

ANALOGIA ENTRE CIRCUITOS ELÉTRICOS E HIDRÁULICOS EM REGIME TURBULENTO E LAMINAR A PARTIR DE SIMULAÇÃO VIRTUAL

SENA, Alexander Patrick Chaves de, Sandro.preto@gmail.com¹
ALENCAR, Ronildo Inácio Soares de, ronildo@lrs.ufpb.br¹
JÚLIO, Elida Fernanda Xavier, elida_xnet@yahoo.com.br¹

¹ Universidade Federal da Paraíba, Laboratório de eficiência energética e hidráulica em saneamento (Lenhs), Campus I, Cidade Universitária - João Pessoa – PB.

Resumo: De forma superficial é possível notar algumas similaridades entre os sistemas hidráulicos e elétricos, de forma, que ao se fazer uma analogia, pode-se avaliar, por exemplo, a vazão do fluido através do fluxo de elétrons, a energia cedida pela bomba hidráulica a partir da energia cedida por uma fonte de tensão. Porém, para validação desta analogia será necessário um estudo mais aprofundado sobre a equivalência das variáveis de tais sistemas, considerando as condições em que esta seria aplicável. O objetivo de se obter essa analogia está na simplificação de alguns cálculos quanto à associação de tubulações e bombas em circuitos complexos, pois a especificação de uma bomba estaria relacionada à perda de carga resultante deste, assim, através das leis elétricas de análise de circuito, seria possível além de uma melhor visualização das grandezas envolvidas, uma forma mais fácil de obter os parâmetros buscados. O equacionamento proposto pelo físico francês Poiseuille para o escoamento de um fluido com certa viscosidade em regime laminar no interior de um tubo cilíndrico horizontal e reto, com raio interno constante, pode ser comparado à relação entre a queda de tensão e a corrente elétrica aplicada a um componente elétrico que obedece a lei proposta por George Simon Ohm, a analogia hidráulica ao fenômeno da perda de potência por efeito Joule poderá ser descrita através da fórmula universal, também conhecida como fórmula de Darcy - Weisbach, aplicada tanto a regime laminar, quanto ao turbulento. Para comprovação da analogia, será utilizado o simulador de circuitos eletrônicos MultiSIM®, o qual possui alta flexibilidade quanto aos valores dos componentes ou layout do circuito, podendo gerar gráficos sobre o comportamento das variáveis analisadas, e medir vários parâmetros simultaneamente através de uma variedade de instrumentos de medição.

Palavras-chave: mecânica dos fluidos; analogia eletro-hidráulica; simulador virtual.

1. INTRODUÇÃO

A elaboração de um projeto para um sistema hidráulico é um processo complexo que geralmente envolve o dimensionamento das tubulações, análise térmica, especificação da bomba com seu ponto de trabalho, especificação contra a cavitação e especificações quanto ao consumo. A partir dos dados iniciais requeridos, inicia-se uma árdua tarefa para que as especificações sejam cumpridas satisfatoriamente. Em circuitos complexos, a associação de tubulações e bombas dificulta a análise do sistema. É comum a analogia básica entre circuitos eletrônicos e hidráulicos, não havendo análises mais aprofundadas quando questionado as condições e as aplicabilidades desta analogia. Neste contexto, esta pesquisa tem investigado a validação da analogia entre circuitos eletrônicos e hidráulicos, buscando contribuir com maior confiabilidade sobre as proposições, utilizando para este fim um programa de simulação de circuitos eletrônicos, utilizando como base para a estimativa da perda de carga equivalente, as teorias observadas em Bruno Eck (1973).

1.1. Conceitos básicos

A diferença de potencial ou o desnível de energia potencial elétrica ocasiona o deslocamento espontâneo de cargas ao nível do campo elétrico onde atuam forças que realizam trabalho, ou seja, o potencial elétrico mede a força que uma carga elétrica experimenta no seio de um campo elétrico, expressa pela lei de Coulomb, resultando que a tensão é a tendência que uma carga tem de ir de um ponto para o outro (Resnick; Halliday; Krane, 2002). Semelhantemente, a diferença de potencial hidráulico ocasiona o deslocamento espontâneo de particular fluidas do ponto de maior para o menor potencial, de forma que quanto maior a diferença de pressão hidráulica entre estes pontos, maior será o fluxo, caso haja comunicação entre estes dois pontos (Fox; Mcdonald, 2001).

Para análise de circuitos hidráulicos o conceito de vazão em volume ou simplesmente vazão é de suma importância uma vez que esta variável representa um dos dados iniciais de um projeto. O volume líquido que passa através da superfície em qualquer intervalo de tempo é encontrada na integração da Eq. (1), (Fox; McDonald, 2001).

$$V = \int Q dt \quad (1)$$

Ao se considerar a vazão constante no tempo na integração, o volume que escoar em um tempo t determina a vazão Q de acordo com a Eq. (2).

$$Q = \frac{V}{t} \quad (2)$$

A expressão define vazão em volume como o volume de um fluido que passa através da seção transversal de um tubo na unidade de tempo. Semelhantemente, a intensidade de corrente elétrica é a quantidade de cargas que atravessa a seção reta de um condutor, por unidade de tempo. Mais especificamente, se uma carga líquida dq passa através de qualquer superfície num intervalo de tempo dt , dizemos que foi estabelecida uma corrente elétrica (Resnick; Halliday; Krane, 2002). A carga líquida que passa através da superfície em qualquer intervalo de tempo é encontrada integrando-se a Eq. (3).

$$q = \int i dt \quad (3)$$

Se considerarmos a corrente constante no tempo, então a carga q que escoar em um tempo t determina a corrente i de acordo com a Eq. (4).

$$i = \frac{q}{t} \quad (4)$$

Para efeito de dimensionamento das tubulações é fundamental que se recorra a Eq. (5) para especificação da vazão em função da velocidade média do escoamento (m/s), e da área (m) da seção formada pelo fluido que em se tratando de condutos forçados é igual à área da seção transversal do conduto.

$$Q = V_{média} \times A \quad (5)$$

A simplificação do estudo da vazão através dessas expressões anteriores, está na consideração de escoamento incompressível e em regime permanente, ou seja, aqueles que apresentam variações de massa e peso específico desprezíveis ao longo do escoamento e onde ao se fixar uma das suas seções de escoamento se tem as propriedades fluidas invariáveis com o tempo (Fox; McDonald, 2001).

1.2. A Lei de Poiseuille

O equacionamento proposto pelo físico francês Poiseuille para o escoamento de um fluido com certa viscosidade em regime laminar no interior de um tubo cilíndrico horizontal e reto, com raio interno constante, pode ser comparado à relação entre a queda de tensão (V) e a corrente elétrica (A) aplicada a um componente elétrico que obedece a lei proposta por George Simon Ohm (Resnick; Halliday; Krane, 2002), dando origem ao conceito de resistência elétrica (Ω), conforme a Eq. (6).

$$i = \frac{\Delta V}{R_{elétrica}} \quad (6)$$

Assim em termos físicos, a lei de Poiseuille em correspondência a Lei de Ohm, apresenta a queda de pressão ΔP como à queda de tensão elétrica ΔV no dispositivo de estudo, a vazão Q como a corrente elétrica I , e a partir destas, cria-se a correspondência à resistência elétrica denominada neste trabalho de resistência hidráulica, tal que a partir da lei de Poiseuille em função da vazão, conforme Eq. (7), (Fox; McDonald, 2001).

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \mu L} \quad (7)$$

Onde ΔP é a diferença de pressão (N/m^2); L é o comprimento do tubo (m); μ é a viscosidade dinâmica ($N/s.m^2$); Q é a taxa volumétrica do fluxo (m^3/s); r é o raio do tubo (m); π é a constante matemática (aproximadamente 3,1416).

Pode-se denominar resistência hidráulica laminar o agrupamento dado pela Eq. (8).

$$R_{laminar} = \frac{8\mu L}{\pi R^4} \quad (8)$$

A unidade da resistência hidráulica é $kg/m^4.s$.

Reorganizando a lei de Poiseuille semelhantemente a lei de Ohm, obtêm-se a Eq. (9).

$$Q = \frac{\Delta P}{R_{Hidráulica}} \quad (9)$$

1.3. A Equação de Darcy - Weisbach

A energia elétrica pode ser convertida em energia térmica, mecânica, sonora e luminosa. Este fato deve-se, em geral, às colisões entre elétrons e átomos com o movimento eletrônico no interior de um condutor. Cada vez que um elétron de condução efetua uma colisão atômica, este perde a energia extra que havia obtido do campo elétrico (Resnick; Halliday; Krane, 2002). Esta energia produz calor e um movimento atômico desordenado. Visto não haver ganho líquido de energia cinética, a energia perdida por colisão dos elétrons de condução de carga dq , movendo-se através de uma diferença de potencial V , é expressa pela Eq. (10).

$$dU = Vdq \quad (10)$$

Onde derivando ambos os membros em função do tempo, dando origem a Eq. (11).

$$\frac{dU}{dt} = V \frac{dq}{dt} = Vi = R_{elétrica} i^2 \quad (11)$$

Em suma, os condutores elétricos oferecem certa resistência à passagem da corrente de elétrons e isto se traduz numa perda de potência. Estas perdas de potência transformam-se em calor através de um equacionamento descrito por James Prescott Joule. A Lei de Joule é uma lei física que expressa a relação entre o calor gerado e a corrente elétrica que percorre um condutor em determinado tempo (Resnick; Halliday; Krane, 2002). Nos resistores elétricos pode-se calcular a potência dissipada em Watt (W) utilizando a lei de Joule, expressa na Eq. (12).

$$P_{Dissipada} = R_{elétrica} i^2 \quad (12)$$

A capacidade de dissipar o calor gerado pelo efeito de Joule, depende dos parâmetros físicos da resistência elétrica.

A dissipação de energia por unidade de peso (perda de carga) acarreta uma diminuição da pressão estática do escoamento, sendo que esta diminuição pode ser observada pela representação da Linha de Energia do escoamento, que é o lugar geométrico que representa a carga total de cada seção do escoamento (Fox; McDonald, 2001). Desta forma, a analogia hidráulica ao fenômeno do efeito Joule poderá ser descrita através da fórmula universal, também conhecida como fórmula de Darcy - Weisbach, descrita na Eq. (13).

$$h_f = f \frac{(L + Le)}{D} \frac{v_{méd}^2}{2g} \quad (13)$$

A mesma equação de Darcy - Weisbach se apresenta explicitando a vazão a partir da definição de vazão volumétrica, originando a Eq. (14).

$$h_f = 0,0827 \cdot f \frac{L \cdot Q^2}{D^5} \quad (14)$$

Desta forma, a potência hidráulica dissipada é expressa pela Eq. (15).

$$P_{dissipada}^{hidráulica} = \gamma \cdot h_f \cdot Q = 0,0827 \cdot f \frac{L \cdot Q^2}{D^5} \cdot Q \cdot \gamma \quad (15)$$

De forma semelhante ao caso laminar, pode-se denominar resistência hidráulica o agrupamento da Eq. (16).

$$R_{Turbulento} = 0,0827 \cdot f \frac{L}{D^5} \cdot \gamma \cdot Q \quad (16)$$

A unidade é $\text{kg/m}^4\text{s}$.

Desta forma, a analogia hidráulica com a equação da perda de potência elétrica devido ao efeito joule se apresenta conforme Eq. (17).

$$Pot = R_{Turbulento} \cdot Q^2 \quad (17)$$

1.4. Associação Série - Paralelo

Em uma associação em série os resistores elétricos formam uma sequência linear, de tal forma a fazer a mesma corrente elétrica passar por todos os componentes da associação.

Aplicando a lei das malhas para três resistências em série, a resistência equivalente se apresenta conforme Eq. (18).

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad (18)$$

Em termos de dissipação de energia, a queda de tensão do resistor equivalente é a soma das quedas de tensão de cada resistor da associação (Resnick; Halliday; Krane, 2002). Hidraulicamente no caso de associações em série de tubulações, tem-se em cada ramo a mesma vazão de escoamento, de modo que a perda originada no primeiro ramo soma-se a perda do seguinte e assim sucessivamente, pois o recalque deverá vencer todas elas seguidamente. Assim a perda de carga total é a soma de todas as perdas parciais e a curva do sistema é a resultante da soma do desnível geométrico mais as ordenadas correspondentes às perdas em cada trecho de diâmetro constante sobre o ponto.

Curvas características do encanamento (tubulação) ou curvas do sistema são funções representativas da variação da altura manométrica com a vazão (descarga) numa mesma canalização. Portanto, esta é uma curva obtida da equação da altura manométrica, a qual cresce à medida que a vazão aumenta em função do acréscimo da perda de carga ao longo do conduto. Experiências mostram que as perdas de carga variam praticamente com o quadrado da velocidade e, portanto, com o quadrado da descarga, quando não há alteração no encanamento (Macintyre, 1980). A Equação (19) representa de forma simplificada, a altura útil de elevação obtida da equação de energia para o caso mais simples com reservatórios abertos.

$$H_u = h_e + kQ^2 \quad (19)$$

Observa-se que a função $J=kQ^2$ caracteriza o formato parabólico. Na prática, é costume traçar-se a curva do encanamento em função da altura manométrica H ao invés de H_u , determinando-se assim o valor da altura representativa da diferença de pressão que deva existir entre a saída e a entrada da bomba para se obter uma desejada descarga ao longo de um encanamento. A Figura (1) apresenta a associação em série de tubulações de diâmetros diferentes e comprimentos iguais, e a interação entre as resistências hidráulicas.

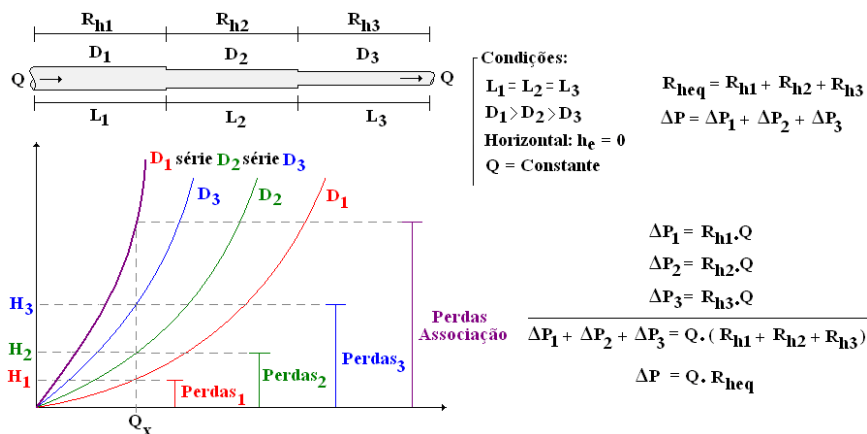


Figura 1. Associação em série de tubulações.

Em uma associação em paralelo os resistores elétricos são arranjados de tal forma a terem dois pontos de contato entre eles. Isso faz com que todos os membros da associação apresentem a mesma queda de tensão, e a corrente seja dividida entre eles (Resnick; Halliday; Krane, 2002).

Aplicando a lei dos nós, a resistência equivalente da associação para n resistores em paralelo é escrita conforme a Eq. (20).

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (20)$$

Nas tubulações paralelas tem-se para cada trecho uma perda individual, porém que neste caso as vazões são somadas, ou seja, no final temos uma vazão de chegada em cada trecho de montante. Sendo o ponto de chegada um ponto de reunião das vazões, então as perdas em cada ramo são iguais. Logo a curva do sistema será a resultante da soma das abscissas das curvas individuais de cada ramo, para uma mesma altura manométrica (Macintyre, 1980). A Fig. (2) apresenta a associação de duas tubulações horizontais em paralelo, onde independentemente da igualdade ou não dos diâmetros a vazão que entra e sai do conjunto é a mesma modificando-se apenas a perda de carga em cada tubulação e devido a diferença de vazão individual.

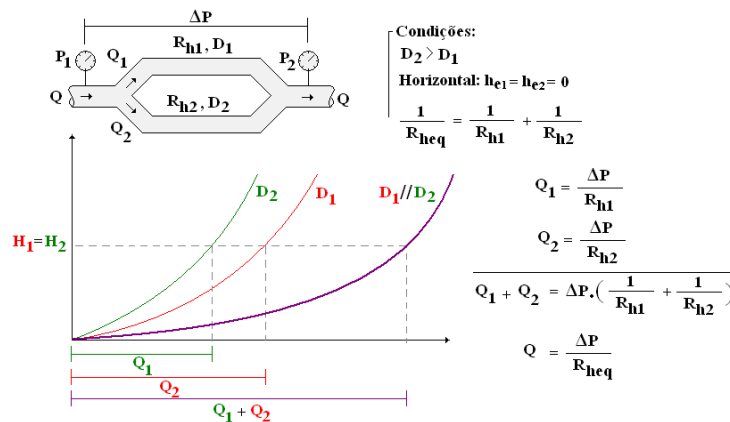


Figura 2. Associação de tubulações em paralelo.

2. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O método proposto foi aplicado no dimensionamento do sistema hidráulico de aquecimento de água por coletores solares do hospital universitário da Universidade Federal da Paraíba (Campus I), onde a partir dos dados hidráulicos, foi possível analisar todo circuito hidráulico através do circuito elétrico compatível simulado em ambiente MULTISIM®. A Figura (3) apresenta o layout da instalação.

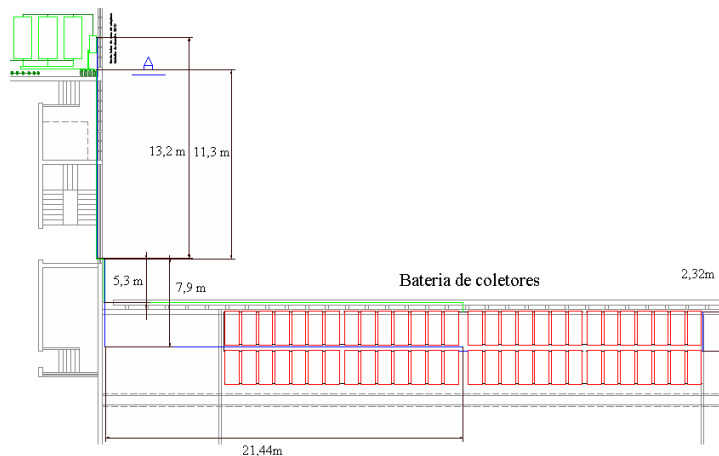


Figura 3. Layout da instalação hidráulica do HU (UFPB).

O projeto da instalação contou com a estimativa da perda de carga no trocador de calor tipo casco, e estimativa da perda de carga equivalente da associação de coletores solares, a partir da vazão requerida ao consumo. O sistema possui 56 coletores do tipo placa coletora em alumínio e tubos de circulação em cobre, com área de captação unitária de $1,6\text{m}^2$ perfazendo um total de $89,6\text{m}^2$ interligados sem série-paralelo, tal que, estão divididos em oito baterias de sete coletores em paralelo, onde estas são ligadas quatro a quatro, em série, formando dois conjuntos de 28 coletores em série paralelo. Sendo esta distribuição visando à uniformização do fluxo de água e redução das perdas de carga no bombeamento. Cada coletor é disposto de 6 tubos em paralelo de cobre com diâmetro nominal de 15mm e interno de 14,5mm, unidos perpendicularmente a tubos de fabricação semelhante com diâmetro nominal de 22mm e interno de 21,4mm. Desta forma, observa-se que a distribuição da vazão (em marcha) e conseqüentemente a verificação da perda de carga, é de difícil equacionamento matemático devido às variações da descarga nos diversos elementos. Este problema é ainda mais acentuado pelo paralelismo dos coletores (sete), os quais formam um só coletor com 42 tubulações em paralelo, subdividindo admissivelmente a vazão igualmente, isto é, a vazão dividida por 42 tubulações em paralelo. A estimativa da perda de carga na bateria de coletores foi obtida através de circuito equivalente simulado a partir de uma analogia proposta por Bruno Eck (1973). A Figura (4) apresenta a simulação da resistência equivalente de uma bateria de coletores solares.

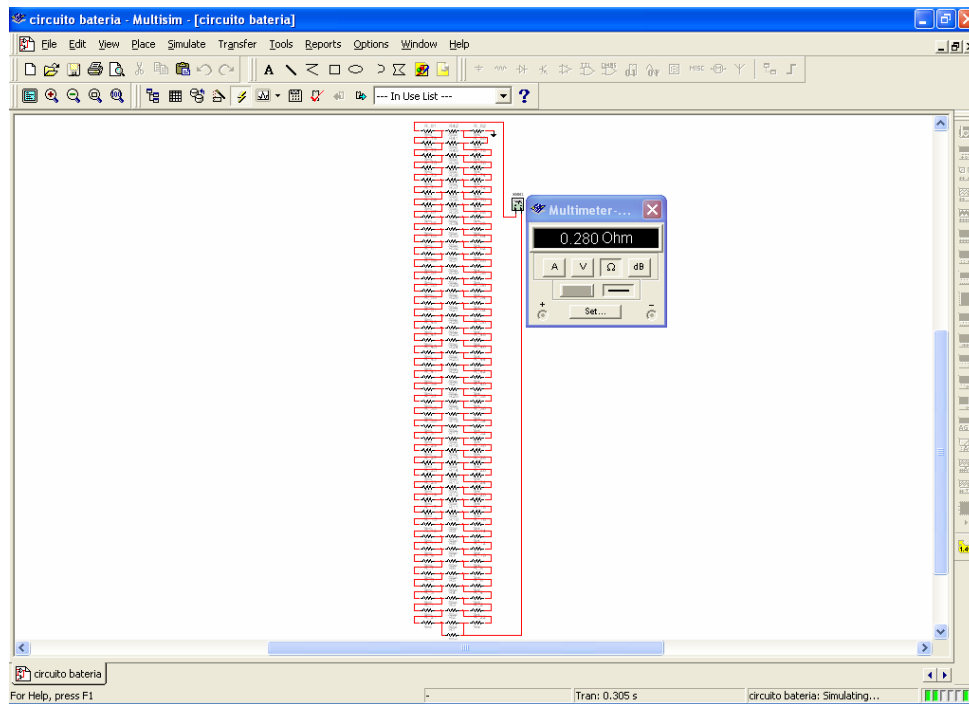


Figura 4. Layout da instalação hidráulica do HU (UFPB).

A partir do cálculo da resistência equivalente no conjunto de coletores, bem como o cálculo das perdas de carga na tubulação e no trocador de calor com uma vazão de trabalho de $1,537\text{m}^3/\text{h}$ especificada para o consumo em projeto, foi possível montar o circuito hidráulico equivalente da instalação, conforme a Fig. (5).

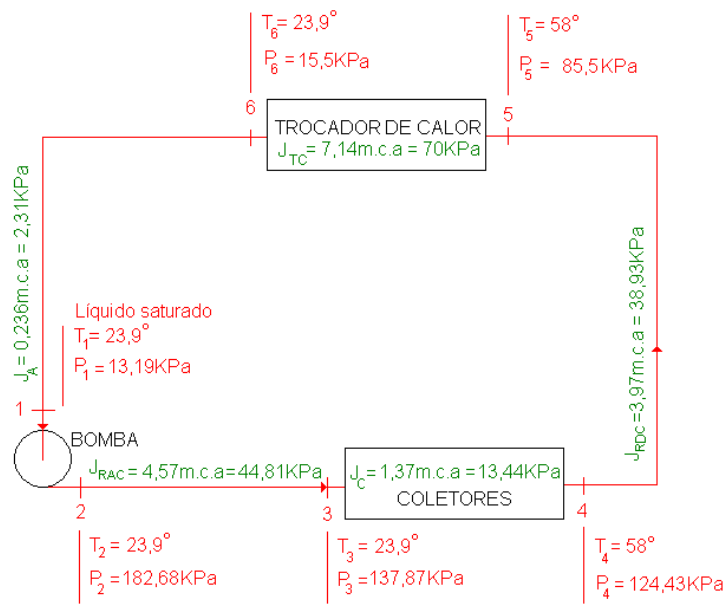


Figura 5. Circuito hidráulico da instalação.

Para validação do método, a potência dissipada por efeito joule nas resistências elétricas medida através da simulação deverá ser equivalente à potência dissipada pelas perdas hidráulicas calculada, conforme a Eq. (17). Aplicando os valores das perdas no trocador de calor, coletores solares e nas diversas secções da tubulação, obtêm-se as resistências a partir da Eq. (16). A Figura (6) apresenta a simulação do circuito equivalente, observando a medição da potência elétrica na secção J_{RCA} .

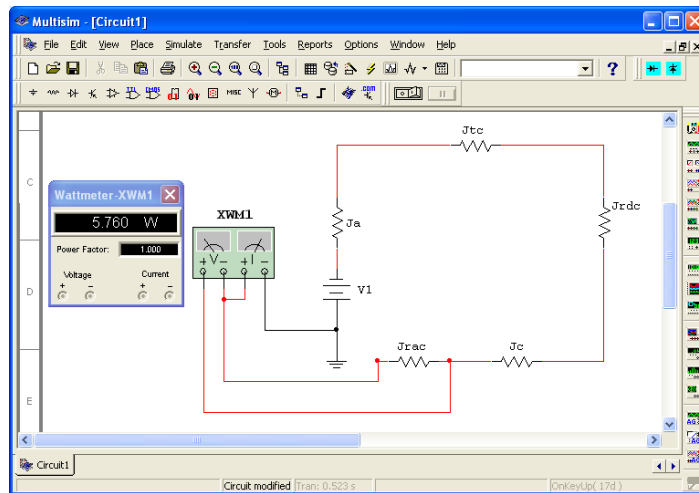


Figura 6. Simulação do circuito elétrico equivalente ao circuito hidráulico da instalação.

3. CONCLUSÃO

O presente trabalho consistiu em realizar estudos teóricos e experimentais para avaliação da analogia entre circuitos hidráulicos e eletrônicos através da utilização de simulador eletrônico, observando-se as condições as quais a analogia se pode ser validada, e aplicando-se os resultados no projeto de uma instalação de aquecimento de água. A relevância do estudo deve-se à comprovação científica das proposições básicas da analogia.

Dentro das expectativas iniciais, comprovou-se que a analogia pode ser aplicada para o caso turbulento, partindo-se do conceito de energia dissipada, onde para cada trecho do circuito hidráulico foi calculado o valor da energia dissipada, comparando-se à leitura do Wattímetro no mesmo trecho simulado eletronicamente.

No estudo de caso apresentado além da comprovação da analogia proposta, observou-se ainda a flexibilidade e facilidade de se projetar a partir de simulação computacional, onde foi possível a otimização da instalação, proporcionando principalmente diminuição de custos através do correto dimensionamento, bem como da obtenção da

resistência equivalente do circuito, onde seria muito trabalhosa a aplicação do método de associação de tubulações usualmente adotado. Porém, para o caso turbulento a resistência hidráulica para cada vazão se modifica, sendo necessário o recálculo.

Esta analogia pode ainda ser aplicada a associação de bombas, inclusive as de deslocamento positivo a partir da retificação de um sinal senoidal. Muitos outros dispositivos hidráulicos se assemelham a aplicações eletrônicas, a exemplo de uma válvula de passagem que tem seu princípio semelhante ao funcionamento de um diodo.

Trabalhos futuros tendem a investigar circuitos mais complexos, estendendo-se a analogia a resistências não ôhmicas, a fim de buscar uma melhor aproximação do fenômeno da perda de carga em regime turbulento.

4. REFERÊNCIAS

- Eck, Bruno, "Fans; design and operation of centrifugal, axial-flow, and cross-flow fans", First English Edition. Translated and Edited by Dr. Ram S. Azad and Dr. David R. Scott. 592 pp. English Edition (1973).
- Fox, R.W.; Mcdonald, A.T., "Introdução à Mecânica dos Fluidos", 5ª Edição, Editora LTC, 504 p., 2001.
- Resnick, R.; Halliday, D.; Krane, K.S., "Física 3", 5ª Edição, LTC Editora, Rio de Janeiro, 2002.
- Macintyre, Archibald Joseph, "Bombas e Instalações de bombeamento", Editora Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1980.