XIV CONGRESSO NACIONAL DE
ESTUDANTES DE ENGENHARIA MECÂNICA
Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Mecânica

APROXIMAÇÃO DE GALERKIN MÍNIMOS-QUADRADOS PARA ESCOAMENTOS NÃO INERCIAIS DE UM FLUIDO SMD

Alberto Tagliari Postal, Ana Paula Schwarz, Flávia Zinani, Sérgio Frey
Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Rua Sarmento Leite, 425 - 90050-170 – Porto Alegre, RS, Brasil
albertopostal@gmail.com

RESUMO

Estudos em escoamentos de fluidos não-Newtonianos em tubulações têm sido bastante estimulados devido as suas amplas aplicações em engenharia. O objetivo principal deste trabalho consiste na simulação numérica de escoamentos de fluidos viscoplásticos utilizando o método de elementos finitos. A modelagem mecânica empregada foi baseada nas equações de conservação de massa e momentum, acopladas à equação constitutiva viscoplástica recentemente proposta por Souza Mendes and Dutra (2004). Este modelo foi aproximado via método de Galerkin Mínimos-Quadrados (GLS). Foi estudado o escoamento de um fluido viscoplástico em torno de um cilindro circular variando sua velocidade média de entrada. Os resultados numéricos gerados analisam a dependência das dimensões das zonas rígidas do material com sua velocidade de entrada – resultados, os quais, estão em acordo com a literatura.

1. INTRODUÇÃO

Fluidos viscoplásticos são materiais que quando estão abaixo de uma dada tensão limite τ_o comportam-se como líquidos de altíssima viscosidade e, acima da qual, escoam como um fluido pseudoplástico (Souza Mendes et al., 2004). Alguns exemplos de líquidos viscoplásticos de interesse são lamas de perfuração, óleos pesados, maionese, pastas e cremes, dentre outros.

1.1. Modelagem Mecânica

Para fluidos não-Newtonianos, define-se a função viscosidade, η, como a relação entre a magnitude da taxa de cisalhamento, $\dot{\gamma}$, e a magnitude da tensão de cisalhamento τ (Bird et al., 1987). Diversos modelos têm sido propostos para descrição do comportamento de fluidos viscoplásticos (e.g. Bingham e Herschel-Bulkley). Nesse trabalho, utilizou-se o modelo proposto por Souza Mendes and Dutra (2004), aqui chamado SMD, cuja função viscosidade é dada por,

$$\eta(\dot{\gamma}) = \left(1 - \exp\left(-\eta_0 \dot{\gamma}/\tau_0\right)\right)\left(\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1}\right) \tag{1}$$

onde $\dot{\gamma}$ e τ_0 foram definidos anteriormente, n é o índice de *power-law*, K o índice de consistência e η_0 a viscosidade do fluido para baixas taxas de deformação.

A adimensionalização proposta por Souza Mendes et al. (2007) emprega dois parâmetros dependentes apenas das propriedades reológicas do fluido, a saber, o índice n e o número de *jump*, definido como $J \equiv (\dot{\gamma}_1/\dot{\gamma}_0) - 1$, onde $\dot{\gamma}_1 \equiv (\tau_o/K)^{1/n}$ e $\dot{\gamma}_0 = \tau_0/\eta_0$.

Aplicando o princípio de conservação de massa e de momentum ao escoamento não inercial de um fluido viscoplástico em um domínio aberto $\Omega \subset \Re^2$, pode-se construir o seguinte problema de valor de contorno:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{0} = -\nabla p + 2\eta(\dot{\gamma})\,\mathrm{div}\mathbf{D}(\mathbf{u}) + \rho\mathbf{g} \quad \text{em } \Omega \\
&0 = \mathrm{div}\,\mathbf{u} \quad \text{em } \Omega \\
&\mathbf{u} = \mathbf{u}_g \quad \text{sobre } \Gamma_g \\
&\mathbf{Tn} = \mathbf{t}_\mathbf{n} \quad \text{sobre } \Gamma_h
\end{aligned}
\tag{2}
$$

onde $\eta(\dot{\gamma})$ foi definido anteriormente, ρ é a massa específica do fluido, p a pressão, **u** a velocidade, **D** tensor taxa de deformação, **g** a aceleração gravitacional, $\mathbf{t_n}$ vetor tensão e Γ_g e Γ_h as regiões de fronteira Γ sobre as condições de Dirichlet e Neumann, respectivamente, e **T** tensor tensão dado pelo modelo GNL, $\mathbf{T}=-p\mathbf{1}+2\eta(\dot{\gamma})\mathbf{D}$ (Bird et al., 1987).

1.2. Resultados Numéricos

A Equação (2) foi aproximada pelo método de elementos finitos GLS (Zinani and Frey, 2006). Nesta seção são apresentadas as simulações de um escoamento de um fluido SMD em torno de um cilindro circular – ver Fig. 1(a). A partição do domínio computacional Ω_h tem 25.400 elementos bilineares (Q1/Q1) – ver Fig. 1(b). A velocidade média adimensional, $\bar{u}^* = \bar{u} \big/ \dot{\gamma}_1 \left(D/2 \right)$, foi variada de 0,1 a 2,5 e o número de *jump* foi fixado em J=100.

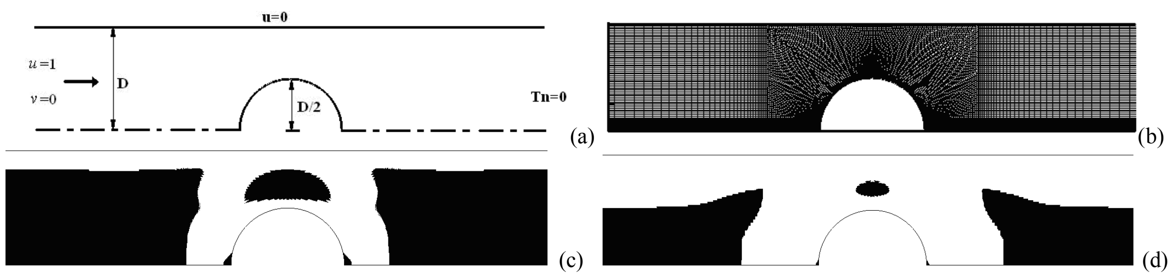

Figura 1. Fluido SMD escoando em torno de um cilindro circular: (a) descrição do problema; (b) detalhe da malha. Isobandas de τ (J=100, n=0,5) para (c) $\bar{u}^*$=0,5; (d) $\bar{u}^*$=2,5.

Nas Figuras 1(c) e 1(d) observa-se que as isobandas de τ apresentam simetria a montante e a jusante do cilindro, o que está de acordo com a teoria dos escoamentos de fluidos sem inércia. Pode-se notar também que as regiões rígidas (zonas pretas) diminuem com o aumento de $\bar{u}^*$, comportamento que pode ser explicado pelo aumento de $\dot{\gamma}$ imposto pelo aumento de $\bar{u}^*$.

2. REFERÊNCIAS

Bird, R.B., Armstrong, R.C. and Hassager, O., 1987, "Dynamics of Polymeric Liquids", John Wiley & Sons, 2nd Edition, USA.

Souza Mendes, P.R. and Dutra E. S. S., 2004. "Viscosity Function for Yield-Stress Liquids", Applied Rheology, vol. 14.

Souza Mendes, P.R., Naccache, M.F., Varges, R., Marchesini, F.H., 2007. "Flow of Viscoplastic Liquids through Axisymmetric Expansions-Contractions", J. Non-Newtonian Fluid Mech, vol. 142, pp. 207–217.

Zinani, F. and Frey, S., 2006, "Galerkin Least-Squares Finite Element Approximations for Isochoric Flows of Viscoplastic Liquids", J. of Fluids Engineering, USA, v. 128, n. 4, p. 856-863.