinates of Figure 12. The high potential of the water cooled modules can be seen most clearly in the NTT module, which lies considerably below the IBM and NEC technologies but still above a theoretical line for direct immersion of the chips in a dielectric fluid.

While this was by no means the primary purpose of this paper, it is to be noted that the composite heat transfer coefficient, U, defined above and shown in Figure 12, does appear to offer significant capability for comparing and classifying thermal packaging technologies. An evaluation of this potential figure-of-merit for a far wider sample of single and multi-chip modules would be needed to establish its viability.

FUTURE REQUIREMENTS

As remarkable as the hardware achievements of the electronic industry are, they are far from sufficient to meet the requirements of the new generation of computers taking form in simulators and board rooms around the world. Japan's Fifth Generation Computer Project aims at providing the capability for image recognition, verbal and written information processing and direct machine translation of Japanese into English, as well as supporting highly sophisticated "expert systems" in a wide variety of disciplines. The United States' Microelectronic and Computer Technology Corporation, operating in the private sector, and the Department of Defense's Project for Strategic Computing and Survivability, as well as the European Strategic Program for Research on Information Technology (Esprit), all have similar aims.

It has been estimated [12] that the achievement of DOD's and Japan's goals will require a capability of as much as 1000 gigaflops by 1990-1992 and R. Reddy, director of the Robotics Institute at Carnegie-Mellon University, has recently asserted that "...billion transistor superchips would be barely adequate for performing the computations required for artificial intelligence applications..." and that such applications may require as many as 100 trillion operations per second [13].

Fortunately, perhaps, J. D. Meindl, of Stanford University, believes that the requisite "gigascale" integration will be achieved before the end of the century [14a]. However, many experts believe, to the contrary, that only modest improvements in IC performance can be achieved by reducing feature size below 0.5 micron. Furthermore, while the growth in speed and memory of the largest computers has been approximately exponential since the days of ENIAC, the performance of today's machines may well be as much as a factor of six below historical projections which were previously thought to be conservative [12].

The confluence of these three factors: burgeoning demand for computational capacity, "maturation" of silicon chip technology and the apparent transition from exponential to asymptotic growth in machine performance, has placed the computer industry at a "tri-via" along its development path. It stands at this tri-via poised for either a new revolution in chip technology - GaAs FETs or perhaps HEMTs, or a more rapid evolution of existing technology - reduced feature sizes, cryogenic operating temperatures, optical interconnects, wafer scale or 3-D packaging, or, as a third alternative, more effective utilization of existing technology by reliance on parallel processing at both the chip/module and CPU level.
Regardless of the particular course taken by the computer industry in the future, it appears that packaging, in general, and thermal packaging, in particular, are destined to play a pivotal role. At the present time, packaging technology lags seriously behind IC technology and, as suggested by B. Whalen, Packaging Program Director at MCC, a "revolution in packaging" is needed just to support the demands of 1-micron devices [14]. This assertion is supported by data showing that, even at the IC level, the package for 2 micron technology already costs twice as much as an LSI chip. This situation will, no doubt, be further exacerbated as the industry moves in any one, or a combination, of the three indicated directions.

A heavy reliance on parallel processing can be expected to impose temperature uniformity requirements, across modules, boards and CPUs, far in excess of current practice and necessitate the use of inherently adjustable or physically adjustable thermal control techniques.

Operation of silicon CMOS devices at cryogenic temperatures, though advantageous in reducing cycle times, will require extreme care in assembling materials of distinctly different thermal expansion characteristics and massive insulation of the components and/or CPU to reduce the flow of heat from the environment into the cryogenic enclosure. Similarly, the use of on-chip or on-module light sources and optical fibers is likely to impose considerably more stringent thermal control requirements than currently in use. The thermal management of wafer-scale integration devices would appear to demand a far greater degree of thermal interface management than in evidence in today's products and the removal of heat fluxes at the module level that are as much as 3-5 times higher than presently encountered. Furthermore, three-dimensional packaging, or chip stacking, to reduce signal transit times, is likely to increase the volumetric heat dissipation rate by a similar factor while geometrically constraining the thermal control system.

Finally, while new device technologies promise to significantly lower the heat dissipation per gate (to approximately 0.5 to 0.2 for GaAs FETs and 0.1 for HEMT's [15]) relative to today's silicon devices, the lower junction temperatures necessitated by these technologies - near zero °C for optimum GaAs FETs performance and minus 200 °C for HEMTs - along with the more stringent temperature uniformity requirements necessitated by the brittleness of GaAs, can be expected to demand continued development of thermal packaging techniques.

REFERENCES

1. Desmonde, W.H., Computers and Their Uses, Prentice Hall, 1969

2. Kilby, J.S., "Invention of the Integrated Circuit", IEEE Trans on Electronic Devices, Vol 23, 1976, pp 648-654

3. Zorpette, G. "Computers That Are /Never' Down", IEEE Spectrum, April 1985, pp 46-54

4. Toshihiko, W. and Hiroshi, M., "Packaging Technology for the NEC SX Supercomputer", Proceedings 1985 IEEE Electronic Components Conference, pp 192-198, IEEE, New York 1985

4a. Altman, J. "ETA-10: /Faster Cray' Flaunts Powerful Kick," MIS, September, 1986, pp 1

4b. Ohno, K. et al "Semiconductor Technologies for the FACOM M-780," Fujitsu, Vol 37, No 2, 1986, pp 108-115

5. Blackburn, E.C. "VLSI Packaging Reliability", Solid State Technology, Jan 1984, pp 113-116

6. Beyers, J.W., Zeller, E.R. and Seccombe, S.D., "VLSI Technology Packs 32-Bit Computer System into a Small Package", Hewlett-Packard Journal, Aug 1983, pp 3-6

7. Klass, P.J. and Elson, B.M., "New Circuits Expected to Exceed Projections", Aviation Week and Space Technology, July 30, 1984, pp 46-51

8. Otsuka, K. , et al " Considerations of VLSI Chip Interconnection Methods", IEEE Computer Society Spring Workshop, Palm Desert, California, May 1985

9. Oktay, S. and Kammerer, H.C. "A Conduction Cooled Module for High Performance LSI Devices", IBM Journal of Research and Development, Vol 26, No 1, 1982, pp 55-66

10. Biskeborn, R.G., Horvath, J.L. and Hultmark, E.B., "Integral Cap Heat Sink Assembly for the IBM 4381 Processor" Proceedings 1984 International Electronic Packaging Society Conference, pp 468-474

11. Brady, J. and Courtney, M. "Hermetic Tin/Lead Solder Sealing for the Air-Cooled IBM 4381 Module", IEEE VLSI Packaging Workshop, Santa Clara, Calif 1984

12. Martino, J.P. "Looking Ahead with Confidence", IEEE Spectrum, March 1985, pp 76-81

13. Reddy, R. speaking at the International Solid State Circuits Conference, New York, February 1985

14. Whalen, B. Ibid

14a. Meindl, J.D., quoted in Business Week, June 10, 1985, p 83

15. Bursky, D. "Japanese Project Aims at Supercomputer that Executes 10 GFLOPS", Electronic Design, May 3, 1984, pp 99-102

16. Werbizky, G.G. and Haining, F.W., "Circuit Packaging for Large Scale Integration", Proceedings 1985 IEEE Electronic Component Conference, pp 187-191

17. Okutani, K., Otsuka, K. Sahara, K. and Satoh, K. "Packaging Design of a SiC Ceramic Multi-chip RAM Module", Proceedings of the 1984 International Electronic Packaging Society Conference, pp 299-304

18. Kohara, M., Nakao, S., Tsutsumi, K., Shibata, H. and Nakata, H. "High Thermal Conduction Package Technology for Flip Chip Devices", IEEE Transactions CHMT-6, No 3, 1983, pp 267-271

19. Kohara, M., Nakao, S., Tsutsumi, K., Shibata, H., and Nakata, H. "High Thermal Conduction Module", Proceedings 1985 IEEE Electronic Components Conference, pp 180-186

20. Bonner, R.F. , Asselta, J.A. and Haining, F.W. "High Performance Printed Circuit Board for the IBM 3081 Processor", 31st IEEE Electronic Components Conference, Atlanta, Georgia, 1981

21.Kraus, A.D., Bar-Cohen, A. and Chu, R.C. "Thermal Management of Microelectronics:Past, Present and Future",Computers in Mechanical Engineering, Vol I, No 2, 1982, pp 69-79

22.Davidson, E. "Packaging Technology of the IBM 3090 Series Systems" IEEE Computer Society Spring Workshop, Palm Desert, May 1985

23.Lyman, J. "Special Report - Supercomputers Demand Innovation in Packaging and Cooling", Electronics, Sept 22, 1982, pp 136-143

24.Watari, T. and Murano, H. "Packaging Technology for the NEC SX Supercomputer", Proceedings 1985 IEEE Electronic Component Conference, pp 192-198

25.Matsuo, H. "Packaging Technology for NEC High Speed Computers (ACOS 1500 and SX-2)", IEEE Computer Society Spring Workshop, Palm Desert, May 1985

PR8183C-5

26. Kohara, M., Hatta, M., Genjo, H., Shibata, H. and Nakata, H. "Thermal-Stress-Free Package for Flip-Chip Devices", Proceedings 1984 IEEE Electronic Components Conference, pp 388-393

27. Franck, D.R. and Kellerman, E. "System Performance and Technology Trends", IEEE Computer Society Spring Workshop, Palm Desert, California, May 1985

28. Kobayashi, F. et al "Packaging Technology for the Supercomputer Hitachi S-810 Array Processor", Proceedings 1984 IEEE Electronic Components Conference, pp 379-382

29. Murase, T., Hirata, H. and Ueno, S. "High Density Three Dimensional Stack Packaging for High Speed Computer", Proceedings 1982 IEEE Electronic Component Conference, pp 448-455

29a. Yamamoto, H., Udagawa, Y. and Okada, T. "Cooling and Packaging Technology for the FACOM M-780," Fujitsu, Vol 37, No 2, 1986, pp 124-134

30. Lewis, T.E. and Adams, D.L., "VLSI Thermal Management in Cost Driven Systems", IEEE Transactions Vol CHMT-5, No 4, December 1982, pp 361-367

31. Mahalingham, L.M., Andrews, J.A. and Drye, J.E., "Thermal Studies on Pin Grid Array Packages for High Density LSI and VLSI Logic Circuits", IEEE Transactions Vol CHMT-6, No 3, September 1983, pp 246-255

32. Goldberg, N., "Narrow Channel Forced Air Heat Sink", IEEE Transactions Vol CHMT-7, No 1, March 1984, pp 154-159

33. Kishimoto, T. and Ohsaki, T. "VLSI Packaging Technique Using Liquid-Cooled Channels," Proceedings of 1986 IEEE Electronic Component Conference, May 1986, pp 595-601

34. Wager, A.J. and Cook, H.C., "Modeling the Temperature Dependence of Integrated Circuit Failures," In Thermal Management Concepts in Microelectronic Packaging, ISHM Technical Monograph Ser 6984-003, 1984, pp 1-43

35. Kraus, A.D. and Bar-Cohen, A. Thermal Analysis and Control of Electronic Equipment, McGraw Hill Book Company, New York 1983

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

SOLUÇÃO NUMÉRICA DE PROBLEMAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MECÂNICA DOS FLUIDOS EM COORDENADAS GENERALIZADAS

ABCM

ABCM ABEnS

PUC/RJ

CLÓVIS RAIMUNDO MALISKA

Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

RESUMO

O uso de coordenadas generalizadas coincidentes com as fronteiras do domínio de cálculo apresenta-se, atualmente, como uma poderosa ferramenta na solução numérica de problemas de transporte de quantidade de movimento, massa e calor. A grande atratividade da metodologia é a sua generalidade, sendo possível tratar problemas em geometrias arbitrárias com a utilização de um programa computacional único escrito em um domínio retangular fixo. Neste trabalho as características fundamentais da técnica são ressaltadas, juntamente com a indicação dos tópicos que atualmente recebem mais atenção dos pesquisadores.

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de técnicas numéricas para a solução de problemas mais complexos da engenharia sempre foi um objetivo perseguido pelos analistas numéricos. A falta de equipamentos de cálculo não permitiu, entretanto, que a capacidade de obtenção das soluções acompanhasse a necessidade imposta pelo desenvolvimento tecnológico.

Com o advento dos grandes computadores, cujo desenvolvimento foi, obviamente, impulsionado pela necessidade tecnológica, as técnicas numéricas experimentaram um crescimento extraordinário. Fenômenos físicos que hoje podem ser simulados em computador (experimentação numérica) requeriam no passado exaustivos e custosos experimentos em laboratório. Uma adequada associação destes dois procedimentos oferece, atualmente, a possibilidade da realização de grandes projetos com custos significativamente reduzidos. Com o aperfeiçoamento das técnicas numéricas as mesmas desempenharão um papel cada vez mais importante na solução de importantes problemas da engenharia.

Relativamente às técnicas numéricas de solução, historicamente, o método das diferenças finitas foi sempre associado à solução de problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor, enquanto que o método dos elementos finitos associado à solução de problemas elastostáticos. Esta divisão clara, provavelmente, se deveu ao fato de que a aplicação do método dos elementos finitos pressupunha a existência de um princípio variacional para o operador em questão, característica não exibida pelas equações Navier-Stokes completas. A grande vantagem desta técnica sempre foi a possibilidade do tratamento de geometrias arbitrárias. Entretanto, o tratamento de problemas envolvendo equações não lineares para sistemas em movimentos e acopladas, não mereceu atenção especial dos pesquisadores desta técnica. Por outro lado, os analistas numéricos envolvidos com o método das diferenças finitas sempre dedicaram especial atenção ao modelamento dos termos convectivos (não lineares) e ao tratamento do forte acoplamento entre as equações. A questão da geometria arbitrária, entretanto, ficou adormecida de tal maneira que, ainda hoje, associa-se, erroneamente, ao método das diferenças finitas a necessidade das fronteiras do domínio de cálculo serem coincidentes com um sistema de coordenadas ortogonal, como por exemplo cartesiano, cilíndrico, esférico, etc.

Com a necessidade da solução de problemas complexos de transferência de calor e mecânica dos fluidos definidos em geometrias irregulares, o método dos elementos finitos está recebendo grande atenção dos pesquisadores, procurando-se remover as dificuldades com relação as não linearidades, acoplamento, difusão numérica, etc. |1|. Uma característica importante, e não contemplada pelo método dos elementos finitos tradicional, é a garantia da conservação, a nível de volumes elementares, das grandezas físicas em questão. Recentes desenvolvimentos, como o método dos volumes finitos baseados no volume de controle, removem esta dificuldade |6| |7|.

Com relação ao método das diferenças finitas esforços foram iniciados no começo da década de 70 para remover a dificuldade no tratamento de geometrias complexas. As referências |2| e |3| foram pioneiras na indicação do caminho a ser seguido nos desenvolvimentos futuros. Em 1974, com os desenvolvimentos avançados em |4| |5|, deu-se início ao que se constituiu em um dos maiores avanços observados no desenvolvimento de metodologias numéricas para a solução de problemas de campo, introduzindo uma metodologia básica, utilizando coordenadas generalizadas, da qual hoje derivam os mais variados modelos numéricos existentes.

Com este extraordinário avanço, hoje, praticamente todos os sofisticados programas computacionais para a solução de problemas aerodinâmicos da área aeroespacial utilizam coordenadas não ortogonais coincidentes com a geometria. Além desta área, na qual mais se difundiu o uso deste tipo de discretização, a metodologia é hoje utilizada na solução dos mais diversos problemas da engenharia que envolvem a solução de equações e de sistemas de equações diferenciais parciais lineares e não lineares. O grande atrativo da metodologia é o fato da solução ser obtida em um domínio computacional fixo, independente da forma da geometria física do problema, podendo ainda as fronteiras do domínio apresentarem variação com o tempo sem alterar o domínio computacional. Com isto o programa computacional que resolve o problema físico torna-se geral, sendo as informações da geometria transferidas ao mesmo através das métricas da transformação. As coordenadas dos pontos que definem a geometria arbitrária são dados de entrada para o programa computacional que faz a geração do sistema de coordenadas coincidentes com a fronteira.

DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

Antes da discussão de questões específicas da metodologia é didático apresentar a sequência das operações principais que a caracterizam. O objetivo é a solução de um sistema de equações diferenciais parciais, com as respectivas condições de contorno, escrito, por exemplo, no sistema de coordenadas cartesiano e definido na geometria mostrada na Fig. 1.

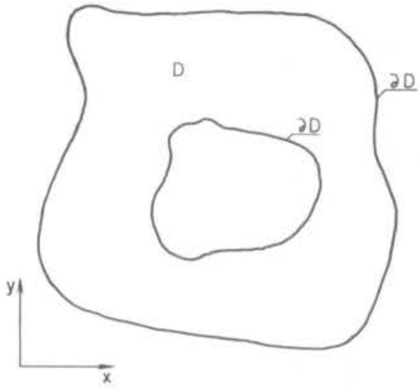


Fig. 1 - Geometria arbitrária

Para simplicidade das figuras as discussões ao longo deste trabalho se referem a problemas bi-dimensionais. A essência das conclusões é válida, entretanto, para problemas tri-dimensionais. A solução destes últimos é obtida, obviamente, acompanhada de maior complexidade de programação e tempo de computação.

A solução do problema acima proposto usando a discretização cartesiana traria problemas com relação a interpolação das condições de contorno, uma vez que não teríamos as fronteiras dos volumes elementares sendo coincidentes com a fronteira da região, conforme mostra a Fig. 2. Além disto o programa computacional ficaria extremamente dependente da geometria, o que é indesejável caso se procure o desenvolvimento de uma metodologia geral.

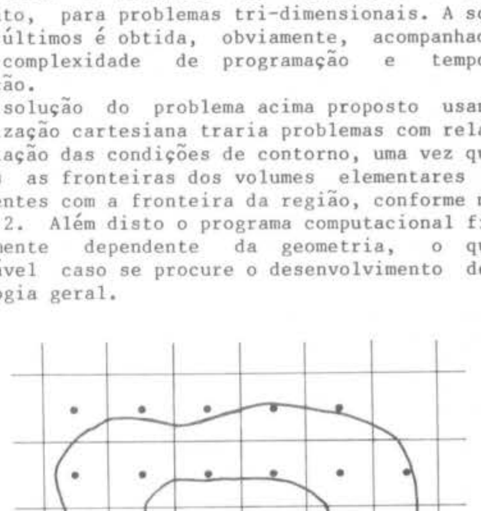


Fig. 2 - Discretização cartesiana de uma geometria arbitrária.

Seguindo a opção da utilização de um sistema de coordenadas adaptáveis à fronteira, como o mostrado na Fig. 3, são as seguintes as etapas principais da metodologia:

1) Geração do sistema de coordenadas generalizadas
2) Transformação do sistema de equações governantes para o sistema ξ-η
3) Obtenção das equações aproximadas para os volumes elementares
4) Solução dos sistemas de equações algébricas lineares

Basicamente, a solução numérica das equações de transporte utilizando coordenadas generalizadas envolve dois algorítmos principais; um para a geração do sistema de coordenadas e outro para a solução do problema físico propriamente dito. Os algorítmos podem ser completamente independentes um do outro, como é o caso em que a malha utilizada é fixa durante a solução do problema ou, com realimentação mútua, como no caso das malhas adaptativas, que mudam ao longo da obtenção da solução com o objetivo de se obter maior resolução nas regiões onde os gradientes são elevados. Dentro dos objetivos de nosso trabalho destacaremos algumas questões importantes relacionadas aos algorítmos acima mencionados. Com relação as linhas coordenadas devemos considerar:

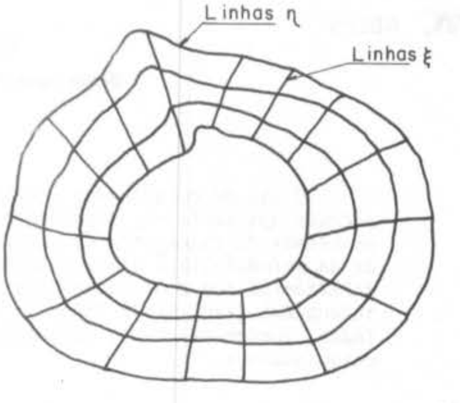


Fig. 3 - Sistema de coordenadas generalizadas.

a) Os métodos de geração do sistema coordenado.
b) A concentração das linhas coordenadas - malhas adaptativas.
c) A forma das malhas - ortogonal, quasi-ortogonal e não ortogonal.

Relativamente ao algorítmo para a solução do problema físico outras questões devem ser consideradas. Dentre elas podemos destacar:

a) A transformação das equações de conservação.
b) O tratamento do acoplamento entre a pressão e a velocidade para escoamentos incompressíveis.
c) A obtenção das funções de interpolação entre os pontos discretos.
d) A localização das variáveis dependentes na malha.
e) A sequência de solução das equações diferenciais.
f) A solução do sistema de equações linearizadas.

A construção de um algorítmo estável e de boas características de convergência requer um exame cuidadoso de cada ítem, com o objetivo de minimização do tempo de computação. Alguns tópicos dos acimas listados serão discutidos em conexão com o uso de coordenadas generalizadas.

GERAÇÃO DO SISTEMA DE COORDENADAS

Nesta secção são descritas as peculiaridades relativas a geração do sistema de coordenadas coincidente com a fronteira. A maneira mais simples de geração é, obviamente, a manual, onde as coordenadas das intersecções das linhas coordenadas podem ser obtidas com o uso de uma mesa digitalizadora. Logicamente, não é este o método que se procura, primeiro, pelo excessivo tempo necessário para obtenção da discretização e, segundo, pela falta de possibilidade de automatização inerente ao método. O desafio é, portanto, a obtenção de métodos automáticos cujo tempo necessário para a geração da malha seja bastante pequeno comparado com o tempo necessário para a solução do sistema de equações diferenciais parciais. Além disto, o método deve permitir a concentração de linhas coordenadas em regiões predeterminadas do domínio. Características mais sofisticadas que podem ser exibidas pelos métodos podem ser ainda o controle no erro das aproximações devido ao espaçamento não uniforme das malhas, o controle para evitar a geração de malhas excessivamente distorcidas e a possibilidade de interagir com o problema físico para a geração de malhas adaptativas.

Basicamente, o sistema de coordenadas pode ser obtido através de:

- Métodos algébricos
- Mapeamento conforme
- Solução de sistemas de equações diferenciais

Conforme a Fig. 4, a obtenção das linhas coordenadas significa determinar a seguinte transformação

$$\xi = \xi\ (x,y) \tag{1}$$

$$\eta = \eta\ (x,y) \tag{2}$$

que relacionam as coordenadas nos planos físico e transformado. Ou seja, conhecida a fronteira do domínio no plano físico o método de geração deve determinar a intersecção das linhas coordenadas, obtendo-se então a malha sobre a qual será resolvido o problema. Uma discussão detalhada dos métodos algébricos e daqueles que usam mapeamento conforme podem ser encontrada em |8| e |9|. Neste trabalho apenas os métodos que utilizam equações diferenciais elípticas são considerados, por representarem a grande maioria dos métodos atualmente existentes.

A motivação principal para a utilização de equações diferenciais elípticas na geração de coordenadas vem da física. Para tanto, considere-se o seguinte problema de transferência de calor por condução, definido na geometria mostrada nas Fig. 5a e 5b, respectivamente,

$$\nabla^2 T^1 = 0 \tag{3}$$

$$\nabla^2 T^2 = 0 \tag{4}$$

com as condições de contorno mostradas. A solução do problema dado pela Eq. (3) nos fornece as isotermas mostradas na Fig. 5a, enquanto que a solução da Eq. (4) fornece as isotermas mostradas na Fig. 5b. A superposição das duas soluções nos fornece uma malha sobre a qual qualquer outro problema físico pode ser resolvido.

Portanto, o sistema dado pelas Eqs. (3) e (4) é adequado para a geração de coordenadas. Se chamarmos T^1 de ξ e T^2 de η teremos o bastante conhecido sistema de equações elípticas |4| para a geração de sistemas coordenados

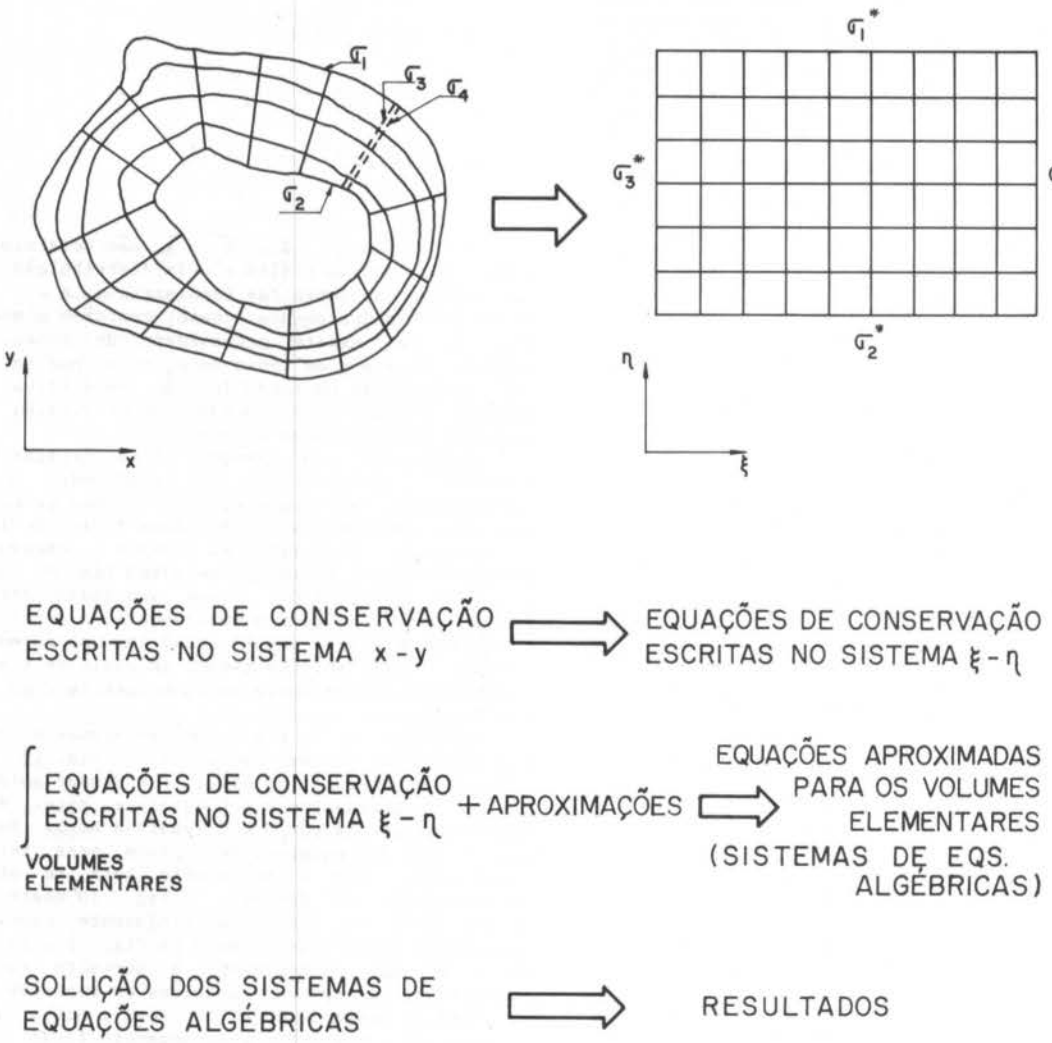


Fig. 4 - Plano físico e transformado

$$\nabla^2\xi = 0 \qquad (5)$$

$$\nabla^2\eta = 0 \qquad (6)$$

Caso seja necessário a concentração de linhas coordenadas, por exemplo, junto à parede DC, basta que na Eq. (4) seja adicionada uma geração de calor nos locais onde deseja-se que as isotermas T^2 (ou linha coordenada η) fiquem mais próximas. O mesmo vale para as isotermas T^1 quando se deseja concentrá-las, por exemplo, para perto de AD. As Eqs. (5) e (6) tomam, então, a seguinte forma

$$\nabla^2\xi = P(\xi,\eta) \qquad (7)$$

$$\nabla^2\eta = Q(\xi,\eta) \qquad (8)$$

onde P e Q são escolhidas de tal forma a produzir a concentração de coordenadas como desejado. O uso de P e Q iguais a zero, com condições de contorno de Neumann nos segmentos AD e BC, produz um adensamento de linhas coordenadas perto das regiões convexas da fronteira e uma menor concentração nas regiões côncavas. Valores negativos de P e Q concentram as linhas na direção daquelas de menor valor. Analisando novamente o problema como sendo um problema de condução de calor com geração térmica as afirmativas acima são facilmente explicadas. Detalhes referentes as funções mais utilizadas para produzir concentração de linhas coordenadas são encontradas em |8| |9|.

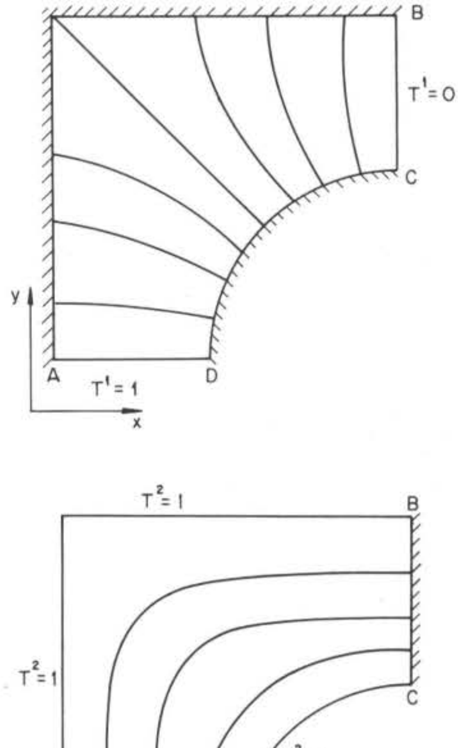


Fig. 5 - Geração do sistema de coordenadas.

A solução do sistema dado pelas Eqs. (7) e (8) deve ser obtida no sistema de coordenadas no qual o laplaciano está expresso. Normalmente este sistema é o cartesiano. Como a geometria é arbitrária (esta é a razão pela qual se deseja obter um sistema coincidente com a geometria) estamos defronte a dificuldade que estamos querendo evitar, ou seja, obter a solução de equações diferenciais evitando as interpolações de fronteira. A alternativa é transformar o sistema de equações do plano físico (x,y) para o plano computacional (ξ , η). Esta transformação tornará as variáveis ξ e η independentes e x e y dependentes. As condições de contorno, que são aplicadas as variáveis dependentes, serão agora os valores de x e y que definem a geometria e, ao mesmo tempo, especificam as distribuições das linhas coordenadas ao longo das fronteiras. As equações transformadas são

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} + \frac{1}{J^2}(Px_\xi + Qx_\eta) = 0 \qquad (9)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} + \frac{1}{J^2}(Py_\xi + Qy_\eta) = 0 \qquad (10)$$

com as seguintes condições de contorno

$$\left.\begin{array}{ll} x = f_1(\xi,\eta_1) & \text{em } \sigma_1^* \\ y = f_2(\xi,\eta_1) & \text{em } \sigma_1^* \end{array}\right. \qquad (11)$$

$$\left.\begin{array}{ll} x = g_1(\xi,\eta_2) & \text{em } \sigma_2^* \\ y = g_2(\xi,\eta_2) & \text{em } \sigma_2^* \end{array}\right. \qquad (12)$$

As funções f_1 , f_2, g_1 e g_2 são determinadas pela forma do domínio físico e pela distribuição desejada das linhas ao longo das fronteiras σ_1 e σ_2. No caso de um domínio duplamente conexo, conforme o mostrado na Fig. 2, não existe necessidade de especificar os valores de x e y ao longo de σ_3 e σ_4 por se tratar de uma condição de contorno do tipo repetitiva. Para o domínio simplesmente conexos a especificação de x e y em todas as fronteiras é necessário.

Utilizando as equações transformadas todo o trabalho computacional é realizado no plano transformado, tanto para gerar o sistema de coordenadas bem como para resolver o problema físico de interesse. O programa computacional assim desenvolvido é independente da geometria no plano físico. A solução das Eqs. (9) e (10), agora acopladas através dos coeficientes, é obtida numericamente. A discretização é realizada no plano computacional com um procedimento de solução iterativo. Os campos iniciais de x e y são de fundamental importância na convergência e no tempo de computação.

As Figs. 6, 7, 8 e 9 mostram exemplos de sistemas de coordenadas geradas com o uso das Eqs. (9) e (10). É importante comparar as Figs. 7 e 9 onde nota-se que a última é obtida com P e Q iguais a zero. A Fig. 6 também foi gerada com P e Q iguais a zero. Daí nota-se que o uso das equações de Laplace para geração das coordenadas não é suficiente para se obter boa discretização do domínio. A Fig. 10 mostra a malha obtida para um domínio multiplamente conexo com o respectivo plano transformado na Fig. 11. Os segmentos AH e BC são coincidentes e portanto não existe necessidade de aplicar condições de contorno. O mesmo acontece ao longo de ED e FG. Para a malha mostrada os valores de x e y sobre este segmento foram fornecidos ao programa. Os valores de x e y ao longo de AB, CD, EF e GH definem a geometria no plano físico. Inúmeros outros arranjos podem ser criados para esta geometria. A adequação de cada sistema deve levar em consideração o problema físico que se pretende resolver.

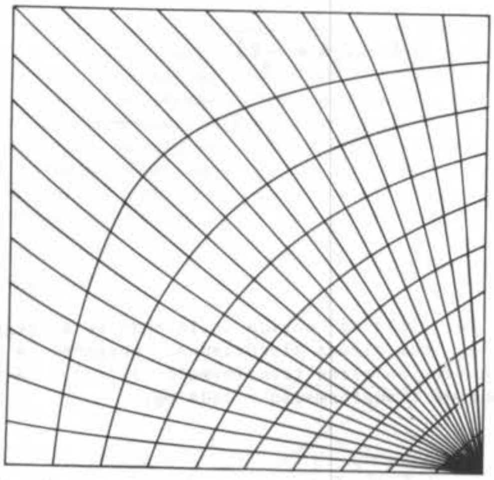


Fig. 6 - Coordenadas generalizadas com polo.

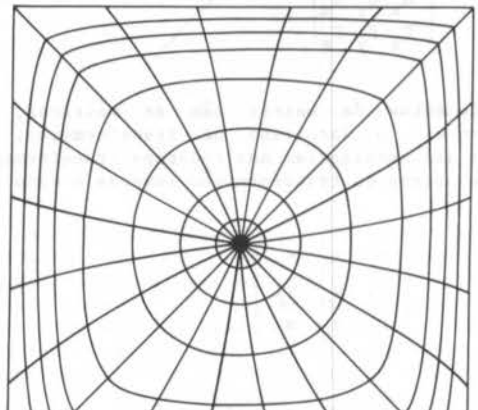


Fig. 7 - Coordenadas generalizadas com polo.

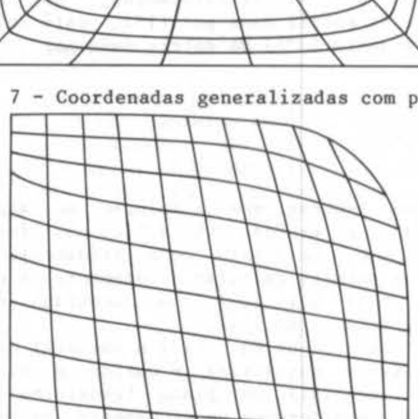


Fig. 8 - Coordenadas generalizadas sem polo.

Como um exemplo final a Fig. 12 mostra a discretização para resolver o problema dos gases na câmara de um motor rotativo, onde a geometria da câmara varia com o tempo |10|. Utilizando-se uma transformação do tipo

$$x = x(\xi,\eta,\tau)$$

$$y = y(\xi,\eta,\tau) \qquad (13)$$

$$t = \tau$$

o plano de cálculo permanece inalterado.

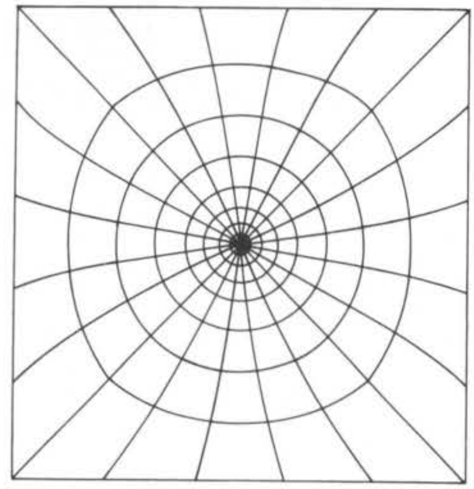


Fig. 9 - Coordenadas generalizadas sem atração.

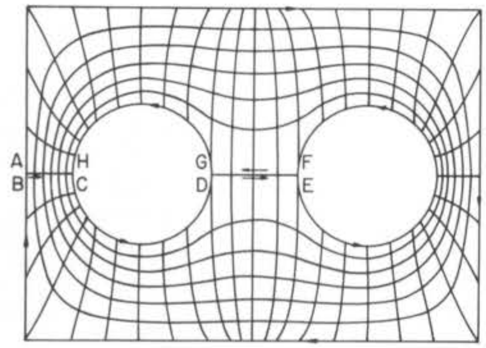


Fig. 10 - Discretização para uma geometria multiplamente conexa.

Fig. 11 - Plano transformado ref. a Fig.10.

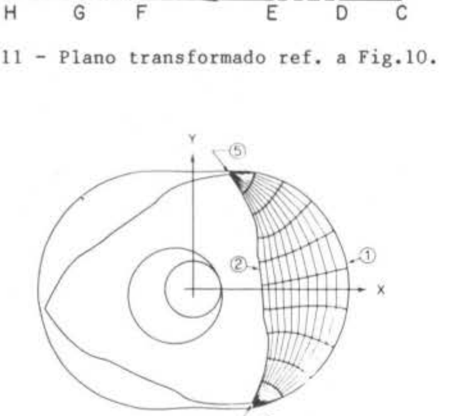


Fig. 12 - Discretização para o problema do escoamento em um motor rotativo.

Existem outros métodos para a geração de coordenadas que utilizam sistemas de equações diferenciais parabólicas e hiperbólicas. Uma discussão sobre o assunto pode ser encontrada em |9| onde também um grande número de referências é citado.

Obtido o novo sistema de coordenadas é necessário agora transformar as equações de conservação do plano físico (x,y) para o plano computacional (ξ,η) onde as mesmas serão resolvidas numericamente. Este assunto é agora discutido.

TRANSFORMAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

A equação abaixo, escrita no sistema de coordenadas cartesiano representa a conservação da massa, quantidade de movimento, energia, etc., em uma forma conservativa, para um fluido newtoniano e escoamento incompressível

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} + P^{\phi} = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} + S^{\phi} \tag{14}$$

onde

$$q = \rho\phi,\ E = \rho u\phi,\ F = \rho v\phi,\ G = \rho w\phi,$$
$$R = \Gamma^{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial x},\ S = \Gamma^{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial y},\ T = \Gamma^{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{15}$$

A Eq. (14) representa a conservação da massa quando $\phi = 1$ e P^{ϕ} e S^{ϕ} iguais a zero. As equações de conservação da quantidade de movimento nas três direções são obtidas quando ϕ for feito igual a u, v ou w com os termos P^{ϕ} e S^{ϕ} apropriados e a equação da energia é recuperada quando ϕ for igual a T com P^{ϕ} igual a zero e S^{ϕ} apropriado. Γ^{ϕ} é o coeficiente de transporte e, para as equações do movimento é igual a viscosidade absoluta se o escoamento for laminar e igual a viscosidade efetiva se o escoamento for turbulento. Para a equação da energia Γ^{ϕ} é igual a condutibilidade térmica dividida pelo calor específico. Com base na seguinte transformação de coordenadas

$$\xi = \xi(x,y,z)$$
$$\eta = \eta(x,y,z) \tag{16}$$
$$\Gamma = \Gamma(x,v,z)$$

a Eq. (14) toma a seguinte forma no sistema (ξ,η,Γ)

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \Gamma} + \hat{P}^{\phi} = \frac{\partial \hat{R}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{S}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{T}}{\partial \Gamma} + \hat{S}^{\phi} \tag{17}$$

onde

$$\hat{E} = \frac{1}{J}[\xi_x E + \xi_y F + \xi_z G]$$
$$\hat{F} = \frac{1}{J}[\eta_x E + \eta_y F + \eta_z G]$$
$$\hat{G} = \frac{1}{J}[\Gamma_x E + \Gamma_y F + \Gamma_z G]$$
$$\hat{R} = \frac{1}{J}[\xi_x R + \xi_y S + \xi_z T]$$
$$\hat{S} = \frac{1}{J}[\eta_x R + \eta_y S + \eta_z T]$$
$$\hat{T} = \frac{1}{J}[\Gamma_x R + \Gamma_y S + \Gamma_z T]$$
$$\hat{q} = \frac{q}{J}$$
$$\hat{S}^{\phi} = \frac{S^{\phi}}{J} \tag{18}$$
$$\hat{P}^{\phi} = \frac{P^{\phi}}{J}$$

A Eq. (17) é obtida utilizando-se a regra da cadeia e, com alguns algebrismos, chega-se a forma conservativa no plano transformado |12||13|. A matriz Jacobiana da transformação é dada por

$$J = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \Gamma_x & \Gamma_y & \Gamma_z \end{bmatrix} \tag{19}$$

cujos elementos da matriz são as métricas, e o determinante, o Jacobiano da transformação. Estas grandezas são necessárias nas equações transformadas. A matriz Jacobiana da transformação inversa é dada por

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\Gamma \\ y_\xi & y_\eta & y_\Gamma \\ z_\xi & z_\eta & z_\Gamma \end{bmatrix} \tag{20}$$

O Jacobiano J, da transformação, ou seja, o determinante da matriz dada por (19), está relacionado com o determinante (J^{-1}) da matriz dada por

$$J = \frac{1}{J^{-1}} \tag{21}$$

É importante lembrar que a solução do sistema de equações dado pelas Eqs. (9) e (10) nos fornece os valores de x e y (e z caso seja tridimensional) e, portanto, nos permite calcular diretamente os elementos da matriz dada por (20). O Jacobiano é então determinado usando a Eq.(21).

Substituindo-se na Eq. (17) a variável dependente ϕ pelas variáveis envolvidas é obtido o sistema de equações diferenciais no plano transformado. Para exemplificar considere-se um escoamento bidimensional incompressível com propriedades constantes. A Eq. (17) para esta situação resulta

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho\phi}{J}\right) + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U\phi) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V\phi) + \hat{P}^{\phi} =$$
$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(C_1\frac{\partial\phi}{\partial \xi}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(C_4\frac{\partial\phi}{\partial \eta}\right) + \underline{\frac{\partial}{\partial \xi}\left(C_2\frac{\partial\phi}{\partial \eta}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(C_5\frac{\partial\phi}{\partial \xi}\right)} + \hat{S}^{\phi} \tag{22}$$

onde

$$U = y_\eta u - x_\eta v \tag{23}$$
$$V = x_\xi v - y_\xi u \tag{24}$$

são as velocidades contravariantes sem normalização métrica. A velocidade U é normal às linhas de ξ constante e V normal às linhas de η constante, como pode ser visto nos termos convectivos da Eq. (22), onde ρU e ρV representam a massa por unidade de área que atravessam as fronteiras delimitadas por linhas ξ e η respectivamente, conforme Fig. 13. Os coeficientes C_1, C_2, C_4 e C_5 são os coeficientes de transporte transformados. Detalhes podem ser encontrados em |14|.

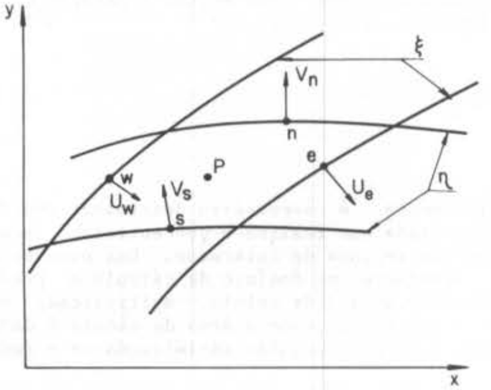


Fig. 13 - Volume elementar para a conservação da massa.

É importante observar que a Eq. (22) tem forma semelhante a Eq. (14), o que torna o procedimento da aproximação das equações em volumes finitos bastante semelhante para os dois sistemas coordenados. Dois detalhes importantes merecem destaque. Eles são relacionados ao gradiente de pressões transformado e as derivadas cruzadas dos termos difusivos, sublinhadas na Eq. (22). Estes assuntos serão discutidos posteriormente.

EQUAÇÕES APROXIMADAS

Na obtenção das equações aproximadas residem aspectos que serão fundamentais na estabilidade do algorítmo desenvolvido. Um deles diz respeito a localização relativa das variáveis dependentes na malha. A localização deve ser tal que seja possível computar os fluxos de massa, quantidade de movimento e energia, através das faces dos volumes elementares, sem a necessidade de interpolação das componentes do vetor velocidade. Ou seja, estas componentes devem estar localizadas onde elas são requeridas para a realização dos balanços |15|. Além disto, pressões e velocidades devem estar relativamente localizados para que a equação do movimento quando discretizada envolva o gradiente de pressão "gerador" da velocidade em questão |16|.

Estes requisitos recomendam que o arranjo das variáveis na malha seja conforme mostrado na Fig. 14. Observa-se, portanto, que as componentes contravariantes do vetor velocidade devem ser localizadas no meio das faces de um volume elementar para a pressão. Uma discussão detalhada deste assunto é encontrada em |14| e |17|, onde as implicações da não observação da recomendação acima são analisadas.

Um outro aspecto importante na obtenção das equações aproximadas diz respeito a satisfação dos princípios de conservação a nível de volumes elementares. É imperativo que os princípios de conservação da massa, quantidade de movimento, energia, etc. sejam satisfeitos não apenas globalmente, via condições de contorno, mas também localmente, a nível dos volumes finitos. Isto é conseguido obtendo-se as equações aproximadas através da realização de balanços nos volumes elementares e não por simples representação dos termos da equação diferencial por suas respectivas aproximações em diferenças finitas. Diferenças finitas centrais eram normalmente utilizadas com o objetivo de se obter aproximações de "segunda ordem". Este procedimento para obter as equações aproximadas é puramente matemático e não introduz as características físicas específicas do fenômeno que se pretende modelar. Sabe-se, por exemplo, que em um problema onde

Fig. 14 - Arranjo das variáveis na malha.

a convecção é dominante a aproximação dos termos convectivos por diferenças centrais causa oscilações espaciais na solução. É lógico que reduzindo-se suficientemente o tamanho da malha as oscilações desaparecerão. Isto é, entretanto, muitas vezes proibitivo.

Com a realização dos balanços as condições de contorno ficam automaticamente satisfeitas. O nome volumes finitos que agora surge com frequência na literatura tem origem no método de obtenção das equações aproximadas.

Um terceiro aspecto relevante é a avaliação do valor e do valor da derivada da propriedade nas interfaces do volume do controle que a mesma representa. Por exemplo, a integração do termo convectivo e parte do difusivo na direção ξ, sobre o volume elementar centrado em P na Fig. 14, fornece

$$\int \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U \phi)\, d\xi\, d\eta = \left[(\rho U \phi)_e - (\rho U \phi)_w\right]\Delta\eta \qquad (25)$$

$$\int \frac{\partial}{\partial \xi}\left(C_1 \frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right) d\xi\, d\eta = \left[\left(C_1 \frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right)_e - \left(C_1 \frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right)_w\right]\Delta\eta \qquad (26)$$

Como podemos observar é necessário avaliar os valores de ϕ_e bem como seus gradientes. Note-se que, de acordo com a Fig. 14, os valores de ϕ são conhecidos nos centros dos volumes elementares e, portanto, funções de interpolação devem ser assumidas entre os pontos nodais. O importante é assumir funções de acordo com a física do problema em questão. De uma maneira geral, ϕ_e, por exemplo, pode ser aproximado por |19|

$$\phi_e = \left(\frac{1}{2} + \alpha_e\right)\phi_P + \left(\frac{1}{2} - \alpha_e\right)\phi_E \qquad (27)$$

onde α_e é um coeficiente que deverá variar no domínio em função do campo de velocidades. Verifica-se que se α_e igual a zero a aproximação recai no caso particular da interpolação linear entre P e E. No momento basta dizer que α_e dependerá da importância do processo convectivo comparado ao difusivo |20|. Para o fluxo difusivo da propriedade na face considerada valem os mesmos argumentos, agora considerando o coeficiente β_e |18|. Os mesmos comentários valem para as outras três faces do volume elementar.

Antes do encerramento desta secção é necessário tecer alguns comentários relativos a solução de problemas compressíveis e incompressíveis. Atualmente pode-se agrupar os métodos que utilizam coordenadas generalizadas em duas grandes classes: aquela dos métodos desenvolvidos para escoamentos compressíveis supersônicos e aquela dos métodos incompressíveis. Os primeiros não apresentam o agravante da necessidade do estabelecimento de uma equação adicional para a pressão, já que a equação de estado serve como equação evolutiva para esta variável. Possuem, entretanto, o desafio da captura da onda de choque que deve ser feita com precisão devido aos altos gradientes de pressão e densidade existente na região do choque.

Conforme |21| a maioria dos métodos desenvolvidos para escoamentos supersônicos não são adequados à região transônica e subsônica. Recentemente esforços estão sendo dirigidos no sentido de se utilizar volumes finitos em conjunto com a metodologia usada para escoamentos incompressíveis (derivação de uma equação adicional para pressão) para criação de métodos que apresentem bom desempenho nos três regimes de velocidade |21|. Detalhes dos métodos existentes para tratamento de problemas incompressíveis podem ser vistos em |16|, |21| e |22|.

TÓPICOS IMPORTANTES

Malhas adaptativas. Um dos pré-requisitos, entre outros, que deve ser observado para que se tenha confiabilidade em uma solução numérica é que a mesma seja independente do tamanho da malha empregada. A obtenção da solução independente da malha pode se tornar computacionalmente proibitiva se a solução apresentar altos gradientes das variáveis envolvidas e o algorítmo não possuir a versatilidade de concentrar as linhas coordenadas apenas nestes locais. O resultado seria o domínio sendo discretizado excessivamente em locais não necessários com consequente aumento nos tempos de computação.

O uso de sistemas de coordenadas que se adaptam as fronteiras, obtidos com as soluções das Eqs. (7) e (8) ou similares, resolvem parcialmente o problema quando se conhece a priori e, aproximadamente, as regiões de altos gradientes. O manuseio adequado dos termos P e Q permitem concentrar as linhas coordenadas onde desejado. Quando, entretanto, não são conhecidas as regiões onde se localizam os gradientes elevados, como por exemplo em escoamentos com formação de ondas de choque, a concentração das linhas coordenadas deve ser feita com informações obtidas da própria solução. As malhas assim obtidas são chamadas de adaptativas e é hoje, provavelmente, juntamente com a geração de malhas tridimensionais, um dos mais importantes tópicos de pesquisa associado ao uso de coordenadas generalizadas. Os benefícios advindos do uso de malhas adaptativas refletem-se em dois ítens principais: a precisão da solução e a estabilidade de convergência. O tempo total de computação não aumenta, obrigatoriamente, pela necessidade de adaptação da malha uma vez que as características de convergência podem ser melhoradas e, provavelmente, menos pontos serão necessários na obtenção da solução |9|.

No processo de adaptação da malha é usual a utilização da medida do gradiente das variáveis para a determinação da nova posição dos pontos coordenados. Cuidados devem ser observados para evitar que um excessivo número de linhas seja concentrado em uma determinada região, deixando outras regiões sem um suficiente número de pontos. Além disto, a nova distribuição de pontos não deve dar origem a malhas excessivamente distorcidas ou com razão de variação do espaçamento entre as linhas (uniformidade da malha) muito elevada. Em outras palavras é necessário obter uma nova malha onde a combinação dos fatores adaptatividade, ortogonalidade e uniformidade deve ser otimizada. Os métodos variacionais são, portanto uma escolha lógica. Em |23| é desenvolvido um método para geração de malhas adaptativas onde um funcional, dado pela soma de três funcionais que levam em consideração os fatores acima, é minimizado. Por exemplo para maximizar a uniformidade da malha é apropriado minimizar o funcional |9|

$$I_s = \int \frac{g_{11} + g_{22}}{\sqrt{g}} \, d\xi d\eta \qquad (28)$$

onde g_{ij} são as componentes do tensor métrico.

A componente g_{12} do tensor métrico da transformação está relacionada a não ortogonalidade. Portanto, é coerente minimizar a integral de g_{12} sobre o plano computacional para evitar a geração de malhas excessivamente distorcidas

$$I_o = \int g_{12}^2 d\xi d\eta \qquad (29)$$

Finalmente, é necessário determinar uma função a ser minimizada que realize a concentração (adaptação) da malha nas regiões de interesse. Uma possibilidade é manter constante no domínio de cálculo o produto da área (volume em 3D) da célula, multiplicado por uma função w positiva. Como a área de cáculo é dada pelo Jacobiano isto é conseguido minimizando-se o funcional

$$I_w = \int wg \, d\xi d\eta \qquad (30)$$

A função w contém a informação do problema físico podendo ser, por exemplo, o gradiente de uma determinada variável. Para escoamentos compressíveis com ondas de choque, por exemplo, o módulo do gradiente de pressão é uma escolha natural para a função w. Considerando os três fatores acima descritos na geração da malha a integral a ser minimizada é dada por

$$I = I_s + k_o I_o + k_w I_w \qquad (31)$$

onde k_o e k_w representam a importância de cada um dos fatores, ortogonalidade e adaptatividade. Um valor de k_o elevado significa que prioridade é dada para a ortogonalidade da malha em detrimento de sua adaptatividade e uniformidade. As equações de Euler para o problema variacional dado pela Eq. (31) formam o sistema de equações diferenciais para a geração do sistema de coordenadas adaptativas.

É importante observar que as equações de Euler do problema variacional dado pela Eq. (28) resultam, exatamente, nas equações de Laplace para ξ e η, ou seja, exatamente as Eqs. (5) e (6), também utilizadas para a geração de coordenadas. Isto significa que as coordenadas assim geradas são maximizadas relativamente a uniformidade.

Em |24| é desenvolvida uma metodologia para a geração de malhas adaptativas ortogonais onde o funcional minimizado que proporciona a concentração das linhas é dado por

$$I = \int_R w(\xi,\eta) J^2 d\xi d\eta \qquad (32)$$

onde w é a função peso associada ao gradiente da variável em questão dada por

$$w(\xi,\eta) = 1 + a\frac{|\nabla u|}{|\nabla u|_{Max}} \qquad (33)$$

onde a é um parâmetro que determina o grau de concentração desejado. Para a igual a zero as linhas coordenadas não serão sensibilizadas pela variação de u. Para exemplificar seja a seguinte função u(x,y) definida no domínio $[-2,2]$ e $[0,4]$ |24|

$$u(x,y) = [\tanh 3(x-0.3y^2+1.5)]/2 \qquad (34)$$

A malha adequada para a determinação numérica de u(x,y) está mostrada na Fig. 15.

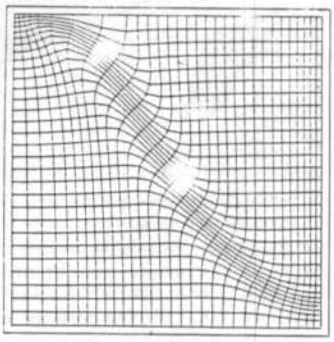


Fig. 15 - Exemplo de malha adaptativa |24|

Recentes resultados obtidos em problemas supersônicos com o uso de malhas adaptativas podem ser vistos em |25|. Detalhes referentes ao uso destas malhas podem ser encontrados também em |26|, |27| e |28|.

De acordo com os resultados publicados em recentes trabalhos |29| parece claro que o uso de coordenadas coincidentes com a geometria construidas fundamentadas no problema físico, é o caminho natural para se obter métodos computacionais gerais e de grande eficiência. O seguinte extrato de |9| deixa claro a idéia acima.

> It has been noted by several authors that when the grid is right, most numerical solution methods work well. Oscillations associated with cell Reynolds numbers and shocks in fluid mechanics computations have been shown to be eliminated with adaptive grids. Even the numerical viscosity introduced by upwind differencing is reduced as the grid adapts to regions of large solution variation. The results obtained to date have indicated clearly that accurate numerical solution can be obtained when the grid points are properly located.

Geração de malhas tri-dimensionais. Na área de desenvolvimento de métodos numéricos em transferência de calor e mecânica dos fluidos, a solução das equações de Navier-Stokes completa em três dimensões é, sem dúvida, atualmente, o ítem que apresenta o maior desafio. Os grandes computadores hoje existentes já permitem obter soluções tri-dimensionais em configurações complexas em um tempo de computação aceitável. A discretização tri-dimensional necessária não é, entretanto, de fácil geração principalmente se as fronteiras do domínio de cálculo forem bastante irregulares. É, portanto, na solução de problemas tri-dimensionais definidos em geometrias irregulares, que o uso de coordenadas não ortogonais coincidentes com a fronteira se constitui em uma ferramenta extremamente poderosa.

A geração deste tipo de malha tem o mesmo procedimento daquele apresentado anteriormente, isto é, um sistema ξ, η, Γ pode ser gerado pela solução das seguintes equações elípticas

$$\nabla^2\xi = P \qquad (35)$$

$$\nabla^2\eta = Q \qquad (36)$$

$$\nabla^2\Gamma = R \qquad (37)$$

onde ∇^2 é o laplaciano em coordenadas cartesianas, caso se queira que o plano transformado seja um paralelepipedo. Quando a região não é excessivamente complicada a malha pode ser gerada em um único bloco. O domínio computacional é, então, também um paralelepípedo único. As variáveis de entrada para a geração da malha são as coordenadas (x,y,z) dos pontos nas 6 faces do paralelepípedo.

Quando a região a ser discretizada é bastante complexa a malha tri-dimensional pode ser gerada por blocos, onde cada bloco é um problema distinto, não sendo necessário então computadores de muito grande porte. As configurações das malhas em cada bloco podem ser independentes daquelas dos blocos vizinhos. A boa escolha dos blocos permite ainda resolver as equações com as simplificações que o problema físico permite em cada bloco. Por exemplo, o escoamento em torno de um corpo conforme mostrado na Fig. 16 pode ser resolvido considerando-se as equações elípticas no bloco 1 e parabólicas no bloco 2. Com as equações a serem resolvidas discretizadas em cada bloco a solução sobre o domínio completo pode ser obtida iterativamente sobre os blocos.

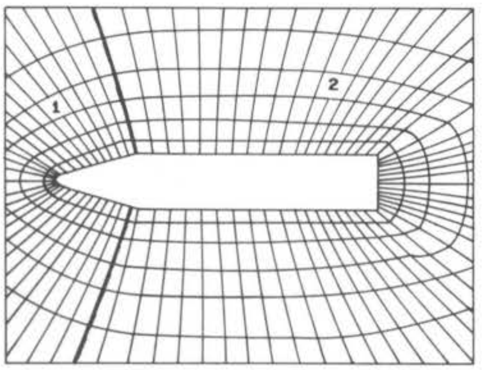


Fig. 16 - Malhas para sub-regiões.

Um exemplo de malhas obtidas em blocos pode ser visto na Fig. 17, com o correspondente domínio computacional na Fig. 18.

Um detalhe importante a ser observado durante a geração de malhas em bloco é a maneira como as informações serão transmitidas de bloco para bloco. Na utilização de volumes finitos cuidados devem ser tomados para que os fluxos das propriedades que deixam os volumes elementares de um bloco sejam os mesmos que entram no bloco vizinho. As referências |30| e |31| tratam da transferência de informações entre blocos, um assunto que merece estudos mais aprofundados. Métodos de geração destas malhas podem ser vistos em |32|, |33|, |34|, |35| e |36|.

Um aspecto importante em malhas tri-dimensionais é a sua visualização, pois isto permite que a malha seja adequadamente ajustada. A geração auxiliada por computador (GMAC), utilizando toda a potencialidade gráfica hoje disponível é, sem dúvida, o caminho que será seguido para a geração eficiente deste tipo de malha. As referências |34| e |11| exploram este assunto, discutindo desde a entrega da informação da geometria, passando pelo algorítmo de geração da malha, até a sua visualização. A interação com o usuário é privilegiada para que as alterações possam ser realizadas com facilidade. A obtenção de malhas não excessivamente distorcidas, principalmente nas fronteiras, é um objetivo que deve ser também perseguido. A Fig. 19 mostra uma malha obtida utilizando GMAC |34|.

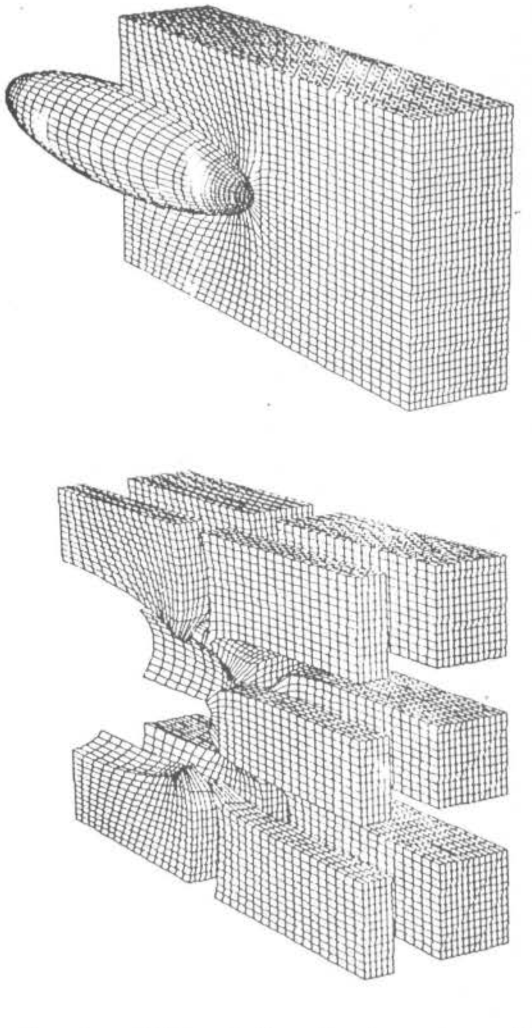


Fig. 17 - Malha tri-dimensional gerada por blocos.

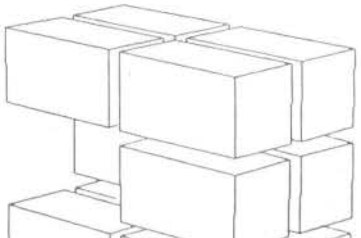


Fig. 18 - Plano transformado ref. a Fig. 17 |32|

CONSIDERAÇÕES GERAIS

Os assuntos até agora discutidos mostram que o uso de coordenadas coincidentes com a geometria é uma poderosa ferramenta para a solução de complexos problemas da mecânica dos fluidos. Em duas dimensões este sistema de coordenadas coincidentes poderá ser ortogonal ou não ortogonal, enquanto que para três dimensões é bastante complexa a geração de um sistema ortogonal. A utilização de uma discretização não ortogonal origina os termos sublinhados na Eq. (22), que também devem ser aproximados. Se os mesmos forem

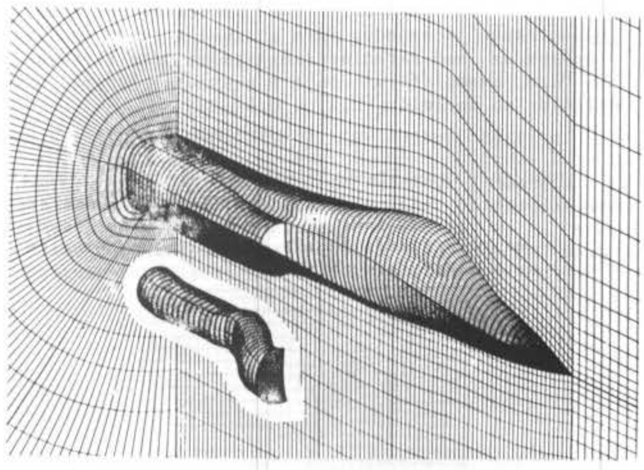


Fig. 19 - Exemplo de uma malha tri-dimensional obtida por GMAC |34|

bem aproximados os erros causados serão pequenos, caso contrário, serão elevados, semelhantemente ao que acontece com qualquer outro termo da equação diferencial parcial. É lógico que se os mesmos não existissem (grades ortogonais) não se possuiria a fonte de um possível erro de aproximação. Sua existência, por outro lado, não significa, obrigatoriamente, a introdução de um erro. Na opinião do autor não se pode afirmar que uma malha ortogonal origine, necessariamente, melhores resultados do que uma não ortogonal para o mesmo problema. O mais importante é a utilização uma malha adequada ao problema em questão.

Considere-se, como exemplo, a convecção natural em uma cavidade quadrada com as paredes horizontais isoladas sendo resolvida em uma malha ortogonal cartesiana e em uma malha não ortogonal do tipo mostrado na Fig. 7. Sabe-se que os efeitos da difusão numérica são elevados |37| |38| quando o vetor velocidade é oblíquo em relação aos eixos coordenados. A grade não ortogonal está claramente mais alinhada com o vetor velocidade do que a grade cartesiana. Será que os erros de aproximação dos termos não ortogonais, adicionados ao possível erro de difusão numérica pelo fato da malha não ser absolutamente alinhada, são maiores ou menores do que os erros causados pela difusão numérica na grade cartesiana?

É importante também lembrar que para geometrias bi-dimensionais é sempre possível gerar um sistema coordenado quasi-ortogonal adequado ao problema físico com pouco esforço|39|.Conforme relatado em |9| malhas que não se desviem exageradamente da ortogonalidade não apresentam problemas. Muito mais grave é a não uniformidade da malha (razão de variação do espaçamento entre as linhas coordenadas)acentuada. Este problema é, entretanto, comum a qualquer sistema de coordenadas, ortogonal ou não. Com base nisto, o que é significativo é a adequação da malha procurando alinhar o vetor velocidade com as linhas coordenadas.

É importante repetir que se for possível utilizar uma malha fisicamente consistente, respeitando a ortogonalidade e com a devida concentração de linhas coordenadas nas regiões de altos gradientes, esta deve ser a opção preferida. Os requisitos são, infelizmente, conflitantes pois a concentração de linhas coordenadas observando a geometria irregular e a ortogonalidade pode não ser uma tarefa fácil. O problema pode ser mais facilmente resolvido relaxando-se a condição de ortogonalidade mas, ao mesmo tempo, não permitindo excessiva distorção das malhas, principalmente nas fronteiras. Esta condição confere características de generalidade ao modelo numérico. Para que estas características estejam incorporadas é, logicamente, necessário que o método desenvolvido admita grades ortogonais bem como não ortogonais, onde o uso das primeiras constitue-se, então, em um caso particular para a metodologia |14|.

Outro detalhe que deve ser discutido diz respeito ao tipo de conexão entre o volume P e seus vizinhos. A aproximação, já comentada, dos termos sublinhados na

Eq. (22) dão origem a um esquema numérico de nove pontos.

Uma recomendação é importante relativamente ao esquema de nove pontos, e ela refere-se ao método de solução do sistema linear de equações. Caso um método linha por linha seja utilizado é fundamental que os elementos dominantes estejam na linha de solução e não fora dela. Por exemplo se a linha que está sendo resolvida é uma linha de η constante os elementos em E e W devem dominar. O mesmo deve acontecer com os elementos N e S quando a solução varre uma linha ξ. Um problema detectado com alguns modelos generalizados de nove pontos é o fato de que quando a malha torna-se ortogonal o acoplamento ente o ponto P e seus vizinhos paralelos desaparecem ficando um forte acoplamento com os elementos das diagonais. Neste caso um método de solução linha por linha não pode ser empregado. A causa deste problema é a concepção errônea do algorítmo com relação a posição relativa das variáveis na malha |14|. Recomenda-se, portanto, que o modelo reduza-se a um de cinco pontos quando a malha utilizada é ortogonal, pois este permite que qualquer método convencional de solução de sistemas lineares possa ser utilizado sem problemas |14|.

O autor e seus colegas utilizado um método generalizado desenvolvido em |17| resolveram problemas de convecção forçada e natural em dutos de secção transversal de forma arbitrária, convecção natural em cavidades bi-dimensionais simples e duplamente conexas de diversas formas, escoamentos confluentes com transferência de calor, região de entrada térmica e hidrodinâmica simultânea, condução bi-dimensional anisotrópica e heterogênea em geometrias arbitrárias, etc. Em todos estes problemas métodos de solução linha por linha ou ponto por ponto foram empregados. Ainda com relação a este assunto, é conveniente lembrar que em qualquer método numérico que, no processo de solução, não manter o vetor velocidade alinhado às coordenadas, a única maneira de evitar a difusão numérica é com a utilização de um esquema que envolve nove pontos |38|. Sob este aspecto os métodos generalizados já possuem uma estrutura onde facilmente podem ser incluídos métodos de minimização da difusão numérica.

CONCLUSÕES

Os assuntos discutidos neste trabalho demonstram que com o crescente desenvolvimento de métodos para a geração de malhas adequadas ao fenômeno físico, associados à construção de algorítmos mais robustos e, consequentemente, menos exigentes com relação a qualidade da malha, é possível desenvolver modelos numéricos bastante potentes para a solução dos mais diversos problemas. Uma característica importante é a possibilidade de explorar cada vez mais a generalidade da metodologia.

Com o também bastante acelerado progresso que se observa no uso de elementos finitos para a solução de problemas da mecânica dos fluidos, onde diversas dificuldades estão sendo paulatinamente resolvidas, parece-nos que esta metodologia e o método dos volumes finitos em coordenadas generalizadas terão um ponto de convergência em um futuro bastante breve. Isto é, ambas as técnicas apresentarão a generalidade e a potencialidade requerida.

Conforme já mencionado, as áreas onde os estudos mais se concentrarão no futuro são; geração de malhas tri-dimensionais, coordenadas adaptativas e estudos visando quantificar com precisão os erros causados pelo uso de malhas excessivamente distorcidas.

REFERÊNCIAS

|1| Donea, J., Recent advances in computational methods for steady and transient transport problems. Nuclear Engineering and Design, 80, pp. 141-162 (1984).

|2| Winslow, A.M., Numerical solution of the quasi-linear Poison equation in nonuniform triangle mesh. J. Comp. Phys., 2, pp. 149-172 (1967).

|3| Chu, W.H., Development of a general finite difference approximation for a general domain, Part I: machine transformation, J. Comp. Phys., 8, pp. 392- 408 (1971).

|4| Thompson, J.F., Thames, F.C. and Mastin, C.W., Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies, J. Comp. Phys., 15, pp. 299-319 (1974).

|5| Thompson, J.F., Thames, F.C. and Mastin, C.W., Boundary fitted curvilinear coordinate system for solution of partial differantial equations on fields cointaining any number of arbitrary two-dimensional bodies. NASA Langley Reseanch Center CR-2729, 1976

|6| Baliga, B.R. and Patankar, S.V., A control volume finite-element method for two-dimensional fluid flow and heat transfer. Num. Heat Transfer, 6, pp. 245-261 (1983).

|7| Schneider, G.E. and Zedan, M., Control volume based finite-element formulation of the heat conduction equation. AIAA paper 82-0909 (1982).

|8| Thompson, J.F. and Warsi, Z.U.A., Boundary fitted coodinate systems for numerical solution of partial differential equations. J. Comp. Phys., 47, pp. 1-108 (1982).

|9| Thompson, J.F., Grid generation techniques in computational fluid dynamics. AIAA Journal, 22, N. 11, pp. 1505-1523 (1984).

|10| Yang, S.-L. and Shih, T.I.-P., An algebraic grid generation technique for time-varying two-dimensional spatial domains. Int. J. for Num. Meth in Fluids, 6, pp. 291-304(1986).

|11| Camarero, R. and Ozell. B., Computer aided grid design. in Num. Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, pp. 15-34, J. Hauser and C. Taylor, Eds., Pineridge Press (1986).

|12| Viviand, H., Conservative forms of gas dynamic equations. La Recherche Aerospatiale, pp. 65-68 (1974).

|13| Vinokur, M., Conservation equations of gas-dynamics in curvilinear systems. J. Comp. Phys., 14, pp. 105-125 (1974).

|14| Maliska, C.R. and Raithby, G.D., A method for computing three-dimensional flows using non-orthogonal boundary-fitted coordinates, Int. J. for Num. Meth. in Fluids, 4, pp. 519-537 (1984).

|15| Amsden, A.A. and Harlow, F.H., The SMAC method: a numerical technique for calculating incompressible fluid flow. Los Alamos Scientific Laboratory, LA-4370, 1970.

|16| Patankar, S.V., Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publishing Corporation (1980).

|17| Maliska, C.R., A solution method for three-dimensional parabolic fluid flow problems in nonorthogonal coordinates. Ph.D. Thesis, University of Waterloo, Canadá (1981).

|18| Maliska, C.R., Volumes finitos para a solução de problemas que envolvem escoamento de fluidos. Mini-Curso - 8º Congresso de Matemática Aplicada e Computacional, 78 p, 1985.

|19| Raithby, G.D. and Torrance, K.E., Upstream-weighted differencing schemes and their application to

elliptic problems involving fluid flow. Computer and Fluids, 2, pp. 191-296 (1974).

|20| Spalding, D.B., A novel finite-difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives, Int J. Num. Meth. Eng, 4, pp. 551 (1972).

|21| Van Doormaal, J.P., Numerical methods for the solution of incompressible and compressible fluid flows. Ph.D. Thesis, University of Waterloo, Canadá (1985).

|22| Raithby, G.D. and Schneider, G.E., Numerical solution of problems in incompressible fluid flow: treatment of the velocity-pressure coupling. Num. Heat Transfer, 2, pp. 417-440 (1979).

|23| Brackbill, J. and Saltzman, J., Adaptative zoning for singular problems in two-dimensions. J. Comp. Phys, 46, pp. 342-368 (1982).

|24| Arina, E., Orthogonal grids with adaptative control. Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 113-124, Pineridge Press (1986).

|25| Venkatapathy, E., Palmer, G., Deiwert, G.S. and Lombard, C.K., An efficient adaptative patched grid gas dynamic solver for complex flows. AIAA paper 86-1288 (1986).

|26| Thompson, J.F., Dynamically-adaptative grids in the numerical solution of partial differential equations. IFIP conference on PDE software, Soderkoping, Sweden, 1983.

|27| Anderson, D.A., Constructing adaptative grids with Poisson grid generators. Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 125-136, Pineridge Press (1986).

|28| Eiseman, P.R., The creation of local clusters in arbitrarily given grids. Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 137-152, Pineridge Press (1986).

|29| Hauser, J. and Taylor, C., Eds, Numerical grid generation in computational fluid dynamics. Proceedings of the First International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, Landshut, West Germany, July (1986).

|30| Mastin, C.W., Interface procedures for overlapping grids. Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 227-245, Pineridge Press (1986).

|31| Thompson, J.F., Composite grid generation for general 3D regions Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 271-290, Pineridge Press (1986).

|32| Coleman, R.M. and Brabanski, M.L., Numerical grid generation for three-dimensional geometries using segmented computational regions. Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 197-216, Pineridge Press (1986).

|33| Boerstel, J.W., Problem and solution formulations for the generation of 3D block-structured grids. Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 293-304, Pineridge Press (1986).

|34| Seibert, W., An approach to the interactive generation of block-structured volume grids using computer graphics devices. Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 319-328, Pineridge Press (1986).

|35| Shaw, J., Forsey, C.R., Weatherill, N.P. and Rose, K.E., A block structured mesh generation technique for aerodynamic geometries. Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 329-349, Pineridge Press (1986).

|36| Sorenson, R.L., Elliptic generation of composite three-dimensional grids about realistic aircraft. Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 353-371, Pineridge Press (1986).

|37| Militzer, J. Dual plane parallel turbulent jets: the measurement and prediction of the mean velocity field. Ph.D. Thesis, University of Waterloo, Canadá, 1977.

|38| Raithby, G.D., Skew upstream differencing schemes for problems involving fluid flow. Comp Meth Applied Mech. Eng., 9, pp. 153-164.

|39| Maliska, C.R. e Silva, A.F.C., Local effects of highly nonorthogonal grids in the solution of heat transfer problems in cusped corners. Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, J. Hauser and C. Taylor, Eds., pp. 679-690, Pineridge Press (1986).

ABSTRACT

The use of boundary fitted coordinates has became an efficient and powerful tool for the solution of fluid flow and heat transfer problems. The great attractiveness is the generality of the methodology, being possible to deal with arbitrary geometries using a unique computer code written for a fixed rectangular domain.

In this work the fundamental aspects of the methodology are addressed pointing out the topics which are nowadays receiving special attention of the numerical analysts.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ABCM

ABEnS

PUC/RJ

MÉTODOS DIRETOS E ITERATIVOS PARA RESOLUÇÃO NUMÉRICA DE SISTEMAS LINEARES

JOSÉ MARIO MARTÍNEZ
IMECC — UNICAMP

RESUMO

Neste trabalho descrevemos a fatoração LU de sistemas esparsos usando a técnica de George e Ng. Depois de discutir os princípios dos métodos iterativos, discutimos a combinação das técnicas direta e iterativa nas estratégias de pré-condicionamento. Mostramos como essas técnicas podem ser aplicadas à Resolução Numérica de Sistemas Não Lineares e a Problemas de Quadrados Mínimos não Lineares.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho é um rápido levantamento dos assuntos que consideramos mais relevantes para resolução numérica de sistemas lineares, com especial ênfase em problemas de grande porte.

Os métodos diretos encontram a solução do problema depois de um certo trabalho computacional sem oferecer informação útil nos estágios intermediários desse processo. Por outro lado, os métodos iterativos oferecem aproximações sucessivas da solução separadas por pouco trabalho computacional. Finalmente, os métodos iterativos usam a mínima memória possível por iteração, o que os faz muito adequados para problemas de porte enorme.

Mas os métodos diretos, quando aplicáveis, costumam ser muito mais rápidos e eficientes que os iterativos.

A comparação das vantagens relativas de ambos os tipos de métodos deu origem nos últimos anos a uma estratégia mista chamada "pré-condicionamento".

O número de condição de uma matriz ($\mathrm{Cond}(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$) é uma medida aproximada do grau de precisão que podemos obter na solução do problema $Ax = b$ por qualquer método [8].

$\mathrm{Cond}(A)$ varia entre 1 e ∞, e os problemas estáveis são os que tem um número de condição pequeno.

O pré-condicionamento consiste na transformação de $Ax = b$ num problema equivalente bem condicionado (o que envolve as técnicas dos métodos diretos) e a resolução final por um método iterativo.

As estratégias de pré-condicionamento são também usadas nos sistemas sobre-determinadas (Quadrados Mínimos).

Finalmente, sugerimos neste trabalho as linhas sob as quais essas estratégias podem ser aplicadas à resolução numérica de sistemas não lineares e de Quadrados Mínimos não lineares.

2. A FATORAÇÃO LU

O método direto mais conhecido para resolver sistemas lineares está baseado na chamada "fatoração LU" de uma matriz.

Suponhamos que A é uma matriz não singular de n×n e definimos $U^{(0)} = A$. O primeiro passo do método é o seguinte:

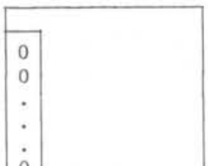
a) Permutar as linhas de $U^{(0)}$ de maneira que

$$|u_{11}^{o}| = \max\{|u_{i1}^{o}|,\ i = 1,\ldots,n\}.$$

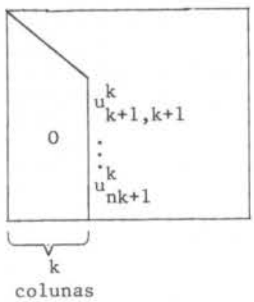
b) Definir $m_{i1} = \dfrac{u_{i1}}{u_{11}}$, $m = 2,\ldots,n$ e substituir

$$u_{ij}^{o} \leftarrow u_{ij}^{o} - m_{ij} u_{1j}^{o},\quad j = 1,\ldots,n.$$

Assim, a matriz que fica no lugar U^{o} será chamada U^{1} e tem a forma:

$U_1 =$ 

Continuando o processo, suponhamos que no passo k do processo chegamos a uma matriz U_k cuja forma é:

$U_k =$ 

Analogamente ao passo 1, o passo $k+1$ do processo consiste em:

a) Permutar as linhas de U_k de maneira que

$$|U_{k+1k+1}^{k}| = \max\{u_{ik+1}^{k},\ i = k+1,\ldots,n\}.$$

b) Definir $m_{ik+1} = \dfrac{u_{ik+1}}{u_{k+1k+1}}$ e substitutir

$$u_{ij}^{k+1} \leftarrow u_{ij}^{k+1} - m_{ij} u_{k+1j}^{k+1},\quad i = k+2,\ldots,n,$$

$$j = 1,\ldots,n.$$

Naturalmente $U = U_{n-1}$ é uma matriz triangular superior. O processo descrito é uma das formas mais estáveis de implementação da fatoração LU. A permutação de linhas em cada passo de maneira a garantir $|m_{ij}| \le 1$ é chamada "pivoteamento parcial". De fato, existem outras estratégias que permitem certo crescimento dos elementos m_{ij}. Pode ser provado que

a) Se A é não singular, o processo pode ser completado. Ou seja não aparecem divisões por zero nos passos

b) definidos acima.

b) Definindo

$$L = \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ m_{21} & 1 & & \\ & m_{ij} & \ddots & \\ m_{n1} & & & 1 \end{pmatrix}$$

existe uma permutação P das linhas de A (também computada no processo) tal que $LU = PA$.

A resolução de sistemas lineares com a matriz A se reduz agora a resolver dois sistemas triangulares. O processo de fatoração usa $0(n^3/3)$ operações e o processo de resolução dos sistemas trinagulares usa $0(n^2)$. Dessa maneira, o cálculo separado da fatoração é especialmente interessante quando se precisa resolver vários sistemas com a mesma matriz e diferentes termos independentes.

Devido à imposição $|m_{ij}| < 1$, a matriz L é geralmente bem condicionada.

3. A FATORAÇÃO DE CHOLESKI

Se A é simétrica e positiva definida ($x^TAx>0$ $\forall x \neq 0$) as permutações não são necessárias para garantir a estabilidade numérica do processo de fatoração LU. Melhor ainda, a fatoração pode ser reformulada como $A = LL^T$, e calculada usando apenas $0(n^3/6)$ operações. Essa é a chamada fatoração de Choleski de uma matriz simétrica e positiva definida.

4. O CASO ESPARSO

Muitos problemas práticos tem estrutura esparsa, isto é, a matriz A tem poucos elementos diferentes de zero [6]. Chamamos "densidade" de uma matriz à porcentagem de elementos não nulos que ela contém. Densidades de 1% e menores são frequentes em muitas aplicações. Se A é esparsa, podemos armazenar toda a informação que ela contém, usando muito menos que n^2 posições de memória. Basta, por exemplo, armazenar as coordenadas e o valor de cada elemento não nulo. Quando calculamos a fatoração LU de A, gostaríamos de armazenar a informação de L e U nas mesmas posições que A, mas em geral elas não são suficientes. Chamamos a este fenômeno de aparição de elementos não nulos de L e de U, em posições onde o elemento de A era nulo, de "preenchimento" (fill-in) [6,7,24].

Agora, conhecida a estrutura de A, sem os valores numéricos, poderiamos prever a estrutura de L e de U, caso não fossem necessários permutações. Por exemplo, se

A =

x		x				
	x			x		
		x				x
x			x	x		
		x		x		
	x				x	
		x				x

é fácil ver que

L =

1						
	1					
x		1				
		x	1			
		x		1		
	x			x	1	
		x				1

e U =

x		x				
	x			x		
		x				x
			x	x		x
				x		x
					x	x
						x

Precisariamos, em consequência, 5 posições adicionais para armazenar L e U, além das posições onde A é armazenada.

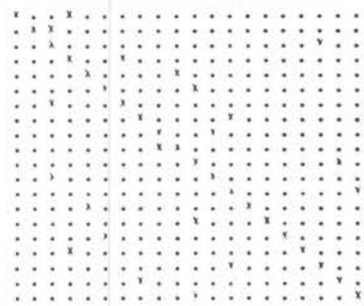
Mas as permutações necessárias em A para obter uma fatoração estável dependem dos valores numéricos das sucessivas matrizes U_k, que não são conhecidos a priori.

Un trabalho recente de George e Ng [10] resolve o problema acima no seguinte sentido: Prova-se que as estruturas de L e de U, quaisquer que sejam as permutações efetuadas em A, estão contidas nas estruturas de L e L^T onde LL^T é a fatoração de Choleski de A^TA.

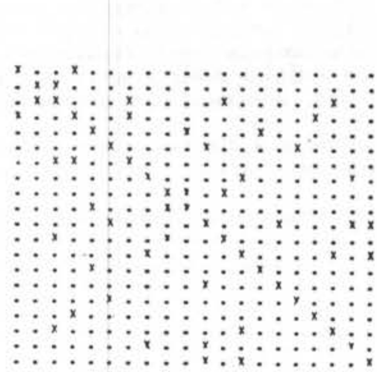
Como o cálculo da fatoração de Choleski de A^TA não precisa de permutações, a estrutura dessa fatoração pode ser conhecida a priori, de maneira que as posições necessárias para armazenar L e U, por exemplo, com pivoteamento parcial, podem ser reservadas antes de começar os cálculos numéricos.

A figura 1 mostra a estrutura de A, A^TA e a L de Choleski para uma matriz de 50 × 50.

A =



A^TA =



L^T =

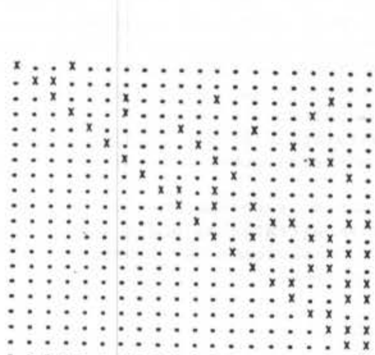


Figura 1

A pesar disso, as posições usadas pela fatoração L de Choleski de A^TA são em geral em maior número que as necessárias para armazenar a fatoração LU de A com pivoteamento parcial. Às vezes é necessário um pré-processamento de A (permutação de colunas) independente porém de valores numéricos para garantir que a fatoração de Choleski seja tão esparsa quanto possível.

5. MÉTODOS ITERATIVOS

Muitos métodos iterativos para resolver $Ax = b$ tem a seguinte estrutura:

a) Encontra-se um sistema da forma $x = Tx + c$ que seja equivalente ao original.

b) Aplica-se a iteração $x^{k+1} = Tx^k + c$.

Se A é não singular, o método iterativo converge se $\rho(T) < 1$, onde $\rho(T)$ é o módulo do máximo autovalor de T.

Os métodos iterativos são especialmente atraentes para problemas de grande porte, devido a que a matriz T, que é em geral facilmente obtida a partir de A não é modificada ao longo de todo o processo. Portanto, não aparecem problemas de preenchimento e o número de posições usadas pelo método é essencialmente o mesmo que o necessário para armazenar A. Os métodos de Jacobi, Gauss-Seidel e Kaczmarz entre outros, pertencem à categoria acima.

Especialmente interessantes são os métodos de Gradientes Conjugados [1, 11, 24]. Embora considerados como métodos iterativos, são na realidade métodos diretos, já que a solução é obtida num número finito de passos (igual ao número de autovalores diferentes de A). Porém, essa propriedade é afetada pelo erro de arredondamento e os métodos, de fato, se comportam como iterativos. Existem combinações eficientes de métodos baseados em $x^{k+1} = Tx^k + c$ com métodos de gradientes conjugados [2].

Todos os métodos iterativos compartilham uma desagradável propriedade: o número de iterações necessário para convergir é tragicamente afetado pelo condicionamento da matriz.

6. PRÉ-CONDICIONAMENTO

Os métodos diretos também são afetados pelo condicionamento da matriz, porém de maneira não tão radical. De um modo geral, quando não se conhece nada a priori sobre a solução do sistema ou sobre a inversa da matriz, um método direto é mais eficiente que um iterativo. Porém, há situações nas quais, pelo tamanho do sistema, os métodos diretos não são aplicáveis. E há casos onde é conhecida informação prévia sobre a solução do problema, que os métodos iterativos podem aproveitar e os métodos diretos não.

Suponhamos, por exemplo, que a matriz A do sistema é sabidamente parecido com uma matriz B cuja fatoração LU é conhecida. Nesse caso, é provável que o método iterativo definido por

$$x^{k+1} = x^k - (LU)^{-1}(Ax^k - b)$$

convirja rapidamente à solução do sistema. Com efeito essa fórmula corresponde a escrever

$$T = I - (LU)^{-1}A,$$

matriz que provavelmente tem seus autovalores próximos de zero. Na realidade, o que fizemos foi substituir o sistema $Ax = b$ pelo sistema $(LU)^{-1}Ax = (LU)^{-1}b$ e aplicar um método iterativo neste último sistema. A matriz deste sistema é $(LU)^{-1}A$ que é provavelmente próxima da identidade e, em consequência, bem condicionada.

Essa é precisamente a idéia do "pré-condicionamento". Com efeito, o pré-condicionamento consiste em substituir o sistema original por um sistema equivalente onde a matriz é bem condicionada, e aplicar depois um método iterativo no novo sistema.

Naturalmente, poucas vezes temos informação a priori sobre a matriz A como a mencionada acima. Em alguns problemas de grande porte, o pré-condicionamento sobre A é produzido sem conhecimentos a priori, de maneira a poupar o tempo e a memória que usaria um método direto. Algumas modificações da matriz U da fatoração LU de A podem atuar como bons pré-condicionadores. Por exemplo:

a) $\overline{U} = U$ desprezando os elementos de U menores em módulo que certo $\varepsilon > 0$.

b) $\overline{U} = U$ desprezando os elementos de U que estão longe da diagonal.

A expectativa é que nesses casos a matriz $B = A\overline{U}^{-1}$ seja bem condicionada. Esta expectativa se sustenta no fato de que a matriz L da fatoração LU com pivoteamento parcial é, em geral, bem condicionada. A aplicação de um método do tipo gradientes conjugados ao sistema $A\overline{U}^{-1}y = b$, seguida de $x = \overline{U}^{-1}y$ pode dar resultados muito aceitáveis.

7. QUADRADOS MÍNIMOS

Problemas onde o número de equações é maior que o número de variáveis ($m \geq n$) são muito frequentes nas aplicações. Muitos problemas de estimação de parâmetros, problemas inversos em equações diferenciais parciais, e problemas de tomografia [3, 4] podem ser formulados dessa maneira.

Esses sistemas não tem, em geral, solução. A abordagem usual é "resolvê-los" encontrando a melhor "não solução" no sentido dos quadrados mínimos, isto é:

$$\text{Minimizar} \|Ax - b\|.$$

Escreveremos este problema, como $Ax \approx b$. Pose ser provado que se em ambos os membros de $Ax \approx b$, é aplicada uma rotação plana, digamos as linhas i e j o sistema fica invariante. O método mais comum de resolução consiste então na aplicação de uma sequência de rotações planas de maneira de transformar A numa matriz triangular superior R [9]. Métodos baseados em transformações de Householder também são usados com o mesmo objetivo, mas não são tão apropriados para o caso grande e esparso.

Uma rotação plana pode ser representada por uma matriz de 2×2, $\begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix}$ tal que $c^2 + s^2 = 1$. A rotação que atua nas linhas i e j de A tem a forma

$$\begin{array}{c} \\ \\ i \\ \\ j \\ \\ \end{array}
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{i} & \multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{j} & \multicolumn{1}{c}{} \\ \hline
\begin{matrix} 1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & 1 \end{matrix} & & 0 & & 0 \\ \hline
 & c & & s & \\ \hline
0 & & \begin{matrix} 1 & \\ & \ddots \\ & & 1 \end{matrix} & & 0 \\ \hline
 & -s & & c & \\ \hline
0 & & 0 & & \begin{matrix} 1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & 1 \end{matrix} \\ \hline
\end{array}\,.$$

Aplicando uma rotação plana adequada nas linhas i e j de A, podemos transformar em zero o elemento (j,i) de A. Chamamos de G(j,i) à rotação que faz isso.

Por exemplo, suponhamos que A tem a seguinte estrutura:

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline
x & & & x & & & \\ \hline
 & x & & & & x & \\ \hline
 & & x & & x & & \\ \hline
 & x & & x & & & \\ \hline
x & & & & x & & \\ \hline
 & & x & & & x & \\ \hline
 & x & & & x & & x \\ \hline
 & & & x & & & \\ \hline
 & & x & & & & \\ \hline
 & & & & x & & \\ \hline
 & x & & & x & & \\ \hline
 & & & x & & & \\ \hline
 & & x & & x & & \\ \hline
\end{array}$$

É fácil ver que A pode ser transformada na matriz R com a seguinte estrutura,

$$R = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline x & & & x & x & & \\ \hline & x & & x & x & x & x \\ \hline & & x & & x & x & \\ \hline & & & x & x & x & x \\ \hline & & & & x & x & x \\ \hline & & & & & x & x \\ \hline & & & & & & x \\ \hline & & & & & & \\ \hline & & & & & & \\ \hline & & & & & & \\ \hline & & & & & & \\ \hline & & & & & & \\ \hline & & & & & & \\ \hline \end{array}$$

através da aplicação sucessiva das 32 rotações:

G(4,2), G(5,1), G(5,4), G(6,3), G(6,5), G(7,2), G(7,4), G(7,5), G(7,6), G(8,4), G(8,5), G(8,6), G(8,7), G(9,3), G(9,5), G(9,6), G(9,7), G(10,5),G(10,6),G(10,7),G(11,2), G(11,5),G(11,6),G(11,7),G(12,4),G(12,5),G(12,6),G(12,7), G(13,3),G(13,5),G(13,6),G(13,7).

Como no caso da fatoração de Choleski, a estrutura de R e o número de rotações necessárias não depende dos valores numéricos de A, e, portanto é conhecida a priori. De fato, é fácil ver que $R^T R$ nada mais é que a fatoração de Choleski de $A^T A$.

8. PRÉ-CONDICIONAMENTO E QUADRADOS MÍNIMOS

O descrito acima dá origem a um método direto para resolver problemas de Quadrados Mínimos. Mas o que foi dito para o problema de resolução de sistemas, vale também neste caso. Para muitos problemas é interessante a complementação de um método direto com um método iterativo. O método iterativo mais adequado para este tipo de problema é o de Gradientes Conjugados [24] devido a se tratar de minimizar uma função quadrática.

Saunders [24] sugere como pré-condicionador da matriz retangular A, o resultado de levar A à forma triangular superior usando transformações elementares como no caso da fatoração LU, em vez de rotações planas. O problema, finalmente, se resolveria aplicando gradientes conjugados a Minimizar $\|AU^{-1}y - b\|$ e fazendo $x = U^{-1}y$ como no caso de sistemas lineares.

Outra alternativa, como no caso de sistemas lineares, é pré-condicionar com uma "R incompleta" no sentido que os elementos pequenos da R verdadeira seriam desprezados ou que os elementos de R que estão longe da diagonal seriam desprezados.

Nenhuma das possibilidades citadas foi testada numericamente de forma suficientemente extensa.

9. SISTEMAS NÃO LINEARES

Consideremos o problema de resolver $F(x) = 0$ onde $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$. O método de Newton [23] é o mais usado neste tipo de problema. É um método iterativo que, dada a iteração x^k, encontra x^{k+1} através da resolução do sistema $F'(x^k)z = -F(x^k)$ e $x^{k+1} = x^k + z$. As idéias expostas nas seções anteriores para sistemas lineares podem ser aplicadas aqui de diferentes maneiras:

a) Os métodos diretos podem ser usados para resolver o sistema linear em cada iteração.

b) Métodos iterativos podem ser usados para resolver o sistema linear e "detidos" antes de atingir a convergência, dando origem aos Métodos de Newton Inexatos [27]

c) A fatoração LU de $F'(x^k)$ pode ser usada como pré-condicionadora de $F'(x^{k+1})$.

Mas, ao mesmo tempo que as idéias acima servem para aplicar diretamente as técnicas de resolução de sistemas lineares ao método de Newton, existem outras idéias que consistem em generalizar diretamente os métodos para resolver sistemas lineares ao caso não linear. Essas idéais dão origem aos "Métodos Lineares Generalizados" [23, 12, 14, 19, 21]. Quando um método Linear Generalizado é aplicado a um sistema linear, seu comportamento é exatamente o mesmo que o do método iterativo linear que lhe deu origem.

Uma regra para construir um método linear generalizado é substituir cada aparição da linha i de A no método original pelo gradiente da i-ésima componente de F, e cada expressão $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i$ por $f_i(x)$. Os métodos lineares generalizados tem propriedades de convergência similares aos métodos iterativos lineares originais.

Também muito usados para resolver sistemas não lineares são os métodos Quasi-Newton [5, 13, 25]. Em cada iteração de um método quase-Newton é necessário resolver um sistema linear:

$$B_k z = -F(x^k)$$

onde a matriz B_{k+1} é obtida a partir de B_k por alguma fórmula simples. Em muitas implementações de métodos quase-Newton o que é armazenado é uma fatoração de B_k e o problema é usar algoritmos efetivos para obter a fatoração de B_{k+1} a partir do anterior [5, 20].

Mas, naturalmente, é possível também usar a fatoração de B_k como pré-condicionadora do sistema cuja matriz é B_{k+1}. Esta é uma idéia que parece promissora para sistemas esparsos, na qual estamos trabalhando atualmente [22].

10. QUADRADOS MÍNIMOS NÃO LINEARES

Quando os parâmetros a serem ajustados num modelo aparecem não linearmente nas equações, estamos em presença de um problema de ajuste não linear. A formulação matemática mais simples é a dos Quadrados Mínimos Não Lineares. De acordo com ela, o problema é

$$\text{Minimizar } \|F(x)\|, \quad \text{onde } F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m.$$

A "idéia Newtoniana" aplicada a este problema consiste em resolver em cada iteração o problema de Quadrados Mínimos Lineares:

$$F'(x^k)z \approx -F(x^k)$$

e fazer $x^{k+1} = x^k + z$.

Esta idéia não é muito satisfatória no caso sobredeterminado devido a que as propriedades de convergência local do método de Newton não se mantém neste método quando a resíduo $F(x)$ na solução é grande, de maneira que, depois da resolução do problema de Quadrados Mínimos Lineares é necessário um segundo passo:

$$x^{k+1} = \Phi(x^k, z)$$

que garante, pelo menos, que $\|F(x^{k+1})\| < \|F(x^k)\|$.

Atualmente, estamos trabalhando num algoritmo para resolução do problema esparso de Quadrados Mínimos Não Lineares, baseado nos seguintes princípios:

a) Em cada iteração o problema $F'(x^k)z \approx -F(x^k)$ é (incompletamente) resolvido usando Gradientes Conjugados e pré-condicionando o sistema com uma R da fatoração incompleta por rotações planas de $F'(x^k)$.

b) O mesmo pré-condicionamento é usado durante um certo número de rotações consecutivas.

c) A função Φ envolve uma busca bidimensional no plano determinado por z e o gradiente de $\|F(x)\|^2$.

Experiências preliminares com sistemas de 3000 equações e mais de 1000 incógnitas resultaram muito alentadoras quando comparados com as subrotinas adequadas para resolver o mesmo tipo de problema da Biblioteca do NAG (National Algorithms Group, Oxford).

AGRADECIMENTOS

Os projetos a que faz referência este trabalho estão financiados pela FAPESP, Processo Nº 200/86.

Agradeço a Lúcio Tunes dos Santos pela atenta leitura e úteis comentários sobre este trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Bartels, R. and Daniel, J.W., A conjugate gradient approach to nonlinear elliptic boundary value problems in irregular regions, Report CNA 63, Center of Numerical Analysis, University of Texas at Austin, 1973.

[2] Björch, Ä. Elfving, T. Accelerated projection methods for computing pseudoinverse solutions of systems of linear equations, BIT-19, 1979.

[3] Censor, Y., Finite series-expansion reconstruction methods, Proceedings of the IEEE 71(1983), 409 - 419.

[4] Censor, Y., Gustafson, D.E., Lent, A. and Tuy, H. A new approach to the emission computerized tomography problem: simultaneous calculation of attenuation and activity coefficients, IEEE Transaction on Nuclear Sicence NS-26(1979), 2775-2779.

[5] Dennis, J.E. and Marwil, E.S., Direct secant update of matrix factorizations, Math. Comput. 38 (1982), 459 - 476.

[6] Duff. I.S., Analysis of sparse systems, D. Phil. Tesis, Oxford Univ. Cambridge, 1972.

[7] Eisenstat, S.C., Schultz, M.H. and Sherman, A.H., The application of sparse matrix methods to the numerical solution of nonlinear elliptic partial differential equations, A. Dold and B. Eckmann, eds., Proceedings of the Symposium on Constructive and Computational Methods for Differential Equations, Springer-Verlag, New York (1974), 131-153.

[8] Forsythe, G.E., Moler, C., Computer solution of linear algebraic equations, Prentice Hall, Englewood Chiffs, 1967.

[9] George, J.A. and Heath, M.T., Solution of sparse linear least squares problems using Givens rotations, Linear Algebra and its Applics. 34(1980), 69 - 83.

[10] George, A. and Ng, E., An implementation of Gaussian elimination with partial pivoting for sparse systems, SIAM J. Sci. Stat. Comput. 6(1985), 390-409.

[11] Luenberger, D., Introduction to linear and nonlinear programming, Addison-Wesley, 1973.

[12] Martínez, J.M., Generalization of the Methods of Brent and Brown for solving nonlinear simultaneous equations, SIAM J. of Numerical Analysis, Vol. 16, Nº 3 (1979), 434 - 448.

[13] Martínez, J.M., A quasi-Newton method with modification of one column per iteration, Computing, 33 (1984), 353 - 362.

[14] Martínez, J.M., The projection method for solving nonlinear systems of equations under the 'Most Violated Constraint' control, Computers and Mathematics with Applications, Vol. 11, Nº 10 (1985), 987 - 993.

[15] Martínez, J.M., The method of successive orthogonal projections for solving nonlinear simultaneous equations, aceito para publicação em Calcolo.

[16] Martínez, J.M. and Sampaio, R.J.B., Parallel and sequential Kaczmarz methods for solving underdetermined nonlinear equations, aceito para publicação em Journal of Computational and Applied Mathematics, 1985.

[17] Martínez, J.M., The projection method for solving nonlinear systems of equations under the 'Most Violated Constraint' control, Computers and Mathematics with Applications, Vol. 11, Nº 10 (1985), 987 - 993.

[18] Martínez, J.M., Solving systems of nonlinear equations by means of an accelerated successive orthogonal projections method, aceito para prublicação em Journal of Computational and Applied Mathematics, 1985.

[19] Martínez, J.M., Solution of nonlinear systems of equations by on optimal projection method, aceito para publicação em Computing, 1986.

[20] Martínez, J.M., A quasi-Newton method with a new updating for LDU factorization of the approximate Jacobian, Mat. Aplic. Comput., Vol. 2, (1983), 131 - 142.

[21] Martínez, J.M., Métodos quase-Newton com atualização direta das fatorações, Tese de Livre Docência, IMECC - UNICAMP, 1984.

[22] Martínez, J.M., Moretti, A.C. e Ruggiero, M.A.G., Trabalho em elaboração.

[23] Ortega, J.M. and Rheinboldt, W.C., Iterative solution of nonlinear equations in several variables, Academic Press, N.Y., 1970.

[24] Saunders, M.A., Sparse least squares by conjugate gradients, A comparison of preconditioning methods, TR SOL, 79 - 5, (1979).

[25] Schubert, L.K., Modification of a quasi-Newton method for nonlinear equations with a sparse Jacobian, Math. Comput. 24 (1970), 27 - 30.

[26] Sherman, A.H., On Newton-iterative method for the solution of systems of nonlinear equations, SIAM J. Numer. Anal. 15 (1978), 755 - 771.

[27] Steihaug, T. Local and superlinear convergence for truncated iterated projections Methods, Math. Programming, 27 (1973), 176 - 190.

ABSTRACT

In this paper we describe the LU factorization of sparse linear systems using the technique of George and Ng. We discuss the principles of iterative methods as well as the combination of direct and iterative strategies giving arise to the pre-conditioning techniques. We show the way in which these tecniques may be applied to the Nonlinear Least Squares Problem.

ABCM

SBMAC ABEnS

PUC/RJ

VORTEX DYNAMICS AND TURBULENCE

H.K. MOFFATT

Fellow of Royal Society
Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics
University of Cambridge - U.K.

Texto não disponível

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

A VARIABLE FOUR-POINT INTERPOLATING SCHEME FOR STRONGLY CONVECTIVE FLOWS

ABCM
ABMC ABEnS

WASHINGTON BRAGA FILHO
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

PUC/RJ

ABSTRACT

In this paper, a generalized aproximation is presented for the discrezation of convective terms on Navier-Stokes or alike equations. Although higher-order schemes may be developed, the most efficient scheme utilizes a relation between 4 adjacent points, in which the respective weights may be chosen to depend on the cell Reynolds number. Consequently, wiggles are easily suppressed. After 1-D and 2-D simple applications, it is presented some results for the well known driven cavity problem. Whenever possible, the present results are compared with the most accurate data available.

INTRODUCTION

Current investigations on Computational Fluid Dynamics involve the solution of high Reynolds number flows in two and three dimensions. In such cases, the grid size necessary to resolve localized effects, such as boundary layers, may be quite large and it is imperative that unphysical behaviour be eliminated from the solution. Since the schemes used to discretize the governing equations relate to the grid size, through truncation errors, their choice may affect the numerical solution and the convergence process.

The source of most serious problems is easily traced back to the first order derivatives, which represent the inertial terms on Navier-Stokes equations. For instance, if these terms are discretized by central-difference schemes, wiggles and non-unique solutions [1,2] may appear provided the Reynolds number of the flow is high enough. However, those flows constitute the current main interest and the engineer finds himself attracted to the different forms of upwinding.

A considerable amount of literature has been published on the problems that upstream approximations induce on the numerical solution, the most discussed one being the numerical viscosity effect (see Raithby [3] for a lengthful discussion). Although of questionable usage, very sophisticated formulae, in which the source free governing equation is aproximated locally (e. g. [4]) have been suggested to alleviate the problem. In other situations, extra terms or deferred corrections were considered for the first derivative [5].

Apparently, Leonard [6,7] was the first one to recognize that a higher order upwinding scheme should effectively eliminate the problem. He proposed the Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics, QUICK, which is a 4-point formula for the discretization of first derivative. In spite of the extra computational effort, his scheme do display wiggles, provided the Reynolds number is high enough, as will be shown later. This was predicted by him and resulted in the convergence difficulties noted by Han et al [8], among others.

Recently, the author presented few schemes that do not display wiggles nor numerical viscosity effects [9]. In this paper, the most efficient one is applied to 2-D situations and to the simulation of the wall driven cavity flow. As will be shown, this scheme may be seen as a generalization of Leonard's concept.

4-POINT FORMULAE

According to Leonard [7], the lack of stability of the central schemes to high Re numbers is associate to a low sensitivity of the first derivative to changes on U_i, the unknown at node i. In others words, for a central difference scheme,

$$\frac{d}{dU_i}\ \frac{dU}{d\eta} = \frac{d}{dU_i}\left(\frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2h}\right) = 0$$

For high enough Re number flows, this is troublesome. Following [9], the proposed 4-point scheme is to be written as:

$$\frac{dU}{d\eta} = \frac{a\ U_{i+1} + b\ U_i + c\ U_{i-1}\ d\ U_{i-2}}{h} + 0(h^n) \qquad (1)$$

and consequently:

$$\frac{d}{dU_i}\ \frac{dU}{d\eta} = \frac{b}{h}$$

Naturally, a very small h will assure stability to whatever Re numbers, but this is cost prohibitive. Therefore, b should vary as necessary in order to assure stability. According to Inverse Problems theory, b/h may be called as the sensitivity coefficient of $dU/d\eta$. For now, b will be considered as a floating variable to be called x, and if a Taylor series expansion is applied, a, c and d on equation (1) may be obtained as functions of x. Doing so, the resulting expression is:

$$\frac{dU}{d\eta} = \frac{(3-2x)\ U_{i+1} + 6x\ U_i - 3(2x+1)\ U_{i-1} + 2x\ U_{i-2}}{6h} + \left(\frac{1-2x}{6}\right)h^2\ \frac{d^3U}{d\eta^3} + 0(h^3)\ \frac{d^4U}{d\eta^4} \qquad (2)$$

Although x remains to be determined, there are already several candidates. For instance, the trivial choice x=0 reduces equation (2) to the standard central difference scheme. If x=3/8 the QUICK scheme is recovered and if x=0.5 the other scheme proposed by Leonard [6] is recovered. This last choice is particularly interesting because it results in a lower order truncation error. This may be used effetively at low Reynolds number flows.

There are some ways of finding x. The easiest way, following Anderson [10], is to impose that:

$$U_i^{n+1}/U_{i+1}^n \quad \geq \quad 0 \qquad (3)$$

Assuming that the convective term is discretized using a 4-point formula and that a central difference scheme is used to discretize the diffusion term, one substitutes the original differential equation by a system of algebraic equations. Considering, for simplicity, a 1-D equation, it results:

$$- U_{i-1}\left[\frac{D(2x+1)}{2} + D\right] + U_i\left[1+Cx+2D\right] + U_{i+1}\left[\frac{C(3-2x)}{6} - D\right] = RHS \tag{4}$$

where RHS represents the right-hand side term, C is the Courant number and D is the diffusion number (e.g. see [10]).

In the limit, restriction (3) applied to equation (4) indicates that

$$\frac{C}{D} = Re_c = \frac{U_{max}\ h}{\nu} = \frac{6}{3-2x}$$

where Re_c now the cell Reynolds number. As Re_c is set by the physical problem and the storage limitation, the above equation will be used to fix x. That is:

$$x = 1.5 - 3/Re_c \tag{5}$$

It should be noticed that for large Re_c, x remains bounded to the value 1.5. Also, for diffusion dominated problems ($Re_c \leq 2$), x from equation (5) will be negative, which is non-physical (unless $Re_c < 0$, of course). Instead, x may be limited to zero (i.e. the central scheme) or to 0.5, to increase accuracy.

BOUNDARY CONDITION APPROXIMATION

Once equation (2) is applied near the boundary, U_{i-2} may lie outside the region and an auxiliary equation to determine it may be necessary. In several experiments performed during this investigation, this caused a deterioration of the global accuracy [11]. Although several options are available, better results were always achieved if instead equation (2), one used:

$$\frac{dU}{d\eta} = \frac{3(x-1)\ U_w - 8x\ U_{w+1/2} + 6x\ U_{w+1} + (3-x)\ U_{w+2}}{6h} + \frac{2-x}{12} h^2 \frac{d^3U}{d\eta^3} + \frac{x}{96} h^3 \frac{d^3U}{d\eta^4} \tag{6}$$

In order to determine $U_{w+1/2}$, i.e. an auxiliary point that lies halfway the wall and the first node, it is suggested a Taylor series expansion:

$$U_{w+1/2} = U_w + \frac{h}{2}\ \frac{du}{d\eta}\bigg|_w + \frac{h^2}{8}\frac{d^2u}{d\eta^2}\bigg|_w \tag{7}$$

The first derivative is to be substituted by

$$\frac{dU}{d\eta} = \frac{-3\ U_w + 4\ U_{w+1/2} - U_{w+1}}{h} - \frac{1}{12} h^2 \frac{d^3U}{d\eta^3} \tag{8}$$

while the second derivative is to be eliminated or replaced using the governing equation. This formulation proved to be always very efficient [11].

RESULTS

The numerical formulation indicated before was implemented to solve 1-D equations such a Generalized Burger's equation. The results were shown in [9] and here only a brief discussion willbe made. Actually, the only point to emphasize here is the advantage of the proposed formulation over QUICK. To the best of the author's knowledge, all applications of QUICK were made using a divergent formulation. As indicated in [9], a possible explanation is that all other possible values (including x=0 or x=0.5) lead to numerical viscosity, which is not interesting. Consequently, it may be important to find out whether the divergent formulation used with QUICK is more on less efficient than the convective formulation used with the proposed scheme. From figure 1, it may be seen that at $Re_c=10^3$, wiggles appeared with QUICK but not with the proposed scheme. It may be seen, however, that the accuracy has deteriorated. Actually, this should be expected as Re_c number increases, the boundary layer is gradually reduced and, eventually, all viscous effects will be concentrated in a region smaller than the mesh size. This point will be further stressed ahead.

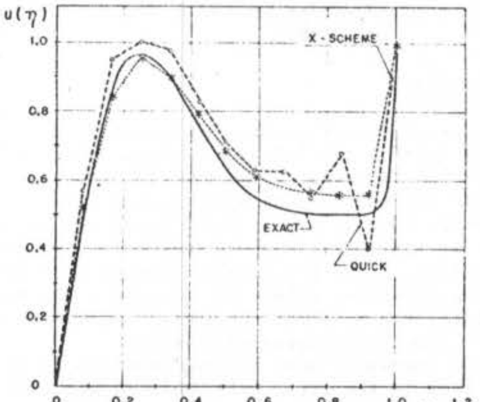


Figure 1. Velocity profile comparing QUICK (divergent formulation) and the proposed scheme (convective formulation). $Re_c = 10^3$

Once a 1-D scheme was numerically implemented, tests started with a 2-D Convection-Diffusion equation and, for comparison purposes, the Gupta's test [12] was selected. In his paper, Gupta chose an equation such as:

$$U_{\eta\eta} + U_{\xi\xi} + \lambda_1\ U_\eta + \lambda_2\ U_\xi = f(\eta,\xi) \tag{9}$$

where, λ_1, λ_2 are constants that may assume any large values ($0 \rightarrow 10^5$ were used here and in [12]). The exact solution of equation (9) was chosen to be $u(\eta,\xi) = 2\eta(\eta-1)(\cos 2\pi\xi - 1)$. The 2-D algebraic relations were solved using an ADI method or a line by line Thomas algorithm. The former being computationallymore efficent at low range $\lambda_{1,2}$ and the latter at the other range ($\lambda_{1,2} > 100$, say); (see [11] for further details).Table I show results obtained using a central difference scheme, a fourth-order scheme proposed by Gupta and three versions of the proposed scheme, differing only in the handling of the extra point near boundaries. The first version neglected the second order derivative in equation (7), resulting in a simple linear interpolation at node w+1/2. The second version, more efficiently assumed a three point approximation to $d^2u/d\eta^2$ at the wall and, finally, the last version used the exact profile obtained by differentiation, naturally the most accurate.

Although the results from the central difference scheme, reproduced from [12], appear to be accurate, they are not. In fact, the results display wiggles and specially at higher $\lambda_{1,2}$ are very difficult to be obtained iteratively (the present code indicated overflow errors for any $\lambda_{1,2} > 100$!). On the other way round, the results obtained with the present scheme at $\lambda_1 = 10^5$ and $\lambda_2 = 10^4$ were obtained within 13 iterations of the line by line TDMA. The results from the Fourth-order scheme were reproduced from [12] just for comparison purposes.

Table 1. Maximum errors for the 2-D convection-diffusion equation. Mesh size hx = hy = 0.05, convergence criteria = 1×10^{-4}

λ_1	λ_2	CENTRAL	FOURTH-ORDER SCHEME	PRESENT 1	PRESENT 2	PRESENT 3
1	1	0.4691(-2)*	0.3285(-3)	0.413(-2)	0.439(-2)	0.398(-2)
10	10	0.1009(-1)	0.1458(-3)	0.527(-2)	0.142(-2)	0.969(-3)
100	100	0.1929(-1)	0.1679(-2)	0.1847(-1)	0.108(-1)	0.119(-1)
1000	100	0.6894(-2)	0.4563(-3)	0.1488(-1)	0.272(-2)	0.271(-2)
5000	100	0.4015(-2)	0.7367(-4)	0.1143(-1)	0.650(-3)	0.630(-3)
100,000	10,000	0.1121(-1)	0.3924(-3)	0.1409(-1)	0.669(-2)	0.670(-2)

* $0.4691(-2) = 0.4691 \times 10^{-2}$

At this stage, a simple 2-D wall driven cavity flow was simulated using the proposed scheme. Although many solutions are available in the literature, this problem is often used to test new numerical aspects. For simplicity, the vorticity-stream function Navier-Stokes equations are considered. The Poisson equation is solved by the modified strong implicit procedure (MSI) proposed by Scheider and Zedan [13] and the steady state vorticity equation is solved by ADI method. The vorticity value at wall was generated through (P,Q) formulae as indicated by Gupta and Manohar [14].

Table 2 indicates few results obtained by the present method and by others, whenever possible. The Reynolds number is 100 and the mesh size is indicated.

Table 2. Wall Driven Results at Re = 100

	Mesh	ψ max	W(at ψmax)
Schreiber and Keller [15]	121x121	-0.10330	-3.182
M. Napolitano [16]	14x14	-0.0874	n.a.
Central difference scheme			
formula (2,1)	21x21	-0.0971	-3.36
formula (5,4)	21x21	-0.0928	-3.11
Present scheme			
formula (2,1)	21x21	-0.0991	-3.196
formula (5,4)	21x21	-0.0952	-3.196

The CPU time envolved here is certainly larger than the necessary for the central difference scheme, because of the added effort. For instance, results obtained with formula (5,4) were obtained within 29 iterations and took 28 CPU seconds on an IBM 370/158. Using the same formula and the central scheme, the solution was obtained within 31 iterations and 16 CPU-S. In spite of the increased time, it should be noted that the present results are more accurate, at least if results from reference [15] are assumed to be "exact".

A much more interesting result is the one obtained at Re = 10^3. As mentioned before, its accuracy is very poor and as noticed by Napolitano [16], that is not surprising as the mesh employed (21x 21) is completely incapable of capturing the thih boundary layer near the walls of the cavity. In any event, results are shown in Table 3.

Table 3. Wall Driven Results at Re = 10^3

	Mesh	ψ max	W(at ψmax)
Schreiber & Keller [17]	141x141	-0.11297	-2.281
Gupta & Manohar [16] (upwind - formula 2,1)	21x21	-0.0599	-2.63
Present method			
formula 21, fixed scheme	21x21	-0.0520	-4.5330
formula ",variable scheme	21x21	-0.0364	-4.8680
formula 54, fixed scheme	21x21	-0.0719	-1.2289
formula ",variable scheme	21x21	-0.0563	-1.1037

At this Reynolds number, the formula (5,4) seems to be more accurate than formula (2,1), contrary to what was found at Re = 100. The reasons for this are yet not very clear but it was noticed that Gupta's results [14] indicated an over-estimate of the vorticity conservation law at Re = 1000, using that formula and the upwind scheme. Visual inspection of the stream fuction profile indicated that, using formula (2,1), the two secondary vortexes coalesce on a single region, a feature not seen by Schreiber and Keller [13]. As the results obtained with formula (5,4) do not indicate it and ψmax values are closen to the exact solution, this formula is indicated to be most accurate, at least for the present purposes.

Table 3 indicates further results that were obtained using a fixed scheme with x and y values frozen at their peak values. Besides the better values, it was also noticed better convergeht properties. At Re = 10^3 and using formula 54, the code using the fixed scheme converged within 130 iterations (120 CPU-S) and it took 240 iterations (215 S) to converge using the variable scheme. A very important point here is that no relaxation factor was used in the present study, not even to the wall vorticity. To the author's understanding, under-relaxation is confusing, to say the least. This is another feature of the present method.

Although results at Re = 10^4 were also easily obtained at this preliminary study, the accuracy is alredy lost. Instead of using higher number of nodes or non-uniform meshes, a coordinate stretching is currently being employed. Also, proper criteria to select a fixed scheme (i.e. an unique value for x or y) is being investigated. The results so far obtained seems to indicate several interesting features of the proposed schemes. Further comments are discussed in [11].

CONCLUSIONS

An efficient numerical scheme has been developed and applied to several tests, where the validity, efficiency and the difficulties were observed. At high Reynolds number, boundary layer effects are limited to regions smaller than the grid size and a suitable coordinate stretching is necessary. Further study remains to be made to increase accuracy.

ACKNOWLEDGEMENTS

This research was partially funded by a grant number 301127-85/EM from CNPq. Also, most of the numerical study mentioned here was done at LNCC/CNPq.

REFERENCES

[1] KELOG, R.B., SHUBIN, G.R. and STEPHENS, A.B., Uniqueness and the cell Reynolds number, SIAM J. Numer. Anal., 17 (6): 733-739 (1980).

[2] GRESHO, P.M. and LEE, R.L., Don't supress the wiggles - they're telling you something, Computers and Fluids, 9: 223-253 (1981).

[3] RAITHBY, G.D., A critical evaluation of upstream differencing applied to problems involving fluid

flow, Comput. Meths. Appli. Mech and Engrg., 9: 75-103 (1976).

[4] SPALDING, D.B., A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives, Int. Journal for Num. Methods in Engineering, 4: 551-559 (1972).

[5] KHOSLA, P.K. and RUBIN, S.G., A diagonally dominant second-order accurate implicit scheme, Computers and Fluids, 2: 207-209 (1974).

[6] LEONARD, B.P., A survey of finite-differences of opinion on numerical muddling of the incomprehensible defective confusion equation, finite element methods in convection dominated flows, Applied Mechanics Division, ASME, Winter Meeting, N. York (1979).

[7] LEONARD, B.P., A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation, Comput. Meths. Mech. Engrg., 19: 59-98 (1979).

[8] HAN, T., HUMPHREY, J.A.C. and LAUNDER, B.E. A comparison of hybrid and quadraditc-upstream differencing in high Reynolds number elliptic flows, Comput. Meths. Appl. Mech Engrg. , 29: 81-95 (1981).

[9] BRAGA, W., Proceedings of the II COMAP, Curitiba, Pr, Brazil (in portuguese), 1986.

[10] ANDERSON, D.A., TANNEHILL, J.C. and PLETCHER, R.H., Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Hemisphere Pub. Co, (1984).

[11] BRAGA, W., Internal Deport, ME Department, PUC/RJ, 1986.

[12] GUPTA, M.M., A survey of some second-order difference schemes for the steady-state convection-diffusion equation, Int. J. for Num. Meths in Fluids, 3: 319-331 (1983).

[13] SCHNEIDER, G.E. and ZEDAN, M., A modified strongly implicit procedure for the numerical solution of field problems, Numerical Heat Transfer, 4 (1): 1-20 (1981).

[14] GUPTA, M.M. and MANOHAR, R.P., Boundary approximations and accuracy in viscous flow coputations , J. of Comp. Physics, 31: 265-288 (1979).

[15] SCHREIBER, R. and KELLER, H.B., Driven Cavity flows by efficient numerical techniques , J. Comp. Phys, 45: 310-333 (1983).

[16] NAPOLITANO, M., Efficient ADI and spline ADJ methods for the steady-state navier-stokes equations, Int. Journal for Num. Meths in Fluids, 4: 1101-1115 (1984).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ABCM ABENS

AN EVALUATION OF THE LINEAR FLUX SPLINE SCHEME AND MODIFIED VERSIONS OF THE CENTRAL DIFFERENCE SCHEME FOR TWO-DIMENSIONAL CONVECTION-DIFFUSION PROBLEMS

PUC/RJ

ANGELA OURIVIO NIECKELE
Departamento de Matemática - PUC/RJ

ABSTRACT

This paper presents a comparison between the Linear Flux Spline Scheme, FLUX1 [1], and modified versions of the Central Difference Scheme, CENTR2 [2] and CONDIF [3], for two-dimensional convection-diffusion problems. The major differences between the schemes are highlighted and their performance analyzed. The results obtained for a number of test problems have shown that CENTR2 presents stability problems and suffers from the over and under-shoots problem. CONDIF is stable, but it has a very low convergence rate. FLUX1 is consistently more accurate or at least as accurate as CENTR2 and CONDIF, although it suffers slightly from the oscillation problem. Further, FLUX1 has a fast convergence rate.

INTRODUCTION

Several schemes have been developed over the years to solve the two-dimensional convection-diffusion equations. Stability problems encountered with the Central Difference scheme lead to the formulation of schemes like Upwind, Hybrid and Power-Law [4]. It is well recognized that these schemes, under some circumstances, possesses unacceptable high numerical diffusion. On the other hand, they are stable, i.e., free from any numerical oscillation. However, numerical accuracy is increasingly a major consideration and a number of high-order accuracy schemes have been developed. Among those, the following schemes can be cited: the Linear Flux Spline Schemes [1,2,5], the Modified Central Difference schemes [2,3], the Skew Upwind Differencing scheme [6], higher-order schemes based on Taylor series [7], and the Cubic Spline schemes [8]. The Linear Flux Spline scheme and the modified versions of the Central Difference scheme were selected to be examined here since both present high accuracy and are simple to implement.

ANALYSIS

The governing equation for 2-D convection diffusion problems where the total flux of the dependent variable $\emptyset$ is formed by a convective flux and a diffusive flux may be written as

$$\partial Jx/\partial x + \partial Jy/\partial y = S \tag{1}$$

$$Jx = \rho u\emptyset - \Gamma\partial\emptyset/\partial x \quad , \quad Jy = \rho v\emptyset - \Gamma\partial\emptyset/\partial y \tag{2}$$

where Jx and Jy are the total flux components in the x- and y-direction, respectively. The source of $\emptyset$ within the domain is S, ρ is the mass density, Γ is the diffusion coefficient and u and v are the velocity components in the x- and y- direction.

To understand the source of errors of the discretization schemes, it is convenient to analyze equation (1) rewritten as

$$\partial Jx/\partial x = S - \partial Jy/\partial y \tag{3}$$

False diffusion is a dominant source of errors in the numerical simulation of most multi-dimensional convection-diffusion problems. It will occur when the flow is oblique to the grid lines and when there is a non-zero gradient of the dependent variable in the direction normal to the flow direction.

By observing equation (3), it can be seen that if there exists any source in a domain or if there is a transverse flux, the right hand side of this equation is non zero. These terms are in part responsible for the false diffusion effect. Therefore, to reduce or to eliminate the false diffusion effect produced by a numerical scheme, the scheme should take into account these terms. The simplest way to accomplish this is to assume a linear flux expression for each flux component. Both Linear Flux Spline scheme and Central Difference schemes fall into this category, as will be shown later.

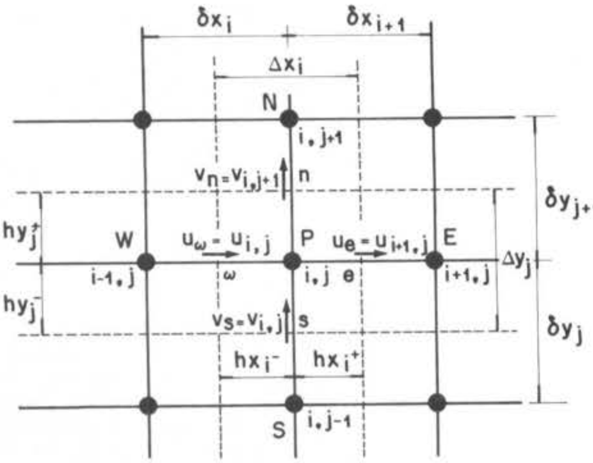


Figure 1. Discretization Domain

The finite difference analogue of the conservation equation (1), can be written as

$$a_P\emptyset_P = a_E\emptyset_E + a_W\emptyset_W + a_N\emptyset_N + a_S\emptyset_S + b \tag{4}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P\,\Delta x\,\Delta y \tag{5}$$

$$b = S_C\,\Delta x\,\Delta y + \beta$$

where the subscripts E, W, N, S and P denote the values of the variables at the respective grid nodes in Figure (1). Δx and Δy are the control volume sizes, and S_C the S_P ($S_P < 0$) are constants from the linearization of the source term of equation (1), $S = S_C + S_P\,\emptyset_P$.

The difference between the schemes is associated with the neighboring coefficients and the source term β. The numerical schemes which allow the neighboring coefficients to become negative, may display over - and under - shoots and numerical instabilities especially if an interative method is used for solving the set of discrete equations.

Linear Flux Spline Schemes. They are developed based on the assumption of a one-dimensional linear flux distribuition throughout the control volume.

$$Jx = A + B\,x \tag{6}$$

The dependent variable $\emptyset$ is obtained by integrating equation (2), with this flux expression, and by assuming constant mass flow rate ρu and diffusion coefficient Γ, yielding

$$\emptyset = a + b\,x + c\,\exp\,(\rho u x/\Gamma) \tag{7}$$

Since $\emptyset$ and Jx are unknowns, we need two equations to completely formulate the scheme. These equations are the conservation equation and the equation obtained from the hypothesis that the dependent variable is constant at the interface of two adjacent control volumes.

To the knowmledge of the author, there are three different schemes based on this idea, which are: 1) Linear Flux Spline Scheme, FLUX1 [1], 2) Modified Linear Flux Spline Scheme, FLUX13[2], and the Locally Analytic Differencing Scheme, LOADS [5].

The scheme selected to be tested here was FLUX1. A comparison study among them has been presented in [2], and FLUX1 was recommended.

For the FLUX1 scheme, the constants A and B of equation (6) are obtained from the values of the flux components at each face of the control volume,

$$A = Jx_i \quad , \quad B = (Jx_{i+1} - Jx_i)/\Delta x_i \tag{8}$$

Note that due to the staggered velocity distribution (see Figure 1), the velocity is not actually constant inside the control volume, each half being governed by a different mass flow rate. Therefore, a correction term was added to the flux expression for FLUX1, so that this scheme would reproduce an exact solution for a problem with linear mass flow rate and constant $\emptyset$.

The coefficients for equation (4) for the FLUX1 scheme are

$$\begin{aligned} a_E &= D_e A(|P_e|) + [\![-F_e, 0]\!] \,,\quad a_W = D_w A(|P_w|) + [\![F_w\,, 0]\!] \\ a_N &= D_n A(|P_n|) + [\![-F_n, 0]\!] \,,\quad a_S = D_s A(|P_s|) + [\![F_s\,, 0]\!] \end{aligned} \tag{9}$$

$$\beta = (J1X_{i,j} - J1X_{i+1,j})\Delta y_j + (J1Y_{i,j} - J1Y_{i,j+1})\Delta x_i \tag{10}$$

where $[\![a,b]\!]$ is max (a,b) and for a fixed j

$$\begin{aligned} J1X_i = {} & BX_i\{[Jx_i - Jx_{i+1}] - [\rho u)_i - \rho u)_{i+1}]\ \emptyset_i\} + \\ & + CX_i\{[Jx_i - Jx_{i-1}] - [\rho u)_i - \rho u)_{i-1}]\ \emptyset_{i-1}\} \end{aligned} \tag{11}$$

$$Jx_i = Jx_w = [a_W(\emptyset_W - \emptyset_P) + F_w\,\emptyset_P]/\Delta y + J1X_i \tag{12}$$

$$BX_i = \frac{(hx_i^-)DX_i\ Q(-P_i^-)}{\delta x_i\ \Gamma_i\ A(-P_i^-)} \,,\quad CX_i = \frac{(hx_{i-1}^+)DX_i Q(P_{i-1}^+)}{\delta x_{i-1}\ \Gamma_{i-1} A(P_{i-1}^+)} \tag{13}$$

$$DX_i = \{hx_i^-/[\Gamma_i\,A(-P_i^-)] + hx_{i-1}^+/[\Gamma_{i-1}\,A(P_{i-1}^+)]\}^{-1} \tag{14}$$

$$P_i^- = \rho u)_i\ hx_i^-/\Gamma_i \,,\quad P_{i-1}^+ = \rho u)_{i-1}\ hx_{i-1}^+/\Gamma_{i-1} \tag{15}$$

$$Q(P) = [e^P(P-1)+1]/P(e^P-1) \,,\quad A(P) = P/(e^P - 1) \tag{16}$$

$$F_w = \rho u)_i\,\Delta y \,,\quad D_w = [hx_i^-/\Gamma_i + hx_{i-1}^+/\Gamma_{i-1}] \,,\quad P = F/D \tag{17}$$

The lower case subscripts e, w, n and s denote the values at the control volume interfaces. The distances hx_i^- and hx_{i-1}^+ are shown in Figure (1), and the flux components are stored in the same location as the velocity components.

Note that all neighboring coefficients are always positive. Further, all functions and coefficients are bounded.

Central Difference Schemes. These schemes are usually developed by the use of a Taylor series expansion, where the second order terms are neglected. An equivalent way of developing these schemes is by assuming a linear profile for the dependent variable between adjacent grid points, thus

$$\emptyset = a + b\,x \tag{18}$$

The flux profile may be obtained by substituting this expression in equation (2), resulting in a linear expression. Therefore, these schemes also belong to the group of Linear Flux schemes.

It is a well known fact that the central difference schemes suffer from stability and oscillation problems for grid Peclet number ($P_\delta = \rho u \delta x/\Gamma$) approximately greater than two. This occurs because the neighboring coefficients of equation (4) may become negative for $P_\delta > 2$. To overcome this problem, several schemes have been devised, like the Hybrid scheme, but usually the order of accuracy is reduced. To maintain the order of accuracy of the Central Difference scheme, a modified version of it,named CENTR2, has been developed in [2].

The idea was to rearrange the terms in the equation, so that the neighboring coefficients would always be positive, like the Hybrid scheme coefficients. However, the equation would not be truncated when the coefficients become negative, rather, the negative terms would be considered as part of the source term, that is,

$$\begin{aligned} a_E &= [\![0, A_e]\!] + [\![-F_e\,, 0]\!] \,,\quad a_W = [\![0, A_w]\!] + [\![F_w\,, 0]\!] \\ a_N &= [\![0, A_n]\!] + [\![-F_n\,, 0]\!] \,,\quad a_S = [\![0, A_s]\!] + [\![F_s\,, 0]\!] \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} \beta = {} & [\![0, -A_e]\!]\ (\emptyset_P - \emptyset_E) + [\![0, -A_w]\!]\ (\emptyset_P - \emptyset_W) + \\ & + [\![0, -A_n]\!]\ (\emptyset_P - \emptyset_N) + [\![0, -A_s]\!]\ (\emptyset_P - \emptyset_S) \end{aligned} \tag{20}$$

where for the west face we have

$$\begin{aligned} & A_w = D_w - \alpha_w |P_w| \,, D_w = \Gamma_w \Delta y/\delta x_w \,,\ F_w = \rho u)_w \Delta y \,,\ P_w = F_w/D_w \\ & \alpha_w = \frac{hx_{i-1}^+}{\delta x_i}\frac{(1+Su_w)}{2} + \frac{hx_i^-}{\delta x_i}\frac{(1-Su_w)}{2} \,,\quad Su_w = \text{sign}\ (u_w) \end{aligned} \tag{21}$$

Analogous expressions can be obtained for the other faces.

This method significantly improves the results obtained using the standard Central Difference scheme, since one is able to obtain converged solutions for a grid Peclet number much higher than two. However, as will be shown in the test problems, the over- and undershoots problem is still present and we were not able to cover the whole range of Peclet numbers.

Recently, a new version of the Central Difference scheme has been developed. It was named CONDIF (Controlled Numerical Diffusion with Internal Feedback)[3]. The coefficients where rearranged in a different way than in CENTR2, and an upper bound for them was empirically specified. The coefficients for equation (4) are

$$\begin{aligned} a_E &= D_e + [\![-F_e\,,\,0]\!] + (1+S_{Re})/2\{(\alpha_w-1)[\![F_w\,,\,0]\!] + \\ &\quad + \alpha_e[\![F_e\,,0]\!]\,[\![\,|R_e|\,,\,R_{max}]\!]\,\} \\ a_W &= D_w + [\![F_w\,,\,0]\!] + (1+S_{Rw})/2\{(\alpha_e-1)[\![-F_e\,,\,0]\!] + \\ &\quad + \alpha_w[\![-F_w\,,\,0]\!]\,[\![\,|R_w|\,,\,R_{max}]\!]\,\} \qquad (22) \\ a_N &= D_n + [\![-F_n\,,\,0]\!] + (1+S_{Rn})/2\{(\alpha_n-1)[\![-F_n\,,0]\!] + \\ &\quad + \alpha_n[\![-F_n,0]\!]\,[\![\,|R_n|\,,\,R_{max}]\!]\} \\ a_S &= D_s + [\![F_s\,,\,0]\!] + (1+S_{Rs})/2\,\{(\alpha_n-1)[\![-F_n\,,\,0]\!] + \\ &\quad + \alpha_s[\![-F_s\,,\,0]\!]\,[\![\,|R_s|\,,\,R_{max}]\!]\,\} \end{aligned}$$

$$\beta = 0 \qquad (23)$$

where D_w, F_w and α_w are defined by equations (21), and

$$R_w = (\emptyset_P - \emptyset_W)/\emptyset_E - \emptyset_P) \;,\; R_e = 1/R_w \qquad (24)$$

This scheme can be interpreted as being formed by three regions. If the grid Peclet number is less than two, or $1/\alpha$, its coefficients are obtained from the original central difference expressions. If the R-parameter is negative, the scheme is reduced to the upwind scheme. Finally, if neither situations occurs, the rearranged equation with the bounding parameter R_{max} is used.

The major difference between this scheme and the Hybrid scheme is related to the transition region from the central difference formulation to the upwind formulation. This transition region allows CONDIF to reproduce the Central Difference scheme results up to higher Peclet numbers and the bounding parameter R_{max} avoids the presence of oscillations in the solution. As shown in [3], CONDIF is significantly better than the Hybrid scheme.

The major drawback of this scheme is the specification os the R_{max} parameter, which is an arbitrary number and it is the key for the good performance of the method. As suggested by the author [3], the R_{max} value schould be between 2 and 10, depending on the application.

RESULTS AND DISCUSSION

Uniform Flow in a Pipe with a Heat Source. This is one-dimensional problem with a uniform flow field (ρu = constant), constant termal diffusivity k and specific heat c_p ($\Gamma = k/c_p$). The prescribed temperature and required source term are

$$\begin{aligned} T_{ex} &= 1+X+X^2 + \exp[-Pe(1-X)] + \sin(\pi X) \qquad (25) \\ X &= x/L,\ 0 \le x \le L \ \text{ and } Pe = \rho u L/\Gamma \end{aligned}$$

$$S = (\Gamma/L^2)[(Pe-2) + 2PeX + \pi Pe\cos(\pi X) + \pi^2\sin(\pi X)] \qquad (26)$$

This problem was solved for a range of Peclet numbers Pe, using 10 uniformly spaced control volumes. The results are presented in Figure 2 in terms of the percentage average error in the domain ε_{av}, defined by

$$\varepsilon_{av}(\%) = 1/N \sum_{n=1}^{N} 100\,|(T_{ex} - T)/T_{ex}| \qquad (27)$$

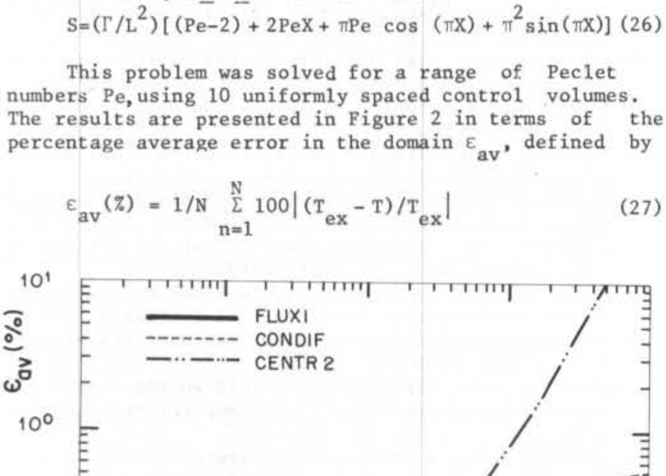


Figure 2. Uniform Flow in a Pipe with a Heat Source

where T and T_{ex} are, respectively, the numerical and exact solution at a particular node n and N is the total number of internal nodes in the domain.

It is seen from Figure 2 that the solution obtained by the FLUX1 scheme is always more accurate than that from the CONDIF and CENTR2 schemes. For Pe less than approximately 5, the CONDIF and CENTR2 schemes lead to identical results, as is to be expected. For Pe > 5, the average error for CENTR2 increases significatly due to the presence of oscillations in the solution field, which propagates through the whole domain as the Peclet number increases. The bounding parameter R_{max} of CONDIF renders the scheme stable and the average error if kept approximately constant.

Solid Body Rotation Problem. This problem was first introduced by Runchal [9] and has been widely used. It consists of a hollow cylinder in solid body rotation, with inner and outer radius equal to r_i and $3r_i$, respectively. The temperature of the inner wall is T_i and the temperature of the outer wall is T_o. The cylinder is assumed to have constant density ρ and specific heat c_p. This is a one-dimensional problem in cylindrical coordinates whose exact solution can be easily obtained. The problem is transformed into two-dimensional if analyzed on a fixed cartesian frame placed inside the annulus.

Introducing the dimensioless variables

$$\begin{aligned} X &= x/r_i,\ Y = y/r,\ U = u/(w\, r_i),\ V = v/(w\, r_i) \\ \emptyset &= (T - T_o)/(T_i - T_o),\ \Gamma = k/[\rho c_p\, w\, r_i^2] = 1/Pl \end{aligned} \qquad (28)$$

the governing equation for this problem can be written as

$$\partial(U\emptyset)/\partial X + \partial(V\emptyset)/\partial Y = \partial(\Gamma\partial\emptyset/\partial X)/\partial X + \partial(\Gamma\partial\emptyset/\partial Y)/\partial Y \qquad (29)$$

where

$$\begin{aligned} &U = -2Y,\ V = 2X \qquad (30) \\ &1/\sqrt{2} \le X \le 3/\sqrt{2},\ 1/\sqrt{2} \le Y \le 3/\sqrt{2} \end{aligned}$$

Thus, the exact solution for constant $\Gamma = 1/Pl$ is

$$\emptyset_{ex} = 1 - \ln(X^2 + Y^2)/(2\ln 3) \qquad (31)$$

This problem was solved using 11 x 11 grid with uniform grid interval. The percentage average error ε_{av}, equation (27), is shown in Figure 3, as a function of the Peclet number Pl.

It can be seen from Figure 3, that the overall behavior of the three schemes is the same as for the one-dimensional test problem shown earlier. The CONDIF and CENTR2 schemes yielded exactly the same results up to Pl equal to approximately 4. For Pl > 4, the CONDIF scheme is more accurate. However, once again, FLUX1 scheme is more accurate for the whole range of Pl.

It should be mentioned that, although the improvement in the accuracy was not substantial, the convergence time for the FLUX1 scheme is much smaller.

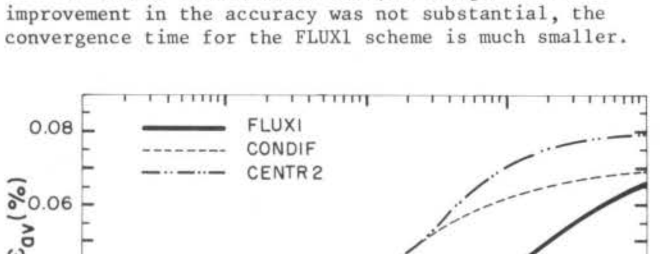


Figure 3. Solid Body Rotation Problem

The criteria of convergence employed was

$$\max\ (\phi^{n+1} - \phi^{n})/\phi^{n+1} < 10^{-6} \tag{32}$$

where n and n+1 refer to two successive iterations.

A comparison of the storage requirements and computer time necessary to attain the same accuracy was performed for Pl = 10. For this Peclet number, CENTR2 required slightly more grid points than CONDIF. The computation time for both of them can be considered equivalent. Therefore, for an equivalent storage and computation time, CONDIF should be preferred in relation to CENTR2, since it is more stable.

FLUX1 requires the storage of more variables (ϕ, Jx and Jy) than CONDIF and CONTR2, but it is more accurate. Thus, for the same accuracy, the mesh required is coarser than that for CONDIF and CENTR2, resulting in the same overall number of grid points. Therefore, the storage requirement is the same, but since is has a high convergence rate, the computation time necessary to solve the problem is half of that necessary for the other two schemes.

Step-Profile in a Uniform Flow at an Angle. This problem is illustrated in Figure 4. A fluid with uniform mass flow rate moves through a square domain at an angle of attack θ with the x-coordinate. This test problem was designed to evaluate the flow-to-grid skewness problem.

When the diffusion coefficient Γ is very small, the transport of ϕ is mainly by pure convection in the flow direction. The exact solution can be obtained by neglecting the diffusion in the direction of the flow. The boundary conditions for the problem are indicated in Figure 4, and the value of 0.5 was used along the line which separates the two domains.

This problem was solved using a 11 x 11 grid, with uniform control volume spacing. The grid Peclet number Pe_δ was taken as 50 as sugested by Raithby [6].

The problem was solved for different values of the parameter Y_c, i.e., for different angles of attackθ. The results are presented in Figure 5 in which the ϕ profile is plotted along the center vertical line (X=4.5). Note that the solution obtained with the CENTR2 scheme for $Pe_\delta = 50$ is meaningless due to the intensity of the oscillations. Thus, it is not shown in the figure.

Both FLUX1 and CONDIF schemes reproduced the exact solution when the flow was aligned with the grid lines ($Y_c = 0$, $\theta = 0^o$). The FLUX1 scheme also presented perfect agreement with the exact solution for an angle of attack of 45^o (Y = 0), but it presented a slight under- and over- shoots problem for the intermediate angles of attack, i.e., 12.53^o, $Y_c = 3.5$ and 33.69^o, $Y_c = 1.5$. For the three cases, CONDIF presented a smearing of the profile.

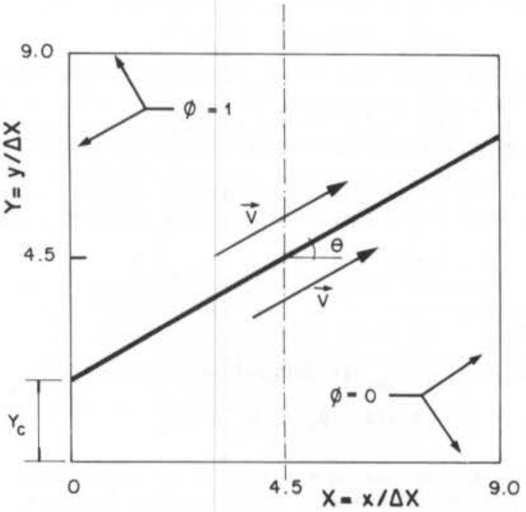


Figure 4. Step-Profile in a Uniform Flow at an Angle

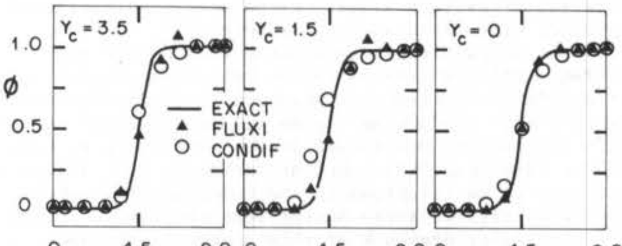


Figure 5. Profile along the center vertical line

The disadvantage of FLUX1 is the presence of the under-and over - shoots problem in some cases, although the oscillations are very small.

As a final conclusion, it can be said that in general, FLUX1 presented better results than CONDIF, and the performance of both was superior to the CENTR2 scheme performance.

CONCLUSIONS

The Linear Flux Spline Scheme FLUX1 and the modified versions of the Central Difference scheme CENTR2 and CONDIF were analyzed and applied to some test problems.

The CONDIF scheme presented significant improvements in relation to CENTR2, with respect to accuracy for grid Peclet number greater than approximately 2. Otherwise, both schemes present the same results, CONDIF is a stable scheme, the solution is free from oscillations and convergence is obtained for the whole range of Peclet numbers.

The results obtained with the FLUX1 scheme showed that it is more accurate for the whole range of Peclet numbers and it is easier to converge than CONDIF and CENTR2.

The CENTR2 scheme did not solve the problem of under - and over - shoots of the original Central Difference scheme, although is was possible to attain converged solutions for Pe > 2.

The major disadvantage of the CONDIF scheme is the specification of the bounding parameter R_{max} which is problem dependent. It also affects the convergence rate, which is very slow. Further, CONDIF does not eliminate completely the problem of smoothing the solution for high Peclet numbers.

REFERENCES

[1] Varejão, L.M.C., Flux Spline Method for Heat, Mass and Momentum Transfer, Ph.D. Thesis, University of Minnesota, (1979).

[2] Nieckele, A.O., Development and Evaluation of Numerical Schemes for the Solution of Convection-Diffusion Problems, Ph.D. Thesis, University of Minnesota, (1985).

[3] Runchal, A.K., CONDIF:A Modified Central-Difference Scheme with Unconditional Stability and Very Low Numerical Diffusion, Proc. 8th Int. Heat Transfer Conf., S.Francisco, 2: 403-408 (1986).

[4] Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. McGraw Hill, New York,(1980).

[5] Wong, H.H. and Raithby, G.D., Improved Finite Difference Methods Based on a Critical Evaluation of the Approximation Errors, Numerical Heat Transfer, 7 : 165-182 (1984).

[6] Raithby, G.D., Skew Upstream Differencing Scheme for Problems Involving Fluid Flow, Computer Meth. Appl. Mech. Eng., 9 : 153-164 (1976).

[7] Leonard, B.P., A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation, Com. Meth. Appl. Mech. Eng., 19 : 59-98 (1979).

[8] Rubin, S.G. and Khosla, P.K., Polynomial Interpolation Methods for Viscous Flow Calculations, J.Comp. Physics, 24 : 217-244 (1977).

[9] Runchal, A.K., Convergence and Accuracy of Three Finite Difference Schemes for a Two-Dimensional Conduction and Convection Problem, Int. J. Num. Meth. Eng. 4 : 541-550 (1972).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ABEnS

PUC/RJ

PREVISÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADES HEXAGONAIS

S. POLINA; A.F.C. SILVA e C.R. MALISKA

Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

RESUMO

A convecção natural em cavidades hexagonais arbitrárias é analisada numericamente utilizando-se o método dos volumes finitos com coordenadas generalizadas coincidentes com a geometria. Os resultados são apresentados para um conjunto de cavidades hexagonais com ângulo θ variando de 30º a 180º, onde θ é o ângulo formado pelos lados inclinados do hexágono. Os efeitos do ângulo θ sobre os campos de velocidades, temperatura e na condutibilidade térmica equivalente local e média, para números de Rayleigh na faixa de 10^2 a 10^6 e número de Prandtl de 0.71 são analisados.

INTRODUÇÃO

Uma das técnicas empregadas para minimizar a troca de calor entre duas superfícies é subdividir o espaço entre elas em espaços confinados menores com o objetivo de inibir a convecção natural. Estes espaços podem ter formas geométricas variadas, sendo a placa tipo colmeia a mais comum.

Neste trabalho, a transferência de carlor em um destes tipos de células, a hexagonal, é analisada numericamente considerando o problema bidimensional, laminar, em regime permanente utilizando-se a aproximação de Boussinesq.

Dentre os objetivos do trabalho dois deles se destacam: a determinação das características de troca de calor da cavidade hexagonal comparada com as da cavidade retangular inscrita e a influência do número de Rayleigh nas características de troca de calor da cavidade hexagonal.

A complexidade do sistema de equações e a irregularidade das geometrias em consideração limitam a possibilidade de obtenção de soluções analíticas. Uma solução numérica é então adotada cujo procedimento fundamenta-se no trabalho desenvolvido em [1], já utilizado em problemas de convecção natural em cavidades arbitrárias simples [2] e duplamente conexas [3]. Neste método o sistema de coordenadas coincide com as fronteiras facilitando a aplicação das condições de contorno.

O programa computacional utilizado foi desenvolvido para tratar problemas de convecção natural com condições de contorno de temperatura ou fluxo prescrito uniformes ou não sobre quaquer fronteira.

Os resultados são comparados com aqueles da cavidade retangular (θ=180º) obtidos por Jones [4] e apresentam muito boa concordância. Resultados para outros valores de θ não são apresentados pois não é de conhecimento dos autores resultados teóricos ou experimentais para estes casos.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

As equações governantes para o problema da convecção natural laminar, bidimensional de um fluido newtoniano com as forças de flutuação avaliadas pela aproximação de Boussinesq são dadas, em coordenadas cartesianas, por

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) + \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(\mu\frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu\frac{\partial u}{\partial y}) \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) + \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}(\mu\frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu\frac{\partial v}{\partial y}) + \rho g\beta(T-\overline{T}) \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uT) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vT) = \frac{\partial}{\partial x}(\frac{K}{C_p}\frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\frac{K}{C_p}\frac{\partial T}{\partial y}) \tag{4}$$

A figura 1 mostra a geometria em estudo e as condições de contorno. As faces horizontais da cavidade são isoladas enquanto as da esquerda e as da direita são mantidas a T_1 e T_0 respectivamente. As componentes u e v do vetor velocidade são nulas em toda fronteira. Também na figura 1 está apresentado o caso limite em que a cavidade hexagonal se reduz a um retângulo 2:1, o que ocorre para θ=180º.

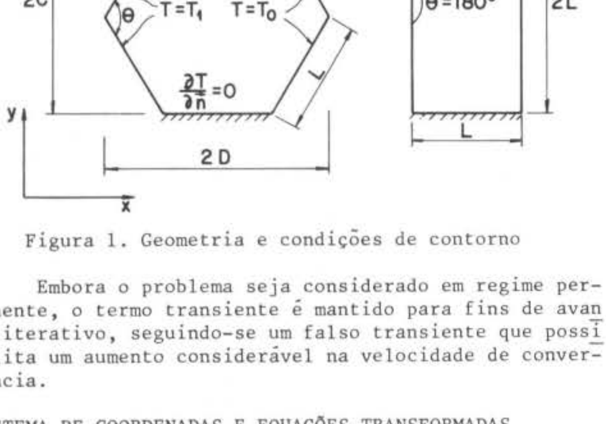


Figura 1. Geometria e condições de contorno

Embora o problema seja considerado em regime permanente, o termo transiente é mantido para fins de avanço iterativo, seguindo-se um falso transiente que possibilita um aumento considerável na velocidade de convergência.

SISTEMA DE COORDENADAS E EQUAÇÕES TRANSFORMADAS

Na metodologia aqui utilizada as equações governantes são transformadas para um sistema de coordenadas curvilíneo generalizado que permite que a discretização seja realizada em um domínio retangular fixo. Para um domínio bidimensional a transformação, dada por

$$\xi = \xi(x, y) \qquad \eta = \eta(x, y) \tag{5}$$

deve ser determinada utilizando-se um dos muitos métodos de geração de malha disponíveis na literatura [5].

Neste trabalho um método algébrico foi utilizado para determinar as funções dadas pelas equações (5). A figura 2 mostra a malha gerada para o hexágono com θ= 90º.

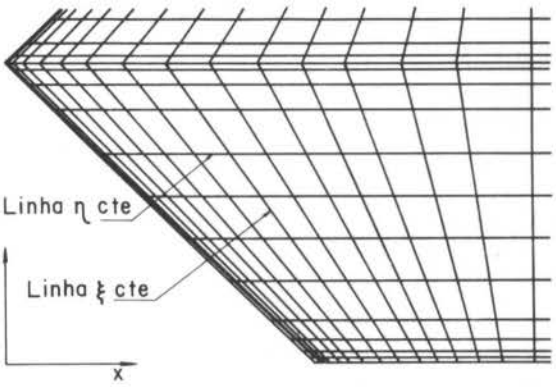


Figura 2. Malha 24x30 do hexágono com θ=90º

As equações (1) a (4) transformadas para o sistema curvilíneo generalizado (ξ,η), mantendo-se a forma conservativa, resulta em

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} = 0 \tag{6}$$

$$\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U u) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V u) = -\frac{\partial P}{\partial \xi}y_\eta + \frac{\partial P}{\partial \eta}y_\xi + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(C_1\frac{\partial u}{\partial \xi} + C_2\frac{\partial u}{\partial \eta}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(C_4\frac{\partial u}{\partial \eta} + C_5\frac{\partial u}{\partial \xi}\right) \tag{7}$$

$$\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U v) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V v) = -\frac{\partial P}{\partial \eta}x_\xi + \frac{\partial P}{\partial \xi}x_\eta + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(C_1\frac{\partial v}{\partial \xi} + C_2\frac{\partial v}{\partial \eta}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(C_4\frac{\partial v}{\partial \eta} + C_5\frac{\partial v}{\partial \xi}\right) + \frac{1}{J}\left|\rho g\beta(T-\bar{T})\right| \tag{8}$$

$$\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U T) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V T) = \frac{\partial}{\partial \xi}\left(C_1\frac{\partial T}{\partial \xi} + C_2\frac{\partial T}{\partial \eta}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(C_4\frac{\partial T}{\partial \eta} + C_5\frac{\partial T}{\partial \xi}\right) \tag{9}$$

onde

$$\begin{array}{ll}
U = y_\eta u - x_\eta v & V = x_\xi v - y_\xi u \\
C_1 = \Gamma^\phi J\alpha & C_2 = -\Gamma^\phi J\beta \\
C_4 = \Gamma^\phi J\gamma & C_5 = -\Gamma^\phi J\beta \\
\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2 & \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \\
\gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2 & J = 1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \\
\Gamma^\phi = \mu \text{ para eq. (7) e (8)} & \Gamma^\phi = K/C_p \text{ para eq. (9)}
\end{array} \tag{10}$$

Para a discretização das equações é empregado o método dos volumes finitos com funções de interpolação entre os pontos da malha que ponderam a importância relativa entre os processos difusivos e convectivos [6].

PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO

Detalhes de procedimento de solução tais como sequência de cálculo, armazenamento das variáveis na malha, obtenção da equação para a pressão, etc, podem ser encontrados em [2].

A malha utilizada é diferente para cada ângulo θ relativamente ao número de volumes, mantendo entretanto, uma forma similar. Na figura 2 é mostrado um quadrante da malha utilizada para o hexágono de 90º, onde observa-se a concentração das linhas coordenadas na fronteira. A discretização concreta do hexágono é feita através de rebatimento nos outros quadrantes. Cuidados foram tomados para se obter uma solução independente da malha para todas as geometrias. Para θ=180º os resultados foram obtidos com uma malha 36x20 e 20x34 para θ= 30º. O número de volumes elementares para as demais geometrias está entre estes valores.

Um detalhe importante no método utilizado é que este permite o uso de malhas que se adaptam as fronteiras, tanto ortogonais como não ortogonais. Por exemplo, quando θ é igual a 180º a malha utilizada é cartesiana. Esta versatilidade é desejada pois confere versatilidade ao método numérico. Quando a malha é ortogonal nenhuma diferença pode ser identificada entre o presente método e um especialmente desenvolvido para coordenadas ortogonais.

RESULTADOS

As figuras 3 a 6, a seguir, permitem a visualização dos campos de velocidade e temperatura para algumas situações analisadas. As figuras 7 a 9 são dedicadas a análise dos coeficientes de transferência de calor.

Em diversas ocasiões os resultados obtidos para a cavidade hexagonal serão comparados com os resultados obtidos para uma cavidade retangular de base L e altura 2C (ver figura 1). Esta cavidade será referida como cavidade retangular inscrita na cavidade hexagonal.

Campos de Velocidade e Temperatura. Na figura 3 estão plotadas curvas para a velocidade adimensional vL/α ao longo da linha média horizontal para os hexágonos com θ=120º e θ=60º e Ra=10^4. Na mesma figura também estão plotados os perfis de velocidade para o correspondente retângulo inscrito no hexágono. Observa-se, além da esperada ocorrência de velocidades mais altas para as cavidades correspondentes a θ=120º, que nos hexágonos as velocidades máximas são menores que nos retângulos inscritos. Observa-se ainda a ocorrência de uma pequena recirculação junto as paredes para o hexágono com θ=60º.

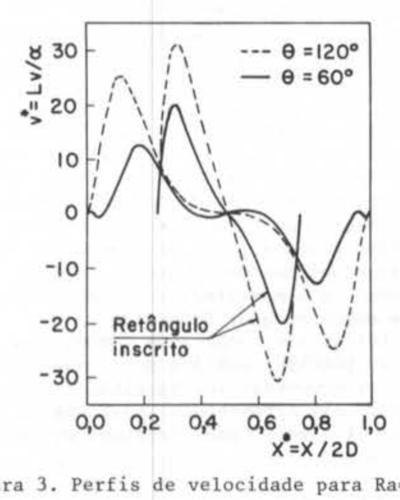


Figura 3. Perfis de velocidade para Ra=10^4

A figura 4 mostra linhas de corrente para os mesmos hexágonos da figura 3, inclusive as recirculações para θ=60º . Só apresentaram recirculações localizadas junto ao vértice os hexágonos com θ menor que 120º. Números de Rayleigh mais altos tendem a inibir a formação de recirculações devido a maior intensidade das correntes convectivas ascendentes junto a parede quente (ou descendentes junto a parede fria).

A figura 5 mostra as isotermas (ΔT=0.1) para a cavidade com θ=90º e Ra=10^5. Devido ao alto Ra as isotermas apresentam um padrão característico dos escoamentos em que o transporte por convecção é predominante sobre o difusivo. Com efeito, o calor trocado pela cavidade é, nesse caso, em torno de 7.3 vezes maior que o calor trocado pela mesma cavidade por condução pura. Deve-se notar que na região central da cavidade os gradientes têr micos são quase nulos na horizontal.

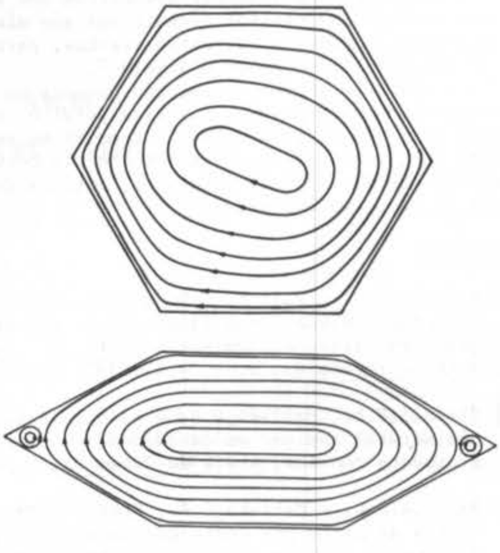


Figura 4. Linhas de corrente para $Ra=10^4$

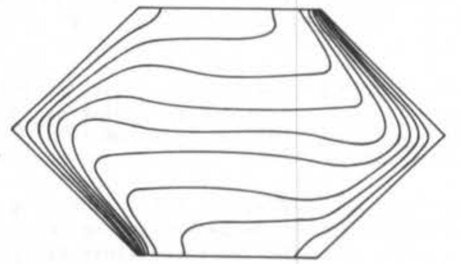


Figura 5. Isotermas para $Ra=10^5$ e $\theta=90º$

Este fato pode ser melhor observado na figura 6 onde estão plotados os perfis de temperatura ao longo da linha média horizontal para $\theta=90º$ e Ra de 10^2 a 10^6. Observa-se também na figura 6 o fenomêno da inversão térmica , em que regiões próximas a parede quente estão mais frias que regiões próximas a parede fria e vice-versa. Não pode ser notado na figura 6, devido às limitações do desenho, que todas as curvas sofrem um redução em sua derivada nas regiões bem próximas às paredes da cavidade. Tal fato, provocado pela estagnação do fluido na região adjacente aos vértices do hexágono, provoca evidentemente uma redução no fluxo de calor local, conforme observa-se na figura 9.

Condutibilidade Térmica Equivalente. No estudo de problemas de convecção natural em cavidades é um procedimento largamente empregado a manipulação dos resultados referentes a troca de calor em termos de uma condutibilidade térmica equivalente, usualmente denotada por k_{eq}.

Diversas são as formas de definição desta condutibilidade. A mais natural é a k_{eq} definida como a razão entre a taxa total de troca de calor por convecção na cavidade e a taxa total de troca de calor por condução na mesma cavidade. Além de ser esta a definição que de fato concorda com o nome de condutibilidade térmica equivalente, a mesma permite a avaliação imediata da influência do processo convectivo na taxa de troca de calor.

A figura 7 mostra curvas para condutibilidade equivalente assim definida, para diversos valores de θ e números de Rayleigh até 10^6. Esta condutibilidade está denotada por $\bar{k}_{eq1}$, com a barra superior lembrando sua definição em função de taxas totais e não locais de troca

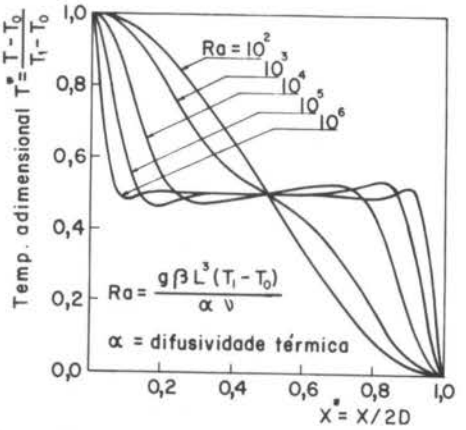


Figura 6. Perfis de temperatura para $\theta=90º$

de calor.

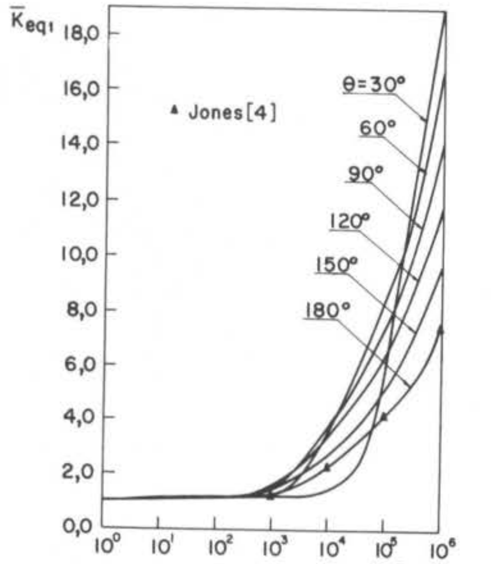


Figura 7. Condutibilidade térmica equivalente.

Deve ser notado na figura 7 que para Ra até $5x10^2$ a influência da convecção é pequena na taxa de troca de calor e que, para alto Ra, o processo convectivo tem maior "eficiência" quanto menor o ângulo Θ. Na mesma figura estão expostos os resultados para o retângulo 2:1 (que coincide com o hexágono com $\theta=180º$) obtidos por Jones [4].

No entanto, para que os resultados acima possam ser utilizados é necessário o conhecimento da taxa total de troca de calor por condução no hexágono. Assim, a tabela 1, mostra a razão entre a taxa total de troca de calor por condução no hexágono e a taxa total de troca de calor por condução no retângulo inscrito no hexágono (cuja determinação é trivial) para diversos ângulos θ.

Evidentemente esta razão é sempre inferior a unidade devido a resistência à condução adicional existente no hexágono em relação ao retângulo inscrito, exceto para $\theta=180º$ quando as geometrias coincidem. Entretanto, nota-se que para valores de θ muito baixos a razão deve novamente tender a 1. Tal comportamento pode ser explicado pelo fato de os dois segmentos de mesma temperatura tornarem-se mais próximos com a diminuição de θ. Isto provoca na região triangular uma temperatura praticamente constante, tornando-se um problema similar ao de condução no retângulo escrito.

Uma interessante comparação pode ser feita entre as taxas de troca de calor por convecção na cavidade

Tabela 1. Razão entre a taxa total de troca de calor por condução no hexágono e a taxa total de troca de calor por condução no retângulo inscrito.

180º	150º	120º	90º	60º	30º
1.000	0.827	0.743	0.727	0.770	0.919

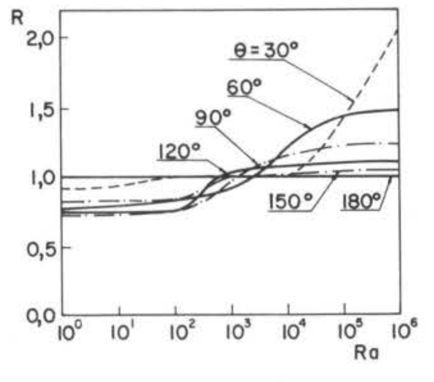


Figura 8. Razão entre a troca de calor por convecção na cavidade hexagonal e na retangular inscrita.

hexagonal e na cavidade retangular inscrita. A figura 8 mostra a razão entre estas duas quantidades, denotada por R. Observa-se que para números de Rayleigh superiores a aproximadamente $5x10^3$ para qualquer θ a taxa de troca de calor do hexágono é superior a do retângulo inscrito enquanto para Rayleigh inferior a $7x10^2$ a situação se inverte. Este comportamento para baixo Rayleigh podia já ser esperado em função dos resultados expostos na tabela 1 para condução pura e da figura 7 que mostra que os efeitos convectivos só afetam significativamente a troca de calor no hexágono a partir de $Ra=5x10^2$.

Por fim a figura 9 mostra a distribuição da condutibilidade equivalente local k_{eq2} definida pela razão entre o fluxo de calor local por convecção do hexágono e o fluxo de calor por condução no retângulo inscrito, para alguns valores de θ e de Ra. É digno de nota a sensível redução na troca de calor que ocorre na região próxima à aresta da parede (Y*=0.50) para θ=90º. Tal redução é motivada pela formação nessa região de uma recirculação, o que não ocorre, para esses valores de Ra, com θ=120º.

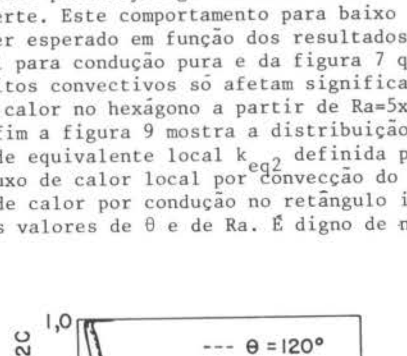


Figura 9. Condutibilidade térmica equivalente local

CONCLUSÃO

Os resultados do presente trabalho podem ser utilizados na previsão da troca de calor por convecção natural em cavidades hexagonais com a forma e condições de contorno aqui analisadas. O método numérico empregado é facilmente adaptado para outras geometrias e condições de contorno.

Os resultados basicamente demonstram que até Ra da ordem de $5x10^2$ os efeitos convectivos são mínimos na transferência de calor e que estes efeitos, para alto Ra, são maiores quanto menor o ângulo θ.

A comparação entre a convecção natural na cavidade hexagonal e na retangular inscrita permite concluir que para baixo Ra a troca de calor é maior na segunda, enquanto que, para alto Ra, quando os efeitos convectivos são predominantes sobre os difusivos, a troca de calor é maior na cavidade hexagonal.

REFERÊNCIAS

[1] Maliska,C.R. e Raithby,G.D. A method for computing three dimensional flows using non-ortogonal boundary fitted co-ordinates, Int. J. Numerical Methods in Fluids, v.4, p.519-537, (1984).

[2] Milioli,F.E., Maliska,C.R. e Silva,A.F.C., Convecção natural laminar em cavidades arbitrárias simplesmente conexas, Anais do Cobem 85, p.85,(1985).

[3] Silva,A.F.C. e Maliska,C.R., Previsão da transferência de calor por convecção natural em cavidades duplamente conexas arbitrárias, Anais do II Congresso Latinoamericano de Transferência de Calor e Matéria, São Paulo, (1986).

[4] Jones,I.P., Numerical study of natural convection in an air-filled cavity: comparison with experiment, Numerical Heat Transfer, v.2, p.193-213, (1979).

[5] Häuser,J. e Taylor,C. eds, First International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, Landshut, West Germany, July (1986).

[6] Raithby,G.D. e Torrance,K.E., Usptream-weighted differencing shemes and their application to elliptic problems involving fluid flow, Computer and Fluids, v.2, p.191-206, (1974).

ABSTRACT

The solution of the natural convection problem in a cavity of hexagonal shape is obtained numerically using a finite volume method described in boundary fitted coordinates. The analysis covers a wide range of cavities, defined by the angle θ between the inclined edges of the hexagonon. The velocity and temperature fields, as well as the equivalent thermal conductivity, are reported for Rayleigh number ranging for 10^2 to 10^6 with Prandtl number equal to 0.71.

CONVECÇÃO NATURAL EM CANAIS INCLINADOS

ABCM

ABCM ABEnS

FRANCISCO DE ASSIS FERREIRA
LEOPOLDO EURICO GONÇALVES BASTOS
Programa de Engenharia Mecânica - COPPE/UFRJ

PUC/RJ

RESUMO

O fenômeno da convecção natural em um canal inclinado, aberto nas duas extremidades, é analisado, sem aproximações de camada limite. Um modelo numérico é construído, com quatro graus de liberdade hidrodinâmicos e três térmicos por nó. A pressão é descartada pelo emprego da função de corrente. O método dos resíduos ponderados, com um critério de Galerkin, é aplicado. A não linearidade convectiva é tratada pelo método de Newton-Raphson. Resultados são apresentados para os casos de temperaturas e de fluxos prescritos nas paredes, e o efeito da inclinação é mostrado.

INTRODUÇÃO

O fenômeno da convecção natural tem atraído um número cada vez maior de pesquisadores, aumentando bastante, nos últimos anos, a produção científica sobre o assunto. Isto tem acontecido principalmente pelas diversas possibilidades de aplicação na indústria, na agricultura, e no conforto ambiental, entre outras. Por outro lado, os modelos matemáticos do fenômeno se mostram muito interessantes, e desafiadores, devido ao acoplamento entre grandezas térmicas e hidrodinâmicas, e às condições de contorno especiais que podem requerer. Neste trabalho são apresentados um modelo matemático, e resultados com ele obtidos, para o problema da convecção natural num canal retangular, aberto nas duas extremidades. Estudos anteriores deste problema (v. refs. [1], [2] [3] e [4] apenas consideraram o caso do canal vertical, e utilizaram um modelo de camada limite para o sistema diferencial. O objetivo desta pesquisa foi o de levar em conta o efeito da inclinação do canal, desenvolvendo-se um modelo numérico, pelo método dos elementos finitos, a partir de um modelo diferencial completo para as equações de quantidade de movimento e da energia.

O FENÔMENO FÍSICO

O domínio espacial objeto do estudo é mostrado de forma esquemática na Fig. 1, através de um corte vertical. Duas placas de comprimento ℓ, espaçadas de b, definem um canal com estas dimensões, inclinado de um ângulo γ em relação a horizontal.

Considera-se que as placas se estendem, na direção transversal ao plano da Fig. 1, o suficiente para que a análise da seção indicada não seja afetada por efeitos tridimensionais de bordo. No interior do canal encontra-se um fluido, inicialmente em repouso. Em seguida as superfícies internas das placas são aquecidas. Energia é então transmitida ao fluido no canal, aumentando a sua temperatura e ocasionando variações na sua densidade que dão origem a forças gravitacionais de flutuação. Consequentemente o fluido inicia um movimento no canal, dirigindo-se para sua saída. Por continuidade, mais fluido penetra no canal na outra extremidade e o processo tem sequência. Se a quantidade de calor cedida às placas, por unidade de tempo, for mantida constante, o processo de fluxo e de troca de calor no canal tende a atingir um regime permanente. A obtenção das variáveis térmicas e hidrodinâmicas nesta situação limite é o objeto da formulação que se segue

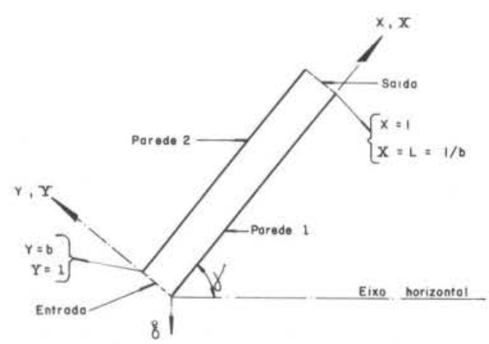


Fig. 1 - A Região de Fluxo: Corte Vertical

O MODELO MATEMÁTICO CONTÍNUO

As equações diferenciais que descrevem o fenômeno físico em questão são as que representam os enunciados de conservação da massa, da quantidade de movimento, e da energia. Numa forma adimensionalizada, se expressam como

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{1}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{Ra}{Pr}\frac{1}{b}\,\text{sen}\,\gamma T \tag{2}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Ra}{Pr}\frac{1}{b}\cos\gamma T \tag{3}$$

$$U\frac{\partial T}{\partial X} + V\frac{\partial T}{\partial Y} - \frac{1}{Pr}\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} - \frac{1}{Pr}\frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} = 0 \tag{4}$$

consideradas as seguintes hipóteses:

a) fluxo é bidimensional, estacionário, laminar e incompressível;

b) o fluido segue a aproximação de Boussinesq, isto é, tem propriedades constantes, exceto nas diferenças de densidade nas forças de flutuação das equações de quantidade de movimento;

c) o fluido não gera calor;

d) não há fenômenos radiativos.

Nas equações acima as variáveis adimensionais (em letras maiúsculas) se relacionam com as dimensionais(em letras minúsculas) na forma

$$X = x/b \qquad Y = y/b \tag{5)(5a}$$

$$U = u.b/\nu \qquad V = v.b/\nu \tag{6)(6a}$$

$$P = (p-p_0).b^2/(\rho.\nu^2) \tag{7}$$

$$T = (t-t_0)/t_c \tag{8}$$

Os parâmetros adimensionais Pr (Prandtl),Ra(Rayleigh) e Gr (Grashof) são definidos como

$$Gr = g.\beta.t_c.b^3/\nu^2 \tag{9}$$

$$Pr = \nu/\alpha \qquad Ra = Pr.Gr \tag{10)(11}$$

Nas equações acima u e U são velocidades na direção do eixo do canal, v e V são as velocidades na direção transversal, p e P indicam pressões, t e T denotam temperaturas, ν, ρ, α e β são, respectivamente,a viscosidade cinemática, a densidade, a difusividade térmica e a expansividade térmica do fluido, g é a aceleração da gravidade, t_0 é a temperatura na seção de entrada do canal, ρ_0 a densidade do fluido correspondente a t_0, p_0 a pressão que se obteria num ponto qualquer do canal no caso em que a temperatura fosse uniforme em t_0 em todo o domínio, e t_c é uma constante não nula característica do problema, com dimensão de temperatura.

Neste ponto pode ser introduzida a função de corrente Ψ. As velocidades U e V podem então ser definidas pelas expressões

$$U = \frac{\partial\Psi}{\partial Y} \qquad V = -\frac{\partial\Psi}{\partial X} \tag{12)(12a}$$

Com tais definições a equação da continuidade se anula identicamente, e as equações diferenciais restantes podem ser dispostas em termos da função de corrente Ψ

As condições de contorno. Considera-se que nas paredes 1 e 2 as velocidades U e V se anulam, e que na entrada e na saída do canal a pressão P e a temperatura T se anulam. Dois tipos de condições térmicas são consideradas nas paredes do canal: o primeiro, que prescreve temperaturas t_1 e t_2 nas placas 1 e 2; o segundo tipo prescreve fluxos q_1 e q_2 nas placas 1 e 2. No primeiro caso impõe-se:

$$t_1 > t_0 \qquad t_2 > t_0 \tag{13)(13a}$$

$$t_c = < max<t_1,t_2> - t_0> \; > 0 \tag{14}$$

no segundo caso impõe-se

$$q_1 < 0 \qquad q_2 > 0 \tag{15)(15a}$$

$$t_c = <max<-q_1,q_2>.b/k> \; > 0 \tag{16}$$

onde k é a condutividade térmica do fluido. Em termos das temperaturas e fluxos adimensionais T_1, T_2, Q_1 e Q_2, as condições acima correspondem a

$$0 < T_1 < 1 \qquad 0 < T_2 < 1 \tag{17)(17a}$$

$$-1 < Q_1 < 0 < Q_2 < 1 \tag{18)(18a}$$

O MODELO MATEMÁTICO DISCRETO

A Discretização do Domínio. O domínio do canal é sub dividido em N_{CL} elementos finitos retangulares do tipo mostrado na Fig. 2a, definidos pelos nós I, J, K e L, num sentido anti-horário. O total de nós obtido por esta subdivisão do canal é denotado N_{PT}.

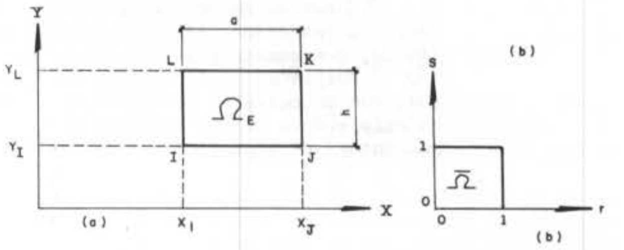


Fig. 2a. a) O elemento finito E; b) O elemento normalizado

Os Graus de Liberdade. Sejam $\hat{\Psi}$ e $\hat{T}$ soluções aproximadas para a função de corrente e a temperatura no canal. Ficam automaticamente definidas soluções $\hat{U}$, $\hat{V}$, $\hat{\Psi}xy$ para as velocidades e a derivada mixta de $\hat{\Psi}$, e $\hat{T}x$ e $\hat{T}y$ para as derivadas de $\hat{T}$. Derivadas de ordem superior para $\hat{\Psi}$ e $\hat{T}$ também ficam definidas. Usando-se a notação (...)N para indicar valores de uma destas grandezas no nó N, um vetor (^Ef), com dimensão 16, e um vetor (^Eg), com dimensão 12, podem ser definidos para representar os graus de liberdade hidrodinâmicos e térmicos, respectivamente, no elemento finito número E, sendo mostrados no Quadro 1.

Quadro 1. Vetores (^Ef) e (^Eg) no elemento E formado pelos nós I, J, K e L

$^Ef_1 = (\hat{\Psi})_I$	$^Eg_1 = (\hat{T})_I$
$^Ef_2 = -(\hat{V})_I$	$^Eg_2 = (\hat{T}x)_I$
$^Ef_3 = (\hat{U})_I$	$^Eg_3 = (\hat{T}y)_I$
$^Ef_4 = (\hat{\Psi}xy)_I$	$^Eg_4 = (\hat{T})_J$
$^Ef_5 = (\hat{\ })_J$	$^Eg_5 = (\hat{T}x)_J$
$^Ef_6 = -(\hat{V})_J$	$^Eg_6 = (\hat{T}y)_J$
$^Ef_7 = (\hat{U})_J$	$^Eg_7 = (\hat{T})_K$
$^Ef_8 = (\hat{\Psi}xy)_J$	$^Eg_8 = (\hat{T}x)_K$
$^Ef_9 = (\hat{\Psi})_K$	$^Eg_9 = (\hat{T}y)_K$
$^Ef_{10} = -(\hat{V})_K$	$^Eg_{10} = (\hat{T})_L$
$^Ef_{11} = (\hat{U})_K$	$^Eg_{11} = (\hat{T}x)_L$
$^Ef_{12} = (\hat{\Psi}xy)_K$	$^Eg_{12} = (\hat{T}y)_L$
$^Ef_{13} = (\hat{\Psi})_L$	
$^Ef_{14} = -(\hat{V})_L$	
$^Ef_{15} = (\hat{U})_L$	
$^Ef_{16} = (\hat{\Psi}xy)_L$	

As Funções Interpoladoras. No Quadro 2 são mostrados os polinômios básicos Z_1.

Quadro 2. Os Polinômios Básicos

$Z_1(w)=2w^3-3w^2+1$; $Z_2(w)=-2w^3+3w^2$; $Z_3(w)=w^3-2w^2+w$;
$Z_4(w)=w^3-w^2$; $Z_5(w)=-w+1$; $Z_6(w)=w$; $Z_7(w)=4w^3-6w^2+w+1$;
$Z_8(w)=-4w^3+6w^2-w$

Usando-se os polinômios Z_1 definem-se, nos Quadros 3 e 4, um vetor $\{^EF\}$ de funções interpoladoras hidrodinâmicas, com 16 componentes, e um vetor $\{^EG\}$ de funções interpoladoras térmicas, com 12 componentes, no domínio Ω_E do elemento E. Para isso é empregado o seguinte mapeamento linear de Ω_E no domínio normalizado $\bar{\Omega}$ (v. Fig. 2b):

$$X = X_I + a.r \quad ; \quad Y = Y_I + h.s \tag{19)e(20}$$

Quadro 3. O Vetor $\{^EF\}$ de Funções Interpoladoras Hidrodinâmicas

$E_{F_1}(X,Y)=Z_1(r).Z_1(s)$; $E_{F_2}(X,Y)=a.Z_3(r).Z_1(s)$;
$E_{F_3}(X,Y)=h.Z_1(r).Z\ (s)$; $E_{F_4}(X,Y)=a.h.Z_3(r).Z_3(s)$;
$E_{F_5}(X,Y)=Z_2(r).Z_1(s)$; $E_{F_6}(X,Y)=a.Z_4(r).Z_1(s)$;
$E_{F_7}(X,Y)=h.Z_2(r).Z_3(s)$; $E_{F_8}(X,Y)=a.h.Z_4(r).Z_3(s)$;
$E_{F_9}(X,Y)=Z_2(r).Z_2(s)$; $E_{F_{10}}(X,Y)=a.Z_4(r).Z_2(s)$;
$E_{F_{11}}(X,Y)=h.Z_2(r).Z_4(s)$; $E_{F_{12}}(X,Y)=a.h.Z_4(r).Z_4(s)$;
$E_{F_{13}}(X,Y)=Z_1(r).Z_2(s)$; $E_{F_{14}}(X,Y)=a.Z_3(r).Z_2(s)$;
$E_{F_{15}}(X,Y)=h.Z_1(r).Z_4(s)$; $E_{F_{16}}(X,y)=a.h.Z_3(r).Z_4(s)$;

No domínio de um elemento E as funções $\hat{\Psi}$ e $\hat{T}$ são então definidas como

$$\hat{\Psi}(X,Y) = \{^EF(X,Y)\}^T.\{^Ef\} \quad \text{em } \Omega_E \tag{21}$$

$$\hat{T}(X,Y) = \{^EG(X,Y)\}^T.\{^Eg\} \quad \text{em } \Omega_E \tag{22}$$

Quadro 4. O Vetor $\{^EG\}$ de Funções Interpoladoras Térmicas

$E_{G_1}(X,Y)=(Z_5(r).Z_7(s)+Z_7(r).Z_5(s))/2$; $E_{G_2}(X,Y) =$
$= a.Z_3(r).Z_5(s)$; $E_{G_3}(X,Y)=h.Z_5(r).Z_3(s)$; $E_{G_4}(X,Y) =$
$= (Z_6(r).Z_7(s)+Z_6(r).Z_5(s))/2$; $E_{G_5}(X,Y)=a.Z_4(r).Z_5(s)$;
$E_{G_6}(X,Y)=h.Z_6(r).Z_3(s)$; $E_{G_7}(X,Y)=(Z_6(r).Z_5(s) +$
$+ Z_5(r).Z_6(s))/2$; $E_{G_8}(X,Y)=a.Z_4(r).Z_6(s)$; $E_{G_9}(X,Y) =$
$= h.Z_6(r).Z_4(s)$; $E_{G_{10}}(X,Y)=(Z_5(r).Z_6(s) +$
$+ Z_7(r).Z_6(s))/2$; $E_{G_{11}}(X,Y)=a.Z_3(r).Z_6(s)$; $E_{G_{12}}(X,Y)=$
$= h.Z_5(r).Z_4(s)$

Os Espaços de Solução. Funções interpoladoras globais F_J e G_J podem agora ser definidas no domínio Ω do canal, a partir das funções ^EF e ^EG definidas nos elementos, na forma usual do método dos elementos finitos, sendo guardadas nos vetores globais $\{F\}$ e $\{G\}$, com dimensões iguais a N_{EH} (igual a 4 vezes N_{PT}) e N_{ET} (igual a 3 vezes N_{PT}) respectivamente. Da mesma forma, e correspondentemente, vetores globais de graus liberdade $\{f\}$ e $\{g\}$ são construídos, cujos componentes são os graus de liberdade nodais hidrodinâmicos e térmicos. Com isto, pode-se escrever as soluções aproximadas no canal pelas expressões

$$\hat{\Psi}=\{F\}^T.\{f\} \quad ; \quad \hat{T}=\{G\}^T.\{g\} \quad \text{em } \Omega \tag{23)e(24}$$

O Critério de Galerkin. Substituindo-se nas equações diferenciais (2), (3) e (4) as soluções exatas pelas aproximadas, é possível então definir as seguintes funções erros :

$$E_{HX} = \hat{U}\frac{\partial\hat{U}}{\partial X} + \hat{V}\frac{\partial\hat{U}}{\partial Y} - \frac{\partial^2\hat{U}}{\partial X^2} - \frac{\partial^2\hat{U}}{\partial Y^2} + \frac{\partial P}{\partial X} - \frac{Ra}{Pr}\frac{1}{b}\,\text{sen}\,\gamma.T \tag{25}$$

$$E_{HY} = \hat{U}\frac{\partial\hat{V}}{\partial X} + V\frac{\partial\hat{V}}{\partial Y} - \frac{\partial^2\hat{V}}{\partial X^2} - \frac{\partial^2\hat{V}}{\partial Y^2} + \frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{Ra}{Pr}\frac{1}{b}\cos\gamma.T \tag{26}$$

$$E_T = \hat{U}\frac{\partial\hat{T}}{\partial X} + \hat{V}\frac{\partial\hat{T}}{\partial Y} - \frac{1}{Pr}\frac{\partial^2\hat{T}}{\partial X^2} - \frac{1}{Pr}\frac{\partial^2\hat{T}}{\partial Y^2} \tag{27}$$

Para montar o sistema de equações algébricas utiliza-se o método dos resíduos ponderados, com um critério de Galerkin, resultando, respectivamente, para as equações de quantidade de movimento e para a equação de energia, que

$$\int_\Omega (\hat{E}_{Hx}\hat{U}j+\hat{E}_{Hy}.\hat{V}j).d\Omega = 0 \tag{28}$$

$$\int_\Omega (\hat{E}_T.\hat{T}_j).d\Omega = 0 \tag{29}$$

O Sistema de Equações Algébricas. O índice j varia entre 1 e N_{EH} na equação (28) e entre 1 e N_{ET} na equação (29), resultando, uma vez realizadas as integrações indicadas, dois sistemas não lineares de equações algébricas nos vetores incógnitos $\{f\}$ e $\{g\}$. Matricialmente, tem-se

$$(\{f\}^T.[[NH]]+[LH])\cdot\{f\}=[R]\cdot\{g\} \tag{30}$$

$$(\{f\}^T\cdot[[NT]]+[LT])\cdot\{g\} = (0) \tag{31}$$

Nas equações acima a chave simples indica matrizes obtidas pelas integrações dos termos lineares e a chave dupla indica hipermatrizes, correspondentes às integrações dos termos convectivos não lineares. Na Ref. [5] estão detalhadas as integrações acima e os termos matriciais correspondentes. A variável pressão é descartada no processo, e pode ser calculada a posteriori. As condições de contorno são então aplicadas, e o sistema resolvido. Desenvolveu-se um programa, em linguagem FORTRAN, para a resolução do sistema. Uma solução segregada e iterativa é empregada, alternando-se a solução da equação (30) com a da equação (31) até que sejam atingidos níveis satisfatórios de convergência. A não linearidade convectiva da equação (30) é tratada pelo método de Newton-Raphson.

RESULTADOS

O modelo numérico foi validado inicialmente através de comparações com resultados das Refs. [1], [3] e [6], que são mostradas na Ref. [5].

Resultados, para o caso de um canal longo, com relação de lados L igual a 100, são mostrados abaixo. Assume-se que o fluido é o ar, com Pr igual a 0,7. Para o caso de fluxos prescritos nas paredes, tomou-se números de Rayleigh iguais a 100 e 1000 (v. figs. (3a) e (4a)), e para o caso de temperaturas prescritas Rayleigh igual a 100 (v. figs. (3b) e (4b)). Vazões Ψ_2, temperaturas T_{bulk} na seção de saída, e números de Nusselt Nu são plotados em função da inclinação do canal. Malhas com 80 nós e 44 elementos foram usados para o caso de fluxos prescritos, e, para o caso de temperaturas prescritas, malhas variáveis foram usadas, tendo a mais refinada delas 70 nós e 54 elementos. Estes são menores na região de entrada do canal, pois aí se tem as maiores variações nas grandezas. Tam bém na região de saída do canal foi feito um refinamento. O nível de convergência exigido foi da ordem de 0,001% de diferença entre soluções consecutivas no processo iterativo, tanto para o vetor hidrodinâmico, {f} quanto para o vetor térmico {g}. A convergência foi sempre obtida rapidamente, não sendo necessário mais que 10 passos iterativos no caso mais difícil.

Evidentemente, os resultados acima são soluções para o modelo matemático, não sendo necessariamente válidos para o fenômeno real. De fato, fenômenos de instabilidade são comuns nos problemas de convecção natural em geometrias inclinadas. E existe também a questão de saber até onde o regime se mantém laminar. Estudos experimentais devem ser efetuados para determinar os limites de validade do modelo em questão. Na Ref. [5] estas e outras questões são analisadas.

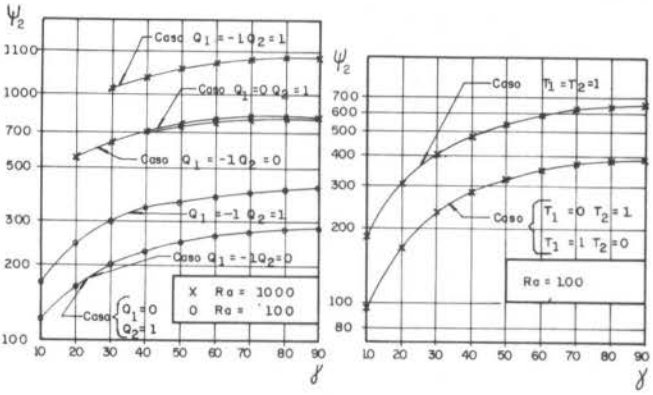


Fig. 3. Vazões versus inclinação do canal

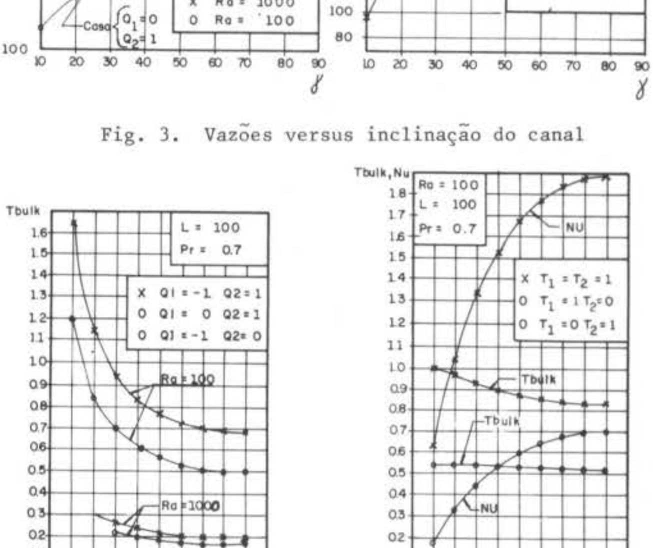


Fig. 4. Temperatura e Nusselt versus inclinação

CONCLUSÕES

O modelo numérico desenvolvido mostrou excelentes propriedades de convergência e de precisão. Suas aplicações não se restringem ao problema de convecção natural em canais, podendo ser empregado para o caso de convecção natural em cavidades ou em outras geometrias que possam ser descritas por um conjunto de elementos retangulares. Problemas de convecção forçada, ou mixta, podem ser igualmente descritos. Para estas outras aplicações, basta tomar as condições de contorno do problema, eliminar se necessário matrizes e hipermatrizes, dotando as demais de fatores multiplicativos adequados. Por exemplo, para convecção forçada, a matriz (R) da eq. (30) é anulada. Dessa forma é também possível simular o modelo da camada limite, para comparações com o modelo completo (v. Ref. [5]).

A pesquisa mostrou-se promissora e sua continuação passa, por exemplo, pela consideração do efeito radiativo entre as paredes do canal, e pela implantação de um elemento finito quadrilateral genérico, não retangular. A possibilidade de levar em conta os efeitos de turbulência, num procedimento estatístico de média, também deve ser considerada no futuro.

REFERÊNCIAS

[1] Bodoya, J.R. and Osterle, J.F., The development of free convection between heated vertical plates, Trans. ASME, J.Heat Transfer, pp. 40-44, Feb. 1962.

[2] Aung, W., Fully developed laminar free convection between vertical plates heated asymmetrically, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 1577-1580, 1972.

[3] Aung, W., Fletcher, I.S. and Sernas, V., Developing laminar free convection between vertical flat plates with asymmetric heating, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15 pp. 2293-2308, 1972.

[4] Carpenter, J.R., Briggs, D.G. and Sernas, V., Combined radiation and developing laminar free convection between vertical flat plates with asymmetric heating, Trans. ASME, J. Heat Transfer, pp. 95-100, Feb. 1976.

[5] Ferreira, F.A., Conveccção natural em canais inclinados. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1986.

[6] Davis, G. de Vahl and Jones, I.P., Natural convection in a square cavity a comparison exercise, Int.J.Num.Meth. in Fluids, vol. 3, pp. 227-248, 1983.

ABSTRACT

Natural convection between inclined flat plates is analysed without boundary-layer aproximations. A finite element numeric model is built, with four hydrodinamic and three thermal degrees of freedom per node. Weighted residual method, with a Galerkin criterion, is applied. Pressure is eliminated because a stream function approach is used. Convective non linearities in the momentum equations is solved with the Newton-Raphson method. Results are presented for the cases of prescribed temperatures and prescribed flux on the walls, the effect of the angle of inclination being shown.

ABCM ABMAC ABEnS PUC/RJ

ESCOAMENTO LAMINAR EM DIFUSORES RADIAIS. COMPUTAÇÃO E EXPERIMENTO

ÁLVARO T. PRATA
ROGÉRIO T.S. FERREIRA
CÉSAR J. DESCHAMPS

Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

RESUMO

O presente trabalho é uma análise numérica, com validação experimental, do escoamento laminar incompressível de ar em difusores radiais com pequeno afastamento entre os discos. A motivação do trabalho veio da importância da geometria no estudo do carregamento em palhetas de válvulas utilizadas em compressores alternativos. Perfis de pressão ao longo do escoamento bem como a força axial resultante que atua na palheta são apresentados em função do número de Reynolds e do afastamento entre os discos. Perfis de velocidade típicos são apresentados a fim de permitir uma visualização do escoamento.

INTRODUÇÃO

O estudo do escoamento em difusores radiais é de fundamental importância no projeto de válvulas tipo palheta, muito utilizadas em compressores alternativos. Tal importância advém do fato de que é o próprio escoamento que controla a abertura e fechamento destas válvulas.

Muitas investigações tem sido conduzidas relacionadas com esta classe de problemas. Para uma revisão de trabalhos publicados antes de 1957, o artigo de Woolard [1] deve ser consultado. Um estudo do escoamento em difusores radiais no contexto de válvulas de compressores alternativos foi recentemente realizado por Ferreira e Driessen [2]. Neste trabalho é apresentada uma discussão sobre diversos tipos de escoamentos comumente encontrados em válvulas tipo palheta, bem como uma revisão atualizada da bibliografia.

Atualmente não se dispõe de informações detalhadas sobre a distribuição de pressão a que a válvula fica submetida, para pequenos afastamentos entre os discos do difusor. As análises teóricas realizadas até então, para pequenos afastamentos, utilizaram formas simplificadas das equações do movimento, e os resultados experimentais disponíveis não cobrem situações onde as paredes do difusor estão próximas uma da outra.

No estudo a ser aqui apresentado, investiga-se numericamente o escoamento laminar de fluidos incompressíveis em difusores radiais para pequenos afastamentos entre as paredes do difusor. Experimentos são realizados para a validação da solução numérica.

Embora a motivação para o presente trabalho tenha vindo de sua utilidade no projeto de compressores alternativos, os resultados aqui obtidos podem ser aplicados a diversas situações de interesse tecnológico. Dentre estas situações pode-se destacar a análise de desempenho de mancais a ar e o projeto de impactadores de aerosol.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A Figura 1 apresenta a região de interesse do problema a ser investigado. Devido à simetria axial somente uma metade do difusor é apresentada. Conforme indicado na figura, a alimentação do difusor ocorre através de um orifício cujo diâmetro é D e comprimento é L. Fazendo alusão a válvulas tipo palheta utilizadas em compressores alternativos, a região onde foi colocado o orifício é denominado assento e o disco superior é denominado palheta.

No orifício alimentador, o escoamento é axial (direção x). Ao atingir a palheta o escoamento é defletido e passa a ser radial (direção r). Conforme indicado na Figura 1 o diâmetro da palheta é D_p e o afastamento entre palheta e assento é H.

Para escoamento laminar incompressível, o problema hidrodinâmico é governado pelas equações da continuidade e de Navier-Stokes. No presente caso estas equações são expressas por

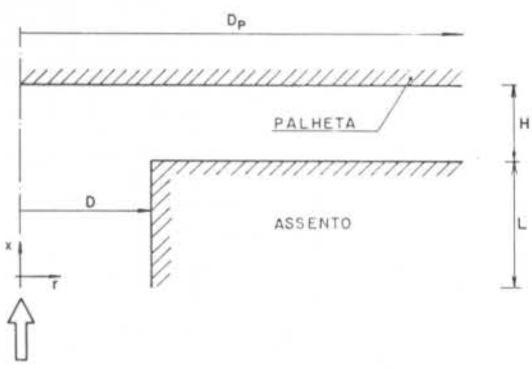


Figura 1. Domínio de solução

$$\frac{\partial(RU)}{\partial X} + \frac{\partial(RV)}{\partial R} = 0 \qquad (1)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial U}{\partial R}\right) + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \qquad (2)$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial V}{\partial R}\right) + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} - \frac{V}{R^2} \qquad (3)$$

onde U e V representam, respectivamente, as componentes axial e radial da velocidade, e P é a pressão. Ao escrever as equações (1) - (3), as seguintes adimensionalizações foram adotadas,

$$X = x/D \quad , \quad R = r/D$$
$$U = \rho u D/\mu \quad , \quad V = \rho v D/\mu \quad , \quad P = \rho p/(\mu/D)^2 \qquad (4)$$

onde ρ é a densidade e μ é a viscosidade dinâmica do fluido escoando no difusor.

A seguir serão apresentadas as condições de contorno do problema. Para as paredes sólidas, U=V=0, e no eixo de simetria (R=0), $V=\partial U/\partial R=0$. Resta agora analisar as condições de contorno na entrada do orifício alimentador e na saída do difusor. Na prescrição destas condições de contorno, deve-se ter em mente que, no presente estudo, a ênfase é dada a pequenos afastamentos da palheta. Isto faz com que o perfil de velocidade prescrito na entrada do orifício tenha pouca influência na distribuição de pressão na região do difusor. A fim de explorar a influência de diferentes distribuições de velocidade na entrada do orifício na solução das equações, dois perfis foram utilizados, o plano dado por U=Re, e o parabólico (Poiseuille) $U=Re(2-8R^2)$, onde $Re=\rho\overline{u}D/\mu$ é o número de Reynolds do escoamento definido em termos da velocidade média $\overline{u}$ no orifício e do diâmetro D do orifício.

Na saída do difusor, as condições de contorno para a componente radial V e para a componente axial U são $\partial(VR)/\partial R=U=0$. Posteriormente, na apresentação dos resultados, a validade das condições de contorno anteriores será reexaminada.

A formulação do problema está finalizada. Das equações diferenciais e das condições de contorno vê-se que o único parâmetro não-geométrico a ser prescrito é o número de Reynolds.

A seguir é apresentada a metodologia utilizada na solução do problema.

SOLUÇÃO NUMÉRICA

A solução numérica das equações diferenciais sujeitas às condições de contorno foi obtida numericamente utilizando-se o algoritmo SIMPLER [3]. Inicialmente o domínio de solução é dividido em volumes de controle que não se superpõem e as equações diferenciais são integradas em cada um dos volumes de controle. Desta integração resultam equações algébricas que, quando resolvidas, fornecem os campos de velocidade e pressão. Este método de solução é comumente empregado na solução de problemas de escoamento de fluidos e dispensa maiores detalhes. Informações adicionais sobre o método podem ser obtidas em [4]. Para acelerar a convergência na obtenção da solução, o algoritmo de correção em bloco de [5] foi implementado no programa computacional.

Cuidados especiais foram tomados na escolha da malha a ser utilizada na discretização do domínio. Diversos testes foram necessários até que as grandezas de interesse se tornassem independentes da malha. A configuração final da malha foi obtida colocando-se manualmente os pontos nas regiões de maiores gradientes. Um total de 742 pontos nodais foram empregados, sendo 182 pontos na região do orifício e 560 pontos na região do difusor. A comparação entre os resultados numéricos e experimentais serviu como um teste adicional para a validação da solução numérica.

EXPERIMENTO

A ênfase do presente trabalho é dada na solução numérica do escoamento laminar em difusores radiais. Os experimentos realizados serviram para a validação dos resultados computacionais.

Uma vista esquemática da bancada experimental é apresentada na Figura 2. Ar comprimido, proveniente de um tanque, escoa em um duto de 7,5 cm de diâmetro e 648 cm de comprimento até chegar na secção de teste. Uma vista ampliada da secção de teste é mostrada no detalhe da Figura 2. Neste detalhe vê-se o assento, o orifício alimentador do difusor, a palheta, e as peças de suporte utilizadas para dar rigidez ao conjunto. O diâmetro do orifício mede 30 mm e seu comprimento 29 mm; o diâmetro da palheta mede 90 mm.

O interesse maior da presente investigação está na determinação da distribuição de pressão na palheta do difusor. Estas pressões foram medidas através de pequenos orifícios cuidadosamente feitos na palheta e distribuidos radialmente em posições bem determinadas. A fim de garantir a uniformidade do afastamento entre a palheta e o assento bem como a centralização do conjunto, quatro furos separados angularmente de 90° e equidistantes do eixo de simetria foram colocados na palheta. Quando o sistema estava centrado e o afastamento era uniforme, os quatro furos indicavam a mesma pressão.

As principais quantidades medidas em cada corrida experimental são: a distribuição de pressão na palheta,

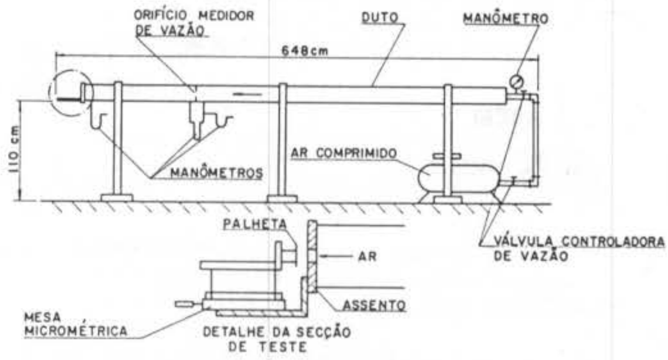


Figura 2. Bancada Experimental

a vazão de ar no difusor e o afastamento entre palheta e assento. Para a medição da distribuição de pressão na palheta utilizou-se um multimanômetro inclinado. A vazão de ar no difusor foi obtida através da queda de pressão em um orifício calibrado. Esta queda de pressão foi medida por um transdutor de pressão diferencial indutivo cujo fundo de escala é de 0,01 bar. O afastamento entre palheta e assento foi medido através da mesa micrométrica indicada na Figura 2.

Uma avaliação da incerteza associada aos resultados experimentais foi feita utilizando-se a metodologia descrita em [6].

RESULTADOS

A fim de se comparar as distribuições de pressão medidas no laboratório com aquelas calculadas numericamente, a Figura 3 foi preparada. Na abcissa desta figura está a posição radial R enquanto que na ordenada está a pressão menométrica adimensional $p/(\rho\overline{u}^2/2)$ Note-se que $p/(\rho\overline{u}^2)=P/Re^2$, onde P é a pressão adimensional definida na equação (4). A Figura 3 se refere a Re=1326, e H/D=0,0147. Indicado na figura está o valor em milímetros do afastamento entre palheta e assento. O pequeno valor deste afastamento fez com que o alinhamento da secção de teste exigisse muito cuidado e se constituisse em um processo bastante demorado. Em cada ponto experimental assinalado na figura está indicada a incerteza associada ao valor medido. A boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais valida o modelo e a solução numérica aqui apresentados.

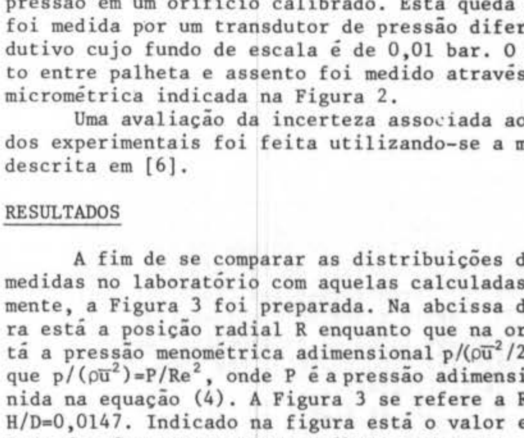
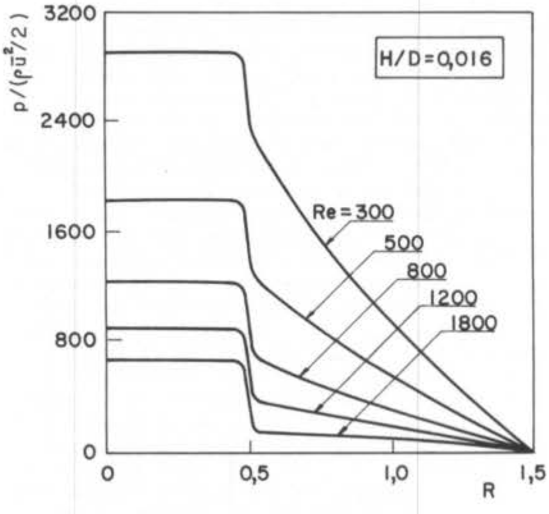


Figura 3. Comparação entre os resultados numéricos e experimentais; Re=1326 e H/D=0,0147.

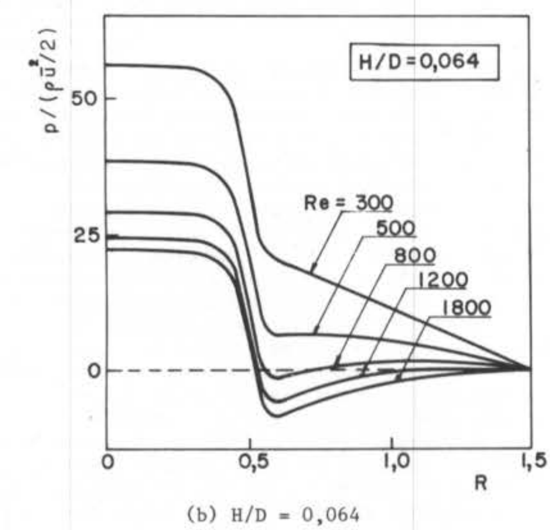
Para baixos valores de Reynolds, a equação da conservação da quantidade de movimento na direção radial pode ser integrada facilmente se os termos não lineares forem desprezados. A pressão no difusor pode então ser obtida por $P=[3/(H/D)^3]\ \ell n[0,5(D_p/D)/R]/Re$. Uma compara ção entre esta distribuição de pressão e aquela obtida a partir da solução numérica para Re=50 e H/D=0,016 apresentou uma excelente concordância e serviu como um teste adicional para a solução desenvolvida neste trabalho.

A seguir serão apresentadas as distribuições de pressão no difusor em função do afastamento H/D entre palheta e assento e do número de Reynolds Re do escoamento. Quatro afastamentos foram investigados: H/D= 0,016; 0,032; 0,048 e 0,064. Para cada valor de H/D cinco valores de Re foram analisados: Re=300; 500; 600; 1200 e 1800.

A Figura 4 mostra, para os casos H/D=0,016 e 0,064, como a pressão varia radialmente no difusor em função de Re. A principal característica destas curvas é um patamar nas distribuições de pressão para R ≤ 0,5. Esta região corresponde à área da palheta que recebe frontalmente o impacto do fluido que escoa pelo orifício. Para R=0 tem-se a pressão máxima no difusor que é a pressão de estagnação. Para baixos valores de H/D, em toda a região do patamar a pressão permanece praticamente igual àquela da estagnação; à medida que H/D aumenta, a palheta se distancia do assento e a pressão no patamar não mais se mantém constante conforme indicado na Figura 4(b).



(a) H/D = 0,016



(b) H/D = 0,064

Figura 4. Distribuição de pressão na palheta do difusor

Outra peculiaridade das distribuições de pressão mostradas na Figura 4 é a queda de pressão abrupta que ocorre na entrada do difusor (R=0,5). Para baixos valores de Re, logo depois da queda abrupta, a pressão decresce monotonicamente de uma forma mais suave até o valor da pressão atmosférica. À medida que Re aumenta, observa-se que para valores de H/D mais elevados, a pressão cai tanto no início da região do difusor que chega a atingir valores negativos. Este efeito é bem acentuado para Re=1800 e H/D=0,064. Os valores negativos de pressão ocorrem devido à separação do escoamento junto à extremidade do assento, próxima ao orifício. Para determinadas situações, a região de pressão negativa chega a ser tão grande que a palheta é puxada de encontro ao assento reduzindo a área efetiva de escoamento [2].

A integração da distribuição de pressão ao longo da palheta fornece a força axial resultante atuando no difusor. Em termos adimensionais esta força F é dada por

$$F = \int_0^{D_p/D} \left(\frac{2P}{Re^2}\right) 2\pi R dR \tag{5}$$

A Figura 5 mostra como F varia com Re e H/D. Note-se a diminuição mais brusca de F com H/D para Re=1800 indicando um aumento acentuado da região de pressão negativa conforme discutido anteiormente.

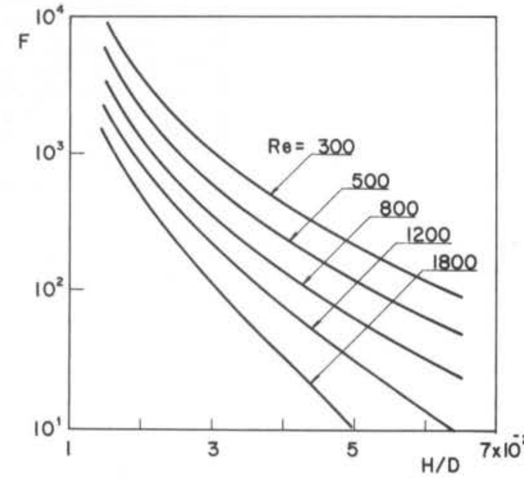


Figura 5. Força axial resultante atuando na palheta

A fim de que se possa visualizar o escoamento, a Figura 6 foi preparada. A curva tracejada corresponde a Re=300 e a curva cheia a Re=1200. Ambas as curvas foram geradas fazendo-se H/D=0,048. As dimensões da figura estão em escala exceto o afastamento H entre palheta e assento que está multiplicado por sete.

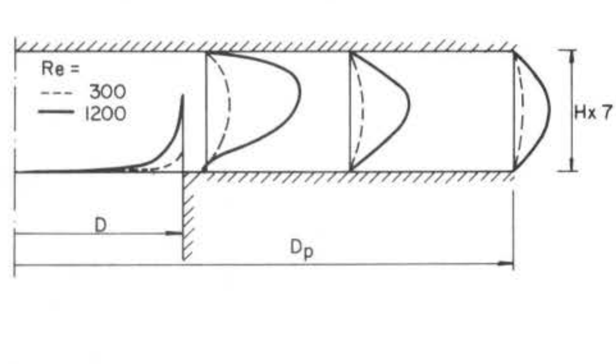


Figura 6. Perfis de velocidade típicos no difusor para H/D=0,048

Conforme observado na Figura 6, existe um pico na distribuição de velocidade próximo da parede do orifício. A existência deste pico já havia sido observada anteriormente [7]. Tendo em vista a pequena relação entre H e D, o fluido para entrar no difusor é acelerado junto à parede do orifício distorcendo assim o perfil de velocidade. Este estrangulamento do fluido faz com que a distribuição de velocidade a ser prescrita na entrada do orifício tenha pouca influência sobre a configuração do escoamento no difusor.

Na região do difusor a velocidade média do escoamento decresce radialmente o que pode ser observado pelo achatamento dos perfis de velocidade. Para Re=1200 nota-se uma pequena recirculação no início do difusor.

Numericamente as condições de contorno na saída do difusor foram implementadas através da hipótese de escoamento localmente parabólico [4]. Os perfis de velocidade mostrados na Figura 6 justificam o uso de tais condições de contorno.

CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou uma investigação numérica com validação experimental do escoamento laminar incompressível em difusores radiais para pequenos afastamentos entre as paredes do difusor. A motivação do trabalho veio da importância desta geometria no estudo do carregamento em válvulas de palheta utilizada em compressores alternativos.

Perfis de pressão ao longo do escoamento foram obtidos em função do afastamento H/D entre as paredes do difusor e do número de Reynolds Re do escoamento. Para os valores mais elevados de H/D e Re aqui analisados, a distribuição de pressão apresentou uma região negativa indicando que as paredes do difusor podem vir a ser puxadas uma de encontro à outra. Resultados para a força axial resultante que atua na parede do difusor oposta ao orifício alimentador foram apresentados em função de H/D e Re. Perfis de velocidade típicos foram mostrados a fim de permitir uma visualização do escoamento.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Empresa Brasileira de Compressores - EMBRACO S.A., o apoio para a realização deste trabalho. Esta pesquisa faz parte de um convênio de cooperação técnico-científica entre a UFSC e a EMBRACO.

REFERÊNCIAS

[1] Woolard, H.W., "A Theoretical Analysis of the Viscous Flow in a Narrowly Spaced Radial Diffuser", J. Appl. Mech., Vol. 79, pp. 09-15, (1957).

[2] Ferreira, R.T.S. and Driessen, J.L., "Analysis of the Influence of Valve Geometric Parameters on the Effective Flow and Force Areas", 9^{th} Purdue Compressors Technology Conference, West Lafayette, Indiana, pp. 632-646, (1986).

[3] Patankar, S.V., "A Calculation Procedure for Two-dimensional Elliptic Situations", Numer. Heat Transfer, Vol. 4, pp. 409-425, (1981).

[4] Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, Washington, D.C., (1980).

[5] Settari, A., and Aziz, K., "A Generalization of the Additive-Correction Methods for the Iterative Solution of Matrix Equations, SIAM J. Numer. Analysis, Vol. 10, pp. 506-521, (1973).

[6] Moffat, R.J., "Contributions to the Theory of Single-Sample Uncertainty Analysis", J. Fluids Engng., Vol. 104, pp. 250-260, (1982).

[7] Marple, V.A., Liu, B.Y.H. and Whitby, K.T.,"Fluid Mechanics of the Laminar Flow Aerosol Impactor", Aerosol Science, Vol. 5, pp. 01-16, (1974).

ABSTRACT

Numerical investigations experimentally validated of radial out-flow between narrow spaced parallel disks were conducted. The main motivation for the work was the study of flow and thrust in valves of reciprocating hermetic compressors. Pressure distributions along the flow and the resultant axial force acting on the flapper were plotted as a function of the Reynolds number, and the radial gap. Typical velocities profiles were shown for flow visualization.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES EM ESTATORES RADIAIS DE TURBOMÁQUINAS PELO MÉTODO DOS PAINÉIS

ABCM
ABEnS
PUC/RJ

NELSON MANZANARES FILHO, EFEI-DME
JOSÉ CARLOS CESAR AMORIM, UNESP - FEG
EUCLIDES CARVALHO FERNANDES, CTA - ITA

RESUMO

Apresenta-se uma técnica numérica para a solução do escoamento potencial incompressível em grades circulares fixas representativas de estatores radiais de turbomáquinas. Trata-se de uma técnica de painéis, baseada na utilização de distribuições de vórtices no contorno dos perfis, segundo a formulação clássica de Martensen. Resultados numéricos obtidos para a distribuição de pressões sobre os perfis são comparados com resultados analíticos e experimentais da literatura, concluindo-se preliminarmente pela validade da mesma como ferramenta básica para análise do desempenho de estatores radiais de turbomáquinas.

INTRODUÇÃO

Os estatores radiais desempenham uma função importante nas transformações energéticas e redirecionamento do escoamento em vários tipos de turbomáquinas. Esses dispositivos aparecem sob a forma de pré-distribuidores e distribuidores de turbinas hidráulicas, difusores de turbocompressores centrífugos, aletas diretoras de conversores hidrodinâmicos de torque, etc..

Devido à complexidade do escoamento nos estatores radiais, as técnicas para sua previsão apoiam-se fortemente em teorias unidimensionais suplementadas por dados experimentais. Todavia, a hipótese de escoamento bidimensional (grade circular), potencial e incompressível fornece uma base teórica, em princípio, mais geral que a teoria unidimensional.

Entre os métodos de análise do escoamento potencial incompressível, destaca-se, pela versatilidade, o método das singularidades. No caso de perfis aerodinâmicos isolados ou em grades lineares, Martensen [1] tratou o problema através da solução numérica de uma equação integral tendo como incógnita a intensidade de uma distribuição de vórtices no contorno dos perfis. Segundo essa formulação, a velocidade no contorno externo dos perfis iguala-se à própria intensidade dos vórtices, o que simplifica a análise. Posteriormente, Fisher e Inoue [2] estenderam a formulação de Martensen [1] ao tratamento de grades circulares fixas visando o estudo da interação difusor/rotor de turbocompressores centrífugos.

Hess e Smith [3] desenvolveram técnicas baseadas em distribuições de fontes no contorno para o cálculo do escoamento potencial em torno de corpos arbitrários. Essas técnicas utilizam o conceito de painel, tornando o tratamento numérico do problema bastante facilitado.

Uma técnica de painéis bastante simples e eficaz foi desenvolvida por Mavriplis [4] para o estudo de escoamento potencial em torno de perfis aerodinâmicos isolados ou segmentados, visando o desenvolvimento de dispositivos de alta sustentação. A técnica de Mavriplis [4] baseia-se na formulação de Martensen [1].

No presente trabalho, propõe-se a descrição de uma técnica de painéis para a solução do escoamento potencial em grades radiais fixas, com base em uma distribuição de vórtices sobre o contorno dos perfis. A técnica é semelhante a de Mavriplis [4], apoiando-se também na formulação de Martensen [1]. Resultados numéricos obtidos para a distribuição de pressões sobre os perfis são apresentados em comparação com resultados analíticos e com dados experimentais da literatura.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere-se a Figura 1, onde está representado um esquema de uma grade circular fixa no plano $\zeta = r\,e^{i\theta}$.

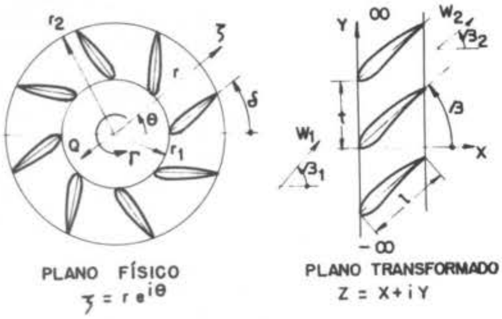


Figura 1. Plano físico da grade circular e plano transformado da grade linear.

Para fins de formulação e exemplificação, será considerado o caso de uma grade difusora com raio de entrada (interno) r_1 e raio de saída (externo) r_2, formada por N perfis aerodinâmicos de formato arbitrário, idênticos, igualmente espaçados e igualmente escalonados.

Através da seguinte transformação conforme introduzida por König [5],

$$z(\zeta) = \frac{N}{2\pi} \ln\left(\frac{\zeta}{r_1}\right) , \tag{1}$$

a grade circular no plano ζ é transformada numa grade linear infinita no plano $z = x + iy$ com espaçamento unitário entre os perfis transformados, de acordo com a Figura 1. Linhas r = cte. e θ = cte. no plano ζ são transformadas em linhas x = cte. e y = cte., respectivamente no plano z. Tem-se também que

$$z(r_1) = 0, \quad \lim_{r\to 0} x = -\infty , \quad \lim_{r\to +\infty} x = +\infty \quad . \tag{2}$$

Desta forma, o estudo do escoamento potencial do plano ζ pode ser feito no plano z, considerando-se a relação de transformação entre as respectivas velocidades complexas conjugadas:

$$\overline{W}_\zeta = \overline{W}_z \frac{dz}{d\zeta} = \overline{W}_z \frac{N}{2\pi\zeta} \quad . \tag{3}$$

O escoamento básico do plano ζ é dado pela combinação de uma fonte de intensidade Q e um vórtice de intensidade Γ na origem da grade circular, simulando a vazão e a pré-circulação, respectivamente. De acordo com a equação (3), a velocidade complexa conjugada do escoa mento básico no plano ζ,

$$\overline{W}_{\zeta_1} = \frac{Q - i\Gamma}{2\pi\zeta} , \qquad (4)$$

transforma-se numa velocidade uniforme no plano z, anterior a grade ($x \to -\infty$):

$$\overline{W}_{z_1} = \frac{Q}{N} - i\,\frac{\Gamma}{N} . \qquad (5)$$

A relação entre o ângulo β_1 do escoamento de aproximação na grade linear e os parâmetros cinemáticos da grade circular é dada por

$$\tan \beta_1 = \frac{\Gamma}{Q} . \qquad (6)$$

A seguir, as análises serão feitas no plano da grade linear sabendo-se que, quando necessário, as equações (1), (3) e (6) se encarregam de efetuar as necessárias correspondências entre geometrias, escoamentos e parâmetros cinemáticos, respectivamente. No restante desta formulação não mais se utilizará o índice z quando se fizer referência à velocidade complexa e a intensidade de vórtices no plano da grade linear.

A velocidade complexa do escoamento básico no plano da grade linear é dada por

$$W_\infty = \frac{W_1 + W_2}{2} \qquad (7)$$

sendo

$$W_1 = \lim_{x \to -\infty} W = W_\infty + i\,\frac{\Gamma_z}{2t} \quad \text{e} \qquad (8)$$

$$W_2 = \lim_{x \to +\infty} W = W_\infty - i\,\frac{\Gamma_z}{2t} \qquad (9)$$

onde Γ_z é a circulação calculada em torno do perfil num percurso tal que o interior do mesmo fique sempre à direita.

Os perfis introduzem um campo de velocidade de pertubação (velocidade induzida), que superposto ao campo do escoamento básico, deve satisfazer a equação de Laplace para o potencial de velocidade $\nabla^2\phi = 0$, a condição de impermeabilidade na parede do perfil e as equações (8) e (9). Conforme Martensen [1], o campo de pertubação pode ser criado por uma distribuição de vórtices de intensidade $\gamma(s)$ sobre o contorno dos perfis, de maneira a satisfazer automaticamente a equação de Laplace e as equações (8) e (9). Martensen [1] mostrou também que, ao se considerar nula a componente tangencial da velocidade total no contorno interior do perfil, resultam a condição de impermeabilidade e a igualdade entre a intensidade de vórtices γ e a velocidade no contorno exterior do perfil. Logo, as relações

$$(\vec{W}_{ext} \cdot \vec{n}) = 0 , \qquad (10)$$

$$(\vec{W}_{ext} \cdot \vec{s}) = \gamma \qquad (11)$$

são obtidas quando se faz

$$(\vec{W}_{int} \cdot \vec{s}) = 0 . \qquad (12)$$

Nas equações (10), (11) e (12) substituiu-se a notação complexa pela notação vetorial, onde $\vec{n}$ e $\vec{s}$ são os versores normal e tangencial à superfície do perfil, respectivamente, $\vec{W}$ é o vetor velocidade total do escoamento dado pela superposição do escoamento básico $\vec{W}_\infty$ e do escoamento induzido $\vec{W}_p$.

A circulação em torno do perfil será

$$\Gamma_z = \oint \gamma \, ds . \qquad (13)$$

SOLUÇÃO NUMÉRICA

Na Figura 2, está indicado o procedimento que se adotou para a solução numérica do problema formulado no item anterior no plano da grade linear. São escolhidos n+1 pontos, incluindo o bordo de fuga, sobre o contorno de um perfil de referência da grade (p=0), e um polígono de n lados - painéis - é formado pela união destes pontos. Cada painel j, formado pelos pontos extremos z_j e z_{j+1} ($j = 1, 2, \ldots, n$), é considerado como suporte de uma distribuição uniforme de vórtices de sentido horário e de intensidade γ_j. Considerando-se o mesmo procedimento em relação aos demais perfis ($p = \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm\infty$), várias grades de painéis são formadas. Em cada painel do perfil de referência, toma-se o ponto médio zc_j - ponto de controle - para efeito da aplicação da condição (12). A velocidade complexa conjugada induzida pela grade de painéis j sobre o ponto de controle zc_k, conforme Giesing [6], é dada por

$$\overline{W}_{p_j}(zc_k) = i\gamma_j \, \frac{e^{-i\alpha_j}}{2\pi} \ln \left\{ \frac{\sinh\left[\frac{\pi}{t}(zc_k - z_j)\right]}{\sinh\left[\frac{\pi}{t}(zc_k - z_{j+1})\right]} \right\} . \qquad (14)$$

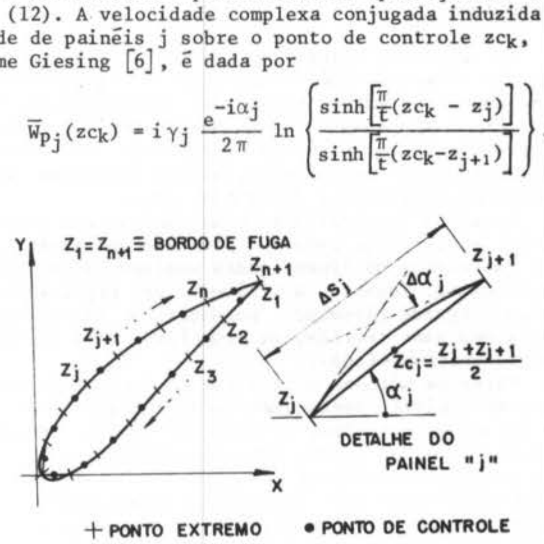


Figura 2. Discretização do perfil aerodinâmico em painéis no plano da grade linear.

Superpondo-se os efeitos de todas as grades de painéis ao efeito da velocidade do escoamento básico W_∞ e aplicando-se a equação (12) a cada ponto de controle, resulta o seguinte sistema de equações lineares algébricas nas incógnitas γ_j:

$$\sum_{j=1}^{n} A_{kj}\,\gamma_j = b_k , \quad k = 1, 2, \ldots, n , \qquad (15)$$

onde os coeficientes de influência A_{kj} dependem apenas da geometria da grade. As expressões para A_{kj} e b_k se originam das equações (8), (12), (13) e (14):

$$A_{kj} = R\left\{ e^{-i\alpha_k}\left[W_{p_j}(zc_k) - i\,\frac{\Delta s_j}{2t} \right] \right\} \quad \text{e} \qquad (16)$$

$$b_k = -R\,(e^{-i\alpha_k}\, W_1) + K \qquad (17)$$

onde R indica a parte real da expressão complexa considerada. A constante K foi introduzida arbitrariamente para levar em conta o fato de que a solução γ requer uma condição suplementar para ser determinada (Martensen [1]). No caso em que j=k, o valor A_{kj} resulta igual a -1/2. Para levar em conta o efeito da curvatura do perfil, efetua-se a correção sugerida por Mavriplis [4], alterando-se o valor de A_{kk}:

$$A_{kk} = -\frac{1}{2} + \frac{\Delta\alpha_k}{4\pi} \qquad (18)$$

onde $\Delta\alpha_k$ é o ângulo de curvatura subentendido pelo perfil entre os pontos extremos do painel k (Figura 2).

Fixada a geometria da grade, a solução γ_j do sistema de equações (15) para qualquer situação de escoamento é obtida através da superposição de três soluções básicas γ_j^0, γ_j^{90} e γ_j^{Γ} obtidas, respectivamente, por

$$\beta_1 = 0^0 \;, \quad |W_1| = 1 \;, \quad K = 0$$

$$\beta_1 = 90^0 \;, \quad |W_1| = 1 \;, \quad K = 0 \qquad (19)$$

$$|W_1| = 0 \;, \quad K = -1/2 \;.$$

A distribuição de vórtices total γ_j, que é igual à própria velocidade no contorno, será, portanto,

$$\gamma_j = |W_1| \cos\beta_1 \, \gamma_j^0 + |W_1| \sin\beta_1 \, \gamma_j^{90} + c_t \, \gamma_j^{\Gamma} \;. \qquad (20)$$

A constante c_t é determinada através de uma condição suplementar. Em geral, aplica-se a condição de Kutta exigindo-se que as velocidades no bordo de fuga sejam finitas e contínuas. No contexto do presente trabalho, a condição de Kutta assume a seguinte forma:

$$\gamma_n = -\gamma_1 \quad . \qquad (21)$$

Logo, a constante c_t será obtida de

$$c_t = -\frac{(\gamma_1^0+\gamma_n^0)\cos\beta_1 + (\gamma_1^{90}+\gamma_n^{90})\sin\beta_1}{\gamma_1^{\Gamma} + \gamma_n^{\Gamma}} \quad . \qquad (22)$$

Conhecidas as velocidades no plano da grade linear, segundo a equação (20), é simples determinar as velocidades correspondentes no plano da grade circular aplicando a equação (3), isto é,

$$\gamma_{\zeta_j} = \gamma_j \frac{N}{2\pi|\zeta_j|} \quad , \quad \zeta_j = \zeta(zc_j) \quad . \qquad (23)$$

A distribuição de pressões correspondentes é obtida aplicando-se a equação de Bernoulli. Usando os valores de pressão p_m e velocidade $W_m = Q/2\pi r_m$ reinantes no raio $r_m = \sqrt{r_1 \, r_2}$ quando apenas a fonte na origem da grade circular atua, define-se e calcula-se o seguinte coeficiente de pressão

$$Cp_m = \frac{p - p_m}{\frac{\rho \, W_m^2}{2}} = 1 - \left(\frac{\gamma_\zeta}{W_m}\right)^2 \quad . \qquad (24)$$

A circulação pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$\Gamma_z = \sum_{k=1}^{n} \gamma_k \, \Delta s_k \quad . \qquad (25)$$

EXEMPLOS DE CÁLCULO

A técnica numérica descrita no item anterior para solução do escoamento potencial em grades circulares foi implementada através de um programa computacional codificado em FORTRAN para o computador HP-3000. Para um número típico de painéis igual a 80 o tempo de processamento fica em torno de 60 segundos.

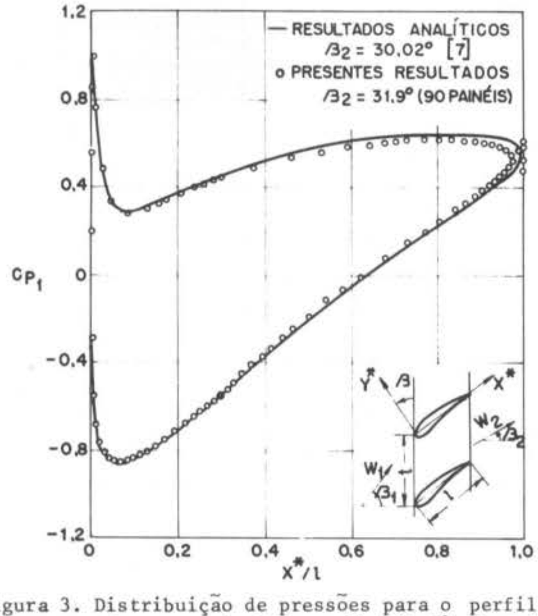


Figura 3. Distribuição de pressões para o perfil analítico em grade linear: $\beta = 37{,}5^0$, $\beta_1 = 53{,}5^0$, $t/l = 0{,}9901573$, $Cp_1 = 1 - (\gamma/W_1)^2$.

Na Figura 3, a distribuição de pressões obtida pelo presente método está comparada com os dados analíticos publicados por Gostelow [7] para o caso de um perfil com bordo de fuga afilado gerado em grade linear através de técnicas de transformação conforme. Observa-se uma boa concordância entre os resultados ao longo de quase todo o perfil, exceto numa pequena região próxima ao bordo de fuga. A concordância entre os ângulos de saída do escoamento é satisfatória. É importante salientar que foi utilizada a distribuição de pontos publicada por Gostelow [7] e que, aparentemente, não é muito boa para aplicação do método dos painéis, principalmente no que se refere ao lado de pressão do perfil, conforme observa-se na Figura 3.

Os resultados para as distribuições de pressões nos perfis de uma grade circular estão apresentados nas Figuras 4 e 5 em comparação com os correspondentes dados experimentais publicados por Krüger [8] para dois

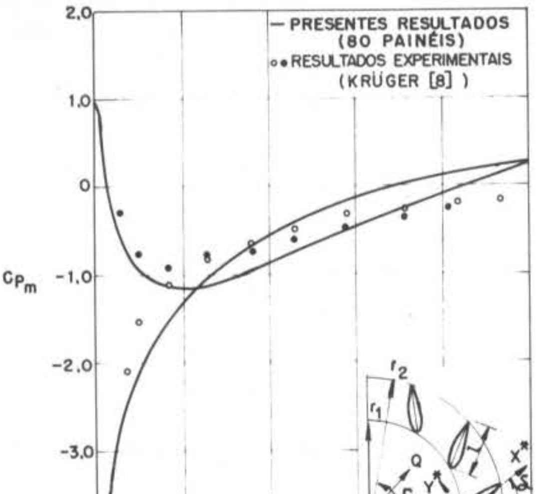


Figura 4. Distribuição de pressões para o perfil Joukowski simétrico em grade circular: $y^*/l = \pm 0{,}052$ em $x^*/l = 0{,}31$, $\delta = 36{,}88^0$, $r_1/r_2 = 0{,}682$, $N = 12$, $\Gamma/Q = 0{,}46$.

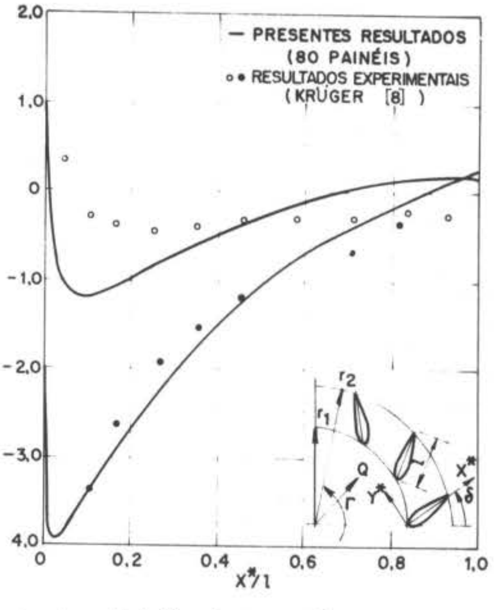


Figura 5. Distribuição de pressões para o perfil Joukowski simétrico em grade circular: $y^*/l = \pm 0{,}052$ em $x^*/l = 0{,}31$, $\delta = 36{,}88^0$, $r_1/r_2 = 0{,}682$, $N = 12$, $\Gamma/Q = 0{,}86$.

valores do parâmetro Γ/Q. A tendência de variação dos resultados experimentais é reproduzida qualitativamente pelos resultados numéricos. Levando-se em conta que os presentes resultados foram obtidos sem qualquer correção para os efeitos viscosos, sua concordância com os resultados experimentais pode ser considerada razoável. Salienta-se ainda, a boa concordância no que se refere ao coeficiente de pressão mínimo, que é de fundamental importância no estabelecimento de critérios de projeto de turbomáquinas.

CONCLUSÕES

A técnica de painéis baseada em distribuição de vórtices apresentada neste trabalho pode se tornar uma ferramenta útil para análise do escoamento em estatores radiais de turbomáquinas. Estudos estão sento feitos para torná-la mais eficiente do ponto de vista numérico. Pretende-se, posteriormente, utilizá-la como base teórica de correlação de dados experimentais e estabelecimento de critérios de dimensionamento de turbomáquinas.

REFERÊNCIAS

[1] Martensen, E., The calculation of the pressure distribution on a cascade of thick airfoils by means of Fredholm integral equations of the second kind. NASA TT F-702 (1971).

[2] Fisher, E.H. and Inoue, M., A study of diffuser/rotor interaction in a centrifugal compressor. Journal Mechanical Engineering Science, 23-3 : 149-156 (1981).

[3] Hess, J.L. and Smith, A.M.O., Calculation of potential flow about arbitrary bodies. Progress in Aeronautical Sciences, 8 : 1-138 (1966).

[4] Mavriplis, F., Aerodynamic research on high lift systems. Canadian Aeronautics and Space Journal, 17 : 175-183 (1971).

[5] König, E., Potentialströmung durch Gitter. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 2 : 422-429 (1922).

[6] Giesing, J.P., Extension of the Douglas Neumann program to problems of lifting, infinite cascades. Douglas Aircraft Co., Inc., Report nº LB-31653 (1964).

[7] Gostelow, J.P., Cascade aerodynamics. Pergamon Press, Oxford (1984).

[8] Krüger, H., Ein Verfahren zur Druckverteilungsrechnung an geraden und radialen Schaufelgittern. Ingenieur-Archiv, 26 : 242-267 (1958).

ABSTRACT

A numerical technique for the solution of the incompressible potential flow in stationary circular cascades resembling the radial stators of turbomachines is presented. It is a panel technique based on the distribution of vorticity on the airfoil contour, according to the Martensen's classical formulation. A comparison of the numerical results obtained for the pressure distribution on the airfoil contour and the analytical and experimental results from the literature is presented. The validity of the present technique as a basic tool for the evaluation of the performance of radial stators is demonstrated.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

BOMBA PITOT DE BAIXA ROTAÇÃO ESPECÍFICA

ABCM

ABCM ABEnS

LUIZ SIMÃO DE ANDRADE FILHO
PIO CAETANO LOBO
Centro de Tecnologia - UFPB

PUC/RJ

Construiu-se um modelo de bomba Pitot projetado para operar a rotações específicas mais baixas que as comumente utilizadas em bombas desse tipo. São apresentadas equações obtidas na tentativa de relacionar os vários tipos de perdas que ocorrem nas bombas Pitot. Finalmente apresenta-se curvas características obtidas com o protótipo base e com modificações do mesmo, surgidas na tentativa de aumentar sua eficiência e pressão de descarga.

INTRODUÇÃO

A origem da idéia da bomba Pitot é um tanto obscura. Segundo a literatura, sua patente mais antiga seria a de 1937 na Alemanha. Estudos importantes foram desenvolvidos por U. M. Barske [1], inicialmente na Alemanha e depois na Inglaterra.

As pesquisas de Barske mostraram que a bomba Pitot atendia bem as altas pressões e rotações desejadas, porém as vazões obtidas eram baixas, caracterizando esse tipo de bomba como de média a baixa rotação específica.

Nas décadas de 50 e 70 pesquisas envolvendo bombas Pitot, foram desenvolvidas nos Estados Unidos, pela Marinha e por uma empresa privada respectivamente, sendo estas últimas parcialmente descritas na referência [2].

Neste trabalho apresenta-se resultados obtidos com um protótipo, projetado para operar a rotações específicas mais baixas que as comummente utilizadas para esse tipo de bomba.

DESCRIÇÃO E EQUAÇÕES BÁSICAS

A bomba Pitot, figura 1, consiste de uma carcaça rotativa (a), que é o seu rotor, contendo um tubo de Pitot (b) estacionário em seu centro. O líquido entra no rotor pelo seu centro, e o movimento de rotação aumenta sua velocidade e pressão, até a periferia. O tubo de Pitot, cujo orifício de entrada (c) encontra-se voltado para a direção da rotação, converte práticamente toda a energia cinética em pressão, através de um difusor que se inicia no orifício de entrada e termina no tubo de descarga (d).

Figura 1 - Bomba Pitot

Geralmente pás radiais planas (e), são montadas nas paredes laterais do rotor com o objetivo de manter o líquido em rotação.

O projeto é baseado na hipótese de que todo o fluido no interior do rotor gira como um corpo sólido. Desprezando-se os efeitos de gravidade, a pressão estática na entrada do Pitot é dada por [2]:

$$H_s = \frac{v_2^2}{2g} \tag{1}$$

onde v_2 é a velocidade tangencial do fluido na circunferência que passa pelo centro do orifício do Pitot.

O fator de deslizamento μ é definido como a relação entre v_2 e a velocidade tangencial do rotor u_2, ou seja $\mu = v_2/u_2$. A altura estática pode então ser escrita como:

$$H_s = \mu^2 \frac{u_2^2}{2g} \tag{2}$$

A pressão (altura) dinâmica será dada por:

$$H_d = \mu^2 \frac{u_2^2}{2g} \tag{3}$$

Uma vez que a bomba opera a baixas vazões, uma grande percentagem da pressão dinâmica é convertida em pressão estática. Se a vazão é nula, a pressão (altura) total H_0 será:

$$H_0 = H_s + H_d = \mu^2 \frac{u_2^2}{g} \tag{4}$$

Parâmetros característicos. O parâmetro característico mais importante nesse tipo de bomba é, sem dúvida a relação entre o diâmetro no qual a linha de centro do orifício do Pitot está localizado D, e o diâmetro deste orifício δ. Grandes relações D/δ caracterizam bombas de grande altura manométrica e relativa pequena vazão, isto é, baixa rotação específica.

O coeficiente de pressão para a bomba Pitot é definido de forma semelhante ao de bombas centrífugas convencionais, relacionando a altura manométrica H com a altura teórica u_2^2/g:

$$\psi = \frac{H}{u_2{}^2/g} \tag{5}$$

Esse tipo de bomba caracteriza-se por possuir um alto coeficiente de pressão, particularmente quando opera com vazão nula. Nessa condição de operação, segundo a relação (4), o coeficiente de pressão é $\psi_0=\mu^2$.

O coeficiente de vazão relaciona a velocidade do fluido no orifício do Pitot v_p e a tangencial do rotor u_2:

$$\phi = \frac{v_p}{u} \tag{6}$$

A rotação específica utilizando-se unidades métricas e as relações (5) e (6) pode ser escrita como |3|:

$$n_q = \frac{93{,}81\ \sqrt{\phi}}{\psi^{3/4}(D/\delta)} \tag{7}$$

ANÁLISE DAS PERDAS

Todas as perdas serão expressas na forma admensional, dividindo-as pela altura teórica u_2^2/g. Maiores detalhes sobre o desenvolvimento dessas relações podem ser encontradas na referência [3].

Perdas no defletor. O defletor, figura 2, é utilizado com a finalidade de desviar o fluxo de entrada do centro para a periferia do rotor. As perdas por atrito devido ao fluxo radial entre o defletor e a parede adjacente do rotor, juntamente com as perdas na entrada dele, são aqui denominadas perdas no defletor e podem ser expressas na forma admensional pela relação:

$$\psi_{df} = \frac{H_{df}}{u_2{}^2/g} = \xi_{df}\ \phi^2\ \frac{D-d}{a} \tag{8}$$

onde ξ_{df} é um fator empírico que engloba o coeficiente de atrito e o deperdas na entrada.

Perdas no Pitot. É no difusor existente no interior do Pitot que se dá a transformação de energia cinética em pressão. As perdas nesse duto podem ser expressas pela relação:

$$\psi_p = \frac{H_p}{u_2{}^2/g} = \xi_p \frac{u_2{}^2}{g} \tag{9}$$

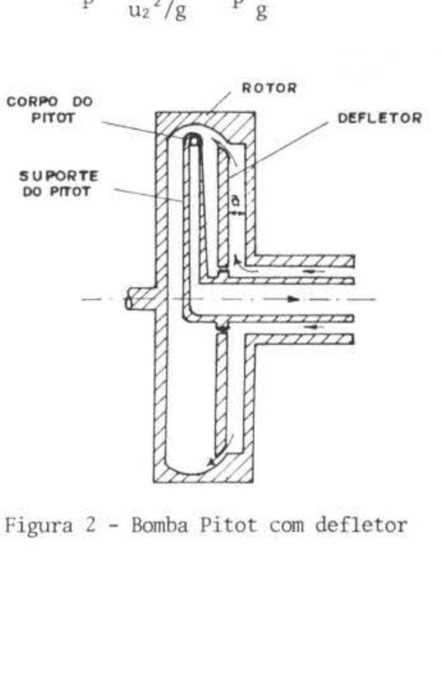


Figura 2 - Bomba Pitot com defletor

onde ξ_p é um fator empírico que engloba as perdas ao longo do duto interno do Pitot e do tubo de descarga.

O coeficiente de pressão da bomba será então:

$$\psi = \frac{H_0 - H_i}{u_2{}^2/\ g} = \psi_0 - \psi_i \tag{10}$$

onde $H_i = H_{df} + H_p$ são as perdas internas e $\psi_i=\psi_{df} + \psi_p$.

Perdas por arrasto. As perdas por atrito em torno do Pitot e suporte, constituem-se em outra fonte de irreversibilidades dependendo da forma e do acabamento dessas peças. Estas perdas podem ser escritas na forma admensional como:

$$\psi_a = C_a \frac{\mu^3\ (\Delta/\delta)^2}{2\phi} \tag{11}$$

sendo C_a um coeficiente de arrasto.

Perdas por transferência de energia. As perdas devido ao atrito viscoso entre o corpo do Pitot e suporte e as paredes do rotor, juntamente com as perdas por recirculação, são aqui designadas perdas por transferência de energia:

$$\psi_v = \xi_c \frac{\theta\ \mu\ D\ (D/\delta)^2}{2\ \pi\ \phi\ Re\ b} \tag{12}$$

onde $Re=u_2{}^2D/\nu$ é o número de Reynolds, θ o ângulo formado entre o centro da bomba e as extremidades dianteira e traseira do Pitot e ξ_c um fator empírico.

Perdas por atrito com o ar. O coeficiente relativo a essas perdas é obtido através de relação proposta por Pfleiderer [4] obtendo-se:

$$\psi_r = \frac{4k_0(1 + 5\ B/D)\ (D/\delta)}{\pi\phi} \frac{\rho_{ar}}{\rho} \tag{13}$$

onde B é a largura do rotor, k_0 um fator empírico que depende do número de Reynolds e ρ_{ar} e ρ são, respectivamente as massas específicas do ar e do fluido bombeado.

Perdas mecânicas. As perdas mecânicas devido ao atrito nos mancais e sistema de vedação podem ser escritas na forma:

$$\psi_m = \frac{H_m}{u_2{}^2/g} \tag{14}$$

sendo H_m as perdas mecânicas por unidade de peso.

Rendimento total. A energia mecânica necessária para o acionamento da bomba será então:

$$\psi' = \frac{H + H_e}{u_2{}^2/g} = \psi_0 + \psi_e \tag{15}$$

onde $H_e = H_a + H_v + H_r + H_m$ são as perdas externas e $\psi_e = \psi_a + \psi_v + \psi_r + \psi_m$.

Finalmente, o rendimento total da bomba é:

$$\eta = \frac{H}{H'} = \frac{\psi}{\psi'} \tag{16}$$

DESENVOLVIMENTO DO PROTÓTIPO

O protótipo construido é mostrado esquemáticamente na figura 3. Ele foi projetado para operar a rotações específicas mais baixas que às encontradas na literatura. Para isso, conforme equação (7), a relação D/δ deveria ser grande. Para satisfazer a pressão de 500 KPa e rotação de 5.000 rpm, valores de projeto, esta razão foi tomada igual a 100, utilizando-se D = 200 mm e δ = 2 mm.

O protótipo foi construido nas oficinas do Centro de Pesquisas e Desenvolvimento da Bahía - CEPED em aço carbono, com exceção do Pitot, suporte e tubo de descarga, construido em aço inoxidavel. O dispositivo de vedação consiste em sêlo mecânico de montagem interna e os mancais utilizam rolamentos de esfera lubrificados através de engraxadeiras.

O modelo original sofreu modificações ao longo do trabalho, visando aumentar seu rendimento e pressão de descarga, dando origem a quatro configurações construtivas que são descritas a seguir.

Protótipo base. Esta configuração é a mostrada na figura 3, isto é, tal como saiu das oficinas do CEPED.

Protótipo com Pitot hidrodinamizado. Devido às más propiedades de usinabilidade do aço inoxidavel, utilizado na construção do Pitot e suporte, esta peça foi confecçionada de forma práticamente artesanal, razão porque não obteve-se a forma aerodinâmica desejável. Como o problema era de acabamento externo, moldou-se uma carenagem com a forma de um aerofólio NACA 66_2-12 do tipo laminar.

Protótipo com pás entre defletor e parede do rotor. Nesta configuraçao foram montadas seis pás radiais planas, no espaço entre defletor e parede adjacente do rotor.

Protótipo com pás entre Pitot e parede do rotor. Novas pás foram construidas e montadas no lado cônico do rotor, tendo sido retiradas às da versão anterior, com o objetivo de reduzir o deslizamento entre fluido e rotor.

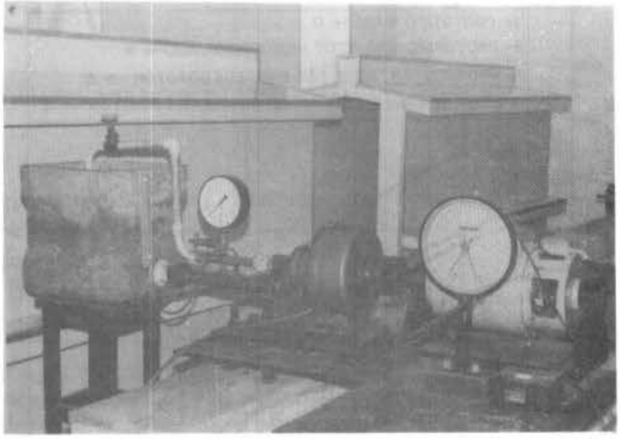


Figura 4 - Bancada de Testes

RESULTADOS

Cada uma das versões descritas, foi levada à bancada de testes mostradas na figura 4, a fim de se levantar suas curvas características. A bancada é composta de motor pêndulo, com velocidade de rotação variável, equipado com dinamômetro e tacômetro para a determinação da potência de acionamento. Dispõe-se ainda de manômetros na entrada e saida da bomba para a determinação dos coeficientes de pressão e de reservatório aferido para a determinação do coeficiente de vazão.

A maior limitação da bancada de testes, era a velocidade de rotação do motor pêndulo utilizado, 2.200 rpm, enquanto a rotação de projeto estava em torno de 5.000 rpm.

A figura 5 mostra as características adimensionais do protótipo, maior quantidade de dados estão disponíveis na referência [3].

Protótipo base. Para vazão nula (ϕ=0) as curvas 1 mostram um coeficiente de pressão em torno de 0,63

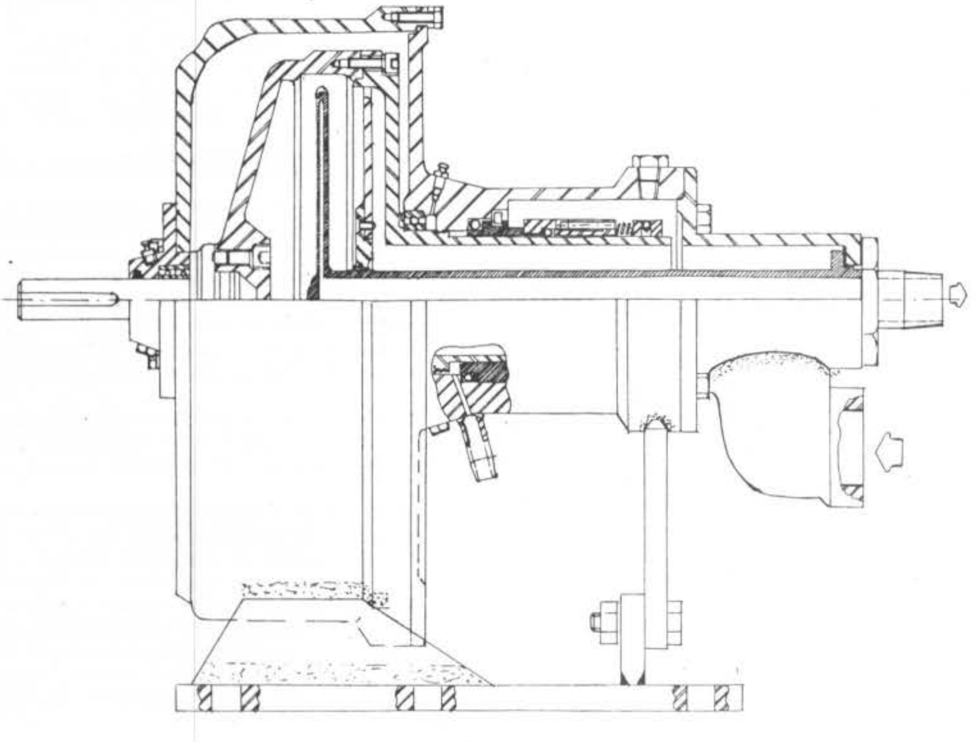


Figura 3 - Protótipo base

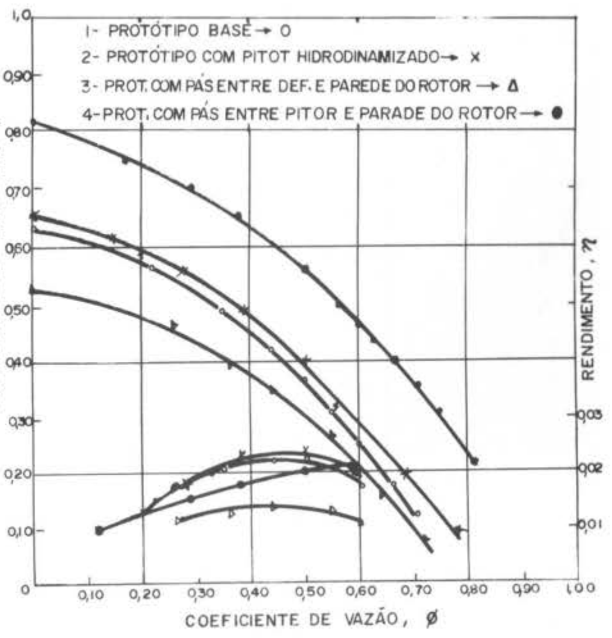


Figura 5 - Características adimensionais para as várias configurações do protótipo

que corresponde, quando substituido na relação (4) a um fator de deslizamento de 0,79.

Protótipo com Pitot hidrodinamizado. As curvas 2 mostram um ligeiro aumento no coeficiente de pressão e no rendimento, certamente devido a um menor coeficiente de arrrasto resultante da carenagem.

Protótipo com pás entre defletor e parede do rotor. As curvas 3 mostram que neste caso, houve uma queda considerável no coeficiente de pressão e no rendimento.

Protótipo com pás entre Pitot e parede do rotor. As curvas 4 mostram uma pequena redução no rendimento máximo, comparado com o da segunda configuração, que até então era o mais alto. O coeficiente de pressão entretanto, sofreu um aumento considerável. Para vazão nula ($\phi=0$) este atingiu o valor 0,81 que corresponde, quando substituido na relação (4) a um fator de deslizamento de 0,9.

CONCLUSÕES

Devido aos baixos rendimentos, pode-se concluir que a bomba Pitot não é indicada para rotações específicas tão baixas quanto à utilizada no protótipo (n_q = 0,9).

A grande responsável pelo baixíssimo rendimento do protótipo, cerca de 2,5 %, é, sem dúvida, a alta relação D/δ, utilizada a fim de atender a baixa rotação específica de projeto. Tal relação não só provoca significativas perdas internas, como também faz com que a bomba trabalhe estrangulada, elevando demasiadamente as perdas externas pelo aumento do escoamento circulatório. Além disso, devido ao estrangulamento, a potência extraida é muito baixa. Este fato, associado às relativamente grandes dimensões da máquina, fazem com que as perdas mecânicas passem a ter grande influência no cálculo do rendimento total.

A ligeira melhoria do desempenho, obtida com a carenagem sôbre o Pitot e suporte, confirmam a importância da forma dessa peça na perfomance da bomba.

O menor deslizamento obtido na última versão mostram que não pode-se abrir mão do uso de pás para uma melhor transferência de energia.

REFERÊNCIAS

1 BARSKE, U. M. "Development of Some Unconventional Centrifugal Pumps". Proceedings of the Instituition of Mechanical Engineers, Lond, 1960, v. 174, n.11, p. 437-461.

2 BALGÉ, O. E. Turbomachines, John Wiley & Sons, New York,(1981).

3 ANDRADE FILHO, L. S., "Bomba Pitot de Baixa Rotação Específica", Dissertação de Mestrado, Centro de Tecnologia U.F.Pb, (1984).

4 PFLEIDERER,C. & PETERMANN H. Máquinas de Fluxo, Livros Técnicos e Científicos S.A. Rio de Janeiro, (1979).

SUMMARY

A model Pitot pump designed to operate at lower specific speeds than usual, was constructed. Tentative equations are presented to describe the various types of losses in this type of pumps. Characteristc curves are plotted for the basic prototype and modifications designed to improve efficiency and raise discharge pressure.

ESTUDO DO DESEMPENHO DE UM ROTOR DE ARRASTO DIFERENCIAL

ABCM ABEnS PUC/RJ

WALDYR LUIZ RIBEIRO GALLO
CHANG YU-LIU
UNICAMP-FEC-DEM

RESUMO

Neste trabalho são apresentados os resultados da simulação do desempenho de um tipo de rotor de arrasto diferencial, através do método dos tubos de Corrente Múltiplos. São também apresentados resultados dos ensaios em túnel de vento com rotor similar ao que foi analisado, para uma confrontação com os resultados do modelamento teórico. O mesmo método de análise é empregado para realizar a previsão do desempenho de outro rotor de arrasto - com proteção para as pás quando se movem contra o vento - e que portanto apresenta maior eficiência.

INTRODUÇÃO

A energia eólica tem sido extensamente pesquisada, principalmente nos países desenvolvidos. Como a finalidade principal que norteia o desenvolvimento de sistemas eólicos é a geração de energia elétrica, os esforços tem se concentrado em rotores que possuam alta eficiência e rotações elevadas - isto é, os rotores tipo hélice ou Darrieus.

Os rotores que funcionam por arrasto diferencial possuem eficiências baixas e operam em rotações também baixas. Tais características são desfavoráveis para a geração de energia elétrica. Porém, para outros propósitos, tais como o emprego direto da energia mecânica para moer grãos ou para bombeamento d'água, essas características podem ser aceitáveis, desde que o sistema seja simples e barato.

Dos rotores de arrasto diferencial, apenas o rotor tipo Savonius tem sido estudado e os resultados obtidos podem ser encontrados nos trabalhos de ISMAIL [1] e NEUMANN [2]; outros modelos são apresentados na obra de National Academy of Sciences [3], com realizações práticas e na obra clássica de Golding [4], porém sem uma análise detalhada.

Este trabalho apresenta os resultados obtidos no estudo de um rotor simples de arrasto diferencial e discute as possibilidades de arranjos que, com base nesse rotor, apresentem melhor rendimento.

MÉTODO DE SIMULAÇÃO E ENSAIOS EXPERIMENTAIS.

A Simulação do Desempenho do Rotor. O rotor de arrasto analisado é mostrado na Fig. 1 em perspectiva. As pás do rotor constituem-se em perfis em V, de chapa dobrada. Quando o rotor é exposto a uma corrente de ar, surgem forças de arrasto e, uma vez que o arrasto na parte côncava do perfil é maior do que na parte convexa, há um torque líquido sobre o rotor. Tal característica define o princípio de funcionamento dos rotores de arrasto diferencial.

Para a simulação do rotor foi empregado o método dos tubos de corrente múltiplos, utilizado por Strickland [5] com sucesso para a previsão do desempenho do rotor Darrieus.

Na Fig. 2 vemos um esquema do rotor e dois tubos de corrente que o atravessam. A pá representada possui um comprimento R_2 e o perfil indicado no corte B-B. O raio R_1 indica a dimensão do cubo que suporta as pás. Para cada tubo de corrente, supõe-se uma velocidade de vento (U_i) constante, determinada iterativamente.

Pela teoria da quantidade de movimento de Glauert |6|, a força de arrasto produzida no rotor, devida à variação da quantidade de movimento do ar que atravessa o rotor é dada por:

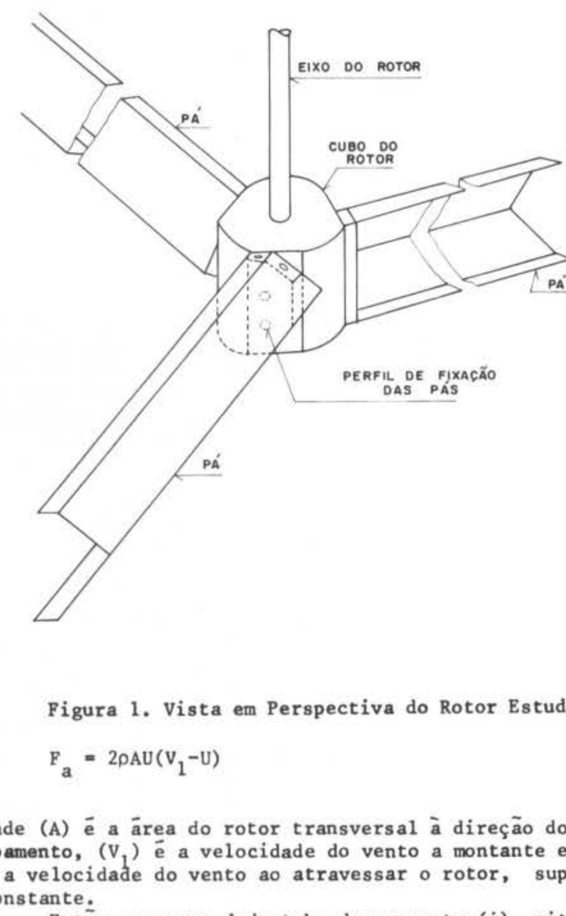


Figura 1. Vista em Perspectiva do Rotor Estudado

$$F_a = 2\rho AU(V_1-U) \tag{1}$$

onde (A) é a área do rotor transversal à direção do escoamento, (V_1) é a velocidade do vento a montante e (U) é a velocidade do vento ao atravessar o rotor, suposta constante.

Então, para um dado tubo de corrente (i) situado a uma distância (D) do eixo, podemos escrever:

$$F_i(D) = 2\rho A_i U_i(V_1-U_i) \tag{2}$$

Por outro lado, a componente normal da força que atua sobre a pá, a uma distância (D) do eixo e num ângulo (θ) entre a posição instantânea da pá e a direção do vento a montante pode ser escrita como:

$$F_N(D,\theta) = \frac{1}{2}\,\rho A_p C_D U_{RN}^2 \qquad (3)$$

onde (Ap) representa a área da pá dentro do tubo de corrente (CD) é o coeficiente de arrasto e (URN) é a componente normal à pá da velocidade relativa entre a pá e o vento.

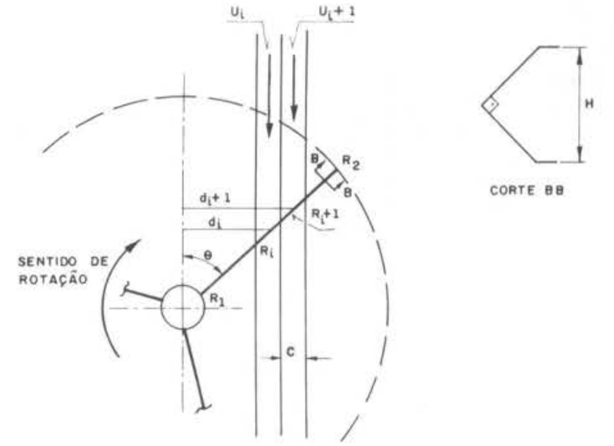


Figura 2. O Rotor de Arrasto

A determinação de U_i para um dado tubo de corrente é feita iterativamente a partir da igualdade entre o torque produzido pela força $F_i(D)$ - dada pela eq. (2) e o torque médio produzido pela força $F_N(D,\theta)$ - dada pela eq. (3). Tratando-se as variáveis de forma adimensionalizada, a equação utilizada para tal propósito é:

$$\frac{U_i}{V_1}\left(1 - \frac{U_i}{V_1}\right) = \frac{N}{4.N\theta}\left(\frac{U_T}{V_1}\right)^2 \sum_{\theta} \pm \frac{C_{Dj}}{\operatorname{sen}^2\theta}\left(\frac{U_{RN}}{U_T}\right)^2 \qquad (4)$$

onde (N) representa o número de pás, (N_θ) o número de incrementos na variável (θ), (U_T) é a velocidade da ponta da pá e (C_{Dj}) é o coeficiente de arrasto correto. O coeficiente de arrasto pode assumir dois valores distintos: será o coeficiente de arrasto do lado côncavo do perfil quando a velocidade relativa normal à pá tiver sentido concordante com o movimento da pá; caso contrário, será o coeficiente de arrasto do lado convexo do perfil. É importante ressaltar que, quando a velocidade local da pá e a velocidade relativa normal possuem mesmo sentido, há uma contribuição positiva para o torque motor; caso contrário, está havendo um torque resistivo de sinal negativo.

Para se determinar (U_i), assume-se um valor para essa variável, com o qual se determina (U_{RN}) e se a contribuição local é motora ou resistiva. Calcula-se então separadamente o membro esquerdo e o direito da expressão (4) e se verifica a igualdade. Através de aproximações sucessivas se obtém o valor de (U_i) para o tubo de corrente considerado.

Define-se a rotação (ou velocidade) específica do rotor como:

$$ROT = \frac{U_T}{V_1} \qquad (5)$$

e o coeficiente de potência (CP) como:

$$CP = \frac{2P}{\rho A_R V_1^{\,3}} \qquad (6)$$

onde A_R é a área da projeção do rotor num plano perpendicular à direção do vento. Uma vez conhecidos os valores de (U_i) para cada tubo de corrente, pode-se mostrar que o coeficiente de potência é dado por:

$$CP = \frac{N(R2-R1)}{2N_\theta N_p^{\,2}R_2}\,(ROT)^3 \sum_{LD\theta}\sum\sum \frac{DC_{Dj}}{\operatorname{sen}^2\theta}\left(\frac{U_{RN}}{U_T}\right)^2 \qquad (7)$$

onde (N_p) é o número de tubos de corrente e L representa os dois lados do rotor, isto é, o lado em que a pá se move na mesma direção do vento e o lado em que a pá se move contra o vento. O coeficiente de momento (torque) é definido por:

$$CM = \frac{2M}{\rho A_R V_1^2 R_2} \qquad (8)$$

onde (M) é o torque produzido. Pode-se provar que

$$CM = \frac{CP}{ROT} \qquad (9)$$

Maiores detalhes relativos ao modelamento do rotor podem ser encontrados na referência |7|.

Ensaios experimentais. Os coeficientes de arrasto para o perfil das pás (lado côncavo e lado convexo) foram obtidos através de ensaios em túnel de vento. Foram ensaiados, também em túnel de vento, modelos em escala do rotor. Nesses ensaios, a rotação foi obtida através de um tacogerador previamente calibrado; o rotor operou acoplado a um motor DC funcionando como gerador e a carga era dissipada através de um reostato. O torque produzido pelo rotor foi obtido através da medida da reação na carcaça do gerador, colocado em balanço. A velocidade do vento a montante do rotor foi medida através de um dispositivo do próprio túnel de vento.

Com base nos ensaios acima descritos, pode ser feita uma comparação entre os resultados da simulação e experimentais. A Fig. (3) mostra essa comparação. Deve ser ressaltado que os resultados experimentais incluem atrito de mancais e os resultados da simulação são puramente aerodinâmicos.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A simulação do rotor foi feita para diferentes números de pás, para diferentes relações R2/R1 e para diferentes valores da relação CD1/CD2 (ou seja, coeficiente de arrasto para o lado côncavo/coeficiente de arrasto para o lado convexo).

A Fig. 4 mostra a influência do número de pás sobre o coeficiente de potência e sobre o coeficiente de momento. Quando o número de pás aumenta, o valor máximo de CM ocorre para valores cada vez menores da velocidade específica (ROT); além disso, quanto maior o número de pás, maiores são os valores de CM, para baixas velocidades específicas. A figura mostra ainda que, para um número maior de pás (CP) máximo ocorre em rotações específicas menores e atinge valores menores.

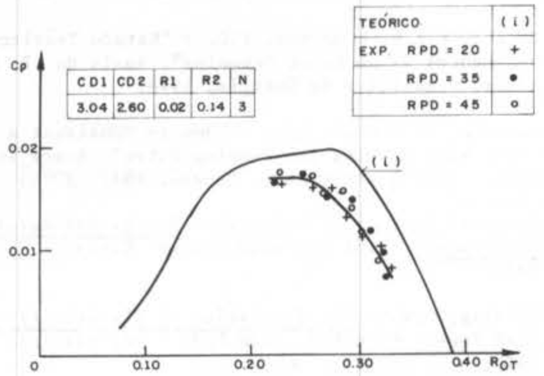


Figura 3. Comparação entre resultados teóricos e experimentais

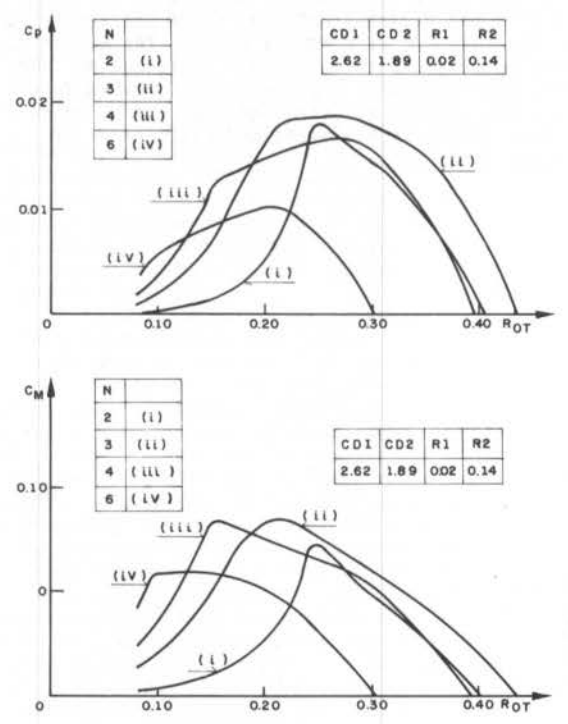


Figura 4. Efeito do número de pás

Na Fig. 5 pode ser visto o efeito da relação R2/R1 sobre o coeficiente de potência. Fica evidente que a menos que essa relação seja muito pequena, pouco efeito ela produz.

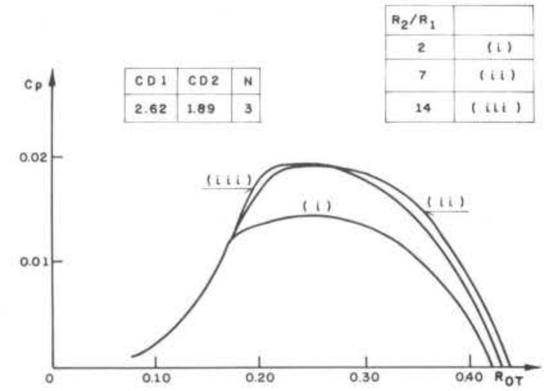


Figura 5. Efeito da geometria das pás (R2/R1)

Foram construídos perfis que diferiam ligeiramente entre si: um com abas inteiriças, outros com rasgos nas abas, com diferentes separações. Com isso, foram obtidos diferentes pares de coeficientes de arrasto. A Fig. 6 mostra o efeito da relação CD1/CD2 sobre o coeficiente de potência. Os valores de $(CP)_{\text{máximo}}$ não são muito diferentes, embora ocorram em rotações específicas um pouco mais altos quanto maior for a relação CD1/CD2.

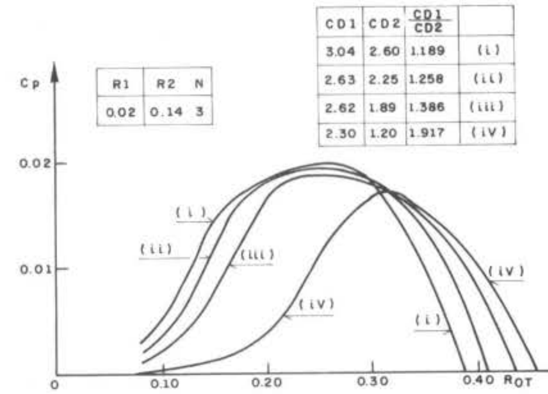


Figura 6. Efeito dos coeficientes de arrasto

A simulação feita indica que os valores máximos de CP são bem pequenos quando comparados a outros tipos de rotores de catavento. Embora os valores de CM não sejam baixos, a rotação específica é bastante baixa, o que resulta em baixas eficiências. O principal motivo pelo qual a eficiência deste tipo de rotor é baixa reside nas altas velocidades relativas entre o vento e pá no lado resistivo do rotor. Caso se desvie o fluxo de ar na parte resistiva do rotor com uma proteção, haverá um ganho substancial em CP. Porém, esse novo rotor agora precisa ser orientado (por um leme) para se manter alinhado. Para a simulação deste novo tipo de rotor, foi assumido, para a componente normal da velocidade relativa adimensionalizada, no lado resistivo do rotor.

$$\frac{U_{RN}}{U_T} = B\,\frac{U_P}{U_T} \qquad (10)$$

onde B é uma constante. Se B é nula, está sendo considerado torque resistivo nulo no lado do rotor que possui a proteção. Se B é unitário, está sendo assumido um torque resistivo semelhante ao produzido pela pá girando em ar parado. O valor efetivo de B dependerá das características construtivas do rotor: se a proteção é fechada em cima e em baixo, o tipo de bordos da proteção, etc.

O resultado da simulação indica que quanto menor o valor de B, maior será CP e maior será a velocidade específica em que ocorre $(CP)_{máximo}$, como pode ser visto na Fig. 7.

Cumpre ainda observar que a área de referência para o cálculo de CP não foi alterada, embora apenas metade do fluxo atinja efetivamente o rotor (na parte motora). Caso se usasse a interpretação usual para a área de referência - área em que o escoamento intercepta o rotor - os valores obtidos seriam duas vezes maiores.

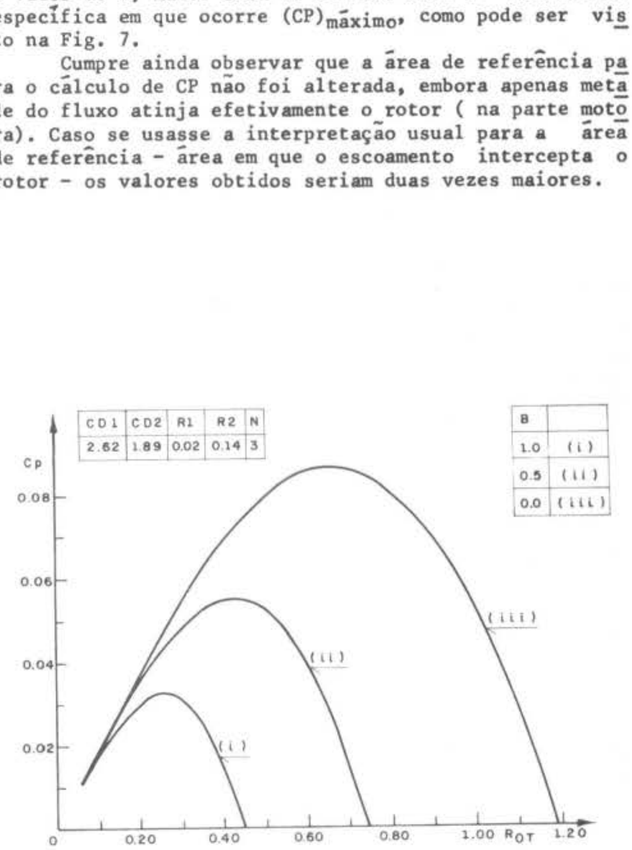


Figura 7. Rotor com proteção - efeito do parâmetro B.

CONCLUSÃO

As limitações inerentes ao modelo empregado na simulação do rotor estudado impedem que este seja utilizado para a predição do campo de velocidade real do escoamento. Porém, para a obtenção das características globais de desempenho o método mostrou ser razoavelmente seguro.

Os coeficientes de potência máximos obtidos com o rotor de arrasto simples são muito baixos para aplicações em sistemas eólicos. Porém, caso se consiga um meio de minimizar o torque resistivo do lado do rotor em que as pás se movem contra o vento, e que mantenha a simplicidade construtiva, pode-se esperar valores de eficiência razoáveis - como no rotor com proteção descrito.

REFERÊNCIAS

[1] Ismail, K.A.R. & Macedo, I.C. - "Estudo Teórico-Experimental de um Rotor Savonius". Anais do I Congresso Brasileiro de Energia, 1978.

[2] Newmann, M. & Chai, L.A. - "How to Construct a Cheap Wind Machine for Pumping Water". Brace Institute - McGill University, Canadá, 1977.

[3] National Academy of Sciences - Energy for Rural Development. Part II: Wind Energy. N.A.S., USA, 1976.

[4] Golding, E.W. - The Generation of Electricity by Wind Power. E. & F.N. Spon Ltd. - 2d. edition, U.K. 1976.

[5] Strickland, J.H. - "Darrieus Turbine: A Performance Prediction Model Using Multiple Streamtubes". Sandia Laboratories SAND 75-0431 - USA, 1975.

[6] Glauert, H. - The Elements of Airfoil and Airscrew Theory. Cambridge University Press, 2d. edition, U.K., 1948.

[7] Gallo, W.L.R. - "Estudo do Desempenho de um Rotor de Arrasto". Dissertação de Mestrado. Publicação FEC 024/84, UNICAMP, 1984.

SUMMARY

Differential drag rotors, apart from Savonius rotor, have never been studied in detail. The performance of a simple differential drag rotor was simulated using the Multiple Streamtubes Method. The number of blades, geometrical relations and differential drag effects were analized. The same method was emploied to simulate another differential drag rotor, whose resistive torque is minimized and efficiency is therefore increased.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

THERMAL SCALE MODELING APPLIED TO THE FIRST BRAZILIAN TYPE SPACECRAFT

ABCM

ABCM ABEnS

PUC/RJ

FERNANDO MANUEL RAMOS
Instituto de Pesquisas Espaciais

PEDRO CARAJILESCOV
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

ABSTRACT

This paper analyses the feasibility of testing reduced-scale thermal models of the first brazilian type spacecraft in simulated space environment and, from the results, obtaining the prototype temperature distribution. General conditions for thermal scaling are established and the temperature preservation and materials preservation techniques are considered. Reduce-scale thermal model are specified and their temperature distributions are calculated and compared to the prototype.

INTRODUCTION

In the thermal design of a spacecraft, one of the major aspects is to assure that, when in orbit, all equipments will operate within their especified temperature limits. This task is accomplished by careful especification of materials, surface coatings and, when necessary, providing devices that will control the heat exchange within the system. Obviously, the designer has to go through a variety of activities such as experimental tests in simulated space environment and numerical simulation of operating conditions in order to identify the critical spots and to come up with a reliable thermal design.

The increased size and complexity of today's satellites are demanding test facilities even bigger with skyrocketing operating costs. It has been observed that thermal tests can represent up to seven percent of the total development cost of a spacecraft [1]. So, the utilization of reduced-scale thermal models, instead of full-scale prototype, allows cheaper and faster tests in smaller instalations.

In the beginning of the american space program, the general conditions for thermal scaling of a spacecraf were determined [2,3] and two major techniques were developed. The first one, named "temperature preservation" technique, establishes the conditions for identical temperatures at homologous locations in model and prototype. So, no temperature reduction is necessary to predict the prototype temperature distributions. In the second technique, named "materials preservation" technique, model and prototype are made of the same materials and, although the temperatures are different at homologous locations, they are related by a predicted ratio. Limitations and errors associated to these techniques were analysed by some authors [4, 5]. After 1965, experimental investigations were carried out to demonstrate the viability of utilizing thermal models. They were considered, for example, in the design of Voyager type spacecraft [6] and in the Apollo Program [7].

The present work analyses the feasibility of developing reduce-scale thermal models for the first brazilian type spacecraft to be launched in 1989. Four models were especified and their thermal behaviors were calculated and compared to the temperature distributions of the prototype.

DESIGN BASIS

For a satellite divided in "n" isothermal regions, the energy balance for the i-th node is given by the equation:

$$\rho_i c_i V_i \frac{d\,T_i}{dt} + \sum_{j=1}^{n} R_{ij}\,\sigma(T_i^4 - T_j^4) + \sum_{j=1}^{n} S_{ij}\,(T_i - T_j) - \phi_i - P_i = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad (1)$$

where $(\rho_i c_i V_i)$ represents the node thermal capacity, R_{ij} and S_{ij} are the radiative and conductive coupling coefficients between nodes i and j, respectively, ϕ_i is the external thermal load due to direct insolation and due to earth reflected, scattered and emitted energy and, finally, P_i is the energy load due to equipment dissipation.

Solutions of the set of equations (1) will provide the thermal behavior of the satellite, as long as the thermal loads for each node are known.

Considering a thermal model of this spacecraft, where each parameter and variable are scaled by a corresponding scale factor, γ, its temperature distribution will be described by the set of equations:

$$\left(\frac{\gamma_\rho \gamma_c \gamma_L^3 \gamma_T}{\gamma_t}\right) \rho_i c_i V_i \frac{dT_i}{dt} + (\gamma_R \gamma_T^4) \sum_{j=1}^{n} R_{ij}\,\sigma(T_i^4 - T_j^4) +$$

$$+ (\gamma_S \gamma_T) \sum_{j=1}^{n} S_{ij}\,(T_i - T_j) - \gamma_\phi \phi_i - \gamma_P P_i = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad (2)$$

Thermal similarity between model and prototype would be obtained by imposing:

$$\frac{\gamma_\rho \gamma_c \gamma_L^3 \gamma_T}{\gamma_t} = \gamma_R \gamma_T^4 = \gamma_S \gamma_T = \gamma_\phi = \gamma_P \qquad (3)$$

The radiative and conductive coupling coefficients and the external thermal load are usually written as

$$R_{ij} = \varepsilon_i A_i \left\{ \sum_{K=1}^{n} F_{iK} \left[\delta_{jK} - (1 - \varepsilon_j) F_{jK}\right]^{-1} \right\} \varepsilon_j , \qquad (4)$$

$$S_{ij} = \frac{K_{ij} A_{ij}}{L_{ij}} + h_{ij} A_{c,ij} , \qquad (5)$$

$$\phi_i = \alpha_i A_i H_i . \qquad (6)$$

In these expressions, A_i, A_{ij}, $A_{c,ij}$ represent the surface area of node i, the cross-sectional area between nodes i and j and the contact area between the adjacent nodes, respectively. Also, ϵ_i and α_i are emissivity and absortivity of node i, K_{ij} and h_{ij} represent the thermal conductivity and the contact heat transfer coefficients. H_i is the external thermal load and F_{ik} in the configuration factor for radiation exchange between surfaces i and k.

In the right hand side of equations (5), the first term represents the materials thermal conductance and the second one is the contact conductance.

Considerind the same surface emissivity in homologous regions in model and prototype and keeping geometrical identity, equations (4), (5) and (6) lead to

$$\gamma_R = \gamma_L^2 \quad , \quad \gamma_S = \gamma_K \gamma_L = \gamma_h \gamma_L^2 \quad , \quad \gamma_\phi = \gamma_\alpha \gamma_L^2 \gamma_H \, . \tag{7}$$

Plugging (7) into (3), follows:

$$\frac{\gamma_\rho \gamma_c \gamma_L^3 \gamma_T}{\gamma_t} = \gamma_L^2 \, \gamma_T^4 = \gamma_K \gamma_L \gamma_T = \gamma_h \gamma_L^2 \gamma_T = \gamma_\alpha \gamma_L^2 \gamma_H = \gamma_P \, . \tag{8}$$

... general, the satellite is made of panels, plates and shells where the temperature distribution can be considered bidimensional. So, it is convenient to scale differently the thickness and the overall dimensions of the elements. This procedure allows the designer to scale the heat conductances by scaling the heat flow area. Considering γ_δ as the thickness scale factor, follows:

$$\frac{\gamma_\rho \gamma_c \gamma_\delta \gamma_L^2 \gamma_T}{\gamma_t} = \gamma_L^2 \gamma_T^4 = \gamma_K \gamma_\delta \gamma_T = \gamma_h \gamma_L^2 \gamma_T = \gamma_\alpha \gamma_L^2 \gamma_T = \gamma_P \tag{9}$$

This expression represents the general criteria for designing reduced-scale thermal models of a given prototype.

ESPECIFICATION OF MODELS

For the application of this technique, it was considered the first brazilian type spacecraft, shown in Fig. 1. General data are given in Table 1.

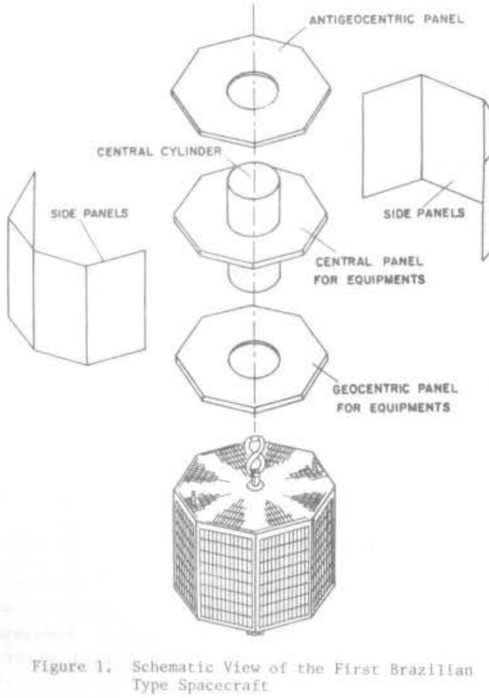


Figure 1. Schematic View of the First Brazilian Type Spacecraft

Table 1. General Data of Prototype

COMPONENTS	MATERIAL	δ (mm)	K (w/m.K)	$\rho c \times 10^5$ (j/m³ K)
Central cylinder	Al 2024	2.00	121.0	25.5
Equipments support panels	Aluminium sandwich panels	26.21	4.42	1.60
Antigeocentric and side panels	Aluminium sandwich panels	13.51	7.79	2.69

Four different models were especified, for steady and transient regimes, according to the temperature and materials preservation techniques, as follows:

TECHNIQUE	Steady State	Transient regime
Temperature preservation	Model I	Model III
Materials preservation	Model II	Model IV

The following criteria were adopted:

a) $\gamma_L = 0.5$ - compromisse between models size and INPE testing facilities;

b) $\gamma_T = 1$ - for temperature preservation;

c) $\gamma_\rho = \gamma_c = \gamma_K = 1$ - for materials preservation;

d) first term of eq.(9) not considered for steady state;

e) $\gamma_\alpha = 1$ - same external coating for model and prototype;

f) $\gamma_h = 1$ - utilization of same thermal contact grease for models and prototype.

The thermal conductivity of the sandwich panels were calculated according to the model of Daniels et alii [8].

Table 2. Selected Data for Thermal Models

	MODEL I		MODEL II		MODEL III		MODEL IV	
COMPONENTS	MATERIAL	δ (mm)	MATERIAL	δ (mm)	MATERIAL	δ (mm)	MATERIAL	δ (mm)
Central Cylinder	SS 430	2.37	Al 2024	1.02	SS 430	2.78	Al 2024	2.00
Equipments support panels	SS 316	1.98	Al 2024	0.41	SS 316	2.00	Aluminium sandwich panels	26.21
Antigeocentric and side panels	SS 316	1.79	Al 2024	0.41	SS 316	1.79	Aluminium sandwich panels	13.61

The most important scale factors are shown in Table 3.

It should be added that the models were designed considering materials with only commercially available dimensions. Although the similarity criteria are not met rigorously, the fabrication of the models are simplified by this restriction.

Table 3. Scaling Factors

	γ_T	γ_t	γ_L	γ_H	γ_P
Model I	1.0	-	0.5	1.0	0.25
Model II	$\sim$ 1.24	-	0.5	$\sim$ 2.30	$\sim$ 0.58
Model III	1.0	$\sim$ 1.95	0.5	1.0	0.25
Model IV	1.59	0.25	0.5	6.35	1.59

RESULTS

The thermal behaviors of the prototype and models were numerically simulated utilizing a computer code developed by the Thermal Control Group of INPE [9]. The systems were divided into isothermal nodes as shown in Fig. 2. For transient conditions, it was considered a circular orbit with radius equal to 700 km and 25 degrees of inclination. This is a typical orbit for the first brazilian spacecraft.

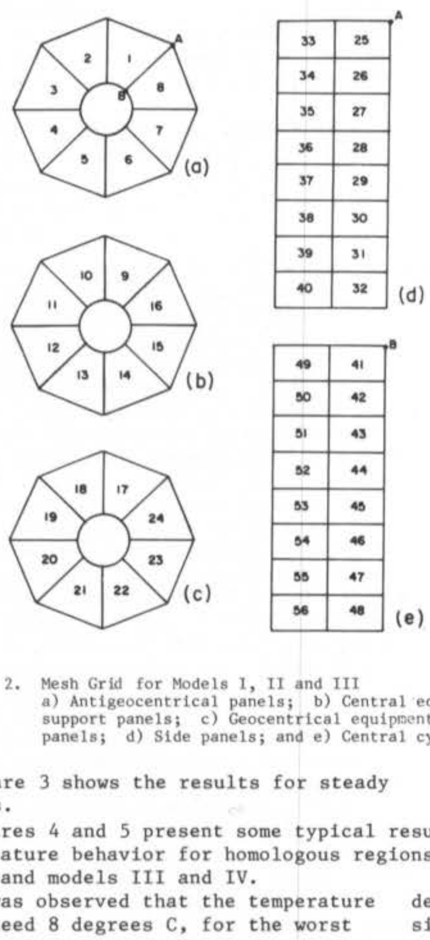


Figure 2. Mesh Grid for Models I, II and III
a) Antigeocentrical panels; b) Central equipment support panels; c) Geocentrical equipment support panels; d) Side panels; and e) Central cylinder.

Figure 3 shows the results for steady state conditions.

Figures 4 and 5 present some typical results of the temperature behavior for homologous regions in prototype and models III and IV.

It was observed that the temperature deviations do not exceed 8 degrees C, for the worst situation. These deviations are attributed to two major causes. The first one is the fact that perfect thermal similarity could not be obtained by selecting commercially available materials, as mentionned before. The second fact is related to the imposition of geometrical similarity based on the external dimensions of the spacecraft. This introduces distorsions in the interior heat exchange areas since, in reduced-scale models, the materials thicknesses are not negligible when compared to the overall linear dimensions of the system. In fact, a careful analysis of this effects shows that for models

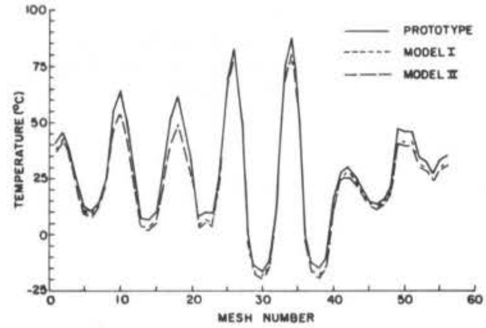


Figure 3. Temperature Distributions for Prototype and Models I and II for Steady State Conditions.

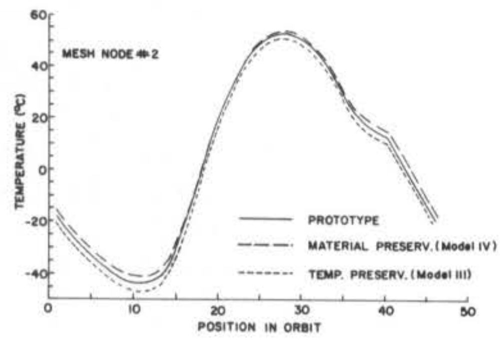


Figure 4. Transient Temperature Behavior of Prototype and Models III and IV (Mesh Node # 2)

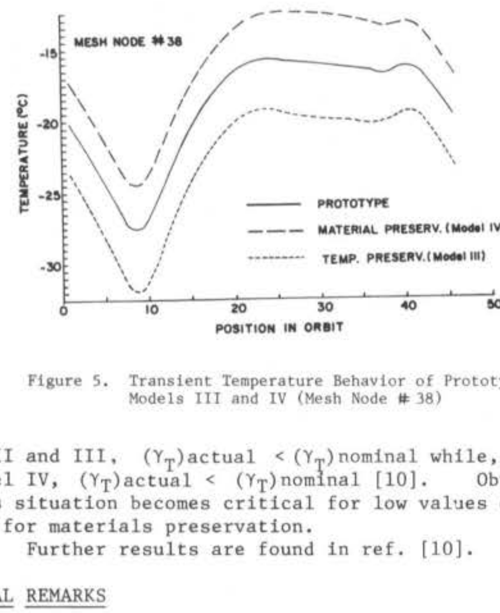


Figure 5. Transient Temperature Behavior of Prototype and Models III and IV (Mesh Node # 38)

I, II and III, (γ_T)actual $<$ (γ_T)nominal while, for model IV, (γ_T)actual $<$ (γ_T)nominal [10]. Obviously, this situation becomes critical for low values of γ_L and for materials preservation.

Further results are found in ref. [10].

FINAL REMARKS

The present work has shown that reduced-scale thermal models could be used in simulation of the first brazilian type spacecraft in simulated space environment and provide reliable temperature distributions for the prototype.

Nevertheless, it should be mentionned:

a) the scale factor, γ_H, for models II and IV, are much greater than unity, which means that the solar energy simulator has to generate a power density many times the earth insolation. This is very difficult to obtain in simulated space environment imposing a restriction in the materials preservation technique.

b) low values of the dimensional scale factor, γ_L, introduce large deviations and uncertainties in the models temperature distributions. Obviously, these situations should be avoided.

REFERENCES

[1] Brinkmann, P.W. et alii, "Economic use of facilities for thermal testing of large satellites and subsystems", In European Space Agency (ESA), Spacecraft Thermal and Environmental Control Systems, France (1972), pp. 387-396.

[2] Katzoff, S., "Similitude in thermal models of spacecraft", Report NASA-TND-1631, Washington (1963).

[3] Jones, B.P., "Thermal similitude studies", J. Spacecraft and Rockets, V.1 (4),(1964),pp.364-369.

[4] Vickers, J.M.F., "A study of thermal scale modeling techniques", Report NASA-CR-52598, Caltech (1963).

[5] Fowle, A.A., Gabron, F. and Vickers, J.M.F., "Thermal scale modeling: an experimental investigation", J.Spacecraft and Rockets, V.3(4), pp. 577-581.

[6] Gabron, F., "Thermal scale modeling techniques for Voyager type spacecraft",Report NASA-CR-87447, Caltech (1967).

[7] Shannon, R.L., "A thermal scale modeling study for Apollo and Apollo aplications", Report NASA-CR-115753 (1972).

[8] Daniels, D.H.W. et alii, "Thermal conductivity of metallic honeycomb sandwich panels", In European Space Research Organization (ESRO), Structural and Thermal Tests: Their Evolution and Present Trends, V.3, Part 1, France (1972), pp. 47-68.

[9] Oliveira Fº, O.B. et alii., "Programas de analise térmica para satélites: Manual do usuário", INPE S.José dos Campos, Brazil(1986), (to be published).

[10] Ramos, F.M. "Análise em escala de modelos térmi cos de satélites", MSc. Thesis, INPE (1986).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

SIMULAÇÃO DO DESEMPENHO DE CAPACITORES TÉRMICOS ASSOCIADOS A RADIADORES PARA USO AEROESPACIAL

ABCM

ABEnS

PUC/RJ

CARLOS LINEU DE FARIA E ALVES
BELVONEI ALVES DE ANDRADE
EDSON LUIZ ZAPAROLI

IEME-IEM-ITA-CTA

RESUMO

Estuda-se um sistema de proteção térmica para componentes eletrônicos em veículos espaciais utilizando material de mudança de fase (MMF) associado a um radiador. No problema discutido os componentes podem dissipar energia variável no tempo e o MMF transfere a energia armazenada para o espaço através de um radiador. O problema de transferência de calor no MMF é formulado a partir da equação da energia colocada na sua forma entalpica supondo que o processo seja dominado por condução. O método de solução é numérico e iterativo pois as equações algébricas obtidas são não lineares.

INTRODUÇÃO

Cada componente de um veículo espacial só operará corretamente quando mantido dentro de uma faixa específica de temperatura.

O problema de controle térmico é realizar a troca de energia entre cada componente e o ambiente em que está de tal maneira que a temperatura deste fique na faixa operacional.

As várias técnicas de controle térmico podem ser classificadas em três grupos:

- Passivo
- Semi-passivo e
- Ativo

Um controle térmico passivo mantém a temperatura de cada componente dentro da faixa desejada através de considerações geométricas e termofísicas somente. Um controle semi-passivo envolve a transferência de calor de uma fonte quente para um sumidouro frio.

Um controle ativo envolve a transferência de calor de uma fonte fria para um sumidouro quente.

Os dois últimos tipos de controle exigem o fornecimento de potência ou movimentação de fluídos, ou partes móveis. Detalhes e descrições de cada um desses sistemas podem ser encontrados em Hale et elli [1].

Como a confiabilidade de um satélite ou espaçonave de longa vida é um fator determinante; os sistemas de controle térmico passivo tornam-se atrativos. Devido a variação dos fluxos de calor que são impostos ao sistema de controle térmico, os capacitores térmicos com materiais de mudança de fase são indicados para estes sistemas conforme mostrado por Fixler [2].

Nas referências [1], [3] e [4] são apresentados vários MMF adequados ao uso espacial e terrestre. Dentre os vários MMF propostos, as parafinas têm sido mais amplamente usadas em ambas as aplicações.

Em seu trabalho Humphies [4] apresenta em detalhes as propriedades de várias parafinas.

Neste trabalho considera-se o sistema de proteção térmica mostrado na Figura 1.

Os componentes eletrônicos geram energia ciclicamente como mostrado na Figura 2.

Deseja-se dimensionar o sistema de controle térmico (SCT) para que o radiador seja o menor possível, isto é, seja dimensionado não pela energia de pico mas por uma energia média.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Sendo o processo de transferência de calor controlado por condução unidimensional, tem-se:

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(K_i \frac{\partial T}{\partial x}\right) \qquad (1)$$

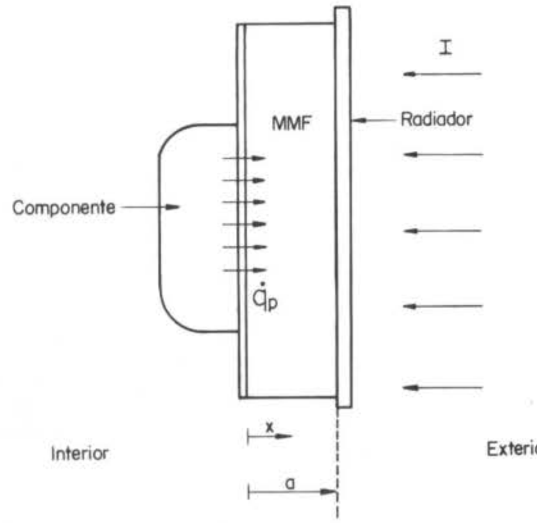


Figura 1. Configuração do Problema

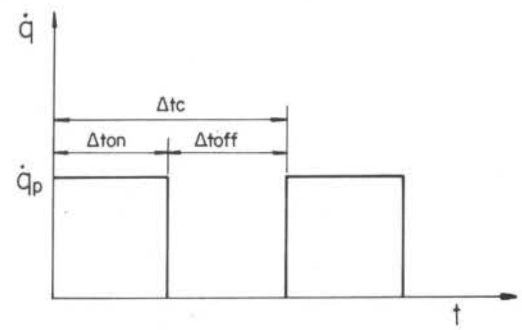


Figura 2. Potência Gerada pelo Componente

com i=s, para a fase sólida e i=l, para a fase líquida.

Definindo:

$$\tilde{C}(T) = \frac{dH(T)}{dT} = \rho_i c_i + \rho_s L \delta\ (T-Tm) \qquad (2)$$

como calor específico por unidade de volume que leva em conta o salto da entalpia na mudança de fase, onde L é o calor latente, $\delta(T-Tm)$ é a função de Dirac, H é a ental pia por unidade de volume e ρ a densidade.

Pode-se mostrar conforme Bonacina [6], que a equação (1) deve ser escrita como:

$$\tilde{C}(T)\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\tilde{K}(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right) \tag{3}$$

onde $\tilde{C}(T)$ e $\tilde{K}(T)$, a condutividade térmica do MMF, devem ser colocados nas formas abaixo segundo Bonacina [6] e Alves [8],

$$\tilde{C}(T)=\begin{cases} C_s(T) & \text{para } T<Tm-\Delta T \\ C_1(T) & \text{para } T>Tm+\Delta T \\ \dfrac{\rho_s L}{2\Delta T}+\dfrac{C_s(Tm-\Delta T)+C_1(Tm+\Delta T)}{2} & \text{para } Tm-\Delta T\le T\le Tm+\Delta T \end{cases} \tag{4}$$

e

$$\tilde{K}(T)\begin{cases} K_s(T) & \text{para } T<Tm-\Delta T \\ K_1(T) & \text{para } T>Tm+\Delta T \\ K_s(Tm-\Delta T)+\dfrac{K_1(Tm+\Delta T)-K_s(Tm-\Delta T)}{2\Delta T}\cdot[T-(Tm-\Delta T)], & \text{para } Tm-\Delta T\le Tm+\Delta T \end{cases} \tag{5}$$

onde: Tm = temperatura de mudança de fase
ΔT = metade da faixa de mudança de fase.

As condições de contorno são dadas por:

$$-\tilde{K}(T)\frac{\partial T(0,t)}{\partial x}=\begin{cases} \dot{q}_p & \text{para } 0\le t<\Delta ton \\ 0 & \text{para } \Delta ton\le t\le\Delta tc \end{cases} \tag{6}$$

Supondo que o dispositivo fica ligado durante o intervalo de tempo Δton, dissipando a potência $\dot{q}_p$ por unidade de área e fica desligado até completar o intervalo de tempo do ciclo e por:

$$-\tilde{K}(T)\frac{\partial T(a,t)}{\partial x}=\varepsilon\sigma T^4(a,t)-\alpha I \tag{7}$$

Assumindo que a temperatura do meio externo seja de 0 ºK.

onde: ε = emissividade do radiador
α = absortividade do radiador
σ = constante de Stefan-Boltzmann
a = espessura do MMF
I = fluxo de radiação incidente

Como condição inicial supõe-se que todo o MMF esteja na temperatura de mudança de fase, ou seja:

$$T(x,0)=Tm \tag{8}$$

ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES

Para a adimensionalização das equações é conveniente definir:

$\tau = t/\Delta ton$ (9) como tempo adimensional;

$Y = x/a$ (10) como coordenada adimensional;

$\Phi = \dfrac{T}{Tm-\Delta T}$ (11) como temperatura adimensional;

$\hat{K} = \tilde{K}/Ks$ (12) como condutividade adimensional;

$\hat{C} = \tilde{C}/Cs$ (13) como calor específico volumétrico adimensional;

$\hat{q}_p = \dfrac{\dot{q}_p}{q_0}$ (14) como energia adimensional gerada pelo componente, onde q_0 é o fluxo de calor constante, necessário para fundir toda a massa de MMF à temperatura $Tm-\Delta T$ no intervalo de tempo Δton sendo portanto dado por:

$$q_0=\frac{\rho sLa}{\Delta ton} \tag{15}$$

e

$\hat{I} = \dfrac{I}{q_0}$ (16) como radiação incidente adimencional.

Realizando a adimensionalização a equação diferencial fica:

$$\hat{C}(\phi)\frac{\partial\phi(Y,\tau)}{\partial Y}=\frac{1}{F_0}\frac{\partial}{\partial Y}\left[\hat{K}(\phi)\frac{\partial\phi(Y,\tau)}{\partial Y}\right] \tag{17}$$

e a condição inicial fica:

$$\Phi(Y,0)=Tm/Tm-\Delta T\quad,\quad 0\le Y\le 1 \tag{18}$$

As condições de contorno ficam:

$$-\hat{K}(\phi)\frac{\partial\Phi(0,\tau)}{\partial Y}=\begin{cases} L_s\,\hat{q}_p & \text{para } 0\le\tau<1 \\ 0 & \text{para } 1\le\tau\le\tau c \end{cases} \tag{19}$$

e

$$-\hat{K}(\phi)\frac{\partial\Phi(1,\tau)}{\partial Y}=E_s\Phi^4(1,\tau)-L_s\alpha\hat{I} \tag{20}$$

onde:

$$F_0=\frac{K_s\,\Delta ton}{C_s\,a^2} \tag{20}$$

$$L_s=\frac{\rho_s\,L\,a^2}{\Delta ton\,(Tm-\Delta T)\,K_s} \tag{22}$$

$$\tau c=\Delta tc/\Delta ton \tag{23}$$

$$E_s=\frac{\varepsilon\sigma(Tm-\Delta T)^3\,a}{K_s} \tag{24}$$

LINEARIZAÇÃO DA CONDIÇÃO DE CONTORNO DE RADIAÇÃO

Conforme Saboya [10] e França [11] para facilitar a solução numérica, a função $\Phi^4(1,\tau)$ deve ser linearizada por uma expansão de Taylor em torno de uma solução $\bar{\Phi}(1,\tau)$ com distribuição inicialmente dada.

$$f(\phi)=\Phi^4 \tag{25}$$

$$f(\phi)=f(\bar{\Phi})+f'(\bar{\Phi})(\phi-\bar{\Phi})+\mathcal{O}[(\phi-\bar{\Phi})^2] \tag{26}$$

$$\Phi^4\cong 4\bar{\Phi}^3\,\Phi-3\bar{\Phi}^4 \tag{27}$$

Logo a equação (20) fica:

$$-\hat{K}(\phi)\ \frac{\partial\phi(1,\tau)}{\partial Y} = E_s(4\hat{\Phi}^3\,\phi - 3\hat{\Phi}^4) - L_s\,\alpha\,\hat{I} \qquad (28)$$

MÉTODO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE MUDANÇA DE FASE

Para a obtenção das equações algébricas utiliza-se a técnica dos volumes de controle descrita por Patankar [9] e utilizada por Alves [7 e 8] que consiste em discretizar o domínio como mostrado na Figura 3 e integrar a equação em cada volume de controle. Para uma formulação implícita e um volume de controle típico a equação é dada por

$$a_p\ \phi_P^1 - a_e\ \phi_E^1 - a_w\ \phi_W^1 = a_{po}\ \phi_P^0 \quad , \qquad (29)$$

para os pontos nodais 2 a M-1, onde o expoente "1" indica o tempo seguinte e o expoente "0" o tempo atual, os índices em letras maiúsculas indicam os pontos nodais e em letra minúsculas as fronteiras dos volumes de controle. Os coeficientes a_{po}, a_e, a_w e a_p são definidos pelas equações (32), (33), (34) e (35) respectivamente.

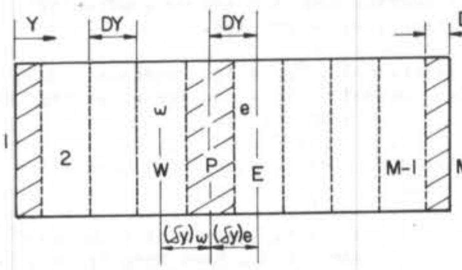


Figura 3. Discretização do Problema

Para o volume de controle sujeito ao fluxo de calor dos componentes (ponto nodal 1) a equação é dada por

$$(a_{po} + a_e)\,\phi_P^1 - a_e\,\phi_E^1 = a_{po}\,\phi_P^0 + \begin{cases} L_s\hat{q}_p & \text{para } 0\leq\tau<1 \\ 0 & \text{para } 1\leq\tau\leq\tau c \end{cases} \qquad (30)$$

Para o volume de controle com condição de contorno de radiação (ponto nodal M) a equação é

$$(a_{po} + a_w + 4E_s\ \hat{\Phi}_P^{0\,3})\,\phi_P^1 - a_w\,\phi_W^1 = a_{po}\,\phi_P^0 + 3E_s\,\hat{\Phi}_P^{0\,4} + \alpha\ \hat{I}L_s \qquad (31)$$

onde:

$$a_{po} = \frac{\hat{C}\ \Delta Y}{\Delta\tau} \qquad (32)$$

$$a_e = \frac{\hat{K}_e}{(\Delta Y)_e} \qquad (33)$$

$$a_w = \frac{\hat{K}_e}{(\Delta Y)_w} \qquad (34)$$

$$a_p = a_{po} + a_e + a_w \qquad (35)$$

Das equações (29) à (35) nota-se que os coeficientes são funções das propriedades $\hat{C}$ e $\hat{K}$ do MMF e que estas propriedades são funções da temperatura, logo o método de solução iterativo é indicado.

Depois de resolvido o sistema de equações (18), (29) à (35), a distribuição $\Phi(1,\tau)$ encontrada é comparada com a distribuição $\bar{\Phi}(1,\tau)$ anteriormente avaliada. Quando um critério de convergência, por exemplo $\left(\frac{|\phi-\bar{\Phi}|}{\bar{\Phi}}\right) < 0.01$), for satisfeito a solução é adotada como a distibuição de temperaturas, caso contrário faz-se $\bar{\Phi}=\phi$ e nova iteração é recomeçada.

RESULTADOS

Os resultados para os valores da temperatura máxima adimensional da parafina, próximo ao componente, próximo do radiador e a posição da fronteira líquida foram obtidos numericamente levando-se em consideração a variação de quatro parâmetros:

- Espessura da camada de MMF (dimensão do capacitor - a);
- Potência dissipada pelos componentes eletrônicos no interior do satélite ($\dot{q}_p$);
- Intensidade de radiação incidente (I) e
- Emissividade do radiador (EPS).

A Figura 4 mostra a variação da temperatura adimensional do MMF próximo aos componentes.

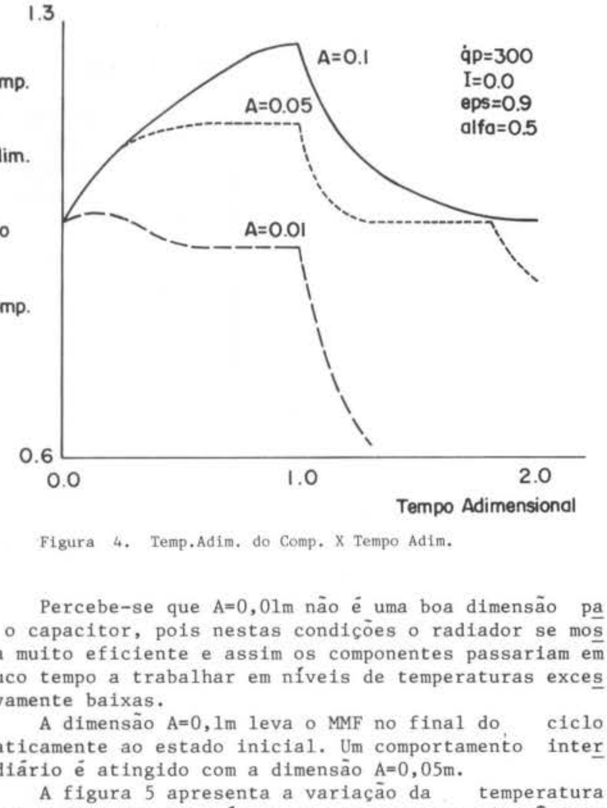


Figura 4. Temp.Adim. do Comp. X Tempo Adim.

Percebe-se que A=0,01m não é uma boa dimensão para o capacitor, pois nestas condições o radiador se mostra muito eficiente e assim os componentes passariam em pouco tempo a trabalhar em níveis de temperaturas excessivamente baixas.

A dimensão A=0,1m leva o MMF no final do ciclo praticamente ao estado inicial. Um comportamento intermediário é atingido com a dimensão A=0,05m.

A figura 5 apresenta a variação da temperatura adimensional do MMF próximo aos componentes eletrônicos para três valores de intensidade de radiação.

Percebe-se claramente o acréscimo das temperaturas com o aumento da intensidade de radiação. Para os tempos iniciais as curvas coincidem para os três casos. Pode-se atribuir, este fato a inercia térmica do capacitor, sujeito às oscilações de fluxo de calor.

Percebe-se que o aumento da intensidade de radiação conduz a efeitos muito parecidos com aqueles provocados pela diminuição da emissividade.

A Figura 6 mostra os valores da temperatura próximo aos componentes para quatro ciclos de funcionamento. É nítida uma forte tendência a estabilização já que as distâncias entre picos diminuem com o tempo.

A Figura 7 mostra a posição da fronteira líquida para um ciclo de funcionamento até o tempo 1,0, que corresponde a parte do ciclo onde há geração de calor pelos componentes e a fronteira avança gradativamente. A partir daí recua bruscamente, e no final do ciclo, todo o MMF se encontra no estado sólido, portanto preparado para o ciclo seguinte.

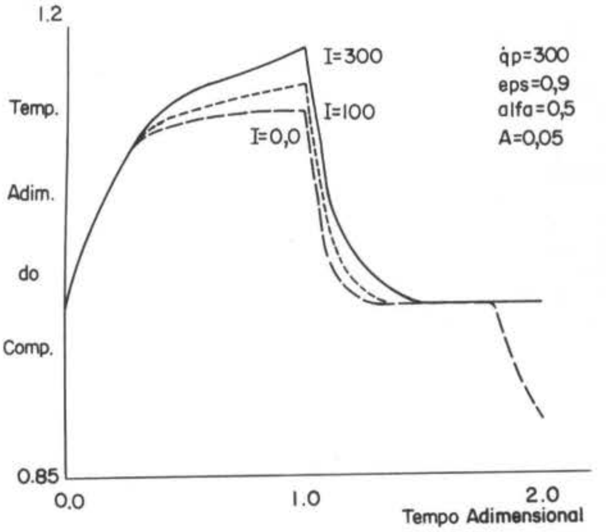


Figura 5. Temp. Adim. do Comp. X Tempo Adim.

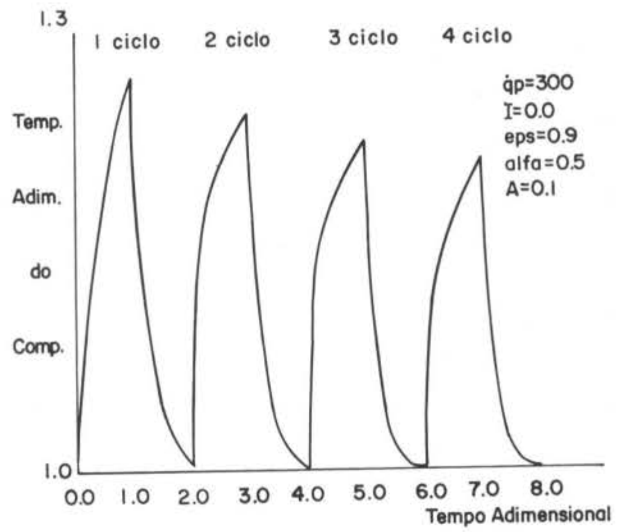


Figura 6. Temp. Adim. do Comp. X Tempo Adim.

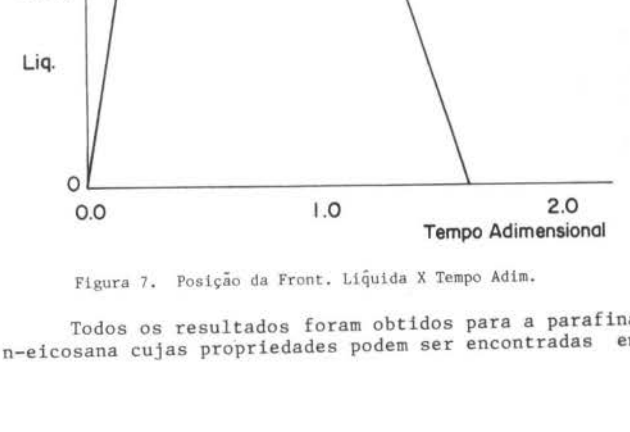


Figura 7. Posição da Front. Líquida X Tempo Adim.

Todos os resultados foram obtidos para a parafina n-eicosana cujas propriedades podem ser encontradas em Humphries [4].

CONCLUSÕES

O método de solução utilizada permite o estudo da distribuição de temperatura ao longo do tempo nas posições próximo aos componentes e próximo do radiador. Conhecendo-se a distribuição próximo aos componentes pode-se prever potência máxima permissível a ser dissipada pelos componentes para que trabalhem dentro da faixa de temperatura operacional. Com a distribuição próximo ao radiador pode-se calcular o calor dissipado por ele e projetá-lo para uma menor área possível pois estará sendo projetado por uma potência média e não a de pico.

Pretende-se desenvolver e discutir o estudo para uma faixa maior de parâmetros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Hale, D.V.; Hoover, M.F. and O'Neill,M.J., "Phase Change Materials Handbook" - NASA CR-61363 - Sept 1971.

[2] Fixler, S.L., "Satéllite Thermal Control Using Phase-Change Materials". J.Spacecraft and Rockets V.3, nº 9, pp. 1362-1368, Sept. 1966.

[3] Lorch, H.G. et alli, "Thermal Energy Storage for Solar Heating and off-Peak Air Condioning", Energy Conversion, V.15, pp. 1-8, 1975.

[4] Humphries, W.R., "A Design Handbook for Phase Change Thermal Control and Energy Storage Devices NASA TP-1074 - Nov. 1977.

[5] Özisik, M.N., Heat Contuction , John Wiley and Son 1980.

[6] Bonacina, C.et elli, "Numerical Solution of Phase Change Problems", Int.J.Heat Mass Trafer, V. 16, pp. 1825-1832, 1973.

[7] Alves, C.L.F., "Análise Numérica de Armazenadores Térmicos por Calor Latente", III Congresso Brasileiro de Energia, pp. 86-95, Rio de Janeiro, Out. 1984.

[8] Alves, C.L.F., "Análise Numérica de Solidificação Controlada por Condução em Lingotamento Contínuo" 6º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências dos Materiais - PUC-RJ/DCMM, Rio de Janeiro, Dez 1984.

[9] Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Mc Graw-Hill, 1980

[10] Saboya, S.M., "Regime não Permanente em Radiadores Térmicos de Tubo Aletado". Anais do 2º Cong. Latino Americano de Transf.Calor e Matéria, São Paulo, 1986.

[11] França, L.L.C.P., "Aplicação do Modelo de Duas Bandas na Formulação de um Aparato em Forma de Colmeia de Abelha para Absorver Energia Solar"- Tese de Mestrado Departamento de Engenharia Mecânica PUC/RJ, 1983.

ABSTRACT

This work is concerned with thermal protection with phase change material (PCM) and a radiator for spacecraft electronic components. The component heat dissipation rate is time dependent, this energy being stored by the PCM and irradiated to space. The heat conduction equation is rewritten in the entalpic form, and this nonlinear problem is solved iteratively by an implicit finite difference scheme, providing results for the temperature variation and solid-liquid interface propagation.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ANÁLISE DE PERFIS AERODINÂMICOS
1ª PARTE: ASPECTOS GERAIS

ABCM ABEnS

PAULO DE CAMARGO FANTINATI
MIGUEL HIROO HIRATA
Laboratório de Mecânica dos Fluidos-Aerodinâmica PEM - COPPE/UFRJ

PUC/RJ

RESUMO

É feito um equacionamento geral para a geometria de aerofólios, bem como para a dinâmica do escoamento ao seu redor. Descreve-se, em seguida, um procedimento para o cálculo da velocidade e pressão sobre sua superfície. Este procedimento é utilizado, também, para o cálculo da forma do perfil associado a uma dada distribuição de pressão.

I. INTRODUÇÃO

Os avanços recentes no campo da aeronáutica, com novas concepções de uso civil, para operar em velocidades subsônicas, trás consigo a necessidade de análises e estudos de novas formas de aerofólios, que possam operar em condições extremas, para as quais os perfis convencionais não foram concebidos. Na aeronáutica merece, ainda, consideração especial os novos conceitos de propulsão ("turbo prop" e "prop fan").

No aproveitamento da energia cinética dos ventos, com a utilização de rotores eólicos (de eixo vertical ou horizontal) a análise de aerofólios que trabalham em condições extremas é fundamental.

Tendo em vista estas aplicações é que se vislumbrou a necessidade de se estabelecer um programa para a análise de aerofólios que operam em condições extremas. O presente trabalho apresenta os primeiros resultados que, apesar de preliminares, são bastantes animadores. Estes resultados referem-se, apenas, as análises teóricas iniciais e possuem dois objetivos.

- desenvolvimento e implantação de um algorítmo para o cálculo do campo de velocidade e de pressão na superfície de um aerofólio, sendo conhecida sua geometria.
- desenvolvimento e implantação de um algorítmo que permita a obtenção da geometria de uma aerofólio, sendo conhecida a distribuição de pressão na sua superfície.

São apresentados alguns resultados iniciais os quais são comparados com dados conhecidos da literatura; como já mencionado os resultados são animadores.

II. EQUACIONAMENTO BÁSICO

1. Aspectos Geométricos

Consideremos a figura (1) onde são indicados os principais elementos geométricos e aerodinâmicos a serem utilizados. Observamos que, a grandes distâncias do aerofólio, a velocidade incidente V forma um ângulo α com o eixo x, tal que $(-V\cos\alpha,\ V\sin\alpha)$.

A superfície do aerofólio é definida como

$$y = \begin{cases} y_D(x) & \text{para o dorso} \\ y_F(x) & \text{para a face} \end{cases} \tag{1}$$

É, no entanto, comum e conveniente escrevermos

$$\begin{aligned} y_D(x) &= y_c(x) + y_T(x) \\ y_F(x) &= y_c(c) - y_F(x) \end{aligned} \tag{2}$$

onde, evidentemente $y_c(x)$ é uma função que define a curvatura e $y_T(c)$ a distribuição da espessura.

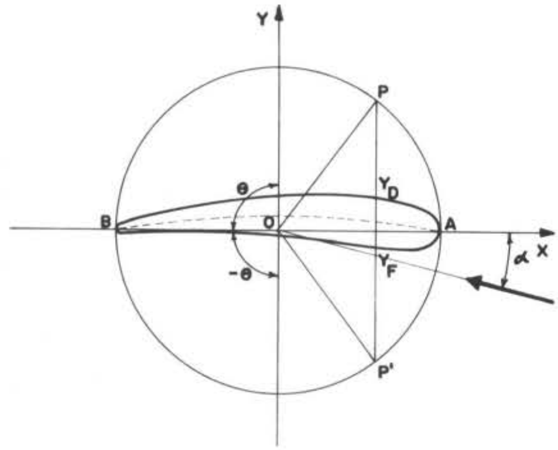


FIGURA 1
ELEMENTOS GEOMÉTRICOS E CINEMÁTICOS

Tendo em vista desenvolvimento futuros exprimiremos a surperfície do aerofólio, como sugerido por BRENNAN e STEVENSON [3]

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}\lambda\tan\frac{\Theta}{2} + \frac{1}{2}\tau\,\text{cotan}\,\frac{\Theta}{2} + F(\Theta) \tag{3}$$

com a função $F(\Theta)$ admitindo uma expansão em série de Fourier:

$$F(\Theta) = \frac{1}{2}\,Co - \sum_{n=1}^{\infty}(An\cos n\Theta + B\,n\sin n\Theta),$$

$$0 \leq \Theta \leq \pi .$$

Se indicarmos o comprimento do fólio por $AB = C$, então podemos relacionar os ráios de curvatura do bordo de ataque (ρ_A) e do bordo de fuga (ρ_B) com os parâmetros λ e τ, isto é

$$\rho_A = \frac{C}{2}\lambda^2 \quad \text{e} \quad \rho_B = \frac{C}{2}\tau^2 \tag{4}$$

2. Aspectos Aerodinâmicos

Como de praxe no estudo da Teoria de Asa, assumiremos que os escoamento desenvolve-se incompressível e irrotacionalmente. Desta maneira se indicarmos o campo de velocidade, o qual se supõe independente da variável temporal, por $\underline{u}\ (x,y)$, teremos

$$\underline{u} = \nabla\phi\ (x,y),\ \phi\ (x,y) = \text{potencial de velocidade.}$$

que é definido pelo problema de valor de contorno [2]

$$\nabla \cdot \underset{\sim}{u} = \nabla^2\phi = 0 \quad \text{na região fluida}$$

$$\underset{\sim}{u} \cdot \underset{\sim}{n} = (\nabla\phi) \cdot \underset{\sim}{n} = 0 \quad \text{sobre a superfície do fólio} \tag{5}$$

$$|\underset{\sim}{u}| = |\nabla\phi| \rightarrow V \qquad r = (x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow \infty$$

Condição de Kutta.

Para prosseguirmos assumiremos que o fólio seja fino, isto é $\frac{y}{c} = 0(\epsilon)$, onde ϵ é um parâmetro pequeno ($\epsilon \rightarrow 0$). Está restrição nos permite exprimir o campo de velocidade como composto do escoamento principal e uma perturbação associada a presença do aerofólio , bem como linearizar o problema. Utilizando-se da notação complexa, exprimiremos a velocidade complexa como

$$w = (-V\cos\alpha + u) - i(V\sin\alpha + v) \tag{6A}$$

onde u e v correspondem a perturbação imposta pela presença do fólio, que será indicada como

$$f = u - iv. \tag{6B}$$

Seguindo Milne-Thompson [4] assumiremos, sem perda de generalidade, c, V e $(1/2)\rho V^2$ como referências de comprimento, velocidade e pressão, i.é, com valor unitário. Desenvolvendo a condição de contorno temos

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v + \sin\alpha}{u - \cos\alpha} \quad \text{sobre a superfície do fólio} \tag{7A}$$

e desprezando termos de ordem superior resulta

$$\frac{dy}{dx} = -(v + \alpha) \quad \text{sobre a superfície do fólio} \tag{7B}$$

Considerando a expressão (3) resulta

$$i2v = i\lambda\tan\frac{\Theta}{2} - i\tau\,\text{cotan}\,\frac{\Theta}{2} - i(2\alpha + Co) - 2i\sum_{n=1}^{\infty}(An\cos n\Theta + Bn\sin n\Theta)$$

A expressão (6B) é usada, a seguir, juntamente com a transformação

$$4Z = \zeta + \frac{1}{\zeta} \tag{8}$$

para que possamos finalmente escrever a velocidade complexa (perturbação) como:

$$f(\zeta) = \frac{\lambda - i(Co + 2\alpha)}{-i} - \frac{\tau}{\zeta + 1} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{Bn + iAn}{(-\zeta)^n}\right) \tag{9}$$

e separando as partes real e imaginária:

$$u = -\left[\frac{\lambda + \tau + (2\alpha + Co)\tan\Theta/2}{2}\right] + \sum_{n=1}^{\infty}(-An\sin n\Theta + Bn\cos\Theta) \tag{10A}$$

$$v = \left[\frac{\lambda\tan\Theta/2 - \tau\,\text{cotan}\,\Theta/2 - (2\alpha + Co)}{2}\right] - \sum_{n=1}^{\infty}(An\cos n\Theta + Bn\sin n\Theta) \tag{10B}$$

A distribuição de pressão pode ser facilmente obtida, a partir da forma linearizada da equação de Bernaulli, ié

$$p = 2u \tag{11}$$

onde u é dado por (10A).

A expressão (2) nos sugere que a pressão seja reescrita como a soma de duas parcelas

$$p(\Theta) = p_C(\Theta + p_T(\Theta)) \tag{12A}$$

onde temos

$$p_C(\Theta) = \frac{1}{2}\; p(\Theta) - p(-\Theta) \; = \text{função impar em } \Theta$$

$$p_T(\Theta) = \frac{1}{2}\; p(\Theta) + p(-\Theta) \; = \text{função par em } \Theta \tag{12B}$$

com p_C e p_T associados respectivamente com os efeitos de curvatura e espessura respectivamente.

Torna-se claro, portanto, que se utilizarmos (11) e (12B) temos

$$p_C(\Theta) = -2(\alpha - \alpha_i)\tan\frac{\Theta}{2} - 2\sum_{n=1}^{\infty} An\sin n\Theta$$

$$p_T(\Theta) = -\lambda - \tau + 2\sum_{n=1}^{\infty} Bn\cos n\Theta \tag{13}$$

onde $\alpha_i = -\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{dy}{dx}\,d\Theta$ = angulo de ataque ideal.

Levando-se em conta que podemos exprimir dy/dx como uma soma de duas parcelas associadas, também, aos efeitos de curvatura e espessura temos:

$$\frac{dy_C}{dx} = -\alpha_i + \sum_{n=1}^{\infty} An\cos n\Theta \tag{14}$$

$$\frac{dy_T}{dx} = \frac{1}{2}\left(-\lambda\tan\frac{\Theta}{2} + \tau\,\text{cotan}\,\frac{\Theta}{2}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} Bn\sin n\Theta \tag{14}$$

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

1. O Problema Inverso

Na figura (2) é apresentado o perfil NACA 0012 - (parte A) - e o perfil - (parte B) - obtido a partir da distribuição de pressão - vide figura 3.A, com a utilização da expressão (14).

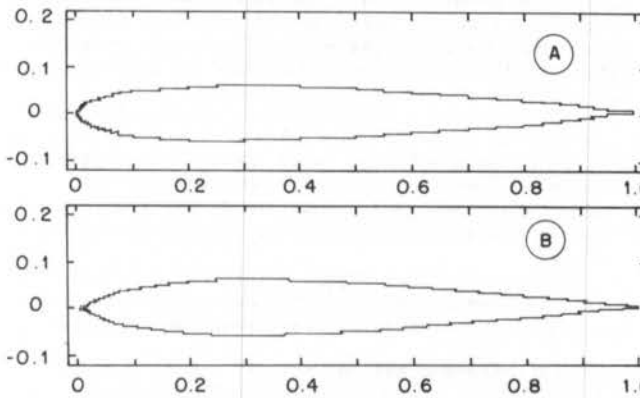


FIGURA 2
PARTE A: perfil NACA 0012, PARTE B: perfil obtido

X	Y	Yc	|Y-Yc| / |Y|
0.0	0.0000	-0.0069	-----
0.1	0.0468	0.0412	0.1196
0.2	0.0574	0.0554	0.0348
0.3	0.0600	0.0601	0.0017
0.4	0.0580	0.0572	0.0138
0.5	0.0529	0.0526	0.0057
0.6	0.0456	0.0444	0.0263
0.7	0.0366	0.0341	0.0683
0.8	0.0262	0.0240	0.0834
0.9	0.0145	0.0120	0.1724
1.0	0.0013	0.0000	-------

TABELA 1
y = ordenadas do perfil NACA 0012
x = ordenadas do perfil calculado

A tabela (1) nos fornece os valores das ordenadas do perfil NACA 0012 [1], do perfil calculado e valores percentuais do desvio. Verifica-se que os resultados são satisfatórios, com excessão das regiões muito perto dos bordos de ataque e de fuga. Este comportamento pode, em parte, estar associado a forma da equação (3) e deverá ser assunto de trabalho subsequente.

2. Cálculo da Pressão

A expressão (13) pode ser utilizada no cálculo da distribuição de pressão no dorso e na face do aerofólio; no entanto demos preferência a uma formulação alternativa que consiste no chamado Método de Theodorsen [5] que apresentou melhores resultados; uma análise mais aprofundada necessita ser feita uma vez que os métodos são equivalentes.

As figuras (3A) e (3B) referem-se a distribuição de pressão na superfície do perfil NACA 0012 quando o ângulo de ataque é nulo (observe que o perfil é simétrico. A tabela 2 fornece valores que permitem avaliar a precisão obtida.

Nas figuras 4, 5 e 6 são apresentadas as distribuições de pressão para ângulos de ataque diferentes de zero.

X	CP	CPc	CP-CPc /Cp
0.0	1.00	1.00	0.00
0.1	-0.41	-0.39	0.05
0.2	-0.40	-0.36	0.10
0.3	-0.35	-0.31	0.11
0.4	-0.29	-0.25	0.14
0.5	-0.23	-0.21	0.09
0.6	-0.17	-0.14	0.18
0.7	-0.11	-0.09	0.11
0.8	-0.04	-0.03	0.25
0.9	0.04	0.07	0.75
1.0	1.00	0.41	0.59

TABELA 2

CP → coeficiente de pressão dado

CPc → coeficiente de pressão calculado

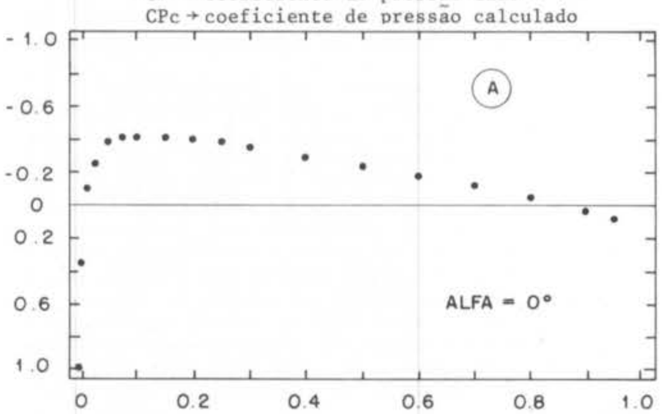


FIGURA 3A

DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO DADA : NACA 0012, $\alpha = 0$

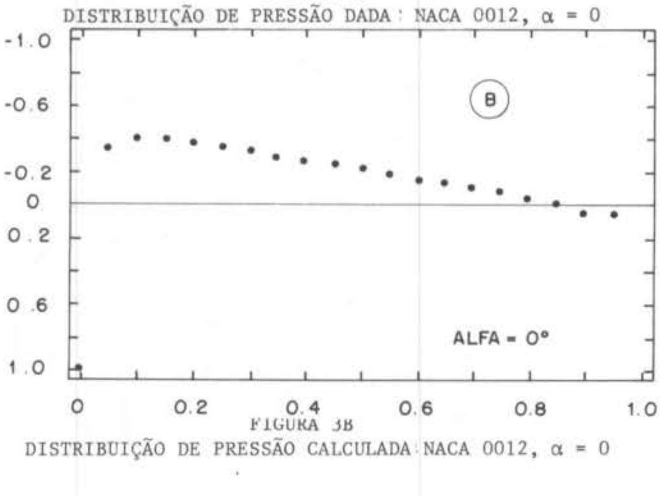


FIGURA 3B

DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO CALCULADA NACA 0012, $\alpha = 0$

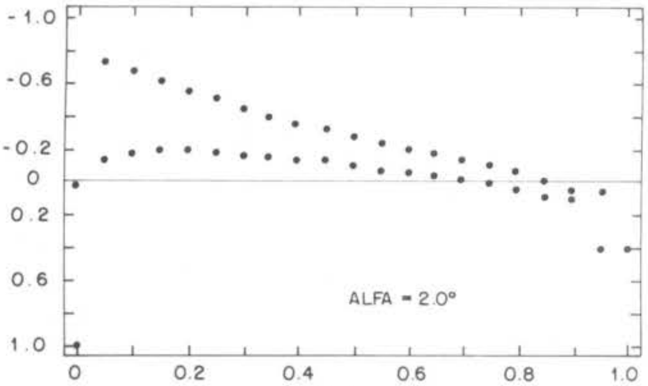


FIGURA 4

DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO CALCULADA NACA 0012, $\alpha = 2$

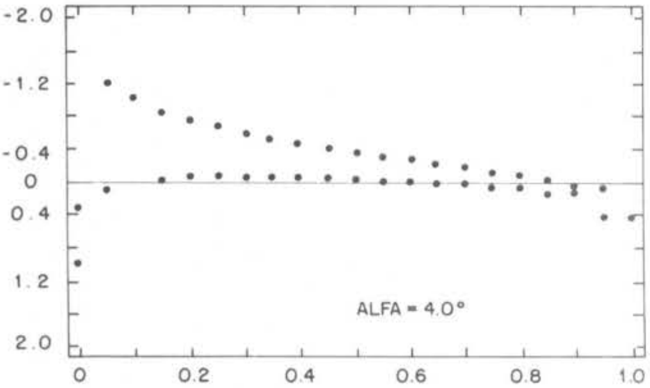


FIGURA 5

DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO CALCULADA. NACA 0012, $\alpha = 4^{o}$

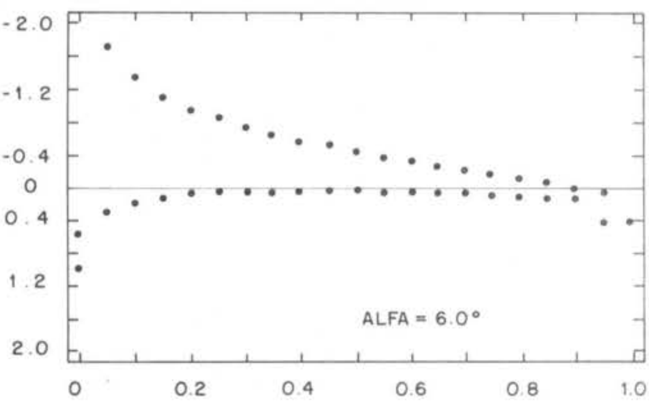


FIGURA 6

DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO CALCULADA: NACA 0012, $\alpha = 6^{o}$

REFERÊNCIAS

[1] ABBOTT, I. H. and DOENHOFF, A. E. V. - "Theory of wing Sections", Dover 1958.

[2] BATCHELOR, G. K. - "An Introduction to Fluid Dynamics", Cambridge University, Press, 1967.

[3] BRENNAN, M. J. and STEVENSON, A. C. - "Simplified Two-Dimensional Airfoil Theory", Airenaft Engineering, 1946.

[4] MILNE-THOMSON, L. M. - "Theoretical Aerodynamics" Dover, 1958.

[5] THEODORSEN, THEODORE - "Theory Wing Sections of Arbitrary Shape", NACA Rept. No. 411, 1931.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

UM PROBLEMA MAL-CONDICIONADO DE RADIAÇÃO TÉRMICA ENTRE SUPERFÍCIES CINZENTAS DIFUSAS

ABCM

ABCM ABEnS

PUC/RJ

SERGIO COLLE
Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma abordagem elementar do problema mal condicionado de transferência de calor por radiação em superfícies cinzentas difusas, quando fluxo térmico e temperatura são especificados em uma superfície de uma cavidade. Este problema encontra paralelo na condução de calor em sólidos. É mostrado que nem sempre tal problema admite solução e quando admite solução, esta pode ser exata ou aproximada.

INTRODUÇÃO

Três são os tipos de problemas de transferência de calor radiativa em superfícies cinzentas difusas. Estes correspondem, no caso particular de duas placas paralelas às seguintes condições:
(i) Temperatura prescrita nas duas placas
(ii) Fluxo térmico prescrito numa placa e temperatura prescrita na outra
(iii) Fluxos térmicos compatíveis prescritos nas duas placas.

Tais problemas tem solução exata ou numérica conhecidas [1]. Estes problemas são geralmente formulados por meio de equações integrais cuja solução existe e é única como foi demonstrado em [2]. Existe contudo um tipo de problema não incluído na classe acima, que tem importância prática no cálculo da distribuição de temperatura em tubos de catenária na cura de cabos elétricos [3].

O problema pode ser formulado simplificadamente se considerarmos duas placas paralelas alongadas. As distribuições de fluxo térmico e temperatura são especificadas sobre uma das placas enquanto que as distribuições de fluxo térmico e temperatura da outra placa figuram como incógnitas. A solução deste problema como será demonstrado, nem sempre existe. Mesmo escolhendo-se o fluxo térmico como o calculado pela solução de um problema classificado na modalidade (i), a solução pode não existir no sentido de que temperaturas ou radiosidades negativas possam resultar para distâncias de placas suficientemente grandes. Em outras palavras, nem sempre uma distribuição de fluxo e temperatura numa das placas pode ser produzida por radiação térmica pura da outra placa.

EXEMPLO ILUSTRATIVO

Sejam duas placas paralelas radiantes cinzentas difusas e alongada conforme a figura (1). A placa inferior é subdividida em dois painéis idênticos (1) e (2) enquanto que a placa superior é subdividida em dois painéis idênticos (3) e (4). As placas tem comprimento L^*, emissividade hemisférica espectral ε e distanciam se uma da outra de H^*. Sejam (Q_1^*, Q_2^*) e (T_1^*, T_2^*) os fluxos e temperaturas de (1) e (2) respectivamente e (Q_3^*, Q_4^*) e (T_3^*, T_4^*) os fluxos e temperaturas de (3) e (4) respectivamente. Os fluxos Q_1^* e Q_2^* são considerados positivos conforme a figura (1). Por hipótese, $Q_1^{*2} + Q_2^{*2} > 0$ e então $\bar{Q}_{12}^* = (|Q_1^*| + |Q_2^*|)/L^*$ define uma média positiva. Definam-se as variáveis adimensionais $L = L^*/H^*$, $Q_i = Q_i^*/\bar{Q}_{12}^*$, $T_i = T_i^*(\sigma/\bar{Q}_{12}^*)^{1/4}$; $i = 1,2,3,4$ onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann.
A radiosidade adimensional é definida por
$B_i = B_i^*/\bar{Q}_{12}^*$; $i = 1,2,3,4$.

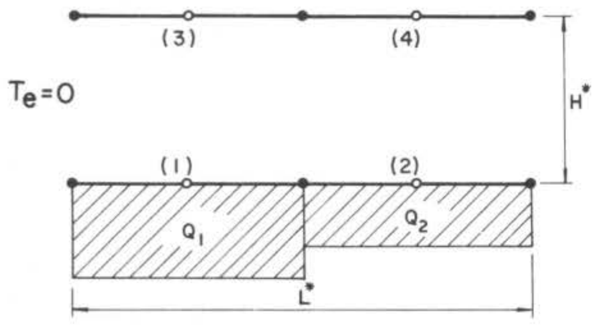


Figura 1. Placas paralelas alongadas.

As radiosidades dos painéis (1)-(4) na realidade variam continuamente ao longo destes. Na prática admite-se a hipótese de que estas radiosidades são uniformes em cada painel [1]. Desta forma tem-se

$$B_1 = T_1^4 + (1-\varepsilon)Q_1/\varepsilon \tag{1}$$

$$B_2 = T_2^4 + (1-\varepsilon)Q_2/\varepsilon \tag{2}$$

$$H_1 = T_1^4 + Q_1/\varepsilon \tag{3}$$

$$H_2 = T_2^4 + Q_2/\varepsilon \tag{4}$$

onde H_i denota a energia radiante difusa incidente sobre o painel (i), $i = 1, 2$ que é expressa pelas equações

$$H_1 = F_{13}\,B_3 + F_{14}\,B_4 \tag{5}$$

$$H_2 = F_{23}\,B_3 + F_{24}\,B_4 \tag{6}$$

sendo F_{ij} o fator de ângulo sólido relativo as superfícies (i) e (j). Por simetria tem-se $F_{14} = F_{41}$, $F_{13} = F_{31}$, $F_{23} = F_{14}$ e $F_{24} = F_{13}$.

Resolvendo o sistema de equaçoes (5)-(6) resulta para B_3 e B_4 o que segue

$$B_3 = (H_1\,F_{13} - H_2\,F_{14})/D \tag{7}$$

$$B_4 = (H_2 F_{13} - H_1 F_{14})/D \tag{8}$$

onde
$$D = F_{13}^2 - F_{14}^2 > 0 \tag{9}$$

pois $F_{13} > F_{14}$

Por outro lado

$$B_3 = \varepsilon T_3^4 + (1-\varepsilon)H_3 \tag{10}$$

$$B_4 = \varepsilon T_4^4 + (1-\varepsilon)H_4 \tag{11}$$

onde
$$H_3 = F_{31} B_1 + F_{32} B_2 \tag{12}$$

$$H_4 = F_{41} B_1 + F_{42} B_2 \tag{13}$$

onde $F_{32} = F_{32} = F_{41}$ e $F_{42} = F_{24} = F_{13}$

Das equações (11)-(13) e das relações de simetria acima resultam

$$B_3 = \varepsilon T_3^4 + (1-\varepsilon)(F_{31} B_1 + F_{41} B_2) \tag{14}$$

$$B_4 = \varepsilon T_4^4 + (1-\varepsilon)(F_{41} B_1 + F_{31} B_2) \tag{15}$$

Sendo $T_3 \geqq 0$ e $T_4 \geqq 0$ resulta que

$$B_3 \geqq (1-\varepsilon)(F_{31} B_1 + F_{41} B_3) \tag{16}$$

e
$$B_4 \geqq (1-\varepsilon)(F_{41} B_1 + F_{31} B_2) \tag{17}$$

Substituindo-se B_3 e B_4 das eqs.(7) e (8) e H_1 e H_2 das eqs.(5) e (6) nas desigualdades (16) e (17) vem

$$A_{11}T_1^4 - A_{12}T_2^4 \geqq - B_{11}Q_1 + B_{12}Q_2 = C_1 \tag{18}$$

$$A_{21}T_1^4 - A_{22}T_2^4 \leqq - B_{21}Q_1 + B_{22}Q_2 = C_2 \tag{19}$$

onde $A_{11} = F_{13}\left[1 - D(1-\varepsilon)\right]$, $A_{12} = F_{14}\left[1 + D(1-\varepsilon)\right] > 0$
$A_{21} = F_{14}\left[1 + D(1-\varepsilon)\right] = A_{12}$, $A_{22} = F_{13}\left[1 - D(1-\varepsilon)\right] = A_{11}$
$B_{11} = F_{13}\left[1 - D(1-\varepsilon)^2\right]/\varepsilon$, $B_{12} = F_{14}\left[1 + D(1-\varepsilon)^2\right]/\varepsilon > 0$,
$B_{21} = F_{14}\left[1 + D(1-\varepsilon)^2\right]/\varepsilon = B_{12}$ e $B_{22} = F_{13}\left[1 - D(1-\varepsilon)^2\right] = B_{11}$.

Devido a simetria,

$$C_2 = -B_{12}\, Q_1 + B_{11}\, Q_2 \tag{20}$$

Explicitando as desigualdades (18) e (19) em T_1^4 e T_2^4 resultam os limites

$$T_1^4 \leqq (A_{11}\, T_2^4 + C_2)/A_{12} \tag{21}$$

e
$$T_1^4 \geqq (A_{12}\, T_2^4 + C_1)/A_{11} \tag{22}$$

Sendo $A_{11} \neq A_{12}$ resulta $\frac{A_{11}}{A_{12}} \neq \frac{A_{12}}{A_{11}}$

Definindo $tg(\alpha) = A_{12}/A_{11}$ e $tg(\beta) = A_{11}/A_{12}$ tem-se que $\alpha + \beta = \pi/2$.

Correspondendo ao caso particular de $H = 0.5$, $\varepsilon = 0.5$ resultam $tg(\alpha) = 0.5083262$ e $tg(\beta) = 1.9672404$. Para $Q_1 = 0$ e $Q_2 = 1.0$ vem $C_1/A_{11} = 1.00853$ e $C_2/A_{12} = 3.96698$ enquanto que para $Q_1 = 1.0$ e $Q_2 = 0.$ resulta $C_1/A_{11} = -2.016522$ e $C_2/A_{12} = -1.98399$. As retas-limite para estes dois casos de fluxo prescritos são apresentadas na figura (2).

A região viável do problema corresponde aos pontos (T_1^4 , T_2^4) que satisfazem as desigualdades (21) e (22) no plano R^2 conforme fig.(2).

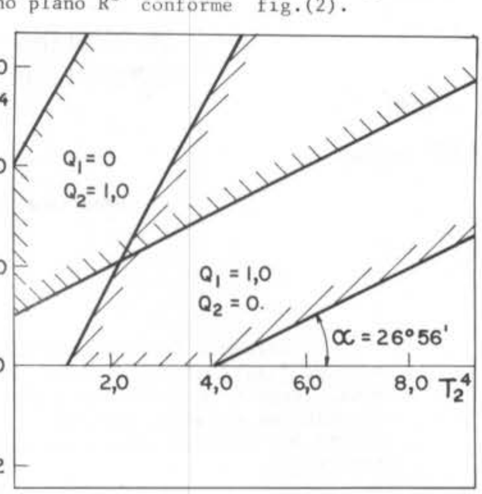


Figura 2. Regiões de solução viável.

MÉTODO DE SOLUÇÃO

As idéias expostas anteriormente podem ser generalizadas para quaisquer número de pontos nodais N_1 de placa (1) e N_2 de placa(2). Neste caso as temperaturas T_i^4, $i = 1, 2, N_1$ configuram pontos $(T_1^4, T_2^4, \ldots, T_{N1}^4)$ viáveis que se situarão necessariamente em subconjunto limitado por hiperplanos do espaço R^{N1}.

A solução do problema em questão para N_2 pontos nodais da placa (2) conforme figura (3) para $N_2 \leqq N_1$ é construída como se segue;

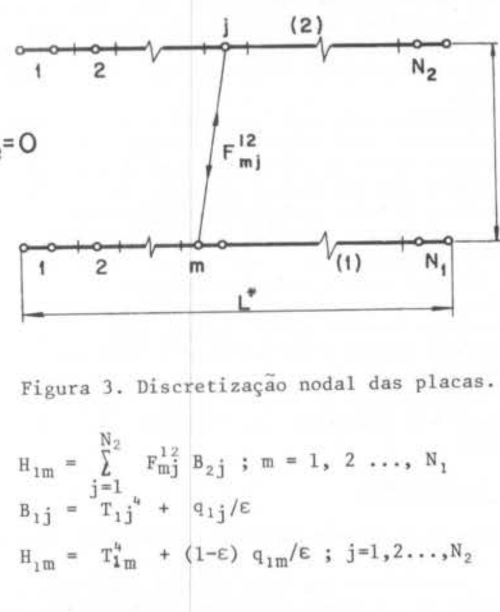


Figura 3. Discretização nodal das placas.

Seja
$$H_{1m} = \sum_{j=1}^{N_2} F_{mj}^{12}\, B_{2j} \; ; \; m = 1, 2 \ldots, N_1 \tag{23}$$

Onde
$$B_{1j} = T_{1j}^4 + q_{1j}/\varepsilon \tag{24}$$

$$H_{1m} = T_{1m}^4 + (1-\varepsilon)\, q_{1m}/\varepsilon \; ; \; j=1,2\ldots,N_2 \tag{25}$$

A matriz $\left[F^{12}\right]$ tem linhas linearmente independentes e portanto se $N_1 = N_2$ o sistema linear (23) admite solução única e exata. Se $N_2 < N_1$ a equação (23) admite uma solução aproximada pelo método dos mínimos quadrados, isto é, que minimiza a função

$$B = \sum_{m=1}^{N_1} \left(\sum_{j=1}^{N_2} F_{mj}^{12}\, B_{2j} - H_{1m} \right)^2 \tag{26}$$

Neste caso

$$\frac{\partial B}{\partial B_{2i}} = 2\sum_{m=1}^{N_1} (F^{12})^T_{im}\Big(H_{1m} - \sum_{j=1}^{N_2} F^{12}_{mj}B_{2j}\Big) = 0 \qquad ; \; i=1,2\ldots,N_2 \tag{27}$$

de onde resulta

$$[(F^{12})^T F^{12}]\{B_2\} = \{(F^{12})^T H_1\} \tag{28}$$

As equações matriciais acima tem suas equações integrais correspondentes. A equação integral correspondente a equação (23) é

$$H_1(X_1) = \int_{(1)} K^{12}(X_1,X_2)B_2(X_2)ds_2 \tag{29}$$

enquanto que a equação correspondente a eq.(28) é expressa por

$$\int_{(2)}\left[\int_{(1)} K_{12}(X_1,X_2^*)K_{12}(X_1,X_2)ds_1\right]B_2(X_2)ds_2 = \int_{(2)} K_{12}(X_1,X_2^*)H_1(X_1)ds_1 \tag{30}$$

onde $K_{12}(X_1,X_2)$ é o núcleo da equação integral da radiosidade relativo as placas (1) e (2). A equação (30) representa uma projeção da equação integral (29) sobre a placa (2).

PERTURBAÇÃO DA SOLUÇÃO

Para avaliar a relação entre a perturbação do fluxo térmico q_1 e as perturbações de T_2 e q_2, as equações para T_2^4 e q_2 podem ser escritas como segue

$$[(F_{12})^T F_{12}]\{T_2^4\} = (F_{12})^T \{H_1 - (1-\varepsilon_2)F^{12}F^{21}\{B_1\}\}/\varepsilon_2 \tag{31}$$

onde $T_2^4 = (T^4_{21}, T^4_{22},\ldots,T^4_{2N_2})$

e
$$[(F_{12})^T F_{12}]\{q_2\} = (F_{12})^T \{H_1 - F^{12}F^{21}\{B_1\}\} \tag{32}$$

onde $q_2 = (q_{21}, q_{22},\ldots, q_{2N_2})$

Estas equações foram obtidas das equações

$$H_{2k} = T^4_{2k} - q_{2k}/\varepsilon_2 \tag{33}$$

e
$$B_{2k} = T^4_{2k} - (1-\varepsilon_2)q_{2k}/\varepsilon_2 \; ; \; k=1,2..,N_2 \tag{34}$$

e da equação (23), pela eliminação de q_{2k} no primeiro caso, de T^4_{2k} no segundo caso e multiplicando matricialmente o resultado por $[F^{12}_{mk}]$.

Fixando a temperatura $T_{2k} = \tau$, perturbando o fluxo térmico q_{1k} de um valor ρ e aplicando o método dos mínimos quadrados tem-se os seguintes resultados

$$[(F_{12})^T F_{12}]\{\delta T_2\} = (F_{12})^T [I - (1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)F^{12}F^{21}] \{\delta q_1\}/4\tau^3\varepsilon_1\varepsilon_2 \tag{35}$$

e
$$[(F_{12})^T F_{12}]\{\delta q_2\} = \frac{1}{\varepsilon_1}(F_{12})^T [I - (1-\varepsilon_1) F^{12}F^{21}]\{\delta q_1\} \tag{36}$$

onde $\delta q_1 = (\rho q_{11},\ldots,\rho q_{1N_1})$, $\delta q_2 = (\delta q_{21}, \delta q_{22}.., \delta q_{2N_2})$, $\delta T_2 = (\delta T_{21}, \delta T_{22}.., \delta T_{2N_2})$ e I é a matriz identidade $N_1 \times N_1$.

Das equações (35) e (36) pode-se concluir que a uma perturbação uniforme no fluxo térmico, não corresponde necessariamente uma perturbação uniforme em T_2 e q_2. O valor numérico das perturbações de q_2 e T_2 depende significativamente da matriz do fator de ângulo sólido $[F_{12}]$. O afastamento relativo das placas que é dado pelo parâmetro H pode produzir perturbações não uniformes em T_2 que resultem em valores negativos para T_2.

EXEMPLO NUMÉRICO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O exemplo escolhido consiste de duas placas paralelas com T_1 = constante = 1.0 e q_1 compatível com a solução do problema segundo a modalidade (i) com T_2 = constante = 2.0 sendo $N_1 = 30$ e N_2 = 2,4,8,16 e 30 para o caso particular de $L^*/H^* = 3$. Neste caso, resolvendo-se a eq.(23) resultaram distribuições de B_2, q_2 e T_2 compatíveis com aquelas distribuições resultantes da solução do problema pela modalidade (i) e os resíduos da equação (28) resultaram da ordem de 10^{-14}. Fixando-se agora $T_1 = 1.0$ e q_1 compatível com a solução pela modalidade (i) e resolvendo a eq.(28) para N_2 = 2,4,8 e 16 resultaram resíduos da ordem de 10^{-2} nas eqs.(23). Por outro lado substituindo-se T_2 obtida acima nas equações lineares da modalidade (i) resultam para estas resíduos da ordem de 10^{-14}. O resíduo da equação (23) aumentou consideravelmente apesar de o resíduo das equações integrais da modalidade (i) permanecem baixos. Isto demonstra que a solução obtida pelo método dos mínimos quadrados introduz erros na equação (23) quando a solução testada não for compatível com a solução da modalidade de (i).

Tabela 1.

	$L^*/H^* = 1.0$					
	$\rho = 0.05$		$\rho = 0.10$		$\rho = 0.15$	
k	δT_{2k}	$\delta q_{2k}/q_{2k}$	δT_{2k}	$\delta q_{2k}/q_{2k}$	δT_{2k}	$\delta q_{2k}/q_{2k}$
1	0.0806	0.1118	0.1612	0.2237	0.2418	-0.3356
2	-0.3874	-0.5319	-0.7748	-1.0639	-1.1622	-1.5959
3	0.4093	0.5658	0.8187	1.1318	1.2279	1.7978
4	-0.2452	-0.3371	-0.4906	-0.6746	-0.7355	-1.0119
5	-0.2446	-0.3362	-0.4892	-0.6722	-0.7342	-1.0083
6	0.4089	0.5657	0.8178	1.1312	1.2270	1.6968
7	-0.3872	-0.5316	-0.7745	-1.0632	-1.1618	-1.5948
8	0.0805	0.1118	0.1611	0.2236	0.2417	0.3355

Tabela 2.

	$L^*/H^* = 2.0$					
	$\rho = 0.05$		$\rho = 0.10$		$\rho = 0.15$	
k	δT_{2k}	$\delta q_{2k}/q_{2k}$	δT_{2k}	$\delta q_{2k}/q_{2k}$	δT_{2k}	$\delta q_{2k}/q_{2k}$
1	-0.0284	-0.0374	-0.0568	-0.0749	-0.0851	-0.1124
2	-0.0507	-0.0690	-0.1011	-0.1381	-0.1517	-0.2071
3	-0.0253	-0.0328	-0.0506	-0.0657	-0.0759	-0.0985
4	-0.0414	-0.0561	-0.0828	-0.1123	-0.1243	-0.1685
5	-0.0414	-0.0561	-0.0828	-0.1123	-0.1243	-0.1685
6	-0.0253	-0.0328	-0.0506	-0.0657	-0.0759	-0.0985
7	-0.0505	-0.0690	-0.1011	-0.1381	-0.1517	-0.2071
8	-0.0284	-0.0374	-0.0568	-0.0749	-0.0851	-0.1124

O comportamento das perturbações de T_2 e q_2 em funções de perturbação uniforme produzida em q_1 foi avaliado para $N_1 = 30$, $N_2 = 8$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.8$ $\tau = 3.0$ e L^*/H^* = 1.,2 e 3. As tabelas 1, 2 e 3 ilustram va-

Tabela 3.

	$L^*/H^* = 3.0$					
	$\rho = 0.005$		$\rho = 0.10$		$\rho = 0.15$	
k	δT_{2k}	$\delta q_{2k}/q_{2k}$	δT_{2k}	$\delta q_{2k}/q_{2k}$	δT_{2k}	$\delta q_{2k}/q_{2k}$
1	-0.0340	-0.0454	-0.0680	-0.0907	-0.1020	-0.1361
2	-0.0400	-0.0541	-0.0809	-0.1083	-0.1200	-0.1624
3	-0.0349	-0.0467	-0.0398	-0.0934	-0.1048	-0.1401
4	-0.0377	-0.0508	-0.0754	-0.1017	-0.1131	-0.1526
5	-0.0377	-0.0508	-0.0754	-0.1017	-0.1131	-0.1526
6	-0.0349	-0.0467	-0.0698	-0.0934	-0.1048	-0.1401
7	-0.0340	-0.0454	-0.0800	-0.1083	-0.1200	-0.1624
8	-0.0340	-0.0454	-0.0680	-0.0907	-0.1020	-0.1361

lores numéricos de $\delta q_{2k}/q_{2k}$ e δT_{2k} , $k = 1, 2, \ldots, N_2$ para $\rho = 0.05$, 0.10 e 0.15. Pode-se observar nestas tabelas a não-uniformidade das perturbações em função dos valores de ρ e L^*/H^*.

CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou uma abordagem elementar do problema em questão. Verificou-se que tal problema nem sempre tem solução. Uma análise de perturbações lineares demonstrou que uma perturbação uniforme no fluxo térmico prescrito q_1 para uma dada distribuição de temperatura T_1 , não produz necessariamente perturbações bem comportadas em T_2 e q_2. As perturbações produzidas em T_2 e q_2 dependem basicamente da matriz do fator de ângulo sólido $[F^{12}]$, da magnitude da temperatura T_2 bem como das emissividades ε_1 e ε_2. A distância relativa entre as placas H é fator determinante na existência de soluções para T_2 quando q_2 for arbitrariamente especificado para T_1 fixa. Em outras palavras, quanto maior for o afastamento H da placa (2) relativamente a placa (1) mais instável será a perturbação e menos provável será a existência de solução para T_2. Fisicamente este resultado é coerente, visto que o afastamento relativo das placas diminui a influência de uma placa sobre a outra pela diminuição dos valores numéricos dos fatores F^{12} e consequentemente do determinante da matriz $[(F_{12})^T F_{12}]$. Este determinante, como se pode observar nas equações (35) e (36), influi diretamente no comportamento das perturbações de T_2 e q_2.

AGRADECIMENTOS

O autor externa seu agradecimento ao Centro de Pesquisas Pirelli de Santo André, na pessoa do Eng. Geraldo R. de Almeida pelo apoio recebido durante a execução deste trabalho. Agradece também, ao estudante de engenharia mecânica de seu departamento João Flávio Vasconcellos, pela assistência computacional prestada.

REFERÊNCIAS

[1] Siegel,R. e Howell,J.R., Thermal Radiation Heat Transfer, Ed. McGraw-Hill Book Company, NY, (1981).

[2] Gama,R.M.S., Sobre as Soluções de Problemas de Troca de Energia Radiante Térmica, (a ser publicaco na Revista Brasileira de Ciências Mecânicas) (1986).

[3] Colle,S., Desenvolvimento de Modelo Matemático para Controle Térmico do Processo de Cura (Dry-Curing) de Cabos em Catenária, Relatório EMC/Pirelli nº 2 (1985).

ABSTRACT

An ill-conditioned radiative heat transfer problem of thermal radiation between two diffuselly gray paralell plates is analysed. This problem arises in engineering practice when the heat flux and the temperature distribution are supposed to apply in one of the two plates. In this case the solution of the problem may not exist. Numerical examples are presented in order to illustrate the conditions under which the problem has a solution.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

A SIMPLIFIED MONTE CARLO METHOD FOR RADIANT HEAT TRANSFER IN COMPLEX ENCLOSURES

ABCM ABCM ABEnS PUC/RJ

HUI-TZENG TING
Seção de Engenharia Mecânica - IME

RESUMO

A simplified Monte Carlo method which does not describe the geometry of a surface as an algebraic function, but instead decomposes the surface of complex geometry into a number of planar elements and transforms the data in the global frame to local frames of references and vice versa to go beyond the limitation of mathematical description of complicated geometry.

INTRODUCTION

The existing Monte Carlo method[1, 2] is still limited in its application to the enclosures of simple geometry because its frame of reference for describing the geometry with algebraic functions is only one global frame. In dealing with the problems related to the combustion chambers of internal combustion engines and solid fuel rockets, the geometry of their complex enclosures would prohibit the application of the existing method without serious distortion in geometry.

This note introduces a method which does not describe the geometry of a surface as an algebraic function, but instead decomposes the surface of complex geometry into a number of planar elements and transforms the data in the global frame to local frames of references and vice versa to go beyond the limitation of mathematical description of complicated geometry. This method give us an extended capacity to deal with the problems of radiant heat transfer in complex enclosures.

ANALYSIS

Similar to the Finite Element Method of structural analysis, the surface of an enclosure, no matter how complicated it may be, can be considered to be composed of a number of simple planar elements which are limited to triangles in this note at this stage of development. The locations of the vertices of each triangle in the global frame are the data to be needed for defining its local frame of reference of which the origin coincides with one vertex, and of which one axis coincides with one side of the triangle lying in a principal plane of the local frame such that the mathematics involved in the calculations comprises only the transformation of coordinates and the geometry of straight lines and planes.

A SAMPLE PROBLEM

Figure 1 shows a conical cavity of vertex A located at the origin of global frame of reference XYZ of which X-axis passes through the center of base circle C. The original photon bundle of laminated rays is parallel to X-axis.

The conical surface has a diffuse reflectivity. It is required to calculate the apparent hemispherical absorptivity for cavities of cone angles of 30, 60 and 120 degrees and for cavity surface absorptivities of 0.25, 0.50 and 0.75

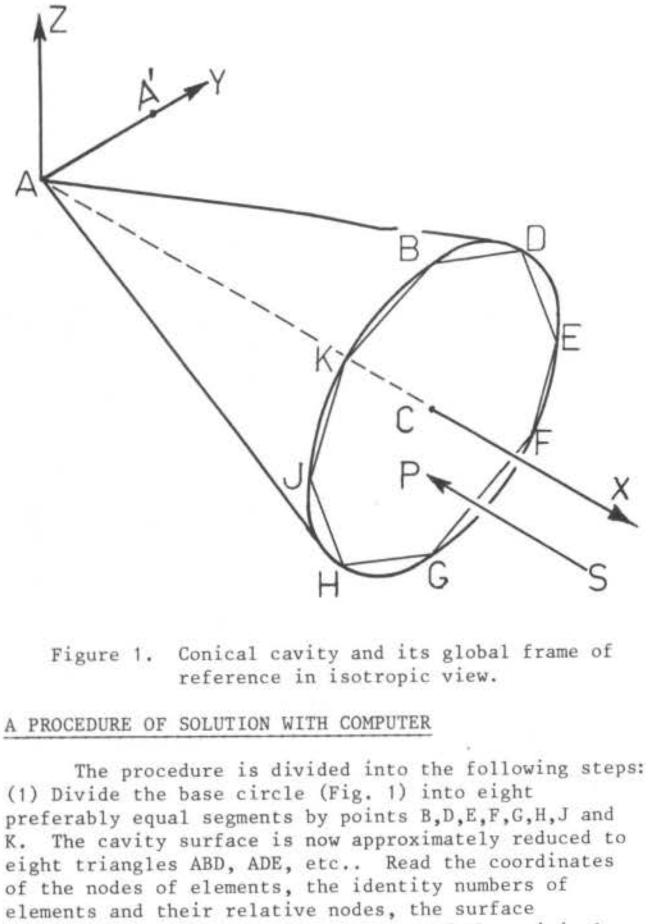


Figure 1. Conical cavity and its global frame of reference in isotropic view.

A PROCEDURE OF SOLUTION WITH COMPUTER

The procedure is divided into the following steps:
(1) Divide the base circle (Fig. 1) into eight preferably equal segments by points B,D,E,F,G,H,J and K. The cavity surface is now approximately reduced to eight triangles ABD, ADE, etc.. Read the coordinates of the nodes of elements, the identity numbers of elements and their relative nodes, the surface absorptivity, the directional vector of the original photon bundle, and the total number of rays to be processed.
(2) Assign the first node of each element to be the origin of the local frame of reference for the element. As shown in Figure 2, for example, XL-YL-ZL is the local frame for element ADE of which the first, the second, and the third nodes are A,D and E respectively. XL-axis coincides with AD. YL-axis is perpendicular to both AD and AE. ZL-axis is perpendicular to both XL, YL-axes. Right hand rule is used to decide the directions of YL- and ZL-axes. Then the local frame of each element is calculated and stored in memory.

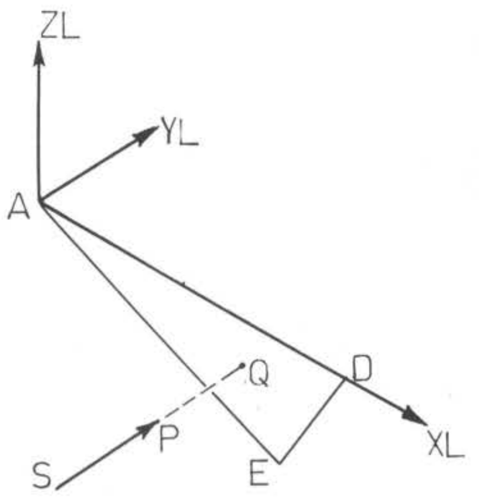


Figure 2. Element ADE and its local frame of reference in isotropic view.

(3) Generate a random number and compare it with the surface absorptivity to decide whether a ray is absorbed. If yes, register the absorption, and process the next ray. If not, go to step 4.
(4) Let one ray of the original photon bundle SP (Fig. 1) pass through the base circle at point P of which the location is decided by two random numbers, one for radial and the other for angular displacement, such that the distribution of P in the long run will be uniform over the base circle. The angular displacement of P decides which element is to be hit by the ray. Then in the local frame of that element, say ADE, the coordinates of the point of hit Q (Fig. 2) is calculated and treated as a new source point to reflect a new ray because there is no absorption as already decided in step 3.
(5) Two random numbers are generated to decide the directional vector of the reflected ray in the local frame.
(6) Search through all the remaining elements, and see if the reflected ray SP(Fig. 2) is to hit any element, say ADE, at point Q. The coordinates of Q in XL-ZL plane (Fig.3) of the local frame of ADE are calculated after mapping the reflected ray SP from the local frame of the reflecting element to the global frame and then to the local frame of ADE.

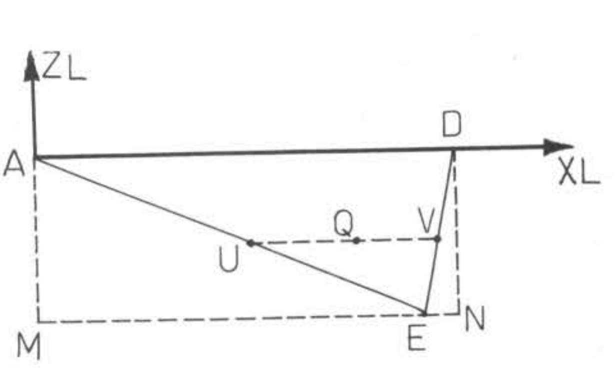


Figure 3. Element ADE and its envelope AMEND in XL-ZL plane of its local frame.

(7) A simple logic decides whether Q will hit ADE. As shown in Figure 3, AMEND is a rectangular envelope of ADE, and its size is defined by the coordinates of points A,D and E in XL-ZL plane. If Q is outside the envelope, then it will be outside ADE also. Otherwise, the coordinates of the intersecting points U and V between line UQV (being parallel to XL-axis) and lines AE and DE respectively will be calculated so as to know the vectors QU and QV in the local frame. If the dot product of QU and QV is negative, then Q is inside ADE. Otherwise, Q is outside, and the next element is to replace ADE to see if SP finally hits an element. If not, the ray leaves the cavity without being absorbed and a loss of ray is registered, and the next ray is processed. If yes, go to step 8.
(8) A random number is generated to decide whether the ray is absorbed. If yes, register the absorption and process the next ray. If not, Q is treated as a new source point to reflect a new ray, and go to step 9.
(9) Repeat steps 5 to 8 until all rays are processed.
(10) Calculate the apparent absorptivity.

RESULTS OF THE SAMPLE PROBLEM

The total number of rays processed is 1000. The computer program prints out the results after every 100 rays are processed. For example, for the cone angle of 30 degrees and the surface absorptivity of 0.50, the following results are obtained:

(1)	(2)	(3)	(4) = (2)/(1)
Rays Processed	Rays Absorbed	Rays Lost	Calculated Absorptivity
100	76	24	0.76
200	144	56	0.72
300	221	79	0.70
400	294	106	0.74
500	367	133	0.73
600	438	162	0.73
700	507	193	0.72
800	578	222	0.72
900	654	246	0.73
1000	725	275	0.73

Judging from the fact that Monte Carlo Method does not produce results of monotonically diminishing errors after the number of trials becomes large enough, one may set the cut-off point at 1000 rays and accept 0.73 as the apparent absorptivity including an error of about 1/73 or 1 percent which is acceptable as compared with the inherent error in the input data of the surface absorptivity in this case of calculation in radiant heat transfer.

The relations between the outputs of existing methods[1] and of this method for nine cases of cone angles and surface absorptivities are tabulated below.

CONE ANGLE	SURFACE ABSORPTIVITY	APPARENT ABSORPTIVITY EXISTING METHODS	APPARENT ABSORPTIVITY THIS METHOD
30º	0.25	0.51	0.56
	0.50	0.74	0.73
	0.75	0.89	0.86
60º	0.25	0.39	0.42
	0.50	0.65	0.63
	0.75	0.85	0.83
120º	0.25	0.27	0.32
	0.50	0.53	0.55
	0.75	0.77	0.80

The computer time is less than two minutes for processing each of the above cases on a Borough-6900 computer. Longer computer time is needed in the cases of lower surface absorptivity and smaller cone angle because the chances of reflecting a ray are more before it is absorbed or finds its exit through the opening of the enclosure.

DISCUSSION

Similar to the historical development of the Finite Element Method in structural analysis which used the existing formulas of simple beams and plates to test the validity of computer programs and then proceeded to solve the problems of complex structures, the sample problem has been used for debugging a computer program which now can be used to solve the cases of complex geometry.

For example, if the vertex A(Fig. 1) of the straight cone is displaced to point A' to form a slant cone, or if a part of the cone surface, say triangle ADE, is cut off, the problem can be solved by the same program with a small change in the input data.

In the case of the cylinder head of an internal combustion engine, the complex geometry can be dissolved into small triangles in the same way as a thin shell is dissolved into small triangular plates in structural analysis with the Finite Element Method.

Although this note introduces only triangular elements, one can imagine that rectangular or trapezoidal elements can also be used in this method.

CONCLUSION

This method has extended capacity of dealing with radiant heat transfer in complex enclosures. However, for the cases of simple geometry, the existing methods are more handy in application.

REFERENCES

[1] Howell, J.R., Application of Monte Carlo to heat transfer problems, Advances In Heat Transfer, Academic Press, 5 : 1-54 (1968).

[2] Vercammen, H.A.J., and Froment, G.F., An improved zone method using Monte Carlo techniques for the simulation of radiation in industrial furnaces, Int. J. Heat Mass Transfer, 23(3), 329 (1980).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

TRANSFERÊNCIA DE CALOR ENTRE CILINDROS HORIZONTAIS CONCÊNTRICOS CONSIDERANDO EFEITOS DE CONDUÇÃO CONVECÇÃO E RADIAÇÃO

ÁLVARO TOUBES PRATA
SERGIO COLLE
Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

RESUMO

O presente artigo analisa a transferência de calor entre dois cilindros horizontais concêntricos, considerando efeitos de condução, convecção em regime laminar, e radiação. Este trabalho foi motivado pelo problema da transferência de calor no processo de cura do isolamento de cabos elétricos. Uma formulação rigorosa é desenvolvida e testada. Resultados obtidos com esta formulação são comparados com resultados calculados a partir de um modelo simplificado onde os efeitos de estratificação de temperatura no cilindro interno são desprezados.

INTRODUÇÃO

A transferência de calor por convecção natural na região anular entre cilindros horizontais concêntricos tem sido objeto de extensa investigação. Algumas publicações mais recentes são referidas em [1].

Embora muitos aspectos sobre esta classe de problema já sejam bem entendidos, ainda existem diversos fatores a serem explorados. Na grande maioria das situações discutidas na literatura, as condições de contorno utilizadas são, temperatura prescrita tanto no cilindro interno como no cilindro externo. Em situações práticas, um efeito a ser considerado é o da espessura da parede dos cilindros. A condução nas paredes do cilindro altera as condições de contorno para o problema da convecção natural. Embora seja reconhecido que a condição de contorno nas paredes de cavidades influencia a convecção natural [2-4], poucos trabalhos investigaram tal efeito [5-8]. Nenhuma destas referências analisa o efeito da condução na parede em situações de convecção natural entre cilindros horizontais.

A medida que cresce a diferença de temperatura entre as paredes dos cilindros, cresce a importância da radiação. A convecção natural em cavidades retangulares considerando-se a radiação foi analisada em [9]. Uma extensão deste trabalho analisando efeitos combinados de condução e radiação na convecção natural foi recentemente publicado [10].

Para grandes diferenças de temperatura entre os cilindros, a radiação passa a ser o mecanismo dominante. Tal é o caso da transferência de calor no processo de cura do isolamento de cabos elétricos. Alguns modelos comumente utilizados nestas situações simplesmente desconsideram a convecção [11]. Outros trabalhos incluem a convecção mas o fazem desacoplada da radiação [12].

Motivado pelo processo de curva de cabos elétricos, o presente trabalho visa investigar a importância relativa da convecção e radiação, bem como os efeitos de condução, na transferência de calor entre cilindros horizontais concêntricos.

ANÁLISE

O problema físico a ser investigado é o da transferência de calor entre dois cilindros horizontais concêntricos conforme ilustrado na Figura 1. O cilindro interno possui uma parede espêssa de condutividade térmica k_s e a temperatura de sua face interna (superfície 1) é T_1. A temperatura da face externa do cilindro interno (superfície 2) varia circunferencialmente, e é uma das grandezas a serem determinadas na solução do problema. O cilindro externo (superfície 3) está a uma temperatura T_3.

Na região anular que separa os dois cilindros há um fluido de condutividade térmica k_f. Tendo em vista que o presente estudo foi motivado pelo processo de cura do isolamento de cabos elétricos, é da superfície 3 que deve provir a energia que aquece o cabo aqui representado pelo cilindro interno. Desta forma, T_3 será considerada maior do que T_1.

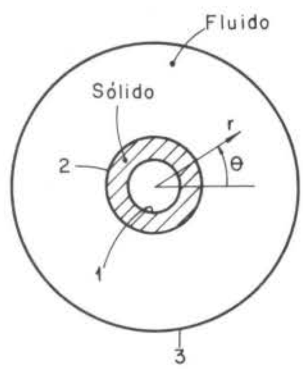


Figura 1. Secção transversal do problema a ser analisado

Entre as superfícies 3 e 2 o calor é transferido por convecção e radiação, ao passo que, entre as superfícies 2 e 1 a transferência de calor é por condução.

O problema é analisado para propriedades termofísicas constantes, e a variação da densidade do fluido é incluida somente nos termos de empuxo conforme a aproximação de Boussinesq. Na direção radial, o empuxo é dado por $(-\partial p/\partial r - \rho g \operatorname{sen}\Theta)$, onde r e Θ estão indicados na figura 1. A densidade ρ varia com a temperatura de acordo com $\rho=\rho_1[1-\beta(T-T_1)]$, onde β é o coeficiente de expansão térmica, e o índice 1 se refere à superfície 1; desta forma ρ_1 é a densidade do fluido avaliada na temperatura T_1. Definindo-se uma nova pressão $p^*=p+\rho_1 rg\operatorname{sen}\Theta$, o empuxo na direção radial pode ser escrito como $[-\partial p^*/\partial r+\rho_1 g\beta(T-T_1)\operatorname{sen}\Theta]$. Procedimento análogo para a direção Θ fornece $[-(1/r)\partial p^*/\partial\Theta+\rho_1 g\beta(T-T_1)\cos\Theta]$. Como a densidade é considerada constante, o índice 1 será doravante eliminado.

A fim de minimizar os parâmetros envolvidos na solução do problema, as seguintes adimensionalizações serão utilizadas,

$$R = r/D_1 \quad , \quad U = uD_1/\nu \quad , \quad V = vD_1/\nu$$
$$P = (P^*/\rho)/\nu/D_1)^2 \quad , \quad \phi = (T-T_1)/T_3-T_1) \qquad (1)$$

onde ν é a viscosidade cinemática do fluido. As equações de movimento e energia no fluido podem agora ser escritas da seguinte forma

$$\partial U/\partial\Theta + \partial(RV)/\partial R = 0 \tag{2}$$

$$(U/R)\partial U/\partial\Theta + V\partial U/\partial R = -(1/R)\partial P/\partial\Theta + \nabla^2 U + (2/R^2)\partial V/\partial\Theta - U/R^2 - UV/R + \phi N_1(\gamma-1)\cos\Theta \tag{3}$$

$$(U/R)\partial V/\partial\Theta + V\partial V/\partial R = -\partial P/\partial R + \nabla^2 V - (2/R^2)\partial U/\partial\Theta - V/R^2 + U^2/R + \phi N_1(\gamma-1)\operatorname{sen}\Theta \tag{4}$$

$$(U/R)\partial\phi/\partial\Theta + V\partial\phi/\partial R = (1/Pr)\nabla^2\phi \tag{5}$$

onde ∇^2 é o operador Laplaceano nas coordenadas polares R e Θ.

Além do número de Prandtl a ser prescrito na equação da energia, dois outros números adimensionais aparecem nas equações (3) e (4), $N_1 = g\beta D_1{}^3 T_1/\nu^2$ e $\gamma = T_3/T_1$. Note-se que em problemas de convecção natural estes dois números adimensionais são comumente combinados formando o número de Grashof $Gr = \gamma N_1$. As razões que motivaram a introdução de N_1 e γ serão apresentadas após a discussão do problema da radiação.

Para a região sólida, as equações do movimento são irrevelantes e a equação da energia é, simplesmente, $\nabla^2\phi = 0$.

A seguir serão apresentadas as condições de contorno requeridas para a solução das equações anteriores. Do ponto de vista hidrodinâmico tem-se, em $R=R_2$ e $R=R_3$, $U=V=0$. Para a equação da energia, as condições de contorno em $R=R_1$ e $R=R_3$ são, simplesmente, $\phi=0$ e 1, respectivamente. Na interface entre o sólido e o fluido, deve-se considerar que o calor que provém da superfície 3 chega na superfície 2 tanto por convecção como por radiação. Desta forma,

$$-k_s \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_s = \frac{\varepsilon_2}{1-\varepsilon_2}(\sigma T_2{}^4 - B_2) - k_f \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_f \tag{6}$$

onde o índice s e f referem-se ao sólido e ao fluido, respectivamente; B_2 é a radiosidade da superfície 2 cuja emissividade é ε_2, e σ é a constante de Stefan-Boltzmann. Em termos das variáveis adimensionais já introduzidas, a equação (6) se torna

$$-\frac{k_s}{k_f}\left.\frac{\partial\phi}{\partial R}\right|_s = \frac{\varepsilon_2}{(1-\varepsilon_2)}\frac{k_s}{k_f}\frac{N_2}{(\gamma-1)}\{[\phi(\gamma-1)+1]^4 - B_2{}^*\gamma^4\} - \left.\frac{\partial\phi}{\partial R}\right|_f \tag{7}$$

onde $B_2^* = B_2/\sigma T_3{}^4$ e N_2 é um novo número adimensional dado por $N_2 = \sigma T_1{}^3 D_1/k_s$. O número adimensional N_2 definido anteriormente, substitui o número de radiação $N_r = N_2\gamma^4/(\gamma-1)$ que comumente aparece em problemas envolvendo condução e radiação.

A fim de que se satisfaça a condição de contorno expressa pela equação (7), o cálculo de B_2^* se faz necessário. A determinação de B_2^* é feita através das equações integrais que governam o problema da radiação, ou seja

$$B_2{}^* = \varepsilon_2\left[\frac{(\gamma-1)\phi_2+1}{\gamma}\right]^4 + (1-\varepsilon_2)\int_0^{2\pi} B_3{}^* K_{23} d\Theta$$
$$B_3{}^* = \varepsilon_3 + (1-\varepsilon_3)\int_0^{2\pi}(B_3{}^* K_{33} + B_2{}^* K_{32})d\Theta \tag{8}$$

nas quais B_3^* é a radiosidade da superfície 3 cuja emissividade é ε_3; K_{23}, K_{33} e K_{32} são os núcleos das equações integrais e dependem exclusivamente da geometria do problema. Observando as equações (7) e (8) vê-se que as equações diferenciais que governam a condução no sólido e a convecção no fluido, estão acopladas às equações integrais do problema radiativo através da temperatura e radiosidade da superfície 2, ou seja, ϕ_2 e B_2^*, respectivamente.

A formulação do problema está agora completada. Os parâmetros adimensionais que governam o problema são,

$$N_1,\ N_2,\ \gamma,\ Pr,\ \varepsilon_2,\ \varepsilon_3,\ k_s/k_f,\ D_3/D_1 \text{ e } D_2/D_1 \tag{9}$$

Como o parâmetro adimensional γ aparece explicitamente nas equações (7) e (8), a separação do número de Grashoff em N_1 e γ, e a separação do número de radiação em N_2 e γ, não introduzem nenhum parâmetro adicional. Neste trabalho optou-se por trabalhar com N_1 e N_2 em vez de Gr e Nr (como sugerido em [10]) por razões físicas, como discutido a seguir.

A importância relativa da convecção e radiação na transferência de calor entre as superfícies 3 e 1 é grandemente afetada pelas temperaturas T_3 e T_1, e investigar tal fato é um dos objetivos deste trabalho. No laboratório, um estudo deste problema pode ser conduzido mantendo-se T_1 constante e variando-se T_3. Ao se variar T_3, tanto Gr como Nr variam independentemente e assim pode-se analisar a importância relativa da convecção e radiação como função de $T_3/T_1(=\gamma)$. Numericamente o que se faz é manter N_1 e N_2 constantes e varia-se γ. Note-se que ao se optar por trabalhar com Gr e Nr, fica difícil de interpretar o que representaria uma variação em γ mantendo-se Gr e Nr constantes.

Para a solução do problema fez-se uso da simetria e desta forma o domínio de solução considerado foi a região $-\pi/2 \leq \Theta \leq \pi/2$. As equações diferenciais foram discretizadas utilizando-se o método dos volumes finitos conforme descrito em [13]. O acoplamento entre pressão e velocidade nas equações do movimento foi tratado através do algoritmo SIMPLER [13]. As equações integrais foram resolvidas pelo método da colocação com as integrações feitas através da regra de Simpson [14].

Uma malha de 28x32 pontos nodais nas direções Θ e R foi utilizada para a solução das equações diferenciais. Na direção Θ a malha era uniforme, ao passo que na direção R os pontos foram concentrados nas regiões perto das superfícies dos cilindros. Vários testes foram realizados até que a malha apropriada fosse escolhida. Algumas soluções foram geradas para situações mais simples aonde existem resultados experimentais disponíveis na literatura. Por exemplo, fazendo-se $k_s/k_f \to \infty$ e $N_2=0$, tem-se o tradicional problema da convecção natural entre cilindros horizontais concêntricos. Para $Gr = 6{,}1\times10^4$, $Pr=0{,}7$ e $D_3/D_2=2{,}6$, o número de Nusselt calculado pelo presente trabalho concordou em 2% com a correlação de dados experimentais apresentada em [1] e 5% com aquela de [15]. Note-se que para esta faixa de Gr, a incerteza associada à correlação de [15] é de 4,5%; em [1] não há estimativa dos erros associados à correlação.

Para a solução das equações integrais as superfícies 2 e 3 foram discretizadas por 81 pontos nodais cada, uniformemente distribuídos em Θ. Este grau de refinamento também foi escolhido depois de vários testes.

MODELO SIMPLIFICADO

A formulação apresentada anteriormente é complexa pois envolve a solução de equações diferenciais e integrais. Uma solução aproximada do problema pode ser obtida se for assumido que não há estratificação de temperatura na região sólida da Figura 1. Neste caso a temperatura na superfície 2 é uniforme e o problema radiativo fica desacoplado do problema convectivo. Tal simplificação é tanto mais correta quanto maior a relação k_s/k_f.

Um circuito como o da Figura 2 pode então ser usado para representar a transferência de calor entre as superfícies 1, 2 e 3.

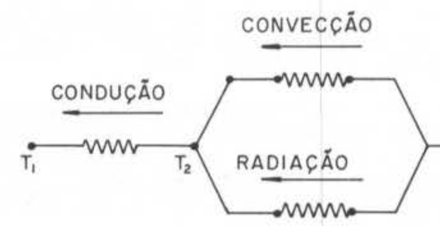


Figura 2. Circuito equivalente do modelo simplificado

Um balanço de energia na superfície 2 fornece

$$[2\pi k_s(T_2-T_1)]/\ln(D_2/D_1) = h\pi D_2(T_3-T_2) + \\ + \sigma\pi D_3(T_3^4-T_2^4)/[1/\varepsilon_2+(D_2/D_3)(1/\varepsilon_3-1)] \qquad (10)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor por convecção para a região anular da Figura 1. Utilizando as grandezas adimensionais definidas anteriormente, pode-se escrever a equação (10) da seguinte forma,

$$2\phi_2/\ln(D_2/D_1)=Nu(1-\phi_2)/(k_s/k_f)+[N_2\gamma^4/(\gamma-1)^2]. \\ .\{\gamma^4-[\phi_2(\gamma-1)+1]^4\}/[1/\varepsilon_2+D_2/D_3(1/\varepsilon_3-1)] \qquad (11)$$

onde Nu é o número de Nusselt para a convecção natural entre cilindros horizontais concêntricos $Nu=hD_1/k_f$. O valor de Nu é disponível na literatura, e para o presente trabalho optou-se pela correlação sugerida por Hessami et al. [1]. Tal correlação é baseada em dados experimentais e é dada por

$$Nu = 0,53\left[\frac{(D_3/D_2-1)}{D_3/D_2} \cdot \frac{P_r^2}{P_r+0,952} \cdot N_1(\gamma-1)\right]^{1/4} \qquad (12)$$

A equação (11) fornece ϕ_2 em função dos parâmetros do problema apresentados em (9). Conhecendo-se ϕ_2 pode-se determinar o calor trocado entre as superfícies 2 e 3.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho é comprar a importância relativa da convecção e radiação na transferência de calor entre as superfícies 3 e 1 da Figura 1. Esta comparação será feita utilizando-se ambas as soluções aqui desenvolvidas, a rigorosa e a simplificada.

Conforme discutido anteriormente, o problema é governado por 9 parâmetros. Tendo em vista o grande número de parâmetros, apenas alguns casos significativos foram selecionados. Como o presente estudo foi motivado pelo problema da cura de cabos elétricos, escolheu-se uma situação representativa para tal aplicação. Desta forma fez-se

$$N_1=10^6 \; ; \; N_2=0,5 \; ; \; Pr=0,7 \; ; \; \varepsilon_2=0,9 \; ; \; \varepsilon_3=0,65 \\ D_3/D_1=8 \; ; \; D_2/D_1=2 \qquad (13)$$

e a relação T_3/T_1 foi variada entre 1,1 e 1,4.

O primeiro resultado a ser apresentado é a variação da temperatura na interface entre o sólido e o fluido (superfície 2) em função da coordenada Θ. Este resultado é mostrado na Figura 3 para quatro valores de T_3/T_1. Todas as quatro curvas mostradas na figura apresentam o mesmo padrão, e, de acordo com o esperado, valores mais altos de T_3/T_1 fornecem temperaturas mais elevadas.

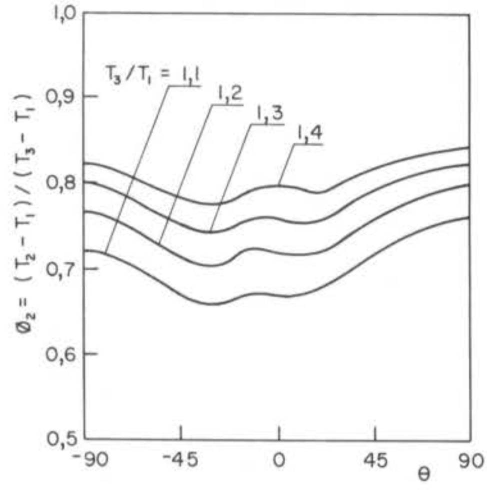


Figura 3. Temperatura na interface entre o sólido e o fluido (superfície 2)

Conforme ilustrado na Figura 3, as distribuições de ϕ_2 apresentam valores máximos para Θ=90°. Tal fato é a constatação de um resultado já previsto; a pluma quente que sobe pela metade da direita do domínio mostrado na Figura 1 se encontra com a pluma quente que sobe pela metade da esquerda em Θ=90° e, após se encontrarem, ambas descem e atingem a superfície 2. Um outro máximo na distribuição de Θ_2 é observado em Θ=-90° e se deve à região de estagnação existente na extremidade inferior da superfície 2. Em torno de Θ=-10°C as curvas da Figura 3 apresentam uma ligeira elevação; este comportamento está associado à existência de um vórtice secundário na parte inferior da região anular. A presença deste vórtice foi detectada através dos mapas das linhas de corrente do escoamento.

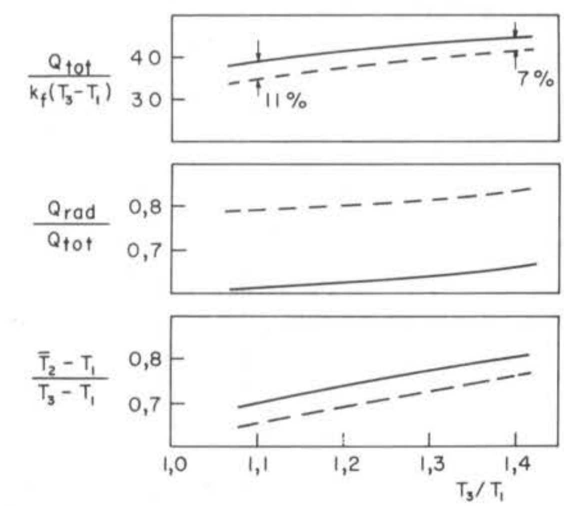


Figura 4. Resultados obtidos com a formulação rigorosa (———) e com o modelo simplificado (------).

Os valores médios de $(T_2-T_1)/(T_3-T_1)$ são apresentados na parte inferior da Figura 4. A linha cheia mostra os resultados obtidos com a formulação rigorosa, enquanto que a linha tracejada corresponde ao modelo simplificado. A diferença entre os resultados obtidos pelos dois modelos é da ordem de 5% e diminui com o aumento de T_3/T_1. O modelo rigoroso fornece valores mais elevados para a temperatura média na superfície 2, e esta diferença se deve à estratificação de temperatura no sólido.

As informações relacionadas com a transferência de calor entre as superfícies 3 e 1 também foram incluidas na Figura 4. Dois resultados são apresentados, o calor adimensional total transferido $Q_{tot}/k_f(T_3-T_1)$, e a fração do calor total que é transferido por radiação, Q_{rad}/Q_{tot}.

Para a faixa de T_3/T_1 investigada, o modelo rigoroso prevê que em torno de 65% do calor é transferido por radiação, ao passo que, de acordo com o modelo simplificado, a radiação representa cerca de 80% do calor total transferido. A parcela Q_{rad}/Q_{tot} é menor para o modelo rigoroso em virtude deste modelo prever uma temperatura da superfície 2 mais elevada do que aquela prevista pelo modelo simplificado.

Conforme observado na Figura 4, a diferença entre os valores de Q_{tot} calculados pelos dois modelos diminui com o aumento de T_3/T_1. A medida que T_3/T_1 cresce, aumenta a importância da radiação e, consequentemente, diminui a estratificação de temperatura no sólido. Para valores elevados de T_3/T_1, a estratificação pode ser desprezada, e os dois modelos se tornam equivalentes.

Para $T_3/T_1 > 1{,}4$ a diferença entre os valores de Q_{tot} obtidos pelos dois modelos é moderada e em muitas aplicações em engenharia representa a precisão desejada. Desta forma, para os parâmetros aqui investigados, o modelo rigoroso só se justifica em situações onde se deseja informações precisas sobre o projeto. Deve-se notar que esta observação não é conclusiva já que não se explorou uma variação de todas as grandezas adimensionais envolvidas no problema.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a PIRELLI S.A. Divisão Cabos, na figura do Eng. Geraldo R. de Almeida, o apoio para a realização deste trabalho; agradecem também, o acadêmico Rinaldo Puff que auxiliou na parte computacional.

REFERÊNCIAS

[01] Hessami, M.A., Pollard, A., Rowe, R.D. and Ruth, D.W., A Study of Free Convective Heat Transfer in a Horizontal Annulus With a Large Radii Ratio. Journal of Heat Transfer, 107: 603-610 (1985).

[02] Cattòn, I., Bejan, A., Greif, R., and Hollands, K. G.T., Natural Convection in Enclosures, Proceedings of a Workshop on Natural Convection, Univ. of Notre Dame, Indiana, pp. 24-35, (1983).

[03] Raithby, G.D., and Hollands, K.G.T., Natural Convection, in Handbook of Heat Transfer Fundamentals by Rohsenow, W.M., Hartnett, J.P., and Ganic, E.N., McGraw Hill, (1985).

[04] ElSherbiny, S.M., Hollands, K.G.T., and Raithby, G.D., Effect of Thermal Boundary Conditions on Natural Convection in Vertical an Inclined Air Layers, Journal of Heat Transfer, 107: 515-520, (1982).

[05] Koutsoheras, W. and Charters, W.W.S., Natural Convection Phenomena in Inclined Cells with Finite Wall - A Numerical Solution, Solar Energy, 19: 433-438 (1977).

[06] Meyer, B.A., Mitchell, J.W., and El-Wakil, M.M., The Effect of Thermal Wall Properties on Natural Convection in Inclined Rectangular Cells, Journal of Heat Transfer, 104: 111-117 (1982).

[07] Shiralkar, G.S. and Tien, C.L., A Numerial Study of the Effect of a Vertical Temperature Difference Imposed on a Horizontal Enclosure, Numerical Heat Transfer, 104: 185-197 (1982).

[08] Kim, D.M., and Viskanta, R., Heat Transfer by Combined Wall Conduction and Natural Convection through a Rectangular Solid with a Cavity, Proceedings of the ASME/JSME Joint Thermal Engineering Conference, Vol. 1, pp. 313-322, ASME, New York, (1983).

[09] Larson, D.W., and Viskanta, R., Transient Combined Laminar Free Convection and Radiation in a Rectangular Enclosure, Journal of Fluid Mechanics, 78: 68-85 (1976).

[10] Kim, D.M. and Viskanta, R., Effect of Wall Conduction and Radiation on Natural Convection in a Rectangular Cavity, Numerical Heat Transfer, 7: 449-470 (1984).

[11] Seymour, D.C., and Krick, D.A., A New Vulcanizing Process Without Steam as Heat Source, Wire Journal, March: 74-79 (1979).

[12] Colle, S., Desenvolvimento de um Modelo Matemático para Controle Térmico do Processo de Cura-Seca (Dry-curing) de Cabos em Catenária, 2º Relatório Técnico, julho a dezembro de 1985, Centro de Pesquisas Pirelli S.A., Santo André, SP.

[13] Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington, D.C., (1980).

[14] Sparrow, E.M., and Cess, R.D., Radiation Heat Transfer, Augmented Edition, Hemisphere, Washington, D.C., (1978).

[15] Kuehn, T.H., and Goldstein, R.J., An Experimental Study of Natural Convection Heat Transfer in Concentric and Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli, Journal of Heat Transfer, 100: 635-640 (1978).

ABSTRACT

A numerical study has been conducted to investigate the heat transfer between two concentric horizontal cylinders. Effects of conduction, laminar convection, and radiation were included in the analysis. This work was motivated by the heat transfer problem associated with the dry-curing process of the insulation of electrical cables. A rigorous formulation is introduced and tested. Results obtained with this formulation were compared with the results obtained using a simplified model in which the effects of temperature stratification in the inner cylinder were neglected. For the range of parameters investigated, radiation was dominant over convection, and the use of the rigorous formulation appears warranted only when precise design is necessary

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

COEFICIENTE LOCAL DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR PARA ESCOAMENTO TURBULENTO EM FEIXE DE BARRAS

ELOI FERNANDEZ Y FERNANDEZ
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

PEDRO CARAJILESCOV
Divisão de Engenharia Mecânica - ITA

RESUMO

No presente trabalho é desenvolvido um modelo para determinar o coeficiente de troca de calor local em feixes de barras de arranjo triangular, combinando o desenvolvimento analítico de parâmetros distribuídos com resultados experimentais obtidos de valores globais. Essa metodologia permite que se obtenha uma expressão fechada para a distribuição do coeficiente local da transferência de calor.

INTRODUÇÃO

Os elmentos combustíveis de alguns tipos de reatores, consistem em um feixe de barras de arranjo triangular entre as quais escoa o fluido refrigerante. Os mecanismos de transporte de calor e massa, no interior do núcleo desses reatores, apresentam um complexo comportamento físico por causa da sua configuração geométrica e das amplas faixas das condições de operração.

Diferentes montagens experimentais e simulações numéricas tem sido realizadas na tentativa de expressar o comportamento termohidráulico desse conjunto.

A maioria dos métodos utilizados para o projeto térmico dos elementos combustíveis são de parâmetros concentrados, os quais trabalham somente com a razão e a entalpia média no subcanal. Entretanto, em muitos casos, a temperatura na superfície das barras do elemento combustível limita a potência térmica que pode ser gerada no reator. Essas temperaturas somente podem ser calculadas pelo método dos parâmetros concentrados, se os coeficientes locais da transferência de calor forem fornecidas. Em geral essas informações são obtidas através de medidas experimentais, as quais, principalmente quando envolvem a parte térmica, são extremamente caras. Por outro lado, uma análise utilizando o método dos parâmetros distruibuídos pode indicar uma dependência funcional para os parâmetros locais desejados, podendo-se combinar os métodos dos parâmetros concentrados e distribuidos para um melhor desempenho das necessidades do projeto.

No presente trabalho é desenvolvido um modelo para determinar o coeficiente de troca de calor local em feixes de barras de arranjo triangular (cuja geometria é mostrada na Figura 1), combinando um desenvolvimento analítico de parâmetros distribuídos com resultados experimentais obtidos de valores locais e globais.

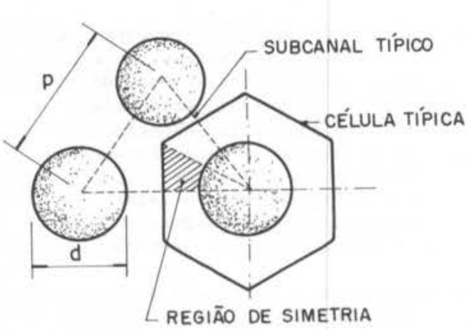


Figura 1. Arranjo triangular típico de feixes de barras

Essa metodologia permite que se obtenha uma expressão fechada para a distribuição do coeficiente local de transferência de calor na superfície das barras.

MÉTODO DE SOLUÇÃO

Uma combinação entre o subcanal e a célula define, por simetria, a região de estudo mostrada em hachurado na Figura 1. A não regularidade da geometria indica uma não uniformidade das propriedades termohidráulicas do escoamento, nas direções radial e circunferencial. Figura 2 apresenta a região em estudo e define parâmetros geométricos de interesse.

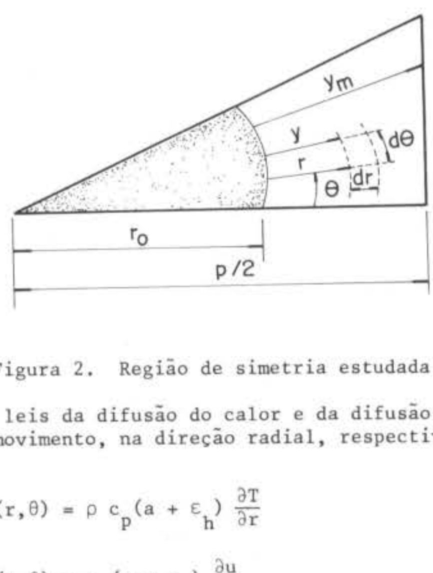


Figura 2. Região de simetria estudada

As leis da difusão do calor e da difusão de quantidade de movimento, na direção radial, respectivamente, são:

$$q''(r,\theta) = \rho\, c_p (a + \varepsilon_h) \frac{\partial T}{\partial r} \tag{1}$$

$$\tau\,(r,\theta) = \rho\,(\nu + \varepsilon_m) \frac{\partial u}{\partial r} \tag{2}$$

São consideradas as seguintes hipóteses: a) escoamento turbulento totalmente desenvolvido; b) escoamento incompressível; c) as propriedades do fluido na secção reta do escoamento são consideradas constantes.

Definindo τ_o e q''_o como sendo a tensão cisalhante e o fluxo de calor na parede, respectivamente; o número de Prandtl total, $\sigma_t = (\nu + \varepsilon_m)/(a + \varepsilon_h)$; as variáveis adimensionais usuais e admitindo que para fluidos com números de Prandtl moderados, a relação $[(q''/q''_o)/(\tau/\tau_o)] \cong 1{,}0$, as equações (1) e (2) combinadas e integradas entre $y = 0$ e um y genérico, resulta em

$$T^+(r^+) = \int_o^{u^+} \sigma_t \, du^+ \tag{3}$$

Definindo, ainda, o conceito de coeficiente de atrito local, $S_\theta = (\tau_o / \rho u_b^2) = 1/(u_b^+)^2$ onde u_b é a velocidade média do fluido. O número de Nusselt local é representado por $N_u = (h_\theta D_h/k)$ e, o mínimo de Stanton por $S_t = [q_o''/(T_o-T_b)\ \rho\ c_p\ u_b]$, ou em termos das variáveis adimensionais $S_t = 1/(u_b^+ T_\theta^+)$; onde T_θ^+ representa a temperatura média adimensionalizada por segmento definido. Combinando esse conjunto de definições, obtem-se que:

$$S_t = \frac{S_\theta^{1/2}}{T_b^+} \tag{4}$$

A temperatura média de mistura pode ser calculada, se forem conhecidos os perfis de velocidade e temperatura do fluido, pela seguinte expressão

$$T_\theta^+ = \frac{1}{u_\rho^+ . \Delta A_\theta^+} \int_{\Delta A_\theta^+} T^+(r^+).u^+(r^+)\ dA^+ \tag{5}$$

substituindo (3) em (5)

$$T^+ = \frac{1}{u_\theta^+ . \Delta A_\theta^+} \int_{\Delta A_\theta^+} u^+ \left[\int_o^{u^+} \sigma_t du^+ \right] dA^+ \tag{6}$$

onde: $\Delta A_\theta^+ = \Delta\theta[(r_o^+)^2 - (r_m^+)^2]/2$ e $dA^+ = r^+ d\theta dr^+$. A velocidade média para cada segmento ΔA_θ, u_θ^+, é calculada com base no perfil universal de velocidade

$$u^+ = \frac{1}{\Delta A_\theta^+} \int_{\Delta A_\theta^+} u^+(r^+)\ dA^+ \tag{7}$$

A integral descrita na equação (6) pode ser rearrumada, considerando que a partir de um determinado valor de $y^+ = y_1^+$ o número de Prandtl total, σ_t, assume o valor de σ_o = cte e que, numa faixa de $0 < y^+ < y_1^+$, $\sigma_t \neq \sigma_o$, deve-se, então:

$$T_\theta^+ = \frac{1}{u_\theta^+ . \Delta A^+} \int_{\Delta A^+} u^+ \left[\int_o^{u_1^+} \sigma_t du^+ + \int_{u_1^+}^{u^+} \sigma_o du^+ \right] dA^+ \tag{8}$$

que pode ser reescrita como:

$$T_\theta^+ = \frac{1}{u_\theta^+ . \Delta A_\theta^+} \left\{ \int_{\Delta A^+} u^+ \left[\int_o^{u_m^+} \sigma_t du^+ + \int_o^{u^+} \sigma_o du^+ - \int_o^{u_m^+} \sigma_o du^+ \right] dA^+ \right\} \tag{9}$$

Definindo $y_1^+ = y_m^+$, isto é, no trecho em que $\sigma_t \neq \sigma_o$ a influência dessa diferença é considerada entre a primeira e a última integral do termo entre colchetes da equação (9), quando $\sigma_t \to \sigma_o$ os dois termos se anulam, restando apenas o segundo termo. Fazendo essa substiuição de $y_1^+ = y_m^+$, admitindo que σ_o = cte e a definição da equação (7), tem-se

$$T_\theta^+ = \int_o^{u_m^+} \sigma_t du^+ - \int_o^{u_m^+} \sigma_o du^+ + \frac{\sigma_o}{u_\theta^+\ \Delta A_\theta^+} \int_{\Delta A^+} (u^+)^2 dA^+ \tag{10}$$

Integrando a equação (7) para $u^+ = k_o \ell u y^+ + C_o$ obtem-se

$$u_\theta^+ = u_m^+ - k_o \frac{(\xi + 3)}{2(\xi + 1)} \tag{11}$$

onde $\xi = p/d$ é a razão de aspecto geométrico do feixe. Integrando a equação (10), substituindo a equação (11) e fazendo uma série de manipulações algébricas chega-se a:

$$T_\theta^+ = \sigma_o \left\{ P + \frac{1}{S_\theta^{1/2}} \left[1 - a\ k_o\ S_\theta^{1/2} + (b-1)\ k_o^2\ S_\theta \right] \right\} \tag{12}$$

onde: $a = (2\xi)/(\xi+1)$ e $b = [(\xi+3)/2(\xi+1)]^2$. A expressão de P é dada por

$$P = \int_o^{u_m^+} \left(\frac{\sigma t}{\sigma_o} - 1 \right) du^+ \tag{13}$$

e fisicamente corresponde a resistência exercida pela sub-camada laminar devido ao número de Prandtl molecular.

Considerando que o número de Stanton pode ser escrito como sendo: $S_t = Nu/(Re.Pr)$; combinando com as equações (4) e (12), tem-se:

$$Nu)_\theta = \frac{R_e . P_r}{\sigma_o} \cdot \frac{S_\theta^{1/2}}{\left\{ P + \frac{1}{S_\theta^{1/2}} \left[1 - ak_o S_\theta^{1/2} + (b-1) k_o S_\theta \right] \right\}} \tag{14}$$

DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO-P

Jayatilleke [1], sugere que a função-P seja determinada a partir dos resultados experimentais no caso dos dutos circulares. Admitiu-se uma primeira aproximação para a determinação dessa resistência associada a sub-camada laminar optando-se por trabalhar com a função-P em relação aos valores médios do escoamento no subcanal.

A partir de dados experimentais do número de Nusselt e do coeficiente de atrito médio, para o subcanal, a função-P foi correlacionada em função dos números de Prandtl molecular e turbulento e da razão de aspecto. Foram utilizadas as correlações empiricas derivadas dos dados experimentais obtidos por Tong e Weisman [2] para a parte térmica e Trupp e Azad [3] para a dependência hidrodinâmica.

É essencial, como característica de projeto, que a determinação da função-P e consequentemente do número de Nusselt local possam ser deteminados de maneira simples. A literatura técnica apresenta outras opções para correlacionar a função-P [1][4], no entanto, essas relações nem sempre estão baseadas nos critérios de simplicidade para a obtenção de valor de P e, em geral, são aplicadas a dutos.

No presente trabalho, optou-se por estabelecer uma fórmula fechada, de fácil utilização e que inclua a dependência geométrica do arranjo analisado, envolvendo a variação da função-P com a razão de aspecto. Como resultado dessas observações, recomenda-se a seguinte expressão para o cálculo de P:

$$P = 10 \left\{ C . \left(\frac{P_r}{\sigma_o} \right)^{0,65} . \exp \left[- 0,45 \left(\frac{\sigma_o}{P_r} \right) \right] - 1 \right\} \tag{15}$$

onde:

$$C = 1,60(\xi)^{-0,59} \tag{16}$$

Figura 3 mostra o comportamento de $\sigma_o P$ obtido da equação (15). Os resultados são comprovados com expressões da função-P em dutos propostos por Jayatilleke [1].

Figura 4 mostra a variação do coeficiente C com a razão de aspecto, ξ = p/d.

APLICAÇÕES

Como foi mencionado anteriormente, uma das principais aplicações do presente método corresponde a identificação do valor local do coeficiente de troca de calor, em feixes de barras de arranjo triangular.

Utilizando os resultados experimentais e analíticos das tensões de cisalhamento local fornecidas por Trupp e Azad [3] e Carajilescov e Tadreas [5], combinadas com as equações (15) e (16), obtem-se o valor do número de Nusselt em função da posição angular na barra. A Figura 5 mostra esses resultados para as razões de aspecto ξ=1,2 e ξ=1,217.

Salienta-se que o desenvolvimento apresentado não impõe restrições sob a condição de contorno na superfície da barra. Os valores médios experimentais utilizados na determinação da função-P, não fazem referência as condições do fluxo de calor ou da temperatura na parede ser uniforme.

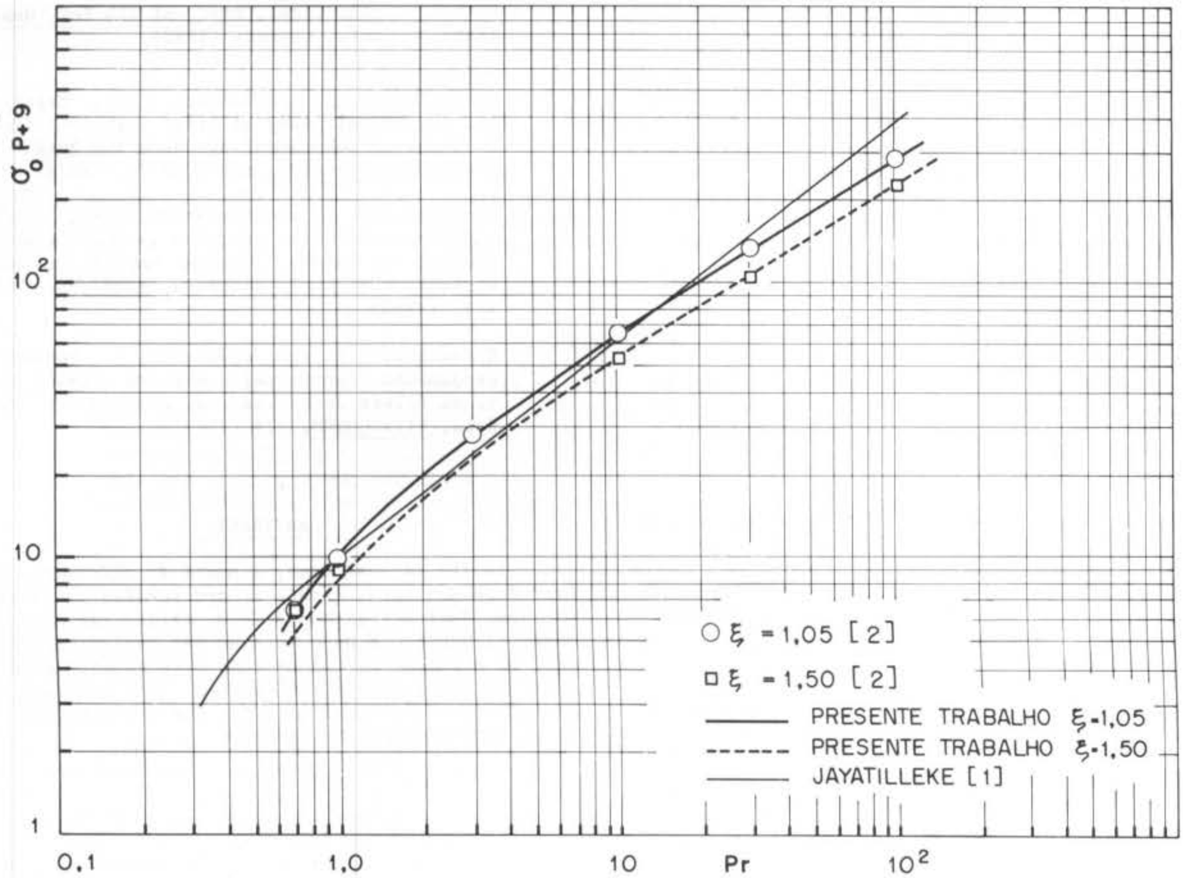


Figura 3. Variação da função-P com o número de Prandtl

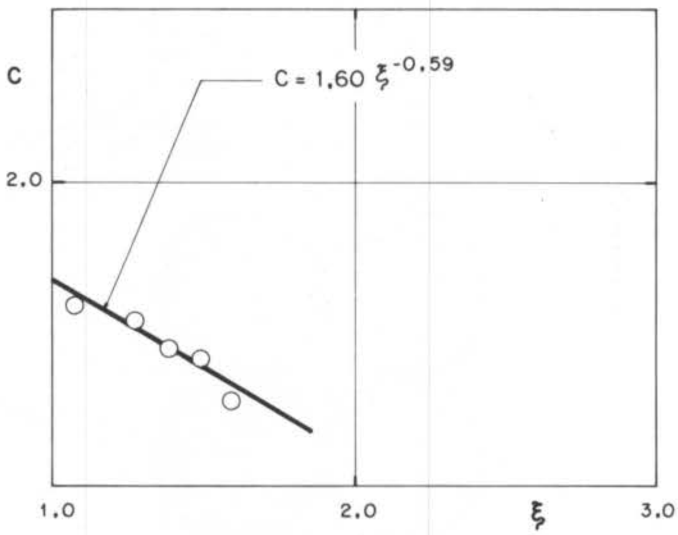


Figura 4. Coeficiente C em função da razão de aspecto

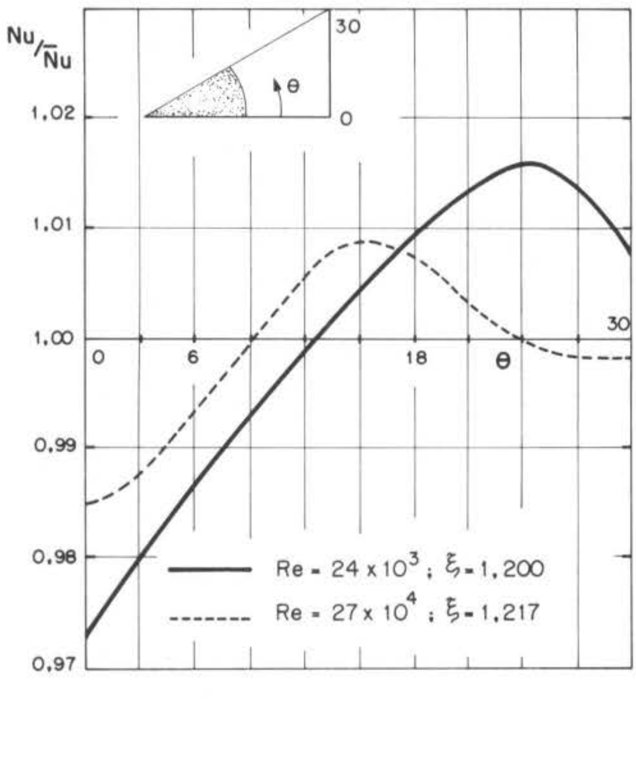


Figura 5. Distribuição do número de Nusselt

CONCLUSÕES

O presente trabalho desenvolve um modelo independente para a determinação dos coeficientes de transferência de calor local, em feixes de barras de arranjo triangular.

Este modelo acoplado aos modelos de distribuição de escoamento, e da entalpia média por subcanal do feixe, [6][7], permitem estabelecer um método determinístico de análise termohidráulica de elementos combustíveis, utilizando pequena capacidade de memória e tempos reduzidos de computação, sem, no entanto, prejudicar excessivamente a qualidade das precisões.

REFERÊNCIAS

[1] Jayatilleke, C.L.V., The inference of Prandtl number and surface roughness on the resistence of the laminar sub-layer to momentum and heat transfer , Progr. in Heat and Mass Transfer, v. 01, Perg. Press (1969).

[2] Tong, L.S. and Weisman, J., Thermal analysis of pressumized water reactors, Publ. AMS (1979).

[3] Trupp, A.C. and Azad, R.S., The estructure of turbulent flow in triangular array rod bundles, Nucl. Eng. and Design, v. 32, p. 47 (1975).

[4] Elhadidy, M.A. and Thomas, L.C., A new approach for calculating heat transfer characteristics of turbulent wall flows, Proc. of 7th Inf. Heat Transfer Conf., Germany (1982).

[5] Carajilescov, P. and Tadreas, M.E., Experimental and analytical study of axial turbulent flows in an interior subecannal of Bowe Rod Bundle , Winton Meeting ASME, paper nº 75 - WA/HI-SI(1975).

[6] Carajilescov, P. and Fernández, E.F., Semi-empirical model for friction in LMFOR wive-wrapped rod bundle, Topical Meeting on Thermal Hydraulics of Nucl. Reactons, ASME/AMS/AIME, v.2, 1318 (1983).

[7] Fernández, E.F. e Carajilescov, P. Modelo para o escoamento transversal e mistura térmica turbulenta em feixes de barras com espaçadores helicoidais, VIII COBEM, 321 (1985).

ABSTRACT

In the present work, a model to determine local heat transfer coefficients in rod bundles is developed for rod, that are arranged in a triangular array. The model is developed by combining the analytical development of distributed parameters with experimental results obtained from global values. This approach yields an expression inclosed form for the distribution of local heat transfer coefficients.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

TRANSPORT COEFFICIENTS FOR LAMINAR AND TURBULENT FLOW THROUGH A FOUR-CUSP CHANNEL

ABCM
SBMAC ABEnS

ALEXANDRE DE SOUZA DUTRA
JOSÉ ALBERTO DOS REIS PARISE
PAULO ROBERTO DE SOUZA MENDES

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

PUC/RJ

ABSTRACT

A comprehensive study was performed to determine entrance region and fully-developed heat transfer coefficients for laminar and turbulent flow in a four-cusp channel. A numerical solution was presented for fully-developed laminar flow, and an experimental study was reported for turbulent flow. Systematic variations of the Reynolds number were made in the range 900-30000. The results show that the heat transfer coefficients for the four-cusp channel are much lower than the coefficients for the circular tube.

INTRODUCTION

Simulation of accidents in nuclear reactors is a fundamental practice when a criterious study to enhance safety of the nuclear plants is desired. Such practice is only possible when related heat transfer information is available.

The four-cusp channel appears when the cylindrical shells of the fuel swell during the accident, touching each other.

A number of papers on four-cusp channel flow is available in the literature. Gunn and Darling [1] performed a numerical and experimental study on the hydrodynamical problem. Later, some numerical studies on the laminar flow and heat transfer were reported in [2] and [3].

The present paper deals mainly with an experimental investigation on the heat transfer characteristics of the turbulent flow in a four-cusp channel. In the experiments, the naphthalene sublimation technique was employed. For completeness, a numerical solution of the laminar flow was also performed, as described in the following section of the paper.

NUMERICAL SOLUTION

The calculation domain is depicted in Figure 1. It is clear that, due to symmetry, only one eighth of the channel cross section needs to be analyzed. The numerical solution presented here pertains to the case of fully-developed, constant-property flow through the channel under study.

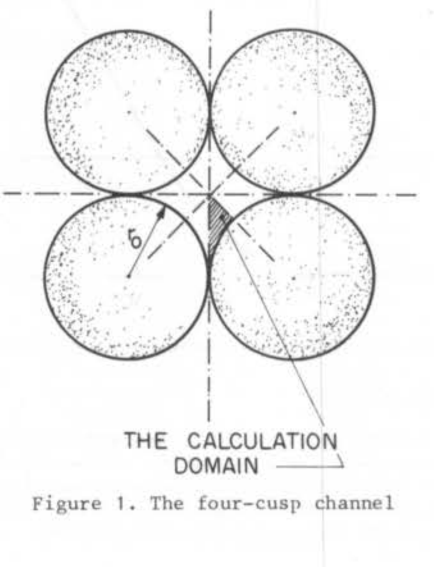


Figure 1. The four-cusp channel

The momentum and energy equations take the usual dimensionless form

$$\partial^2\Omega/\partial R^2 + (\partial^2\Omega/\partial\theta^2)\,/\,R^2 + 1 = 0 \qquad (1)$$

$$\partial^2\phi/\partial R^2 + (\partial^2\phi/\partial\theta^2)\,/\,R^2 + (\Omega/\overline{\Omega})\lambda\phi = 0 \qquad (2)$$

In eq.(1), the dimensionless velocity Ω is defined as $w\mu\,/\,(-dp/dz)D_h^2)$, where w denotes the axial velocity in the z direction, p is the pressure, μ is the absolute viscosity and D_h is the hydraulic diameter, whose definition is well known. The quantity R is the dimensionless radial coordinate, defined as r/D_h (see Figure 1); and θ is the angular coordinate.

In eq.(2), $\phi \equiv (T-T_w)/(T_b-T_w)$ is the dimensionless temperature, where T_w is the channel wall and T_b is the bulk temperature. The constant λ is defined as $(-d(T_b-T_w)/dZ)\,/\,(T_b-T_w)$, where Z is the dimensionless axial coordinate, given by $(z/D_h)\,/\,Pe$. The quantity Pe is the Peclet number, given by the product between the Reynolds number $Re \equiv \rho\,\overline{w}\,D_h/\mu$ and the Prandtl number $Pr \equiv \mu\,c_p\,/\,K$.

Since λ is not known a priori, a subsidiary equation is needed. For this purpose, the nondimensional counterpart of the definition of the bulk temperature is employed,

$$\iint \phi\,\Omega\,R dR d\theta\,/\,\overline{\Omega} = 1 \qquad (3)$$

The boundary conditions for eq.(1) are the no-slip condition ($\Omega = 0$) at the wall ($R = a$), and symmetry conditions ($\partial\Omega/\partial n = 0$) at the other boundaries. An isothermal wall boundary condition ($\phi = 0$) is imposed at $R = a$ for eq.(2), whereas, at the other boundaries, the symmetry condition ($\partial\phi/\partial n = 0$) applies. In the above relations $a = \pi/2(4-\pi)$.

The friction factor $f \equiv 2(-dp/dz)D_h/\rho\,\overline{w}^2$ is calculated via

$$f = 2\,/\,\overline{\Omega}\,Re\,. \qquad (4)$$

It can be easily shown that the average Nusselt number $\overline{Nu} = \overline{h}D_h/K$, where K is the thermal conductivity, is given by

$$\overline{Nu} = \lambda/4\,, \qquad (5)$$

whereas the local Nusselt number $Nu = hD_h/K$ is evaluated by

$$Nu = -(\partial\phi/\partial R)_{R=a} \qquad (6)$$

The symbols h and $\overline{h}$ stand respectively for the local and average heat transfer coefficients.

As implied by the above equations, cylindrical coordinates were employed. Therefore, the channel wall is a line of constant R, whereas the symmetry line normal to the wall is a line of constant θ. On the other hand, the third boundary of the calculation domain is not parallel to any of the coordinates.

Equations (1) and (2) were integrated via the finite-volume technique described in [4]. A non-uniform 92×92 grid was employed, and the irregularity of the domain was tackled with the technique presented in [5].

THE EXPERIMENTS

The naphthalene sublimation technique was chosen for the determination of the heat transfer coefficients. This technique for determining heat transfer coefficients is based on the existing analogy between heat and mass transfer phenomena, offers higher accuracy, better control of boundary conditions and minimal extraneous losses. The thermal boundary condition for the heat transfer situation which is analogous to the actual mass transfer situation is uniform wall temperature.

Test Section. The test section is made up of interlocking modules, as illustrated in Figure 2. Each module consists of a cylindrical metallic (brass) shell whose inner surface is coated with a layer of solid naphthalene. The coating is applied in one module at a time by a casting procedure which is well outlined in [6]. In this manner, after the modules are assembled together, a four-cusp channel with pure naphthalene walls is obtained. Precise mating of successive modules is ensured by interlocking recesses and giding pins that are provided at the respective ends of each module.

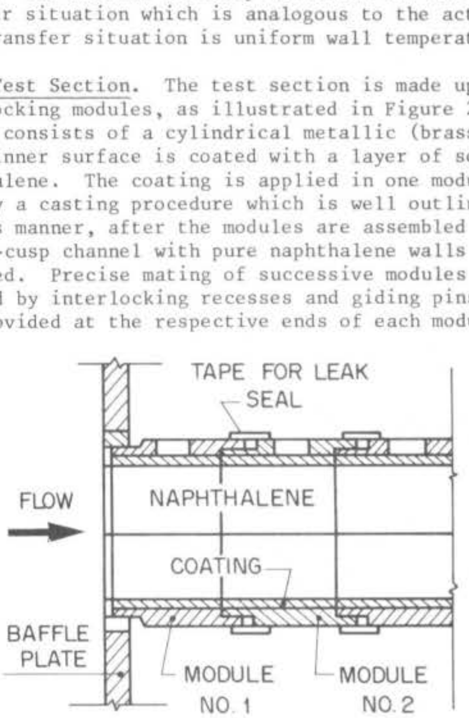


Figure 2. The test section

Air Loop. The test section was situated at the upstream end of the open-loop flow circuit that was operated in the suction mode. Air was drawn into the inlet of the test section from the temperature-controlled laboratory room. From the test section exit, the air entered a flow metering section (an orificie-plate calibrated meter), then followed to a plenum chamber, to a cut-off valve, to a control valve, and then to blower. The purpose of the plenum chamber was to dampen oscillations of the air flow induced by the blower. The blower was situated in an adjacent room to avoid thermal and naphthalene contamination.

The test section was oriented horizontally and was built into a large baffle plate. The pressure of the baffle created a plenumlike space upstream of the inlet from which the test section drew the air.

Instrumentation. Mass measurements were made using a Sartorius analytical balance with a resolving power of 10^{-4} g and a capacity of 200 g.

During the casting procedure, a thermocouple was embedded in the naphthalene coating of a module, in such a way that its junction was positioned flush with the channel wall. This module was always positioned at the downstream end of the test section. The thermocouple was made of from specially calibrated copper-constantan wire.

Periodic readings of the thermocouple emf were made during the course of a data run with the aid of a voltmeter having a 1 μV resolution.

Experimental Procedure. It was standard practice to leave the naphthalene-coated modules in the temperature-controlled laboratory overhight, in order to attain thermal equilibrium with the room air. During this period, the modules were kept in a sealed plastic bag to avoid sublimation and also to ensure that the air in the room was free of naphthalene vapor.

Immediately prior to a data run, the modules were individually weighed and then assembled to form the test section. The blower had been warmed up in preparation for the run, so that it provided a steady flow from the moment of its activation. After the pre-selected derivation of the run, the test section was disassembled and the modules reweighed. During all of these operations, the modules were never touched with bare hands; rather, either gloves or padded tongs were used.

To obtain a correction for possible extraneous sublimation which might have occurred between the two weighings, a so-called after-run was made. During the after-run, all aspects of the actual data run were repeated, except that the blower was never activated, and there was no airflow period. Further weighing following the after-run provided the sought-for correction, which was of the order of one percent.

NUMERICAL RESULTS

The numerical solution of the laminar fully developed flow through the four cusp channel is now presented. The ratio between maximum and mean velocities in the cross section was found to be equal to 2.38, whereas the product f.Re, evaluated numerically via eq.(4), was found to be equal to 26.3.

Figure 3 shows the Nusselt number distribution along the wall. It can be seen from this figure that the region in the neighborhood of the cusp is nearly inactive as far as heat transfer is concerned. Departing from the cusp ($\theta > 15^o$), the local Nusselt number increases very fast, showing a maximum value of 3.59 at $\theta = 45^o$. The average Nusselt number was found to be equal to 1.08 and this result agrees well with [2] and [3]. It is worth noting that the average Nusselt number predicted by the simple relation given in Figure 3.7 of [7] is equal to 1.00 for this geometry.

Figure 3. Local Nusselt number for laminar flow

EXPERIMENTAL RESULTS

The mass transfer coefficients and Sherwood numbers obtained in the experiments can be converted to heat transfer coefficients by employing the analogy between the two processes. Because of this, the phrases heat transfer and mass transfer will be used interchangeably in the presentation of results.

Data Reduction. The per-module mass transfer coefficient, K_i, for a typical module, i, was evaluated from the defining equation

$$K_i = (\dot{M}_i/A_w) / \Delta\rho_{n,i} \tag{7}$$

In this equation, $\dot{M}_i$, the per-module mass transfer rate, was obtained from the ratio $\Delta M_i/\tau$, where ΔM_i is the measured (and corrected) change in the module mass and τ is duration of the run.

The quantity $\Delta\rho_{n,i}$ is the wall-to-bulk difference in naphthalene vapor density for module i. Its evaluation requires that the axial variation of the bulk vapor density, ρ_{nb}, first be determined. For this purpose, let j denote any module in the test section, with ρ_{nb}^{j-1} representing the bulk vapor density at the inlet of the module and ρ_{nb}^{j} representing the bulk vapor density at the module exit. Then, noting that $\rho_{nb} = 0$ at the test section inlet, a mass balance in the channel yields

$$\rho_{nb}^{i} = \sum_{j=1}^{i} \dot{m}_j / (m/\rho) \tag{8}$$

where $\dot{m}$ is the measured mass flow rate, and ρ is the mean air density at the section.

The other ingredient needed for the evaluation of the wall-to-bulk density difference is the naphthalene vapor density, ρ_{nw}, at the channel wall. This quantity was obtained by a two-step process. First, by using the measured wall temperature, the naphthalene vapor pressure at the wall was calculated by the Sogin vapor pressure/ /temperature equation [8]. Then, ρ_{nw} was evaluated from the perfect gas law.

Two definitions of the wall-to-bulk difference in vapor density were considered: the arithmetic - mean difference and the log-mean difference. For all the experiments, the per-module rise in bulk density was small compared with the wall-to-bulk density difference and, hence, the two definitions yielded indistinguishable results. The log-mean difference was used in the data reduction because it is conventional practice in the heat transfer literature.

$$\Delta\rho_{n,i} = \{(\rho_{nw} - \rho_{nb}^{i-1}) - (\rho_{nw} - \rho_{nb}^{i})\} / \ell n\{(\rho_{nw} - \rho_{nb}^{i-1}) / (\rho_{nw} - \rho_{nb}^{i})\} \tag{9}$$

The dimensionless counterpart of the mass transfer coefficient is the Sherwood number Sh_i, defined as

$$Sh_i = (K_i D_h/\nu) Sc \tag{10}$$

where the Schmidt number Sc is equal to 2.5 for naphthalene diffusion in air. The kinematic viscosity ν was evaluated as that for pure air.

ENTRANCE REGION RESULTS

The axial distribution of the Sherwood number is given in Figure 4 for some representative values of the Reynolds number. A more complete presentation is available in [6]. In the figure, the per-module Sherwood number is plotted as a function of the dimensionless axial coordinate z/D_h. In particular, the Sherwood for each module is plotted at the axial midpoint of the module, and the data for the different Reynolds numbers are identified by different symbols.

From this figure, it is seen that the flow is fully developed after about five hydraulic diameters for Re = 5300, after about seven hydraulic diameters for Re = 14800, and after about eight hydraulic diameters for Re = 30300. Qualitatively, the trends shown in Figure 4 are the same ones found in flows through any channel whose cross section does not vary along its length.

Fully Developed Results. As observed in Figure 4, the Sherwood number tends to an asymptotic value in the region far away from the channel inlet. These fully developed values of Sh are plotted in Figure 5 as a function of the Reynolds number. The figure suggests that this fully developed value of the per module Sherwood number Sh_{fd} has a dependence on the Reynolds number of the power-law type. A least-squares fit to these data yields

$$Sh_{fd} = 0.0645 \ Re^{0.672} \ . \tag{11}$$

The well known Dittus-Boelter equation is also plotted (for Pr = Sc = 2.5) in Figure 5. A comparison between the two curves readily yields that the four-cusp channel displays a much poorer performance as far as heat transfer is concerned. This is an expected behavior, since a large portion of the heat transfer area is in the neighborhood of a cusp, where very low fluid velocities prevail.

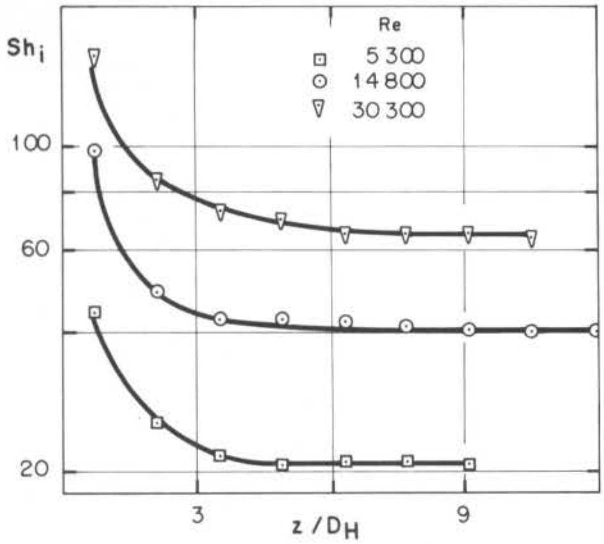


Figure 4. Effect of Reynolds number on the axial distributions of the Sherwood number

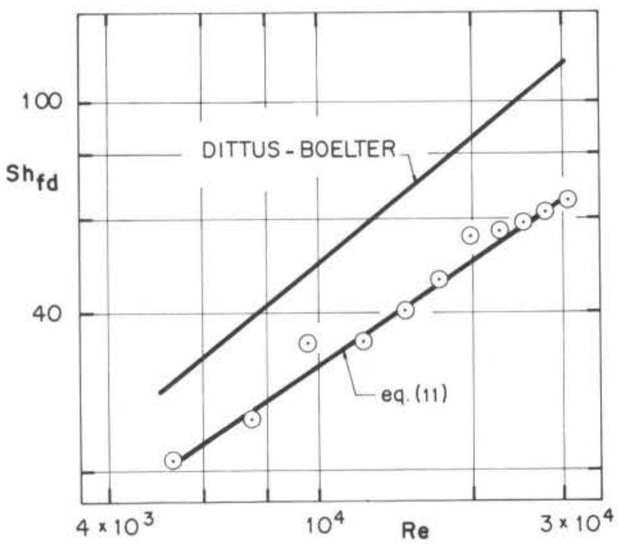


Figure 5. Effect of Reynolds number on the fully- -developed Sherwood number

FINAL REMARKS

The research described here constitutes a comprehensive study of the laminar and turbulent heat transfer characteristics of the four cusp channel. For laminar flow, a numerical solution was presented, whereas an experimental analysis was described for turbulent flow.

The results showed that the heat transfer coefficients of the four-cusp channel are always lower than the ones for the circular tube. For laminar flow, the Nusselt number was found to be only three tenths of Nu for the circular tube, whereas for turbulent flow this ratio is not as low in the range investigated, but increases with the Reynolds number.

REFERENCES

[1] Gunn, D.J. and Darling, C.W.W., Fluid flow and energy losses in non-circular conduits. Trans. Instn. Chem. Engrs., 41 : 163-173 (1963).

[2] Maliska, C.R. and Silva, A.F.C., Local effects of highly nonorthogonal grids in the solution of heat transfer problems in cusped corners. Proc. 1st Intl. Conference on Num. Grid Generation in Comp. Fluid Dynamics, West Germany, July 1986.

[3] Nieckele, A.O., Análise do escoamento laminar com transferência de calor em um canal quadri-cúspide. Relatório nº 011/86, LNCC/CNPq, Julho 1986.

[4] Patankar, S.V., Numerical heat transfer and fluid flow. McGraw-Hill, New York (1980).

[5] Patankar, S.V., A numerical method for conduction in composite materials, flow in regular geometries, and conjugate heat transfer. Proc. 6th Intl.Heat Transfer Conference, Toronto, v.3, pp. 297-304, (1978).

[6] Dutra, A.S., Coeficientes de transporte em dutos de seção quadricúspide simulando o núcleo danificado de um reator nuclear. M.S.Thesis, Mech. Eng. Dept., Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (Mar 1985).

[7] Bejan, A., Convection heat transfer. John Wiley & Sons, New York (1984).

[8] Sogin, H.H., Sublimation from disks to air streams flowing normal to their surfaces. Trans. ASME 80, pp.61-71 (1958).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ESCOAMENTO TURBULENTO COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA NO INTERIOR DE TUBOS

ABCM

ABCM ABEnS

PUC/RJ

GENÉSIO JOSÉ MENON
Departamento de Mecânica - EFEI

RESUMO

É apresentado um estudo de transferência de calor e massa no escoamento turbulento em tubos lisos, escoamento totalmente desenvolvido e fluido com propriedades constantes. Foi utilizado um modelo para o coeficiente de viscosidade turbulenta e difusividade térmica turbulenta desenvolvida por CEBECI; NA & HABIB. Os resultados para transferência de calor e massa mostram boa concordância para uma extensa faixa de Número de Prandtl e Schmidt entre 0,007 a 3000.

INTRODUÇÃO

O problema de transferência de calor e massa em escoamento turbulento em tubo tem sido extensivamente estudado; porém não são conhecidas soluções exatas para o problema, nem mesmo nos casos mais simples. O número de incógnitas envolvidas é maior que o número de equações, sendo necessário formular certas relações semi-empíricas, que por não terem validade geral limitam a validade das soluções a certas faixas de número de Reynolds e número de Prandtl.

O problema central das considerações teóricas concernentes a transferência de calor e massa no escoamento turbulento é o conhecimento do número de Prandtl turbulento (Prt) e do número de Schmidt turbulento (Sct), aos quais se atribuem equações semi-empíricas.

Deissler [1] estudou a transferência de calor e massa no escoamento turbulento em tubo, e utilizou um mesmo modelo para difusividade para transferência de quantidade de movimento, calor e massa, isto é, considerou que o número de Prandtl turbulento e o número de Lewis turbulento (Let) são unitários. O modelo utilizado concorda com a experiência para o número de Prandtl e Schmidit entre 0,5 e 3000.

Para o caso de baixos números de Peclet (Pe), Deissler [2] utilizou outro modelo onde o número de Prandtl turbulento depende do número de Peclet.

Simpson & Field [3] fizeram uma análise sobre o número de Schmidt turbulento e do número de Lewis turbulento. Uma análise mais detalhada foi apresentada por Jischa & Rieke [4] mostrando que o número de Lewis turbulento não é constante nem função apenas das propriedades do fluido, mas depende fortemente do mecanismo de turbulência e do campo de escoamento. Em geral é função do número de Reynolds, do número de Prandtl, do número de Schmidt e da coordenada normal a parede. Entretanto como os dados experimentais são ainda insuficiente foi atribuido o valor unitário ao número de Lewis turbulento.

No presente trabalho é apresentado um estudo de transferência de calor e massa no escoamento turbulento em tubo, onde é considerado que o número de Prandtl turbulento (Prt = $\varepsilon v/\varepsilon_T$) e o número de Schmidt turbulento (Sct = $\varepsilon v/\varepsilon_M$) dependem da posição do ponto com relação a parede e do número de Prandtl. Será considerado que o número de Lewis turbulento (Let = Prt/Sct) é unitário. São apresentados resultados para distribuições de velocidade e temperatura, bem como os Números de Nusselt com função do número de Reynolds.

EQUAÇÕES BÁSICAS

Para obter as distribuições de velocidade, temperatura e concentração no escoamento turbulento em tubos, as equações para tensão tangencial, transferência de calor e transferência de massa [1] são:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} + \rho\varepsilon_V \frac{du}{dy}, \tag{1}$$

$$q = -K \frac{dT}{dy} - \rho C_p \varepsilon_T \frac{dT}{dy}, \tag{2}$$

$$m = -\lambda \frac{dC}{dy} - \varepsilon_M \frac{dC}{dy}, \tag{3}$$

Sendo, y a coordenada na direção radial (y = 0 na parede), u a velocidade na direção axial, T a temperatura, C a concentração, μ a viscosidade dinâmica, K a condutividade térmica, λ a difusividade molecular, ρ a densidade, ε_V o coeficiente de viscosidade turbulenta, ε_T a difusividade térmica turbulenta e ε_M a difusividade turbulenta de massa.

As três equações acima são bastante conhecidas na literatura, entretanto a maioria dos autores não especificam quais as simplificações a que estas equações estão sujeitas. Os valores para ε_V, ε_T e ε_M são completamente desconhecidos sendo que estas quantidades dependem da turbulência em cada ponto do escoamento.

Este trabalho será particularizado para o caso de escoamento turbulento em tubo liso, circular, horizontal, com fluxo de calor constante na parede do tubo, sendo negligenciadas a dissipação viscosa e a convecção livre. O escoamento é totalmente desenvolvido hidrodinâmica e térmicamente. Na seção transversal do tubo a pressão estática e constante e a tensão de cisalhamento varia linearmente. São consideradas as relações de boussinesq e as simplificações de camada limite. Com as simplificações acima, em [5] foram obtidas as equações (1) e (2) diretamente da lei da conservação da massa, da conservação da quantidade de movimento e da conservação da energia.

Adicionalmente às simplificações acima será admitido que a transferência de massa é análoga à transferência de calor e o coeficiente de difusividade térmica turbulenta igual ao coeficiente de difusividade turbulenta de massa, isto é, o número de Lewis turbulento é unitário.

Vamos definir os seguintes parâmetros adimensionais:

$$V^* = \left(\frac{\tau_p}{\rho}\right)^{1/2}, \quad y^+ = \frac{V^*}{\nu} y, \quad R^+ = \frac{V^*}{\nu} R, \quad u^+ = \frac{u}{V^*},$$

$$X = \frac{y^*}{R^*}, \quad C^+ = \frac{(C_p - V)V^*}{m\rho}, \quad T^+ = \frac{(T_p - T)C_p \tau_p}{q_p V^*},$$

onde R é o raio do tubo e o índice P se refere a parede.

Introduzindo os parâmetros acima nas equações (1),

(2) e (3), resulta respectivamente:

$$\left(1 + \frac{\varepsilon_v}{\nu}\right) \frac{du^+}{dy^+} = 1 - \frac{y^+}{R^+} , \tag{4}$$

$$\left(\frac{1}{P_r} + \frac{\varepsilon_T}{\nu}\right) \frac{dT^+}{dy^+} = \frac{4}{R_e(R^+-y^+)} \int_{y^+}^{R^+} u^+(R^+-y^+)dy^+, \tag{5}$$

$$\left(\frac{1}{S_c} + \frac{\varepsilon_M}{\nu}\right) \frac{dC^+}{dy} = \frac{4}{R_e(R^+-y^+)} \int_{y^+}^{R^+} u^+(R^+-y^+)dy^+ , \tag{6}$$

com as condições:

$$y^+ = 0 : u^+ = 0, \quad T^+ = 0, \quad C^+ = 0 ; \tag{7}$$

$$y^+ = R^+: \frac{du^+}{dy^+} = 0, \quad \frac{dT^+}{dy^+} = 0, \quad \frac{dC^+}{dy} = 0. \tag{8}$$

A relação entre o número de Nusselt para transferência de calor (Nu), Nusselt para transferência de massa (Nu'), número de Reynolds (Re), número de Prandtl(Pr) e número de Schmidt (Sc) são dados pelas definições:

$$Nu = \frac{2R\ h}{k} = \frac{2\ R^+\ Pr}{T_m^+} , \tag{9}$$

$$Nu' = \frac{2Rh'}{\lambda} = \frac{2R^+Sc}{C_m^+} , \tag{10}$$

$$R_e = \frac{2\rho R\ u_m}{\mu} = 2u_m^+ R^+ , \tag{11}$$

Onde a temperatura, concentração e velocidade média na seção transversal do tubo são:

$$T_m^+ = \frac{\int_0^{R^+} T^+u^+(R^+-y^+)dy^+}{\int_0^{R^+} u^+(R^+-y^+)dy^+} , \tag{12}$$

$$C_m^+ = \frac{\int_0^{R^+} C^+u^+(R^+-y^+)dy^+}{\int_0^{R^+} u^+(R^+-y^+)dy^+} , \tag{13}$$

$$u_m^+ = \frac{2}{R^{+2}} \int_0^{R^+} u^+(R^+-y^+)dy^+ . \tag{14}$$

MODELO DE TURBULÊNCIA

Para que as equações (4), (5) e (6) possam ser resolvidas é necessário conhecer ε_v, ε_T e ε_M. Será admitida neste trabalho que $\varepsilon_M = \varepsilon_T$, sendo as relações para ε_v e ε_T dadas em [6] e [7], como:

$$\frac{\varepsilon v}{\nu p} = L^{+2}\frac{du^+}{dy^+} = \left[ZR^+(0,4X-0,44X^2+0,24X^3-0,06X^4)\right]^2 \frac{du^+}{dy^+}, \tag{15}$$

$$\frac{\varepsilon_T}{\nu p} = L^{+2}\left[1-\exp\left(\frac{y^+\sqrt{Prp}}{B^+}\right)\right] Z^{-1} \frac{du^+}{dy^+} , \tag{16}$$

onde: $Z = 1-\exp\left(-\frac{y^+}{26}\right)$, $B^+ = \sum_{i=1}^{5} Ci(\log Prp)^{i-1}$;

com $C_1 = 34,96$; $C_2 = 28,79$; $C_3 = 33,95$; $C_4 = 6,33$; $C_5 = -1,186$

EQUAÇÕES RESULTANTES

Resolvendo as equações (4), (5) e (6), são obtidas respectivamente as equações para distribuição de velocidade, temperatura e concentração como sendo, [5] e [8].

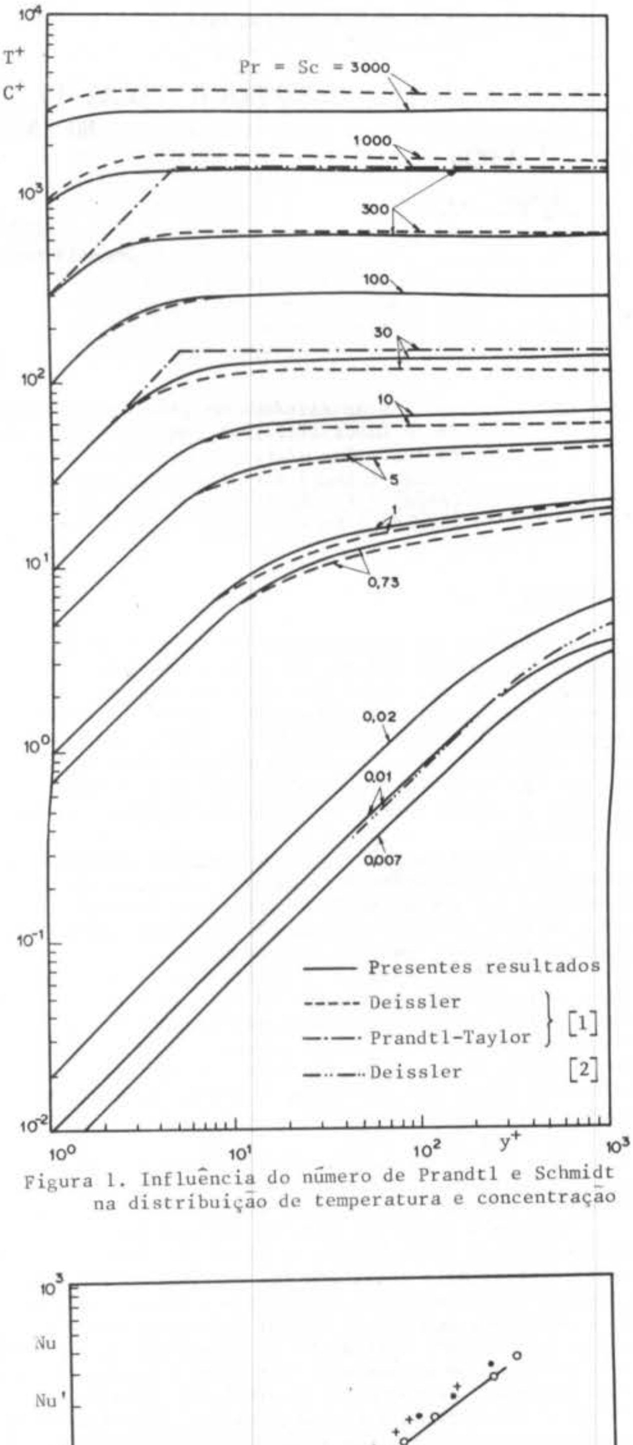


Figura 1. Influência do número de Prandtl e Schmidt na distribuição de temperatura e concentração

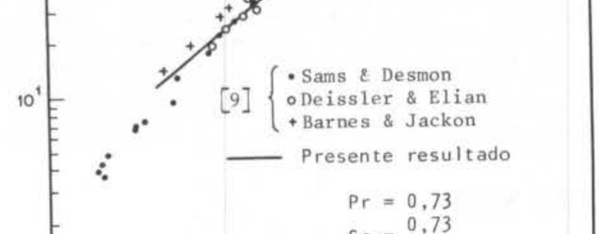


Figura 2. Número de Nusselt em função de Reynolds.

$$u^+ = \int_0^{y^+} \frac{2\left(1 - \frac{y^+}{R^+}\right)}{1 + \sqrt{1 + 4L^{+2}\left(1 - \frac{y^+}{R^+}\right)}}\, dy^+ \,, \tag{17}$$

$$T^+ = \int_0^{y^+} \frac{\frac{R^+}{R^+-y^+} - \frac{4}{R_e(R^+-y^+)} \int_0^{y^+} u^+(R^+-y^+)dy^+}{\frac{1}{Pr} + \frac{\epsilon_T}{\nu}}\, dy^+ \tag{18}$$

$$C^+ = \int_0^{y^+} \frac{\frac{R^+}{R^+-y^+} - \frac{4}{R_e(R^+-y^+)} \int_0^{y^+} u^+(R^+-y^+)dy^+}{\frac{1}{Sc} + \frac{\epsilon_M}{\nu}}\, dy^+ , \tag{19}$$

O método de solução das equações (17), (18) e (19) está descrito em [5]. Inicialmente deve ser resolvida numericamente a equação (17), obtendo a distribuição de velocidade, em seguida são resolvidas as equações (18) e (19). Cabe observar que o problema hidrodinâmico pode ser resolvido separadamente do problema térmico e de concentração, entretanto o problema térmico e de concentração dependem da distribuição de velocidade.

RESULTADOS E COMPARAÇÕES

A Figura 1 mostra a temperatura e concentração para números de Prandtl e Schmidt variando entre 0,007 e 3000. Nota-se boa concordância com os resultados da referência [1] e [2]. Numa dada posição da parede (y^+), existe um aumento do parâmetro de temperatura ou concentração quando aumenta o número de Prandtl ou Schmidt.

A figura 2 mostra o número de Nusselt para transferência de calor e massa em função do número de Reynolds; existe boa concordância com os resultados experimentais de [9].

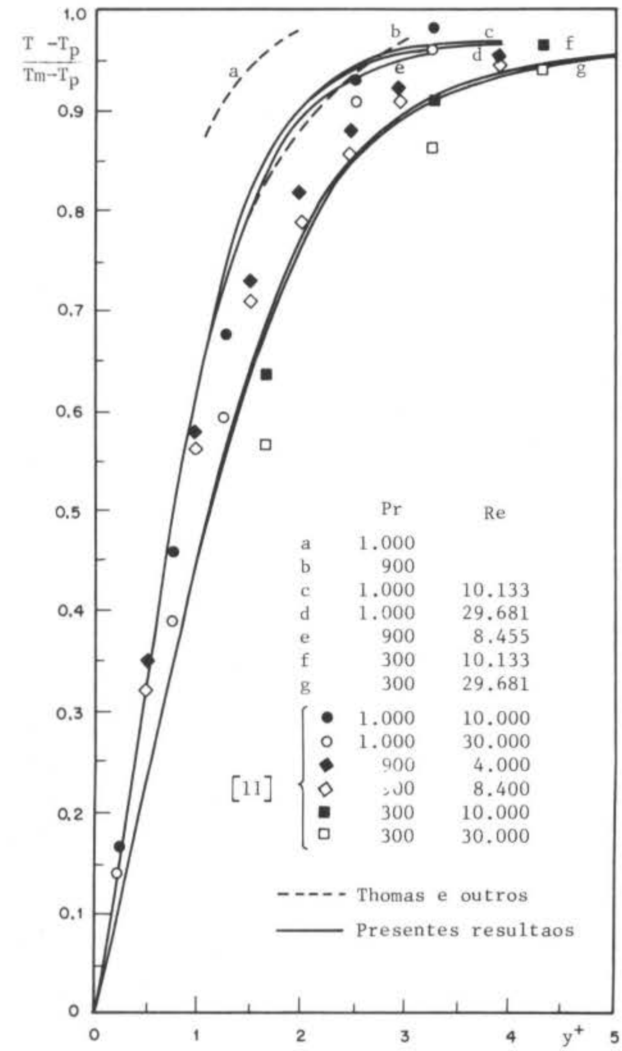


Figura 4. Distribuição de temperatura para fluidos com altos números de Prandtl.

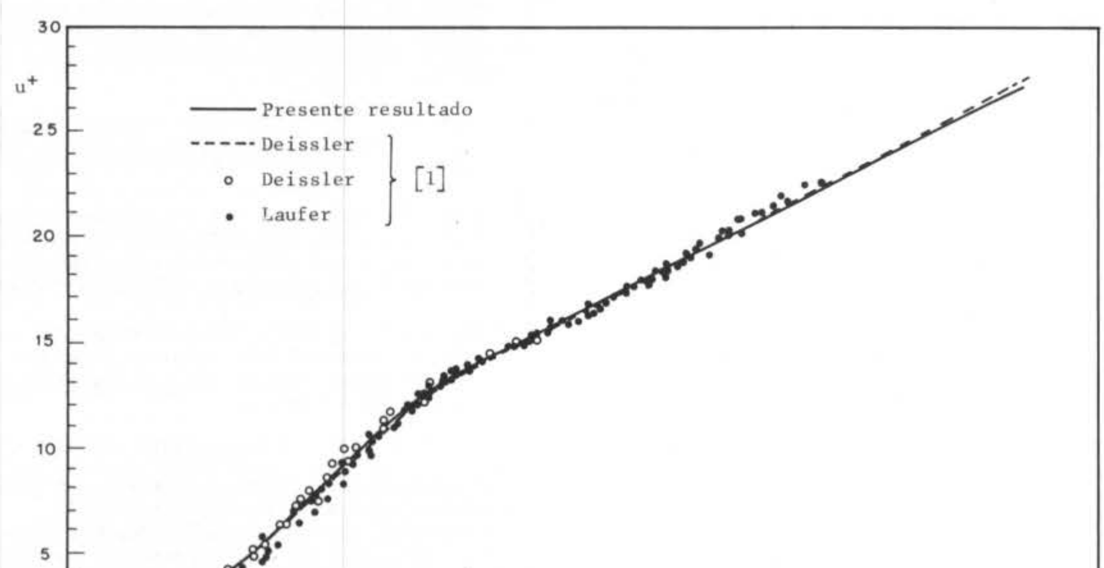


Figura 3. Distribuição de velocidade para escoamento turbulento em tubo.

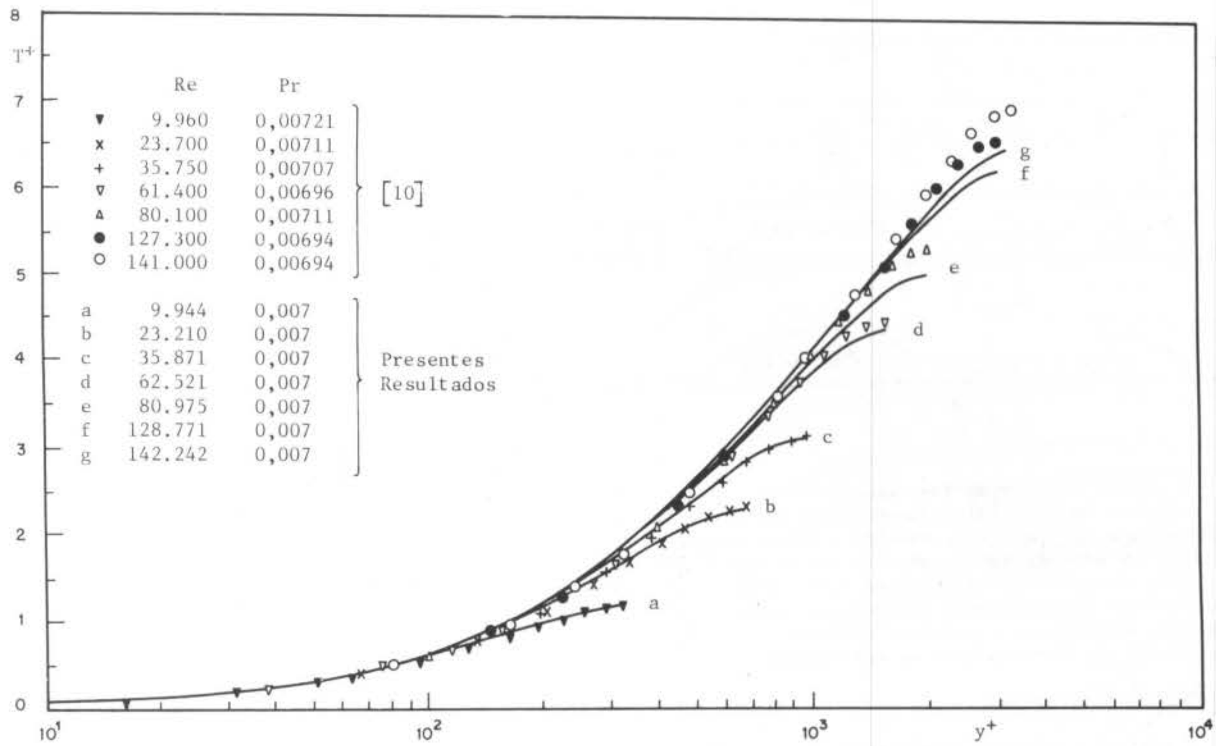


Figura 5. Influência do Número de Reynolds na distribuição de temperatura para escoamento turbulento em tubo para sódio líquido.

A figura 3 mostra a distribuição de velocidade no escoamento turbulento em tubos para fluidos com propriedades constantes. Existe boa concordância entre o presente trabalho e os resultados experimentais de [1].

A figura 4 mostra uma comparação dos resultados numéricos do presente trabalho com os resultados de Thomas [11].

A distribuição de temperatura para o caso de sólido líquido (baixo número de Prandtl) é apresentado na figura 5. Existe um aumento do parâmetro de temperatura quando se aumenta o número de Reynolds. A concordância do presente trabalho é muito boa para uma extensa faixa do número de Reynolds.

CONCLUSÕES

O modelo de turbulência utilizado neste trabalho mostra-se satisfatório para uma extensa faixa de número de Prandtl, Schmidt e Reynolds. Os resultados experimentais para baixos números de Schmidt são escassos, portanto torna-se necessário confirmar o modelo teórico com resultados experimentais.

REFERÊNCIAS

[1] Deissler, R.G., Analysis of turbulent heat, mass transfer, and friction in smooth tubes at high Prandtl and Scmidt numbers, NACA REPORT 1210(1955).

[2] Deissler, R.G., Analysis of fuly developed turbulent heat transfer at low Peclet numbers in smooth tubes with application to liquid, NACA E52F05(1952).

[3] Simpson. R.L. & Field, R.L., A note on the turbulent Schmidt and Lewis numbers in a boundary layer, Int. J. Heat Mass Transfer, 15: 177-180 (1972).

[4] Jischa, M. & Rieke, H.B., About the predication of turbulent Prandtl and Schmidt numbers from modeled transport equations, Int. J. Heat Mass Transfer, 22: 1547-1555 (1979).

[5] Menon, G.J., Escoamento turbulento de fluidos com propriedades variáveis, em tubos, com transferência de calor, Tese de mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica (1976).

[6] Cebeci, T., A model for eddy condutivity in turbulent Prandtl number, Journal of Heat Transfer, 95: 227-234 (1973)

[7] Na, T.Y. & Habib, I.S., heat Transfer in turbulent pipe flow based on a new mixing length model, Appl. Sci. Res., 28: 303-314 (1973).

[8] Menon, G.J. & Sielawa, J.T., Influência da transferência de calor e das variações das propriedades de fluidos no escoamento turbulento em tubos, IV congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Dez, pp. 431-441 (1977).

[9] Lawn, C.J., Turbulent heat transfer at low Reynolds number, Journal of Heat Transfer, 91:532-536 (1969)

[10] Ram, H. & Johannsen, K., A phenomenological turbulence model and its application to heat transport in infinite rod arrays with axial turbulent flow, Journal of Heat Transfer, 97: 231-237 (1975).

[11] Thomas, L.C.; Chung, B.T.F. & Mahaldar, S.K., Temperature profiles for turbulent flow of high Prandtl number fluids, Int. J. Heat Mass Transfer, 14: 1465-1471 (1971).

ABSTRACT

A study of heat and mass transfer for fully developed turbulent flow through smooth pipe with constant fluid properties is presented. The thermal eddy diffusivity and eddy viscosity model developed by CEBECI; NA & HABIB, was used. The results of heat and mass transfer for an extent range of Prandtl numbers and Scmidt number between 0,007 and 3000 are presented.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

FILM CONDENSATION ON SURFACES OF ARBITRARY SHAPE

ABCM

ABCM ABEnS

ANTONIO MAC DOWELL DE FIGUEIREDO
ANTONIO SERGIO BRAGA LOVATTO
Programa de Engenharia Mecânica - COPPE/UFRJ

PUC/RJ

RESUMO

A generalized model is presented for the film condensation on surfaces of arbitrary form, where the flow of the condensate liquid is only due to gravity. Expressions for the film thickness, the condensate mass flowrate and the average Nusselt number are given, as functions of the profile's shape. The model is applied to profiles of parabolical, elliptical and trigonometrical forms, and their heat transfer performances are compared with that of the vertical flat plate. There is an overall increase of the heat transfer rate.

INTRODUCTION

The condensation of pure saturated, quiescent vapour forming a two-dimensional liquid film flowing down a flat vertical cooled wall was first modelled by Nusselt [1]. His analytical theory on film condensation has turned to be the basis of most others theoretical models in which the flow of the condensate is primarely due to gravity. The model of Nusselt has been extended to account for the influence of the vapour velocity, of the presence of non-condensable gases, of the inclination of the wall relative to the vertical, suction of the condensate through the wall, and many others situations. A compreensive review of the several studies on film condensation is presented by Burmeister [2].

Two of the majors objectives in the design of condensers are the reduction of the resistence of heat transfer to the cooled wall and an increase of the condensation's area. Compared with the condensation on vertical walls, that one on the upper surface of inclined plates tend to produce thicker films. Equal is the effect on curved surfaces such as in certain fins and on horizontal tubes. As a consequence of a smaller gravitational effect, the thickening of the film increases the resistence to heat transfer. On the contrary, for the same vertical height, these curved surfaces increase the area available to heat transfer. Which of these effects predominates depends on the specific shape of the surface.

In this paper, the classical theory of Nusselt is generalized to condensation surfaces of arbitrary shapes. To some extent, this was done by Dhir and Lienhard [3], [4], but for a few specific shapes of the surface. Here, the analysis is further developed and the question of the performance of curved surfaces as compared with that of vertical wall is treated in some detail. For illustration, the model is applied to surfaces of parabolical, elliptical and trigonometrical forms.

THE MODEL

The physical model and coordinate system are shown in Fig. 1. A body, which might be a fin or a duct and whose cross section is symmetric to the y-axis, is in presence of pure saturated, quiescent vapour. The temperature of the body's surface is To and that of the vapour $T_s > T_o$. The vapour condenses on the surface forming a smooth liquid film that flows downward under the action of gravity. At a distance s from the top of the profil, the angle between the normal direction r to the surface and the y-axis is ψ, and the film thickness is δ. The height of the body is H and it's surface intercepts the x-axis at a distance L from the y-axis.

In formulating the problem, it is assumed that the flow is laminar, all physical properties are constant, the film thickness at each positision s is much smaller than the surface's radius of curvature, the shear stress at the vapour-liquid interface is zero, the surface tension influence is negligible, the liquid is in hydrodynamical equilibrium.

Using these assumptions, the velocity profile is obtained from the momentum equation and is integrated over r to give the liquid mass flowrate

$$\dot{m}(s) = \frac{bg}{3\mu}\ \rho(\rho - \rho_v)\delta^3(s)\ \sin\psi(s) \quad , \qquad (1)$$

where b denotes the width of the body, μ the dynamic viscosity and ρ the mass density of the liquid, ρ_v the vapour mass density. Since the profile is symmetric, the velocity is zero for s = 0, that is, $\dot{m}(s)$ is also the condensate flowrate.

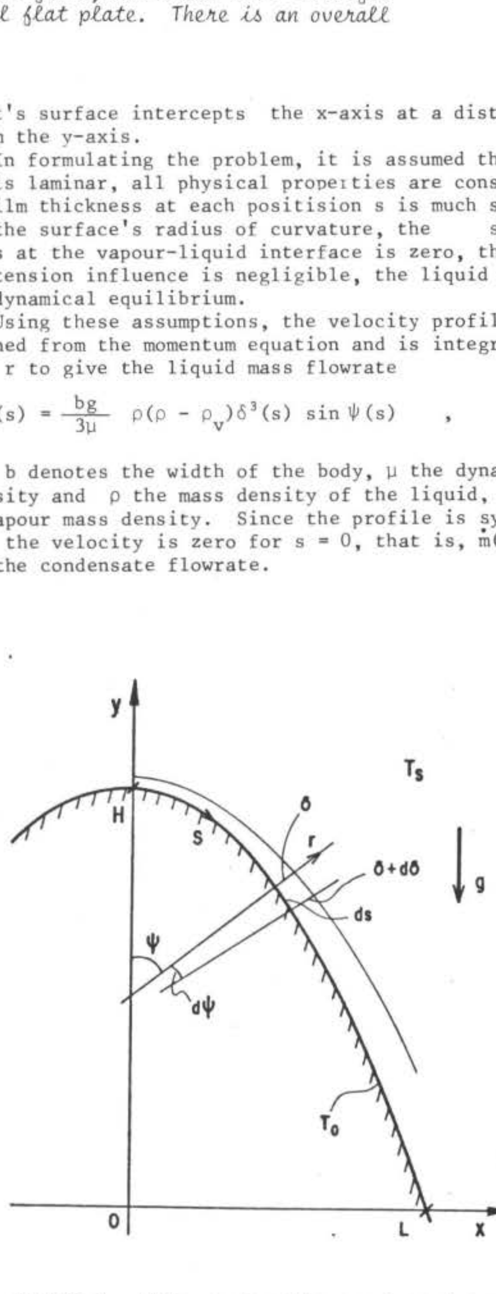


FIGURE 1 - Film condensation on Curved surfaces

Extending the original assumption of Nusselt-that of a linear temperature profile -, the Rohsenow's solution of the energy equation can be expressed in terms of a local heat transfer coefficient

$$h = \frac{\dot{q}_o}{\Delta T\, b ds} = \frac{k}{\delta} = \frac{h'_{\ell v}}{\Delta T\, b}\frac{d\dot{m}}{ds} \quad , \tag{2}$$

with

$$h'_{\ell v} = h_{\ell v}\ (1 + 0{,}68\ \frac{c_p\ \Delta T}{h_{\ell v}}) \quad . \tag{3}$$

Here $\dot{q}_o$ is the heat transfer rate at the wall, $T = T_s - T_o$ is the temperature difference, $h_{\ell v}$ denotes the enthalpy of vaporization and c_p the specific heat capacity of the liquid.

The average heat transfer coefficient over the surface of length s is then

$$\bar{h} = \frac{h'_{\ell v}\ \dot{m}}{\Delta T\ b\ s} \quad . \tag{4}$$

The following dimensionles variables and parameters are introduced

$$\varepsilon = \frac{s}{H} \quad , \quad \Gamma = \frac{\dot{m}\,\mu}{bH^3 g\ \rho(\rho - \rho_v)} \quad , \tag{5}$$

$$\eta = \frac{\delta}{H} \quad , \quad Ra = \frac{h'_{\ell v}\ H^3\ g\rho(\rho - \rho_v)}{\mu k\ \Delta T} \quad , \tag{6}$$

$$\zeta = \frac{x}{H} \quad , \quad \overline{Nu} = \frac{\bar{h}\ s}{k} \quad , \tag{7}$$

$$\lambda = \frac{y}{H} \quad . \tag{8}$$

From equation (1), the dimensionless mass flowrate is then

$$\Gamma\ (\xi) = \frac{1}{3}\ \eta^3\ \sin\psi \quad , \tag{9}$$

and the average Nusselt number becomes

$$\overline{Nu}\ (\xi) = Ra\ \Gamma \quad , \tag{10}$$

where Ra is the Rayleigh number.

Combining the dimensionless forms of equations (1) and (2), it follows that

$$\eta\ \frac{d}{d\,\xi}\ (\eta^3\ \sin\ \psi\ ) = \frac{3}{Ra} \quad . \tag{11}$$

After some algebra, the solution of this equation is found to be

$$\eta^4 = \frac{4}{Ra}\ \frac{1}{\sin^{4/3}\psi}\int_0^{\xi} \sin^{1/3}\psi\ d\xi \quad , \tag{12}$$

where the condition of symmetrie $\psi = 0$ for $\xi = 0$ was used. Using equations (9) and (10), the expression for the average Nusselt number is now

$$\overline{Nu}(\xi) = 0{,}943\ Ra^{1/4}\left[\int_0^{\xi} \sin^{1/3}\ \psi\ d\ \xi\right]^{3/4} \tag{14}$$

Equations (12) and (13) are essentially equivalent to the solution given by Dhir and Lienhard [3] to the problem of axisymmetric bodies in nonuniform gravity.

It is now interesting to compare the performance of a fin of a given shape with that of a vertical flat plate with equal height. Since for this plate $\psi = /2$ and $\xi = 1$, it follows from equations (9), (10) and (12)

$$\frac{\eta}{\eta_F} = \frac{1}{\sin^{1/3}\psi}\left[\int_0^{\xi} \sin^{1/3}\ \psi\ \ d\xi\right]^{1/4} , \tag{14}$$

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_F} = \frac{\overline{Nu}}{\overline{Nu}_F} = \left[\int_0^{\xi} \sin^{1/3}\ \psi\, d\ \xi\right]^{3/4} \tag{15}$$

where the subscript F denotes the flat plate.

The formulation is now further generalised. Let the shape of the profile be expressed as, Fig. 1,

$$\zeta = \zeta(\lambda) \quad . \tag{16}$$

Then

$$\zeta' = \frac{d\ \xi}{d\ \lambda} = -\ \mathrm{cotg}\ \psi \tag{17}$$

and

$$d\xi = (1 + \zeta'^2\ )^{1/2}\ d\ \lambda \quad . \tag{18}$$

After some trigonometrical manipulations, equation (12) assumes the form

$$\eta^4 = -\frac{4}{Ra}\ \frac{1}{(1+\zeta'^2)^{2/3}}\int_{\lambda}^{1} (1+\zeta'^2)^{1/3}\ d\lambda \tag{19}$$

with $\lambda \leq 1$, $d\lambda < 0$. Equation (13) is now

$$\overline{Nu}(\lambda) = 0{,}943\ Ra^{1/4}\left[-\int_{\lambda}^{1} (1+\zeta'^2)^{1/3}\ \ d\lambda\right]^{3/4} , \tag{20}$$

so that

$$\frac{\overline{Nu}}{\overline{Nu}_F} = \left[\int_0^{1} (1+\zeta'^2)^{1/3}\ (-d\lambda)\right]^{3/4} \tag{21}$$

Given a profile with form given by equation (16), it's performance compared with that one of the vertical plate is determined at once by equation (21).

RESULTS

The formulation is now applied to profiles of the general form

$$\zeta = \gamma\ (1 - \lambda^m)^{1/n} \quad , \tag{22}$$

with $\gamma = L/H$. For parabolic shapes m = 1, for elliptical ones m = n = 2. In addition to this last condition, the circular shape has $\gamma = 1$. The flat vertical plate corresponeds to $\gamma = 0$. Also tested is the trigonometrical form

$$\lambda = \cos\ (\frac{\pi}{2}\ \frac{\zeta}{\gamma}) \tag{23}$$

or

$$\zeta = \frac{2\gamma}{\pi}\ \mathrm{arc}\ \cos\ \lambda \tag{24}$$

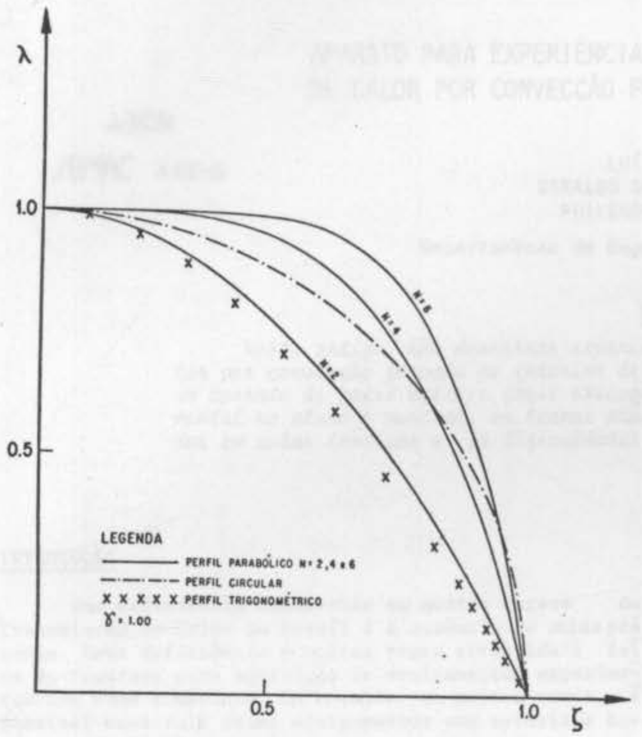


FIGURE 2 - The shape of the condensation's surface

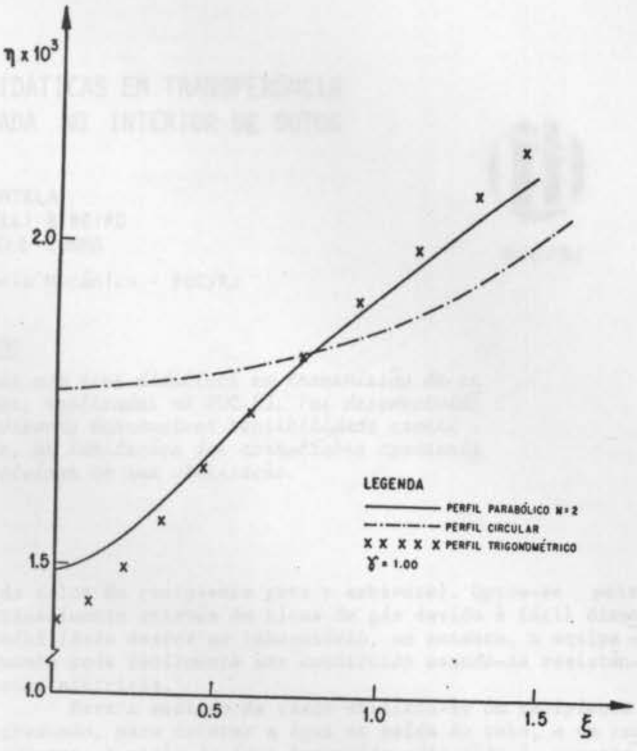


FIGURE 3 - The film thickness for different shapes of the condensation's surface

In Fig. 2 there are represented profile's shapes with $\gamma = 1$, the parabolic ones with $n = 2,4,6$. The film thickness $\eta(\xi)$ is showed in Fig. 3. Clearly the effect of gravity on the thickness is stronger near the topof the trigonometrical and parabolic ($n = 2$) profiles and near the botton of the circular one.

Finally, it is showed in Table 1 the comparison between the heat transfer rates on curved surfaces and on the vertical wall. Parameters are the Rayleigh number Ra and the slenderness ratio γ. When the relation width/height increases, that corresponds to bigger heat transfer areas, the Nusselt number also increas es. The actual form of the profil has a smaller importance as it's geometrical proportions.

TABLE 1 - The Nusselt Number

	$Ra \cdot 10^{-12}$	γ	Nu/Nu_P
n = 2	8,1	0,33	1,037
n = m = 2	8,1	0,33	1,048
trigonometrical	8,1	0,33	1,034
n = 2	7,5	1,0	1,194
n = m = 2	7,5	1,0	1,213
trigonometrical	7,5	1,0	1,192

CONCLUSION

In this paper, the film condensation theory of Nusselt was extended to surface of arbitrary shape. It was showed that the effect of increased surface's areas available to heat transfer is greater then the non-uniformity of the gravity force acting on the condensate film. A systematic application of the formulation to a variety of surface's shapes and flow conditions is beeing presently done by the second of the authors.

REFERENCES

[1] Nusselt, W., Die Oberflächenkondensation des Wasserdampjes. Ver. Deutsch. Ing., 60 : 541-6 , 569-75, (1966).

[2] Burmeister, L.C.; Convective Heat Transfer, John Wiley. New York, (1983).

[3] Dhir, V. and Lienhard, J.; Laminar Film Condensation on Plane and Axisymmetric Bodies in Non-uniform Gravity. J. Heat Transfer, 93, 97-100 , (1971).

[4] Dhir, V. and Lienhard, J., Similar Solutions for Film Condensation with Variable Gravity on Body Shape. J. Heat Transfer, 95, 493-486, (1973).

APARATO PARA EXPERIÊNCIAS DIDÁTICAS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO FORÇADA NO INTERIOR DE DUTOS

ABCM ABEnS PUC/RJ

LUÍS PORTELA
GERALDO SPINELLI RIBEIRO
PHILEMON MELO CUNHA
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

RESUMO

Neste artigo são descritas experiências com fins didáticos em transmissão de calor por convecção forçada no interior de dutos, realizadas na PUC-RJ. Foi desenvolvido um aparato de baixo custo e fácil execução, visando desenvolver sensibilidade experimental no aluno e mostrar, em termos práticos, as limitações das correlações apresentadas em aulas teóricas e as dificuldades envolvidas em sua utilização.

INTRODUÇÃO

Uma deficiência encontrada em muitos cursos de Transmissão de Calor no Brasil é a ausência de aulas práticas. Essa deficiência é muitas vezes atribuida à falta de recursos para aquisição de equipamentos experimentais com fins didáticos. No entanto, em muitos casos, é possível construir esses equipamentos com materiais baratos e de fácil obtenção.

Neste trabalho descreve-se um aparato, desenvolvido na PUC-RJ, para a realização de experiências com fins didáticos em troca de calor por convecção, que permite a determinação do coeficiente médio de troca de calor por convecção forçada no interior de dutos, com temperatura constante na parede. O aparato desenvolvido é bastante simples, de baixo custo e fácil construção, que pode ser executada pelos próprios alunos. Além disso apresenta uma grande versatilidade, podendo ser desenvolvidas várias versões, dependendo dos objetivos didáticos e da instrumentação disponível.

A simplicidade de concepção do aparato leva a que vários erros de medição, em maior ou menor grau, sejam cometidos. A presença destes erros é importante, pois a sua análise permite ao aluno desenvolver sensibilidade experimental, além de mostrar as dificuldades e limitações envolvidas na utilização das correlações apresentadas em aulas teóricas.

O aparato foi utilizado com sucesso em aulas práticas de transferência de calor na PUC-RJ, sendo aqui apresentados alguns resultados obtidos pelos próprios alunos.

DESCRIÇÃO DO APARATO

O aparato desenvolvido encontra-se esquematizado na figura 1. Basicamente, consiste de um recipiente com água em ebulição (de forma a se obter uma condição de temperatura constante na parede) por onde passa um tubo com água, que é aquecida à medida que troca calor com a água em ebulição. Através da medição das temperaturas na entrada e saída do tubo e da medição da vazão obtem-se o coeficiente médio de troca de calor.

O desenvolvimento do aparato teve em mente a simplicidade construtiva e baixo custo, a instrumentação disponível no laboratório e os objetivos didáticos a que se propunha. Em função das limitações de vazão e de potência de aquecimento existentes no laboratório, assim como da faixa de número de Reynolds pretendida, determinaram-se as dimensões do recipiente e do tubo. Para a confecção do recipiente foi utilizada uma lata de óleo, atravessada por um tubo de alumínio. Na figura 2 estão mostradas as dimensões e os detalhes construtivos.

Para o aquecimento da água do recipiente é necessária uma potência de cerca de 1 kW (para o aquecimento da água que escoa pelo tubo e para compensar as perdas de calor do recipiente para o ambiente). Optou-se pelo aquecimento através de bicos de gás devido à fácil disponibilidade destes no laboratório, no entanto, o equipamento pode facilmente ser construido usando-se resistências elétricas.

Para a medição da vazão utilizou-se um recipiente graduado, para coletar a água na saída do tubo, e um cronômetro. A vazão da água fornecida pela rede é suposta constante, o que é uma hipótese bastante razoável. No entanto, caso haja facilidade, pode-se conectar ao sistema um reservatório de nível constante, de forma a assegurar que a vazão não varie.

A temperatura na entrada do tubo foi medida através de um termopar, conforme esquematizado na figura 2. A temperatura de mistura na saída do tubo foi medida através de um termômetro colocado no próprio reservatório de coleta de água. Mediu-se também a temperatura junto à parede externa do tubo, encostando-se ali um termopar.

A instalação do termopar na entrada do tubo não é necessária, pois a temperatura da água na entrada do tubo é basicamente a temperatura da água na torneira, que poderia facilmente ser medida antes de se iniciar a experiência, através de um termômetro qualquer (por exemplo, um termômetro de vidro). A medição da temperatura junto à parede externa do tubo também não é necessária, uma vez que ela é basicamente 100°C (conforme foi constatado). Desta forma, poder-se-ia construir um aparato mais simples, sem a necessidade do uso de termopares. O uso destes deveu-se aos objetivos didáticos da experiência, onde pretendia-se mostrar a técnica de medição de temperatura através de termopares.

Devido aos métodos de medição utilizados e à simplicidade de concepção do aparato, vários erros de medição são cometidos. Entre outros, podem-se citar os seguintes:

- Suposição de temperatura interna na parede do tubo constante igual a 100°C. Existe uma troca de calor entre a água em ebulição e a água escoando pelo tubo, havendo três resistências térmicas em série entre as duas: R_1, resistência de convecção entre a água em ebulição e a parede externa do tubo; R_2, resistência de condução na parede do tubo; R_3, resistência de convecção entre a parede interna do tubo e a água que escoa por ele. Para se supor a temperatura interna da parede constante e igual a 100°C é necessário que R_1 e R_2 sejam muito menores do que R_3. Estimativas de R_1 e R_2 mostraram que R_2 é, de fato, desprezável. No entanto, R_1, embora significativamente menor do que R_3, não pode ser desprezada sem introduzir algum erro, principalmente para os coeficientes de troca de calor na parede interna do tubo mais elevados (ou seja, para números de Reynolds mais elevados). Este problema poderia ser minorado se se utilizasse escoamento de ar em vez de água, no entanto, isto levaria a um aparato mais complexo, fugindo dos objetivos propostos.

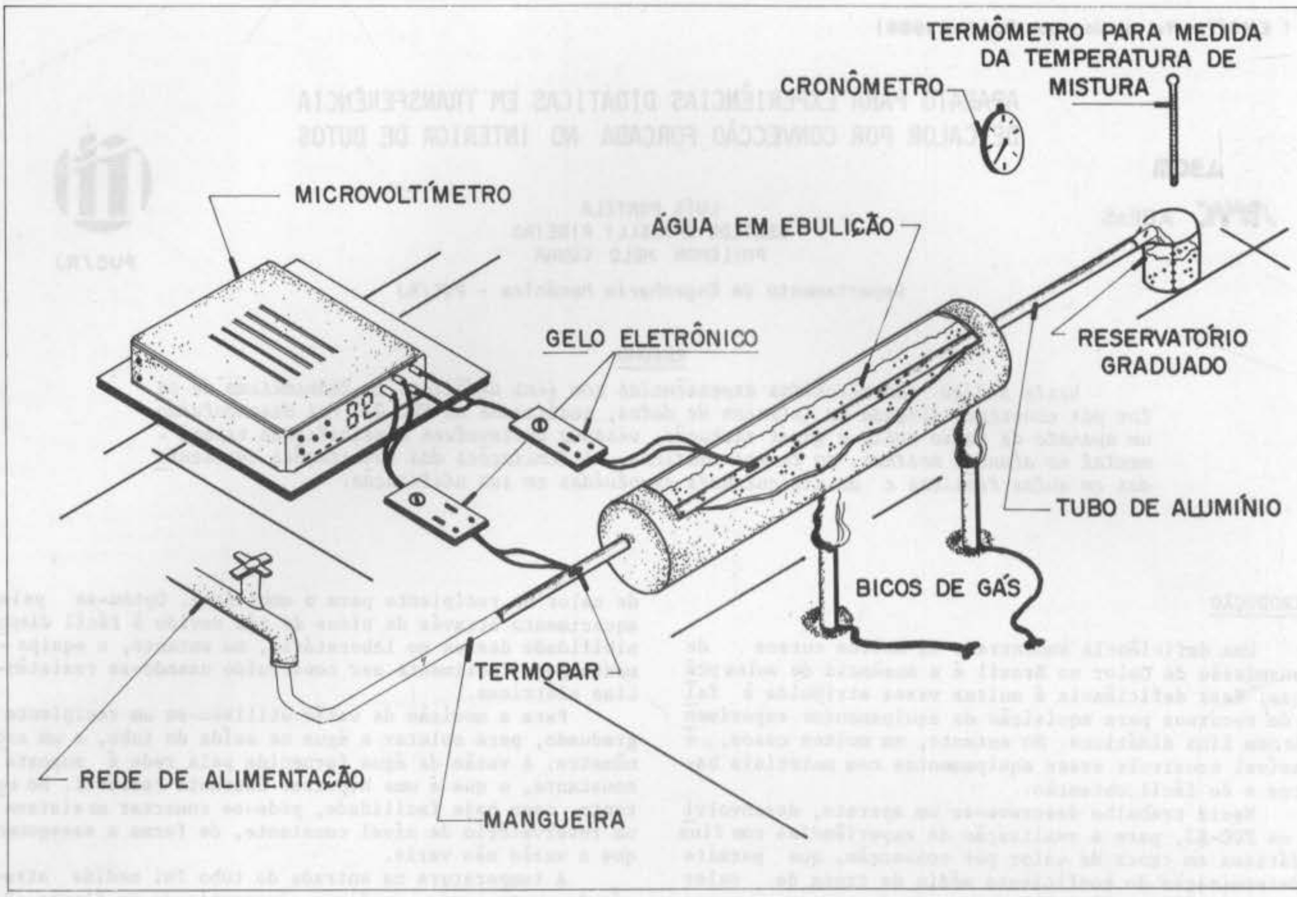


Fig. 1 - Vista Geral do Aparato

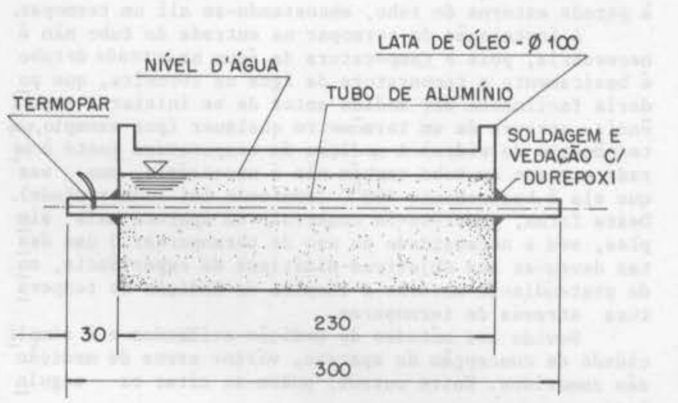


FIG. 2a Corte e dimensionamento do recipiente e do tubo

FIG. 2b - Seção reta do tubo ampliada

FIG. 2c - Detalhe ampliado da fixação do termopar

Fig. 2 - Dimensões e detalhes construtivos do aparato

- Presença do termopar na entrada do tubo. A presença do termopar na entrada do tubo afeta significativamente o escoamento, não permitindo definir claramente as condições hidrodinâmicas na entrada. Desta forma torna-se uma fonte importante de erro, principalmente em se tratando de um tubo curto.

Além destes, inúmeros outros erros, inerentes a uma experiência deste tipo, são cometidos : erros na avaliação das propriedades da água (que não é destilada), erros de medição de temperatura, erros de medição de vazão, etc. No entanto, não é objetivo do trabalho fazer uma análise exaustiva e rigorosa dos vários erros envolvidos.

O aparato apresenta uma grande versatilidade, podendo ser facilmente modificado, em função dos objetivos didáticos e da instrumentação disponível. Por exemplo, modificando-se as dimensões do tubo e do recipiente, pode-se estudar o escoamento desenvolvido e diferentes faixas de número de Reynolds.

RESULTADOS OBTIDOS

O equipamento desenvolvido foi sucessivamente utilizado em práticas experimentais com objetivos didáticos, junto aos cursos de Transmissão de Calor da PUC-RJ. Após sucinta descrição do equipamento e de seu funcionamento, os alunos eram motivados a operar o sistema, colhendo diretamente os resultados. Durante a realização das práticas, buscava-se levantar a discussão em torno dos métodos e técnicas de medição, enfocando-se principalmente suas limitações.

A título de exemplo, apresenta-se o resultado de uma dessas práticas. Trata-se de um grupo de dados levantados por alunos do oitavo período de Engenharia Mecânica. A experiência propunha-se à obtenção de dados sobre o número de Nusselt médio para escoamentos em regime laminar (investigando-se aproximadamente a faixa de número de Reynolds entre 500 e 2500), levando-se em consideração a região de desenvolvimento.

Para a análise dos resultados faz-se necessária a definição do parâmetro adimensional X^+, conforme [1], que correlaciona o comprimento do tubo com o número de Reynolds e o número de Prandtl (Pr), como:

$$X^+ = \frac{2(L/D)}{Re\ Pr} \tag{1}$$

onde L e D representam respectivamente o comprimento e o diâmetro do tubo. O número de Reynolds é definido como:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \tag{2}$$

onde ρ e μ representam, pela ordem, a densidade e a viscosidade da água, e v a velocidade média do escoamento. O número de Nusselt médio é definido através de:

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h}\ D}{k} \tag{3}$$

onde k é a condutividade térmica da água e $\overline{h}$, o coeficiente médio de troca de calor por convecção ao longo do tubo.

Na figura 3 é mostrada a comparação dos resultados obtidos pelos alunos com os resultados previstos pela referência [1], fazendo-se a correção devido à variação das propriedades da água com a temperatura. Observa-se que, para valores maiores de X^+ (faixa correspondente a números de Reynolds inferiores a aproximadamente 1200), os resultados obtidos tendem a seguir o comportamento de escoamentos com velocidade uniforme (Pr=0). Dado que, para a água, o número de Prandtl situava-se em torno de 4, seria de se esperar a obtenção de valores menores para o número de Nusselt. Há que se ressaltar, entretanto, a presença do termopar logo à entrada da região de aquecimento, conforme mostra a figura 2, que provoca uma agitação no escoamento no interior do tubo, elevando dessa forma a troca de calor por convecção. À medida que o número de Reynolds assume valores superiores aos desta faixa, se aproximando da região de transição, os efeitos de agitação provocados pela presença do termopar diminuem de importância perante a própria agitação inerente ao escoamento, levando a valores do número de Nusselt mais próximos dos previstos para a faixa de número de Prandtl da água. Por outro lado, com o crescimento do número de Reynolds, resultando numa elevação do número de Nusselt, a resistência térmica na parede externa do tubo torna-se mais importante perante a resistência térmica na parede interna, fazendo com que o número de Nusselt medido torne-se menor que o real.

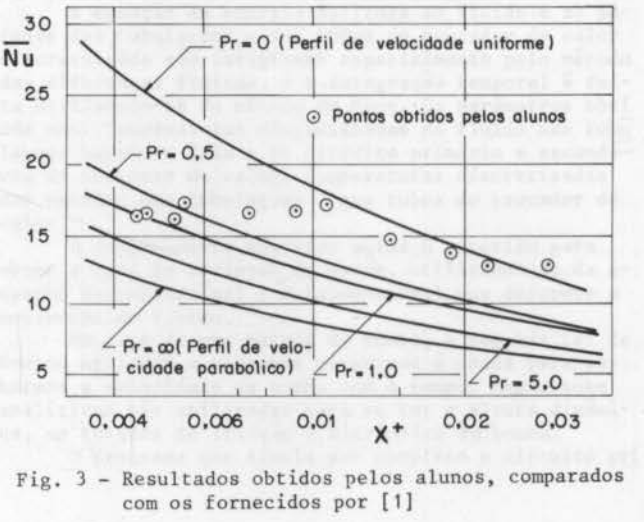


Fig. 3 - Resultados obtidos pelos alunos, comparados com os fornecidos por [1]

É importante reafirmar a discussão anterior sobre os possíveis erros experimentais envolvidos. No entanto, apesar deles, pode-se observar a razoável concordância dos resultados obtidos com resultados previstos na literatura. Além disso, nota-se que as condições hidrodinâmicas de entrada não se encontram bem definidas, e estas tem grande influência nos mecanismos de troca de calor por convecção em tubos curtos.

Deve-se ressaltar, inclusive, a importância de mostrar-se ao aluno o fato que, de uma forma geral, o método experimental envolve uma série de erros, com os quais o engenheiro deve aprender a conviver; introduzindo-se então a importância da análise de incerteza, como forma de reconhecer os limites de validade de um trabalho experimental.

CONCLUSÃO

Afigura-se que o aparato desenvolvido seja de utilidade para cursos de transmissão de calor, dada a sua simplicidade, baixo custo e versatilidade. O aparato permite apresentar algumas técnicas de medição em transmissão de calor, mostrar as dificuldades e limitações envolvidas no uso das correlações apresentadas na literatura, desenvolver no aluno a sensibilidade e o espírito crítico na análise e utilização de resultados experimentais.

A utilização do aparato em aulas na PUC-RJ mostrou a sua ampla aceitação e a ativa participação dos alunos na sua execução e na obtenção, discussão e análise crítica dos resultados. Tendo-se revelado útil como um fator de motivação para o curso e como um elemento auxiliar na formação dos alunos na área de transmissão de calor.

AGRADECIMENTO

Os autores agradecem a valiosa colaboração dos colegas Antonio da S.C. Sobrinho e Norberto Mangiavacchi, por suas importantes contribuições em todas as fases de elaboração deste trabalho.

REFERÊNCIA

[1] Rohsenow, W.H. e Hartnett, J.P., Handbook of Heat Transfer. McGraw Hill Book Company, New York, pp. (7-24)-(7-25), (1973).

ABSTRACT

This paper describes didactic experiences in heat transfer by forced convection inside ducts, performed at PUC-RJ. An easy to make and low cost apparatus was developed, in order to improve the student experimental hability and show, in practical terms, the limitations of the correlations presented in theoretical lessons and the difficulties involved in their use.

DINÂMICA DE CALOR E DO FLUIDO NO CIRCUITO PRIMÁRIO DE UM REATOR DE PESQUISA

ABCM
ABEnS
PUC/RJ

ANIBAL NABIH GEBRIM
Instituto de Engenharia Nuclear/CNEN - DERE/DITRE

RESUMO

Visando analisar alguns transientes que poriam em risco a integridade do núcleo de um reator de pesquisa, desenvolveu-se um programa em linguagem FORTRAN que descreve a dinâmica do calor e do fluido em todo o circuito primário do reator. A seleção da bomba, a determinação do comprimento e diâmetro das tubulações, bem como o arranjo apropriado destes, são definidos a partir do regime estacionário.

INTRODUÇÃO

Foi desenvolvido um programa de computador em linguagem FORTRAN, que simula o comportamento dinâmico e estacionário do calor e do fluido em um reator de pesquisa a baixa pressão. O desenvolvimento computacional inclui a geração, condução e transferência de calor produzido no núcleo do reator, e a condução deste pelo fluido, para a troca de calor com o circuito secundário e a volta para a parte superior do núcleo.

Utiliza-se o comportamento estacionário do circuito primário do reator para definir a bomba a ser usada para vencer as resistência existentes no percurso do fluido. Através da vazão e altura dinâmica (head) procura-se obter a melhor eficiência da bomba, e para isso varia-se o diâmetro e o comprimento das tubulações, bem como, a altura do trocador de calor em relação ao reator. Através do comportamento dinâmico do circuito, tenta-se analisar alguns transientes que poriam em risco a integridade das varetas combustível, evitando assim liberação de radionuclídeos para a atmosfera. Entre estes acidentes, foi analisado a parada de bomba até o processo de convecção natural.

O método numérico de aproximação da integral volumétrica da equação de energia na vareta combustível discretizada, é o método das diferenças finitas centradas, e o resultado é colocado em forma matricial. A integração temporal da equação matricial é resolvida pelo método de Crank-Nicholson onde é aplicado a fatorização da matriz. Os parâmetros obtidos são: Temperaturas discretizadas nas pastilhas combustível, a qual inclui a linha central até a parte em contato com a folga, as temperaturas no revestimento e no fluido. A geração de calor é obtida solucionando analiticamente a equação da cinética puntual.

A equação de energia aplicada ao fluido e as paredes das tubulações e dos tubos do trocador de calor discretizados são integradas espacialmente pelo método das diferenças finitas, e a integração temporal é feita utilizando-se do método de Heun. Os parâmetros obtidos são: Temperaturas discretizadas do fluido nas tubulações quente e fria e no circuito primário e secundário do trocador de calor, temperaturas discretizadas nas paredes das tubulações e nos tubos do trocador de calor.

O procedimento numérico acima é repetido para obter a taxa de variação da vazão, utilizando-se da equação incompressível e unidimensional que descreve o movimento do fluido.

No caso de uma parada de bomba, a segunda Lei de Newton aplicada a sistemas rotativos é usada para sabermos a velocidade da bomba com o tempo. Expressões analíticas são utilizadas para se ter a altura dinâmica, os torques de fricção e hidráulico da bomba.

O programa que simula por completo o circuito primário do reator foi inicialmente concebido em módulos. O módulo que simulava o trocador de calor foi comparado com os dados de projeto. Um outro módulo que simulava a condução e transferência de calor em uma vareta combustível foi confrontado com a utilização do código COBRA 4I. Em outro módulo que continha a cinética puntual, os seus resultados foram comparados com a solução exata. Depois de reunir estes módulos em um só programa, alguns testes a mais foram realizados. Em todos os testes realizados a comparação feita esteve sempre abaixo de 2%.

EQUAÇÕES UTILIZADAS

A integração volumétrica da equação da conservação da energia em uma vareta média discretizada (figura 1), produz as seguintes expressões:

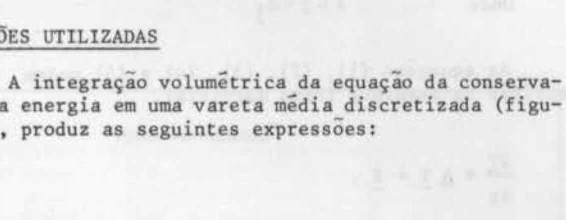


Figura 1. Vareta combustível discretizada

Para a linha central tem-se

$$\frac{\partial T_0}{\partial t} = \frac{4k_0}{\rho_0 C_0 \Delta r^2} T_1 - \frac{4k_0}{\rho_0 C_0 \Delta r^2} T_0 + \frac{Q_0'''}{\rho_0 C_0} \qquad (1)$$

Para a parte interna:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{\left(1+\frac{\Delta r}{2r_i}\right) k_i}{\rho_i C_i \Delta r^2} T_{i+1} - \left\{\left(1+\frac{\Delta r}{2r_i}\right)k_i + \left(1-\frac{\Delta r}{2r_i}\right)k_{i-1}\right\} \times$$

$$\times \frac{T_i}{\rho_i C_i \Delta r^2} + \frac{\left(1-\frac{\Delta r}{2r_i}\right)k_{i-1}}{\rho_i C_i \Delta r^2} T_{i-1} + \frac{Q_i'''}{\rho_i C_i}, \quad 1 < i < R-1 \qquad (2)$$

Para a parte em contato com o 'gap':

$$\frac{\partial T_R}{\partial t} = -\left\{\frac{2hgg}{\pi \Delta Z \bar{D}_c \Delta r\left(1-\frac{\Delta r}{4R}\right)\rho_R C_R} + \frac{2k_r\left(1-\frac{\Delta r}{2R}\right)}{\rho_R C_R \Delta r^2\left(1-\frac{\Delta r}{4R}\right)}\right\} T_R + \frac{2k_R\left(1-\frac{\Delta r}{2R}\right) T_{R-1}}{\rho_R C_R \Delta r^2\left(1-\frac{\Delta r}{4R}\right)} + \frac{2hgg\, T_c}{\pi \Delta Z \bar{D}_c \Delta r\left(1-\frac{\Delta r}{4R}\right)\rho_R C_R} + \frac{Q_R'''}{\rho_R C_R} \qquad (3)$$

Para o revestimento:

$$\frac{\partial T_{cj}}{\partial t} = \frac{hgg}{\rho_c C_c \Delta v_c} T_R - \frac{(hg\ell + hgg)}{\rho_c C_c \Delta v_c} T_{cj} + \frac{hg\ell}{\rho_c C_c \Delta v_c} T_{\ell j} \qquad (4)$$

Onde $\quad 1 < j < Z_j$

e para o fluido

$$\frac{\partial T_{\ell j}}{\partial t} = \frac{WC_\ell}{\rho_\ell C_\ell \Delta v_\ell} T_{\ell j-1} + \frac{hg\ell}{\rho_\ell C_\ell \Delta v_\ell} T_{cj} - \frac{(WC_\ell + hg_\ell)}{\rho_\ell C_\ell \Delta v_\ell} T_{\ell j} \qquad (5)$$

Onde $\quad 1 < j < Z_j$

As equações (1), (2), (3), (4) e (5) podem ser escritas da seguinte forma matricial,

$$\frac{\partial \underline{T}}{\partial t} = \underline{A}\, \underline{T} + \underline{S}\ ,$$

onde a matriz $\underline{A}$ é uma matriz tri-diagonal, os vetores $\underline{T}$ e $\underline{S}$ são vetores colunas. Utilizando-se do processo de fatorização de matriz obtem-se explicitamente os valores de T_0, T_i, T_R, T_c e $T_{\ell j}$ |1|.

As equações utilizadas para o fluido nas tubulações fria e quente, e para a parte primária e secundária do trocador de calor são semelhante a equação (5).

$$\frac{\partial T_\ell}{\partial t} = \frac{WC_\ell}{\rho_{\ell i} C_{\ell i} \Delta v_{\ell i}} (T_{\ell i-1} - T_{\ell i}) \pm \frac{hg\ell i}{\rho_{\ell i} C_{\ell i} \Delta v_{\ell i}} (\bar{T}_{\ell i} - \bar{T}_{pi}) \qquad (6)$$

As equações utilizadas para as paredes das tubulações fria e quente e dos tubos dos trocadores de calor são semelhantes a equação (4).

$$\frac{\partial T_{pi}}{\partial t} = \frac{hg_\ell\, (\bar{T}_{\ell i} - \bar{T}_{pi}) - hg_\ell\, (\bar{T}_{pi} - \bar{T}_{\ell j})}{\rho_{pi} C_{pi} \Delta v_{pi}}\ , \qquad (7)$$

lembrando que no caso das tubulações não há transferência de calor para o meio externo.

Na determinação da taxa de vazão do fluido no circuito primário, utiliza-se da equação de movimento incompressível e unidimensional, que na sua forma final já integrada de um ponto 1 qualquer até outro ponto 2 qualquer da tubulação produz:

$$\frac{\Delta X_{1,2}}{A_{1,2}} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{W^2}{A_{1,2}^2}\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right) + (P_2 - P_1) + \bar{\rho} g (Z_2 - Z_1) + \frac{W|W|}{2\rho A_{1,2}^2}\left(f\,\frac{\Delta X_{1,2}}{D_{1,2}} + K\right) = 0 \qquad (8),$$

para levarmos em conta a pressão fornecida pela bomba, o termo $\rho g H$ é adicionado a equação. Se integrarmos a equação (8) para vários seguimentos ΔX, até fecharmos o circuito e depois somarmos, a expressão resultante não conterá as pressões localizadas.

A altura dinâmica da bomba é obtida a partir da análise de quatro grupos admensionais |2|, e tem a seguinte forma:

$$H = (H_1 - H_2)(W/W_2)^2 + (H_2 (W_1/W_2)^2 - H_1)\ (w/w_1)^2 + (W_1/W_2)^2 - 1 \qquad (9)$$

Para utilizarmos a equação (9) em transientes de vazão, é necessário conhecermos a velocidade da bomba em qualquer tempo. Para determinarmos a velocidade da bomba, a segunda Lei de Newton é aplicada ao sistema rotativo.

$I\,\dfrac{\partial w}{\partial t}$ = Torque elétrico - Torque de fricção - Torque hidráulico

No caso de parada de bomba, o torque elétrico e magnético é negligenciado. O torque de fricção é assumido como |2|:

$$\Gamma_f = \Gamma_{f0} (w/w_0)^2, \qquad w^2 > 0{,}035\, w_0^2$$
$$\Gamma_f = 0.035\, \Gamma_{f0}\ , \qquad 0 < w^2 < 0.035\, w_0^2$$
$$\Gamma_f = 0.1\, \Gamma_{f0}\ , \qquad w = 0\ , \qquad (11)$$

O torque hidráulico é assumido como |2|:

$$\Gamma_H = gWH/w + \Gamma_{H0}\ (cw - V)/(cw_0 - V_0) \qquad (12)$$

RESULTADOS

Além dos testes citados na introdução, alguns outros testes foram realizados.

Teste 1. O reator que operava a 5 MW é desligado, desta forma a potência do reator comporta-se segundo a seguinte expressão:

$$P(t) = 0.0622 * P_0 * (t^{-0.2} - (T_0 - t)^{-0.2}),$$

onde T_0 é o tempo de operação do reator antes de ser desligado. Neste teste, é esperado que depois de algum tempo, as temperaturas em todo o circuito primário se aproxime de 27.5°C, que é a temperatura fixa de entrada do fluido secundário no trocador de calor (Figura 2).

Teste 2. A potência era de 3.5 MW no estacionário, quando ocorre um acidente que eleva a potência para 5.0 MW. Espera-se que após algum tempo todas as temperaturas convirjam para o estacionário previamente executado com a potência de 5.0 MW (figura 3).

Os testes acima mencionados, além de serem utilizados para verificarmos o comportamento termohidráulico do circuito primário do reator após certos transientes, também, são utilizados para verificar se a programação do transitório está correta.

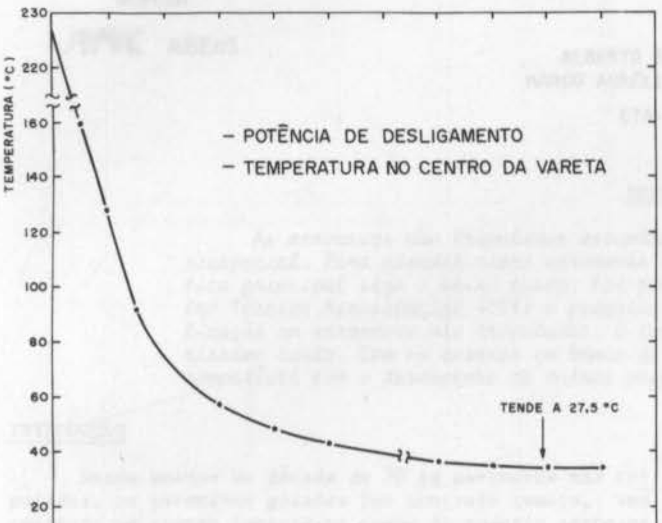


Figura 2. Desligamento do reator com a bomba funcionando normalmente

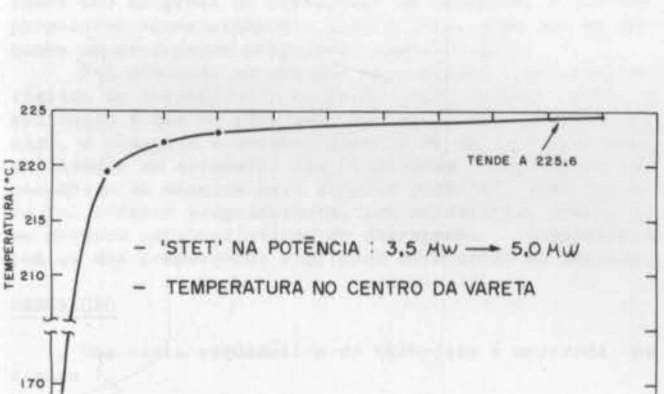


Figura 3. 'STEP' na potência com a bomba funcionando normalmente

Teste 3. Ao mesmo tempo em que ocorre uma parada de bomba, as barras de controle e segurança são inseridas no reator, e a potência comportando-se como no teste 1.

Observando-se as figuras 4 e 5, nota-se que a vazão ainda restante é suficiente para que as temperaturas mantenham-se baixas, conservando assim a integridade das varetas combustíveis.

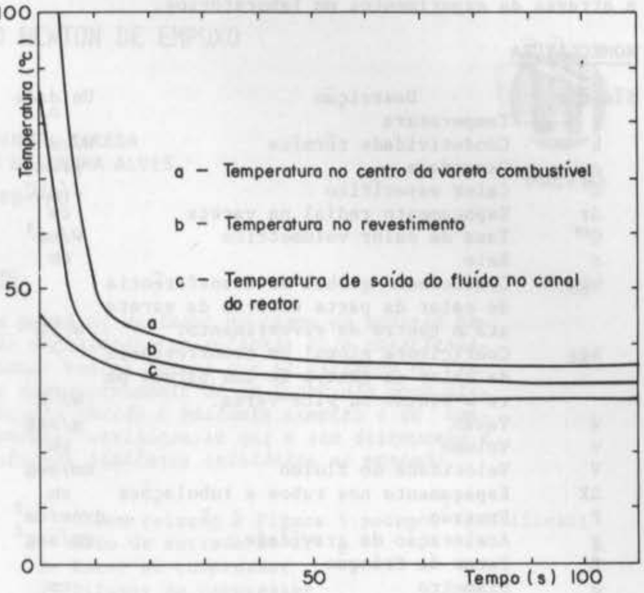


Figura 4. Parada de bomba com o desligamento do reator

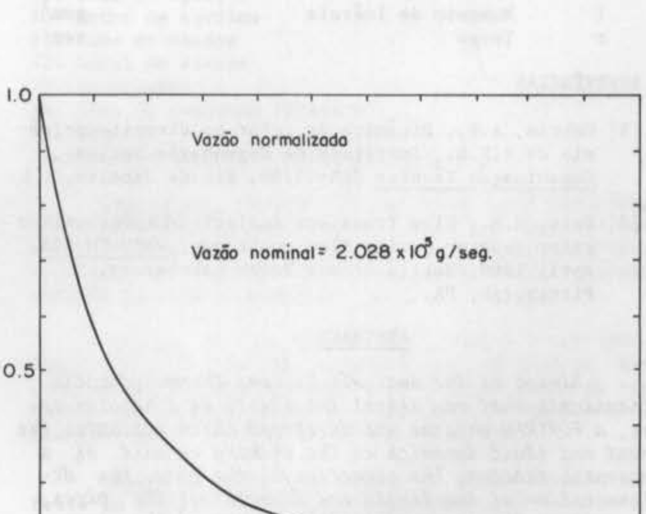


Figura 5. Parada de bomba com o desligamento do reator

CONCLUSÃO

Este programa pode ser utilizado para analisar as disposições adequadas das tubulações de entrada e saída do trocador de calor e reator, bem como, dimensionar a bomba conjuntamente com o comprimento e diâmetros das tubulações. Verificar em certas condições anormais de funcionamento do reator, se existe a possibilidade de violar a integridade das varetas combustíveis.

A adequação dos parâmetros físicos, como os coeficientes de transferência de calor, fator de fricção, fator de perda de carga, etc, serão aprimorados quando colocados em confronto com outros programas elaborados e através de experimentos em laboratórios.

NOMECLATURA

Símbolo	Descrição	Unidade
T	Temperatura	^{o}C
k	Condutividade térmica	$W/cm^{o}C$
ρ	Densidade	g/cm^3
C	Calor específico	$J/g^{o}C$
Δr	Espaçamento radial na vareta	cm
Q'''	Taxa de calor volumétrico	W/cm^3
r	Raio	cm
hgg	Coeficiente global de transferência de calor da parte externa da vareta até o centro do revestimento.	$W/^{o}C$
hgℓ	Coeficiente global de transferência de calor do centro de uma parede para o fluido ou vice-versa.	$W/^{o}C$
W	Vazão	g/seg
v	Volume	cm^3
V	Velocidade do fluido	cm/seg
ΔX	Espaçamento nos tubos e tubulações	cm
P	Pressão	$dyne/cm^2$
g	Aceleração da gravidade	cm/seg^2
f	Fator de fricção	
D	Diâmetro	cm
K	Fator de perda de carga	
H	Altura dinâmica da bomba	cm
w	Velocidade da bomba	RPM
Z	Distância vertical	cm
c	Raio de impiler	cm
A	Área transversal ao fluido	cm^2
I	Momento de inércia	gcm^2
t	Tempo	seg

REFERÊNCIAS

|1| Gebrim, A.N., Dinâmica de calor no circuito primário do R.P.R., Instituto de Engenharia Nuclear, Comunicação Técnica GAR-01/86, Rio de Janeiro, R.J.

|2| Fuls, G.M., Flow Transient Analysis of a pressurized water reactor during flow coastdown, WAPD-TM-428, april 1968, Bettis Atomic Power Laboratory, Pittsburgh, PA.

ABSTRACT

Aiming at the analysis of some thermohydraulic transients that may affect the safety of a reactor core, a FORTRAN program was developed which evaluates the heat and fluid dynamics in the primary circuit of a research reactor. The selection of the pump, the determination of the length and diameter of the pipes, as well as the appropriate arrangement of the pipes and heat exchanger, are determined from the stationary regime.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ABCM ABCM ABEnS

TURBOJATO DE 320 NEWTON DE EMPUXO

ALBERTO SHINITI TAKEDA
MARCO AURÉLIO DA CUNHA ALVES
CTA-IPD-PMO

PUC/RJ

RESUMO

As aeronaves não tripuladas assumiram papel de destaque no campo de poderio aeroespacial. Para atender essas aeronaves são necessários propulsores cuja característica principal seja o baixo custo. Foi pensando nestes termos que se efetivou no Centro Técnico Aeroespacial (CTA) a pesquisa e desenvolvimento de um turbojato para utilização em aeronaves não tripuladas. O turbojato obtido é bastante simples e de baixíssimo custo. Com os ensaios em banco de provas, verificou-se que o seu desempenho é compatível com o desempenho de outros propulsores similares existentes no mercado.

INTRODUÇÃO

Desde meados da década de 70 as aeronaves não tripuladas, ou aeronaves guiadas por controle remoto, vem causando um grande impacto no campo do poderio aeroespacial. Esse impacto é explicado pelo baixo custo e grande eficácia da aplicação dessas aeronaves como armamento. As aeronaves não tripuladas podem ser classificadas como: alvos aéreos, aeronaves para grandes altitudes e grande resistência, aeronaves táticas e aeronaves sacrificáveis [1].

As aeronaves não tripuladas podem utilizar sistema propulsivo a hélice ou a jato. Quando grandes velocidades são exigidas no desempenho da aeronave, o sistema propulsivo necessariamente será a jato, para que se obtenha um rendimento propulsivo adequado [2].

Foi pensando em grandes velocidades como característica de desempenho e no baixo custo exigido para a aplicação é que se efetivou, no Centro Técnico Aeroespacial, a pesquisa e desenvolvimento de um turbojato para utilização em aeronaves não tripuladas. O turbojato foi concebido da maneira mais simples possível, onde o custo foi o fator preponderante, sem entretanto, deixar de se obterem características de desempenho comparáveis com as dos propulsores similares existentes no mercado.

DESCRIÇÃO

Uma vista esquemática do turbojato é mostrada na Figura 1.

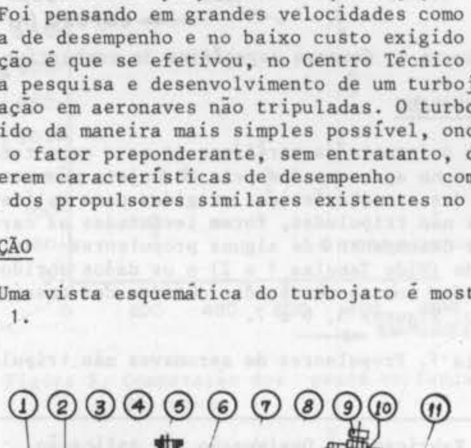


Figura 1. Esquema do Turbojato

Com relação à Figura 1 podemos identificar:
1- Duto de entrada de ar
2- Rotor do compressor
3- Difusor do compressor
4- Aletas diretoras
5- Tubo alimentação de óleo
6- Difusor da câmara de combustão
7- Estator da turbina
8- Câmara de combustão
9- Vela de ignição
10- Rotor da turbina
11- Tubo de escape
12- Bocal de escape
13- Atomizador
14- Eixo do conjutno rotatico
15- Mancais
16- Suporte do motor e retorno de óleo

Compressor. Composto de um único rotor centrífugo (2) e acionado por um eixo (14) ligado ao rotor da turbina (10). Feito em alumínio pelo processo microfusão. O difusor do compressor (3) é do tipo arco de círculo, usinado em alumínio fundido.

Turbina. Do tipo radial com um único rotor (10). Fabricada pelo processo de microfusão, em liga de alta temperatura, apropriada para resistir aos gases da combustão e à dinâmica do motor. O estator da turbina (7) também é feito em liga de alta temperatura.

Câmara de Combustão. Anular de fluxo reverso (8). Feita em liga de cromo-níquel. O combustível é fornecido à câmara de combustão pelos atomizadores (13). Para manter uma boa distribuição de chama, são utilizados oito atomizadores.

Sistema de Sustentação. Composto de mancais hidrodinâmicos (15) que sustentam o conjunto rotativo e mancal de encosto para limitar o deslocamento axial.

Sistema de Ignição. Compõe-se de vela de ignição, caixa de ignição, fonte de energia e cabos. É um sistema portátil que após a partida do motor desconecta-se.

Sistema de Combustível. Composto de bomba, acionador, filtros, válvula de controle, válvula de corte e atomizadores.

Sistema de Lubrificação. Composto de bomba, acionador, filtros, válvula de alívio que fornece óleo lubrificante para o sistema de sustentação. Esse óleo serve também como refrigeração dos mancais.

Sistema de Partida. Pneumático, com injeção de ar no compressor. É também um sistema portátil, desconectado após a partida do motor.

CARACTERÍSTICAS DE DESEMPENHO

Empuxo nas condições estáticas ISA, N	320
Massa de ar, kg/s	0,60
Consumo específico de QAV-1, kW/N (mg/N.s)	1,55 (36)
Temperatura máxima de entrada turbina, K	1093
Razão de pressão compressor	3:1
Peso sem acessórios, N	150
Diâmetro máximo do motor, m	0,270
Óleo de lubrificação, Lubrax MD-300	
Combustível, QAV-1 e etanol	
Sistema de partida, pneumático	

CARACTERÍSTICA DE PROJETO

Para o projeto e desenvolvimento de um propulsor para aeronaves não tripuladas o fator custo é de maior influência. Sob esse aspecto, além da contribuição direta da simplicidade, o turbojato em questão possui uma característica que contribui enormemente para o baixo custo: o rotor do compressor, o rotor da turbina, o eixo e os mancais são componentes de turboalimentadores automotivos.

Uma outra característica de destaque no projeto é a utilização de velas de ignição originalmente fabricadas para uso em motores alternativos marítimos.

A confiabilidade, embora não sendo um fator preponderante no projeto, foi demonstrada durante as 50 horas de funcionamento e mais de 200 partidas, nos ensaios em banco de prova.

CURVAS DE DESEMPENHO

Após mais de 50 horas de funcionamento e mais de 200 partidas em ensaios, obtiveram-se as curvas de desempenho.

Padronizando para as condições ISA, foram levantadas as curvas:

. empuxo x rotação - Figura 2
. temperatura entrada turbina x rotação - Figura 3
. consumo específico de combustível x empuxo - Figura 4

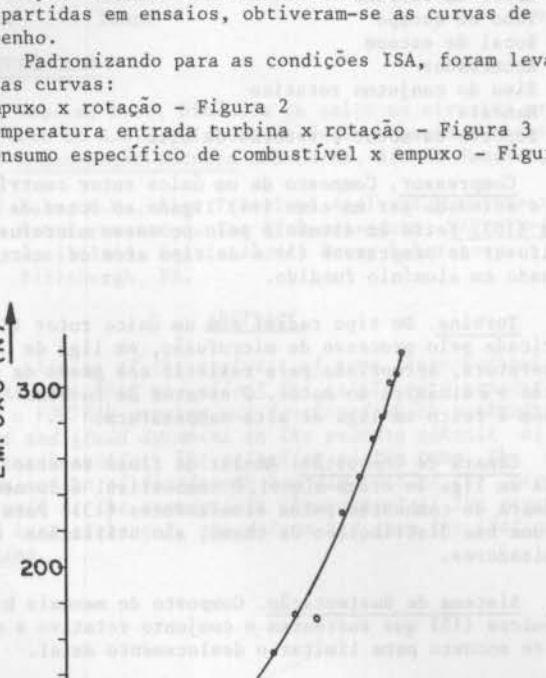


Figura 2. Dados de ensaios - empuxo

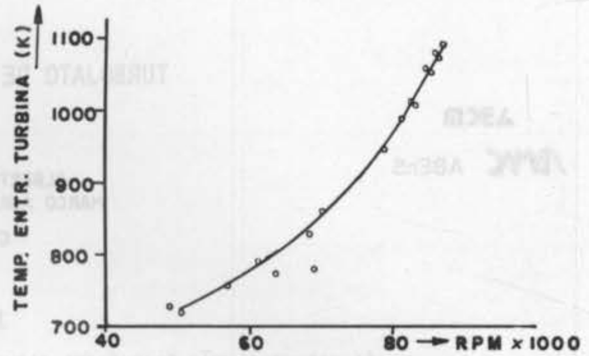


Figura 3. Temperatura na entrada da turbina

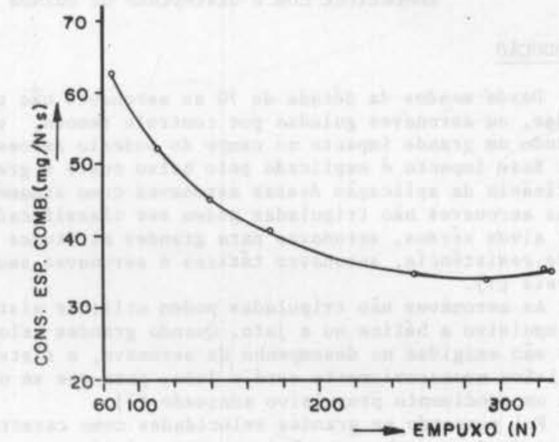


Figura 4. Consumo específico de combustível

COMPETITIVIDADE

Com o intuito de verificar se as características de desempenho apresentadas pelo turbojato não estão muito aquém das características exigidas para aplicação em aeronaves não tripuladas, foram levantadas as características de desempenho de alguns propulsores existentes no mercado (Vide Tabelas 1 e 2) e os dados obtidos foram confrontados com os resultados obtidos dos ensaios do turbojato. Figuras 5, 6 e 7.

Tabela 1. Propulsores de aeronaves não tripuladas

Nº de refer.	Fabricante	Designação	Aplicação
1	WILLIAMS RESEARCH CORP.	WR 24-7	NORTHROP MQM - 74 C
2		J400-WR-400	NORTHROP MQM - 74 A
3		WR 2 6	CANADAIR AN/USA 501
4	MICROTURBO	TRS-18-056	MITSOUBAC
5		COUGAR 022	GAF-TURANA
6	NOEL PENNY	NPT 101	-
7	DREHER	TJD-76C	-

Tabela 2. Características de desempenho dos propulsores da Tabela 1

Nº de refer.	Características de desempenho			
	empuxo (N)	Consumo específico (mg/N.s)	Peso (N)	Diâmetro Máx. (m)
1	760	35,4	190	274
2	540	35,4	177	274
3	560	34,3	127	274
4	980	36,0	230	345
5	790	35,4	265	386
6	760	35,7	345	381
7	250	42,5	64	151

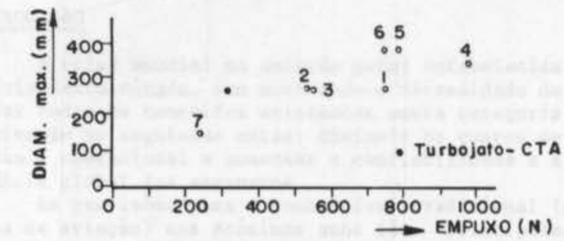


Figura 5. Comparação dos diâmetros máximos em função do empuxo

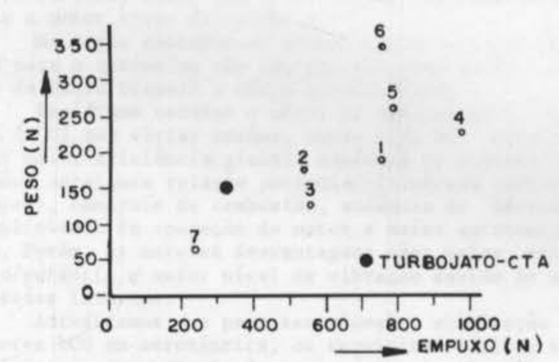


Figura 6. Comparação dos pesos em função do empuxo

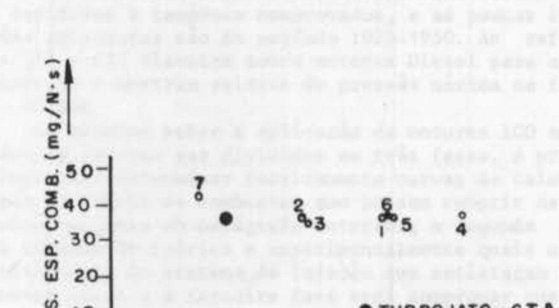


Figura 7. Comparação dos consumos específicos em função do empuxo

METAS PARA O DESENVOLVIMENTO

Da análise da figura 6, fixou-se que uma das metas do desenvolvimento do turbojato será no sentido da redução do peso. Um peso final de 120 N é uma meta perfeitamente viável.

O aumento de empuxo é uma outra meta para o desenvolvimento. Esse aumento será conseguido através do aumento da temperatura de entrada na turbina. Deve-se notar que a temperatura de 1093 K é baixa quando comparada com as temperaturas de entrada na turbina encontradas em outros propulsores similares. Pretende-se chegar a níveis de temperatura por volta de 1200 K.

REFERÊNCIAS

[1] TCel E.J.Kellerstrass, Seleções da Air University Review, "Veículos Drone e Poderio Aeroespacial", p. 130

[2] H.Cohen G.F.C.Rogers and H.Saravanamutoo, Gas Turbine Theory, 2ª edição, Ed. Longman, 1974, p. 59

[3] Jane's All World Aircrafts, edições 77/78, 78/79, 80/81

[4] Aviation Week & Space Technology, March 3, 1980

ABSTRAT

Unmaned aircraft assumed a prominent participation in aero-spatial activities. These aircrafts, used as targets, must - by economical reasons - powered by low cost propulsion engines. To meet this requirement CTA established a project for a turbo-jet especific for unmaned aircraft presently going through development tests. It is a very simple and very low-cost turbo-jet; its performance is compatible to similar engines.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ESTUDO DO MOTOR DE IGNIÇÃO POR COMPRESSÃO PARA APLICAÇÃO AERONÁUTICA

ABCM

ABEnS

FLÁVIO CARLOS MALUF
Centro Técnico Aeroespacial

PUC/RJ

RESUMO

Assumindo vários modelos simples de calor liberado, são calculadas a eficiência do ciclo, a pressão dos gases, a taxa de elevação de pressão e outros. A utilização de motores de ignição por compressão em aeronáutica depende de uma baixa relação peso/potência, portanto, será necessário limitar a taxa máxima de elevação de pressão e pressão máxima a valores menores que os usuais em motores de alta eficiência. É concluído ser possível obter curvas de calor liberado que satisfaçam as condições acima, sem perda significativa da eficiência.

INTRODUÇÃO

A crise mundial na aviação geral estabelecida no início desta década, vem mostrando a necessidade de se rever todos os conceitos existentes nesta categoria, objetivando as seguintes metas: diminuir os custos de produção e operacional e aumentar a confiabilidade e a eficiência global das aeronaves.

As previsões para o combustível tradicional (gasolina de aviação) nos próximos anos são principalmente de aumento no custo e não estará prontamente disponível em todos os aeroportos. Por esse motivo, há uma tendência mundial pelo uso do querosene de aviação (Jet Fuel) em motores alternativos ou rotativos (tipo Wankel), onde as principais vantagens são disponibilidade em todos os aeroportos, menor custo, excelente controle de qualidade e menor risco de incêndio.

No nosso entender os melhores processos de combustão para o querosene são ignição por compressão (chamados de Ciclo Diesel) e carga estratificada.

Decidimos estudar o motor de ignição por compressão (ICO) por várias razões, entre elas as principais são: maior eficiência global, ausência de sistema de ignição, excelente relação potência/cilindrada (motores 2 tempos), controle de combustão, ausência de detonação, simplicidade de operação do motor e maior autonomia de vôo. Porém, as maiores desvantagens são: maior relação peso/potência e maior nível de vibração devido às altas pressões internas.

Acreditamos que para ser viável a utilização de motores ICO em aeronáutica, os requisitos básicos serão a limitação dos valores da taxa máxima de elevação de pressão e pressão máxima do ciclo a valores consideravelmente menores do que os usuais em motores veiculares de alta eficiência. Infelizmente esses valores não são bem definidos e tampouco comprovados, e as poucas informações existentes são do período 1925-1950. As referências [1] e [2] discutem sobre motores Diesel para uso aeronáutico e mostram valores de pressão máxima na faixa 48 - 62 Bar.

Os estudos sobre a aplicação de motores ICO em aeronáutica deverão ser divididos em três fases. A primeira fase será determinar teoricamente curvas de calor liberado na câmara de combustão que possam cumprir os requisitos citados no parágrafo anterior; a segunda fase será determinar teórica e experimentalmente quais as características do sistema de injeção que satisfaçam a primeira fase; e a terceira fase será comprovar que uma vez cumpridos os requisitos citados acima, poderemos obter um motor que tenha estrutura que forneça relação peso/potência adequada, alta durabilidade e alta confiabilidade.

O objetivo desse trabalho é cumprir a primeira fase através do cálculo do ciclo termodinâmico do motor ICO, usando vários modelos simples de curvas de calor liberado (CCL) como dados (INPUT) e analisando os resultados em termos de pressão máxima do ciclo (PMC), taxa máxima de elevação de pressão (TMEP), eficiência global (NG) e pressão média efetiva (PME).

MÉTODO DE CÁLCULO

O programa de cálculo por computador foi desenvolvido para motor ICO de 2 tempos do tipo Compound, ou seja, a turbina e o compressor são ligados mecanicamente ao motor.

Para a construção do modelo matemático, as seguintes hipóteses foram feitas: o sistema está sempre em equilíbrio termodinâmico a cada passo de computação; no período fechado a única variação de massa do sistema é a adição de combustível; todo combustível que entra no sistema é queimado, de modo que o sistema nunca contém vapor de combustível; o processo de combustão é representado pela curva de calor liberado que é pré-determinada; as pressões na entrada e saída do motor são constantes e os cálculos do ciclo são feitos para um único cilindro, portanto, os resultados finais (motor multicilíndrico) são obtidos pela multiplicação pelo número de cilindros, ou seja, não levamos em consideração nenhuma interação entre os cilindros.

O cálculo do período aberto (troca de gases) é feito adotando-se valores de rendimentos volumétrico e lavagem (scavenging)

O período fechado é dividido em três fases: compressão, combustão e expansão. A fase de compressão é representada por um processo politrópico. As fases de combustão e expansão são calculadas usando a 1ª lei da termodinâmica, onde o calor adicionado ao sistema é calculado pela curva de calor liberado, a energia interna leva em consideração a variação da composição química dos gases e o seu procedimento de cálculo é apresentado em detalhes na referência [3]; a perda de calor é calculada pela fórmula empírica proposta por Eichelberg [4] e o trabalho é calculado através do volume e da pressão que é obtida pelo balanço de energia (1ª lei) por um processo interativo.

A potência de atrito do motor foi calculada pelas fórmulas empíricas propostas por Bishop [5].

DADOS

Os principais parâmetros que foram mantidos fixos são:

Pressão atmosférica absoluta	: 1.013 Bar
Temperatura ambiente	: 30^0C
Rendimento do compressor	: 74%
Rendimento da turbina	: 80%
Rendimento volumétrico	: 87%
Rendimento de lavagem	: 88%
Coeficiente politrópico	: 1.34

Poder calorífico do querosene (JP-1) : 43000 Kj/Kg
Razão de compressão (compressor) : 2.0
Razão de lavagem (delivery ratio) : 1.5
Razão de compressão : 15.0
Relação curso/diâmetro : 0.80
Relação biela/manivela : 3.60
Relação ar/combustível : 20.0
Cilindrada total : 4400 CM3
Rotação do motor : 3000 rpm

Os parâmetros que são fundamentais no desenvolvimento da curva de pressão e que são as variáveis no programa de cálculo são:

Período de queima : 30 e 40 graus
Início de combustão : -9, -4, 0 e 3 graus
Curva de calor liberado : os modelos (ver figura 1) são semelhantes aos usados por Lyn [6].

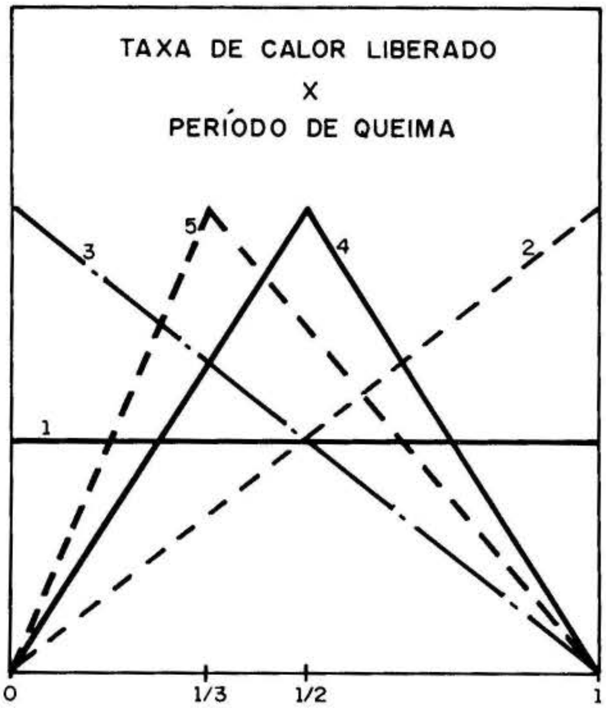


Figura 1. Diagrama de Calor liberado

A curva 1 mostra uma taxa de calor liberado constante, a curva 2, uma taxa crescente, a curva 3, uma taxa decrescente, a curva 4, uma taxa crescente/decrescente com 50% da massa queimada na metade do período de queima, e a curva 5, uma taxa crescente/decrescente com 50% da massa queimada em 1/3 do período.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS CALCULADOS

A tabela 1 mostra os resultados calculados para os vários modelos de taxa de calor liberado, período de queima e início de combustão. Nossa análise se concentra nos efeitos desses parâmetros sobre a TMEP e PMC que influenciam diretamente nas vibrações e ruídos dos motores, eficiência global e pressão média efetiva.

Na figura 2 são plotados os resultados da tabela 1 referentes ao período de 40 graus, com a finalidade de uma melhor visualização. As curvas em função do início de combustão mostram um comportamento esperado, mas convém ressaltar que a curva 3 não apresenta uma queda significativa da TMEP com o retardo do início de combustão. As curvas 3 e 5 mostram maior eficiência, porém são incompatíveis em termos de pressão e elevação de pressão; a curva 4 é a que apresenta um melhor compromisso entre eficiência e as pressões (TMEP e PMC).

Para obter uma elevação de pressão suave é necessário que a taxa de calor liberado seja crescente do início até pelo menos a metade do período de queima, como é o caso das curvas 2 e 4. Podemos dizer que a TMEP é fortemente dependente da forma da curva de calor liberado.

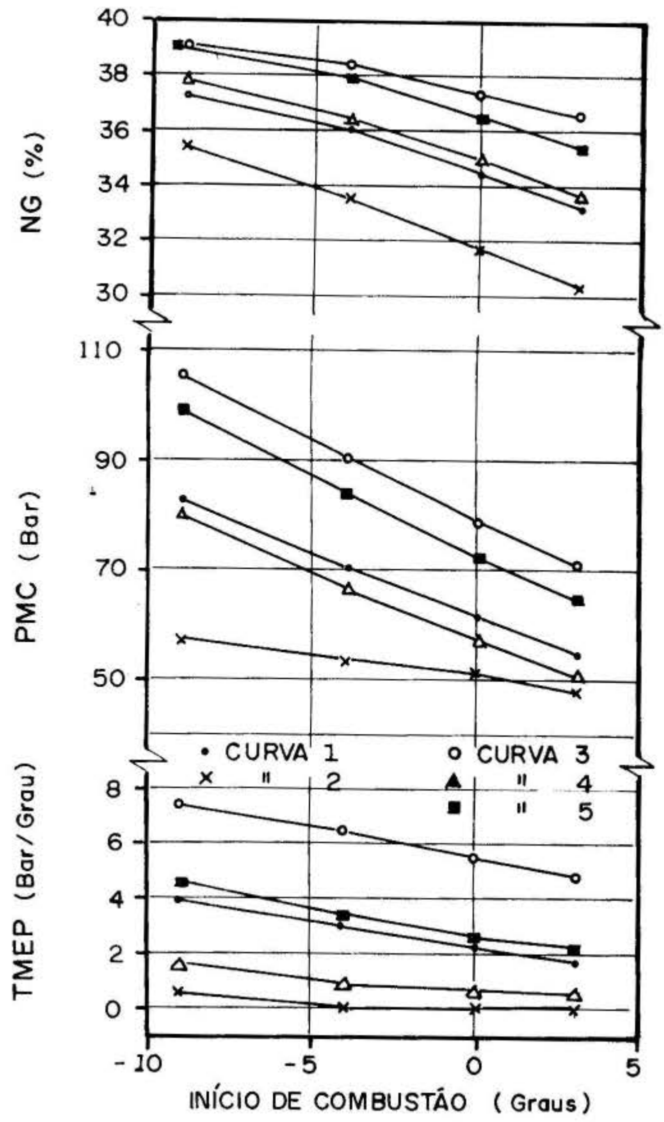


Figura 2. Influência do início de combustão

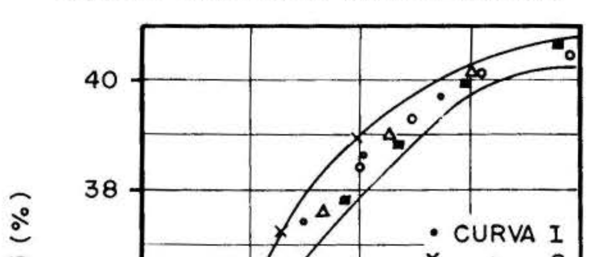
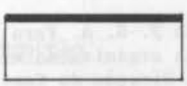
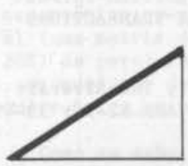
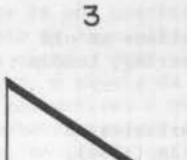
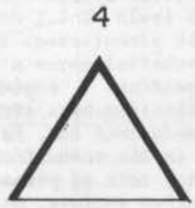


Figura 3. Eficiência em função da pressão máxima

Outra conclusão importante a que chegamos é que para um determinado período de queima, a eficiência é diretamente proporcional à PMC independentemente da forma da CCL. A figura 3 mostra essa característica para o caso do período de 30 graus. Por exemplo para uma PMC

Tabela 1. Resultados

CURVA DE CALOR LIBERADO	INÍCIO DE QUEIMA (GRAUS)	PERÍODO DE QUEIMA (GRAUS) 30				40			
		TMEP $\left(\frac{Bar}{Grau}\right)$	PMC (Bar)	NG (%)	PME (Bar)	TMEP $\left(\frac{Bar}{Grau}\right)$	PMC (Bar)	NG (%)	PME (Bar)
1 	-9	5.1	94.7	39.7	12.2	4.0	82.4	37.2	11.5
	-4	4.2	80.4	38.6	11.9	3.1	70.6	35.9	11.1
	0	3.4	69.7	37.4	11.5	2.3	61.6	34.5	10.6
	3	2.8	62.2	36.2	11.2	1.8	55.2	33.3	10.2
2 	-9	1.4	79.5	38.9	12.0	0.6	57.6	35.4	10.9
	-4	0.7	65.7	37.2	11.5	0.0	53.5	33.5	10.3
	0	0.5	56.9	35.5	10.9	0.0	51.4	31.7	9.8
	3	0.5	51.2	34.1	10.5	0.0	48.1	30.3	9.3
3 	-9	9.6	118.7	40.4	12.5	7.4	105.4	39.1	12.1
	-4	8.7	102.3	40.1	12.4	6.5	90.6	38.4	11.8
	0	7.7	89.4	39.3	12.1	5.5	79.0	37.4	11.5
	3	6.9	80.1	38.4	11.8	4.9	70.7	36.4	11.2
4 	-9	3.8	102.2	40.2	12.4	1.7	80.7	37.9	11.7
	-4	2.7	85.1	39.0	12.0	1.0	66.7	36.4	11.2
	0	2.1	73.1	37.6	11.6	0.8	57.1	34.9	10.7
	3	1.9	65.1	36.4	11.2	0.7	50.9	33.6	10.3
5 	-9	8.8	115.9	40.6	12.5	4.5	99.2	39.0	12.0
	-4	6.9	99.4	39.9	12.3	3.3	84.2	37.9	11.7
	0	5.7	86.5	38.8	12.0	2.6	72.8	36.5	11.3
	3	5.0	77.4	37.8	11.6	2.3	64.9	35.4	10.9

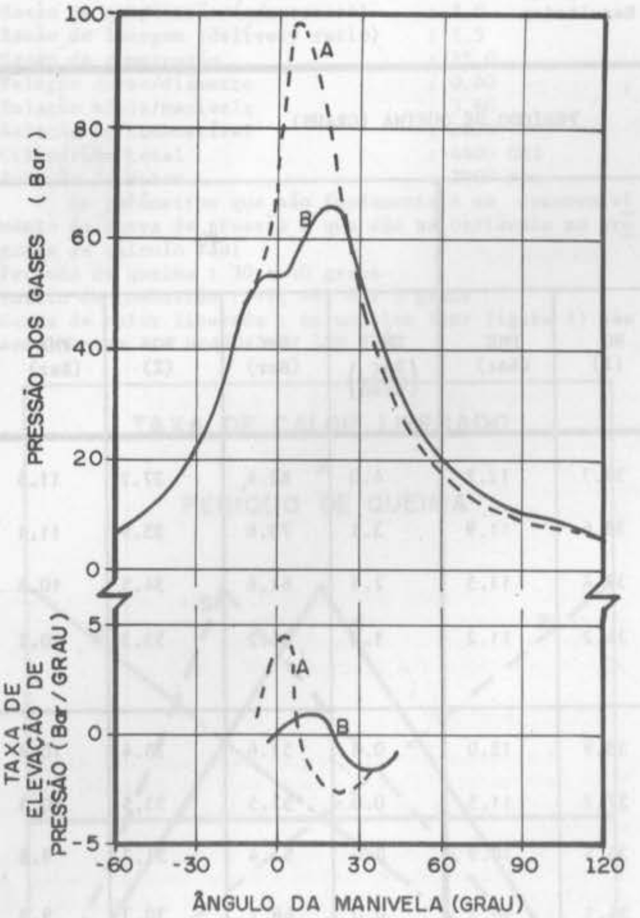


Figura 4. Diagrama P x θ e sua Derivada

de 80 Bar, a eficiência varia em torno de 38.1 a 38.9% para todos os modelos de calor liberado.

A pressão média efetiva, conforme mostra a tabela 1 é diretamente proporcional a eficiência, portanto, todas as observações feitas para a eficiência valem para a PME.

Os resultados nos mostram também que é possível atenuar significativamente as curvas de pressão e sua derivada, com pequena perda de eficiência. A figura 4 mostra essas características através das curvas A e B. A curva A representa o modelo 5, período de 40 graus e início de combustão de -9 graus e a curva B representa o modelo 4, período de 40 graus e início de -4 graus. A eficiência global caiu de 39% para 36.4% (perda de 6.6%), a PMC caiu 33% e a TMEP caiu 77% do regime A para o regime B. Esses dois regimes foram escolhidos para comparação porque entendemos que o regime A é bastante representativo dos motores veiculares de boa eficiência e o regime B apresenta valores de TMEP e PMC compatíveis para uma combustão suave e a eficiência global compatível para motores aeronáuticos.

CONCLUSÕES

Esse estudo inicial sobre a aplicação de motores ICO em aeronáutica mostra as seguintes conclusões:

(a) Deverão ser arbitrados valores máximos para PMC e TMEP de 69 Bar (1000 psi) e 2.5 Bar/grau (36 psi/grau) respectivamente, como referência para as pesquisas iniciais até que se comprove na prática, a validade desses valores.

(b) Investigar outros modelos de calor liberado (limitando PMC e TMEP) para obter melhores eficiências.

(c) Para um período de queima fixo, a eficiência é diretamente proporcional à pressão máxima para todos os modelos de calor liberado, dentro de uma variação de 2%.

(d) A taxa de elevação de pressão depende fortemente da forma da curva de calor liberado.

(e) É possível obter uma CCL que satisfaça os requisitos de pressão (TMEP e PMC) com eficiência compatível com o uso aeronáutico.

(f) A perda de eficiência global não é muito grande quando se limita as pressões (atenuação da taxa de combustão) porque a energia interna dos gases na exaustão é incrementada e parte desse incremento de energia é reaproveitada pela turbina.

AGRADECIMENTOS

Nossos agradecimentos a Fernando J. S. A. Faro - analista de sistemas que participou na organização e execução do programa de computador e a Direção do Centro Técnico Aeroespacial (CTA) pela permissão para publicação desse trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Browne, K. A., Aircraft Spark - Ignition Versus Compressions-Ignition Engines. SAE TRANSACTIONS Vol. 37 : 342-348 (1935).

[2] Griffith, L. M. and Vincent, E. T., The Aircraft Diesel Engine. Transactions ASME, AER-S2-5 : 33-49 (1930).

[3] Benson, R. S. and Whitehouse, N. D., Internal Combustion Engines. Volume 2, Ed. Pergamon Press (1979).

[4] Eichelberg, G., Some new investigations on old combustion engine problems. Engineering, London : 463 (1939).

[5] Bishop, I. N., Effect of design variables on friction and economy. SAE PAPER 812A (1964).

[6] Lyn, W. T., Calculations of the effect of rate of heat realese on the shape of cylinder-pressure diagram and cycle efficiency. PROC.INSTN.MECH. ENGRS. vol. 174 - nº 1 : pp 34-46 (1960-61).

ABSTRACT

In this paper the compression ignition engine thermodynamic cycle is calculated by the step-by-step method for solution of the first thermodynamic law. For several simple models of heat helease in the combustion chamber, cycle efficiency, gas pressure, rate of pressure rise, mean effective pressure and other factors, are calculated. The basic conditions in apraising the validity of aircraft with compression ignition engines is to obtain a low weight/power ratio: - this may be attained by limiting the maximum rate of pressure rise and maximum pressure, to considerable smaller values than to current ones of highly efficient vehicular engines. At the conclusion the author admits the possibility of obtain heat release curves that satisfy above referred to conditions without significant loss in efficiency.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

COMBUSTÃO, SIMULAÇÃO E TESTES ESTÁTICOS EM ESTADO-REATORES A COMBUSTÍVEL SÓLIDO

ABCM
ABEnS
PUC/RJ

C.E. MIGUEIS, D. BASTOS-NETTO, W. GILL, J.A. CARVALHO JR. - INPE
J. GOBBO-FERREIRA - IPD
J.C.A. AMARANTE - SCT - MEx

RESUMO

Este trabalho discute aspectos de projeto e operação de aquecedores de ar viciado (sue - "sudden expansion" - heaters) para simulação das condições de vôo de estato-reatores a combustível sólido. Este trabalho analisa, também, as características operacionais desses veículos quando testados em tais aquecedores.

INTRODUÇÃO

Estato-reatores a combustível sólido vem sendo empregados na propulsão de veículos modernos como os mísseis de cruzeiro e podem também ser usados para o aumento do alcance em granadas de artilharia. Eles consistem de motores onde o ar ambiente, decelerado e aquecido na sua passagem através da onda de choque na proa do veículo supersônico, penetra numa câmara que contém o combustível (uma matriz de polímero impregnada com baixo teor (< 20%) de perclorato de amônio) e onde ocorre a combustão. Os produtos desta combustão escoam, então, através de uma tubeira no processo clássico dos motores de reação.

Como se sabe, um dos itens mais críticos no desenvolvimento de estato-reatores reside no fato de que o teste estático desses sistemas envolve a necessidade de se simular as condições de estagnação do ar nas condições de vôo previstas. Em geral, isto envolve o aquecimento de ar a alta pressão e em grande quantidade. Um dos métodos mais comuns, dado seu custo relativamente baixo, é aquele da fonte de ar viciado. Neste método, um combustível é queimado com ar já pressurizado e previamente enriquecido com oxigênio em proporções tais que, no fim da queima, exista uma mistura de gases com 21% de O_2 e 79% de produtos de combustão e N_2, ou seja, ar viciado nas condições de estagnação desejadas.

O presente trabalho discute aspectos de projeto, montagem e operação de tal instalação para simular a alimentação de ar num veículo em condições de vôo até Mach 2.2 ao nível do mar. Discute, também, características operacionais de estato-reatores a combustível sólido a serem testados na mesma.

INSTALAÇÃO DE AR VICIADO

Da teoria de escoamentos compressíveis unidimensional tem-se:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 , \qquad (1)$$

$$\frac{p_0}{p} = (1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2)^{\gamma/(\gamma-1)} , \qquad (2)$$

onde p,T são a pressão e temperatura estáticas respectivamente, M o número de Mach, γ a razão dos calores específicos e o subscrito "0" indica as condições de estagnação. Combinando essas relações com o modelo da atmosfera padrão, isto é, p e T em função da altitude, pode-se levantar a dependência das propriedades de estagnação em relação às situações de vôo de qualquer veículo (como mostrado na Figura 1).

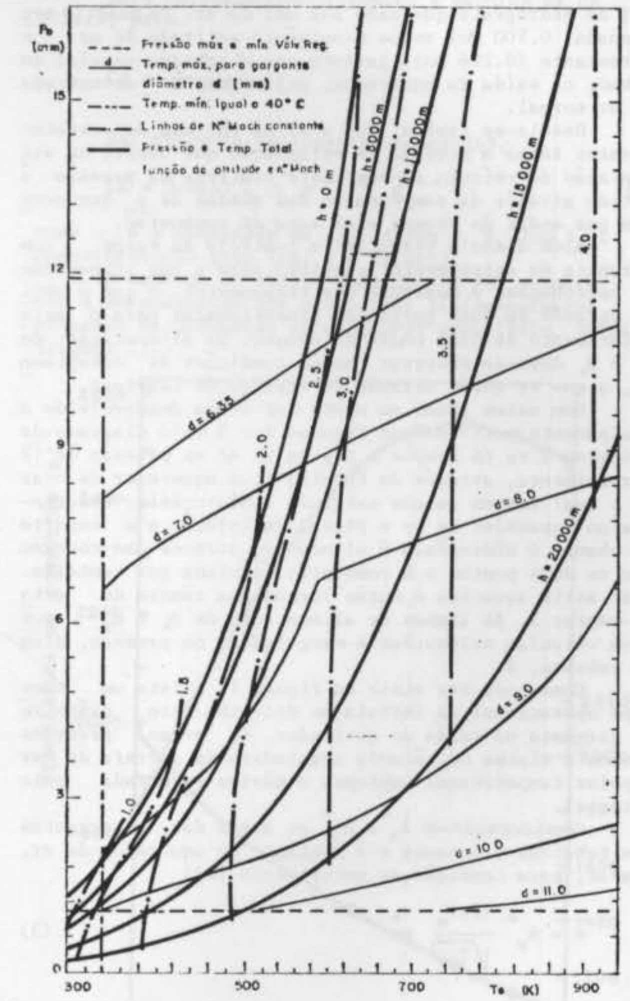


Figura 1. Condições de simulação em função dos parâmetros de vôo e envelope de operação da instalação.

Como se vê, a simulação de um vôo real, em geral, requer o aquecimento do ar.

Existem três maneiras clássicas de se promover tal aquecimento [1]: usando um trocador de calor, forçan do o escoamento através de um acumulador de calor, ou queimando o ar com algum combustível. A referência citada apresenta as vantagens e desvantagens dos diferentes métodos. O primeiro método pode fornecer ar limpo até 900K, mas requer uma instalação de grande porte (custo elevado) devido às considerações de transferência de calor. Este problema pode ser evitado empregando o conceito do acumulador de calor. Neste segundo método, utiliza-se material refratário na forma de seixos (pebble bed), previamente aquecido, como fonte de calor. Entretanto, tem-se verificado alguns problemas em sua adaptação para o teste de estato-reatores, tais como a desintegração do elemento refratário e uma resposta transiente muito lenta. Finalmente, tem-se a técnica da queima com ar, que elimina todas as desvantagens associadas dos demais tipos, podendo fornecer uma ampla gama de condições de testes e ser mantida por um custo bem inferior. O único óbice é que, depois da queima e reposição do oxigênio consumido, o ar contém uma fração maior de vapor d'água e dióxido de carbono do que o ar normal (sugerindo assim o nome "ar viciado").

Isto pode ser contornado considerando-se o fato de que o processo de combustão que acontecerá no estato-reator (ligado a saída do aquecedor) é governado pela pressão parcial do oxigênio na mistura. Por exemplo, usando hidrogênio como o combustível do aquecedor, é necessário adicionar 0,766mol de oxigênio para cada mol de hidrogênio queimado por mol de ar. Da quantia mencionada, 0.500 mol repõe o oxigênio retirado do ar e o restante (0.266 Mol), garante que a pressão parcial do mesmo, na saída do aquecedor, seja igual à encontrada no ar normal.

Deseja-se também, que o ar na entrada do estato-reator tenha a pressão de estagnação que ocorre na alimentação do veículo em vôo. Este controle da pressão é obtido através da compensação das quedas de p_o que ocorrem nas ondas de choque e na zona de combustão.

Além disso é essencial o controle da vazão com garantia de entupimento (choking) para a não propagação de pertubações à montante dos escoamentos, o que é obtido através de duas gargantas dimensionadas para o estabelecimento de duas ondas de choque. Na alimentação de O_2 e H_2 deve-se observar também condições de entupimento, o que se obtém através do emprego de tubeiras.

Com esses itens em mente foi então desenvolvido o equipamento mostrado nas Figuras 2 e 3 cujo diagrama de processo T vs ΔS compõe a Figura 4: ar na pressão de 12 bar alimenta, através da tubeira 1, o aquecedor de ar 2, o qual também recebe oxigênio e hidrogênio. Observe-se no aquecedor de ar a placa de injeção e o suporte de chama. O hidrogênio é alimentado através uma conexão Tee em dois pontos e a combustão iniciada por centelha. O ar assim aquecido é então lançado na câmara do estato-reator 3. As linhas de alimentação de O_2 e H_2 possuem válvulas solenóides 4 e reguladora de pressão, além de tubeira, 6.

Como pode ser visto na Figura 1, existe um envelope operacional da instalação definido pelo diâmetro da garganta na saída do queimador, d, pelas pressões máxima e mínima da válvula reguladora da garrafa de ar e pelas temperaturas ambiente e máxima suportada pelo material.

Considerando-se A_a^* e A_e^* as áreas das gargantas das tubeiras à jusante e à montante do aquecedor de ar, tem-se, para condição de entupimento [2]:

$$\dot{m} = A_e^* \frac{(Po)_e}{\sqrt{To_e}} c^* \qquad (3)$$

e

$$\dot{m} = A_a^* \frac{(Po)_a}{\sqrt{To_a}} c^* \qquad (4)$$

onde $c^* = \sqrt{\frac{\gamma}{R}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}$

assumindo-se como baixas as vazões de O_2 e H_2 comparadas à vazão de ar e variações da massa molecular e da razão dos calores específicos, γ.

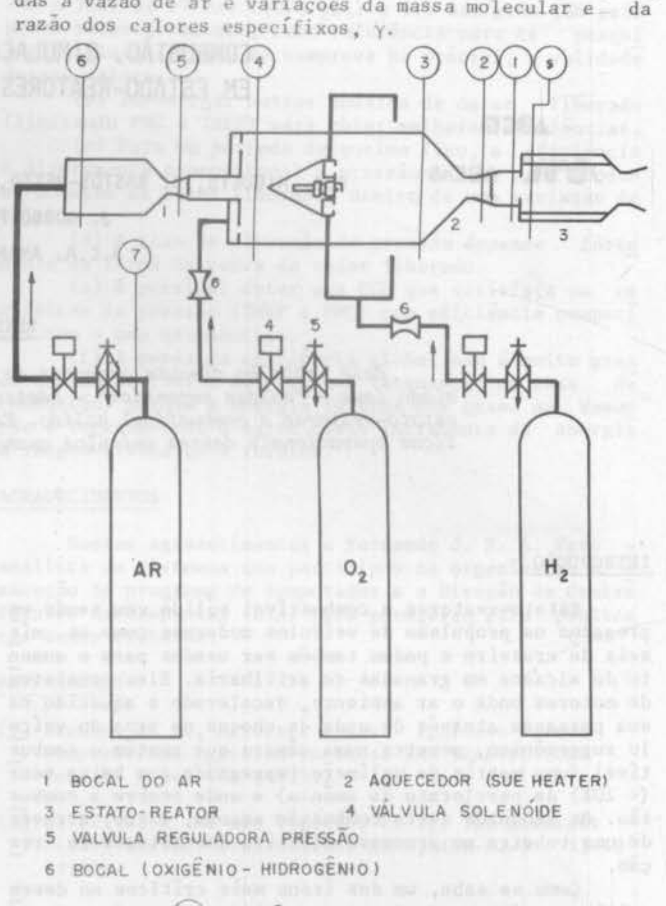
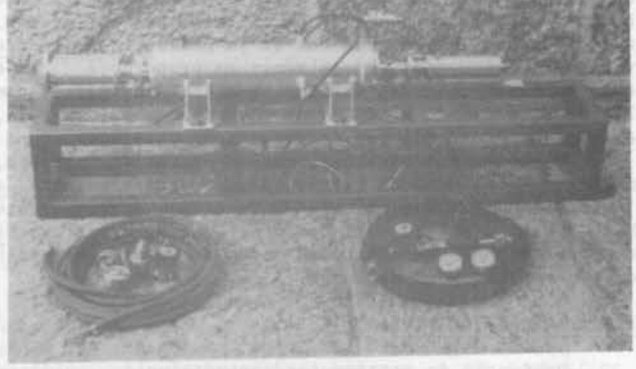


Figura 2. Esquema de instalação.


Figua 3. Montagem completa.

Admitindo-se como limite inferior para entupimento a situação na qual a onda de choque na tubeira à montante do aquecedor converge para a garganta, então a temperatura limite de aquecimento é dada pela relação:

$$(To_a)_{lim} = \left(\frac{\gamma}{R}\right)\left(\frac{A_a^*\, po}{\dot{m}}\right)^2\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \qquad (5)$$

Este limite, na Figura 1, determina a margem inferior, em termos de pressão, do envelope de operação para dado diâmetro d da garganta da tubeira à jusante do aquecedor ($A_a^* = \pi d^2/4$). A mudança abrupta no comportamento da curva para d = 8.0mm deve-se à limitação das características do conjunto cilindro de ar/ válvula reguladora.

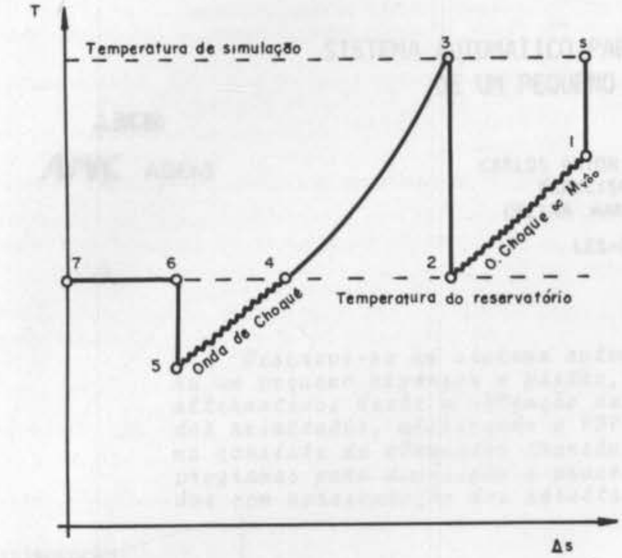


Figura 4 - Diagrama Temperatura-Entropia do Processo.

CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DE ESTATO-REATORES

O estato-reator a combustível sólido a ser testado destina-se ao uso como elemento de sustentação para aumento do alcance de uma granada de artilharia. Para tal escolheu-se uma matriz de poliéster impregnada com 20% de NH_4ClO_4, material com resistência mecânica capaz de resistir à aceleração máxima da granada (da ordem de 10^5g's) e disponível no mercado nacional.

O modelo de regressão da superfície do grão foi tomado como [3]:

$$\dot{r} = 0.0068\, G_a^{\,0.5}\, p^{\,0.36} \qquad (6)$$

onde $\dot{r}$ [cm/seg] - taxa de regressão, G_a [g/cm²-sec] = $\dot{m}/Ap$ - fluxo de ar, e p [atm], pressão estática média na câmara. No caso simp'es de um grão cilíndrico monoperfurado, G_a diminue com o tempo devido ao aumento da área de passagem, Ap. A queda resultante de $\dot{r}$ com o tempo compensa o aumento da área superficial do grão, S_b, fornecendo uma quantidade de combustível quase constante (queima neutra), mantendo uma razão combustível/ ar, CA, fixa. As figuras 5 e 6 mostram exemplo deste comportamento.

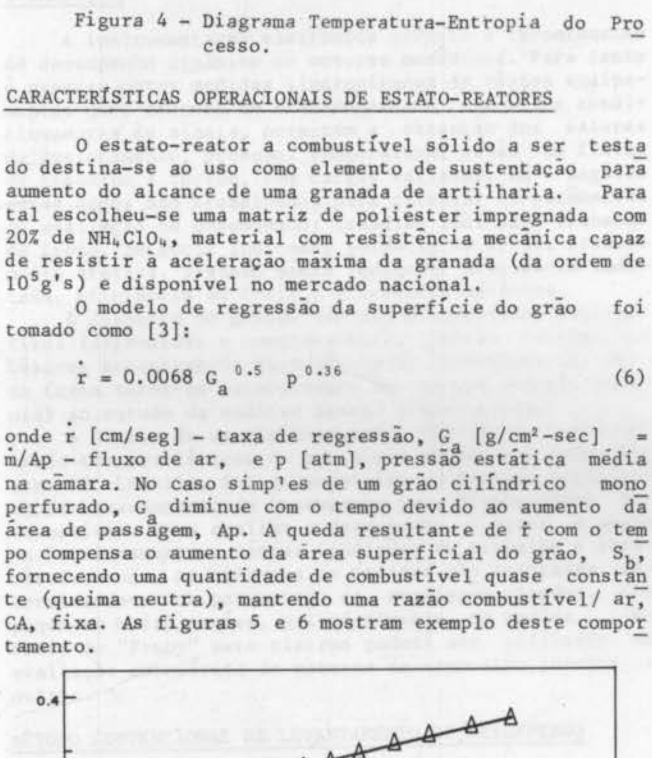


Figura 5 - Taxa de regressão vs fluxo de ar d_i = 30mm e d_e = 42mm.

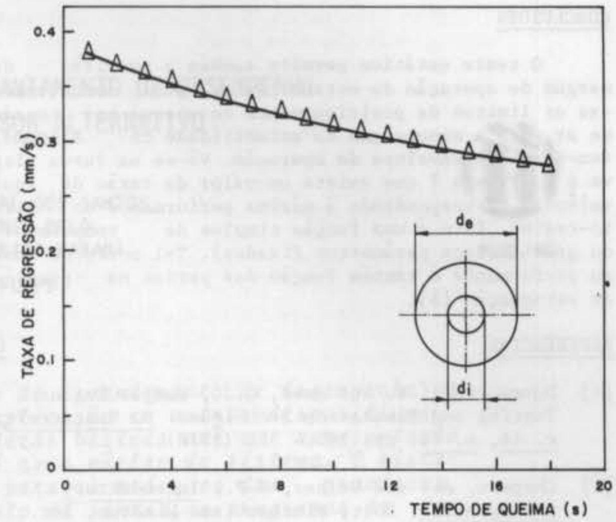


Figura 6 - Taxa de regressão vs tempo de queima para d_i = 30mm e d_e = 42mm.

Esta correspondência permite a escolha de CA a priori, pois

$$CA = \frac{\rho_p\, S_b\, \dot{r}}{\dot{m}} \qquad (7)$$

Daí obtém-se facilmente usando (6),

$$CA = 0.0241\, L\, \rho_p\, p^{\,0.36}\, \dot{m}^{\,-0.5} \qquad (8)$$

onde ρ_p é a densidade do grão (g/cm³), S_b (cm²), L o comprimento do grão (cm) e $\dot{m}$ (g/seg).

O emprego do código NASA SP-273 [4] permite então a determinação dos parâmetros físico-químicos do processo de combustão assumindo-se equilíbrio químico (Figura 7).

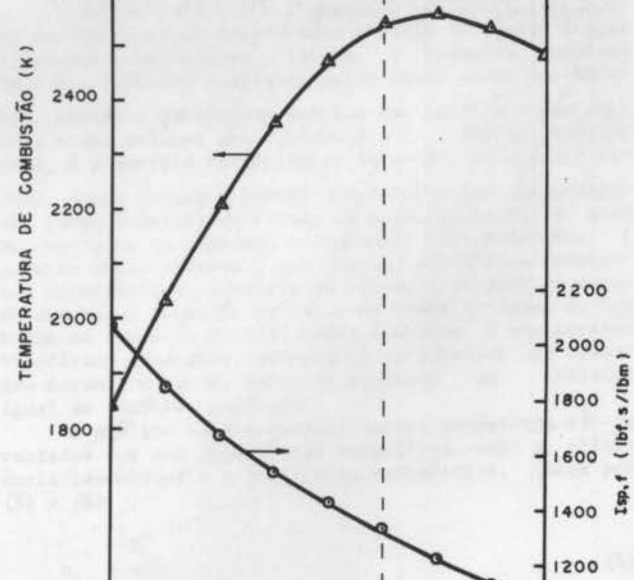


Figura 7. Parâmetros da combustão vs razão de equivalência, $\phi = CA/(CA)$ estequiométrico.

CONCLUSÕES

O teste estático permite também a previsão da margem de operação do estato-reator, pois conhecendo-se os limites de posicionamento do choque na tomada de ar para a manutenção da estabilidade do sistema, tem-se o seu envelope de operação. Vê-se na curva Isp vs ϕ da Figura 7 que existe um valor da razão de equivalência correspondendo à máxima performance do estato-reator. Isto é uma função simples do comprimento do grão (outros parâmetros fixados). Tal ponto de máxima performance é também função das perdas na pressão de estagnação [5].

REFERÊNCIAS

[1] Dunsworth. L.C. and Reed, G.J., Ramjet Engine Testing and Simulation Techniques. J. Spacecraft, v. 16, n. 16: pp. 382 - 388 (1978).

[2] Chapman, A.I and Walker, W.F., Introductory Gas Dynamics. Holt, Rinehart and Winston, Inc., N. York (1971).

[3] Raghunandan, B.N., Ravichandran, E.R. and Marathe A.G., Combustion Related to Solid-Fuel Ramjets. J. Propulsion and Power, v. 1, n. 16: pp. 502 - 504 (1985).

[4] Gordon, S. and McBride, B.J., Computer Program For Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incidental and Reflected Shocks, and Chapman-Jouguet Detonations. NASA SP-273 (1971).

[5] Salles, C.E.R. e Gill, W., Estudo Termodinâmico de Estato-Reatores. ENCIT 86 (1986).

ABSTRACT

Aspects of the design and operation of vitiated air heaters used for the simulation of flight conditions in the testing of solid fueled ramjet engines are presented. The operational characteristics of such engines are also analysed.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez.1986)

SISTEMA AUTOMÁTICO PARA LEVANTAMENTO DE DESEMPENHO DE UM PEQUENO EXPANSOR ALTERNATIVO

ABCM ABCM ABEnS

CARLOS ANTONIO CABRAL DOS SANTOS
FRANCISCO ANTONIO BELO
CELINA MARIA RIBEIRO VARANI

LES-DTM / CT-UFPB

PUC/RJ

RESUMO

Descreve-se um sistema automático de levantamento de desempenho para um pequeno expansor a pistão, com aplicação em outros dispositivos alternativos desde a obtenção de grandezas básicas até a apresentação dos resultados, utilizando o PDP-11/34 como núcleo do sistema. O sistema consiste de elementos transdutores para as medições das grandezas, programas para aquisição e processamento de sinais, e programas de dados com apresentação dos resultados.

INTRODUÇÃO

A instrumentação eletrônica permite o levantamento de desempenho dinâmico de motores mecânicos. Para tanto é preciso obter medidas sincronizadas de vários equipamentos que, através de transdutores e circuitos condicionadores de sinais, permitem a obtenção dos valores de deslocamento, pressão, temperatura, vazão do fluido de trabalho e torque, com cargas variadas. Em seguida esses dados são trabalhados para calcular os parâmetros de avaliação de desempenho: trabalho indicado, trabalho de freio, potência indicada, potência de freio, pressão média efetiva, pressão média indicada, eficiência indicada, eficiência de freio e eficiência mecânica.

A despeito do grande uso dos dispositivos alternativos (expansores e compressores), poucas informações básicas encontram-se disponíveis na literatura [1]. Desta forma torna-se interessante dar-se uma atenção especial ao estudo da análise desses dispositivos.

A partir de um minicomputador PDP-11/34, interfaceado com periféricos de aquisição de dados e mando (Sistema DEC-LAB-11), foi desenvolvido um Sistema Automático de Levantamento de Desempenho para Dispositivos Alternativos. Para avaliar o desempenho, o motor é posto em funcionamento a várias condições de trabalho e através de mando, as milhares de medidas são coletadas determinando-se os parâmetros de avaliação citados. Com pequenas modificações, principalmente na medida do freio de "Prony" este sistema poderá ser utilizado na avaliação automática de motores de combustão interna e outros.

MÉTODO CONVENCIONAL DE LEVANTAMENTO DE DESEMPENHO

No estudo da termodinâmica, a eficiência de um processo cíclico é definido pela equação:

$$\eta = \frac{W}{E} \tag{1}$$

onde:

η = eficiência do processo;
W = energia útil obtida durante o processo;
E = energia fornecida ao processo.

Para motores alternativos, bem como para todo dispositivo térmico alternativo, existe um procedimento usual de levantamento de desempenho, que toma por base os parâmetros de comparação obtidos no diagrama PV, que expressa as transformações ocorridas dentro dos cilindros. Na análise do expansor a eficiência mecânica dada por (2), é obtida da razão da eficiência de freio pela eficiência indicada, dadas por (3) e (4).

$$\eta_m = \frac{W_{eixo}}{W_i} \tag{2}$$

$$\eta_{eixo} = \frac{W_{eixo}}{W_t} \tag{3}$$

$$\eta_i = \frac{W_i}{W_t} \tag{4}$$

onde:

η_m, η_{eixo}, η_i = eficiências mecânica, do freio e indicada, respectivamente;
W_{eixo}, W_t, W_i = trabalhos de eixo, teórico e indicado, respectivamente.

O trabalho de freio (W_{eixo}) é o trabalho no eixo do expansor, sendo determinado através de várias cargas simuladas e medindo-se o torque. O trabalho indicado (W_i) é o trabalho realizado pelos gases sôbre os êmbolos, obtido a partir das medidas das variações das pressões e dos volumes nos cilindros. O trabalho teórico (W_t), é a energia fornecida ao expansor, pelo ciclo padrão, sendo obtida a partir dos valores das propriedades termodinâmicas do fluido de trabalho no ciclo, para as condições de admissão e exaustão estabelecidas. A pressão média efetiva é uma pressão hipotética constante, necessária no interior do cilindro durante o curso de expansão, capaz de produzir um trabalho igual ao trabalho de freio. A pressão média indicada é uma pressão hipotética constante, necessária no interior do cilindro durante o curso, capaz de produzir um trabalho igual ao trabalho indicado.

Na análise do compressor, outros parâmetros são levantados com sua importância específica, como a eficiência isotérmica e a eficiência volumétrica, dadas por (5) e (6).

$$\eta_{it} = \frac{W_{it}}{W_i} \tag{5}$$

$$\eta_v = \frac{V_D}{V} \tag{6}$$

onde:

η_{it}, η_v = eficiências isotérmica e volumétrica, respectivamente;

W_{it} = trabalho isotérmico; é o trabalho realizado pelo pistão sôbre os gases, considerando o processo de compressão isotérmica;

W_i = trabalho real realizado pelo pistão sôbre os gases;

V_D, V = volume deslocado pelo pistão e volume total do cilindro.

O trabalho isotérmico (W_{it}) é calculado semelhantemente ao trabalho teórico.

SISTEMA AUTOMÁTICO UTILIZANDO O SISTEMA DEC-LAB-11

Em 1982, o Laboratório de Energia Solar da UFPB desenvolveu um Sistema de Instrumentação que avalia automaticamente o desempenho de expansores alternativos [2], como pode ser visto no diagrama de blocos da Figura 1.

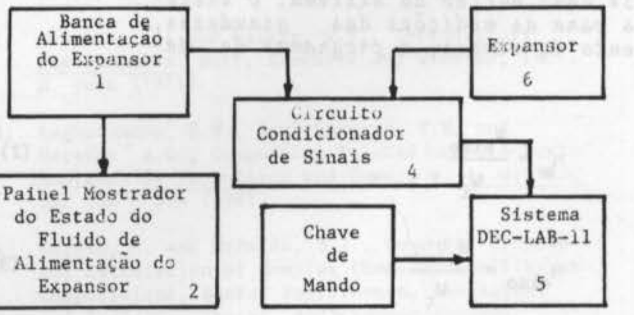


Fig. 1 - Representação do Sistema para avaliar o desempenho do expansor.

Estes blocos são representações dos vários elementos do Sistema:

(1) Reservatório do fluido de trabalho e condicionadores desse fluido para a admissão;

(2) Painel mostrador constituído de medidores de pressão, vazão e temperatura;

(3) Chave de mando para efetuar a aquisição dos dados;

(4) Condicionadores de sinais dos transdutores para serem levados ao Sistema DEC-LAB-11;

(5) Sistema DEC-LAB-11;

(6) Expansor.

A Figura 2 apresenta o Sistema em detalhes, onde:

(1) Compressor com reservatório capaz de manter as condições de alimentação do expansor em regime;

(2) Válvula de regulagem do fluxo;

(3) Manômetro tipo Bourdon para visualização direta da pressão de saída do tanque de armazenamento do expansor;

(4) Placa de orifício;

(5) Manômetro de tubo inclinado;

(Ambos 4 e 5 para a medição do fluxo de alimentação do expansor)

(6) Placa de orifício;

(7) Transdutor de pressão diferencial do LES, utilizando sensor capacitivo;

(8) Tanque de amortecimento para que as flutuações de pressão do expansor não sejam sentidas no manômetro de tubo inclinado;

(9) Manômetro;

(10) Termômetro;

(Ambos 9 e 10 tipo Bourdon, para a visualização direta);

(11) Transdutor de pressão do LES, utilizando o sensor capacitivo;

(12) Transdutor de platina para medição de temperatura;

(13) Manômetro tipo Bourdon para visualização direta da pressão de admissão;

(14) Transdutor de pressão do LES, utilizando o sensor capacitivo;

(15) Freio de "Prony" para medição da potência de eixo;

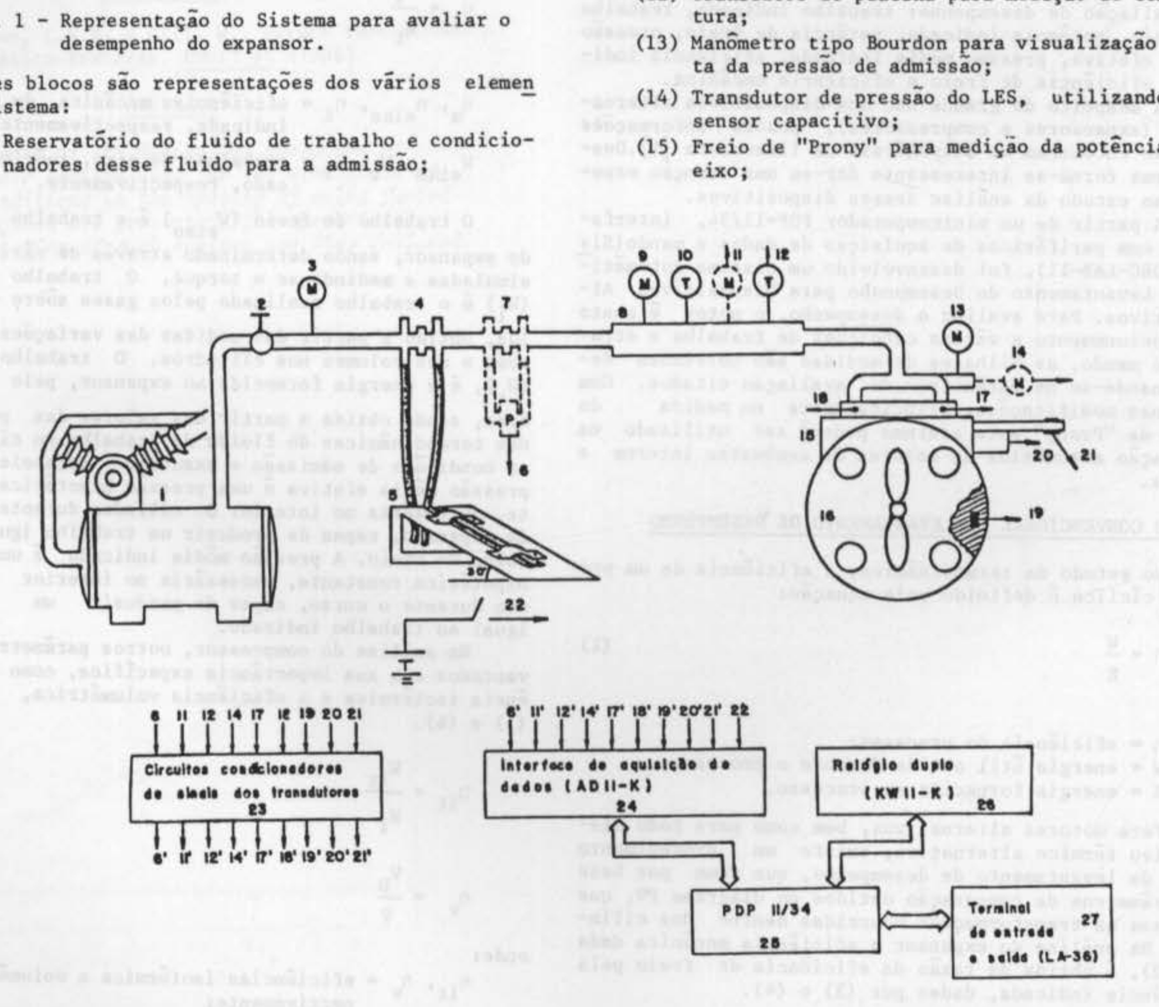


Fig. 2 - Sistema Automático de levantamento de desempenho de expansores, desenvolvido pelo LES em 1982, baseado no Sistema DEC-LAB-11 da DIGITAL.

(16) Expansor em ensaio;
(17) Transdutor Piezoelétrico para medir a pressão dinâmica nas câmaras;
(18) idem;
(19) Detector de ângulo de manivela utilizando sensores óticos para a determinação da posição e frequência dos pistões;
(20) Transdutor de platina para medição da temperatura de saída do ar do expansor;
(21) Extensômetro para medir o torque através do freio de "Prony";
(22) Chave para iniciar a aquisição dos dados;
(23) Os circuitos condicionadores são circuitos eletrônicos que transformam os valores de temperatura, vazão, pressão, deslocamento e torque, em níveis compatíveis com a interface de aquisição de dados;
(24) Interface de aquisição de dados de 16 canais (AD11-K) do Sistema DEC-LAB-11, com sinal de entrada de 0 a 5 V;
(25) Minicomputador PDP-11/34, da DIGITAL, sendo o processador central do Sistema DEC-LAB-11;
(26) Relógio duplo programável (Dual Time Clock) utilizado para medidas precisas no tempo do deslocamento e da pressão;
(27) Terminal de Entrada e Saída do Sistema DEC-LAB-11 (LA-36).

Baseado no que está escrito acima, pode-se separar o funcionamento do Sistema em partes:

Entrega do Fluido de Trabalho ao Expansor. Através da válvula controladora de vazão se estabelecem as condições para a admissão do fluido (pressão, vazão e temperatura). Os transdutores apresentados na figura em linha pontilhada, encontram-se em testes para serem utilizados no sistema atual.

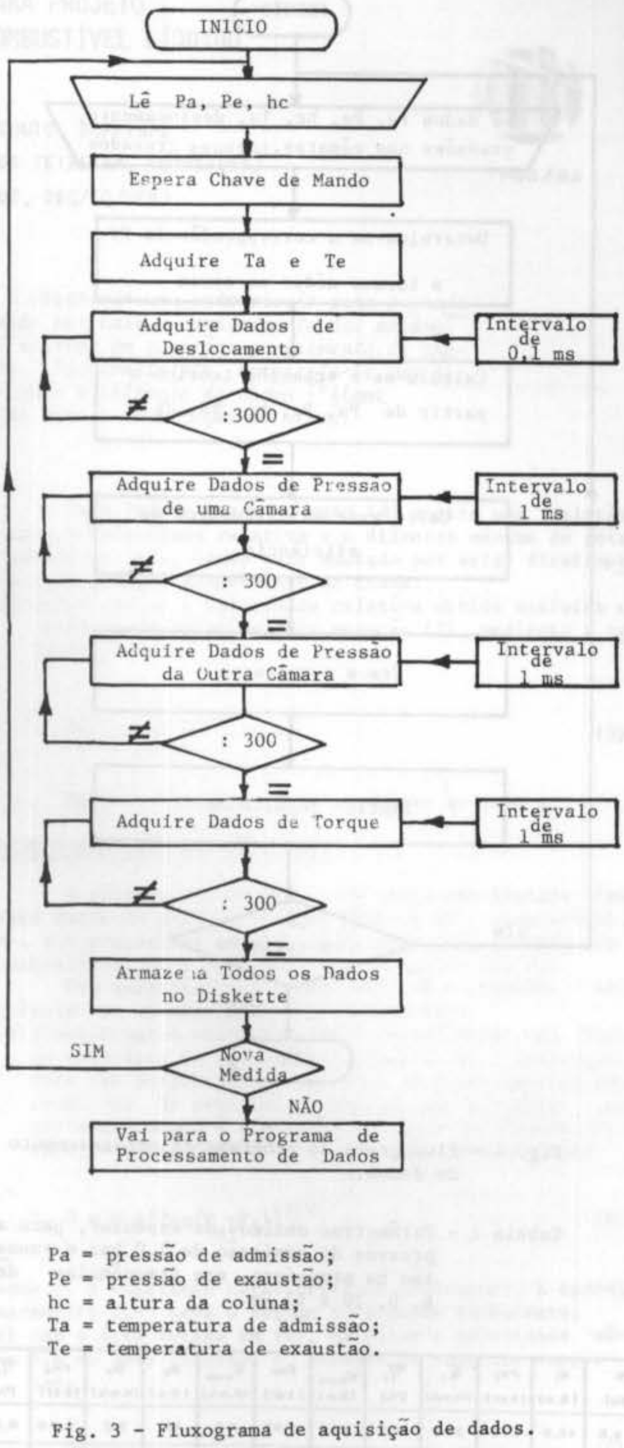
Medições das Grandezas. A pressão de admissão e a altura da coluna do tubo inclinado são lidas e entregues ao Sistema através do LA-36. As medidas eletrônicas de temperaturas são feitas com sensor de platina (Pt-100) em circuitos com Ponte de Wheatstone e amplificador diferencial. O torque é obtido através da medida da deformação de uma placa de aço conjugado ao freio de "Prony" com dois extensômetros em Ponte de Wheatstone e amplificador diferencial. As medidas de pressão dinâmica nas câmaras são feitas com transdutores piezoelétricos de rápido tempo de resposta e amplificador.

As medidas de deslocamento permitem a determinação da posição dos pistões nas câmaras e da velocidade do eixo de manivela. Para isso utiliza-se um disco acoplado ao volante do expansor, com perfuração codificada para a determinação da posição dos cilindros, identificados através de um sensor ótico, com os instantes de aquisição comandados pelo relógio duplo.

Determinação do Desempenho através dos Programas Computacionais. O fluxograma da Figura 3 mostra a sequência de aquisição de dados. Cada ensaio se processa com uma nova partida do sistema, com as leituras medidas efetuadas sob carga e condições de admissão e exaustão estabelecidas. As pressões de admissão e exaustão e a altura manométrica são inseridas por meio do LA-36. Através da Interface AD11-K são feitas as medidas de:

- Temperatura de Admissão e de Exaustão;
- Deslocamento (3000) em intervalos de 0,1 ms;
- Pressões nos cilindros (300) para cada cilindro, em intervalos de 1 ms;
- Torque (300) em intervalos de 1 ms.

As medidas feitas através do LA-36 deverão ser substituídas pelas medidas realizadas por meio de transdutores de pressão capacitivos, em fase de implantação no LES.



Pa = pressão de admissão;
Pe = pressão de exaustão;
hc = altura da coluna;
Ta = temperatura de admissão;
Te = temperatura de exaustão.

Fig. 3 - Fluxograma de aquisição de dados.

O programa de processamento de dados é mostrado na Figura 4. No desenvolvimento do diagrama PV, o volume é obtido a partir dos parâmetros geométricos do pistão. Assim, para cada expansor deverão ser incluídos os valores do diâmetro do pistão, volume morto, comprimento e raio da manivela. A Tabela 1 mostra o exemplo de um relatório correspondente a um ensaio.

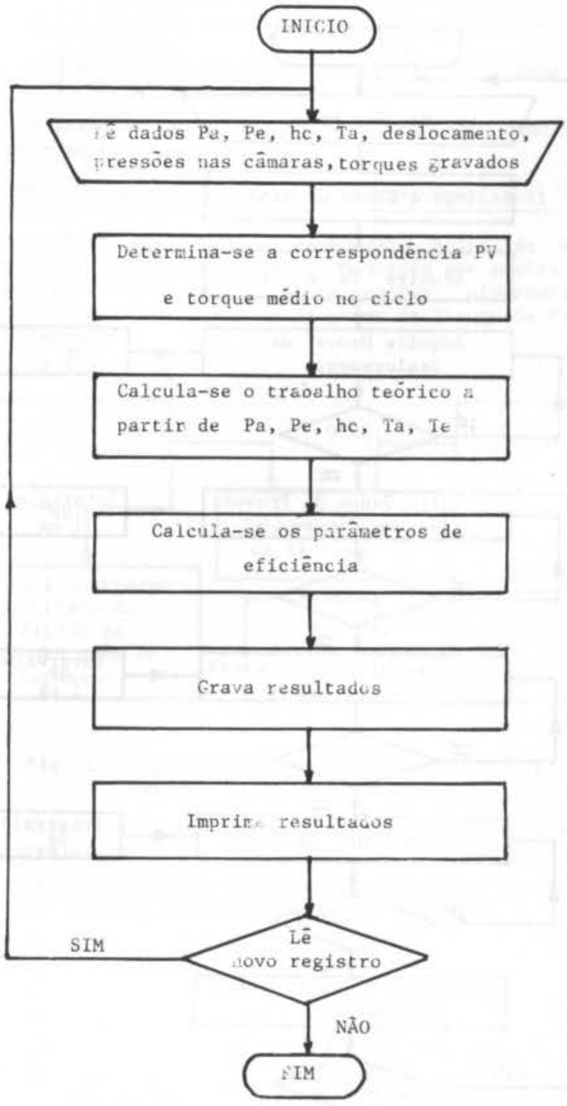


Fig. 4 - Fluxograma do programa de processamento de dados.

Tabela 1 - Parâmetros obtidos do expansor, para a pressão de admissão de 7,0 bar e exaustão na atmosfera, nas frequências de 6, 8, 10 e 12 Hz.

N (Hz)	W_i (N.m)	Pm_i (bar)	$\dot{W}_i$ (N.m/s)	η_i (%)	W_{freio} (N.m)	Pme (bar)	$\dot{W}_{freio}$ (N.m/s)	W_e (N.m)	$\dot{W}_e$ (N.m/s)	Pm_e (bar)	η_m (%)
6,0	48,0	1,52	300	80	32	0,92	190	16	90	0,50	0,63
8,0	42,0	1,3	320	78	27	0,8	210	17	130	0,52	0,60
10,0	40,0	1,2	360	74	22	0,7	230	18	170	0,55	0,54
12,0	38,0	1,1	420	73	18	0,6	210	20	220	0,6	0,5

COMENTÁRIOS GERAIS E CONCLUSÃO

A faixa de aplicação do Sistema baseado no PDP-11/34 é determinada pelo tempo de aquisição de dados, tempo de resposta do sensor ótico na medida de deslocamento, faixa de frequência e temperatura do transdutor de pressão dinâmica, frequência do relógio que comanda a aquisição de dados e a medição do torque. Sendo o processo cíclico, sua utilização relativa à frequência fica determinada pelo tempo de aquisição de dados (22 µs para o Sistema DEC-LAB-11), visto que os outros possuem tempo de resposta bem abaixo. Dessa maneira, o tempo de aquisição está bem acima de qualquer aplicação para os mais variados motores. O torque medido através do freio de "Prony" encontra maior aplicação em motores de baixa rotação (abaixo de 1000 rpm), portanto para motores com rotação acima desta, deveria se utilizar outro tipo de freio. A faixa de temperatura dos transdutores de pressão dinâmica utilizados (transdutor piexoelétrico fabricado por SUNDTRAND DATA CONTROL, INC.), se situam numa faixa de -212 ºC até 250 ºC.

As precisões das medidas são tratadas individualmente, através de pré-aferições, e propagação do erro do cálculo geral, que também pode ser emitido no relatório.

BIBLIOGRAFIA

|1| TAYLOR,C.P. - Análise dos Motores de Combustão Interna, vol. I e II, Editora Edgard Blucher Ltda, 1976.

|2| SANTOS,C.A.C. - Desenvolvimento, Instrumentação e Levantamento do Desempenho de um Pequeno Expansor a Pistão, Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica, UFPB, 1983.

|3| JOEL,R. - Basic Engineering Thermodynamics in SI Units, Third Edition, Copyright Owner, 1974.

|4| OBERT, E.F. - Motores de Combustão Interna, Editora Globo, 1971.

|5| NORTON, M.H. - Handbook of Transducers for Eletronic Measuring Systems, Prentice-Hall Series in Eletronic Technology, N.J., 1969.

|6| BELO,F.A.; SANTOS,C.A.C. & VARANI,C.M.R. - Sistema Automático de Levantamento de Desempenho de Dispositivos Alternativos (Expansor e Compressor) utilizando um Minicomputador PDP-11/34, Anais do 6º Seminário de Instrumentação, pags. 62-73, IBP/CNPq Rio de Janeiro, 1985.

ABSTRACT

It is described an automatic sistem of performance avaliation of the small piston expander, with application in the others alternative devices since the measurement of the basic greatness until the presentation of the results, utilizing a PDP-11/34 minicomputer as nucleus of the system. It consist of transducer elements to measuring of the greatness, aquisition and processing of signal programs and date processing programs for presentation of the results.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

METODOLOGIA PARA PROJETO DE QUEIMADORES DE COMBUSTÍVEL LÍQUIDO

ABCM
ABCM ABEnS
PUC/RJ

HERALDO DA SILVA COUTO, DCP/INPE
CLAUDIO OCTÁVIO MELLO MATTOS TEIXEIRA, COPPE/UFRJ
EDUARDO MACH QUEIROZ, DEQ/EQ/UFRJ

RESUMO

O principal objetivo deste trabalho é descrever uma metodologia para o projeto de queimadores de combustível líquido, tendo por base o conhecimento dos parâmetros geométricos e dinâmicos fundamentais do sistema em questão: comprimento de chama, pressão de injeção e velocidade de queima. Adicionalmente, apresenta-se uma estratégia para a elaboração de um dispositivo para a retenção de chama ("flame holder") e as equações e condições necessárias para a construção do mesmo.

INTRODUÇÃO

No projeto dos diversos tipos de injetores, consideradas as dificuldades inerentes à adoção das premissas básicas para o seu cálculo, configura-se um obstáculo adicional a existência de uma vasta gama de informações disponíveis na literatura especializada de forma dispersa e não ordenada.

Este trabalho tem por objetivo a reunião destas informações em um contexto único e a elaboração de uma metodologia de cálculo para o projeto de injetores com jato líquido cilíndrico ("blast atomizer") para combustíveis de baixa viscosidade. É importante frisar que o desenvolvimento aqui exposto, modificadas as equações fundamentais, poderá ser aplicado ao projeto de outras modalidades de injetores.

A caracterização do injetor analisado enquadra-se na classificação geral apresentada por Beér e Chigier [1], fundamentada em uma revisão bibliográfica anteriormente feita por Dombrowski [2].

A análise em questão divide-se em três partes principais: procedimento iterativo de determinação da velocidade relativa e do tamanho da gota, projeto dos orifícios de ejeção dos fluidos e projeto do dispositivo de retenção de chama.

VELOCIDADE RELATIVA E TAMANHO DE GOTA

O desenvolvimento feito visa a determinação da velocidade relativa ar-líquido, partindo do conhecimento prévio do comprimento de chama, L, e do tipo de combustível utilizado. O tamanho máximo de gota gerada no processo de atomização resulta como um parâmetro auxiliar na verificação do procedimento iterativo empregado.

Assim sendo, tal sistemática de cálculo pode ser descrita da seguinte forma:

a) supor um tempo de queima da gota, t;
b) calcular o diâmetro da gota, Do, que queima neste tempo, através da expressão dada por Beér e Chigier [1]:

$$D_o^2 = \lambda t \tag{1}$$

onde λ, a constante de queima, depende apenas do combustível utilizado;
c) calcular a velocidade relativa ar-líquido, $<v>$, dada, segundo Levich [3], por:

$$D_o = \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\rho_g <v>^2} \tag{2}$$

Cabe frisar que a equação (2) mostra uma relação entre a velocidade relativa e o diâmetro máximo de gota formada no jato, sendo este adotado por estar diretamente associado ao comprimento de chama.
d) verificar se a velocidade relativa obtida satisfaz o critério de velocidade da equação (2), mediante a relação:

$$\frac{\mu<v>}{\sigma} \left(\frac{\rho_g}{\rho} \right)^{1/2} << 1 \tag{3}$$

Em caso negativo, deve-se voltar ao item a.

DIMENSIONAMENTO DOS ORIFÍCIOS

O cálculo dos orifícios de saída dos fluidos tem como dados de projeto a vazão mássica de combustível, $\dot{m}$, sua pressão na entrada de injeção, Pe, a razão ar-combustível, ε, e a pressão de entrada do ar, Pge.

Com este propósito, será adotada a seguinte sequência com as considerações pertinentes:

a) dimensionar o orifício para o jato líquido com base no princípio de operação do Venturi com cavitação, fato que possibilita o controle do fluxo mássico nas condições de projeto. Assumindo que a pressão no estrangulamento é a pressão de vapor do líquido, Pv, vale, segundo Wright e Olicker [4], escrever que:

$$\dot{m} = C\, A\left[2\rho g(P_e - P_v)\right]^{1/2} \tag{4}$$

onde C, a constante característica do Venturi, é aproximadamente 0,93 para o regime totalmente turbulento.
b) com a área obtida em (4), calcular a velocidade média do jato líquido, v, através da seguinte expressão:

$$\dot{m} = \rho v A \tag{5}$$

c) com a velocidade relativa ar-líquido já determinada, calcular a velocidade média do ar na região de contato, Vg:

$$V_g = <v> + v \tag{6}$$

d) com o resultado de (6), calcular as dimensões do orifício para o ar pela equação:

$$\dot{m}_g = \rho_g v_g A_g \qquad (7)$$

De modo a testar o tempo de queima da gota usado no procedimento iterativo, adota-se a seguinte expressão:

$$L = \frac{(v+v_g)}{2}\, t \qquad (8)$$

Uma vez que a velocidade média da gota no percurso L é de difícil obtenção, considerou-se $\bar{v} = (v+vg)/2$ como um valor não muito distante do real para efeito da compatibilização final.

Um parâmetro que pode ser utilizado para a verificação da necessidade do uso de um ou mais injetores para a obtenção da vazão de combustível requerida, com o respectivo comprimento de chama, é a distância ao longo da qual o jato de líquido permanece intacto, fornecida por Levich [3]:

$$X \simeq 30R \qquad (9)$$

onde R é o raio do orifício.

Este comprimento é independente da velocidade do jato de líquido sob condições normais em ar.

DISPOSITIVO DE RETENÇÃO DE CHAMA

É interessante trabalhar com a menor distância total entre o orifício e a extremidade da chama (Fig. 1). Entretanto, há que se ter em mente que os valores da distância ao longo da qual o jato de líquido permanece intacto, X, e o comprimento de chama, L, são fixados pelas condições de projeto.

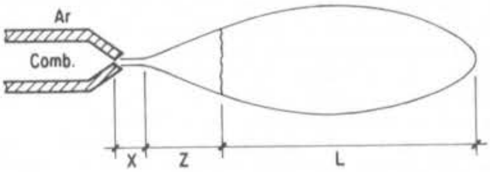


Figura 1. Diagrama Esquemático da Chama

Desta forma, resta minimizar a distância entre o ponto de fragmentação do jato de líquido e a base da chama, Z. Este efeito é alcançado através da colocação estratégica de um dispositivo de retenção de chama (Fig. 2).

Figura 2. Efeito da Retenção de Chama

Usualmente empregam-se discos, cones e grades, entre outros objetos de diferentes formas geométricas, com a finalidade de provocar a retenção da chama, visto que a jusante de tais dispositivos são geradas regiões de deslocamento da camada limite com o aparecimento de velocidades reversas. Este fenômeno possibilita a diminuição da velocidade relativa ar-gota líquida a um valor compatível com aquele necessário para a queima do combustível.

Centrando a análise em um dispositivo cônico posicionado no final da região X de forma frontal ao fluxo (Fig. 3), é conveniente observar as seguintes características principais:

- o ângulo da base do triângulo de revolução gerador do cone deve ser maior que 45°;
- o diâmetro da base do cone deve ser ajustado experimentalmente.

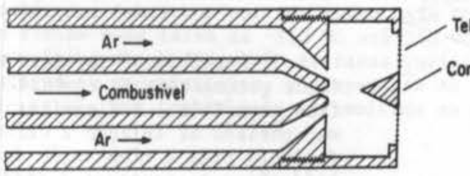


Figura 5. Sistema de Injeção com Dispositivo de Retenção de Chama

A colocação do cone provoca uma grande divergência do jato, fato nem sempre desejável. Para minimizar esta divergência e também auxiliar na retenção da chama, emprega-se uma tela localizada na base do cone.

A abertura das malhas desta tela deve ser aproximadamente o dobro do diâmetro máximo das gotas formadas, Do.

Neste ponto, é bom ressaltar que o ângulo limite de 45° anteriormente mencionado permite a utilização do roteiro de cálculo para a previsão do ângulo formado entre o escoamento emergente da tela e a normal local, ϕ, de acordo com as informações dadas por Carrothers e Baines [5] e Mehta [6]:

a) cálculo do coeficiente de queda de pressão na tela, K:

$$K = 1{,}26\ (S)/(1-S) \qquad (10)$$

onde S é definido como a razão entre a área projetada dos fios e a área total da tela.

b) cálculo do coeficiente de queda de pressão para a tela inclinada, K_θ:

$$K_\theta = K\cos^2\theta \qquad (11)$$

c) cálculo do coeficiente de deflexão, α_θ:

$$\alpha_\theta = \frac{1}{\theta}\tan^{-1}\left[\tan\theta - \frac{\theta}{2}\sec^2\theta\left(\frac{F_\theta}{\theta}\right)F\right] \qquad (12)$$

onde

$$\frac{F_\theta}{\theta} = \left[0{,}68 - \left(\frac{0{,}62}{(1+K_\theta)^{0,5}}\right)\right]$$

e

$$F = (1{,}0 + 1{,}5\theta)$$

d) cálculo do ângulo emergente, ϕ:

$$\phi = \alpha_\theta\theta \qquad (13)$$

Desta forma, é possível estabelecer uma relação en tre o já mencionado ângulo da base do triângulo de revolução gerador do cone e o ângulo emergente.

OBSERVAÇÕES FINAIS

Sustentando o ponto de partida da metodologia aqui exposta, Beér [1] cita resultados do trabalho de Burgoyne e Cohen que utilizam aerosóis de tetralina com gotas de diâmetro uniforme e concluem que para diâmetros inferiores a 10 µm, a mistura queima como um gás pré-misturado. Por outro lado, com valores superiores a 40 µm, o comportamento transiente obedece a chamada Lei do Quadrado do Diâmetro, apresentada na equação (1).

O trabalho entendido como um todo concentra seus esforços na definição de uma primeira abordagem, onde são determinados os principais parâmetros utilizados no projeto final. Obviamente, far-se-ão necessários alguns ajustes complementares resultantes das atividades experimentais de construção do aparato e de sua operação.

Entretanto, é interessante destacar que esta metodologia foi aplicada com sucesso na construção de um dispositivo para a queima de álcool, com os seguintes parâmetros: $\dot{m} = 3\ gs^{-1}$, $\varepsilon = 9$, $P_e = 2$ atm, $P_{ge} = 2$ atm e L = 30 cm.

NOMENCLATURA

- A - área da seção transversal do orifício para o jato líquido
- A_g - área da seção transversal do orifício para o ar
- C - constante característica do Venturi
- D_o - diâmetro da gota
- K - coeficiente de queda de pressão da tela
- K_θ - coeficiente de queda de pressão da tela inclinada
- L - comprimento de chama
- $\dot{m}$ - vazão mássica do combustível
- $\dot{m}_g$ - vazão mássica do ar
- P_e - pressão na entrada do sistema de injeção
- P_{ge} - pressão de entrada do ar
- P_v - pressão de vapor do líquido
- R - raio do orifício para o jato líquido
- S - razão entre a área projetada dos fios e a área total da tela
- t - tempo de queima da gota
- v - velocidade média do jato líquido
- v_g - velocidade média do ar
- $\langle v \rangle$ - velocidade relativa ar-líquido
- X - distância ao longo da qual o jato líquido permanece intacto
- Z - distância entre o ponto de fragmentação do jato líquido e a base da chama
- α_θ - coeficiente de deflexão
- ε - razão ar-combustível
- θ - ângulo de incidência sobre a tela
- λ - constante de queima do combustível
- μ - viscosidade dinâmica do líquido
- ρ - densidade do líquido
- ρ_g - densidade do ar
- σ - tensão superficial do líquido
- ϕ - ângulo emergente

BIBLIOGRAFIA

[1] Beér, J.M. and Chigier, N.A., Combustion Aerodynamics. John Wiley & Sons, Inc., New York (1972).

[2] Dombrowski, N., Biochemical and Biological Engineering Science, vol. 2, Academic Press, London and New York (1968).

[3] Levich, V.G., Physicochemical Hydrodynamics Prentice-Hall, Inc., New Jersey (1962).

[4] Wright, B.S. and Olicker, S.D., Cavitating Venturi for Flow Control. Chemical Engineering, 63 : 221-222 (1956).

[5] Carrothers, P.J.G. and Baines, W.D., Forces on Screens Inclined to a Fluid Flow. Transactions of the ASME Journal of Fluids Engineering, 97 : 116-117 (1975).

[6] Mehta, R.D., Turbulent Boundary Layer Perturbed by a Screen. AIAA Journal, 23 : 1335-1342 (1985).

ABSTRACT

In this work is developed a methodology, which can be used to design liquid fuel burners, taking the following geometric parameters and dynamic characteristics of the system: flame's length, injection pressure and burn velocity. Moreover, a particular geometric form of flame holder is presented, and also equations and conditions to built it.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

SISTEMA DE CONTROLE E ESTABILIZAÇÃO DAS TEMPERATURAS DE ENTRADA E SAÍDA DA ÁGUA DE ARREFECIMENTO DE MOTORES EM BANCO DE ENSAIOS

ABCM
ABEnS
PUC/RJ

FRANCISCO DE ASSIS OLIVEIRA FONTES
BARROSO LEITE DE MEDEIROS
Departamento de Engenharia Mecânica, CT-UFRN

RESUMO

Foi desenvolvido, experimentalmente, um sistema de controle e estabilização da temperatura da água de arrefecimento de motores, para uso em banco de ensaios. Neste trabalho são analizadas as temperaturas de entrada e de saída, conforme norma para ensaios de motores "MB 372" da ABNT. Alguns aspectos de custos e da fabricação do equipamento (Sistema) também foram levantados. Finalmente, são feitas algumas considerações em relação a estabilização operacional do sistema, com o motor submetido a cargas variáveis.

INTRODUÇÃO

Durante os ensaios de motores de combustão interna, em bancos de prova, a água de arrefecimento tem suas temperaturas de entrada e saída controladas. Essas temperaturas podem ser controladas e estabilizadas automaticamente através de um sistema adequado de transferências de calor e massa.

Em bancos de prova, o sistema deve ser capaz de operar dentro da capacidade do banco, para tipos e marcas diferentes de motores. Seria antieconômico e trabalhoso adaptar para cada motor submetido a ensaios, o seu próprio sistema de arrefecimento.

A maioria dos motores convencionais arrefecidos a líquido trabalham com temperatura de saida do fluido de arrefecimento entorno de 80°C, devendo o fluido de entrada estar a uma temperatura tal que se estabeleça um gradiente da ordem de 10°C, evitando-se com isso choques térmicos.

Os autores deste trabalho desenvolveram, experimentalmente, um sistema de controle com estabilização das temperaturas de entrada e saída da água de arrefecimento para motores em banco de ensaios.

Com o equipamento instalado e ensaiado pretendeu se uma solução técnica e economicamente viavel capaz de atender as especificações da Norma MB-372 da ABNT, no que se refere às condições de ensaios [1].

DESCRIÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE

Esquema da instalação. Na Figura 1, o esquema da instalação com todos os seus componentes para o sistema desenvolvido e ensaiado, onde:

T - reservatório do suprimento de água;
Vr - válvula (registro) de alimentação do reservatório T;
Vb - válvula tipo bóia para controle de nível;
Ve - válvula (registro) de admissão para VT;
VT - válvula termostática de 3 orifícios e duas vias (duplo efeito);
RH - reservatório para homogeneizar a temperatura de entrada;
C - coluna (volume) de controle;
D - dreno para o excesso do volume de controle;
Tps- poço para termopar de medição da temperatura de água de saida;
Tpe- poço para termopar de medição da temperatura de água de entrada.

A rede de distribuição alimenta o reservatório T através de Vr. O nível é mantido por intermédio da válvula Vb. O nível do reservatório T deve estar o mais próximo do nível de tomada S da água de saída no motor para assegurar pressões iguais nas entradas 1 e 2 da válvula Vt. O reservatório RH tem a função de homogeneizar a mistura formada pela água quente de recirculação da coluna C e a água vindo do reservatório T de suprimento através de Ve.

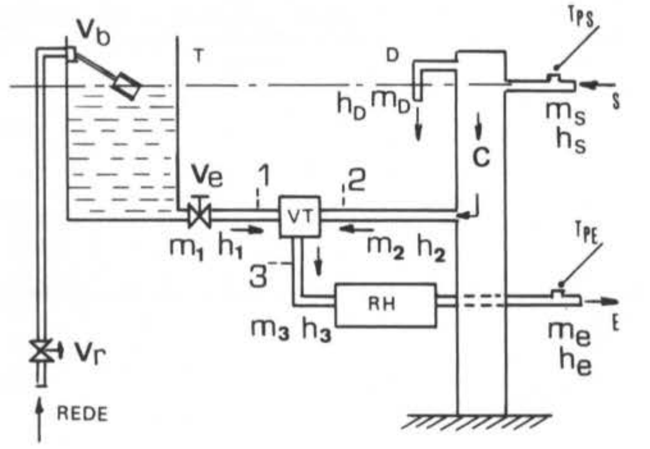


Figura 1 - Esquema de sistema de controle.
E - água de entrada do motor
S - água de saida do motor.

Durante o início de aquecimento do motor, a válvula VT mantém a via 2/3 aberta e 1/3 fechada. A bomba de de arrefecimento do motor recircula para dentro do volume de controle, de tal forma que,

$$m_s = m_2 = m_3 = m_e \tag{1}$$

Quando o motor atinge as condições de regime, determinadas no sistema pelas características da válvula VT, onde a válvula VT admite fluxo parcial pela via 1/3 proporcional a dissipação do motor, sendo drenado por D fluxo igual da água de recirculação. Mantendo-se assim estáveis as temperaturas da água de entrada e saída do motor.

Balanços de massa e energia. Para o volume de controle constante tem-se o balanço instantâneo de massa [2],

$$m_3 = m_1 + m_2 \tag{2}$$

$$m_2 = m_s - m_D \quad (3)$$

então, substituindo-se a (3) na (2) fica,

$$m_3 = m_1 + m_s - m_D \quad (4)$$

como o fluxo que entra no motor é igual ao fluxo que sai,

$$m_3 = m_e = m_s \quad (5)$$

finalmente,

$$m_3 = m_1 + m_s - m_D \quad (6)$$

$$m_D = m_1 \quad (7)$$

Portanto, o fluxo que entra no sistema por Ve é igual ao fluxo drenado em D. Ver Figura 1.

Para o balanço instantâneo de energia [2], considerando o sistema isolado termicamente, a partir dos pontos assinalados na Figura 1, tem-se,

$$m_1 h_1 + m_2 h_2 = m_3 h_3 = m_e h_e \quad (8)$$

$$m_s h_s = m_2 h_2 + m_D h_D \quad (9)$$

as expressões (8) e (9) permitem que se escreva a identidade,

$$(m_s h_s - m_e h_e) \equiv (m_D h_D - m_1 h_1) \quad (10)$$

foi visto na expressão (7) que $m_D = m_1$, tendo em vista a (10) e, chamando Qr de calor rejeitado pelo motor, então escrevem-se as expressões (11) e (12),

$$Qr = (m_s h_s - m_e h_e) \quad (11)$$

$$Qr = m_1 (h_D - h_1) \quad (12)$$

ou ainda,

$$m_1 = Qr(h_D - h_1)^{-1} \quad (13)$$

Como nas condições de regime do sistema pode-se afirmar que h_1 e h_D são praticamente constantes, o fluxo de massa m_1 fornecido ao sistema e controlado pela válvula VT, torna-se diretamente proporcional no calor Qr rejeitado pelo motor.

METODOLOGIA DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Para verificar-se o desempenho do sistema desenvolvido, acoplou-se o mesmo a um banco de ensaios para motores, capacidade de 100HP (75KW), composto dos elementos principais [3]:

- . dinamômetro hidráulico;
- . tacômetro digital;
- . cronômetro digital;
- . sistema de medição de combustível;
- . sistema de medição de temperaturas.

Para realização dos ensaios utilizou-se um motor automotivo a álcool (1300 c.c.). O motor foi submetido a ensaios de consumo de combustível a cargas parciais nas rotações de: 1500, 2500, 3000, 3500, 4000 e 4500 rpm, para cargas variando entre a plena carga e carga em vazio.

Para cada rotação de ensaio, ajustou-se o avanço de centelha para obtenção da carga máxima. Para uma rotação e avanço de centelha constantes, variou-se a borboleta do acelerador, para seis pontos previamente escolhidos, entre a plena carga e carga em vazio. Para cada ponto, posição fixada da borboleta do acelerador, foram medidas: carga no dinamômetro, número de revoluções no eixo, tempo de medição do combustível; temperaturas de entrada e saída da água de arrefecimento do motor; temperaturas do óleo lubrificante, dos gases de escape, do combustível na bureta; temperaturas de bulbo seco e bulbo úmido para o ar; pressões barométrica e do óleo lubrificante.

A partir dos dados medidos foram calculadas:

. rotação média, n_m (rpm), pela expressão,

$$n_m = (\Sigma Rev)(\Sigma T)^{-1} . 60 \quad (14)$$

. potência efetiva, N_e(kW), pela expressão,

$$N_e = M.n_m.(9549,305)^{-1} \quad (15)$$

. porcentagem da potência efetiva máxima, λmáx (%), pela expressão,

$$\lambda máx = N_e (N_e máx)^{-1} .100 \quad (16)$$

. consumo específico, q(kg/kW.h), pela expressão.

$$q = Q.N_e^{-1} \quad (17)$$

. consumo de combustível, Q(kg/h), pela expressão,

$$Q = (7,2) . v.D. (T_1 + T_2)^{-1} \quad (18)$$

Esse conjunto de dados obtidos caracterizou um ponto de uma curva. Ao conjunto de curvas obtidos nas várias rotações denominou-se de ensaio de consumo as cargas parciais.

RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados obtidos, a partir das planilhas de dados, foram condensados na Tabela 1, onde aparecem as temperaturas de saída ts e de entrada te da água de arrefecimento do motor, em função da porcentagem da potência efetiva máxima λmáx e das rotações de ensaios.

A Tabela 2 mostra o comportamento do sistema, no momento em que o motor atinge as condições de regime. Na Tabela 2 aparecem as temperaturas de entrada te e saída ts da água de arrefecimento e as temperaturas do óleo lubrificante tol, para o motor submetido a duas rotações, em um primeiro ensaio a 1500rpm e posteriormente a 2500rpm. Esses dois ensaios de verificação foram feitos a carga praticamente em vazio, onde foi determinado o tempo de aquecimento do motor, medido em minutos, desde a condição motor parado (temperatura ambiente) até a condição de regime permanente. Esse tempo medido indica o tempo de comportamento transitório.

Tabela 1 - Temperaturas de saida e entrada da água de arrefecimento em função da porcentagem da potência efetiva máxima e das rotações de ensaios.

			Rotação: 1500rpm.			
λmáx	100,0	83,7	77,6	69,2	54,9	18,2
t_s	79	79	78	78	78	78
t_e	68	68	68	68	68	68
			Rotação: 2500rpm.			
λmáx	100,0	85,7	70,1	60,8	41,6	20,3
t_s	79	79	79	78	78	78
t_e	70	69	69	69	69	69
			Rotação: 3000rpm.			
λmáx	100,0	75,6	65,3	55,1	38,1	15,1
t_s	80	79	79	79	78	78
t_e	70	69	68	68	68	68
			Rotação: 3500rpm.			
λmáx	100,0	70,0	59,2	53,0	39,2	13,5
t_s	79	78	78	79	78	78
t_e	70	70	70	70	70	69
			Rotação: 4000rpm.			
λmáx	100,0	79,8	67,6	56,8	35,5	13,9
t_s	80	80	79	79	79	79
t_e	69	69	69	69	69	69
			Rotação: 4500rpm.			
λmáx	100,0	88,5	68,1	56,0	40,7	24,8
t_s	80	79	79	78	78	78
t_e	69	68	68	68	68	68

Tabela 2 - Comportamento transitório de aquecimento do motor, para as temperaturas de entrada te e de saida ts. Carga praticamente em vazio.

Rotação (rpm)	Tempo de Aquecimento (min)	Temperaturas (°C)		
		tol	tc	ts
1500	15	78	69	79
2500	9	88	69	79

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Conforme pode-se observar através da Tabela 1 as temperaturas de saída e entrada da água de arrefecimento do motor mantiveram-se praticamente estáveis, com uma variação máxima de 2°C, ao longo de todas as curvas do ensaio. Os resultados obtidos estão dentro das especificações da norma MB-372, da ABNT, uma vez que essa mesma prevê uma variação de ± 5°C. Comparando a variação da estabilidade das temperaturas de entrada e de saida, com a variação prevista na norma para os ensaios obtidos com o sistema de arreferimento desenvolvido, verifica-se que o sistema tem uma folga operacional de 60% em relação ao limite estabelecido pela MB-372.

A Tabela 2 mostra que o sistema leva um tempo relativamente curto para atingir o regime de trabalho.

Anotações feitas durante os ensaios experimentais e os resultados obtidos na Tabela 1 indicam que a válvula termostática VT utilizada satisfez plenamente a capacidade do banco de ensaios, uma vez que não se observou o aparecimento de golpe de ariete.

O custo do sistema é consideravelmente baixo quando comparado com o custo de uma válvula termostática de 3 vias regulável encontrada no mercado, a razão de custo é da ordem de 1 : 22 [4]. O sistema desenvolvido pelos autores deste trabalho pode facilmente ser construido com materiais encontrados no comércio local.

CONCLUSÕES

Construido, instalado e realizados os ensaios com o sistema de arrefecimento da água de entrada e saida para motores em banco de teste. Foram tiradas as seguintes conclusões:

a) o sistema desenvolvido de controle e estabilização da água de arrefecimento para motores em banco de ensaios, mostrou-se satisfatório, trabalhando dentro das especificações da norma MB-273 da ABNT;
b) o sistema apresenta como limitação não permitir o ajuste de "set point" para outros níveis de temperaturas, apesar do "set point" fixo da válvula VT estar dentro das especificações da mesma;
c) para motores que tenham especificações de temperaturas fora da norma, sugere-se para análise, a adaptação de uma válvula termostática própria do motor em um invólucro de três orifícios em configuração semelhante a da válvula utilizada neste trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), MB-372 motores de combustão interna alternativas de ignição por centelha (OTTO) ou ignição por compressão (DIESEL), veiculares(1) não turbinados(2). Ed. ABNT, Rio de Janeiro, RJ. (1975).

[2] Van Wylen, G.J. e Sonntag, R.E., Fundamentos da termodinâmica clássica. Trad. Eitaro Yamane e outros. Ed. Edgard Blücher, SP. (1976).

[3] Andersen, H.P., Freios dinamométricos hidráulicos para motores, MOD 201. Ed. H.P.A., Dinamarca (1980).

[4] Sarco S.A. - Ind. e Comércio, Catálogo Geral. Ed. Sarco, São Paulo, SP. (1981).

ABSTRACT

A system was developed experimentaly for stabilization of temperatures in cooling water engine test stand. In that paper the temperatures of inlet and outlet are analysed according to "MB 372" of the ABNT specification. Also they were considered several aspects of cost and equipment (system) making. Finaly some remarks are considered regard to working stabilization of the system with the engine under variable loads.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

EXISTING CONVECTIVE HEAT TRANSFER RELATIONSHIPS FOR BUILDING THERMAL SIMULATION: A CRITICAL ANALYSIS

ABCM
ABCM ABEnS
PUC/RJ

CLAUDIO MELO
Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

ABSTRACT

Convective heat exchange at the external surface of buildings is a fundamental process. However it is often represented in computer based thermal simulation models in a grossly form. This paper critically examines the various relationships presented in the literature to describe the convective heat transfer coefficient at the external surface of a building envelope.

INTRODUCTION

Energy Conservation and the Built Environment. In the aftermath of the energy crisis of the early 1970's limiting energy comsumption has become one of the most important priorities in an industrialised society. The need therefore exists for research into energy use in buildings aimed at conservation of energy through improved design. In the last decade a large amount of the effort in this area has been concerned with the development of building thermal simulation computer programs which permit a rapid appraisal of alternative design strategies.

Main Uncertainties in Building Thermal Models. A comprehensive study of the new generation of building thermal models by the International Energy Agency |1| concluded that their accuracy is presently limited by uncertainties in the input data, particularly for air infiltration and convective heat transfer rates. Melo |2|, has demonstrated that the accuracy of two dynamic building thermal models is strongly dependent on the correct choice of external exchange coefficients.

The External Convection from Buildings. Design guides in Britain |3| and America |4| provide simple methods for estimating convective heat losses from buildings, although these can not accurately reflect the complex mechanism of heat transfer over the whole of a building's surface. They recommend data correlations for the exterior convective heat transfer coefficient over buildings which are simple algebraic functions of wind speed, albeit with widely differing empirical coefficients. Such correlating equations take no account of the predominant wind direction, the change in shape and height of the atmospheric boundary layer over different terrain, or the relative dimensions of the building. Nevertheless, they are commonly adopted for use in building thermal models.

EXISTING STUDIES INTO CONVECTIVE HEAT TRANSFER FROM BUILDINGS

Theoretical Forced Convective Heat Transfer From a Flat Plate in Parallel Flow. Despite its simplicity, parallel 'boundary layer' flow over a flat plate occurs in numerous engineering applications. In this type of flow two different correlations are established according whether the flow is laminar or tubulent.

$$NU_L = 0{,}664\ Re_L^{1/2}\ Pr^{1/3}\ \text{(laminar)} \qquad (1)$$

$$NU_L = 0{,}036\ Re_L^{4/5}\ Pr^{1/3}\ \text{(turbulent)} \qquad (2)$$

Experimental Studies of Forced Convective Heat Transfer from Flat Plates. One of the first investigations in this field was made by Jürges in 1924, as quoted by Mc Adams |5|. Jürges used a heated copper plate, approximately 0,5m square, mounted vertically flush with the walls of a wind tunnel. Two surface textures roughnesses were examined, and expressions developed for two different wind speed ranges. The first range includes wind speeds from 0 to 5 m/s, and in the second, wind speeds greater than 5 m/s. For the first range, the convection coefficient, h, was found to be a linear function of the wind speed, V, and could be represented by the following relations:

$$h(\text{smooth}) = 4{,}0\ V + 5{,}6 \qquad (3)$$

$$h(\text{rough}) = 4{,}2\ V + 6{,}2 \qquad (4)$$

For the second range, Jürges data was better represented by power-law expressions:

$$h(\text{smooth}) = 7{,}1\ V^{0{,}78} \qquad (5)$$

$$h(\text{rough}) = 7{,}5\ V^{0{,}78} \qquad (6)$$

Rowley et al |6| in 1930, conducted a comprehensive set of wind tunnel tests in order to investigate the effect of surface texture, air velocity and temperature range on the variability of the surface coefficient. The results showed that for a constant air velocity a higher mean temperature of the plate and air brought about a slightly higher surface coefficient. The effect of surface roughness on the coefficient was much greater, with the surface coefficient for stucco being almost twice that for glass. Figure 1 shows the heat transfer coefficient for each of the materials tested as a function of the wind velocity.

The experiments previously described apply to parallel flow past a surface. Realising that in practice the wind could blow at any angle to the building's surface, Rowley examined flat plate directional effects by varying the angle of incidence between a test surface and the wind. It was found that for wind velocities up to 7 m/s the coefficients were substantially the same for angles of incidence between

15 to 90 degrees, all being less than for parallel flow. Above 7 m/s, the coefficients were reduced as the angle between the surface and air stream was increased. It was concluded therefore, that the heat transfer coefficients

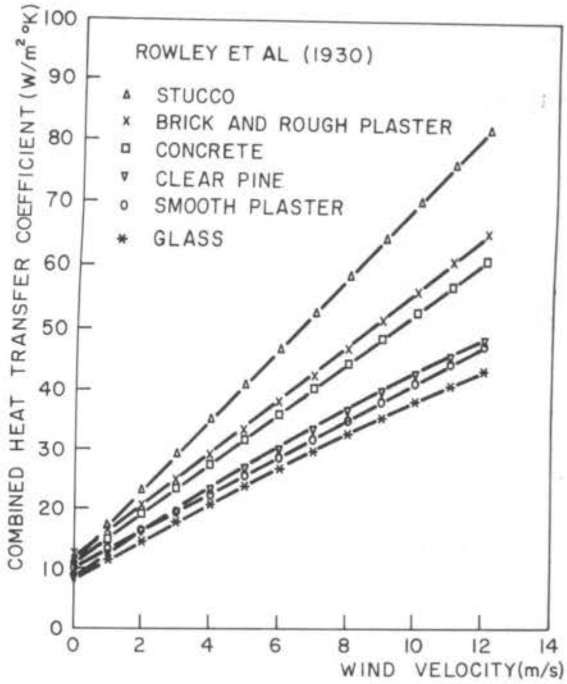


Figura 1. Surface heat transfer as a function of wind speed.

obtained from the parallel flow experiments would be sufficiently accurate for most practical cases.

The measurements of Jürges |5| and Rowley et al |6| were restricted to surfaces with heated lengths of 0,50 and 0,30m respectively. In an attempt to quantify the effects of varying the heated surface length, Parmellee and Huebscher |7| conducted an experiment using a vertical heated smooth flat plate, placed in a wind tunnel, swept by a horizontal parallel as stream. The convection coefficient was found to be significantly affected by the surface length, the average value decreasing for increasing surface length.

Sogin |08| carried out a series of experiments with the objective of measuring the heat transfer by forced convection from immersed surfaces to totally separated regions of flow. The essential feature of the experiment was a bluff flat plate strip in two-dimensional flow. The data were satisfactorily correlated by an equation of the type.

$$NU_L = B\ Re^{2/3} \tag{7}$$

Where B had practically the uniform value of 0,20 for a flat-plate strip at 90 degrees angle of attack.

Richardson |09| examined several experimental studies of heat and mass transfer in fully-separated , turbulent flows, ando also concluded that the Nusselt number at the rear of a bluff body normal to an air stream was proportional to the 2/3 power of Reynolds number. He found that at the rear stagnation point on a cylinder, the value of the coefficient B ranged between about 0,13 and 0,25 for all available measurements, with a mean value of about 0,175.

Experimental Studies of Forced Convective Heat Transfer from Three Dimensional Bluff Bodies. Rowley concluded that for all practical purposes the surface coefficients obtained for air flow parallel to the surface could be used without any correction for wind direction. Nevertheless, his graph of surface coefficients for glass showed a significant variation with angle of incidence, e.g. at V = 4,5 m/s there is a 20 percent difference between the surface coefficient for angles of incidence of 0 and 60 degrees. Subsequently, Oliphant |10| performed experiments in order to determine the air velocity across the front cover of a solar collector and to observe any dependence on wind direction. Although no correlation was presented by Oliphant, his data showed that the meteorological wind speed was between 1,3 and 3 times greater than air velocity parallel to the collector, depending on wind direction.

Sparrow and Tien |11| conducted experiments to determine the average heat transfer coefficients for forced convection airflow over a square plate of finite thickness that was inclined and yawed relative to the oncoming flow. The experiments involved mass transfer measurements and were carried out via the naphathalene sublimation technique. It was found that the heat transfer coefficients decreased by only 5 percent as the angle of attack varied from 90 to 25 degrees and increased by about 1 percent over the entire range of yaw angles.

Sparrow, Ramsey and Mass |12| extended the range of study beyond that of Sparrow and Tien |11| by considering a finite-width rectangular plate. Two basic plate configurations were analysed. One of these, referred to as the narrow plate, had its longer side oriented vertically whereas the second, or wider, plate had it on a horizontal plane. As equation which represented all the data from the wider-plate, narrow-plate and the square plate tests for angles of attack between 90 and 25 degrees, was then presented:

$$NU_L = 0{,}86\ Re_L^{1/2}\ Pr^{1/3} \tag{8}$$

The relationship derived by Sparrow and his co-workers have the attraction of great simplicity. It is also related to a three-dimensional bluff body, and therefore might be considered appropriate for application to building surfaces. However since Sparrow's experiments were made in a wind tunnel with a uniform air stream there is a need to determine whether or not his results can be used to predict convective heat exchange in the natural environment. Test, Lessmann and Johary |13| performed experiments with this purpose in mind.

In earlier wind tunnel studies they observed that free stream disturbances dramatically increased heat transfer. A turbulence level of 2.5 percent compared to average speed resulted in a general elevation in heat transfer coefficients of 50 to 60 percent. These results were in line with those reported from previous wind tunnel studies. The free-stream turbulence level in the atmosphere can be quite high, and it might therefore be expected that heat transfer coefficients in the natural environment would be higher than in a low turbulence wind tunnel. Consequently, Test et al |13| carried out experiments in the natural environment and compared them to the previous wind tunnel results.

The experimental data was obtained at an angle of attack of 40 degrees and again showed a dramatic increase in heat transfer coefficient to about 200 percent above that in the wind tunnel. Thus, Test et al concluded that data correlations based on low turbulence intensity wind tunnel tests, such as those obtained by Sparrow's group, significantly underestimate the heat transfer due to wind flow in the natural environment.

Sturrock |14| undertook wind tunnel experiments to measure velocity profiles and convective heat transfer distributions around three-dimensional bluff bodies. The models consisted of 0,23m and 0,30m cubes mounted in a laminar flow wind tunnel. The local convective heat transfer coefficients measured on a particular face of the cube were different from those measured on flat plates and also were significantly dependent upon the orientation of that face relative to the wind direction. The highest convection coefficients were found to occur on the surfaces whose normal made an angle of 30 degrees to the wind direction. Higher values were observed near the edges of the surfaces. The convection coefficients on leeward surfaces were found to be about half those on windward surfaces. Finally, it was concluded that the average convection coefficient on a exposed face of a 0,23m cube was a linear function of the wind speed over the range 3-10 m/s, according to the following relationship

$$h = 5{,}7\ V_r + 23 \tag{9}$$

Sturrock |14| also made field measurements of the convective heat transfer at a limited number of points on the external surface of a 26m high tower block under natural conditions. The field values were different from those obtained in his previous wind tunnel investigation. Two new relationships were then suggested

$$h = 5{,}7\ V_r + 11{,}4 \tag{10}$$

for windward surfaces, and

$$h = 5{,}7\ V_r \tag{11}$$

for leeward surfaces. Where V_r is the wind velocity measured above the roof surface.

A series of tests to determine the convective heat transfer coefficients on a full-scale building was undertaken by Ito, Kimura and Oka |15|. The building under test was a 6 storey office block having an open L-shaped plan, located in Tokyo. Although the results presented by Ito et al contain a fairly high degree of scatter, they show that the convective heat transfer coefficient tends to vary linearly with air flow velocity near the wall and that this variation is independent of wind direction. Consequently, they recommended that the estimation of the convective heat transfer should be broken down into two different steps. In the first step, the velocity near the surface of interest should be calculated taking into account the relative wind direction to the surface and the surface location on the building. In the second step an appropriate relationship between convective heat transfer and the air flow velocity near the surface should be used. The following relation was then proposed:

$$h = 18{,}6\ V_w^{\ 0{,}605} \tag{12}$$

Where V_w is the near-wall wind velocity.

Burns |16| also performed wind tunnel and field measurements. These experiments were made on flat plates, cubes and on a small building. The experimental data from the cubes tests are presented for three turbulence levels (0, 4 and 10%), and for various wind directions. The highest convective heat transfer coefficient was found to occur at an incident angle of 20 degrees for all turbulence levels involved. For windward surfaces the convection coefficients tended to increase significantly with increasing turbulence level and also to vary with changing wind direction. For leeward surfaces the measured convection coefficients showed little variation with either incidence angle or turbulence intensity.

Sharples |17| undertook the most recent experimental work on convective heat transfer on a full-scale building. He made field measurements on the 18 storey Arts Tower at Sheffield University, UK. It was found that the heat transfer coefficients on windward surfaces for a given wind speed increases with height and towards the edge of the building, whereas only small variations were observed on leeward facades. It was also found that the relationship between the convective heat transfer coefficient and the near-surface air flow velocity was dependent on the relative wind direction, contrary to the findings of Ito et al |15|. Sharples therefore proposed a simple algorithm for calculating the convection coefficient for the worst case (18th floor edge site) in which the local air flow velocity is first determined for either the windward or leeward surfaces, and then the transfer coefficient is evaluated from this velocity. The local, near-surface air velocity was given by:

$$V_w = 1{,}8\ V_{10} + 0{,}2 \tag{13}$$

for windward surfaces, and

$$V_w = 0{,}2\ V_{10} + 1{,}7 \tag{14}$$

for leeward surfaces. The convective heat transfer coefficient on either surface is then determined from the simple relation:

$$h = 1{,}7\ V_w + 5{,}1 \tag{15}$$

Where V_{10} is the wind speed at 10 meters level.

Current Design Standards. Having reviewed the existing studies concerned with wind-induced convective heat transfer from buildings, is is now possible to summarize the origins and recommendations found in the current design guides. The CIBSE guide |3| provides architects and engineers with a design procedure for handling external convection which is based on Jürge's work |5|. The ASHRAE Handbook of Fundamentals |4| presents Rowley's results |6| for a variety of building textures in a graphical form, without correlating his experimental data. The ASHRAE Task Group developed a simple algorithm for calculating the convective heat transfer coefficient which is based on the field measurements of Ito et al |15|. A comparison between the guides' algorithm is illustrated in Figure 2.

ASSESSMENT OF THE EXISTING FORCED CONVECTIVE HEAT TRANSFER RELATIONSHIPS

The purpose of the previous review was to evaluate existing relationships for the convective heat exchange at the external surfaces of the building envelope. The research work that has been carried out in this field may be divided into two main types:

a) the earlier wind tunnel experiments dealing with parallel flow past a flat plate; and
b) wind tunnel experiments and field measurements dealing with bluff objects.

The results from the first group do not appear to be satisfactory for quantifying the energy flows arising at the external surfaces of three-dimensional bluff bodies submerged in the atmospheric boundary layer, despite the fact that they have persisted in design manuals for many years. The fundamental flat plate relationships used by British |3| and American |4| design guides contain no allowance for surface length, wind direction, turbulence intensity of flow, separation of flow or surface element location on a facade.

Convective heat transfer depends on the characteristic Reynolds number, the free-stream turbulence intensity, and ground interaction effects, induced when a a building is within the atmospheric boundary-layer. Wind tunnel measurements can account for Reynolds number scaling, but do not appear to simulate the other two factors adequately. The

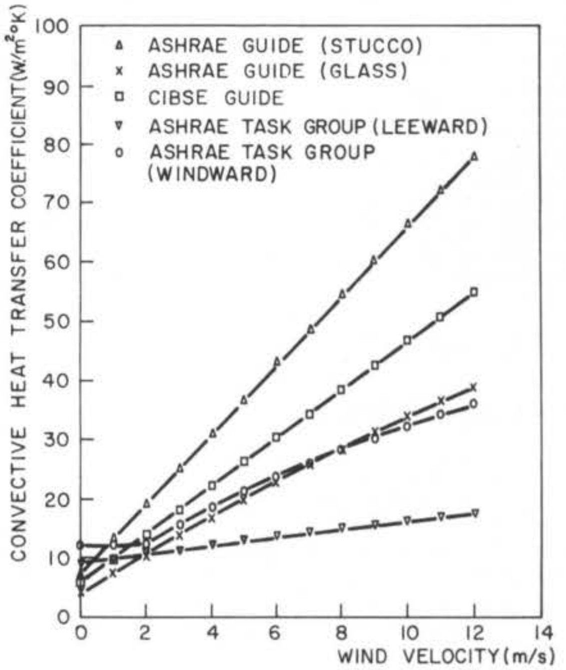


Figura 2. Comparison between guide recommendations for the convective heat transfer coefficient on building's facades.

achievement of complete dynamic similarity between model and full-scale is therefore very difficult to accomplish.

The relationships for predicting the convection coefficient derived from field measurement studies display large disparities. It is difficult to ascertain whether these disagreements are the result of different instrumentation and calculation methods, or simply reflect a variability due to the very small number of systematic studies that have been made.

All field measurements studies identified the dependence of the convection coefficient upon the wind velocity profile around the building, drawing a distincton between windward and leeward facing surfaces. They also indicate that the largest heat transfer coefficients are likely to be found on corner sites at the highest level of windward building facades. On the other hand, the convective heat transfer coefficients on leeward surfaces were found to be fairly constant over the entire facade.

In the final analysis none of the previous experimental studies provide, by themselves a reliable base for estimating convective heat transfer rates from buildings.

A satisfactory mathematical solution to the problem is also not feasible due to the complex wind patterns around buildings. The flow problem is generally classified as one that involves the non-linear action of nonhomogeneous, nonuniforn, turbulent approach flow with three-dimensional turbulent boundary layers and separated flows over the body.

CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS FOR FURTHER WORK

A review of the existing studies that might yield convective heat transfer coefficients for computing heat exchange at the external surfaces of a building was made. Large discrepancies between these relationships and algorithms were detected, although they are qualitative similar, i.e., the convective heat transfer coefficient was found to be very dependent on wind direction and position on the building.

Further series of full-scale convection measurements on the exterior facades of buildings of different shapes and placed in different kinds of terrain should be made. Special attention should be given to houses with pitched roofs, since this kind of building have no yet been systematically assessed by field measurements. The experiments must always offer the possibility of correlating the measured heat transfer coefficients with the meteorological wind speed and direction. The turbulence level should be recorded in all observations and tentative attempts at correlating the heat transfer coefficients with the turbulence intensity should be made.

REFERENCES

|01| Irving, S.J., Energy program validation: conclusions of IEA annex I, Computer-aided Design, Vol 14,1, pp. 33-38 (1982).

|02| Melo, C., Improved convective heat transfer and air infiltration models for building thermal simulation, Ph.D. Thesis, Cranfield institute of technology, (1985).

|03| CIBSE guide; A3-Thermal Properties of Building Structures, London, (1980).

|04| ASHRAE; Handbook of Fundamentals, New York, (1985).

|05| Mc Adams, W.C.; Heat Transmission, Mc Graw-Hill, New York, 3rd edition, p. 249, (1954).

|06| Rowley, F.B.; Algreen, A.B. and Blackshaw, J.L.; Surface conductances as affected by air velocity, temperature and character of surface, ASHVE Transactions, Vol 36, pp. 429-446, (1930).

|07| Parmelee, G.V. and Huebscher, R.G.; Forced convection heat transfer from flat surfaces, ASHRAE Transactions, Vol 58, pp. 85-106, (1947).

|08| Sogin, H.H.; Heat transfer from the rear of bluff objects to a low speed air stream, Aeronautical Research Laboratory Report 62-361, Ohio, (1962).

|09| Richardson, P.D.; Heat and mass transfer in turbulent separated flows, Chemical Engineering Science, Vol 18, pp. 149-155, (1963).

|10| Oliphant, M.V.; Measuremente of wind speed distributions across a solar collector, Solar Energy, Vol 24, pp. 402-405, (1980).

|11| Sparrow, E.M. and Tien, K.K.; Forced convection heat transfer at an inclined and yawed square plate-application to solar collectors, ASME Journal of Heat Transfer, Vol 99, pp. 507-512, (1977).

|12| Sparrow, E.M.; Ramsey, J.M. and Mass, E.A.; Effect of finite width on heat transfer and fluid flow about an inclined rectangular plate, ASME Journal of Heat Transfer, Vol 101, pp. 199-204, (197).

|13| Test, F.L.; Lessmann, R.C. and Johary, A; Heat transfer during wind flow over rectangular bodies in the natural environment, ASME Journal of Heat Transfer, Vol 103, pp. 262-267, (1981).

|14| Sturrock, N.S.; Localised boundary layer heat transfer from external building surfaces, Ph.D. Thesis, University of Liverpool, (1971).

|15| Ito, N.; Kimura, K. and Oka, J,; A field experiment study on the exterior surface of a building, ASHRAE Semmiannual Meeting, New Orleans, LA, January 23-27, (1972).

|16| Burns, A.P.; An experimental study of heat transfer from a bluff body to a turbulent free-stream as applied to building heat loss, Ph.D. Thesis, University of Glasgow, (1976).

|17| Sharples, S.; Forced convective heat transfer from buildings facades, Ph.D. Thesis, U. of Sheffield, (1981).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

A SIMPLE TRANSDUCER FOR MEASURING HEAT FLUX IN BUILDINGS

ABCM
ABEnS

G. GUIMARÃES, J.A.B. CUNHA NETO, P.C. PHILIPPI e V.P. NICOLAU
Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

PUC/RJ

ABSTRACT

The direct measurement of heat flux through the elements of the building envelope is important for describing the transient process of heat transfer through those elements and, consequently, to evaluate the thermal behaviour of the building as a whole. This paper describes the development of a simple heat flux transducer especially conceived for the thermal analysis of buildings. The calibration has been performed using a Guarded Hot Plate apparatus. A scattering lower than 2.6 W/m² ensures a good accuracy to the transducer making it feasible for measuring heat flux in buildings.

INTRODUCTION

The development of experimental technics for analysing physical phenomena is presently very difficult to be carried out in Brazil, due in part, to the high costs represented by the acquisition of precision equipment and is perhaps the most important barrier to be overcame, in our country. Experimental research work is essential for better understanding physical phenomena and for promoting the necessary technological adjustment to the informations contained in the physical systems.

In addition to be a field of academic and technological interest, the knowledge of the thermal performance of buildings is important for correctly specifying the size of the air conditioning or heating plant to be used in the buildings, contributing to a reduction in the acquisition and operation costs of the plant equipment [1]. Although these costs may be significant with respect to total building costs, there is not a government policy for stimulating design and/or practical procedures for reducing energy consumption in buildings, in Brazil, and research works, in this field are occasional and result from individual research programs [2].

In buildings, it is very important to take the transient conditions of heat transfer into account. In this way, a measurement apparatus must give the actual heat fluxes and temperatures in both sides of a wall. In the same time, a theoretical model must be used, in order to describe the heat fluxes and temperatures in terms of some wall physical parameters, such as the thermal diffusivity. An improved work about the heat transfer through building walls, must make use of the instantaneous values of heat flux, for both laboratory or "in situ" conditions. It is thus necessary to develop measuring devices capable of giving the actual values of heat flux found in buildings components.

The great majority of heat flow transducers makes use of the temperature gradient, produced over the thickness of a test body. The temperature difference is measured by temperature sensitive sensor. Heat flow sensors will thus require calibration for converting the measured output signal into heat flux.

Thermopiles are sensors for measuring temperature difference which are widely used, [3]-[5]. Essentially, a set of thermocouples is disposed in series, the hot junctions opposed to the cold junctions at the two sides of a thermal barrier. This barrier is the transducer body and settles a temperature difference between the hot and cold junctions. The output signal will be proportional to the temperature difference and to the number of thermojunctions presented by the thermopile. The utilisation of thermopiles as heat flux sensors is thoroughly discussed, e. g., in the works of Huebscher et al. [3], Jong et al. [4] and Hager [5].

Gardon [6] developed a heat flux transducer from a transducer previously designed to measure thermal radiation. The transducer body is a small cooper plug with a central hole closed by a constantan circular sheet. Many improvements of Gardon´s sensor have been described in the literature, [7]-[9], in recent years.

Recently, Thery and co-workes, [10], [11], have developed a thermopile by eletrolitic deposition over an electric conducting constantan sheet.

Finally, Klems and Dibartolomeo [12] and Andretta et al. [13] have developed heat flow transducers which are thin disk shapped plates, using thin cooper or nickel wire coils on each side of the plate, as temperature sensors. The variation of the eletrical resistance of each coil with the temperature, is the measurement principle of the sensor.

The design and construction of the transducer described in the present paper is based on the same principle. Although the construction of this kind of transducer is relatively simple, it has a small time constant with respect to building components making possible its use for transient processes, a high sensitivity (30 $\mu V/Wm^2$ in the present case) and accurate enough to be used for measuring the heat flux magnitudes usually found in buildings. Due to its high sensitivity, the use of simple devices such as common multimeters for measuring the output signal allows commodity and cheapness in field applications.

INSTRUMENT DESCRIPTION

Two 25 x 25 cm^2 plane coils made of 38 AWG cooper wire fixed at the opposite surfaces of a 2.5 mm thick acrilyc plate with a 30 x 30 cm square section, figure 1, make the transducer body. Each coil is near 250 m long and has a 500 Ω electrical resistance. The transduc-

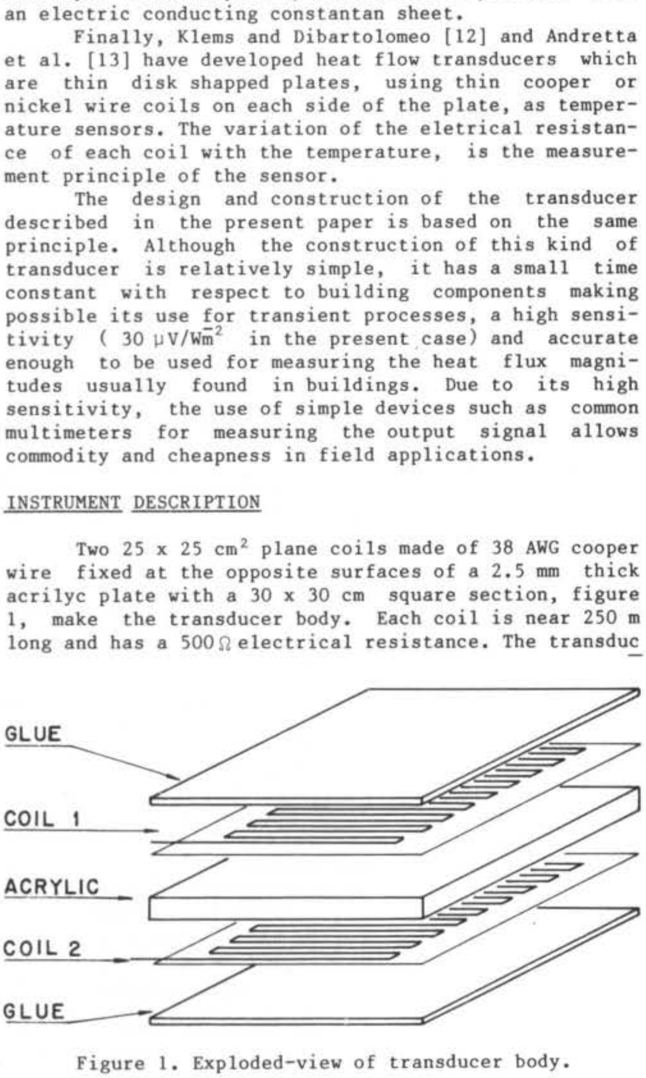


Figure 1. Exploded-view of transducer body.

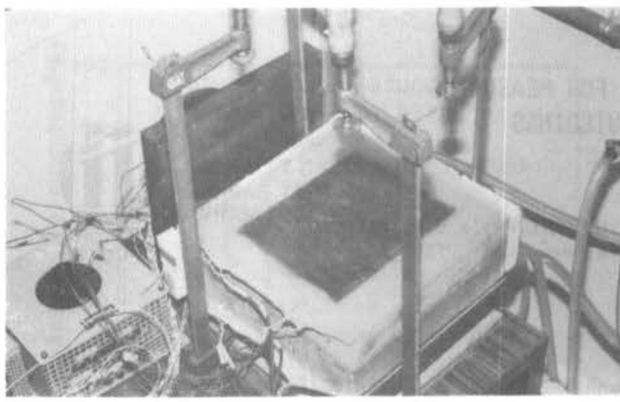


Figure 2. Laboratory assembly using the transducer.

ers have been constructed in our laboratory [14] and are shown in figure 2, in a laboratory assembly for measuring the transient thermal behaviour of concrete plates.

The two coils are constructed from cooper wire using a mechanical device especially conceived for this purpose. They are further pressed and glued on the two opposite surfaces of the acrylic plate simultaneously, as shown in figure 3. The glue fills all the spacing between the transducer body and a wood plate, which presses the assembly to give a uniform thickness for the transducer. The glue itself gives the final finishing to the transducer, mechanical protecting and providing an electrical insulation to the cooper wires.

A plastic sheet covers the wood plate during the process and prevents it from gluing.

The two coils are conected to a Wheatstone bridge where a 3 V source provides a constant e.m.f. to the bridge, has been constructed using two additional precision resistors. Refering to figure 4, it is possible to obtain the e.m.f. between points C and D

$$U = E\left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) \tag{1}$$

where R_1 and R_2 are the electrical resistances of coils 1 and 2, respectively, and R_3, R_4 are the electrical resistances of the precision resistors. The transmission of heat through the transducer wall affect the electrical resistance of the coils following a linear law:

$$R_i = R_i^0 \,[\, 1 + \alpha(T_i - T_o)] \tag{2}$$

where T_o is the ambient temperature and α the linear dilatation coefficient of cooper. If one chooses resistors 3 and 4 so as to follow

$$1 = \frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1^0}{R_2^0} \tag{3}$$

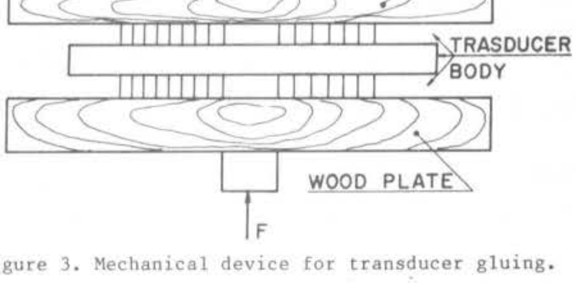


Figure 3. Mechanical device for transducer gluing.

it is possible to obtain

$$\frac{U}{E} = \frac{\alpha}{2}\,(\,T_2 - T_1\,) \tag{4}$$

where T_1 and T_2 are the temperatures of coils 1 and 2, respectively.

In stationary conditions, the heat flux through the transducer is proportional to the temperature difference between the external surfaces of the coil, i.e., the coils temperatures

$$q = \frac{K}{L}\,(\,T_2 - T_1\,) \tag{5}$$

where K is the thermal conductivity and L the thickness of the transducer plate.

Equations (4) and (5) give

$$U = \frac{L\,\alpha\,E}{2\,K}.q \tag{6}$$

which is the calibration equation for the transducer. In ideal conditions the calibration constant k will thus be

$$k = \frac{L\,\alpha}{2\,K} \tag{7}$$

In these conditions, the output signal from the Wheatstone bridge will have a linear dependance with respect to the heat flux, proportional to the linear dilatation coefficient of the coil wire and to the thermal resistance of the transducer plate L/K. As it would be expected increasing the transducer thermal resistance will increase its sensitivity for measuring heat flux. However, this will also increase its time constant and, consequently, decrease its ability to follow transient processes.

It is also seen from equation (6) that the output signal will be proportional to the source e.m.f. E: higher sensitivities may be obtained using higher e.m.f. sources. However, this will also increase the electrical current to the transducer coils which must, in principle, be avoided, due to the Joule's production of heat inside the transducer body: this is the main reason the transducer coils have been manufactured with high electrical resistance (500Ω in the present case).

<u>CALIBRATION</u>

A Guarded Hot Plate apparatus, figure 5, has been used for calibrating the heat flow transducer. Essentially, it is composed by a 20 x 20 cm^2 heating section surrounded by a guard ring, whose external dimensions are 30 x 30 cm^2 and two 30 x 30 cm^2 heat sinks, manufactured using a cooper refrigerating coil, assembled with 6 mm thick cooper plates. Both, the hot plate and the guard ring are heated by an electrical resistance, manufactured using a nickel-chrome wire, packed with sheets of mica for electrical insulation. The equipment

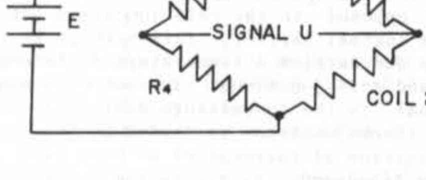


Figure 4. Signal generation using a Wheatstone Bridge.

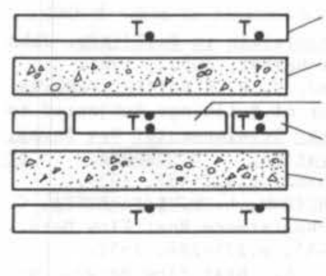


Figure 5. Guarded Hot Plate Apparatus.

has been constructed in our laboratory [15] for measuring the thermal resistance of building materials, in steady state conditions. Eight thermocouples are used for controlling the uniformity of temperature distributions in each section and for controlling the electrical current to the guard ring. This prevents lateral losses from the heating plate.

One of the main sources of errors, when using the guarded hot plate, is associated to the temperature measurements at the external surfaces of the specimens. The calibration procedure, to be described in this paper, avoids direct use of temperature readings at the surface of the heat flow transducers: only the e.m.f. and the current supplied to the heating section and the signal from transducers are used for the computation of the calibration constants.

Initially, the transducers were calibrated using an assembly like the one shown in figure 5, where the specimens have been replaced by two transducers, enclosing the hot plate. If the transducers are identical it is possible to suppose that, in steady state, the energy released in the hot plate will be equally distributed between the two transducers. The calibration constants may then be found by using a linear regression analysis, taking the measured values of the electrical power consumption and the signal U/E from the Wheatstone bridge, in a set of different measurements performed in stationary conditions. This method has been abandoned since it was very difficult to construct identical transducers using the laboratory facilities at our disposal.

It has also been observed that the transducers show a residual e.m.f. when the heat flux is zero. This absence of null point corresponding to null heat flux is due to the fact that it is very difficult to manufacture identical cooper wire coils at the opposite faces of the transducer and to eventual imprecisions in electrical characteristics of electronic componentes. Although null point could be easily achieved by using a precision potentiometer for compensating the non-equilibrium in the circuitry, this would not modify the calibration procedure and do not present any additional difficulty.

Equation (6) will thus be written:

$$q = k\,\frac{U}{E} + k^0 \qquad (8)$$

where k and k^0 are the calibration contants of the transducer.

Taking the above considerations into account the calibration has been performed by using the method to be described in the following. Two transducers are simultaneously calibrated and calibration constants are obtained in two steps.

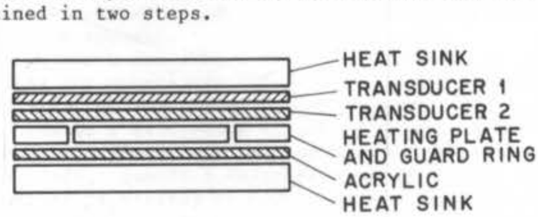


Figure 6. In line arrangement for calibration.

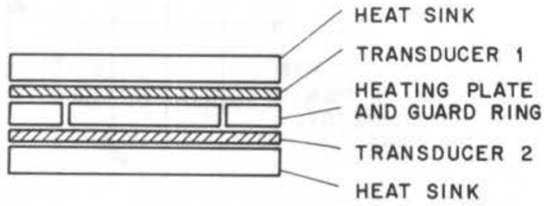


Figure 7. Symmetric arrangement for calibration.

In the first step, both the transducers are placed between de the hot and cold plate, following the arrangement of figure 6. In this case the heat flux will be the same through the two specimens:

$$q_1 = q_2 \qquad (9)$$

Using equation (8), the above condition gives

$$\frac{U_1}{E} = \frac{k_2}{k_1}\cdot\frac{U_2}{E} + \frac{k_2^0 - k_1^0}{k_1} \qquad (10)$$

From the above equation, it is possible to relate the output signals U_1/E and U_2/E by using a straight-line correlation, given by the constants k_2/k_1 and $(k_2^0 - k_1^0)/k_1$. This is accomplished by measuring the output signals U_1/E and U_2/E, in stationary conditions, when an unidirectional heat flux crosses the two transducers. Fourty-two different experiments have been performed during about three months, with heat fluxes in the range between 0 and 150 W/m^2.

The experimental points have been correlated by using a linear regression analysis and the constants k_2/k_1 and $(k_2^0 - k_1^0)/k_1$ have been obtained (Table 1). From one experiment to another the transducers were rotated themselves and with respect to the hot plate, but the experimental points present a straight-line distribution with a correlation coefficient of 0.999.

In the second step the transducers are disposed symmetrically with respect to the heating plate, as shown in figure 7. If the transducers are not identical, the electrical power dissipated in the hot plate will not be equally distributed between the transducers, in steady state. It is, however, possible to write:

$$q = q_1 + q_2 = k_1\left(\frac{U_1}{E} + \frac{k_2}{k_1}\cdot\frac{U_2}{E}\right) + (\,k_1^0 + k_2^0\,) \qquad (11)$$

In this case, the experimental points to be correlated are the set

$$\left(\frac{U_1}{E} + \frac{k_2}{k_1}\cdot\frac{U_2}{E}\right) \quad ; \quad q \qquad (12)$$

and they must be distributed along a straight line given by k_1 and $(k_1^0 + k_2^0)$. The value which has been obtained for the constant k_2/k_1 in the previous step is used for establishing the above points, and for each experiment, the heat flux q is obtained as the product of the electrical current and the e.m.f. Another set of experimental points has been obtained in this step. The maximum deviation from linear behaviour corresponds to a heat flux of 2.6 W/m^2, which is small for building applications. The constants k_1 and $(k_1^0 + k_2^0)$ are presented in Table 1.

Figure 8 shows the calibration results for transducer 1, using the constants k_1 and k_1^0 from table 1. The calibration results obtained by using the hypothesis of symmetric distribution of heat flux, $q_1 = q_2 = q/2$, in the second arrangement, figure 7, are superposed on the same figure. The agreement is very good:

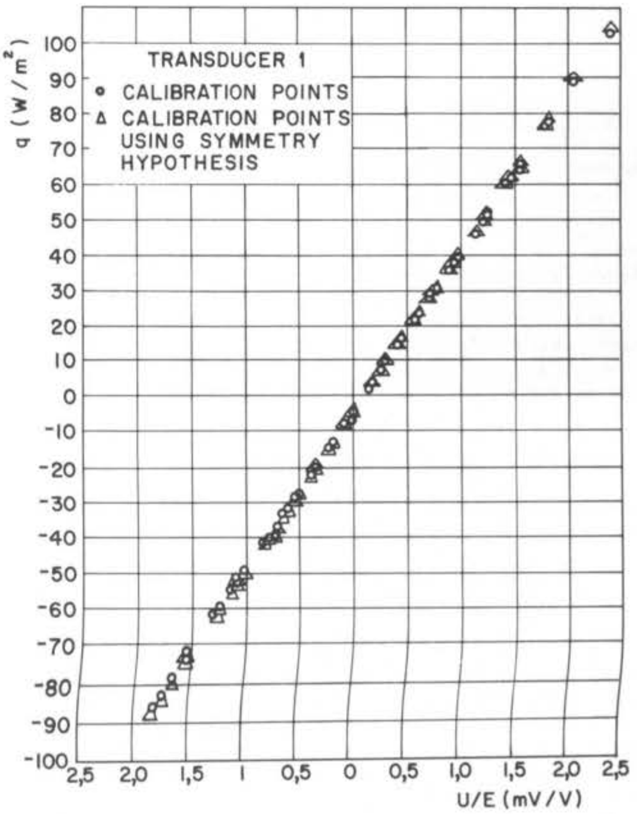


Figure 8. Calibration points.

the maximum deviation between the two calibration methods is smaller then the 2.6 W/m^2 scattering, previously observed.

TABLE 1: Calibration Results

k_2/k_1	0.914765
$(k_2 - k_1)/k_1$	0.222439
k_1	44.582245
$k_1 - k_2$	-0.173085
TRANSDUCER 1	$q_1 = 44.22342$ U/E $- 5.08136$ (± 2.60 W/m^2)
TRANSDUCER 2	$q_2 = 40.98946$ U/E $- 5.56058$ (± 2.60 W/m^2)

CONCLUSIONS

During the experiments, it has been observed a temperature fluctuation in the water supplied to the cold plates of the Guarded Hot Plate apparatus. This effect has sometimes made the attainment of stable steady state conditions difficult and may be the main reason for the observed scattering of 2.6 W/m^2. However, has not been possible to control water supply temperature with our laboratory facilities. Neverthless, this scattering is small for our measurement purposes and is in the range usually found in the literature of heat flow transducers. Direct reading of the transducer output signal and of the electrical power dissipated in the hot plate has been of fundamental importance for the minimization of experimental errors. Thermocouple readings have only been used for eliminating lateral heat losses from the hot plate. In this way, the errors associated to the measurement of surface temperatures have been eliminated, in the calibration of the transducers.

REFERENCES

[1] PRATT, A. W., Heat Transmission in Buildings. John Wiley and Sons Ltd, Chichester, 308p., 1981.

[2] PHILIPPI, P. C., NICOLAU, V. P. & RUTTKAY PEREIRA, F. O., Thermal Behaviour of Buildings Subjected to High Fenestration. Energy Developments: New Forms, Renewables, Conservation, Proceedings of Energex´84, Regina, Canada, p.427-432, 1984.

[3] HUEBSCHER, R. G., SCHUTRUM, L. F. & PARMELEE, G. V., A Low-Inertia Low-Resistance Heat Flow Meter. ASHVE Transactions, n1453, p.275-286, 1952.

[4] JONG, J. & MARQUENIE, L. Heat Flow Meters and Applications. Instrument Pratice, p.45, Jan., 1962.

[5] HAGER, N. E. Jr., Thin Foil Heat Meter. Rev. Sci. Instrum., 36, p.1564-1570, 1965.

[6] GARDON, R., A Transducer for Measurement of Heat Flow Rate. Transactions of the ASME, p.396-398, Nov., 1960.

[7] ASH, R. L., Response Characteristics of Thin Foil Heat Flux Sensors. AIAA Journal, 7, n12, p.2332-2335, 1969.

[8] WONG, H. Y., The Measurement of Convective Heat Loss From a Solid Surface to an Airstream. J. Phys. E: Sci. Instrum., 12, p.270-271, 1979.

[9] THIBAULT, J. & HOFFMAN, T. E., A Heat Flux Meter to Determine the Local Boiling Heat Flux Density During a Quenching Experiment. Int. J. Heat Mass Transfer, 22, p.177-184, 1979.

[10] THERY, P. & MARECHAL, J. C., Etude et Charactérisation D´Un Nouveau Fluxmetre Calorifique. J. Phys. E: Sci. Instrum., 13, p.860-865, 1980.

[11] THERY, P., DUTHOIT, B. & PAUQUET, J., Propriétés Thermoelétriques des Systemes à Deux Couches Minces Superposées. Aplication à la Mesure des Flux Thermiques. Revue Phys. Appl., 15, p.741-747, 1980.

[12] KLEMS, J. H. & DIBARTOLOMEO, D., Large-Area, High-Sensitivity Heat Flow Sensor. Rev. Sci. Instrum., 53, p.1609-1612, 1982.

[13] ANDRETTA, A., BARTOLI, B., COLUZZI, B., CUOMO, V. & de STEFANO, S., Simple Heat Flux Meter. Rev. Sci. Instrum., 52, p.233-234, 1981.

[14] GUIMARÃES, G., Um transdutor de fluxo de calor: Aplicação às edificações. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, 1986.

[15] NICOLAU, V. P., Medição da condutividade térmica de materiais sólidos - Método da placa quente guarnecida. Relatório Interno, UFSC, 1984.

ABSTRACT

A medição direta do fluxo de calor presente nos elementos do envoltório das edificações é importante para a descrição dos processos transientes de transferência de calor através desses elementos e, consequentemente, para a descrição do comportamento térmico da edificação, como um todo. O presente trabalho descreve o desenvolvimento de um transdutor de fluxo de calor simples para a análise térmica das edificações. O procedimento de calibração utiliza um dispositivo de placa quente compensada. Um espalhamento inferior a 2,6 W/m² assegura uma boa precisão ao transdutor tornando possível o seu uso para a medição dos fluxos de calor usualmente encontrados nas edificações.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO DE UM TRANSDUTOR DE RADIAÇÃO EM ONDAS LONGAS

ABCM
ABCM ABEnS
PUC/RJ

G.J.F. CHARMILLOT
Faculdade de Engenharia de Joinville - UDESC

J.A.B. CUNHA NETO, P.C. PHILIPPI
Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

RESUMO

Alguns aspectos relacionados com a construção e calibração de um radiômetro para a medição de radiação em ondas longas, são abordadas no presente trabalho. O radiômetro destina-se à medição das trocas de energia na forma de radiação em ondas longas entre as superfícies externas das edificações e a abóbada celeste. Mostra-se que, apesar do comportamento não linear com a temperatura, é possível se utilizar termistores como transdutores de temperatura para o sensor do radiômetro, quando conjugados a circuitos eletrônicos de linearização.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho descreve alguns aspectos relacionados ao desenvolvimento de um transdutor de radiação em ondas longas, concebido para a medição das trocas de energia na forma de radiação em ondas longas entre as superfícies exteriores das edificações e a atmosfera.

Um estudo acerca do comportamento térmico de uma edificação envolve diferentes formas de trocas de calor: condução, convecção, radiação solar e radiação em ondas longas. As três primeiras formas de troca de energia foram cuidadosamente pesquisadas; entretanto o mesmo não acontece com a troca de calor por radiação em ondas longas.

A radiação emitida pelos gases da atmosfera (radiação atmosférica) e a radiação emitida pela superfície terrestre (radiação terrestre) são exemplos de radiação em ondas longas que incidem nas superfícies externas de uma edificação. Há 30 anos atrás a contribuição dessas parcelas era considerada mínima comparada à energia solar absorvida pela edificação, ocasionando erros significativos no cálculo do fluxo de calor [1].

Devido ao desinteresse em quantificar a radiação atmosférica e à carência de instrumentos de medição, não existem no Brasil dados sobre essa radiação em ondas longas. Esses dados são importantes para a obtenção e validação dos modelos relacionados à radiação atmosférica e/ou à radiação terrestre.

Um radiômetro, aparelho que mede radiação, registra a troca de energia radiante entre uma superfície sensora e o local para onde ela está apontada.

Existem dois tipos básicos de aparelhos que medem a radiação em ondas longas: sensor protegido e sensor não protegido.

Os aparelhos com sensores não protegidos trocam radiação livremente com o ambiente e, dessa forma, ficam sujeitos à outras formas de transferência de calor [2]:convecção e evaporação. A influência desses efeitos no sensor pode ser neutralizada de várias maneiras: a)Ventilando o sensor com um jato de ar constante para controlar o efeito do vento (um aparelho desse tipo é dito ventilado) e b) realizando as medições com o sensor não protegido, aplicando-se posteriormente correções para o efeito do vento presente no momento da medição.

Quando o aparelho é do tipo ventilado, o jato de ar deve ter velocidade constante, já que variações na velocidade do ar afetam a sensibilidade do aparelho [2]. Quando a velocidade do jato é baixa, a medição é fortemente influenciada pela velocidade do vento. Por outro lado, quando a velocidade do jato de ar é alta, predominam os efeitos de convecção e a sensibilidade do aparelho diminui. Num aparelho que mede um balanço de energia faz-se necessário uma ventilação igual nas duas superfícies sensoras.

O efeito da convecção no sensor é eliminado quando este é protegido, porém qualquer material que seja utilizado irá modificar o espectro da radiação incidente. Embora não exista um material ideal para a cobertura, o polietileno e o KRS-5 apresentam uma razoável transparência na faixa de ondas longas, e por isso, são os mais usados na função de proteção ao sensor. O KRS-5, uma mistura de brometo e iodeto de tálio, desenvolvido inicialmente na indústria ótica Carl Zeiss [4], é o único cristal transparente às ondas longas. Ele tem um índice de refração alto, é um pouco higroscópico, caro e difícil de ser obtido em outro formato que não seja uma pequena superfície plana [2]. O polietileno é um polímero sintético que apresenta faixas de absorção da radiação em 3,5 μm, 6,9 μm e 14 μm, além disso se deteriora quando exposto à radiação ultra-violeta. Para evitar a absorção da radiação em ondas longas pelo polietileno, filmes de espessura muito pequena (aproximadamente 1 μm) são utilizados. Essa cobertura, devido à sua pequena rigidez, necessita ser inflada por um gás pressurizado.

O radiômetro de Angstrom [5] , desenvolvido em 1905, utiliza o princípio da compensação elétrica. O sensor consiste de duas fitas de manganês polidas e duas fitas de manganês pintadas de preto. A baixa emissividade da fita polida faz com que tenha uma temperatura igual à do ar. As fitas pintadas de preto, com alta emissividade, trocam radiação livremente com a atmosfera e irão sofrer um resfriamento no período noturno. A perda líquida de energia é compensada por um aquecimento elétrico das fitas pintadas de preto e a igualdade de temperatura dos dois tipos de fita é determinada por termopares colocados na parte inferior das mesmas.

O radiômetro de Gier-Dunkle [6], desenvolvido em 1951, utiliza um medidor de fluxo de calor como transdutor. O transdutor é composto de tres placas de baquelite com lados de 115 mm e espessura de 0,4 mm. A placa central é ranhurada para alojar os fios dos termopares e as outras duas placas fornecem resistência mecânica ao conjunto e proteção aos termopares. Os termopares em série formam uma termopilha, que é construída enrolando-se o fio de constantan no. 40 na placa de baquelite em 180 voltas; posteriormente, metade da placa é revestida com prata, produzindo uma série de termojunções em lados opostos da placa.

No radiômetro de troca líquida de Suomi-Franssila [3], o sensor é construído enrolando-se um fio de constantan com 0,2 mm de diâmetro em torno de uma lâmina de vidro de dimensões 10 x 25 x 75 mm; o vidro é utilizado por suas características estáveis. As junções dos termopares são obtidas por eletro-deposição de cobre sobre o fio de constantan, com a placa sendo imersa na solução eletrolítica de tal maneira que me-

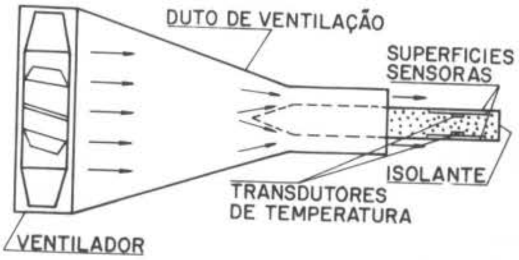


Figura 1. Vista esquemática do radiômetro.

tade de cada volta do fio é recoberta por uma camada de cobre duas vezes mais espessa que seu diâmetro.

ASPECTOS CONSTRUTIVOS

Existem duas maneiras de se dispor o sensor na construção de um radiômetro. A opção pelo instrumento com sensor protegido esbarra na utilização do material da cobertura, isto é, na dificuldade de se obter o KRS-5 ou o polietileno. Do primeiro, não se tem conhecimento de que seja disponível no Brasil; quanto ao segundo, a obtenção de coberturas com pequena espessura é bastante difícil, além da necessidade de se inflar a cúpula, devido à sua pequena rigidez.

Optou-se pela construção de um transdutor com sensor não protegido (ou sensor ventilado) por ser de construção mais simples e por não haver nenhuma indicação de que os resultados obtidos com esse tipo de aparelho sejam menos confiáveis. O transdutor é mostrado esquematicamente na figura 1. O duto de ventilação é construído em chapa de alumínio de 1,5 mm de espessura. A escolha do alumínio deve-se à sua durabilidade quando exposto às intempéries, baixo custo e à facilidade de ser trabalhado. O aço inox também é uma opção possível, apesar do custo mais elevado e da maior dificuldade em ser trabalhado.

As dimensões do duto de ventilação foram definidas em função das dimensões do ventilador e da velocidade do jato de ar sobre a superfície sensora.

As superfícies sensoras apresentam dimensões de 40 x 40 mm e espessura de 0,1 mm, com base em trabalhos já desenvolvidos [2] - [7], e tendo a mesma largura do material isolante. A seção transversal para cada canal de ventilação foi fixada em 40 x 10 mm a fim de fornecer o valor desejado da velocidade do jato de ar. Para ventilação das superfícies sensoras escolheu-se o Mini-Ventilador Axial Sprite SU3E1, fabricado pela ARNOROTRON.

Tendo-se em vista que para medir as temperaturas das superfícies sensoras serão utilizados dispositivos eletrônicos, o material que as separa deve ser um isolante elétrico. O material usado foi uma espuma de nylon, que apresenta as seguintes propriedades: isolante térmico, barato, fácil de se obter e conformar.

Uma superfície metálica, como é o caso do cobre, apresenta alta refletividade à radiação incidente; além disso,as características radiantes variam em função do estado da superfície. Por esses motivos, existe a necessidade de recobri-la com uma tinta que tenha propriedades constantes na faixa de comprimento de onda apropriada, isto é, de 4 a 50 µm, pois dentro dessa faixa ocorre quase que a totalidade da radição emitida por corpos com temperaturas próximas às do ambiente. Desse modo, a superfície de cobre é recoberta com a tinta 3M ECP-2200, fabricada nos Estados Unidos pela indústria 3M e obtida junto ao Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE), na Divisão de Satélites, depois de muitas dificuldades em encontrá-la no Brasil, mesmo junto à 3M. Sua estrutura consiste de partículas de sílica num aglutinante de silicone com uma tintura preta especial.

BALANÇO DE ENERGIA

Usando os subscritos 1 e 2 para as superfícies sensoras superior e inferior respectivamente, e repre-

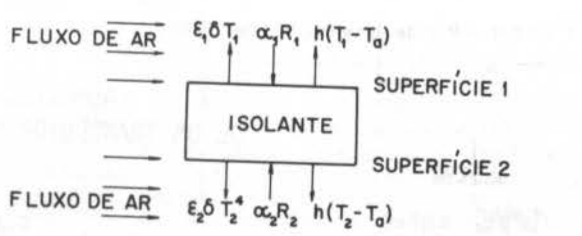


Figura 2. Balanço de energia no sensor.

sentando a emissividade por ε, a absortância por α, a temperatura por T e o fluxo de radiação em ondas longas por R, o balanço de energia nas superfícies sensoras, figura 2, é representado por:

$$\alpha_1 R_1 = \varepsilon_1 \sigma T_1^4 + h(T_1 - T_a) \qquad (1)$$

$$\alpha_2 R_2 = \varepsilon_2 \sigma T_2^4 + h(T_2 - T_a) \qquad (2)$$

onde T_a é a temperatura do ar, h é o coeficiente convectivo e σ é a constante de Stefan-Boltzmann.

Nas equações acima, a troca de calor por condução entre as superfícies sensoras é desprezada e os coeficientes convectivos são assumidos iguais uma vez que o fluxo de ar é o mesmo sobre cada uma das superfícies. Também é possível se considerar $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ e $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, porque as duas superfícies sensoras são recobertas com a mesma tinta. Além disso, tem-se $\varepsilon = \alpha$ na faixa de comprimentos de onda investigada, devido à lei de Kirchoff. Desta maneira, o fluxo líquido de radiação em ondas longas (RL) é dado por

$$R_L = R_1 - R_2 = \sigma(T_1^4 - T_2^4) + \frac{h}{\varepsilon}(T_1 - T_2). \qquad (3)$$

Admitindo-se que $T_1 \cong T_2$

$$R_L = \left[4\sigma\left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)^3 + \frac{h}{\varepsilon}\right](T_1 - T_2). \qquad (4)$$

Verifica-se facilmente que uma variação na temperatura das superfícies sensoras irá provocar apenas um efeito de segunda ordem no termo entre colchetes da equação acima. Isto permite concluir que RL é uma função linear da diferença de temperaturas ($T_1 - T_2$), isto é,

$$R_L \cong \text{constante} \times (T_1 - T_2). \qquad (5)$$

Desse modo, é necessário utilizar transdutores de temperatura para avaliar RL. A grande maioria dos instrumentos utiliza termojunções para esse fim [6]. No presente tipo de aplicação, é conveniente que o transdutor tenha alta sensibilidade, resposta rápida, alto sinal de saída e capacidade de medir pequenas diferenças de temperatura. Termistores serão usados como transdutores de temperatura por apresentarem as características requeridas, embora necessitem de uma fonte de alimentação e a relação entre sua resistência e a temperatura seja não linear [8]. No radiômetro construído, termistores em forma de disco, com 1 mm de espessura e 6 mm de diâmetro foram soldados às superfícies internas das placas sensoras.

CIRCUITO ELETRÔNICO

Broughton [9] desenvolveu vários circuitos eletrônicos que linearizam o sinal de saída dos termistores para uma dada faixa de temperatura. A figura 3 mostra o circuito utilizado no radiômetro, composto por quatro resistores e um amplificador operacional. A escolha dos resistores é função das características do termistor e da faixa de temperatura.

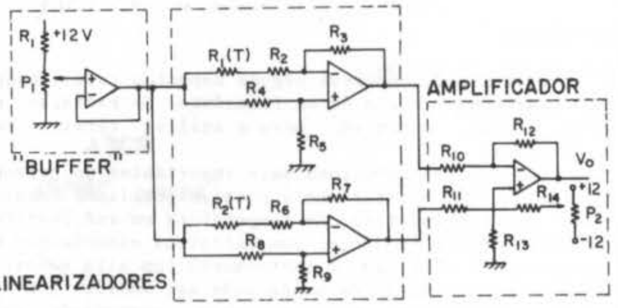


Figura 3. Circuito condicionador de sinal completo.

A tensão de referência Vi é obtida introduzindo-se um "buffer" antes do circuito de linearização. O "buffer" fornece um sinal de saída constante qualquer que seja a carga resistiva colocada adiante, sendo constituido de um amplificador operacional, de um resistor de 12 kΩ e um potenciômetro de precisão de 1 kΩ.

A figura 3 mostra o esquema completo do circuito de linearização utilizado no radiômetro, exceto a fonte de tensão constante +12V e -12V. Dois circuitos de linearização são utilizados em paralelo, um para cada termistor. Os sinais de saída dos dois circuitos são comparados e o sinal resultante é amplificado. Também se encontra na figura 3 um divisor resistivo, formado por um resistor e um potenciômetro, com a função de zerar o sinal de saída quando os termistores se encontram à mesma temperatura.

CALIBRAÇÃO DOS TERMISTORES

A situação ideal para o circuito eletrônico do radiômetro consiste em que os dois termistores tenham a mesma relação resistência-temperatura. Para a calibração dos termistores utilizam-se banhos isotérmicos.

A relação entre a resistência (R) e a temperatura (T) de um termistor,

$$R = A \exp(B/T) \tag{6}$$

pode também ser escrita como

$$\text{Ln } R = \text{Ln } A + B.T^{-1} \tag{7}$$

A relação Ln R = $f(T^{-1})$ foi ajustada, para cada termistor, por meio do método dos mínimos quadrados, sendo os resultados obtidos mostrados na figura 4, para 7 termistores. Os termistores que mais se aproximam entre si são os termistores 1 e 3. Uma vez escolhidos os dois termistores que comporão o sensor do radiômetro de troca líquida, foram realizados os testes para a verificação da condição de linearidade do circuito eletrônico. O procedimento do ensaio consiste em se conectar o termistor ao circuito eletrônico e colocá-lo num banho, que inicialmente é resfriado até uma temperatura próxima ao limite inferior da faixa de linearização. A temperatura do banho é então gradualmente elevada com o auxílio de resistências de aquecimento.

Os resultados obtidos para a tensão de saída não amplificada, considerando uma tensão de referência de 0,5V, foram ajustados por uma reta através do método dos mínimos quadrados,obtendo-se o valor de 0,9999392 para o coeficiente de correlação, valor este considerado muito bom. Observou-se um pequeno desvio dos pontos medidos em relação à reta ajustada, na parte inferior da faixa de linearização (5°C a 33°C) principalmente para temperaturas inferiores a 7°C. Houve o cuidado de se reproduzir o procedimento e as condições reinantes em experimentos subsequentes e o sinal de saída do circuito eletrônico mostrou-se estável, isto é, não apresentou variações com o tempo.

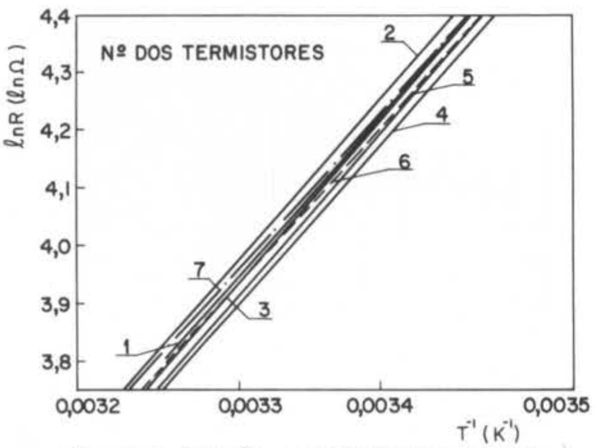


Figura 4. Relação resistência-temperatura.

Após demonstrar-se que o circuito acima descrito promove efetivamente uma linearização do sinal de saída, passou-se a investigar o efeito de linearização do circuito completo da figura 3, que condiciona o sinal correspondente a uma diferença de temperaturas. O procedimento do experimento consiste em colocar um dos termistores num banho isotérmico e o outro em um banho com temperatura variável. Dessa maneira, para se medir uma diferença de temperatura entre os dois termistores, varia-se a temperatura de apenas um dos banhos. A figura 5 mostra o resultado obtido para um ensaio com a tensão de referência igual a 0,5 V. O ajuste da reta foi feito através do método dos mínimos quadrados e apresentou um coeficiente de correlação de 0,9999803.

Outros testes foram realizados quando observou-se a estabilidade nos resultados obtidos. Após a confirmação dos resultados com o circuito eletrônico de linearização, os termistores foram soldados às placas sensoras a fim de comporem o conjunto do sensor.

CALIBRAÇÃO DO RADIÔMETRO

A calibração do radiômetro de troca líquida foi feita com o método proposto por Idso [10], que utiliza uma fonte de radiação em ondas longas, como mostra a figura 6. A fonte é composta por uma caixa de acrílico com seção transversal de 194 x 194 mm, contendo água à uma temperatura controlada. Uma placa fina de cobre, de espessura 0,1 mm, pintada com a tinta 3M ECP-2200, constitui a superfície superior da caixa. A temperatura da placa de cobre é medida através de um termistor em forma de disco, previamente calibrado, soldado no centro da superfície interna da placa. O método de calibração é muito simples e de baixo custo. O sensor do radiômetro é colocado acima da fonte de radiação, mostrada na figura 6, numa sala mantida a temperatura

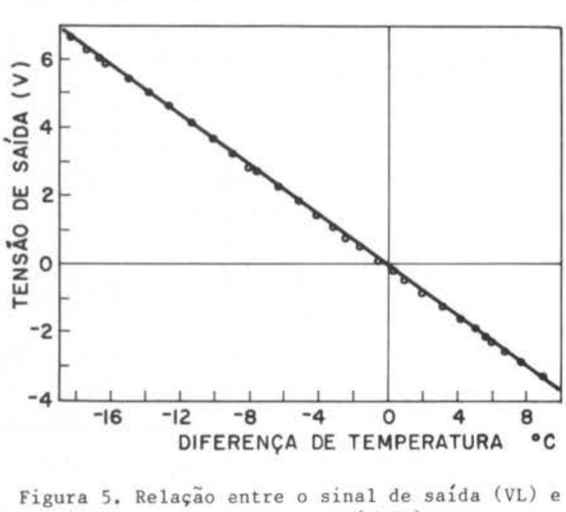


Figura 5. Relação entre o sinal de saída (VL) e as diferenças de temperatura (ΔT).

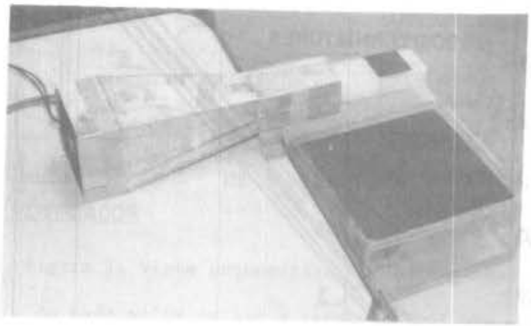


Figura 6. Calibração do Radiômetro.

constante. A temperatura da fonte é aumentada continuamente. O fluxo líquido de energia radiante através do sensor é dado pela soma das parcelas provenientes das fontes constantes de radiação distribuidas pela sala e da fonte de radiação variável, isto é,

$$R_L = R_1 - R_2 = R_c - F_{12}\,\varepsilon\,\sigma T_p^4 \qquad (8)$$

onde RL é o fluxo líquido de energia radiante através do sensor, dado pela diferença entre o fluxo líquido de energia radiante proveniente das fontes constantes, Rc, e o fluxo de radiação em ondas longas incidente na superfície sensora proveniente da placa de cobre à temperatura Tp, sendo ε a emissividade da placa e F_{12} o fator de forma entre o sensor e a fonte de radiação.

O sinal de saída V do radiômetro pode ser escrito como

$$V = K_1 R_c - K_2 F_{12}\,\varepsilon\,\sigma T_p^4 \qquad (9)$$

onde K_1 é a constante associada ao fluxo de radiação em ondas longas proveniente das fontes constantes e K_2 é a constante relacionada ao fluxo de calor em ondas longas proveniente da placa de cobre. Então, é possível se relacionar o fluxo de energia radiante em ondas longas, em Wm^{-2}, ao sinal de saída do radiômetro, em mV, calculando-se o coeficiente angular da reta

$$V = f(F_{12}\,\varepsilon\,\sigma T_p^4) \qquad (10)$$

isto é, K_2 é a constante de calibração do instrumento. O resultado da calibração, figura 7, apresentou o valor de K_2 = 3,736 mV/Wm-2, com um coeficiente de correlação

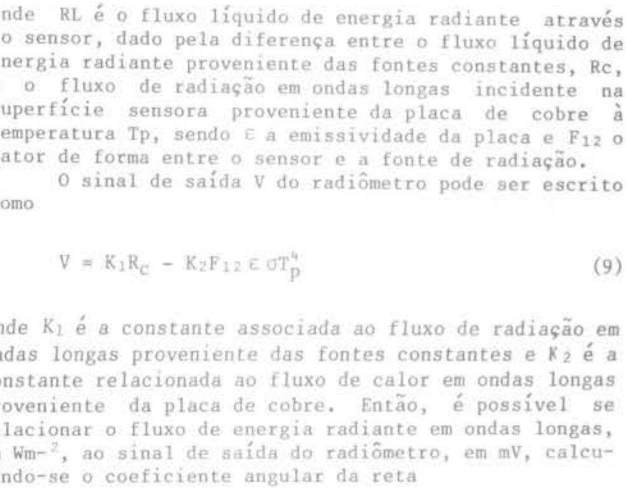


Figura 7. Obtenção da constante de calibração

de 0,999.

CONCLUSÕES

Esse artigo descreve alguns aspectos relacionados com o desenvolvimento de um transdutor de radiação em ondas longas, concebido para a análise térmica das edificações.

Uma das contribuições mais importantes do presente trabalho foi mostrar que é possível utilizar termistores como transdutores de temperatura em radiômetros, quando usados em conjunção com circuitos eletrônicos de linearização: obtém-se um instrumento com alta sensibilidade, cujo sinal de saída pode ser medido com um simples voltímetro, de baixo custo, apropriado para aplicações "in situ".

REFERÊNCIAS

[1] Cole, R. J., The longwave radiative environment around buildings. Building and Environment, 11, p.3-13 (1976)

[2] IGY INSTRUCTION MANUAL. Part VI, Radiation Instruments and Measurements. Pergamon Press, London, 1958.

[3] Suomi, V. E., Franssila, M. & Islitzer, N. F., An Improved net-radiation instrument. Journal of Meteorology, 11, p.276-282 (1954).

[4] Stern, S. & Schartzmann, M., An Infrared detector for measurement of the back radiation from the sky. Journal of Meteorology, 11, p.121-129 (1954).

[5] Coulson, K. L., Solar and Terrestrial Radiation. Academic Press, (1975).

[6] Gier, J. T. & Dunkle, R. V., Total Hemispherical Radiometers, AIEE Transactions, 70, p.339-343 (1951).

[7] Fritschen, L. J., Construction and Calibration Details of the Thermal- Transducer type Net Radiometer, Bulletin of the American Meteorological Society, 41, no.1, p.180-183 (1960).

[8] Bentley, J. P., Temperature sensor characteristics and measurement system design. J. Phys. E. Sci. Instrum., 17, p.430-439 (1984).

[9] Broughton, M. B., Analysis and Design of almost linear one Thermistor Temperature Transducers. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, IM-23, p.1-5 (1974).

[10] Idso, S. B., Transformation of a net Radiometer into a Hemispherical Radiometer. Agricultural Meteorology, 9, p.108-121 (1971).

ABSTRACT

Some aspects related to the construction and calibration of a net radiometer for the measurement of long-waves radiant exchanges are discussed in this paper. The radiometer is intended to be used in the thermal analysis of buildings. It is shown that, despite their non-linear temperature behaviour, it is possible to use thermistors as temperature transducers for the radiometer sensor, when associated to linearizing eletronic circuitry. The result is a high sensitivity transducer, whose output signal may be measured with a simple non-expensive voltmeter.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

STEADY-STATE DIFFUSION WITH SPACE-DEPENDENT BOUNDARY CONDITION PARAMETERS

ABCM ABCM ABEnS

PUC/RJ

RENATO M. COTTA

Departamento de Energia - IEME/IEM/ITA/CTA

ABSTRACT

The ideas in the generalized integral transform technique are extended to allow for the analytical solution of steady-state diffusion problems with boundary condition parameters depending on one of the coordinates. Formal solutions are obtained for a sufficiently general problem, including the complete, exact solution based on the estimation of coefficients from a denumerable system of simultaneous linear algebraic equations, as well as a couple of alternative and more staightforward aproximate analytical solutions. A fin-type application with variable Biot number is more closely considered.

INTRODUCTION

The analysis of steady-state, multidimensional diffusion problems in orthogonal coordinate systems is of major interest in both the physical sciences and applied mathematics contexts. The analytical solution of such linear problems has been recently considered and reviewed [1,2], through the use of the integral transform technique. However, this and related approaches are not directly applicable to problems involving boundary condition coefficients that depend on one of the coordinates. In this work, the ideas in the generalized integral transform technique [3-6] are utilized to provide analytical solutions to steady-state, multidimensional diffusion problems with space-dependent boundary condition coefficients. First, formal solutions are provided from the formulation of a reasonably general problem. The attempt to integral transform the original problem brings a coupled system of ordinary differential equations that can be handled through the solution of an infinite system of linear algebric equations, providing a complete solution to the problem if a sufficiently large system is considered instead and solved by conventional methods for the related coefficients. In addition, approximate analytical solutions are readily obtained for more straightforward evaluation in the realm of applications, through simplifications on the resulting denumerable system. This lowest order solution and it once analytically iterated form are then shown as explicit and simple expressions for the desired potential. Second, the proposed solutions are illustrated by considering an application dealing with a fin-type heat conduction problem with space-dependent heat transfer coefficient at the boundary. A couple of engineering-type solutions are also considered, namely, an one-dimensional fin-type solution and an average heat transfer coefficient solution, for critical comparisons with the alternative approximate solutions here introduced. The relative accuracy and suitability of each solution is examined through parametric variations on geometry and boundary conditions.

ANALYSIS

For the sake of simplicity we consider a yet sufficiently general two-dimensional, steady-state diffusion problem, where t is the space variable that will not be transformed through the application of the finite integral transform, and x is the space variable to be eliminated. Also, we let L_t and L be the linear differential operators associated, respectively, with the variables t and x, while $B_{t,k}$ (x) is the x dependent operator on $t=t_k$, k=0,1. Then the problem formulation is written as:

$$\{w(x)\ L_t + L\}\ T(x,t) = P\ (x,t)\ ,\ \text{in}\ t_0<t<t_1,\ x_0<x<x_1 \tag{1.a}$$

$$B_{x,k} T(x,t) = 0,\quad \text{at}\ x=x_k,\quad k=0,1 \tag{1.b,c}$$

$$B_{t,k}(x)\ T(x,t) = f_k(x)\quad,\ \text{at}\ t=t_k\ ,\ k=0,1 \tag{1.d,e}$$

where the operators in the differential equation are given by:

$$L_t \equiv -a(t)\ \frac{\partial}{\partial t}\ [b(t)\ \frac{\partial}{\partial t}] \tag{1.f}$$

$$L \equiv -\frac{\partial}{\partial x}\ [K(x)\ \frac{\partial}{\partial x}] + d(x) \tag{1.g}$$

and the boundary condition operators are:

$$B_{x,k} = [\delta_k - (-1)^k\ \gamma_k\ \frac{\partial}{\partial x}] \tag{1.h}$$

$$B_{t,k}(x) = [\alpha_k(x) - (-1)^k\ \beta_k\ \frac{\partial}{\partial t}] \tag{1.i}$$

The appropriate eigenvalue problem that shall allow for the analytical solution of system (1) is taken as:

$$L\ \Psi(\mu_i,\ x) = \mu_i^2\ w(x)\ \Psi(\mu_i,\ x)\quad,\ \text{in}\ x_0<x<x_1 \tag{2.a}$$

with boundary conditions

$$B_{x,k}\ \Psi(\mu_i,\ x) = 0\quad,\ \text{at}\ x=x_k\ ,k=0,1 \tag{2.b,c}$$

and the solution of this auxiliary problem is assumed to be known at this point.

The integral transform pair, with a symmetric kernel, is then defined as:

$$\text{TRANSFORM:}\quad \bar{T}_i(t) = \int_{x_o}^{x_1} w\ (x)\ \frac{\Psi(\mu_i,x)}{N_i^{1/2}}\ T(x,t)\ dx \tag{3.a}$$

$$\text{INVERSION:}\quad T(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{1/2}}\ \Psi(\mu_i,x)\ \bar{T}_i(t) \tag{3.b}$$

where the normalization integral is given by:

$$N_i = \int_{x_0}^{x_1} w(x)\ [\ \Psi(\mu_i,x)]^2\ dx \qquad (3.c)$$

System (1) is now operated on by $\int_{x_0}^{x_1} \frac{\Psi(\mu_i,x)}{N_i^{1/2}}\,dx$, to yield the following second order ordinary differential system for the transform $\bar{T}_i(t)$:

$$L_t \bar{T}_i(t) + \mu_i^2\ \bar{T}_i(t) = \bar{g}_i(t)\ , \quad t_0<t<t_1 \qquad (4.a)$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} A_{ij,k}\ \ \bar{T}_j(t) - (-1)^k\ \beta_k \frac{d\ \bar{T}_i(t)}{dt} = \bar{f}_{i,k}\ ,$$

$$\text{at } t=t_k\ ,\ k=0,1 \text{ and } i=1,2,\ldots \qquad (4.b,c)$$

where,

$$\bar{g}_i(t) = \int_{x_0}^{x_1} \frac{\Psi(\mu_i,x)}{N_i^{1/2}}\ P(x,t)\ dx \qquad (4.d)$$

$$\bar{f}_{i,k} = \int_{x_0}^{x_1} w(x)\ \frac{\Psi(\mu_i,x)}{N_i^{1/2}}\ f_k(x)\ dx \qquad (4.e)$$

$$A_{ij,k} = \frac{1}{N_i^{1/2}\ N_j^{1/2}} \int_{x_0}^{x_1} w(x)\ \alpha_k(x)\ \Psi(\mu_i,x)\ \Psi(\mu_j,x)\ dx \qquad (4.f)$$

System (4) above defines a denumerable system of linear ordinary differential equations coupled at the boundaries only. It is clear that for α_k x-independent, the system is decoupled, with $A_{ij,k} \equiv \alpha_k$, and the solution reduces to that considered in references [1,2]. In the present situation, however, since the coupling is not in the differential equation itself, the solution for each transformed potential, $\bar{T}_i(t)$, is constructed as follows:

$$\bar{T}_i(t) = C_i u(\mu_i,t) + D_i\ v(\mu_i,t) + W_i(t) \qquad (5.a)$$

where $u(\mu_i,t)$ and $v(\mu_i,t)$ are two linearly independent solutions of the homogeneous part of equation (4.a) and the particular solution $W_i(t)$ is given by:

$$W_i(t) = \int_{t_0}^{t} \frac{g_i(t')}{a(t')\ b(t')}\ \cdot$$

$$\cdot \frac{u(\mu_i,t)\ \ v(\mu_i,t') - v(\mu_i,t)\ \ u(\mu_i,t')}{u(\mu_i,t')\ \dot{v}(\mu_i,t') - \dot{u}(\mu_i,t')\ v(\mu_i,t')}\ dt' \qquad (5.b)$$

where (.) denotes differentiation with respect to t.

Then, the coefficients C_i's and D_i's should be so determined as to satisfy the coupling at the boundary conditions (4.b,c). Therefore, the substitution of equation (5.a) into the boundary conditions yields:

$$\sum_{j=1}^{\infty} \{[A_{ij,k}\ \ u(\mu_j,t_k) - \delta_{i,j}(-1)^k\ \beta_k\ \dot{u}(\mu_j,t_k)]\ C_j +$$

$$+ [A_{ij,k}\ v(\mu_j,t_k) - \delta_{ij}(-1)^k\ \beta_k\ \dot{v}(\mu_j,t_k)]\ D_j = \bar{f}^*_{i,k}\ ,$$

$$i=1,2\ ,\ldots\ ,\ k=0,1 \qquad (6.a)$$

where,

$$\bar{f}^*_{i,k} = \bar{f}_{i,k} - \sum_{j=1}^{\infty} [A_{ij,k} W_j(t_k) - \delta_{ij}(-1)^k \beta_k \dot{W}_j(t_k)] \qquad (6.b)$$

and,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0\ , & \text{for } i\neq j \\ 1\ , & \text{for } i=j \end{cases} \qquad (6.c)$$

The infinite system (6) of linear algebraic equations in the infinite set of unknowns C_i's and D_i's is then solved, allthough approximately, by considering a sufficiently large finite system instead, for the determination of the first N coefficients. Such systems have been closely reviewed in [7], and the conditions under which the above replacement is valid were clearly established. For our purposes here, and also due to space limitations, we assume these conditions are met a priori, inasmuch as convergence can be investigated by increasing the order N in successive evaluations of the coefficients.

The complete solution of the problem is then constructed as:

$$T(x,t) = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N_i^{1/2}}\ \Psi(\mu_i,x)\ [C_i\ u(\mu_i,t) + D_i\ \ v(\mu_i,t)\ +$$

$$+\ W_i(t)] \qquad (7)$$

where elementary solutions $u(\mu_i,t)$ and $v(\mu_i,t)$ for several cases of practical interest are readily obtainable from reference [2].

In the realm of applications, a more straighforward, explicit solution might be of interest. One possible approximate solution can be readily constructed, provided the diagonal elements of the coefficients matrix are sufficiently dominant over non-diagonal elements, by neglecting, therefore, the terms for $i\neq j$ in equation (6.a). Such lowest order solution, still given in the form of equation (5.a), has its coefficients determined from the much simpler 2x2 system. In addition, a still explicit and quite straightforward iterated lowest order solution can be obtained through one analytical iteration over the complete system, taking the lowest order solution coefficients as an approximation for non-diagonal elements. These approximate solutions are more closely studied in the application that follows.

APPLICATION

We consider an application related to a longitudinal rectangular fin with variable heat transfer coefficient along its length, formulated, in dimensionless form, as:

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = 0\ \ , \text{ in } 0<x<1\ ,\ 0<t<r \qquad (8.a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0,\ t=0\ ;\ \frac{\partial T}{\partial t} + Bi(x)\ T = 0\ ,\ t=r \qquad (b.b,c)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0\ ,\ x=0\ \ ;\ \ T=1\ ,\ \ x=1 \qquad (b.d,e)$$

where,

$$Bi(x) = Bi^*\ x^{-1/2} \qquad (8.f)$$

The boundary conditions in the x-coordinate can be made homogeneous by letting θ=1-T, and the appropriate eigenvalue problem is taken as:

$$\frac{d^2\ \Psi(\mu,x)}{dx^2} + \mu^2\Psi(\mu,x) = 0\ ,\ 0<x<1 \qquad (9.a)$$

$$\frac{d\Psi(\mu,x)}{dx} = 0\ ,\ x=0\ ;\ \Psi(\mu,x) = 0\ ,\ x=1 \qquad (9.b,c)$$

and the integral transform pair is given by:

$$\bar{\theta}_i(t) = \int_0^1 \frac{\Psi(\mu_i,x)}{N_i^{1/2}}\,\theta(x,t)\,dx \qquad (10.a)$$

$$\theta(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{1/2}}\,\Psi(\mu_i,x)\,\bar{\theta}_i(t) \qquad (10.b)$$

The solution of the auxiliary problem (9) is indeed a quite straightforward matter. Also, from direct inspection of system (4), the resulting transformed system for this case is given by:

$$\frac{d^2\,\bar{\theta}_i(t)}{dt^2} - \mu_i^2\,\bar{\theta}_i(t) = 0 \;,\; \text{in } 0<t<r \qquad (11.a)$$

$$\frac{d\bar{\theta}_i(t)}{dt} = 0 \;,\; \text{at } t=0 \qquad (11.b)$$

$$\frac{d\bar{\theta}_i(t)}{dt} + \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}\,\bar{\theta}_j(t) = \bar{f}_i \;,\; \text{at } t=r \qquad (11.c)$$

where,

$$A_{ij} = \frac{1}{N_i^{1/2}\,N_j^{1/2}}\int_0^1 Bi(x)\,\Psi(\mu_i,x)\,\Psi(\mu_j,x)\,dx$$

$$\bar{f}_i = \frac{1}{N_i^{1/2}}\int_0^1 Bi(x)\,\Psi(\mu_i,x)\,dx \qquad (11.e)$$

which is readily solved to yield:

$$\bar{\theta}_i(t) = C_i\,\cosh(\mu_i\,t) \qquad (12.a)$$

where the coefficients C_i's are obtained from the solution of the sufficiently large system:

$$\sum_{j=1}^{N}\left[\delta_{ij}\,\mu_j\,\sinh(\mu_j\,r) + A_{ij}\,\cosh(\mu_j\,r)\right]C_j = \bar{f}_i \;,\quad i=1,2,\ldots\,N \qquad (12.b)$$

The complete solution is then approximately given by:

$$T(x,t) = 1 - \sqrt{2}\sum_{i=1}^{N} C_j\,\cos(\mu_i\,x)\,\cosh(\mu_i\,t) \qquad (13.a)$$

with quantities of practical interest such as cross sectional average temperature and dimensionless heat flux at the base being given by:

$$T_{av}(x) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{r}\sum_{i=1}^{N} C_i\,\frac{\cos\,(\mu_i\,x)}{\mu_i}\,\sinh(\mu_i\,r) \qquad (13.b)$$

$$\left.\frac{dT_{av}(x)}{dx}\right|_{x=1} = \frac{\sqrt{2}}{r}\sum_{i=1}^{N} C_i\,\sin\mu_i\,\sinh(\mu_i\,r) \qquad (13.c)$$

Also, the lowest order solution is obtained after letting j=i in equation (11.c), or:

$$\frac{d\bar{\theta}_{i,\ell}(t)}{dt} + A_{ij}\bar{\theta}_{j,\ell}(t) = \bar{f}_i \;,\; \text{at } t=r \qquad (14.a)$$

Wich allows an explicit evaluation of the unknown coefficients $C_{i,\ell}$ as:

$$C_{i,\ell} = \frac{1}{\mu_i\,\sinh(\mu_i r) + A_{ii}\,\cosh(\mu_i r)} \qquad (14.b)$$

and

$$T_\ell(x,t) = 1 - \sqrt{2}\sum_{i=1}^{\infty} C_{i,\ell}\,\cos(\mu_i x)\,\cosh(\mu_i\,t) \qquad (14.c)$$

On the other hand, for the iterated lowest order solution, equation (11.c) is approximated by:

$$\frac{d\bar{\theta}_{i,h}}{dt} + A_{ii}\,\bar{\theta}_{i,h}(t) = \bar{f}_i + \bar{F}_i \;,\; \text{at } t=r \qquad (15.a)$$

where,

$$\bar{F}_i = -\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{\infty} A_{ij}\bar{\theta}_{j,\ell}(t) \;,\quad \text{at } t=r \qquad (15.b)$$

or,

$$\bar{\theta}_{i,h}(t) = \bar{\theta}_{i,\ell}(t) + \bar{\theta}_{i,corr}(t) \qquad (15.c)$$

where the correction term is given by:

$$\bar{\theta}_{i,corr} = \frac{\bar{F}_i}{\mu_i\,\sinh(\mu_i r) + A_{ii}\,\cosh(\mu_i r)}\,.\,\cosh(\mu_i\,t)$$

For comparison purposes, we also consider two alternative approximate solutions to the problem proposed, namely, a fin-type solution obtained from the one-dimensional generalized fin equation, and a two-dimensional solution with an average, uniform Biot number at the boundary t=r. The fin-type solution is obtained as:

$$T_{fin}(t) = x^{1/2}\,\frac{I_{-2/3}\left(\frac{4}{3}\sqrt{\frac{Bi^*}{r}}\,x^{3/4}\right)}{I_{-2/3}\left(\frac{4}{3}\sqrt{\frac{Bi^*}{r}}\right)} \qquad (16.a)$$

$$\left.\frac{dT_{fin}(x)}{dx}\right|_{x=1} = \sqrt{\frac{Bi^*}{r}}\,x^{1/4}\,\frac{I_{1/3}\left(\frac{4}{3}\sqrt{\frac{Bi^*}{r}}\,x^{3/4}\right)}{I_{-2/3}\left(\frac{4}{3}\sqrt{\frac{Bi^*}{r}}\right)} \qquad (16.b)$$

where I_ν is the modified Bessel function of order ν of the first kind.

The average Biot number, for the functional form here considered, equals $2Bi^*$, and the solution for such a simplified version of the problem is givem by:

$$T^*(x,t) = 1 - \sqrt{2}\sum_{i=1}^{\infty}\cos(\mu_i x)\,\bar{f}_i^{\,*}\,.\,\frac{\left(e^{-\mu_i(r-t)} + e^{-\mu_i(r+t)}\right)}{\mu_i(1 - e^{-2\mu_i r}) + 2Bi^*\,(1+e^{-2\mu_i r})} \qquad (17.a)$$

and

$$\bar{f}_i^{\,*} = 2\sqrt{2}\,Bi^*\,\frac{\sin\mu_i}{\mu_i} \qquad (17.b)$$

RESULTS AND DISCUSSION

Results were obtained for the fin-type problem under consideration, for typical values of the limiting Biot number, Bi^*, and the aspect ratio, r, in this class of problems. The complete solution, with N=40, is used as benchmark to investigate the relative accuracy of the various approximate solutions. In table I, results for the dimensionless heat flux at the fin base (x=1.0) are shown, for the values of $Bi^*=0.01$, 0.02, 0.05 and r=0.1, 0.2,0.4. From inspection of the relative errors it can be observed, as expected,that the fin-type solution becomes less accurate for both increasing limiting Biot number ans aspect ratio, and in the range covered, typical of fin-type problems, is more accurate than the lowest order solution, which becomes worse for increasing Bi^* but apparently improves considerably for increasing aspect ratio. On the other hand, the iterated lowest order solution is in general quite accurate, correcting well for the influence of non-diagonal elements. Even for $Bi^*=0.05$ and r=0.1, whem the lowest order solution was in error for about 11%, the analytical iteration corrected the result to only 0.6% relative error. The average Biot solution was, indeed, the most unsatisfactory approximation, despite the fact that it is a two-dimensional solution. However, it can be noticed that the lowest order solution is actually equivalent to a certain weighted average Biot number solution, characterized by the expression of the coefficients A_{ii}'s.

In table II, results are shown for the dimensionless average temperature profiles, along the x-axis, with $Bi^*=0.5$ and r=0.2. Besides the trends previously discussed, it can be noticed that all the approximate solutions are increasingly accurate for larger x, away from the fin tip where temperature profiles are less uniform along the t-variable and the behavior of the x-dependent Biot number is steeper.

Finally, it is worth mentioning that the present analysis, besides being applicable to fin problems such as the one here considered, might prove to be useful inaclass of conjugated heat transfer problems [8,9].

Table I. Dimensionless Heat Flux at the Fin Base (x=1.0):- Comparison of Various Solutions for Different Values of Bi^* and r

Bi^*	r	FIN-TYPE SOLUTION	AVERAGE BIOT SOLUTION	LOWEST ORDER SOLUTION	ITERATED LOWEST ORDER SOLUTION	COMPLETE SOLUTION
0.01	0.1	0.1820	0.1865	0.1795	0.1812	0.1813
0.01	0.2	0.0953	0.0962	0.0943	0.0948	0.0948
0.02	0.1	0.3349	0.3516	0.3264	0.3326	0.331
0.02	0.2	0.1820	0.1862	0.1790	0.1807	0.1808
0.05	0.1	0.6814	0.7546	0.6428	0.6722	0.6763
0.05	0.2	0.4027	0.4257	0.3884	0.3970	0.3981
0.05	0.4	0.2227	0.2273	0.2158	0.2179	0.2182

Table II. Dimensionless Average Temperature, $T_{av}(x)$:- Comparison of Various Solutions for $Bi^*=0.05$ and r=0.2

x	FIN-TYPE SOLUTION	AVERAGE BIOT SOLUTION	LOWEST ORDER SOLUTION	ITERATED LOWEST ORDER SOLUTION	COMPLETE SOLUTION
0.0	0.7421	0.7944	0.7377	0.7459	0.7450
0.1	0.7500	0.7964	0.7472	0.7534	0.7526
0.2	0.7644	0.8023	0.7638	0.7675	0.7667
0.3	0.7831	0.8122	0.7843	0.7858	0.7852
0.4	0.8054	0.8262	0.8079	0.8078	0.8072
0.5	0.8309	0.8442	0.8342	0.8329	0.8324
0.6	0.8594	0.8665	0.8628	0.8610	0.8606
0.7	0.8906	0.8931	0.8937	0.8918	0.8915
0.8	0.9245	0.9240	0.9268	0.9253	0.9251
0.9	0.9610	0.9596	0.9622	0.9614	0.9613
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

REFERENCES

[1] Mikhailov, M.D. and M.N.Özisik, "An Alternative General Solution of the Steady-State Heat Diffusion Equation", Int.J.Heat & Mass Transfer, V.23, pp. 609-612, 1980.

[2] Mikhailov, M.D. and M.N.Özisik, Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion, John Wiley, New York, 1984.

[3] Özisik, M.N. and R.L.Murray, "On the Solution of Linear Diffusion Problems with Variable Boundary Condition Parameters", ASME Paper No.74-HT-1,1974.

[4] Cotta, R.M. and M.N.Özisik, "Laminar Forced Convection inside Ducts with Periodic Variation of Inlet Temperature", Int.J.Heat & Mass Transfer, in press.

[5] Cotta, R.M., "Diffusion in Media with Prescribed MovingBoundaries:- Application to Metals Oxidation at High Temperature", II Latin American Congress of Heat & Mass Transfer, São Paulo, May 1986.

[6] Cotta, R.M. and M.N.Özisik, "Diffusion Problems with General Time-Dependent Coefficients", to appear.

[7] Kantorovich,L.V. and V.I. Krylov, "Approximate Methods of Higher Analysis", Interscience Publishers, the Netherlands, 1958.

[8] Luikov,A.V., V.A. Aleksashenko, and A.A. Alekasahenko, "Analytical Methods of Solution of Conjugated Problems in Convective Heat Transfer", Int.J.Heat Mass Transfer, V. 14, pp. 1047-1057, 1971.

[9] Carajilescov, P. "Heat Flux Dependence Upon Geometric Deviations of a Nuclear Fuel Rod", V Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, paper No. A-23, pp. 360-370, Campinas, SP, December 1979.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM TRÊS DIMENSÕES

ABCM
ABMC ABEnS
PUC/RJ

LUÍS ANTONIO DE SOUZA BAPTISTA
ADELMO CRESPO MACHADO
SGPD / CSN

RESUMO

Apresenta-se o desenvolvimento de um modelo para transferência de calor em três dimensões em regime transiente. Utiliza-se o método de diferenças finitas para resolver as equações diferenciais envolvidas. Para reduzir o tempo computacional, utilizou-se uma variação da técnica implícita em direções alternadas conhecida como algoritma de Brian. O sistema pode utilizar condições de contorno diversas assim como considerar mudanças de fase que venham a ocorrer no material. Comparam-se os resultados da simulação do resfriamento de pilhas de placa da Companhia Siderúrgica Nacional.

1. INTRODUÇÃO

O trabalho aqui descrito é parte de uma linha extensa de pesquisa desenvolvida na Companhia Siderúrgica Nacional (CSN) na modelação dos fenômenos de transferência de calor que ocorrem nos processos siderúrgicos. O programa vem envolvendo estudos de perdas térmicas em panelas de transferência de aço líquido [1] e solidificação do aço no lingotamento contínuo [2]. O último serviu de base para o projeto de reforma da máquina de lingotamento contínuo de placas nº 1 da CSN cujo projeto foi inteiramente realizado com tecnologia nacional [3].

Em todos os sistemas até então estudados, uma simplificação no número de dimensões pôde ser realizada, permitindo uma abordagem bi-dimensional do problema. Porém em diversas outras situações, tal procedimento não pode ser adotado. No presente trabalho, as informações obtidas nos estudos anteriores foram incorporadas no desenvolvimento de um modelo de transferência de calor tri-dimensional por diferenças finitas. O modelo apresenta flexibilidade suficiente para utilizar condições de contorno diversas e outras considerações tais como mudanças de fase que venham a ocorrer no material.

O método será empregado na simulação da solidificação de lingotes de aço e, numa aplicação prévia, do resfriamento de pilhas de placa oriundas do lingotamento contínuo e armazenadas no pátio com o objetivo de enfornamento a quente para a laminação.

2. MODELO MATEMÁTICO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

O modelo é baseado na condução de calor em regime transitório no interior do material sendo simulado. Matematicamente, o fluxo de calor em três dimensões é descrito por:

$$\rho \cdot Cp \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K.\frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial y} (K.\frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K. \frac{\partial T}{\partial z}) \quad (1)$$

onde ρ é a densidade, Cp o calor específico e K a condutividade térmica.

De forma a solucionar esta equação diferencial parcial, condições iniciais e de contorno necessitam ser consideradas:

a) Devido a simetria encontrada em relação aos dois planos centrais na vertical nos sistemas a serem estudados, o cálculo pode se confinar a quarta parte do volume. Portanto foi considerada uma condição de contorno de fluxo nulo através dos dois planos de simetria. A Fig. 1 apresenta um esquema do volume de estudo.

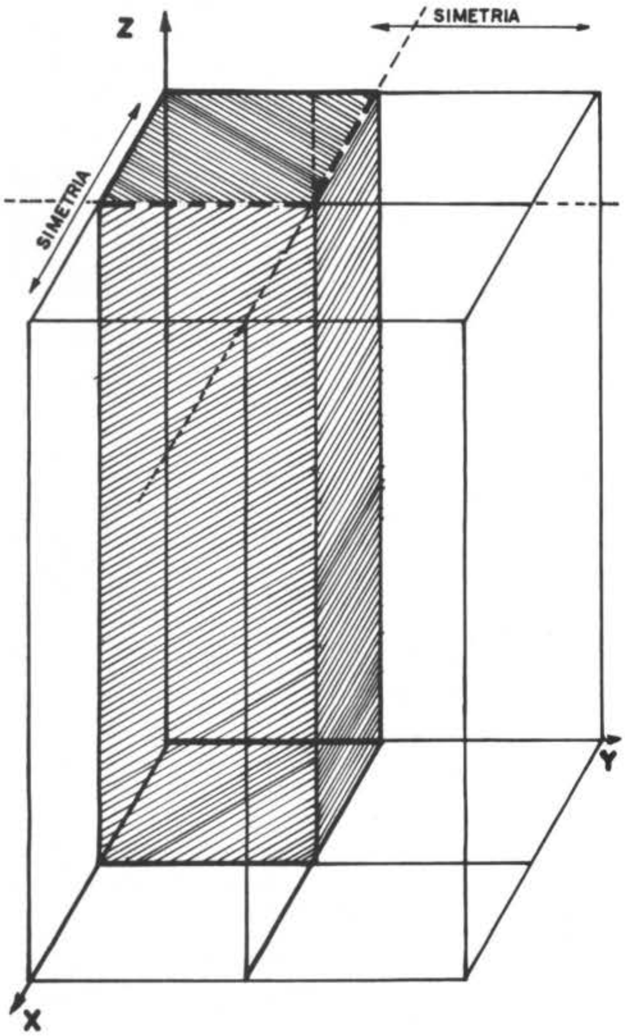


Figura 1 . Esquema do Volume de Estudo Considerado

b) Na região líquida, o fluxo de calor é descrito por uma condutividade térmica efetiva, Kef, a qual inclui o efeito de convecção no líquido.

c) A liberação do calor latente de fusão foi simulada pelo método da modificação do calor específico (Cp). Na região de mudança de fase, o valor do Cp é aumentado artificialmente para levar em consideração o calor latente de solidificação. No passado, diversas abordagens foram empregadas para este procedimento, por exemplo: o calor latente foi liberado; 1) totalmente numa faixa de 1 C; 2) uniformemente distribuido entre a temperatura liquidus e solidus; 3) usando uma função triangular e 4) em função da fração solidificada considerando a teoria de solidificação. Tem sido demonstrado [4], porém, que a abordagem utilizada possui pouca influência no resultado e é totalmente desprezível quando comparada com as outras incertezas do processo. Assim, no presente trabalho, utilizou-se um aumento uniforme do valor de Cp ao longo da faixa de temperatura de solidificação.

d) As condições de contorno na superfície são descritas como um coeficiente de transferência de calor convectivo e uma temperatura ambiente:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = h.(Ts - Ta) \tag{2}$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor e Ts e Ta as temperaturas na superfície e ambiente, respectivamente.

Devido a complexidade das condições de contorno e a necessidade de se variar as propriedades termofísicas dos materiais com a temperatura, um método numérico foi escolhido para resolver a equação diferencial parcial. A necessidade de se simular os processos por períodos de tempo elevado e com o grau de detalhamento adequado significa a repetida execução de longos programas de computador. Portanto, um custo tolerável de computação foi um fator preponderante na escolha do método numérico. Um esquema implícito alternado de diferenças finitas mostrou-se adequado a este propósito.

3. FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE DIFERENÇAS FINITAS

Ao utilizar a técnica das diferenças finitas para resolver uma equação diferencial assume-se que a região de interesse é dividida numa série de pequenos elementos discretos. A derivadas parciais da equação original são então aproximadas pelas requeridas expressões de diferenças finitas. Como a condutividade térmica é uma função da temperatura, a Eq. (1) é não linear. Porém esta equação necessita ser aproximada por uma equação algébrica que seja linear. A seguinte aproximação sugerida por Myers [4] foi utilizada no modelo:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K.\frac{\partial T}{\partial x}\right) =$$

$$= K1.\frac{T(i+1,j)-T(i,j)}{\Delta x} - K2.\frac{T(i,j)-T(i-1,j)}{\Delta x} \quad ...(3)$$

onde as condutividades térmicas K1 e K2 são calculadas achando-se o valor médio de K nos nodos adjacentes.

A aproximação da Eq. (3) é utilizável apenas num método explícito de diferenças finitas no qual a temperatura futura em um determinado nodo é simplesmente calculada em função das temperaturas atuais dos nodos adjacentes, conhecidas. Embora o método seja simples e muito conveniente para uso em computador, ele possui séria desvantagem. De forma a assegurar a estabilidade do método numérico, existem restrições ao intervalo de tempo utilizado [5]. Estas restrições óbviamente onerariam demasiadamente o custo computacional.

É possível eliminar estas restrições utilizando-se um método implícito de diferenças finitas. Essencialmente, a temperatura futura em um determinado nodo é expressa em função das temperaturas futuras nos nodos adjacentes. Entretanto este procedimento leva a dois novos problemas:

a) Os valores das propriedades termofísicas são agora uma função de valores futuros, desconhecidos, de temperatura e,

b) Na equação existe agora sete valores de temperatura desconhecidos. A aplicação da equação a toda a malha leva a um sistema simultâneo de equações cuja solução pode ser dispendiosa em termos de custos computacionais.

A solução mais elegante para o primeiro problema seria adaptar uma técnica iterativa, isto é, aproximar K e Cp usando os valores de temperatura atuais, calcular a nova distribuição de temperaturas, achar novos valores de K e Cp e recalcular a distribuição de temperaturas. Isto porém iria indubitavelmente aumentar o número de interações. Como a dependência de K e Cp na temperatura não é muito forte e a diferença de temperatura entre dois intervalos de tempo sucessivos não é grande, somente o primeiro passo foi utilizado. Este procedimento limita o tamanho do intervalo de tempo já que a precisão dos valores das propriedades termofísicas é uma função do t utilizado. Porém, a restrição imposta é menos severa que no caso de se utilizar um método explícito.

O segundo problema pode ser vencido utilizando-se um esquema implícito alternado de diferenças finitas. No presente trabalho foi utilizado o método sugerido por Brian [5]. Este método envolve a subdivisão do intervalo de tempo em dois. No primeiro meio-intervalo de tempo, as equações são feitas implícitas somente na direção X gerando um resultado intermediário T* e somente na direção Y gerando um segundo resultado intermediário T**. No segundo meio-intervalo de tempo as equações são feitas implícitas na direção Z usando para X e Y os valores intermediários. Assim sendo, as equações ficam reduzidas a três valores de temperatura desconhecidos em cada vez e o sistema de equações torna-se tri-diagonal o qual pode ser resolvido facilmente por um método de eliminação Gaussiana.

De forma a introduzir as condições de contorno, o termo apropriado da equação descrevendo o fluxo de calor por condução deverá ser substituido por um termo descrevendo a troca de calor com o ambiente. Para um nodo na superfície, a simples aplicação da condição de contorno na equação de diferenças finitas levaria a (considerando apenas a direção X):

$$\rho . Cp . \frac{T'(1,j) - T(1,j)}{\Delta t} =$$

$$= K1 . \frac{T(2,j) - T(1,j)}{\Delta x^2} + h. \frac{(Ta - T(1,j)}{\Delta x} \quad ...(4)$$

porém esta substituição direta não é totalmente satisfatória já que as aproximações para as derivadas não casam, sendo o erro para um nodo na superfície uma função de x (ou y ou z) e para um nodo no interior uma função de x2 (y2 ou z2). Esta diferença nos erros pode ser corrigida imaginando-se a existência de um nodo fictício a uma distância x (ou y ou z) da superfície [6]. Considera-se então o calor trocado entre o sistema e o ambiente como sendo equivalente ao calor trocado por condução entre o nodo do interior imediatamente adjacente à superfície e o nodo imaginário. Isto leva as seguintes equações (apenas considerando-se a direção X):

$$\rho . Cp . \frac{T'(1,j) - T(1,j)}{\Delta t} =$$

$$= K1 . \frac{T(2,j) - T(1,j)}{\frac{\Delta x}{2}} + K2 . \frac{T(1,j) - Tj}{\frac{\Delta x}{2}} \quad (5)$$

onde Tj (temperatura no nodo fictício) pode ser calculada da expressão da condição de contorno:

$$K . \frac{T(2,j) - Tj}{2 . \Delta x} = (T(1,j) - Ta) \quad ......(6)$$

3. DEFINIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE TROCA DE CALOR NA SUPERFÍCIE

O uso de valores confiáveis para as condições de contorno e as propriedades termofísicas representa, de longe, o problema mais difícil no modelamento dos sistemas desejados. Dados para as propriedades termofísicas a altas temperaturas de aços comerciais são difíceis de se obter e variáveis tais como a contutividade térmica efetiva do metal no núcleo líquido e a liberação do calor latente durante a solidificação apresentam grande dificuldade na determinação experimental.

Na situação aqui estudada, referente ao resfriamento de pilhas de placas do lingotamento contínuo no pátio da laminação da CSN, considerou-se que a retirada de calor na superfície das pilhas ocorresse por radiação e convecção natural e não houvesse resistência de contato entre as placas formadoras das pilhas. Assim sendo, para manter uma condição de contorno por convecção, definiu-se um coeficiente de transferência de calor por radiação, hr, a partir da equação de Stefan-Boltzmann:

$$hr = \frac{\sigma . \varepsilon . (Ts^4 - Ta^4)}{(Ts - Ta)} \quad .... \quad (7)$$

onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann e ε a emissividade e um coeficiente de transferência de calor de convecção, hc, obtido de dados experimentais sobre superfícies planas verticais e horizontais:

$$hc = Co . (Ts - Ta)^{0,25} \quad .... \quad (8)$$

onde Co é uma constante dependente da posição da face considerada.

O coeficiente total de transferência de calor, ht, é então obtido por:

$$ht = hr + hc \quad .... \quad (9)$$

4. SIMULAÇÃO DO RESFRIAMENTO DA PILHA DE PLACAS

A fase do processo de resfriamento de placas em pilhas simulada pelo modelo foi precedida da simulação da perda de calor no manuseio de placas individuais utilizando o modelo be-dimensional já citado [2]. Desta forma, o lingotamento das placas foi simulado, desde o metal líquido, de forma a se obter a temperatura existente nas placas antes do empilhamento. No caso de placas individuais, a transferência de calor pode ser considerada bi-dimensional e o perfil obtido para uma seção foi considerado válido para todo o seu comprimento.

Considerou-se que, na pilha, todas as placas possuem inicialmente o mesmo perfil de temperatura.

Deste modo, conforme mostra a Fig. 2, as placas foram empilhadas com calor contido de 447 MJ/t (ponto 3) o que corresponde a uma temperatura média de 736ºC. Foram consideradas placas de 250 mm de espessura, 1000 mm de largura e 10 m de comprimento num total de 12 placas por pilha.

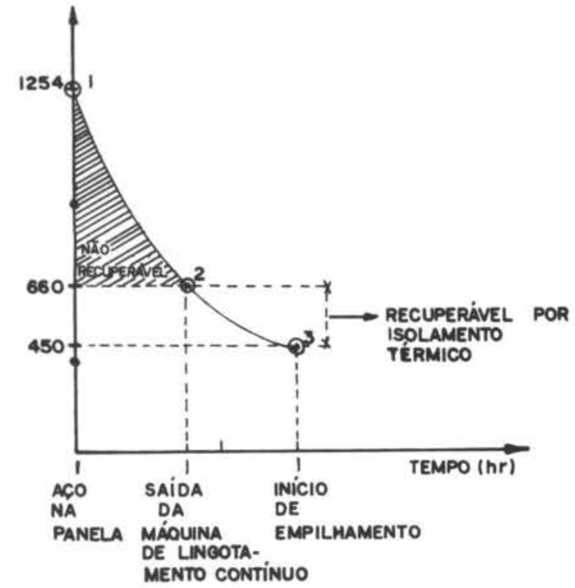


Figura 2 . Queda do Calor Contido na Placa Individual na primeira Fase do Processo

Para avaliar a resposta do modelo, foram utilizados dados de temperatura superficiais de placas medidas quando do desempilhamento para o processamento seguinte, ou seja o reaquecimento para laminação a quente. Nota-se pela Fig. 3 que as temperaturas obtidas para um mesmo tempo de residência possuem uma variação sensível. Estas variações são decorrentes das várias dimensões existentes nas pilhas e, principalmente, da variação das condições em que uma determinada placa é submetida no pátio (tempo exato de empilhamento, trânsito até a mesa de entrada do forno de reaquecimento ou de as temperaturas são medidas, etc.). Portanto foi considerado como referência as temperaturas medianas para cada tempo. A Fig. 4 mostra a curva mediana das temperaturas experimentais observadas comparadas com as previstas pelo modelo nas seguintes condições:

a) centro da face superior da pilha,

b) centro da face superior da sexta placa da pilha (interior e,

c) temperatura média equivalente das placas.

A curva c) se refere à temperatura uniforme que as placas teriam para conterem a mesma energia térmica prevista pelo modelo e cuja variação com o tempo é mostrada na Fig. 5.

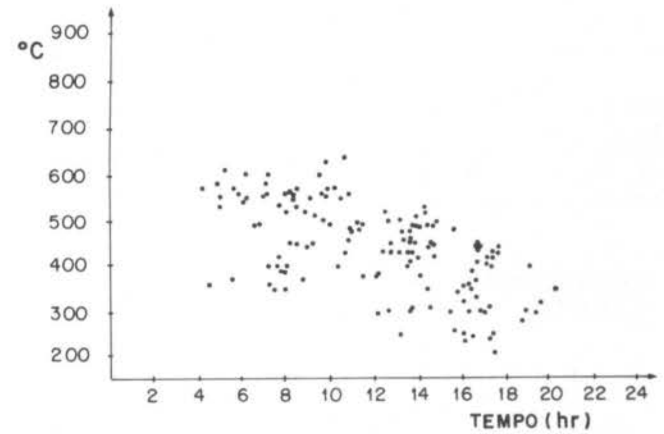


Figura 3. Dados experimentais de temperatura das placas a diversos tempos de trânsito

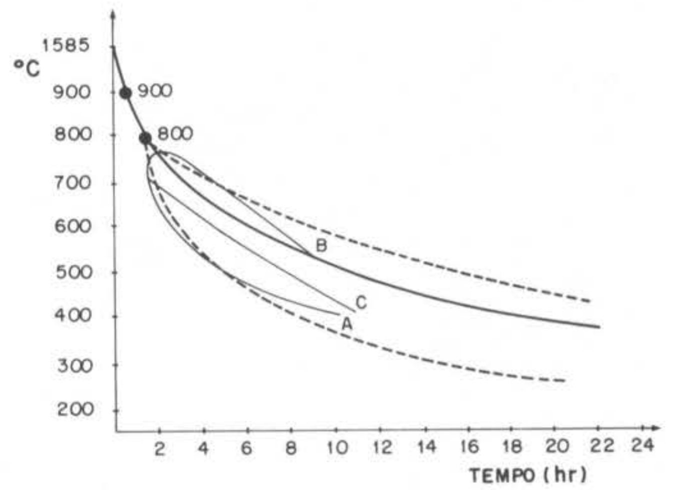


Figura 4. Posicionamento das curvas de temperatura previstas pelo modelo comparadas com dados experimentais

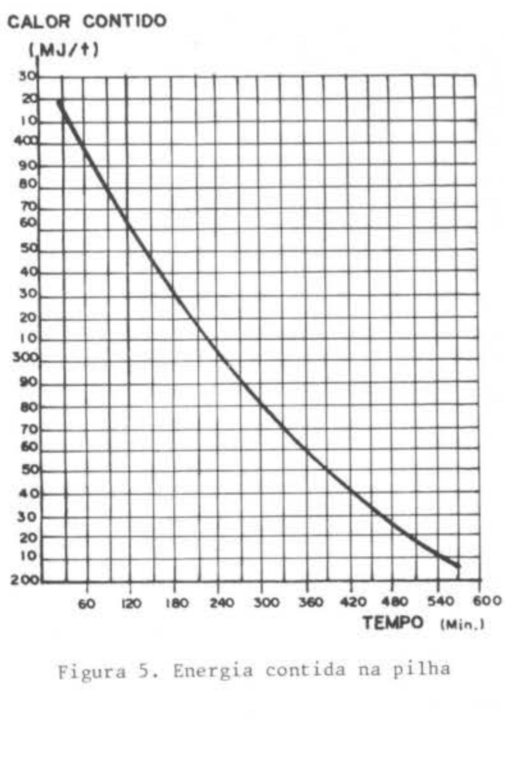


Figura 5. Energia contida na pilha

5. CONCLUSÕES

Um modelo matemático de diferenças finitas, baseado no fluxo de calor tri-dimensional, foi desenvolvido e empregado para prever o campo de temperaturas e, portanto, a perda de energia contida, de uma pilha de placas de aço provenientes do lingotamento contínuo e aguardando no pátio enfornamento para laminação a quente. Para validação do modelo as temperaturas superficiais das placas ao serem retiradas das pilhas foram confrontadas com as previsões do modelo apresentando boa concordância.

Considera-se que o modelo permite simular o resfriamento das pilhas e pode ser aplicado:

a) na obtenção de dados para otimização da prática do enfornamento a quente e,

b) no estudo das alternativas de proteção térmica para escolha da melhor relação investimento X economia de combustível no processo de reaquecimento de placas.

O modelo apresenta grande flexibilidade na representação de condições de contorno diversas e será empregado para simular diversos processos metalúrgicos nos quais uma situação basicamente tri-dimensional de fluxo de calor é característica, tais como na produção de lingotes de aço. Neste caso específico o modelo permite considerar as mudanças de fase que ocorrem durante o processo.

REFERÊNCIAS

[1] Pereira, C.L. et alli, Simulação Térmica do Ciclo Operacional de uma Panela de Aciaria. Partes I e II , Anais do XLI Congresso Anual da ABM, São Paulo, (1986).

[2] Baptista, L. A. S., Modelo Matemático de Transferência de Calor no Lingotamento Contínuo do Aço, Anais do Seminário Aciaria e Refratários, ABM, Salvador, 245-260, (1980).

[3] Baptista, L. A. S. e Macedo, H.S., Modelação e Projeto de Resfriamento Secundário no Lingotamento Contínuo dos Aços, Anais da Conferência Internacional de Tecnologia Siderúrgica em Países em Desenvolvimento, ABM, São Paulo, (1986).

[4] Lait, J. E. et alli, Mathematical Modelling of Heat Flow in the Continuous of Steel, Iroomaking and Steelmaking, 1, 90-97, (1974)

[5] Carnahan, B. et alli, Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1969).

[6] Ballantyne, A. S., Ph. D. Thesis - U.B.C. - (1978).

ABSTRACT

A three-dimensional finite-difference model has been developed to calcutate the temperature field in several metallurgical systems. An extension of the implicit alternating-direction method known as Brian's algorithm has been used in order to decrease computer time. The model has been used to predict the heat loss of a hot slab pile waiting for reheating at Companhia Siderúrgica Nacional's slab yard. The results have shown a good agreement with experimental data and will be used to optimeze the energy saving in the system.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ABCM

ABCM ABEnS

PUC/RJ

APLICAÇÃO DE CONTROLE ÓTIMO NA LIMITAÇÃO DE TENSÕES TÉRMICAS RESULTANTES DE UM TRANSIENTE DE TEMPERATURA

JOAQUIM DE SYLOS CINTRA FILHO
WILMA HEHL CINTRA

Departamento de Engenharia de Materiais - UFSCar

RESUMO

Neste trabalho é feita uma análise, por teoria de controle ótimo, do resfriamento transitório de uma placa de tal modo que sua temperatura decresça o mais possível num intervalo de tempo fixado (Índice de Desempenho), mas sem que as tensões térmicas resultantes ultrapassem um valor limite pré-fixado (Vínculos de Estado). Para que isto seja possível considera-se variável, também dentro de limites, a condição de troca de calor na interface placa/meio (Vínculos de Controle). A solução do problema de controle ótimo proposto, discretizado em espaço e tempo, é, então obtida, empregando o método do gradiente projetado que fornece o controle para resfriar eficientemente a placa.

INTRODUÇÃO

O aquecimento ou o resfriamento rápido de materiais provoca gradientes de temperatura que dão origem a tensões térmicas que podem até, se excessivas, comprometer a integridade física do material. Problemas desse tipo ocorrem em processos de grande importância, tais como, tratamentos térmicos de materiais, resfriamento de emergência de reatores nucleares, etc..

No caso de aplicação de um transiente térmico para o resfriamento de um corpo, a determinação da distribuição de tensões térmicas, provenientes do gradiente de temperaturas, pode ser feita, sem muitos problemas, quando as condições de resfriamento são pré-estabelecidas e são mantidas com valores constantes durante o decorrer de todo o transiente térmico. Assim, para cada condição de resfriamento estipulada tem-se um perfil de temperaturas diferente e, consequentemente, uma distribuição de tensões térmicas também diferente.

Já para o caso de condições de resfriamento variáveis durante o próprio processo transitório, mesmo a determinação do perfil de temperaturas já se torna bastante difícil. Simplificando-se o tipo de variação das condições de resfriamento pode-se, eventualmente, chegar a uma formulação passível de solução. Um exemplo disso é o caso da variação linear com o tempo da condição de resfriamento, que permite que seja obtida, por meio de uma formulação numérica apropriada [1], as distribuições em espaço e tempo, tanto da temperatura como das decorrentes tensões térmicas.

Em qualquer caso, entretanto, a distribuição de tensões térmicas, resultante do transiente de temperaturas, é uma consequência das condições de resfriamento impostas. Pode-se ter, então, um comportamento indesejado das tensões térmicas em função do tempo, ou seja, em certos instantes do processo transitório elas podem superar valores limites aceitáveis. Assim, o que se pretende, neste trabalho, é demonstrar a viabilidade de se impor, a priori, limites para a variação das tensões térmicas e determinar, então, qual deve ser a variação, no tempo e durante o próprio transiente, da condição de resfriamento para que esse objetivo seja atingido. Em suma, o que se deseja é controlar o transiente térmico para se obter uma distribuição de tensões térmicas apropriada.

Para simplificar as manipulações matemáticas e algébricas optou-se por estudar um problema empregando-se geometria plana. Assim, neste trabalho, é feita uma análise, por teoria de controle ótimo, do resfriamento transitório de uma placa plana, de tal modo que as temperaturas nessa placa decresçam o mais possível num intervalo de tempo fixado (Índice de Desempenho), mas sem que as tensões térmicas geradas ultrapassem, em qualquer instante do transiente, um valor limite pré-fixado (Vínculos de Estado). Para que isto seja possível considera-se variável durante o transiente, mas também dentro de limites pré-fixados, o coeficiente de troca de calor na interface placa/meio de resfriamento (Vínculos de Controle). A solução do problema de controle ótimo, assim formulado e discretizado em espaço e tempo, é então obtida com o emprego do método do gradiente projetado, que fornece o controle para resfriar eficientemente a placa sem o aparecimento de tensões térmicas excessivas.

FORMULAÇÃO

O problema em estudo consiste, portanto, em se analisar, sob o ponto de vista de controle ótimo, a troca de calor transiente entre uma placa plana e o meio fluído que a envolve, observando-se a distribuição de tensões térmicas resultante.

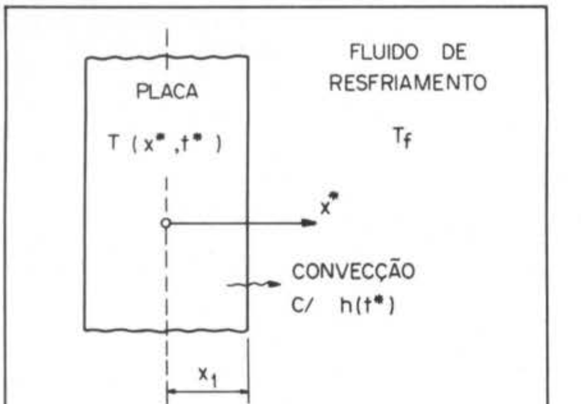


Figura 1. Notação para análise de transiente térmico em placa plana.

Usando T_r e t_r, respectivamente, como temperatura de referência e tempo de referência, e a notação da Figura 1, tem-se que a distribuição transiente de temperaturas na placa, na forma adimensional, é dada pela solução de (1), sujeita às condições (2), (3) e (4).

$$\frac{1}{Fo}\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \tag{1}$$

$$\theta\,(x,\,0) = 1 \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \qquad (3)$$

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=1} = - Bi\ (t)\ \theta|_{x=1} \qquad (4)$$

onde $\theta(x,t)$ = temperatura adimensional da placa
$= (T\ (x,t) - T_f)/(T_r - T_f)$
x = variável espacial adimensional = x^*/x_1
t = variável tempo adimensional = t^*/t_r
Fo = adimensional número de Fourier
Bi = adimensional número de Biot

Em função do gradiente de temperaturas observado na placa, tem-se, para a tensão térmica resultante [2], representada por σ, a expressão:

$$\sigma(x^*,t^*) = \frac{E\alpha}{1-\nu} T(x^*,t^*) + \frac{E\alpha}{1-\nu} \left(\frac{1}{x_1} \int_0^{x_1} T(x^*,t^*)\ dx^*\right) \qquad (5)$$

onde E = módulo de elasticidade
α = coeficiente de expansão térmica
ν = coeficiente de Poisson

Tornando (5) adimensional e rearranjando termos chega-se a um Fator de Tensão Térmica, F_{tt}, definido por:

$$F_{tt}(x,t) = \frac{\sigma(1-\nu)}{E\alpha(T_r - T_f)} = - \theta + \int_0^1 \theta\ dx \qquad (6)$$

Nestas condições, o problema de controle ótimo proposto consiste em obter, na placa, por meio do controle do coeficiente de troca de calor na interface placa/meio, que pode variar entre um limite inferior h_{min} e um limite superior h_{max}, durante um intervalo de tempo pré-determinado (= t_f), uma distribuição de tensões tal que, em qualquer instante desse intervalo:

$$F_{tt}\ (1,\ t) \leq C_{max} \qquad (7)$$

onde C_{max} = limite de tensão adimensional

A limitação de tensões representada por (7) (=VÍNCULO DE ESTADO) deve ser, então, satisfeita juntamente com a condição de mínimo do funcional (=ÍNDICE DE DESEMPENHO):

$$ID = \frac{1}{2}\ \theta^2(1,t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \theta^2(1,t)\ dt \qquad (8)$$

Isto deve ser obtido, por meio da variação de $Bi(t) = U(t)$, que deve satisfazer a desigualdade (=VÍNCULO DE CONTROLE):

$$U_1 \leq U(t) \leq U_2 \qquad \text{para } 0 \leq t \leq t_f \qquad (9)$$

Entretanto, uma solução analítica do problema formulado, ou seja, a determinação da função $U(t)$ que, utilizada na condição (4) conduza, juntamente com (2) e (3), a uma solução de (1), satisfazendo (7) e minimizando (8), é virtualmente impossível de ser conseguida. O que se pode fazer é buscar uma solução numérica, discretizando em espaço e tempo, o problema proposto.

A Figura 2 esquematiza a discretização em espaço utilizada para a determinação da distribuição ótima de tensões térmicas, considerando, na placa, condução de calor unidirecional.

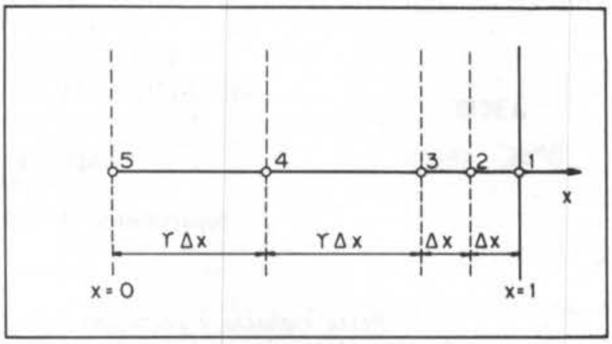


Figura 2. Discretização em espaço para análise numérica

Assumindo agora que o intervalo de tempo considerado para a análise do transiente térmico, t_f, seja subdividido em k_f intervalos de duração $\Delta\tau$, tem-se para a versão discretizada do problema formulado:

<u>EQUAÇÃO DE ESTADO</u>

$$\underline{\theta}(k+1) = A\underline{\theta}(k) + \underline{U}(k)\underline{b}^T\underline{\theta}(k) \qquad 1 \leq k \leq k_f \qquad (10)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} (1-Fo) & (2Fo) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-2Fo) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\frac{2Fo}{1+r}) & (\frac{r-2Fo}{r}) & (\frac{2Fo}{1+r})\frac{1}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Fo}{r^2} & (\frac{r^2-2Fo}{r^2}) & \frac{Fo}{r^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2Fo}{r^2} & (\frac{r^2-2Fo}{r^2}) \end{bmatrix} \qquad (11)$$

$$\underline{b}^T = (-2Fo,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0) \qquad (12)$$

$$\underline{U}^T(k) = (Bi(k),\ 0,\ 0,\ 0,\ 0) \qquad (13)$$

e o vetor $\underline{\theta}(k)$ contém as temperaturas adimensionais nos pontos 1 a 5, de tal modo que:

$$\underline{\theta}^T(k) = (\theta(1,k),\ \theta(2,k),\ \theta(3,k),\ \theta(4,k),\ \theta(5,k)) \qquad (14)$$

<u>ÍNDICE DE DESEMPENHO</u>

$$ID = \frac{1}{2}\ \theta^2(1,k_f+1) + \frac{1}{2}\ \Delta\tau \sum_{k=1}^{k_f} \underline{\theta}^T(k) Q \theta(k) \qquad (15)$$

onde Q é matriz diagonal cujos elementos são $1/2$, 1, $(1+r)/2$, r e $r/2$.

<u>VÍNCULO DE ESTADO</u>

$$\underline{e}^T\underline{\theta}(k) \leq C_{max} \qquad (16)$$

onde $\underline{e}^T = (-1 + \frac{\Delta x}{2},\ \Delta x,\ (\frac{1+r}{2})\Delta x,\ r\Delta x,\ \frac{r\Delta x}{2})$

<u>VÍNCULO DE CONTROLE</u>

$$U_1 \leq U(k) \leq U_2 \qquad 1 \leq k \leq k_f \qquad (17)$$

A solução numérica do problema de controle ótimo formulado e discretizado em espaço e tempo é, então, obtida com o emprego do método do gradiente projetado [3]. Entretanto, como a equação de estado não é linear no controle, torna-se necessário, antes da aplicação do gradiente projetado, linearizá-la. Assim, considerando-se um processo iterativo com N e N+1 representando duas iterações consecutivas, tem-se para a Equação de Estado linearizada:

$$^{N+1}\underline{\theta}(k+1) = {}^{N}\underline{\theta}_H(k) + \sum_{j=1}^{k-1} \underline{d}^{k+1}(j)\,{}^{N+1}U(j) \qquad (18)$$

onde ${}^{N}\underline{\theta}_H(k)$ é um vetor que representa a parcela do vetor temperatura que não depende do controle, e ${}^{N}\underline{d}^{k+1}(j)$ é um vetor que representa a contribuição do controle no instante j e iteração N para a formação do vetor temperatura no instante k+1, iteração N+1.

Para o Índice de Desempenho correspondente tem-se:

$$ID = \frac{1}{2}\{{}^{N}\theta_H(1,k_f) + \sum_{j=1}^{k_f-1} {}^{N}d^{k_f+1}(1,j)\,{}^{N+1}U(j)\}^2 + \frac{1}{2}\Delta\tau \sum_{k=1}^{k_f-1} \{{}^{N}\theta_H(1,k) + \sum_{j=1}^{k-1} {}^{N}d^{k+1}(1,j)\,{}^{N+1}U(j)\}^2 \qquad (19)$$

Os vínculos de controle devem ser respeitados, isto é, qualquer que seja a iteração devem ser satisfeitas as desigualdades:

$$-\,{}^{N+1}U(k) + U_2 \geq 0 \qquad \text{para } k = 1, 2, 3, \ldots, k_f \qquad (20)$$

$${}^{N+1}U(k) + U_1 \geq 0 \qquad \text{para } k = 1, 2, 3, \ldots, k_f \qquad (21)$$

Usando, também, no Vínculo de Estado, a forma linearizada da Equação de Estado, chega-se à desigualdade:

$$C_{max} - \underline{e}^T\{{}^{N}\underline{\theta}(k) + \sum_{j=1}^{k-1} {}^{N}\underline{d}^{k+1}(j)\,{}^{N+1}U(j)\} \geq 0 \qquad (22)$$

para $k = 2, 3, \ldots, k_f$

O controle ótimo procurado, ou seja, as condições de resfriamento em função do tempo, que produzem um perfil de temperaturas, solução de (18), que minimiza (19) e satisfaz, simultaneamente, todas as $L = 3k_f-1$ desigualdades representadas por (20), (21) e (22) pode, agora, ser determinado.

RESULTADOS NUMÉRICOS E COMENTÁRIOS

Para uma aplicação numérica considera-se que:

a) a placa está inicialmente a uma temperatura uniforme e igual a T_r, portanto a condição inicial para a integração da Equação de Estado (18) é $\underline{\theta}(1) = \underline{\theta}_H(1) = 1$;
b) as condições de resfriamento durante o transiente térmico vão variar de tal modo que $U_1 = 0{,}1$ e $U_2 = 1$;
c) em função do material que constitue a placa e da temperatura do fluido de resfriamento, o Fator de Tensão Térmica não pode superar o valor $C_{max} = 0{,}5$;
d) o transiente deve ser analisado durante o intervalo de tempo $t_f = 0{,}2$.

As figuras 3 e 4 mostram o comportamento, em função do tempo, da temperatura na superfície da placa e do Fator de Tensão Térmica resultante, respectivamente, para os casos de resfriamento no limite mínimo, e de resfriamento no limite máximo.

A Figura 3 mostra que, se a condição de resfriamento foi mantida sempre no limite mínimo, a tensão térmica resultante na placa estará sempre bem abaixo do valor máximo admissível, mas, em compensação, a temperatura na placa cairá muito lentamente; neste caso, o Índice de Desempenho assumirá um valor alto (ID= $5{,}726 \cdot 10^{-2}$).

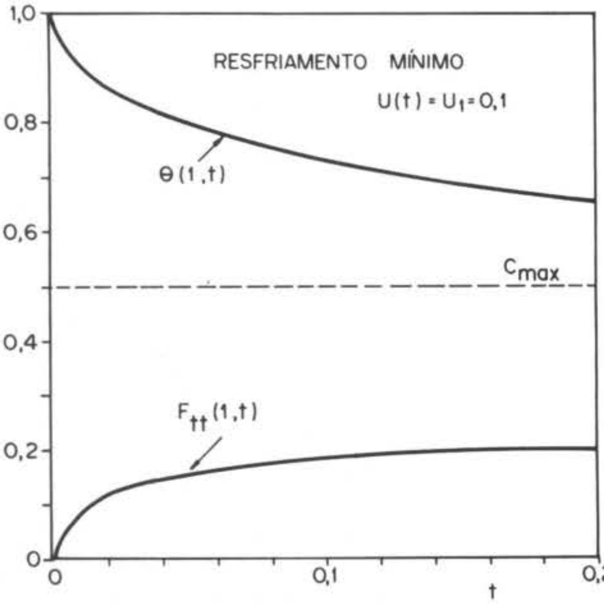


Figura 3. Temperatura e Fator de Tensão Térmica durante transiente com resfriamento mínimo.

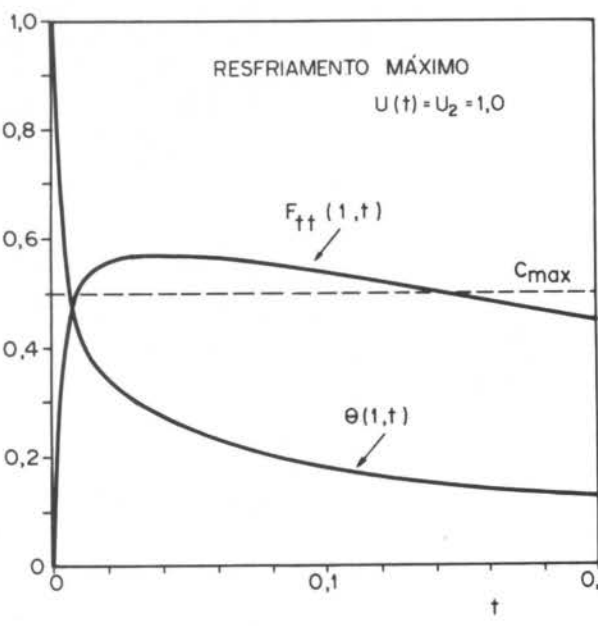


Figura 4. Temperatura e Fator de Tensão Térmica durante transiente com resfriamento máximo.

Se, por outro lado, o resfriamento for mantido, durante todo o transcorrer do transiente, no valor máximo possível, as temperaturas na placa cairão rapidamente, ou seja, o valor do Índice de Desempenho, tal como ele foi definido, será baixo (ID=$0{,}606 \times 10^{-2}$), mas is to, às custas de uma tensão térmica ultrapassando o valor limite admissível, como está evidenciado na Figura 4.

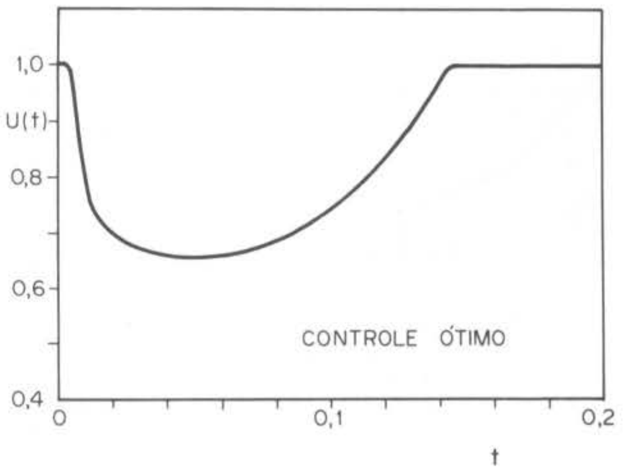


Figura 5. Condição de resfriamento ótima.

Evidentemente, existe uma solução intermediária, que minimiza ID sem que F_{tt} ultrapasse C_{max}; esta seria a solução ótima para o problema proposto. Na Figura 5 tem-se a variação, obtida pelo método do gradiente projetado, que deve ser seguida pelo controle, ou seja, pela condição de resfriamento, para que as temperaturas na placa decresçam o mais possível, no intervalo de tempo considerado ($ID_{ótimo} = 1,676 \times 10^{-2}$) sem, no entanto, gerar tensões térmicas excessivas, como mostra claramente a Figura 6.

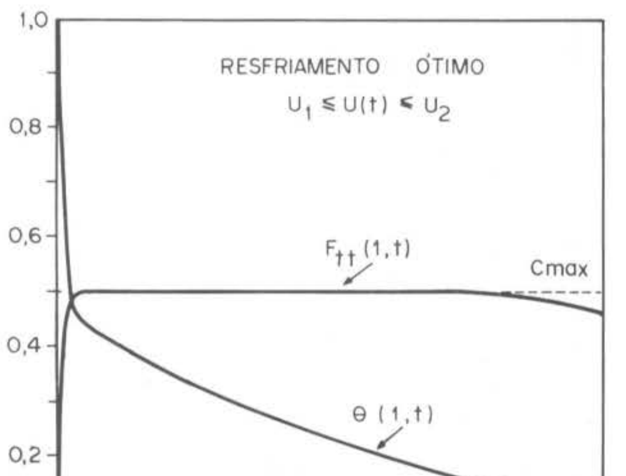


Figura 6. Temperatura e Fator de Tensão Térmica durante transiente com resfriamento ótimo.

CONCLUSÃO

O estudo apresentado mostrou, portanto, a viabilidade da otimização de um problema de transferência de calor em regime transitório, sujeito à restrições de caráter tecnológico, no caso, tensões térmicas não podendo ultrapassar valores máximos, compatíveis com o material empregado, usando como parâmetro de controle uma condição de contorno variável, no caso, a taxa de resfriamento.

REFERÊNCIAS

[1] Sánchez Sarmiento, G., "Fisuracion de tuberias por tensiones termicas producidas por aperturas de valvulas", Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, Vol. V, nº 3, pp. 43-64 (1983).

[2] Timoshenko, S.P. e Goodier, J.N., Teoria da Elasticidade, Ed. Guanabara Dois, RJ (1980).

[3] Kirk, D.E., Optimal Control Theory, Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, NJ (1970).

ABSTRACT

In this work, the transient cooling of a flat plate is studied by using the heat transfer theory together with the optimal control theory, in such a way that the temperature field in the plate goes down as much as possible in a fixed time interval (Performance Index) but keeping, all the time, the resulting thermal stresses below limiting values (State Constraints). In order to meet these requirements one considers that the heat transfer conditions at the interface plate/cooling fluid can be varied between a lower and an upper limit (Control Constraints). The solution of the optimal control problem, stated in this way and discretized in time and space, is then obtained by using the gradient projection technique, that gives the appropriate control (cooling conditions) to cool the plate efficiently with no excessive thermal stresses.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

A SUPER-COMPACT FORMULATION FOR NAVIER-STOKES EQUATIONS

ABCM
ABCM ABEnS

WASHINGTON BRAGA FILHO
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ
PUC/RJ

ABSTRACT

It's proposed the application of an hermitian formulation to solve the full Navier-Stokes equations, written in the biharmonic form, coupled to azimuthal momentum equation and/or energy equation. The general concepts are described and results from analytical test cases are shown. Finally, results from a complex problem are briefly shown, for further insight on the formulation.

INTRODUCTION

Although several methods could be applied to the problems to be investigate, here it was decided to analise an alternative method capable of solving the generalized biharmonic equation formulated for buoyancy driven flows of large Prandtl number fluids. The proposed method is based on the Hermitian formulation that has been used in simulation of low Rayleigh number range thermal problems. This method is later coupled with an extended version of the compact method proposed by Adam [1,2] to solve parabolic equations.

In the present paper, initially the numerical formulation of the methods are presented and then, few results of the applications of the concepts to a complex problem are discussed. Further results are available in Braga [3].

FORMULATION FOR THE BIHARMONIC SOLVER

At steady-state, the generalized biharmonic equation for a Newtonian fluid may be written as [3]:

$$\Delta^4\psi = R_1\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\nabla^2\psi\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\nabla^2\psi\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)\right\} + R_2 G_F \qquad (1)$$

where the coefficients R_1 and R_2 of the inertia terms and the driving force terms, respectively, depend on the problem:

i) $R_1 = 0 = R_2$, for a creeping flow.

ii) $R_1 = 1/Pr$ and $R_2 = Ra$, for a natural convection flow.

iii) $R_1 = Re$ and $R_2 = 0$, for an isothermal flow.

Here, Pr , Ra, Re and G_F are the Prandtl number, the Rayleigh number, the Reynolds number and the temperature gradient perpendicular to the gravity field.

Recently, Schreiber and Keller [4] proposed a combination of numerical techniques for solving this equation. Using finite-difference relations involving thirteen unknowns, they obtained a very efficient method, using continuation methods, Newton's method and Ricardson extrapolation. Although the continuation procedure used to generate the data assumed at the initial step presented some difficulties in a few cases, the main problem was very likely associated with the large storage requirements for solving the large bandwidth matrix.

Here a Hermitian formulation is preferred in order to eliminate the fourth order derivatives and therefore, to replace the original equation by a series of algebraic relations among the unknowns. The method was initially proposed for the solution of case i) above in [5] and was later extended to case iii). Here, the presentation is limited to case ii). As it is known, the original Hermitian formulation proposed by Kreiss [6] consists of handling the function and its first and second derivatives at each node as unknowns. Assuming M nodes, the closure of a system of equations with 3M unknowns is obtained through the use of two additional involving the unknowns at three adjacent nodes, as discussed by Hirsh [7]. The disadvantage of increasing computational effort is more than compensated by the higher accuracy generally obtained with the method.

In order to reduce the computational effort, the fourth order derivatives are eliminated by the use of a tri-diagonal relation involving only the second derivative, S. This derivative and the stream function constitute the unknowns. Therefore, the velocities can be eliminated from the governing equation by using tri-diagonal relations involving the (stream) function and the second derivative.

Boundary Conditions. As there are two unknowns, the function and the second derivative, boundary conditions are needed for them. In fluid dynamics problems, the second derivative of the stream function is related to the vorticity and in most cases no information is available about it. Fortunately, because the velocity at the boundaries is usually known, due to the no-slip condition, the closure of the system of equations may be obtained through the use of an auxiliary relation involving the function and the first and second derivatives. For instance, it has been shown [5,7] that, using a forward difference approximation:

$$\psi_w - \psi_{w+1} + \frac{h^2}{6}\left(2S_w + S_{w+1}\right) = -hF'_w \qquad (2)$$

where F_w is the first derivative of ψ, i.e. the velocity evaluated at the wall.

ADI Formulation. The velocity profile is obtained after solving the biharmonic equation at each time step. Although several direct methods are available for its solution, they are restricted to special geometries and simple boundary conditions, so it is usually preferable to use iterative methods. Also, for problems where only the steady state solutions are needed, iterative methods become even more atractive because they involve much less computational effort. Although strongly implicit procedures have been used recently, the alternating direction implicit procedure (ADI) seems to be more suitable for handling the Hermitian formulation, because the algebraic system remains tri-diagonal.

The solution of the biharmonic equation is obtained iteratively with the advancement in "time" being achieved after two steps of a specialized ADI scheme. Several formulations are possible but the following two steps are more suitable for fluid dynamics problems to assure diagonal dominance of the matrix of coefficients:

i) intermediate step, *:

$$\bar{\rho}\psi^{*} + \nabla_x^4\psi^{*} - \frac{4}{h_z^2} S_x^{*}(i,j) = \bar{\rho}\psi^{n} - \nabla_z^4\psi^{n} - \frac{2}{h_z^2}((S_x^{n}(i,j+1) + S_x^{n}(i,j-1)) + R_2 G_F + R_1^{n} \tag{3a}$$

ii) final step, n+1:

$$\bar{\rho}\psi^{n+1} + \nabla_z^4\psi^{n+1} = 2\bar{\rho}\psi^{*} - \bar{\rho}\psi^{n} + \nabla_z^4\psi^{n} \tag{3b}$$

where we defined R_1^n as:

$$R_1^n = R_1 \left\{ \frac{\partial}{\partial x}\left(\nabla^2\psi\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\nabla^2\psi\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)\right\}^n \tag{4}$$

The are several ways to discretize the convective term, but convergence rate and stability considerations indicate that for high Prandtl number flows, a more efficient code results if the non-linear term is considered explicitly. Another advantage is that the CPU time per iteration is reduced significantly.

In [3], the stability analysis of the present formulation is discussed. The analysis is based on an amplification factor and stability is achieved provided it remains bounded, which in the present case is equivalent to:

$$C \leq 1$$

$$\text{and} \quad D \leq 1 - 0.25C^{1.3} \tag{5}$$

where C is the Courant number, defined as:

$$C = \max\left(|u| + |w|\right) R_1/\bar{\rho}h \tag{6}$$

and

$$D = 1/\bar{\rho}h^2 \tag{7}$$

with $\bar{\rho}$ meaning the acceleration coefficient and h the grid size.

Due to the explicit handling of the convective term, a restrictive stability criterion is found, imposing a maximum value for the parameter R_1 that ensures convergence, Other formulations have more restrictive criteria. Because $R_1 = 1/Pr$ is a small quantity in the present case, the influence of the convective term is small and the stability requirements are relaxed. For simulations in the low Prandtl number range, different and more complicated discretizing schemes result (however, see Braga [8]).

During the development of this method, it was applied to obtain the solution of several equations with known analytical solutions. Accuracy, convergence rate and stability were studied further. The results, which are available in [3] and [5], are consistente with those obtained by other methods, but the present storage requirements are much lower. The method is second order accurate and, due to the use of central difference schemes for the convective terms, at least in steady state no numerical viscosity is introduced.

Before proceeding further, the most effective way of obtaining the velocity profiles is discussed. The most obvious way is by using an equation like (2) above, relating the stream function and the second derivative. If this is done, the radial velocity is obtained from the data generated at the final stage (n+1) of the ADI method and the axial velocity is generated from the results of the intermediate step, (*). After convergence, the continuity equation is automatically satisfied. However, in the problem under investigation, only the steady state is needed, so at each step of the outer iteration (i.e. the iteration of both energy and azimuthal momentum equations) only an update of the biharmonic equation is necessary. Consequently, the previously mentioned way of computing the velocity distribution does not conserve mass in the cell, at each step of the outer loop. In the long iterative process, this causes phase errors that lead to oscillation and an increase in the number of iterations for convergence.

It can be seen that mass is conserved at each step if the velocity profile is computed at the final step, n+1, of the ADI method using a simple central differences scheme and involving only the stream function. Although less accurate, this formulation is preferred for the study.

ENERGY AND/OR AZIMUTHAL MOMENTUM EQUATIONS

Once the generalized biharmonic equation has been solved to convergence (or near it), the velocity profiles are known and updates to the energy and azimuthal momentum equations can be generated. In the present section, the discretizing scheme is discussed together with the numerical analysis related to these equations. For simplicity, these two equations are represented as:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(uF)}{\partial r} + \frac{\partial(wF)}{\partial z} + \frac{\alpha uF}{r} = R_1\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} - \frac{\beta F}{r^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right\} \tag{8}$$

Choice of Solution Method. The solution fo the equations represented above could be obtained using either a standard finite difference scheme of lower order (in a procedure essentialy similiar to the combined method discussed in [9] or a more sophisticated Hermitian formulation. Although the simpler approach has some advantages, it was decided to employ an extension of a standard compact method initially proposed by Adam [1] and modified during the initial stages of the present. A lengthful discussion on this is presented in [3].

Super Compact Method. In the initial stages of this work, the original compact method, as proposed by Kreiss in [6] and used by Hirsh [7], was applied to solve several simple equations with analytical solutions. Although highly accurate results of $O(h^4)$ were then obtained, it was noted that this formulation uses excessive storage and, therefore, large CPU time. In order to reduce this need, Adam [1,2] proposed the elimination of the second derivative and Rubin et al (eg. in [10])indicated how the first derivative could be eliminated from the governing equation.

In thermal problems, the information one usually seeks is related to first derivatives (velocity and temperature gradients). Therefore, Adam's approach seemed more direct. However, in the present study, different conclusions were reached and confirmed empirically. In what follows, these aspects are discussed.

In the present analysis, the second derivative, represented by S, is eliminated from the governing equation using the following tri-diagonal relation (assuming a non uniform mesh):

$$S = \frac{2\sigma^2(3\sigma+5)}{(\sigma+1)^3}\frac{F_{i-1}}{h^2} - \frac{2(3\sigma^2-4\sigma+3)}{\sigma^2}\frac{F_i}{h^2} + \frac{2(5\sigma+3)}{\sigma^2(\sigma+1)^3}\frac{F_{i+1}}{h^2} + 2\left(\frac{\sigma}{\sigma+1}\right)^2\frac{F'_{i-1}}{h} - 4\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\frac{F'_i}{h} - \frac{2}{\sigma(\sigma+1)^2}\frac{F'_{i+1}}{h} - \frac{\sigma^2}{360}\frac{\partial^6 F}{\partial x^6}h^4 \qquad (9)$$

with F' indicating the first derivative and $\sigma = h_{i+1}/h_i$ and the mesh size ratio. For an uniform mesh $\sigma=1$, the above relation reduces to the one given by Adam [2]:

$$S = 2\frac{(F_{i-1} - 2F_i + F_{i+1})}{h^2} - \frac{F'_{i+1} - F'_{i-1}}{2h} \qquad (10)$$

However, equation (9) indicates that fourth order of accuracy is always achieved, even for a non-uniform grid which contradicts Adam.

Figure 1 indicates the error for the numerical solution of the 1-dimensional non-linear Burger's equation. Two methods are compared: T_1, indicating the original formulation by Kreiss and used by Hirsh (CM-K) and T_2, indicating the one developed using Adam's modified formulation (hereafter called super compact method - SCM). From the results of this simple problem, the error profile using CM-K is 1.7 greater than the error profile from SCM (analytical consideration of truncation errors indicates a ratio of 1.8). Therefore, SCM seems to be superior to CM-K not only regarding errors but also regarding computational effort. This is again in opposition to Adam's conclusion.

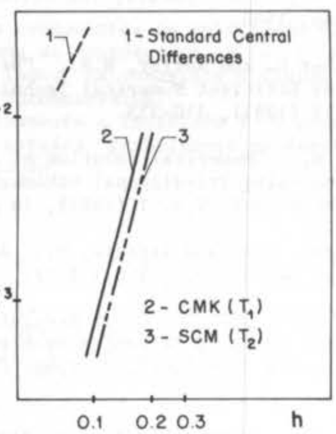


Fig. 1 Error for Burger's equation. Uniform Mesh size

Figure 2 shows some results for the solution of a 2-dimensional Poisson equation obtained using a non uniform grid and SCM. The use of a finer grid close to the boundaries gave the same accuracy with half the number of points of a coarse grid, still keeping 4-th order of accuracy.

Because two unknowns per node are to be evaluated, a relation between them is necessary for the closure of the system. It may be seen that a tridiagonal equation involving nodes i and i ± 1 is written as:

$$\frac{2\sigma^2(\sigma+2)}{(\sigma+1)^3}\frac{F_{i-1}}{h} + \frac{2(1-\sigma)}{\sigma}\frac{F_i}{h} - \frac{(4\sigma+2)}{\sigma(\sigma+1)^3}\frac{F_{i+1}}{h} + \left(\frac{\sigma}{\sigma+1}\right)^2 F'_{i-1} + F'_i + \frac{1}{(\sigma+1)^2}F'_{i+1} + \frac{\sigma^2 h^4}{120}\frac{\partial^5 F}{\partial x^5} = 0 \qquad (11)$$

Following the previous reasoning, two conditions are needed at each boundary. Due to the previous elimination of the second derivative, the highly acurate types of relation normally used, involving 3 unknowns per node and two nodes, generally can not be used. The equations that Adam [2] used were of lower order or involved increased programming and processing efforts and a deterioration of the global accuracy was noted with their use. Therefore, two other approaches were preferred, giving better results.

The first one, based on the study of integral methods, uses the original differential equation in order to obtain an auxiliary expression for the second derivative at the boundaries. With this, a higher order relation may again be considered (results from T_2 in figure 1 were obtained this way).

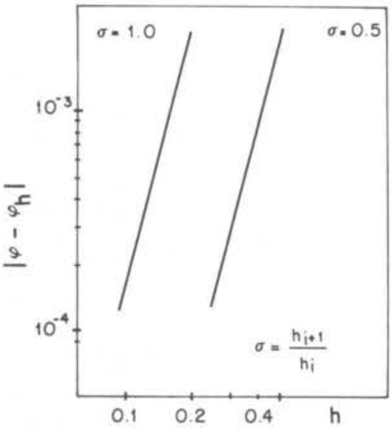


Fig. 2 Error for 2-D Poisson Equation. Effect of Non-uniform mesh size.

Whenever the above formulation was inadequate, deferred corrections were used. In the predictor step, a lower order relation (similar to the one used by Adam) is used and after convergence (or near it), the boundary relation is refined, and the computation is re-started (coorector step). As noted by Roache [11], the more classical refinement is very sensitive to round-off errors, therefore strong under-relaxation must be applied. Here, the use of another relation, involving the function and its first derivatives at two adjacent nodes and the function only at a third node, is suggested:

$$G(F_w, F_{w+1}, F'_w, F'_{w+1}, F_{w+2}) = 0 \qquad (12)$$

Here, F_{w+2} will be a fluctuating potential and this procedure is clearly much less sensitive to errors than the one suggested by Roache. The results were generally better and only two correction steps were generally needed before convergence. As shown in Figure 3, the refinement used by Roache did not result in an increase in the order of the solution, and it caused divergence after the first iteration, unlike the approach suggested here. Tests were made for one and two-dimensional linear and non-linear differential equations and the principles discussed were extended to model the problem under investigation.

In summary, the solution of these two equations is obtained using a bi-tridiagonal method after application of an ADI method. Three unknowns (the function and its two first derivatives) are considered at each node. Missing boundary conditions are obtained using the governing equation itself and specialized deferred corrections are applied when necessary (see [3] for further details on the numerical boundary conditions).

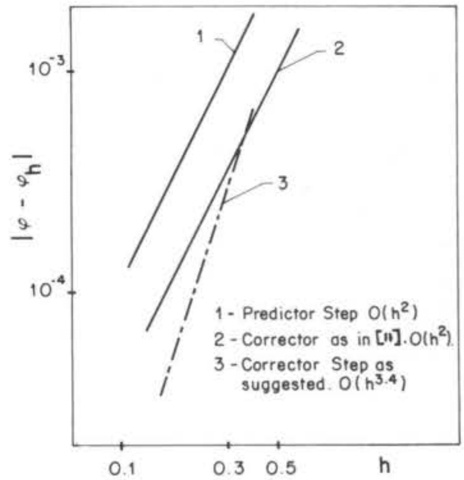


Fig. 3 Error for 2-D Poisson Equation.
Effect of deferred corrections.

FORMULATION

Figure 4 is a diagram illustrating the formulation. In the beginning of a new time step, say n + 1, the biharmonic equation is solved iteratively using information already available for the gradients of temperature and azimuthal velocity (data from the last time step, n). This constitutes an inner loop. After convergence following any suitable criteria new information on the velocity distribution is available and with this, the energy equation and then the azimuthal momentum equations are solved to generate updates on the previously mentioned gradients. This constitutes the outer loop. In essence, the overall procedure consists in a sequence of iterative steps of the inner loop being made after each outer iterative step. Convenient initial data are always available (from the last interation, for instance) and convergence of the inner loop is rapid.

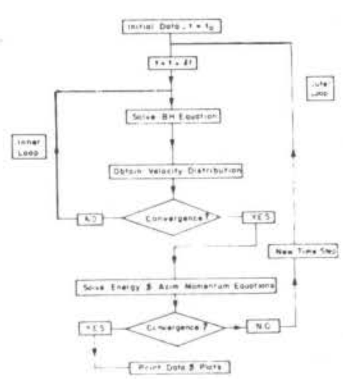


Fig. 4 Flow Diagram for numerical code

CONCLUDING REMARKS

The ideas developed here were implemented on a computer code and used to simulate internal mixed convection shear flows [3]. A description of that problem is beyond the scope of this paper but it may be briefly seen on figure 5, where the stream function contour lines for a typical situation are shown.

ACKNOWLEDGEMENTS

The guidance of Professor C.M.Vest from The University of Michigan, USA, was fundamental for the development of the ideas herein presented. Also, the interest of Dr. T.D. Dudderar, from AT & T Bell Laboratories, NJ, USA, on aspects of Computational Fluid Dynamics allowed a deep investigation on some entriguing flows. The author is grateful to both. The finantial support from CNPq and PUC/RJ are happly acknowledged.

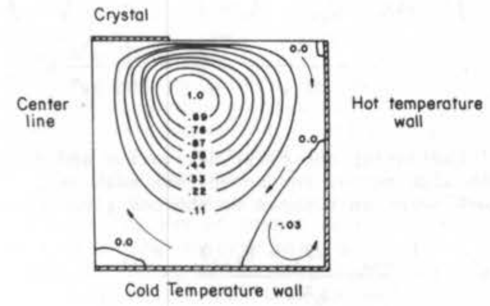


Fig. 5 Stream Function Contours for Bottom Cooled Crystal Growth
With Aspect Ratio = 1,0
Rayleigh Number = 5 x 10^4
Reynolds Number = 25.0 and θ_b = 0
Maximum Stream Function is 39.59 at (0.44, 0.25)

REFERENCES

[1] Adam, Y., "A Hermitian Finite Difference Method for the Solution of Parabolic Equations", Comp. & Math. with Appls., vol 1 (1975), 393-406.

[2] Adam, Y., "Highly Accurate Compact Implicit Methods and Boundary Conditions", J. Comp. Phys. 24 (1977), 10-22.

[3] Braga, W., Ph.D. Thesis, The University of Michigan, 1985.

[4] Schreiber R. and Keller, H.B., "Driven Cavity Flows by Efficient Numerical Techniques", J. Comp. Phys, 49 (1983), 310-333.

[5] Braga, W., "Numerical Solution of Biharmonic Equation using Tri-diagonal Schemes", Brazillian J. of Mech. Sci. V n. 1 (1983), in portuguese.

[6] In Orszag, S.A. and Israeli, M., Annual Review of Fluid Mechanics, Vol 6 (1974).

[7] Hirsh, R.S., "Higher Order Accurate Difference Solutions of Fluid Mechanics Problems by a Compact Differencing Technique", J. Comp. Phys. 19 (1975), 90-109.

[8] Braga, W., "A Variable Four Points Interpolating Scheme for Strongly Convective Flows", submitted, 1986.

[9] Roux, B., Bountoux, P., Loc, T.P. and Daube, O., "Optimization of Hermitian Methods for Navier-Stokes Equations in the Vorticity and Stream-Function Formulation", in Approximate Methods for N.S. equations, Springer Verlag 771, Lectures in Mathematics (1979), 450-468.

[10] Rubin, S.G. and Khosla, P.K., "Polynomial Interpolation Methods for Viscous Flow Calculations", J. Comp. Phys. 24 (1977), 217-244.

[11] Roache, P.J., "Sixth-Order Accurate Direct Solver for the Poisson and Helmholtz Equations", AIAA J. 17 n. 5 (1979), 524-526.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

EVOLUÇÃO DE ESTEIRAS TURBILHONARES
A INSTABILIDADE DE KELVIN - HELMHOLTZ

ABCM
ABEnS

CHRISTIAN BERGER
ONERA / CERT (FRANÇA)

PAULO AFONSO DE O. SOVIERO
ITA/IEAA

PUC/RJ

RESUMO

Neste trabalho é estudado o problema da instabilidade de uma esteira turbilhonar em fluido perfeito e incompressível. A solução numérica, realizada através da discretização da esteira em segmentos de densidade turbilhonar constante, é válida além daquela normalmente obtida pela linearização da forma da esteira. Inicialmente faz-se uma análise dos métodos mais utilizados, em seguida são discutidas as equações que descrevem a evolução da esteira e o método de solução numérica, finalmente apresentam-se resultados obtidos para um problema típico.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho é proposto um método de discretização para o estudo numérico, válido além do caso clássico de pequenas perturbações, da instabilidade de Kelvin-Helmholtz da interface $y = 0$ que separa os dois escoamentos

$$u(x,y) = U \qquad v(x,y) = 0 \qquad y > 0$$

$$u(x,y) = -U \qquad v(x,y) = 0 \qquad y < 0 \qquad (1)$$

$$U = \text{constante}$$

onde u e v são componentes da velocidade do fluido ao longo do sistema de coordenadas x e y respectivamente. Nos dois lados da interface o fluido é considerado perfeito e incompressível.

Matematicamente a interface $y = 0$ pode ser considerada como uma esteira turbilhonar de densidade superficial de circulação

$$\gamma(x) = 2U \qquad (2)$$

Através de aplicação simples da lei de Biot-Savart, ou, por considerações de simetria, mostra-se facilmente que a velocidade em qualquer ponto da esteira turbilhonar é nula.

No entanto, é bastante conhecido, refs. |1| e |2| por exemplo, que esta configuração é instável para qualquer perturbação que modifique a forma da esteira.

O estudo numérico deste problema foi efetuado pela primeira vez por Rosenhead |3| a partir da substituição da esteira turbilhonar por um conjunto de pontos turbilhão de mesma intensidade, cada um deles representando uma pequena porção da esteira cuja forma inicial, após a perturbação, era uma senóide. Rosenhead trata então da "resposta" da esteira a uma perturbação de amplitude e comprimento de onda fixados e mostra, numericamente, a instabilidade, inferindo, para grandes valores do tempo, o enrolamento da esteira sobre ela mesma. Este fato permaneceu por muito tempo como característico do comportamento das superfícies de descontinuidade de velocidade, |4|.

No entanto, Birkhoff and Fisher |5| levantaram a questão sobre a validade destes enrolamentos, de uma parte, porque até então não havia disponível nenhuma demonstração baseada nas equações de Helmholtz e, de outra parte, porque os mesmos cálculos que foram feitos por Rosenhead, refeitos desta vez através de computador, levaram a movimentos desordenados dos pontos turbilhão nas vizinhanças dos centros de enrolamento. Aos mesmos resultados chegou também Takami |6|.

O comportamento aleatório foi explicado por Birkhoff tendo em conta o fato que uma distribuição de pontos turbilhão no plano é um sistema dinâmico hamiltoniano |5|. Em conseqüência, a partir dos invariantes do sistema, pode ser mostrado que se dois turbilhões se aproximam indefinidamente, outros devem se afastar indefinidamente, e, deste modo, o conjunto deve tender a uma distribuição estocástica, ou, se há enrolamento deve existir um desenrolamento equiprovável.

O caso foi abordado pouco tempo depois por van de Vooren |7| que, apesar de manter a mesma discretização por pontos, introduz um termo suplementar o qual representa o efeito da vizinhança próxima do ponto onde a velocidade é calculada, ou seja, reconhecendo o fato que a esteira turbilhonar é contínua. Os cálculos de Rosenhead e Birkhoff e Fisher foram refeitos e o processo de enrolamento foi desta feita claramente demonstrado.

Finalmente, Fink e Soh |8| observaram que o método de discretização por pontos contém um erro de princípio. Na realidade os pontos constituem uma boa aproximação quando se trata de calcular as velocidade fora da esteira, a partir de uma distância que depende da discretização |9|. Considerações sobre o valor principal de Cauchy para o cálculo da velocidade da esteira,

$$q^*(z) = u - iv = \frac{1}{2\pi i} \oint_{(C)} \frac{\gamma(s)\, ds}{z - z(s)} \qquad (3)$$

onde s é medido sobre a esteira, (C), $z = x + iy$ e q^* é a velocidade complexa conjugada, levaram Fink e Soh a um termo suplementar que se anula se o ponto turbilhão é colocado no meio do segmento que representa a porção de esteira. No início do cálculo este procedimento é adotado por todos os autores já citados, mas nos instantes posteriores os pontos mudam suas posições relativas e o termo suplementar pode crescer arbitrariamente. O método da referência |8| consiste, então, em rediscretizar a esteira turbilhonar de modo que os pontos turbilhão estejam sempre no meio dos segmentos que representam a esteira a cado passo de cálculo.

Outros autores, |10| e |11|, também estudaram numericamente os enrolamentos de esteiras turbilhonares e uma análise bibliográfica detalhada |13|, |14|, mostra claramente que, em todos os esquemas numéricos que obtiveram resultados satisfatórios, o fato essencial consiste em controlar os erros de discretização.

Neste trabalho, é proposta uma alternativa para a resolução numérica; a densidade turbilhonar não é mais concentrada em pontos, nem permanece distribuida ao longo de cada segmento que representa a esteira.

EQUAÇÕES DA ESTEIRA TURBILHONAR

Sendo dada uma curva (C) no tempo $t = 0$ sobre a qual a densidade turbilhonar $\gamma(s)$ é conhecida, a velocidade em qualquer ponto do plano pode ser calculada através da equação (3).

Ao se atravessar (C) a velocidade sofre uma descontinuidade tangencial de módulo $\gamma(s)$.

O potencial complexo, W, resultante da distribuição turbilhonar em qualquer ponto z do plano é da forma

$$W(z) = \phi + i\psi = \frac{1}{2\pi i}\int_{(C)} \gamma(s)\log(z - z(s))ds \qquad (4)$$

onde ϕ e ψ representam o potencial de velocidade e a função de corrente.

O potencial ϕ é também descontínuo ao se atravessar (C), sendo que o salto

$$\delta\phi = \phi^+ - \phi^- \qquad (5)$$

se relaciona à densidade turbilhonar através de

$$d(\delta\phi) = \gamma\, ds \qquad (6)$$

onde ds é um elemento da esteira.

A equação de Bernoulli escrita nos dois lados de (C), chamando $\vec{q} = u\vec{i} + v\vec{j}$, fornece

$$\frac{p^+}{\rho} + \frac{|\vec{q}^+|^2}{2} + \frac{\partial\phi^+}{\partial t} = \frac{p^-}{\rho} + \frac{|\vec{q}^-|^2}{2} + \frac{\partial\phi^-}{\partial t} \qquad (7)$$

e como a pressão é contínua através da esteira chega-se a

$$\frac{\partial\delta\phi}{\partial t} + (\vec{q}^+ + \vec{q}^-)\cdot(\vec{q}^+ - \vec{q}^-)/2 = 0 \qquad (8)$$

Definindo, segundo Helmholtz, a velocidade da esteira como a média das velocidades de um lado e de outro,

$$\vec{q}_m = (\vec{q}^+ + \vec{q}^-)/2, \qquad (9)$$

chega-se finalmente à equação de conservação que descreve o escoamento estudado:

$$\frac{D\delta\phi}{Dt} = \frac{\partial\delta\phi}{\partial t} + \vec{q}_m \cdot \text{grad}\,\delta\phi = 0 \qquad (10)$$

Portanto, para uma dada forma inicial perturbada (C), cuja densidade turbilhonar é $\gamma(s)$, o problema consiste em calcular as formas numéricas de (C) compatíveis com a definição da velocidade da esteira (9) e a lei de conservação (10). Assim sendo,

$$q_m^*(z) = \frac{1}{2\pi i}\oint_{(C)} \frac{\gamma(s)\, ds}{z - z(s)}, \qquad (11)$$

onde a integral deve ser tomada em seu valor principal

DISCRETIZAÇÃO DA ESTEIRA TURBILHONAR

A forma inicial da esteira é representada por um certo número de pontos. Trata-se então de calcular as velocidades destes pontos bem como seus deslocamentos.

À cada elemento j da esteira, referenciado por dois pontos, z_j e z_{j+1}, é associada uma densidade constante, γ_j, de circulação, que é característica do segmento, ou seja, a função $\gamma(s)$ é aproximada por um conjunto de funções constantes em cada elemento de discretização.

De modo a satisfazer a equação de conservação (10) o salto de potencial médio,

$$\delta\phi_j = \gamma_j\,|z_{j+1} - z_j| \qquad (12)$$

se conserva em cada segmento durante a evolução da esteira, ou seja, se o segmento aumenta de comprimento sua densidade diminui e vice-versa.

O cálculo da velocidade dos pontos, equação (11), pode ser feito diretamente, a partir de um conjunto de segmentos retilineos, em função de variáveis complexas. Deste modo, um segmento cujo ângulo com o eixo das abscissas é θ_j limitado pelos pontos z_j e z_{j+1} cuja densidade é γ_j induz no ponto z_k uma velocidade complexa conjugada dada por

$$\Delta q_m^*(z_k) = \frac{1}{2\pi i}\, e^{-i\theta_j}\,\gamma_j \log\frac{z_{j+1} - z_k}{z_j - z_k} \qquad (13)$$

A velocidade total induzida no ponto z_k se obtem então somando-se as velocidades induzidas por todos os segmentos (soma sobre o índice j).

$$q_m^*(z_k) = \Sigma\, \Delta q_m^*(z_k) \qquad (13.a)$$

O cálculo da evolução da esteira consiste então de duas partes fundamentais.

i) Cálculo das velocidades dos pontos e seus deslocamentos.

ii) Cálculo da densidade de cada segmento.

EXEMPLO NUMÉRICO

No caso da esteira infinita é efetuada a seguinte decomposição: A função $y = y(x)$ que representa a forma da esteira é uma função periódica de período λ, $y(x + \lambda) = y(x)$ em todos os instantes de tempo. A curva é aproximada por um contorno poligonal com N faces. Deste modo tem-se um conjunto de N filas periódicas cada uma constituida por uma infinidade de segmentos elementares cuja densidade é γ_j.

As N filas periódicas infinitas de segmentos z_j, z_{j+1}, inclinadas de ângulos θ_j induzem em um ponto z_k uma velocidade dada por |13|

$$q_m^*(z_k) = \sum_j \frac{i\,\gamma_j}{2\pi}\, e^{-i\theta_j} \log\frac{\sin\frac{\pi(z_k - z_{j+1})}{\lambda}}{\sin\frac{\pi(z_k - z_j)}{\lambda}} \qquad (14)$$

A figura 1 mostra a evolução da esteira turbilhonar para

$$\gamma = \gamma_o \sin\frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\gamma_o = 1$$

N = 75 elementos por período

O cálculo efetuado através da discretização por pontos turbilhão mostra o mesmo comportamento somente nos primeiros instantes de tempo |13|. O enrolamento da esteira turbilhonar é compatível com os invariantes do sistema, e assim sendo encontra-se sobre um período dois pontos fixos que correspondem ao máximo e ao mínimo da densidade turbilhonar. A intensidade turbilhonar total sobre um período,

$$\int_{(C)} \gamma(s)\, ds\ ,$$

é conservada pelo princípio do cálculo, no entanto o comprimento, ℓ, da esteira cresce continuamente conforme é mostrado na figura 2.

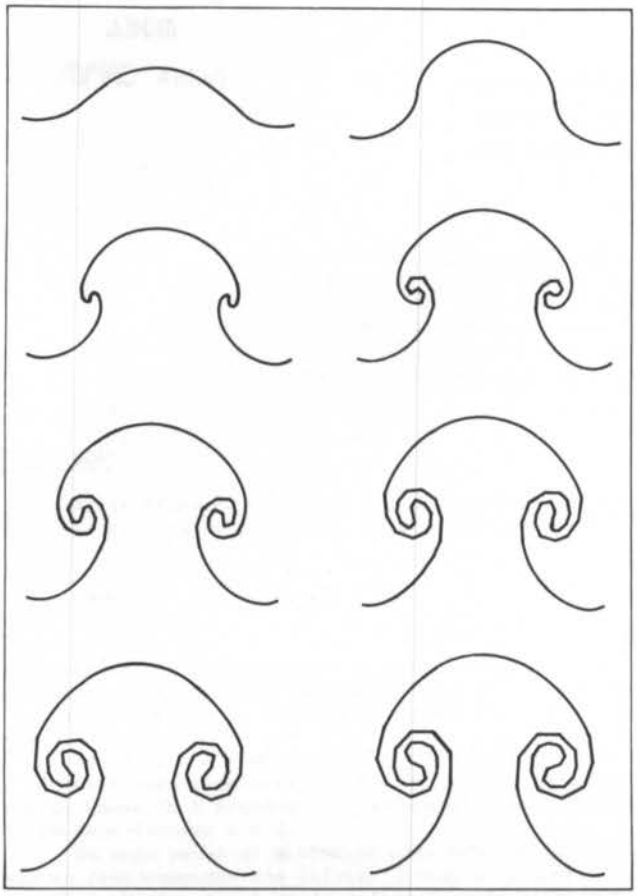


Figura 1. Evolução temporal da esteira turbilhonar

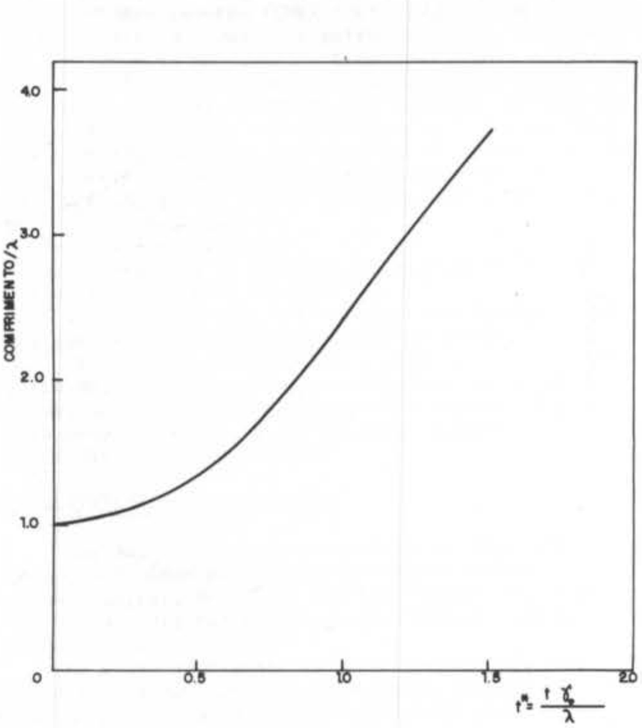


Figura 2. Comprimento total de um período

Por esta razão o enrolamento degenera se o cálculo se prolonga por muito tempo. Visto que o número de pontos que representa a esteira é constante e que a mesma cresce indefinidamente, a medida que se enrola, chega-se necessariamente a um tempo a partir do qual a discretização não é mais aceitável. Deste modo, para observar-se um enrolamento por mais tempo é suficiente tomar um número maior de elementos de discretização.

Para finalizar, a figura 3 representa a evolução da amplitude máxima da deformação da esteira onde pode-se observar que aquela difere rapidamente do valor dado pela teoria linearizada.

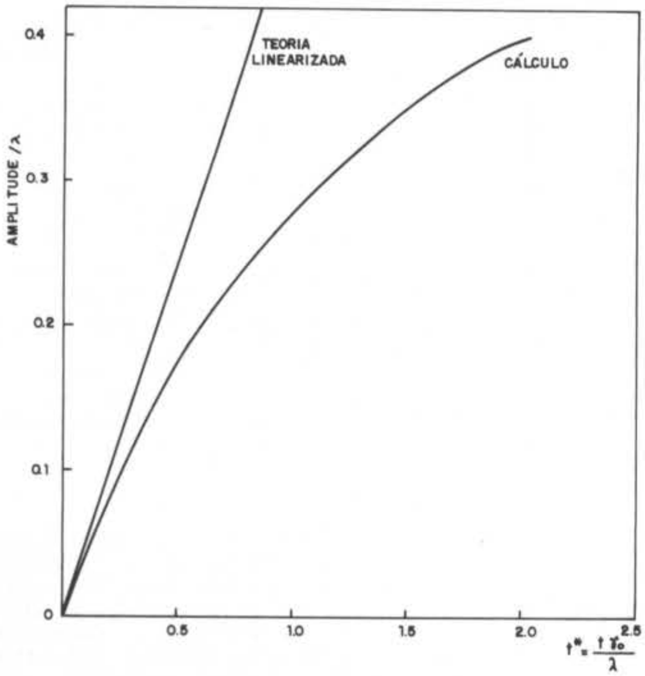


Figura 3. Amplitude máxima da deformação da esteira

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método de cálculo proposto neste trabalho possui vantagens em relação ao método dos pontos turbilhão que devem ser ressaltadas: Em primeiro lugar,notou-se pouca influência da discretização e do passo de tempo na forma geral dos enrolamentos da esteira turbilhonar. Evidentemente quanto menor o número de segmentos de discretização menor é o intervalo de tempo observável mas em qualquer caso a esteira permanece organizada. Tal comportamento não ocorre com a discretização por pontos tendo sido constatada, ref.|14| uma estreita dependência entre o número de pontos por período e o passo de tempo. Finalmente, o método de cálculo proposto não introduz quaisquer artifícios, seguidamente ligados à viscosidade do fluido, de modo a obter os enrolamentos, um fato que é característico de todos os métodos, bem sucedidos, que utilizam a discretização através de pontos.

REFERÊNCIAS

|1| Lamb, H., Hydrodynamics. Cambridge University Press. (1975)

|2| Chandrasekhar, S., Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Dover Publications, inc. (1981)

|3| Rosenhead, L., The formation of vortices from a surface of descontinuity. Proc. Royal Soc. A 134, 170. (1931)

|4| Prandtl, L. and Tietjens, O. G., Fundamentals of hydro - and aeromechanics. Dover Publications, inc (1957)

|5| Birkhoff, G. and Fisher, J., Do vortex streets roll up? Rendi. Circ. Mat. Palermo 8,77. (1959)

|6| Takami, H., A numerical experiment with discrete vortex approximation with reference to the rolling up of a vortex sheet. Dept. of Aeron. and Astron. Sudaer 202. Stanford University. (1964)

|7| van de Vooren, A. I., A numerical investigation of the rolling up of vortex sheets. Proc.Royal Soc. A 373,67. (1980)

|8| Fink, P. T. and Soh, W. K., A new approach to roll up calculations of vortex sheets. Proc. Royal Soc. A 362,195. (1978)

|9| Maskew, B., Subvortex technique for the close approach to a discretized vortex sheet. Journal of Aircraft 14,188. (1977)

|10| Moore, D. W., A numerical study of the roll-up of a finite vortex sheet. J. Fluid Mech., 63,225. (1974)

|11| Huberson, S., Calcul numerique d' ecoulements avec nappes tourbillonnaires enroulées. La Recherche Aerospatiale, 3,197. (1980)

|12| Berger, C., Evolution de nappes tourbillonnaires instationnaires. Application au decollement sur un obtacle cylindrique. These de Doctorat d'Etat. Université Paul Sabatier. Toulouse. (1979)

|13| Soviero, P. A. O., Modelisation de champs aerodynamique et thermique par la methode des singularites. These de Doctorat d'Etat. Université Paul Sabatier, Toulouse. (1983)

ABSTRACT

In this work, the problem of a vortex sheet instability in a perfect and incompressible fluid is studied. The numerical solution, obtained by dividing the sheet into segments of constant vorticity density, is valid beyond the linearized range. Initially a discussion is made of the most frequently used methods, and then the equations that describe the sheet evolution and the numerical method of solution is presented. Finally, results are presented for a typical problem.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ORDENAMENTOS PARA MÉTODOS DIRETOS EM SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS PETROLÍFEROS

ABCM ABMC ABEnS PUC/RJ

FLAVIO DICKSTEIN - PUC/RJ e IM/UFRJ
DANIEL B. SZYLD - DUKE UNIVERSITY
JOSÉ ROBERTO P. RODRIGUES - IM/UFRJ

RESUMO

Neste trabalho é discutida a eliminação gaussiana para matrizes que aparecem em problemas de prospecção petrolífera. É analisada a influência que certos ordenamentos podem ter no enchimento devido ao processo de eliminação. Vários parâmetros são considerados, tais como: geometria, número de poços, esquemas de discretização, etc. Os resultados obtidos indicam que o algoritmo do ordenamento de menor grau, pouco utilizado neste contexto, é o mais eficiente entre os analisados.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho estaremos interessados na resolução, via eliminação gaussiana, de sistemas lineares

$$Ax=b \tag{1}$$

provenientes da discretização de modelos que descrevem processos de recuperação secundária de petróleo, ou seja, de escoamentos de fluídos multifásicos em meios porosos.

Neste caso A é uma matriz nxn por blocos, esparsa e com estrutura simétrica ($a_{ij} \neq 0 = a_{ji} \neq 0$). A eliminação de Gauss de A provoca um elevado grau de enchimento em seus fatores L e U.

Um modo usual de minimizar este enchimento é através do reordenamento das (bloco) linhas e (bloco) colunas de A. Várias técnicas de modificação do ordenamento natural (ON) original são conhecidas, dentre as quais citamos o minimum degree (MD), nested dissection (ND) e Cuthill-McKee reverso (CMR) (ver [2]). No contexto de problemas em prospecção petrolífera, o ordenamento D4, introduzido em [3] , é tido como o mais eficiente.

Em [3] , ON, D4 e MD são comparados para problemas em duas (três) dimensões, em domínios retangulares (paralelepipeoidais) e provenientes de discretizações via diferenças finitas com esquemas de 5 pontos (7 pontos). Nesse trabalho estudamos o desempenho de ON, D4, MD, ND e CMR quando outros parâmetros de interesse prático são introduzidos:

- domínios não regulares
- outros esquemas de discretização (9 ou 11 pontos)
- presença de poços, no caso 3D.

Salientamos que, entre outras conclusões, observamos que MD teve um desempenho global superior a D4.

Foi também desenvolvido e testado um novo algoritmo MD, que leva em conta o fato que, na presença de poços, os blocos de A podem ter diferentes dimensões. Este novo algoritmo, a ser descrito adiante, no entanto pouco diferiu de MD original.

CARACTERÍSTICAS DO PROBLEMA

Ao leitor interessado em modelos relacionados ao fluxo de fluídos multifásicos em meios porosos, recomendamos a leitura de [1] . Nos limitaremos aqui a ressaltar certas características do problema relevantes ao que se segue.

O fluxo de fluídos em meios porosos são modelados por sistemas não lineares de equações diferenciais parciais de evolução. A discretização, via diferença ou elementos finitos, de tais sistemas conduz, a cada passo de tempo, a um sistema não-linear de equações. É usual a utilização do método de Newton para a resolução das equações discretizadas. Portanto, a cada passo de tempo (1) deverá ser resolvido um certo número de vezes (3 ou 4, tipicamente), cada qual para uma matriz A diferente.

No entanto, as matrizes a serem invertidas têm a mesma estrutura de esparsidade, o que significa que a busca de um melhor ordenamento é feita apenas uma vez em cada simulação, anterior ao primeiro passo de tempo do problema discretizado.

Tais matrizes têm estrutura simétrica e são (bloco) diagonal dominantes. Portanto, podemos reordenar os nós da malha de discretização sem preocupação quanto à estabilidade da eliminação gaussiana.

Seja A uma matriz a ser invertida. Consideremos a seguinte partição de A:

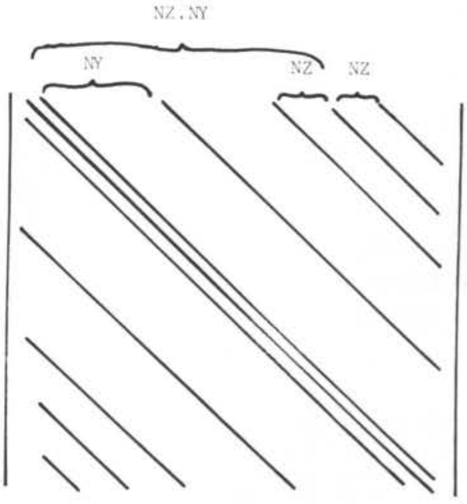
$$A=\left|\begin{array}{c|c} J & R \\ \hline S & W \end{array}\right| \tag{2}$$

As matrizes R, S, W compõe o bordo de A e indicam a presença de poços no reservatório. A matriz J é usual na discretização de sistemas de equações lineares: é uma matriz por blocos com um pequeno número ND de diagonais não-nulas (simétricas em relação à diagonal principal). ND é função do esquema de discretização espacial usado (1ª ou 2ª ordem) e do grau de liberdade do fluxo (problemas bi ou tri-dimensionais), como indicado na tabela abaixo. Os blocos de J tem dimensão NVxNV, onde NV é o número de variáveis por nó.

ND	1ª ordem	2ª ordem
2D	5	9
3D	7	11

A seguir representamos a estrutura de esparsidade de J para ND=11 e para uma malha de partições $NX \leq NY \leq NZ$.

A =



A matriz S tem no máximo NZ blocos não nulos por coluna. Cada bloco de S tem dimensão 1xNZ. R tem estrutura simétrica em relação a S. W é uma matriz diagonal.

DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS DE ORDENAMENTO

Daremos aqui uma descrição muito suscinta dos algoritmos de ordenamento que foram testados neste trabalho. Para mais detalhes, ver [2].

Ordenamento Natural. Ordenamento obtido enumerando-se os nós contíguos de uma direção em uma ordem crescente. Prioridade deve ser dada às direções com menor número de nós.

Nested Dissection. Seja P_o o conjunto de nós da malha de discretização. Procura-se S_o tal que $P_o - S_o$ seja formado de dois subconjuntos disjuntos, P_1 e P_2, com aproximadamente a mesma cardinalidade, e tais que $i \in P_1, j \in P_1$ implica $a_{ij}=0$. Enumera-se os nós de S_o por último. Repete-se o processo para P_1 e P_2.

Cuthill-McKee Reverso. Este é um ordenamento que procura minimizar a largura de banda da matriz A. Considera-se um nó arbitrário (preferencialmente com poucas conexões) como primeiro nó. Enumera-se a seguir os nós a ele conectados. A seguir enumera-se todos os nós conectados ao número 2 e assim sucessivamente. Este é o ordenamento Cuthill-McKee. Seu reverso é obtido revertendo-se esta ordem.

Minimum Degree. Definimos o grau de um nó como o número de conexões deste nó. Considera-se um nó com grau mínimo como o primeiro nó a ser enumerado. A seguir computa-se o novo grau dos nós restantes de acordo com o seguinte critério: se os nós i e j estão conectados a 1 então eles estão conectados entre si.

Em cada etapa, enumera-se o nó com grau mínimo.

Minimum Degree Modificado. Em reservatórios petrolíferos, devido à presença de poços, a cada nó está associado um número de variáveis NV(i) distinto. Portanto, a contagem do enchimento devido à eliminação gaussiana dada por MD usual não é realista. Propomos aqui duas modificações de MD mais adequadas às nossas necessidades. Seja G(i) o grau do nó i computado em uma etapa qualquer e C_i o conjunto de nós conectados a i nesta etapa. Então,

$$\text{(i)}\quad G(i) = \sum_{j \in C_i} NV(j) \tag{3}$$

$$\text{(ii)}\quad G(i) = \sum_{\substack{k \neq j \\ k,j \in C_i}} NV(k).NV(j) \tag{4}$$

A alternativa (i) foi implementada e testada, observando-se poucas alterações em relação ao algoritmo original. Desta forma, a alternativa (ii) não foi implementada.

D4. O ordenamento D4 busca colocar a matriz A na forma de uma matriz 2-ciclo (ver [4]). Inicialmente são numerados os nós das diagonais ímpares, a seguir os das diagonais pares. Em três dimensões, D4 é obtido varrendo-se o domínio por planos diagonais. Uma discussão exaustiva deste ordenamento encontra-se em [3].

RESULTADOS

Vários exemplos foram testados em problemas bi e tridimensionais, variando-se a região de escoamento, o número de poços no reservatório e o esquema de discretização espacial utilizado. Antes de discutí-las, gostaríamos de fazer uma observação.

Cada algoritmo de ordenamento requer uma memória auxiliar de apontadores, vetores de trabalho, etc., sendo esta mínima para ON e máxima para MD. Porém, mesmo para MD esta memória auxiliar é pequena frente à memória global necessária ao armazenamento dos fatores L e U de A. Além disso, esta memória auxiliar é composta essencialmente por vetores inteiros, podendo assim serem eventualmente armazenados em forma compactada. Deste modo, não consideramos esta contribuição no cômputo do espaço total necessário a ser alocado para a inversão de A.

No que segue, NV=3.

Desempenho Global. Inicialmente vamos considerar apenas o caso de discretização de 1ª ordem. O quadro abaixo indica o enchimento devido à eliminação gaussiana em função da malha e do esquema de ordenamento, e é representativo do que ocorre em geral.

Nos exemplos 1, 2, 3 e 6 a malha é regular e não há poços. No exemplo 3 dois poços são considerados, enquanto que em 4 há 6 poços e a malha é irregular. Tal irregularidade é representada considerando-se blocos inativos, isto é, regiões onde não há escoamento de fluídos. No exemplo 4 há 10 blocos inativos.

	ON	D4	MD	ND	CMR
10x10	13122	6570	5958	8082	9450
20x15	67032	32994	29808	33660	53550
25x10	34992	22284	21276	25488	33750
6x4x3	11090	7310	5994	8190	10464
10x10x5	377628	177882	164586	185884	290914
20x15x3	653544	362754	262872	319644	538074

Observamos que MD e D4, respectivamente, provocam os menores enchimentos. Em relação ao ordenamento natural, definindo

$$r = \frac{\text{enchimento provocado por ON}}{\text{enchimento provocado por MD}}$$

vemos que r aumenta com as dimensões do problema, variando de 1.6 a 2.48.

Observamos também que o desempenho de ND é bastante satisfatório. Porém, tendo em vista o fato que D4 é em geral o ordenamento apresentado em trabalhos ligados à prospecção petrolífera, vamos procurar compa rá-lo com MD. Tal comparação será feita levando-se em consideração outros fatores relevantes que alteram o enchimento da matriz.

Domínios Não Regulares. Como já foi dito, os domínios não regulares são representados introduzindo-se em domínios regulares blocos que não contribuem para o escoamento do fluído. Tais blocos são chamados inativos.

Abaixo, indicamos o enchimento através de MD e D4 para certas geometrias em função do número de blocos inativos (BI). No último quadro p é dado por

$$p = \frac{\text{enchimento provocado por D4}}{\text{enchimento provocado por MD}}$$

Em todos os exemplos o esquema de discretização usado é de $1^{\underline{a}}$ ordem e não há poços.

	BI	D4	MD	p
10x10	0	6570	5958	1.10
10x10	10	5508	4536	1.21
10x10	15	5166	3330	1.55
20x15	0	32994	29808	1.10
20x15	14	30510	28494	1.07
20x15	26	27612	23454	1.18
8x5x3	0	16364	13212	1.24
8x5x3	6	15608	12366	1.26
8x5x3	12	13976	10368	1.35
8x5x3	24	10976	8442	1.30
8x5x3	36	8888	6408	1.38

Vemos portanto que o desempenho de MD tende a melhorar em relação a D4 com o aumento do número de blocos inativos, ou seja, com o aumento de irregularidade da região de escoamento.

Poços. Para problemas bidimensionais é possível mostrar que o enchimento devido aos poços para os ordenamentos MD e D4 é nulo (em D4 isto ocorre se enumerarmos as variáveis relativas aos poços em primeiro lugar). Assim, para estudarmos a sensibilidade dos algoritmos em relação ao número de poços, consideramos somente domínios tridimensionais.

Os exemplos apresentados a seguir se referem a domínios regulares (BI=0) e p tem o mesmo significadc que anteriormente.

	Poços	D4	MD	p
4x4x4	0	5706	5868	0.97
4x4x4	4	6300	6768	0.93
4x4x4	10	7374	7080	1.04
10x10x3	0	69516	59328	1.17
10x10x3	5	72494	62262	1.16
10x10x3	10	75732	60498	1.25
10x10x3	15	78732	62262	1.26
20x10x4	3	314214	263796	1.19
20x10x4	10	323460	254472	1.27

Verifica-se portanto uma tendência (pouco acentuada) ao melhor desempenho relativo de MD com o aumento do número de poços.

Esquema de Discretização. Em relação ao esquema de discretização de $2^{\underline{a}}$ ordem, o comportamento relativo dos diferentes ordenamentos se altera drasticamente. É fácil verificar que neste caso a matriz A não é mais uma matriz 2-ciclo. Desta forma, D4 não se justifica, o que é confirmado pelos testes realizados. No quadro abaixo não há blocos inativos nem poços.

	ON	D4	MD	ND	CMR
5x5	867	2232	504	900	900
10x10	11664	46440	8784	9756	14040
25x25	238464	1834992	151920	147161	306360
20x10	24624	183870	23598	26982	28296
25x20	147744	1173222	106326	105336	185706
25x10	31104	283392	32562	36954	39776
3x3x3	2520	3663	1224	1710	1944
5x5x5	45792	46638	21906	29106	36720
10x10x4	255150	581832	180108	167131	286938
15x10x4	396090	1308042	313254	334044	439488

Ressaltamos ainda o desempenho satisfatório de ND, e também o de ON à medida em que os quocientes entre as dimensões da região de escoamento vão se afastan do de 1.

Minimum Degree Modificado. Conforme já observamos, o algoritmo MD usado sob a identificação de cada bloco a um elemento pode não ser adequado quando as dimensões de cada bloco são variáveis. É o que se verifica no caso que estamos tratando. Por outro lado, grande parte dos blocos, os correspondentes à matriz J (ver (2)), têm a mesma dimensão. Isto explica porque a modificação proposta (3) acarretou em pequena alteração no enchimento, como indica a tabela abaixo.

	Poços	BI	MD	MDM
5x5x5	7	0	19170	18360
5x5x5	4	6	17424	17136
10x10x5	6	35	150426	154002
10x10x5	6	0	164586	150900
8x5x3	0	12	15896	15626

Grau de Enchimento. A tabela que segue indica a percentagem de memória adicional que deve ser reservada para os fatores L e U de A.

Em todos os exemplos não há poços nem blocos inativos. A coluna A indica o número de elementos não nulos da matriz A. As colunas MD e ON indicam os enchimentos decorrente da eliminação gaussiana com os respectivos ordenamentos. Ordem refere-se ao esquema de discretização empregado.

	Ordem	A	MD	ON
10x10	$1^{\underline{a}}$	4140	5958	13122
20x15	$1^{\underline{a}}$	12870	29808	67032
6x4x3	$1^{\underline{a}}$	49410	262872	653544
20x15x3	$1^{\underline{a}}$	2912	4482	8102
20x10	$2^{\underline{a}}$	14616	23598	24624
25x25	$2^{\underline{a}}$	47961	151920	238464
15x10x4	$2^{\underline{a}}$	51444	313254	396090

Verificamos que à medida que as dimensões do problema crescem, o enchimento torna-se cada vez mais importante, mesmo para MD. É bem conhecido que para problemas de médio a grande porte os métodos iterativos devem ser utilizados na inversão de matrizes deste tipo.

Conclusão. A utilização de sequemas apropriados de ordenamento faz com que os métodos diretos sejam competitivos com métodos iterativos para uma classe maior de problemas. No caso de utilização indistinta de esquemas de 1ª e 2ª ordem, D4 deve ser descartado. O ordenamento MD mostrou ser o mais atraente, sendo ND uma alternativa satisfatória. CMR é um esquema que não tem como finalidade última reduzir o enchimento da matriz. Para o tipo de problema que estamos interessados ele revelou-se uma alternativa sem atrativos.

O aumento de número de blocos inativos e do número de poços tende a favorecer MD.

REFERÊNCIAS

[1] Aziz,K. and Settari,A., Petroleum reservoir simulation. Applied Science, London (1979).

[2] George, A. and Liu, J.W., Computer solution of large sparse positive definite systems. Prentice--Hall, Inc., Englewwod Cliffs, New Jersey (1981).

[3] Price, H.S. and Coats, K.H., Direct methods in reservoir simulation. Soc. Pet. Eng. Journal: 295 - 308 (June 1974).

[4] Varga, R.S., Matrix iterative analysis. Prentice--Hall, Englewood Cliffs, New Jersey (1961).

ABSTRACT

In this work we discuss gaussian elimination for a class of matrices which appear in petroleum reservoir simulation. We consider some orderings and we analyse the fill in the L and U factors. We also take into account the variation of some parameters as geometrie, number of wells, discretization scheme, etc. The results that we have obtained indicate that the minimum degree algorithm, not very used in this context, is the most efficient among those we have considered.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

RADIAL STATIC PRESSURE VARIATION IN A CIRCULATING FLUIDIZED BED

ABCM
ABEnS

PUC/RJ

JULIO MILITZER
MASOUD MOHSENI

Technical University of Nova Scotia
Halifax, Nova Scotia - CANADÁ

ABSTRACT

Radial and axial dynamic pressure measurements were performed in a fast recirculating fluidized bed cold model. The riser is 0.23 m ID and 6.0 m tall. A radial traversing static pressure probe was developed for the measurements. In the fast fluidization regime the static pressure decreases linearly from the wall to the centre of the riser. The higher frequency pressure fluctuations are shown to be significantly reduced with even relatively small solid loadings. The pressure fluctuation amplitude is hon to be more sensitive to the actual loading, increasing almost linearly with it.

INTRODUCTION.

The measurement of static pressures has been extensively used in order to gain a better picture of the solids distribution in both bubbling and circulating fluidized beds ([1],[2],[3],[4],[5]). The vertical void fraction distribution (hold-up) in a fast circulating fluidized bed has been, extensively investigated, and can be correlated to the axial static pressure drop (Youchou and Kwauk [6]). The same cannot be said of the horizontal void fraction distribution. Yerushalmi and Cankurt [7] raised the important question: "what should be the radial density profile in a fast bed of larger diameter?".

Several investigators have tried to measure the horizontal or radial void fraction distribution. Among others, Kramer and Depew [8] used light attenuation techniques for the radial void fraction distribution, while Hartge, Li and Werther [9] measured the radial void fraction distribution using both a fiber optic probe and a capacitance probe, their conclusion was that the capacitance probe measurements were unreliable due to its succeptibility to electrostatic charges, while the fiber optic probe seemed to give reliable results. Nevertheless, both the light attenuation and the fiber optic techniques require calibration.

In the present investigation static pressures were measured in a 0.23m I.D. circulating fluidized bed in the axial and radial directions. The average values, the frequencies and the amplitudes of the dynamic measurements were evaluated and conclusions were drawn regarding their correlation with the void fraction distribution. At all times the loading and gas velocities were such that fast fluidization, as defined by Rhodes and Geldart [10], was maintained.

EXPERIMENTAL SET UP.

Figure 1 shows a schematic of the circulating fluidized bed assembly. A more detailed description of the experimetal set up can be found in Mohseni [13]. High velocity fluidization is maintained in the 0.23 m ID, 6.0 m high and 6.35 mm thick plexiglass column. The fluidization air is provided by a roots type blower which delivers 0.23 m^3/s (485 cfm) at 20.7 kPa (3 psia) and 2440 rpm. The distributor plate in the riser is made from a 1.59 mm thick aluminium plate. The solids are fed into the vertical column from a rectangular (0.17 m x 0.32 m) 1.73 m high bubbling fluidized bed. The solids leaving the 0.23 m ID vertical column are collected by two cyclones and a bag filter. The solid particles were Fluid Cracking Catalist (Exxon Model 4).

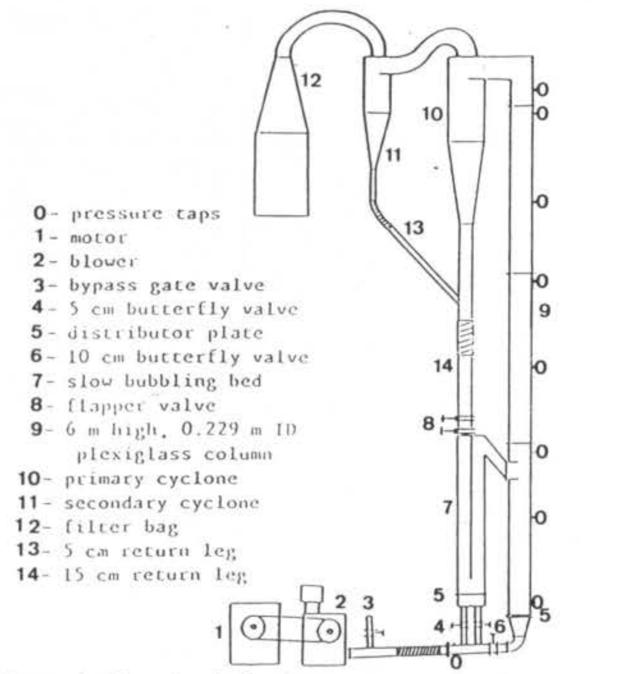


Figure 1. Experimental set up.

The main properties of the solids employed were: density of 1160 kg/m^3 ; average bulk density of 880 kg/m^3; average particle size of 60 µm with a weight distribution of 1% between 0 - 20 µm, 15% between 0 - 40 µm and 85% between 0 - 80 µm.

INSTRUMENTATION AND THE MEASUREMENT METHODOLOGY.

Air flow and total pressure drop. The total air flow in the circulating bed was measured 0.7 m downstream of the exit of the roots blower in the .10 m ID pipe. Eleven velocity measurements were performed across the cross section with a Pitot tube. The static pressure reading of the Pitot tube, taken with a U tube filled with Hg, provided the total pressure drop through the circulating bed.

Axial and radial static pressures. Figure 1 shows the location of the eight static pressure taps distributed along the wall of the 0.23 m ID riser. The pressure taps were connected to a pressure transducer with ranges of 0 - 10 mmHg and 0 - 100 mmHg. The accuracy of the pressure transducers at atmospheric conditions is given as 0.001 mmHg. The pressure transducer was connected to a Baratron pressure meter type 170 (including 170M-9, 170M-25, and 170M-34). The output from the pressure meter was fed into three different instruments. A chart recorder Brush 220 was used to register the pressure fluctuations, an analog to digital converter Tecmar Lab Tender board inserted into an IMB PC compatible personal computer for recording the signal, and a 3582A Hewlett Packard spectrum analyzer. Figure 2 shows the probe especially

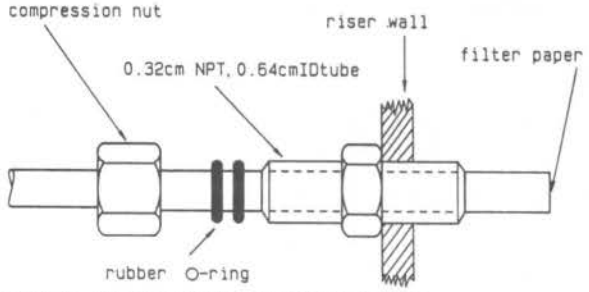


Figure 2. Static pressure radial probe.

developed by the authors for the radial static pressure measurements. Essentially, it is made from a 0.40 m, 0.0064 m ID copper tube, introduced into the flow through an orifice in the plexiglass riser. In order to prevent leaks the tube was tightly fitted to the wall with rubber O-rings. The outside extremity of the copper tube was fitted with a paper filter to prevent leak of solids. The diameter of the probe is made small to minimize its effect on the measurements.

Solids mass flow. The solids mass flow rate was determined at the end of each run in order to minimize its effect on the steadiness of the flow . The method employed, even though quite simple, produced reliable solids mass flow measurements. In order to perform this measurement the dip leg, which returns the solids to the bubbling bed, is fitted with two manually operated 0.147 m flapper valves, as shown in Figure 1. A stopwatch is activated simultaneously with the closing of the lower flapper valve. After a short period of time, tipically 8 seconds for a low solids flow rate (0.08 kg/s) and 2 seconds for a high solids flow rate (1.95 kg/s), the second flapper valve is closed and the unit is shut down. After the solids have settled between the two valves their height in the column is measured, giving the desired flow rate. This process was repeated several times in order to ensure the accuracy of the measurements.

PRESENTATION OF THE RESULTS.

Figure 3 presents two typical static pressure fluctuation versus time curves for two different loading conditions and an air velocity of 5.2 m/s. As it will become clearer in the following figures, typically the flow of air with solids in the dense flow regime presents larger amplitude and smaller frequency pressure fluctuations when compared with the flow of air alone or air with solids in the dilute regime.

Figure 4 presents the radial variation of the mean static pressure for two different loadings. It shows that there is a 5% pressure decrease from the wall to the centre of the riser for high loading, while the pressure remains approximately constant for the flow of air alone. The symmetry of the pressure distribution was verfied through several measurements across the whole diameter of the riser, thus the non uniform radial pressure distribution cannot be attributed to the unsymmetrical feeding opening.

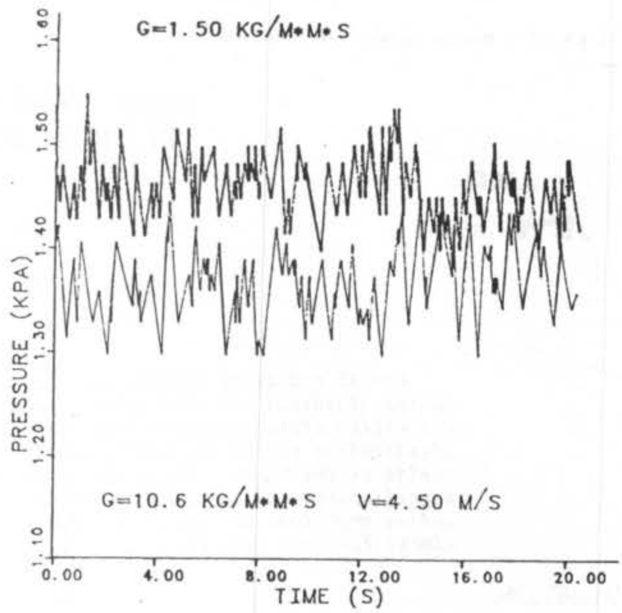


Figure 3. Typical pressure fluctuations as a function of time for different loadings.

Figure 5 presents the probability density function distribution of the radial static pressure fluctuations for high loading (G = 46.0 kg/m^{2}s) at y = 5.50 m. The distribution is clearly normal. This trend was also observed by Satija et al. [5], when analysing the dilute flow in in a vertical pneumatic conveyor (U = 2.4 m/s and G = 9.8 kg/m^{2}s). As also seen in figure 4 the pressures decrease monotonically from the wall to the centre of the column.

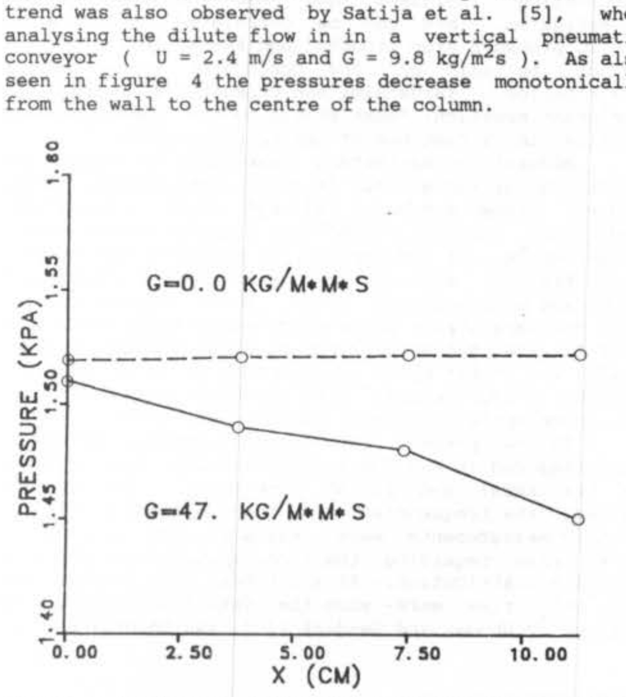


Figure 4. Variation of the mean pressure in the radial direction for different loadings.

Figure 6 presents the variation of the standard deviation, SD, of the pressure fluctuations as a function of the solids loading. The standard deviation is directly proportional to the amplitude of the pressure fluctuations, increasing with the loading. The slope of the curve is reduced for loadings over approximatelly 10 kg/m^{2}s.

Figure 7 shows the standard deviation of the pressure fluctuations as a function of the radial position in the column for different loadings with an air velocity of 4.5 m/s. As in the previous figure the presence of solid particles significantly affects the amplitude of the fluctuations. While for the flow of air alone the standard deviation or the amplitude

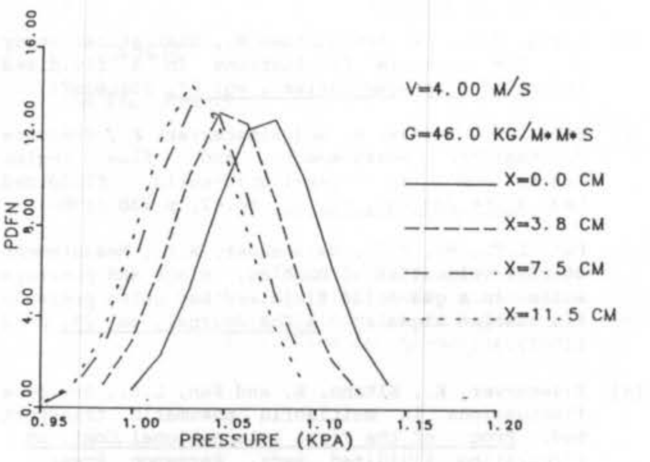


Figure 5. The probability density function distribution of the radial static pressure fluctuations.

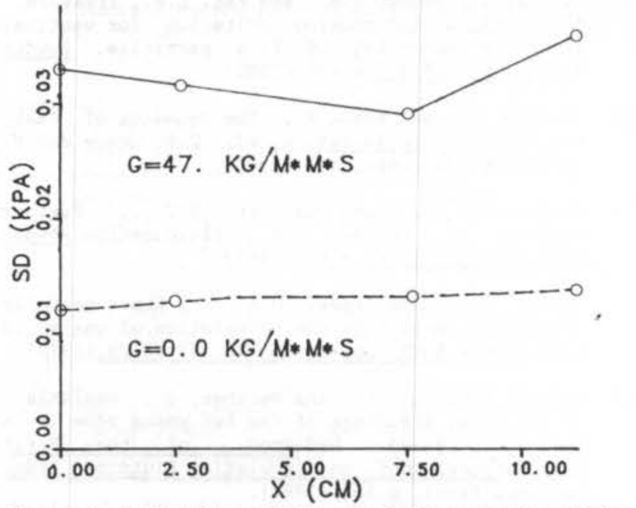


Figure 6. Variation of the standard deviation of the pressure fluctuations with the solids mass flow rate.

remains approximately constant, for a high solid loading (G = 47.0 kg/m^{2}s) there is an overall amplitude increase with a minimum value somewhere around 0.075m from the wall and a maximum on the axis of the riser. From figure 6 it was concluded that the presence of solids increases the amplitude of the fluctuations, thus it seems fair to conclude that there is a high concentration of solids at the wall (confirmed by visual observation) and the fact that all of the descending solids plus the net outward flow have to travel through the core of the riser the concentration of solids or the amplitude of the fluctuations must also be high in this region. The void fraction measured with a fiber optic probe by Hartge et al. [9] continuously increases from the wall to the centre. This is slightly different from the trend shown by the radial SD, and can probably be explained by the effect of the turbulent fluctuations on the pressure readings. Tsuji et al. [15], while studying the conveying of solids in a vertical pipe, observed that for particles with diameters between 0.2 and 1 mm , the turbulence intensity decreased monotonically from the wall to the centre of the pipe for no solid loading, however, with even relatively low loadings (dilute regime) this trend was changed and the

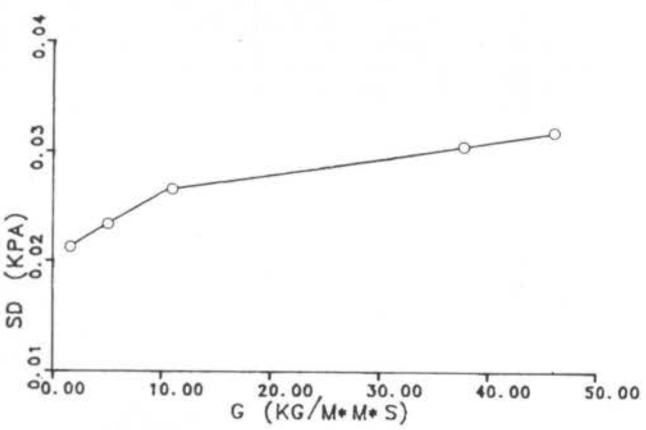


Figure 7. Variation of the standard deviation, SD, with the radial position in the riser (x=0. at the wall).

turbulence intensity reached a minimum and then increased reaching a value below that at the wall. This trend is quite similar to that observed for the radial variation of the amplitude of the pressure fluctuations. Thus indicating as expected that the amplitude of the pressure fluctuations is affected by the solids loading as well as by the turbulence intensity.

Figure 8 presents the power spectrum function of the pressure signal as a function of the frequency of the pressure fluctuations for different loadings. The curve for air alone shows the presence of higher frequency pressure fluctuations (> 25 Hz), while the addition of solid particles seems to limit the frequencies to values below 5 Hz. The curve for G=47.0 kg/m^{2}s has a smaller maximum frequency than that for G=2.4 kg/m^{2}s. These facts can be explained by the so called "turbulence modulation" phenomenon reported by Al Taweel and Landau [14], according to their theory the turbulence modulation results from the inability of the dispersed phase particles to completely follow the turbulent eddy fluctuations. Furthermore, they observed that the dispersed phase reduces spectral intensity, particularly at higher frequencies, and that the effect increases with solid concentration.

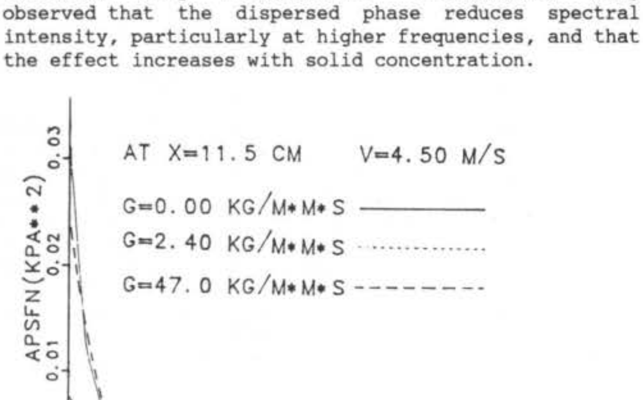


Figure 8. The power spectrum functions of the pressure signal as a function of the frequency.

Figure 9 presents the pressure amplitude as a function of frequency obtained with the HP 3582A spectrum analyser. As in the case of figure 8 the presence of solids limits the maximum frequency of the pressure fluctuations. The same measurements carried out for different radial positions did not present any noticeable difference from those obtained at the wall. This is in contrast to the amplitude of the fluctuations, which thus seem more sensitive to the radial void fraction distribution.

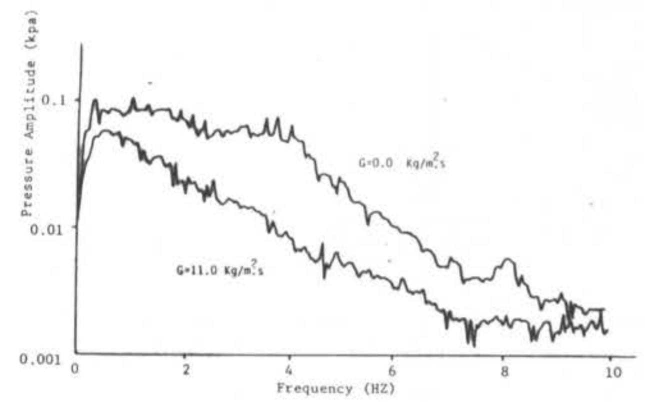


Figure 9. Pressure fluctuation amplitudes as a function of the frequency.

CONCLUSIONS.

The main conclusions of the present investigation are:

1. The static pressure probe developed for this set of experiments allows for reproducible, trouble free static pressure measurements in the axial and radial directions. The radial pressure was shown to decrease monotonically from the wall towards the centre of the riser, with a pressure gradient of approximatelly 5%.

2. The presence of even small amounts of solid particles significantly affected the frequency of the pressure fluctuations. The maximum frequency was reduced to approximately 5 Hz. However, there was little change in the frequency spectrum when the load was increased from 2.4 kg/m^2s to 47 kg/m^2s. Even though the radial void fraction distribution is not uniform no noticeable variation was observed in the power spectrum at different radial positions.

3. The pressure fluctuations amplitude or standard deviation is directly related to the solids loading. It presents a much greater sensitivity to the void fraction distribution than the frequency. For instance, there were amplitude variations of the order of almost 20% between the wall and its minimum value in the radial direction. Thus the amplitude of the fluctuation is directly related to the void fraction, that is, an increase in loading is followed by an increase in the SD of the fluctuations.

ACKNOWLEDGEMENTS.

The authors would like to express their gratitude to Mr. Alan Whittaker and Mr. Wallace J. Brown for their assistance in the design and construction of the circulating fluidized bed unit. The authors would also like to acknowledge the financial suport from the National Science and Engineering Council of Canada through its operating grant number A5451 .

REFERENCES.

[1] Lirag, R.C. Jr. and Littman H., Statistical study of the pressure fluctuations in a fluidized bed.AIChE Symposium Series , vol 67, p11.(1971).

[2] Fan, L.S., Satija, S. and Wisecarver, K., Pressure fluctuation measurement and flow regime transitions in gas-liquid-solid fluidized beds.AIChE Journal, vol 32, No. 2, p 338.(1986).

[3] Fan, L.T., Ho, T.C., Walawender, W.P., Measurement of rise velocities of bubbles, slugs and pressure waves in a gas-solid fluidized bed using pressure fluctuation signals. AIChE Journal, vol 29, p 33 (1983).

[4] Wisecarver, K., Kitano, K. and Fan, L.S., Pressure fluctuations in multisolid pneumatic transport bed. Proc. of the First International Conf. on Circulating Fluidized Beds. Pergamon Press, p 145.(1986).

[5] Satija, S., Young, J.B. and Fan, L.S., Pressure fluctuations and choking criterion for vertical pneumatic conveying of fine particles. Powder Technology vol 43, p 257.(1985).

[6] Youchou, L. and Kwauk M., The dynamics of fast fluidization. Fluidization, ed. J.R. Grace and M. Matsen,Plenum Press, N.Y.(1980).

[7] Yerushalmi, J. and Cankurt, N.T. ,. Further studies of regimes of fluidization.Powder Technology, vol 24, p 187.(1979)

[8] Kramer, T.J. and Depew, C.A. , Experimentally determined mean flow characteristics of gas-solid suspensions.ASME Publication No. 72-FE-29.(1972).

[9] Hartge, E.U., Li, Y. and Werther, J., Analysis of the local structure of the two phase flow in a fast fluidized bed.Proc. of the First International Conf. on Circulating Fluidized Beds. Pergamon Press, p 153.(1986).

[10] Rhodes, M.J. and Geldart, D. , The hydrodynamics of re-circulating fluidized beds. Proc. of the First International Conf. on Circulating Fluidized Beds. Pergamon Press, p 193.(1986).

[11] Mohseni, M. , Dynamic pressure measurements in a circulating fluidized bed. M.A.Sc. Thesis, Technical University of Nova Scotia.(1986).

[12] Geldart, D. , Types of gas fluidization. Powder Technology, vol 7, p 285.(1973).

[13] Tsuji, Y., Morikawa, Y. and Shiomi H., LDV measurements of an air-solid two-phase flow in a vertical pipe. J. Fluid Mech, vol 139, p 417. (1984).

[14] Al Taweel, A. M. and Landau, J. , Turbulence modulation in two-phase jets. Int. J. Multiphase Flow, vol 3, p 341.(1977).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ESTUDO DE UM MANCAL HIDRODINÂMICO CILÍNDRICO

ABCM ABEnS

J.A. RIUL, C.R. RIBEIRO e V. STEFFEN JR.
Departamento de Engenharia Mecânica - UFU

PUC/RJ

RESUMO

Partindo da equação de Reynolds é feito um estudo dos mancais hidrodinâmicos cilíndricos, procurando determinar o campo de pressões, a força hidrodinâmica, os coeficientes dinâmicos de rigidez e de amortecimento que permitem analisar a estabilidade do sistema árvore-mancal.

INTRODUÇÃO

Mancais hidrodinâmicos representam uma classe importante de mancais, largamente utilizados nos mais diferentes tipos de máquinas e equipamentos.

Em problemas de identificação de parâmetros de máquinas rotativas é sempre questão fundamental conhecer-se a participação dos mancais na resposta em regime permanente. O filme de óleo pode ser simulado por um sistema apresentando características elásticas e viscosas, permitindo o cálculo dos coeficientes de rigidez e de amortecimento do mancal.

Este trabalho apresenta a equação de Reynolds que é integrada através do método das diferenças finitas, de forma a obter-se o campo de pressão que por sua vez é também integrado para a determinação da força hidrodinâmica. Impondo pequenas variações em torno da posição de equilíbrio da árvore, obtem-se expressões que permitem o cálculo dos coeficientes de rigidez e de amortecimento. É feita, finalmente, uma análise da estabilidade do sistema mancal-árvore usando o critério de Routh-Hurwitz, sendo apresentada a curva limite de estabilidade. Para a obtenção de todos os resultados apresentados, foram desenvolvidas rotinas computacionais, visando sua utilização como ferramenta a nível do projeto e construção de mancais hidrodinâmicos. Comprovações experimentais dos resultados teóricos obtidos são assunto para um próximo trabalho.

EQUAÇÃO DE REYNOLDS

A equação de Reynolds [1], deduzida a partir das equações de Navier-Stokes, para mancais hidrodinâmicos cilíndricos, apresenta-se na seguinte forma:

$$\frac{1}{6}\left[\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right] = \left(W_m + W_a\right)\frac{\partial h}{\partial\theta} + 2\frac{\partial h}{\partial t} \qquad (1)$$

onde:

$p(\theta,z)$ = pressão do fluido
$h(\theta,z)$ = espessura do filme de lubrificante
W_m = rotação do mancal
W_a = rotação da árvore
μ = viscosidade dinâmica do fluido

O segundo membro da equação (1), corresponde a dois efeitos simultâneos:

- Efeito de Arrastamento $(W_m + W_a)\frac{\partial h}{\partial\theta}$
- Efeito de Escorregamento: $2\frac{\partial h}{\partial t}$

A equação de Reynolds (1) descreve um escoamento em regime laminar no qual:

- as forças de inércia são desprezadas
- o número de Reynolds, característico do escoamento é inferior a 2.000

A espessura do filme do fluido é dada por:

$$h = c - x\cos\theta - y\,\mathrm{sen}\,\theta \qquad (2)$$

onde c é a folga radial e na sua dedução considera-se $\frac{c}{R_m}$ muito pequeno e o sistema mancal-árvore perfeitamente alinhado.

A equação (1) pode ser escrita na forma adimensional.

$$4\left(\frac{L}{D}\right)^2\frac{\partial}{\partial\theta}\left(H^3\frac{\partial\bar{P}}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{\partial Z}\left(H^3\frac{\partial\bar{P}}{\partial Z}\right) = 12\pi\left[X\mathrm{sen}\theta - Y\cos\theta - 2\alpha(\dot{X}\cos\theta + \dot{Y}\mathrm{sen}\theta)\right] \qquad (3)$$

onde:

$$\bar{P}(\theta,Z) = \frac{p(\theta,z)}{\mu(N'_m+N'_a)}\left(\frac{C}{L}\right)^2, \quad H = 1 - X\cos\theta - Y\mathrm{sen}\theta$$

$$X = \frac{x}{c},\quad Y = \frac{y}{c},\quad Z = \frac{z}{L},\quad \dot{X} = \frac{\dot{x}}{cW_a},\quad \dot{Y} = \frac{\dot{y}}{cW_a}$$

$$\alpha = \frac{W_a}{W_a + W_m},\quad W_a = 2\pi N'_a,\ W_m = 2\pi N'_m \qquad (4)$$

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS

Neste trabalho é utilizado o método das diferenças finitas e relaxação sucessiva [2] para resolver a equação (3), para a qual foram fixadas as seguintes condições de contorno:

- $\bar{P}(\theta,0) = \bar{P}(\theta,1) = 0$
- $\bar{P}(\theta,Z) < 0 \Rightarrow \bar{P}(\theta,Z) = 0$

A integração desta equação leva à determinação do campo de pressão, e este é integrado de forma a obter-se os componentes da força hidrodinâmica através das seguintes equações:

$$\left.\begin{aligned} F_{Hx} &= - \int_0^{2\pi} \int_0^{L} p \, R_a \cos\theta \; d\theta \, dz \\ F_{Hy} &= - \int_0^{2\pi} \int_0^{L} p \, R_a \,\mathrm{sen}\,\theta \; d\theta \, dz \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

POSIÇÃO DE EQUILÍBRIO DA ÁRVORE NO MANCAL

Características Geométricas do Mancal. Considerando o sistema de eixos O_M XY, no centro do mancal, como mostra a figura 1, sendo O_M o centro do mancal, O_a o centro da árvore, com:

- Excentricidade e; distância $O_M\,O_a$
- Razão de excentricidade ε ou E = $\frac{e}{c}$; sendo $0 \leq \varepsilon \leq 1$
- ϕ ou FIA - ângulo medido a partir de X positivo até a linha de centros
- $H(\theta) = 1 - \varepsilon \cos(\theta - \phi)$

A posição do centro da árvore, bem como a espessura do filme de lubrificante é determinada em qualquer ponto do mancal.

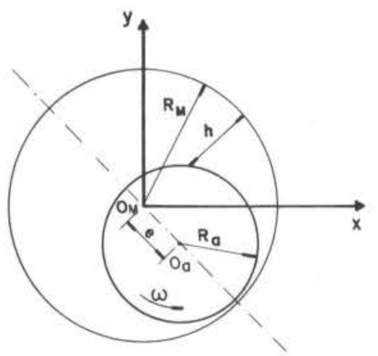


Figura 1. Geometria do Sistema Mancal-Árvore

Posição de Equilíbrio da Árvore. As componentes dadas pela equação (5) levam à determinação da força hidrodinâmica $\vec{F}_H$ aplicada no centro O_a, como indica a Figura 2. A árvore estará em sua posição de equilíbrio, definida por ε e ϕ, quando a força $\vec{F}_H$ for equilibrante da carga $\vec{W}$ à qual se submete o mancal. Para determinar tal posição, considera-se, na equação de Reynolds (1) a velocidade de esmagamento $\frac{\partial h}{\partial t}$ nula e através de um processo iterativo tipo Newton-Raphson [3] , chega se à condição desejada.

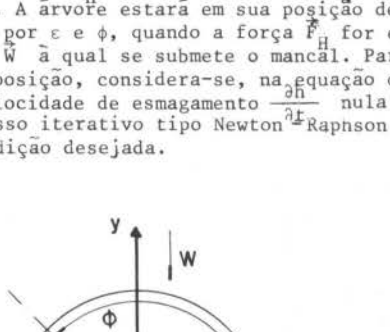


Figura 2. Forças atuantes no Sistema Mancal-Árvore

Nas figuras 3 e 4 tem-se a variação do número Sommerfeld (S) [4] e o ângulo ϕ em função de ε, para $\frac{L}{D_a} = 1$, onde L é o comprimento do mancal e D_a o diâmetro da árvore e $S = \frac{\mu \, W_a \, R_a L}{\pi W} \left(\frac{R_a}{c}\right)^2$.

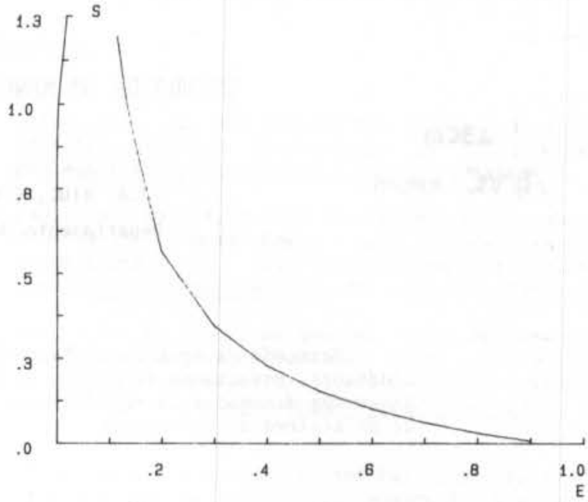


Figura 3. Variação do Número de SOMMERFELD em função de ε

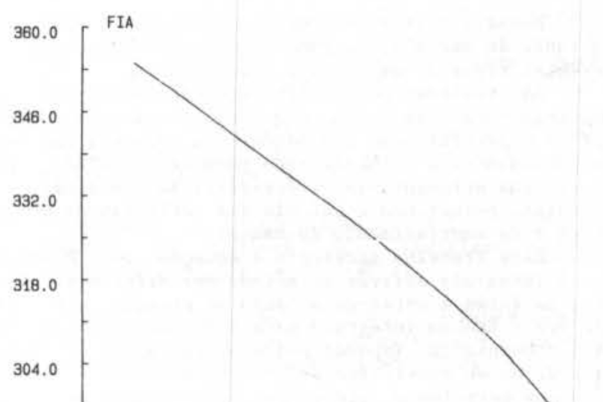


Figura 4. Variação do ângulo ϕ, em função de ε

DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE RIGIDEZ E DE AMORTECIMENTO

Deslocando-se o centro da árvore de sua posição de equilíbrio, a espessura do filme de fluido é modificada, resultando na variação do campo de pressão e consequentemente alteração da força hidrodinâmica - que também ocorrerá quando for aplicada uma velocidade de deslocamento no centro da árvore. Essas variações da força hidrodinâmica podem ser linearizadas por pequenos movimentos do centro da árvore em torno de sua posição de equilíbrio, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} \Delta F_{Hx} \\ \Delta F_{Hy} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x_a \\ \Delta y_a \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x}_a \\ \Delta \dot{y}_a \end{Bmatrix} \quad (6)$$

onde:

K_{ij} = coeficiente de Rigidez, C_{ij} = coeficiente de Amortecimento

Os coeficientes de rigidez e amortecimento podem ser obtidos na forma adimensional:

$$K_{IJ} = K_{ij}\left(\frac{C}{W}\right), \quad C_{IJ} = C_{ij}\left(\frac{C\ W_a}{W}\right) \tag{7}$$

<u>Cálculo dos Coeficientes de Rigidez</u>. Para determinação dos coeficientes de rigidez, usa-se o método de diferenças finitas centradas [5], deslocando o centro da árvore paralelamente aos eixos O_MX e O_MY, respectivamente de ΔX_a e ΔY_a. Com a alteração dos componentes da força hidrodinâmica, deduz-se os coeficientes:

$$\left.\begin{aligned}
K_{XX} &= -\left(\frac{F1(\Delta X_a) - F1(-\Delta X_a)}{2\sqrt{F1^2 + F2^2}\,.\,\Delta X_a}\right), \\
K_{XY} &= -\left(\frac{F1(\Delta Y_a) - F1(-\Delta Y_a)}{2\sqrt{F1^2 + F2^2}\,.\,\Delta Y_a}\right) \\
K_{YX} &= -\left(\frac{F2(\Delta X_a) - F2(-\Delta X_a)}{2\sqrt{F1^2 + F2^2}\,.\,\Delta X_a}\right) \\
K_{YY} &= -\left(\frac{F2(\Delta Y_a) - F2(-\Delta Y_a)}{2\sqrt{F1^2 + F2^2}\,.\,\Delta Y_a}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

onde:

$$F1 = \int_0^{2\pi}\int_0^1 \bar{p}\cos\theta\, d\theta dZ, \quad F2 = \int_0^{2\pi}\int_0^1 \bar{p}\,\mathrm{sen}\theta\, d\theta dZ \tag{9}$$

Para uma relação $\frac{L}{D_a} = 1{,}0$, a figura 5, representa os coeficientes de rigidez na forma adimensional, K_{XX}, K_{YX}, K_{XY} e K_{YY}.

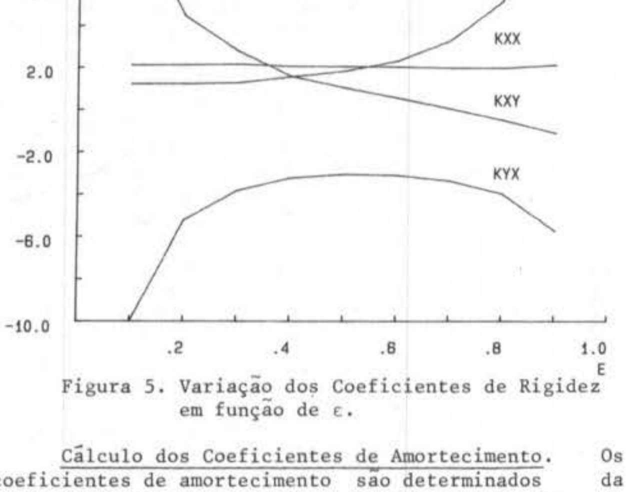


Figura 5. Variação dos Coeficientes de Rigidez em função de ε.

<u>Cálculo dos Coeficientes de Amortecimento</u>. Os coeficientes de amortecimento são determinados da mesma forma que os de rigidez, sendo que no centro da árvore aplica-se agora velocidade paralelamente aos eixos O_MX e O_MY, respectivamente de $\Delta\dot{X}_a$ e $\Delta\dot{Y}_a$. Temos portanto:

$$\left.\begin{aligned}
C_{XX} &= -\left(\frac{F1(\Delta\dot{X}_a) - F1(-\Delta\dot{X}_a)}{2\sqrt{F1^2 + F2^2}\,.\,\Delta\dot{X}_a}\right), \\
C_{XY} &= -\left(\frac{F1(\Delta\dot{Y}_a) - F1(-\Delta\dot{Y}_a)}{2\sqrt{F1^2 + F2^2}\,.\,\Delta\dot{Y}_a}\right) \\
C_{YX} &= -\left(\frac{F2(\Delta\dot{X}_a) - F2(-\Delta\dot{X}_a)}{2\sqrt{F1^2 + F2^2}\,.\,\Delta\dot{X}_a}\right) \\
C_{YY} &= -\left(\frac{F2(\Delta\dot{Y}_a) - F2(-\Delta\dot{Y}a)}{2\sqrt{F1^2 + F2^2}\,.\,\Delta\dot{Y}_a}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Com a relação $\frac{L}{D_a} = 1.0$, a figura 6 representa os coeficientes de amortecimento na forma adimensional, C_{XX}, C_{XY}, C_{YX}, C_{YY}.

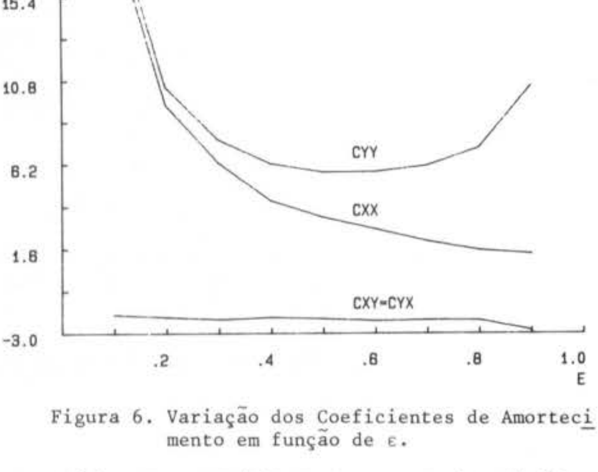


Figura 6. Variação dos Coeficientes de Amortecimento em função de ε.

<u>Análise de Estabilidade de Mancal Hidrodinâmico</u>. Na análise de estabilidade a equação matricial adimensional a ser examinada é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{XX} & C_{XY} \\ C_{YX} & C_{YY} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} \\ K_{YX} & K_{YY} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{11}$$

onde: $\alpha_1 = \frac{C\ W_a^2}{g}$

Admitindo-se, $X = A\,e^{\lambda t}$ e $Y = B\,e^{\lambda t}$ como solução da equação (11), tem-se:

$$\alpha_1^2\lambda^4 + \alpha_1 A_3\lambda^3 + (\alpha_1 A_4 + A_2)\lambda^2 + A_1\lambda + A_0 = 0 \tag{12}$$

onde: A_0, A_1, A_2, A_3 e A_4 são constantes determinadas em função dos coeficientes de rigidez e amortecimento. Aplicando-se o critério de Routh-Hurwitz [6], na equação (12), chega-se à condição de estabilidade:

$$\alpha_1^2 A_1^2 - A_1(\alpha_1 A_4 - A_2)\alpha_1 A_3 + \alpha_1^2 A_0 A_3^2 < 0 \tag{13}$$

A partir da equação (13), no limite estabilidade/instabilidade, tem-se:

$$W_L = \left[\frac{A_1 \cdot A_2 \cdot A_3}{(A_1^2 - A_1 . A_3 . A_4 + A_0 A_3^2)}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{14}$$

onde:

$$W_L = W_a \sqrt{\frac{c}{g}}$$

Ainda para a relação $\frac{L}{D_a} = 1.0$, a figura 7, representa a curva de estabilidade de um mancal hidrodinâmico, determinada a partir da posição de equilíbrio e em função de ε.

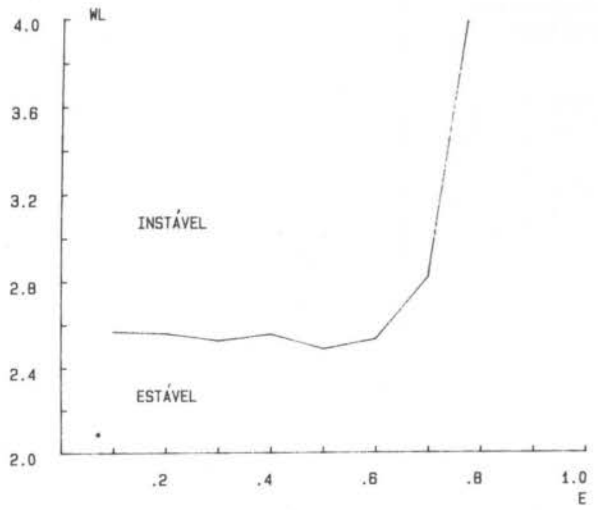


Figura 7. Estabilidade para o sistema mancal-árvore

CONCLUSÃO

Os métodos numéricos utilizados (diferenças finitas, processo iterativo tipo Newton-Raphson) mostraram se plenamente adequados para o tratamento dos problemas propostos. Os resultados obtidos, sempre na forma adimensional, constituem um conjunto de informações importantes sobre o comportamento dinâmico de mancais hidrodinâmicos cilíndricos. A nível do projeto e construção de mancais, os programas computacionais desenvolvidos são ferramentas de fundamental importância, pela facilidade de, simulando as condições de trabalho e as características geométricas do sistema árvore-mancal, obter resultados preliminares que contribuam para um projeto final confiável.

REFERÊNCIAS

[1] KIRK,R.G., and GUNTER,E.J., Transient Journal Bearing Analysis. NASA Contractor Report CR-1549, Washington D.C. (1970).

[2] KELLY,L.G., Handbook of Numerical Methods and Applications. Addison-Wesley Publ.Co., London, (1967).

[3] DORN,W.S. and McGRACKEN,D.D., Cálculo Numérico com Estudos de Casos em Fortran IV, Ed. Campus Ltda, Rio de Janeiro (1978).

[4] HALLING,J., Principles of Tribology, The Macmillan Press, London, (1975).

[5] BIREMBAUT,M.Y., Raideur et Amortissement des Paliers Hydrodynamiques. Les Memoires Techniques du Cetim, nº 32, Paris, (1977).

[6] GUNTER, E.J., Dynamic Stability of Rotor-Bearing Systems. NASA Contractor Report SP-113, Washington D.C. (1966).

ABSTRACT

From the Reynolds' equation it is presented a study about the cylindrical hydrodynamic bearing for which the field of pressure distribution, the hydrodynamic force, the dynamic coefficients of stiffness and damping are determined. The stability of the system shaft-bearing is analysed.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

TRANSIENTES HIDRÁULICOS EM PARTIDA E PARADA DE BOMBAS CENTRÍFUGAS

ABCM
ABMC ABEnS

ALEXANDRE DE SOUZA DUTRA
SIDNEY STUCKENBRUCK
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ
PUC/RJ

RESUMO

A partir da simulação numérica de uma bomba centrífuga e de uma linha de tubos de diâmetros variáveis a ela ligada, é feita uma análise do comportamento deste sistema durante o regime transiente de partida e parada da bomba, figura 1. A simulação prevê o funcionamento da bomba em diversas situações, inclusive no regime correspondente a turbina, isto é, rotação e escoamento invertidos. Para o caso de partidas rápidas, comuns para bombas acionadas por motores elétricos, os resultados indicam a necessidade de precauções especiais a serem tomadas, devido ao efeito de amplificação das ondas de pressão nos pontos de variação de diâmetro dos tubos.

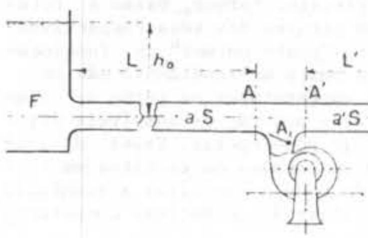


Figura 1. Bomba e tubulação utilizada na simulação numérica

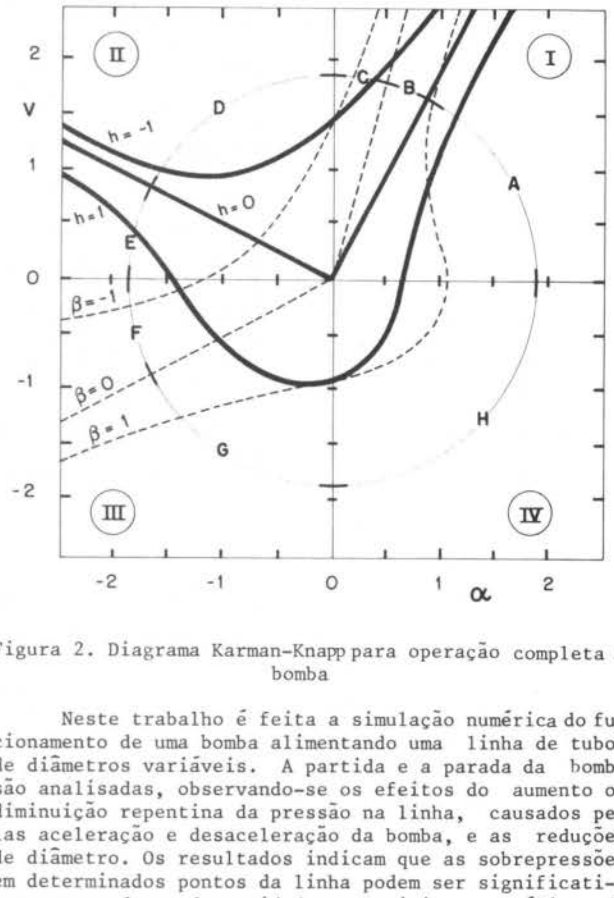


Figura 2. Diagrama Karman-Knapp para operação completa de bomba

INTRODUÇÃO

A análise de problemas envolvendo fenômenos de transientes em fluídos é de grande importância em vários campos da engenharia. Este fenômeno ocorre em operação de abertura e fechamento de válvulas em sistemas hidráulicos, partida e parada de bombas, operação de sistemas urbanos de distribuição d'água, sistemas hidráulicos de aviões e submarinos, operação de oleodutos e gasodutos, sistemas de refrigeração de usinas nucleares, deslocamento de trens em túneis ou sistema de controle de robôs industriais.

Normalmente, os fabricantes de bombas só apresentam diagramas de altura manométrica ou pressão para a faixa de funcionamento normal da máquina, onde ela trabalha com vazões e rotações positivas. Todavia existe a possibilidade da bomba operar com vazões negativas ou rotações negativas, figura 2 [1]. Se isto ocorrer, uma dificuldade extra é introduzida no problema devido a maior complexidade de obtenção do comportamento exato da máquina nessa região. Os poucos diagrams de operação de bombas completos existentes não se adaptam, em geral, de maneira justa a maior parte das bombas existentes no mercado. Dessa maneira, caso se tenha a necessidade de uma previsão da operação da bomba, quando possível, deve-se realizar um ensaio completo da máquina. Contudo, isto é em geral dispendioso em termos de tempo e capital. Por esse motivo, usualmente, adapta-se o diagrama de operação normal da bomba a um dos existentes na literatura para uma bomba análoga. Como dificilmente a bomba escolhida é semelhante a uma cujo comportamento se conhece, tal procedimento conduz a erros que o projetista deve ter sempre em mente. Sua experiência, bom julgamento, e conhecimentos do problema, serão essenciais nas decisões que tomará ao analisar essas simulações.

Neste trabalho é feita a simulação numérica do funcionamento de uma bomba alimentando uma linha de tubos de diâmetros variáveis. A partida e a parada da bomba são analisadas, observando-se os efeitos do aumento ou diminuição repentina da pressão na linha, causados pelas aceleração e desaceleração da bomba, e as reduções de diâmetro. Os resultados indicam que as sobrepressões em determinados pontos da linha podem ser significativas, merecedoras de cuidados especiais na análise de tensões durante a fase de projeto.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Formulação do problema transiente em tubulações. Adotando-se as hipóteses comuns neste tipo de problema, qual sejam: o escoamento é considerado unidimensional no espaço (velocidades são admitidas uniformes nas seções transversais); tensões nos tubos são proporcionais as deformações; o atrito é constante e não é considerada a interação tubo-fluido.

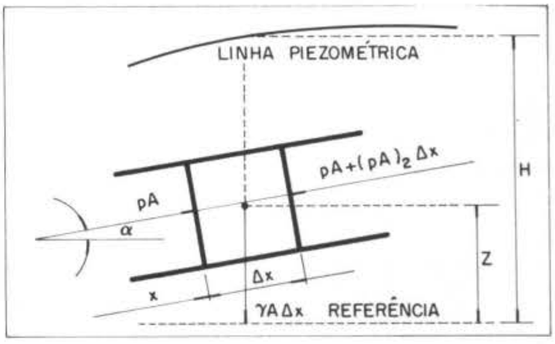


Figura 3. Volume de controle para aplicação das equações de movimento

Assim, as equações para o modelo são: [2]

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial x} - \rho\ g\ v\ \mathrm{sen}\ \theta = 0 \qquad (1)$$

- Equação de balanço de quantidade de Movimento

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho\ v \frac{\partial v}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho \frac{fv}{2D} |v| = 0 \qquad (2)$$

A equação da continuidade e momento representam um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas quase-lineares e podem ser transformadas em quatro equações ordinárias através de um balanço de variáveis pelo método das características.

Admitindo-se escoamento com baixos números de Mach e Froude, a contribuição dos termos convectivos e gravitacional são desprezíveis e essas equações transformam-se num sistema equivalente a:

C^+:

$$\frac{1}{a}\frac{dp}{dt} + \rho \frac{dv}{dt} + \rho\ f \frac{v|v|}{2D} = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} = a \qquad (4)$$

C^-:

$$-\frac{1}{a}\frac{dp}{dt} + \rho \frac{dv}{dt} + \rho\ f \frac{v|v|}{2D} = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{dx}{dt} = -a \qquad (6)$$

Onde as equações (4) e (6) representam as equações das características do sistema - linha reta para o caso de velocidade de onda, a, constante, e as expressões (3) e (5) as equações de compatibilidade para as pressões e velocidade do fluido.

Condição de transiente causado por bomba centrífuga. O comportamento dinâmico da bomba durante o período transiente será modelado tendo em vista as equações que estabelecem as relações entre pressões e vazões em função da velocidade angular. Relações homólogas podem ser utilizadas para este fim e a equação de equilíbrio entre momento e quantidade de movimento angular, quando integradas, fornecerão os valores da velocidade da bomba em função do tempo.

Para máquinas geometricamente similares, podemos escrever as seguintes relações homóloga [2]:

$$\frac{P_1}{(\omega_1\ D_1)^2} = \frac{P_2}{(\omega_2\ D_2)^2} \qquad (7)$$

$$\frac{Q_1}{\omega_1\ D_1{}^3} \quad \frac{Q_2}{\omega_2\ D_2{}^3} \qquad (8)$$

Onde P, ω, D e Q representam pressão, velocidade angular, diâmetro e vazão e os índices são relativos a dois estados de máquina.

É conveniente trabalhar-se com as relações adimensionalizadas; assim, definindo-se os parâmetros:

$$p = \frac{P}{P_N}\ ,\ \beta = \frac{T}{T_N}\ ,\ v = \frac{Q}{Q_N}\ ,\ \alpha = \frac{\omega}{\omega_N} \qquad (9)$$

Onde as variáveis, pressão, torque, vazão e rotação são adimensionalizadas através dos seus respectivos valores, correspondentes ao "ponto normal" de funcionamento da bomba, isto é, ao ponto de rendimento máximo.

Estas variáveis são apresentadas em forma de diagramas, como o da figura 2, e mostram os possíveis regimes que uma bomba centrífuga pode operar. Esses diagramas podem ser convertidos em tabelas ou escritos em forma de função polinomial, de modo a facilitar a resolução de problemas através da utilização de rotinas computacionais.

A solução do problema é então obtida pela resolução de duas equações: a equação de momento, que acopla as equações de compatibilidade na tubulação com a pressão causada pela bomba - obtida do gráfico que fornece esta pressão como função das vazões e rotações na bomba, e a equação de quantidade de movimento angular na bomba [2]:

$$T_m - T_h = I \frac{d\omega}{dt} \qquad (10)$$

Onde as variáveis T_m, T_h, I e $d\omega/dt$ representam o torque motor, o torque hidráulico, o momento de inércia das partes girantes e do líquido contido no rotor da bomba e a aceleração angular da bomba.

Integrando-se as equações (10) entre dois intervalos de tempo:

$$\omega(t) = \omega_o + \int_{to}^{t} \frac{(T_m - T_h)}{I}\ dt \qquad (11)$$

Para partida da bomba, tem-se uma variação linear da rotação com o tempo até o regime permanente. Para parada da bomba, tem-se $T_m = 0$ e T_h é obtido do diagrama que fornece o torque como função das vazões e rotações na bomba.

RESULTADOS

Procedimento para simulação numérica. Para aquisição de dados na simulação numérica, escolheu-se a bomba Worthington modelo - D1011 - 8x6x11, 1770 RPM, com NS=61 (SI) e momento de inércia = 0,21 kg m^2; que em "ponto normal" apresenta Q_N = 0,139 m^3/s, H_N = 23,8 m, η_N=0,81. A curva de funcionamento para faixa de operação normal desta bomba ajustou-se bem ao diagrama apresentado por Donsky [3] para bomba de N_s próximo ao da utilizado para simulação. Para mesma faixa de operação as duas curvas apresentam um afastamento máximo de 5%.

Para acionamento da bomba foi escolhido um motor elétrico de 50 HP, e esse motor em conjunto com o eixo, líquido que entra na bomba e as partes girantes da bomba apresentou um momento de inércia de 0,84 $kg.m^2$. Devido a influência deste momento de inércia em outros parâmetros do sistema, há possibilidade de aumentá-lo através do acoplamento de volantes de massa variável ao conjunto bomba motor.

Aquisição de dados. O momento de inércia das partes girantes influencia fortemente a operação do sistema, de forma que a utilização de motores mais pesados ou o acoplamento de volantes estão relacionados com o maior tempo que a bomba leva para atingir o regime permanente, como pode ser visto na figura 4.

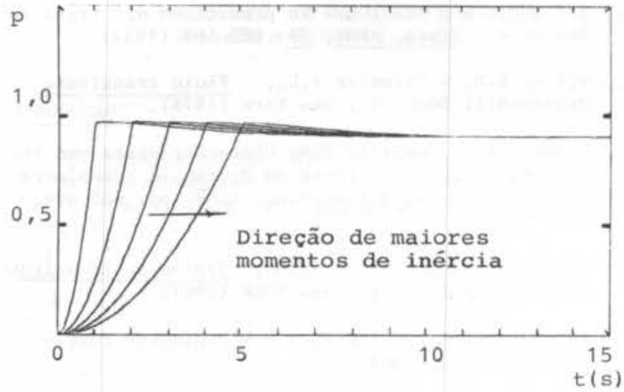


Figura 4. Relação entre tempo de partida da bomba e momento de inércia do conjunto.

O tempo necessário para a bomba atingir o regime permanente de operação, por sua vez, está relacionado diretamente com as pressões nos pontos críticos da linha. Partidas realizadas em tempo mais longo produzem menores picos e oscilações de pressão na linha, como pode ser observado na figura 5.

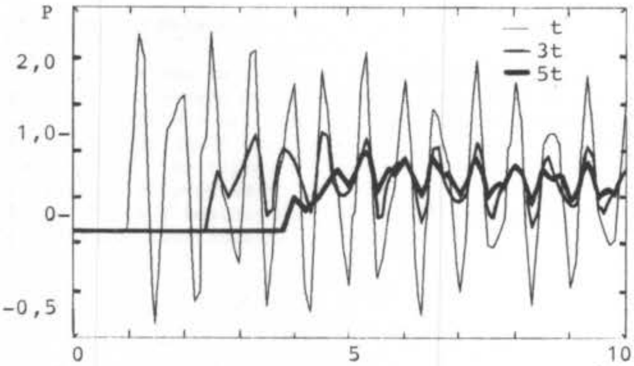


Figura 5. Pressão no ponto crítico da linha para vários tempos de partida.

Para parada da bomba o momento de inércia também influencia de maneira marcante a operação do sistema, como pode ser visto pelo gráfico de pressão na bomba em função da variação do momento de inércia das partes girantes (figura 6).

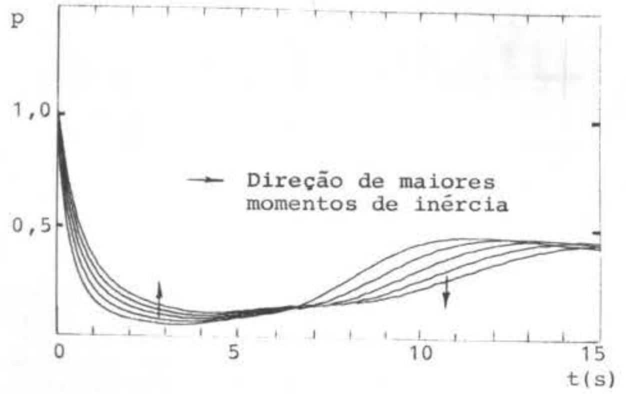


Figura 6. Pressão na bomba em função da variação do momento de inércia (Para Parada).

A operação de parada mais suave também resulta na ocorrência de menores oscilações e evita a formação de cavidades ou abertura de colunas nos pontos mais críticos da tubulação como pode ser observado pela figura 7.

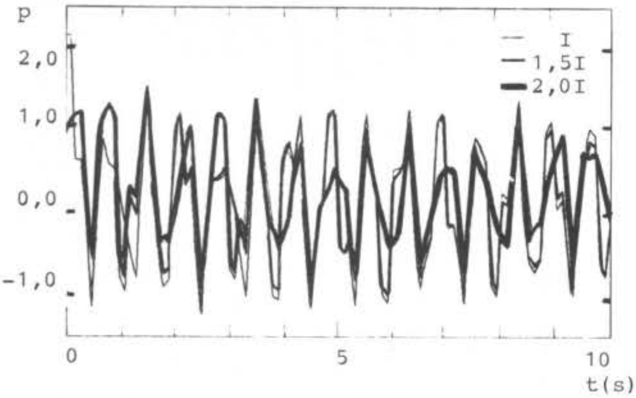


Figura 7. Pressão no ponto crítico da linha para uma variação do momento de inércia das partes girantes (para parada).

Outro ponto de observação é a influência da altura (pressão) do reservatório na partida e na parada da bomba e a relação entre as pressões que ocorrem nos pontos críticos da linha. Como pode ser visto na figura 8, a operação da bomba em sistema de reservatórios de maiores alturas propicia menores oscilações e pressões nos pontos críticos da linha, para a partida da bomba.

Para a parada de bomba, a utilização de reservatórios com maiores cotas também leva a ocorrência de menores oscilações na linha, evitando a abertura de cavidades em seus pontos críticos, conforme pode ser observado pela figura 9.

Também foi observada a influência da variação do diâmetro da tubulação em pontos críticos de pressão. Notou-se que a utilização de tubulação de diâmetros decrescentes a medida que se afasta da bomba propicia a ocorrência de pressões mais elevadas durante o regime de partida, proporcionando maiores tensões a tubulação. Embora essas pressões elevadas possam eventualmente ser prejudiciais, para o caso de parada, tais pressões evitam a formação de cavidades ou ocorrência de vácuo na tubulação.

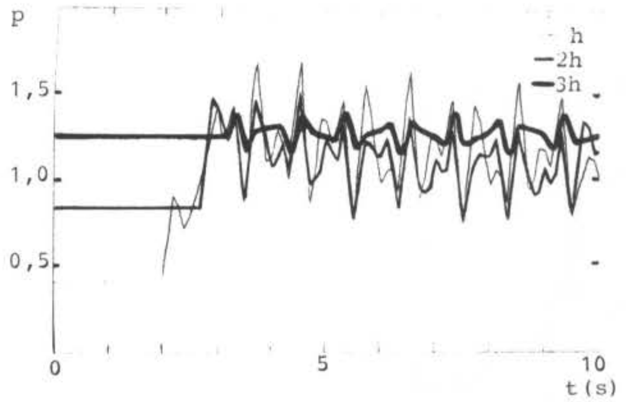


Figura 8. Pressão no ponto crítico da linha para uma variação da altura do reservatório (partida).

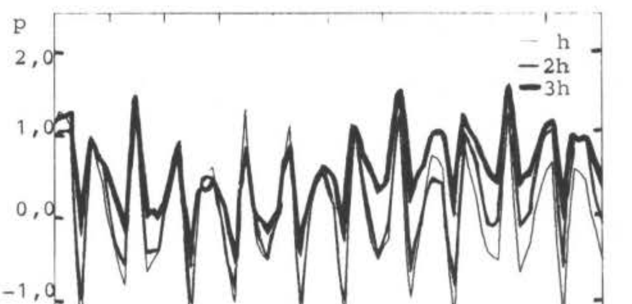


Figura 9. Pressão no ponto crítico da linha para uma variação de cota do reservatório (parada).

CONCLUSÕES

A solução do problema de tensões elevadas através do dimensionamento estrutural de tubulações sujeitas a regimes transientes causados por bombas centrífugas não é única, bem como pode não ser a melhor. Como visto, projeto de sistemas com reservatório de maior cota resolve o problema das pressões elevadas, evitando a abertura de cavidades na linha, da mesma forma que a utilização de cotas menores leva a formação de vácuo, e proporciona maiores pressões nos pontos críticos da tubulação. A utilização de volantes que permitem o aumento do momento de inércia do conjunto bomba-motor mostrou ser uma boa alternativa, pois tais dispositivos suavizam a operação do sistema, proporcionando o não aparecimento de pressões elevadas ou ocorrência de vácuo nos pontos críticos da tubulação.

Outras soluções para problemas de transientes causados por bombas centrífugas poderiam ser apresentadas, contudo a experiência e o bom julgamento dos projetistas envolvidos nestas situações serão mais uma vez essenciais nas decisões que tomará ao se defrontar com tais problemas.

REFERÊNCIAS

[1] Knapp, R.T., Complete characteristics of centrifugal pumps and their use in prediction of transient behavior . Trans. ASME, 59: 683-689 (1937).

[2] Wylie, E.B. e Streeter V.L., Fluid transients . McGraw-Hill Book Co., New York (1978).

[3] Donsky, B., Complete Pump Characteristics and the Effects of Specific Speed on Hydraulic Transients, Journal of Basic Engineering, ASME, pp. 685-699, Dec. (1951).

[4] Streeter, V.L. e Wylie, E.B., Hydraulic transients, McGraw-Hill Book Co., New York (1967)

[5] Pump Selector for Industry - Worthington Pump - McGraw-Edison Company.

ABSTRACT

A centrifugal pump connected to a line of ducts of variable diameter is numerically simulated. This system is analysed during the transient regimes of start-up and stoppage. The simulation foresees the pump operation in many situations, including the turbine regime, when either pump flow or rotation reverses. The results for the case of quick start-up indicate the necessity of especial caution due the effect of amplification of pressure waves in points of diameter reduction. Results for situations of sudden power interruption are also shown. The paper includes the study of the effects of the pump/motor moment of inertia in pressure variation.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ANÁLISE NUMÉRICA DO DESEMPENHO TÉRMICO DE UM TROCADOR DE CALOR DUPLO-TUBO ALETADO

ABCM ABEnS PUC/RJ

MIGUEL VAZ JUNIOR
Universidade para o Desenvolvimento do Estado de Santa Catarina

SERGIO COLLE
Universidade Federal de Santa Catarina

RESUMO

O principal objetivo deste trabalho é determinar o comportamento térmico do escoamento através de um trocador de calor duplo-tubo duplo-aletado em escoamento laminar de igual capacidade calorítica horária. A solução é obtida através do método de equações integrais definidas sobre a fronteira. A condução de calor nas aletas é considerada. A verificação da solução numérica é feita comparando-se o número de Nusselt e fator de atrito com soluções disponíveis na literatura especializada.

INTRODUÇÃO

O problema da determinação do comportamento térmico de trocadores de calor aletados tem recebido especial atenção de inúmeros pesquisadores, devido a sua grande aplicação na indústria atual. Trocadores de calor em regime de fluxo laminar e escoamento forçado tem seu emprego assegurado em reatores nucleares refrigerados a metal líquido, na indústria alimentícia quando se deseja resfriar ou aquecer alimentos líquidos de alta viscosidade. Outro importante campo de aplicação do trocador de calor em questão é em coletores solares planos, principalmente aqueles que funcionam à termossifão.

O método numérico utilizado na solução do problema é o método das equações integrais definido sobre a fronteira. Este método foi aplicado por Hu e Chang [1] na determinação da solução analítica para dutos aletados internamente e fluxo prescrito na secção transversal e uniforme axialmente. A solução para tubos com aletas externas foi apresentada por Colle [2], tanto para fluxo quanto para temperatura prescritos na secção transversal e fluxo uniforme axialmente.

Neste estudo propõe-se apresentar uma solução para o problema de transferência de calor em regime estacionário em um trocador de calor duplo-tubo aletado isolado externamente e com igual capacidade térmica horária. O desempenho térmico é avaliado em termos do número de Nusselt dos dutos interno e externo em função do número e comprimento das aletas.

COLOCAÇÃO DO PROBLEMA

O problema investigado consiste de um trocador de calor duplo-tubo duplo-aletado, conforme a Fig. 1, onde a simetria é utilizada na resolução do problema. A condução de calor nas superfícies sólidas é também considerada. As seguintes hipóteses são admitidas na análise do problema:

(i) o fluido é newtoniano, incompressível de propriedades físicas constantes;

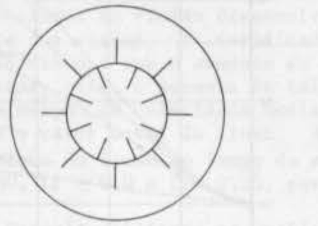


Figura 1. Trocador de calor duplo-tubo-duplo-aletado.

(ii) o escoamento é laminar, estacionário e plenamente desenvolvido;
(iii) o duto é retilíneo de paredes perfeitamente polidas com eletas triangulares de pequena espessura e
(iv) escoamento contracorrente de iguais capacidades térmicas horárias.

O problema é estabelecido pelo seguinte problema a valor de contorno:

Problema hidrodinâmico:

$$\nabla^2 u_1 = -1 \quad \underset{\sim}{z} \in D_1 \text{ e } u_1\Big|_{\partial D_a} = 0 \; ; \; \frac{\partial u_1}{\partial n}\Big|_{\partial D_b} = 0 \tag{1}$$

$$\nabla^2 u_2 = -R_p R_\mu \quad \underset{\sim}{z} \in D_2 \text{ e } u_2\Big|_{\partial D_c} = 0 \; ; \; \frac{\partial u_2}{\partial n}\Big|_{\partial D_d} = 0 \tag{2}$$

Problema térmico:

$$\nabla^4 T_1 = 1, \quad \underset{\sim}{z} \in D_1 \quad T\Big|_{\partial D_1} = T_s(s); \quad \frac{\partial T_1}{\partial n}\Big|_{\partial D_1} = -q_n(s) \tag{3}$$

$$\nabla^4 T_2 = R_\alpha R_\mu R_p R_T \quad \underset{\sim}{z} \in D_2 \text{ e } T_2\Big|_{\partial D_2} = T_s(s) \quad ;$$
$$\frac{\partial T_2}{\partial n}\Big|_{\partial D_2} = -q_n(s) \tag{4}$$

Aletas:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\frac{A(\tau)}{\dot{s}(\tau)}\frac{\partial \tau}{\partial \tau}\right) = -f(\tau) \quad \text{para} \quad \tau \in [a,b] \tag{5}$$

· aleta interna ou externa

$$f(\tau) = 2\frac{k_f}{k_s} \cdot \frac{\partial T_i}{\partial n}(\tau)\dot{s}(\tau) \qquad \text{com } T_i(\tau=0) = T_q \; ;$$
$$\frac{\partial T_i}{\partial \tau}\Big|_{\tau=\ell_i} = 0 \tag{6}$$

· superfície intermediária

$$f(\tau) = \frac{k_f}{k_s}\left(\frac{\partial T_1}{\partial n} + \frac{\partial T_2}{\partial n}\right)\dot{s}(\tau) \quad \text{com} \quad T(\tau=0) = T_B \; ;$$

$$T(\ell_i) = T_A \tag{7}$$

onde $\partial D_1 = \partial D_a + \partial D_b$ e $\partial D_2 = \partial D_c + \partial D_d$; as relações de difusibilidade térmica e viscosidade dos dois fluidos são dadas por $R\alpha$ e $R\mu$. Os gradientes axiais de pressão e temperatura entre os fluidos são dados por R_p e R_T e determinados tal que satisfaçam a hipótese (iv) [3].

A solução do problema hidrodinâmico é feita com o auxílio da solução fundamental de Green associada ao operador Laplaceano.

$$g(z.z') = -\frac{1}{2\pi}\ln|z-z'| \tag{8}$$

Com a utilização do teorema da divergência é fácil mostrar que a solução dos problemas (1) ponto pertencente ao domínio D dos dutos e

$$u(z) = b\int_D g(z,z')\,dA(z') + \int_{\partial D} g(z,z')\frac{\partial u}{\partial n}(z')ds' -$$

$$\int_{\partial D} u(z')\frac{\partial g}{\partial n}(z,z')ds' \tag{9}$$

onde $b = 1$ para $z \in D_1$ e $b = R_p.R\mu$ para $z \in D_2$. A integral de área pode ser reduzida a uma integral no contorno através de uma mudança de variáveis [3]. Para evitar os Γ contornos é introduzida a condição de consistência obtida pela aplicação do teorema de Gauss à equação diferencial do problema. Uma equação semelhante é desenvolvida para $z \in \partial D$, considerando o ponto z isolado do domínio por um semicírculo de raio ε tal que $\varepsilon \to 0$. Deste modo a equação do problema hidrodinâmico equivalente é escrita na forma:

$$\theta u(z) - \int_{\partial D}\frac{(z'-z)n'}{|z-z'|^2}u(z')ds' + \int_{\partial D}(\ln|z-z'| + \frac{1}{2})\frac{\partial u}{\partial n}(z')ds' = -\frac{b}{2}\int_{\partial D}(z'-z).n'\ln|z-z'|ds' \tag{10}$$

onde $\theta = 2\pi$ para $z \in D$ e $\theta = \pi$ para $z \in \partial D$. A velocidade média em uma região D é expressa pela equação:

$$u_m(D) = \frac{1}{A(D)}\int_D u(z)\,dA(z) \tag{11}$$

Substituindo (10) em (11) e utilizando uma mudança de variável apropriada, é possível transformar a equação da velocidade média somente em termos de integrais de linha, conforme apresentado por [4].

A solução fundamental de Green para o operador biharmônico utilizada na construção da equação integral da temperatura é obtida da integração da solução fundamental do operador de Laplace tal que,

$$G(z,z') = -\frac{1}{8\pi}|z-z'|^2(\ln|z-z'| - 1) \tag{12}$$

O mesmo procedimento de obtenção da equação da velocidade é agora empregado, tendo sido obtida a seguinte integral

$$T(z) = -\not{c}\int_D g(z.z')dA + \int_{\partial D}\Big[g(z.z')\frac{\partial T}{\partial n}(z') -$$

$$- T(z')\frac{\partial g}{\partial n}(z.z') + bu(z')\frac{\partial G}{\partial n}(z.z') -$$

$$- b\,G\,\frac{\partial u}{\partial n}(z')\Big]ds' \tag{13}$$

para o duto interno $b = \not{c} = 1$ e para o duto externo $\not{c} = R_pR\mu R\alpha R_T$, $b = R_p.R\mu$.

As funções de Green utilizadas na obtenção das equações integrais relativas às aletas são construídas através do método variacional de Ritz |5|. A equação integral é obtida pelo uso da segunda identidade de Green aplicada ao problema |5| e das propriedades da distribuição δ-Dirac tal que

$$T(\tau) = \int_0^{\ell_i} g_N(\tau,\tau')f(\tau)d\tau + \Big[T(0) - T(\ell_i)\Big]\frac{\partial g_N}{\partial \tau}(\ell_i,\tau) + T(0) \tag{14}$$

para $f(\tau)$ conforme Eqs.(6) e (7).

Deste modo o problema térmico fica estabelecido através das equações integrais dos dutos interno e externo e superfícies aletadas. Tais equações devem ser resolvidas simultaneamente por tratar-se de um problema conjugado. O método da colocação foi o método empregado na aproximação das equações integrais. Este método consiste na discretização das equações para $z \in \partial D$ por meio da aproximação das integrais por uma soma obtida pela aplicação do teorema do valor médio.

VERIFICAÇÃO DA SOLUÇÃO

A verificação da precisão da solução desenvolvida é feita, em uma primeira etapa, através da comparação dos resultados obtidos para f.Re do duto interno e externo com as soluções analíticas obtidas por Hu e Chang [1] e Colle [2] respectivamente. Em ambas as verificações os resultados mostram-se satisfatórios, apresentando um pequeno erro, como mostrado pela Fig.2 para o duto interno e Tab.1 para o duto externo.

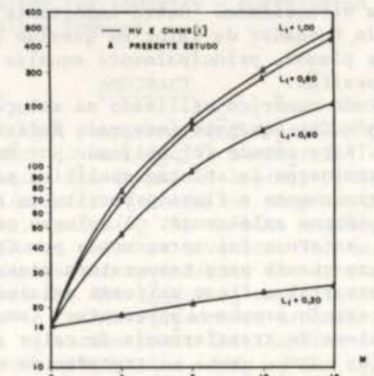


Figura 2. Fator de atrito relativo ao duto interno.

A segunda etapa verifica a precisão da solução da equação da energia, comparando o número de Nusselt obtido para $k_f/k_s = 0$, ou seja temperatura prescrita, com a solução analítica apresentada em [2]. Os erros apresentados situam-se na faixa 0,5-1%. A Fig.3 mostra a comparação descrita acima. Maiores detalhes a respeito

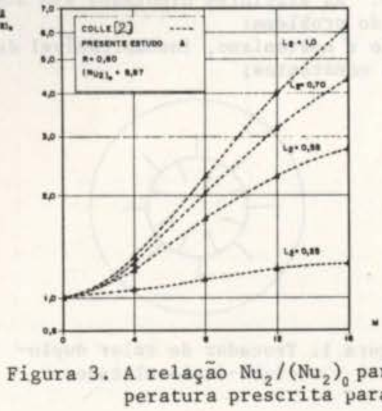


Figura 3. A relação $Nu_2/(Nu_2)_0$ para temperatura prescrita para R=0,60.

da comparação das soluções analítica e numérica podem ser encontradas em [3].

R = 0,60					
L_2 = 0,25	M	4	8	12	16
$f.Re_{D_2}(D_2/Dh_2)$	Numérico	158,75	170,30	182,64	195,15
	Analítico [2]	159,50	170,98	183,28	195,60

R = 0,60					
L_2 = 0,85	M	4	8	12	16
$f.Re_{D_2}(D_2/Dh_2)$	Numérico	186,91	247,09	337,44	458,39
	Analítico [2]	187,06	247,63	338,58	460,55

Tabela 1. Comparação do $f.Re_{D_2}(D_2/Dh_2)$ para o duto externo e R = 0,60.

RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados aqui apresentados referem-se a uma relação de condutividade térmica k_f/k_s = 0,02 e uma relação de raios R = 0,60. O comportamento do fluido no trocador de calor é verificado através das curvas de perfil de temperatura e distribuição de fluxo sobre as aletas internas e externas, e ainda a distribuição de temperatura entre o topo da aleta externa e o raio externo e entre o topo da aleta interna e o centro do duto interno. O desempenho do trocador de calor é avaliado através dos Números de Nusselt dos dutos interno e externo.

A análise da variação da distribuição de temperatura ao longo de uma aleta, tanto interna, quanto externa, mostra que quanto maior o comprimento da aleta, maior será o gradiente médio de temperatura $\partial T/\partial \tau$ ao longo da eleta. Este fato está intimamente ligado com a característica condutiva da aleta é portanto a relação k_f/k_s. Para $k_f/k_s \to 0$ a solução obtida corresponde à temperatura prescrita, proporcionando um gradiente $\partial T/\partial \tau$ nulo. A Fig, 4 mostra a distribuição de temperatura ao longo da aleta externa para L_2 = 0,55 e para 4, 8 e 12 aletas.

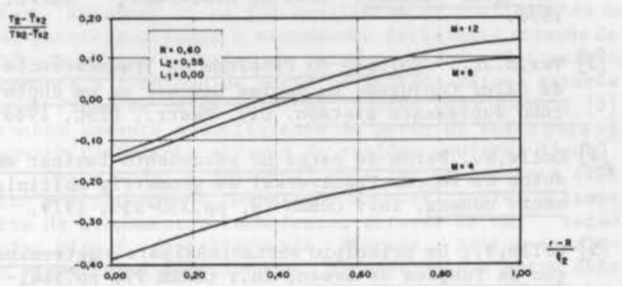


Figura 4. Distribuição de temperatura ao longo da aleta externa para R=0,60 , L_1 = 0,0 , L_2 = 0,55.

A variação do fluxo de calor ao longo da aleta é avaliada através de $\partial T_1/\partial n$ e $\partial T_2/\partial n$, de onde se observa que o comportamento das curvas de distribuição é semelhante para os dois dutos, caracterizado por um fluxo pequeno junto à base da aleta, contrastando com o elevado fluxo junto à extremidade. Este comportamento se deve às maiores velocidades do fluido desenvolvidas na região de extremidade das aletas. É verificado que o fluxo sobre a aleta diminui com o aumento do comprimento e número de aletas, pois, o aumento de tais parâmetros provoca a diminuição da velocidade média do fluido e consequentemente o valor total do fluxo. A fig. 5 mostra a distribuição do fluxo ao longo da aleta externa para R = 0,60, L_1 = 0,0 e L_2 = 0,55, para 4 e 12 aletas.

O número de Nusselt utilizado na avaliação do desempenho térmico é definido pela equação:

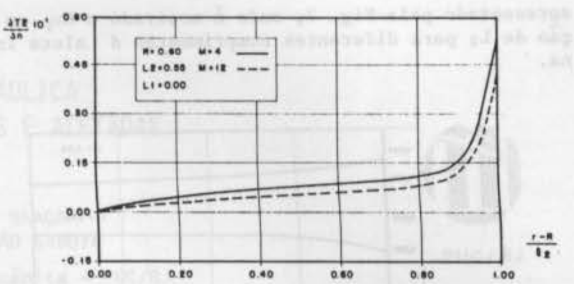


Figura 5. Distribuição do fluxo de calor ao corpo da aleta externa para R = 0,60 , L_1 = 0,0 e L_2 = 0,55.

$$Nu = \frac{hD_i^*}{k_f} = \frac{q\, D_i^*/L^*}{k_f(T_s^* - T_b^*)} = b\, \frac{D_1}{L}\, \frac{u_{mi}\, A_i}{(T_{bi} - T_{si})} \tag{15}$$

Para o duto interno i=1 e b=1 e para o duto externo i=2 e $b=R_\alpha$, onde L é o comprimento da superfície intermediária.

A análise de problemas deste tipo é complexa pois o número de Nusselt de um duto, interno ou externo, é influenciado tanto pela aleta situada no próprio duto no qual está sendo feita a análise, quanto pela aleta situada no duto oposto. Esta influência é expressa na alteração das distribuições de temperatura e fluxo nas superfícies do duto em questão. Desta forma a análise é dividida em duas partes, a primeira determina a influência das aletas internas no escoamento através do duto interno para L_2 = 0,0, como mostrado na Fig. 6 . O aumento do número de aletas internas provoca diferentes efeitos para cada comprimento L_1. Este fato está relacionado com a formação de regiões de estagnação junto às eletas,que imprimem uma tendência a diminuir Nu_i, contrastando com a tendência do aumento de Nu_i pelo aumento de troca térmica. Para valores baixos de M há a predominância deste último fator, enquanto que o aumento de M imprime uma maior influência da presença das regiões de estagnação, determinando a diminuição de Nu_1. Deste modo há o aparecimento de pontos de Nu_1 máximo relativo a cada comprimento L_1. Estes mesmos efeitos estão relacionados quando se analiza a influência do aumento do comprimento de aleta L_1. O aumento de L_1 provoca por um lado o aumento de Nu_1 devido ao aumento da área de troca e por outro a diminuição do Nu_1 devido às regiões de estagnação, resultando no surgimento de um comprimento L_1 ótimo, o que Hu e Chang [1] determinaram para o fluxo prescrito nas aletas como sendo L_1 = 0,795.

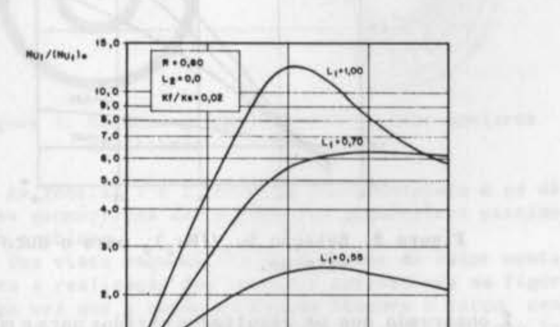


Figura 6. Ralação $Nu_1/(Nu_1)$ para o duto interno.

A influência observada das aletas externas sobre Nu_1 foi pequena, tendo sido verificado que quanto maior o número de aletas menor esta influência. Uma amostra do efeito causado pela presença da aleta no duto interno é apresentado pela Fig. 7, onde é mostrado o Nu_1 em função de L_2 para diferentes comprimentos d aleta interna.

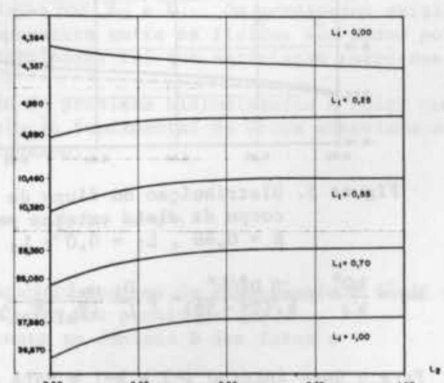


Figura 7. Variação do número de Nusselt do duto interno com o comprimento da aleta externa para M=12, R=0,60 e k_f/k_s=0,02.

A segunda etapa de análise do trocador de calor é referente ao comportamento do número de Nusselt do duto externo em função do número e comprimento das aletas internas e externas. Para um dado comprimento L_2, o aumento do número de aletas M provoca um aumento do Nu_2, sobressaindo o efeito do aumento da área de troca térmica sobre a diminuição da velocidade média do fluido, esta última tendendo a diminuir o número de Nusselt. Desse modo, não foi verificado a presença de pontos de máximo nas curvas de Nu_2 em função do número de aletas para M≤16, como apresentado pela Fig. 8. A influência da presença das aletas internas no escoamento do duto externo é de modo geral pequena, sendo verificado que quanto maior o número de aletas menor a influência de L_1 no comportamento térmico do duto externo.

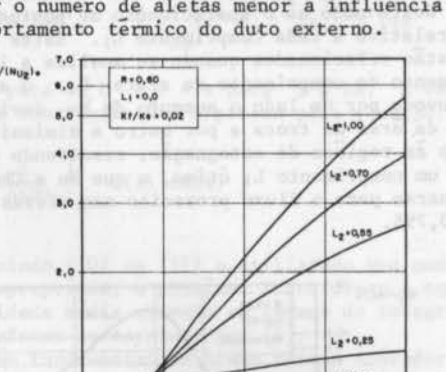


Figura 8. Relação $Nu_2/(Nu_2)_0$ para o duto externo.

É observado que os resultados obtidos para o número de Nusselt no presente trabalho apresentam valores intermediários aos casos de temperatura e fluxo prescritos nas aletas, conforme Fig. 9. Tal fato foi previsto por Eckert at al. [6] na análise do escoamento no interior de um setor de círculo com condição de temperatura ou fluxo prescrito na fronteira.

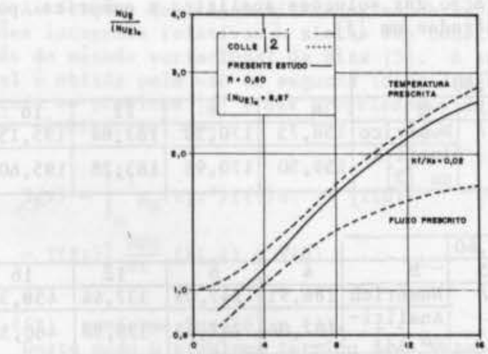


Figura 9. Relação $Nu_2(Nu_2)_0$ para k / k =0,02, temperatura e fluxo prescritos para R=0,60, L_1 =0,0 e L_2=0,55.

CONCLUSÃO

De um modo geral, o aletamento de uma superfície possibilita o aumento do desempenho térmico. No presente estudo esta premissa é observada até o ponto em que a diminuição da velocidade causada pela presença da eleta acarreta uma diminuição do número de Nusselt do duto interno. É necessário ressaltar que a condição inicial de igualdade de capacidade calorífica horária dos dutos interno e externo, restringe a aplicação direta dos resultados aqui apresentados, no entanto tal aproximação oferece um ponto de partida para uma análise mais geral.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Hu,M.H. e Chang,Y.P., Optimization of Finned Tubes for Heat Transfer in Laminar Flow. Journal of Heat Transfer, Trans. of ASME, pp.332-338, Ago.1973.

[2] Colle,S., Uma previsão para o desempenho ótimo de um duplo-tubo aletado para a transferência de calor em regime laminar. Tese de Doutorado, COPPE. 1976.

[3] Vaz,M.Jr., Solução do Problema de Transferência de de Calor Conjugado em Regime Laminar em um duplo-tubo duplamente aletado. Dis. Mestr., UFSC, 1986.

[4] Colle,S., Perda de carga no escoamento laminar em dutos de secçao transversal de geometria multiplamente conexa, in.: COBEM 79, pp.350-359, 1979.

[5] Colle,S., Um princípio variacional para a determinação de funçoes de Green, in.: COBEM 77, pp.1141-1145, 1977.

[6] Eckert,E.R.G., Irvin ,T.F.Jr. Yen,J.T., Local laminar heat transfer in wedge-shaped passages, Transactions of ASME, pp. 1433-1438, Dezembro, 1957.

ABSTRACT

The present paper reports a boundary integral solution analysis of a contercurrent heat exchanger made of a double-finned annulus. The enhancement of the heat transfer surface is obtained by longitudinal straight finns which are placed on the intermediate surface. The Nusselt number is compared with data obtained from analytical solution available for limiting-cases.

ANÁLISE TERMOHIDRÁULICA DE SEÇÕES ANULARES LISAS E ALETADAS

ABCM ABEnS PUC/RJ

CARLOS VALOIS MACIEL BRAGA
FRANCISCO EDUARDO MOURÃO SABOYA
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

RESUMO

Os coeficientes de transporte (transferência de calor e perda de carga) foram determinados experimentalmente para escoamento turbulento através de regiões anulares. Foram estudadas três geometrias básicas: sem aletas (lisa) e duas com 20 aletas curtas por circunferência (diferentes alturas) e fixadas de forma defasada (entre duas fileiras consecutivas) sobre o tubo interno da região anular. As condições de contorno adotadas são: 1) temperatura uniforme sobre a superfície externa do tubo interno; 2) a superfície interna do tubo externo é adiabática. Os resultados são apresentados na forma de adimensionais. É realizada uma comparação entre o desempenho termo-hidráulico apresentado pelas três seções anulares.

INTRODUÇÃO

Trocadores de calor do tipo bi-tubular concêntrico são comumente utilizados. Eventualmente, sobre a superfície externa do tubo interno são posicionados aletas formando, portanto, uma região anular aletada. Em geral, o trocador de calor é isolado termicamente pelo lado externo ficando assim, caracterizada uma das condições de contorno da região anular: a superfície interna do tubo externo é adiabática.

Uma análise da literatura relativa a coeficientes de transporte em trocadores de calor aletados mostra que os dados disponíveis são bastante restritos. Ainda mais, para geometrias simples, como seções anulares lisas com a superfície do tubo interno isotérmica, não obteve-se, na literatura, o coeficiente de transferência de calor. Leung et al.[1] e Isachenko et al.[2] fornecem tal coeficiente, porém para a condição de fluxo de calor uniforme através da superfície do tubo interno da seção anular. Patankar et al.[3] analisaram os coeficientes de transporte associados a escoamento turbulento através de seções anulares aletadas de forma contínua. Entretanto, novamente a condição de contorno adotada pelos autores é a de fluxo de calor uniforme. Jones [4] e Quarmby [5] fornecem somente o coeficiente de perda de carga para escoamento turbulento através de regiões anulares lisas.

Deste modo, o principal objetivo do presente trabalho é a obtenção e comparação dos coeficientes de transporte de escoamentos turbulentos através de uma seção anular lisa e, posteriormente, aletada. Adotou-se aletas segmentadas posicionadas alternadamente entre duas fileiras consecutivas. Além disto, foram estudados dois casos quanto à altura das aletas. Para todas as geometrias analisadas adotou-se as seguintes condições de contorno: 1) a superfície externa do tubo interno é isotérmica; 2) a superfície interna do tubo externo é adiabática.

Montou-se um trocador de calor bi-tubular que devidamente monitorado (medição das vazões, temperaturas e pressões) permitiu a determinação dos coeficientes de transporte associados à região anular. Somente o terço central do trocador (seção de teste) foi aletado. Deste modo, havia a montante e a jusante da seção de teste um comprimento equivalente a trinta diâmetros hidráulicos correspondentes à região anular. Água foi utilizada como fluido quente escoando através do tubo interno, enquanto ar escoando pela região anular era o fluido frio.

A eficiência das aletas pode influenciar o coeficiente de transferência de calor [6]. No entanto, uma vez que no presente trabalho adotou-se tubos e aletas de latão (alta condutividade térmica) tal eficiência é muito próxima de 100%, conforme demonstrado por Braga e Saboya [7] em um modelo bi-dimensional para a aleta.

Para obter-se a condição de superfície isotérmica operava-se o trocador de calor somente com elevados números de Reynolds, ou seja, altas vazões de água. Verificou-se experimentalmente que para Reynolds pelo lado da água superior a 80000 era obtida tal condição de contorno. Este efeito do Reynolds da água sobre a condição de contorno está de acordo, sob o ponto de vista qualitativo, com a pesquisa apresentada por Sparrow e Patankar [8].

SEÇÃO DE TESTES

A Figura 1 apresenta esquematicamente a geometria analisada. Naturalmente, o lado esquerdo desta figura representa a região anular lisa, enquanto o direito uma das aletadas. Conforme pode-se observar há 20 aletas em cada fileira circunferencial de aletas. As aletas representadas pelas linhas tracejadas pertencem a uma fileira imediatamente anterior ou posterior. O número total de fileiras de aletas ao longo da seção de testes é 37.

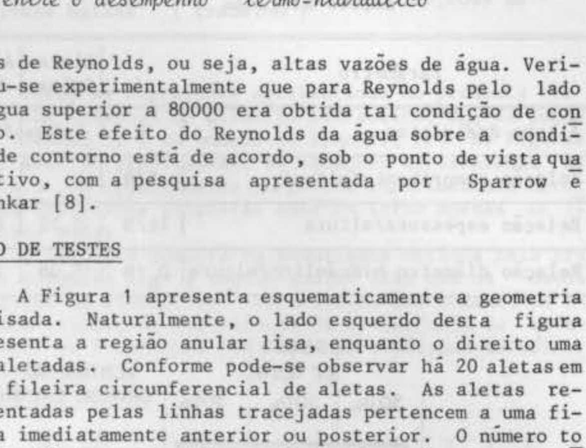


Figura 1. Esquema geométrico das regiões anulares analisadas

As Tabelas 1 e 2 fornecem a nomenclatura e as dimensões geométricas dos parâmetros geométricos pertinentes ao problema.

Uma vista esquemática do trocador de calor montado para a realização dos testes é apresentada na Figura 2. Uma vez que a seção de testes ocupava o terço central do trocador de calor, somente o trecho do tubo interno correspondente a tal região era substituido (liso ou aletado). A medição da vazão de ar foi feita por um venturi ou placas de orifício (devidamente calibrados), conforme a faixa de vazão, posicionados a montante da região anular. O ar do próprio ambiente refrigerado era succionado por um ventilador escoando sucessivamente pelo medidor de vazão, pela região anular (trocador de calor), passando, em seguida, por uma câmara plena e pelo ventilador, e, sendo, finalmente, descarregado no exterior. Com duas válvulas borboletas efetuava-se o controle da vazão. A temperatura do ar era medida na entrada e na saída da seção de teste através de termopares calibrados.

Tabela 1. Dados geométricos comuns às três seções de testes

Diâmetro interno tubo interno	D_1	19,05mm(3/4")
Diâmetro externo tubo externo	D_2	25,40mm (1")
Diâmetro interno tubo externo	D_3	50,80mm (2")
Comprimento da seção de testes	L	740mm
Comprimento de cada aleta	ℓ	20mm
Espessura das aletas	2t	1,10mm
Diâmetro hidráulico (anular)	$D_h=D_3-D_2$	25,40mm
Relação de diâmetros	D_3/D_2	2

Tabela 2. Dados geométricos específicos das seções aletadas

Parâmetro		Aletas Baixas	Aletas Altas
Altura das aletas	H	5,0mm	10,0mm
Relação comprimento/altura	ℓ/H	4	2
Relação espessura/altura	2t/H	0,22	0,11
Relação diâmetro hidráulico/altura	D_h/H	5,08	2,54

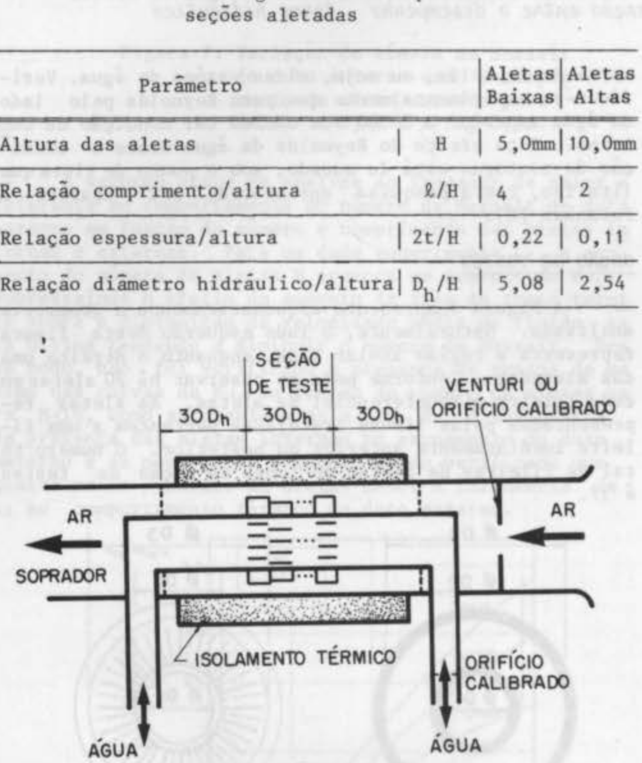


Figura 2. Vista esquemática do trocador de calor e periféricos

Conforme mostrado na Figura 2, a água, que é mantida em ebulição no reservatório pela atuação de resistências elétricas, é bombeada para o trocador de calor. A vazão e a temperatura da água (saída da seção de testes) eram medidas por uma placa de orifício e um termopar (ambos previamente calibrados), respectivamente. O circuito da água foi projetado de tal forma que o trocador de calor podia operar tanto em correntes paralelas quanto opostas. O mesmo sistema de registros (não representado na Figura 2), que possibilitava tal operação, era utilizado para o controle da vazão de água.

Para a medição da perda de carga na seção de teste, dezesseis tomadas (oito a montante e oito a jusante da seção de teste) de pressão estática foram utilizadas. Deste modo, foi possível estabelecer a distribuição de pressão na região anular antes e depois da seção de testes.

REDUÇÃO DOS DADOS

A efetividade do trocador de calor, ε, pode ser determinada por

$$\varepsilon = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{qe} - T_{fe}} , \tag{1}$$

onde:

T_{fe}, T_{fs} - temperatura do fluido frio (ar) na entrada e saída da seção de teste, respectivamente;

T_{qe} - temperatura do fluido quente (água) na entrada da seção de teste.

A temperatura T_{qe} pode ser avaliada por um simples balanço de energia no trocador de calor. Assim,

$$T_{qe} = T_{qs} + \frac{C_f}{C_q} (T_{fs} - T_{fe}) , \tag{2}$$

onde:

$C_f = \dot{m}_f c_f$ e $C_q = \dot{m}_q c_q$;

$\dot{m}_f, \dot{m}_q$ - vazão em massa dos fluidos frio e quente, respectivamente;

c_f, c_q - calor específico dos fluidos frio e quente, respectivamente.

Por outro lado, o coeficiente global de transferência de calor, U, é dado por

$$U = \frac{C_f}{A} \frac{-\ell n[1-(1+C_f/C_q)\varepsilon]}{1+C_f/C_q} \tag{3}$$

para um trocador de calor operando em correntes paralelas. No caso de correntes opostas, tem-se:

$$U = \frac{C_f}{A} \frac{1}{(C_f/C_q)-1} \ell n \left[\frac{\varepsilon - 1}{(C_f/C_q)\varepsilon - 1} \right] . \tag{4}$$

Nas equações (3) e (4) o parâmetro A representa a área total de troca de calor.

Considerando-se que a eficiência da região aletada é muito próximo de 100% [7], pode-se fazer:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h} + \frac{A}{\pi D_1 L} \frac{1}{h_i} + \frac{A\, \ell n[D_2/D_1]}{2\pi k L}} , \tag{5}$$

onde:

k - condutividade térmica da parede do tubo interno (latão);

h_i, h - coeficiente de troca de calor associado ao escoamento turbulento através do tubo interno e da região anular, respectivamente.

O coeficiente h_i é obtido através da correlação de Dittus-Boelter [9]. Deste modo, combinando-se convenientemente as equações (3) ou (4) com (5), é possível determinar o valor de h e, consequentemente, o número de Nusselt, Nu, como função do número de Reynolds, Re. Tais adimensionais são dados respectivamente por:

$$Nu = \frac{h\, D_h}{k_f} \tag{6}$$

e

$$Re = \frac{4\, \dot{m}_f\, D_h}{\pi (D_3^2 - D_2^2) \mu_f} , \tag{7}$$

onde:

k_f - condutividade térmica do fluido frio;

μ_f - viscosidade dinâmica do fluido frio.

A equação (8) permite determinar-se o coeficiente de atrito, f, associado ao escoamento turbulento através da região anular lisa.

$$f = \frac{\Delta P}{L} \frac{2\,\rho_f\, D_h}{\dot{m}_f^2 / [(\pi/4)(D_3^2 - D_2^2)]^2} \tag{8}$$

onde:

$-\frac{\Delta P}{L}$ - coeficiente angular da distribuição de pressão no escoamento desenvolvido;

ρ_f - densidade do fluido frio.

No caso da região anular aletada, o coeficiente de perda de carga por fileira de aletas, K_a, é definido do seguinte modo:

$$K_a = \frac{2\,\rho_f\,\Delta P_a}{n\,\dot{m}_f^2 / [(\pi/4)(D_3^2 - D_2^2)]^2} \tag{9}$$

onde:

ΔP_a - perda de pressão devida somente às aletas;

n - número de fileiras de aletas.

O fator ΔP_a é dado pela distância vertical entre as duas linhas paralelas representativas da distribuição da pressão para o escoamento desenvolvido antes e depois da seção de teste.

Assim, para as seções aletadas a perda de pressão total, ΔP_t, no escoamento através da região anular pode ser determinada por:

$$\Delta P_t = \left[f \frac{L}{D_h} + n\,K_a \right] \frac{\dot{m}_f^2}{2\,\rho_f [(\pi/4)(D_3^2 - D_2^2)]^2} \tag{10}$$

Por outro lado, é usual fazer-se

$$f_t = f + n \frac{D_h}{L} K_a \tag{11}$$

onde:

f_t - coeficiente de atrito do escoamento através da seção anular com n fileiras de aletas.

Observa-se que o coeficiente f_t é dependente do número de fileiras de aletas. Deste modo, não é possível uma comparação direta entre o coeficiente f (região anular lisa) e f_t.

RESULTADOS E COMENTÁRIOS

A Figura 3 mostra a forte influência da condição de contorno sobre o Nusselt da região anular lisa. Somente para elevados Reynolds da água (superiores a 80000) observa-se a obtenção da condição de contorno pré-estabelecida, ou seja, a superfície do tubo interno é isotérmica.

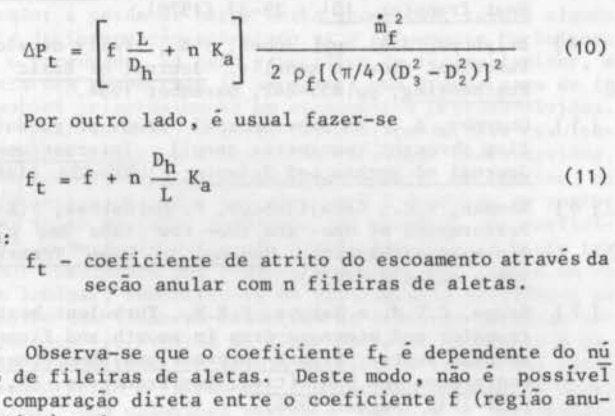


Figura 3. Influência do Reynolds da água sobre o Nusselt do ar estando fixado o Reynolds do ar em 55000

Verifica-se ainda que o valor do Nusselt, para o trocador de calor operando em correntes opostas, fica sempre compreendido entre os valores do mesmo parâmetro para as duas condições de contorno distintas. Tal fato não ocorre para o caso de correntes paralelas. O número de Nusselt verificado para esta condição sofre reduções sensíveis em baixos (menores que 40000) Reynolds do ar.

A Tabela 3 apresenta suscintamente as expressões obtidas para o número de Nusselt.

Tabela 3. Nusselt do ar em função do Reynolds do ar

Geometria	Autor	Expressão
Anular lisa	Isachenko	$Nu/Pr^{0,4} = 0,193\ Re^{0,8}$
Anular lisa	Presente trabalho	$Nu/Pr^{0,4} = 0,0044\ Re^{0,926}$
Anular com aletas altas	Presente trabalho	$Nu/Pr^{0,4} = 0,0055\ Re^{0,947}$
Anular com aletas baixas	Presente trabalho	$Nu/Pr^{0,4} = 0,0084\ Re^{0,851}$

Todas as expressões apresentadas no presente trabalho são baseadas no diâmetro hidráulico, D_h, da seção lisa (Tabela 1) e no número de Prandtl, Pr. As Figuras 4 e 5 mostram graficamente as equações apresentadas na Tabela 3. O espalhamento dos pontos experimentais em torno das expressões propostas está em torno apenas de 1% nos três casos.

A Figura 4 compara os resultados obtidos pela presente pesquisa para a região anular lisa com os dados clássicos da literatura. Verifica-se que somente em elevados regimes de turbulência há a tendência de coincidência de resultados para as duas condições de contorno distintas.

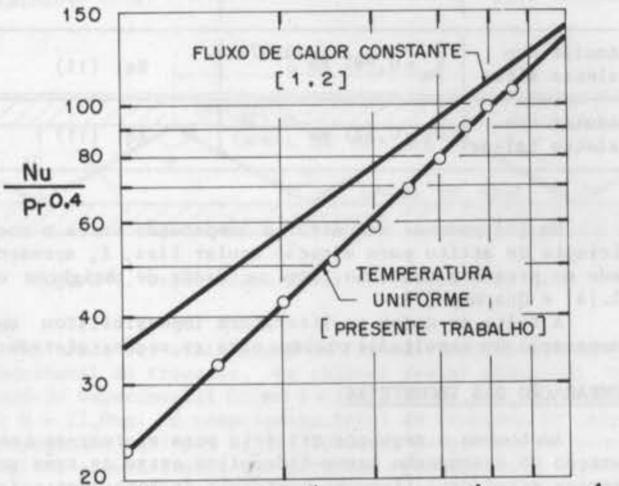


Figura 4. Comparação dos dados de Nusselt da literatura para fluxo de calor constante com os obtidos no presente trabalho (temperatura uniforme)

Naturalmente, em ambos os casos das seções aletadas, a taxa de troca de calor na seção de teste (comprimento constante), para um dado Reynolds, é maior do que na seção lisa. No entanto, para a região anular com as aletas baixas, tal ganho deve-se exclusivamente ao aumento da área de troca de calor. Já para o caso da seção anular com as aletas altas, tal ganho é devido tanto ao aumento de área, quanto ao do coeficiente de troca de calor (Nusselt), conforme pode-se verificar através da Figura 5.

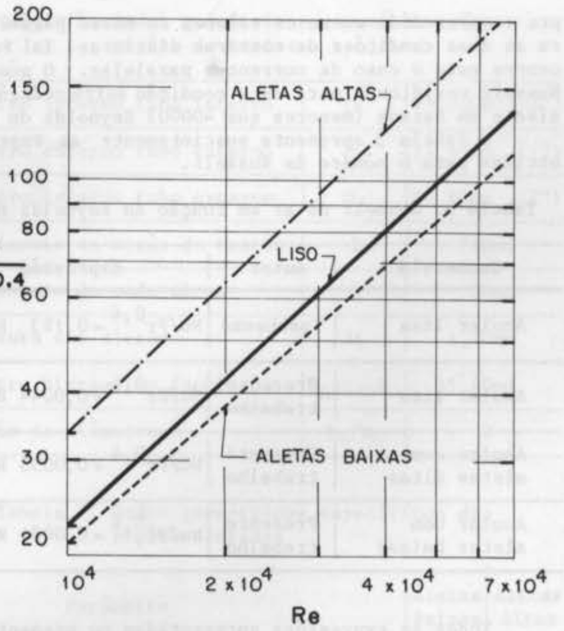


Figura 5. Número de Nusselt do ar em função do número de Reynolds do ar (tubo isotérmico)

A Tabela 4 apresenta suscintamente os resultados obtidos para a perda de carga.

Tabela 4. Coeficientes de perda de carga

Geometria	Coeficiente de perda de carga por fileira de aletas (K_a)	Coeficiente de Atrito (f)
Anular lisa	——	$f = 0{,}513\ Re^{-0{,}291}$
Anular com aletas altas	$K_a = 0{,}997\ Re^{-0{,}077}$	Eq. (11)
Anular com aletas baixas	$K_a = 0{,}321\ Re^{-0{,}138}$	Eq. (11)

Em [7] pode-se encontrar a comparação entre o coeficiente de atrito para a seção anular lisa, f, apresentado no presente trabalho, com os dados de Brighton et al.[4] e Quarmby [5].

A falta de dados na literatura impossibilitou uma comparação dos resultados obtidos para as seções aletadas.

COMPARAÇÃO DAS GEOMETRIAS

Adotou-se o seguinte critério para efetuar-se a comparação do desempenho termo-hidráulico entre as três geometrias estudadas: fixou-se a potência de bombeamento (ar através da região anular) e a área de troca de calor.

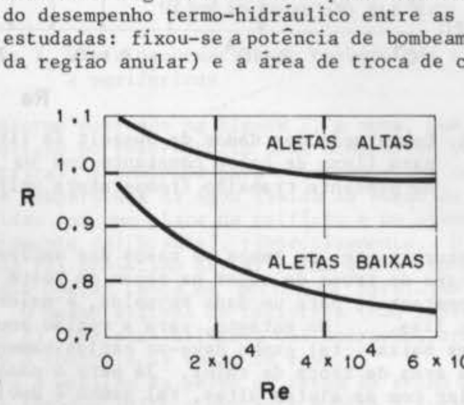


Figura 6. Comparação entre a relação dos números de Nusselt (aletado/liso) em função do Reynolds

Assim, definiu-se o parâmetro R como sendo a relação entre o número de Nusselt da seção aletada pelo número de Nusselt da seção lisa.

Os resultados obtidos para R, em função do número de Reynolds verificado na região anular sem aletas, são apresentados graficamente através da Figura 6.

Uma análise da Figura 6 mostra claramente a vantagem apresentada pela seção anular com as aletas altas sobre as demais. Ressalta-se o fato de que este trocador de calor apresenta um comprimento equivalente somente a 16% ao do trocador de calor sem aletas.

CONCLUSÕES

Mostrou-se no presente trabalho a importância das condições de contorno sobre as características da transferência de calor em regiões anulares. O coeficiente de troca de calor verificado para a condição de tubo isotérmico é consideravelmente menor do que o fornecido pela literatura para fluxo de calor constante.

REFERÊNCIAS

[1] Leung, E.Y.; Kays, W.M. and Reynolds, W.C., Heat transfer with turbulent flow in concentric and eccentric annuli with constant and variable heat flux. Report AHT-4, Department of Mech. Eng., Stanford University, Stanford, California, (1962).

[2] Isachenko, V.P.; Osipova, V.A. and Sukomel, A.S., Heat transfer. Mir Publishers Moscow, Moscow (1977).

[3] Patankar, S.V.; Isanovic, M. and Sparrow, E.M., Analysis of turbulent flow and heat transfer in internally finned tubes and annuli. Journal of Heat Transfer, 101 : 29-37 (1979).

[4] Brighton, J.A. and Jones, J.B., Fully developed turbulent flow in annulis. Journal of Basic Engineering, pp.835-842, December 1964.

[5] Quarmby, A., An experimental study of turbulent flow throught concentric annuli. International Journal of Mechanical Science, 9 : 205-221 (1967).

[6] Rosman, E.C.; Carajilescov, P. and Saboya, F.E.M., Performance of one- and two- row tube and plate fin heat exchangers. Journal of Heat Transfer, 106 : 627-632 (1984).

[7] Braga, C.V.M. e Saboya, F.E.M., Turbulent heat transfer and pressure drop in smooth and finned annular ducts. Eighth International Heat Transfer Conference and Exhibition, San Francisco, CA, pp. 2831-2836 (August 1986).

[8] Sparrow, E.M. and Patankar, S.V., Relationship amoung boundary conditions and Nusselt numbers for thermally developed duct flows. Journal of Heat Transfer, 99 : 483-485 (1977).

[9] Dittus, F.W. and Boelter, L.M.K., Heat transfer in automobile radiators of the tubular type. Int. Comm. Heat Mass Transfer, 12 : 3-22 (1985).

ABSTRACT

The transport coefficients (heat transfer and pressure drop) were experimentally determined for turbulent flow through annular regions. Three basic geometries were studied: no fins (smooth) and two with 20 short fins fixed along the inner tube (different heights) and arranged in a staggered manner. The boundary conditions adopted are: 1) uniform wall temperature at the outer surface of the inner tube; 2) the inner surface of the outer tube is adiabatic. The results are presented in a nondimensional form. A comparison among the respective thermo-hydraulic performances is also presented.

TROCA DE CALOR E PERDA DE CARGA EM DUTOS TRIANGULARES EM REGIMES LAMINAR E TURBULENTO

ABCM

ABMC ABEnS

PUC/RJ

SERGIO LEAL BRAGA
FRANCISCO EDUARDO MOURÃO SABOYA
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

RESUMO

Experiências foram realizadas visando determinar os coeficientes de troca de calor e o fator de atrito para escoamentos em dutos de seção reta em forma de triângulos isósceles com ângulo do vértice de 120°. As medidas foram efetuadas num trocador de calor de dutos triangulares sob condições de escoamentos laminar e turbulento. Os fluidos utilizados foram ar e água e os coeficientes médios de troca de calor determinados a partir do coeficiente global de troca de calor do trocador. As condições de contorno são duas paredes isotérmicas e a terceira adiabática. Os resultados são apresentados na forma adimensional, ou seja, números de Nusselt como função de Reynolds e Prandtl e fator de atrito como função de Reynolds.

INTRODUÇÃO

Os dutos de geometria triangular são comumente utilizados nas aplicações de engenharia, tais como, trocadores de calor compactos, coletores solares dentre outras. Neste trabalho são apresentados os resultados de uma pesquisa experimental utilizando dutos triangulares cuja seção reta tinha a forma de um triângulo isósceles com ângulo do vértice de 120°. Uma pesquisa realizada nas publicações disponíveis sobre as características da troca de calor e perda de carga nesta geometria, revela alguma falta de informação sobretudo se o escoamento turbulento for o procurado. No caso específico do regime laminar, a literatura encontrada já apresenta uma grande gama de informações principalmente em escoamentos já desenvolvidos.

Sparrow e Haji-Sheikh [1] publicaram seus resultados analíticos para escoamentos laminares desenvolvidos. Foram apresentados, para qualquer ângulo do vértice, os coeficientes de troca de calor para a condição de contorno de fluxo de calor constante nas paredes. Os coeficientes de perda de carga são também disponíveis neste trabalho. Realizado por Schmidt e Newell [2], também em regime laminar, encontrou-se na bibliogragia pesquisada um trabalho com inúmeras condições de contorno térmicas como paredes isotérmicas ou fluxo de calor constante e paredes adiabáticas. O ângulo do vértice também foi variado sendo porém o escoamento considerado totalmente desenvolvido. Uma coletânea bastante extensa é apresentada por Shah e London [3], onde somente os escoamentos laminares são abordados.

No caso dos escoamentos turbulentos, Eckert e Irvine [4] e Altemani e Sparrow [5] aparecem como uma das poucas informações encontradas na literatura. Em [4], experimentos em troca de calor e perda de carga foram efetuadas num duto isósceles com ângulo do vértice igual a 11,46°. Em [5] as medidas foram realizadas em dutos equiláteros. Foram pesquisadas não só a região de entrada bem como a totalmente desenvolvida no que diz respeito à troca de calor e perda de carga. As condições de contorno nestes casos foram: fluxo de calor uniforme por unidade de comprimento axial e temperatura uniforme por seção nas duas paredes aquecidas sendo a terceira adiabática.

O presente trabalho teve sob principal objetivo o estudo do escoamento turbulento em dutos triangulares com ângulo do vértice de 120°. Foram determinados os coeficientes médios de troca de calor e o fator de atrito neste caso. O experimento foi realizado num trocador de calor tendo como condições de contorno duas paredes isotérmicas e uma adiabática por duto triangular. Visando a obtenção de escoamento totalmente desenvolvido, foi provido o trocador de calor de um comprimento de desenvolvimento tendo aproximadamente 40 diâmetros hidráulicos. Em complementação ao trabalho, escoamentos laminares foram também estudados. Neste caso porém o escoamento não atingia o desenvolvimento.

Os fluidos utilizados no trocador de calor foram ar e água como fluido frio e quente, respectivamente. Os coeficientes médios de troca de calor foram determinados através da medida do coeficiente global de troca de calor do trocador.

Os dutos triangulares do trocador de calor foram confeccionados com duas paredes de latão tendo sido utilizado na terceira parede um material de baixa condutividade. Esta construção visou a obtenção das condições de contorno desejadas.

Os coeficientes de troca de calor determinados experimentalmente são apresentados na forma adimensional, como função dos números de Reynolds e Prandtl. O fator de atrito também é apresentado como uma função do número de Reynolds.

A Figura 1 mostra esquematicamente o problema em estudo.

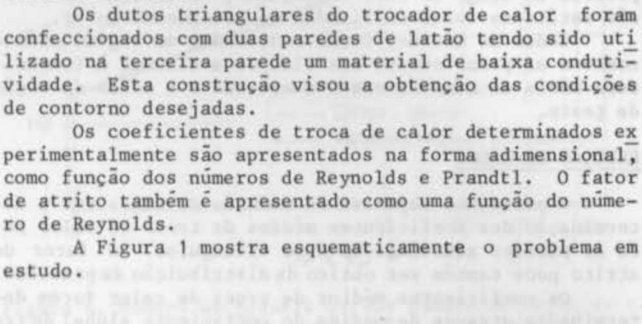


Figura 1. Seção transversal do trocador de calor

Pode ser visto ainda na Figura 1 a nomenclatura dimensional do trocador. Os valores destas dimensões no modelo experimental foram: $\phi = 120°$, L = 44,0mm, S = 76,3mm e H = 22,0mm. O comprimento total do trocador de calor, denominado aqui por X, foi 2000mm. Os parâmetros geométricos adimensionais que governam o problema são: $\phi = 120°$, $X/D_H = 98$ onde D_H é o diâmetro hidráulico. Da definição usual pode-se obter $D_H = L\ \mathrm{sen}\phi/[1+\mathrm{sen}(\phi/2)] = 20{,}4$mm.

MODELO E PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Uma visão esquemática do modelo experimental pode ser vista na Figura 2. O circuito de ar era aberto e sob a influência de um exaustor o ar do ambiente fluia inicialmente através de um medidor de vazão calibrado. Este medidor era uma placa orifício ou um venturi, dependendo da vazão a ser determinada. Em seguida o ar entrava numa câmara plena de onde era distribuido aos dutos do trocador de calor. Após percorrer toda a seção de teste o fluido frio passava por uma segunda câmara plena e desta, através do exaustor, era finalmente jogado para a atmosfera. Duas válvulas neste circuito faziam o controle da vazão.

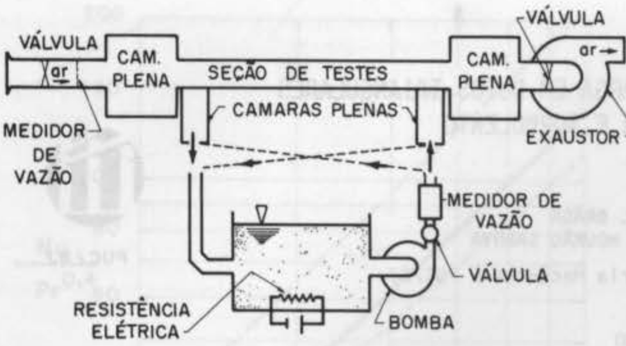


Figura 2. Visão esquemática do modelo experimental

O circuito da água também pode ser observado na Figura 2. Neste caso, o fluido quente operava em circuito fechado e era bombeado através da seção de teste no trocador de calor. A vazão era determinada por um rotâmetro calibrado. Este circuito foi projetado de modo a permitir o trocador de calor operar tanto em correntes paralelas como em opostas. No reservatório que pode ser visualizado na Figura 2 foram instaladas resistências elétricas capazes de controlar a temperatura do fluido quente.

Para a medição das temperaturas foram utilizados termopares calibrados na entrada e na saída da seção de teste em ambos os fluidos. Para medir a distribuição de pressão ao longo do duto triangular, 15 tomadas de pressão estáticas foram utilizadas no escoamento do ar.

Todas as medidas foram realizadas em regime permanente e as propriedades dos fluidos avaliadas à temperatura média de mistura entre a entrada e a saída da seção de teste.

REDUÇÃO DE DADOS

O principal objetivo da redução de dados foi a determinação dos coeficientes médios de troca de calor para as paredes aquecidas de duto triangular. O fator de atrito pode também ser obtido da distribuição de pressões.

Os coeficientes médios de troca de calor foram determinados através da medida do coeficiente global de troca de calor do trocador definido como

$$U = \frac{q}{A\,\overline{\Delta T}} \tag{1}$$

onde q é a quantidade de calor trocada por unidade de tempo e A a área das paredes aquecidas. $\overline{\Delta T}$ é a diferença de temperatura global média logarítmica (DTML),

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ell n(\Delta T_a/\Delta T_b)} \tag{2}$$

onde ΔT_a e ΔT_b são as diferenças de temperatura entre os dois fluidos nas extremidades do trocador de calor.

A taxa de troca de calor pode também ser determinada por

$$q = \dot{m}_{ar}\, c_{Par}\, \Delta T_{ar} = \dot{m}_{ag}\, c_{Pag}\, \Delta T_{ag} \tag{3}$$

onde $\dot{m}$ é a vazão mássica, c_p o calor específico a pressão constante e ΔT a diferença de temperatura entre a entrada e saída de um mesmo fluido no trocador de calor. Os índices ar e ag referem-se ao ar e à água respectivamente.

Nas equações (2) e (3) as vazões mássicas e todas as temperaturas são diretamente medidas. Com estes valores o coeficiente global definido na equação (1) pode então ser calculado. Por outro lado, este mesmo coeficiente pode ser escrito como

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{\overline{h}_{ag}} + \frac{1}{\overline{h}_{ar}} + \frac{t}{k} \tag{4}$$

onde $\overline{h}_{ag}$ e $\overline{h}_{ar}$ são os coeficientes médios de troca de calor por convecção na seção de teste. Sendo x a posição relativa na seção de teste, seu comprimento é $x_b - x_a$. Ainda na equação (4), t é a espessura da parede de troca de calor entre os fluidos e k_t sua condutividade térmica. A equação (4) pode também ser reescrita como

$$\frac{1}{U} = \frac{D_H}{\overline{Nu}_{ag}\, k_{ag}} + \frac{D_H}{\overline{Nu}_{ar}\, k_{ar}} + \frac{t}{k_t} \tag{5}$$

onde $\overline{Nu} = \overline{h}\, D_H/k$ é o número de Nusselt médio.

A equação (5) se aplica tanto aos escoamentos turbulentos quanto aos laminares. Os termos nela desconhecidos são $\overline{Nu}_{ag}$ e $\overline{Nu}_{ar}$ os quais podem ser determinados como funções dos números de Reynolds e Prandtl dados respectivamente por

$$Re = \rho\, V D_H/\mu \tag{6}$$

e

$$Pr = \mu\, c_p/k \tag{7}$$

onde V é a velocidade média do escoamento, ρ a massa específica e μ a viscosidade absoluta do fluido.

Para escoamento laminar é possível escrever-se [6]

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{Nu}_b\, X_b^+ - \overline{Nu}_a\, X_a^+}{X_b^+ - X_a^+} \tag{8}$$

onde

$$\overline{Nu}_a = Nu_\infty + \frac{1}{c_1\, Pr^{1/6}\, (X_a^+)^{1/2} + c_2 (X_a^+)^{n_2}} \tag{9}$$

e

$$X_a^+ = \frac{x_a}{D_H\, Re\, Pr} \tag{10}$$

As expressões para $\overline{Nu}_b$ e X_b^+ são análogas às equações (9) e (10). $\overline{Nu}_a$ e $\overline{Nu}_b$ são os números de Nusselt médios entre a entrada e as posições x_a e x_b respectivamente. Nu_∞ é o valor do número de Nusselt para escoamento desenvolvido e seu valor é dado por Shah [3] como $Nu_\infty = 1{,}8$. Maiores detalhes sobre a equação (9) e seus expoentes são apresentados em [7]. Deve-se ressaltar que as equações (8), (9) e (10) são válidas para ambos os fluidos. Desta forma, os valores desconhecidos passam a ser as constantes c_1, c_2 e n_2 da equação (9).

No caso dos escoamentos serem turbulentos e desenvolvidos, uma expressão já tradicional para o número de Nusselt é

$$Nu = c\, Pr^n\, Re^m \tag{11}$$

Ao substituir-se a equação (11) na equação (5), as únicas incógnitas são as constantes c, n e m, a serem determinadas experimentalmente.

A determinação do fator de atrito foi feita com o auxílio das distribuições de pressão ao longo dos dutos triangulares para diversos números de Reynolds. Como a pressão era medida em 15 diferentes pontos, podia-se determinar facilmente onde o escoamento se encontrava desenvolvido hidrodinamicamente. Um ajuste através do método dos mínimos quadrados de uma função linear nestes pontos fornecia o gradiente axial de pressão dP/dx. Com este determinava-se o fator de atrito dado por

$$f = -\frac{(dP/dx)D_H}{\frac{1}{2}\,\rho\, V^2} \tag{12}$$

RESULTADOS E COMENTÁRIOS

Os resultados de maior importância são, sem dúvida, os relativos à troca de calor. O fator de atrito foi também analisado para os escoamentos turbulentos uma vez que para escoamentos laminares os mesmos encontram-se disponíveis na literatura pesquisada [3]. Inicialmente serão apresentados os resultados relativos ao fator de atrito pois estes serão utilizados em correlações dos coeficientes de troca de calor.

Fator de Atrito. A Figura 3 mostra o fator de atrito como função do número de Reynolds onde os pontos representam os valores experimentais. A tendência decrescente deste fator com o aumento do número de Reynolds é típica em escoamentos em dutos lisos. A correlação obtida através do método dos mínimos quadrados foi $f = 1,489 * Re^{-0,434}$. Na mesma figura pode ser observada a correlação de Blasius ($f = 0,316 * Re^{-0,25}$) onde o número de Reynolds é baseado no diâmetro hidráulico. Esta prática é usual pela falta de correlações específicas para dutos não circulares. Como pode ser observado, a correlação de Blasius não se mostra satisfatória neste caso. Convém salientar que o desvio do ajuste sobre 18 pontos experimentais foi de apenas 1,9%.

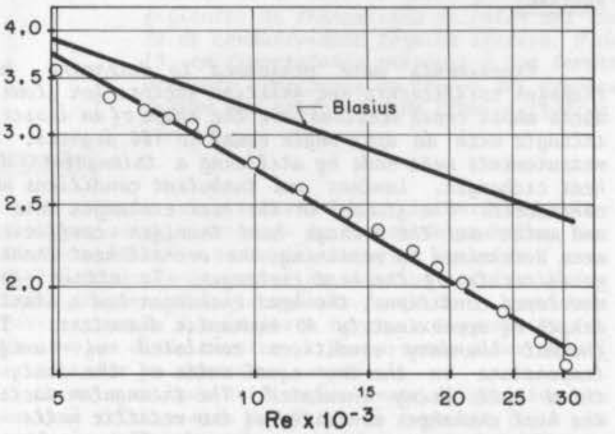


Figura 3. Fator de atrito versus número de Reynolds

Número de Nusselt. Para os escoamentos em regime laminar, determinou-se o número de Nusselt médio desde a entrada até uma posição genérica como já mencionado anteriormente. Foi utilizado o método dos mínimos quadrados na determinação das constantes da correlação proposta por Stephan [6]. Foram realizadas cinco experiências com diferentes valores para os números de Reynolds dos dois fluidos e os valores encontrados na minimização foram $c_1 = 1,279$, $c_2 = 10^{9,31}$ e $n_2 = 10,00$. Deste modo o número de Nusselt médio pode ser escrito como

$$\overline{Nu} = 1,8 + \frac{1}{1,279\ Pr^{1/6}\,(X^+)^{1/2} + 10^{9,31}\,(X^+)^{10,00}} \qquad (13)$$

Convém salientar que o desvio médio entre os valores e os calculados foi 1,35% o que mostra que esta correlação se aplica bem ao problema em estudo.

No regime turbulento como já mencionado, o comprimento de entrada garantia o escoamento desenvolvido. De modo análogo ao anterior, procurou-se aqui determinar as constantes c, n e m da equação (11) de modo a minimizar o somatório dos quadrados das diferenças entre os coeficientes globais de troca de calor experimental e o calculado com a equação (5).

Foram realizados dezenove corridas com o número de Reynolds variando desde 5000 até 30000 aproximadamente. A correlação então obtido foi

$$Nu = 0,013\ Pr^{0,39}\ Re^{0,82} \qquad (14)$$

O erro médio entre os coeficientes globais experimentais e os ajustados foi de 3,41%, mostrando uma boa concordância entre a função ajustada e os pontos experimentais.

Deve-se ressaltar mais uma vez que, devido à igualdade dos dutos por onde escoavam os dois diferentes fluidos, foi possível neste trabalho a determinação da dependência do número de Nusselt em relação ao número de Prandtl, tanto no regime laminar quanto no turbulento.

Fazendo uma comparação com outras correlações consagradas obtidas na literatura, importantes constatações são verificadas. É usual se utilizar a correlação de Dittus-Boelter

lar assim como é feito com a correlação de Blasius para o fator de atrito. Mais uma vez esta prática, pela falta de correlações adequadas, conduz erros significativos. A Figura 4 mostra além da correlação aqui apresentada duas outras de relevante importância. Uma delas é a conhecida equação de Dittus-Boelter [8] e a outra, mais recente, a correlação de Petukhov-Popov [8], que são apresentadas abaixo.

$$Nu = 0,023\ Re^{0,8}\ Pr^{0,4} \qquad (15)$$

e

$$Nu = (f/8) Re\ Pr / [1,07 + 12,7 (Pr^{2/3} - 1)(f/8)^{1/2}] \qquad (16)$$

onde f é o fator de atrito. Usualmente se utiliza a correlação de Filonenko [8], para este fator, dada por

$$f = (1,82 \log_{10} Re - 1,64)^{-2} \qquad (17)$$

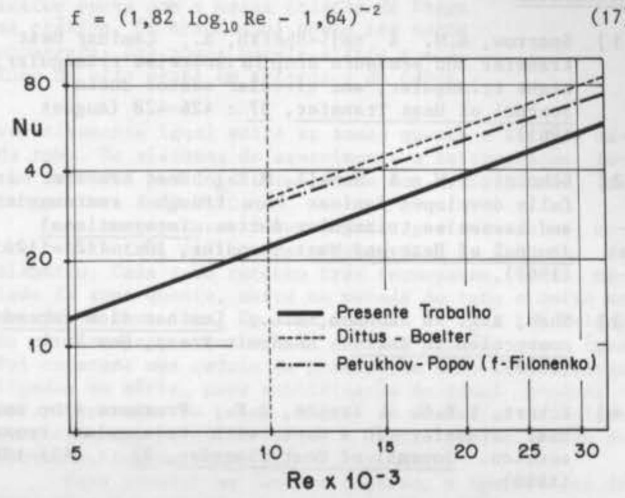


Figura 4. Número de Nusselt versus número de Reynolds e comparação com correlações da literatura

Como pode ser verificado na Figura 4, tanto a correlação de Dittus-Boelter como a de Petukhov-Popov utilizando o fator de atrito dado por Filonenko superestima o número de Nusselt do duto em questão. A explicação aqui também é a mesma apresentada anteriormente para o fator de atrito. Estas correlações foram desenvolvidas para dutos circulares e são utilixadas como aproximações para as outras geometrias.

Visando uma melhor comparação, utilizou-se o fator de atrito encontrado neste trabalho na equação de Petukhov-Popov. O resultado pode ser observana na Figura 5. Pode-se aí verificar uma melhor concordância entre os resultados obtidos do que os observados na Fig.4.

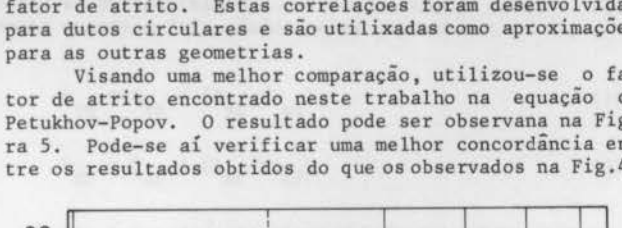


Figura 5. Comparação entre os números de Nusselt do presente trabalho e o obtido pela expressão de Petukhov-Popov modificada

CONCLUSÃO

Das experiências realizadas pode-se concluir que a utilização de correlações consagradas para dutos circulares em dutos isósceles com ângulo do vértice de 120° pode levar a resultados bastante incorretos. No caso do fator de atrito, tal prática agrava-se com o aumento do número de Reynolds podendo chegar a 30% de erro aproximadamente. Para o número de Nusselt, as correlações tradicionais também levam a erros da ordem de 30% em relação aos valores observados na prática. Esta diferença reduz-se sensivelmente ao se utilizar a correlação de Petukhov-Popov porém com o fator de atrito correto para este duto. Neste caso o erro fica em torno de ±10%.

Finalmente, a metodologia de trocadores de calor de dutos iguais conduziu a resultados bastante satisfatórios nos quais a dependência com o número de Prandtl é sem dúvida uma boa contribuição.

REFERÊNCIAS

[1] Sparrow, E.M. & Haji-Sheikh, A., Laminar heat transfer and pressure drop in isosceles triangular, right triangular, and circular sector ducts. Journal of Heat Transfer, 87 : 426-428 (August 1965).

[2] Schmidt, F.W. & Newell, M.E., Heat transfer in fully developed laminar flow trough rectangular and isosceles triangular ducts. International Journal of Heat and Mass Transfer, 10 : 1121-1123, (1967).

[3] Shah, R.K. & London, A.L., Laminar flow forced convection in ducts. Academic Press, New York, (1978).

[4] Eckert, E.R.G. & Irvine, T.F., Pressure drop and heat transfer in a duct with triangular cross section. Journal of Heat Transfer, 82 : 125-138 (1960).

[5] Altemani, C.A.C. & Sparrow, E.M., Turbulent heat transfer and fluid flow in an unsymmetrically heated triangular duct. Journal of Heat Transfer, 102 : 590-597 (November 1980).

[6] Stephan, K., Wärmeübergang und druckabfall bei nicht ausgebildeter laminarströmung in rohren und in ebenen spalten. Chemie-Ingr.-Tech., 31 : 773-778 (1959).

[7] Braga, S.L., Coeficientes de transporte em dutos triangulares lisos e pinados. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC/RJ, 1985.

[8] Karlekar, B.V. & Desmond, R.M., Engineering heat transfer. West Publishing Co., 5th Reprint-1980.

ABSTRACT

Experiments were performed to determine heat transfer coefficients and friction factors for flows in ducts whose cross sections have the shape of an isosceles triangle with an apex angle equal to 120 degrees. The measurements were made by utilizing a triangular duct heat exchanger. Laminar and turbulent conditions were considered. The fluids in the heat exchanger were air and water and the average heat transfer coefficients were determined by measuring the overall heat transfer coefficients of the heat exchanger. To attain fully developed conditions, the heat exchanger had a starting length of approximately 40 hydraulic diameters. The thermal boundary conditions consisted of uniform temperature on the two equal walls of the duct, the third wall being insulated. The triangular ducts of the heat exchanger consisted of two metallic walls and a wall of lesser conducting material. The results are presented in dimensionless form. Nusselt numbers as function of the Reynolds and Prandtl numbers and friction factors as function of the Reynolds number

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez.1986)

DESEMPENHO TÉRMICO DE TUBOS DE CALOR FECHADOS EM CONDIÇÕES QUASE-CRÍTICAS

ABCM ABMC ABEnS PUC/RJ

ANA ROSA MENDES PRIMO BRITO
NAUM FRAIDENRAICH
Departamento de Energia Nuclear - UFPE

RESUMO

Este trabalho é o resultado de uma investigação experimental sobre o desempenho térmico de um tubo de calor fechado ("closed thermosyphon") avaliado através dos coeficientes de transmissão de calor nas zonas quente e fria do tubo e de seu coeficiente de condutividade térmica efetiva. O dispositivo opera com a massa crítica de Freon 13, em temperaturas próximas a sua temperatura crítica. Os resultados podem ser razoavelmente explicados em termos dos fenômenos ocorrentes nas zonas quente e fria e mostraram uma condutividade térmica efetiva do tubo de oito vezes em relação a do cobre.

INTRODUÇÃO

Um tubo de calor fechado é um tubo metálico selado, com uma certa quantidade de fluido de trabalho. Este fluido evapora-se na região inferior aquecida (zona quente) e condensa-se na região superior refrigerada(zona fria), retornando pela ação da força de gravidade terrestre. Devido à ação desta força, o dispositivo funciona como um diodo térmico, transportando altas quantidades de calor em apenas um sentido.

As mais antigas utilizações deste dispositivo referem-se à refrigeração de aletas de turbinas |1| e a preservação da temperatura em solos congelados |2|.Mais recentemente seu uso foi proposto para refrigeração de componentes eletrônicos |3| e para a recuperação de calor |4|. Em 1983, Van Dijk |5| sugeriu um sistema de parede tipo coletor solar onde o transporte de calor do meio ambiente ao recinto interno é feito através de tubos de calor fechados em forma de "S". Esse trabalho analisa, principalmente, o problema do armazenamento de calor na parte interna da parede.

O presente trabalho faz uma análise do desempenho térmico de tubos de calor fechados retos, com fluido de trabalho operando a temperaturas próximas à temperatura crítica, com a finalidade de aproveitar as ótimas propriedades de transmissão de calor nesta região. Esta análise é feita através dos coeficientes de transmissão de calor nas zonas quente e fria, que fornecem dados para a compreensão dos fenômenos que ocorrem nestas duas regiões, e através do coeficiente de condutividade térmica efetivo, que indica o comportamento térmico global do tubo. A finalidade de tais tubos é a sua inserção em paredes externas de recintos, tendo em vista a sua ótima condutividade em apenas um só sentido, facilitando a passagem de calor do meio ambiente ao recinto ou vice-versa. Adicionalmente o tubo apresenta grande simplicidade e pode, portanto, ser fabricado facilmente.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Foi construído um trocador de calor composto de cinco tubos de calor fechados com idênticas características (comprimento de 300 mm, comprimento da zona fria e da zona quente de 36.5 mm, diâmetro interno de 18 mm, espessura de parede de 1 mm e massa crítica de Freon 13 de 34.99 g), aquecidos e refrigerados com água,operando no sistema de correntes opostas. Foi utilizada uma bateria de cinco tubos a fim de aumentar a diferença de temperatura entre as entradas e saídas de água de cada circuito, que seria dificilmente medida com a necessária exatidão, caso fosse usado um único tubo. A operação do tracador de calor em regime de fluxo contrário foi escolhida por prover uma diferença de temperatura relativamente igual entre as zonas quente e fria de cada tubo. Os sistemas de aquecimento e refrigeração foram supridos por dois termostatos com estabilidade de temperatura de 0.01°C.

As temperaturas foram medidas por termopares cobre-constantan, calibrados previamente, de 0.3 mm de diâmetro. Cada tubo recebeu três termopares, um na metade da zona quente, outro na metade do tubo e outro na metade da zona fria. Em cada entrada de água foi colocado um termopar, e entre cada entrada e saída de água foi colocada uma cadeia de termopares (cinco termopares ligados em série, para amplificação do sinal produzido). O trocador de calor, fixado em uma caixa e isolado termicamente, permitia variar o ângulo de inclinação do conjunto, tomado em relação à vertical.

Para simular um recinto interno, a temperatura da zona fria foi mantida constante em 18 e 22°C. O ambiente externo foi simulado através da variação do fluxo de calor cedido à zona quente. Com este aumento de temperatura na zona quente, a temperatura na metade do tubo foi variada e medida em intervalos de 1°C.

Cada ponto de medição consistiu em um valor de temperatura na metade do tubo, um ângulo de inclinação e um valor de temperatura na zona fria.

Os experimentos foram direcionados de maneira a obter-se os coeficientes de transmissão de calor nas zonas quente e fria, dados pelas expressões:

$$h_{zq} = \dot{Q}_{zq} \,/\, (A_{zq}\,\Delta T_{zq}) \qquad (1)$$

$$h_{zf} = \dot{Q}_{zf} \,/\, (A_{zf}\,\Delta T_{zf}) \qquad (2)$$

e o coeficiente de condutividade térmica efetiva do tubo, dado pela expressão:

$$k_{ef} = \dot{Q}_t \,/\, (A_t L_t \Delta T_t) \qquad (3)$$

onde $\dot{Q}$ é o fluxo de calor, em Watts, A a área de entrega ou recepção de calor ($A_{zq} = 2\pi r L_{zq}$), em metros quadrados e ΔT a diferença de temperatura na zona quente ou fria, em Kelvins, definida como a diferença de temperatura entre o termopar no centro do tubo (T_m) e na zona fria (T_{zf}), ou na zona quente (T_{zq}) e no centro do tubo. Os índices "zq" e "zf" referem-se às zonas quente e fria, respectivamente. $\dot{Q}_t$ foi tomado como sendo o fluxo de calor na zona fria, A_t é a área da secção transversal do tubo, L_t o comprimento entre os locais de entrega e retirada de calor (comprimento do tubo) e ΔT_t a diferença de temperatura entre esses dois pontos.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

ZONA QUENTE

Influência da variação da temperatura na metade do tubo sobre h_{zq}. Da observação da figura 1 pode-se verificar o crescimento do coeficiente de transmissão de calor com a temperatura na metade do tubo, até um certo valor de temperatura. Esse tipo de comportamento pode ser associado à ebulição nucleada, onde a formação contínua de bolhas e o movimento de fluido causado pelo deslocamento dessas bolhas contribuem para um aumento da transferência de calor associado a um aumento de temperatura. O crescimento de h_{zq} com a pressão (ou correspondente temperatura de saturação) foi também observado por outros autores |6 e 7|, para determinadas faixas de pressão (e temperatura). A partir de um certo valor de temperatura, há uma queda brusca nos valores de h_{zq}, que mantém-se praticamente constante com o aumento da temperatura. Esse tipo de comportamento pode ser associado à instalação da ebulição de película ou à existência de condições supercríticas na zona quente.

Influência do ângulo de inclinação sobre h_{zq}. A figura 1 mostra, para a região onde predomina a ebulição nucleada (região com valores de h_{zq} crescentes com a temperatura), uma influência muito pequena do ângulo de inclinação. Análogo comportamento também foi observado por |6|, quando o fluxo de calor cedido ao tubo tinha valor relativamente baixo. Na região onde predomina a ebulição por película (e/ou condições supercríticas) pode-se admitir uma influência nula do ângulo de inclinação. Pelas condições mencionadas no item anterior, é provável que não haja mais líquido na região da zona quente, o que faria com que a variação do ângulo de inclinação do dispositivo não alterasse as condições de transferência de calor.

Influência da temperatura de operação da zona fria sobre h_{zq}. Na figura 1 observa-se que não há praticamente alteração entre os valores de h_{zq} para as duas temperaturas existentes na zona fria (18 e 22°C). De acordo com a figura 2, verifica-se que, para a temperatura de 18°C foram utilizados os mais altos valores de fluxos de calor, o que, contudo, não fez com que as curvas tivessem comportamentos muito diferenciados. A análise da figura 1 revela ainda que a passagem do regime de ebulição nucleada para o regime de ebulição de película (e predominância das condições supercríticas) ocorre a menores temperaturas, o quão maior for o fluxo de calor utilizado (T_{zf} = 18°C). Um maior fluxo de calor acelera o processo de ebulição, fazendo com que o filme de vapor seja estabelecido a menores temperaturas.

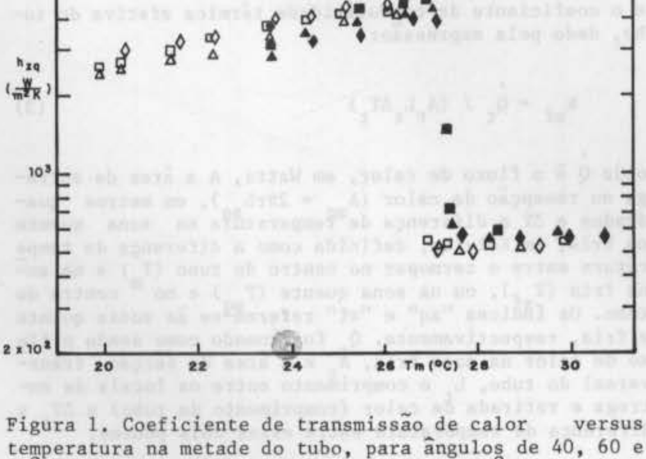


Figura 1. Coeficiente de transmissão de calor versus temperatura na metade do tubo, para ângulos de 40, 60 e 80° e temperaturas na zona fria de 18 e 22°C.

φ \ T_{zf}	18°C	22°C
40°	□	■
60°	△	▲
80°	◇	◆

Relação entre parâmetros físicos e símbolos utilizados nas figuras 1 a 4.

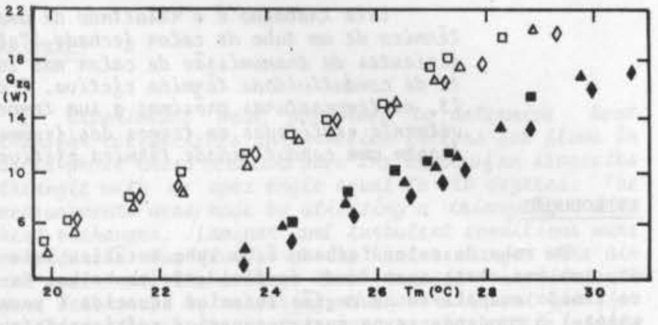


Figura 2. Fluxo de calor cedido ao tubo versus temperatura na metade do tubo, para ângulos de 40, 60 e 80° e temperaturas na zona fria de 18 e 22°C.

ZONA FRIA

Influência da variação da temperatura na metade do tubo sobre h_{zf}. Na figura 3 observa-se um decréscimo dos valores do coeficiente de transmissão de calor com o aumento da temperatura na metade do tubo, até um certo valor de temperatura. Isso ocorre para todos os ângulos e para as duas temperaturas de operação da zona fria. A seguir, há um crescimento nos valores de h_{zf} com o aumento da temperatura. O comportamento dessas curvas pode ser explicado através da análise do número de Reynolds. Quando o regime de escoamento do condensado é laminar, um aumento da temperatura na metade do tubo (devido a um aumento do fluxo de calor cedido ao tubo) faz com que haja um aumento da espessura do condensado, aumentando a resistência à passagem de calor, prejudicando a transferência de calor. Ao ultrapassar uma determinada temperatura, relacionada a um dado fluxo de calor, o número de Reynolds crítico é ultrapassado, e a película de condensado torna-se turbulenta, havendo uma melhora na transferência de calor. Os valores calculados para o número de Reynolds indicaram um valor crítico em torno de 160. Devem ser lembradas as fortes investidas do vapor na superfície do condensado.

Influência do ângulo de inclinação sobre h_{zf}. Nas curvas referentes aos mais altos valores de fluxo de calor fornecidos (quando T_{zf} = 18°C) a influência do ângulo de inclinação na zona fria é pequena, tanto na região laminar quanto na turbulenta. Para as curvas com T_{zf} = 22°C (menores fluxos de calor utilizados) nota-se que os valores para o ângulo de 80° encontram-se um pouco abaixo dos valores para 40 e 60°. Analisando os fluxos de massa de vapor no tubo ($\dot{m} = \dot{Q}_{zq}/h_{\ell v}$), verifica-se que estes, para um dado T_m, são bem maiores para o caso T_{zf} = 18°C, que quando T_{zf} = 22°C. Na hipótese de que a área de condensação do tubo seja relativamente pequena para o fluxo de massa a condensar, há a possibilidade de que a maior parte da região fria esteja inundada para ângulos próximos da vertical (40°), não dando margem a diferenciação entre ângulos. Para fluxos de massa de vapor menores (T_{zf} = 22°C), a zona de condensação chega a inundar-se apenas para ângulos mais afastados da vertical, que é o caso de ϕ = 80°. Por isso não se nota grandes diferenças entre os casos 40, 60 e 80° para T_{zf} = 18° C e 80° para T_{zf} = 22°C.

Influência da temperatura de operação na zona fria. Na figura 3, observa-se que as curvas de menores fluxos de calor (T_{zf} = 22°C) possuem um coeficiente de transmissão de calor maior que as de mais altos fluxos de calor (T_{zf} = 18°C), com excessão das curvas para 80° onde a diferença entre eles é irrelevante. Para uma espessura de película mais fina na parte superior da seção transversal do tubo, quando os fluxos de massa de vapor são menores, a transmissão de calor é mais efetiva que através de películas mais espessas. Além disso e como já foi comentado acredita-se que a região de condensação esteja inundada para os maiores fluxos de calor, e portanto de massa, utilizados.

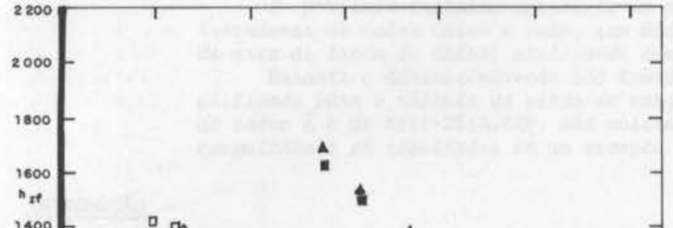


Figura 3. Coeficientes de transmissão de calor na zona fria versus temperatura na metade do tubo, para ângulos de inclinação de 40, 60 e 80°. Temperaturas na zona fria de 18 e 22°C. Os símbolos têm o mesmo significado que nas figuras 1 e 2.

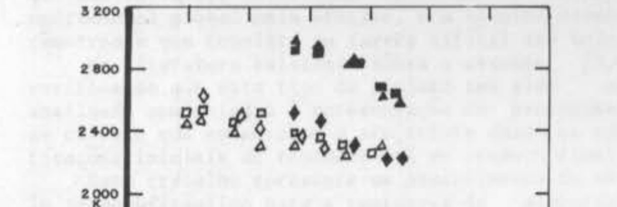


Figura 4. Coeficiente de condutividade térmica efetiva versus temperatura na metade do tubo, para ângulos de 40, 60 e 80°. Temperaturas na zona fria de 18 e 22°C.

COEFICIENTE DE CONDUTIVIDADE TÉRMICA EFETIVA

A condutividade térmica efetiva deve ser entendida como a representação do comportamento térmico global do tubo, obtida pela interação entre o comportamento das zonas quente e fria. Nas curvas da figura 4, é mantida a queda na transferência de calor causada pelo estabelecimento da ebulição de película na zona quente. Anteriormente a esse fenômeno, a condutividade situa-se em média, entre 2400 W/mK, para T_{zf} = 18°C e 2800 W/mK para T_{zf} = 22°C. A influência do ângulo de inclinação só é notada para o ângulo de 80°, quando T_{zf} = 22°C. Após o surgimento do filme de vapor (ou estabelecimento das condições supercríticas), os valores de condutividade mantêm-se praticamente constantes, em torno de 1000 W/mK.

CONCLUSÕES

O tubo de calor estudado apresenta condutividades térmicas efetivas de até 2800 W/mK. Portanto, um dispositivo como o analisado possui uma condutividade térmica equivalente a oito barras maciças de cobre, das mesmas dimensões do tubo de calor. As curvas de condutividade versus temperatura na metade do tubo apresentam dois tipos de comportamento bem definidos, oferecendo condições para a delimitação da faixa de trabalho do dispositivo.

Os coeficientes locais de transferência de calor permitem uma interpretação razoável dos fenômenos físicos ocorrentes no tubo, em termos de processo de ebulição e condensação. Os valores mais altos de h_{zf} apresentaram-se cerca de 3 vezes menores que os maiores valores de h_{zq}.

O dispositivo estudado apresentou pouca sensibilidade à variação do ângulo de inclinação, porém, os ângulos de 40 e 60° ofereceram o melhor desempenho, para temperaturas na zona fria de 22°C.

A análise dos resultados experimentais sugere que o aumento da superfície de condensação poderá melhorar a transferência de calor nesta região e portanto o desempenho global do tubo.

REFERÊNCIAS

|1| Schmidt, E., Waermeuebertragung durch naturliche konvektion in starken Fliehkraftfeldern bei der Kuelung von Gasturbinen. Abhandlungen der B.W.G., 1 : 109-115 (1949).

|2| Long, E.L., The long thermopile. Int. Conf. on permafrost, 487-491 (1963).

|3| Larkin, B.S., A computer cooling aplication for thermosyphons. Engineering Journal, 56 (1) : 30-33 (1973).

|4| Unk, J., Ammoniak - Gravitations Waermerohre zur Waermerueckgewinnung in Lueftungstechnischen Anlagen Ki. Klima-Kaelt-Heizung, 4.3 : 304-310 (1979).

|5| Van Dijk, H.A.L., Van Gallen, E., Hense,J. e Wit , M., High Performance passive Solar Heating System with heat pipe energy transfer and latent heat storage. Solar energy in the European Community Séries A-4, Reidel Publ. Comp. Dordrecht, 118-130 (1983).

|6| Gross, U. Der Waermeuebergang in einem geschlossen thermosyphon, der Fluid nahe dem thermodynamisch kritischen Zustand enthaelt. Dissertação de doutorado, Universidade de Stuttgart - ITW (1983).

|7| Lee, Y. e Mitel,U. A two phase closed thermosyphon Int.J. Heat and Mass transfer 15 : 1695-1707 (1972).

ABSTRACT

The thermal performance of a closed thermosyphon tube, filled with a critical mass of FREON 13 was experimentally determined. The coefficients of heat transmission in the hot and cold zones were obtained together with the coefficient of effective thermal conductivity. The results can be reasonably explained in terms of the phenomena occurring in the hot and cold zones, showing an effective thermal conductivity of eight times the thermal conductivity of copper.

I ENCIT - Rio de Janeiro. RJ (Dez.1986)

PROJETO TERMO-HIDRÁULICO PARA TROCADORES DE CALOR CASCO E TUBO SEM MUDANÇA DE FASE, UTILIZANDO COMPUTADOR

ABCM ABEnS

C.M.R. VARANI, C.A.C. SANTOS
LES-DTM/CT-UFPb

L. GOLDSTEIN JR.
FEC-UNICAMP

PUC/RJ

RESUMO

O presente trabalho apresenta um procedimento de cálculo termo-hidráulico para Trocadores de Calor Casco e Tubo, sem Mudança de Fase, para a tentativa de otimização da área de troca de calor, utilizando computador.

Durante o dimensionamento são tomadas várias recomendações da TEMA, e o método utilizado para o cálculo da perda de carga e do coeficiente de película para o lado do casco é o de BELL-DELAWARE. São mostrados também o roteiro de cálculo utilizado no computador e os resultados de um exemplo de aplicação.

INTRODUÇÃO

Os trocadores de calor casco e tubo se constituem no tipo mais usado de trocador devido à sua robustez e grande flexibilidade nas condições de projeto e operação, tais como: grande faixa de pressão de operação e de pressão admissível para cada fluido, variação das áreas de valores pequenos a bastante elevados($5000 m^2$), fluidos mantidos separados se necessário, grande variedade de materiais a serem empregados para satisfazer as demandas, facilidade de remoção dos feixes tubulares e outras [1].

O projeto termo-hidráulico de um trocador casco e tubo consiste na determinação de todas as dimensões construtivas essenciais para que ele realize a troca térmica desejada respeitando as limitações de perda de carga, tamanho ou peso, velocidades de escoamento, vibrações dos tubos, restrições adicionais devido à manutenção [2].

Cada situação de projeto possui um potencial de soluções, algumas das quais apresentam melhor combinação das variáveis envolvidas em termos de desempenho operacional global mais efetivo, e a escolha desses parâmetros é que consiste em tarefa difícil até hoje.

Na literatura existente sôbre o assunto [3,4,5] verifica-se que este tipo de projeto tem sido pouco analisado com relação à apresentação de procedimentos de cálculo que encaminhem o projetista desde as especificações iniciais do trocador até ao produto final.

Este trabalho apresenta um procedimento de cálculo termo-hidráulico para a tentativa de minimizar a área de troca de calor para o referido trocador. São mostrados também o roteiro de cálculo, a sequência utilizada no computador bem como os resultados de um exemplo de aplicação.

PROJETO TERMO-HIDRÁULICO DE UM TROCADOR DE CALOR CASCO E TUBO

Para o projeto de um trocador é necessário que se estabeleçam etapas a serem seguidas para a obtenção do dimensionamento da área de troca de calor, as quais são mostradas a seguir:

. Condições de processo;
. Definições preliminares de projeto;
. Cálculo das trocas de calor e das perdas de carga;
. Verificação e análise dos resultados.

Condições de Processo. As condições de processo referem-se aos fluidos do lado dos tubos e do lado do casco[3] e consistem em: temperaturas de operação, propriedades físicas, perdas de pressão admissíveis(ΔP_{at}, ΔP_{ac}) e/ou velocidades de circulação, coeficientes de depósito (rd_t, rd_c), localização dos fluidos no casco e nos tubos. Estas condições devem obedecer a certas limitações de acordo com os fluidos utilizados[3, 4].

Definições Preliminares de Projeto. Na seleção dos elementos construtivos do trocador deve-se examinar as condições de processo levando-se em consideração o perfil de temperaturas e as perdas de pressão admissíveis. É importante nesta etapa o aproveitamento da experiência anterior, devendo-se procurar o máximo de informação sobre trocadores já existentes que utilizam os mesmos fluidos e tenham condições de processo tão próximas quanto possíveis das condiçções do caso em estudo.

Os parâmetros a serem definidos e determinados são:

. Tipos de trocadores - O manual da TEMA[6] traz recomendações que regem algumas definições do projeto térmico. De acordo com o manual, o tipo de trocador é identificado por três letras que correspondem às partes: cabeçote estacionário (A,B,C,N e D), casco (E,F,H, J,K e X) e cabeçote traseiro (L,M,N,P,S,T,U e W). Cada tipo de trocador apresenta suas limitações para o uso, considerando fatores como: tipo de espelho que ele possui, tipo de feixe de tubos e de chicanas a ser utilizado, faixas de pressão de operação, processo em questão, etc.

. Feixes Tubulares - Podem ser com tubos retos ou em U [3].

. Material do casco - Os recomendados pela TEMA são: aço carbono, aços de baixa liga e de alta liga, alumínio e ligas de alumínio, cobre e ligas de cobre. A escolha depende do tipo de processo.

. Bocais e placas de impacto - Deve-se primeiro verificar os diâmetros mínimos para os bocais do casco e dos tubos analisando as velocidades máximas.

. Tubos - Os diâmetros externos dos tubos são padronizados e encontram-se tabelados na TEMA juntamente com suas respectivas espessuras de parede (BWG), diâmetros internos (d_i), áreas superficiais, etc. Para o comprimento deve-se considerar o desenho da instalação, fatores econômicos e a padronização existente.

. Disposição dos tubos - A TEMA definiu quatro tipos de disposição que são: arranjos triangular, triangular rotacionado, quadrado e quadrado rotacionado. Em [4] encontra-se um quadro com recomendações em função de rd_t e rd_c, e do tipo de trocador.

. Passo de tubos(p) - O valor mínimo recomendado é $1,25 \times d_2$, onde d_2 é o diâmetro externo dos tubos.

. Número de trajetos de tubos(n) - Em geral varia entre 2 e 8, embora se possa utilizar 1 ou mais de 8.

. Número total de tubos(N_t) - Determinado pela área de troca térmica estimada inicialmente A_o (a partir de U_o). Com ele determina-se o número de tubos na fileira central do trocador (n_c) e por conseguinte o diâmetro do feixe de tubos (d_3).

. Diâmetro interno do casco (d_1) - Conhecendo-se d_3 e o tipo de trocador, tem-se valores aproximados de d_1 em uma tabela [3] cujos valores são baseados em dados práticos de projetos.

Conhecendo-se os valores de d_1,d_2,p e n, pode-se obter na tabela de contagem de tubos [5] o valor de N_t, mais próximo do valor calculado através da área de troca térmica.

. Espessura dos espelhos de tubos - Toma-se como espessura mínima do espelho a soma do diâmetro externo dos tubos com a tolerância para corrosão mais o entalhe [6].

. Chicanas - São classificadas em transversais e longitudinais. As transversais podem ser planas (multisegmentares, disco-e-anel e de orifício) e em barras.

. Espaçamento, corte, diâmetro e número de chicanas - Para o espaçamento (ℓ_3), o máximo deve ser o diâmetro interno do casco (d_1) e o mínimo 1/5 de d_1 ou 2" escolhendo-se o maior deles [6]. Os espaçamentos extremos podem ser iguais ou não aos espaçamentos internos, dependendo do tipo construtivo do trocador. O corte das chicanas é o segmento de altura ℓ_c dado como porcentagem do diâmetro interno do casco (tabela em [9]). Para o diâmetro das chicanas (d_{chi}), encontram-se em [6] tabelas com diferenças (d_1 - d_{chi}), para as classes padrão de trocadores.

. Folgas tubo-chicana, casco-chicana e feixe de tubos-casco - As folgas tubo-chicana devem ser(1/36" + d_2) e (1/64" + d_2) para o comprimento máximo sem apoio dos tubos menor (ou igual) e maior do que 36", respectivamente. A folga casco-chicana é dada em função de d_1 e a folga feixe-casco depende do tipo de feixe empregado [5].

. Temperaturas e pressões de projeto - As temperaturas de projeto podem ser tomadas como sendo 10 °C acima das temperaturas de operação e as pressões de projeto entre 10 e 20% maiores do que as pressões de operação dos fluidos [4].

. Pressão de projeto para os bocais do casco e dos tubos - São dadas em quatro classes (150, 300, 400 e 600) em função das temperaturas e das pressões de projeto para ambos os escoamentos (gráfico em [4]).

. Taxa de transferência de calor real Q_r produzida pelo trocador:

$$Q_r = UA\ \Delta T_m \text{ (W)} \tag{1}$$

onde:

U = coeficiente global de transferência de calor (W/m² °C);

A = área de troca térmica externa do feixe tubular (m²);

ΔT_m = diferença média de temperatura entre os fluidos quente e frio (na literatura) (°C).

. Taxa de transferência de calor Q_d (W) especificada pelo processo:

$$Q_d = \dot m_t C_t \Delta T_t = \dot m_c C_c \Delta T_c \tag{2}$$

onde:

$\dot m_t$ e $\dot m_c$ = descargas dos fluidos nos tubos e no casco (kg/h);

C_t e C_c = calores específicos dos fluidos nos tubos e no casco (Ws/kg °C);

ΔT_t e ΔT_c = diferenças de temperaturas entre a entrada e a saída dos fluidos do casco e dos tubos (°C).

. Coeficiente global de troca de calor U - Para tubos não aletados é dado por:

$$\frac{1}{U} = \frac{d_2}{h_t d_i} + \frac{d_2}{2k_{pt}}\ \ell_n \frac{d_2}{d_i} + \frac{1}{h_c} \frac{d_2}{d_i} rd_t + rd_c \text{ (W/m}^2\text{°C)} \tag{3}$$

onde k_{pt} é a condutividade térmica da parede dos tubos (W/m °C) e, h_t e h_c são os coeficientes de película para o lado dos tubos e do casco.

O coeficiente global a ser estimado inicialmente para os cálculos do dimensionamento pode ser encontrado em [3], numa tabela que fornece valores de U para vários tipos de fluidos em função de suas viscosidades.

. Área de troca de calor é dada por:

$$A = \frac{Q_r}{U \Delta T_m} \text{ (m}^2) \tag{4}$$

Cálculo da Troca de Calor e das Perdas de Carga. Para o lado dos tubos, a equação para o cálculo do coeficiente de película é dada pela correlação de SIEDER-TATE, tendo o fator de COLBURN (J) sido desenvolvido por PIERCE [7] para tubos lisos e para todas os tipos de escoamento:

$$h_t = J \frac{C_t \rho_t V_t}{Pr d_t^{\ 2/3}}\ \phi_t \text{ (W/m}^2\text{ °C)} \tag{5}$$

onde ρ_t, V_t e Prd_t são a densidade, a velocidade e o número de PRANDTL para o fluido dos tubos. ϕ_t é o fator de correção devido à variação de viscosidade do fluido.

O cálculo da perda de pressão para o escoamento dentro dos tubos inclui as perdas por atrito e as perdas localizadas nos bocais, contrações e expansões, mudanças de direção, cujas equações podem ser encontradas na literatura [3, 4, 8].

Para o cálculo do coeficiente de película e da perda de carga para o escoamento do lado do casco é utilizado o método de BELL-DELAWARE [5], tendo sido escolhido após comparação [3] com outros métodos clássicos disponíveis na literatura aberta, KERN [8] e TINKER[9].

As perdas de pressão tanto para os tubos como para o casco devem ser inferiores à perda de pressão máxima admissível para cada um, mas devem estar tão próximos destas quanto possível para melhor conversão das perdas de carga em trocas térmicas.

Roteiro de Cálculo. Este roteiro toma como base a sequência de cálculos discutida nos itens acima :

a) Definir as condições de processo, em seguida, estabelecer as definições preliminares, tomando as seguintes considerações:

. o número de trajetos de tubos começa igual a 2, podendo ser igual a 1 caso o trocador seja do tipo espelho fixo;

. o coeficiente global deve ser estimado inicialmente (U_o) como citado, e com ele determinar uma área inicial de troca térmica (A_o) (equação 4);

. determinar o número total de tubos através de equação;

b) Determinar o coeficiente de película para o lado dos tubos (h_t) usando o fator ϕ_t igual a 1,0, porque sua determinação depende do próprio h_t.

c) Com o valor de h_t determinar a temperatura da parede interna dos tubos (T_{ti}) [8]. Com ela, determinar novo ϕ_t.

d) Determinar a perda de carga total nos tubos (ΔP_t) usando o novo ϕ_t, então comparar com a perda de carga admissível nos tubos. Se esta for muito maior do que a determinada, deve-se aumentar o número de passos de tubos ou diminuir o diâmetro dos tubos, ou alternadamente, aumentar o comprimento dos tubos e diminuir o número total de tubos. Se a perda de carga calculada superar a admissível, tomar medidas contrárias.

. O número de trajetos de tubos aumenta ou permanece o mesmo, de acordo com a perda de carga nos tubos. Deve-se adotar o número total de tubos retirado da tabela citada.

e) Determinar novo coeficiente de película do lado dos tubos.

f) Determinar o coeficiente de película do lado do casco (h_c) usando o fator de correção da viscosidade ϕ_c igual a 1,0.

g) Com o valor de h_c, determinar a temperatura da parede externa dos tubos (T_{te}) [8]. Com ela, encontrar novo ϕ_c.

h) Determinar a perda de carga total para o lado do casco (ΔP_c), usando o novo ϕ_c.

i) Com os valores de h_t e h_c calcular U através de (3) e em seguida a área de troca de calor desejada (A) em (4).

<u>Verificação</u>. Conhecendo-se os valores de ΔP_c e A:

. comparar ΔP_c com a perda de pressão admissível no casco Se ΔP_c for maior do que a admissível, deve-se aumentar o corte da chicana, o espaçamento entre elas, a distância entre os centros de tubos adjacentes (p) ou colocar chicanas segmentares duplas ou triplas. Caso ΔP_c seja menor, toma-se medidas contrárias.

. comparar a área calculada com a estimada inicialmente. Se o valor de uma está 5-10% da outra então a área de troca de calor está dimensionada. Se isto não acontecer admitir novo U_o, repetir os cálculos até que se obtenha uma harmonia entre os resultados da perda de carga nos tubos e no casco e, proximidade de 10% entre as áreas estimada e calculada.

PROGRAMA PARA O DIMENSIONAMENTO DA ÁREA DE TROCA DE CALOR

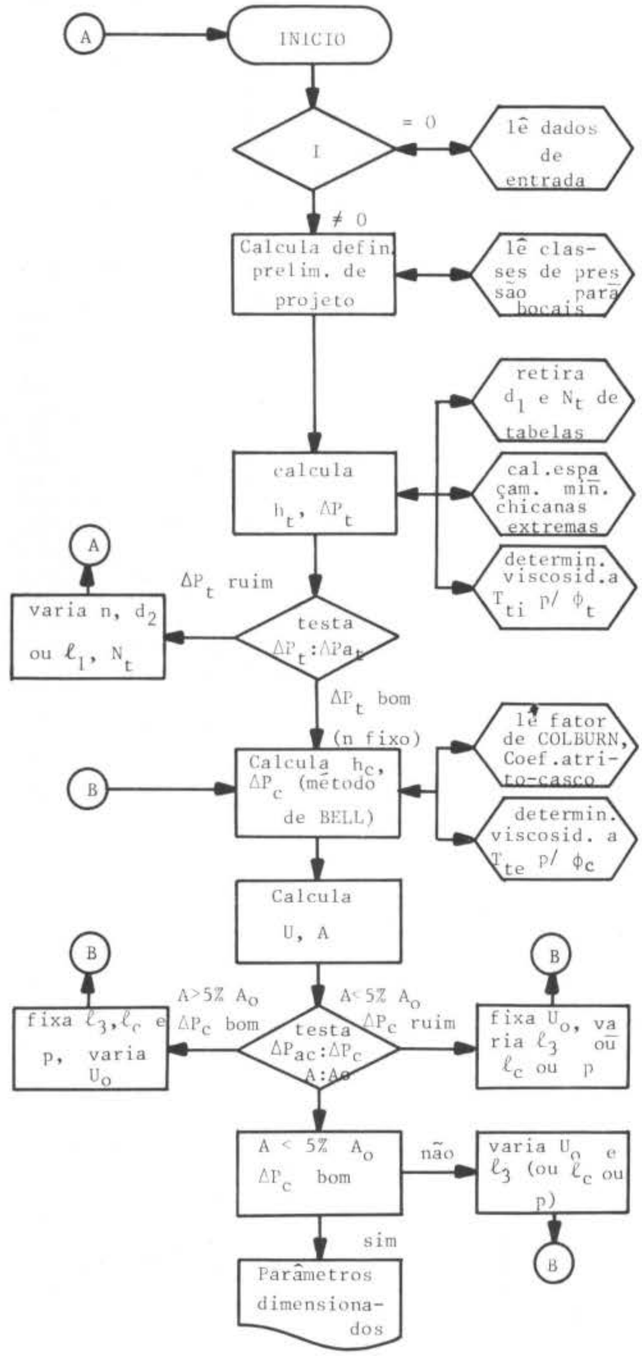
Foi montado baseando-se no roteiro acima e seu fluxograma segue mostrado na Figura 1. Para os cálculos foi aplicado um exemplo [4], cujo processo é o resfriamento de um hidrocarboneto tipo gasolina com água escoando nos tubos, com os seguintes dados:

Fluido	Hidrocarboneto	Água
descarga (kg/h, lbm/h)	50208/110688	215807/475765
temp. de entrada (°C, °F)	100/219,2	30/86
temp. de saída (°C, °F)	38/100,4	38/100,4
perda de carga admissível (kgf/cm^2, psi)	0,56/7,9	0,68/9,6

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Tabela 1 mostra os resultados do exemplo de aplicação [3].

Os valores de U_o, retirados da tabela citada, variaram de 80 a 135 BTU/h pé² F. A diferentes valores de U_o podem corresponder o mesmo diâmetro do casco e a mesma área de troca, devido à substituição dos valores do número de tubos pelos encontrados na tabela de contagem de tubos. Valores menores de ℓ_3 levaram a um melhor aproveitamento da perda de carga disponível, como pode ser visto para U_o = 96,5 BTU/h pé² F. O melhor aproveitamento da perda de carga no casco não significou



ΔP_t bom = ΔP_{at} bem aproveitada

ΔP_c ruim = ΔP_{ac} mal aproveitada

Figura 1 - Fluxograma do Programa de Dimensionamento

uma maior concordância entre as áreas (A_{calc} na tabela). Então, pode-se observar que, o melhor resultado corresponde a um trocador com:

diâmetro interno do casco: 21,0 pol
diâmetro externo dos tubos: 3/4 pol
espaçamento entre chicanas: 5,5 pol
área total de troca de calor: 1320,6 pé²
número total de tubos: 342 tubos
comprimento total dos tubos: 20 pés
número de trajetos de tubos: 2
pares de tiras selantes : 3

Tabela 1 - Otimização da área de troca de calor

U_o $\frac{BTU}{hpé^2F}$	d_1 pol	ℓ_3 pol	ΔP_t $\frac{lbf}{pol^2}$	ΔP_c $\frac{lbf}{pol^2}$	A_o $pé^2$	A_{calc} %
80,0	25,0	12,5	4,5	1,1	1953,9	0,106
85,5	25,0	12,0	4,5	1,2	1953,9	0,106
96,5	23,2	12,0	6,2	1,2	1621,8	0,066
96,5	23,2	11,5	6,2	1,3	1621,8	0,053
96,5	23,2	9,5	6,2	2,2	1621,8	0,021
96,5	23,2	7,5	6,2	3,4	1621,8	0,065
96,5	23,2	5,5	6,2	6,0	1621,8	0,092
96,5	23,2	4,6	6,2	6,4	1621,8	0,092
102,0	23,2	5,1	6,2	6,0	1621,8	0,093
107,5	23,2	6,1	6,2	5,0	1621,8	0,087
113,0	23,2	5,6	6,2	5,8	1621,8	0,09
118,5	21,0	10,5	8,9	1,6	1320,6	0,191
118,5	21,0	9,5	8,9	2,1	1320,6	0,171
118,5	21,0	8,5	8,9	2,7	1320,6	0,146
118,5	21,0	7,5	8,9	3,7	1320,6	0,096
118,5	21,0	6,5	8,9	5,1	1320,6	0,073
118,5	21,0	5,5	8,9	6,8	1320,6	0,052
124,0	21,0	5,5	8,9	6,8	1320,6	0,052
129,5	21,0	5,5	8,9	6,8	1320,6	0,053
135,0	21,0	5,5	8,9	6,8	1320,6	0,053

BIBLIOGRAFIA

[1] TABOREK,J. - "Evolution of Shell-and-Tube Heat Exchanger Design Practices", Heat Transfer Eng., vol. 2 nº 2, pp. 69-73, 1980.

[2] RIBEIRO,C.M.C. e GOLDSTEIN,L.Jr.- "Otimização do Projeto Termo-Hidráulico de Trocadores de Calor Casco e Tubo, sem Mudança de Fase", 4º Congresso de Utilidades, IBP/OLADE, Rio de Janeiro, 1985.

[3] RIBEIRO, C.M.C.- "Comparação de Métodos de Cálculo Termo-Hidráulico de Trocadores de Calor Casco e Tubo, sem Mudança de Fase", Tese de Mestrado, UNICAMP, 1984.

[4] GOLDSTEIN,L.Jr. e GUMIEIRO,D.- "Projeto de Trocadores de Casco e Tubo, do Curso de Informação sobre Trocadores de Calor, IBP, 1980.

[5] BELL,K.J. - "Preliminary Design of Shell-and-Tube Heat Exchangers", Heat Exchangers Thermal-Hydraulic Fundamentals and Design, editado por S. Kakaç, A.E. Bergles e F.Maynger, pp. 559-579, McGraw-Hill, 1981.

[6] STANDARDS OF TUBULAR EXCHANGER MANUFACTURERS ASSOCIATION-TEMA, Inc., 5th edition, 4th printing New York, 1974.

[7] PIERCE,B.L. - "Heat Transfer Colburn - Factor Equation Spons all Fluid-Flow Regimes", Chem.Eng. Dec. 17, pag. 113, 1979.

[8] KERN,D.Q.- "Process Heat Transfer", McGraw-Hill, 1950.

[9] TINKER,T. "Shell-Side Characteristics of Shell-and-Tube Heat Exchangers - A Simplified Rating System for Commercial Heat Exchangers", Trans.of the ASME, pp. 36-52, jan. 1958.

ABSTRACT

A computer based optimization for the thermal-hydraulic design method applied to shell-and-tube heat exchangers is presented. The proposed computer program considered TEMA recomendation and is based on the BELL-DELAWARE procedure for the shell-side film coefficient and pressure loss estimation. An simulated case is presented for comparison with convencional procedure.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

PROJETO DE REGENERADORES DE PLACA PLANA PARA SUBSTÂNCIAS HIGROSCÓPICAS VIA TEORIA DE PENETRAÇÃO

ABCM
ABMC ABEnS

PAULO MURILLO DE SOUZA ARAÚJO
ANTONIO SANTOS VARGAS
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

PUC/RJ

RESUMO

É estabelecido um procedimento de projeto de um regenerador de placa plana para o agente higroscópico que opera num ciclo de condicionamento de ar por resfriamento evaporativo. Em trabalhos anteriores foram estudadas as transferências de momentum, calor e massa de água que ocorrem no processo regenerativo. No presente trabalho é obtida uma solução analítica do problema, usando a teoria de penetração. A equação resultante para o fluxo de massa de água retirada do desumidificante é suficientemente precisa para ser usada no procedimento de projeto. Dada a simplicidade do procedimento proposto, o projeto pode ser executado numa calculadora eletrônica de mão.

INTRODUÇÃO

A literatura especializada na área de condicionamento de ar revela uma tendência atual ao uso de energia térmica, quando livremente disponível, buscando economizar o trabalho dispendido em compressores de grande porte. Um dos sistemas que opera desta forma é baseado no ciclo por resfriamento evaporativo. Neste ciclo o ar atmosférico é secado por uma solução forte da substância higroscópica. Entre outros líquidos, o trietileno glicol apresenta características que justificam o seu uso como agente higroscópico no processo de secagem do ar. A solução de trietileno glicol que absorveu água do ar torna-se uma solução fraca, que precisa ser regenerada. É no processo de regeneração que se torna necessário o uso de energia térmica, preferencialmente energia solar ou calor de rejeito industrial.

Nos últimos anos vários pesquisadores associados à Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro se dedicaram à análise do ciclo de condicionamento de ar acima mencionado. Em 1980, Pessoa et al.[1] apresentaram um modelo de simulação das condições de desempenho e operação do circuito de ar. Azevedo et al.[2] estudaram a desumidificação adiabática do ar num trocador de massa vertical. Posteriormente foi complementado este estudo [3], usando água de resfriamento nos tubos do trocador, num processo de secagem não adiabática, que resulta mais eficiente. No referente ao circuito de trietileno glicol, Zylbersztajn, Orlando e Saboya [4] analisaram o processo regenerativo do desumidificante num equipamento de placa plana aquecida. Através de medições de vazões e temperaturas do ar e da solução líquida e dos índices de refração na fase líquida, foram obtidos dados suficientes para elaborar um primeiro modelo de projeto do equipamento. Neste tipo de regenerador a solução fraca, ou degenerada, de trietileno glicol escoa por gravidade sobre uma placa plana inclinada, formando um filme líquido laminar. Simultaneamente uma corrente turbulenta de ar é forçada em contra-corrente, retirando umidade do líquido. A água que se separa e vaporiza retira calor da mistura, surgindo a necessidade do aquecimento indireto através da placa. Os dois escoamentos ficam confinados num canal bidimensional, formado pela placa aquecida (mantida isotérmica) e por uma cobertura isolada. A análise teórica do regenerador de placa plana foi efetuada pelos autores do presente trabalho. Na referência [5] encontra-se o estudo semi-analítico da parte hidrodinâmica do problema. Os efeitos da turbulência da corrente de ar foram modelados e analisados num trabalho posterior [6]. Finalmente, as equações de conservação de energia e de massa de água foram integradas numericamente [7,8], permitindo estabelecer correlações para os coeficientes convectivos de transferência de calor e massa.

No presente trabalho o mesmo problema do regenerador de placa plana é abordado, desta vez sob um enfoque totalmente analítico. Devido ao alto valor do número de Schmidt da fase líquida ($Sc_2 \cong 3,2 \times 10^4$), os perfis de concentração de água, obtidos na referência [7], comprovam que o fenômeno difusivo no filme líquido se restringe às proximidades da interface fluida. Tal evidência sugere a aplicação das hipóteses inerentes à teoria de penetração, viabilizando a integração analítica da equação de difusão. São assim obtidas equações algébricas de fácil manuseio no procedimento de projeto, que é o objetivo deste trabalho.

ALGUNS RESULTADOS DE TRABALHOS ANTERIORES

A figura 1 representa o canal bidimensional do regenerador. A distância entre as placas é a, o comprimento do canal é ℓ e a largura das placas é L. As placas estão inclinadas de um ângulo β com relação à vertical. As equações dos perfis de velocidade esboçados na figura 1 estão disponíveis na referência [5].

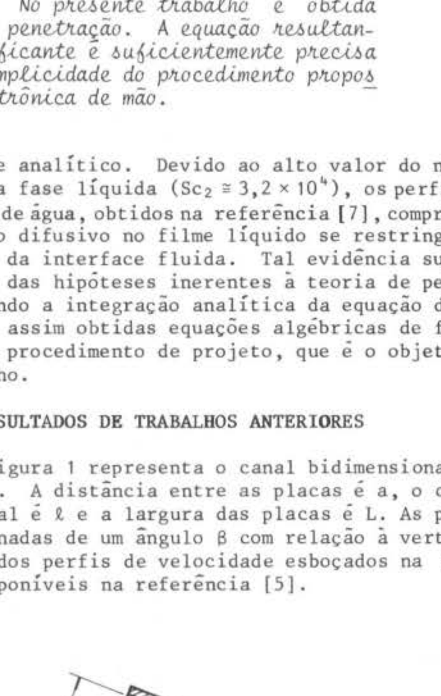


Figura 1. A geometria do canal

Os números de Reynolds do ar (fluido 1) e do filme líquido (fluido 2) são dados por

$$Re_i = 2\,\dot{m}_i / (\mu_i L) \quad , \qquad i = 1,2 \; , \tag{1}$$

onde $\dot{m}_i$ é o fluxo de massa e μ_i é a viscosidade dinâmica de cada uma das misturas. A espessura δ do filme líquido é considerada constante e pode ser calculada [7,9] através de

$$\delta = \left[1,5(\mu_2/\rho_2)^2 \; Re_2/g \cos\beta\right]^{1/3} \quad , \tag{2}$$

onde ρ_2 é a massa específica da mistura líquida e g é a aceleração da gravidade.

A velocidade adimensional na interface, $U_{20} = u_{20}/u_{2m}$, sendo $u_{2m} = \dot{m}_2/(\rho_2\,\delta L)$, pode ser calculada através da seguinte equação, deduzida na referência [5]:

$$U_{20} = \frac{6[(2m+1)(Is\Omega M+1) + (s-1)]}{4(2m+1)(sM+1) + (s-1)(sM+4)} \quad , \tag{3}$$

onde $I = \pm 1$ (sinal negativo para escoamentos em contra corrente),

$$\Omega = u_{1m}/u_{2m} = (\rho_2/\rho_1)(Re_1/Re_2)M \quad ; \tag{4}$$

$$M = \mu_1\delta/[\mu_2(a-\delta)] \quad ; \quad s = 0{,}00479\ Re_1^{0{,}736} \quad ; (5),(6)$$

$$m \cong 1{,}40s \quad \text{(inteiro mais próximo)} \quad . \tag{7}$$

Os fluidos são admitidos no canal com temperaturas uniformes T_{1e} e T_{2e} e concentrações (frações mássicas) de água uniformes c_{1e} e c_{2e}. A placa inferior do canal tem temperatura uniforma T_p.

Na interface fluida supõe-se que prevaleça a condição de equilíbrio. Esta condição, no caso de misturas muito diluídas, fica bem representada pela lei de Raoult para misturas ideais [7]. Designando por $\bar{c}_{1m}$ a concentração média de mistura de água na fase gasosa e por $\bar{T}_{2m}$ a temperatura de mistura do filme líquido (ambas médias entre a entrada e a saída), mostra-se na referência [7] que a concentração de água c^*_{2m}, que corresponde a $\bar{c}_{1m}$ e $\bar{T}_{2m}$ na curva de equilíbrio, fica determinada por meio de

$$c^*_{2m} = (0{,}4412\ \bar{c}_{1m} + 2{,}5\times 10^{-5})\Theta^{-1} - 0{,}0271 \quad , \tag{8}$$

onde

$$\Theta = \exp[11{,}6703 - 3816{,}44(\bar{T}_{2m} - 46{,}13)^{-1}] \ , \ \bar{T}_{2m} \text{ em K}. \tag{9}$$

Uma vez que a temperatura $\bar{T}_{2m}$ precisa ser estimada, para uso na equação (9), são necessários balanços de calor em dois volumes de controle integrais: **(i)** envolvendo todo o canal e **(ii)** envolvendo apenas o lado do ar. Resultam duas equações a duas incógnitas ($\bar{T}_{2m}$ e a correspondente $\bar{T}_{1m}$ para o ar). Após alguma manipulação algébrica (veja-se a referência [7]) obtem-se

$$2\,\dot{m}_1\, c_{p_1}(\bar{T}_{2m} - T_{1e})\left(1 + \frac{2\dot{m}_1\, c_{p_1}}{\bar{h}_{H1}\ L\ \ell}\right)^{-1} +$$
$$+\ 2\dot{m}_2\, c_{p_2}(\bar{T}_{2m} - T_{2e}) + \dot{m}_w\, i_{fg} - \bar{h}_p\, L\,\ell(T_p - \bar{T}_{2m}) = 0\ . \tag{10}$$

Na equação (10) c_{p_i} (i=1,2) é o calor específico a pressão constante da mistura, $\dot{m}_w$ é a massa total de água transferida através da interface fluida, i_{fg} é o acréscimo de entalpia durante a vaporização da água na interface e $\bar{h}_{H1}$ e $\bar{h}_p$ são os coeficientes convectivos médios de transferência de calor na interface fluida, lado do ar, e junto à placa isotérmica, respectivamente.

O acréscimo de entalpia i_{fg} pode ser avaliado através das tabelas de vapor ou, mais simplesmente, através da correlação empírica [7]:

$$i_{fg} = 1761{,}21\left(1 - \frac{46{,}13}{T_0}\right)^{-2} \quad , \tag{11}$$

onde, para T_0 em K, obtem-se i_{fg} em J/g com erros inferiores a 3% na faixa de 300K a 400K. A correlação (11) é obtida através de equação de Clausius-Clapeyron e da correlação de Cox-Antoine para a água pura. Dada a pequena espessura do filme líquido, pode-se, para uso em (11) tomar $T_0 \cong \bar{T}_{2m}$.

Os coeficientes convectivos $\bar{h}_{H1}$ e $\bar{h}_p$, bem como o coeficiente convectivo de transferência de massa $\bar{h}_{D1}$ na interface, lado do ar, foram determinados pelos autores [7,8] para vários Re_1 e Re_2, integrando numericamente as equações da energia e da difusão de massa. Define-se os números de Nusselt $\hat{Nu}_p$ e $\hat{Nu}_1$ e o número de Sherwood $\hat{Sh}_1$ através de

$$\hat{Nu}_p = 2\hat{h}_p\delta/k_2 \quad ; \quad \hat{Nu}_1 = 2\hat{h}_{H1}(a-\delta)/k_1 \quad ; \quad (12)\text{ e }(13)$$

$$\hat{Sh}_1 = 2\hat{h}_{D1}(a-\delta)/\lambda_1 \quad , \tag{14}$$

onde k_i (i=1,2) é a condutividade térmica da mistura e $\lambda_i = \rho_i\mathcal{D}_i$ (i = 1,2), sendo $\mathcal{D}_i$ a difusividade de massa de água em cada fase. A característica mais importante dos resultados das referências [7,8] é que $\hat{Nu}_1$ e $\hat{Sh}_1$ praticamente independem do número de Reynolds da fase líquida, Re_2, e $\hat{Nu}_p$ é uma função fraca de Re_2.

Os números de Nusselt e Sherwood médios na interface, lado do ar, ficam bem correlacionados (erros inferiores a 2,5%) por meio de

$$\hat{Nu}_1 = 0{,}0212\ Re_1^{0{,}8056} \quad ; \tag{15}$$

$$\hat{Sh}_1 = 0{,}0124\ Re_1^{0{,}8533} \quad , \tag{16}$$

para ar úmido (número de Prandtl $Pr_1 = 0{,}75$) na faixa $5\times 10^3 \leq Re_1 \leq 5\times 10^4$.

Para baixos valores de Re_2, as equações (15) e (16) podem ser usadas também quando $I = 1$ (ar escoando no mesmo sentido do filme líquido.

Quanto a $\hat{Nu}_p$, a equação seguinte pode ser usada, com erros inferiores a 0,5% para $20 \leq Re_2 \leq 50$:

$$\hat{Nu}_p = 2{,}4659\ Re_2^{0{,}1273} \quad , \text{ se } \quad Pr_2 = 100 \quad . \tag{17}$$

As equações até aqui apresentadas são informações essenciais ao utilizador da técnica de projeto via teoria de penetração.

ANÁLISE TEÓRICA

A determinação da distribuição bidimensional de frações mássicas $c_2(x,y)$ na fase líquida consiste na solução da equação da difusão

$$\rho_2 u_2\ \partial c_2/\partial x = \lambda_2\ \partial^2 c_2/\partial y^2 \tag{18}$$

com as condições de contorno

$$\partial c_2/\partial y\ (x,\delta) = 0 \text{ (placa inferior impermeável)}; \tag{19}$$

$$\lambda_2\ \partial c_2/\partial y\ (x,0) = G_w(x) \quad ; \tag{20}$$

$$c_2(0,y) = c_{2e} \quad , \tag{21}$$

onde $G_w(x)$ é a densidade local do fluxo de massa de água que cruza a interface. Uma vez que $G_w(x)$ está relacionado com o gradiente local de fração mássica do lado do ar, o problema acima equacionado só pode ser resolvido juntamente com as equações referentes ao domínio da fase gasosa. A solução completa deste problema é abordada na referência [7].

Se, entretanto, a difusividade de massa $\mathcal{D}_2$ de água na fase líquida é pequena (isto é, $Sc_2 = \mu_2/\lambda_2$ é muito alto), então há pouca penetração do efeito difusivo na massa líquida. Neste caso, a uma distância pequena da interface a fração mássica local já se aproxima do valor c_{2e}, não perturbado. Considerando que nesta pequena faixa de valores de y a velocidade local $u_2(y)$ é ainda muito próxima de $u_{20} = u_2(0)$, tudo se passa como se o filme líquido tivesse espessura infinita e se movesse com velocidade uniforme u_{20}. Estas são as hipóteses da teoria de penetração, aplicáveis ao presente problema, onde $Sc_2 \cong 3{,}2\times 10^4$.

O coeficiente convectivo médio de transferência de massa $\bar{h}_{D1}$, considerado constante em todo o canal, relaciona-se com a densidade local do fluxo de massa através de

$$G_w(x) = \bar{h}_{D1}[c_1(x,0) - c_{1m}(x)] \quad . \tag{22}$$

Entretanto, esta equação não pode ser diretamente combinada com a condição (20), porque c_1 e c_2 estão em bases diferentes (c_i é massa de água por massa total na fase i). Para contornar esta dificuldade, substitui-se a diferença $c_1(x,0) - c_{1m}(x)$ por $c_2(x,0) - c^*_{2m}$, sendo c^*_{2m} definida como na equação (8). Há, porém, necessidade de corrigir esta diferença de frações mássicas por um fator F, para que ela possa ser combinada com o coeficiente convectivo $\hat{h}_{D1}$, do lado do ar. Na referência [7] é mostrado que o fator de correção é dado por $F = 2{,}2665\ \Theta$, com Θ calculado pela equação (9) para $\bar{T}_{2m}$ resultante de (10).

À vista das hipóteses da teoria de penetração e das considerações anteriores, a equação (18) e as condições de contorno (19) e (20) ficam substituidas por, respectivamente,

$$\partial c_2/\partial x = (\mathcal{D}_2/u_{20})\,\partial^2 c_2/\partial y^2 \quad ; \quad (23)$$

$$\lim_{y\to\infty} c_2(x,y) = c_{2e} \quad ; \quad (24)$$

$$\partial c_2/\partial y\,(x,0) = (F\,\hat{h}_{D1}/\lambda_2)[c_2(x,0) - c^*_{2m}] \quad (25)$$

e a condição (21) permanece inalterada.

A solução deste problema simplificado pode ser obtida através da aplicação da transformada de Laplace. A literatura reporta a solução para condução de calor transiente num sólido semi-infinito (veja-se [10] p.ex.), problema análogo ao expresso pelas equações acima. Obtem-se:

$$C(X,Y) = \text{erfc}\left(\frac{Y}{2\sqrt{X}}\right) - \exp(X+Y)\ \text{erfc}\left(\frac{Y}{2\sqrt{X}} + \sqrt{X}\right) \ ; \quad (26)$$

$$\frac{G_w(x)}{F\,\hat{h}_{D1}(c_{2e} - c^*_{2m})} = \exp(X)\ \text{erfc}\,(\sqrt{X}) \quad ; \quad (27)$$

$$\frac{F\,\hat{Sh}_1\,\Lambda\,\dot{m}_w(x)}{\mu_2\,Re_2\,U_{20}\,L(c_{2e} - c^*_{2m})} = \exp(X)\ \text{erfc}(\sqrt{X}) + 2\sqrt{\frac{X}{\pi}} - 1 , \quad (28)$$

onde

$$X = \frac{(F\,\hat{Sh}_1\,\Lambda)^2\,x}{2\,\delta\,Re_2\,Sc_2\,U_{20}} \quad ; \quad Y = \frac{F\,\hat{Sh}_1\,\Lambda\,y}{2\delta} \quad ; \ (29)\ e\ (30)$$

$$C(X,Y) = [c_2(x,y) - c_{2e}]\,/\,(c^*_{2m} - c_{2e}) \quad ; \quad (31)$$

$$\dot{m}_w(x) = L\int_0^x G_w(x)\,dx \quad ; \quad (32)$$

$$\Lambda = (\lambda_1/\lambda_2)[\delta/(a-\delta)] = M\,Sc_2/Sc_1 \quad . \quad (33)$$

RESULTADOS NUMÉRICOS

O fluxo total de massa de água transferida para o ar, $\dot{m}_w(x=\ell)$, calculado pela equação (28), é comparado com aquele obtido na referência [7], através da integração numérica das equações de conservação. Na tabela 1 esta comparação é feita para vários valores de Re_1 e Re_2. Os dados da tabela 1 são referentes a $I = -1$, $\ell/a = 35$, $Sc_1 = 0{,}6$, $Sc_2 = 3{,}2\times10^4$, $T_{1e} = 300K$, $T_{2e} = 320K$, $T_p = 350K$, $c_{1e} = 0{,}0140$, $c_{2e} = 0{,}1$, $\mu_2 = 32{,}1$ kg/h/m, $\mu_1/\mu_2 = 1{,}9\times10^{-3}$, $\rho_1/\rho_2 = 10^3$ e $L = 0{,}4$m. Observa-se que, para todos os casos analisados, o desvio entre a solução aproximada e a solução numérica da referência [7] ficou dentro de ± 16%.

Tabela 1. Fluxo total de massa de água transferida (kg/h)

Re_1	Re_2	$\dot{m}_w$,eq(28)	$\dot{m}_w$,ref[7]	erro (%)
5.000	27	0,358	0,418	-14,2
20.000	20	0,712	0,785	- 9,24
20.000	27	0,729	0,747	- 2,39
20.000	40	0,737	0,678	8,66
20.000	50	0,730	0,632	15,5
30.000	27	0,824	0,834	- 1,20
50.000	27	0,867	0,914	- 5,07

Aliás, os maiores desvios correspondem a Re_1 muito baixo ou a Re_2 muito alto e, em ambos os casos, têm-se baixas taxas de transferência, podendo estar assim fora da faixa de interesse do utilizador.

PROJETO DO REGENERADOR

A equação (28), com $x = \ell$, é a equação básica para o procedimento de projeto ora proposto. Por projeto, entende-se a determinação do comprimento ℓ da placa, necessário à transferência $\dot{m}_w$ de água do trietileno glicol para o ar. O valor de $\dot{m}_w$ é facilmente calculado, a partir da fração mássica de entrada, c_{2e}, e do valor desejado na saída da fase líquida, c_{2s}, através de

$$\dot{m}_w = \dot{m}_2(c_{2e} - c_{2s}) \quad . \quad (34)$$

Observa-se, porém, que a equação (28) é transcendente em X e que a temperatura $\bar{T}_{2m}$, calculada por (10), depende do prévio conhecimento do valor de ℓ. Estes fatos dão origem a um procedimento iterativo. Felizmente, a convergência do procedimento é rápida. A seguir são enumeradas as diversas etapas do projeto, acompanhadas de um exemplo de cálculo. Devido à simplicidade das equações e à rapidez da convergência, os cálculos abaixo especificados puderam ser desenvolvidos numa calculadora programável HP-15C.

Considere-se que a solução degenerada de trietileno glicol contem 90% em massa do desumidificante (isto é, $c_{2e} = 0{,}1$) e está a $T_{2e} = 320K$. Deseja-se regenerar o trietileno glicol, de forma a que $c_{2s} = 0{,}09$. O ar é admitido com $c_{1e} = 0{,}0140$ e $T_{1e} = 300K$, escoando em contra-corrente ($I = -1$). A placa inferior do canal tem $L = 1$m de largura e é mantida a $T_p = 350K$. A distância entre as placas é $a = 0{,}04$m. A inclinação do canal é $\beta = 75°$. As taxas de escoamento do ar e do filme líquido são, respectivamente, $\dot{m}_1 = 913{,}5$ kg/h e $\dot{m}_2 = 321$ kg/h. Dispõe-se ainda das seguintes propriedades: $\mu_1 = 0{,}0609$kg/m/h, $\mu_2 = 32{,}1$ kg/m/h, $c_{p_1} = 1{,}13$ kJ/kg/K, $c_{p_2} = 2{,}51$ kJ/kg/K, $k_1 = 0{,}0255$ W/m/K, $k_2 = 0{,}223$ W/m/K, $\rho_1 = 1{,}1$ kg/m^3, $\rho_2/\rho_1 = 10^3$, $Sc_1 = 0{,}6$ e $Sc_2 = 3{,}2\times10^4$.

Para obter o comprimento ℓ do regenerador, deve-se proceder da forma seguinte.

Passo 1. Determina-se os números de Reynolds Re_1 e Re_2 pela equação (1): $Re_1 = 3\times10^4$; $Re_2 = 20$.

Passo 2. Determina-se a espessura δ do filme líquido por (2). Resulta $\delta = 0{,}919$mm.

Passo 3. Calcula-se $\hat{Nu}_1$, $\hat{Sh}_1$ e $\hat{Nu}_p$ por (15) a (17) e os coeficientes de transferência de calor $\hat{h}_p$ e $\hat{h}_{H1}$ por (12) e (13). Acha-se $\hat{Nu}_1 = 85{,}7$, $\hat{Sh}_1 = 82{,}0$, $\hat{Nu}_p = 3{,}61$, $\hat{h}_p = 0{,}438$ kW/m^2/K e $\hat{h}_{H1} = 0{,}0278$ kW/m^2/K.

Passo 4. O fluxo de massa de água transferida é calculado por (34), resultando $\dot{m}_w = 3{,}21$ kg/h.

Passo 5. A fração mássica média de água na saída do ar é $c_{1s} = c_{1e} + \dot{m}_w/\dot{m}_1 = 0{,}0175$ e então $\bar{c}_{1m} = 0{,}5\,(c_{1e} + c_{1s}) = 0{,}0158$.

Passo 6. Calcula-se os parâmetros adimensionais M e Λ, por (5) e (33), respectivamente. Acha-se $M = 4{,}46\times10^{-5}$ e $\Lambda = 2{,}38$.

Passo 7. A velocidade adimensional na interface, U_{20}, é calculada por (3), com auxílio de (4-7). Assim, $\Omega = 66{,}9$, $s = 9{,}45$, $m = 13$ e $U_{20} = 1{,}47$.

Daqui em diante o procedimento de cálculo torna-se iterativo. Os resultados obtidos em cada iteração constam da tabela 2.

Passo 8. Admite-se um valor inicial para o comprimento ℓ. Seja $\ell = 2$m.

Passo 9. Resolve-se a equação (10) para $\bar{T}_{2m}$. Na primeira iteração, $\bar{T}_{2m} = 336{,}84K$.

Passo 10. Com $\bar{T}_{2m}$ e $\bar{c}_{1m}$, calcula-se Θ e c^*_{2m} por (9) e (8), respectivamente. Toma-se ainda $F = 2,2665\Theta$. Na primeira iteração, $\Theta = 0,233$, $c^*_{2m} = 0,00291$ e $F = 0,528$.

Passo 11. Substitui-se todos os valores na equação (28) e resolve-se a mesma para X. Recomenda-se usar uma subrotina para cálculo da função erro complementar $erfc(\sqrt{X})$. Na primeira iteração tem-se X = 15,7 .

Passo 12. Resolve-se a equação (29) com $x = \ell$, para obter o comprimento do canal. Na primeira iteração resulta ℓ = 2,56m.

Passo 13. Volta-se ao passo 8 com o valor de ℓ recém-calculado e reitera-se, até obter convergência.

Conforme pode ser observado na tabela 2, a solução do problema aqui exemplificado convergiu após 5 iterações. Conclui-se que o comprimento necessário ao regenerador é ℓ = 2,43m. Note-se também que a convergência se dá por valores alternadamente maiores e menores que a solução.

Tabela 2. Resumo do cálculo de projeto

Passo \ Iteração	8	9	10		11	12
	ℓ(m)	$\bar{T}_{2m}$(K)	$\bar{c}_{2m}\times 10^2$	F	X	ℓ(m)
1	2,00	336,84	0,291	0,528	15,7	2,56
2	2,56	338,54	0,071	0,569	17,2	2,41
3	2,41	338,14	0,122	0,559	16,8	2,44
4	2,44	338,22	0,110	0,561	16,9	2,43
5	2,43	338,21	0,112	0,561	16,9	2,43

CONCLUSÕES

Pode-se, a partir da análise desenvolvida no presente trabalho, concluir que:

1. A teoria de penetração fornece resultados compatíveis com a solução numérica, mais rigorosa, desenvolvida na referência [7]. A precisão dos resultados é adequada às necessidades usuais do projetista.

2. O fator determinante para aplicação da teoria de penetração é o alto valor do número de Schmidt na fase líquida. Por esta razão o filme líquido, embora seja de pequena espessura, comporta-se perante o fenômeno difusivo como um corpo semi-infinito.

3. A técnica de projeto ora proposta, embora fundamentada numa solução analítica comumente encontrada na literatura, não prescinde das correlações expressas pelas equações (6) e (15-17). O procedimento iterativo não apresenta inconvenientes de ordem numérica e pode ser executado numa simples calculadora portátil.

REFERÊNCIAS

[1] Pessoa, J.J.M., Análise de sistemas abertos de condicionamento de ar utilizando energia solar. Dissertação de Mestrado, DEM-PUC/RJ (1980).

[2] Azevedo, L.F.A., Análise teórico-experimental de um desumidificador de ar usando trietileno glicol. Dissertação de Mestrado, DEM-PUC/RJ (1981).

[3] Queiroz, A.G., Orlando, A.F. e Saboya, F.M.S., Performance analysis of an air drier for a liquid dehumidifier solar air conditioning system. ASME Winter Meeting, 84-WA/Sol-6 (1984).

[4] Zylbersztajn, D., Orlando, A.F. e Saboya,F.E.M., Triethylene glycol collector as a regenerator in solar air conditioning systems. Alternative Energy Sources V. Part B: Solar Applications, pp.107-122 (1983).

[5] Araújo, P.M.S. e Vargas, A.S., Escoamento paralelo de filme líquido laminar e corrente turbulenta de ar num canal. Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, 7 (3) : 207-224 (1985).

[6] Araújo, P.M.S. e Vargas, A.S., Análise do campo de difusividade térmica turbulenta no escoamento de ar entre placas paralelas. VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, São José dos Campos, SP, 1985. Anais do COBEM 85, pp.141-144 (1985).

[7] Araújo, P.M.S., Transferência de calor e massa entre filme líquido e corrente de ar. Tese de Doutorado, DEM-PUC/RJ (1986).

[8] Araújo, P.M.S. e Vargas, A.S., Heat ans mass transfer between a liquid mixture and a stream of air. 2nd ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference. A ser aceito para publicação (1987).

[9] Bird, R.B., Stewart, W.E. e Lighfoot, E.N., Transport phenomena. John Wiley and Sons (1960).

[10] Schneider, P.J., Conduction heat transfer. Addison-Wesley Publishing Company (1957).

ABSTRACT

A design procedure is proposed for a flat plate regenerator, used for the hygroscopic agent in an evaporative cooling air-conditioning system. In previous works the authors have analysed the combined momentum, heat and mass transfer, which occurs in this regenerative process. Now an analytic solution is obtained via penetration theory. The accuracy of the resulting equation for the transferred mass of water is sufficient for design purposes. Owning to the simplicity of the design methodology, it can be implemented in any programmable pocket calculator.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

COMPORTAMENTO TRANSIENTE E CARACTERÍSTICAS DE OPERAÇÃO DE COLETORES SOLARES PLANOS E CPC

ABCM ABMC ABEnS PUC/RJ

OSCAR SAUL HERNANDEZ MENDOZA
ARISTEU DA SILVEIRA NETO
Departamento de Engenharia Mecânica - UFU

RESUMO

Neste trabalho são analisados o peso de cada um dos componentes de um coletor concentrador solar tipo CPC, isto foi feito desenvolvendo três diferentes modelos usando analisis tipo "lumped" e analisis considerando efeitos de aleta, isto permite observar a influência dos parâmetros óticos e geométricos sobre o coletor e a validez deste tipo de modelagem.

INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento transiente de coletores solares planos ou planos concentradores tipo CPC, tem sido analisado, |1|, |2|, |3|, |4|, considerando análise tipo "lumped", nos quais a placa absorvedora e cobertura tem temperatura uniforme e análises tipo aleta, usando o conceito de fator de rendimento de coletores, F_R; a comparação dos modelos com dados experimentais têm sido escassa e a validez das suposições acima relatadas não tem sido questionada; neste trabalho são analisadas as considerações acima mencionadas, sendo ao mesmo tempo analisado o peso de cada componente no controle do transiente do coletor, para este fim foram desenvolvidos três modelos transientes de coletor solar.

O primeiro modelo considera, efeitos transientes no fluido de trabalho, sendo a placa, isolamento e cobertura supostos rígidos no tempo, admitindo-se efeitos de aleta na placa absorvedora; o segundo modelo considera efeitos transientes na placa, isolamento e cobertura usando análise tipo "lumped", supondo o fluido atuando de forma rígida; no terceiro modelo, supõe-se o transiente controlado pela placa, isolamento e cobertura, considerando efeitos de aleta na placa absorvedora no sentido transversal ao fluxo, cobertura e isolamento, sem gradientes de temperatura e o fluido de trabalho é considerado rígido no tempo, como no segundo modelo.

MODELO Nº 1

Este modelo analisa um coletor CPC, concentração 4,0, truncado, com absorvedor plano, como mostrado na figura (1), fazendo as seguintes suposições:

a) despreza armazenamento de energia nas superfícies refletoras.
b) não considera reflexão na cobertura.
c) despreza efeitos refletivos devido a pó e sujeira na cobertura, e armazenamento de energia neste componente.
d) As perdas de energia no topo e fundo do coletor são referidas a mesma temperatura ambiente.
e) os balanços de energia são concentrados no absorvedor.
f) considera efeitos transientes somente no fluido de trabalho.

Devido a que a placa, isolamento e cobertura. São considerados rígidos no tempo, foram permitidos efeitos de aleta na placa e tubo que conduz o fluido, e a temperatura do isolamento igual a da placa, calculando a temperatura da cobertura, para efeito do cálculo das perdas de energia, pela relação entre resistências térmicas entre estes dois componentes, e a temperatura do fluido de trabalho calculada como sendo a média aritmética entre a temperatura de entrada e saída do coletor.

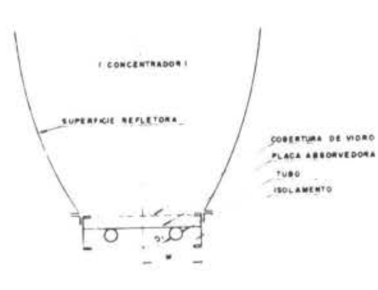


Figura 1. Esquema do Coletor CPC analisado

As figuras (2) e (3) mostram o sistema placa-isolamento analisado

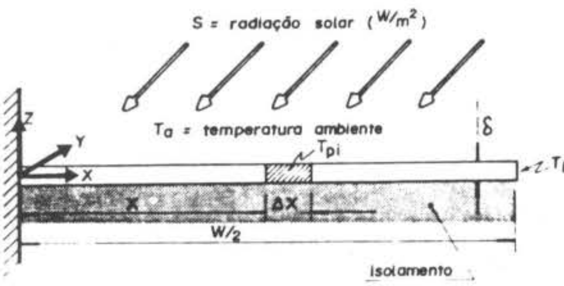


Figura 2. Metade da placa absorvedora mostrada como uma aleta

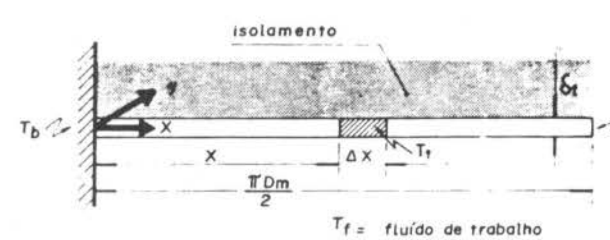


Figura 3. Metade do tubo que conduz o fluido mostrado como uma aleta

Fazendo balanços de energia em cada um dos elementos do sistema teremos:

Placa e Isolamento.

$$\frac{d^2\bar{T}_{pi}}{dx^2} = \frac{UL}{K\delta}\left(\bar{T}_{pi} - T_a - \frac{S}{U_L}\right) \tag{1}$$

Condições de contorno:

CC1: $x = 0;\quad \frac{dT_{pi}}{dx} = 0$

CC2: $x = \frac{W}{2};\quad T_{pi} = T_b$

Tubo que conduz o fluido:

$$\frac{d^2\theta_t}{dx^2} - m_2^{\,2}\,\theta_t = 0 \tag{2}$$

onde: $\theta = T_t - \bar{T}_f$; $m_2 = \sqrt{\frac{h_{fi}P}{kA_t}}$

Condições de contorno:

CC1: $x = \Pi D_m/2;\quad \frac{d\theta_t}{dx} = 0$

CC2: $x = 0;\quad \theta_t = \theta_b = T_b - \bar{T}_f$

Fluido de Trabalho.

$$\frac{d\bar{T}_f}{dt} + A_f\,\bar{T}_f = B_f \tag{3}$$

Condição inicial:

CI: $t = 0;\quad \bar{T}_f = \bar{T}_{fi}$

onde: $A_f = \frac{4(2\dot{m}_f\,C_{pf} + \Delta y\,W'\,U_L M)}{\rho_f\,C_{pf}\,\Pi D_i^{\,2}\,\Delta y}$

onde: $B_f = C_J\,T_{fe} + H_J S - U_J T_a$

$C_J = 8\,\dot{m}f/\rho f\,\Pi\,D_i^{\,2}\,\Delta_y$

$H_J = 4W'D_J/\,\rho f\,C_{pf}\,\Pi D_i^{\,2}$

$U_J = 4W'U_L(NU_L - 1)/\rho_f C_{pf}\,\Pi D_i^{\,2}$

$D_J = 1 - U_L N$; $W' = WF$; $F = T_{gh}\,\frac{Wm_1}{2}\Big/\frac{Wm_1}{2}$

$M = P/(P + U_L WF)$; $N = WF/(P + U_L WF)$

$P = (2m_2\,K\,\delta_t)\,\mathrm{tgh}\,(\Pi m_2\,Dm/2)$

$m_1^{\,2} = UL/K\delta_t$; $m_2^{\,2} = 2hfi/K\delta_t$

Resolvendo a equação diferencial (1) obtem-se uma expressão para $\bar{T}_{pi}$, e a seguir é calculado o calor conduzido pela placa para o tubo, pela expressão (4).

$$q = -2K\delta\left.\frac{dt}{dx}\right|_{x=\frac{W}{2}} = 2(WF)\left[S - U_L(T_b - T_a)\right] \tag{4}$$

Este calor é conduzido pelo tubo que troca calor com o fluido. Resolvendo a equação (2) é obtida outra expressão para "q" a qual combinada com a equação (4) permite obter T_b.

$$T_b = M\,\bar{T}_f + N\,(S + U_L T_a) \tag{5}$$

Introduzindo a equação (5) em (4) obteremos uma expressão "q" a qual é introduzida no balanço energético do fluido obtendo-se a expressão (3), que resolvida fornece uma função para a temperatura média do fluido.

$$\bar{T}_f = \frac{B_f}{A_f} + \left[T_{fi} - \frac{B_f}{A_f}\right]\mathrm{EXP}\,(-A_f t) \tag{6}$$

MODELO Nº 2

Este modelo analisa o mesmo coletor analisado no modelo nº 1, faz as mesmas suposições, exceto a suposição "f" a qual é substituída pela seguinte suposição:

f) são considerados efeitos transientes na placa-isolamento e cobertura, sendo o fluido de trabalho suposto rígido no tempo.

Fazendo balanços de energia nos diversos elementos do coletor teremos:

Placa e Isolamento.

$$(mC_p)_{pi}\,\frac{d\bar{T}_{pi}}{dt} = Ac\left[S + U_1\,(\bar{T}_c - T_{pi})\right] - h_{fi}\,A_s\,(\bar{T}_{pi} - \bar{T}_f) \tag{7}$$

Cobertura:

$$(mC_p)_c\,\frac{d\bar{T}_c}{dt} = Ac\left[U_1\,(\bar{T}_{pi} - \bar{T}_c) + U_2\,(T_a - \bar{T}_c)\right] \tag{8}$$

Fluido de Trabalho.

$$\dot{m}_f\,C_{pf}\,\frac{dT_f}{dy} = h_{fi}\,P\,(\bar{T}_{pi} - \bar{T}_f) \tag{9}$$

As temperaturas médias da cobertura, $\bar{T}_c$, e da placa-isolamento, $\bar{T}_{pi}$, são relacionados pela relação entre suas resistências térmicas

$$U_2(\bar{T}_c - T_a) = U_L\,(\bar{T}_{pi} - T_a) \tag{10}$$

Obtendo da equação (10) uma expressão para $\bar{T}_c$ em função de $\bar{T}_{pi}$, introduzindo este resultado na equação (8) e combinando a expressão resultante com a equação (7), obteremos a seguinte equação:

$$\left[(mC_p)_{pi} + \frac{U_L}{U_2}\,(mc_p)_c\right]\frac{d\bar{T}_{pi}}{dt} = A_c\left[S - U_L\,(\bar{T}_{pi} - T_a)\right] - h_{fi}\,A_s\,(\bar{T}_{pi} - T_f) \tag{11}$$

Condição inicial: CI: $t = 0$; $T_{pi} = T_{pio}$

A equação (11) pode ser resolvida independente da equação (9) devido a que o fluido não depende do tempo.

$$\bar{T}_{pi} = \frac{B_{pi}}{A_{pi}} + \left[\bar{T}_{pio} - \frac{B_{pi}}{A_{pi}}\right] \text{EXP}\,(-A_{pi}t) \qquad (12)$$

A equação (9) é resolvida adotando como condição de contorno: $y = 0$; $T_f = T_{fe}$, obtendo a seguinte expressão:

$$T_f\Big|_y = \bar{T}_{pi} + \left[T_{fe} - \frac{D_f}{C_f}\right] \text{EXP}\,(-C_f y) \qquad (13)$$

onde:

$$A = \frac{A_c U_L + h_{fi} A_s}{(mC_p)_{pi} + (mC_p)_c \frac{U_L}{U_2}};$$

$$B = \frac{A_c (S + U_L T_a) + h_{fi} A_s \bar{T}_f}{(mC_p)_{pi} + (mC_p)_c \frac{U_L}{U_2}}$$

$$C_f = \frac{h_{fi}}{\dot{m}_f C_{pf}}; \quad U_L = \frac{U_1 \times U_2}{U_1 + U_2}; \quad D_f = \frac{h_{fi}\, P\, \bar{T}_{pi}}{\dot{m}_f C_{pf}};$$

$$A_s = \Pi D_i y; \quad A_c = RWy$$

MODELO Nº 3

Este modelo adota as mesmas suposições do modelo nº 2, sendo que a diferença básica, com este modelo é que considera os efeitos de aleta na placa absorvedora. A nomenclatura utilizada é a mesma da figura (2).

Placa, isolamento e cobertura:

$$\frac{\partial^2 T_{pi}}{\partial X^2} - BT_{pi} - C\frac{\partial T_{pi}}{\partial t} = A \qquad (14)$$

onde:

$$A = \frac{1}{k\partial}\left[(U_L + U_b)\, T_a + S\right]$$

$$B = \frac{1}{k\partial}(U_L + U_b)$$

$$C = \frac{1}{k\partial}\left[\frac{U_1 U_L}{A_c(U_1+U_2)U_2}(mC_p)_c + \frac{(mC_p)_{pi}}{A_c}\right]$$

O balanço de energia foi feito utilizando a simetria do problema, ou seja, de acordo com a figura (1), tomou-se uma placa de largura $W/2$.

Condições de contorno:

CI: $t = 0$; $T_{pi} = T_{pio}$; $0 \leq X \leq W/2$

CC1: $X = \frac{W}{2}$; $\frac{\partial T_{pi}}{\partial X} = 0$; $t > 0$

CC2: $X = 0$; $T_{pi} = T_b$

Igualando o calor que sai da placa por condução com o calor que o fluido recebe por convecção a CC2, pode ser expressa de uma forma diferente.

$$\text{CC2: } X = 0;\ T_{pi} = T_{fe} + KA_p\left[\frac{h_{fi}A_t + (mC_p)_{pi}}{h_{fi}A_t\,(mC_p)_{pi}} \cdot \frac{\partial T_{pi}}{\partial X}\Big|_{X=0}\right]$$

Fluido de Trabalho. Considerando o problema "lumped" na direção radial, ou seja, que o fluido admite gradientes de temperatura somente na direção do escoamento, é feito um balanço energético num elemento de fluido, obtendo-se:

$$\frac{dT_f}{dy} - aT_f = aT_b \qquad (15)$$

Condição de contorno: $y = 0$; $T = T_{fe}$ sendo $a = \frac{h_{fi}\Pi D_i}{\dot{m}_f C_{pf}}$

A solução da equação diferencial (14) foi realizada, supondo uma função do tipo

$$T_{pi} = \phi\,(x,t) + U_{(x)} \qquad (16)$$

Obtendo:

$$\theta_{pi}(x,t) = \frac{\frac{S}{U_L} + T_a - T_{pio}}{T_{pio} - T_a} + C1\, e^{\sqrt{B}\,x} + C2\, e^{-\sqrt{B}\,x} + e^{-(\mu_n^2 + B)\frac{1}{c}\,t} \cdot \left[\beta_n\,(k_2\,\mu_n \cos\mu_n x + \operatorname{sen}\mu_n x)\right] \qquad (17)$$

onde: $\theta_{pi} = (T_{pi} - T_{pio})/\,(T_{pio} - T_a)$

$$\operatorname{tag}\left(\mu_n \frac{W}{2}\right) = \frac{1}{(\mu_n W/2)}\left(\frac{W/2}{K2}\right) \qquad (18)$$

$$C1 = \frac{K_4 + K_1/B}{1 + e^{2\sqrt{B}\,W/2} - K_2\sqrt{B}\,(1 - e^{2\sqrt{B}\,W/2})}$$

$$C2 = C_1\, e^{2\sqrt{B}\,W/2}$$

$$K_2 = K\,A_p \frac{h_{fi}\,A_t + (mC_p)_{pi}}{h_{fi}\,A_t (mC_p)_{pi}}$$

$$K_4 = \frac{T_{fe} - T_{pio}}{T_{pio} - T_a}$$

$$K1 = \frac{BT_{pio} - A}{T_{pio} - T_a}$$

$$\beta_n = \frac{\int_0^{W/2} U_n(x)\, U(x)}{\int_0^{W/2} U_n^2\,(x)\, dx}$$

onde: β_n são os coeficientes de Fourier da expansão de $U_{(x)}$ em termos da base $U_{n(x)}$ e:

$U_{n(x)} = K_2\,\mu_n \cos\mu_n x + \operatorname{sen}\mu_n x$

$$\mu(x) = C_1 e^{\sqrt{B}\,x} + C_2 e^{-\sqrt{B}\,x} - \frac{K_1}{B} = - \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n U_n(x)$$

A solução da equação (15), por transformadas de laplace, nos fornece a temperatura do fluido na saída do coletor em função da temperatura da placa e isolamento em x = 0, calculada da equação (17)

$$T_f(y) = T_{fe} + \left(T_{pi}\Big|_{x=0} - T_{fe}\right)\left(1 - e^{-ay}\right) \qquad (19)$$

COMPARAÇÃO DOS MODELOS, CONCLUSÕES:

As figuras (4) e (5) comparam graficamente os modelos desenvolvidos, podendo ser observado o que se segue:

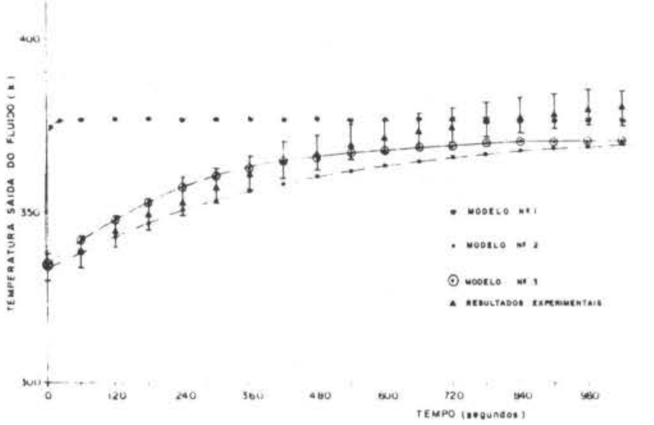


Figura 4. Aquecimento, comparação dos modelos com dados experimentais

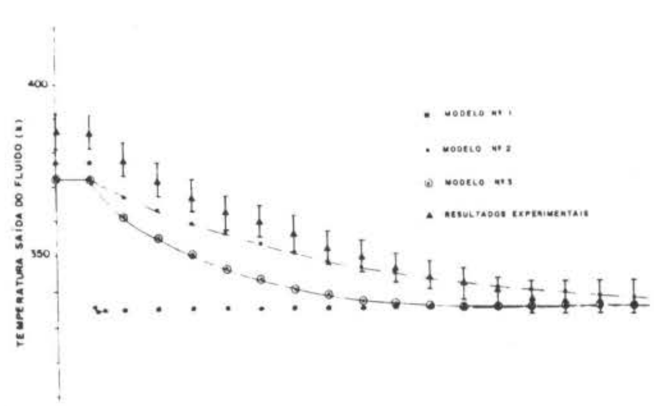


Figura 5. Resfriamento, comparação dos modelos com dados experimentais

a) O modelo nº 1 é um modelo muito rápido, o qual indica que para este tipo de coletor não é o mais apropriado, sendo que poderia ser utilizado para coletores com capacidade térmica transiente [6] do fluido, superior à da placa e cobertura.
b) O modelo nº 2 é um modelo simples, com 50% de seus pontos dentro da faixa dos resultados e permite obter a constante de tempo do coletor de forma direta, sendo sua precisão aceitável.

$$CT = \frac{mC_{p\,pi} + mC_{p\,c}\, U_L/U_2}{A_c U_L + h_{fi} A_s} \qquad \text{(segundos)}$$

c) O modelo nº 3 é um modelo, bastante sofisticado, mais preciso que o modelo nº 2, com mais de 70% de seus pontos dentro da faixa dos resultados, e poderia servir para fazer análises mais completas da validez do modelo nº 2; como desvantagem ele não permite o cálculo direto e claro da constante de tempo do coletor
d) Trabalho anteriormente publicado pelos autores [5], aconselha o uso da capacidade térmica transiente para estimar quais componentes do sistema térmico analisado controlam o transiente do sistema; definindo capacidade térmica transiente como o produto da massa pelo calor específico de cada componente do sistema vezes o inverso de sua constante de tempo, resultante de considerar cada elemento como responsável pelo transiente do sistema e os demais componentes rígidos no tempo.
e) Foi observado durante o processo de simulação dos modelos apresentados, que o cálculo do coeficiente de perdas U_L é um parâmetro muito importante na modelagem transiente de coletores, sendo observado que o seu valor, não depende do tempo, nem da temperatura de operação do coletor.
f) Outro fator muito importante na modelagem de coletores-concentradores é o cálculo do rendimento ótico do coletor, o qual precisa de estudos mais aprofundados para conseguir relações que permitam obter a influência da temperatura e tempo na transmitância, absorptância e refletância; pelos resultados obtidos, pode ser observado nas figuras (4) e (5) que o rendimento ótico não é uma constante, podendo ser superior à medida que aumenta a temperatura do coletor.
g) Os modelos apresentados podem ser usados para simular o comportamento transiente de coletores planos, usando placas como a mostrada na figura (1).

REFERÊNCIAS

[1] Sheridan, N.R., Bullock, K.J., Duffie, J.A., Study of Solar Process by Analog Computer. Solar Energy, 11: (1967).

[2] John Haslett., The Analysis by Stochastic Modelling of Solar Systems for Space and Water heating. International Solar Energy Congress. New Delhi, jan., (1978).

[3] Gupta, C.L., On Generalizing the Dynamic Performance of Solar Energy Systems. Solar Energy, 13:301-310 (1971).

[4] Tzafestas, S.G., Spyridonos. A.V., Koumoutsos,N.G., Determination D'un Modele Dynamique et Simulation D'un Systeme D'energie Solaire par des Techniques Numeriques. C.R.N. Democritos, Athenes, Grece, (1971).

[5] Hernandez, O.S., Silveira Netto. A, Comparação de Dois Modelos Transientes de Coletores Concentradores Tipo CPC com Absorvedor Plano. II Congresso Latinoamericano de Transferência de Calor e Matéria. São Paulo, Brasil, maio, (1986).

ABSTRACT

This paper presents the mass efects of the various components of a solar colector. This was done by the devolopment of three dynamic models; two of them using a lumped type system analysis and the third one using fin effects. All of them are compared with experimental results, and makes important remarks ou the models.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAÇÃO DO DESEMPENHO TÉRMICO DE UM SISTEMA ESTUFA-COLETORES CPC

ABCM
ABEnS
PUC/RJ

JOÃO LUIZ PACHECO
OSCAR DANIEL CORBELLA

Grupo de Energia Solar da UFRGS

RESUMO

O objetivo do trabalho é avaliar teoricamente o funcionamento de um sistema produtor de gelo energizado por energia solar. A máquina produtora funciona por absorção água-amonia. Os coletores solares são CPC leves, colocados no interior de uma estufa. Para a avaliação teórica, desenvolveu-se um modelo matemático de diferenciais finitos, cujas equações foram resolvidas usando um microcomputador. Os resultados apresentam a variação da temperatura ao longo do absorvedor, dos diversas componentes da estufa e do ar interior, e o rendimento do coletor em qualquer momento do período analisado.

INTRODUÇÃO

A geração de energia térmica em temperaturas intermediárias é um dos campos de maior extensão de aplicação da energia solar. Para temperaturas na faixa 100-150°C, torna-se adequado usar coletores concentradores semi-fixos (CPC).

Para tentar baixar os custos do sistema de coletores CPC da máquina de gelo do projeto CONSOL [1], optou-se por construi-los com uma estrutura leve, o suficiente apenas para manter o seu próprio peso, e protege-los da pressão do vento dentro de uma redoma transparente (estufa), que deve ser rígida mas barata (figura 1).

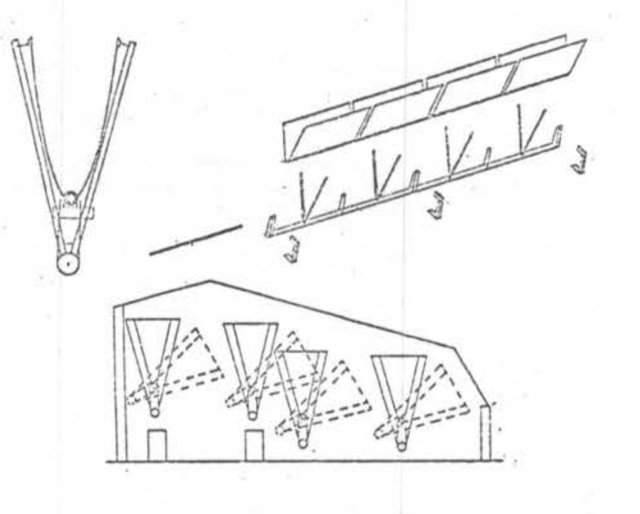


Figura 1. Coletor CPC e estufa do sistema de produção de gelo (Projeto CONSOL)

MODELO MATEMÁTICO

Como as trocas térmicas do coletor resumem-se em trocas por convecção com o ar do interior da estufa e por radiação com a cobertura da mesma e massas contidas em seu interior, é necessário conhecer as temperaturas destes elementos para obter o rendimento do coletor. Uma vez que a intensidade de radiação solar é variável ao longo do dia, as trocas de calor dão-se em regime não-permanente. Isto implica ter que considerar as variações desta intensidade e da energia interna do sistema no decorrer do dia, para obter a distribuição de temperaturas.

Para tanto foi desenvolvido um modelo matemático com base na aplicação de um processo de diferenças finitas unidimensional em regime transiente.

Ar do Interior da Estufa. O balanço de energia para o ar do interior da estufa, no tempo $\Delta\tau$, equacionado de forma semântica através de cada um dos nós que compõem o sistema (veja figura 2), fica:
"fluxo de calor entre as superfícies internas e o ar" +
"energia solar refletida pela parede sul e piso para o interior da estufa" +
"fluxo de calor entre o ar a cobertura do coletor" =
"variação da energia interna da massa do ar"

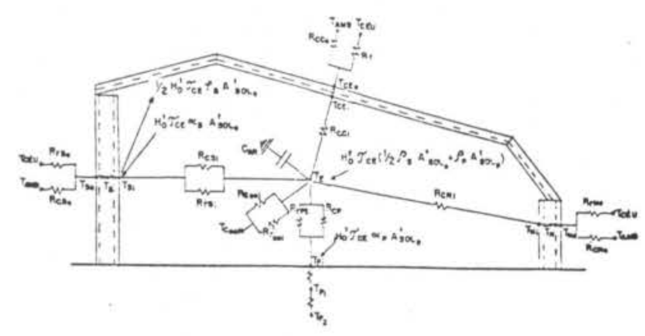


Figura 2. Esquema geral dos nós e resistências térmicas na estufa.

Para expressar o balanço térmico de forma simbólica, designa-se o tempo considerado por um superíndice discreto t (indicando o lapso t x $\Delta\tau$ contado a partir de zero) e por um subíndice (indicando o nó), isto é, por exemplo, T_E^t.

A expressão do fluxo líquido de calor trocado por convecção, radiação e perdas por reflexões entre a cobertura do coletor e o ar do interior da estufa pode ser explicitada em termos da eficiência η do coletor: Definindo-se o rendimento do coletor em relação a radiação solar total instantânea no tempo t, (H_O^t), como

$$\eta = \frac{\dot{m}\ C_f \Delta T}{H_o^t\ \ A_c^t} \qquad (1)$$

onde, A_c^t = projeção da abertura do coletor sobre o plano horizontal na direção dada pela projeção dos raios solares sobre o plano meridiano (que depende da posição solar, e portanto do tempo), calculada no tempo t.
$\dot{m}$ = fluxo de massa do fluido de trabalho
C_f = calor específico do fluido de trabalho

ΔT = diferenças de temperatura entre entrada e saída do fluido de trabalho no coletor

tem-se que da energia $H_o^t A_c^t \tau_E$ (onde τ_E = transmissividade da cobertura da estufa) que penetra através da cobertura, a fração $H_o^t A_c^t \eta$ será captada pelo coletor e $H_o^t \times A_c^t(\tau_E - \eta)$ será dissipada no interior da estufa.

Considera-se que a energia solar refletida pelo piso, $H_o^t A_p^t \tau_E(1-\alpha_p)$, (onde A_p^t = área de piso ensolarada no tempo t e α_p = absortividade do piso) por sofrer múltiplas reflexões nas superfícies refletoras dos coletores, contribui de forma integral para o aumento da temperatura do ar da estufa. Com relação à fração de energia refletida pela parede sul, $H_o^t A_S^t \tau_E(1-\alpha_S)$, (onde A_S^t = área de parede sul ensolarada no tempo $\Delta\tau$ e α_S = absortividade da parede sul) considera-se que metade desta fica no interior da estufa e que o restante sai através da cobertura.

O último termo do balanço pode ser desprezado pois o calor acumulado no ar do interior da estufa é comparativamente pequeno em função de sua pouca massa. Desse modo, a forma algébrica do balanço será:

$$\frac{T_C^t - T_E^t}{R_{CC}} + \frac{T_N^t - T_E^t}{R_{CN}} + \frac{T_p^t - T_E^t}{R_{CP}} + \frac{T_p^t - T_E^t}{R_{rp}} + \frac{T_S^t - T_E^t}{R_{CS}} +$$
$$+ \frac{T_S^t - T_E^t}{R_{rS}} + \frac{T_L^t - T_E^t}{R_{CL}} + H_o^t \tau_E [A_p^t (1-\alpha_p) + \tfrac{1}{2} A_S^t(1-\alpha_S)] +$$
$$+ H_o^t A_c^t (\tau_E - \eta) = 0 \qquad (2)$$

onde T é temperatura; R_C e R_r as resistências de convecção e radiação. Os índices N, S e L identificam os termos relativos às superfícies internas das paredes norte, sul e laterais, C a cobertura da estufa, P o piso e E o ar contido na mesma.

Paredes. Os balanços de energia nas paredes e cobertura da estufa são análogos. Em forma semântica, para a superfície interna de qualquer parede, teremos (no tempo $\Delta\tau$):

"energia solar absorvida na superfície interna" =
"calor trocado entre piso e parede" +
"calor trocado entre ar e parede" +
"calor trocado entre superfície e centro da parede" +
"variação de energia interna da massa associada ao centro da parede" +
"calor trocado entre parede e cobertura da estufa".

A troca de calor por radiação entre o piso e o lado interno das paredes ou cobertura é desprezivel face ao pequeno fator de forma (F<0,025) e a pequena diferença de temperatura entre elas. Também é mínimo o fator de forma entre paredes (ou piso) e cobertura, pela existência dos coletores; logo os termos correspondentes a estes fluxos de calor podem ser desprezados na equação acima. Admite-se, portanto, que a radiação oriunda das paredes é espalhada por múltiplas reflexões dentro da estufa até sua total absorção. Usando-se os índices "1" para a superfície interna e "2" para o centro das paredes, a equação algébrica correspondente é:

$$(H_o^t \tau_C \alpha_1 A_1^t)\Delta\tau = \frac{T_1^t - T_E^t}{R_{C1}}\Delta\tau + \frac{T_1^t - T_E^t}{R_{r1}}\Delta\tau +$$
$$+ \frac{T_1^t - T_2^t}{R_K}\Delta\tau + C_1(T_1^{t+1} - T_1^t) \qquad (3)$$

Aqui, A^t é a projeção (calculada no tempo t) da área ensolarada da parede sobre o plano horizontal, na direção dada pela projeção dos raios solares sobre o plano meridiano; C é a capacidade térmica associada ao nó; R_K a resistência de condução entre os nós da parede e α a absortância da parede. As resistências R_C, R_K e R_r são analisadas na referência [2].

O nó do centro da parede troca calor com os nós das superfícies interna e externa e varia a sua energia interna.

De forma simbólica:

$$\frac{T_1^t - T_2^t}{R_K}\Delta\tau = \frac{T_2^t - T_3^t}{R_K}\Delta\tau + C_2(T_2^{t+1} - T_2^t) \qquad (4)$$

onde o subindice "3" indica superfície externa.

O nó da superfície externa absorve energia solar, troca calor com o do centro da parede e com o do meio ambiente, e varia sua energia interna.

De forma simbólica:

$$\frac{T_2^t - T_3^t}{R_K}\Delta\tau + H_{90}^t \alpha_3 A_3^t \Delta\tau = \frac{T_3^t - T_{céu}^t}{R_{r3}}\Delta\tau +$$
$$+ \frac{T_3^t - T_{chão}^t}{R'_{r3}}\Delta\tau + \frac{T_3^t - T_{amb.}^t}{R_{C3}}\Delta\tau + C_3(T_3^{t+1} - T_3^t) \qquad (5)$$

onde, H_{90}^t = radiação solar total instantânea no plano vertical.

Piso. Na superfície deste, o balanço energético é análogo ao da superfície interna das paredes; nas massas associadas ao seu interior é análogo ao da massa associada ao centro das paredes. Deve-se porém determinar agora a que profundidade a onda de calor penetra significativamente, para determinar-se o número de subvolumes associados ao interior do piso.

Na sua superfície, o piso sofre uma variação quase periódica de temperatura. Para uma situação deste tipo, a amplitude da onda de calor diminui com o avanço da mesma [3]. Considerando-se um ponto no qual a temperatura varie num período de um dia em 10% da amplitude máxima, a profundidade de penetração considerada para as características físicas do piso em questão será de 0,34 metros [2].

Como se determinaram três nós para as paredes (na superfície interna, externa e centro) e como estas tem 0,15m de espessura a distância ΔX entre nós será de 0,075 m.

Desta forma, utilizando o mesmo ΔX para o piso tem-se agora, de forma a atingir os 0,34 m, n massas associadas ao piso com n variando entre 1 e 6.

Lembrando que o balanço no interior do piso é análogo ao do centro da parede, e substituindo os subíndices "1", "2" e "3" da eq. (4), respectivamente por "n-1", "n" e "n+1" a equação para o enésimo subvolume de massa associado ao interior do piso fica:

$$(T_{(n-1)}^t - T_n^t)\Delta\tau/R_K = (T_n^t - T_{(n-1)}^t)\Delta\tau/R_K +$$
$$+ C_n(T_n^{t+1} - T_n^t) \qquad (6)$$

Cobertura. As equações que determinaram as temperaturas na cobertura podem ser obtidas da particularização das equações da parede genérica (da mesma forma como foi particularizada para um nó do piso). Entretanto, pelo fato desta ser muito fina, é desprezível o termo de massa, anulando o termo temporal, tendo-se uma equação em regime estacionário. Também se admite que as temperaturas na superfície interna e externa são muito próximas, podendo-se desconsiderar sua resistência de condução.

Equações das Temperaturas Futuras. Para se resolver o sistema de equações gerado nos diversos nós que compõem a estufa explicita-se a temperatura T^{t+1} em função das temperaturas conhecidas no instante t, e dos subvolumes associados aos nós.

Escrevendo-se as resistências de condução (R_K) e a capacidade térmica (C) em termos dos subvolumes associados a cada nó, tem-se

$$R_K = \Delta X/(kA) \tag{7}$$
$$C^K = \rho\, \Delta X\, A\, c \tag{8}$$

onde A = área perpendicular ao fluxo de calor (fase da parede)
k = condutividade térmica
ρ = massa específica
c = calor específico

Na equação (8) ΔX deve ser substituído por $\Delta X/2$ se o nó estiver na superfície.

Resolvendo-se, para a temperatura futura T^{t+1}, a equação genérica (5) para expressar, por exemplo, o balanço na superfície externa da parede norte e identificando-a com o nó em questão através da nomenclatura usada na fig. (2), tem-se:

$$T^{t+1}_{Ne} = T^{t}_{Ne}\left[1 - \Delta\tau\left(\frac{2k}{c\,\rho\,\Delta X^2} + \frac{2\bar{h}}{c\,\rho\,\Delta X}\right)\right] + \frac{2\bar{h}\,\Delta\tau}{c\,\rho\Delta X}\,T^{t}_{amb} + \frac{2k\,\Delta\tau}{c\,\rho\,\Delta X^2}\,T^{t}_{N} + \frac{2\,\Delta\tau}{c\,\rho\,\Delta X}\,H^{t}_{90}\,\alpha_N \tag{9}$$

onde, $\bar{h}$ é a soma dos coeficientes de troca de calor por convecção e radiação.

E, da mesma forma, resolvendo-se a equação dos nós internos da massa associada ao piso da estufa, eq. (6), para a temperatura futura T^{t+1}, tem-se

$$T^{t+1}_{p(n)} = T^{t}_{p(n)}\left(1 - 2\frac{\Delta\tau k}{c\rho\,\Delta x^2}\right) + \frac{\Delta\tau k}{c\rho\,\Delta X^2}\left(T_{p(n-1)} + T_{p(n+1)}\right) \tag{10}$$

<u>Critério de Estabilidade para Convergência da Solução Numérica do Sistema de Equações</u>. Não se pode ter coeficientes negativos para as temperaturas "presentes", T^t[4]. Isto é, se $\Delta\tau$ é muito grande ou ΔX muito pequeno, os coeficientes de T^t nas equações (9) e (10), respectivamente $\{1-2(\Delta\tau k/c\rho\Delta X^2\}$ e $\{1-\Delta\tau[(2k/c\rho\Delta x^2) + (2\bar{h}/c\rho\Delta X)]\}$, podem se tornar negativo, violando o segundo princípio da termodinâmica. Nas ref. [2] e [3] vê-se, ainda, que os nós de superfície tornam-se os controladores para o valor permissível máximo para $\Delta\tau$.

Das propriedades e características de funcionamento da estufa, se deduz $\Delta\tau <$ 17,6 min., para que estes coeficientes não sejam negativos [2].

<u>Coletor</u>. Os coletores estão em série totalizando 48 m de comprimento. O absorvedor, para efeito de cálculo, foi dividido em 40 seções de 1,2 m de comprimento, resultando para cada secção os nós mostrados na figura (3).

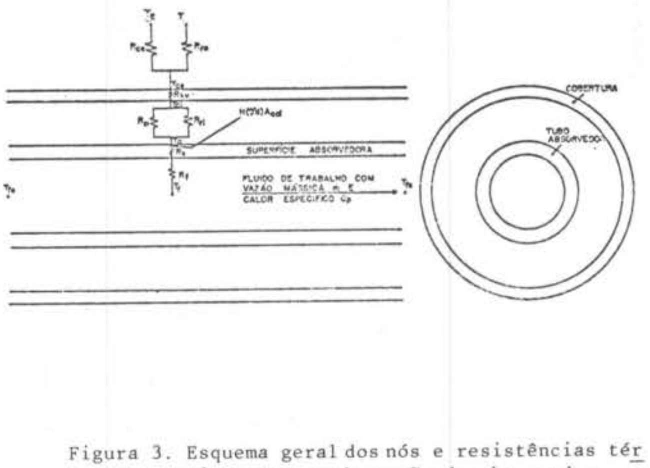


Figura 3. Esquema geral dos nós e resistências térmicas para cada seção do absorvedor.

Equacionando, de forma semântica, o balanço de energia no fluido de trabalho, no intervalo de tempo $\Delta\tau$, tem-se:

O nó associado ao fluido de trabalho, no centro de cada seção, tem uma variação de energia interna igual ao fluxo líquido de calor trocado entre este e o da superfície externa do absorvedor.

Utilizando a nomenclatura usada na fig. (3) a expressão para a equação anterior fica:

$$(T^t_a - T^t_p)/(R_f + R_K) = \dot{m}\, C_f\, (T^t_{fs} - T^t_{fe}) \tag{11}$$

onde a temperatura T_f do fluido em cada seção será uma média entre as de entrada e saída da mesma seção. A temperatura de entrada na seção seguinte será a de saída da anterior.

Da mesma forma podemos escrever o balanço de energia na superfície do tubo absorvedor:

O calor ganho do sol por um nó da superfície absorvedora é igual a soma dos fluxos de calor deste para o nó do fluido de trabalho e para o nó da cobertura mais a variação da energia interna (a qual é desprezível em relação as outras energias envolvidas).

De forma simbólica:

$$H^t_o \tau_C\, A^t_c\, \rho_{ef}\,(1-L)\,(\tau\alpha) = \frac{T^t_a - T^t_f}{R_f + R_K} + \frac{T^t_a - T^t_c}{R_{ci}} + \frac{T^t_a - T^t_c}{R_{ri}} \tag{12}$$

onde, ρ_{ef} = refletividade efetiva dos refletores
L = perda ótica na fresta entre cobertura e refletor
$(\tau\alpha)$ = produto transmitância-absortância.

Na cobertura tem-se que:

O fluxo líquido de calor trocado (por radiação e convecção) entre o absorvedor e a cobertura é igual ao fluxo líquido de calor trocado (por radiação e convecção) entre a cobertura e o interior da estufa. Isto é,

$$\frac{T^t_a - T^t_c}{R_{ci}} + \frac{T^t_a - T^t_c}{R_{ri}} = \frac{T^t_c - T^t_E}{R_{ce}} + \frac{T^t_c - T^t_E}{R_{re}} \tag{13}$$

Na ref. [2] são analisadas as trocas de calor por radiação da cobertura com os diversos elementos (com temperaturas distintas) do interior da estufa.

PROGRAMA

As equações dos balanços de energia da estufa e do coletor foram resolvidas através de um programa em linguagem BASIC rodado em um microcomputador Polimax.

Neste programa todas as equações são resolvidas para os dados de radiação e temperatura ambiente fornecidos de 15 em 15 minutos das 6 às 18 horas para o dia do ano que se quer simular.

O programa começa determinando a posição que o coletor deve-se encontrar para o dia do ano que se está simulando. E, para cada horário do dia responde sobre a posição do sol, áreas de paredes e pino ensolaradas, área de captação do coletor, momento em que a radiação solar entra ou sai do ângulo de aceitação deste, rendimento do sistema coletor-estufa e em que temperatura se encontra o destilador de amônia da geladeira.

SIMULAÇÃO

Com o objetivo de observar o funcionamento do sistema coletor-estufa-geladeira, na fase de destilação da amônia, para a situação do mês mais frio (julho), em Porto Alegre, foi realizada uma simulação com dados de radiação solar (direta e total) e temperatura ambiente para um dia de céu limpo deste mês. Os resultados desta simulação são mostrados na fig. (4).

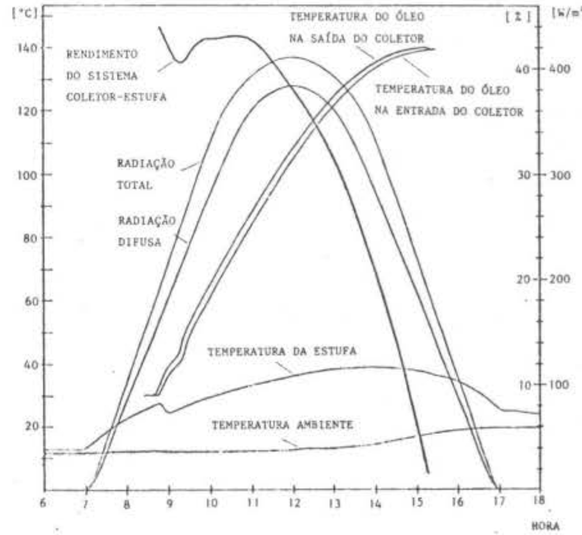


Figura 4. Simulação para um dia típico de julho.

CONCLUSÕES

A forma como se apresenta o método de cálculo no modelo permite uma completa flexibilidade de todos parâmetros. Isto é, permite simulações para diferentes características físicas, óticas e térmicas na estufa, nos coletores e no destilador de amônia. Desta forma, tem-se um instrumento de resposta rápida que pode ser empregado no dimensionamento e análise (inclusive para diferentes condições climáticas e geográficas) de projetos deste tipo de sistema.

AGRADECIMENTOS

- A FINEP, pelo financiamento do Projeto CONSOL;
- Ao CNPq, pelas bolsas de pesquisa dos pesquisadores O.D. Corbella e J.L. Pacheco.

REFERÊNCIAS

[1] PROJETO CONSOL, convenio UFRGS/FINEP 4-4-82-0569-00.

[2] PACHECO, J.L.; Cálculo do Desempenho Térmico de um Coletor Solar Concentrador Semifixo. Tese de Mestrado. PPGEMM/UFRGS. Porto Alegre (1984).

[3] ECKERT, E.R.G.; DRAKE, R.M. Analysis of Heat and Mass Transfer. McGraw-Hill Kogakusha Ltda., Tokyo, 1981.

[4] KREITH, F. Princípios de transmissão de Calor. (3ª ed.). Blücher, 1977.

ABSTRACT

This paper gives a theoretical evaluation of the behaviour of a solar energy-ice productor, using water-amonia absorption. In order to obtain lower cost, the solar CPC collectors were located inside a green house. It was develloped a finite-diference mathematical model to evaluate the system and the resulting equations were solved in a microcomputer. Variations of the temperatures of the absorver, green-house elements and ambient, as well as the efficiency of the collector are presented.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DAS PERDAS DE ENERGIA DE UM CONCENTRADOR PARABÓLICO COMPOSTO

ABCM
ABCM ABEnS
PUC/RJ

N. FRAIDENRAICH, I.S. ANDRADE e E.M.S. BARBOSA
Departamento de Energia Nuclear - UFPE

RESUMO

Foi realizado um estudo teórico e experimental das perdas de energia térmica de uma cavidade concentradora, do tipo CPC não evacuado. O absorvedor está revestido por uma superfície seletiva e inserido excentricamente em uma envoltura de vidro. O coeficiente de perdas médio, no intervalo de temperaturas ΔT = 50 a 150^{o}C, resultou ser igual a 1,01 W/m^{2o}C e os valores máximo e mínimo iguais a 0,7 W/m^{2o}C para ΔT = 30^{o}C e 1,2 W/m^{2o}C para ΔT = 150^{o}C. Os resultados do modelo teórico proposto reproduzem relativamente bem os valores experimentais das perdas de energia.

INTRODUÇÃO

As atividades de pesquisa e desenvolvimento de coletores solares, realizadas no Grupo de Pesquisas FAE da UFPE, têm permitido estabelecer um conjunto de procedimentos de caráter metodológico para a obtenção de coletores concentradores como produto final da pesquisa. Os componentes básicos desse conjunto são: métodos de simulação numérica, testes de laboratório, testes de campo e modelos teóricos.

A determinação dos parâmetros característicos do coletor, eficiência ótica e coeficiente de perdas térmicas é realizada mediante testes de laboratório e testes de campo. Este trabalho refere-se em particular a uma experiência de laboratório efetuada para determinar o coeficiente de perdas térmicas em função da temperatura, de uma cavidade concentradora do tipo CPC. Também foi elaborado um modelo teórico para a obtenção do coeficiente de perdas cujos resultados são comparados com os valores experimentais.

Trabalhos sobre o desempenho térmico de concentradores tipo CPC, com protótipos de laboratório, foram feitos por Rabl |1| e Hsieh |2|. No primeiro caso foram estudadas cavidades não evacuadas com o absorvedor coberto por uma superfície seletiva e no segundo, a cavidade ótica estava evacuada e o absorvedor, com superfície seletiva, se encontrava inserido numa envoltura de vidro. É importante frisar que este último concentrador requer, do ponto de vista construtivo, da existência de uma tecnologia de vácuo para grandes volumes, de boa qualidade.

Uma alternativa, relativamente econômica, e de bom desempenho térmico é a configuração estudada neste trabalho onde o absorvedor com superfície seletiva está inserido numa envoltura de vidro no interior de uma cavidade não evacuada. As possibilidades desta configuração foram testadas num trabalho anterior |3|, apresentando valores do coeficiente de perdas consideravelmente baixos (em torno de 1 W/m^{2o}C). Este trabalho foi realizado com o objetivo de verificar os resultados preliminares obtidos para esta configuração e elaborar um modelo teórico que permita sua generalização para diversas concentrações e ângulos de aceitação.

METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Descrição do protótipo de laboratório. A experiência realizada tem como finalidade determinar as perdas de energia térmica de um concentrador tipo CPC, num protótipo de laboratório. O absorvedor tipo aleta, que corresponde à geometria da cavidade, foi substituído por um absorvedor cilíndrico. A tabela 1 mostra os parâmetros de projeto adotados na construção do protótipo |4|.

A cavidade concentradora foi construída com poliester reforçado com fibra de vidro e revestida com superfície refletiva de 60 % de refletividade. No interior da cavidade localiza-se o absorvedor, um tubo de aço inox de 9 mm de diâmetro revestido com adesivo seletivo de emissividade 0,1 e envoltura de vidro pirex de 30 mm de diâmetro. O absorvedor abriga no seu interior uma resistência elétrica como fonte de calor. O conjunto cavidade-absorvedor está inserido numa caixa de alumínio com cobertura de vidro comum de 4 mm de espessura. A figura 1 mostra uma vista do protótipo com suas dimensões.

Tabela 1. Parâmetros de projeto do protótipo de laboratório.

Parâmetros	CPC ideal (aleta)	CPC MV-2 (tubo)
Configuração		
Ângulo de aceitação	5,74 º	5,74 º
Concentração geométrica	6,00	6,0
Conc. geom. efetiva	----	3,53
Altura da aleta	8,33 mm	----
Diâmetro do tubo	----	9,0 mm
Abertura	10,0 cm	10,0 cm

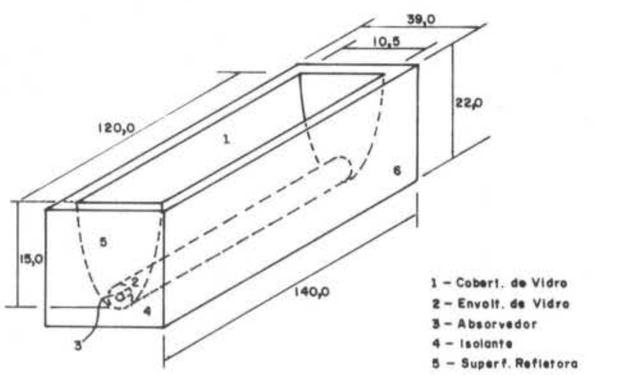


Figura 1. Protótipo de laboratório.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

As perdas de energia foram determinadas mediante o aquecimento elétrico do absorvedor até que as condições de equilíbrio térmico fossem atingidas |1|. O coeficiente de perdas é obtido portanto como:

$$U = \frac{P_c}{A_c\ \Delta T} \qquad (01)$$

Dois tipos de medidas da potência foram realizadas: uma com a cavidade livre e outra com a cavidade preenchida com isolante térmico. No primeiro caso a potência medida representa a perda térmica total P_t ou seja as perdas pela cavidade mais as perdas inferiores e laterais do protótipo. O segundo tipo de medida, P_{ti}, estima estas últimas além de uma pequena perda pela cavidade quando preenchida com isolante (P_{ci}). Portanto a perda térmica pela cavidade pode ser calculada através de:

$$P_c = P_t - P_{ti} + P_{ci} \qquad (02)$$

Os valores de P_{ci} que constituem uma pequena fração de P_c foram estimados teoricamente |5|.

A potência dissipada na resistência, que permite variar a temperatura atingida pelo absorvedor em condições estacionárias, era controlada mediante um autotransformador variável, conforme esquema mostrado na figura 2.

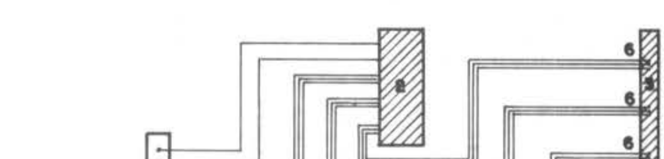


Figura 2. Esquema da bancada experimental

A medição das temperaturas foi realizada utilizando-se nove termopares de cobre-constantan. Os pontos de medida da temperatura foram estabelecidos segundo o esquema da figura 3. Três termopares no absorvedor fixados por braçadeiras e três termopares na envoltura de vidro, colocados na parte superior em contato direto com a mesma. Os três termopares restantes foram fixados na cobertura de vidro com cola plástica e para garantir um melhor contato entre o termopar e o vidro utilizou-se pasta térmica. A temperatura ambiente foi medida por um termômetro de mercúrio.

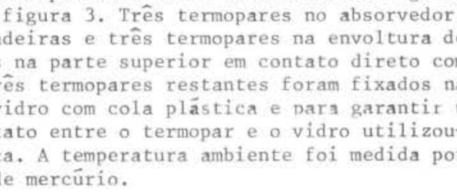


Figura 3. Pontos de medida de temperatura

A tabela 2 apresenta os resultados obtidos, onde cada medida de temperatura representa a média das leituras nos três termopares em cada elemento: absorvedor (ΔT), envoltura (ΔT_e) e cobertura (ΔT_c), relacionadas em função da diferença de temperatura absorvedor-ambiente (ΔT).

Tabela 2. Perdas térmicas e temperaturas no protótipo de laboratório*

	cavidade livre			cavidade isolada				
ΔT	P_t	ΔT_e	ΔT_c	P_{ti}	ΔT_e	ΔT_c	P_{ci}	P_c
30	9,26	9,6	1,1	7,14	12,7	-2,5	0,51	2,63
50	16,27	18,1	4,9	11,85	25,2	-1,8	0,94	5,36
70	25,58	26,7	8,6	16,53	37,7	-1,2	1,40	8,45
90	31,11	35,2	12,4	21,21	50,2	-0,5	1,89	11,79
110	38,82	43,7	16,1	25,88	62,8	0,1	2,42	15,36
130	46,68	52,2	19,8	30,53	75,3	0,7	2,97	19,12
150	54,66	60,8	23,6	35,19	87,8	1,3	3,56	23,03

*Potência em Watt e temperatura em ^oC.

ANÁLISE TEÓRICA

Estudos teóricos foram realizados por Rabl |6| e Hsieh |2| para concentradores CPC com configuração semelhante à estudada neste trabalho. No problema analisado por Rabl o absorvedor tem a geometria ideal. No concentrador estudado por Hsieh a única modificação em relação ao caso ideal é a utilização de uma envoltura cilíndrica em torno de um absorvedor ideal, também cilíndrico. A região entre ambos cilindros está evacuada. Como mencionado anteriormente o concentrador analisado neste trabalho está constituído por um absorvedor cilíndrico que difere da geometria ideal, tipo aleta, e uma envoltura de vidro, não evacuada e excêntrica com relação ao absorvedor. Para a descrição dos mecanismos de perdas o espaço da cavidade, inserida no meio ambiente, foi dividido em três regiões segundo o esquema da figura 4.

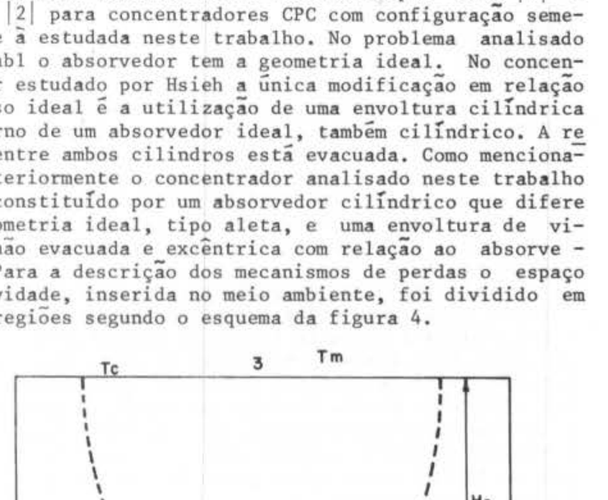


Figura 4. Esquema das regiões utilizadas no estudo teórico.

O balanço de energia entre as regiões 1 e 2 e entre as regiões 2 e 3, permite escrever duas equações de equilíbrio, onde as temperaturas conhecidas são a temperatura do absorvedor, T_a e a temperatura ambiente, T_m, e as incógnitas, as temperaturas da envoltura de vidro, T_e e da cobertura de vidro, T_c. Denominando $\dot{Q}_r$ os termos de perdas radiativas e $\dot{Q}_c$ as convectivas e denotando com um sufixo adicional a região correspondente, pode-se escrever:

$$\dot{Q}_{r_1} + \dot{Q}_{c_1} = \dot{Q}_{r_2} + \dot{Q}_{c_2} \qquad (03)$$

$$\dot{Q}_{r_2} + \dot{Q}_{c_2} = \dot{Q}_{r_3} + \dot{Q}_{c_3} \qquad (04)$$

O termo $\dot{Q}_{r_1}$ de troca radiativa entre ambos cilindros é bem conhecido |7|. Para $\dot{Q}_{c_2}$ foi utilizada uma expressão do número de Nusselt obtida por Meyer |8| para cavidades tipo V-trough. As expressões correspondentes a $\dot{Q}_{r_3}$ e $\dot{Q}_{c_3}$ são também relativamente bem conhecidas |9|.

Para a obtenção dos termos $\dot{Q}_{c_1}$ e $\dot{Q}_{r_2}$ foi necessário uma análise específica. As perdas convectivas entre cilindros com uma geratriz em contato requerem, quando a expressão da referência 9 é utilizada, o conhecimento da quantidade de calor transferido por condução entre ambos corpos. Uma solução obtida na referência 5 foi utilizada para esse caso particular. Com relação ao termo $\dot{Q}_{r_2}$ dependente dos fatores de intercâmbio radiativo da cavidade (exchange factor) |10| foi empregado um procedimento de interpolação entre duas situações extremas: cavidade com paredes cinzas e com espelhos perfeitos.

As expressões utilizadas foram as seguintes:

Para a região 1

$$\dot{Q}_{r_1} = A_a \, \varepsilon_{eff} \, \sigma \, (T_a^4 - T_e^4) \tag{05}$$

onde a emissividade efetiva é dada por

$$\varepsilon_{eff} = \frac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_a} - \dfrac{1 - \varepsilon_a}{\varepsilon_e} \dfrac{A_a}{A_e}} \tag{06}$$

$$\dot{Q}_{c_1} = 2 \, L \, (R/(R-1)) \, k_{eff}(T_a - T_e); \quad R = \frac{D_e}{D_a} \tag{07}$$

onde para K_{eff} foram utilizadas as expressões da referência 9, pag 145.

Para a região 2

$$\dot{Q}_{r_2} = A_e \, \varepsilon_{eff} \, \sigma \, (T_e^4 - T_c^4) \tag{08}$$

onde a emissividade efetiva, função dos fatores de intercâmbio e calculada em |5| resultou nos valores de 0,5 e 0,6 para as emissividades da envoltura e cobertura compreendidas entre 0,8 e 0,94 , respectivamente.

$$\dot{Q}_{c_2} = A_c \, k \, c_1(\theta - c_2))^{n_1} \left[\frac{2 \, g \, (T_e - T_c) \, Pr}{\nu^2 \quad (T_e + T_c)}\right]^{n_2}$$

$$\times \, H_c^{3n_2 - 1} \, (T_e - T_c) \tag{09}$$

onde c_1, c_2, n_1 e n_2 são valores citados na referência 8, θ o ângulo de inclinação do protótipo neste caso igual a zero, e H_c a altura entre a envoltura e a cobertura vista na figura 4.

Para a região 3

$$\dot{Q}_{r_3} = A_c \, \varepsilon_c \, \sigma \, (T_c^4 - T_s^4) \tag{10}$$

onde T_s é a temperatura do céu, dada por |2|

$$T_s = T_m - 6^oC \tag{11}$$

$$\dot{Q}_{c_3} = A_c \frac{k}{L_m} 0{,}14 \, (Gr \, Pr)^{1/3} \, (T_c - T_m) \tag{12}$$

onde L_m é o comprimento característico dado por |7| e igual a (L+W)/2. A expressão (12) corresponde a regime turbulento.

As equações (03) e (04) foram calculadas numericamente mediante um procedimento iterativo, para $T_m = 26^oC$ e T_a variando no intervalo de 56^oC a 186^oC. As constantes físicas dos materiais da cavidade foram as seguintes:

$\varepsilon_a = 0{,}1$		emissividade do absorvedor
$\varepsilon_e = 0{,}8 - 0{,}94$		emissividade da envoltura
$\varepsilon_c = 0{,}8 - 0{,}94$		emissividade da cobertura
$\rho = 0{,}6$		refletividade das paredes da cavidade

Os resultados numéricos são apresentados no próximo item.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados experimentais foram ajustados mediante curvas de regressão. As perdas pela cavidade foram obtidas a partir da diferença entre as curvas de regressão das perdas totais nas duas condições, com e sem isolante na cavidade, adicionando-se a este resultado as perdas pela cavidade enquanto isolada (P_{ci}), segundo a equação (02).

O gráfico da figura 5 mostra os resultados experimentais comparados com os resultados teóricos obtidos para os dois valores de ε_{eff}, 0,5 e 0,6.

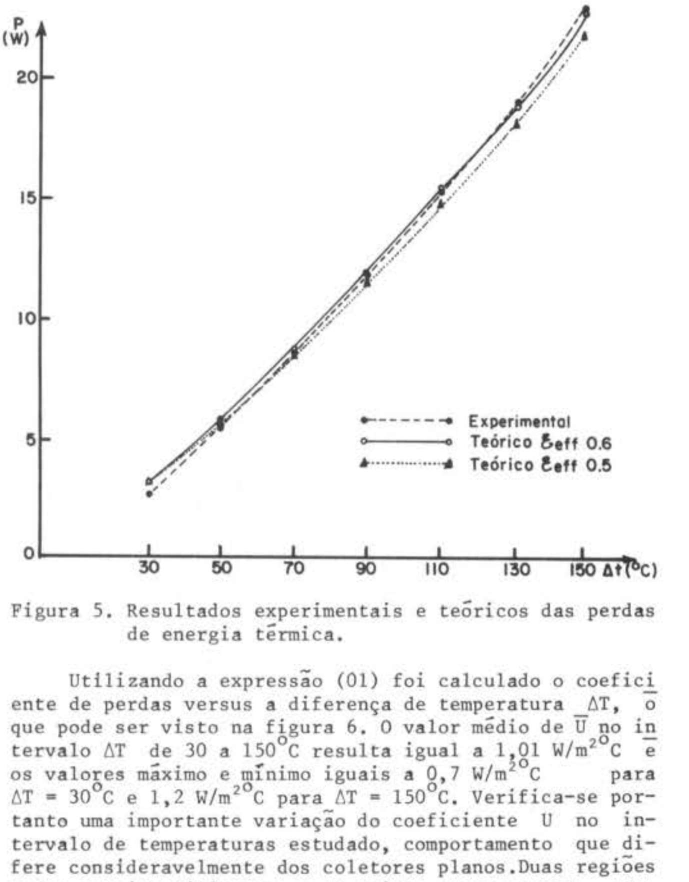


Figura 5. Resultados experimentais e teóricos das perdas de energia térmica.

Utilizando a expressão (01) foi calculado o coeficiente de perdas versus a diferença de temperatura ΔT, o que pode ser visto na figura 6. O valor médio de $\overline{U}$ no intervalo ΔT de 30 a 150^oC resulta igual a $1{,}01 \ W/m^{2\,o}C$ e os valores máximo e mínimo iguais a $0{,}7 \ W/m^{2\,o}C$ para $\Delta T = 30^oC$ e $1{,}2 \ W/m^{2\,o}C$ para $\Delta T = 150^oC$. Verifica-se portanto uma importante variação do coeficiente U no intervalo de temperaturas estudado, comportamento que difere consideravelmente dos coletores planos. Duas regiões podem ser identificadas, a de baixas temperaturas, com um rápido crescimento de U e a região entre $\Delta T = 70^oC$ a 150^oC onde o crescimento é aproximadamente linear e relativamente lento. Com o mesmo protótipo do laboratório e com o absorvedor sem envoltura de vidro foi obtido |3|

$$\overline{U}_{sem\ envolt} = 1{,}6 \ W/m^{2\,o}C, \quad para \ C_{eff} = 3{,}5$$

A diferença entre ambos pode ser explicada pela presença do tubo de vidro que atua como inibidor das perdas convectivas.

Na referência 1 coletores similares ao do presente trabalho, com superfície seletiva e sem envoltura de vidro na região do absorvedor, apresentaram coeficientes U iguais a

$$\overline{U} = 1{,}73 \ W/m^{2\,o}C, \quad para \ C = 6{,}5X \quad e$$

$\bar{U}$ = 3,00 W/m °C, para C = 3X,

valores que são consideravelmente superiores aos acima citados. Hsieh |2|, em coletores CPC evacuados, observou um valor médio de 0,48 W/m °C, que pode ser considerados como um limite prático para este tipo de concentradores.

Finalmente e como pode ser observado na figura 5 os resultados teóricos constituem uma boa representação das perdas de energia da cavidade concentradora tanto do ponto de vista dos valores absolutos como do comportamento das perdas de energia em função da temperatura.

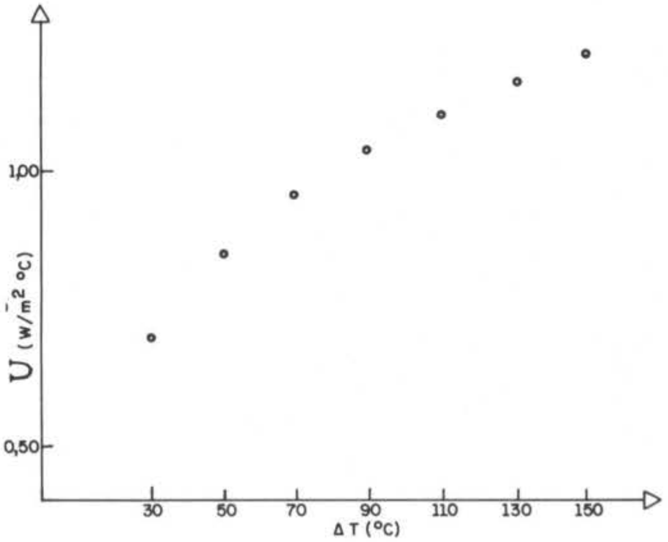


Figura 6. Coeficiente de perdas.

CONCLUSÕES

O método experimental utilizado para medir o coeficiente de perdas térmicas de coletores tipo CPC fornece um meio relativamente simples e rápido para se obter esse parâmetro.

Os valores observados apresentam uma considerável variação com a temperatura, a diferença do que acontece com os coletores planos.

O valor médio do coeficiente de perdas foi igual a 1,01 W/m °C, valor este consideravelmente menor que o observado por outros autores com equipamentos similares e não muito superior ao valor de 0,48 W/m °C, observado por Hsieh em uma cavidade cuja tecnologia de fabricação é bem mais complexa e onerosa.

O modelo teórico desenvolvido constitui uma boa representação do fenômeno de perdas de energia da cavidade estudada, fornecendo resultados numéricos que reproduzem com boa aproximação os resultados experimentais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a colaboração financeira do FIPEC e CNPq, e o excelente apoio técnico de José Martiniano de Aguiar.

NOMENCLATURA

C = concentração geométrica
W = largura da abertura da cavidade
L = comprimento da cavidade
T = temperatura
D = diâmetro
A = área
$\Delta T = T_a - T_m$
$\Delta T_e = T_e - T_m$
$\Delta T_c = T_c - T_m$
k = condutividade térmica do ar
k_{eff} = condutividade térmica efetiva do ar
g = aceleração gravitacional
Pr = número de Prandtl
Gr = número de Grashof
σ = constante de Stefan Boltzmann
ν = viscosidade cinemática do ar

Índices

m = meio ambiente
a = absorvedor
e = envoltura de vidro
c = cobertura de vidro
1 = região entre o absorvedor e a envoltura
2 = região entre a envoltura e a cavidade
3 = região entre a cavidade e o meio ambiente

REFERÊNCIAS

|1| Rabl, A., O'Gallagher, J. and Winston, R., Design and test of non-evacuated solar collectors with compound parabolic concentrators. Solar Energy, 25 : 335-351 (1980).

|2| Hsieh, C. H., Thermal analysis of CPC collectors. Solar Energy, 27 : 19-29 (1981).

|3| Fraidenraich, N. e Barbosa, E. M. S., Estudo dos mecanismos de perdas de calor em concentradores de energia solar, CPC, na geração de energia térmica. Anais do III CBE, 2 : 504-514 RJ (1984).

|4| Tiba, C. e Fraidenraich, N., Projeto e desempenho térmico de coletores solares do tipo CPC não evacuado. Anais do III CBE, 2 : 554-563 RJ (1984)

|5| Fraidenraich, N., Comunicação pessoal. FAE / DEN / UFPE, Recife (1986).

|6| Rabl, A., Optical and thermal properties of compound parabolic concentrators. Solar Energy, 18 : 497-511 (1976).

|7| Kreith, F., Princípios da transmissão de calor. Edgard Blücher, São Paulo (1977).

|8| Meyer, B. A., Mitchell, J. W. e El-Wakil, M. M., Convective Heat-transfer in Vee trough linear concentrators. Solar Energy, 28 : 33-40 (1982).

|9| Kreith, F. e Kreider, J. F., Principles of solar engineering. McGraw-Hill Book Company, Series in thermal and fluid engineering, 145 (1978).

|10| Sparrow, E. M. e Cess, R. D., Radiation heat transfer. McGraw-Hill, New York (1978).

ABSTRACT

The thermal losses of a non-evacuated CPC concentrator has been studied theoretical and experimentally. The absorver is covered with a selective surface and placed inside an excentric glass envelope. The avergge loss coefficient, in the interval of ΔT = 30 to 150°C, is equal to 1.01 W/m²°C, with the smallest value equal to 0.7 W/m²°C, when ΔT = 30°C, and the largest equal to 1.2 W/m²°C, when ΔT = 150°C. The results of the theoretical model proposed reproduce fairly well the experimental values of the thermal losses as well as its behaviour as a function of temperature.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE UM COLETOR SOLAR PARA AR COM ABSORVEDOR CORRUGADO EM V

ABCM
SBMC ABEnS
PUC/RJ

ANTONIO C.P. BRASIL JÚNIOR
Departamento de Engenharia Mecânica - UnB

RESUMO

Uma análise teórico-experimental é desenvolvida para o levantamento das curvas de eficiência e comportamento diário de um aquecedor solar de ar, com placa absorvedora corrugada em V, com posicionamento transversal do corrugado e fluxo entre o absorvedor e a cobertura. Uma simulação desenvolvida com base no balanço térmico do coletor para regime estacionário, bem como um levantamento de dados experimentais de comportamento diário do protótipo construído. Uma boa concordância entre os resultados teóricos e experimentais é observada.

NOMECLATURA

A	Área;
a-	Altura livre de escoamento;
b	Largura do coletor;
Cp	Calor específico do ar;
$\bar{e}$	espessura média de isolante;
D	Diâmetro equivalente D = Aci/Lci;
F	Fator de radiação (eq. 10);
F_{w-c}	Fator de forma absorvedor - cobertura
G	Relação vazão mássica/área total do coletor;
h_w	Coef. de transferência de calor - placa corrugada;
h_c	Coef. de transferência de calor - cobertura;
h_r	Coef. de transferência de calor radiativo;
h_∞	Coef. de transferência de calor - cobertura/ambiente;
h_p	Coef. de transferência de calor - canal de placas planas;
I_g	Radiação solar incidente no plano de coletor;
K	Condutividade Térmica do ar;
K_i	Condutividade térmica do isolante;
L	Comprimento do coletor;
L_{ci}	Comprimento do ciclo corrugado;
$\dot{m}$	Vazão mássica;
N	Número de módulos corrugados;
N_u	Número nusselt $N_u = h_w D/K$;
N_u'	Número de nusselt $N_u' = h_p a^-/K$;
P_r	Número de prandtl;
R_e	Número de reynolds $R_e = \frac{2\dot{m}}{\mu D}$;
S	Radiação absorvida na placa corrugada $S = I_g(\tau\alpha)$;
T	Temperatura;
U_t	Coef. global de transf. de calor - cobertura - ambiente;
U_b	Coef. global de transf. de calor - isolante;
V	Velocidade do vento.

Letras Gregas.

θ	Ângulo do corrugado;
α	Absortividade;
τ	Transmissividade;
ε	Emissividade;
σ	Constante de Stefan - Boltzman;
η	Eficiência (eq. 12).

Subscritos.

a	Relativo ao fluxo de ar;
c	Relativo à cobertura;
c_i	Relativo ao ciclo corrugado;
i	Relativo ao módulo corrugado;
t	Relativo ao coletor como um todo
w	Relativo à placa absorvedora
∞	Relativo ao ambiente

INTRODUÇÃO

A utilização de energia solar para o aquecimento de ar vem sendo bastante difundida principalmente em sistemas para conforto ambiental (em regiões mais frias) e em sistemas de desumificação de produtos.

A utilização de aquecedores solar para secagem de produtos agropecuários, mostra ser uma forma barata e eficiente de obtensão de energia térmica {1}, a qual proporciona o aquecimento do ar à temperaturas ideais de desumidificação, na faixa de 40-60°C.

O desenvolvimento de coletores solar mais eficientes para o aquecimento de ar esta ligado principalmente à três linhas de estudo:

a) Desenvolvimento de superfícies seletivas, seja para cobertura, seja para o absorvedor;
b) Utilização de dispositivos tipo colmeia;
c) Desenvolvimento de novas geometrias de absorvedor, a qual aumente a taxa de calor transferido para o fluxo de ar.

As técnicas de aumento de eficiência (a) e (b) certamente proporcionam resultados bastante satisfatórios, porém um significativo acréscimo de custo inicial dos sistemas será observado. Portanto, a busca de soluções alternativas tipo (c) tem sido bastante utilizadas {2}, {3}, {4} como forma de propor modelos de coletores simples, baratos eficiêntes.

Este trabalho pretende avaliar, teórica e experimentalmente, o desempenho de um coletor solar com fluxo de ar entre a cobertura e o absorvedor, com geometria do absorvedor corrugada em V transversalmente ao fluxo, como mostra a fig. 1.

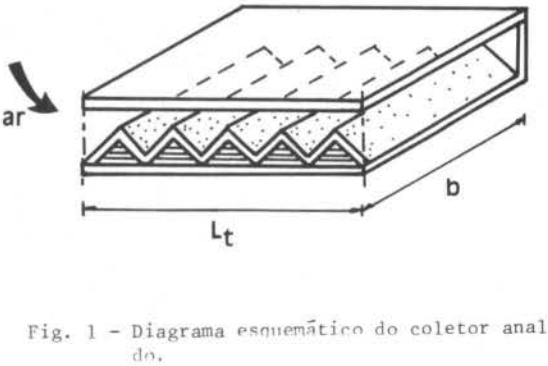


Fig. 1 - Diagrama esquemático do coletor analisado.

utilização da geometria corrugada em trocadores de calor, em geral é uma forma bastante prática de aumentar a área de troca sem que para isso o comprimento total do trocador seja aumentado, fora isso a variação da área da seção transversal ao longo do escoamento , devido à geometria corrugada em V, faz com que surjam regiões de recirculação que vem agir como promotoras de turbulência, aumentando o coeficiente de transferência de calor entre a superfície absorvedora corrugada e o ar.

ANÁLISE TEÓRICA

A análise teórica aqui desenvolvida baseia-se nas equações de balanço de energia com consideração de regime permanente, aplicadas à módulos geometricamente simétricos como mostra a fig. 2. As temperaturas da cobertura e do absorvedor são consideradas constantes em cada módulo i.

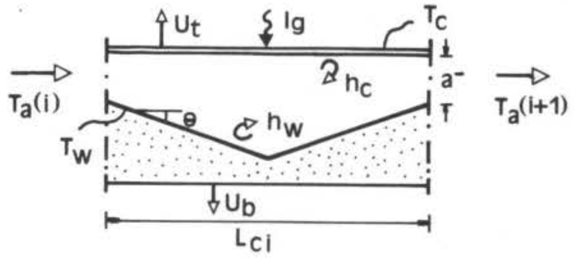


Fig. 2 - Módulo de análise.

Portanto;

Para o absorvedor:

$$SA_c = h_w A_w (T_w(I) - T_a(I)) + h_r A_w (T_w(I) - T_c(I)) + U_b A_w (T_w(I) - T_\infty) \qquad (1)$$

Para a cobertura:

$$U_t A_v (T_v(I) - T_\infty) = I_g A_c \alpha_c + h_r A_w (T_w(I) - T_c(I)) + h_c A_c (T_a(I) - T_c(I)) \qquad (2)$$

Para o ar:

$$\dot{m} C_p (T_a(I+1) - T_a(I)) = h_w A_w (T_w(I) - T_a(I)) - h_c A_c (T_a(I) - T_c(I)) \qquad (3)$$

Torna-se nescessária uma avaliação dos coeficientes de transferência de calor de calor relacionados nas equações de balanços:

(i) Coeficiente de transferência de calor convectivo entre o ar e o absorvedor.

Este tipo de escoamento é caracterizado pela variação da área da seção transversal de tal maneira que a análise por módulos é a mais conveniente na qual pode ser definido um número de Nusselt médio o qual varia apenas com a posição do módulo ao longo do escoamento, com os parâmetros geométricos (θ e a^-/L_{ci}) e com o número de Reynolds.

De acordo com Brasil{5}, o número de Nusselt para escoamento ciclicamente desenvolvido é dado por:

$$N_u = aR_e^{-b} \qquad (4)$$

Onde as constantes a e b são dadas para os diversos parâmetros geométricos na fig. 3. Cabe observar que a equação (4) é válida na faixa de Reynolds de 1000 à 10.000.

θ	a^-/L_{ci}	a	b
30°	0,21	4,2	0,81
	0,45	3,44	0,31
	0,71	2,18	0,30
45°	0,21	27,3	0,26
	0,45	2,5	0,14
	0,71	0,54	0,07

Fig. 3 - Valores da constante a e b par P_r = 0,7

(ii) Coeficiente de transferência de calor convectivo entre o ar e a cobertura.

Para convecção forçada em canais de placas paralelas, Pinheiro Neto{6}, propõe, a seguinte expressão para o número de Nusselt:

$$N_u' = \frac{h_p\, a^-}{K} = 0{,}01612\, R_e^{0{,}864}\, P_r^{\,n} \qquad (5)$$

Onde:

$$n = 0{,}00871 + 0{,}1337 \log R_e$$

Porém a placa absorvedora corrugada faz com que um aumento neste coeficiente seja observado. Com base no trabalho desenvolvido por Lima Filho{7}, pode-se propor a seguinte relação:

$$\frac{h_c}{h_p} = c\, R_e^{-d} \qquad (6)$$

As constantes c e d são obtidas na fig. 4, para diversos parâmetros geométricos.

θ	a^-/L_{ci}	c	d
30°	0,21	5,39	0,1769
45°	0,21	4,91	0,1657

Fig. 4 - Valores das constantes c e d para P_r=0,7

(iii) Coeficiente global de perdas pela cobertura

Considerando as perdas covectivas e radiativas , o coeficiente global de perdas é dado por:

$$U_t = h_\infty + \frac{\sigma \varepsilon_c (T_c^4(I) - T_{sky}^4)}{(T_c(I) - T_\infty)} \qquad (7)$$

A temperatura efetiva de troca radiativa para o ambiente, T_{sky} é dada por Swinback{8}, através da relação:

$$T_{sky} = 0{,}0552\ T_\infty^{1{,}5} \qquad (7a)$$

O Coeficiente convectivo de perdas para o vento é dado por Duffie e Beckmann{9}, como:

$$h_\infty = 2{,}8 + 3{,}0\ V \qquad (8)$$

(iv) Coeficiente global de perdas condutivas para o ambiente.

Considera-se que as perdas para o ambiente por condução no isolante, podem ser quantificadas com base na espessura média de isolante, logo:

$$U_b = \frac{K}{\bar{e}} \tag{9}$$

(v) Coeficiente radiativo de transferência de calor entre o absorvedor e a cobertura.

Pode-se estimar a transferência de calor por radiação entre a cobertura e o absorvedor, de tal forma que o coeficiente linearizado de radiação seja dado por:

$$h_r = F(T_w^2(I) + T_c^2(I))(T_w(I) + T_c(I)) \tag{10}$$

Onde F é dado por:

$$F = \sigma / \left(\frac{(1-\varepsilon_c)}{\varepsilon_c} + \frac{1}{F_{w-c}} + \frac{(1-\varepsilon_w)}{\varepsilon_w} \frac{A_c}{A_w} \right) \tag{11}$$

Com base nas equações (1) - (3), complementadas com a avaliação dos coeficientes de transferência de calor expressos nas equações (4) - (11), pode-se obter para determinadas condições de operações os valores da distribuição de temperatura na cobertura e no absorvedor (T_c e T_w), bem como o aumento da temperatura do ar ao longo do coletor. Observa-se que os coeficientes de h_r e U_t, levam uma não linearidade no sistema de equações (1), portanto, a resolução destas equações é feita de uma forma iterativa a partir de valores iniciais estimados para $h_r = 7\ W/m^2 - K$ e $U_t = h_\infty$. Logo de posse da temperatura de entrada de ar em cada módulo i, obtem-se de modo iterativo $T_w(i)$ pelas equações (1) e (2) obtendo-se daí, através da equação (3), a temperatura de saída do ar no módulo. Evoluindo em todos os módulos do coletor, pode-se obter a temperatura de saída do ar, e, portanto a eficiência térmica do mesmo:

$$\eta = (\dot{m}\ C_p(T_s - T_e)) / (I_g\ A_t) \tag{12}$$

Foi desenvolvido um simples programa computacional para a avaliação do protótipo construido, baseado na análise teórica desenvolvida, tendo como entrada os parâmetros geométricos do coletor, vazão mássica de ar e condições metereológicas e obtendo-se uma simulação do comportamento do mesmo.

ANÁLISE EXPERIMENTAL

Para obtensão das curvas de rendimento para este tipo de coletor, foi construido um protótipo com característica gerais listadas na fig. 4. Foram realizados testes de campo obedecendo a norma ASHRAE 93-77.

As medidas de temperatura foram tomadas utilizando-se termopares Cromel - Alumel, devidamente calibrados.

A medida de vazão de ar foi feita através da queda de pressão em um bocal calibrado de 75 mm de diâmetro nominal.

A radiação solar foi medida em um piranômetro de precissão, marca Kip-Zonen (Hol), posicionado no mesmo plano do coletor e interligado à um registrador gráfico.

A velocidade do vento foi medida através de um anemômetro de concha com totalizador.

A_t	$= 1{,}09\ m^2$	(Área total)
b	$= 0{,}7$ m	(Largura)
L_{ci}	$= 0{,}104$ m	(Comprimento do ciclo)
θ	$= 30^o$	(Ângulo do corrugado)
a^-	$= 0{,}02$ m	(Altura mínima de escoamento)
N	= 15	(Número de módulos corrugados)

Isolante - Lã de vidro com $\bar{e} = 0{,}115$ m

Placa absorvedora - Fibra de vidro enegrecida com tinta preto fosco comercial.

Cobertura - Vidro comercial com espessura de 4 mm

Fig. 4 - Característica do protótipo.

RESULTADOS E DISCUSÕES

O protótipo construido foi testado em quatro dias claros com $480 w/m^2$ de radiação média com velocidade do vento média de 2,4 m/s. Dois níveis de relação vazão/área do coletor foram imposta: Uma de $0{,}035\ Kg/s\text{-}m^2$ e outra mais alta de $0{,}09\ Kg/s\text{-}m^2$. A fig. 5 mostra as condições metereológicas de radiação solar e temperatura ambiente para um teste típico. Os resultados teóricos e experimentais para estas condições e para a relação vazão/área de $0{,}09\ Kg/s\text{-}m^2$, podem ser vistos na fig. 6.

Nas figs. 6 e 7, podem ser vistos resultados experimentais e teóricos para condições metereológicas semelhantes e diferentes vazões. Cabe observar que os resultados apresentados na fig. 7, foram obtidos obtidos através de um aquecimento do ar na entrada do coletor para efeito da simulação de condições de operação em ciclos fechados. Na fig. 8, são mostrados os valores de eficiência térmica do coletor, testado para as duas faixas de vazão características.

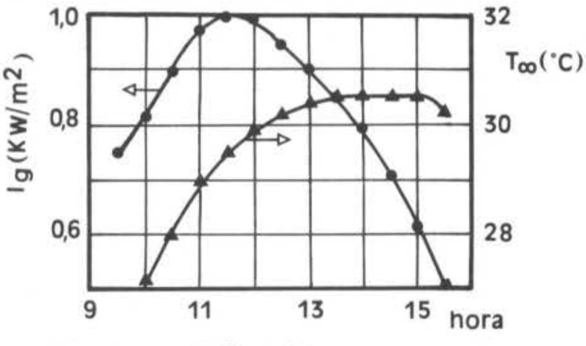


Fig. 5 - Condições típicas de testes

Os reultados gerais otidos mostram que o protótipo construido e simulado funciona em níveis de eficiência variando na faixa de 40 - 70%. Uma boa concordância entre os resultados obtidos experimentalmente e simulados é observada, porém nota-se que ao início da manhã ao final da tarde, estes resultados fogem ligeiramente ao resultados simulados, isto se dá devido a inercia térmica do coletor a qual não é quantificada no modelo teórico proposto.

A fig. 9, mostra uma comparação entre o modelo de coletor proposto e o coletor convencional com placa absorvedora plana, simulado por Bhargava[2]. Observa-se um sensível acréscimo de eficiência térmica na utilização da placa absorvedora corrugada devido à um maior coeficiente de transferência de calor ar-absorvedor e também devido a uma menor troca radiativa entre o absorvedor e a cobertura, proporcionada pelo efeito de cavidade.

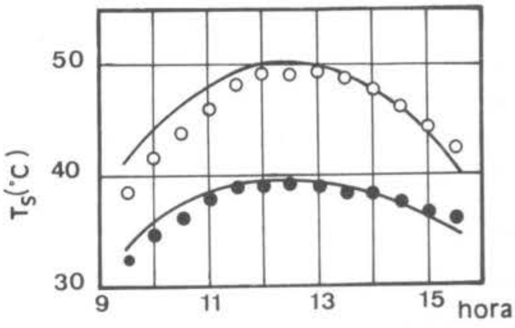


Fig. 6 - Resultados teóricos e experimentais (G = 0,09 Kg/s - m^2 (●), G = 0,035 Kg/s - m^2 (O), simulação (—))

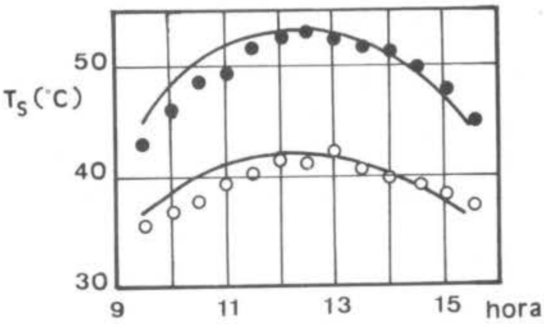


Fig. 7 - Resultados teóricos e experimentais - aquecimento de ar na entrada.

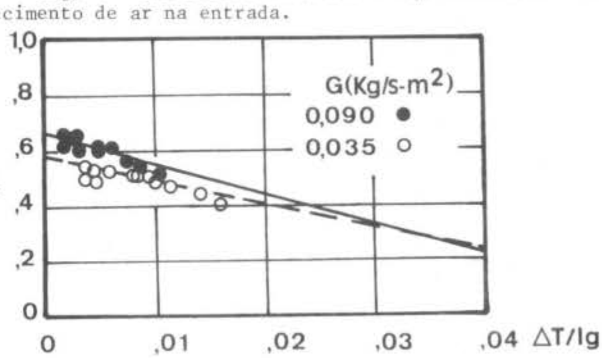


Fig. 8 - Curvas de eficiência térmica.

CONCLUSÕES

Com base na análise desenvolvida pode-se concluir:

a) A utilização da geometria corrugada para o absorvedor não produz um significativo aumento de custo inicial do coletor e proporciona um acréscimo de eficiência térmica significativo.

b) O modelo teórico proposto produz resultados satisfatório para futuros estudos de otimização e dimensionamento de outras unidades.

c) Outros estudos podem ser propostos mantendo a geometria corrugada do absorvedor e analizando variações de geometria do escoamento tais como: Fluxo sob o absorvedor, fluxo sob e sobre o absorvedor e escoamento reverso (ida e volta).

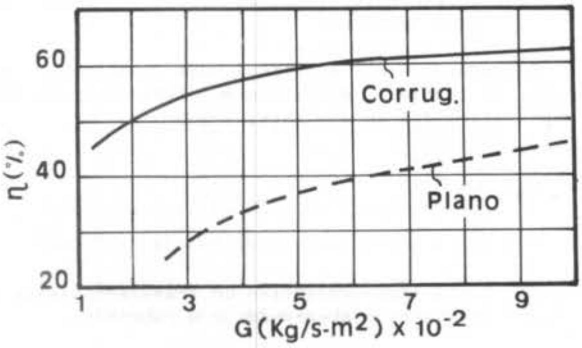


Fig. 9 - Comparação coletor corrugado - coletor convencional plano.

REFERÊNCIAS

{1} Roa, G e Rossi, S. J - Secagem e armazenamento de produtos agropecuários com uso de energia solar e ar natural. Publicaçao ACIESP - 1980 .

{2} Bhargava, A.K ; Garg H. P - "Evaluation of the performance of air heaters of conventional design"- J. Solar En. 29,6,523-533,1982.

{3} Whillier, A - "Performance of Black - painted solar air heaters of conventional design" - J. Solar En. 8,1,31-37, 1964.

{4} Wijeysundera, N. E; Lee, L.A - "Thermal performance study of two-pass solar air heaters" - J. Solar En. 28,5,363-370,1982.

{5} Brasil Jr. A.C.P; Melo, A ; Alvares,A.J. e Araújo H. - "Heat transfer and fluid flow in a V - corrugated wall channel" - II CLATRM - S.Paulo - 1985.

{6} Pinheiro Neto,J.P; Fernandes, E.C; Zaparoli , E.L. - "Análise numérica de escoamento turbulento entre placas paralelas" - VIII COBEM, 1985.

{7} Lima Filho, S. - "Determinação dos parâmetros de transferência de calor em trocadores de placas corrugadas" - TESE DE MESTRADO - ITA, 1984.

{8} Swinback, W.C. - "Long wave radiation fron clear skies", Q.J.R. Meterol. Soc., 89,339, 1963.

{9} Duffie, J.A. e Beckmann, W.A. - Solar engineering of thermal processes. J. Wiley, 1980.

ABSTRACT

It was carried a theorical and experimental analysis of the performance of an air solar heater with transversal V corrugated absober plate. The plate was positionned under the air flow.

A steady state thermal balance simulation of the heater has shown an excellent agreement with the experimental test data.

The proposed geometry results in significat in performance when compared to conventional colectores with plane absorber plate.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ABCM ABEnS PUC/RJ

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY OF A TURBULENT FREE SQUARE JET

W.R. QUINN
St. Francis Xavier University, Antigonish

J.MILITZER
Technical University of Nova Scotia - Canadá

ABSTRACT

Results are presented of an experimental and numerical study of a turbulent free square jet of air. The jet was treated as elliptic in the numerical study. The results include the mean streamwise velocity decay on the centerline of the jet, mean streamwise velocity profiles, spreading rates and static pressure distributions. The experimental results were obtained with a pitot-static tube in conjunction with a pressure transducer. The static pressure results reveal strong streamwise gradients in the near field and in the fully developed region of the jet with gradual recovery to atmospheric pressure in the far field.

INTRODUCTION

Turbulent jets issuing from square nozzles are useful, among other areas, in fluidics and ink-jet printing. Despite the widespread use of square jets in industrial applications, only a few studies [1-4] have examined the behaviour of these jets. It should be noted that only the study of duPlessis et al. [2] was entirely devoted to the square jet. In addition to their fundamental relevance, the results of studies of square jets are useful to designers.

The decay of the mean streamwise velocity on the centerline of the jet has been investigated experimentally by Sforza et at. [1] and numerically by McGuirk & Rodi [3]. Sforza et al. measured the static pressure within the jet and found it to be atmospheric. This is at variance with the results of Hussain & Clark [8] and Miller & Comings [10] who found subatmospheric static pressures within a plane jet and Quinn et al. [11] who also found subatmospheric static pressures within a rectangular jet. The numerical procedure employed by McGuirk & Rodi accounted for the three-dimensionality of the flow, however, the flow was considered parabolic and, as such, streamwise static pressure gradients and streamwise diffusion were neglected. This is convenient in terms of the computational effort and economical in terms of CPU time and storage but, as will be shown in this study, does not do justice to the physics of the flow. Moreover, all subsonic flows are really elliptic, i.e., diffusion and pressure transmission occur in all directions. duPlessis et at. [2] studied the near flow field of the jet experimentally and numerically and provided some information on the mean streamwise flow, spreading rates and turbulent shear stress. However, the three-dimensionality of the square jet was ignored and the jet was treated as parabolic in the numerical study.

The present study extends the available information base on square jets by providing experimental data on the static pressure within the jet. Experimental and numerical results for the mean streamwise velocity and spreading rates are also presented and discussed against the background of results obtained from a round jet in the same flow facility. A three-dimensional finite difference procedure [5] was used in the numerical study which treated the flow as elliptic. The elliptic procedure was adopted due to its ability to provide a physically more realistic representation of the flow.

EXPERIMENTAL DETAILS

The flow facility consisted of a small commercial centrifugal fan, a settling chamber and a three-dimensional contraction to which the square slot was attached. The fan drew air from the room in which it was located and supplied it to the slot via the settling chamber and the contraction. The settling chamber was a plywood box of 0.76 x 0.76 m cross-section and 1.23 m long. The box contained a baffle at the upstream end, aluminum honeycomb with hexagonal cells and 5 mesh-wire screens as shown in Fig. 1(a). The contour of the contraction was based on a third degree polynominal that had zero first derivatives as end conditions. Such a contraction has been found suitable by Hussain & Ramjee [6] for wind tunnels and jet flow facilities. The contraction ratio (contraction entrance cross-section to slot exit cross-section) was 360. The slot was assembled from four mitred

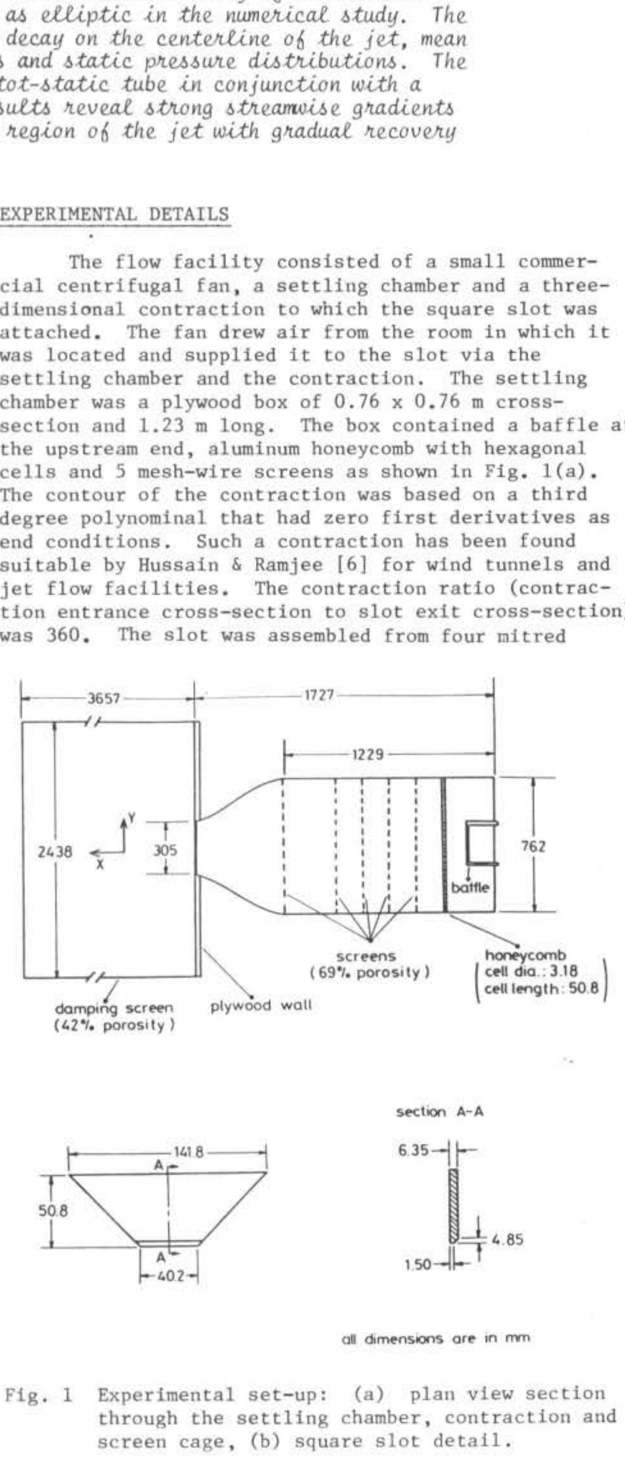


Fig. 1 Experimental set-up: (a) plan view section through the settling chamber, contraction and screen cage, (b) square slot detail.

pieces of aluminum, one of which is shown in Fig. 1(b). The slot exit plane was flush with a 2.44 x 2.44 m plywood wall which formed one side of a screen cage that extended 3.66 m downstream from the wall. The jet issued into the screen cage and the damping screens helped to curtail large scale movements of air into the jet. The experiments were performed in a 7.70 x 7.01 x 2.87 m room; the fan, which was supported on antivibration neoprene pads, and the settling chamber were located in an adjacent room.

A three-dimensional traversing system was employed for moving the sensor in the flow field. The system consisted of a rack and pinion for traversing in the streamwise (X) direction and lead screws for traversing in the spanwise (Y) and lateral (Z) directions. Traversing in all three directions was effected by stepping motors that were controlled by the 6502 microprocessor of the Commodore SuperPet 9000. Positioning accuracy of the measurement sensor was 0.3 mm in the streamwise direction and 0.01 mm in both the spanwise and lateral directions. The base of the traversing system was supported on antivibration neoprene pads.

The mean streamwise velocity and static pressure measurements were made with a 2.3 mm o.d. pitot static tube in conjunction with a Datametrics pressure transducer and electronic manometer and a DISA digital voltmeter with variable integrating times. The pitot static tube, made of stainless steel, had four static holes and an ellipsoidal head in accordance with the requirements of the British standard BS 1042 (1973, part A). The linear relationship between the total and static pressure readings of the pressure transducer in inches of water and the voltage reading on the electronic manometer was confirmed by calibration.

The mean streamwise velocity at the center of the slot exit plane was 60 m/s and this resulted in a Reynolds number of about 184×10^3 based on the side dimension of the slot. The flow was thus incompressible and turbulent. The slot exit plane mean streamwise velocity was measured and found to be flat over almost the entire span, increasing slightly (about 3% above the centerline value) as the edge of the slot was approached. The streamwise turbulence intensity was not measured but this quantity is believed to be much less than 1% because of the large contraction ratio.

NUMERICAL PROCEDURE

The numerical computations were performed with a computer code named PHOENICS [5]. It is a general purpose fluid dynamics code that uses either polar or cartesian coordinates. Finite differences are used to integrate the continuity, momentum and turbulence transport equations. The original version of PHOENICS contains the unmodified k-ε turbulence model. However, it is well known [3,12] that the unmodified k-ε turbulence model overpredicts the spreading rate of a round jet by about 40%. The origin of the problem is in the ε equation [12,13]. The modification of the k-ε turbulence model suggested by Jia [13] is used in the present investigation.

The finite difference grid used for the numerical calculation of the round jet had a non-uniform distribution of 40 x 40 cells, covering an area of approximately 35 slot diameters in the streamwise direction and 12 slot diameters in the cross stream direction. The finite difference grid for the sqaure jet was also non-uniform and had 20 x 20 x 20 cells that covered a volume of about 34 slot heights in the streamwise direction and 11.5 slot heights in each cross stream direction.

At the exit plane, the boundary conditions were uniform velocity of 51 m/s for the round jet and 60 m/s for the square jet. The kinetic energy of turbulence and its dissipation rate were assumed to be uniform at the exit plane and their values were taken from Jia [13]. Along the symmetry planes, the usual symmetry boundary conditions were imposed. The pressure was assumed to be atmospheric far from the nozzles in the streamwise and cross stream directions.

The computations typically required 2 hours CPU time on a Cyber 825 for 250 iterations in the case of the square jet calculations.

RESULTS AND DISCUSSION

The experimental and numerical results for the decay of the mean streamwise velocity on the jet centerline are shown in Fig. 2 along with the results for a round jet. The experimental results for the round jet were obtained in the same flow facility and the round slot had the same exit area and exit conditions as the square slot. $U_{C\ell}$ and U_{exit} are the values of the mean streamwise velocity anywhere on the jet centerline and

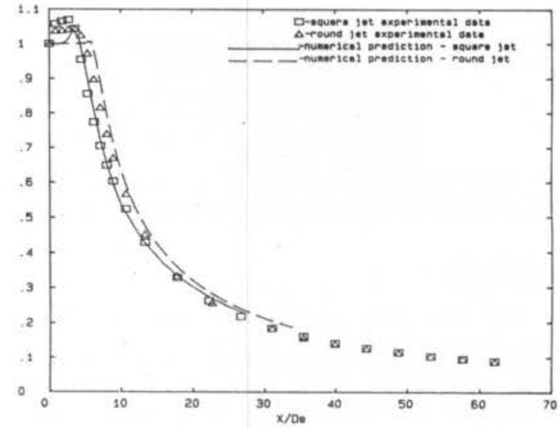


Fig. 2 Centerline mean streamwise velocity decay.

at the center of the slot exit plane respectively. D_e is the diameter (equivalent diameter of the square slot) of the round slot. The Vena Contracta effect triggered by the sharp-edged exit of the slots is evident in the initial region of each of the jets. The behaviour of both jets in the far field is the same. The far field data have been fitted to

$$\frac{U_{max}}{U_{C\ell}} = K_d \ (X/De - C_k) \tag{1}$$

where K_d is the decay rate of the jet and C_k is the kinematic virtual origin. For the square jet, K_d = 0.192 and C_k = 0.332 (i.e. downstream of the slot exit plane) and for the round jet, K_d = 0.192 and C_k = 1.128. For the round jet investigated by Wygnanski & Fiedler [7], K_d = 0.193 and C_k = 3.0. Any differences in K_d and C_k are attributable to the initial conditions (exit geometry, turbulence level, exit boundary layer type) as has been established by Hussain & Clark [8] and Flora & Goldschmidt [9] among others. The agreement between the numerical and experimental results is excellent beyond the initial region. Although there is lack of agreement in the initial region, the numerical results also show evidence of the Vena Contracta effect in this region.

The mean streamwise velocity profiles in the central X-Y plane are shown in Figs. 3 and 4. The lines through the data points in Fig. 3 are included for ease of reading the data. U is the mean streamwise velocity anywhere in the jet. $Y_{1/2}$ is the velocity half-width of the jet in the Y direction. The constant velocity core of the jet disappears at about X/De = 2 (see also Fig. 2). The mean streamwise velocity profiles are similar beyond X/De = 7 (Fig. 4). The results in the central X-Z plane are not shown since they are similar to those in the central X-Y plane.

The spread of the jet in both central planes of symmetry is shown in Fig. 5. The results for the round jet are also included for comparison. $b_{1/2}$ is the velocity half width of the jet in the Y- or Z-direction. The velocity half-widths decrease slightly from their exit plane values but increase linearly after the initial region. The far field data have been fitted to

$$b_{1/2}/De = K_s(X/De - C_g) \qquad (2)$$

where K_s is the spreading rate and C_g is the geometric virtual origin of the jet. The results are given in Table 1 below. The spreading rate obtained from the data of Wygnanski & Fiedler [7] is also included for comparison. Any differences in K_s and C_g are, as mentioned before, due to differences in the parameters that define the initial conditions.

TABLE I
Spreading Rates and Geometric Virtual Origins

Jet Type	Spreading Rate, K_s	Virtual Origin C_g
Square, Y-direction	0.090	-0.980
Square, Z-direction	0.087	-1.352
Round, present work	0.087	-0.056
Round, Wygnanski & Fiedler	0.088	---

The overall agreement between the experimental data and numerical calculations can be evaluated from Figs. 2, 4 and 5. The predictions for square jet are good but those for the round jet are better. Since the numerical scheme was the same for both jets, the better results obtained for the round jet must be attributed to the finer grid used in its calculation.

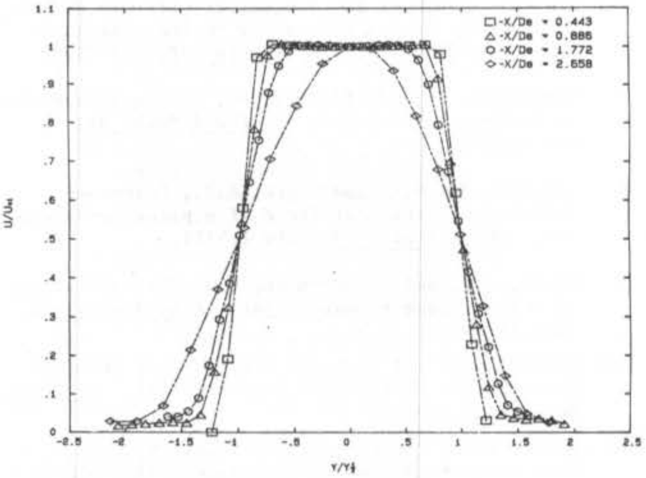


Fig. 3 Initial region mean streamwise velocity profiles in the central X-Y plane.

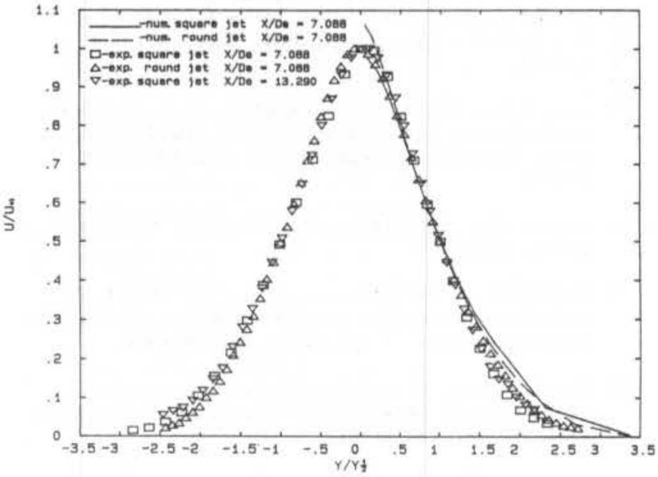


Fig. 4 Fully developed region mean streamwise velocity profiles in the central X-Y central X-Y plane.

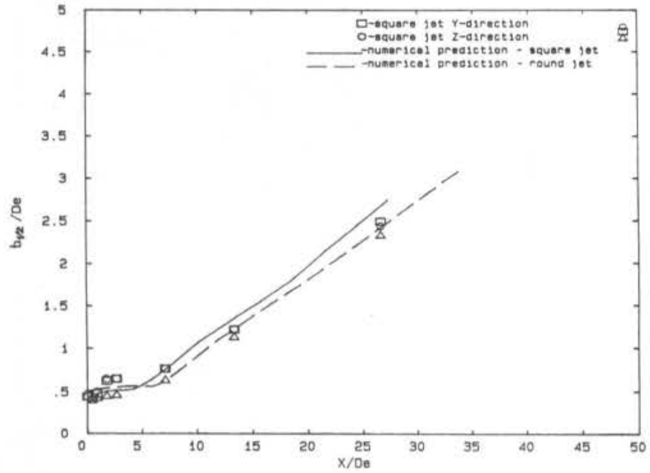


Fig. 5 Jet spread.

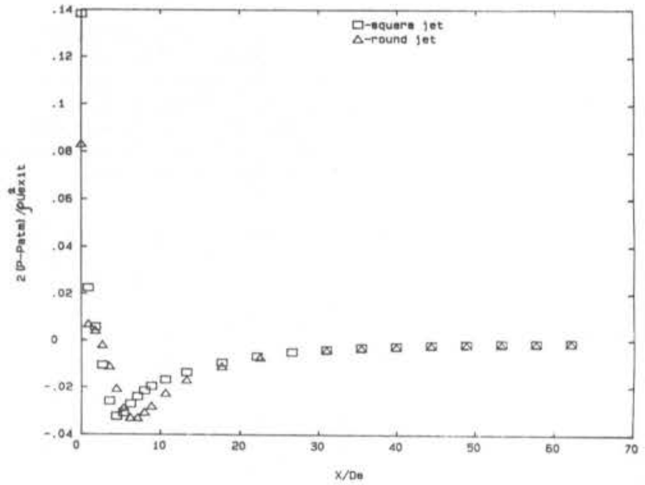


Fig. 6 Centerline static pressure distributions.

The static pressure behaviour on the centerline of the jet is shown in Fig. 6; the results for the round jet are included for comparison. As it was with the mean streamwise velocity on the jet centerline (Fig. 2), there is no difference between the two sets of data in the far field where gradients in the static pressure are nonexistent. However, strong gradients of the static pressure in the initial region and in the fully-developed region are clearly evident in Fig. 6. This lends support to the fact that streamwise pressure gradients are not negligible as usually assumed (see e.g. McGuirk & Rodi [3]). Static pressure numerical predictions show the same qualitative trends as the static pressure measurements, they are about five times smaller than the experimental data. Several attempts to correct this discrepancy by changing the inlet and far field boundary conditions were unseccessful.

The static pressure profiles in the central X-Y plane are shown in Figs. 7 & 8. Results for the central X-Z plane are similar. In the initial region, (Fig. 7) the results are characterized by a combination of peaks on the jet ceterline and "valleys" as the static pressure recovers to its atmospheric value at the edge of the jet. The static pressure recovers monotonically to atmospheric pressure at the edge of the jet in the fully developed region of the jet (Fig. 8). The results of Miller & Comings [10] for a plane jet show treds that are similar to those revealed by the present results.

The error in the mean streamwise velocity data is within $\pm 1\%$ except in the neighbourhood of the jet edges and in the far flow field where, due to the samller mean streamwise velocity values, the error

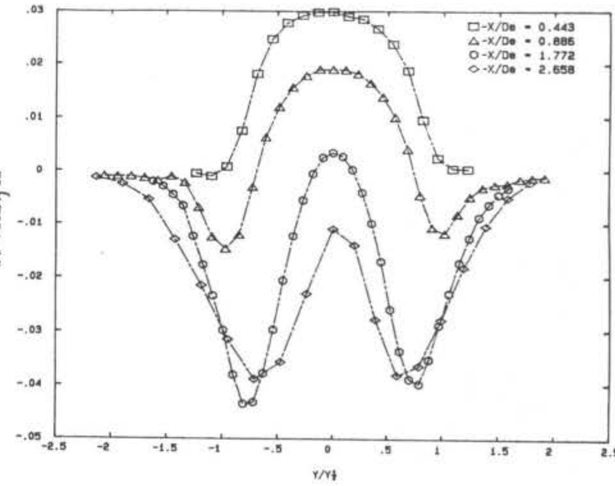


Fig. 7 Initial region static pressure profiles in the central X-Y plane.

increases to ±3%. The error in the static pressure data is estimated to be within ±3% but as is well known [14], the static pressure data are subject to the unknown effects of turbulence. However, as has been shown by Bradshaw & Goodman [15] and Christiansen & Bradshaw [16] static pressure data acquired with conventional probes are probably close to the actual static pressure.

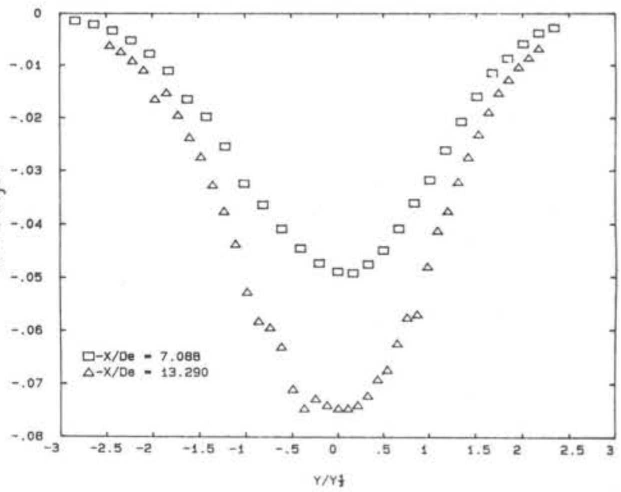


Fig. 8 Fully developed region static pressure profiles in the central X-Y plane.

CONCLUSIONS

The main conclusions of this investigation are:

(i) the mean streamwise velocity and static pressure data in the far field indicate that there is no difference in behaviour between a square jet and a round jet in that flow region. This justifies the adoption of the modification of the k-ε turbulence model used by Jia for a round jet in the square jet calculations.

(ii) The static pressure results exhibit strong gradients in the initial and fully developed regions. Streamwise static pressure gradients are, therefore, not negligible in free jet flows.

(iii) The numerical calculation of the turbulent free square jet using an elliptic scheme provides adequate mean streamwise velocity predictions. These predictions could be improved by using a finer numerical grid since numerical diffusion will be less as evidenced by the round jet predictions.

ACKNOWLEDGEMENTS

We thank Mr. Gerald vanBommel for the stepping motor control program and Mr. David Mombourquette for assisting in the numerical computations.

Financial support of the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada through grants A5484 and A5451 is gratefully acknowledged.

REFERENCES

[1] Sforza, P.M., Steiger, M.H. and Trentacoste, N., Studies on three dimensional viscous jets. AIAA Journal 4, 800 (1966).

[2] duPlessis, M.P., Wang, R.L. and Kahawita, R., Investigation of the near region of a square jet. J. Fluids Eng. 96, 246 (1974).

[3] McGuirk, J.J. and Rodi, W., The calculation of three-dimensional turbulent free jets. Proceedings of the 1st Symposium on Turbulent Shear Flows (University Park, Pennsylvania, 1977).

[4] Tsuchiya, Y., Hirokoshi, C. and Sato, T., On the spread of rectangular jets. Experiments in Fluids 4, 197 (1986).

[5] Spalding, D.B., A general-purpose computer program for multi-dimensional one- and two-phase flow. Mathematics and Computers in Simulation XXIII, 267 (1981).

[6] Hussain, A.K.M.F. and Ramjee, J., Effects of the axsymmetric contraction shape on incompressible turbulent flow. J. Fluids Mech. 38, 577 (1969).

[7] Wygnanski, I., and Fiedler, H., Some measurements in self-preserving jet. J. Fluid Mech. 38, 577 (1969).

[8] Hussain, A.K.M.F. and Clark, A.R., Upstream influence on the near field of a plane turbulent jet. Phys, Fluids 20, 1416 (1977).

[9] Flora, J.J. and Goldschmidt, V.W., Virtual origns of a free plane turbulent jet. AIAA Journal 7, 2344 (1969).

[10] Miller, D.R. and Comings, E.W., Static pressure distribution in the free turbulent jet. J. Fluid Mech. E., 1 (1957).

[11] Quinn, W.R., Pollard, A. and Marsters, G.F., Mean velocity and static pressure distributions in a three-dimensional turbulent free jet. AIAA Journal 23, 971 (1985).

[12] Wood, P.E., and Chen, C.P., Turbulence model predictions of the radial jet - A comparison of k-ε models. Can. J. of Chem. Engr. 63, 177 (1985).

[13] Jia, S.B., Numerical calculation of a turbulent axisymmetric jet. Computational Fluid Dynamics Unit, Imperial College, Report PDRCFDU/IC/18 (1984).

[14] Hinze, J.O. Turbulence (McGraw-Hill, New York, 1975), Chap. 2.

[15] Bradshaw, P. and Goodman, D.G., The effect of turbulence on static pressure tubes. Aeronautical Research Council R and M No. 3527 (1966).

]16] Christiansen, R. and Bradshaw, Effects of turbulence on pressure probes, J. Phys. E: Sci. Instrum. 14, 992 (1981).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ESCOAMENTO DE MISTURA DE JATOS CONFINADOS

ABCM

ABCM ABEnS

AMILCAR PORTO PIMENTA
GORDIANO DE FARIA ALVIM FILHO
ITA - Departamento de Propulsão

PUC/RJ

RESUMO

O escoamento de jatos confinados axissimétricos, em duto de área constante é examinado teórica e experimentalmente. Considera-se que o escoamento seja incompressível, isotérmico e com jato central mais lento. O trabalho apresenta distribuições axiais de pressão estática, e transversalmente medidas de velocidade média e de intensidade de turbulência feitas com anemômetro de fio quente. Soluções numéricas de diferenças finitas obtidas com um modelo algébrico para o coeficiente de viscosidade ε_v, ajustam-se bem aos perfis experimentais de velocidade na fase inicial de mistura, porém de maneira aproximada mais à jusante.

INTRODUÇÃO

O estudo do escoamento de jatos confinados pode ser aplicado em injetores gasosos de fornalhas, câmaras de combustão e dispositivos para aumento de empuxo de foguetes. A configuração de interesse aqui é a de jatos coaxiais turbulentos incompressíveis, isotérmicos, confinados em duto de área constante com gradiente de pressão, sendo o jato externo o de maior velocidade. Nesse escoamento distinguem-se três regiões: (Fig. 1).

a) região inicial caracterizada pela presença de regiões potenciais(perfis uniforme de velocidade) e escoamento cisalhante no espaço entre os jatos

b) região principal, caracterizada pelo encontro da camada cisalhante com a camada limite e a mistura se processa em toda seção tranversal do tubo confinante

c) região de escoamento desenvolvido.

Este tipo de escoamento foi examinado experimentalmente |1| |2| e modelados analiticamente |2| e |3| Curtet e Ricou |4| e Brighton e Razinsky |5| analisaram o escoamento com jato central mais veloz utilizando a hipótese de similaridade . Foi mostrado que esta hipótese só é aplicável nas fases iniciais da mistura. Estes pesquisadores em outros artigos analisaram ainda a presença de recirculação em jatos confinados. Forstall e Shapiro |6| mantendo os números de Prandtl e Schmidt constantes e igual a 0,7, verificaram que a difusão de massa era mais rápida que a difusão de quantidade de movimento na região de mistura. Ting e Libby |7| propuseram uma expressão para o coeficiente de viscosidade turbulenta ε_v para escoamentos compressíveis e notaram que o produto $\varepsilon_v.\rho$ varia pouco na direção transversal Tyler e Willianson |2| mostraram que a distribuição axial de pressão estática é influenciada pela configuração inicial dos jatos. No entanto não há muitos trabalhos em que o jato central seja mais lento e poucos que analisam a distribuição de pressão neste tipo de escoamento .

A finalidade deste trabalho é investigar o processo de mistura de dois jatos coaxiais à medida que esta se processa no tubo de mistura. Para tanto foi construída uma bancada para ensaiar várias razões de velocidades iniciais dos jatos (U_e/U_i), obtendo-se perfis transversais de velocidades médias, intensidade de turbulência axial e distribuição longitudinal de pressão estática. Estes resultados foram então utilizados para verificar a validade de um modelo do coeficiente de viscosidade turbulenta de Ghia |3| para o caso de jato confinado.

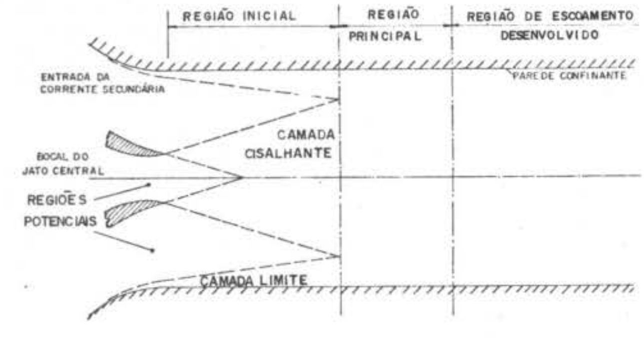


Figura 1. Configuração típica do escoamento

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A figura 2 apresenta um diagrama da bancada de ensaios. O arranjo dos tubos coaxiais é semelhante ao usado nas referências |1| e |2| e se compõe de um tubo interno de alumínio com 42 mm de diâmetro (D_i)onde passa o jato central e um tubo externo de acrílico com 103 mm de diâmetro (D) como tubo confinante. Antes da seção de teste os tubos são suficientementes longos para assegurar que o escoamento central e anular fossem desenvolvidos. O jato interno foi alimentado por uma instalação de ar comprimido existente no laboratório e o ar do jato secundário foi produzido pela sucção da atmosfera por meio de um ventilador centrífugo colocado à jusante do tubo de mistura, com este procedimento se evitava o efeito da temperatura e da não uniformidade do escoamento do ventilador. Esta montagem permitia obter na seção de teste uma velocidade máxima de 7 m/s no jato central e de 60 m/s no jato secundário.

O tubo de mistura foi equipado lateralmente com uma fileira de 14 tomadas de pressão estática e superiormente com uma fileira de 11 orifícios para permitir a introdução da sonda anemométrica. Um macanismo foi usado para movimentar radialmente a sonda no interior do tubo de mistura. Este mecanismo foi montado num trilho paralelo e externo ao tubo, permitindo-lhe movimentos longitudinais.

Para precipitar a transição rápida para o regime turbulento dentro do tubo adutor do jato secundário, utilizou-se um anel de ferro em torno do tubo central para deslocar a camada limite sobre este tubo. Além disso, lançou-se mão também de uma lixa grossa colada ao longo de todo o perímetro interno do tubo adutor para garantir a antecipação da transição da camada adjacente à parede interna.

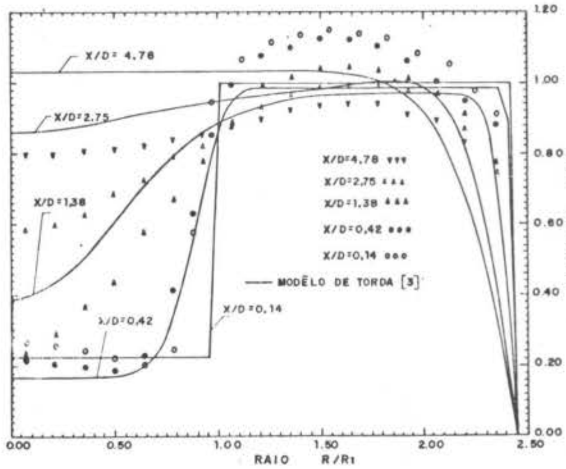


Figura 4 - Resultados do Ensaio 2: Ue/Ui = 4.45

Outra observação importante é o comportamento da camada limite na parede do tubo de mistura. Apesar de não se ter efetuado medidas específicas de camadas limite, os perfis obtidos mostram que os gradientes próximos da parede vão ficando cada vez menos íngremes à medida que o perfil se desenvolve.

Distribuição de Pressão Estática. Tem-se na Fig. 7 distribuições obtidas na bancada de ensaio, cujas razões de velocidade foram U_e/U_i = 5.26 e 4.50. Nesta figura observa-se que os gradientes iniciais são pequenos e levemente negativos. Nota-se também alguma dispersão dos dados de ± 0,04 nos valores de C_p que é um valor desprezível se comparado com os valores de Tyler |2|, isto se deve ao fato de que a pressão estática não se elevou como se esperava, reduzindo muito os valores de C_p.

Distribuição de Intensidade de Turbulência Axial. A presença da camada limite na seção de saída está também evidente no gráfico de intensidade de turbulência versus raio, Fig.8, cujos pontos foram obtidos simultaneamente com os de velocidade. Observa-se que a intensidade de turbulência já é considerável no plano inicial de mistura, especialmente nas paredes do tubo ejetor e nas paredes do tubo confinante. Acrescenta-se que perfis adicionais de intensidade de turbulência axiais |11| foram bastante similares na forma e na magnitude ao da Fig. 8. Estes perfis também apresentaram as mesmas características do artigo de Leithem |1|. Observou-se que para quase todas as razões de velocidade a intensidade de turbulência aumenta com x e alcança um valor máximo entre x/D= 1.38 e 1.6 aproximadamente. Assim cada perfil se caracteriza por um máximo de intensidade de turbulência que

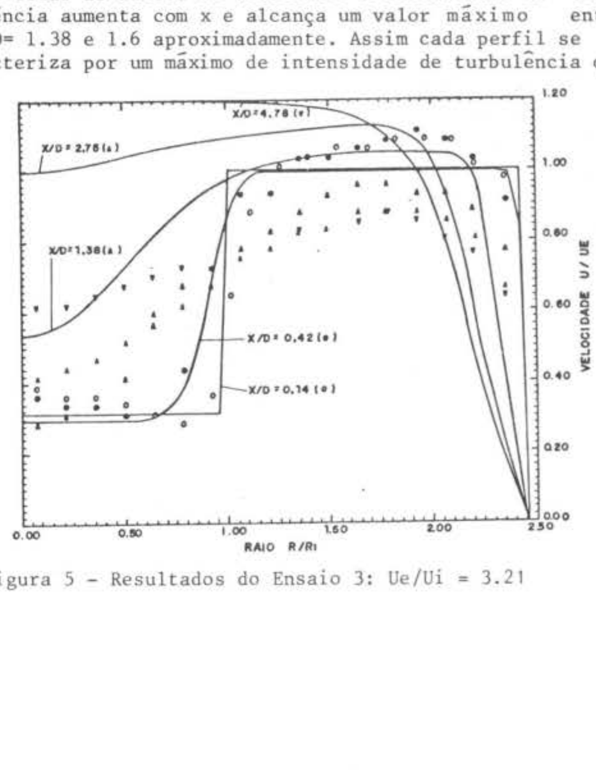


Figura 5 - Resultados do Ensaio 3: Ue/Ui = 3.21

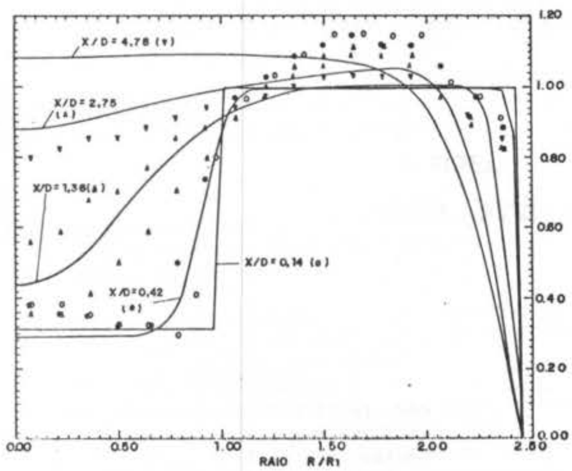


Figura 6 - Resultados do Ensaio 4: Ue/ui = 3.19

é maior que o valor na linha de centro e que é função da distância axial x.

Depois de atingir um valor máximo em r/R_i= 1.0, ocorre uma gradual aproximação da linha de centro dos valores máximos nos perfis seguintes. Após um máximo na linha de centro o perfil começa a recuar até um valor situado entre o ponto de mínimo e o valor da intensidade na parede. Movendo-se na direção da corrente externa, as intensidades atingem um mínimo da ordem de 3% a 5% e aumentando até 10% a 12% próximo à parede.

Discussão. Os dados de velocidade axiais obtidos na bancada de ensaios foram considerados satisfatórios não só por serem similares àqueles obtidos por Leithem |1| como também porque apresentaram um erro ($\bar{\varepsilon}$) com referência a um fluxo total médio abaixo de 7,8% em cada estação. Além disso não se observou nos perfis de velocidade experimentais nenhuma indicação de regiões potenciais o que era implícito no modelo numérico de Ghia |3| utilizado na comparação. Essa ausência de regiões potenciais foi previsível pois a utilização de um tubo adutor colocado antes da seção de teste eliminava esta possibilidade. O que não se conseguiu foi a não uniformidade destes perfis nas saídas dos jatos.

Quanto à distribuição de pressão estática, esta aparentemente não conferia com aquelas da ref. |2|. As distribuições obtidas foram decrescentes desde o início e o que se esperava era o gradiente inicialmente fosse adverso e favorável mais a jusante, característico do processo de mistura de jatos. Finalmente entendeu-se que este gradiente negativo era indício de que o processo de dissipação viscosa superava o de mistura. Uma pesquisa nos resultados experimentais de Tyler |2| revelou que um de

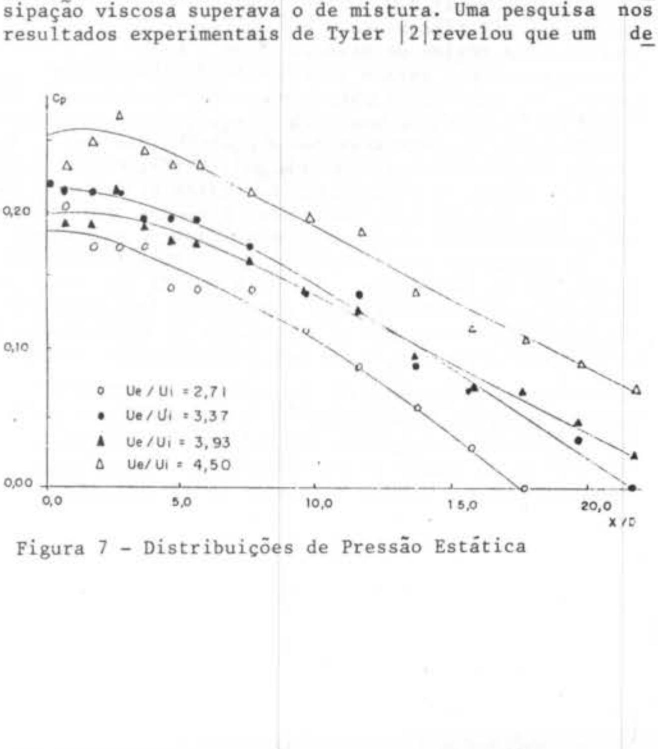


Figura 7 - Distribuições de Pressão Estática

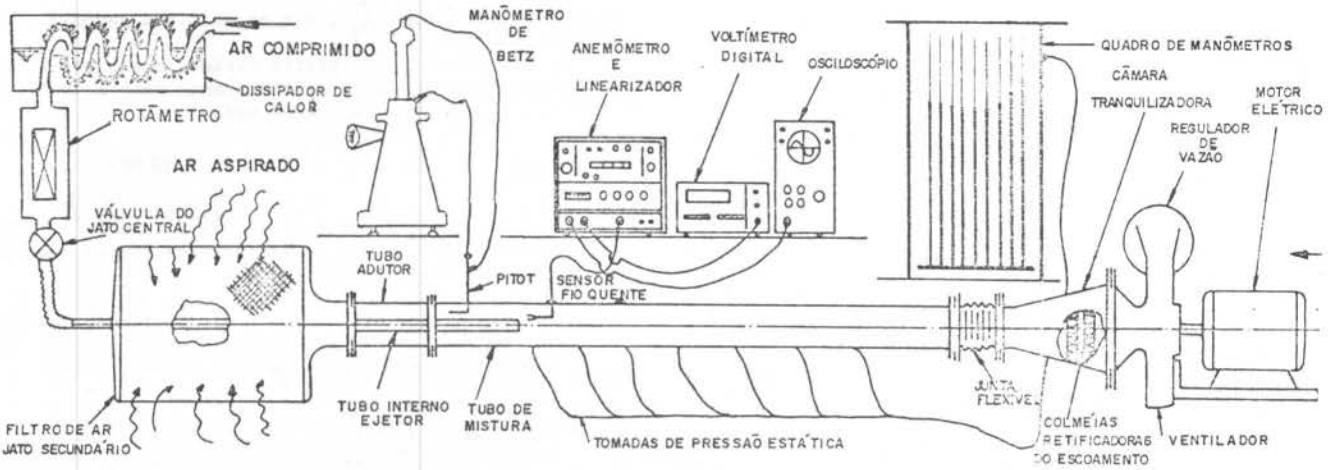


Figura 2 - Bancada de Ensaios

O tubo interno teve sua extremidade livre usinada na forma de uma tronco de cone (inclinação aproximada de 1^o) com uma espessura final de 0,2 mm, com o fim de minimizar o efeito pertubador da espessura do tubo no escoamento.

Para não se mascarar o fenômeno de mistura devido a uma taxa elevada de dissipação viscosa nas paredes, o tubo de mistura foi usinado internamente para se eliminar as variações no diâmetro proveniente da fabricação. Em seguida aplicou-se um polimento interno para recuperar a transparência perdida durante a usinagem.

A velocidade foi medida por meio de um sistema anemométrico DISA 55M e a calibração era realizada por um equipamento da Thermo Systems. A leitura de pressão estática ao longo do tubo de mistura se fez através de um multimanômetro à água, ligado às 14 tomadas de pressão por meio de mangueira de plástico de 2 mm de diâmetro.

Nas medidas de velocidade foi utilizado o método de Champagne e Sleicher |10| o qual simplificado para as condições de um sensor normal ao escoamento ($\alpha = 0^o$) dá:

$$U = \frac{\overline{E}\ (\alpha = 0^o)}{S} \qquad (1)$$

$$\overline{u}^2 = \frac{1}{S^2}\ \overline{e}^2\ (\alpha = 0^o)$$

Estas equações apresentam algumas restrições, devido ao fato de que alguns termos foram desprezados. Em geral essas equações continuam válidas enquanto a intensidade de turbulência permanece abaixo de 25%.

A intensidade axial de turbulência é o parâmetro mais simples de quantificar a parte flutuante do escoamento. Ela pode ser definida como:

$$I_x = \frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{U} \times 100\% \qquad (2)$$

onde U é o valor médio puntual.

Procurando evitar problemas relativos à calibração do anemômetro, a intensidade de turbulência foi então calculada pela razão de voltagem RMS do linearizador pela voltagem média, medida também no linearizador, expressa em percentagem.

$$I_x = \frac{(\overline{e^2})^{1/2}_{\ell in}}{E_{\ell in}} \times 100\% \qquad (3)$$

Nas medidas de pressão estática, os resultados se encontram na forma de coeficiente de pressão.

$$C_p = \frac{p - p_i}{\frac{1}{2}\rho\ \overline{U}^2}$$

onde p_i é a pressão estática na seção inicial e $\overline{U}$ é a velocidade média do escoamento.

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Distribuição de Velocidade Axial. As razões de velocidade iniciais dos ensaios foram U_e/U_i = 5.31, 4.45, 3.21, e 3.19, medidos em todo o diâmetro nas estações x/D = 0.14, 0.42, 1.38, 2.75 e 4.78. Para cada um destes ensaios são mostrados os perfis de velocidade média longitudinal nas figuras 3, 4, 5 e 6. Perfis adicionais de velocidade encontram-se na ref. |11| .

Observa-se nessas figuras que os perfis de velocidade na entrada do tubo de mistura (x/D=0.14) há uma ligeira queda para x/D = 0.14 em r/R_i = 1, correspondente à parede do ejetor. Isto é causado pelo encontro das camadas limites tanto da parede interna como da externa do tubo ejetor. Nos perfis seguintes os sinais daquela queda vai desaparecendo, porém simultaneamente nota-se um decréscimo de velocidade na linha de centro. Logo em seguida há um aumento contínuo da curva com um mínimo na linha de centro e com um máximo num ponto qualquer da corrente secundária.

A distância axial na qual a velocidade na linha de centro pára de diminuir e retoma o crescimento depende, segundo Leithem |1|, da razão de velocidade, quanto menor for esta razão mais a jusante ocorre a retomada de velocidade. Leithem atribui isto ao fato de que quanto maior a velocidade do jato primário, maior será sua quantidade de movimento permitindo que o perfil deste jato se conserve por um pouco mais de tempo.

Observa-se que justamente a partir da estação x/D=1.38, o perfil da corrente secundária tende a ficar mais achatado, o que leva a pensar que está havendo ali intensa transferência de quantidade de movimento da corrente externa para a interna, corroborando com isto a presença de altos gradientes entre as duas correntes.

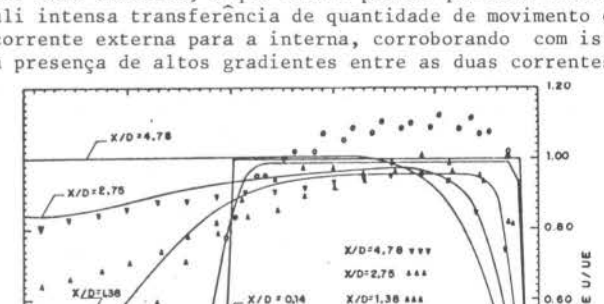


Figura 3 - Resultados do Ensaio 1: Ue/Ui = 5.31

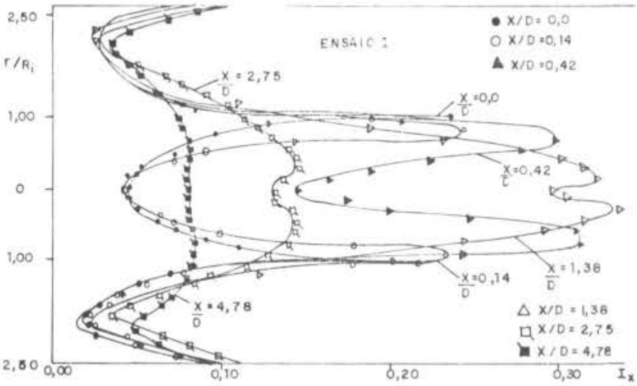


Figura 8 - Perfis de Intensidade de Turbulência

crescimo deste gradiente positivo ocorria quando se diminuia a razão de diâmetros do jato para o do tubo de mistura (D_i/D). Valores muito pequenos deste gradiente foram encontrados para razões de diâmetro igual a 0.7 o qual era ainda superior àquele utilizado nesta pesquisa (0.4), o que pode indicar que haja um limite mínimo da razão de diâmetros do jato para o do tubo de mistura para que se tenha um gradiente positivo numa dada razão de velocidade. Nesta mesma referência há configurações com razões de diâmetros menores que 0.7 porém com jato central mais veloz.

Outra observação é que à medida que se aumenta a razão de velocidades da corrente externa para o jato central, tem-se um gradiente de pressão cada vez mais adverso e a velocidade na linha de centro diminui, podendo se anular ou até mesmo tornar-se negativa originando o fenômeno de recirculação. Conforme Ghia |3| este fenômeno ocorre quando a capacidade de "entrainment" da corrente externa mais veloz excede a quantidade de fluído fornecida pelo jato interno mais lento. A corrente externa então recircula parte de si para suprir este requisito de "entrainment". Dos gráficos de intensidade de turbulência versus raio observou-se áreas de muita flutuação de velocidade nas regiões de gradientes de velocidade elevados na fronteira do jato e na camada limite.

CONCLUSÕES

As seguintes conclusões podem ser obtidas dos dados apresentados.

1. O núcleo central, correspondente ao jato central desaparece mais cedo naquelas configurações de maior razão de velocidades iniciais dos jatos.
2. Os perfis iniciais de velocidade axial não foram uniformes como esperado.
3. O modelo de viscosidade turbulenta de Ghia prevê um desenvolvimento mais rápido do escoamento que a realidade.
4. A medida que se aumenta as razões de velocidade (U_e/U_i), maiores são os valores do coeficiente de pressão (C_p) obtidos.
5. Os gradientes de pressão estática foram sempre negativos para a razão de diâmetros dos jatos utilizada $D_i/D = 0,4$, o que contrasta com os gradientes iniciais encontrados por Tyler |2|, o qual utilizou razões de diâmetros maiores que 0.7.
6. Observa-se pelos perfis obtidos que o efeito do confinamento foi reduzido, caracterizando mais a condição de jato livre que a de jato confinado.

Tabela 1. Ensaios Realizados

PARÂMETRO	ENSAIO			
	1	2	3	4
U_e/U_i	5,31	4,45	3,21	3,19
$\overline{\varepsilon}$ (%)	8,22	7,5	5,86	3,86
$\overline{R}_e \times 10^5$	3,07	2,39	1,90	1,92

REFERÊNCIAS

|1| Leithem,J.J.; Kulik,R.A. and Weinstein,H. Turbulence in the mixing region between ducted coaxial streams. NASA CR-1335 (1969)

|2| Tyler,R.A. and Willianson,R.G. Confined mixing of coaxial flows. Aeronautical Report LR-602, National Research Concil Canadá, Ottawa, Canadá (1980).

|3| Ghia,K.N.Torda,T.P.and Lavan,Z. Turbulent mixing in the initial region of heterogeneous axisymmetric coaxial confined jets.NASA CR-1615 (1970).

|4| Curtet,R. and Ricou,F.P. On the tendency to self-preservation in axisymmetric ducted jets. JBE, Trans.ASME,Serie D,Vol.86,n.4,p.765-776 (1984).

|5| Razinsky,E.H.and Brighton,J.A. Confined jet mixing for nonseparating conditions.JBE,Trans.ASME,Serie D,Vol.93, n.3 (1971).

|6| Schlichting,H. Boundary layer theory.Mc.Craw-Hill Book Co. Inc. (1955).

|7| Ting,L. and Libby,P.A. Remarks on the eddy viscosity in compressible mixing flows.JAS,Vol.27 , p.797-798 (1960).

|8| Emmons,D.L. Analysis of the turbulent mixing between a reactive gas-particle rocket-exaust and a confined airstream.AIAA Paper N.64-798 (1965).

|9| Libby,P.A. Analysis on the turbulent mixing of reactive gases with application to supersonic combustion of hydrogen.ARS.Journal,Vol.32,p.388-396, (1962).

|10| Champagne,F.H.and Sleicher,C.A. Turbulence measurements with inclined hot-wires part II- Hot-wire response equations,JFM,28,1977 (1967).

|11| Pimenta,A.P. Estudo do escoamento resultante da mistura de jatos confinados.Tese de Mestrado do Departamento de Propulsão do ITA,SJCampos(1986).

ABSTRACT

The jet confined axisymmetric flow, in cilindrical pipes were investigated theoretical and experimentally. The incompressible and isothermic flow with a slower central jet was considered. This work presents axial distributions of static pressure, transversal profiles of averaged velocities and turbulence intensities. These measurements were made by means of hot-wire anemometer. Numerical solutions of a semi-empirical model for a selected eddy viscosity, ε_v, were presented and good adjustment was obtained at the initial region of the flow.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

TIME-DEPENDENT ACOUSTIC PERTURBATION ON PLANE TURBULENT AIR JET: EFFECTS ON THE MEAN FLOW

ABCM

ABCM ABEnS

ALEX GUIMARÃES AZEVEDO - ITA/SP
CARLOS ALBERTO FIALHO THOMPSON LEITE - IME/RJ
MAURÍCIO NOGUEIRA FROTA - PUC/RJ

PUC/RJ

RESUMO

The effects of acoustical perturbation on turbulent plane jets have been studied quantitatively and visually by means of thermoanemometry and smoke-wire techniques. Experiments conducted in an open circuit wind tunnel, where high intensity time-dependent velocity perturbations were introduced uniformly and upstream of the rectangular nozzle producing the jet, shows strong effects on the mean flow. Measurements were performed along the center-line and in the shear region. The paper discusses results for Strouhal Number ranging from 0.15 to 0.60 (Reynolds Number ranging from 6750 to 26800) and acoustical forcing level varying from 0.5 to 49.0%.

INTRODUCTION

There is clearly a continuing need for accurate data in turbulent flows to extend the understanding of the turbulent transport processes. As a result of sophistication in computacional techniques |1|, advances in predictive methods will, hopefully, be based more and more on the physics of turbulence. Predictions methods for complex turbulent flows rely heavily on experimental results for closure of the governing equations. In spite of their generality, new turbulence methods still contain empirical constants which are evaluated by computer optimization |2| using known experimental results for comparison with predicted quantities. Not clearly for how long, but experiments hopefully will provide the basis for a satisfactory closure assumption.

The is considerable current interest in studing shear flow turbulence. In this paper, atention is confined with the behaviour of on organized wave in a turbulent shear flow. Although current ongoing turbulence research concerns with coherent structure in self-preserving regions of plane jet in a broad sense, this paper, particularly, deals with the effects of time-dependent acoustical perturbation on the mean flow of a plane turbulent air jet.

The present paper finally intent to resolve some controversies concerning the effects of periodic controlled acoustic perturbation on the mean flow. Other researchers |3, 4| stated that no dramatic change in the mean flow seems to occur as a result of acoustic perturbation with a turbulent jet.

This paper shows, however, that the level of the exit excitation amplitude (u'_{fe}/U_e) plays a very important role. Using hot-wire measurements, and smoke wire flow visualization technique, one also were detected the influence of acoustic forcing on vortical flow structures in the near flow region of the plane jet.

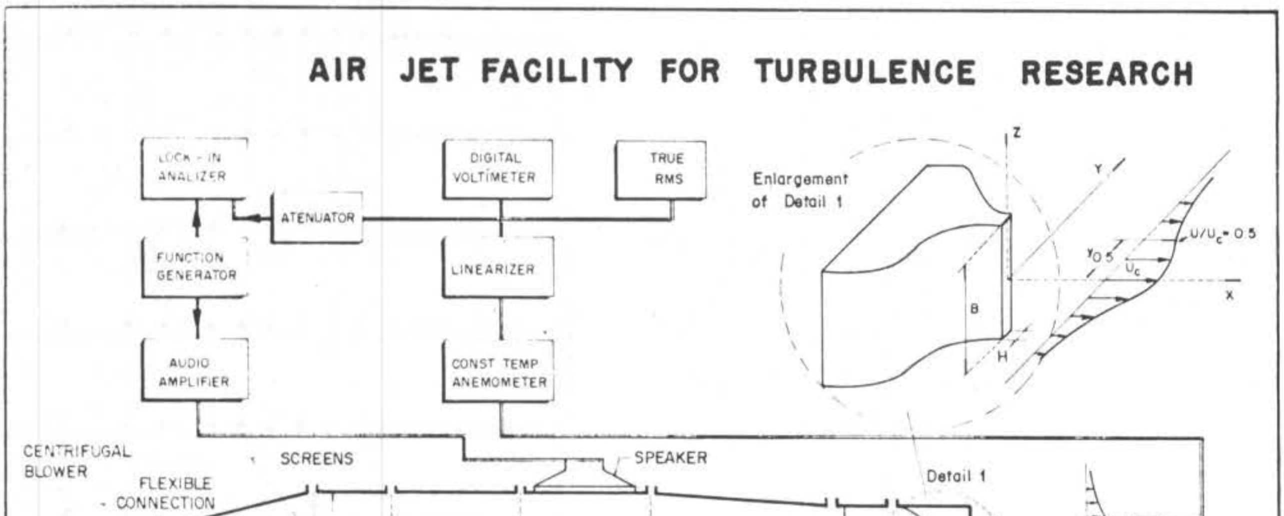


Figure 1. Schematic of the plane jet flow facility and data acquisiton system

EXPERIMENTAL APPARATUS

Fig. 1 shows a schematic of the plane air jet issued from a vertical rectangular slit with a fixed width $H = 0.029$ m and fixed height, $B = 0.385$ m. Blown air, at essentially atmospheric pressure, passing through flow straighteners and screens, is supplied by a centrifugal fan. The flow field was found to exhibit vertical uniformity over the entire part of the jet. The small aspect ratio $B/H = 13$ was selected in order to assure high forcing amplitude at the exit nozzle for the 100 watts amplifier/loudspeaker system used to force the flow. The approaching flow, before leaving the nozzle, is forced by a loudspeaker (driven by a signal generator function) powered by a 100 watts audio-amplifier. Out of the resonant frequencies of the cavity, as indicated by a power spectrum analysis, 70 Hz (not arbitrary), was the frequency of the sinusoidal forcing signal. This choise happen to be the frequency with produced the highest amplitude of the u'_{fe}/U_e turbulence signal educed at the nozzle exit.

A hot-wire Linearizer Anemometer System provided both, the mean flow and the turbulence data (not discussed in this paper). The intensity of the acoustic forcing wave was measured by means of a Two-Phase Vector Lock-in-Amplifier, to which the function generator provided the reference sinusoidal signal. Fig. 1 provides the nomenclature needed to understand the results given below.

THEORETICAL BACKGROUND

Consider the basic problem concerning the behavior of an organized wave in a turbulent shear flow. The time average (g) and the phase average $\langle g \rangle$ of a random signal, with a weak organized wave, can be understood from Fig. 2.

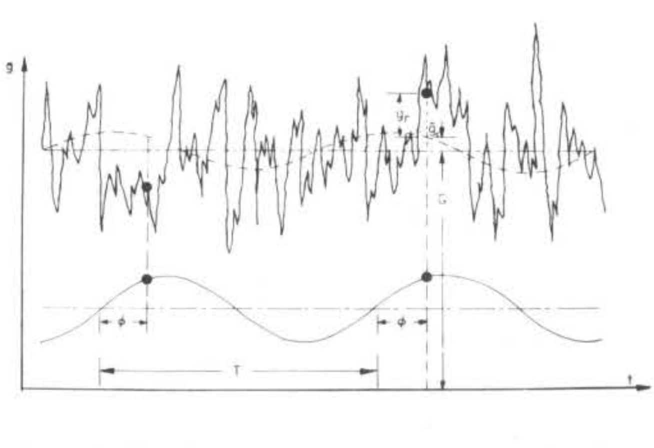


Figure 2. The time and phase averages of a random signal

This figure provides the fundaments to extract the organized wave motion from a background field of finite turbulent fluctuations. In the presence of the perturbing waves one can decompose the fluctuating quantity g(x, t):

$$g(x,t) = \bar{g}(x) + \tilde{g}_c(x,t) + g_r(x,t)$$

were $\bar{g}$ denotes the mean value, $\tilde{g}$ the statistical distribution of the organized wave and g_r the turbulence. The time and phase averages are defined by

$$\bar{g}(x) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(x,t)\, dt = G$$

$$\langle g(x) \rangle \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N} g(x, t + n\,\tau)$$

where τ is the period of the wave, and the phase average denotes the average, at any point, of the values of g that are realized at a particular phase ϕ |5|. Based on these arguments one find the wave component ($g_c = \langle g \rangle - \bar{g}$) and the rms value of $\tilde{g}_c$, g'_f. Identifying g with the velocity field u, one obtains the rms forcing value at the jet exit u'_{fe}.

ANALYSIS OF THE RESULTS AND CONCLUSIONS

Experiments were conducted on a plane turbulent air jet covering $0.15 < (St_H = f\, H/U_e) < 0{,}60$ ($6700 < R_e < 26800$), $0.5 < u'_{fe}/U_e < 40.0\%$ and $0 < x/H < 10$ |6|.

Results concerning the center-line. Systematic and redundant data taken at very low amplitude forcing wave ($0.5\% < u'_{fe}/U_e < 7.2\%$) show that, regardless the Strouhal Number ($0.15 < St_H < 0.60$), the perturbed and unperturbed flow display about the same mean flow. Fig. 3 ilustrates the case where the forcing level was kept at $u'_{fe}/U_e = 7.2\%$ and the Strouhal Number varied from 0.15 to 0.60. As seen, along the center-line at $x/H = 0.5$, and $St_H = 0.60$ ($R_e = 6750$), the effect on the mean flow resulting from the acoustic interaction, is on the order of only 3,0%. Is similar analysis is conducted on Fig. 4, at the same $x/H = 0.5$, $St_H = 0.60$ ($R_e = 6750$) but at a forcing level of $u'_{fe}/U_e = 40.0\%$, the same effect on the mean flow exceeds 25.0%.

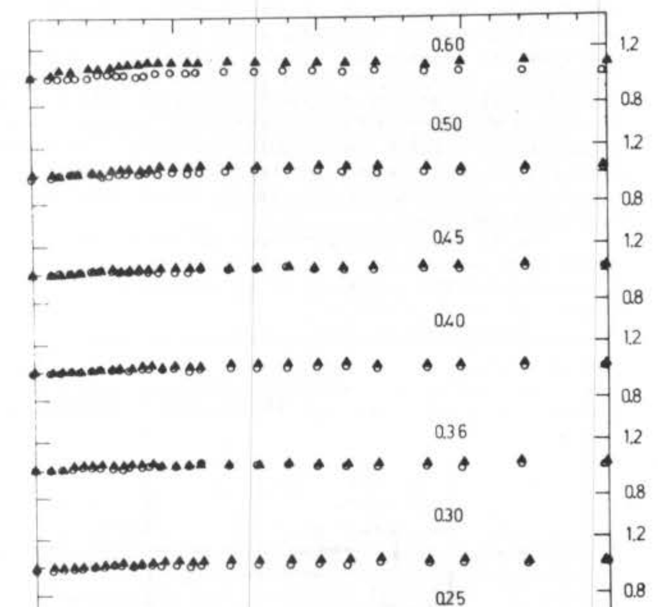


Figure 3. Axial variation of the mean velocity distribution along the jet center line. o, unforced; ▲, forced data ($u'_{fe}/U_e = 7.2\%$)

Results concerning the shear layer. Fig. 5 ilustrates the distribution of the normalized mean flow U/U_e, for both the perturbed and the unperturbed flows, concerning the shear region at the y location where $U/U_c = 0.5$. In Fig. 1 this location is denoted $y_{0.5}$.

The forcing level is kept constant (7.2%) and the Strouhal Number varied from 0.15 to 0.60. Generally speaking, one may conclude from these results, that the effects of the forcing wave on measurements of the mean flows are more pronounced in the shear layer region. These effects seems to dominate in the near region $x/H < 0.5$. For the small forcing level of 7.2%, $St_H = 0.60$ ($R_e = 6750$) and $x/H = 0.4$, the perturbed mean flow was found to be more than 30.0% larger than the corresponding unperturbed flow. If this forcing level is raised to 40.0%, as seen in Fig.6 for the case $St_H = 0.60$ ($R_e = 6750$) at $x/H = 0.40$, this effect is very dramatic exceeding 100%. This figure shows also distributions for other combinations of St_H and different forcing levels.

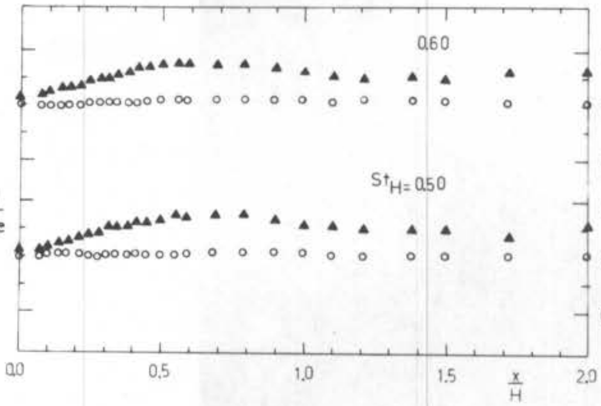


Figure 4. Axial variation of the mean velocity distribution along the jet center line. o, unforced; ▲, forced data (u'_{fe}/U_e = 40%)

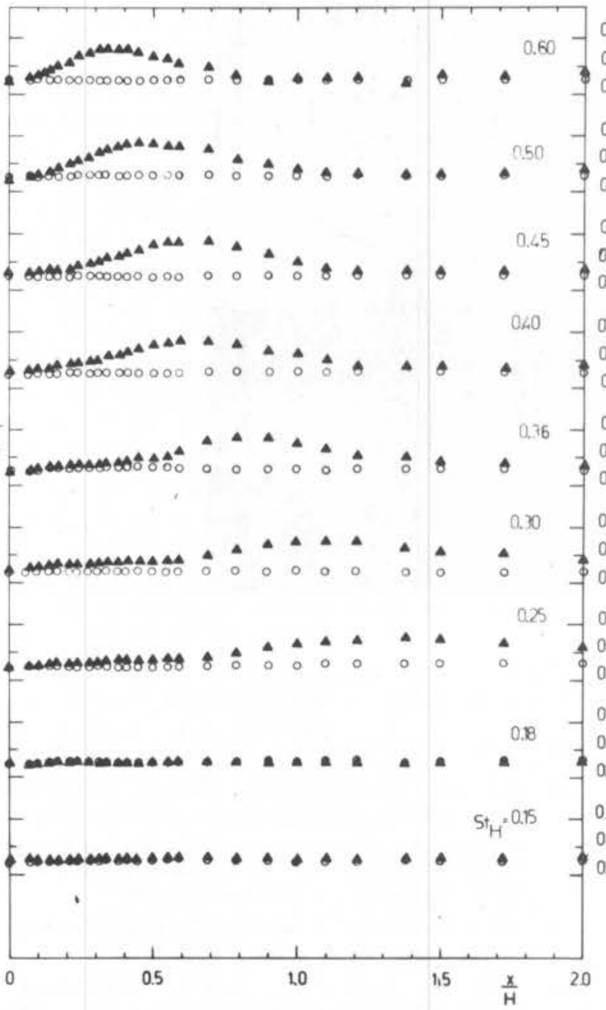


Figure 5. Measurements of the mean velocity in the region (at $U/U_c = 0.5$). o, unforced; ▲, forced data (u'_{fe}/U_e = 7.2%)

Smoke-wire flow visualization. This technique is in ref. |7|. By means of a 0.126mm diameter monel wire, coated with oil, which is pulse heated eletrically to create a thin sheet of smoke, the complex shear flow resulting from a sudden change in boundary conditions can be made visible. Flow visualization provides powerful information concerning the overall flow structure. From the flow visualization results one can visualize the different structures associated with the region where the initial shear layer is instable and rolls up into discrete vortices. Also clear is the well defined coalescence region where vortices interact and exchange momentum and characteristics of the breakdown region, far beyond the jet exit.

It is interesting noting the dramatic change in the coherent flow structure resulting from the effects of forcing the air jet. Fig. 7(a) and (b), ilustrate the flow-visualization results for $St_H = 0.60$ (R_e = 6750). While Fig.7(a) corresponds to an unforced jet, Fig. 7(b) shows a jet forced at u'_{fe}/U_e = 40.0%. Appreciation of these forced and unforced figures evidentiate the strong effects, resulting from the acoustical interaction with turbulent plane air jets.

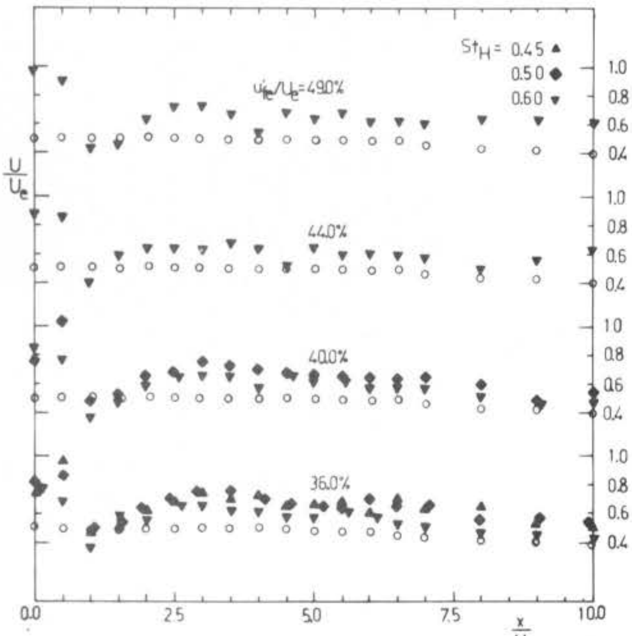
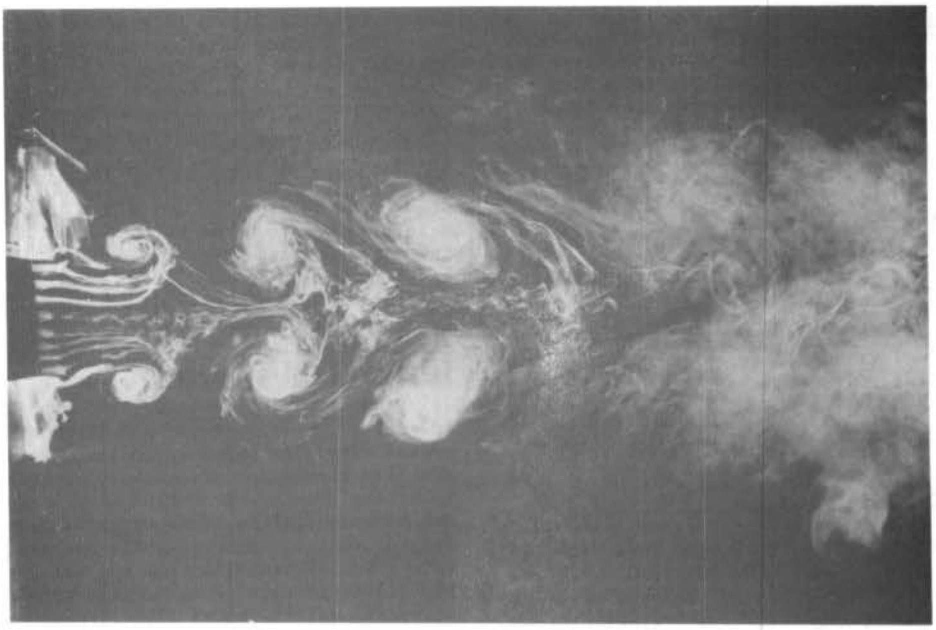


Figure 6. Measurements of the mean velocity in the region (at $U/U_c = 0.5$). o, unforced; ▲, forced data (u'_{fe}/U_e = 40%)



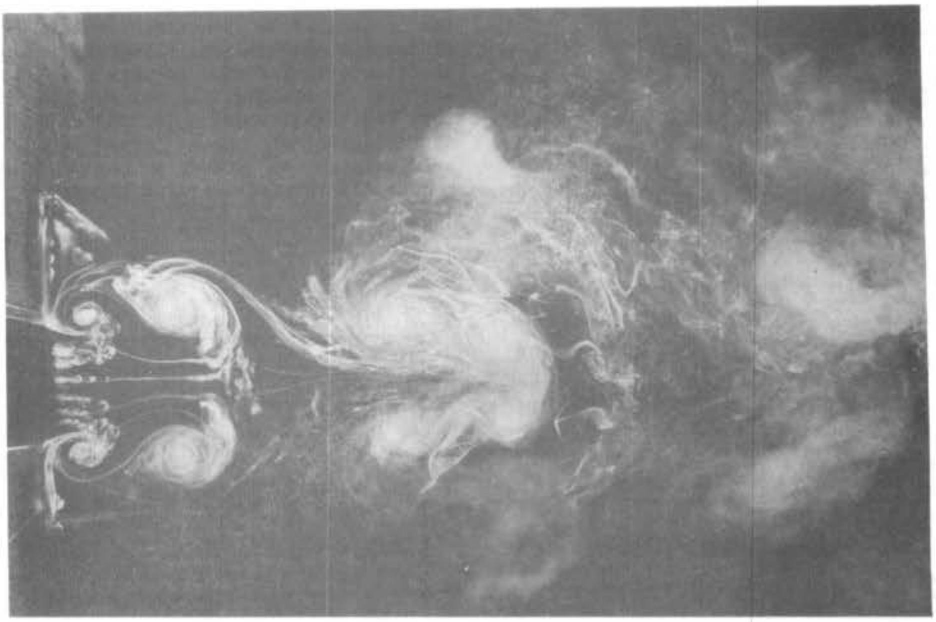


Figure 7(a,b). Smoke-wire flow visualization experiments (R_e = 6750; St_H = 0.60
(a) unforced jet flow; (b) forced jet flow (u'_{fe}/U_e = 40%)

RERERENCES

[1] Launder, B.E.,Reece, G.J. and Rodi, W. "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure", J.Fuid Mech., 68, Part 3,(1975),537-566.

[2] Bradshaw, P., Cantwell, B. J. Ferziger, J. H. and Kline, S. J., "Experiments Data Needs for Computational Fluid Dynamics - A Position Paper", (1980-81) AFORS-HTM - Stanford Conference on Complex Turbulent Flows: Comparison of Computation and Experiments, (1980).

[3] Hussain, A.K.M.F. and Thompson, C.A., "Controlled symetric perturbation of the plane jet: an experimental study in the initial region", J. Fluid Mech., 100, (1980) 397.

[4] Crow, S.C. and Champagne, F.H., "Ordely structure in jet turbulence", J. Fluid Mech., (1971), 457.

[5] Hussain, A.K.;.F. and Reynolds, W.C.,"The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow", J. Fluid Mech., 41, part 2, (1970), 241.

[6] Alex, G.A., Perturbações Acústicas e a Camada Cisalhante Livre, Tese de Mestrado, IME, (1984).

[7] Frota, M.N.,"... Tecnique for Turbulence Measurements in Complex Heated Flows...", PhD Dissertation, Stanford University, Stanford, CA, 94305, USA., (1981).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

WAVE LENGTH DISTRIBUTION IN A SHEAR FLOW

ABCM
ABCM ABEnS

NIDE GERALDO C.R. FICO JÚNIOR - CTA-IPD/SP
CARLOS ALBERTO FIALHO THOMPSON LEITE - IME/RJ
MAURÍCIO NOGUEIRA FROTA - PUC/RJ

PUC/RJ

ABSTRACT

A plane turbulent air jet has been experimentally studied under the effects of time-dependent acoustic perturbations. Measurements of the fundamental component u'_f *of the overall turbulent signal have been conducted for Strouhal Number* St_H *ranging from 0.15 to 0.60. For these values of* St_H*, the Reynolds* R_H *Number varied from 29800 to 6750. The amplitude* u'_{fe}/U_e *of the forcing varied from 0.5% to 49.0%. Based upon measured* u'_f *data, the linear jet stability theory was used to extract the normalized* λ/H *vs* x/H *wave length distribution in the shear layer. It was found that the shear layer acts as non-dispersive wave guide at low* St_H *and for a low* u'_{fe}/U_e *forcing level.*

INTRODUCTION AND FUNDAMENTAL CONCEPTS

The present work concerns to the investigation of the effect of the time-dependent acoustic perturbation on the fundamental component u'_f of a turbulent plane air jet. The work was motivated by current turbulence research, which has become intimately involved with the behavior of the large-scale coherent structures which are thought to dominate many turbulent flows.

Measurements of u'_f have been conducted in the shear layer region (at the location $U/U_c = 0.5$) for different distances away from the nozzle exit and up to $x/H<2.0$ (see Fig.1). While U denotes the non-disturbed mean flow, U_c indicates the non-disturbed mean velocity measured along the longitudinal x-axis. Fig. 1 shows the complete data acquisition system and also provides the required nomenclature to understand this paper. u'_f is a measure of the acoustic forcing and is obtained by taken the rms of the Lock-in Analyzer (LIA) overall turbulence signal, filtered at 70 Hz. This filtering frequency was chosen based upon a spectrum analysis which indicated that 70 Hz was the dominat resonant frequency present in the jet cavity.

The flow was acoustically perturbed upstream of the nozzle by means of a loudspeaker/amplifier system (limited to 100 watts) receiving a sinusoidal signal from a signal generator. This sinusoidal signal was also fed into the LIA as a reference signal.

In the context of the present paper, the forcing level is measured by the ratio u'_{fe}/U_e; i.e., u'_{fe} is the rms of the LIA measured at the jet exit and U_e is a measure of the mean flow, also at the jet exit. The Strouhal Number is a parameter defined by fH/U_e, where f is the frequency of excitation (70 Hz, in this work), H is the width of the plane jet.

Description of a Turbulence Signal. The velocity perturbation, or forcing, as it will be refered from herein, arises from two sources. The first one is the intendent perturbation in the velocity. The second is the unintended perturbation. The actual forcing is always the sum of both components. In the context of the present work, "forcing" will denote the intended part. Assuming the unintended perturbation to be random in nature, it follows that the intended and unintended are uncorrelated, as suggested in [1], the overall field is described by the triple decomposition

$$g(\vec{r},t) = g(\vec{r}) + \tilde{g}(\vec{r},t) + g'(\vec{r},t)$$

i.e., the overall turbulence can be modelled as the sum of three quantities: (i) the mean component $g(\vec{r})$, (ii) the periodic organized component $\tilde{g}(\vec{r},t)$ which has a period equal to τ and (iii) the random component $g'(\vec{r},t)$.

Time and phase average techniques are helpful in obtaining the u'_f value and are defined below:

$$\overline{g}(\vec{r}) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(r,t)$$

$$<g(t)> = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} g(t+i\tau)$$

Since $g'(t)$ is assumed to be random, both $<g'(t)>$ and $\overline{g}'(\vec{r})$ identically vanish.

From a known distribution of u'_f (measured in the present work) and using the convencional Linear Theory [1], it can be shown that

$$u'_f\ (x,y,t) = u'_{fr}(y)\, e^{i\alpha\ (x-x_r)-c(t-t_r)} \tag{1}$$

In this equation $u'_{fr}(y)$ denotes a reference measurement of the fundamental component at $x = x_r$ and $t = t_r.\alpha(\alpha_r+i\alpha_i)$ denotes the complex wavenumber given by the sum of two components: the longitudinal wavenumber α_r and the growing factor α_i. Similarly the complex wave velocity can be written as $C = C_r+iC_i$. The frequency of the disturbance, however is constrained to be a real number. Considering that the real circular frequency oscilation is given by $\omega=\alpha c=2\pi f$ and that the wave phase velocity V_c is defined by $V_c = \omega/\alpha_r$, one may obtain the real and imaginary components of the complex wavenumber. Applying equation (1) at two different stations x_1 and x_2, along the center line, one obtains:

$$\alpha_i = \ln|(u'_{f1}/u'_{f2})|/(x_1-x_2) \tag{2}$$

Since the periodic perturbation is sinusoidal the ratio between the RMS of u'_f. Appreciating equation (2), one concludes that a negative value of α_i corresponds to an increase of the fundamental component with the longitudinal coordinate x.

The wavenumber α_r is also an important parameter that may be extracted from the available u'_f distribution. Knowledge of this parameter, yields the wave length and wave velocity V_c. Again, from the Linear Theory [1]

$$\alpha_r = (|\phi_1-\phi_2|)/(x_1-x_2) \tag{3}$$

The normalized wave length λ/H is obtained from $\lambda/H = 2\pi/H\alpha_r$ where $H\alpha_r$ is the normalized wave number. The non dimensional wave velocity V_c/U_e written as a function of λ/H ans St_H is given by $V_c/U_e = St_H\lambda/H$.

Description of the Experimental Investigation. An experimental study was performed to obtain the response of the near field of a turbulent plane air jet at various Strouhal Numbers ($0.15<St_H=fH/U_e<0.60$) for

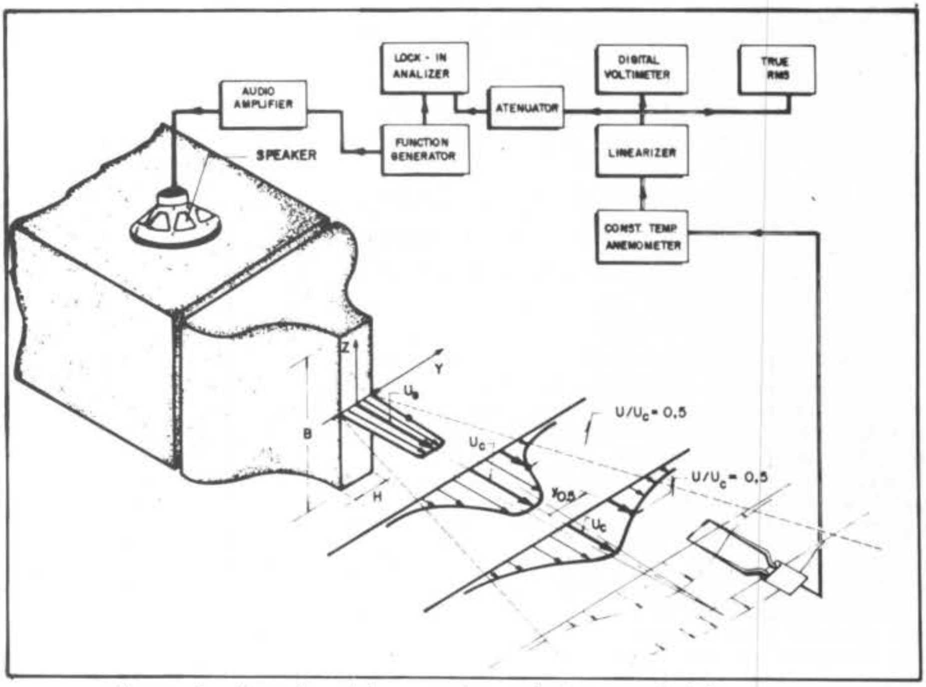


Figure 1. Experimental apparatus and data acquisition system.

various levels of acoustic perturbations ($0.5\% < u'_{fe}/U_e < 49\%$).

The Reynolds Number $R_H = U_eH/\nu$, is based on the nozzle width and ν is the air kinematic viscosity measured at atmospheric conditions.

The investigation was conducted in an open circuit air wind tunnel, which 2-D nozzle exit having an aspect ratio B/H = 13 (B = 0.385m, H = 0.029m) is seen in the schematic Fig.1. As shown in this figure, upstream of the flow nozzle exit, the flow was articially excited by means of the audio amplifier loudspeaker system.

Turbulence structure measurements were obtained by means of a single channel horizontal 4μm hot-wire Linearized Constant Temperature anemometer system, manufactured by DISA Eletronics. Information concerning the organized component of the overall turbulence signal (u'_f) was finally obtained by means of filtering techniques performed by a Two Phase Vector Lock-in Analyser system (Princeton Applied Research Model 5204). Details of the overall system and the turbulence technique used are available elsewhere [2,3].

Present Data. Analysis and Conclusions. The nomenclature for understanding all figures in this work is provided in table 1.

Fig.2 (a and b), plotted in a semi-log scale, shows the distribution of the fundamental component u'_f vs the normalized distance away from the nozzle exit in the region limited by x/H<2.0. Data were obtained for a fixed Strouhal Number $St_H = 0.18$ ($R_H = 22400$) and for different forcing levels.

Table 1. Symbol Nomenclature

SYMBOL	u'_{fe}/U_e (%)	SYMBOL	u'_{fe}/U_e (%)	SYMBOL	u'_{fe}/U_e (%)
○	0.5	■	4.0	◡	20.0
□	1.0	▲	5.0	◒	26.0
▽	1.5	◆	6.0	◖	30.0
△	2.0	▼	7.2	◐	36.0
◇	2.5	◠	10.0	D	40.0
●	3.0	◓	15.0	◗	44.0
				⊘	49.0

While Fig.2a shows results corresponding to the "low" forcing levels u'_{fe}/U_e (0.5; 1.0; 1.5; 2.0 and 2.5%), Fig.2b refers to "moderate" levels of the forcing (3.0; 4.0; 5.0 and 7.2%).

Except for the "tail" of these plots (x/H>1.0) both figures display about the same trend. Notice that all data present the same slope up to about x/H<0.3, which may suggest that the forcing mechanism is able to organize the coherent structures at the excitation frequency (70 Hz).

Accordingly to equation (2), constant slopes in this curves mean constant values of the wave growing factor α_i, i.e., regardless of the perturbation level, all u'_f distributions have about the same α_i values. As clearly shown, moderate values of the forcing level seems to effect the u'_f distribution. Up to about $u'_{fe}/U_e = 2.5\%$ the measured u'_f distributions increase with the forcing level. However, for moderate forcing and for x/H>1.7 the level of the forcing seems not to effect the u'_f value. As this point, it is important to realize that equation (2) was invoked from the linear stability theory which should only hold for a weak level of the perturbation.

Fig.3 (a and b) shows similar u'_f distributions for much higher Strouhal Number ($St_H = 0.60$) and higher forcing levels. Fig.3a resumes the data concerning forcing levels ranging from 0.5% to 15% and Fig.3b presents similar data forcing levels varying from 20% to 49%. For the maximum power delivered to the loudspeaker (100 watts), 7.2% was the maximum forcing level obtained for $St_H = 0.18$ while 49% corresponds to the maximum forcing reached for $St_H = 0.60$.

Comparison of Figs.2a and 3a is instructive to evidentiate the dramatic effect of the Strouhal Number. For instance, observe the remarkable difference in behavior between the u'_f distributions corresponding the 0.5% forcing level. Also impressive is the reverse trend existing between data taken for the same Strouhal Number ($St_H = 0.60$) and corresponding to forcing levels set at 0.5% and 49%. Notice the slope of the u'_f distributions in the region x/H<0.3

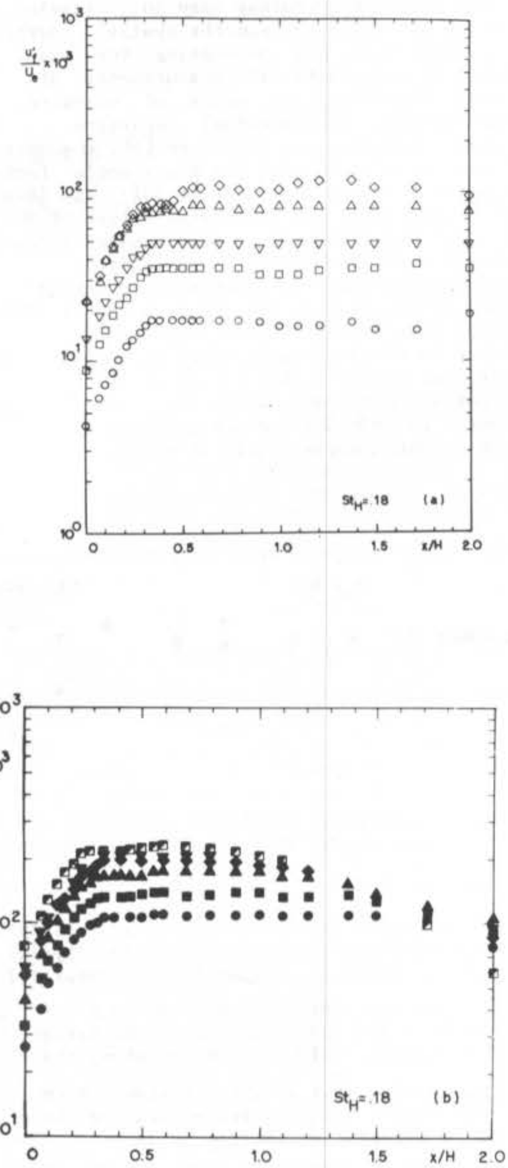


Figure 2. u'_f vs x/H measured at the shear layer region ($U/U_c = 0.5$)

(a) $0.5\% < u'_{fe}/U_e < 2.5\%$

(b) $3.0\% < u'_{fe}/U_e < 7.2\%$

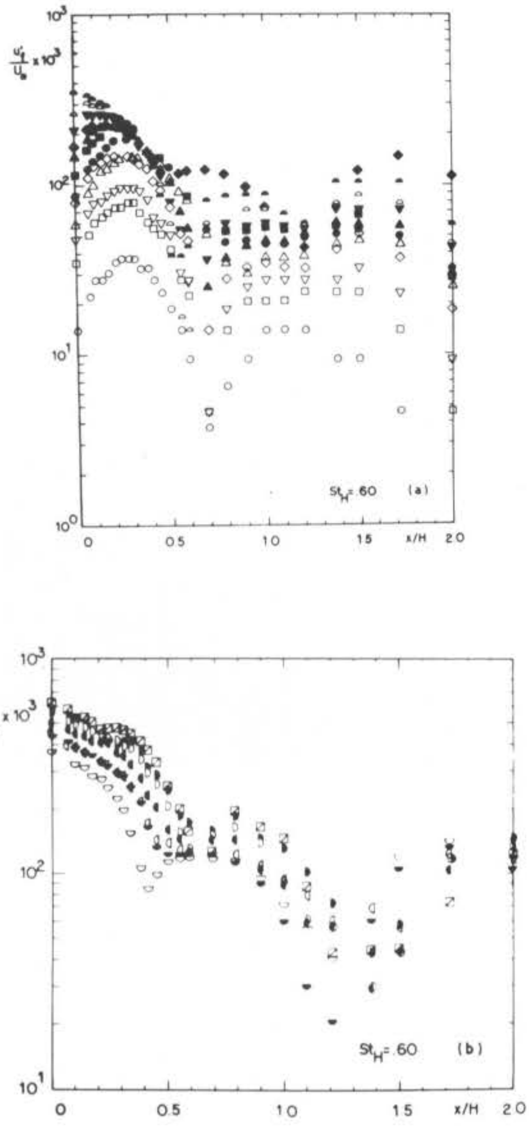


Figure 3. u'_f vs x/H measured at the shear layer region ($U/U_c = 0.5$)

(a) $0.5\% < u'_{fe}/U_e < 15\%$

(b) $20\% < u'_{fe}/U_e < 49\%$

Fig.4 is an useful envelope-type plot. There are two Strouhal Numbers involved in this graphic: 0.15 ($R_H = 29800$) and 0.60 ($R_H = 6750$). The normalized coordinate x/H ranges from zero to two. This figure is very useful as it gives, at once, a macroscopic view of all available data clearly defining the operable domain and allowing the development of a compact analysis.

Fig.5 presents the behavior of the normalized wave length λ/H vs u'_{fe}/U_e, the amplitude of the forcing, in the region of the shear layer $1.0<x/H<2.0$, obtained from the phase angle ϕ vs x/H. This angle which is the phase existing between the references sinusoidal signal fed into the LIA (from the signal generator) and the actual signal educed from the filtered instantaneous turbulence signal, is also provided by the LIA output. A large amount of data concerning the phase angle is available elsewhere [4]. In Fig.5, the constant value of the normalized wave length suggests that, in this region ($1.0<x/H<2.0$), the flow is being organized by the acoustic perturbation field that is the coherent structures at the forcing frequency are dominating the turbulent flow. Inspection of these results leads to the value $\lambda/H \sim 5.0$ for $St_H = 0.18$, regardless of the value u'_{fe}/U_e (limited to the maximum level investigated 7.2%).

In the present work the excitation frequency was held constant at 70 Hz which means that if the wave length λ remains constant the wave velocity V_c also remains constant ($V_c = \lambda f$), and this is what one have found for $St_H = 0.15$ and 0.18. Once again, this indicates that the coherent structures at 70 Hz are dominant and there is no tendency of harmonic or subharmonic generation.

Fig.6 ilustrates similar results as those shown in Fig.5 for much higher Strouhal Numbers ($St_H = 0.50$

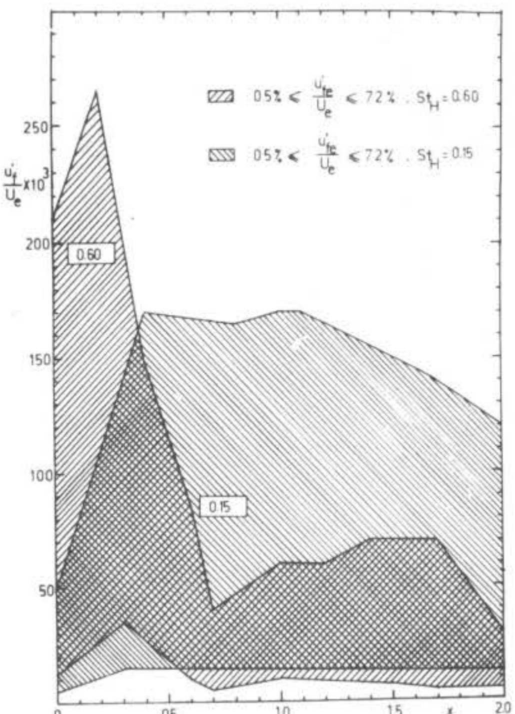


Figure 4. u'_f operable Domain in the shear layer region ($U/U_c = 0.5$)

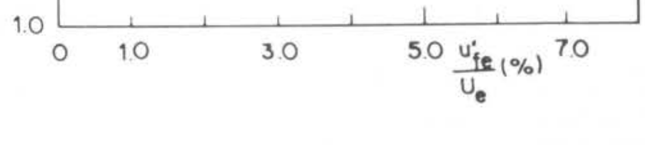


Figure 5. Distribution of λ/H vs u'_{fe}/U_e in the shear layer region ($U/U_c = 0.5$) and $1.0<x/H<2.0$.

and $St_H = 0.60$) and much higher forcing levels. The flat behavior is very similar except for the absolute value of λ/H. Is has experimentally been found that $\lambda/H \sim 1.0$, for both Strouhal Numbers investigated. It might be interesting noticing that for this "high" level of the Strouhal Number λ/H does not depend strongly on St_H. While the λ/H value decreased from 5.0 to 3.0 for a small change in St_H (0.15 to 0.18), the distribution of λ/H vs u'_{fe}/U_e remained almost unchanged ($\lambda/H \sim 1.0$) when the Strouhal Number varied from 0.50 to 0.60.

Two important points regarding these data should be emphasized: i) there are large uncertainties associated with the technique used to estimate the λ data, which are obtained from the spatial derivative of phase angle data. Not accounting for the low uncertainties associated with measurements of the turbulence components by means of hot-wire thermoanemometry, and eventual departure from isothermal conditions, as report in [5], the uncertainty interval associated with the phase angle technique is estimated to be on the order of 30%; ii) it should be kept in mind that the calculated values of the wave length λ was obtained from an approximated linearized spatial jet stability theory. Surprisingly, the obtained results for λ do not seem to depend upon the level of the forcing (see Figs. 5 and 6). This data concerning high forcing levels might be of great importance in the developing stage of more general theories, and actually this is one of the major objectives of the present work, i.e., to provide fundamental information for new advances in this advances in this complex field of study.

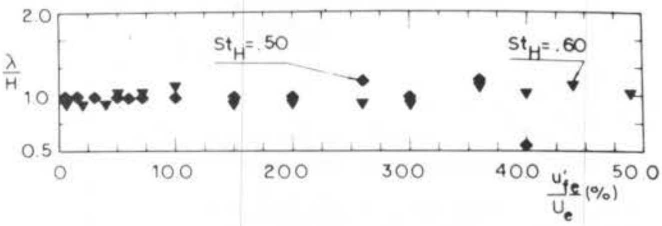


Figure 6. Distribution of λ/H vs u'_{fe}/U_e in the shear layer region ($U/U_c = 0.5$) and $1.0<x/H<2.0$.

REFERENCES

[1] G.E.Mattingly and W.O.Criminale Jr.: Disturbance characteristics in a plane jet, the Physics of Fluids, volume 14, number R11 (November 1971).

[2] C.A.Thompson: Organized motions in a plane Turbulent jet under Controlled Excitation, Ph.D. Dissertation, University of Houston, USA (1975).

[3] N.G.C.R.Fico Jr.: Influência Acústica em Jatos Turbulentos, M.Sc. Dissertation, Instituto Militar de Engenharia, IME/Rio de Janeiro, RJ (1985).

[4] C.L.Pereira: Análise do Componente Fundamental nos Jatos Planos, M.Sc. Dissertation, Instituto Militar de Engenharia, IME/Rio de Janeiro, RJ (1984).

[5] M.N.Frota: Analysis of the Uncertainties in Velocity Measurements and Technique for Turbulence Measurements in Complex Heated Flows, Ph.D. Disseration, Stanford University, Stanford USA (1981).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ANÁLISE ECONÔMICA E ESTUDO COMPARATIVO DA SUBSTITUIÇÃO DE COMBUSTÍVEIS NA GERAÇÃO DE VAPOR - II

ABEnS

PUC/RJ

FRANÇOIS SAMUEL COLLET
Departamento de Metalurgia, Escola de Minas - UFOP

HENOR ARTUR DE SOUZA e JAIME ROBERTO TEIXEIRA RIOS
Departamento de Técnicas Fundamentais, Escola de Minas - UFOP

RESUMO

Faz-se um estudo comparativo da substituição do óleo combustível na geração de vapor por cavacos de madeira e bagaço de cana. O uso do bagaço de cana ou de cavaco de madeira é vantajoso em regiões onde estes energéticos existem em grandes quantidades. Calcula-se o preço da tonelada de vapor gerado por estes combustíveis e discute-se, em relação ao óleo combustível, qual das opções é a mais vantajosa. Apresenta-se um exemplo para a situação descrita anteriormente.

INTRODUÇÃO

Atualmente o aproveitamento de resíduos industriais como combustíveis, apresenta-se como uma opção satisfatória na substituição parcial ou total de derivados de petróleo. Esta alternativa pode dar bons resultados, uma vez que determinadas regiões podem suprir suas próprias necessidades, bem como desenvolver uma tecnologia própria para o aproveitamento do energético.

Neste trabalho considera-se uma análise econômica e um estudo comparativo de substituição de combustíveis na geração de vapor. Compara-se a combustão do bagaço de cana (como resíduo industrial - alternativa regional), de cavacos de madeira (alternativa regional) e do óleo combustível.

O cavaco de madeira pode ser considerado como uma opção regional de uso energético, e apresenta um custo operacional na produção de vapor menor que o do óleo combustível [1], além de apresentar em sua queima, características menos poluentes que o óleo combustível. Na combustão do óleo combustível tem-se o problema de liberação de SO_2 nas fumaças, o que não ocorre na queima da madeira [2], e do bagaço de cana.

O bagaço de cana, existente em grande quantidade, era usado em usinas como sub-produto, sendo queimado sem preocupação com a eficiência de combustão e com o aproveitamento do calor contido no vapor de processo [3]. Atualmente, tem valor reconhecido como energético e parte é consumido nas próprias usinas de álcool e açúcar para gerar energia elétrica, energia mecânica e vapor de processo em sistemas de co-geração [3], e o excedente é comercializado com outras empresas. O potencial energético do bagaço de cana que é desperdiçado em todo o País pode, se aproveitado, contribuir na redução de consumo do óleo combustível [3].

Na substituição de um combustível deve-se, considerar a eficiência do combustível na combustão, o preço da kcal útil e a geração de gases de combustão. Do ponto de vista econômico deve-se além de sua eficiência térmica, levar em conta o preço, a disponibilidade, a deterioração, as reservas, o transporte, o custo de armazenagem, a oferta e procura do combustível [1].

Neste trabalho mostra-se que é vantajoso o uso do bagaço como alternativa energética para a geração de vapor.

SISTEMA DE QUEIMA

As características de cada um dos três combustíveis utilizados (óleo combustível [1], cavacos de madeira [1], e bagaço de cana) encontra-se na tabela 1, [3,4], abaixo.

Tabela 1. Características dos Combustíveis

Combustível	PCI (kcal/kg)	Temperatura de Chama		Umidade (%)	Constituintes				
		Excesso de ar (%)	Temperatura (ºC)		C	H	O	N	S
Óleo Combustível	9800	18-22	1850	-	85,5	11,0	-	-	4,0
Cavacos de Madeira	4800	20	1625	5	56,0	7,0	37,0	-	-
Bagaço de Cana	4000	20	1560	5	47,5	6,5	46,0	-	-

A queima do óleo combustível é feita da forma convencional com nebulização a ar comprimido.

A combustão dos cavacos de madeira é feita sobre grelha plana resfriada. Os cavacos são introduzidos na fornalha por meio de um espargidor pneumático. É importante que se tenha uma distribuição uniforme do combustível sobre a superfície da grelha [5]. A alimentação dos espargidores é feita a partir de um secador, por meio de um sistema de extração de roscas.

A alimentação e o sistema de queima para o bagaço da cana picado é o mesmo utilizado para os cavacos de madeira.

O espargidor permite que a queima do combustível (cavacos de madeira ou bagaço de cana picado) tenha início antes que o mesmo atinja a grelha, proporcionando uma melhor eficiência da queima e menor acúmulo de material sobre a grelha.

GERADOR DE VAPOR (CALDEIRA)

O estudo é feito considerando-se caldeiras flamotubulares, onde o fluxo de gás é interno aos tubos. Apesar da limitação de sua capacidade de produção (até 20.000 kg/h), este tipo de caldeira é usado em indústria, por vários motivos [6,7] : facilidade de transporte e instalação; totalmente montada na fábrica; fácil manutençao; facilidade de operação e alto rendimento.

Para o estudo comparativo das três opções, necessita-se conhecer o consumo de combustível para cada caldeira, levando-se em conta sua eficiência térmica.

A eficiência térmica, η, é a relação existente entre a quantidade de calor absorvida na geração de vapor $\dot{Q}_u$, e a quantidade de calor liberada na queima do combustível, $\dot{Q}_t$, [7]:

$$\eta = \frac{\dot{Q}_u}{\dot{Q}_t}, \tag{1}$$

e $$\dot{Q}_u = \dot{m}_\upsilon (h_\upsilon - h_\ell), \tag{2}$$

e $$\dot{Q}_t = \dot{m}_c (PCI), \tag{3}$$

onde $\dot{m}_\upsilon$ é a massa de vapor gerado, (kg/h); h_υ é a entalpia do vapor, (kcal/kg); h_ℓ é a entalpia da água líquida, (kcal/kg); $\dot{m}_c$ é a massa de combustível consumida, (kg/h) e PCI é poder calorífico inferior do combustível (kcal/kg).

Das eqs. (1), (2) e (3) obtém-se finalmente a expressão para o consumo de combustível em função da eficiência da caldeira:

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}_\upsilon (h_\upsilon - h_\ell)}{\eta \, (PCI)} \tag{4}$$

PRÉ-AQUECIMENTO DO AR E SECAGEM DOS CAVACOS

Na caldeira a óleo modificada para queimar cavacos, os gases de combustão tem uma temperatura de saída em torno de 250ºC. Isto significa que eles tem uma energia disponível de 620 kcal/kg, que pode ser utilizada para o pré-aquecimento do ar de combustão e para a secagem dos cavacos de madeira [1].

O pré-aquecedor de ar é do tipo recuperativo, onde os gases circulam no interior dos tubos, em contra corrente, com o ar aquecido. Com isto permite-se uma elevação de temperatura de até 60ºC para o ar de combustão, enquanto que as fumaças saem aproximadamente à 170ºC [1].

No secador os cavacos são transportados sobre uma correia de malha. As fumaças atravessam as correias perpendicularmente de baixo para cima. Desta forma, os cavacos atigem uma temperatura máxima de 90ºC e uma umidade de 5%.

A utilização do pré-aquecedor de ar ao invés da secagem direta dos cavacos se deve ao fato de que a 200ºC, tem-se o início da pirólise da madeira, e em consequência a diminuição do seu poder calorífico. Tal diminuição se verifica devido ao despreendimento de voláteis da madeira [8].

O resfriamento dos gases de combustão se deve, em sua maior parte, à vaporização da água da umidade e parte da água de constituição da madeira.

Os valores citados acima, para o ar e os cavacos, são alcançados para um rendimento de 50% em cada equipamento.

SECAGEM DO BAGAÇO DE CANA

Os gases de combustão do bagaço apresentam uma temperatura de saída em torno de 250ºC [9] e uma energia disponível de 485,0 kcal/kg.

O sistema de pré-aquecimento do ar não pode ser utilizado, uma vez que para um aumento de temperatura de 60ºC, as fumaças ao deixarem o pré-aquecedor não teriam energia suficiente para produzir no secador, bagaço com 5% de umidade.

Para evitar o problema da alta temperatura dos gases de combustão no secador, a solução encontrada foi a de injetar ar atmosférico, juntamente com as fumaças na entrada do secador. O volume de ar adicionado deve ser suficiente para que se tenha bagaço com 5% de umidade na saída do secador e que a temperatura das fumaças não seja inferior a 60ºC para evitar a condensação do vapor d'água. A pressão do ar atmosférico injetado deve ser a mesma das fumaças.

INVESTIMENTOS

O estudo é feito para regiões onde a madeira e o bagaço se encontram mais próximos do local de uso, em relação ao óleo combustível. Tais regiões estão de 100 a 200 km de distância afastadas das refinarias ou depósitos de óleo combustível.

Considera-se uma caldeira flomotubular com uma capacidade de produção de 15000 kg/h a uma pressão de trabalho de 12,0kgf/cm^2. A água de alimentação está a temperatura de 25ºC [1].

A quantidade de calor necessária para produzir 15000 kg/h de vapor, a partir da queima de combustível, conforme Eq. (2), é: $\dot{Q}_u = 9,6 \times 10^6$ kcal/h e o consumo de combustível para cada tipo de caldeira a partir da Eq. (4) é:

$$\dot{m}_{óleo} = 1159,28 \text{ kg/h},$$
$$\dot{m}_{cavaco} = 2547,77 \text{ kg/h},$$
$$\dot{m}_{bagaço} = 3380,28 \text{ kg/h},$$

Os cálculos acima foram obtidos para caldeiras com eficiência térmica de 84,5% (óleo combustível), 78,5 % (cavacos de madeira) e 71,0% (bagaço de cana), [3, 10].

Nos investimentos considera-se o preço de cada gerador de vapor, juntamente com os equipamentos auxiliares.

Na caldeira a óleo, são considerados: o sistema de aquecimento, tanque principal, bombas, tubulações, a isolação térmica, etc.

Na caldeira a cavacos de madeira leva-se em conta o recuperador, secador, transportador de cavacos e o alimentador do transportador, e um pequeno galpão.

Para a caldeira a bagaço de cana considera-se um ventilador, uma enfardadeira, e uma empilhadeira além dos equipamentos da caldeira e cavacos de madeira.

Para a amortização leva-se em consideração um período de dez anos. Calcula-se o custo de capital por tonelada de vapor:

$$\text{custo de capital} = \frac{\text{vapor amortizado/ano}}{\text{vapor gerado/ano}}, \tag{5}$$

admitindo-se que o regime de trabalho é de 340 dias por ano (8160 horas), correspondendo a produção 122400 toneladas de vapor/ano, tabela 2.

Tabela 2. Custo de Capital por Tonelada de Vapor

Caldeira	Investimento Cz$	Amortização (Investimento / 10 anos) Cz$	Custo de Capital (Cz$/ton de vapor)
Óleo Combustível	3.750.000,00	375.000,00	3,06
Cavacos de Madeira	4.450.000,00	445.000,00	3,64
Bagaço de Cana	4.900.000,00	490.000,00	8,00

O custo operacional é determinado por hora de trabalho para cada tipo de combustível, da seguinte forma:

$$\text{Custo Operacional por Tonelada de Vapor} = \frac{\text{Custo Operacional (Cz\$/h)}}{\text{Geração Horária de Vapor (Ton/h)}} \tag{6}$$

Nas tabelas 3 e 4, mostra-se o custo operacional para distâncias de 100 e 200km, respectivamente.

Tabela 3. Custo Operacional (Transporte a 100km)

Despesas \ Caldeira	Custo (Cz$/hora)		
	Óleo	Cavacos	Bagaço
Preço do Combustível [11]	1.866,00	1.037,00	128,45
Transporte do Combustível [12]	129,34	315,70	271,35
Manuseio do Óleo Combustível	149,28	-----	------
Cavacação e Manuseio dos Cavacos para Secagem	------	7,28	------
Manuseio para Enfardamento, Picagem, Secagem e Empilhamento do Bagaço	------	------	19,91
Energia Elétrica [11]	2,80	18,90	97,96
Operação da Caldeira	10,85	10,85	10,85
Eventuais (10%)	215,83	140,00	52,85
Total	2.374,10	1.520,00	581,37

Para obtenção dos dados do custo operacional admite-se que:

- no preço da lenha já está incluído o custo de capital da implantação do reflorestamento;
- o custo do operário para o trabalho do manuseio dos cavacos (4 operários)e do bagaço (7 operários), refere-se a um salário mínimo com encargos sociais para um regime de trabalho de 8 horas/dia;
- para a operação da caldeira considera-se um empregado com regime de trabalho de 8 horas/dia, com um salário equivalente a dois salários mínimos mais encargos sociais;

Tabela 4. Custo Operacional (Transporte a 200 km)

Despesas \ Caldeira	Custo (Cz$/hora)		
	Óleo	Cavacos	Bagaço
Preço do Combustível [11]	1.866,00	1.037,00	128,45
Transporte do Combustível [12]	237,25	625,00	542,70
Manuseio do Óleo Combustível	149,28	------	------
Cavacação e Manuseio dos Cavacos para Secagem	------	7,28	------
Manuseio para Enfardamento, Picagem, Secagem e Empilhamento do Bagaço	------	------	19,91
Energia Elétrica [11]	2,80	18,90	97,96
Operação da Caldeira	10,85	10,85	10,85
Eventuais (10%)	226,62	170,00	80,00
Total	2.492,80	1.869,03	879,87

O custo total da tonelada de vapor é, então o custo de capital acrescido do custo operacional. Na tabela 5 apresenta-se o custo total para uma situação em que o óleo combustível é transportado de uma distância de 200 km, a madeira e o bagaço de cana de uma distância de 100 km.

Tabela 5. Custo Operacional e Total da Tonelada de Vapor

Caldeira	Custos		
	Operacional (Cz$/ton)	Capital (Cz$/ton)	Total (Cz$/ton)
a óleo combustível	166,18	3,06	169,24
cavacos de madeira	101,98	3,64	105,62
bagaço de cana	38,76	8,00	46,76

Calcula-se o período de pagamento, pela seguinte expressão, [1]:

$$\text{Período de Pagamento}, Pb = \frac{\text{custo da instalação}}{\text{economia mensal}}, \quad (6)$$

onde a economia mensal é a diferença entre os custos mensais de óleo combustível, e dos demais combustíveis.

O custo mensal (preço + transporte) do combustível x 720 horas , para cada combustível, conforme tabelas 3 e 4 é:

$$\text{Custo mensal}_{\text{óleo}} = \text{Cz\$ } 1.514.340{,}00$$

$$\text{Custo mensal}_{\text{cavacos}} = \text{Cz\$ } 973.944{,}00$$

$$\text{Custo normal}_{\text{bagaço}} = \text{Cz\$ } 287.856{,}00$$

Desse modo, o período de pagamento, conforme Eq. (6) e os dados acima e da tabela 2, para os cavacos de madeira é de 8,23 meses e para o bagaço de cana de 4,0 meses.

OBSERVAÇÕES FINAIS

O estudo comparativo das três alternativas de combustíveis na geração de vapor mostra que o bagaço de cana é a melhor opção, para regiões onde esse energético existe em grande quantidade.

Para evitar gastos adicionais de estocagem, a utilização de bagaço será somente durante o período de safra (6 meses aproximadamente) e fora deste período irá consumir cavacos de madeira. Esta opção evidencia o uso do bagaço de cana como um energético capaz de substitui a óleo combustível.

A economia será ainda maior se o bagaço puder ser utilizado o ano inteiro, mesmo que se tenha que reservar grandes áreas para o seu armazenamento.

REFERÊNCIAS

[1] COLLET, F. S.; SOUZA, H.A. e RIOS, J.R.T., Análise econômica e estudo comparativo da substituição de combustíveis na geração de vapor. IV Simpósio de Tecnologia Energética Brasileira, São Paulo, SP , 1986. Anais da ABACE, (1986).

[2] LOPEZ, B.D.; JÚNIOR, N.M. e NARDI, L.C., Experiência da COPENE no campo da biomassa como alternativa energética. III Congresso Brasileiro de Energia,

Rio de Janeiro, RJ, 1984. Anais do III CBE, p - 1669-1676 (1985).

[3] CORONADO, J., Bagaço aquece a indústria. Química e derivados, jun., p. 44-56 (1982).

[4] PERRY, R. H., Chemical Engineers Handbook. Mc - Graw-Hill, 15ª edição.

[5] RAVAGLA, E., Caldeiras/Fornalhas para queima de combustíveis sólidos. Seminário relativo à substituição de derivados de petróleo em sistemas de vapor - CEAG, São Paulo, SP, 1984.

[6] BAZZO, E., Introdução à geração de vapor. Curso de Engenharia de Manutenção de Usinas Termoelétricas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1981.

[7] SERVENS, W. H.; DEGLER, H.E. e MILES, J.C., La producción de energia mediante el vapor de água, el aire y los gases. Editorial Reverté, Barcelona , 1974.

[8] MARTINS, H., Madeira como fonte de energia. In: Série de Publicações Técnicas / SPT-001, Fundação Centro Tecnológico de Minas Gerais (CETEC, Belo Horizonte, MG, 1980. CETEC:SPT-001, p. 9-27 (1980).

[9] Processos e considerações sobre queima de bagaço . In: Fundação Instituto Tecnológico do Estado de Pernambuco. Bagaço de causa no Nordeste: disponibilidade e usos, SUDENE, Recife, PE, 1984. Cap. 8 , p. 61-82 (1984).

[10] DINIZ, V. Y., Caldeiras a lenha. In: Série de Publicações Técnicas/SPT-004, Fundação Centro Tecnológico de Minas Gerais/CETEC, Belo Horizonte, MG, 1981. CETEC: SPT-004, p. 114-131 (1981).

[11] Cotação de energéticos no Estado de Minas Gerais da Fundação Centro Tecnológico de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 1986. CETEC, julho (1986).

[12] PETROBRÁS e empresas de transportes.

ABSTRACT

In this article, a comparative study is carried out on the substituton of fuel oil in the generation of steam for wooden chips and sugar cane bagasse. Their use presents advantages in regions where these sources of power exist in large quantities. The price of the tonnage of generated steam is calculated and we discuss which of the ptions is the most advantageous in comparison with fuel oil. We present an exemple to illustrate the question presented above.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ABCM

ABCM ABEnS

PUC/RJ

A EMULSÃO DE COMBUSTÍVEIS ALTERNATIVOS AO ÓLEO DIESEL

DUÍLIO VENANZI
ANTONIO MOREIRA DOS SANTOS
ALBERTO A. MANTESE

Departamento de Engenharia Mecânica, EESC - USP

RESUMO

Partindo de considerações sôbre as características físico-químicas do etanol e de outros combustíveis procuram-se as linhas para a definição do seu condicionamento como substitutos, parcial ou totalmente, do óleo Diesel em motores de ignição por compressão.

INTRODUÇÃO

Considerando um mesmo motor Diesel dois combustíveis diferentes apresentam comportamentos dependentes das temperaturas alcançadas na efetivação do ciclo — particularmente durante a fase de combustão — de marcada influência no atraso da inflamação; as próprias paredes metálicas que envolvem o fluido atuam como condicionantes de maior ou menor velocidade de cumprimento deste importante intervalo de tempo, preparatório para a definitiva liberação de energia térmica, já que sôbre elas incide o jato de combustível.

É neste período de atraso que se define o comportamento dêste, pois a sua evaporação e mistura com o ar a montante, compatibilizando o tempo com as suas propriedades físicas — para a consecução de mistura gasosa — e químicas — responsáveis pela geração dos radicais responsáveis pelo desenvolvimento da queima, uma vez ultrapassado o atraso de inflamação. Uma boa pulverização, lògicamente, favorece a fragmentação, facilitando o encontro com o ar.

A elevação da pressão, acima da de compressão, corresponde ao aparecimento da chama na mistura e a rapidez com que aumenta depende da quantidade de combustível que evapora e se mescla com o ar durante o estágio de atraso. É sabido que há relacionamento entre quantidade queimada e velocidade de aumento da pressão com a extensão dêsse período. Para determinado volume injetado, como o atraso depende das propriedades do combustível, pode ocorrer que apenas pequena fração dele seja lançada na câmara durante o tempo correspondente à queima das primeiras porções de mistura a se queimar e, então, são pequenas a quantidade de energia liberada e o aumento da pressão decorrente; ao contrário, sendo maior êsse período tanto mais combustível é injetado, evaporado e misturado ao ar, queimando em maior quantidade que no caso precedente e, assim, provocando o aparecimento de grande gradiente de pressão, tornando a combustão anormal. Claro que a proporcionalidade entre o aumento do atraso e o da liberação de energia e do desenvolvimento da pressão deve acontecer desde que o ângulo de injeção, em cada caso, seja regulado de forma que sempre o tempo de queima efetiva, após o período de atraso, corresponda ao mesmo ângulo da manivela garantindo, então, reação de combustão com alta eficiência em todos os regimes do motor; a ajustagem constante da injeção implicaria na queda do rendimento térmico pois com atrasos ampliados verificar-se-ia a complementação da inflamação apenas ao longo do curso de expansão. Êste poderia, também, ser o caso das últimas porções de mistura a queimar — cujo combustível possua atraso acentuado — terminando, também, a reação durante a descida do Embolo e, por isto mesmo dificultando a concretização do evento pela influência do abaixamento da pressão na manutenção de velocidade de queima rápida.

Quanto ao ajuste da injeção, há para cada regime um ângulo de avanço ótimo vinculado ao instante da injeção e relativo ao ponto morto superior, correspondendo à melhor eficiência da inflamação, vista pelo valor maior da pressão média. Avanço pequeno implica em período de atraso aumentado e, pelas considerações anteriores, levando à excessiva razão de elevação da pressão, mesmo que isto ocorra já na fase de expansão; avanço acentuado também provoca o aparecimento de grande atraso de combustão por influência do posicionamento do êmbolo, ainda em ascensão, sôbre o erguimento da pressão, induzindo a efetivação de grandes gradientes.

Dessa forma, os motores com regulagem fixa de injeção deverão tê-la com avanço tal que a fase de queima rápida, em seguida ao cumprimento do período de atraso, se verifique durante a descida do pistão em poucos graus da árvore e com taxa controlada de aumento da pressão, garantindo queima normal e de melhor rendimento.

Com relação ao efeito da velocidade de motor na combustão, há certa divergência no comportamento do Diesel frente ao Otto, na primeira fase da reação: neste último, a velocidade de queima cresce com o aumento da rotação, enquanto no outro o número de graus de giro da manivela cresce, condicionando assim maior demora da inflamação; nas duas etapas seguintes a evolução se desenvolve semelhantemente, aumentando a taxa de queima com a velocidade.

Neste ponto deve ser notado que a qualidade de ignição do combustível é de importância fundamental na definição das velocidades limites do motor, o que significa a exigência de atraso de queima tão pequeno quanto possível, característica vinculada à estrutura química de suas moléculas |1|, |2|.

COMBUSTÍVEIS ALTERNATIVOS PARA MOTORES DIESEL

O Brasil possui um excelente combustível alternativo para o Diesel, os óleos vegetais, nas formas "in natura" e transesterificados — e, possivelmente, na versão de hidrocarbonetos craqueados a partir dele |5|.

O etanol não possui qualidade de ignição compatível com o desenvolvimento de queima característico do motor Diesel, quer pelo aspecto da temperatura maior de auto-inflamação, quer pelo longo período de retardo; êstes fatores induzem o aparecimento da detonação. Contudo, a elevação da temperatura do ar comprimido e do seu turbilhonamento, conseguidos através do aumento da razão de compressão, poderiam atenuar o efeito daqueles fatores, à custa, evidentemente, de maiores esforços em toda a estrutura do motor e de um sério problema quanto ao diminuto espaço a ser ocupado por um número superior de moléculas do combustível substituto, cujo calor de combustão é da ordem de 27,2 x 10^3 kJ/kg, sendo de 43,9 kJ/kg o do óleo Diesel; ademais, a ausência de viscosidade exigiria aditivos que possibilitassem o seu escoamento pelos elementos do sistema de injeção, evitando-lhe danos irreparáveis.

A comutação parcial, sob a forma de emulsões pode constituir-se em possibilidade do aproveitamento do etanol no ciclo Diesel. Neste caso, o combustível complementar deve apresentar todas as boas propriedades para a combustão: índice de cetano, viscosidade e poder calorífico; o que é conseguido com os óleos vegetais além, é claro, do próprio óleo Diesel.

Experimentações conduzidas no sentido da substituição de óleo Diesel |3| mostram que até o teor de 5% é absolutamente viável, podendo também ser utilizado em teores pouco superiores a esse. Contudo, outros pesquisadores |4| desaconselham a substituição integral por óleo vegetal face à intensa formação de depósitos.

Baixa volatilidade é excessiva viscosidade dificultam o aproveitamento dos óleos vegetais "in natura"; somando-se ao imprescindível, pré-aquecimento, a oxidação por queima incompleta e outro fator negativo, pois facilita a formação de depósitos e lacas, complicando o débito de óleo injetado e promovendo a queda das propriedades do lubrificante.

A utilização de óleos vegetais transesterificados é justificavel, graças às características que possui, podendo ser empregado só, ou em misturas com o óleo Diesel; de uma forma geral tais ésteres assemelham-se a este, como pode ser visto pelos valores mostrados na Tabela 1, |5|.

Tabela 1 - Propriedades de óleos combustíveis

	ESTER DE SOJA	ÓLEO DIESEL
VISCOSIDADE (cSt)	3,3 - 4,7	1,6 - 6,0
DENSIDADE (25°C) (g/cm^3)	0,877	0,827
PONTO DE FULGOR (°C)	180 - 200	60
PODER CALORÍFICO INFERIOR (kJ/kg)	37380	42800
ÍNDICE DE CETANO	46,7	45

A reação de transesterificação torna a molécula do óleo vegetal muito semelhante à do óleo Diesel, embora contendo oxigênio. Quanto à compatibilidade com materiais plásticos e metálicos e com borrachas a atuação do ester é comparável à do óleo Diesel |5|.

Estudos desenvolvidos objetivando a determinação da razão de liberação de calor na câmara de combustão, a partir de modêlo termodinâmico, destacam conclusões importantes para o esclarecimento acerca da inflamação de combustíveis alternativos para motores Diesel, caso específico dos óleos de soja e de babaçu, transesterificados |6|. Demonstrou-se que o éster etílico de óleo de babaçu é superior quanto à eficiência de queima, como se infere do menor tempo para a sua efetivação, sem terem sido, maiores as taxas de elevação de pressão durante as experimentações; mesmo levando-se em conta a diferença entre os calores de combustão e a não correção dos débitos da bomba injetora ao se efetuar a comutação dos combustíveis. O atraso de ignição do éster de soja é menor que o do óleo Diesel apresentando, contudo, menor razão de liberação de calor e de elevação de pressão (combustão menos áspera), o que implica em tempo maior para a conclusão da queima, principalmente em cargas baixas.

No atinente a efeitos secundários os ésteres de oleos vegetais provocam acentuada formação de depósitos nos bicos injetores e nas canaletas dos anéis,e lacas nos êmbolos, promovendo alguma degradação do óleo lubrificante |7|. O problema reside na diluição gradual do lubrificante pelas frações não queimadas do combustível e no aumento contínuo de insolúveis, originados de resíduos pastosos, em ambos os casos ocorrendo alteração na qualidade do lubrificante, como a de dispersância.

A miscibilidade em etanol, anidro ou hidratado, e em óleo Diesel é total, segundo um dos fabricantes nacionais; outro produtor, contudo, informar se ela da ordem de 50%. O éster que está sendo empregado nos ensaios da EESC apresenta diluição plena.

EXPERIMENTAÇÕES NA EESC-USP

Além dos desenvolvimentos relacionados com a substituição de gasolina por etanol, o Laboratório de Termodinâmica vem trabalhando no sentido da comutação de combustíveis não convencionais de motores de ciclo Diesel, com referência especial ao de pré-câmara Kombi-Diesel (Passat-Diesel) |8|.

Num desses trabalhos foram utilizados dois destes motores, e inúmeros ensaios completados, após a inserção do sistema de inflamação elétrica, objetivando a definição ótima de posicionamento das velas, abertura dos eletrodos, pressão de injeção, dosagem de combustível e localização da centelha no ciclo. Tais modificações foram precedidas de amplo estudo teórico sobre a formação e queima das misturas, tendo como meta a adequação melhor possível do combustível injetado — etanol — em ciclo Diesel, e deflagração de queima por centelha.

Dos resultados obtidos conclui-se que o sistema elétrico ideal deveria propiciar o salto de mais que uma centelha para superar a qualidade da mistura não homogênea neste tipo de ciclo motor; dessa forma, os estreitos limites para o centelhamento seriam ampliados favorecendo, certamente, o desempenho.

OBSERVAÇÕES FINAIS

A abordagem de desenvolvimento, concernentes à linha de combustíveis alternativos contínua, na EESC-USP, através de conversões de motores do ciclo Diesel para o Otto, visando o uso do etanol e do biogás; no levantamento do desempenho de motores de ignição por compressão utilizando etanol com aditivo defragrador de combustão; presentemente, com o início de ensaios em motor de antecâmara de combustão, Passat-Diesel, utilizando etanol e esteres de óleos vegetais em misturas com o óleo Diesel, inclusive com a variante de indução do combustível alternativo na linha de alta pressão da bomba injetora.

A Figura 1, mostra as curvas obtidas em plena carga com óleo Diesel e de soja transesterificado, tendo o mesmo avanço de injeção e os demais características técnicas do motor original. Por isto, e devido às diferentes densidades, verifica-se aumento no consumo com éster.

Estes e outros resultados em obtenção nos experimentos processados na EESC-USP não apenas confirmam a viabilidade de substituição do óleo Diesel por ésteres de vegetais; como também a da comutação por emulsões entre eles e com o álcool etílico. As discrepâncias no confronto com o óleo Diesel tendem a diminuir com os ajustes de débito, taxa de compressão e avanço da injeção.

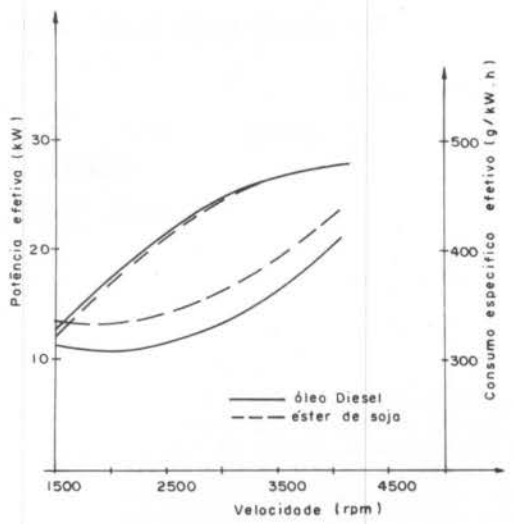


Figura 1 - Curvas de desempenho.

AGRADECIMENTO

Os autores agradecem ao CNPq e à FAPESP pela colaboração prestada nas pesquisas que se desenvolvem no Laboratório de Termodinâmica da EESC - USP.

REFERÊNCIAS

|1| OBERT, E.F., Motores de combustão interna. Ed. Globo, RS (1971).

|2| TAYLOR, C.F., Análise dos motores de combustão interna, Vol. 1 e 2. Ed. USP, SP (1976).

|3| FERNANDES, F.R. et alii, Utilização de óleos vegetais "in natura" adicionados ao óleo Diesel em motores de ciclo Diesel de injeção direta. Anais II SIMEA, Brasília (1985).

|4| FALCON, A.M. et alii, Utilização de alternativas de combustíveis à base de óleos vegetais em motores Diesel de injeção direta e indireta. Anais II SIMEA, Brasília (1985).

|5| MIC/STI, Óleos vegetais — experiência de uso automotivo desenvolvida pelo programa OVEG I. MIC/STI, Brasília (1985).

|6| NIGRO, F.E.B. and TRIELLI, M.A., Determinação da razão de liberação de calor durante a combustão de ésteres de óleos vegetais em motores Diesel. Anais I SIMEA, Brasília (1983).

|7| STIVI, J. et alii, Lubrificantes para motores ciclo Diesel operando com ésteres de óleos vegetais. Anais I SIMEA, Brasília (1983).

|8| CARDOSO, S., Análise do desempenho de motores com injeção, assistidos por centelha, Tese de Doutoramento, EESC - USP (1984).

ABSTRACT

Starting with the physical and chemical data from ethyl alcohol and other fuels, we search directions to substitute, total por partially, the Diesel fuel in compression ignition engines.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ABCM
ABCM ABEnS

FERMENTAÇÃO ANAERÓBICA DO ESTERCO BOVINO DENTRO DA FAIXA DE TEMPERATURAS MESOFÍLICA E TERMOFÍLICA

PUC/RJ

DUÍLIO VENANZI
TSUNEHARU KANESHIRO

Departamento de Engenharia Mecânica, EESC - USP

RESUMO

Para avaliar o efeito da temperatura na produção e no tempo de retenção do gás de fermentação de esterco bovino foram instalados digestores à batelada, com volume útil de 500 ml. O experimento foi conduzido mantendo os reatores em temperaturas constantes de 37ºC (mesofílica) e 55ºC (termofílica) e a um dos grupos de digestores não se forneceu calor externo, ficando sujeito às variações da temperatura ambiente. As medidas de produção de gás foram feitas diariamente.

INTRODUÇÃO

A importância da digestão anaeróbica dos resíduos orgânicos, tanto urbanos como rurais, reside no fato de ser relacionada a uma fonte de energia alternativa, renovável, em processo redutor de poluentes, sendo a matéria orgânica degradada, a energia do substrato recuperada sob a forma de gás metano e o material fermentado podendo ser aproveitado como adubo orgânico, isento de bactérias patogênicas, ou como elemento para nutrição animal, SASSON |1|.

Pela maior quantidade e pelos problemas de poluição ambiental, a digestão anaeróbica dos resíduos urbanos tem recebido maior atenção por parte dos pesquisadores em países com tecnologia mais desenvolvida. BOYLE |2|, calculou, em 1.980, que a energia contida nestes materiais, baseado numa produção per capita de 4,33 lb/ /dia, nas áreas de maior densidade demográfica dos Estados Unidos — estimada em 152 milhões de pessoas — equivaleria a 1% de toda a consumida nesse ano.

Para que essa recuperação, se torne economicamente competitiva com outras formas de energia, e verificando-se em maior escala, há necessidade da determinação de parâmetros que ainda não estão muito esclarecido, OSTROVSKI |3|, permitindo a exploração comercial por meio de empresas privadas, comercialmente, BOYLE |2|, DANESE |4|.

Dentre os fatores que podem tornar o processo mais eficiente, a temperatura tem uma importância bastante acentuada, em função da sua influência na velocidade das reações bioquímicas. A temperatura de operação dos biodigestores é uma diretriz usada pelos bacteriologistas para classificar os digestores como sendo mesofílicos ou termofílicos. O limite exato entre as faixas dos dois tipos é polêmico. HILL e SCROEFER |5|, em laboratório, analisaram a produção de gás, iniciando o processo em 35ºC e aumentando gradativamente a temperatura, em incrementos diários, até 55ºC concluindo que o limite superior da faixa mesofílica é 42ºC quando o desenvolvimento das bactérias é inibido, ocorrendo uma descontinuidade na produção de gás.

HIRATA |6|, cita a faixa mesofílica entre 25 e 40ºC, com um valor ótimo em torno de 35ºC e a faixa termofílica entre 55 e 65ºC, com um valor ótimo entre 55 e 60ºC.

A produção de metano a partir do esterco bovino, ou outros resíduos animais, em geral é efetuada, na faixa mesofílica. Pouco trabalhos existem para determinar a temperatura termofílica ótima citada por VAREL |7| . Em alguns digestores, condições termofílicas podem existir por um período de tempo pequeno, em regiões onde a temperatura ambiente é elevada, HILL & SCROEDER |6|.

Neste contexto a energia consumida para manter os reatores em temperaturas constantes dentro da faixa termofílica é menor e, então, deve-se analisar este pormenor quando na instalação de unidades de produção de biogás.

VAREL |7|, obteve, em laboratório, uma produção de 4,5 litros de gás por dia, por litro de reator, a partir de esterco bovino, em 3 dias de retenção e concentração de sólidos voláteis de 8% e temperatura de 60ºC. Esta produção nunca tinha sido observada até então. HASHIMOTO |5|, mais tarde obteve uma produtividade de maior de 6,11 metros cubicos de gás por metro cúbico de digestor por dia em 4 dias de retenção a 55ºC. Em Israel, o Kibbutz Industries Association (KIA), interessou-se pela produção de biogás e desenvolveu investigações fundamentais sobre o processo, optando por operar na temperatura de 55ºC, onde a produção oscilava entre 4 e 6,5 metros cubicos de gás por metro cúbico de digestor por dia, SASSON |1|.

Pretende-se, com este trabalho, obter informações sobre o efeito da temperatura na produção do biogás e no tempo de retenção, visando fornecer subsídios a estudos posteriores, para que os novos biodigestores tenham incorporado em seus sintemas unidades de fornecimento de calor externo, mantendo a temperatura do substrato constante, ponto termofílico ótimo de tal forma que a maior produção de gás compense a energia gasta no aquecimento.

MATERIAL E MÉTODO

O experimento, visando avaliar o efeito das temperaturas mesofílica e termofílica na produção de gás, foi conduzido em digestores de vidro de 750 ml de volume, à batelada, em condições anaeróbicas, onde a perfeita vedação foi obtida usando rolhas de borracha e a conexão com o gasômetro, também de vidro, com tubos flexiveis, medindo-se o gás diariamente através do deslocamento de coluna de água, mantida a uma pressão máxima de 15 centímetros, na montagem especialmente preparada para os experimentos. Quando a pressão atingia valores proximos a este máximo, colocava-se novamente água no elemento regulador de pressão.

Uma amostra do material utilizado foi analisada no Laboratório de Química da IFQSC - USP, determinando-se a umidade, sólidos totais e sólidos voláteis nos seguintes porcentuais: 85,4, 14,6 e 13,4 respectivamente.

Para a manutenção dos reatores em 37ºC e 55ºC, eles foram imersos em banho de água, controlados para essas temperaturas através de variadores de resistência elétrica. Por precaução, foram instalados termôme tros em cada banho e diàriamente monitorados para detectar eventuais problemas.

Optou-se pela diluição de 1:1 pois segundo PRAKASAN et allii |8| é a que apresenta melhor eficiência de produção de gás. A mistura foi feita com a diluição de 250 gramas de esterco em 250 mℓ de água. Isto corrigiu a concentração de sólidos para 7,2% e, de acordo com MEYNEL, citado por PRAKASAN et allii |8|, ficando entre 7 a 8% de sólidos voláteis, condição ideal para fermentação. Esta foi a mistura usada em todos os reatores, aos quais juntaram-se 100 mℓ de inóculo.

Amostras semanais de gás foram analisadas no IFQSC-USP.

RESULTADO E DISCUSSÃO

Nos reatores mantidos em 55ºC, observou-se uma produção intensa de bolhas que arrastavam para a superfície partículas sólidas, ficando o substrato dividido em duas fases bem distintas: apenas líquido na parte inferior e sólidosna superior, ocupando totalmente o volume da câmara de fermentação. Isto provocou entupimento no tubo de saída de gás e, por vêzes, a pressão interna aumentava suficientemente para fazer saltar a rolha de vedação. Uma solução viável para evitar este inconveniente é inserir nos biodigestores, quando operados na faixa termofílica, um sistema de agitação interna, cuja configuração geométrica, método de agitação e número de vêzes que deve operar são parâmetros a serem definidos pela experimentação. No presente estudo, após a formação das fases, a mistura era novamente diluída agitando-se manualmente o digestor, processo não conveniente já que a mistura não se homogeneizava.

A Figura 1 mostra a produção acumulada em 30 dias de retenção, com valores de 8.305 mℓ, para 37ºC, 7.815 mℓ para 55ºC e 3.300 mℓ para os digestores mantidos na temperatura ambiente. Nota-se a menor produção total de gás em 55ºC. Isto se deve ao fato que o período de tempo econômico, onde a produção é máxima,acontece nos 15 primeiros dias, tornando-se, a partir deste ponto, antieconômica a manutenção do substrato em fermentação nesta temperatura, como pode ser observado na Figura 2.

Houve problema de aclimatação das bactérias quando partindo de inóculo a 29ºC. Enquanto a produção foi crescente em 37ºC e na temperatura ambiente, à 55ºC a produção foi decrescente chegando a zero no sétimo dia, indicando paralização no desenvolvimento das bactérias. A partir desta data a produção voltou a crescer lentamente, chegando a um valor ótimo após oito dias do ponto inicial. Isto mostra que as bactérias, mesmo sofrendo um choque térmico, têm capacidade de se aclimatar às novas condições e, a seguir, desenvolverem-se gerando uma cultura em condições ótimas de proceder à fermentação.

Os valores colocados nas Figuras 1 e 2, do gás produzido em 55ºC, foram obtidos repetindo o experimento e utilizando como inóculo material já fermentado nesta temperatura; o estêrco fresco, depois de diluido, sofreu aquecimento até atingir 55ºC, quando se adicionou inóculo. A Figura 2 mostra a produção diária dos três tratamentos, onde podem ser avaliados os tempos de retenção economicamente viáveis para a fermentação.

A qualidade do gás, pelo resultado das análises, não foi afetada pela temperatura, oscilando em torno de 54% de metano. Nos primeiros dias, a qualidade do gás era pobre, fase considerada de maturação.

A temperatura ambiente, com leituras às 7,00 horas e às 14,00 horas, apresentou um máximo de 25ºC e um mínimo de 14ºC no período dos ensaios. Essa diferença máxima de 11ºC e a não constância da temperatura pode ter sido causa da baixa produção de gás, o que mostra a sensibilidade das bactérias às variações de temperatura e a consequente redução na produção de gás.

Com o aumento da temperatura houve uma maior produção de gás. Porém, o manejo operacional nos reatores a 55ºC apresentou um grau de dificuldade maior, o que sugere nova geometria nos digestores e/ou incorporação de sistema de agitação da mistura.

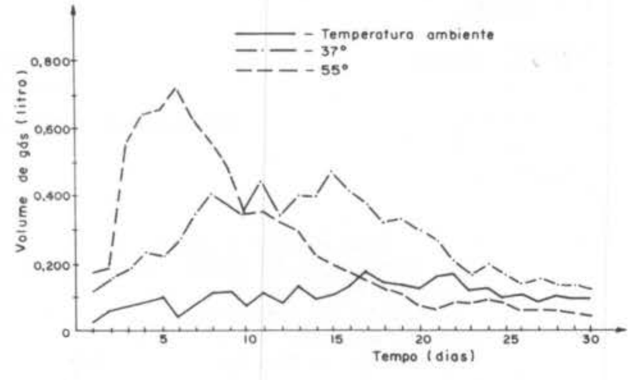


Figura 1

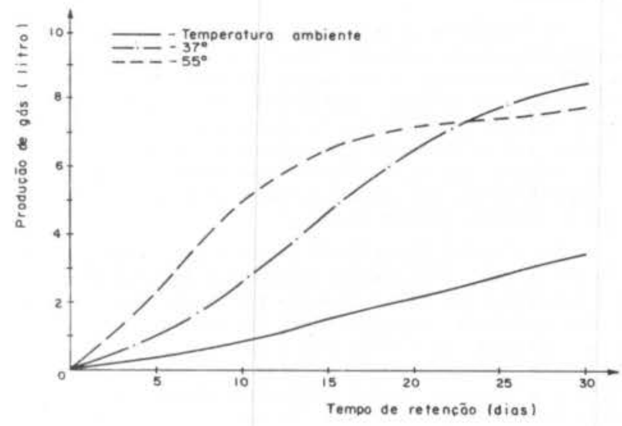


Figura 2

CONCLUSÕES

Analisando os resultados obtidos na digestão anaeróbica do estêrco bovino, os autores destacam as seguintes conclusões:

- Entre os parâmetros que influenciam a fermentação a temperatura oferece condições potenciais para acelerar o processo de conversão anaeróbica da matéria orgânica;

- mesmo operando os biodigestores na faixa mesofílica é recomendável que haja fornecimento de calor externo para manter constante a temperatura do substrato, criando um ambiente mais favorável ao desenvolvimento das bactérias;

- houve maior dificuldade operacional em 55ºC,devido ao arrasto de material sólido pelas bolhas e consequente formação de fases;nesta temperatura é imprescindível o uso de agitadores;

- o período de retenção ótimo, a 55ºC, é de 15 dias; a partir desta temperatura torna-se antieconômica a fermentação pois a produção cai acentuadamente;

- não foi observada influência da temperatura na qualidade do gás;

- as bactérias fermentadoras do estêrco bovino têm capacidade de se aclimatar, sem maiores di-

- ficuldades, às diferentes temperaturas do substrato; as variações de temperatura não devem ser, porém, bruscas, devendo-se mantê-la constante durante um certo tempo, após cada incremento.

REFERÊNCIAS

|1| SASSON, A. Las Biotecnologias: Desafios y Promesas, Sextante 02, UNESCO, p. 231-255, 1984.

|2| BOYLE, W.C. Energy Recovery from Sanitary Landfills. A Review. In: Microbial Energy Conversion. The proceeding of a seminar sponsered by the U.N. Institute and Research (UNITAR), GÖTTINGEN UNIVERSITY, p. 107-117, 1976.

|3| OSTROVSKI, C.M. Novas Tecnologias em Biodigestores. Energia: Fontes Alternativas, V.3, nº 13, p. 33-38, 1981.

|4| DANESE, M. Utilização do Biogas. Energia: Fontes Alternativas, V.3, nº 15, p. 14-19, 1981.

|5| HILL, D.J.; SCHROEDER, E.D. The Methane Fermentation Between Mesophilic and Thermophilic Temperature Ranges. Water and Waste Eng 6, 7, 46, 1969.

|6| HIRATA, Y.S. Influência da Temperatura sobre a Digestão Anaeróbica. I Reunião sôbre a Influência da Temperatura na Digestão Anaeróbica. Santa Maria R. S. MA/EMBRATER. Coletânea de Resumos, p. 49 - 51 , 1983.

|7| VAREL, V.H.; BRYANT, M.P.; FROBISH, R.A.;ISAACSON, H.R. Biological Potencial of Thermophilic Methano Genesis From Cattle Waste. Microbial Energy Conversion. The Proceeding of Seminar Sponsered by the U.N. Institute and Research (UNITAR), GÖTTINGEN UNIVERSITY, p. 347-359, 1976.

|8| PRAKASAN, K.; GNANAYATHY, p.; NETO, P.A.; FILHO,J. V.C.R. Efeitos das Fibras e da Diluição do Esterco Bovino na Produção e Qualidade do Biogás. Engenharia Agricola, V.5, nº 1, p. 13-18, 1981.

ABSTRACT

To evaluate the temperature effect in the production and in the retention time of the fermentation gas for dung of cattle, were instaled several digestors with a working volume of 500 ml. The research was carried out keeping the reactor at a constant temperature of 37°C (mesophilic) and 55°C (thermophilic) and for one of the digestors no external heat was provide being only subjected to the temperature variations of the environment. The gas production measurements were made dayly.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

CONSTRUÇÃO E AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE UM COMPRESSOR ROTATIVO DE DESLOCAMENTO POSITIVO

ABCM

ABCM ABEnS

ANTONIO FILIPE FALCÃO DE MONTALVÃO
ALCIR DE FARO ORLANDO
MAURÍCIO NOGUEIRA FROTA

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

PUC/RJ

RESUMO

O presente trabalho trata da análise e determinação experimental dos parâmetros de um compressor rotativo de deslocamento positivo, parte de um motor de refrigeração em desenvolvimento que opera segundo o ciclo Brayton invertido. Foram medidos parâmetros tais como potências de eixo, teórica e real, eficiências mecânica, isentrópica e volumétrica, para diferentes condições de rotação e operação do compressor. Uma análise da 2ª lei da termodinâmica mostrou que a maior parte do calor gerado por atrito é transferido ao óleo de lubrificação e ao meio ambiente. Finalmente é feita uma análise crítica do desempenho do compressor e analisadas as diretrizes para a otimização do projeto.

INTRODUÇÃO

Máquinas de refrigeração que operam com o ar como fluido de trabalho tem a vantagem de apresentarem uma eficiência mais elevada, em baixas temperaturas, do que as convencionais de compressão de vapor, pois eliminam um estágio de transferência de calor no evaporador. Este normalmente conduz a formação de gelo, o que provoca um aumento da resistência térmica no evaporador. Assim, para uma mesma temperatura a ser mantida na câmara frigorífica, e para uma mesma transferência de calor, a temperatura do fluido de trabalho no evaporador deve ser mais baixa, resultando num menor coeficiente de desempenho do sistema.

Máquinas que operam segundo o ciclo Brayton invertido são potencialmente interessantes pelos elevados coeficientes de desempenho que teoricamente podem ser obtidos. São entretanto muito sensíveis às ineficiências dos componentes, resultando numa eficiência real um pouco baixa. Estudos preliminares de simulação indicam que valores de eficiências do compressor e do expansor de pelo menos 85% são necessários para que se consiga uma eficiência compatível com os valores normalmente apresentados por outras máquinas comerciais. Estes valores podem ser conseguidos mais facilmente com compressores e expansores de deslocamento positivo. Estes estão sendo desenvolvidos neste projeto, que objetiva a avaliação de desempenho, juntamente com a otimização dos mesmos para operação acoplada no sistema de refrigeração.

A Figura 1 apresenta num diagrama T-s(temperatura entropia) a evolução do ciclo Brayton invertido. O ar é admitido a máquina no estado 1 e comprimido até o estado 2. Sofre então um resfriamento externo até aproximadamente a temperatura ambiente, 3. O ar é então expandido pela máquina até o estado 4, de entrada no ambiente refrigerado. Pode-se observar que para maior coeficiente de desempenho do sistema, os estados 2' e 4' devem estar o mais próximo possível de 2 e 4 respectivamente, o que caracterizaria processos isentrópicos.

Uma máquina foi construida e avaliada conduzindo a algumas conclusões:

— A pressão alcançada pelo compressor projetado e construido aumenta com a rotação do mesmo, atingindo uma taxa elevada acima de 1800 rpm e um máximo de 1,6 bar.

— Uma variação negativa de entropia entre a saída e a entrada do compressor mostra que duas podem ser as causas desta aparente incongruência (segundo a 2ª lei da termodinâmica): transferência de calor entre o compressor e o expansor, e vazamento de ar do compressor.

— Medidas de vazamento de ar do compressor, obtidas pela diferença entre a vazão entre a saída e a entrada do mesmo, mostram que em rotações em torno de 2000 rpm, valores muito pequenos podem ser encontrados, provando que a transferência de calor entre os dois componentes é um importante fator.

— Medidas da eficiência volumétrica do compressor indicam um máximo valor de cerca de 79% para uma rotação de 1500 rpm, ponto ótimo de operação para este compressor projetado.

— Medidas de desempenho realizadas mostram que o expansor começa a operar num nível de pressão acima de 2 bar. Isto indica que os projetos não são adequados e que o sistema como um todo não funcionará realmente quando do compressor e expansor estiverem acoplados. Isto foi verificado experimentalmente.

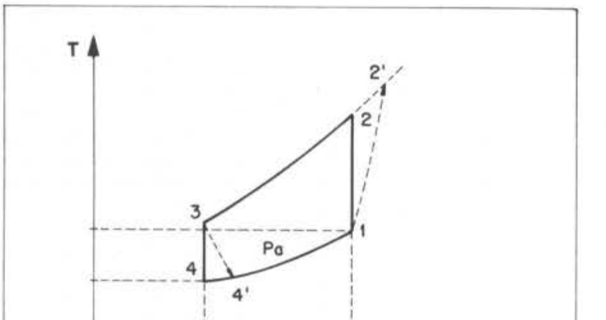


Figura 1. Diagrama T-s do ciclo

Tendo em vista um projeto ótimo do sistema de refrigeração foi decidido investigar com detalhes o funcionamento do compressor. A Figura 2 apresenta um diagrama de seção transversal do compressor. Este é constituido de um cilindro central fixo, onde se situa a válvula de escapamento, e por duas partes móveis que completam o sistema de compressão. Envolvendo estes componentes pode-se observar a carcaça, onde se situa a válvula de admissão. A cada rotação o sistema executa duas compressões, onde o volume inicial V_e corresponde a $V'+V''= 327cm^3$ e o volume final a $V_s = 108cm^3$, obtido pelo deslizamento das mesmas partes. A admissão do ar é feita por (A) e o escapamento por (B).

O objetivo do presente projeto é determinar as características de desempenho do compressor e utilizá-las no projeto de um sistema otimizado de refrigeração operando segundo o ciclo Brayton invertido.

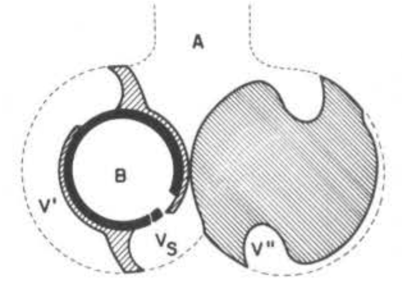


Figura 2. Desenho esquemático da seção transversal do compressor

ANÁLISE TEÓRICA DO SISTEMA

A Figura 3 descreve o volume de controle em torno do compressor, utilizado para dedução das fórmulas para sua avaliação. A convenção utilizada segue (1).

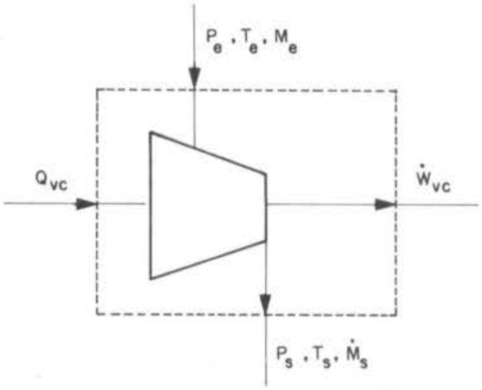


Figura 3. Definição do volume de controle para o compressor

Considerando um regime "quase permanente", adiabático e desprezando as variações de energia cinética e potencial, pode-se escrever para a potência do compressor ($\dot{W}_{vc}$).

$$\dot{W}_{vc} = \dot{m}\ (h_e - h_s) \tag{1}$$

Considerando o ar como um gás perfeito, pode-se escrever a potencial real ($\dot{W}_r$) fornecida ao sistema

$$\dot{W}_r = \dot{m}\ c_p\ (T_e - T_s) \tag{2}$$

A potência teórica ($\dot{W}_T$) pode ser calculada considerando o processo adiabático reversível, ou seja isentrópico. Nestas condições a temperatura de saída do compressor é denotada por T_{ST}, podendo-se escrever o seguinte

$$T_{ST} = T_e \left(\frac{P_s}{P_e}\right)^{\frac{k-1}{k}} \tag{3}$$

e

$$\dot{W}_T = \dot{m}\ c_p\ T_e \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_e}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] \tag{4}$$

A potência de eixo ($\dot{W}_E$), pode ser escrita como função do torque (TOR) e da rotação (RPM), utilizando-se a convenção da 1ª lei da termodinâmica

$$\dot{W}_E = -\ \mathrm{TOR.RPM} \tag{5}$$

A eficiência isentrópica do sistema (η_T) pode ser escrita como

$$\eta_T = \dot{W}_T / \dot{W}_r \tag{6}$$

A eficiência mecânica (η_M) pode ser escrita como

$$\eta_M = \dot{W}_r / \dot{W}_E \tag{7}$$

A eficiência global (η_G) pode ser expressa por

$$\eta_G = \eta_T . \eta_M = \dot{W}_T / \dot{W}_E \tag{8}$$

Houve necessidade de se usar a 2ª lei de termodinâmica para se analisar o processo de compressor.

Definindo-se a irreversibilidade ($\dot{I}$) como a diferença entre a potência reversível, $\dot{W}_{rev}$ e a potência real $\dot{W}_{vc}$ (1), supondo-se um regime permanente e adiabático.

$$\dot{I} = \dot{m}\ T_o\ (s_s - s_e) \tag{9}$$

onde T_o é a temperatura ambiente, absoluta.

A diferença de entropia pode ser expressa como

$$s_s - s_e = c_p . \ln\left(\frac{T_s}{T_e}\right) - R\ \ln\left(\frac{P_s}{P_e}\right) \tag{10}$$

onde R é a constante do gás.

Com estas expressões, o processo de compressão foi analisado.

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Todas as incertezas referem-se ao nível de confiabilidade de 95,4%, ou seja, 2 vezes o desvio padrão, calculados pela metodologia de Kline & Mcklintoch [2].

Medida de temperatura. Foram utilizados termopares do tipo T, cobre-constantan, aferidos contra um termômetro de platina padrão, com uma incerteza de ±0,1 °C.

Quatro termopares foram utilizados: dois para a temperatura do ar nos despositivos de medida de vazão, um para a entrada e outro para a saída do compressor. Considerou-se que devido a mistura do ar nos pontos de medida, os valores obtidos referiam-se com boa aproximação às temperaturas de mistura. Mais ainda, como o sistema opera com cerca de 500 a 1000 compressões por minuto, a tubulação de saída do compressor continha ar na temperatura de final do ciclo de compressão. Os pontos mortos de ciclo, portanto, pouco influenciam na medida da temperatura de saída, devido a inércia térmica do gás e do termopar. Considerou-se a incerteza global de medida de temperatura em ±0,2 °C.

Medida de vazão. Foram utilizados dois medidores de vazão do tipo bocal, construídos segundo as normas ASME, e projetados para uma faixa de 50 a 500 litros por minuto. Eles foram utilizados para a medida de vazão de entrada e de saída do compressor e portanto para medir o vazamento. A incerteza da medida foi estimada em ±2%.

Medida de pressão. Foram medidas as pressões na entrada e na saída do compressor por intermédio de dois medidores diferenciais: uma coluna de mercúrio até um diferencial de 0,1 kgf/cm² (0,1 bar) e um medidor tipo Bourdon acima destes valores. Este foi aferido contra um padrão, com uma incerteza de ±0,05 kgf/cm² (0,5 bar).

Durante o processo de medida observou-se uma flutuação de ±0,05 kgf/cm² (0,05 bar) devido as condições do regime não permanente vigentes. Foram feitas quatro medidas para cada ponto experimental, como o intuito de se reduzir a incerteza da medida. Levando-se em consideração a incerteza da aferição, considerou-se a incerteza de medida de pressão em ±0,07 kgf/cm² (0,07 bar).

Medida de rotação. Foi utilizada uma lâmpada estroboscópica, previamente aferida contra duas máquinas síncronas de rotação constante, com a frequência da rede controlada. A incerteza foi estimada ±20 rpm.

Medida de torque. Foi feita através da leitura da corrente de cada fase do motor elétrico acionador do compressor. O torque foi medido, durante a aferição por intermédio de um freio Prony, cuja força de equilíbrio foi medida com uma balança com resolução de 0,01 kg. A corrente elétrica representativa foi calculada pela média aritmética dos valores de cada fase, resultando numa incerteza combinada de ±0,2 A. Estima-se a incerteza de medida do torque em ±0,7 N.m para as rotações de 500, 600, 700 e 800 rpm com uma curva de calibração que independe da rotação.

Medida de vazamento. A incerteza foi estimada em ±6,5%.

Medida de potência real. A incerteza foi estimada em ±0,014 kw.

Medida da potência de eixo. A incerteza foi estimada em ±0,073 kw.

Medida de eficiência volumétrica. A incerteza foi estimada em ±4,5 pontos percentuais, cujos valores de eficiência volumétrica são expressos numa escala de 0 a 100%.

Medida da eficiência isentrópica. A incerteza foi estimada em ±8,7 pontos percentuais, como acima.

Medida da eficiência mecânica. A incerteza foi estimada em ±4,1% pontos percentuais, como acima.

Medida da eficiência global. A incerteza foi estimada em ±4,0 pontos percentuais, como acima.

Medida da irreversibilidade. A incerteza foi estimada em ±8,0 W.

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A seguir são apresentados os resultados gerais obtidos.

Pressão. Com a pressão de entrada do compressor próxima da atmosfera, pode-se observar que o aumento de rotação do compressor provoca um aumento da pressão de saída. A relação entre as pressões de entrada e saída variou de 1 a 2. Valores diferentes de pressão e vazão foram obtidos estrangulando-se uma válvula na saída do compressor.

Temperatura. Durante a tomada de medidas houve uma certa dificuldade na estabilização das condições de operação do equipamento, devido a geração de calor provocada pelo grande atrito entre as partes da máquina. Para minimização dos efeitos de inércia térmica decidiu-se tomar as medidas quando a taxa de variação fosse pequena. O critério foi validado pela baixa incerteza de medida conseguida para os parâmetros principais. Para temperaturas de entrada na faixa de 26 a 35 °C, foram obtidos valores de saída na faixa de 34 a 114 °C.

Vazão. Valores máximos de vazão 0,0055 kg/s foram conseguidos.

Notou-se desde o início da construção do compressor, que valores diferentes de vazão de entrada e saída indicavam vazamentos que variavam com pressão e rotação. Em alguns casos de baixas relações de pressão foi observado um fenômeno inverso, isto é, aumento de vazão.

Considerou-se que, para efeito de cálculo, para uma vazão de entrada menor que a saída, o ar entrava no volume de controle nas mesmas condições ambientes de pressão e temperatura. Quando a vazão de saída era menor, considerou-se para os mesmos fins que o ar deixava o volume de controle nas condições de saída do compressor pois concluiu-se que o vazamento se verificava após a válvula de escapamento do compressor.

Assim, considerou-se que a vazão de ar que atravessa a máquina é sempre a maior das duas medidas. O vazamento é portanto definido como a diferença entre as mesmas vazões.

A figura 4 apresenta a variação do vazamento com rotação e relação de pressões. Quando estes últimos valores são baixos, observa-se que o vazamento é negativo, isto é o ar entra na máquina. Quando a válvula de saída é totalmente estrangulada e a relação de pressões é máxima, o vazamento também é máximo (100%).

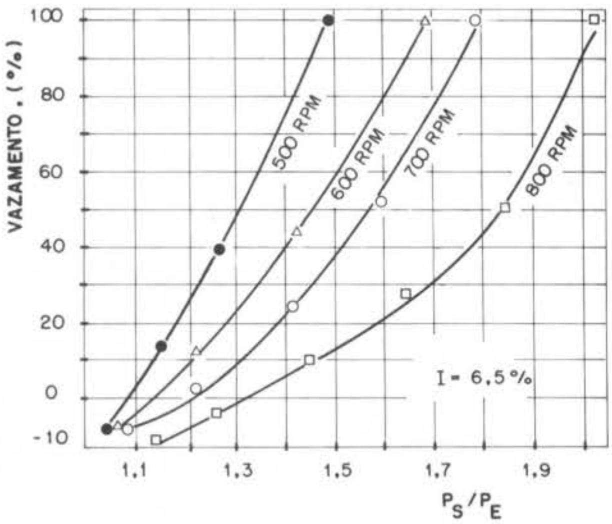


Figura 4. Variação do vazamento com a relação de pressões a rotação constante

Potência. Foram medidas a potência de eixo e a potência entregue ao ar, denominada de potência real. Esta última é definida como a potência entregue ao ar.

Observa-se que devido ao atrito, a potência de eixo é bem maior do que a potência entregue ao ar. Na realidade pode-se demonstrar experimentalmente que um aumento da folga entre os componentes resulta em menor potência de eixo necessária. Entretanto, a relação máxima de pressões também é reduzida, exigindo elevadas rotações para se alcançar um dado valor. A escolha do ponto ótimo de operação é o problema crítico de projeto econômico.

Eficiência volumétrica. Foram obtidos valores da eficiência volumétrica como função da relação de pressões variando de cerca de 64% a 30%. Pode-se notar que a rotação praticamente não influi nesta relação e que maiores valores de eficiência volumétrica são conseguidos para menores relações de pressão. Compressores comerciais apresentam valores de eficiência na faixa de 75 a 85%, comparados com o valor máximo de 64% encontrado.

Eficiências isentrópica, mecânica e global. Dentro das incertezas experimentais não foi possível diferenciar curvas para diferentes rotações. Valores maiores de relação de pressões resultam em maiores valores de eficiência isentrópica (82% máximo) compatíveis com os encontrados para compressores comerciais.

Deve-se entretanto dizer que a definição de eficiência isentrópica admite que a transferência de calor seja desprezível. Assim, esta análise compara resultados reais obtidos com os termos calculados a partir de hipóteses de isentropicidade, sendo difícil avaliar o calor transferido neste processo real. Rigorosamente, portanto, os valores apresentados de eficiência isentrópica correspondem a valores aparentes deste parâmetro. Este trabalho demonstra adiante, que a transferência de calor do compressor é realmente desprezível.

A figura 5 apresenta valores medidos de eficiência isentrópica e de eficiência mecânica. Pode-se também observar que a rotação não influi nestes parâmetros.

A eficiência mecânica passa por um valor máximo para uma relação de pressões em torno de 1,4 - 1,5, correspondente a uma eficiência isentrópica de cerca de 70% e eficiência volumétrica em torno de 40%. Isto mostra que o compressor apresenta um atrito grande entre as partes, o que resulta em baixas eficiência mecânicas.

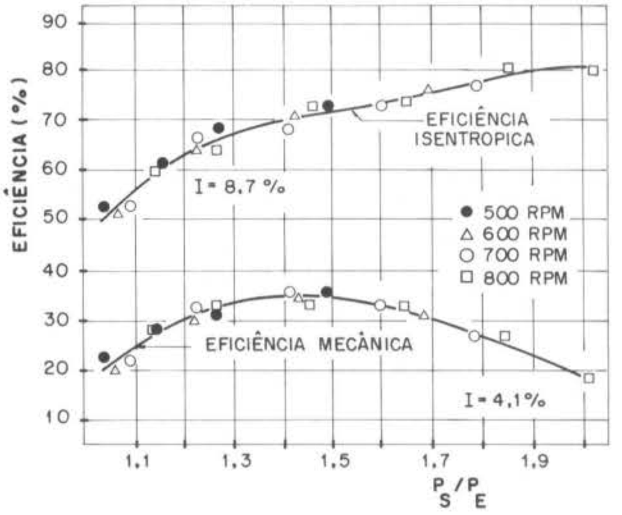


Figura 5. Curvas de variação de eficiência isentrópica e eficiência mecânica com relação de pressões

O ponto ótimo de operação é mostrado na figura 6 através de valores da eficiência global, cujo valor máximo obtido se situa em torno de 25%, bem abaixo do valor de 85% necessário para viabilização econômica da máquina num motor de refrigeração que utiliza o ciclo Bayton invertido.

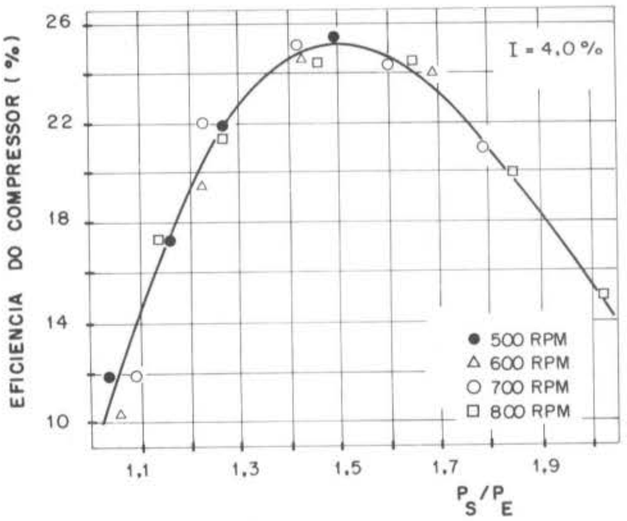


Figura 6. Eficiência global do compressor

Uma análise da 2ª lei termodinâmica conduziu a conclusões importantes sobre a natureza dos processos térmicos do compressor. Como o atrito é grande (indicado pela baixa eficiência mecânica) e a temperatura da carcaça do compressor é elevada, supôs-se a princípio que o calor fosse transferido da mesma para o ar em seu interior.

Considerando-se o processo de compressão adiabático, calculou-se sua irreversibilidade a medida que o ar passa pelo compressor.

Observou-se que para uma relação de pressão correspondente ao valor máximo da eficiência global, a irreversibilidade é apenas 14,5% do calor dissipado por atrito, calculado como a diferença entre a potência de eixo e a potência real.

Chega-se portanto à conclusão que a maior parte do calor dissipado por atrito é transferido para o óleo e para a carcaça do motor.

CONCLUSÕES

Neste trabalho foram apresentados os resultados de testes para avaliação de um compressor rotativo do tipo deslocamento positivo.

É conhecido o fato que para aumentar a pressão máxima alcançada, um ajuste maior entre as partes pode ser feito, resultando entretanto num maior atrito e numa maior potência de eixo. Por outro lado para se alcançar valores aceitáveis de eficiência, e ao mesmo tempo valores mais elevados de pressão, rotações mais elevadas devem ser especificadas.

A geometria do sistema influencia o desempenho do compressor, estando relacionada a um valor máximo de eficiência global a uma determinada relação de pressões. Assim, um esforço de otimização deve levar em consideração estes aspectos.

Finalmente uma análise de irreversibilidade mostrou que grande parte do calor gerado por atrito é transferido ao óleo lubrificante e ao meio ambiente. Isto também é mostrado pelo fato de que a eficiência isentrópica tem valores elevados, compatíveis com os dos compressores convencionais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao FIPEC-Banco do Brasil e a FINEP pela oportunidade apresentada para o desenvolvimento que resultou neste trabalho, contribuindo com o suporte financeiro. E ao inventor Roger Boyd Walker, pela sua colaboração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Wylen, V.J.G. e S.E.R., Fundamentos da termodinâmica clássica. 2ª edição (1973).

[2] Kline, S.J. e Mcklintock, F.F., Describing uncertaintes in single-sample experiments, Mechanical Engineering, Jan. (1953).

[3] PUC/RJ, Relatório final do projeto do motor de refrigeração, Fase II, Projeto FIPEC 1383, Departamento de Engenharia Mecânica (1986).

ABSTRACT

In this investigation a positive displacement type rotary compressor was analyzed and its perfomance measured for different operating conditions and speeds. It was shown that most of the heat generated by friction was transfered to the lubricating oil and ambient. The data were used to critically determine the diretions to follow in the compressor development.

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

A STUDY ON PRIME-MOVERS FOR HEAT PUMPS

A3CM
ABCM ABEnS

JOSÉ ALBERTO DOS REIS PARISE
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

PUC/RJ

ABSTRACT

The present paper reviews recent progress in the area of prime-movers for heat pumps. Electric motors are compared to several alternatives, including the Diesel, gas-fired and Stirling engines. Experimental results are presented for a Diesel engine driven heat pump, with exhaust and cooling water heat recovery. Energy conversion ratios (total heat output divided by the fuel energy value supplied to the engine) exceeding 2.5 were encountered.

INTRODUCTION

Heat pumps are devices capable of delivering more energy as heat than they in fact consume as input work. This results in a system that is more thermodinamically attractive than any other conventional heating system. One common characteristic to almost all recently developed heat pumps is that they are of the vapour compression type. Basic components of this cycle consist of two heat exchangers (condenser and evaporator), a flow metering device (expansion valve) and the compressor, driven by a prime-mover. By far, the electric motor has been the most popular prime-mover, eventhough heat engines, like the internal combustion engines, have attracted considerable attention, due to the possibility of local recovery of the waste heat. The present paper reviews recent progress in the area of prime-movers for heat pumps. Electric motors are compared to several alternatives, including the Diesel, gas-fired and Stirling engines. Less conventional systems are also discussed.

Experimental results are presented for a Diesel engine driven heat pump, with exhaust and cooling water heat recovery. Energy conversion ratios (total heat output divided by the fuel energy value supplied to the engine) exceeding 2.5 were encountered.

PRIME-MOVERS

Electric Motors. The widespread use of electric motors in heat pumps, if for no other reason, is due to a natural legacy from refrigeration machines. In their favour it could be mentioned that they are reliable, have a low capital cost, are relatively quiet, require minimal maintenance and, during operation, are easy to start and stop [1]. However, several negative points arise from their use as heat pump drives. They are essentially fixed-speed machines. Variables speed is expensive and can only be achieved with the detriment of efficiency and load factor. If electricity is generated by fossil fuel or nuclear power stations, with an approximate thermal efficiency of 30%, electric heat pumps become inneficient from the primary energy point of view. This situation changes, of course, should electricity be generated by hydroelectric power stations. McMullan and Morgan [2] discuss the main characteristics of electric motors for heat pumps.

Internal Combustion Engines. They have been considered the closest alternative to electric motors as heat pump drives. Typical fuels have been natural gas and diesel oil. Their principal advantage is that compressor speed can be varied. Recent papers [3] have shown that compressor speed modulation is one of the most effective ways of making the heat pump matching the heat load.

If employed as a compressor drive only IC engines show little improvement over electric motors, as far as primary energy conservation is concerned. As Reay and MacMichael [1] point out, the thermal efficiency of internal combustion engines are, at present, close to 30%. This means that only 30% of the primary fuel consumed is actually used to drive the compressor. This is approximately the same efficiency found in electricity generating thermal power stations. Considering the high efficiency of electric motors, both types of drives present, at the end, similar primary energy efficiencies. The major difference is that, for IC engines, the remaining 70% of energy is rejected on location, which makes it quite suitable for recovery. With recovery heat can be produced at a rate even greater than that of the primary energy consumed as fuel.

In areas where natural gas is available at reasonable prices, the use of gas-fired engines for heat pump drives may be a good alternative. Gas engines are now commercially available by several major engine manufacturers such as Ford Europe [4] and Jeubacher Werke [5], Austria. There has been no specific project of gas fired engines yet. Usually they are derived from petrol [4] or diesel [5] engine blocks.

Concerning the advantages of gas engine drives, Sollner [5] points out that they present no increased smoke emissions, when compared to Diesel engines, yet noise levels are lower. Running close to the Otto cycle, they present a higher exhaust temperature which, together with a lower exhaust sulphur content, makes them suitable for an efficient exhaust heat recovery.

One of the first reported applications of gas engine driven heat pumps comes from U.K., back in 1954, with the development of an experimental 3 MW plant [6]. No major problem on the gas-fired engines or their heat recovery ancillaries was reported. However, an over-prediction of the total heat load meant that the plant was largely oversized for the duty, leading to the discontinuation of the project.

Nowadays the gas engine driven heat pump is finding increasing acceptance in industry, as mentioned by North [7] and Reay and Eustace [8]. In particular, large energy savings resulting from their use in the malting industry [9,10] have been reported.

Experimental tests with an air-to-air gas driven heat pump for space heating have been performed by Critoph [11]. Variable compressor speed produced a fairly constant heat output temperature throughout the outside ambient temperature range. The engine was kept operating at full throttle to maximize its efficiency.

Patani and Bonne [12], from a computer simulated analysis on a 3 ton gas engine driven heat pump, have drawn the following conclusions:

i) overall efficiency is not improved by "close sizing" of the engine - on the contrary, this compromises the system performance under heavy unexpected loads,

ii) parasitic electric power consumption is 5 to 10 times greater than conventional gas boiler heating systems thus affecting primary energy efficiency,

iii) compressor speed modulation maximizes efficiency,

iv) engine cooling and exhaust heat recovery make a significant contribution to the overall capacity.

The Diesel engine, despite being noisier and more polluting, and having a lower exhaust temperature, is sometimes preferred to the gas-fired engine. The choice can be made simply on the grounds of local fuel availability, or because the vast number of Diesel engines available for similar duties. FIAT [13], for instance, offers a heat-pump plant, driven by a four-cylinder Diesel engine, which can be applied for generating heat as well as being used for refrigeration.

Bauer [14] reports on the design of small Diesel engine heat pumps, for single and two-family houses in West Germany. High service life, safe operation and low running costs were claimed to be obtained. Savings of about 50% in energy consumption, when compared to traditional gas boiler systems, were found.

A few experimental Diesel engine driven heat pumps are reported in the literature, by Maxwell and Didion [15] and Rummel [16]. The latter experimented with a dual prime-mover heat pump. A Diesel engine and an electric motor were coupled together to drive a water-to-water heat pump, for residential use. Later in this paper results are shown for an experimental Diesel engine driven water-to-water heat pump.

Stirling Engines. Other types of compressor drives have also been tested. One prime-mover that is becoming increasingly popular is the Stirling engine. Cartwright and Fleming [17], for instance, performed a computer simulated analysis of a total energy domestic heat pump, driven by a Stirling engine. The system was sized for a typical ambient temperature. For extreme conditions compressor speed modulation was employed, to match the heat load. Figure 1 shows the system schematic diagram. The Stirling engine (SE) drives the compressor (CP) and both cold (CAF) and warm (WAF) air fans. The circulation air stream is warmed successively by the condenser (CD), the cooling water (CWX) and flue gas (FGX) heat exchangers. The Stirling engine system also comprised the hot water tank (HWT) and the furnace (FR). Cold air acted as the heat source for the evaporator(EV). Computed results showed that, at outside temperatures near $0^{o}C$, the heat recovered from the cooling water and flue gas accounted for nearly half of the total heat output requirement.

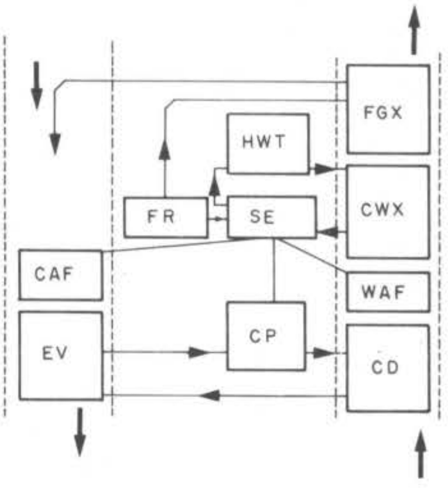


Figure 1. Diagram of a Stirling engine driven heat pump [17]

The development of a prototype gas-fired Stirling engine heat pump was reported by Dutram and Sarkes [18]. From initial results, a performance superior to other heating systems was expected. And this included the economical aspects of the project. Maxwell and Didion [15] compared the Stirling engine to a Diesel engine as a heat pump drive and concluded that the Stirling system was characterized by greater thermal performance, in both heat recovery and primary energy conservation standpoints.

A number of other experiments with Stirling engine driven heat pumps are found in the literature, by Richards and Auxer [19], Hermans and Asselman [20] and Ishizaki et al [21].

Non-Conventional Prime-Movers. Experiments with heat pumps driven by non-conventional prime-movers are also reported. They include steam turbines [22], solar powered engines [23], geothermal powered cycles [24], power cycles with organic fluids [25] and power cycles sharing the same heat pump refrigerant [26,27].

EXPERIMENTAL ANALYSIS OF A DIESEL ENGINE DRIVEN HEAT PUMP

An experimental Diesel engine driven water-to-water heat pump was constructed to assess the two main advantages of internal combustion engines over electric motors as compressor drives. They are: **i)** variable speed is possible and, **ii)** waste heat can be recovered.

Experimental Apparatus. The plant was erected using commercially available equipment with, wherever possible, a minimum of modifications. Instrumentation was positioned in significant points of the system so as to give maximum information about the functioning of the various components.

Heat was extracted from water (heat source) at ambient temperature by the evaporator and delivered to water at the condenser. Heat from the engine exhaust and cooling systems was recovered, at a power less than that of the condenser, but at greater temperature. Therefore three distincts streams of heated water were available. The system was of medium size with a total output ranging from 7.5 to 13.5 kW.

Results. Plant and component performance was determined over a range of compressor speeds(400 to 600 rpm), evaporating (0 to $15^{o}C$) and condensing (20 to $50^{o}C$) temperatures, totalling a number of 26 runs.

The heating coefficient of performance ranged between 2.7 and 7.3, while the ratio of the total heat output to the heating value of fuel supplied to the engine was found to be between 1.3 and 2.6.

Probably the most important aspect of the "engine//heat pump" combination as a total energy system is the energy conversion ratio, ECR, defined as the total heat output divided by the higher heating value of the fuel. Figure 2 illustrates the variation of ECR with the evaporating and condensing temperatures which, are, after all, the temperature levels at which heat is extracted and rejected. In the present analysis the energy conversion ratio varied from 1.3 to 2.6, showing that primary energy was consumed in a efficient way to produce low grade heat. Results demonstrate that Diesel engine driven heat pumps perform far better, in terms of ECR, than electrically driven heat pumps. Particularly if one considers the efficiencies involved in producing electricity from thermal power stations.

A typical flow diagram is shown in Figure 3, the case representing the lowest energy conversion ratio obtained for the system.

In the present series of experiments heat was produced "in parallel", i.e., three different streams of hot water were available from the condenser, exaust and cooling systems. In a more common arrangement heat is recovered "in series". In this arrangement hot water, leaving the condenser, recovers heat from the engine cooling water, by means of a heat exchanger, and then, at an elevated temperature, passes trough a flue gas recuperator. Probably the most important aspect to be considered is that the "series arangement" enables heat to be recovered from the engine cooling and flue gas exchangers at lower temperature differences. This is certainly a great advantage over the parallel system, from the energy availability point of view.

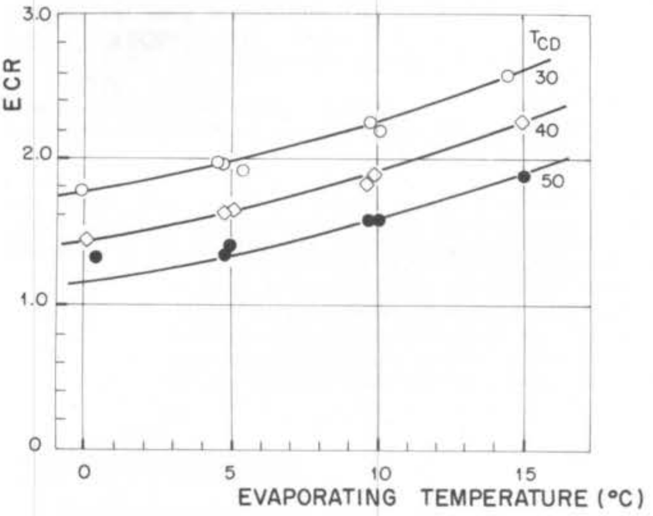


Figure 2. Variation of the energy conversion ratio of an engine driven heat pump

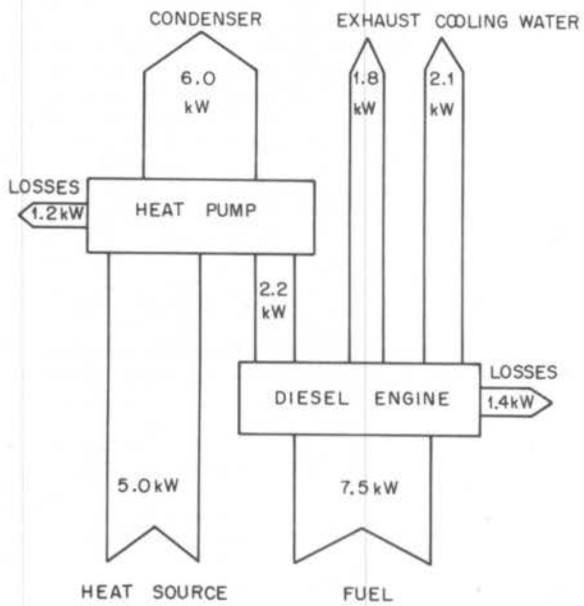


Figure 3. Energy flow diagram

CONCLUDING REMARKS

The question of which drive is more appropriate for a heat pump is still open. Advanced experimental heat engines apart, the choice lies between the electric motor and I.C. engines (gas or Diesel). A definite answer will largely depend on the application of each case and the forms of energy that are locally available. In Europe, for example, gas or Diesel engine heat pumps have been largely accepted. In countries like Brazil, with a large hydropower potential, there is still an immense scope for development of electric heat pumps. However, with increasing natural gas reserves, gas fired heat pumps may find specific applications, mainly in industry, where they might prove fairly attractive.

REFERENCES

[1] Reay, D.A. and MacMichael, D.B.A., Heat pump, design and applications. Pergamon Press (1979).

[2] McMullan, J.T. and Morgan, R., Heat pumps. Consultant Editor, N.M. Lipman. Adam Hilger Ltd.,(1981).

[3] Parise, J.A.R., The use of latent heat thermal storage heat pumps for space heating. 4th Int. Conf. Energy Options, pp.336-339, London (1984).

[4] Pegley, A.C. and Rieke, A., Small gas engines as prime movers for heat pumps in domestic heating. Antriebe für Wärme Pumpen, pp.41-46, West Germany (1979).

[5] Söllner, R., Fast running four-stroke gas motors. Antriebe für Wärme Pumpen, pp.32-40, West Germany (1979).

[6] Montagnon, P.R. and Ruckley, A.L., The Festival Hall heat pump. Journal of the Institute of Fuel, pp.170-192 (1954).

[7] North, C.D.R., Large gas engine driven heat pumps. Int. Symp. Industrial Application of Heat Pumps, Coventry, UK (1982).

[8] Reay, D.A. and Eustace, V.A., Industrial application of high temperature heat pumps driven by gas engines. Proc. Sem. 'New Ways to Save Energy', pp.253-261, Brussels, Belgium (1979).

[9] Curis, O. and Laine, J.D., Gas motors driving heat pumps in the malting industry. Int. Symp. 'Industrial Application of Heat Pumps', Coventry (1982).

[10] Currie, K., Heat pump cuts 45% off fuel bill. Energy Management, p.5 (January 1982).

[11] Critoph, R.E., Fossil fuel heat pumps for domestic commercial and industrial space heating. Int.Conf. 'Future Energy Conceptc', pp.61-64, London (1979).

[12] Patani, A. and Bonne, U., Modelling the performance of gas-fired heat pump systems. 14th Intersociety Energy Conversion Eng. Conf., pp.1699-1705, Boston, USA (1979).

[13] Campanile, A., Heat pump driven by a diesel engine. Klim Kälte Ing., 6 (11) : 407-408 (1978) In German.

[14] Bauer, G., Small gas and diesel motor heat pumps. Antriebe für Wärme Pumpen, pp.103-106, West Germany (1979).

[15] Maxwell, B.R. and Diddion, D.A., An experimental evaluation of engine - Driven heat pump systems. ASME Winter Annual Meeting, pp.59-76, San Francisco, USA

[16] Rummel, T., Heat pumps with diesel motor drive with combined diesel motor/electro motor drive. Antriebe für Wärme Pumpen, pp.107-110, West Germany, In Germany (1979).

[17] Cartwright, W.G. and Fleming, H., Performance estimation of a total energy domestic heat pump. IEE Conf. 'Future Energy Concepts', London (1979).

[18] Duttram, L.L. and Sarkes, L.A., Natural gas heat pump implementations and developments. Antriebe für Wärme Pumpen, pp.86-92, West Germany (1979).

[19] Richards, W.D.C. and Auxer, W.L., Performance of a Stirling engine powered heat activated heat pump. Proc. 13th Intersociety Energy Conversion Eng. Conf., v.1, pp.1830-1833, San Diego, USA (1978).

[20] Hermans, M.L. and Asselman, G.A.A., Stirling engine heat pump system. Proc. 13th Intersociety Energy Conversion Eng. Conf., v.3, pp.1830-1833 (1978).

[21] Ishizaki, Y., Ogura, M. and Haramura, S., Study of the gas heat pump system driven by a Stirling engine. Proc. 14th Intersociety Energy Conversion Eng. Conf., v.2, pp.2045-2049, Boston (1979).

[22] König, W. and Eder, W., Steam drives for heat pumps. Antriebe für Wärme Pumpen, pp.53-58, West Germany, In German (1979).

[23] Melikian, G.; Biancardi, F.R. and Meader, M.D., Test evaluation of a prototype 18-ton solar powered heating and cooling system. Proc. 15th IECE Conf., 'Energy to the 21st Century', v.3, pp. 2127-2130, Seattle, USA (1980).

[24] Nguyen, V.T., Heat pump and geothermal energy. Proc. 4th Annual Heat Pump Technology Conf., paper XV, Oklahoma Un., USA (1979).

[25] Angelino, G.; Giglioli, G.; Ferrari, P. and Macchi, E., Combined thermal engine-heat pump for low-temperature heat generation. Proc. Institution Mechanical Engineers, 190 : pp.255-265 (1976).

[26] Strong, D.T.G., Directly fired domestic heat pump. Antriebe für Wärme Pumpen, pp.95-102, West Germany (1979).

[27] Strong, D.T.G., Directly fired heat pump for domestic and light commercial application. Proc. Sem.'New Ways to Save Energy', pp.221-231, Brussels (1979).

I ENCIT - Rio de Janeiro, RJ (Dez. 1986)

ESTUDO DE CICLOS TÉRMICOS NO CONTEXTO DA TERMODINÂMICA RACIONAL

ABCM
SBMAC ABEnS

MÁRCIO ARAB MURAD
RUBENS SAMPAIO FILHO
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

PUC/RJ

RESUMO

Uma recente estrutura axiomática pertencente as chamadas "Teorias Racionais" da Termodinâmica foi desenvolvida por Serrin admitindo-se como grandezas primitivas somente aquelas consideradas diretamente mensuráveis. Nesta teoria destaca-se o conceito de função de acumulação, que será discutido no presente trabalho com o propósito de se estabelecer uma nova maneira de se determinar a eficiência de ciclos térmicos. Como exemplo são abordados os ciclos de Carnot e Rankine, utilizando-se como fluido de trabalho um gás ideal, o qual possui a propriedade de convexidade de seu espaço de estados.

CONCEITOS TEÓRICOS BÁSICOS

A estrutura primitiva da teoria termodinâmica desenvolvida por Serrin postula a existência de um universo termodinâmico $\mathbb{U}$, cujos elementos são sistemas físicos s. Um sistema pertencente a este universo possui um conjunto de processos termodinâmicos $\mathbb{P}(s)$ que podem alterar seu estado inicial. Um subconjunto de $\mathbb{P}(s)$ de particular interesse nesta teoria é constituido pelos processos cíclicos $\mathbb{P}_c(s)$, os quais não se pode distinguir os estados final e inicial do sistema.

O conceito de temperatura empírica, a qual no presente contexto é uma grandeza primitiva, é introduzido supondo a existência de uma linha topológica orientada υ denominada variedade de níveis térmicos. Sendo N_1 e N_2 níveis térmicos pertencentes a υ, se $N_2 > N_1$, diz-se que N_2 é mais "quente" que N_1, ou N_1 é mais "frio" que N_2. Uma escala empírica de temperatura τ é um mapeamento injetivo de υ nos reais, ou seja:

$$\begin{aligned} \tau : \upsilon &\longrightarrow R \\ N &\longrightarrow \tau(N) \end{aligned} \tag{1}$$

Pode-se também definir o trabalho $W(P)$ e o calor $Q(P)$ trocados por um sistema físico s durante um processo P, ou seja:

$$\begin{aligned} W : \mathbb{P}(s) &\longrightarrow R \\ P &\longrightarrow W(P) \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} Q : \mathbb{P}(s) &\longrightarrow R \\ P &\longrightarrow Q(P) \end{aligned} \tag{3}$$

Entretanto com os conceitos apresentados acima falta uma informação qualitativa da troca de calor realizada pelo sistema durante o processo ou seja, em que níveis térmicos tal troca foi efetuada. A função de acumulação $Q(P,N)$ dá precisamente esta informação. $Q(P,N)$ mede o calor trocado por níveis térmicos inferiores ou iguais a N por um sistema físico s durante um processo P.

$$\begin{aligned} Q(.,.) : \mathbb{P}(s) \times \upsilon &\longrightarrow R \\ (P,N) &\longrightarrow Q(P,N) \end{aligned} \tag{4}$$

Sendo N_i e N_s respectivamente os níveis térmicos inferior e superior tais que abaixo de N_i e acima de N_s não há troca de calor, tem-se que:

$$Q(P,N) = 0 \text{ , para } N < N_i \tag{5}$$

$$Q(P,N) = Q(P) \text{ , para } N \geq N_s \tag{6}$$

O espaço de estados Σ do sistema físico é definido como um conjunto cujos elementos são estados do sistema. Neste trabalho Σ será um aberto simplesmente conexo do R^n. Um estado termodinâmico $\underline{X}$, $\underline{X} \in \Sigma$, aqui será descrito por um número finito de variáveis:

$$\underline{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n) \tag{7}$$

Um processo termodinâmico P, $P \in \mathbb{P}(s)$, sempre admite representatividade em Σ. Entretanto é importante salientar que para processos não homogêneos, Σ não terá dimensão finita.

LEIS DA TERMODINÂMICA

Enunciamos agora por intermédio com conceitos já apresentados as leis da Termodinâmica.

Nesta estrutura, ao contrário da Termodinâmica clássica, não se assume à priori a interconvertibilidade de calor em trabalho. Entretanto pode-se mostrar que para a classe do fluidos simples, a ser abordada unicamente neste trabalho, a 1ª lei se comporta tal como na teoria clássica (ver [1], [3]). Portanto enunciamos a seguir a forma forte da 1ª lei.

1ª Lei. (forma forte). Seja $P \in \mathbb{P}_c(s)$ então:

$$W(P) = Q(P) \tag{8}$$

A 2ª lei sem restrição é agora enunciada.

2ª Lei. Seja $P \in \mathbb{P}_c(s)$. Se $W(P) \geq 0$, então existe N_o, $N_o \in \upsilon$, tal que:

$$Q(P,N_o) < 0 \tag{9}$$

Em [2] Serrin mostra que esta forma da 2ª lei contém os princípios clássicos de Kelvin-Planck e Clausius, uma vez que em (9) não é feita nenhuma hipótese especial sobre o processo em questão. Em particular o processo pode envolver geração viscosa irreversível de calor, variações espaciais de temperatura, concentração de tensões etc...

CICLOS TÉRMICOS

Neste trabalho temos um particular intereresse em estudar os ciclos térmicos com os conceitos introduzidos anteriormente. Nos restringiremos a dois ciclos abordados com frequência pela Termodinâmica Clássica: O ciclo de Carnot e o ciclo de Rankine.

Ciclo de Carnot. Definimos um ciclo de Carnot positivo P em Σ como sendo o ciclo no qual

$$P \in \mathbb{P}_c(s) \tag{10}$$

$$\tau = \tau^+ \text{ em } I^+ \tag{11}$$

$$\tau = \tau^- \text{ em } I^- \tag{12}$$

aonde: I^+ e I^- são respectivamente os intervalos de tempo associados a absorção e rejeição de calor, τ^+ e τ^- valores de temperatura empírica constantes sendo que

$$\tau^+ > \tau^- \tag{13}$$

Ciclo de Rankine. Definimos um ciclo de Rankine positivo P em Σ como sendo o ciclo no qual

$$P \in \mathbb{P}_c(\delta) \tag{14}$$

$$p = p^+ \text{ em } I^+ \tag{15}$$

$$p = p^- \text{ em } I^- \tag{16}$$

onde p^+ e p^- são respectivamente os valores das pressões constantes sendo que:

$$p^+ > p^- \tag{17}$$

FLUIDOS DE TRABALHO

A classe de sistemas a ser utilizada como fluido de trabalho dos ciclos térmicos citados é a de fluidos simples, em particular um gás ideal.

Fluido Simples. Um fluido simples é qualquer sistema macroscopicamente homogêneo e isotrópico, cujas propriedades termodinâmicas não são praticamente afetadas por efeitos de tensão superficial, força de campo (elétrica, magnética e gravitacional), cisalhamento, e seu estado termodinâmico é descrito por duas variáveis. Nas aplicações este será enquadrado na categoria de sistemas ideais satisfazendo as seguintes propriedades:

i) Espaço de estados é um aberto simplesmente conexo do plano:

$$\Sigma \subset R^2 \tag{18}$$

ii) Processo P pode ser representado pelo mapeamento:

$$\begin{aligned} (\tau, v) &: I \longrightarrow \Sigma \\ t &\longrightarrow (\tau(t),\ v(t)) \end{aligned} \tag{19}$$

onde I é um intervalo de tempo e v o volume específico do sistema.

iii) Sendo Γ um caminho parametrizado por t no espaço de estados Σ e Γ_N o subconjunto de Γ que contém níveis térmicos N' tal que $N' \leq N$, valem as relações

$$W(P) = \int_\Gamma w \tag{20}$$

$$Q(P) = \int_\Gamma q \tag{21}$$

$$Q(P,N) = \int_{\Gamma_N} q \tag{22}$$

onde w e q são respectivamente as 1-formas diferenciais de trabalho e calor dadas por

$$w = p(\tau, v)\ dv \tag{23}$$

$$q = C_v(\tau, v)\ d\tau + \nu(\tau, v)\ dv \tag{24}$$

Sendo C_v o calor específico a volume constante o ν o calor latente.

Por intermédio de um teorema que relaciona os coeficientes das 1-formas diferenciais de calor e trabalho, podemos obter as seguintes relações para um fluido simples. (Ver [3]).

$$\nu = T \frac{\partial p}{\partial T} \tag{25}$$

$$\frac{\partial C_v}{\partial v} = 0 \tag{26}$$

Gás Ideal. Um gás ideal é um fluido simples que satisfaz a equação de estado.

$$p(T,v) = \frac{RT}{v} \tag{27}$$

Sendo que podemos mostrar que existe T chamada de escala de temperatura absoluta (Ver [1]), [3]).

$$\begin{aligned} T &: \nu \longrightarrow R^+ \\ N &\longrightarrow T(N) \end{aligned} \tag{28}$$

e R é uma constante positiva.

Para um gás ideal valem as condições. (ver [3]).

$$\text{i) } w = \frac{RT}{v}\ dv \tag{29}$$

$$\text{ii) } C_v(T,v) = C_v(T) \tag{30}$$

$$\text{iii) } C_p(T) = C_v(T) + R \tag{31}$$

C_p é chamado de calor específico a pressão constante

$$\text{iv) } q = C_v(T)\ dT + \frac{RT}{v}\ dv \tag{32}$$

v) Espaço de Estados dado por:

$$\Sigma \equiv T > 0 \quad , \quad v > 0 \tag{33}$$

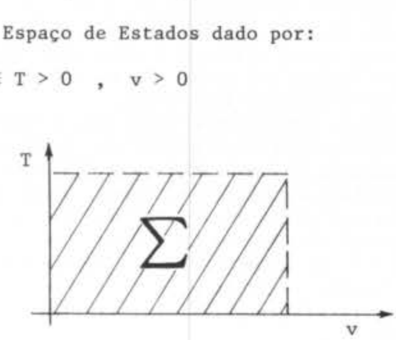


Figura 1. Espaço de estados de um gás ideal

vi) Equação da adiabática passando por (T_o, v_o) dada por:

$$v = v_o \exp\left(-\frac{1}{R}\int_{T_o}^{T} \frac{C_v(T')}{T'}\ dT'\right) \tag{34}$$

e para $C_v(T) = C_v$ = constante.

$$T v^{\frac{R}{C_v}} = T_o\ v_o^{\frac{R}{C_v}} \tag{35}$$

APLICAÇÕES

O ciclo de Carnot para um Gás Ideal. Para um gás ideal temos o seguinte esboço do ciclo de Carnot em Σ.

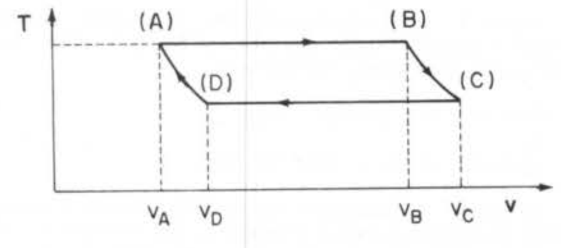


Figura 2. Ciclo de Carnot no espaço de estados de um gás ideal

onde:

- as curvas que ligam A-B e C-D são isotérmicos
- as curvas que ligam B-C e A-D são adiabáticas

De (32) temos que as 1-formas diferenciais de calor absorvido e rejeitado q^+ e q^- são dadas por:

$$q^+ = \frac{RT^+}{v}\,dv \text{ , para o caminho A-B associado a } I^+ \quad (36)$$

$$q^- = \frac{RT^-}{v}\,dv \text{ , para o caminho C-D associado a } I^- \quad (37)$$

Sendo as funções de acumulação de calor absorvido e rejeitado $Q^+(P,T)$ e $Q^-(P,T)$ dadas por:

$$Q^+(P,T) = \int_{\Gamma} q^+ \qquad (38)$$

$$Q^-(P,T) = \int_{\Gamma} q^- \qquad (39)$$

E a função de acumulação $Q(P,T)$ dada por

$$Q(P,T) = Q^+(P,T) - Q^-(P,T) \qquad (40)$$

Então de (36),(37),(38),(39) e (40) e sabendo que:

$$\frac{v_A}{v_D} = \frac{v_B}{v_C} \qquad (41)$$

Obtemos que:

$$Q^+(P,T) = \begin{cases} 0 \text{ , para } T < T^+ \\ RT^+ \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) \text{ , para } T \geq T^+ \end{cases} \qquad (42)$$

$$Q^-(P,T) = \begin{cases} 0 \text{ , para } T < T^- \\ RT^- \ln\left(\frac{v_C}{v_D}\right) \text{ , para } T \geq T^- \end{cases} \qquad (43)$$

$$Q(P,T) = \begin{cases} 0 \text{ , para } T < T^- \\ -RT^- \ln\left(\frac{v_C}{v_D}\right) \text{ , para } T^- \leq T \leq T^+ \\ R(T^+-T^-) \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) \text{ , para } T \geq T^+ \end{cases} \qquad (44)$$

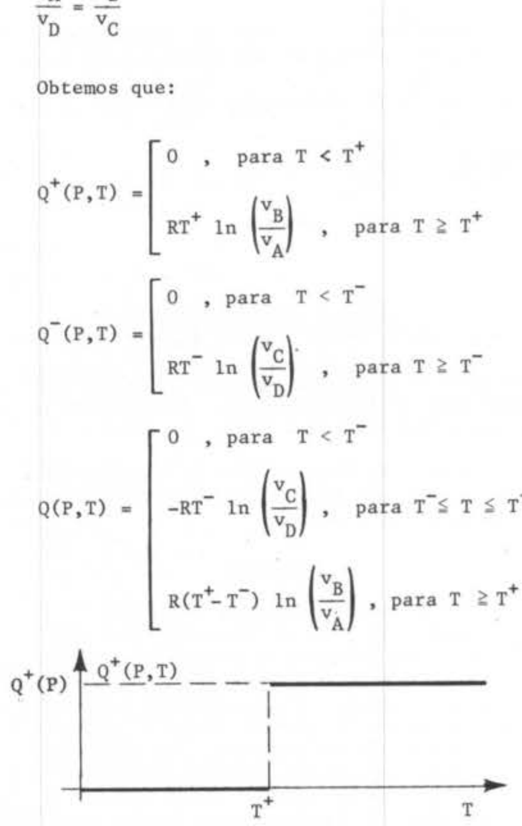


Figura 3. Comportamento da função de acumulação de calor absorvido no ciclo de Carnot para um gás ideal

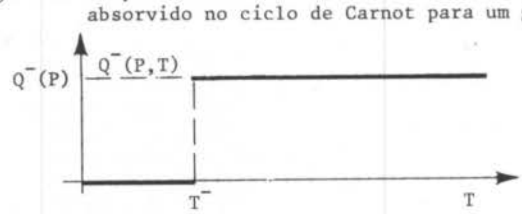


Figura 4. Comportamento da função de acumulação de calor rejeitado no ciclo de Carnot para um gás ideal

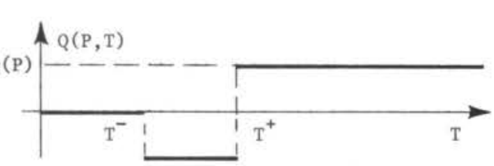


Figura 5. Comportamento da função de acumulação no ciclo de Carnot para um gás ideal

Sendo

$$Q^+(P) = Q^+(P,T) \quad \text{, para } T \geq T^+ \qquad (45)$$

$$Q(P) = Q(P,T) \quad \text{, para } T \geq T^+ \qquad (46)$$

Portanto

$$Q(P) = R(T^+-T^-)\ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) \qquad (47)$$

$$Q^+(P) = RT^+\ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) \qquad (48)$$

Aplicando a 1ª lei na forma forte vem que:

$$W(P) = R(T^+-T^-)\ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) \qquad (49)$$

A eficiência de um ciclo termodinâmico com $W(P) > 0$ é definida por

$$E\,fc(P) = \frac{W(P)}{Q^+(P)} \qquad (50)$$

Logo de (48), (49) e (50), concordando com o resultado clássico, obtemos que:

$$E\,fc(P) = 1 - \frac{T^-}{T^+} \qquad (51)$$

O ciclo de Rankine para um Gás Ideal. Para um gás ideal temos o seguinte esboço do ciclo de Rankine em Σ.

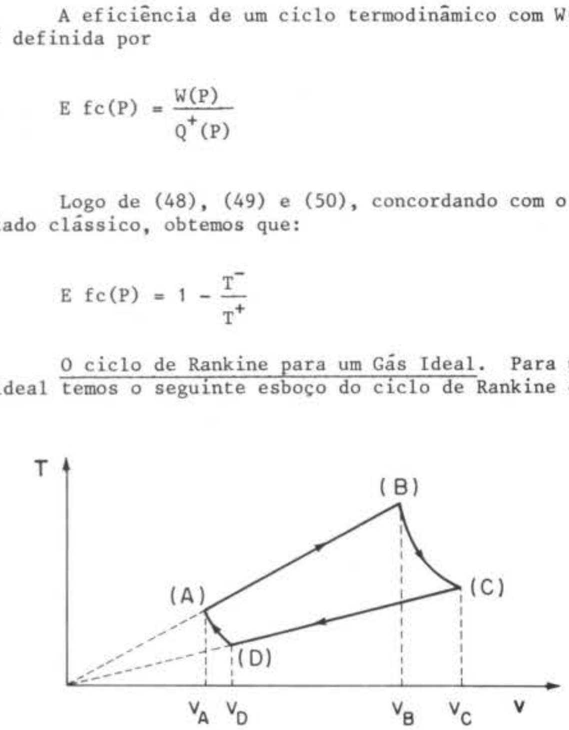


Figura 6. Ciclo de Rankine no espaço de estados de um gás ideal

onde:

- as curvas que ligam A-B e C-D são isobáricas
- as curvas que ligam B-C e A-D são adiabáticas

Diferenciando (27), sabendo que $p = p^+$ em I^+ e $p = p^-$ em I^-, e aplicando (31) e (32), temos que as 1-formas diferenciais de calor absorvido e rejeitado são dadas por:

$q^+ = C_p(T)dT$, para o caminho A-B associado a I^+ (52)

$q^- = C_p(T)dT$, para o caminho C-D associado a I^- (53)

Portanto vem que

$$Q^+(P,T) = \begin{cases} 0 , & \text{para } T < T_A \\ \int_{T_A}^{T} C_p(T)dT , & \text{para } T_A \leq T < T_B \\ \int_{T_A}^{T_B} C_p(T)dT , & \text{para } T \geq T_B \end{cases} \tag{54}$$

$$Q(P,T) = \begin{cases} 0 , & \text{para } T < T_D \\ -\int_{T_D}^{T} C_p(T)dT , & \text{para } T_A \leq T < T_C \\ \int_{T_A}^{T} C_p(T)\, dT - \int_{T_D}^{T_C} C_p(T)dT , & \text{para } T_C \leq T < T_B \\ \int_{T_A}^{T_B} C_p(T)dT - \int_{T_D}^{T_C} C_p(T)dT , & \text{para } T \geq T_B \end{cases} \tag{55}$$

Observando que as integrais anteriores são funções monótonas crescentes de T, logo as funções de acumulação $Q^+(P,T)$ e $Q(P,T)$ tem o seguinte comportamento:

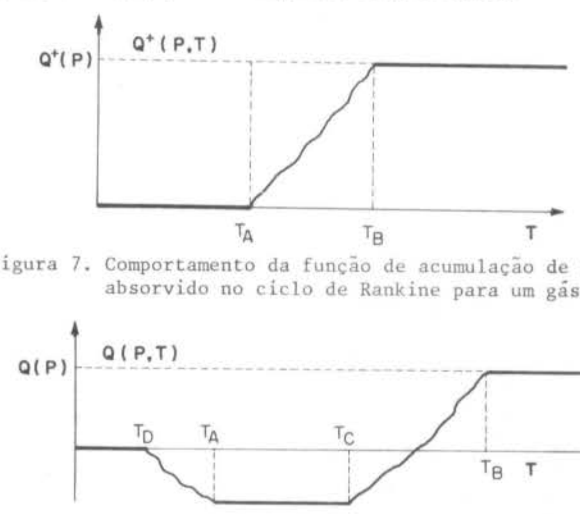


Figura 7. Comportamento da função de acumulação de calor absorvido no ciclo de Rankine para um gás ideal

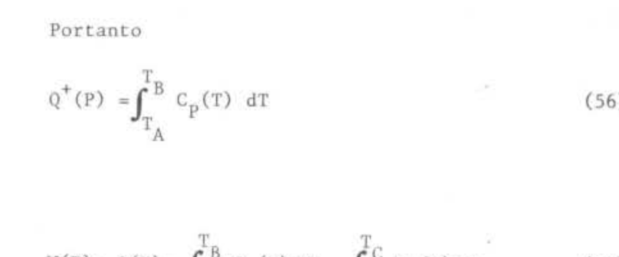


Figura 8. Comportamento da função de acumulação no ciclo de Rankine para um gás ideal

Portanto

$$Q^+(P) = \int_{T_A}^{T_B} C_p(T)\, dT \tag{56}$$

$$W(P) = Q(P) = \int_{T_A}^{T_B} C_p(T)dT - \int_{T_D}^{T_C} C_p(T)dT \tag{57}$$

$$E\ fc(P) = 1 - \frac{\int_{T_D}^{T_C} C_p(T)dT}{\int_{T_A}^{T_B} C_p(T)dT} \tag{58}$$

Para o caso particular de $C_p(T) = C_p$ = contante obteríamos:

$$Q(P,T) = \begin{cases} 0 , & \text{para } T < T_D \\ -C_p(T-T_D) , & \text{para } T_D \leq T < T_A \\ -C_p(T_A-T_D) , & \text{para } T_A \leq T < T_C \\ C_p(T-T_A-(T_C-T_D)) , & \text{para } T_C \leq T < T_B \\ C_p(T_B-T_A-(T_C-T_D)) , & \text{para } T \geq T_B \end{cases} \tag{59}$$

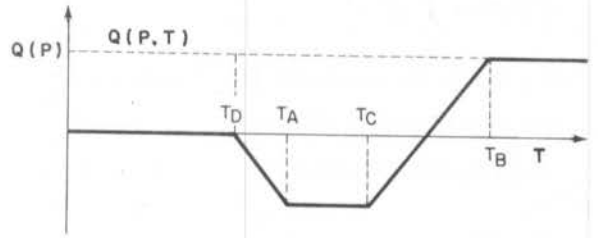


Figura 9. Comportamento da função de acumulação no ciclo de Rankine para um gás ideal com C_p constante

Neste caso a eficiência seria dada por

$$E\ fc(P) = 1 - \frac{T_C-T_D}{T_B-T_A} \tag{60}$$

REFERÊNCIAS

[1] Serrin, J., Lectures on Mathematical Thermodynamics. University of Minnesota (1982).

[2] Serrin, J., Conceptual Analysis of the Classical Second Laws of Thermodynamis. Archive for Rational Mechanics and Analysis. ARMA, 70: 355-371 (1979).

[3] Murad, M.A., As Várias Faces da Termodinâmica dos Meios Contínuos e Aplicações. Tese de Mestrado, PUC, Rio de Janeiro, RJ (1986).

ABSTRATIC

A recent axiomatic structure belonging to the called "Rational Theories" of Thermodynamics was developed by Serrin admiting as primitive concepts only those considered mensurable directily. In this theory on emphasize the concept of accumulation function that will be discussed in the present work, in order to try to establish a new way to determine the efficiency of the thermodynamics cycles. As examples the Carnot's and Rankine's cycles will be studied using as working fluid an ideal gas, which is characterized by the convexity of it's state space.

ÍNDICE POR INSTITUIÇÕES

CAMBRIDGE UNIVERSITY
(U.K.)
Moffatt, H.K., 45

CONTROL DATA CO.
(USA)
Bar-Cohen, A., 15

COPPE/UFRJ
Bastos, L.E.G., 59
Fantinati, P.C., 87
Ferreira, F.A., 59
Figueiredo, A.M.D., 115
Hirata, M.H., 87
Lovatto, A.S., 115
Queiroz, E.M., 143
Teixeira, C.O.M.M., 143

CSN
Baptista, L.A.S., 167
Machado, A.C., 167

DUKE UNIVERSITY
(USA)
Szyld, D.E., 183

EESC/USP
Kaneshiro, T., 263
Mantese, A.A., 259
Santos, A.M., 259
Venanzi, D., 259, 263

EFEI
Manzanares Fº, N., 67
Menon, G.J., 111

IEN/CNEN
Gebrim, A.N., 123

IME
Migueis, C.E.S.S., 135
Thompson, C.A., 247, 251
Ting, E.T., 95

IM/UFRJ
Rodrigues, J.R.P., 183

INPE
Carvalho Jr., J.A., 135
Couto, H.S., 143
Gill, W., 135
Netto, D.B., 135
Ramos, F.M., 79

IPD/CTA
Alves, M.A.C., 127
Fico Jr., N.G.C.R., 251
Maluf, F.C., 131
Takeda, A.J., 127

IPD/CTEx
Amarante, J.C.A., 135
Ferreira, J.G., 135

ITA/CTA
Alves, C.L.F., 83
Alvim Fº, G.F., 243
Andrade, B.A., 83
Azevedo, A.G., 247
Carajilescov, P., 79, 103
Cotta, R.M., 163
Fernandes, E.C., 67
Pimenta, A.P., 243
Soviero, P.A.O., 179
Zaparoli, E.L., 83

ONERA/CERT
(França)
Berger, C., 179

PUC/RJ
Araújo, P.M.S., 219
Braga, C.V.M., 203
Braga, S.L., 207
Braga Fº, W., 47, 175
Cunha, P.M., 119
Dickstein, F., 183
Dutra, A.S., 107, 195
Fernandez, E.F.y, 103
Frota, M.N., 247, 251, 267
Montalvão, A.F.F., 267
Murad, M.A., 275
Nieckele, A.O., 51
Orlando, A.F., 267
Parise, J.A.R., 107, 271
Portela, L.M.M.H.M., 119
Ribeiro, G.S., 119
Saboya, F.E.M., 1, 203, 207
Sampaio Fº, R., 275
Souza Mendes, P.R., 107
Stuckenbruck, S., 195
Vargas, A.S., 219

St.F.X. UNIVERSITY
(Canadá)
Quinn, W.R., 239

TU NOVA SCOTIA
(Canadá)
Militzer, J., 187, 239
Mohseni, M., 187

UDESC
Chavmillot, G.J.F., 159
Vaz Jr., M., 199

UNICAMP
Gallo, W.L.R., 75
Goldstein Jr., L., 215
Martínez, J.M., 39
Yu-Liu, C., 75

UFOP
Collet, F.S., 255
Rios, J.R.T., 255
Souza, H.A., 255

UFPB
Andrade Fº, L.S., 71
Belo, F.A., 139
Lobo, P.C., 71
Santos, C.A.C., 139, 215
Varani, C.M.R., 139, 215

UFPE
Andrade, I.S., 231
Barbosa, E.M.S., 231
Brito, A.R.M.P., 211
Fraidenraich, N., 211, 231
Guimarães, G., 155

UFRGS
Corbella, O.D., 227
Pacheco, J.L., 227

UFRN
Fontes, F.A.O., 147
Medeiros, B.L., 147

UFSC
Colle, S., 91, 99, 199
Cunha Neto, J.A.B., 155, 159
Deschamps, C.J., 63
Ferreira, R.T.S., 63
Maliska, C.R., 27, 55
Melo, C., 151
Nicolau, V.P., 155
Philippi, P.C., 155, 159
Polina, J., 55
Prata, A.T., 63, 99
Silva, A.F.C., 55

UFSCar
Cintra, W.H., 171
Cintra Fº, J.S., 171

UFU
Mendoza, O.S.H., 223
Ribeiro, C.R., 191
Riul, J.A., 191
Silveira Neto, A., 223
Steffen Jr., V., 191

UnB
Brasil Jr., A.C.P., 235

UNESP
Amorim, J.C.C., 67

ÍNDICE POR AUTORES

A

/es, C.L.F., 83
/es, M.A.C., 127
/im F?, G.F., 243
ırante, J.C.A., 135
ɔrim, J.C.C., 67
lrade, B.A., 83
lrade, I.S., 231
lrade F?, L.S., 71
aújo, P.M.S., 219
:vedo, A.G., 247

B

ɔtista, L.A.S., 167
rbosa, E.M.S., 231
:-Cohen, A., 15
stos, L.E.G., 59
lo, F.A., 139
rger, C., 179
aga, C.V.M., 203
aga, S.L., 207
aga F?, W., 47, 175
asil Jr., A.C.P., 235
ito, A.R.M.P., 211

C

rajilescov, P., 79, 103
rvalho Jr., J.A., 135
ntra, W.H., 171
ntra F?, J.S., 171
avmillot, G.J.F., 159
lle, S., 91, 99, 199
llet, F.S., 255
rbella, O.D., 227
tta, R.M., 163
uto, H.S., 143
nha, P.M., 119
nha Neto, J.A.B., 155, 159

D

schamps,C.J., 63
ckstein, F., 183
tra, A.S., 107, 195

F

ntinati, P.C., 87
rnandes, E.C., 67
rnandez, E.F.y, 103
rreira, F.A., 59
rreira, J.G., 135
rreira, R.T.S., 63
co Jr., N.G.C.R., 251
gueiredo, A.M.D., 115
ntes, F.A.O., 147
aidenraich, N., 211, 231
ota, M.N., 247, 251, 267

G

Gallo, W.L.R., 75
Gebrim, A.N., 123
Gill, W., 135
Goldstein Jr., L., 215
Guimarães, G., 155 52

H

Hirata, M.H., 87

K

Kaneshiro, T., 263

L

Lobo, P.C., 71
Lovatto, A.S., 115

M

Machado, A.C., 167
Maliska, C.R., 27, 55
Maluf, F.C., 131
Mantese, A.A., 259
Manzanares F?, N., 67
Martínez, J.M., 39
Medeiros, B.L., 147
Melo, C., 151
Mendoza, O.S.H., 223
Menon, G.J., 111
Migueis, C.E.S.S., 135
Militzer, J., 187, 239
Moffatt, H.K., 45
Mohseni, M., 187
Montalvão, A.F.F., 267 70
Murad, M.A., 275

N

Netto, D.B., 135
Nicolau, V.P., 155
Nieckele, A.O., 51

O

Orlando, A.F., 267

P

Pacheco, J.L., 227
Parise, J.A.R., 107, 271
Philippi, P.C., 155, 159
Pimenta, A.P., 243 80
Polina, J., 55 80
Portela, L.M.M.H.M., 119
Prata, A.T., 63, 99

Q

Queiroz, E.M., 143
Quinn, W.R., 239

R

Ramos, F.M., 79
Ribeiro, C.R., 191
Ribeiro, G.S., 119
Rios, J.R.T., 255
Riul, J.A., 191
Rodrigues, J.R.P., 183 90

S

Saboya, F.E.M., 1, 203, 207
Sampaio F?, R., 275
Santos, A.M., 259
Santos, C.A.C., 139, 215
Silva, A.F.C., 55
Silveira Neto, A., 223
Souza, H.A., 255
Souza Mendes, P.R., 107
Soviero, P.A.O., 179
Steffen Jr., V., 191 100
Stuckenbruck, S., 195
Szyld, D.E., 183

T

Takeda, A.J., 127
Teixeira, C.O.M.M., 143
Thompson, C.A., 247, 251
Ting, E.T., 95

V

Varani, C.M.R., 139, 215
Vargas, A.S., 219
Vaz Jr., M., 199
Venanzi, D., 259, 263 110

Y

Yu-Liu, C., 75

Z

Zaparoli, E.L., 83

ÍNDICE POR AUTORES

A

Alves, C.L.F., 83
Alves, M.A.C., 127
Alvim Fº, G.F., 243
Amarante, J.C.A., 135
Amorim, J.C.C., 67
Andrade, B.A., 83
Andrade, I.S., 231
Andrade Fº, L.S., 71
Araújo, P.M.S., 219
Azevedo, A.G., 247

B

Baptista, L.A.S., 167
Barbosa, E.M.S., 231
Bar-Cohen, A., 15
Bastos, L.E.G., 59
Belo, F.A., 139
Berger, C., 179
Braga, C.V.M., 203
Braga, S.L., 207
Braga Fº, W., 47, 175
Brasil Jr., A.C.P., 235
Brito, A.R.M.P., 211

C

Carajilescov, P., 79, 103
Carvalho Jr., J.A., 135
Cintra, W.H., 171
Cintra Fº, J.S., 171
Chavmillot, G.J.F., 159
Colle, S., 91, 99, 199
Collet, F.S., 255
Corbella, O.D., 227
Cotta, R.M., 163
Couto, H.S., 143
Cunha, P.M., 119
Cunha Neto, J.A.B., 155, 159

D

Deschamps,C.J., 63
Dickstein, F., 183
Dutra, A.S., 107, 195

F

Fantinati, P.C., 87
Fernandes, E.C., 67
Fernandez, E.F.y, 103
Ferreira, F.A., 59
Ferreira, J.G., 135
Ferreira, R.T.S., 63
Fico Jr., N.G.C.R., 251
Figueiredo, A.M.D., 115
Fontes, F.A.O., 147
Fraidenraich, N., 211, 231
Frota, M.N., 247, 251, 267

G

Gallo, W.L.R., 75
Gebrim, A.N., 123
Gill, W., 135
Goldstein Jr., L., 215
Guimarães, G., 155 52

H

Hirata, M.H., 87

K

Kaneshiro, T., 263

L

Lobo, P.C., 71
Lovatto, A.S., 115

M

Machado, A.C., 167
Maliska, C.R., 27, 55
Maluf, F.C., 131
Mantese, A.A., 259
Manzanares Fº, N., 67
Martínez, J.M., 39
Medeiros, B.L., 147
Melo, C., 151
Mendoza, O.S.H., 223
Menon, G.J., 111
Migueis, C.E.S.S., 135
Militzer, J., 187, 239
Moffatt, H.K., 45
Mohseni, M., 187
Montalvão, A.F.F., 267 70
Murad, M.A., 275

N

Netto, D.B., 135
Nicolau, V.P., 155
Nieckele, A.O., 51

O

Orlando, A.F., 267

P

Pacheco, J.L., 227
Parise, J.A.R., 107, 271
Philippi, P.C., 155, 159
Pimenta, A.P., 243 80
Polina, J., 55 80
Portela, L.M.M.H.M., 119
Prata, A.T., 63, 99

Q

Queiroz, E.M., 143
Quinn, W.R., 239

R

Ramos, F.M., 79
Ribeiro, C.R., 191
Ribeiro, G.S., 119
Rios, J.R.T., 255
Riul, J.A., 191
Rodrigues, J.R.P., 183 90

S

Saboya, F.E.M., 1, 203, 207
Sampaio Fº, R., 275
Santos, A.M., 259
Santos, C.A.C., 139, 215
Silva, A.F.C., 55
Silveira Neto, A., 223
Souza, H.A., 255
Souza Mendes, P.R., 107
Soviero, P.A.O., 179
Steffen Jr., V., 191 100
Stuckenbruck, S., 195
Szyld, D.E., 183

T

Takeda, A.J., 127
Teixeira, C.O.M.M., 143
Thompson, C.A., 247, 251
Ting, E.T., 95

V

Varani, C.M.R., 139, 215
Vargas, A.S., 219
Vaz Jr., M., 199
Venanzi, D., 259, 263 110

Y

Yu-Liu, C., 75

Z

Zaparoli, E.L., 83

INSTITUIÇÕES

CAMBRIDGE UNIVERSITY
Department of Applied Mathematics
and Theoretical Physics
Silver Street, Cambridge CB3-9EW
Inglaterra
Tel: 33.7855
Telex: 81240 CAMSPL G

CONTROL DATA
8100 34th Avenue South
Mailing Address / Box 0
Minneapolis, Minnesota 55440
USA

COPPE
Departamento de Engenharia Mecânica
Cidade Universitária - Ilha do Fundão
Caixa Postal 68503
21945 - Rio de Janeiro, RJ
Tel: (021) 280.9322 - rm.332/334

CSN
Centro de Pesquisa e Desenvolvimento
Rua 4 / 33 - Conforto
27180 - Volta Redonda, RJ
Tel: (0243) 42.2622

EESC-USP
Campus de São Carlos
Av. Dr. Carlos Botelho, 1465
13560 - São Carlos, SP
Tel: (0162) 72.4625
Telex: (0162) 275 USPO PR

EFEI
Av. BPS, 1303
B. Pinheirinho
37500 - Itajubá, MG
Tel: (035) 622.1966

IEN/CNEN
Cidade Universitária - Ilha do Fundão
Caixa Postal 2186
20000 - Rio de Janeiro, RJ

IME
Departamento de Engenharia Mecânica
Praça General Tibúrcio, 80 - Praia Vermelha
22290 - Rio de Janeiro, RJ
Tel: (021) 295.2547 - rm.330

INPE
Av. Astronautas, 1758
12201 - São José dos Campos, SP
Tel: (0125) 22.9977

IPD/CTA - PMO
Av. Paraibuna, s/nº
12225 - São José dos Campos, SP
Tel: (0123) 22.7711

ITA/CTA - IEME
12225 - São José dos Campos, SP
Tel: (0123) 22.9088

PUC/RJ
Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Marquês de São Vicente, 225 - Gávea
22453 - Rio de Janeiro, RJ
Tel: (021) 274.9922 - rm.330/329
Telex: (021) 31048

UFPB
Departamento de Tecnologia Mecânica
Centro de Tecnologia
Campus Universitário
58000 - João Pessoa, Pb
Tel: (083) 224.7200 - rm.2118

UFPE
Av. Prof. Luiz Freire, 1000
Cidade Universitária
50739 - Recife, Pe
Tel: (081) 271.1234

UFRGS
Departamento de Engenharia Mecânica
Av. Sarmento Leite, 425
90050 - Porto Alegre, RS
Tel: (0512) 24.8208

UFRN
Departamento de Engenharia Mecânica
Campus Universitário
Lagoa Nova
59000 - Natal, RN
Tel: (084) 231.1266

UFSCar
Rod. Washington Luiz, km 235
Caixa Postal 676
13560 - São Carlos, SP
Tel: (0162) 71.1100

UFSC
Departamento de Engenharia Mecânica
Campus Universitário
Trindade
88049 - Florianópolis, SC
Tel: (0482) 33.9397

UFU
Departamento de Engenharia Mecânica
Campus Santa Mônica - Bloco M
38400 - Uberlândia, MG
Tel: (034) 235.0382

UnB
Departamento de Engenharia Mecânica
Faculdade de Tecnologia
Campus Universitário - Asa Norte
70910 - Brasília, DF
Tel: (061) 274.0022 - rm.2314

TECHNICAL UNIVERSITY OF NOVA SCOTIA
P.O. Box 1000
Halifax
Nova Scotia, Canadá B3J 2X4
Tel: (902) 429.8300

UNICAMP
Departamento de Engenharia Mecânica
Cidade Universitária
Barão Geraldo
Caixa Postal 1170
13081 - Campinas, SP
Tel: (0192) 39.1301
Telex: (0192) 1150

UFOP
Departamento de Engenharia Mecânica
Praça Tiradentes, 20
35400 - Ouro Preto, MG