

ESCOAMENTOS AXISSIMÉTRICOS DE FLUIDOS DE HERSCHEL- BULKLEY: MODELAGEM MECÂNICA E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Amir De Toni Jr., Fernando Machado, Flávia Zinani, Sérgio Frey
Laboratório de Mecânica dos Fluidos Aplicada e Computacional – LAMAC - UFRGS
Rua Sarmiento Leite, 425 – 90059-170 – Porto Alegre, RS
detoni@mecanica.ufrgs.br

1. RESUMO

O estudo do escoamento de fluidos não-Newtonianos através de expansões e contrações é de grande interesse acadêmico e industrial devido a sua ampla aplicação. Este trabalho tem como objetivo simular escoamentos de fluidos viscoplásticos através de uma expansão súbita 1:4 axissimétrica. A modelagem mecânica baseia-se nas leis de conservação de massa e momentum para escoamentos isocóricos de um fluido Newtoniano generalizado. A viscosidade, descrita pelo modelo Herschel-Bulkley, é regularizada pela função de Papanastasiou. A solução do sistema de equações resultante é aproximada pela formulação estabilizada de elementos finitos, denominada Galerkin Mínimos-Quadrados (GLS). As simulações computacionais estudaram a influência da pseudoplasticidade e da tensão de escoamento na dinâmica do escoamento, com os resultados obtidos estando de acordo com a literatura.

2. MODELAGEM MECÂNICA

A simulação numérica de escoamentos isocóricos de fluidos GNL é governado pelas equações da continuidade e movimento (Slattery, 1999);

$$\begin{aligned} \rho[\text{grad } \mathbf{u}]\mathbf{u} &= -\text{grad } p + \text{div}(2\eta(\dot{\gamma})\mathbf{D}) + \mathbf{b} \quad \text{em } \Omega \\ \text{div } \mathbf{u} &= 0 \quad \text{em } \Omega \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}_g \quad \text{sobre } \Gamma_g \\ (-p\mathbf{I} + 2\eta(\dot{\gamma})\mathbf{D})\mathbf{n} &= \mathbf{t}_h \quad \text{sobre } \Gamma_h \end{aligned} \tag{1}$$

onde \mathbf{u} é o vetor velocidade, ρ a massa específica, p a pressão hidrostática, η a função viscosidade dos fluidos GNL (Slattery, 1999), \mathbf{D} o tensor taxa de deformação, \mathbf{b} o vetor de forças de corpo, \mathbf{I} o tensor unitário, \mathbf{n} o vetor unitário exterior, \mathbf{t} o vetor força de superfície, Ω o domínio do problema, Γ_g a porção da fronteira onde as condições de Dirichlet são impostas e Γ_h a porção da fronteira onde se impõe as condições de Neumann.

Dentre os fluidos GNL, foi utilizado o modelo de Herschel-Bulkley para descrever a viscosidade dos materiais viscoplásticos. Matematicamente, tem-se que:

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n & \text{se } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{se } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \tag{2}$$

onde τ é tensão de cisalhamento, τ_0 a tensão crítica de escoamento, K o índice de consistência, $\dot{\gamma}$ a taxa de cisalhamento e n o expoente *power-law*. É possível contornar o caráter descontínuo da Equação 2 introduzindo a regularização de caráter exponencial proposta por Papanastasiou (1987). Assim, a função de viscosidade torna-se contínua e válida para valores de tensão abaixo e acima do limite de escoamento τ_0 :

$$\eta(\dot{\gamma}) = K\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}(1 - \exp(-\alpha\dot{\gamma})) \quad (3)$$

sendo α o parâmetro de regularização. Quando $\alpha \rightarrow \infty$, a função de Papanastasiou se aproxima da função de Herschel-Bulkley.

3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção, é investigado o efeito da variação do número de Herschel-Bulkley na dinâmica do escoamento através de uma expansão abrupta de razão de aspecto 1:4. O modelo mecânico que descreve este escoamento (Equação 1) foi aproximado pelo método GLS (Zinani e Frey, 2006), empregando-se uma malha de 15.825 elementos finitos bilineares (Q_1/Q_1).

O duto de entrada do escoamento possui comprimento L_0 e raio R_0 , enquanto o duto de saída tem comprimento L_1 e raio R_1 . As relações $L_0/R_0 = 30$ e $L_1/R_0 = 75$ são adotadas para assegurar o desenvolvimento do perfil de escoamento. Foram empregadas as condições de contorno de não deslizamento e impermeabilidade nas paredes, derivada nula da velocidade no plano de simetria, velocidade de escoamento prescrita na entrada $u_0=1$ e tração livre na saída.

A Figura 1 ilustra as isobandas da tensão de escoamento τ para uma faixa do número de Herschel-Bulkley - dado por $Hb = \tau_0/K(u_0/R_0)^n$ - e do expoente *power-law* n .

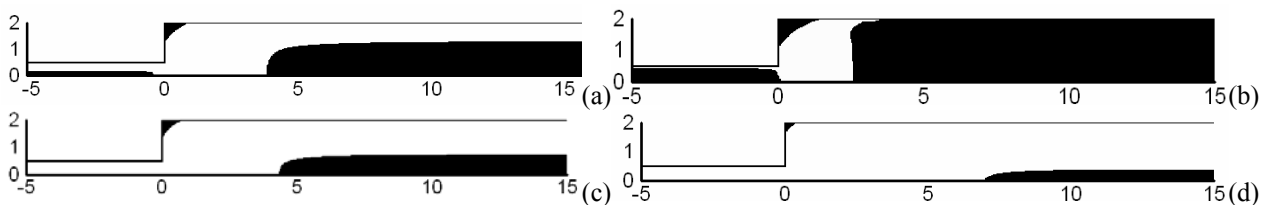


Figura 1: Isobandas de τ , para $n=0,37$ (a) $Hb=1$ (b) $Hb=100$; para $Hb=0,1$ (c) $n=0,8$ (d) $n=0,37$

Conforme observado, a metodologia GLS permitiu o estudo da estrutura do escoamento, tanto de suas regiões rígidas (zonas pretas) como de suas regiões escoadas (zonas brancas). Nas simulações realizadas, verificou-se o aumento das regiões rígidas com o aumento de Hb e com o aumento do n , - em concordância com resultados de Jay et. al (2001). Da definição do número de Herschel-Bulkley, tem-se que limite de escoamento do material, τ_0 , é diretamente proporcional tanto ao número de Hb como ao expoente *power-law* - para fluidos pseudoplásticos ($n < 1$). Portanto, quanto maior Hb e n , maior o valor da tensão de escoamento necessária para que o escoamento do material ocorra.

4. REFERÊNCIAS

- Slattery, J.C., 1999, "Advanced Transport Phenomena", Cambridge University Press.
- Zinani, F., Frey, S., 2006, "Galerkin Least-Squares Finite Element Approximations for Isochoric Flows of Viscoplastic Liquids", J. Fluids. Engineering – Transactions of the ASME, Vol. 128, pp.856-863
- Jay, P., Magnin, A., and Piau, J. M., 2001. "Viscoplastic Fluid Flow Through a Sudden Axisymmetric Expansion", AIChE Journal, vol. 47, pp. 2155-2166.
- Papanastasiou, T. C., 1987, "Flow of Material with Yield", J. of Rheology, Vol. 31, pp.385-404.