



COMPROMETIDA COM A PROMOÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DA ENGENHARIA E DAS CIÊNCIAS MECÂNICAS

VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA
VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING
18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil
August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil

Modelagem de um sistema viga-trinca-PZT

Tobias Souza Morais, tobiassouza@yahoo.com.br

Aldemir Aparecido Cavalini Junior, aacjunior@aluno.feis.unesp.br

Edson Hideki Koroishi, edson_koroishi@hotmail.com

Valder Steffen Jr, vsteffen@mecanica.ufu.br

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campus Santa Mônica, Av. João Naves de Ávila, 2121, Uberlândia, MG, Brasil.

Resumo: *Este trabalho apresenta uma metodologia para simulação de um modelo de elementos finitos para um sistema viga-trinca-PZT. Será considerado um modelo não linear de trinca, no qual o comportamento dinâmico desta é determinado pelo momento fletor, calculado a partir da diferença da rotação nos nós das extremidades do elemento trincado. Será descrito um modelo para a pastilha piezoelétrica considerando suas propriedades de atuador e sensor. A viga trincada será considerada engastada-livre, contendo pastilhas piezoelétricas acopladas. Será aplicada na extremidade livre uma força de amplitude constante e com frequência variando numa faixa que contém os dois primeiros modos da estrutura. Resultados de simulação computacional para diferentes profundidades de trinca e várias posições das pastilhas de PZT serão apresentados.*

Palavras-chave: *viga, trinca, PZT, modelo de elementos finitos*

1. INTRODUÇÃO

As propriedades eletromecânicas dos materiais piezoelétricos despertam muito interesse em vários campos de aplicação. O acoplamento de pastilhas piezoelétricas com a estrutura, de forma que estas atuem como atuadores e sensores, faz com que o sistema considerado apresente um comportamento eletromecânico. Variações que possam ocorrer na estrutura, bem como no material piezoelétrico, podem modificar a resposta medida por este, possibilitando sua utilização no monitoramento da integridade da estrutura. O estudo da identificação de falhas por meio destes sensores-atuadores, como pode ser observado no trabalho de Gama e Morikawa (2009), requer uma grande quantidade de experimentos ou de modelos matemáticos que possam representar de maneira adequada o fenômeno em questão. As estruturas mecânicas que estão sujeitas a carregamentos dinâmicos também são suscetíveis ao aparecimento de trincas decorrentes da fadiga desses materiais quando sujeitos a tensões dinâmicas mais elevadas. Sabe-se que uma trinca presente em uma estrutura carregada dinamicamente abre e fecha sucessivamente, principalmente em função do momento fletor que ocorre em suas bordas. Este fenômeno, abertura e fechamento da trinca, é chamado de “breathing” e é bastante estudado em eixos rotativos trincados. Os modelos matemáticos que descrevem de maneira satisfatória o comportamento de abertura e fechamento da trinca em função do momento fletor que atua sobre ela são não lineares, pois o fato da trinca estar aberta ou fechada provoca variação da rigidez localizada que, por sua vez, influencia a resposta dinâmica do sistema. Observa-se que grande parte dos modelos matemáticos, destinados à identificação de falhas em estruturas eletromecânicas, representa as falhas pela introdução de massa na estrutura ou pela redução do momento de inércia na posição da trinca. Isto porque, conforme observado por Farrar (1997), qualquer variação da estrutura pode ser considerada como uma falha. Neste trabalho, procurou-se realizar uma modelagem da falha (trinca) de uma maneira mais realística, onde o sistema eletromecânico é modelado através do método dos elementos finitos, considerando elemento do tipo viga com a trinca apresentando comportamento não linear. A abertura e fechamento da trinca ocorrem em função da diferença na rotação (deslocamento angular) entre os nós da extremidade do elemento trincado. Isso faz com que os parâmetros da trinca sejam variantes no tempo e não mais constantes.

2. CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA ELETROMECAÂNICO ESTUDADO

O sistema em questão é composto por uma viga de 300 mm de comprimento, 20 mm de largura e 3 mm de espessura, engastada em uma extremidade e excitada na extremidade livre. Apenas uma trinca foi considerada na estrutura que contém várias pastilhas piezoelétricas distribuídas ao longo da mesma. A Fig. (1) apresenta a estrutura estudada. Computacionalmente, o modelo matemático representativo do sistema mecatrônico constituído foi obtido com base no método dos elementos finitos que é gerado a partir da mecânica variacional, mais especificamente, do princípio

de Hamilton. Desta maneira, as energias de deformação e cinética para o sistema mecânico, bem como o trabalho realizado pelas forças elétricas, podem ser determinadas e, por meio do trabalho virtual, pode-se acrescentar o efeito da contribuição do potencial elétrico, acoplando-se, assim, o sistema eletromecanicamente.

Desta maneira, o Método dos Elementos Finitos é usado para discretizar a estrutura com todas as energias calculadas e concentradas em pontos nodais. A conexão entre esses pontos nodais é feita através da escolha de funções de forma conveniente. A estrutura foi dividida em 19 elementos, sendo que o elemento #5 representa a trinca, cuja modelagem será descrita na seção 4. Os elementos #3, #7 e #15 apresentam pastilhas de PZT funcionando como sensores acoplados em ambas as superfícies da viga, de acordo com a seguinte geometria: espessura (eixo Z): 2,0 mm, comprimento (eixo X): 15,0 mm e com a mesma largura da estrutura base. Outro elemento piezoelétrico com o dobro do comprimento dos demais, funcionando como atuador, foi colocado no elemento #18. A Fig. (1) apresenta esquematicamente a estrutura estudada.

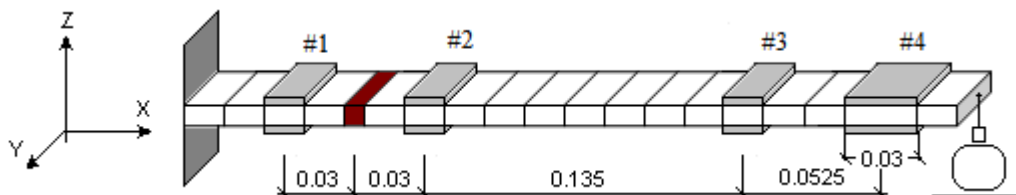


Figura 1. Estrutura eletromecânica em estudo

As propriedades de todas as pastilhas piezoelétricas são as mesmas e podem ser vistas na Tab. (1) juntamente com as propriedades da viga (base). As distâncias do centro das pastilhas ao centro do elemento com trinca estão mostradas na Fig. (1) para as pastilhas #1, #2, #3 e #4. O modelo de Elementos Finitos considerando elemento de viga do tipo Euler-Bernoulli para a estrutura será apresentado na próxima seção.

Tabela 1. Propriedades dos materiais

Propriedades da viga		Propriedades do PZT			
ρ [Kg/m ³]	7800	ρ [Kg/m ³]	1800	e_{31} [C/m ²]	0.0460
E [N/m ²]	2.1E11	E [N/m ²]	2E9	ϵ_{33} [F/m]	0.1060E-9

3. CONTRIBUIÇÃO DO MATERIAL PIEZOELÉTRICO AO SISTEMA

A contribuição da cerâmica piezoelétrica ao sistema pode ser dividida em duas categorias denominadas internas (propriedades do material) e externas (forças e momentos). As contribuições internas são aquelas referentes às mudanças das propriedades da estrutura (massa, rigidez e amortecimento) em função da adição dos elementos piezoelétricos, que mesmo quando não submetidos a carregamento elétrico, alteram o comportamento da estrutura. As contribuições externas são referentes às deformações sofridas pela cerâmica quando esta é submetida a um carregamento elétrico externo. Tais deformações na cerâmica provocam deformações na estrutura. Considere-se em particular o caso de uma viga com um par de atuadores colados à sua superfície, onde as direções de polarização da cerâmica estão defasadas em 180°, como mostra a Fig. (2). No caso em questão, o carregamento elétrico é dado por uma voltagem constante aplicada à superfície dos atuadores e resulta no surgimento de um par de momentos concentrados, localizados nas extremidades da cerâmica (Steffen e Inmam, 1999).

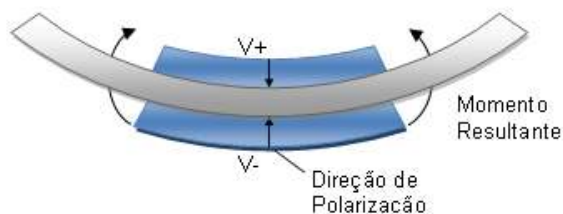


Figura 2. Influência dos PZT no sistema.

3.1. Formulação por Elementos Finitos

Para modelar estruturas complexas, faz-se necessário lançar mão de um método numérico eficiente associado a um custo computacional aceitável. As equações da piezoelectricidade são complexas e impedem soluções analíticas fechadas simples para geometrias mais elaboradas ou estruturas contendo trincas, como é o caso aqui considerado. Em face disso, o Método dos Elementos Finitos torna-se uma ferramenta bastante atraente.

Na modelagem por elementos finitos o vetor de deslocamento $\{u\}$ e o vetor de potencial elétrico $\{\phi\}$ devem ser expressos em termos de valores nodais. Para isto, é necessária a introdução de funções de interpolação $[N_u]$ e $[N_\phi]$, como mostrado abaixo:

$$u(x) = [N_u]\{u_i\} \quad (1a)$$

$$\phi(x) = [N_\phi]\{\phi_i\} \quad (1b)$$

É considerado aqui que as funções de interpolação possuem as propriedades requeridas para a convergência numérica correta da solução do problema. Pode-se então relacionar a deformação mecânica (S) com o deslocamento nodal $\{u_i\}$, através de um operador de derivação de segunda ordem (L_u), e o campo elétrico (E) com o potencial elétrico $\{\phi_i\}$, através de um operador gradiente (∇), ou seja:

$$\begin{aligned} S(x, t) &= L_u [N_u(x)] \{u_i(t)\} \\ S(x, t) &= [B_u(x)] \{u_i(t)\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} E(x, t) &= -\nabla [N_\phi(x)] \{\phi_i(t)\} \\ E(x, t) &= -[B_\phi(x)] \{\phi_i(t)\} \end{aligned} \quad (3)$$

onde:

$$[B_u] = L_u [N_u] = \frac{\partial^2}{\partial s^2} [N_u], \quad [B_\phi] = \nabla [N_\phi] \text{ e } s \text{ é a coordenada local da função de interpolação.}$$

Considera-se neste trabalho que cada elemento piezoelétrico discretizado deve ter o mesmo comprimento do elemento discretizado da viga (L), sendo sua largura (w_p) e espessura (t_p).

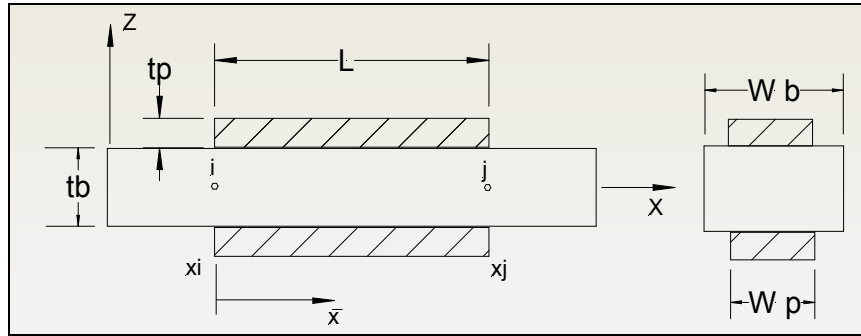


Figura 3. Seção da viga com uma pastilha de PZT colada.

Para uma viga de *Euler-Bernoulli*, as funções de interpolação mais comumente utilizadas para os deslocamentos em qualquer ponto com $s = \frac{\bar{x}}{L} = \frac{(x - x_i)}{L}$, onde s é uma coordenada local e x representa uma coordenada global, são:

$$u(x) = N_1(x)u_1 + N_2(x)\theta_1 + N_3(x)u_3 + N_4(x)\theta_2 \quad (3a)$$

$$\phi(x) = N_{\phi 1}(x)\phi_1 + N_{\phi 2}(x)\phi_2 \quad (3b)$$

sendo:

$$N_1(x) = 1 - 3s^2 + 2s^3 \quad (4a)$$

$$N_2(x) = Ls(1 - 2s + s^2) \quad (4b)$$

$$N_3(x) = s^2(3 - 2s) \quad (4c)$$

$$N_4(x) = Ls^2(s - 1) \quad (4d)$$

e

$$N_{\phi 1}(x) = 1 - \frac{z - t_b / 2}{t_p} \quad (5a)$$

$$N_{\phi 2}(x) = \frac{z - t_b / 2}{t_p} \quad (5b)$$

onde: x - Coordenada global, z - Coordenada global, $u(x)$ - Deslocamento em x , $\phi(x)$ - Voltagem em x , s - Coordenada local, N_i - Funções de interpolação mecânicas, $N_{\phi i}$ - Funções de interpolação elétrica, w_p - Largura do

elemento piezoelétrico, w_b - Largura da viga, t_p - Espessura do elemento piezoelétrico, t_b - Espessura da viga, L - Comprimento do elemento finito discreto, l - Comprimento total da viga.

Pode-se notar que foram considerados apenas os deslocamentos relevantes para o estudo da flexão de uma viga, não sendo considerados os deslocamentos ao longo do eixo x , que, se necessário, podem ser adicionados aos resultados obtidos, uma vez que seu cálculo pode ser feito de forma independente. As duas funções de interpolação apresentadas em (5) são referentes a uma distribuição linear do valor da tensão elétrica ao longo da espessura do PZT.

Da teoria de flexão de vigas, a deformação relevante para o caso engastada-livre é dada por:

$$S(x, t) = -z \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} \quad (6)$$

Diferenciando $u(x)$ em relação à x duas vezes:

$$z \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} = z \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [N_u] \{u_i\} = z [B_u] \{u_i\} \quad (7)$$

assim $[B_u]$ será dado por:

$$[B_u] = \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [N_u] \quad (8)$$

ou seja:

$$[B_u] = \frac{1}{L^2} \begin{bmatrix} -6 + 12s \\ -4L + 6Ls \\ 6 - 12s \\ 6Ls - 2L \end{bmatrix} \quad (9)$$

Para esta viga unidimensional, apenas a tensão normal T_{11} , a deformação S_{11} e o campo elétrico transversal E_3 são considerados, sendo os índices 1, 2 e 3 relativos a x , y e z , respectivamente. Considerando-se que o campo elétrico é constante ao longo da espessura do PZT, o operador gradiente é dado por:

$$E = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} [N_\phi] \{\phi_i\} = -[B_\phi] \{\phi_i\} \quad (10)$$

Logo,

$$[B_\phi] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{t_p} \\ \frac{1}{t_p} \end{bmatrix} \quad (11)$$

O volume de um elemento da estrutura dV_b e do material piezoelétrico dV_p podem ser definidos pelas relações:

$$dV_b = w_b L \int_{-\frac{t_b}{2}}^{\frac{t_b}{2}} \int_0^1 dx dz ds \quad (12)$$

$$dV_p = 2w_p L \int_{-\frac{t_p}{2}}^{\frac{t_p}{2}} \int_0^1 dx dz ds \quad (13)$$

Assim, como discutido na seção 2, pode-se chegar às matrizes de massa e rigidez da estrutura eletromecânica. Maiores informações a respeito destes desenvolvimentos podem ser encontradas em Pereira, 2003.

Para as matrizes de massa, temos:

$$[m_b] = \iiint_{V_b} [N_u]^T \rho_b [N_u] dV = \rho_b L A_b \int_0^1 [N_u]^T [N_u] ds \quad (14)$$

$$[m_p] = \iiint_{V_p} [N_u]^T \rho_p [N_u] dV = \rho_p L A_p \int_0^1 [N_u]^T [N_u] ds \quad (15)$$

Resolvendo as integrais restantes, que são as mesmas para ambos os casos, e agrupando os resultados, tem-se:

$$[m] = [m_b] + [m_p] = \frac{1}{420} L(\rho_b A_b + \rho_p A_p) \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

A matriz rigidez de um elemento de viga da estrutura base é dada pela Eq. (17). Nesta equação observa-se que a matriz de elasticidade $[c_b]$ pode ser reduzida a um único termo relevante E_b que nada mais é que o módulo de elasticidade do material.

$$[k_b] = \iiint_{V_s} z^2 [B_u]^T [c_b] [B_u] dV = E_b I_b L \int_0^1 [B_u]^T [B_u] ds \quad (17)$$

onde: $I_b = \frac{w_b t_b^3}{12}$ é o momento de inércia da viga.

De modo similar, a matriz de rigidez do material piezoelétrico é dada por:

$$[k_p] = \iiint_{V_p} z^2 [B_u]^T [c^E] [B_u] dV = E_p I_p L \int_0^1 [B_u]^T [B_u] ds \quad (18)$$

Neste caso, também foi possível substituir a matriz de acoplamento mecânico $[c^E]$ por um escalar relevante E_p que, novamente, nada mais é que o módulo de elasticidade do material piezoelétrico.

Onde: $I_p = 2 \left(\frac{w_p t_p^3}{12} + w_p t_p \left(\frac{t_b + t_p}{2} \right)^2 \right)$ é o momento de inércia do par de atuadores.

Resolvendo as integrais restantes, que são as mesmas para ambos os casos, e agrupando depois os resultados, obtém-se:

$$[k_{uu}] = [k_b] + [k_p] = \frac{(E_b I_b + E_p I_p)}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

A solução das integrais das funções de forma para a rigidez piezo-estrutural, considerando que a matriz de constantes piezoelétricas $[e]$ contém o termo e_{31} como sendo o único termo relevante, é dada por:

$$[k_{u\phi}] = \iiint_{V_p} z [B_u]^T [e] [B_\phi] dV = e_{31} w_p L \left(\frac{t_b + t_p}{2} \right) t_p \int_0^1 [B_u]^T [B_\phi] ds \quad (20)$$

Resolvendo a integral:

$$[k_{u\phi}] = e_{31} w_p \left(\frac{t_b + t_p}{2} \right) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

O termo e_{31} pode ser substituído devido às relações piezoelétricas por $d_{31} E_p$, formato mais utilizado, uma vez que a maioria dos fabricantes de materiais piezoelétricos fornece os valores referentes a d_{31} e E_p em seus catálogos informativos para o usuário.

Por simetria, a matriz $[k_{\phi u}]$ é a dada pela matriz transposta $[k_{u\phi}]^T$.

A solução das integrais das funções de forma para a rigidez dielétrica é dada por:

$$[k_{\phi\phi}] = \iiint_{V_p} [B_\phi]^T [\varepsilon^s] [B_\phi] dV \quad (22)$$

Mais uma vez, para o caso em questão, pode-se substituir a matriz de constantes dielétricas $[\varepsilon]$ por um único termo relevante ε_{33} . Reescrevendo, tem-se:

$$[k_{\phi\phi}] = \varepsilon_{33} A_p L \cdot \frac{1}{t_p^2} \int_0^1 [B_\phi]^T [B_\phi] ds \quad (23)$$

Resolvendo a integral obtém-se:

$$[k_{\phi\phi}] = \varepsilon_{33} A_p L \cdot \frac{1}{t_p^2} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Assim, o sistema eletromecânico pode ser representado dinamicamente pela Eq. (25), na qual Q representa o vetor de densidade de carga.

$$\begin{cases} ([m_b] + [m_p])\{\ddot{u}_i\} + ([k_{uu}] + [k_b])\{u_i\} - [k_{u\phi}]\{\phi_i\} = \{F\} \\ [k_{\phi u}]\{u_i\} - [k_{\phi\phi}]\{\phi_i\} = \{Q\} \end{cases} \quad (25)$$

4. DESCRIÇÃO DA MODELAGEM DA TRINCA

A modelagem de trinca que será apresentada leva em consideração o fenômeno de “breathing” e é determinada em função do campo de tensão na secção transversal do elemento que a contém. Este campo de tensão é gerado pelos momentos causados pelos esforços dinâmicos e pelo peso da estrutura, sendo não-linear, pois a matriz rigidez da trinca (Eq. (26)) deverá ser identificada em função da resposta do sistema para cada passo de tempo no decorrer da simulação. A modelagem apresentada para a trinca foi desenvolvida inicialmente para aplicações em eixos rotativos trincados, sendo adaptada para o caso em questão.

4.1 Modelagem da trinca

Inicialmente devem-se calcular os momentos dinâmicos na secção transversal da trinca devido à resposta do sistema. Verifica-se que na resposta pode estar contida a influência do peso da estrutura, excitações externas por meio da aplicação de forças dinâmicas e momentos causados pelas pastilhas piezoelétricas atuando na estrutura. A descrição da modelagem foi dividida em dois passos:

Passo 1- Calcula-se o momento dinâmico que atua no elemento trincado, por meio de: $\frac{\partial \theta_y}{\partial x} = \frac{M_y}{EI}$ onde θ_y é o deslocamento angular em torno do eixo Y, dado pela resposta do sistema, calculada a partir da resolução da Equação Diferencial que representa a dinâmica da estrutura, considerando inicialmente a fissura fechada.

Na prática, $\partial \theta_y = \theta_y^{i+1} - \theta_y^i$ é considerado, onde i é o nó da extremidade do elemento com a trinca e $\partial x = L_c$, onde L_c é o comprimento deste elemento.

Durante cada passo de tempo, deve-se determinar a região aberta e a fechada da trinca. Para isso, a secção transversal da trinca foi dividida como apresentado na Fig. (4). Cada ponto de intersecção entre as retas horizontais e verticais foi considerado como sendo um número complexo, facilitando a discretização.

Assim, para definir a abertura e o fechamento da área da trinca, determinam-se inicialmente: a posição do centro geométrico G para a trinca fechada; a posição dos eixos principais de inércia com origem em G; calculam-se os segundos momentos de inércia com relação aos eixos principais e, se for de interesse, os momentos causados pela distribuição das tensões térmicas, o que não foi considerado no presente trabalho.

$$\text{Temos: } G = y_G + i z_G, \text{ com: } G = \frac{\int y dA}{A} + i \frac{\int z dA}{A}$$

Assim, calcula-se a tensão devida ao momento dinâmico em cada divisão da secção da trinca que é dada por: $\sigma = \frac{M_y}{I_{yy}} z$,

na qual $I_{yy} = \int_A z^2 dA$. Em cada divisão da área da trinca, verifica-se se a tensão é de compressão ou tração, dado pelo sinal da tensão. Um sinal positivo indica que a tensão atuante na divisão considerada é de tração, fazendo com que a fissura esteja aberta para aquela referida posição, não contribuindo assim para a área resistente. Por outro lado, um sinal negativo indica que as forças são de compressão e que a divisão considerada está fechada, contribuindo para a área. Assim, um sinal negativo denota que não existem forças de contato e um sinal positivo evidencia a presença destas forças.

De posse da área total resistente da trinca, pode-se determinar o novo centro geométrico G da secção e o segundo momento de área com origem em G.

Verifica-se, neste momento, que o campo de tensão calculado em (1) gera uma distribuição da área resistente da trinca, podendo determinar G e o segundo momento de inércia. Esse processo (1) deve ser feito até que ocorra convergência, pois o campo de tensão inicial é determinado considerando não a secção transversal atual da trinca, e sim a determinada previamente (no passo anterior). O critério de convergência estabelecido é uma variação razoavelmente pequena para o segundo momento de área.

Passo 2- Os segundos momentos de área são usados para determinar a nova matriz rigidez do elemento com trinca, Eq. (26), que será aplicada dentro do modelo em EF que, por sua vez, deverá ser usada para a determinação da resposta do sistema para o próximo passo de tempo considerado na simulação. Evidenciando, desta maneira, a não-linearidade presente na estrutura devido à dependência da resposta do sistema para a determinação da matriz rigidez do elemento com trinca e a influência desta na determinação da resposta da estrutura.

4.2 Matriz rigidez equivalente do elemento trincado

Definido o mecanismo do “breathing” e determinado o segundo momento de área, como descrito anteriormente, a matriz rigidez de um elemento equivalente da viga, de comprimento L_c , pode ser calculada considerando uma viga de Euler – Bernoulli com área e segundo momento de área constantes ao longo do comprimento L_c . Os elementos da vizinhança do elemento trincado apresentam secção uniforme.

A matriz rigidez do elemento com trinca é representada pela Eq. (26), sendo a mesma matriz encontrada para o elemento estrutural da base onde é posicionado o PZT (Eq. (19)), considerando as variações que a trinca provoca no

momento de inércia da seção transversal, sendo razoável, neste caso, desprezar a assimetria, pois a atuação da pastilha ocorre somente na direção de z, ver Fig. (1). Mais detalhes podem ser encontrados em Bachschmid et.al., 2003.

$$[K_C(t)] = \frac{E_b I_{yy}(t)}{L_C^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L_C & -12 & 6L_C \\ 6L_C & 4L_C^2 & -6L_C & 2L_C^2 \\ -12 & -6L_C & 12 & -6L_C \\ 6L_C & 2L_C^2 & -6L_C & 4L_C^2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

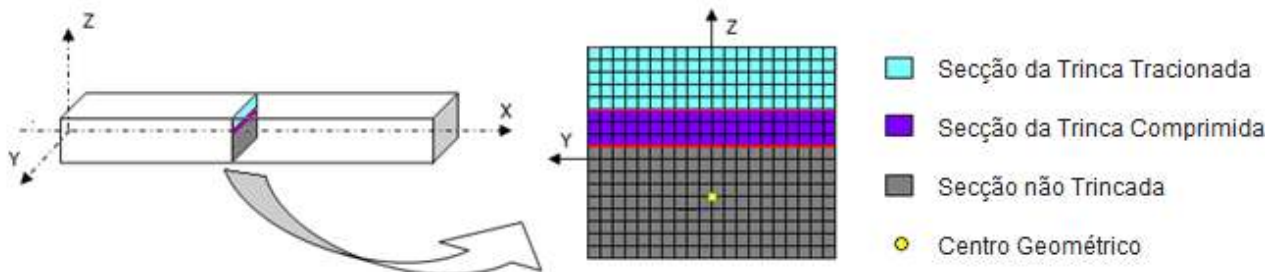


Figura 4. Malha da seção transversal do elemento trincado

5. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Após descrever a modelagem de um sistema viga-trinca-PZT, algumas situações serão apresentadas. Inicialmente, o modelo da pastilha piezoelétrica foi validado com o modelo apresentado por Tzou (1989). Após isso, a estrutura descrita na seção 2 foi excitada com uma força de 0.05N e frequência variando, linearmente, até 200 Hz. O tempo adotado para a simulação foi de 3 segundos. As duas primeiras frequências naturais do sistema apresentado são 27,44 Hz e 173,54 Hz, com fatores de amortecimento respectivamente iguais a 0,0299 e 0,0100. Assim, a variação da frequência provocada pela força de excitação abrange os dois primeiros modos. Foram consideradas 3 profundidades diferentes para a trinca, que foram nomeadas por trinca #1, #2, #3, respectivamente, com profundidade de 1/6, 1/3, 1/2 da espessura da viga. A simulação foi realizada através da plataforma Matlab-Simulink® na qual se pode resolver a equação diferencial por meio do integrador *ODE113*, considerando para a obtenção da resposta os 10 primeiros modos de vibração da estrutura. Na Fig. (5), apresenta-se a transformada de Fourier da voltagem medida em cada sensor, dividida pela transformada de Fourier da força aplicada, podendo-se então representar a função de resposta em frequência “medida” na posição das pastilhas. Ao variar a profundidade da trinca, observou-se que as variações que uma trinca provoca nas FRFs são muito pequenas. Assim, não se deve esperar que a trinca provoque variações significantes nas frequências naturais do sistema mecânico.

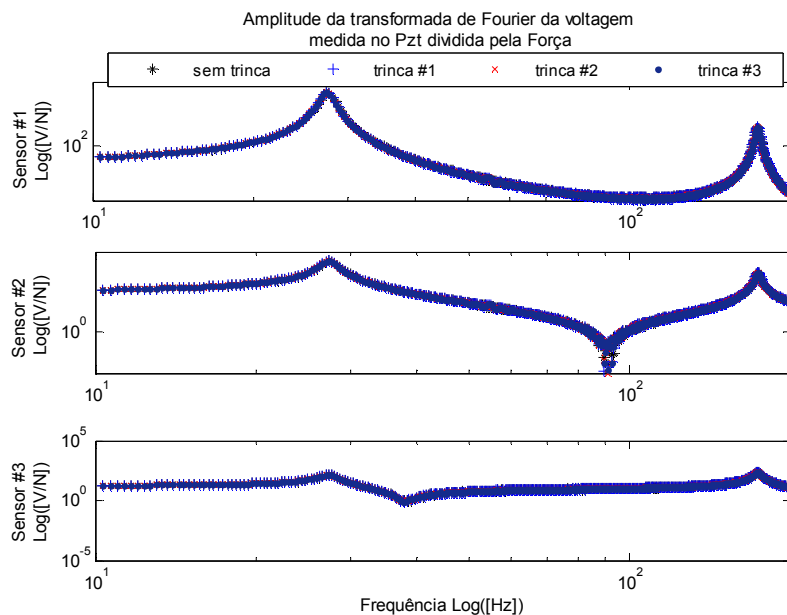


Figura 5. Variações observadas nas FRFs devido ao aumento da profundidade da trinca

Nas Figuras (6, 7 e 8) apresentam-se as respostas temporais simuladas variando a frequência, juntamente com a diferença encontrada na resposta entre o sistema sem falha e com falha, para diferentes profundidades de trinca. Pode-se observar que a amplitude da voltagem medida pelo sensor #1 é maior que a amplitude medida pelo sensor #3, sendo

possível verificar que a trinca provocou variações razoáveis na amplitude da voltagem medida para todos os sensores, principalmente na passagem pela primeira frequência natural da estrutura. Se for levada em consideração a amplitude máxima da variação medida, dividida pela amplitude máxima do sinal, verifica-se que esta relação é de 0,071 para o sensor #1; 0,069 para o sensor #2 e 0,087 para o sensor #3, o que indica que o sensor piezoelétrico que apresentou menor amplitude para a voltagem foi o que obteve maiores variações relativas na voltagem devido à trinca. Pode-se dizer, assim, que, para as referidas condições de simulação, todos os sensores carregam informações igualmente importantes a respeito da trinca, independente da posição em relação à trinca e de aplicação ao longo da viga.

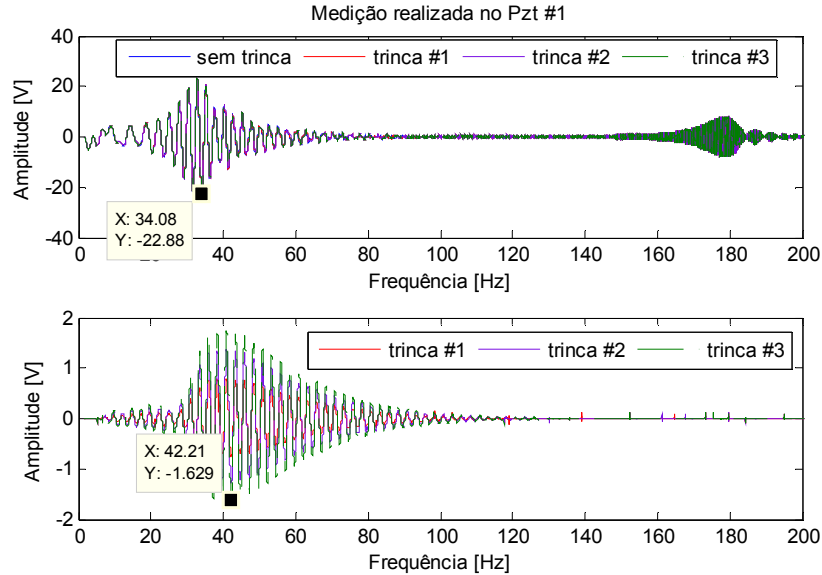


Figura 6. Resposta temporal obtida pelo sensor #1 variando a frequência de excitação.

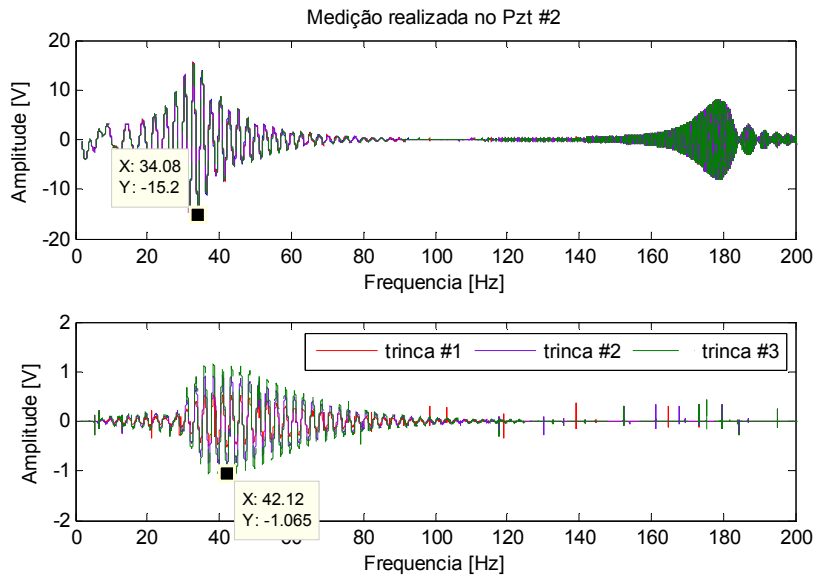


Figura 7. Resposta temporal obtida pelo sensor #2 variando a frequência de excitação.

Outro fator de interesse, característico em sistemas rotativos com falha e que pode ser verificado nas simulações, é o aparecimento, devido à presença da trinca, de picos em frequências múltiplas da frequência de excitação. Isso ocorre, pois, como pode ser visto na Fig. (9), a força que excita a estrutura devido à presença da trinca abrindo e fechando, apresenta vários harmônicos múltiplos da frequência de excitação. As amplitudes destes picos tornam-se mais evidentes quando a frequência de excitação é múltipla das frequências naturais, pois, nestas frequências, ocorrem maior evidência da existência da trinca. O ponto A da Fig. (9) representa a frequência de excitação, o ponto B é a primeira frequência natural que corresponde $2X$ a frequência de excitação, os pontos C, D, E representam respectivamente $3X$, $4X$, $5X$ a frequência de excitação. Na Fig. (10) podem ser observados os picos para uma frequência igual à metade da primeira frequência natural, onde os pontos mostrados correspondem aos apresentados na Fig. (9). Observa-se na Fig. (10) que, se a frequência de excitação (80 Hz) não está relacionada com as frequências naturais, os picos múltiplos da frequência de excitação não são tão evidentes como no caso da Fig. (9), ou seja, os pontos A e D representam, respectivamente, a primeira e a segunda frequência natural, o ponto B é a frequência de excitação, enquanto o ponto C corresponde a $2X$ a frequência de excitação e é o único pico evidente que aparece neste caso.

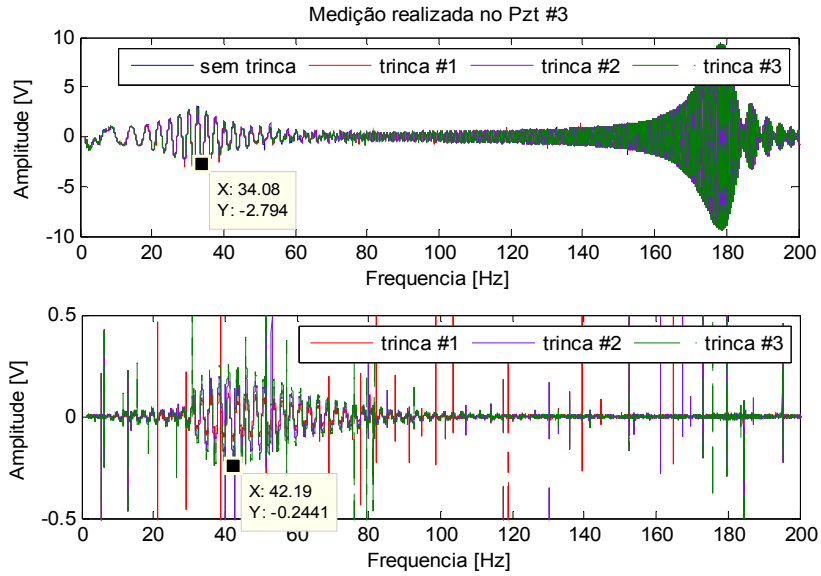


Figura 8. Resposta temporal obtida pelo sensor #3 variando a frequência de excitação

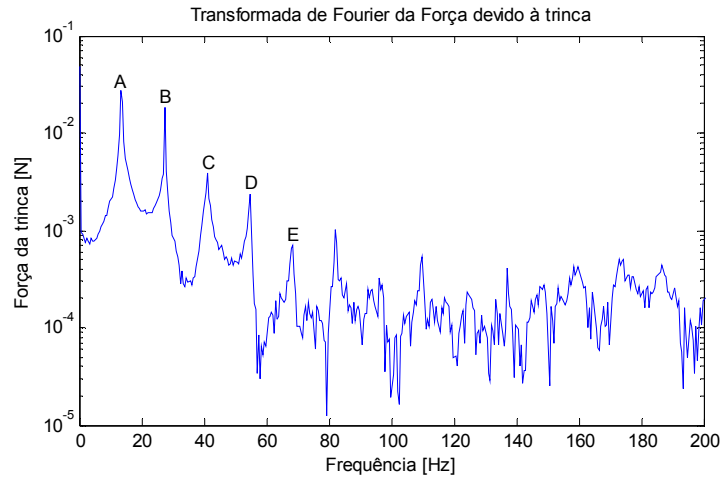


Figura 9. Transformada de Fourier da Força gerada pela trinca

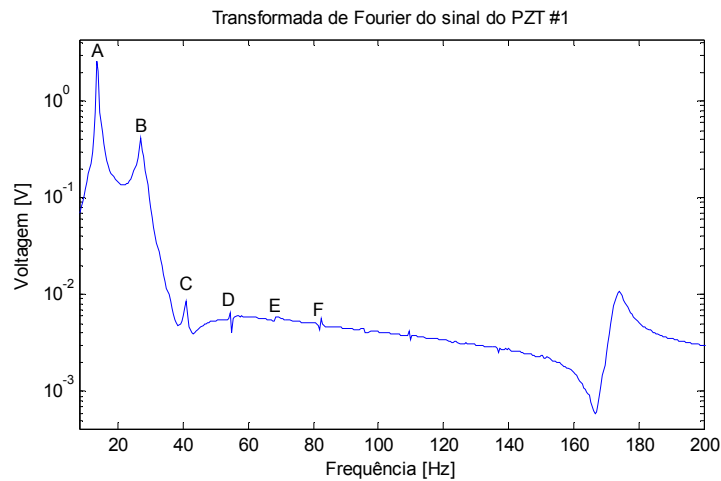


Figura 10. Transformada de Fourier do sinal de Voltagem medido no PZT #1 quando a frequência da força de excitação é a metade da primeira frequência natural.

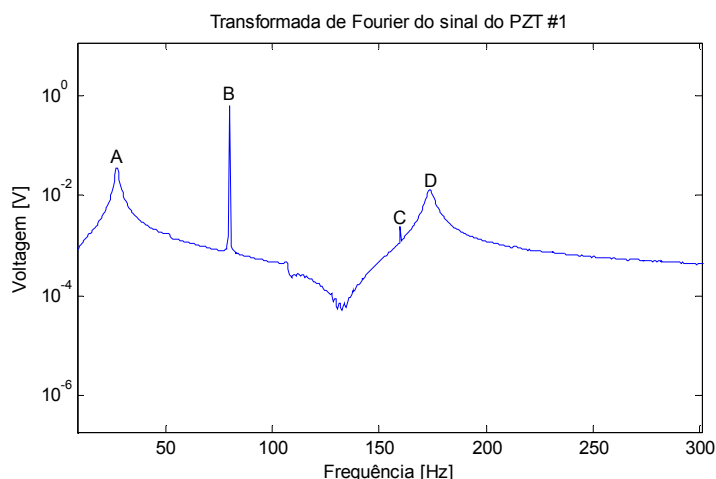


Figura 11. Transformada de Fourier do sinal de Voltagem medido no PZT #1 quando a frequência da força de excitação não está relacionada com as frequências naturais

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou a modelagem pelo método dos elementos finitos de uma estrutura do tipo viga contendo uma trinca e pastilhas de PZT distribuídas ao longo da mesma. A simulação deste tipo de sistema permite evidenciar fatores comprovados experimentalmente na literatura e possibilita, de maneira simples, provocar variações nos modelos (posição e características da trinca, posição dos sensores) e estudar seus efeitos. Apresentou-se um exemplo no qual se pode verificar a pequena variação na resposta dinâmica do sistema devido à presença da trinca, aspecto este comumente observado sempre que se deseja utilizar métodos baseados em análise modal para identificação de trincas em máquinas rotativas, por exemplo. Por outro lado, observou-se no estudo de caso apresentado que a trinca afeta todos os sensores, independente da posição dos PZTs, principalmente durante a passagem pela primeira frequência natural. Por último, pode-se verificar a influência da frequência da força de excitação nas características da resposta do sistema que permite identificar a trinca. A dificuldade computacional na determinação da matriz de rigidez do elemento com trinca para cada passo de tempo considerado nas simulações é algo que acarreta custo computacional relativamente alto. Assim, a grande maioria dos autores adota funções harmônicas para a representação da trinca ou simples redução no valor do momento de inércia, fazendo com que o sistema torne-se linear. Porém, com o aumento da capacidade de cálculo dos computadores atuais, esta dificuldade torna-se cada vez menos relevante.

7. REFERÊNCIAS

- Farrar, C. R. e James III, G. H.; "System Identification from Ambient Vibration Measurements on a Bridge". *Journal of Sound and Vibration*, 205(1), 1-18, 1997.
- Gama, A.L.; e Morikawa, S.R.K.; "A Piezoelectric Technique for Evaluation of Crack Closure". *Experimental Mechanics*. 49:871-876, 2009.
- Steffen Jr., V. e Inman, D. J., 1999, "Optimal Design of Piezoelectric Materials for Vibration Damping in Mechanical Systems", *Journal of Intelligent Material System and Structures*, Vol. 10.
- Pereira, C. B.; "Técnicas de Otimização Discreto - Contínuas Aplicadas ao Controle de Vibração de Estruturas Inteligentes". Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 2003
- Bachschnid, N, Tanzi, E 2003, Deflections and Strains in Cracked Shafts Due to Rotating Loads: A Numerical and Experimental Analysis, (*Int. Jo. of Rotating Machinery*, 9: 303-311)
- Tzou, H. S., 1989, "Development of a Light-Weight Robot End-Effector using Polymeric Piezoelectric Bimorph", *Proc. 1989 IEEE, Int. Conf. On Robotic and Automation*, Computer Society Press, pp 1704-1709.

8. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio recebido do CNPq e da FAPEMIG através do INCT-EIE.

9. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.