V CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE FABRICAÇÃO
14 a 17 de abril de 2009 - Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil

OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTIVARIADA NO PROCESSO DE TORNEAMENTO DO AÇO ENDURECIDO AISI 52100

011056180

Resumo: *O processo de torneamento de aço endurecido tem recebido especial atenção nos últimos anos, graças à sua ampla aplicação na indústria moderna. Contudo, alguns aspectos mecânicos – expressos em termos de múltiplas características – podem ser representados por múltiplas respostas correlacionadas que apresentam entraves para o uso da Metodologia de Superfície de Respostas tradicional. Além disso, a otimização de processo de múltiplas características sem considerar a estrutura de variância-covariância entre as respostas podem levar a ótimos inadequados. Para tratar esta particularidade, este trabalho apresenta um método de otimização multiojetivo desenvolvido para estudar as múltiplas características correlacionadas do aço endurecido AISI 52100, baseado no conceito do Erro Quadrático Médio Multivariado. Este conceito é desenvolvido combinando a Análise de Componentes Principais com a Metodologia de Superfície de Respostas, focando problemas do tipo NTB (Nominal-the-best). Neste tipo de otimização, todas as características estudadas (Vida da Ferramenta, Tempo de Corte, Custos, Taxa de Remoção de Material e Rugosidade) têm um alvo específico enquanto mantém uma forte estrutura de correlação. Como variáveis de processo foram consideradas a Velocidade de Corte (V_c), Taxa de Avanço (f_n) e Profundidade de Corte (a_p). Os ótimos obtidos foram V_c=128 m/min, f_n= 0,086 mm/rot e a_p=0,3434 mm. Experimentos de confirmação corroboram os resultados teóricos.*

Palavras-chave: *Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), Metodologia de Superfície de Respostas (MSR), torneamento de aço endurecido, Análise de Componentes Principais (ACP).*

1. INTRODUÇÃO

Encontrar uma condição ótima para operação de um processo que o viabilize ou que produza resultados com consideráveis melhorias é o objetivo dos métodos de otimização. Através de algoritmos de modelagem, aliados a ferramentas e metodologias estatísticas diversas, busca-se estabelecer funções de transferência entre os dados e as variáveis de controle, viabilizando a determinação do ponto ótimo.

Box e Wilson (1951) afirmam que, para otimização de sistemas com uma única variável de resposta, deve-se proceder a uma seqüência de procura linear na direção da máxima otimização, repetindo-a até que não se encontre melhorias adicionais para o modelo, ou, enquanto não houver evidências de falta de ajuste para o modelo de primeira ordem. Sendo detectada falta de ajuste no modelo de primeira ordem, uma segunda fase deve ser iniciada (LIN e CHOU, 2002), onde deverá ser determinada uma nova direção de busca de melhorias do modelo.

Entretanto, em grande parte dos processos, a qualidade não pode ser avaliada por apenas uma característica funcional (MYERS e MONTGOMERY, 1995) e a análise individual de um experimento com múltiplas respostas podem conduzir a análise univariada a conclusões sem sentido (KHURI e CORNELL, 1996).

A quase totalidade das pesquisas em otimização que utilizam alguma metodologia experimental para múltiplas respostas, trata as respostas de forma isolada na fase de construção dos modelos de regressão. Este processo pode ser ineficiente, especialmente se as respostas forem fortemente correlacionadas.

Para tratamento adequado destes relacionamentos, uma abordagem combinada entre o Projeto e Análise de Experimentos (DOE), a Metodologia de Superfície de Respostas (MSR) e o conceito de Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM) foi proposta por Paiva (2008). A idéia principal é a de buscar a minimização das distâncias entre as respostas e seus respectivos alvos e variâncias, em problemas do tipo NTB (Nominal-the-best).

Baseado nessas ferramentas, este trabalho apresenta a otimização multiobjetivo de múltiplas características correlacionadas do processo de torneamento do aço endurecido AISI 52100, segundo o método proposto por Paiva (2008).

A seguir, será apresentada a proposta do Erro Quadrático Médio Multivariado, com todas as metodologias envolvidas, o caso investigado, os resultados e conclusões.

2. ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO

O objetivo principal do Erro Quadrático Médio Multivariado é a busca pela minimização da distância entre uma determinada resposta em relação a seu alvo (*T*) e a minimização de sua variância. Segundo Vining e Myers (1990), para se alcançar esses objetivos, geralmente se utiliza a Metodologia de Superfície Dual, como forma de se atingir os alvos propostos para cada característica de qualidade envolvida, baseado numa superfície de resposta para a média (ω_μ) e outra para a variância (ω_σ). Para se compor essas funções para múltiplas respostas, Köksoy (2007) e Köksoy e Yalcinoz (2006) propuseram duas abordagens: a) a aglutinação das equações do Erro Quadrático Médio de cada resposta através da sua soma ponderada; ou b) a escolha da equação do Erro Quadrático Médio da resposta de maior importância como função objetivo, atribuindo às demais o caráter de restrições.

Segundo Paiva (2008), a otimização de múltiplas respostas pode ser obtido através da aplicação do Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), que é uma adaptação ao EQM, capaz de considerar adequadamente a estrutura de correlação existente entre as respostas de interesse. A partir de combinações entre a Metodologia de Superfície de Resposta e a Análise de Componentes Principais, chega-se a uma superfície de resposta ajustada para os escores dos componentes principais, sobre os quais se aplica, então, o EQMM. A seguir, tais metodologias serão apresentadas.

2.1. Projeto e Análise de Experimentos (DOE)

O Projeto e Análise de Experimentos é uma metodologia relativamente antiga, introduzida, após a Segunda Guerra Mundial, nos processos industriais de empresas nos Estados Unidos e Europa, cuja notória eficácia fez dela uma das principais ferramentas de melhoria de processos. Segundo Montgomery (2001), para se avaliar a magnitude de várias fontes de variação que influenciam um processo, deve-se iniciar com a identificação e seleção dos fatores que possam contribuir para a variação, proceder-se, em seguida, à seleção de um modelo que inclua os fatores escolhidos e planejar experimentos eficientes para estimar seus efeitos.

É de fundamental importância para o sucesso do estudo que se realizem os experimentos de acordo com o planejado, e que as anormalidades que ocorram na condução experimental sejam detectadas, documentadas e analisadas. Uma vez realizados os experimentos, procede-se à análise para se estimar os efeitos dos fatores incluídos no modelo utilizando métodos estatísticos adequados, cuminando na inferência, interpretação e discussão dos resultados, recomendando melhorias, quando necessário.

Para realização dos experimentos, segundo Montgomery (2001), pode-se adotar ou combinar três diferentes estratégias: a) as réplicas, que consistem na repetição de um mesmo teste, em unidades experimentais diferentes, criando-se variabilidade para a resposta, utilizada para avaliar a significância estatística do incremento experimental; b) a aleatorização, que aumenta a chance dos efeitos desconhecidos serem distribuídos através dos níveis dos fatores; e, c) blocagem, que permite avaliar se a falta de homogeneidade dos dados interfere nos resultados.

Uma vez selecionados os fatores e seus respectivos níveis, gera-se uma combinação desses fatores sob a forma de arranjos experimentais. O arranjo mais comum é o fatorial completo, para o qual o número de experimentos é igual ao número de níveis experimentais, elevado ao número de fatores. No caso típico de fatoriais em dois níveis, o número de experimentos é dado por $N=2^k$. Fatoriais completos cobrem todo o espaço experimental. Entretanto, devido ao seu crescimento exponencial, arranjos com grande número de fatores podem tornar um processo de experimentação inviável. Para esses casos, Montgomery e Runger (2003) afirmaram que, se houver pouco interesse nas interações, pode-se negligenciá-las, gerando-se frações do experimento completo sem comprometer, entretanto, a detecção da presença de fatores influentes.

2.2. Metodologia de Superfície de Respostas (MSR)

A Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) é uma coleção de ferramentas matemáticas e estatísticas utilizada para modelar e analisar problemas, que são influenciadas por inúmeras variáveis e para as quais desejamos respostas (MONTGOMERY, 2001). Geralmente, o relacionamento entre as variáveis dependentes e independentes é desconhecido e o que se procura é encontrar uma razoável aproximação do relacionamento real entre as respostas (*y*) e o conjunto de variáveis independentes (*x*). Para uma região de interesse sem curvatura, um polinômio de baixa ordem é, geralmente, empregado. Entretanto, se existir curvatura no sistema, então a função de aproximação mais usada é um polinômio de ordem superior, como o modelo de segunda ordem apresentado pela Eq. (1):

$$\hat{\sigma} = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j}\sum \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (1)$$

Onde β é o coeficiente polinomial, K é o número de fatores e ε é o erro.

Os parâmetros β do modelo, podem ser estimados através do método dos Mínimos Quadrados Ordinários (Ordinary Least Squares – OLS) que, em forma matricial, podem ser representados como a Eq. (2):

$$\hat{\beta} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T Y \tag{2}$$

Onde X é a matriz de fatores codificados e Y é a resposta.

2.3. Superfície de Resposta Dual

Problemas multidimensionais do tipo "Nominal é melhor" (NTB) são aqueles em que se procura minimizar a distância entre uma determinada resposta em relação a seu alvo (T) e a sua variância. Para se alcançar esses objetivos, Vining e Myers (1990) propõem utilizar a Metodologia de Superfície Dual, como forma de se atingir os alvos propostos para cada característica de qualidade envolvida, baseado numa superfície de resposta para a média (ω_μ) e outra para a variância (ω_σ), ambas escritas como um polinômio de segunda ordem completada pelo algoritmo dos Mínimos Quadrados Ordinários. Lin e Tu (1995), acrescentam que essas funções podem ser combinadas, através da minimização do Erro Quadrático Médio (EQM), como critério de otimização simultânea de média e variância, conforme demonstra a Eq. (3).

$$EQM = \left(\hat{\omega}_\mu - T\right)^2 + \hat{\omega}_\sigma^2 \tag{3}$$

Para múltiplas respostas, entretanto, duas estratégias podem ser adotadas: a) a aglutinação das equações do Erro Quadrático Médio de cada resposta através da sua soma ponderada; ou b), a escolha da equação do Erro Quadrático Médio da resposta de maior importância como função objetivo, atribuindo às demais o caráter de restrições (KÖKSOY, 2007; KÖKSOY E YALCINOZ, 2006).

Derringer e Suich (1980) propuseram um conjunto de transformações para cada uma das p respostas, resultando numa função individual denominada *Desirability* (d_i), com $0 \le d_i \le 1$. O método permite incluir a importância individual de cada resposta (w_i). Embora o método não tenha sido desenvolvido especificamente para problemas de Superfície de Resposta Dual, a formulação pode ser utilizada com esta conotação, em problemas do tipo NTB. Neste caso, a transformação *Desirability* pode ser escrita como o sistema de Eq. (4):

$$d_i[f_i(\mathbf{x})] = \begin{cases} 0 & se \quad f_i(\mathbf{x}) \le f_i^{\min} \ or \ f_i(\mathbf{x}) > f_i^{\max} \\ \dfrac{f_i(\mathbf{x}) - f_i^{\min}}{T_i - f_i^{\min}} & se \quad f_i^{\min} < f_i(\mathbf{x}) \le T \\ \dfrac{f_i^{\max} - f_i(\mathbf{x})}{f_i^{\max} - T_i} & se \quad T_i < f_i(\mathbf{x}) \le f_i^{\max} \end{cases} \tag{4}$$

Onde $f_i(\mathbf{x}), f_i^{\min}$ e $f_i^{\max}$ são, respectivamente, o valor de $f_i(\mathbf{x})$ no ótimo, o mínimo e o máximo valor aceitável para a i-ésima resposta. As transformações individuais das respostas podem ser combinadas utilizando-se uma média geométrica (D), como demonstra a Eq. (5):

$$D = \left[\prod_{i=1}^{n} d_i^{w_i}(\hat{Y}_i)\right]^{\frac{1}{W}} \tag{5}$$

O método *Desirability*, entretanto, possui algumas limitações, quando implementado para múltiplas respostas, destacando-se: a) a dependência do método por uma escolha subjetiva das funções di individuais; e b) assim como destacam Ko et al (2005) e Wu (2005), o método não considera a variância das respostas, nem a estrutura de correlação entre elas. Paiva (2008), afirma que a otimização de múltiplas respostas pode ser obtido através da aplicação do Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM).

2.4. Análise de Componentes Principais (ACP)

A Análise de Componentes Principais é uma técnica estatística multivariada que se dedica à explicação da estrutura de variância-covariância existente em um conjunto de dados, utilizando-se combinações lineares das variáveis originais, com o objetivo de se reduzir a dimensionalidade de vetores de entradas ou de saídas em determinados equacionamentos (JOHNSON E WICHERN, 2002) e facilitar sua interpretação, uma vez que, segundo Rencher (2002), ela revela relacionamentos que não seriam previamente identificados com o conjunto original.

A idéia básica da ACP é que, embora p componentes sejam necessários para se reproduzir a variabilidade total de um sistema de interesse, em geral, grande parte desta variabilidade pode ser representada por um pequeno grupo de k componentes principais. Em outras palavras, pode-se dizer que existe tanta informação em k componentes principais quanto nas p variáveis originais. Assim, o conjunto original de dados pode ser reduzido a poucos componentes principais, dependentes, tão somente, da matriz de variância-covariância Σ ou da matriz de correlação ρ das variáveis $X_1, X_2,..., X_p$.

Seja o vetor aleatório $X^T = [X_1, X_2,..., X_p]$, cuja matriz de variância-covariância Σ possua autovalores $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_p \geq 0$. O primeiro componente principal (PC_1), segundo a definição de Johnson e Wichern (2002), é a combinação linear que possuir a máxima variância. Genericamente, o *i*-ésimo componente principal será a combinação linear $\ell_i^T X$ que resultar das Eq. (6), (7) e (8) a seguir:

$$\text{Maximizar} \quad Var\left(\ell_i^T X\right) \tag{6}$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \ell_i^T \ell_i = 1 \tag{7}$$

$$Cov(\ell_i^T X, \ell_k^T X) = 0 \quad \text{para } k < i \tag{8}$$

Um conjunto de variáveis originais pode ser substituído por combinações lineares na forma de "escores" do componente principal. Desta maneira, assumindo-se x_{pn} como sendo uma observação aleatória, $\bar{x}_p$ a p-ésima resposta média, $\sqrt{s_{pp}}$ o desvio padrão, p a resposta e $[E]$ como sendo os autovetores do conjunto multivariado, tem-se como resultado:

$$PC_{score} = [Z][E] \tag{9}$$

Os métodos mais utilizados para estimativa do número de componentes principais significantes são aqueles baseados nos critérios de Kaiser (JOHNSON E WICHERN, 2002). De acordo com esses critérios, o autovalor do componente principal deve ser maior que um para representar o conjunto original. Além disso, a variância acumulada explicada deve ser superior a 80%.

2.5. Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM)

Baseado no Erro Quadrático Médio (EQM) empregado por Köksoy e Yalcinoz (2006), Lin e Tu (1995), representado pela Eq. (3), Paiva (2008) propôs uma adaptação, capaz de considerar adequadamente a estrutura de correlação existente entre as respostas de interesse, a partir de combinações entre a Metodologia de Projeto de Experimentos (DOE), a Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) e a Análise de Componentes Principais (ACP), para gerar uma superfície de resposta ajustada para os escores dos componentes principais, sobre os quais se aplica, então, o Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM). Para adequação à proposta do EQMM, e para o tratamento de um único componente principal, a Eq. (3) deve ser modificada, conforme demonstra a Eq. (10).

$$\text{Minimizar } EQMM_{PC} = \left(PC_i - T_{PC_i}\right)^2 + \lambda_{PC_i} \tag{10}$$

$$\text{sujeito a: } x^T x \leq \rho^2 \tag{11}$$

Onde, PC_i é o arranjo experimental e T_{PCi} é o valor alvo, ambos em termos de componentes principais, λ_{PC_i} é o autovalor do i-ésimo componente principal e $x^T x \leq \rho^2$ é a restrição do espaço experimental para regiões esféricas (no caso de se utilizar um arranjo do tipo *Central Composite Design*). Finalmente, para otimização simultânea de média e variância de mais de um componente principal, uma nova modificação deve ser realizada na Eq. (10), resultando na Eq. (12).

$$\text{Minimizar} \left[\prod_{i=1}^{n} \left(EQMM_{PC_i} \mid \lambda_i \geq 1\right)\right]^{\frac{1}{n}} \tag{12}$$

$$\text{sujeito a: } x^T x \leq \rho^2 \tag{13}$$

Onde *n* é o número de funções EQMM consideradas de acordo com os componentes principais significativos, estabelecidos segundo os critérios de Kaiser (JOHNSON E WICHERN, 2002).

3. TORNEAMENTO DO AÇO ENDURECIDO AISI 52100

Para avaliar o desempenho do método EQMM, a abordagem proposta foi aplicada em um processo de torneamento do aço endurecido AISI 52100, para o qual se adotou um procedimento experimental utilizando-se um torno CNC com 5.5KW de potência e insertos de cerâmica mista (Al_2O_3 + TiC), classe Sandvik Coromant CC6050, recoberta por TiN em finíssima camada e geometria ISO CNGA 120408 S01525. Um suporte com geometria negativa ISO, código DCLNL 1616H12 e ângulo de posição χ_r = 95º foi utilizado. Os corpos de prova utilizados na condução do procedimento experimental foram usinados adotando-se os parâmetros de catálogo, conforme descritos pela Tab. (1).

Tabela 1. Parâmetros de usinagem do aço AISI 52100

Parâmetro	*Símbolo*	Unidade	Níveis (Codificados)				
			-1,633	-1	0	+1	+1,633
Velocidade de Corte	V_c	m/min	187,34	200	220	240	252,66
Avanço	f_n	mm/rev	0,0342	0,050	0,075	0,100	0,1158
Profundidade de Corte	a_p	mm	0,1025	0,150	0,225	0,300	0,3475

O experimento foi conduzido através de um arranjo experimental (CCD), construído a partir dos parâmetros demonstrados na Tab. (3). Desse conjunto, as respostas vida da ferramenta (*T*), rugosidade (*Ra*) e tempo de corte (*Ct*) foram observadas. As demais respostas foram calculadas segundo as equações descritas em Paiva et al. (2007), e são elas: custo total (*Kp*), tempo total de usinagem (*Tt*) e taxa de remoção de material (*MRR*). O ciclo total de torneamento (T_t), em minutos, e segundo Cauchick-Miguel e Coppini (1996), pode ser determinado de acordo com a Eq. (14).

$$T_t = \left(1 + \frac{t_{ft}}{T}\right)\left(\frac{l_f \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot f \cdot V_c}\right) + \left(t_s + t_a + \frac{t_p}{Z} - \frac{1}{Z} \cdot t_{ft}\right) \quad (14)$$

Os mesmos autores definem que o custo total do processo de torneamento (K_p), considerando insertos intercambiáveis, pode ser descrito segundo a Eq. (15).

$$K_p = \left(\frac{T_t}{60} - \frac{1}{Z}\right).\left(S_h + S_m\right) + \frac{C_t}{60}\left(S_h + S_m\right) + \frac{C_t}{T}\left[\left(\frac{V_{si}}{N_{fp}} + \frac{K_{pi}}{N_s}\right) + t_{ft}\left(S_h + S_m\right)\right] \quad (15)$$

Os símbolos utilizados nas Eqs. (11), (12) e (13) e respectivos valores adotados neste estudo estão devidamente demonstrados na Tab. (2).

Tabela 2. Parâmetros, símbolos e valores adotados

Parâmetro	Símbolo	Valor
Tamanho do lote (un)	Z	1.000
Tempo secundário (min)	t_s	0,5
Tempo de aproximação e afastamento da ferramenta (min)	t_a	0,1
Tempo de preparo da máquina (min)	t_p	60
Tempo de troca de inserto (min)	t_{ft}	1
Custo máquina + operador (US$)	S_m+S_h	80
Custo do porta-ferramenta (US$)	V_{si}	200
Vida média do porta-ferramenta (número de arestas)	N_{fp}	1.000
Custo do inserto (US$)	K_{pi}	50
Número de arestas de corte no inserto	N_s	4
Extensão do avanço	l_f	50
Diâmetro inicial (mm)	D	49
Diâmetro final (mm)	d	46
Diâmetro médio (mm)	D_m	47,5

Tabela 3. Experimento de confirmação: parâmetros de usinagem e respostas para CCD

Nº.	B	V_c	f_n	a_p	T	C_t	T_t	K_p	MRR	R_a	PC_1	PC_2
1	1	200	0,05	0,15	16,75	7,70	8,82	17,59	1,50	0,33	4,27	-0,59
2	1	240	0,05	0,15	11,50	6,41	7,63	17,26	1,80	0,28	3,01	0,24
3	1	200	0,1	0,15	9,85	3,85	4,90	11,49	3,00	0,70	-0,22	-1,79
4	1	240	0,1	0,15	8,50	3,21	4,24	10,45	3,60	0,57	-0,74	-0,73
5	1	200	0,05	0,3	11,50	3,85	4,84	10,71	3,00	0,25	0,70	1,10
6	1	240	0,05	0,3	7,45	3,21	4,30	11,20	3,60	0,42	-0,50	0,25
7	1	200	0,1	0,3	8,20	1,92	2,82	6,74	6,00	0,57	-2,50	-0,41
8	1	240	0,1	0,3	6,25	1,60	2,52	6,62	7,20	0,61	-3,31	-0,55
9	1	220	0,075	0,225	8,60	3,11	4,13	10,10	3,71	0,36	-0,48	0,63

10	1	220	0,075	0,225	6,80	3,10	4,23	11,44	3,71	0,42	-0,63	0,29
11	2	187,34	0,075	0,225	10,10	3,65	4,67	10,82	3,16	0,34	0,23	0,58
12	2	252,66	0,075	0,225	7,60	2,71	3,72	9,49	4,26	0,45	-1,18	0,18
13	2	220	0,0342	0,225	17,50	6,82	7,87	15,45	1,69	0,32	3,64	-0,36
14	2	220	0,1158	0,225	7,20	2,01	2,95	7,49	5,73	0,72	-2,70	-1,41
15	2	220	0,075	0,1025	12,00	6,82	8,05	17,96	1,69	0,36	3,24	-0,40
16	2	220	0,075	0,3475	6,70	2,01	2,97	7,78	5,73	0,31	-1,97	1,30
17	2	220	0,075	0,225	7,20	3,09	4,20	11,09	3,71	0,37	-0,54	0,61
18	2	220	0,075	0,225	9,10	3,11	4,11	9,82	3,71	0,29	-0,33	1,07
				Média:	9,600	3,788	4,832	11,306	3,711	0,425	0,000	0,000
				Desvio Padrão:	3,244	1,861	1,931	3,553	1,607	0,145	2,213	0,848
				Alvo (ζ_{PC_i}):	6,500	1,600	2,600	7,300	6,300	0,400	**-2,560**[1]	**0,786**
				Z:	-0,956	-1,175	-1,156	-1,127	1,611	-0,172	-	-

[1] – obtido pela aplicação da Eq.(9)

A Tabela (4) apresenta o modelo quadrático completo para cada uma das respostas, em relação à média.

Tabela 4. AISI 52100: modelo quadrático completo para cada resposta em relação à média

	T	C_t	T_t	K_p	MRR	R_a
Constante	7,9678	3,1160	4,1802	10,6218	3,7098	0,3563
V_c	-1,2512	-0,3319	-0,3181	-0,2379	0,3372	0,0165
f_n	-2,3415	-1,3834	-1,4358	-2,5844	1,2373	0,1360
a_p	-1,6391	-1,3834	-1,4554	-2,8608	1,2373	-0,0084
V_c^2	0,2345	-0,0065	-0,0231	-0,1961	0,0006	0,0228
f_n^2	1,5470	0,4567	0,4325	0,2970	0,0006	0,0697
a_p^2	0,4220	0,4567	0,4700	0,8220	0,0006	0,0003
$V_c \times f_n$	0,7500	0,1213	0,0963	-0,1650	0,1125	-0,0263
$V_c \times a_p$	0,0750	0,1213	0,1263	0,2175	0,1125	0,0500
$f_n \times a_p$	0,6750	0,4388	0,4388	0,5450	0,4125	-0,0175

Para a variância, entretanto, foram armazenados os resíduos dos modelos das médias, e implementados todos os passos descritos por Plante (2001) e Köksalan e Plante (2003) para derivação da equação de variância, resultando no modelo quadrático completo, conforme a Tab. (4).

Tabela 5. AISI 52100: modelo quadrático completo para cada resposta em relação à variância

	T	C_t	T_t	K_p	MRR	R_a
Constante	0,9422	0,0181	0,0516	0,6591	-0,0031	0,0372
V_c	0,0913	0,0149	0,0055	-0,0249	0,0002	-0,0098
f_n	-0,1373	-0,0353	-0,0281	0,0249	0,0001	0,0083
a_p	0,0350	-0,0353	-0,0399	-0,0249	0,0001	0,0031
V_c^2	-0,0945	0,0133	0,0000	-0,1584	0,0091	-0,0041
f_n^2	0,1054	0,0376	0,0146	-0,1719	0,0091	-0,0064
a_p^2	-0,2956	0,0376	0,0326	-0,1052	0,0091	-0,0064
$V_c \times f_n$	-0,2764	-0,0339	-0,0272	-0,0139	0,0002	-0,0042
$V_c \times a_p$	-0,1776	-0,0339	-0,0272	0,0865	0,0002	-0,0042
$f_n \times a_p$	0,0365	0,0339	0,0314	-0,0718	0,0003	0,0042

Objetivando certificar-se da existência dessa correlação, e como requisito para a implementação do método EQMM (PAIVA, 2008), realizou-se uma análise de correlação sobre a superfície de respostas, conforme demonstra a Fig. (1).

```
Correlations: T; Ct; Tt; Kp; MRR; Ra

           T       Ct       Tt       Kp      MRR
Ct     0,899
       0,000

Tt     0,885    0,999
       0,000    0,000

Kp     0,776    0,971    0,979
       0,000    0,000    0,000

MRR   -0,772   -0,894   -0,900   -0,917
       0,000    0,000    0,000    0,000

Ra    -0,420   -0,471   -0,475   -0,483    0,540
       0,082    0,048    0,047    0,042    0,021


Cell Contents: Pearson correlation
               P-Value
```

Figura 1. EQMM: estrutura de correlação entre as respostas do caso AISI 52100

Por esta análise, observa-se a forte correlação existente entre *T* e as respostas *Ct*, *Tt*, *Kp* e *MRR*; entre *Ct* e as respostas *Tt*, *Kp* e *MRR*; entre *Tt* e as respostas *Kp* e *MRR*; e entre *Kp* e a resposta *MRR*. Verificou-se, ainda, haver correlação moderada entre a *Ct* e a resposta *Ra*; entre *Tt* e a resposta *Ra*; entre *Kp* e a resposta *Ra*; e entre *MRR* e a resposta *Ra*. Após comprovada a existência da estrutura de correlação entre as respostas, procedeu-se à análise de componentes principais, para verificar o número de componentes a serem utilizados no modelo, obtendo-se como resultado os dados demonstrados pela Fig. (2).

```
Principal Component Analysis: T; Ct; Tt; Kp; MRR; Ra

Eigenanalysis of the Correlation Matrix

Eigenvalue  4,8965  0,7201  0,2669  0,1159  0,0006  0,0000
Proportion   0,816   0,120   0,044   0,019   0,000   0,000
Cumulative   0,816   0,936   0,981   1,000   1,000   1,000


Variable     PC1     PC2     PC3     PC4     PC5     PC6
T          0,403  -0,180  -0,806   0,234   0,317  -0,015
Ct         0,445  -0,160  -0,028  -0,284  -0,548  -0,627
Tt         0,446  -0,154   0,032  -0,295  -0,319   0,767
Kp         0,436  -0,107   0,419  -0,344   0,697  -0,135
MRR       -0,424  -0,018  -0,400  -0,805   0,105  -0,007
Ra        -0,265  -0,952   0,112   0,106   0,003   0,000
```

Figura 2. EQMM: análise de componentes principais para o caso AISI 52100

Segundo os critérios de Kaiser (JOHNSON e WICHERN, 2002) para seleção do número de componentes principais significantes, o autovalor do componente principal deve ser maior que um e a variância acumulada superior a 80%. Pela análise realizada, pode-se observar que o primeiro e o segundo componentes conseguem explicar, conjuntamente, 93,6% da variância acumulada. Dessa forma, o processo de otimização sobre superfície de resposta formada pelas seis respostas pode ser reduzido a dois componentes principais. Realizando-se uma análise de correlação entre os dois primeiros componentes principais e *Ra*, verificou-se que a rugosidade é melhor representada por PC_2 do que por PC_1. Isto é bastante importante, uma vez que o autovalor de PC_2 é menor do que um, ou seja, adotando-se apenas PC_1 para representar as seis respostas, a função objetivo poderia ser tendenciosa, não atribuindo à rugosidade a sua devida importância na composição da função objetivo. Conseqüentemente, o ótimo obtido pela função singular poderia não atender à restrição de rugosidade.

3.1 Análise de resultados

Após determinados os escores dos componentes principais, PC_1 e PC_2 foram também ajustados por meio do algoritmo dos mínimos quadrados ordinários. A Tabela (6) apresenta os modelos quadráticos completos para cada resposta e sua respectiva significância.

Tabela 6. Modelo quadrático completo para cada resposta

Termo	PC_1	PC_2	T	C_t	T_t	K_p	MRR	R_a
b_0	**-0,4758**$^{(1)}$	**0,672**	**7,9680**	**3,1160**	**4,1800**	**10,6220**	**3,7130**	**0,3560**

V_c	**-0,4569**	0,019	**-1,2510**	**-0,3320**	**-0,3180**	-0,2380	**0,3380**	0,0160
f_n	**-1,8452**	**-0,465**	**-2,3410**	**-1,3830**	**-1,4360**	**-2,5840**	**1,2380**	**0,1360**
a_p	**-1,5328**	**0,454**	**-1,6390**	**-1,3830**	**-1,4550**	**-2,8610**	**1,2380**	-0,0080
V_c^2	-0,0430	-0,154	0,2340	**-0,0060**	-0,0230	-0,1960	0,0000	0,0230
f_n^2	**0,3113**	**-0,626**	**1,5470**	**0,4570**	**0,4330**	0,2970	0,0000	**0,0700**
a_p^2	**0,3732**	-0,127	0,4220	0,4570	**0,4700**	**0,8220**	0,0000	0,0000
$V_c \times f_n$	0,1413	0,116	0,7500	0,1210	0,0960	-0,1650	**0,1130**	-0,0260
$V_c \times a_p$	-0,0288	**-0,361**	**0,0750**	0,1210	0,1260	0,2180	**0,1130**	**0,0500**
$f_n \times a_p$	**0,2788**	-0,016	0,6750	**0,4390**	**0,4390**	**0,5450**	**0,4130**	-0,0180
R^2 *adj.*	99,20%	85,00%	85,00%	99,10%	99,30%	97,20%	99,90%	89,10%

[(1)] – Os valores em negrito representam os termos significativos individuais (*P-value*<5%).

As Tabelas (7) e (8) apresentam a análise de variância (ANOVA) para os modelos quadráticos completos de PC_1 e PC_2. Os modelos quadráticos completos foram usados para todas as respostas, pelo fato de não se detectar falta de ajustes nos modelos. A análise foi executada utilizando unidades codificadas para eliminar quaisquer resultados estatísticos inapropriados, devido à possível existência de escalas diferentes de medição para os fatores. Unidades não codificadas freqüentemente conduzem para co-linearidade entre os termos no modelo, os quais aumentam a variabilidade nos coeficientes estimados e criam dificuldades de interpretação. Um R^2 elevado sugere uma adequada explicação do modelo adotado.

A fim de se conter o aumento do erro e considerando o princípio da hierarquia e a significância individual de cada termo, um modelo completo de segunda ordem foi adotado para cada resposta. Os modelos utilizados, bem como os autovalores dos ACP's foram gerados a partir do software Minitab 14®.

Tabela 7. Experimento de confirmação: ANOVA para 1º. componente principal PC_1

Fonte	*DF*	*SS*	*MS*	F_0	p_f
Regressão	9	82,912	9,212	234,62	0,000
Linear	3	79,511	26,503	674,97	0,000
Quadrado	3	2,614	0,871	22,19	0,000
Interação	3	0,788	0,263	6,69	0,014
Erro Residual	8	0,3141	0,039		
Falta de ajuste	5	0,266	0,0533	3,35	0,174
Erro Puro	3	0,0477	0,0159		
Total	17	83,226			

Tabela 8. Experimento de confirmação: ANOVA para 2º. componente principal PC_2

Fonte	*DF*	*SS*	*MS*	F_0	p_f
Regressão	9	11,356	1,262	11,9	0,001
Linear	3	5,615	1,872	17,33	0,001
Quadrado	3	4,592	1,530	14,17	0,001
Interação	3	1,149	0,383	3,55	0,067
Erro Residual	8	0,864	0,108		
Falta de ajuste	5	0,556	0,111	1,08	0,506
Erro Puro	3	0,308	0,103		
Total	17	12,220			

A Figura (2) demonstra que o primeiro componente principal representa 81,6% da variação nas respostas, o qual consegue explicar suficientemente a variância-covariância acumulada. Isto implica que a superfície de resposta ajustada de PC_1 é uma excelente opção para representação de uma função multiobjetivo. Além do mais, os autovetores demonstram que existe uma forte correlação positiva entre PC_1 e as respostas originais. Este tipo de relacionamento indica que a minimização de EQMM1 (construído apenas com PC_1) conduz para uma normalização global, ou seja, todas as respostas são capazes de atingir seus respectivos alvos.

Embora exista uma notável explicação observada no primeiro componente principal, uma pobre correlação entre PC_1 e a rugosidade e uma forte e negativa correlação entre PC_2 e Ra podem ser observadas. Esses relacionamentos podem sugerir que PC_2 deve também ser analisado. Assim sendo, a escolha de dois componentes principais pode ser responsável pela explicação de 93,6% da estrutura de variação das seis respostas em estudo. Neste caso ($k = 2$ – dois componentes principais significativos), a média geométrica utilizada pelo método EQMM poderá tornar-se uma raiz quadrada.

Para o caso NTB do AISI 52100, a distância entre as respostas ajustadas e seus respectivos valores alvo será minimizada, enquanto a influência da estrutura de variância-covariância será considerada nos cálculos. Adotando-se esses aspectos e o critério de minimização, um sistema de otimização não-linear pode ser escrito em termos do erro quadrático médio multivariado usando-se, adicionalmente, uma restrição esférica para os níveis dos fatores. Esta restrição $\left(\rho^2 = 2{,}667\right)$ forçará a solução a cair dentro da região experimental. Reunindo as informações prévias num sistema de otimização compreensivo, é possível escrever as seguintes expressões:

$$Minimizar \quad EQMM_T = \sqrt{\left[\left(PC_1 - \zeta_{PC_1}\right)^2 + \lambda_1\right] \,.\, \left[\left(PC_2 - \zeta_{PC_2}\right)^2 + \lambda_2\right]} \tag{16}$$

$$Sujeito\,a: \quad \mathbf{x}^T\mathbf{x} \le \rho^2 = V_c^{\,2} + f_n^{\,2} + a_p^{\,2} \tag{17}$$

Uma planilha do Microsoft Excel® foi construída para resolver o sistema de otimização não linear descrito anteriormente, através do algoritmo GRG, presente na rotina do Solver®. Depois de configurado o problema, os parâmetros dos Solver® foram fixados, considerando uma precisão de 10-6, cem interações, estimativa quadrática, derivada adiante e método de Newton como linha de procura. A Tabela 9 demonstra os resultados obtidos utilizando a abordagem EQMM.

A solução obtida com o método EQMM, após doze interações no GRG-Solver® foi V_c=*217,7 m/min*, f_n=*0,086 mm/volta* e a_p=*0,3424 mm*, a qual é compatível com os alvos estabelecidos. Quatro rodadas de confirmação foram executadas utilizando-se as arestas de cortes disponíveis. Ao final do processo de torneamento, obtêm-se uma peça dentro dos padrões estabelecidos e com rugosidade final compatível com os níveis obtidos em operações de acabamento, tais como a operação de retificação ($Ra = 0{,}4\ \mu m$).

Tabela 9. Resultados obtidos pelo método EQMM

	T min	C_t min	T_t min	K_p \$/peça	MRR cm³/s	R_a μm	V_c m/min	f_n mm/rev	a_p mm
EQMM	6,270	1,860	2,810	7,430	6,430	0,400	217,736	0,0863	0,3424
Limite superior	7,000	2,000	3,000	8,000	7,000	0,410	252,660	0,1158	0,3475
Alvo	6,500	1,600	2,600	7,300	6,300	0,400	220,000	0,0750	0,2250
Limite inferior	6,000	1,500	2,500	7,000	6,000	0,390	187,340	0,0342	0,1025

Como pode ser visto na Tab. (10), os erros entre os valores reais e previstos para as seis respostas são consideravelmente pequenos.

Tabela 10. Rodadas de confirmação

Resposta	Arestas de corte 1ª.	2ª.	3ª.	4ª.	Média	EQMM (Previsão)	Erro %
T	6,300	6,400	6,160	5,800	6,165	6,270	1,7%
C_t	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,860	5,6%
T_t	2,693	2,689	2,700	2,718	2,700	2,810	3,9%
K_p	7,131	7,070	7,220	7,468	7,222	7,430	2,8%
MRR	6,374	6,374	6,374	6,374	6,374	6,430	0,9%
R_a	0,435	0,430	0,430	0,420	0,429	0,400	-7,2%

Pelos resultados apurados, pode-se dizer que a abordagem EQMM produz uma solução próxima dos valores alvo estabelecidos, levando em consideração a influência da correlação existente entre as respostas, a qual não é considerada pelos métodos tradicionais.

Como os resultados são compatíveis com os valores esperados e a teoria de torneamento de aços endurecidos, o erro quadrático médio multivariado pode ser considerado adequado para melhoria de processos de usinagem, principalmente quando um grande conjunto de respostas correlacionadas é empregado num contexto de NTB. Embora o primeiro componente principal tenha se mostrado suficiente para representar um adequado conjunto para otimização, a proposital inclusão do segundo componente principal permitiu uma adequada representação de *Ra*. Testes de hipótese multivariados (Paiva, 2006) podem ser usados para confirmar a possibilidade de inclusão de componentes menores.

4. CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou uma proposta para otimização multivariada, considerando adequadamente a estrutura de correlação entre as respostas de interesse, através do conceito do Erro Quadrático Médio Multivariado. O EQMM, utilizado como critério de otimização, em problemas do tipo NTB, permitiu que se chegasse a valores próximos dos valores alvo, mantendo-se dentro das especificações. A otimização de todas as respostas observadas pelo caso, foram obtidas a partir dos parâmetros fixados pelo método (V_c=217,736; f_n=0,0863; a_p =0,3424). Rodadas experimentais de confirmação, executadas a partir dos parâmetros teóricos fixados, comprovaram ser satisfatórios. Sua aplicação em problemas de otimização de múltiplas características se mostrou, portanto, eficaz, demonstrando ser uma abordagem adequada e possível de otimização para problemas de múltiplos duais.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de expressar sua gratidão à CNPq, Capes e FAPEMIG, pelo seu apoio para realização deste trabalho.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Box, G. E. P., Wilson, K. B., 1951, "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions. Journal of the Royal Statistical Society", XIII, v 1, Série B, pp. 1-45.

Johnson, R. A., Wichern, D. W., 2002, "Applied multivariate statistical analysis", New Jersey: Prentice-Hall Inc., 5 ed., 797p.

Khuri, A. I., Cornell, J. A., 1996, "Response surfaces: designs and analyse", Marcel Dekker Inc, 2 ed, New York, USA, 510p.

Köksalan, M., Plante, R. D., 2003, "Interactive multicriteria optimization for multiple-response product and process design", Manufacturing & Service Operation Management, v. 5, n. 4, p. 334-347.

Köksoy, O., 2007, "A nonlinear programming solution to robust multiresponse quality problem", Appl. Math. Comput., v. 6, n. 23.

Köksoy, O., Yalcinoz, T., 2006, "Mean square error criteria to multiresponse process optimization by a new genetic algorithm", Appl. Math. Comput., n. 175, p. 1657-1674.

Lin, J. F., Chou, C. C., 2002, "The response surface method and the analysis of mild oxidational wear", Tribology International, v 35, pp. 771–785.

Lin, D. K. J., Tu, W., 1995, "Dual response surface optimization", Journal of Quality Technology 27:34-39.

Montgomery, D. C., 2001, "Design and Analysis of Experiments", Fourth ed., Wiley, New York.

Montgomery, D. C., Runger, G. C., 2003, "Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros", LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2 ed., p. 570.

Myers, R. H., Montgomery, D. C., 1995, "Response Surface Methodology: process and product optimization using design of experiments", 2 ed, Wiley – Interscience, New York, USA, 700p.

Paiva, A. P., 2006, "Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas correlacionadas", Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UNIFEI, Itajubá.

Paiva, A. P., Ferreira, J. R., Balestrassi, P. P., 2007, "A multivariate hybrid approach applied to AISI 52100 hardened steel turning optimization", Journal of Material Processing Technology, n. 189, pp. 26-35.

Paiva, E. J., 2008, "Otimização de processo de manufatura de múltiplas respostas baseada em índices de capacidade", Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UNIFEI, Itajubá, MG.

Plante, R. D., 2001, "Process capability: a criterion for optimizing multiple response product and process design", IIE Transactions, v. 33, n. 5, p. 497-509.

Rencher, A.C., 2002, "Methods of Multivariate Analysis", John Wiley and Sons, 2 ed., 740p.

Vining, G. G., Myers, R. H., 1990, "Combining Taguchi and response surface philosophies: a dual response approach", Journal of Quality Technology 22:38-45.

7. DIREITOS AUTORAIS

Title: Multivariate Robust Optimization in the AISI 52100 Hardened Steel Turning Process

Emerson José de Paiva, emersonjpaiva@gmail.com
João Roberto Ferreira, jorofe@unifei.edu.br
Anderson Paulo de Paiva, andersonppaiva@yahoo.com.br

Pedro Paulo Balestrassi, pedro@unifei.edu.br

Federal University of Itajuba, Itajuba, Minas Gerais, Brazil

Abstract: *Hardened steel turning have received special attention in the recent years thanks to its large set of applications in the modern industry. However, some aspects of its machinability - expressed in terms of its multiple characteristics – may be represented by multiple correlated responses which is a particular drawback to the use of traditional Response Surface Methodology (RSM). Moreover, the optimization of multiple process characteristics without to consider the variance-covariance structure among the responses may lead to an inadequate optimum. To treat this particularity, this paper presents a multiobjective optimization method developed to study the multiple correlated characteristics of the AISI 52100 hardened steel, based on the concept of Multivariate Mean Square Error. This concept is developed combining the Principal Component Analysis (PCA) with the Response Surface Methodology (RSM), to focuses a multidimensional Nominal-the-best (NTB) problem. In this kind of optimization, all the studied characteristics (Tool life, Cutting Time, Cost, Material Removal Rate, and Surface Roughness) have a specific target while keep a strong correlation structure. As process variables were considered the cutting speed (V), feed rate (f) and depth of cut (d). The achieved optimum was V= 218 m/min, f=0,086 mm/rot and d=0,3434 mm. Further experimental runs have confirmed the theoretical results.*

Keywords: Multivariate Mean Square Error (MMSE), Response Surface Methodology (RSM), Hard turning, Principal Component Analysis (PCA).