

## ANÁLISE NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS TRIDIMENSIONAIS EM UMA CAVIDADE COM TAMPA DESLIZANTE PARA BAIXOS E MÉDIOS NÚMERO DE REYNOLDS

### Tadeu Tonheiro Rodrigues

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Av. Brasil, 56-Centro, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil.

tadeu.tonheiro@gmail.com

### José Luiz Gasche

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Av. Brasil, 56-Centro, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil.

gasche@dem.feis.unesp.br

**Resumo:** *O principal objetivo deste trabalho é apresentar os resultados da validação de um código computacional por meio da utilização do problema da cavidade com tampa deslizante. O trabalho consistiu na tridimensionalização de um código computacional existente. Este código estava escrito para resolver problemas de escoamentos incompressíveis e em regime permanente, não possui modelo de turbulência, sendo mais adequado para resolver escoamentos a baixas velocidades. As características gerais deste código eram: aplicável a problemas 2D para coordenadas cartesianas, usava o algoritmo SIMPLE - Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations, para tratar o problema do acoplamento pressão-velocidade, usa já o power-law como função de interpolação e o TDMA - Tri Diagonal Matrix Algorithm como método de solução dos sistema de equações algébrica resultante. O código foi estendido para a versão tridimensional e o método de acoplamento pressão-velocidade SIMPLEX-SIMPLE CONSISTENTE- foi implementado Um estudo relativo ao uso de malha uniforme e não uniforme foi efetuado. Os resultados foram confrontados com dados provenientes de outros autores e mostraram boa concordância.*

**Palavras-chave:** *cavidade com tampa deslizante, volumes finitos.*

## 1. INTRODUÇÃO

O uso de códigos computacionais para simulação e estudo dos fenômenos da mecânica dos fluidos e transferência de calor e massa tem ganhado paulatinamente espaço no meio acadêmico e na área de P&D do setor industrial. O uso de códigos reflete num menor custo relativo ao uso de experimentação além de proporcionar maior dinâmica no estudo de diversos problemas. Existe uma série de códigos computacionais comerciais disponíveis, como o CFX e o Fluent, ambos da ANSYS, que são códigos fechados e, muitas vezes, de difícil utilização com relação à alteração da modelagem física matemática original. Para um estudo mais aprofundado e maior conhecimento das técnicas numéricas é importante que o usuário tenha um código aberto à, de fácil manipulação, refletindo em maior produtividade e possibilitando a implementação de novas técnicas e metodologias de simulação.

O principal objetivo deste trabalho é estender para a terceira dimensão um código bidimensional já existente, que utiliza a metodologia de volumes finitos para resolver problemas gerais de escoamento de fluidos. Este código atualmente está escrito para resolver problemas de escoamentos incompressíveis e em regime permanente, não possui modelo de turbulência, sendo mais adequado para resolver escoamentos a baixas velocidades. As características gerais deste código são: aplicável a problemas 2D para coordenadas cartesianas, usa o algoritmo SIMPLE - Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations, para tratar o problema do acoplamento pressão-velocidade, usa o Power-law desenvolvido por Patankar(1980) como função de interpolação e o TDMA - Tri Diagonal Matrix Algorithm como método de solução dos sistema de equações algébrica resultante.

Além de ser implementada a terceira dimensão no código foi implementado também o algoritmo SIMPLEC-SIMPLE Consistente, para tratar o acoplamento pressão velocidade. Um estudo sobre o efeito da influência da malha foi feito através do uso de malha uniforme e não uniforme.

Para validação do programa foi implementado um caso já bastante estudado, rico em informações na literatura, o caso da cavidade com tampa deslizante (*lid-driven cavities*), que é um dos casos teste padrão (*benchmarks*). Foram simuladas situações para baixos e médios números de Reynolds visto que o programa ainda não possui modelo de turbulência. Os resultados apresentaram boa concordância com dados provenientes da literatura.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

Neste estudo foi considerado um escoamento tridimensional, incompressível, em regime permanente, isotérmico, em coordenadas cartesianas de um fluido Newtoniano. As equações [1-4] compõem o sistema de equações tridimensional em coordenadas cartesianas resolvido no presente estudo. Para esse sistema de coordenadas as equações da continuidade e de quantidade de movimento são expressas da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1)$$

Navier-Stokes na direção x:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho wu) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

Navier-Stokes na direção y:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho wv) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

Navier-Stokes na direção z:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uw) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vw) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho ww) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

### 3. METODOLOGIA DE SOLUÇÃO NUMÉRICA

O método numérico de Volumes Finitos é utilizado para solucionar o escoamento no interior de uma cavidade com tampa deslizante. Este método é extensivamente aplicado na solução numérica de problemas em transferência de calor e mecânica dos fluídos.

Basicamente, o método de Volumes Finitos consiste em três principais etapas. Primeiramente, o domínio é dividido em vários volumes de controle, formando a malha computacional discreta. Na segunda etapa, as equações diferenciais governantes são integradas nos volumes de controle e as equações resultantes são discretizadas resultando num sistema linear de equações algébricas. A discretização espacial das equações é muito importante, pois as equações governantes são não-lineares e necessitam ser linearizadas devidamente. De fato, existem vários esquemas de interpolação dos termos difusivos-convectivos. Finalmente, na terceira etapa, o sistema de equações é solucionado. Além destas etapas, é necessário também formular fisicamente e numericamente as condições de contorno, pois a solução numérica depende fortemente destas condições.

No caso analisado foram realizadas simulações com malha uniforme e não uniforme. O método de interpolação para tratamento dos termos advectivos-difusivos utilizado foi o Power-law, esquema de 2º ordem bastante eficiente. Em ambas as malhas utilizadas o algoritmo SIMPLEC é utilizado para solução do problema de acoplamento pressão-velocidade. O sistema de equações algébricas resultantes é resolvido com o algoritmo TDMA - Tri Diagonal Matrix Algorithm. Uma malha deslocada para a velocidade em relação à pressão é utilizada.

### 4. CONFIGURAÇÃO DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

O estudo do escoamento dentro da cavidade com tampa deslizante é um teste padrão usado para validação de códigos numéricos, caracterizado por uma geometria e condições de contorno bastante simples, mas que geram padrões de escoamento complexos, sendo bastante útil para analisar a qualidade do código desenvolvido. A Figura 1 mostra um esquema da cavidade com tampa deslizante e as condições de contorno governantes do problema.

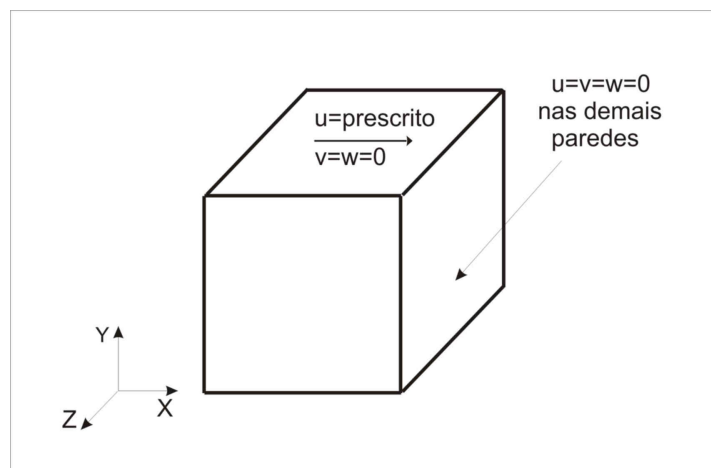


Figura 1: Esquema da cavidade cúbica com tampa deslizante.

Como visto na Figura 1, é na tampa da cavidade que a velocidade  $u$  é prescrita. As outras faces são submetidas à condição de não deslizamento,  $u=v=w=0$ .

O problema foi simulado para baixos e médios números Reynolds, no caso,  $4 \cdot 10^2$  e  $10^3$ , baseados na altura da cavidade, e na velocidade da tampa deslizante. O problema não foi simulado pra números de Reynolds maiores visto que o código não contém modelo de turbulência.

Foi feito um estudo da influência da utilização de uma malha uniforme e não uniforme. A malha não uniforme foi construída segunda uma função adaptada de Maliska(1995). Ambas as malhas foram construídas com  $51 \times 51 \times 51$  volumes. A Figura 2 mostra as malhas computacionais utilizadas.

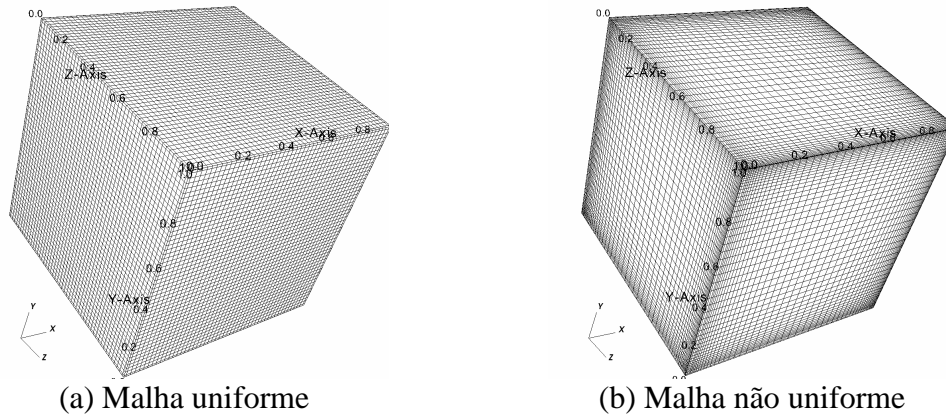


Figura 2: Representação das malhas utilizadas.

Como critério de convergência foi adotado o máximo resíduo da conservação da massa em todo o domínio, este foi considerado como ótimo para  $10^{-16}$ . Todas as simulações foram executadas até a concordância com este critério.

## 5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Para avaliar os resultados do escoamento no interior de cavidades com tampa deslizante é feita uma análise dos perfis de velocidade adimensional  $u/U$  e  $v/U$  no plano  $z=0.5$ . Os resultados para ambos os números de Reynolds simulados foram confrontados com os resultados de Guj e Stella (1990), que utilizaram uma configuração de malha de  $101 \times 101 \times 41$ .

### 5.1 Resultados para $Re = 4.10^2$

A seguir são apresentados nas Figuras 3 e 4 os perfis de velocidade adimensional  $u$  e  $v$  no plano  $z=0.5$  para o  $Re = 4.10^2$ .

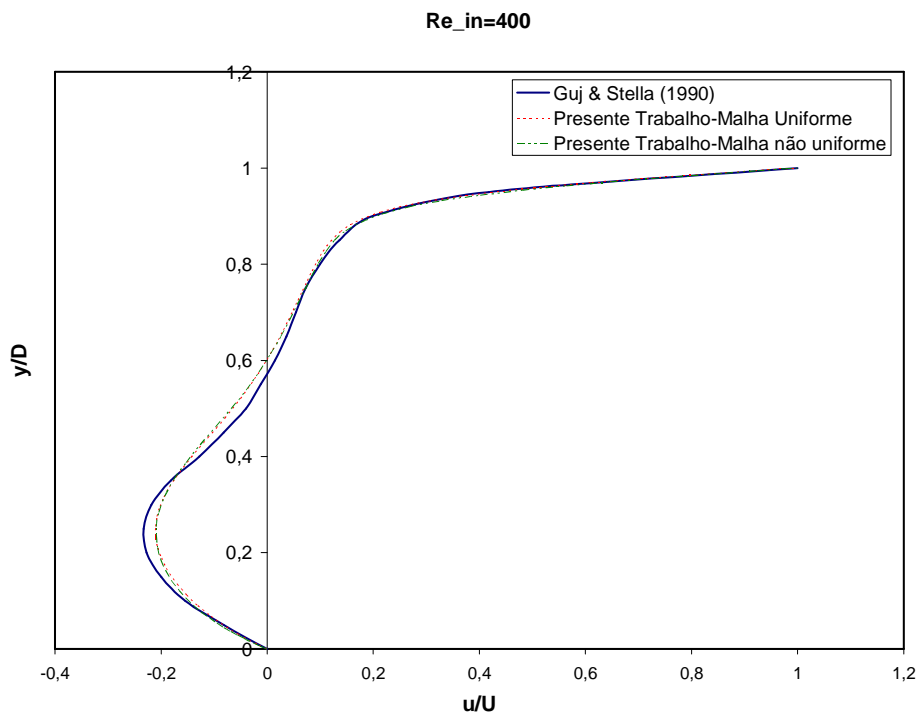


Figura 3: Perfil de velocidade  $u$  no plano  $z = 0.5$  para  $Re = 4.10^2$ .

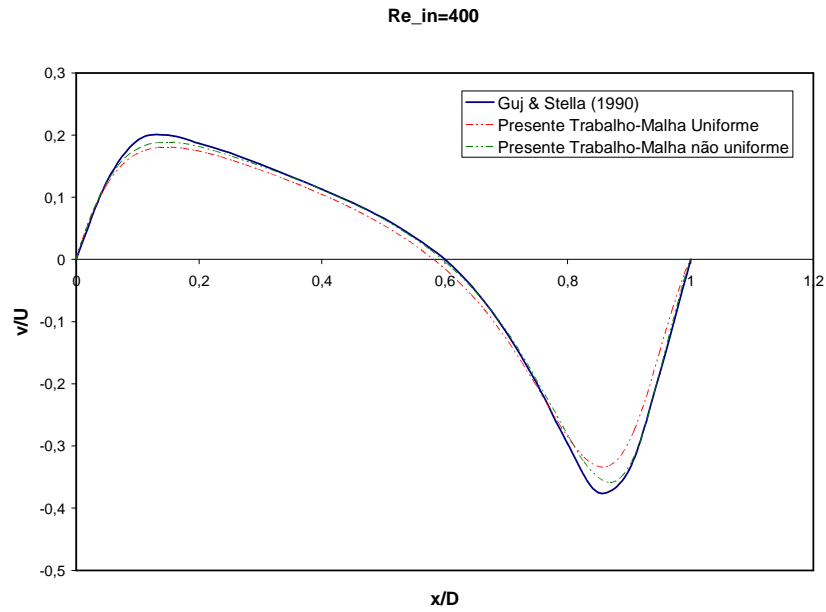


Figura 4: Perfil de velocidade  $v$  no plano  $z=0.5$  para  $Re = 4.10^2$

Como pode ser observado, os perfis obtidos tanto com a malha uniforme como para a malha não uniforme, confrontaram bem com os resultados de Guj e Stella (1990). Os perfis obtidos com a malha não uniforme são mais próximos, sendo este comportamento mais evidente para o perfil de velocidade  $v$ .

Os mapas de isovalores das componentes horizontal ( $u$ ), vertical ( $v$ ) e transversal ( $w$ ) do campo de velocidades, nos planos  $z = 0,5$ ,  $y = 0,5$  e  $x = 0,5$ , para  $Re = 4.10^2$ , são apresentados nas Figuras 5, 6 e 7. Os mapas dos vetores velocidade são mostrados na Figura 8.

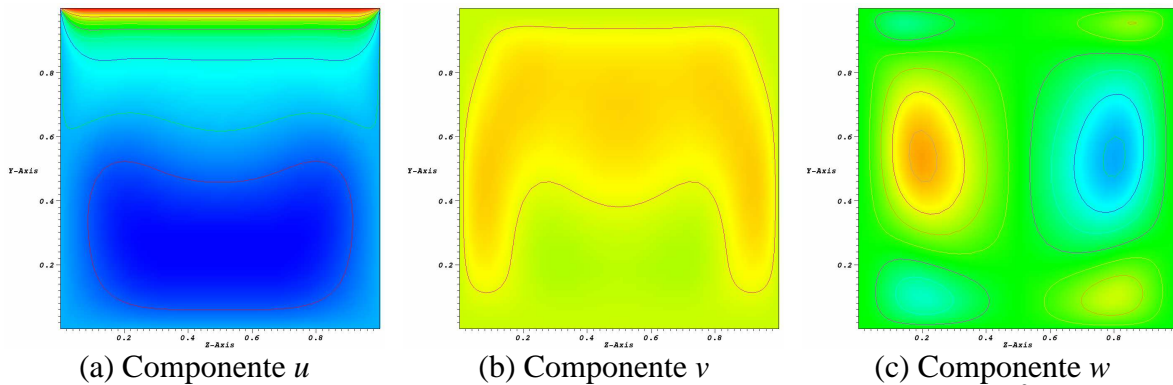


Figura 5: Mapas de isovelocidades no plano  $x = 0,5$ , para  $Re = 4.10^2$

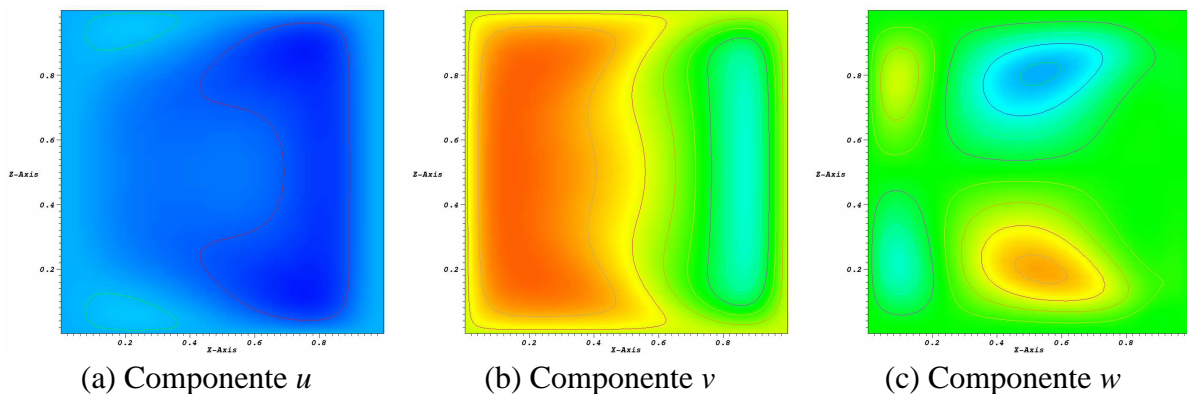
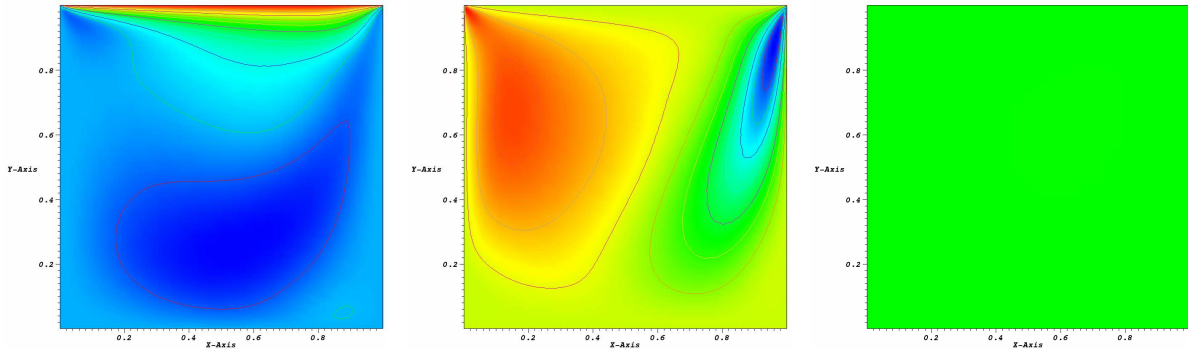
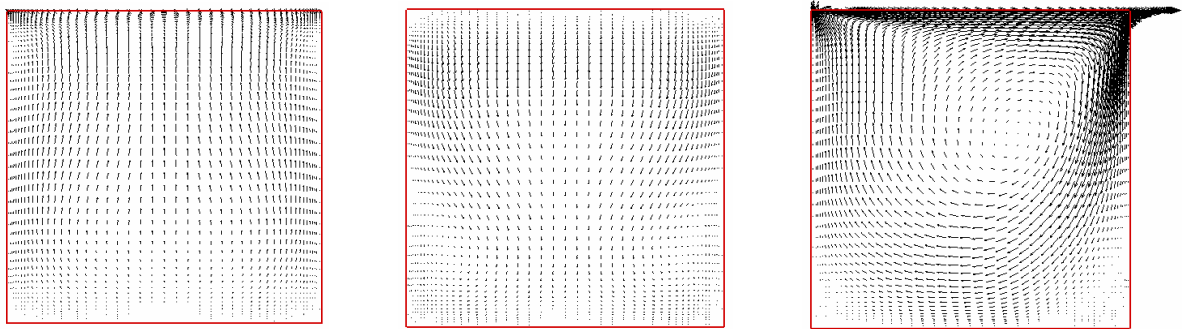


Figura 6: Mapas de isovelocidades no plano  $y = 0,5$ , para  $Re = 4.10^2$



(a) Componente  $u$                       (b) Componente  $v$                       (c) Componente  $w$   
 Figura 7: Mapas de isovelocidades no plano  $z = 0.5$ , para  $Re = 4.10^2$



(a) Plano  $x = 0.5$                       (b) Plano  $y = 0.5$                       (c) Plano  $z = 0.5$   
 Figura 8: Mapas dos vetores velocidade nos planos médios da cavidade.

### 5.2 Resultados para $Re = 10^3$

As Figuras 9 e 10 mostram os perfis de velocidade adimensional  $u$  e  $v$  no plano  $z=0.5$  para o  $Re = 10^3$ .

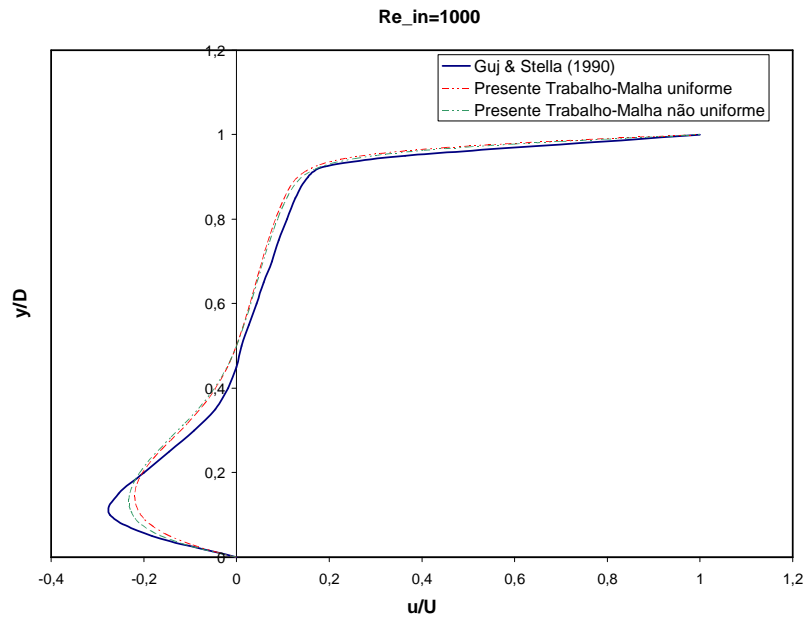


Figura 9: Perfil de velocidade  $u$  no plano  $z = 0.5$  para  $Re = 10^3$ .

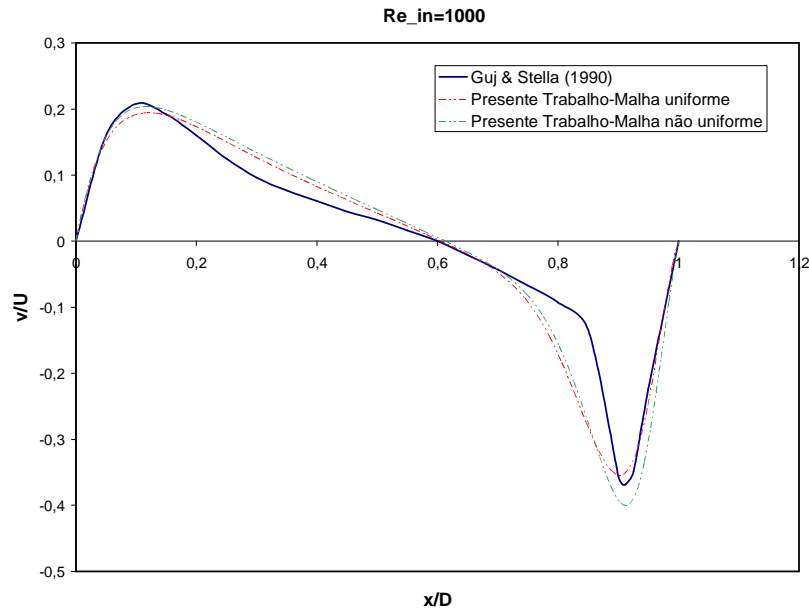
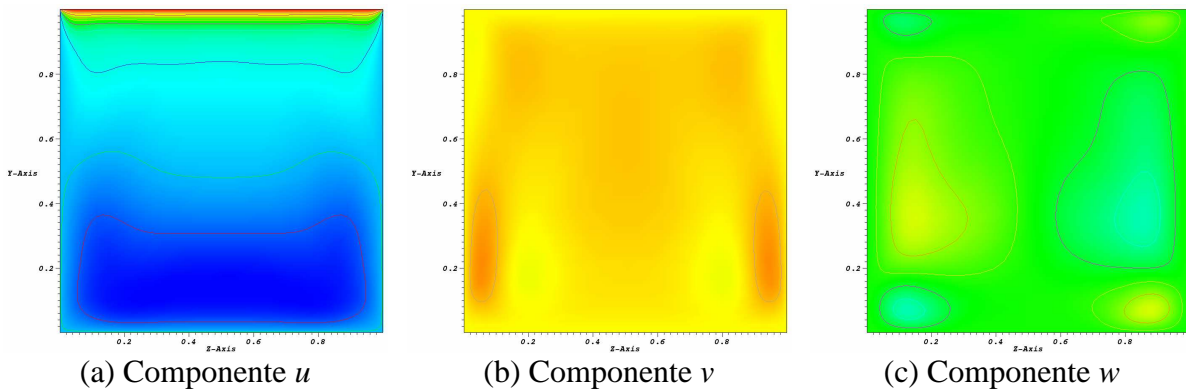


Figura 10: Perfil de velocidade  $v$  no plano  $z = 0,5$  para  $Re = 10^3$ .

Os resultados obtidos para  $Re = 10^3$  apresentaram boa concordância quando confrontados com os resultados de Guj e Stella (1990), no entanto, não apresentaram a mesma qualidade de resultados em relação aos dados obtidos para  $Re = 4 \cdot 10^2$ . Os desvios são maiores para o perfil de velocidade  $v$ , caracterizado por maiores gradientes de velocidade. Esses desvios podem ser frutos da falta de um modelo de turbulência que auxilia na captação desses gradientes. Deve ser notado que nas regiões de maiores gradientes a malha não uniforme obteve melhores resultados, visto que essa é refinada nas proximidades das paredes da cavidade, onde os gradientes de velocidade estão localizados.

Os mapas de isovalores das componentes horizontal ( $u$ ), vertical ( $v$ ) e transversal ( $w$ ) do campo de velocidades, nos planos  $z = 0,5$ ,  $y = 0,5$  e  $x = 0,5$ , para  $Re = 4 \cdot 10^2$ , são apresentados nas Figuras 11, 12 e 13. Os mapas dos vetores velocidade são mostrados na Figura 14.



(a) Componente  $u$

(b) Componente  $v$

(c) Componente  $w$

Figura 11: Mapas de isovelocidades no plano  $x = 0,5$ , para  $Re = 10^3$



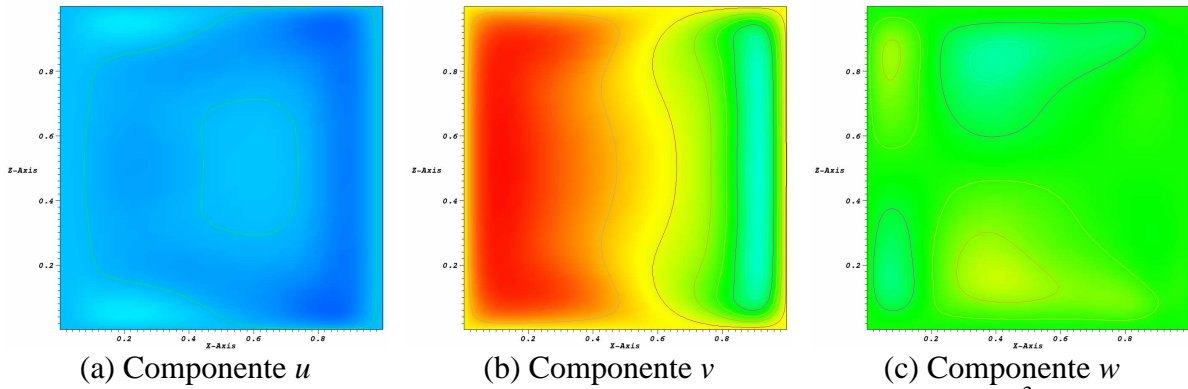


Figura 12: Mapas de isovelocidades no plano  $y = 0,5$ , para  $Re = 10^3$

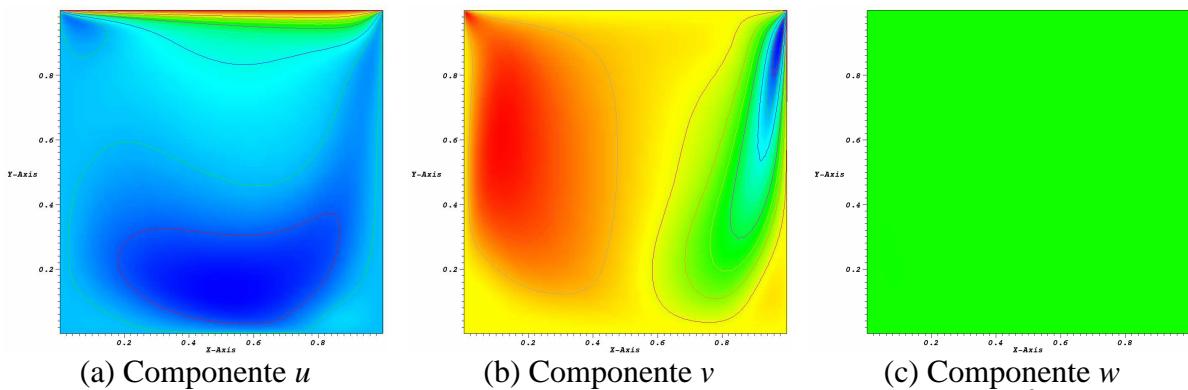


Figura 13 : Mapas de isovelocidades no plano  $z = 0,5$ , para  $Re = 10^3$

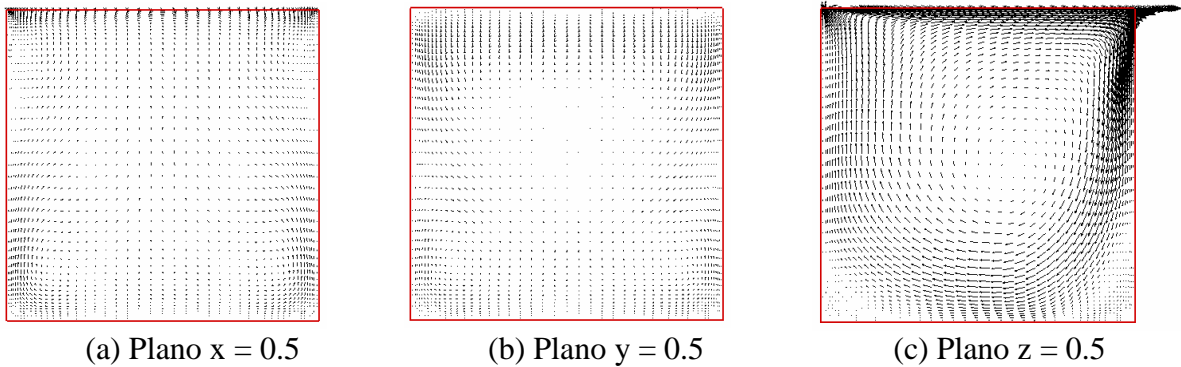


Figura 14: Mapas dos vetores velocidade nos planos médios da cavidade.

## 6. CONCLUSÕES

O código desenvolvido apresentou bons resultados, podendo ser utilizado para escoamentos com baixos e médios números de Reynolds. Para prosseguir na evolução do código será futuramente implementado um modelo de turbulência, o LES (Large Eddy Simulation), para melhorar os resultados modelando as escalas de turbulência. Também será implementado um esquema de interpolação de ordem superior para tratamento dos termos advectivos.

## 7. REFERÊNCIAS

- Guj, G., Stella, F., “ A vorticity-velocity method for the numerical solution of 3D incompressible flows” *J. of Computational Physics*, vol.106, p.286-298, 1993.
- Maliska, C.R., Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional, Rio de Janeiro, LTC Editora, 1995.
- Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Ed. Hemisphere, 1980.



## NUMERICAL ANALYSIS OF THREE-DIMENSIONAL FLOWS IN A LID-DRIVEN CAVITY FOR LOW AND MEDIUM REYNOLDS NUMBERS

### Tadeu Tonheiro Rodrigues

Department of Mechanical Engineering, College of Engineering of Ilha Solteira, São Paulo State University Julio de Mesquita Filho, Av. Brazil, 56-Center, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brazil.  
tadeu.tonheiro@gmail.com

### José Luiz Gasche

Department of Mechanical Engineering, College of Engineering of Ilha Solteira, São Paulo State University Julio de Mesquita Filho, Av. Brazil, 56-Center, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brazil.  
gasche@dem.feis.unesp.br

**Abstract:** *The main goal of this work is to present the validation results of a computational code through the lid-driven cavity problem. The work consisted on putting the third dimension in an existing computational code. This code was written to solve incompressible and steady flows, it does not possess turbulence model, being more adequate to solve flows with low speed. The general characteristics of this code were: applicable to 2D problems, used algorithm SIMPLE - Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations, to treat the pressure-velocity coupling problem, used the power-law as interpolation scheme and the TDMA - Diagonal Tri Matrix Algorithm as the method of solution of the resultant system of algebraic equations. The code was extended for the three-dimensional version and the pressure-velocity coupling method-SIMPLEC-SIMPLE CONSISTENT- was also implemented. A mesh study using uniform and non-uniform grid was accomplished. The results were compared with literature data and showed good agreement.*

**Palavras-chave:** *lid-driven cavity, finite volume method.*