

ESTUDO NUMÉRICO DE ESTRUTURAS TURBILHONARES EM TORNO DE UM OBSTÁCULO CÚBICO NO ESCOAMENTO DE UM CANAL, USANDO O MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA

Antônio Dias Carrijo Neto

Faculdade de Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Uberlândia
João Naves de Avila Av. 2121, Uberlândia, MG, Brasil
tonycarrijo@yahoo.com.br

João Marcelo Vedovoto

jmvedovoto@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

aristeus@mecanica.ufu.br

Resumo: *A modelagem matemática e a simulação numérica de problemas práticos de engenharia envolvendo escoamentos em torno de corpos têm recebido considerável atenção ultimamente. Não obstante, precisão e algoritmos viáveis têm constituído um grande desafio para pesquisadores. Este artigo tem como objetivo apresentar uma metodologia interna da Fronteira Imersa para modelar escoamentos complexos sobre geometrias tri-dimensionais complexas, chamado Modelo Físico Virtual (MFV), em desenvolvimento no Laboratório de Transferência de Calor e Massa e Dinâmica dos Fluidos (LTCM). O método da Fronteira Imersa usa dois domínios independentes para a solução de escoamentos sobre geometrias complexas, chamados, domínio Euleriano e Lagrangiano. O domínio Euleriano usado no presente trabalho é uma malha cartesiana representando o campo do escoamento, onde as equações de Navier-Stokes são discretizadas usando o método dos volumes finitos sobre uma malha não uniforme. As derivadas no tempo e no espaço são aproximadas por um esquema de segunda ordem. O domínio Lagrangiano, usado para localizar a interface sólido/fluido, é discretizado em uma malha não estruturada composta por triângulos. É utilizado um código próprio, com capacidade de processamento paralelo. O escoamento tri-dimensional sobre um cubo foi simulado para capturar e estudar turbilhões do tipo ferradura. Os resultados obtiveram uma boa concordância com a literatura, e ajudaram a entender a geração e o desenvolvimento de muitos tipos de estruturas.*

Palavras-chave: *Método da Fronteira Imersa, Modelo Físico Virtual, Escoamentos sobre corpos Rombudos.*

1. INTRODUÇÃO

O escoamento sobre geometrias complexas está presente na maioria das aplicações de mecânica dos fluidos na engenharia. Todavia, a simulação numérica destes escoamentos requer algoritmos sofisticados e, muitas vezes, altos custos computacionais. No presente trabalho o método da Fronteira Imersa é usado como uma alternativa eficiente para simular escoamentos sobre geometrias complexas, ou seja, o escoamento sobre um cubo de face montada. Utiliza-se um código paralelo interno rodando em um cluster Beowulf.

No método da Fronteira Imersa (FI) a presença de um sólido, ou uma interface gasosa, no escoamento pode ser simulada pela adição de um termo extra às equações discretizadas de Navier-Stokes.

O modo como a componente da força é avaliada diferencia-se das metodologias de Fronteira Imersa conhecidas até agora. Além disso, uma importante característica apresentada pela metodologia da FI é que o obstáculo imerso, que é a interface sólido/fluido, pode ser representado por uma malha Lagrangiana, enquanto o domínio fluido pode ser discretizado por uma rede como a cartesiana ou cilíndrica. Alguns métodos de FI necessitam, além disso, de um procedimento de interpolação/distribuição que promove a transferência de informação posterior e anterior entre os domínios. Esta independência do domínio permite uma fácil aplicação do deslocamento do corpo imerso e/ou deformação relativa da malha do fluido.

O desenvolvimento do método da Fronteira Imersa é atribuído a Charles Peskin e seus colaboradores, quando desenvolviam uma metodologia para simular o escoamento do sangue em válvulas cardíacas.

Conforme o trabalho de Peskin (1977), a origem do termo de força previamente citado deve-se à taxa de deformação do corpo elástico fluido/sólido. Os pontos elementares do corpo são amarrados por membranas elásticas. Mais recentemente, Lima e Silva (2003) propuseram um modelo que avalia o campo de força pela aplicação do balanço de quantidade de movimento. O proposto é similar ao trabalho de Mohd-Yusof (1997), mas usando um esquema de interpolação mais simplificada, reduzindo a necessidade de recursos computacionais.

Posto que, o modelo aplica a condição de não-escorregamento indiretamente na parede do corpo - via balanço de quantidade de movimento do escoamento adjacente - o modelo tem sido chamado de Modelo Físico Virtual (MFV) (Lima e Silva et al, 2003).

2. MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA

O método da Fronteira Imersa usa dois domínios distintos para avaliar o escoamento sobre uma geometria complexa. Uma malha Euleriana é usada para discretizar o domínio fluido para a solução do campo do escoamento. Um domínio Lagrangiano é usado para representar a interface fluido/fluido ou fluido/sólido. Deste modo, a solução do campo do escoamento pode ser obtida usando uma rede mais simples, isto é, uma malha cartesiana, enquanto a geometria complexa representada pela interface fluido/sólido é discretizada por uma configuração Lagrangiana versátil e fixa de pontos. A representação Euleriana/Lagrangiana tem uma grande vantagem em favor dos métodos de Fronteira Imersa, especialmente para problemas de interação fluido-estrutura, onde o corpo sofre deformações e/ou deslocamentos.

O Modelo Físico Virtual (Lima e Silva et al, 2003), portanto atua acoplando o algoritmo entre os domínios Euleriano e Lagrangiano. A metodologia e tanto os domínios Euleriano e Lagrangiano são detalhados nas seções seguintes.

2.1 O Domínio Euleriano

O domínio Cartesiano é discretizado pelo método dos volumes finitos em malha estruturada não uniforme. O escoamento é considerado incompressível e isotérmico. A forma integral das equações de Navier-Stokes para estas hipóteses torna-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \phi d\Omega + \int_S \rho \phi v \cdot n dS = \int_S \Gamma \nabla \phi \cdot n dS + \int_{\Omega} q_{\phi} d\Omega \quad (1)$$

Onde φ é uma propriedade sendo transportada, q_φ é o termo de geração ou destruição de φ , e Γ^φ é a difusividade de φ . A derivada no tempo é aproximada por um método de segunda ordem three-time level (Ferziger e Peric, 2002), e a derivada espacial pelo Esquema de Diferenças-Centradas. O acoplamento pressão-velocidade é dado pelo método SIMPLEC (Van Doormal e Raithby, 1984), sendo aplicada a não relaxação para a solução das equações discretizadas da quantidade de movimento. As variáveis do escoamento são colocadas em um arranjo co-localizado, e o método de interpolação Rhie-Chow (Rhie-Chow, 1983) é usado para evitar oscilações numéricas tipo checkerboard (Ferziger e Peric, 2002).

Os sistemas lineares originados da discretização das equações são solucionados usando algoritmos SOR e SIP, para velocidades e pressão, respectivamente. A integração no tempo e no espaço da Equação 1, sobre um volume elementar, através de arranjos matemáticos leva à equação abaixo:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3\varphi_p^n - 4\varphi_p^{n-1} + \varphi_p^{n-2}}{2\Delta t} \right) \Delta x \Delta y \Delta z + (\rho_e u_e \varphi_e - \rho_w u_w \varphi_w)^n \Delta y \Delta z + (\rho_n u_n \varphi_n - \rho_s u_s \varphi_s)^n \Delta x \Delta z + \\ & (\rho_t u_t \varphi_t - \rho_b u_b \varphi_b)^n \Delta x \Delta y = \left[\left(\Gamma^\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma^\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_w \right]^n \Delta y \Delta z + \\ & \left[\left(\Gamma^\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma^\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_s \right]^n \Delta x \Delta z + \left[\left(\Gamma^\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_t - \left(\Gamma^\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_b \right]^n \Delta x \Delta y + q_\varphi \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (2)$$

O primeiro termo do lado esquerdo da Equação 2 representa a discretização do termo transiente usando um esquema three-time level com precisão de segunda ordem no tempo (Muzaferija e Peric, 1997).

2.2. O Domínio Lagrangiano

A aproximação Lagrangiana para analisar o movimento de uma partícula consiste em colocar um sistema de coordenadas na partícula de interesse. Em outras palavras, o sistema de coordenadas move-se no escoamento acompanhando a partícula, deste modo, a cada passo de tempo a partícula mantém um sistema particular de coordenadas relativo ao sistema global. No modelo Físico Virtual a geometria a ser simulada é caracterizada por uma configuração fixa de pontos, como visto na Figura 1. Esta metodologia permite tomar as vantagens da aproximação Lagrangiana, como a possibilidade de simular corpos móveis aplicando apenas operações de translação para a posição dos pontos.

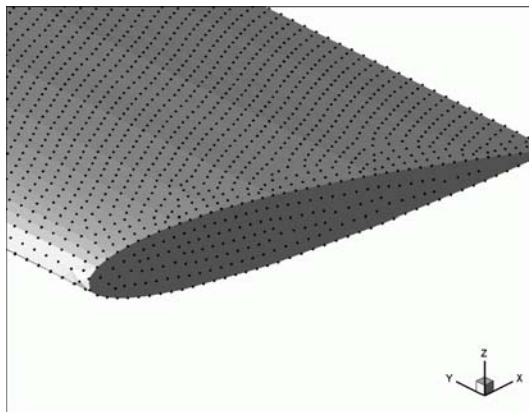


Figure 1: Superfície de um aerofólio NACA-0012 caracterizado por pontos Lagrangianos (Vedovoto et al, 2006).

A principal característica do método da Fronteira Imersa é simular a presença de interfaces fluido/sólido ou fluido/fluido no escoamento, pela adição de um termo de origem de força \vec{f} nas equações de Navier-Stokes. Na Figura 2 um ponto Lagrangiano arbitrário k é mostrado com coordenadas \vec{x}_k , assim como um volume elementar de fluido com coordenadas \vec{x} . A avaliação feita de \vec{f} diferencia o método da FI dos demais.

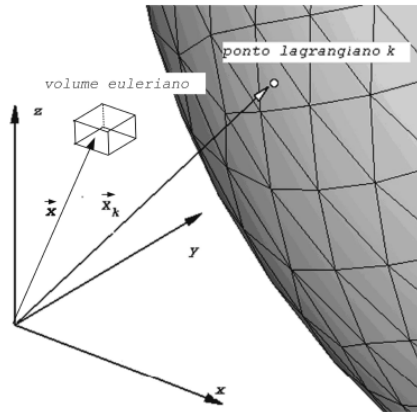


Figura 2: Desenho esquemático de um ponto arbitrário sobre a superfície e sua localização em relação a um elemento de fluido.

No Modelo Físico Virtual, a força Lagrangiana é obtida fora do balanço de momento sobre a partícula k , colocada em \vec{x}_k . A partícula também possui propriedades de pressão p_k , e velocidade \vec{V}_k . Portanto, a força pode ser avaliada como:

$$\vec{F}_k = \frac{\partial(\rho \vec{V}_k)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}_k \vec{V}_k) - \mu \nabla^2 \vec{V}_k + \vec{\nabla} p_k. \quad (3)$$

A Equação 3 pode ser interpretada como a força necessária para que a partícula de fluido imediatamente adjacente ao ponto Lagrangiano k adquira a mesma velocidade daquele ponto, isto é, uma imposição da condição de não escorregamento entre o fluido e as paredes do corpo imerso. Cada termo da Equação 3 contribui com a força total e pode ser analisado como segue.

O primeiro e o segundo termos (o termo transiente), são responsáveis pela força de aceleração (\vec{F}_{acc}) e a força inercial (\vec{F}_{inert}), respectivamente, e os termos seguintes responsáveis pelo comportamento viscoso (\vec{F}_{visc}) e força de pressão (\vec{F}_{press}), respectivamente. Maiores detalhes sobre o modelo e a avaliação de cada termo podem ser encontrados em Lima e Silva (2003), e Campregher (2005).

As propriedades do escoamento na malha Euleriana devem ser interpoladas para a malha Lagrangiana para calcular as forças Lagrangianas. Uma vez avaliadas, as forças Lagrangianas devem ser transferidas de volta ao domínio Euleriano e inseridas no termo fonte das equações discretizadas de Navier-Stokes. A conexão entre os domínios Lagrangiano e Euleriano é promovida pelo procedimento de distribuição de forças.

2.2.1. O Modelo Físico Virtual

A discretização da Equação 3 é feita pelo ajuste do sistema de referência com origem colocada no ponto k . O polinômio Lagrangiano é então usado para obter as derivadas espaciais ao longo de cada direção. Sendo m o número de pontos usado para construir um polinômio interpolador de ordem $m-1$. Portanto, o valor da propriedade ϕ ao longo da direção i , em qualquer ponto p , é dado por:

$$\phi_i(p) = \sum_m \psi_m(p) \phi_m, \quad (4)$$

onde,

$$\psi_m(p) = \prod_{n, n \neq m} \left[\frac{x_i(p) - x_i(n)}{x_i(p) - x_i(n)} \right]. \quad (5)$$

Uma vista detalhada do elemento triangular é mostrada na Figura 3. Os lados do elemento são formados pelos segmentos S_1 , S_2 , e S_3 , conectando os pontos P_1 , P_2 e P_3 . Sendo assim $S_1 = \overline{P_2 P_1}$, $S_2 = \overline{P_3 P_2}$, e $S_3 = \overline{P_3 P_1}$. Sendo ΔA_k é o elemento triangular superficial de área, avaliado como:

$$\Delta A_k = \sqrt{S(S - S_1)(S - S_2)(S - S_3)}, \quad (6)$$

onde $S = (1/2)(S_1 + S_2 + S_3)$. O ΔS_k é o tamanho médio dos lados do triângulo. É importante notar que cada uma das propriedades geométricas estão associadas com o ponto Lagrangiano k .

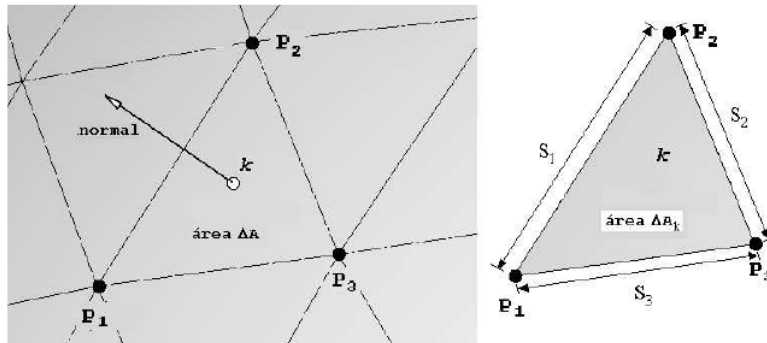


Figura 3: Vista detalhada do elemento triangular.

2.2.2. O Processo de Distribuição

O termo de força Lagrangiana \vec{F} , calculado no ponto Lagrangiano (denotado por k) é então transferido para o domínio Euleriano por meio da função delta de Dirac. Em um domínio N-dimensional esta função é definida como:

$$\vec{f}(\vec{x}) = \int_{R^n} \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) \vec{F}(\vec{x}_k) d^n \vec{x}_k. \quad (7)$$

Para a versão tridimensional do Modelo Físico Virtual, o campo da força Lagrangiana \vec{F}_i é distribuído sobre a malha Euleriana usando a Equação 8:

$$f_i = \sum F_{i,k} D_i \Delta A_k \Delta S_k . \quad (8)$$

A função de distribuição D_i é avaliada como:

$$D_i(x_k) = \prod_i \left\{ \frac{\varphi[(x_k - x_i)/\Delta A_i]}{\Delta x_i} \right\} , \quad (9)$$

onde a função φ é definida como:

$$\varphi(r) = \begin{cases} \tilde{\varphi}(r) & \text{if } \|r\| < 1 \\ \frac{1}{2} - \tilde{\varphi}(2-r) & \text{if } 1 < \|r\| < 2 \\ 0 & \text{if } \|r\| > 2 \end{cases} , \quad (10)$$

$$\tilde{\varphi}(r) = \frac{3 - 2\|r\| + \sqrt{1 - 4\|r\| + 4\|r\|^2}}{8} . \quad (11)$$

A função de distribuição é dividida por uma unidade de volume, se anulando fora da área característica quando multiplicada por uma área (ΔA_k) e comprimento (ΔS_k). Em seguida a força por unidade de volume restante é integrada sobre o volume Ω .

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Embora um cubo apoiado sobre uma superfície fosse um problema geometricamente simples, o escoamento em torno de tal geometria pode gerar estruturas turbilhonares altamente complexas, como vórtices em forma de ferraduras e vórtices do tipo grampo de cabelo. Este exemplo foi escolhido como um teste para verificar a robustez do código.

Para reduzir os custos computacionais de gerar a função indicadora, uma caixa computacional que cerca o limite imerso é introduzida, como descrito em Lima e Silva (2002). A caixa deve ser grande bastante conter todos os pontos interpolados como descrito na Figura 4.

Ainda na Figura 4 é possível notar que o eixo coordenado Lagrangiano em cada ponto está independente e paralelo ao eixo de coordenadas cartesianas. Tal configuração implicou em algumas mudanças no código numérico para o trabalho atual. Basicamente, as mudanças foram feitas para evitar a presença de pontos interpolados fora do domínio, quando a geometria é colocada perto do limite do escoamento, fazendo simulações impraticáveis.

Nos casos onde aqueles ajustes eram necessários o sentido do eixo Lagrangiano é invertido. Nestes casos a nova direção é oposta à original, assegurando-se de que nenhum ponto esteja colocado fora do domínio Euleriano. A Figura 4 mostra a malha Euleriana (cartesiana), a caixa computacional (linha negra espessa), e a malha computacional do cubo (elementos do tipo triangular). É também possível ver na Figura 6 os sentidos do vetor original para os pontos interpolados ao longo do eixo z (seta tracejada), e o vetor com o sentido novo (seta vermelha).

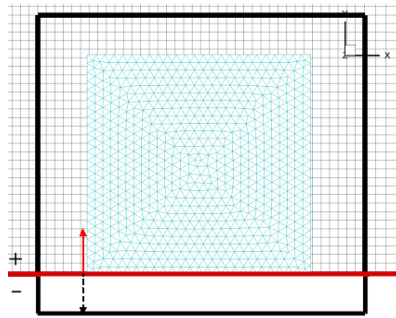


Figura 4: Esquema com sentido dos vetores utilizados nas interpolações.

As mudanças no sentido dos vetores não representaram nenhum problema para o Método da Fronteira Imersa e os resultados obtidos comprovaram que tal procedimento era fisicamente consistente. No exemplo do cubo uma outra alteração era necessária, uma constante adhoc foi aplicada ao termo da aceleração para avaliação da força Lagrangiana. Assim, a força de aceleração é dada por:

$$\vec{F}_{acc} = \frac{\rho}{C} \left(\frac{-U_{ki}}{\Delta t} \right). \quad (12)$$

Onde C é a constante adhoc=0,1, U_{ki} é a velocidade do ponto Lagrangiano k , e Δt é o passo de tempo.

Os resultados obtidos no presente trabalho são comparados com o trabalho de Hwang e Yang (2004), para números de Reynolds de 350 e 1.000. As dimensões do domínio computacional para ambos os trabalhos é a mesma. O domínio Euleriano é $1,2 \times 0,7 \times 0,2$ m, discretizado em uma malha composta por $196 \times 136 \times 79$ volumes. O domínio computacional foi dividido em quatro processadores. Pela definição de MFV, o corpo imerso impõe uma condição de não escorregamento nas paredes do cubo, sendo, portanto as condições de contorno para o domínio Euleriano a de não escorregamento na parede, em $z = 0$, e superfície livre em $z = z_{max}$, $y = 0$, $y = y_{max}$.

A Figura 5 mostra as isosuperfícies de Q obtidas pela simulação do escoamento a Reynolds 1.000 de Hwang e Yan, (2004) (no lado esquerdo), e obtida no presente trabalho. É possível notar a boa concordância qualitativa entre os resultados.

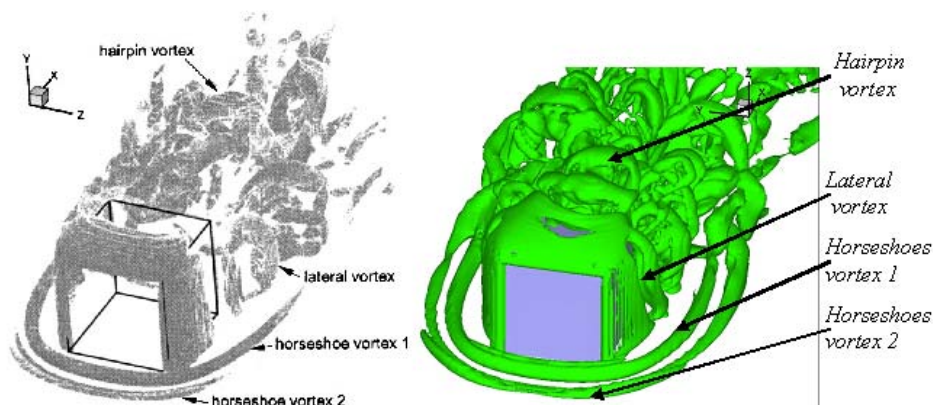


Figura 5: Isosuperfícies de Q obtidas por Hwang e Yang,(2004) (esquerda), e o presente trabalho(direito).

Outra grande semelhança ocorre entre a Figura 6(a), obtida por Hwang e Yang (2004), e a Figura 6(b) (obtida no presente trabalho).

Em ambas as figuras as linhas de corrente são mostradas em um plano perto da parede onde o cubo está posicionado.

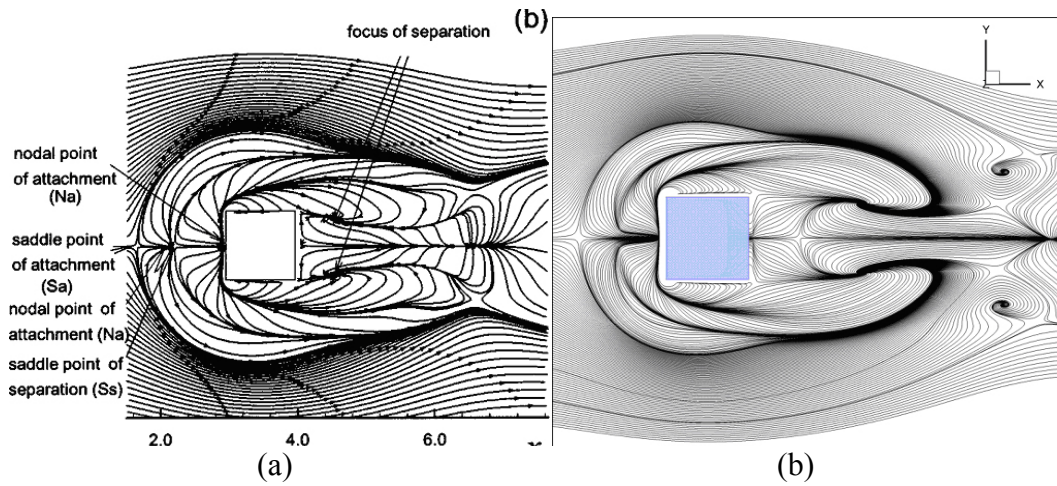


Figura 6 (a): Linhas de corrente a $Re = 350$ no plano xz , $x = 0,0053m$, (Hwang e Yang (2004)).
 (b) Linhas de corrente a $Re=350$, plano xy , $z=0,001m$, (presente trabalho).

As linhas de corrente 3D na Figura 7 mostram claramente a formação de vórtices do tipo ferradura no escoamento a montante do cubo.

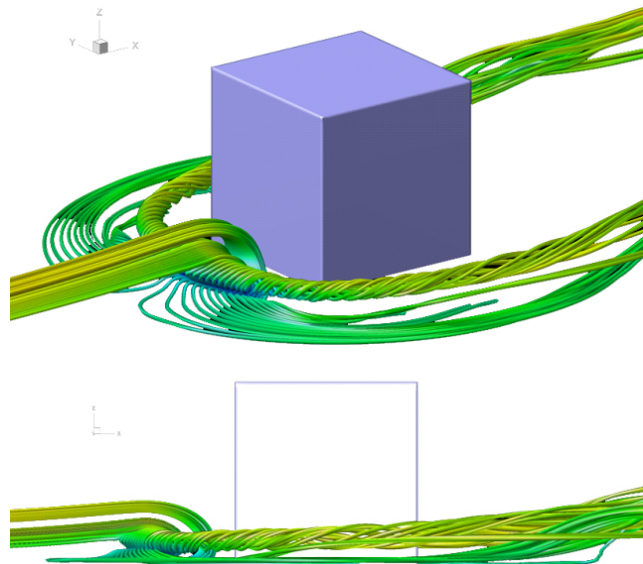


Figura 7: Linhas de corrente 3D mostrando a formação de vórtices do tipo ferradura ($Re=1.000$).

A figura 8 mostra isosuperfícies de $Q = 75$, coloridas pela velocidade u ($Re=1.000$).

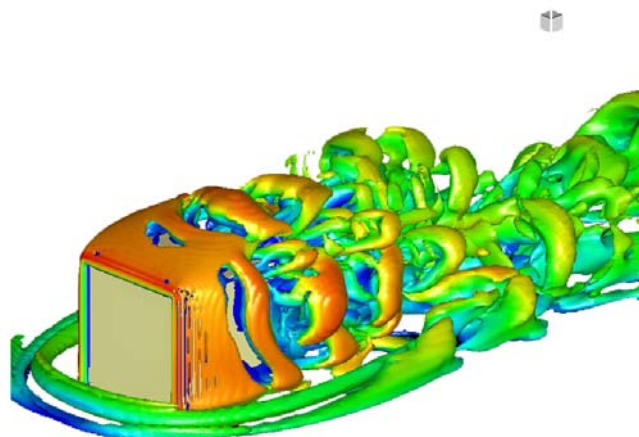


Figura 8: Isosuperfícies de $Q = 75$, ($Re = 1.000$).

Uma comparação quantitativa é feita entre os escoamentos a Reynolds 350 e 1.000. Na Figura 12, podem-se notar três pares de curvas de evolução temporal. Estas curvas representam, respectivamente, os coeficientes de arrasto, lateral, e sustentação, para ambos os escoamentos a $Re=350$ e $Re=1.000$.

Também existe um pequeno incremento no valor do coeficiente de arrasto a Reynolds 350, o que é esperado fisicamente. Não há nenhuma diferença visível para os coeficientes de sustentação e lateral, uma vez que ambas as curvas oscilam em torno de um mesmo valor (0,4 para o coeficiente de sustentação, e 0,0 para o coeficiente lateral).

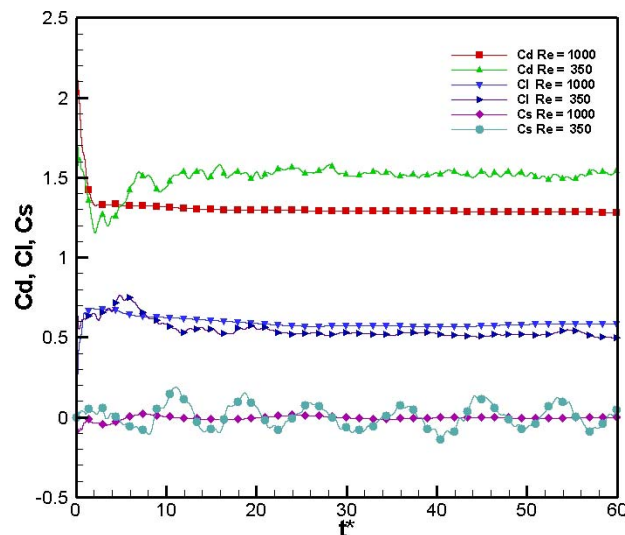


Figura 9: Evolução temporal dos parâmetros quantitativos para o escoamento sobre um cubo.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e a CAPES pelo suporte financeiro.

6. REFERÊNCIAS

- Campregher, Rubens, 2005, "Modelagem Matemática tridimensional para problemas de interação fluido-estrutura", doctoral thesis, Uberlândia
- Ferziger J and Peric M., 2002, Computational methods for fluid dynamics 3th ed., Springer-Verlag, New-York, USA.
- Hwang, J. and Yang, K., 2004, "Numerical study of vortical structures around wall-mounted cubic obstacle in channel flow", Physics of Fluids, Vol.16, No. 7, 2382-2394.
- Lima e Silva A.L.F., 2002, "Desenvolvimento e implementação de uma nova metodologia de modelagem de escoamentos sobre geometrias complexas: método da fronteira imersa com modelo físico virtual", doctoral thesis, Uberlândia
- Lima e Silva A.L.F., Silveira-Neto, A., and Damasceno, J.J.R, 2003, "Numerical simulation of two dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method.", J. Comp. Phys. 189, 351.
- Mohd-Yusof, J., 1997, "Combined immersed boundaries/B-splines methods for simulations in complex geometries", CTR Annual Research Briefs, NASA Ames/Stanford University.
- Muzafferija, S. and Peric, M., 1997, "Computational of free-surface flows using the Finite-Volume method and moving grids", Numerical Heat Transfer, Part B 32, 369-384.
- Peskin C.S., 1977, "Numerical analysis of the blood flow in the heart", J. Comp. Phys. 25, 220.
- Rhie C. and Chow W., 1983, "Numerical study of turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation", AIAA Journal 21, 1525.

- Schneider G.E. and Zedan M., 1981, "A modified strongly implicit procedure for the numerical solution of field problems", Numerical Heat Transfer 4, 1.
- Van Doormal, J. and Raithby, G., 1984, "Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows", Numerical Heat Transfer 7, 147-163.
- Vedovoto, J. M., Campregher, R., Silveira Neto, A., 2006, "Mathematical modeling and numerical simulation of a three-dimensional flow over complex geometries using the immersed boundary method", Proceedings of 11th Brazilian Congress of Congress of Thermal Sciences and Engineering - ENCIT.

NUMERICAL STUDY OF VORTICAL STRUCTURES AROUND A WALL-MOUNTED CUBIC OBSTACLE IN CHANNEL FLOW, USING THE IMMERSSED BOUNDARY METHOD

Antônio Dias Carrijo Neto

School of Mechanical Engineering - Federal University of Uberlândia
João Naves de Ávila Av. 2121, Uberlândia, MG, Brazil
tonycarrijo@yahoo.com.br

João Marcelo Vedovoto

School of Mechanical Engineering - Federal University of Uberlândia
João Naves de Ávila Av. 2121, Uberlândia, MG, Brazil
jmvedovoto@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

School of Mechanical Engineering - Federal University of Uberlândia
João Naves de Ávila Av. 2121, Uberlândia, MG, Brazil
aristeus@mecanica.ufu.br

Abstract: *The mathematical modeling and the numerical simulation of practical engineering problems involving flow around bodies are receiving increasing attention lately. Nonetheless, accurate and viable algorithms still constitute great challenge to researchers. This paper aims to present an in-house Immersed Boundary (IB) methodology for modeling flows over complex three-dimensional geometries named Virtual Physical Model (VPM). The VPM has being developed in the Laboratory of Heat and Mass Transfer and Fluid Dynamics (LTCM).*

The Immersed Boundary method uses two independent domains for the solution of flows over complex geometries, namely, an Eulerian and a Lagrangian domains. The Eulerian domain used in the present work is a Cartesian mesh representing the flow field, where the Navier-Stokes equations are discretized using finite volume method over a non-uniform mesh. The time and space derivatives were approximated by a second-order scheme. The Lagrangian domain, used to locate the solid/fluid interface, is discretized by an unstructured mesh composed by triangles. The three-dimensional flow over mounted cubes was simulated to capture and study horseshoes-type vortices. The results obtained present a good agreement with literature, and help understand the generation and development of such type of vortices.

Keywords: *Immersed Boundary Method, Virtual Physical Model, Flow past Bluff Bodies.*